DİNAMİK PROGRAMLAMA İLE STOK PLANLAMASI VE İLERİ DOĞRU-TABLOSAL ÇÖZÜM YOLU KULLANILARAK BİR UYGULAMA DENEMESİ

Şenay LEZKİ
(Yüksek Lisans Tezi)

Eskişehir-2002

Anadolu Üniversitesi
Merkez Kütüphane

DİNAMİK PROGRAMLAMA İLE STOK PLANLAMASI VE İLERİ DOĞRU-TABLOSAL ÇÖZÜM YOLU KULLANILARAK BİR UYGULAMA DENEMESİ

Şenay LEZKİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İşletme Anabilim Dalı
Danışman: Doç.Dr.Hasan DURUCASU

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü
Eylül 2002

YÜKSEK LİSANS TEZ ÖZÜ

DİNAMİK PROGRAMLAMA İLE STOK PLANLAMASI VE İLERİ DOĞRU-TABLOSAL ÇÖZÜM YOLU KULLANILARAK BİR UYGULAMA DENEMESİ

ŞENAY LEZKİ

İşletme Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eylül 2002
Danışman: Doç.Dr. Hasan DURUCASU

Stoklar, birçok işletme için önemli bir maliyet kalemidir. Buna bağlı olarak işletmeler için stok planlama konusunun önemi de artmaktadır. Stok planlama, bilimsel bir temele dayanılarak gerçekleştirildiğinde daha güvenilir sonuçlar elde edilecektir.

Stok planlamasında kullanılan sayısal karar verme tekniklerinden biri de çeşitli işletme problemlerinin çözümünde kullanılan dinamik programlama tekniğidir. Bu teknikte problem birbiri ile ilişkili aşamalara ayrılır. Aşamalar sıra ile çözümlenirken, her aşama sonucu bir sonraki aşamanın çözümünde kullanılır. İşlemler bu şekilde sürdürülür ve son aşama çözümü ile bütün aşamaları kapsayan bir sonuç elde edilir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde stok ve stok yönetimine ilişkin bilgiler verilmiş, ikinci bölümde dinamik programlama tekniği tanıtılarak, stok planlamada dinamik programlamanın ne şekilde kullanılabileceği açıklanmaya çalışılmıştır. Son bölümde ise stok planlamada dinamik programlamaya ilişkin bir uygulama örneği sunulmuştur.

ABSTRACT

DYNAMIC PROGRAMMING IN STOCK PLANNING AND AN APPLICATION ESSAY WITH USING FORWARD TABLE SOLUTION WAY

For many companies stocks are an important cost item. For this reason, stock planning is made with a scientific base gives us more reliable results.

One of the quantitative techniques for decision making is dynamic programming technique which is used to solve various company problems. In this technique, the problem is divided into interrelated stages. When the stages is solved with a sequence form, each stage result is used in the next stage's solving. Process is continued with this type and the final stage's solution gives us a result that contains all of the stages.

In the first section of this study, information about stock and stock control has been given. In the second section dynamic programming technique has been presented and how the dynamic programming is used on the stock planning problems has been tried to be explained. In the last section, an application example which is related to dynamic programming in stock planning has been presented.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZ ii
ABSTRACT iii
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI iv
ÖZGEÇMİŞ v
TABLOLAR LİSTESİ ix
ŞEKİLLER LİSTESİ x
GİRİŞ 1

BİRİNCİ BÖLÜM

STOK VE STOK YÖNETİMİ

1. STOK KAVRAMI 3

2. STOK YÖNETİMİ VE STOK YÖNETİMİNİN ÖNEMİ 4

3. STOKLARA İLİŞKİN MALİYETLER 6

3.1. Satın Alma Maliyeti 7

3.2. Hazırlık Maliyeti 7

3.3. Elde Bulundurma (Stok Tutma) Maliyeti 8

3.4. Elde Bulundurmama (Stoksuzluk veya Stok Tükenme) Maliyeti 9

4. STOK KONTROL SİSTEMLERİ 11

4.1. Sürekli Kontrol Sistemi (Q Sistemi) 12

4.2. Periyodik Stok Kontrol Sistemi (P Sistemi) 13

İKİNCİ BÖLÜM

STOK KONTROLÜNDE DİNAMİK PROGRAMLAMA

1. DİNAMİK PROGRAMLAMA VE ÖZELLİKLERİ.....15

2. DİNAMİK PROGRAMLAMADA KULLANILAN KAVRAMLAR.....19

2.1. Aşama (Safha-Devre-Kademe).....19

2.2. Durum.....19

2.3. Karar.....20

2.4.Ardışık En İyileme.....20

2.5.Dönüşüm Fonksiyonları.....21

2.6. Optimal Politika.....21

3. OPTİMALİTE (EN UYGUNLUK) KURAMI.....21

4. DİNAMİK PROGRAMLAMANIN MATEMATİKSEL GÖSTERİMİ.....22

5. DİNAMİK PROGRAMLAMA ÇÖZÜM YOLLARI.....23

5.1. İleriye Doğru Çözüm Yolu.....23

5.2. Geriye Doğru Çözüm Yolu.....26

5.3. Tablosal Çözüm Yolu.....28

5.4.Analitik Çözüm Yolu.....29

6. DİNAMİK PROGRAMLAMA TÜRLERİ.....30

6.1. Deterministik Dinamik Programlama.....30

6.2. Stokastik Dinamik Programlama.....31

7. STOK PROBLEMLERİNDE DİNAMİK PROGRAMLAMA.....33

7.1. Stok Planlamaya İlişkin Genel Maliyet Fonksiyonlu Dinamik Programlama Algoritması.....34

7.2. Wagner-Whitin Algoritması.....38

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ABACI ALIŞVERİŞ MERKEZİ'NDE DİNAMİK PROGRAMLAMA TEKNİĞİ KULLANILARAK STOK PLANLAMA DENEMESİ

1. UYGULAMA YAPILAN İŞLETMENİN TANITIMI.....41

2. GENEL MALİYET FONKSİYONLU DİNAMİK PROGRAMLAMA ALGORİTMASININ KURULMASI.....42

3. GENEL MALİYET FONKSİYONLU DİNAMİK PROGRAMLAMA ALGORİTMASININ ÇÖZÜMÜ.....45

4. ÇÖZÜM SONUÇLARI.....90

SONUÇ.....91

KAYNAKÇA 93

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1 : 1.Aşama Çözüm Tablosu..... 49
Tablo 2 : 2.Aşama Çözüm Tablosu..... 61
Tablo 3 : 3.Aşama Çözüm Tablosu..... 72
Tablo 4 : 4.Aşama Çözüm Tablosu..... 80
Tablo 5 : 5.Aşama Çözüm Tablosu..... 86
Tablo 6 : 6.Aşama Çözüm Tablosu..... 89

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1 : Stok Bulundurma ve Stok Bulundurmama Maliyetleri.....10
Şekil 2 : Toplam Maliyet Eğrisi.....11
Şekil 3 : Sürekli Kontrol Sistemine Göre Stok Kontrolünün Elemanları.....13
Şekil 4 : Sabit Aralıklarla Sipariş Verme Sistemine Göre Stok Kontrolünün Elemanları.....14
Şekil 5 : N Aşamalı Bir Problemin İleriye Doğru Çözüm Süreci.....24
Şekil 6 : Dört Aşamalı Bir Karar Probleminin Dinamik Programlama ile İleriye Doğru Çözüm Yolu.....25
Şekil 7 : N Aşamalı Bir Problemin Geriye Doğru Çözüm Süreci.....26
Şekil 8 : Dört Aşamalı Bir Karar Probleminin Dinamik Programlama ile Geriye Doğru Çözüm Yolu.....27
Şekil 9 : Deterministik Dinamik Programlama İçin Temel Yapı 30
Şekil 10 : Stokastik Dinamik Programlama İçin Temel Yapı 32

GİRİŞ

Günümüzün yoğun rekabet koşullarında, işletmeler kaynaklarını etkin bir şekilde kullanmaya yönelmektedirler. İşletmelerin kaynaklarını etkin bir şekilde kullanmada karşılaştıkları sorunlardan biri de stok planlaması konusunda ortaya çıkmaktadır.

Ticari işletmelerin temel amacı olan kârın arttırılabilmesi, maliyetlerin azaltılmasıyla yakından ilintilidir. Bilindiği gibi, genel maliyetler içinde işletmenin denetim altında tutabileceği maliyetlerden biri de stok maliyetidir. İşletmeler, stok maliyetini enazlamaya çalışırken, elde bulundurulması gerekli stok miktarını da gözardı etmemelidir. Bunu yaparken, birtakım ek maliyetlere yol açılmamasını da sağlamalıdır. Bu nedenlerle, stok planlaması yapılırken sipariş miktarının optimum kılınması konusuna odaklanılmalıdır.

Stok planlamasında kullanılabilecek sayısal tekniklerden biri de dinamik programlama tekniğidir. Dinamik programlama, çok aşamalı bir şekilde ifade edilebilecek özelliklere sahip problemlerin çözümünde kullanılabilmektedir.

Bu çalışmada amaç, sayısal karar alma tekniklerinden dinamik programlama tekniğinin tanıtılarak, bu tekniğin işletmelerin stok planlama sorunlarının çözümünde nasıl kullanılabileceğinin, bir işletme örneği yardımıyla açıklanmasıdır.

Birinci bölümde stok kavramı, stok yönetimi ve önemi, stoklara ilişkin maliyetler ile yöneylem araştırması kapsamında kullanılan stok kontrol sistemleri hakkında bilgi verilmeye çalışılmıştır.

İkinci bölümde dinamik programlama ve özellikleri, dinamik programlamada kullanılan kavramlar, dinamik programlamanın matematiksel gösterimi ile çözüm

yolları ve dinamik programlama türleri açıklanmaya çalışılmıştır. Yine bu bölümde uygulamada kullanılan stok planlamaya ilişkin dinamik programlama modeli sunulmuştur.

Üçüncü bölümde ise uygulama yapılan işletme hakkında tanıtıcı bilgiler verildikten sonra, işletmeden alınan veriler doğrultusunda, stok planlamaya ilişkin dinamik programlama modeli kurularak, problem MS Excel programı ile çözümlenmiş ve sonuçlar yorumlanmaya çalışılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

STOK VE STOK YÖNETİMİ

1. STOK KAVRAMI*

İşletme literatüründe stok kavramı için çeşitli tanımlar verilmiştir. Bunlardan bazıları aşağıda verilmeye çalışılmıştır.

İşletmelerin üretimde kullanmak amacıyla aldıkları ham madde ve malzemeler, üretimi tamamlanmamış yarı mamüller ile pazarlamasını yapmak üzere aldıkları tamamlanmış ürünler mevcudu, stok olarak tanımlanmaktadır. Stok; mevcut veya gelecekte ortaya çıkabilecek ihtiyaçları karşılamak amacıyla depolanan malzeme ya da üretimin aksamaması ve verimli olarak yürütülmesini sağlamak amacıyla işletmenin elinde bulundurduğu fiziksel mal varlığıdır[1].

Başka bir ifade ile stoklar; bir işletmenin, faaliyet dönemi içinde satmak amacıyla elinde bulundurduğu mallar ile satışa sunulacak mal ve hizmetlerin üretiminde

---

* Bazı kaynaklarda stok yerine, İngilizce'deki Inventory sözcüğünden türetilen envanter kelimesinin kullanıldığı görülmektedir. Fakat muhasebe biliminde envanter; "bir işletmenin sahip olduğu alacak ve borçların miktar ve değerini kesin olarak ve dökümlü biçimde tespit etmek ve bulunan sonuçlara göre gereken ayarlama ve düzeltme kayıtlarını yaparak hesapların, gerçek değerleri yansıtmasını sağlamaktır" şeklinde bir süreci tanımlamaktadır. Bu tanıma göre fiziksel sayım, değerleme ve kayıtları kapsayan bir süreç anlamına geldiği için, bu çalışmada envanter yerine *stok* biçiminin kullanılması benimsenmiştir.

[1] M.Hulusi Demir ve Şevkinaz Gümüşoğlu, **Üretim Yönetimi** (İstanbul:Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 1998), s.539.

tüketilecek olan, üretim safhasındaki malları içermektedir[2]. Üretim safhasındaki bu mallar yarı mamül olarak adlandırılmaktadır.

Bir üretim sisteminde üretilen mamule dolaysız veya dolaylı olarak katılan bütün fiziksel varlıklar ve mamulün kendisi stok kavramı içinde düşünülebilir. Stoklar söz konusu varlıkların miktarları veya parasal değeri ile ölçülmektedir[3].

Stoklar,

(a) işletme faaliyetleri içinde satılmak için elde bulundurulan,

(b) böyle bir satışa yönelik imalat aşamasında bulunan veya

(c) satılacak mal ve hizmetlerin üretiminde tüketilecek olan, fiziki varlıklardır.

İşletme, satmak , yeni malların üretiminde kullanmak ya da diğer çalışmalarında tüketmek üzere bazı maddeleri önceden edinmek ve elde tutmak durumundadır. Bu maddelere genel olarak "stok" adı verilmektedir[4].

Tüm bu tanımlamaların özde ifade ettiği; işletmelerin niteliğine göre farklılık göstermekle birlikte her işletmede elde bulundurulan fiziksel malların stok kavramı içinde düşünülebileceğidir.

2. STOK YÖNETİMİ VE STOK YÖNETİMİNİN ÖNEMİ

Son yıllarda çalışma sermayesi üzerindeki artan baskı, hiç stok tutmama ya da çok az stok tutma konusunu gündeme getirmiştir. Ancak üretimin kesilmesi, talep ve üretime ilişkin belirsizlikler ve mevsimsel değişmeler gibi etkiler nedeni ile hiç stok tutmama kararı, riskli olabilmektedir. Stok, işletmenin birbiri ile ilişkili olan, satın alma, üretim ve dağıtım işlevlerinin uyum içinde ve başarılı bir şekilde yürütülmesine

---

[2] Ersin Güredin, **Denetim** (İstanbul:Avcıol Matbaası, 1990), s.275.
[3] Bülent Kobu, **Üretim Yönetimi** (Onuncu basım. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın, 1998) s.292.
[4] Orhan Sevilengül, **Genel Muhasebe** (Ankara: Lazer Ofset Matbaa Tesisleri, 1995) s.265.

yardımcı olmaktadır. Bu nedenle işletmelerin faaliyetlerini etkin bir biçimde yürütebilmeleri için belirli miktarda stok bulundurmaları da gerekli görülmektedir[5].

Stok bulundurmanın işletmeler açısından taşıdığı önem iki noktada ele alınabilir. İlki; işletmelerin rekabet stratejisinin önemli bir elemanı kabul edilen, müşteri talebini hızla karşılayabilme imkanını sağlayabilmesidir. Üretim işletmelerinde ham madde stoku ya da yarı mamul stokunun varlığı, üretim devrinin, stoksuz olma durumundan daha kısa sürede tamamlanmasını sağlayabilecektir. Tamamlanmış mal stokunun varlığı ise özellikle ticaret işletmelerinde pazarlama ve dağıtım işlevinin etkinliği açısından önemli görülmektedir. Stokun işletmeler için taşıdığı önemin diğer nedeni; birçok işletmede stokların, işletme varlıkları içinde önemli bir paya sahip olmaları ve stokların kontrol edilebilir olduğunun düşünülmesidir[6]. Stokların kontrol edilebilir olması ile anlatılmak istenen, elde bulundurulacak stok miktarı ve bu stoka yatırılacak değerin işletme tarafından belirlenebiliyor olmasıdır.

Cari kullanım için gerekli olandan daha fazla bir alım, toplam maliyetin düşmesini veya fazla alımlarda satıcı firmaların uyguladığı iskontolardan yararlanılmasını sağlayabilir. Benzer şekilde bir mala ilişkin talebin değişken olduğu veya mevsimsel farklılıklar gösterdiği biliniyorsa, işletme için üretim veya satış düzeyinin gerektireceği miktarın üzerinde bir stok, daha ekonomik olabilmektedir[7].

Stok bulundurma, belirtilen faydaları sağlamakla birlikte, depolama ve yükleme-boşaltma maliyetlerini de kapsayan, stok bulundurmanın toplam maliyetleri ile stoklara yatırılan sermayeden kaynaklanan alternatif maliyete (fırsat maliyetine) de neden olabilecektir. Bu noktada, stokların kontrolü ve yönetimi de önemli bir konu olmaktadır. Stoklara yapılacak ilaveler sonucu sağlanan yararlar, bu ilaveleri bulundurmanın toplam maliyetinden fazla olduğu sürece stokun da arttırılması akılcı görülür. Elde edilecek

---

[5] İbrahim Doğan, **Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları** (İkinci basım. İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi, 1995), s.474.
[6] James B.Dilworth, **Production and Operations Management** (Fifth Edition. Singapore: Mcgraw-Hill Book Co.,1993) s.217.
[7] Doğan, **a.g.e.**,s.475.

sonuç, gerçek yararların tahminine, ek stok bulundurmanın maliyetine ve stok kontrolünün etkinliğine dayanmaktadır[8].

Stoklar birçok işletmede, toplam aktiflerin ve dönen varlıkların önemli bir bölümünü oluşturmasına rağmen , likiditesi diğer dönen varlıklarla karşılaştırıldığında daha düşüktür. Bu nedenle stok yönetiminde yapılan hataların düzeltilmesi zaman almaktadır. Stok yönetiminde doğru kararlar vermenin önemi bu noktada da kendini göstermektedir. Verilecek karar; stok bulundurmanın sağlayacağı yarar ile neden olacağı maliyet arasındaki farkı maksimize edecek sipariş veya üretim miktarının belirlenmesi ile ilgili olacaktır. Bir işletme açısından stoklara yapılan yatırımın optimum tutarda bulunup bulunmadığının saptanması, stok tutmanın gerektirdiği maliyetler ve taşıdığı risk ile, stok bulundurmanın sağlayacağı faydaların dengelenmesini gerekli kılmaktadır. Stok tutmanın sağlayacağı ek yarar ve gerektireceği maliyet arasında denge sağlandıktan sonra, stoklara yapılan yatırıma devam etmek maliyetleri arttırıp dengeyi bozacağından rasyonel bir yaklaşım olmayacaktır[9].

Stok planlama ve kontrolünün temelini stoklara ilişkin maliyetlerin neler olduğunun bilinmesi oluşturmaktadır.

3. STOKLARA İLİŞKİN MALİYETLER

İşletmelerin uygulayacakları stok kontrol modellerinin amacı; stok bulundurmanın sağlayacağı faydayı maksimum kılarken, karşılamak zorunda kalacakları stok maliyetini de minimum yapacak stok miktarının belirlenmesidir. Bu nedenle öncelikle bu maliyet unsurlarının neler olduğunu incelemek faydalı olacaktır.

---

[8] James C.Van Horne (Çev.: Osman Tekok ve diğerleri) **Finansal Yönetim ve Politikaları** (Cilt:2 Ankara: İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayını,1979), s.118-119.

[9] Öztin Akgüç, **Finansal Yönetim** (Yedinci Basım. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın, 1998), s.290.

3.1. Satın Alma Maliyeti :

Üretimde kullanılmak üzere alınacak ham madde ve malzeme veya doğrudan satmak amacıyla alınacak mallar için, satın alınan kaynağa ödenen fiyat olarak tanımlanabilir[10]. Bu maliyet özellikle belirli bir miktar üzerindeki alımlar için uygulanan miktar iskontosu ya da fiyat kırma durumu söz konusu olduğunda önem kazanmaktadır. Sipariş miktarı bu fiyat kırma avantajından yararlanmak için ayarlanabilir.[11]

3.2. Hazırlık Maliyeti :

Bazı kaynaklarda "sipariş maliyeti" olarak da isimlendirilen bu maliyet; üretim işletmelerinde, her yeni üretim hazırlığından önce, ticaret işletmelerinde ise her yeni sipariş verilmesinden önce ortaya çıkan maliyet unsurları ile ilişkilendirilmektedir. Her sipariş için sabit bir değerde olup sipariş miktarından bağımsız olduğu varsayılır. Bu nedenle bir kerede sipariş edilen miktar arttıkça birim başına hazırlık maliyeti azalma gösterecektir[12].

Ticaret ve üretim işletmeleri açısından ayrı ayrı ele alındığında, hazırlık maliyeti kapsamında aşağıda belirtilen maliyetler sıralanabilir.

- Sipariş Verme Maliyetleri: Yeni bir sipariş verilmesi durumunda ortaya çıkan maliyetler olup ve şu öğeleri içermektedir;
- Sipariş niceliğinin belirlenmesi için gereken işlem maliyeti
- Satıcı işletmeler arasında araştırma yapılması
- Talep formlarını hazırlama ve işleme koyma maliyetleri
- Malzeme kayıt kartlarında gerekli bilgilerin gösterilmesi
- Telefon giderleri

---

[10] Ahmet Öztürk, **Yöneylem Araştırması** (Beşinci basım. Bursa:Ekin Kitabevi Yayınları, 1997), s.332

[11] Osman Halaç, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri** (Beşinci basım. İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım, 2001), s.281.

[12] Roberta S. Russell and Bernard W. Taylor, **Operation Management**, (Third Edition. U.S.A.: Prentice-Hall Inc., 2000) s.591.

- Sipariş izleme ve ulaştırma maliyetleri
- Teslim alma, boşaltma ve kontrol etme maliyetleri

• Üretime Başlatma Maliyetleri: Üretim işletmelerinde, yeni bir üretim öncesinde ortaya çıkabilecek maliyetlerdir ve şu öğeleri kapsar;
- Süreci hazırlama maliyetleri (gerekli makine ve araçların hazırlanması, aletlerin değiştirilmesi vb.)
- Operatöre gerekli bilgilerin verilmesi ve işin doğru yapılıp yapılmadığının denetlenmesi
- Genellikle yeni üretimin başında oluşan dökümtüler
- Gerekli üretim ve kontrol işlemleri için yapılan yazışmalar
- İş programının düzenlenmesi
- Gönderme (ulaştırma) ve muhasebe işlemleri[13]

3.3. Elde Bulundurma (Stok Tutma) Maliyeti:

İşletmelerin, satıncaya veya kullanıncaya kadar işletmesinde bulundurduğu stoklarla ilişkili olan tüm maliyetleri kapsamaktadır[14]. Stoklara yatırılan nakitler kredili olarak alındığında bir faiz maliyeti ile karşılaşılır. Diğer yandan eldeki nakit stoklara yatırılırsa, başka alanlardaki gelir getirici yatırımlarda kullanılamayacaktır. Bu durumda stoka yatırılan sermayenin alternatif maliyeti (fırsat maliyeti) ile karşılaşılır. Alternatif maliyet (fırsat maliyeti) genel olarak, herhangi bir alana yapılan yatırım ile bu yatırımı başka bir alana yaparak elde edilebilecek gelirden vazgeçme biçiminde tanımlanabilir[15]. Elde bulundurma maliyetinin oluşmasına yol açan diğer nedenler de şu şekilde sıralanabilir:

- Stoklanan malın fiziksel bozulma, yıpranma veya moda dışı kalması durumunda karşılaşılan kayıplar,

---

[13] Demir ve Gümüşoğlu, **a.g.e.** , s.545-546.
[14] Frederic S.Hillier and Gerald J.Lieberman, **Introduction to Operation Research**, (Sixth Edition: Singapore: McGraw-Hill Book Co.,1995) s.759.
[15] http://www.dpt.gov.tr/dptweb/ekutup96/prjplan/prj8.html 18.08.2002

- Stokların bakım, onarım, işleme, kayıt ve sayımı ile ilgili maliyetler,
- Sigorta maliyetleri: Stokların karşılaşacakları risklere karşı sigorta edilmesi için katlanılan maliyetler,
- Depo yerinin maliyeti: Kira, aydınlatma, ısıtma veya soğutma vb. giderler[16].

3.4. Elde Bulundurmama (Stoksuzluk veya Stok Tükenme) Maliyeti:

Talep mevcut stok miktarını aştığı zaman, karşılanamayan talep sebebi ile maruz kalınacak maliyet unsurlarını kapsamaktadır. Stok bulundurmamanın neden olacağı, kayıplar, zararlar diğer bir ifade ile stoksuz olmanın maliyeti şu noktalarda toplanabilir:

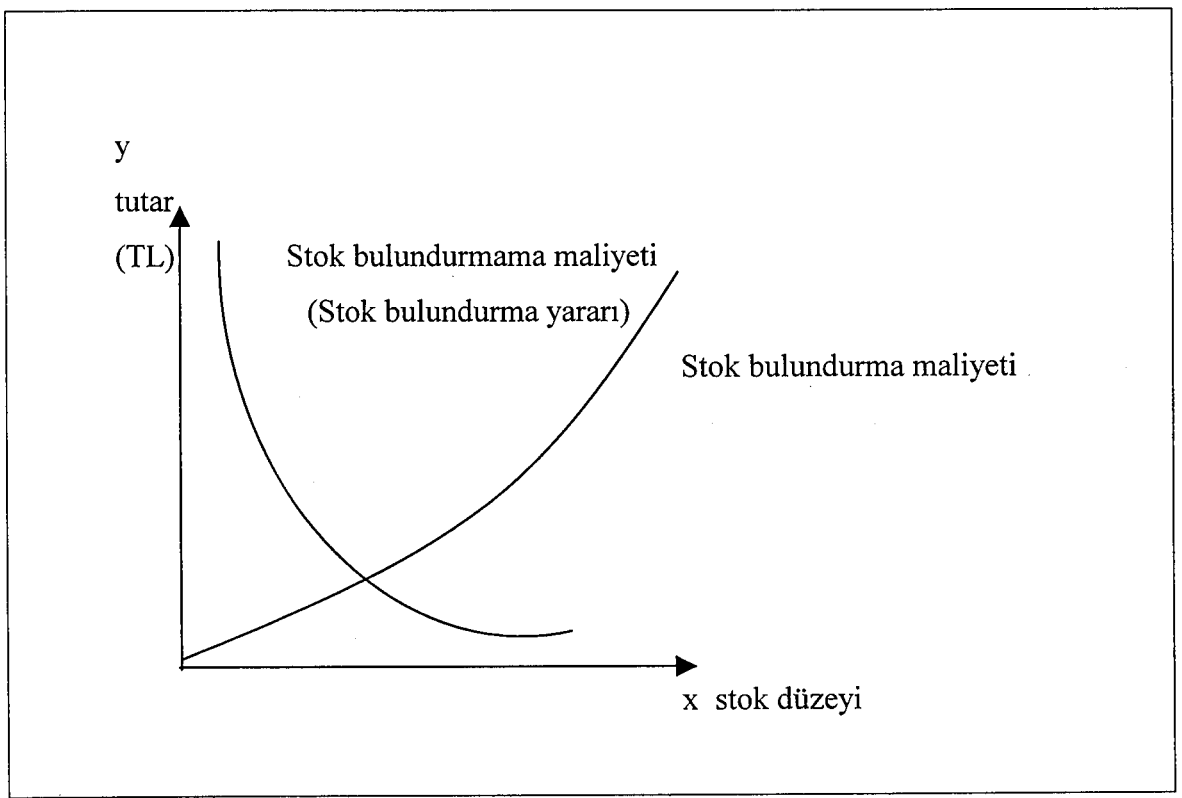
1. Tamamlanmış mal (mamul) stokunun yetersizliği nedeniyle, kârlı satış fırsatlarının kaçırılması
2. Hammadde yetersizliği nedeniyle üretimin durması veya kesintiye uğramasının sebep olacağı maliyetler (işçi çıkarma tazminatı, boş zaman için işçilere ödenen ücretler, üretimin yeniden programlanmasının gerektirdiği ek maliyetler, yeni alınacak işçilerin eğitim maliyetleri, ilave satın alma ve nakliye maliyetleri gibi)
3. Müşteri siparişlerinin zamanında yerine getirilememesi nedeniyle, sözleşmelerde öngörülmüş ise, tazminat, zarar ve ziyan ödemeleri
4. Müşterilerin güveninin kaybedilmesi sonucunda müşterilerin rakip firmalara kaptırılması
5. Mevcut ihtiyaçtan daha fazla mal alarak, satıcı işletmelerin uyguladıkları miktar iskontolarından yararlanmamanın getirdiği, avantajlı alış fırsatlarının kaçırılması.[17]

Stok yetersizliğinin neden olduğu zarar ve kayıplar veya stok tutmanın sağlayacağı yararlar, stok miktarındaki artış ile birlikte artma eğilimi gösterirken, stok

[16] Demir ve Gümüşoğlu, **a.g.e.**, s.547.
[17] Akgüç, **a.g.e.** , s.292.

tutma maliyetlerinin stok artışından daha hızlı olarak arttığı kabul edilir. Stok tutma veya tutmama maliyetleri toplamının en düşük olduğu düzey optimal stok tutarını verir. Bu durumda, optimal stok miktarı, stokta bir birim artışın getireceği maliyetin, sağlayacağı yarara eşit olduğu noktada belirlenir.

Şekil 1'de, stok bulundurma ve stok yetersizliğinin oluşturacağı maliyetlerin (veya stok bulundurmanın sağlayacağı yararın) stok düzeyi yükseldikçe alacakları şekil gösterilmiştir.

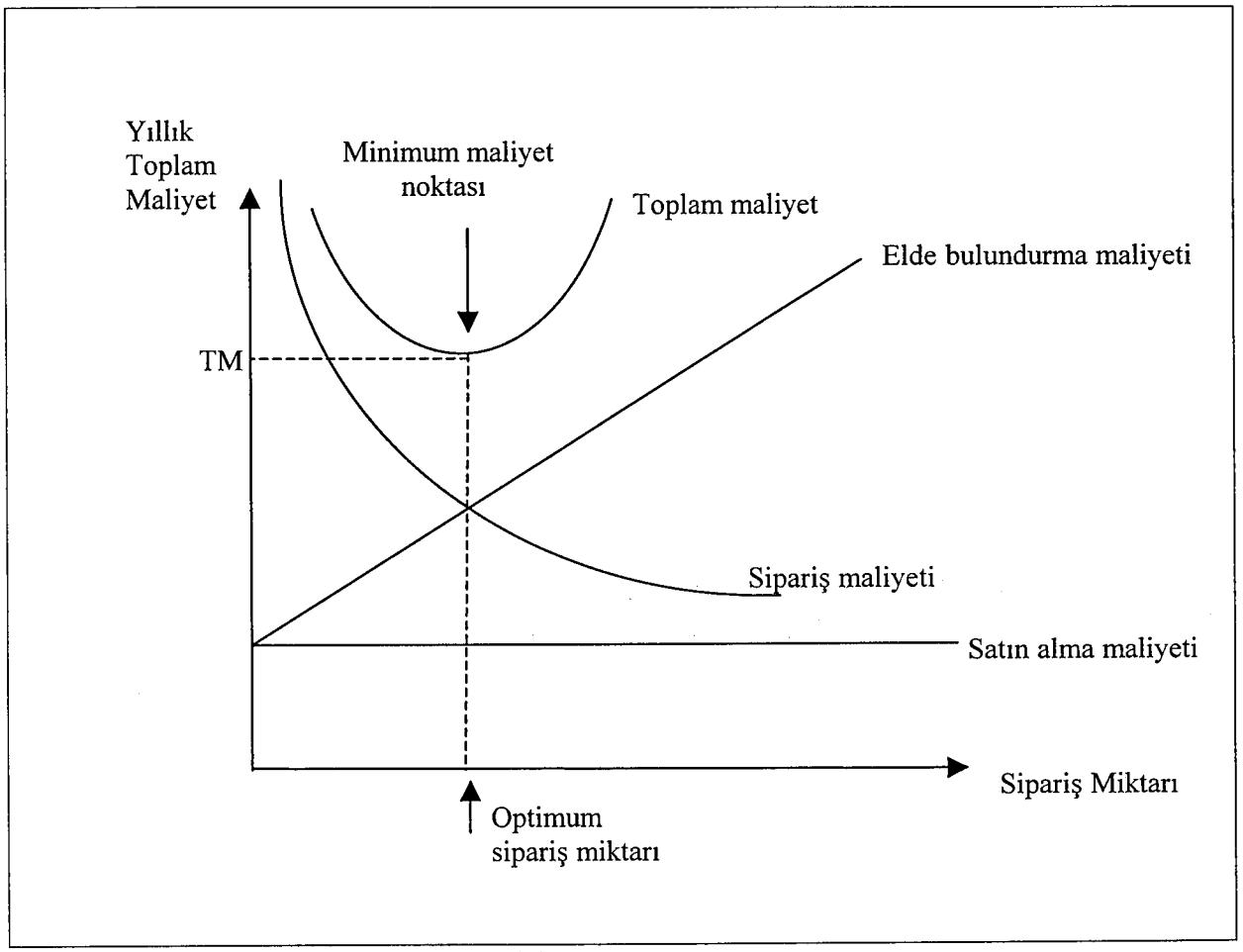


Şekil 1: Stok Bulundurma ve Stok Bulundurmama Maliyetleri
Kaynak: Öztin Akgüç, **Finansal Yönetim**, 1998, s.293

İşletmenin stok düzeyi yükseldikçe, stok bulundurma maliyetleri artacak; buna karşılık stok bulundurmamanın veya yeterince stoka sahip olmamanın doğuracağı maliyet ve kayıplar (stok bulundurmanın sağlayacağı yararlar) giderek azalacaktır. Stok yetersizliğinin veya stok bulundurmamanın doğuracağı kayıpların, zararların, stok

bulundurmanın sağlayacağı yararlara eşit olduğu noktada işletme de optimum stok düzeyine ulaşmış olacaktır[18].

Açıklanmaya çalışılan maliyet unsurlarının toplu halde gösterildiği grafik **Şekil 2**'de verilmiştir.



Şekil 2: Toplam Maliyet Eğrisi

Kaynak: Ahmet Öztürk, **Yöneylem Araştırması**,1997, s.335

4. STOK KONTROL SİSTEMLERİ

Stok kontrol sistemleri, genel olarak iki ana başlık altında incelenebilmektedir. Bunlar;

1) Sürekli Stok Kontrol Sistemi (Q Sistemi)
2) Periyodik Stok Kontrol Sistemi (P Sistemi)

---

[18] Akgüç, **a.g.e.**, s.294-295.

4.1. Sürekli Stok Kontrol Sistemi (Q Sistemi)

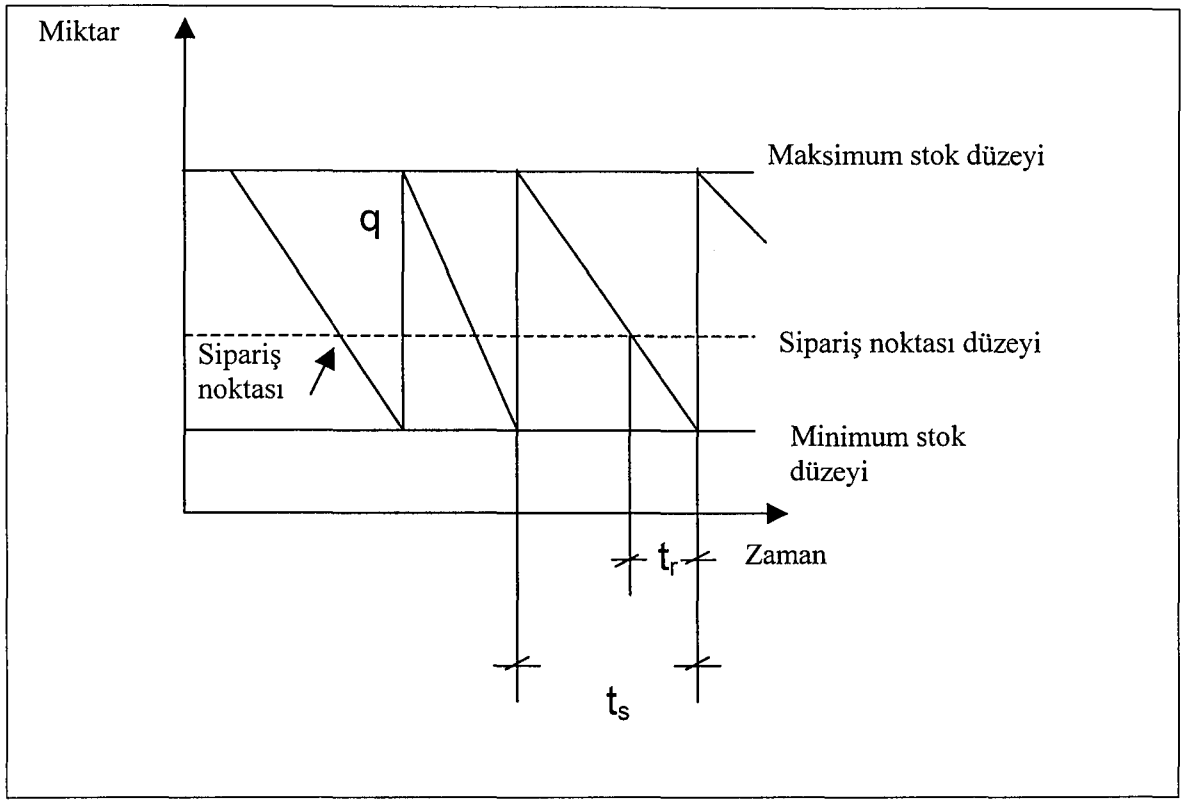
Literatürde "Sabit Sipariş Miktarı Sistemi" ya da "Yeniden Sipariş Verme Noktası Sistemi" olarak da bahsedilen bu sistemde, stoktaki hareketler (azalmalar) sürekli olarak izlenir. Stoklar içinde yer alan her stok kalemi için devamlı bir gözlem ve kayıt sözkonusudur. Uygulamada bu izleme, stoklardan her mal çıktığı zamandan daha sık (örneğin günlük olarak) gerçekleştirilir ve gözlem sonucunda yeniden sipariş verme zamanının gelip gelmediğine karar verilir. Bilgisayarlardaki gelişmeler ve yazarkasaların stok kayıtları ile olan bağlantısı, sürekli gözden geçirmeyi kolaylaştırmaktadır. Her gözden geçirme sonunda stoktaki kalemlerin durumu hakkında bir karar verilir. Stok durumunun ölçüsü, stokta yer alan kalemlerin, gelecekteki talepleri karşılayabilme kabiliyeti olarak düşünülmektedir. Stok durumu; mevcut stok + planlanan alımlar – geçmiş siparişler biçiminde bulunur. Stok durumu önceden belirlenen bir seviyeye ulaştığında (ki bu nokta yeniden sipariş verme noktası olarak adlandırılır) sabit miktarda bir sipariş verilir. Sürekli gözden geçirmeli sistemde sipariş miktarının sabit olmasına karşın siparişler arasındaki süre değişmektedir. Toplam maliyetleri minimum kılan bu sabit miktar yöneylem araştırması çalışmalarında Ekonomik Sipariş Miktarı olarak da adlandırılmaktadır[19].

Şekil 3'de yer alan grafikte gösterilmeye çalışıldığı gibi, sipariş süresi (t_s) her periyod için değişiktir. Bununla birlikte sipariş noktası düzeyi belirli ve sabit olduğu gibi sipariş miktarı (q) da sabittir. Grafikte (t_r) ile gösterilen aralık ise her periyoddaki tedarik süresini (siparişin verilmesi ile siparişin gelmesi arasında geçen süre) ifade etmektedir[20].

---

[19] Lee J.Krajewski and Larry P.Ritzman, **Operations Management** (Fourth Edition. U.S.A.: Addison-Wesley Publishing Company, 1996) s.549.

[20] Kobu, **a.g.e.**, s.302.



Şekil 3: Sürekli Stok Kontrol Sistemine Göre Stok Kontrolünün Elemanları

Kaynak: Bülent Kobu, **Üretim Yönetimi**, 1999, s.303

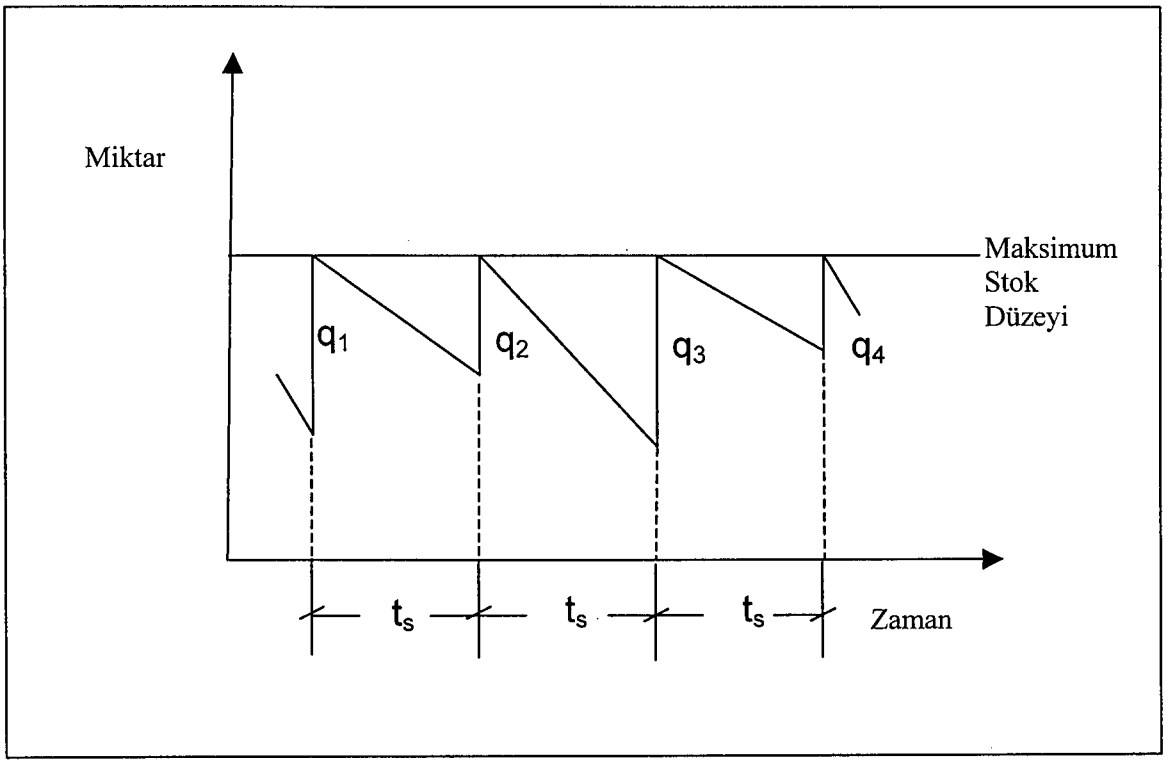
Bu sistemin olumlu özelliği, stok seviyesinin devamlı izlenmesi ve bunun sonucu olarak yönetimin, stok durumundan her zaman haberdar olmasıdır. Bu avantaj hammadde ve malzeme gibi kritik stok kalemleri için önemlidir. Bununla birlikte mevcut stokun sürekli gözlenip kaydedilmesi daha maliyetli olabilmektedir[21].

4.2. Periyodik Stok Kontrol Sistemi (P Sistemi)

Bazı kaynaklarda "Sabit Aralıklarla Sipariş Verme Sistemi" olarak da kullanılan bu sistemde, elde bulunan stok miktarı, her hafta veya her ay sonu gibi belirli zaman aralıklarındaki sayım sonucu belirlenmektedir. Bu belirleme sonunda ihtiyaç duyulan stok miktarı kadar sipariş verilir. Verilecek sipariş miktarı dönemler arasında değişiklik

[21] Russell and Taylor , **a.g.e.** , s.592.

gösterebilirken dönemler arasındaki süre sabit bir süredir[22]. Bu sistemin özelliklerin yansıtması açısında **Şekil 4**'de yer alan grafik yararlı olacaktır.



Şekil 4: Sabit Aralıklarla Sipariş Verme Sistemine Göre Stok Kontrolünün Elemanları

Kaynak: Bülent Kobu, **Üretim Yönetimi**, 1999, s.303

Grafikten de görüleceği gibi siparişler arasındaki süre (t_s) sabit olmakla beraber, her periyoda verilecek sipariş miktarları q_1, q_2, q_3, ..., gibi farklı değerler alabilmektedir.

Yöneylem Araştırması kaynaklarında yukarıda sözü edilen iki sistem kapsamında kullanılan, farklı matematiksel modeller bulunmaktadır. İşletmelerin büyüklüğüne, işletme tipine, hangi kısıtlar altında faaliyet gösterdiğine bağlı olarak bu modellerden faydalanılabilir. Bu çalışmada sözü edilen matematiksel modellerin ayrıntılarına girilmemiş, izleyen bölümlerde stok planlamasının dinamik programlama yardımı ile yapılmasına ilişkin bilgiler verilmeye çalışılmıştır.

---

[22] **Aynı**, s.594.

İKİNCİ BÖLÜM

STOK KONTROLÜNDE DİNAMİK PROGRAMLAMA

1.DİNAMİK PROGRAMLAMA VE ÖZELLİKLERİ

Dinamik Programlama; sistematik çalışmaları Richard Bellman ile başlayan bir optimizasyon tekniğidir.

Dinamik Programlama; çözümü güç olabilecek büyük bir problemi daha küçük alt problemlere ayrıştırarak, çözümde kolaylık sağlayan bir optimizasyon tekniği olarak tanımlanabilir[23]. Dinamik programlamanın bir probleme uygulanabilmesi için, söz konusu problemin, biri diğeri ile bağlantılı alt problemlere ayrılabilme özelliğinde olması gerekir. Böylesi bir problem için geliştirilecek karar modeli, bütüne bağlı (alt) karar modelleri biçiminde ele alınabilir[24]. Bilindiği gibi karar; herhangi bir süreçte aşamaları tamamlama ile ilgili seçenekler arasından bir seçim yapılması işlemi olarak tanımlanmaktadır. Model ise fiziksel bir varlığın, genel özelliklerini temsil eden farklı boyuttaki kopyası biçiminde tanımlanabilir. Bununla birlikte fiziki bir temsil imkanı

---

[23] David R. Anderson, Dennis J.Sweeney and Thomas A.Williams, **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making** (Ninth Edition. U.S.A.: South-Western College Publishing,2000), s.821.

[24] Richard I.Levin, C.A.Kirkpatrick, and D.S.Rubin, **Quantitative Approaches to Management** (Fifth Edition, Tokyo: McGraw-Hill International Book Company, 1982), s.523.

olmayan sistemlerin modeli matematiksel sembollerle gösterilmekte ve matematiksel model adını almaktadır. Bu ifadeler ışığında, belirli bir amaca ulaşmak için, var olan farklı seçenekler arasından bir seçim yapılmasına yönelik modeller de karar modeli olarak tanımlanmaktadır[25]. Bu bağlamda dinamik programlama, birbiri ile ilişkili kararlar serisini çözmede kullanılan sayısal bir tekniktir.

Koşulların zaman süreci içinde değiştiği ve bu koşulların verilecek kararlar üzerinde önemli etkilerinin olduğu biliniyorsa, dinamik programlama modellerine ihtiyaç duyulur. Dinamik programlamada, mevcut sistem birbiri ardından işlem gören parçalara ayrılmakta ve ardışık iki işlem arasında fonksiyonel bir bağıntı kurulması yoluna gidilmektedir[26].

Bu teknik daha çok birbirleri ile ilişkili bir dizi kararlar almayı gerektirdiğinden işlemler yineleme denklemleri kullanılarak yapılmaktadır. Yineleme denklemi ile optimizasyonda; optimizasyon bir önceki kararın içerdiği bilgilerden yararlanarak adım adım gerçekleştirilir. Her adımda bulunan çözüm kendi başına problemin çözümü olmayıp optimal çözümün bir parçasını belirleyen bilgiyi içermektedir[27]. Her alt problemde verilen karar bir sonrasında verilen kararı etkileyeceğinden, her alt problemde verilen karar; sadece o alt probleme olan etkileri değil; aynı zamanda sonraki bütün alt problemlere olan etkileri de göz önüne almalıdır. Alt problemler birbiri ile bağlantılı olduğundan bir sonraki alt problem için gereken bilgi bir önceki alt problemden çıkarılan bilgi olacaktır.[28]

Dinamik programlamada, n değişkenli bir problemin optimum çözümü, problemi n aşamaya ayrıştırarak ve her aşamada tek değişkenli bir altproblemi çözerek belirlendiğinden, problemin çözümünde bir hesaplama avantajı sağlanacaktır. Bununla ifade edilmek istenen; n değişkenli alt problemler yerine tek değişkenli altproblemlerin optimum kılınacak olmasıdır. Optimizasyon problemine bağlı olarak aşamaların yapısı farklılıklar gösterdiğinden, dinamik programlama her bir aşamayı optimum kılmak için

---

[25] Yılmaz Tulunay, **Matematik Programlama** (İstanbul: Sermet Matbaası,1980), s.2-3.
[26] İlhami Karayalçın, **Yöneylem "Harekat Araştırması" Operation Research** (Üçüncü basım. İstanbul: Menteş Kitabevi, 1993), s.243.
[27] Halaç, **a.g.e.**, s.157.
[28] Doğan, **a.g.e.** s.511-512.

gereken hesaplamaların ayrıntısını vermez. Bu ayrıntılar problem çözücü tarafından doğaçlama olarak gerçekleştirilip tasarlanır. Son alt problem çözüldüğünde, problemin tamamının optimum çözümüne ulaşılmış olunur. Yinelenen hesaplamaların uygulanma biçimi orijinal problemin nasıl ayrıştırıldığına bağlıdır. Altproblemler bazı ortak kısıtlarla birbirleriyle ilişkilendirildikleri için bir altproblemden bir sonrakine ilerledikçe bu kısıtların uygunluğuna dikkat etmek zorunludur[29].

Bilindiği gibi bir problemin çözümüne, genellikle uygun bir matematik modelin kurulmasından sonra geçilmektedir. Modelin kurulması sırasında amaç denklemi ve sınırlayıcı koşulların seçilmesi, değişkenlerin sayı ve özellikleri, yapılacak varsayımlar büyük ölçüde modeli kuranların bilgi ve deneyimlerine bağlı olmaktadır. Benzer bağımlılık modelin çözümü sırasında da sözkonusudur. Çözüme geçmeden önce, birçok durumda, problemin yeniden düzenlenmesine ve kullanılacak çözüm yoluna uyarlanması ya da bazı değişken dönüşümü işlemlerinin yapılmasına gerek duyulmaktadır. Dinamik programlama da böyle bir dönüşüm ile ilgilidir. Burada, ele alınan problemler bir bütün olarak değil, daha az sayıda değişkenler içeren küçük problemlere dönüştürülür. Bu amaçla çok kademeli bir karar süreci tek kademeli problemler dizisine çevrilebilir. Yani optimize edilmesi istenen bir problem, adım adım optimize edilecek daha küçük ve tek değişkenli problemlere ayrılabilir. Sözü edilen bu dönüşümlerin esasını Richard Bellman'ın ifade ettiği şu ilke belirlemektedir. "Bir optimum kararlar kümesinin özelliği, ilk verilen karar ne olursa olsun, geri kalan kararların ilk verilen kararın sonucuna göre optimum olması gereğidir".

n değişkenli herhangi bir fonksiyon ayrılabilir bir fonksiyon ise bu;

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = f(x_1) + f(x_2) + ... + f(x_n)$$

şeklinde tek değişkenli n fonksiyon toplamı olarak yazılabilmektedir. Kaba bir yaklaşım olmakla birlikte, bir problemin çözümü için gerekli işlem sayısının değişken sayısı ile üstel, alt problem sayısı ile de doğrusal olarak arttığı söylenir. Bu sebeple, n değişkenli ayrılabilir bir fonksiyonun, n tek değişkenli fonksiyon olarak ele alınması ile işlem sayısında önemli ölçüde azalma sağlanabilir. Yani böyle bir problemin dinamik programlama yaklaşımı ile ele alınması büyük ölçüde hesap kolaylığı getirecektir.

---

[29] Hamdy A.Taha, **Yöneylem Araştırması 6. Basımdan Çeviri** Çeviren:Ş.Alp Baray-Şakir Esnaf (İstanbul:2000), s.403.

Dinamik programlamada doğrusallık koşulu aranmadığı gibi sistemin bir bütün olarak düşünülmesi de gerekmemektedir. Bunun yerine, sistem, birbirini izleyen işlemler olarak ele alınır ve ardışık iki işlem arasında fonksiyonel bir bağıntı kurma yoluna gidilir[30].

Çözüm yolu olarak ilk çözüme problemin son kademesinden başlayıp her defasında bir önceki kademeye geçerek "Geriye Doğru En İyileme" şeklinde olabileceği gibi, problemin ilk kademesi birinci kademe olarak ele alınıp, her defasında izleyen devrelere geçerek "İleriye Doğru En İyileme" şeklinde de olabilir[31]

Dinamik programlama ile bir problemin çözümünde önemli olan unsurlar, problemdeki aşamaları, durumları belirleyip yineleme denklemini oluşturabilmektir[32].

Dinamik programlamanın çözüm tekniği olarak kullanıldığı işletme problemleri arasında, aşağıda sıralanan problemler sayılabilir:

- sermaye bütçeleme problemi
- fiyat stratejisi belirleme problemi
- kargo yükleme problemi
- dağıtım problemi
- yatırım problemi
- üretim kontrol problemi
- stok kontrol problemi [33]

---

[30] Tulunay, **a.g.e**, s.613-614.
[31] Doğan, **a.g.e.**, s.512.
[32] http://www.isl.itu.edu.tr/ya/END332E/dynamiccommoncharacteristics.htm 03.07.2002
[33] Kemal Sezen, **Dinamik Programlama**, (Bursa: Ekin Kitabevi, 1998), s.3.

2.DİNAMİK PROGRAMLAMADA KULLANILAN KAVRAMLAR

2.1.Aşama (Safha-Devre-Kademe):

Dinamik programlamanın en önemli özelliği büyük bir problemi daha küçük alt problemlere ayrıştırması idi. Her alt problem çözümlenmesi gereken bir karar problemi olarak düşünülürse karar verilmesi gereken her nokta aşama olarak tanımlanır. Bu anlamda her alt problem bir aşamaya karşılık gelmektedir[34].

Aşama zaman faktörü olabileceği gibi daha farklı faktörler de olabilir. Örnek olarak maliyeti minimum kılma amaçlı bir yıllık stok planlama modelinde, stok miktarları aylık olarak belirlenirse, burada her ay bir aşama olacaktır. Sınırlı hacimde bir gemiye, her yükün farklı bir gelir sağladığı n çeşit yükün yüklenmesiyle ilgili kargo yükleme problemi ele alınırsa, kârı maksimum kılmak amacıyla hangi yükten ne kadar yüklenmeli karar probleminde, her çeşit yük bir aşamaya karşılık gelecektir[35].

Aşamalar birbiri ile bağlantılı kararlar serisi oluşturmaktadırlar. Bu nedenle her aşamada alınan karar yalnız bir sonraki aşamayı değil, problemin sonuna kadar dahil olan tüm aşamaları etkilemektedir[36].

2.2.Durum:

Herhangi bir aşamadaki durum, daha önceki aşamalarda verilen kararların sonucu olarak tanımlanabilir. Bir aşamada verilen karar, bu aşamadaki değişkenler kümesini yeni bir değişkenler kümesine çevirmektedir[37]. Yeni değişkenler kümesine göre durum da değişecektir. Durum, optimal bir karar vermek için herhangi bir aşamada ihtiyaç duyulan bilgi olarak da düşünülebilir[38].

---

[34] Thomas M.Cook and Robert A.Russell, **Introduction to Management Science** (Second Edition. U.S.A.: Prentice Hall, 1981), s.294.
[35] Taha, **a.g.e.**, s.409.
[36] Aykut Top, **Üretim Sistemleri Analiz ve Planlaması**, (İstanbul: Melissa Matbaacılık, 1994), s.207.
[37] İlhami Karayalçın, **Endüstri Mühendisliği ve Üretim Yönetimi El Kitabı II**, (İstanbul: Çağlayan Kitabevi, 1986), s.391.
[38] Wayne L.Winston, **Operation Research Applications and Algorithms**, (Third Edition. U.S.A.: International Thomson Publishing,1994), s.1010.

Durum kavramını, herbir aşamada sistemin veya değişkenlerin alabileceği değer, başka bir ifade ile bir aşama ve onu izleyen aşamalara dağıtılan kaynaklar biçiminde tanımlamak da mümkündür. Herhangi bir aşamadaki sürecin koşulu olarak da tanımlanan durum kavramı ile incelenen konunun içerdiği tüm bilgiler ve sınırlamalar anlatılır. Sistemin verilen bir durumuna bağlı olarak ortaya çıkan, ilgili aşamadaki eylem seçeneklerine durum değişkenleri adı verilir. Durum kavramı mutlak bir kavram olmayıp, analizin özelliğine bağlıdır. Herhangi bir stok problemi için stok düzeyi, üretim problemi için üretim düzeyi, vs. herhangi bir aşamanın durumunu gösterebilir[39].

2.3.Karar:

Dinamik programlama herhangi bir problem için, mümkün olan koşullar içinde ne yapılacağına karar vermeyi sağlar[40]. Daha önce de belirtildiği gibi karar; problemdeki herhangi bir aşamayı tamamlamak için ilgili alternatifler arasından bir seçim yapılması işlemidir. Belirli bir durum ve aşamada verilen bir karar, sürecin hem durumunu hem de aşamasını değiştirir. Dolayısıyla her karar, geçerli bir durumdan bir sonraki aşamaya bağlı olan duruma geçişi etkilemektedir. Çok aşamalı bir karar süreci aşamalara ayrıldıktan sonra her aşama için bir dönüşüm fonksiyonu oluşturulur. Her aşamada karar verme süreci, o aşamanın seçeneklerinden birinin seçimi ile sonuçlanır. Buna aşama kararı denir. Ayrıca herhangi bir aşamadaki karar optimal ise bu karar problemin optimal çözümünün bir parçası olarak kullanılabilir[41].

2.4.Ardışık En İyileme:

Dinamik programlama yaklaşımında problem aşamalara ayrıştırıldıktan sonra, her aşamada belirli bir optimizasyon amacına bağlı olarak kararlar verilmektedir. Bir aşamada verilen karar tek başına tüm problemin optimum çözümünü temsil etmez.

---

[39] Sezen, **a.g.e.**, s.8.
[40] Doğan, **a.g.e.**, s.527.
[41] Sezen, **a.g.e.**, s.8.

Problemin tamamına ait optimum çözümü elde etmek için, aşama sonuçları birleştirilmektedir. Aşamalar arasındaki bağlantıyı iç içe fonksiyonlar sağlamaktadır. Bu fonksiyonların kullanılması sonucu, her bir aşamada bir önceki aşama (ya da aşamaların) sonuçları birleşerek sonuçta en iyi çözümü veren ardışık kararlar dizisi elde edilmiş olunur[42].

2.5.Dönüşüm fonksiyonları:

Her aşamanın bulunabilecek durumlarında verilebilecek karara göre, bu aşamayı izleyen veya daha önceki aşamanın hangi durumuna gelineceğini belirleyen ilişkilere dönüşüm fonksiyonları denilmektedir[43]. Dönüşüm fonksiyonları çözüm yolunun ileriye veya geriye doğru en iyileme olmasına göre farklılık gösterir.

2.6.Optimal Politika:

Çok aşamalı bir karar sürecinin her karara bağlı, maliyet ve kâr cinsinden bir sonucu vardır. Bu sonuç sürecin aşama ve durumu ile birlikte değişir. Optimal politika sürecin her bir aşaması için verilen kararların bir sırasıdır. Çözüm sıra önceliğine göre bir aşamadan diğerine gidilerek elde edilir ve son aşamaya erişildikten sonra her parametre için değerler belirlenerek işlem tamamlanır. Böylece en uygun politika oluşturulmuş olunur[44].

3.OPTİMALİTE (EN UYGUNLUK) KURAMI

Dinamik programlama tekniklerini kurup geliştirmiş olan Bellman'ın ifadesiyle: "Optimum bir politika o şekilde olmalıdır ki; ilk durum ve ilk karar ne olursa olsun, ondan sonra verilecek kararlar, ilk karardan doğan sonuçlara rağmen optimum bir

---

[42] Halaç, **a.g.e.**, s.162.
[43] Sezen, **a.g.e.**, s.9.
[44] **Aynı**, s.9.

politika oluşturmalıdır. Yani izlenecek çözüm yolu öyledir ki önceki kararlar ne olursa olsun, aşamalarda yine optimum politikayı verir. Örneğin birinci ve ikinci aşamada yanlış kararlar verilse bile üçüncü, dördüncü vb. aşamalarda doğru kararlar verilebilir[45].

4.DİNAMİK PROGRAMLAMA'NIN MATEMATİKSEL GÖSTERİMİ

Dinamik programlama, her aşamadaki sonuç ve erişilmesi amaçlanan optimal sonuç arasında yinelenen ilişkiler kuran bir çözüm yaklaşımıdır. Dinamik programlamada her problem için yinelenen ilişkileri yazmak gereklidir. Bu tür bir denklem bir kez yazılınca, dinamik programlama hesaplamalarını gerçekleştirmek daha kolay olacaktır. Her karar probleminde, problemin özelliğine göre özgün bir model kurulsa da tüm dinamik programlama problemlerinde aşağıdaki genel formülasyona benzer formülasyonlar kullanılır.

N = aşama sayısı

n = geçerli (cari) aşama (n=1,2,..., N)

$n-1$ = bir önceki aşama

s_n = n. aşamada sistemin durumu (yinelenen ilişkileri kapsayan mevcut aşamada sistemin durumu)

s_{n-1} = $n-1$. aşamada sistemin durumu

x_n = n. aşamada, alternatifler arasından alınan karar

x_n^* = s_n durumunda bulunan x_n ler içindeki en iyi değer

$r_n(s_n, x_n)$ = s_n durumundaki x_n kararı benimsendiğinde n aşamasında gerçekleşen kazanım

$f_n(s_n)$ = n aşamasındaki s_n durumundan başlayıp işlemlerin sonuna kadar, her alternatif için gerçekleşen toplam kazanım

$f_n^*(s_n)$ = En iyi toplam kazanım (n aşamasındaki s_n durumundaki en iyi $f_n(s_n)$ değeri)

$f_{n-1}^*(s_{n-1})$ = $n-1$. aşamada elde edilen en iyi toplam kazanım

---

[45] Karayalçın, **a.g.e.**, s.247.

Bu verilere göre yinelenen ilişkileri ele alan dönüşüm fonksiyonu; amaç minimizasyon ve çözüm ileriye doğru en iyileme olduğunda

$f_n^*(s_n) = \min_{x_n}[r_n(s_n, x_n) + f_{n-1}(s_{n-1})]$ biçiminde gösterilirken,

tersine amaç maksimizasyon ve çözüm ileriye doğru en iyileme olduğunda

$f_n^*(s_n) = \max_{x_n}[r_n(s_n, x_n) + f_{n-1}(s_{n-1})]$[46]

biçiminde gösterilebilir.

5.DİNAMİK PROGRAMLAMA ÇÖZÜM YOLLARI

Dinamik programlama yaklaşımı benimsenerek bir karar problemi çözümünde, ileriye doğru veya geriye doğru çözüm yolu izlenebilir. Her iki çözüm yolu tablosal ya da analitik çözüm yolları içerisinde uygulanabilmektedir.

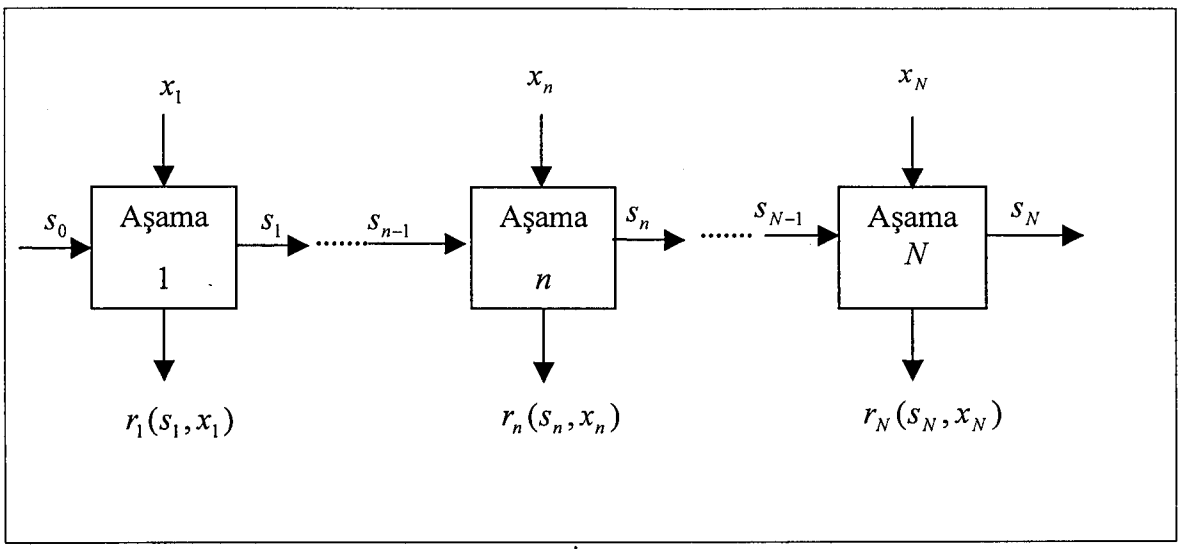
5.1. İleriye Doğru Çözüm Yolu

Bu çözüm yolunda $n-1$. aşama ile ilgili bilgiler, n. aşamanın karar girdilerini oluştururlar. Buna bağlı olarak çözüme, 1. aşamadan başlanarak 2,3,..., $n-1$, n, N .aşamaya doğru gidileceğinden dönüşüm fonksiyonları da buna uygun olarak formüle edilecektir[47].

İleriye doğru çözüm yolu şematik olarak **Şekil 5**'de gösterildiği biçimdedir.

---

[46] Efraim Turban and Jack R.Meredith, **Fundamentals of Management Science** (Fourth Edition. Plano, Texas:Business Publications, 1988), s.528.
[47] Sezen, **a.g.e.**, s.19.



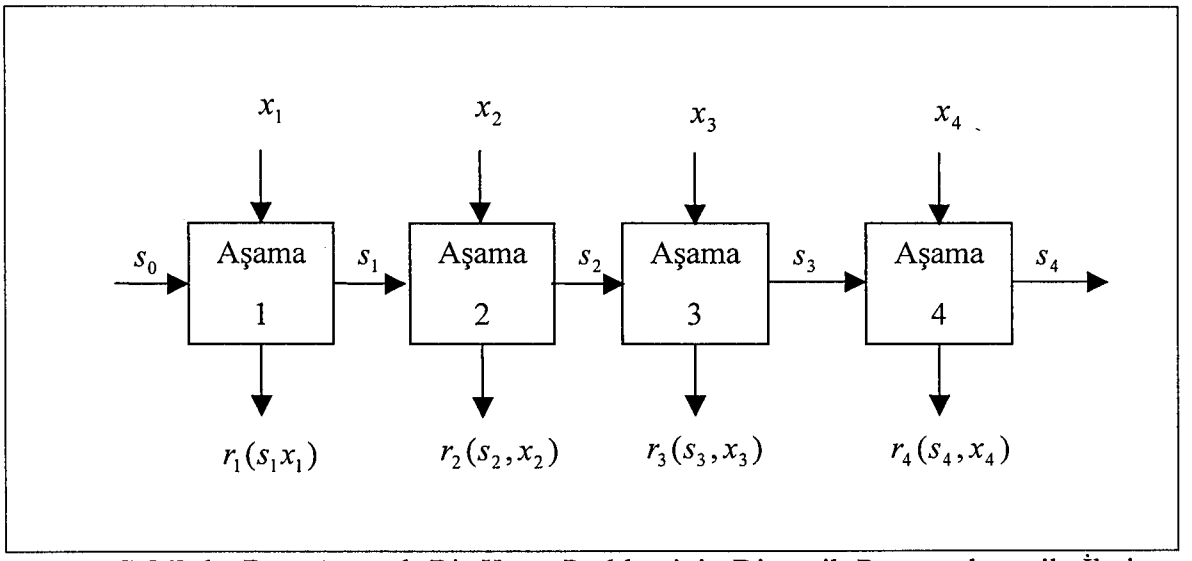
Şekil 5: N Aşamalı Bir Problemin İleriye Doğru Çözüm Süreci

Kaynak: Anderson-Sweney-Wiliams, **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making**, 2000, s.827

Başlangıç aşamasında sistemin durumu s_0 olarak gösterilmektedir. Birinci aşama içerisinde, birinci aşamanın çıktısını belirleyen bir dönüşüm fonksiyonu yardımıyla işlem gerçekleştirilerek x_1 karar değişkeni ile gösterilen çıktıya ulaşılır. x_1 kararının verilmesi ile elde edilecek olan getiri de $r_1(s_1, x_1)$ biçiminde gösterilmektedir.

Süreç bu şekilde son aşamaya kadar sürdürülür. Aşağıdaki şekil ise dört aşamalı bir karar probleminin dinamik programlama ile ileriye doğru çözüm yolu gösterimine örnektir[48].

[48] Anderson, Sweeney and Williams, **a.g.e.**, s.827.



Şekil 6: Dört Aşamalı Bir Karar Probleminin Dinamik Programlama ile İleriye Doğru Çözüm Yolu

Kaynak: Anderson-Sweney-Wiliams, **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making**, 2000, s.827

İleriye doğru çözüm yolunun kullanıldığı durumlarda farklı aşamalar için oluşturulan dönüşüm fonksiyonları özet olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

birinci aşama için

$$f_1(s_1) = \min(veya\max)[r_1(s_1,x_1)]$$

ikinci aşama için

$$f_2(s_2) = \min(veya\max)[r_2(s_2,x_2)] + f_1(s_1)$$

N . aşama için

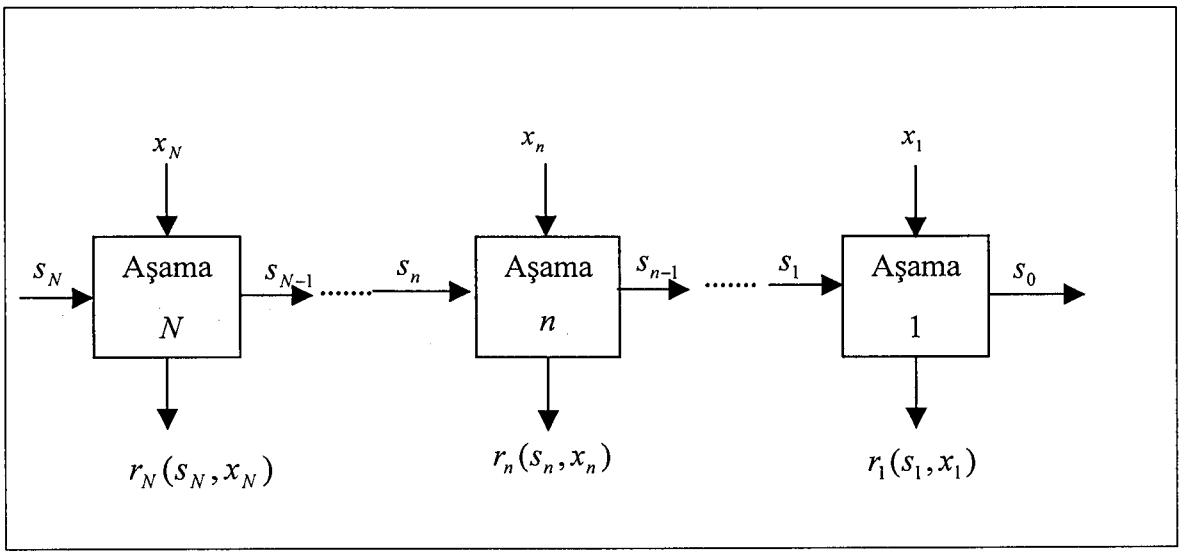
$$f_N(s_N) = \min(veya\max)[r_N(s_N,x_N)] + f_{N-1}(s_{N-1})$$ [49]

[49] Sezen, **a.g.e.**, s.24.

5.2. Geriye Doğru Çözüm Yolu

Bu çözüm yolu ile çözüme son aşamadan (N.aşama) başlanarak sırasıyla n, $n-1$, $n-2$, ...3,2,1 aşamalar için dönüşüm fonksiyonları düzenlenir. Buna göre $n-1$. aşama için gerekli olan bilgiler n. aşama sonucunda elde edilmektedir[50].

Geriye doğru çözüm yolu da ileriye doğru çözüm yoluna benzer şekilde şematik olarak aşağıdaki biçimde gösterilebilir.



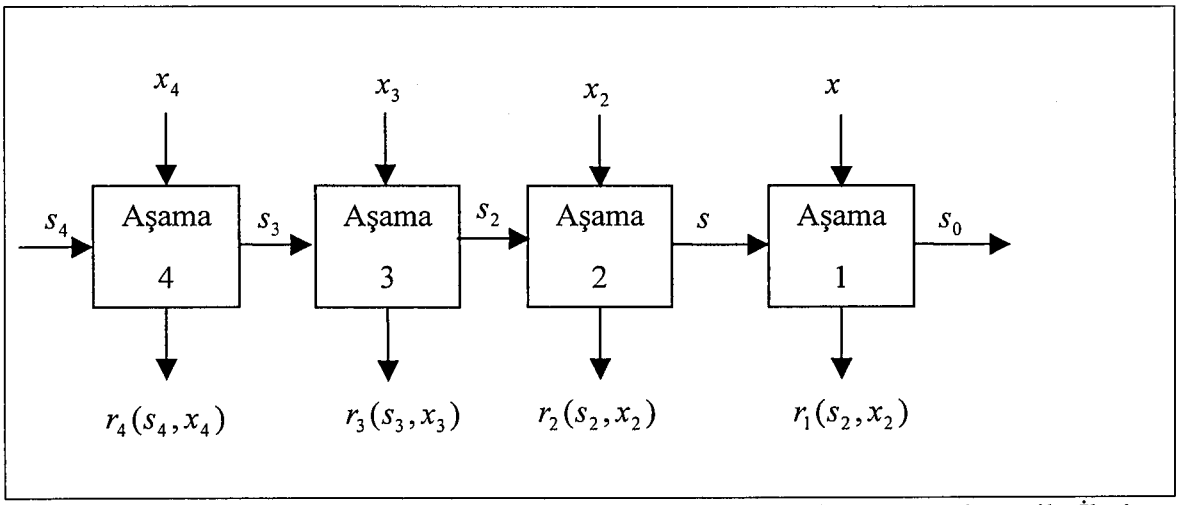
Şekil 7: N Aşamalı Bir Problemin Geriye Doğru Çözüm Süreci

Kaynak: Anderson-Sweney-Wiliams, **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making**, 2000, s.827

Çözüme başlanacak son aşamada sistemin durumu s_N olarak gösterilirken, bu aşamada gerçekleştirilen dönüşüm fonksiyonu yardımıyla son aşamanın çıktısı yani karar değişkeni olan x_N elde edilir. x_N kararının verilmesi ile elde edilecek olan getiri de $r_N(s_N, x_N)$ biçiminde gösterilmektedir. Süreç bu şekilde son aşamadan ilk aşamaya kadar sürdürülür. Geriye doğru çözüm yolunun kullanıldığı dört aşamalı bir karar

[50] **Aynı**, s.24.

probleminin dinamik programlama çözüm aşamalarını aşağıda yer alan şema betimlemektedir[51].



Şekil 8: Dört Aşamalı Bir Karar Probleminin Dinamik Programlama ile İleriye Doğru Çözüm Yolu

Kaynak: Anderson-Sweney-Wiliams, **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making**, 2000, s.827

İleriye doğru çözüm yolunda gösterildiği gibi, geriye doğru çözüm yolunun kullanıldığı durumlarda da, farklı aşamalar için oluşturulacak dönüşüm fonksiyonları özet olarak aşağıdaki biçimde gösterilebilmektedir.

Çözüme başlanacak son aşama için

$$f_N(s_N) = \min(veya \max)[r_N(s_N, x_N)]$$

$N-1$. aşama için

$$f_{N-1}(s_{N-1}) = \min(veya \max)[r_{N-1}(s_{N-1}, x_{N-1}) + f_N(s_N)]$$

1. aşama için

$$f_1(s_1) = \min(veya \max)[r_1(s_1, x_1) + f_2(s_2)]$$ [52]

[51] Anderson, Sweeney and Williams, **a.g.e.**, s.828.
[52] Sezen, **a.g.e.**, s.25.

Dinamik programlama problemlerinin çözümünde ister tablosal çözüm yolu isterse analitik çözüm yolu kullanılsın; aşamalar geriye veya ileriye doğru çözümlenebilir. Her iki yol da aynı sonucu verir. Çözüme baştan sona doğru mu yoksa sondan başa doğru mu gidileceğini belirleyen, problemin yapısı ve problemi çözen kişinin probleme yaklaşım biçimi olmaktadır.

5.3.Tablosal Çözüm Yolu

Tablosal çözüm yolu; optimal politikanın belirlenmesi amacına yönelik olarak, çözümün aşama aşama tablolar halinde gösterilmesi olarak tanımlanabilir. Karar probleminin çözüm süreci ile ilgili aşamalarda tüm durumlar göz önüne alınarak karar seçenekleri belirlenir. Her aşamada dönüşüm fonksiyonları yardımı ile hesaplanan ilgili seçenekler arasından en iyileri seçilerek tabloya yerleştirilir. Seçenekler arasından seçim yapılırken, seçilen seçeneğin uygun çözüm sağlayıp sağlamadığı da çözüm sırasında gözönünde bulundurulmalıdır . Uygun çözüm sağlamayan seçenekler varsa işlem dışı bırakılır. Dolayısıyla, bu çözüm yolu ile elde edilen çözümler de uygun çözüm olmaktadır. Bu nedenle tablosal çözüm yolunun, yalnızca uygun seçenekleri gözönüne alarak çözüm yapılmasına olanak sağladığı söylenebilir[53].

Tablosal çözüm yolunda, her bir tablodaki satırlar, uygun durum değerlerini gösterirken sütunlar da mümkün karar seçeneklerini gösterecek biçimde düzenlenirler[54]. Tüm dinamik programlama problemlerinde her aşama için aşağıdakine benzer bir tablo elde edilebilir.

x_n / s_n	$r_n(s_n, x_n)$	$f_n^*(s_n)$	x_n^*

[53] **Aynı**, s.16.
[54] Halaç, **a.g.e.**, s.159.

n = şu anki (mevcut) aşama $(n=1,2,3,.....N)$

s_n = n. aşama için mevcut durum

x_n = n. aşama için karar değişkeni

x_n^* = s_n durumunda x_n'in en iyi değeri

$r_n(s_n x_n)$ = s_n durumundaki x_n kararı benimsendiğinde n aşamasında gerçekleşen kazanım

$$f_n^*(s_n) = \max_{x_n}[r_n(s_n, x_n)]$$

veya

$$f_n^*(s_n) = \max_{x_n}[r_n(s_n, x_n)]^{55}$$

biçiminde belirtilmektedir.

Her aşama için benzer bir tablo düzenlenir. Çözümün ileriye veya geriye doğru en iyileme olmasına göre bir önceki aşamadaki tablo verileri bir sonraki aşamanın tablo çözümünde de kullanılacaktır. Son aşamaya ilişkin tablo çözümlendiğinde problemin tamamının çözümü de elde edilmiş olacaktır.

5.4.Analitik Çözüm Yolu

Analitik çözüm yolu, problem için her aşamada oluşturulan dönüşüm fonksiyonlarının türevleri alınarak, her aşamada çözüm için en iyi değerin bulunmaya çalışıldığı çözüm yoludur. Dönüşüm fonksiyonu her aşamada tek bir değişkene bağlı olarak en iyilenmeye çalışılmaktadır. Dinamik programlama ile bir problemin çözümünde tablosal çözümün kullanılabilmesi için, problemle ilgili parametrelerin sayısal değerlerinin ve kısıtlayıcıların açık olarak verilmesi gerekmektedir. Bunların verilmediği durumlarda çözüm yolu olarak analitik çözüm yolu kullanılmaktadır[56].

---

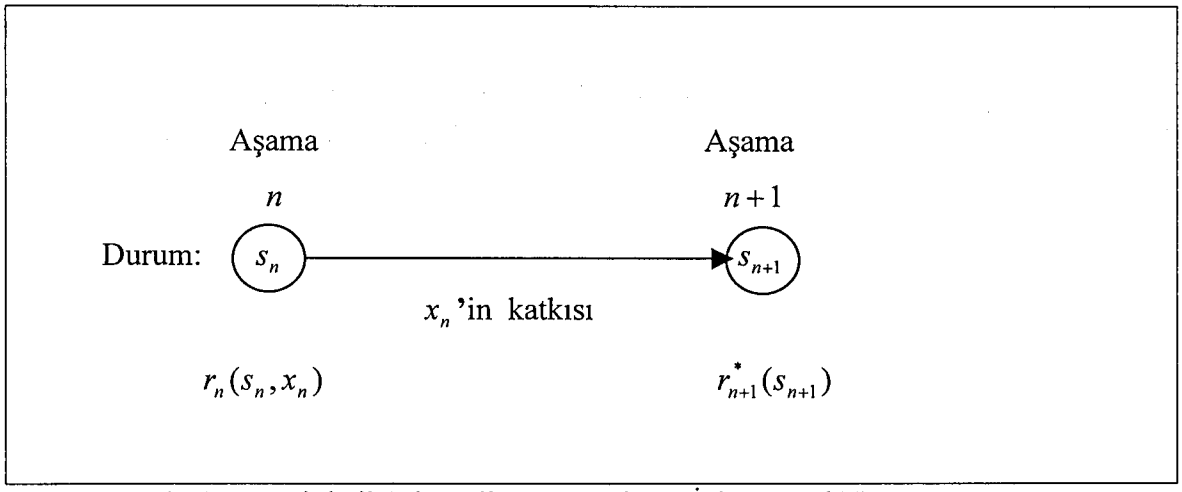
[55] Doğan **a.g.e.**, s.528.
[56] Sezen, **a.g.e.**, s.17.

6.DİNAMİK PROGRAMLAMA TÜRLERİ

6.1.Deterministik Dinamik Programlama

Herhangi bir karar probleminde, karar modeli kesin (belirli) bilgilere dayanılarak kuruluyorsa karar süreci deterministik olarak tanımlanır. Başka bir ifade ile deterministik bir karar modelinde, modeldeki katsayılar, sınırlamalar ve çözüm değerleri önceden kesin bir şekilde bilinebilmektedir[57].

Deterministik dinamik programlamada da mevcut durum ve mevcut durumda verilen karar politikasından elde edilen bilgiler ile bir sonraki aşamaya ilişkin bilgiler elde edilebilir. Deterministik dinamik programlama aşağıdaki şekildeki gibi gösterilebilir.



Şekil 9: Deterministik Dinamik Programlama İçin Temel Yapı

Kaynak: Hillier- Lieberman, **Introduction to Operation Research**, 1995, s.433

Şekilden de görüleceği gibi n aşamasındaki işlem s_n durumunda oluşmaktadır. x_n kararının verilmesi; n aşamasının ileriye doğru amaç fonksiyonuna yaptığı katkı olan $r_n(s_n, x_n)$' i verir. Bu x_n kararının sürece olan katkısıdır. x_n kararının verilmesi süreci $(n+1)$ aşamasındaki s_{n+1} durumuna götürecektir. Böylece en iyi kararı vermek

[57] Bernard W. Taylor III, **Introduction to Management Science**, (Seventh Edition. U.S.A.-New Jersey: Prentice Hall, 2002), s.481.

için oluşan katkı fonksiyonu bir önceki durumdan hesaplanan $r_{n+1}^{*}(s_{n+1})$ olacaktır. x_n için en iyi değeri bulmak $r_n^{*}(s_n) = r_n(s_n, x_n^{*})$ 'i verir. Sonra s_n'in mümkün her değeri için x_n^{*} ve $r_n^{*}(s_n)$ değerleri bulunur. Böylece çözüm, prosedürü bir bölüm ileriye götürmeye hazır olmuş olur[58].

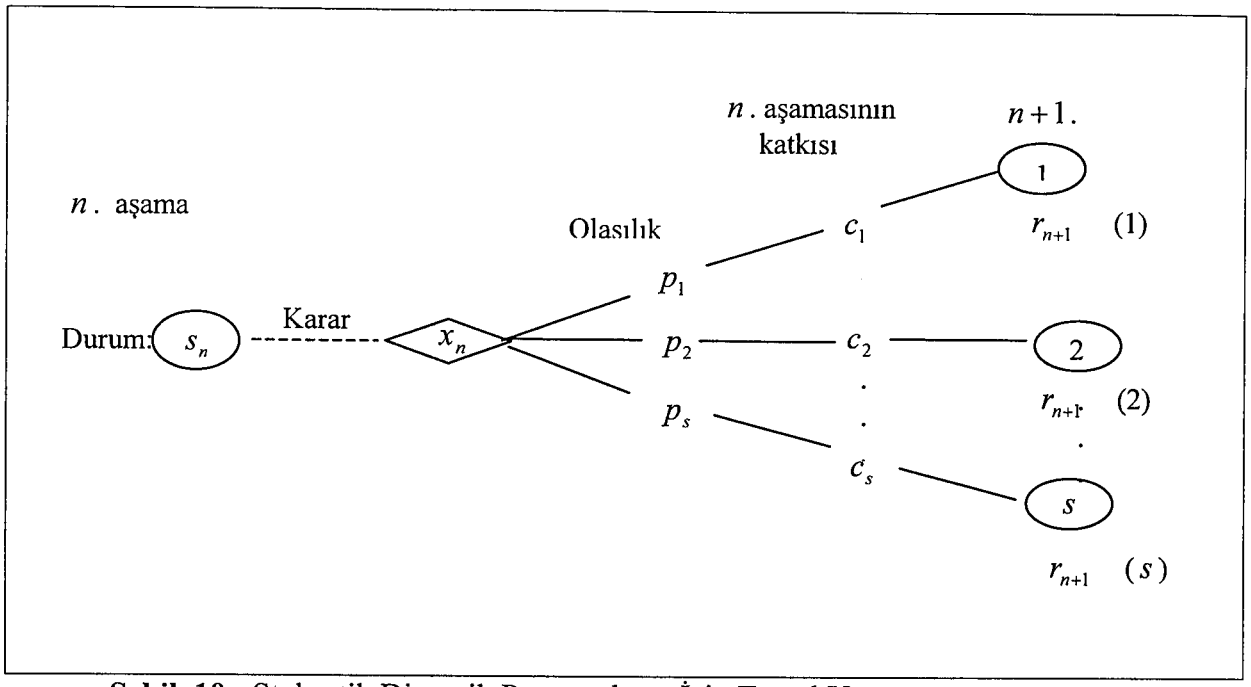
Belirli dinamik programlama problemlerini sınıflandırmanın bir yolu amaç fonksiyonunun biçimine göre sınıflandırmadır. Örneğin amaç her bir dönemde toplamları en küçükleme (maliyetler için) veya en büyükleme (kâr için) olabilir. Diğer bir sınıflama ise durum kümelerinin özelliğine göre sınıflandırmadır. s_n durum değişkenleri sürekli, kesikli veya durum vektörü (birden fazla değişken) biçiminde oluşabilir[59].

6.2.Stokastik Dinamik Programlama

Stokastik dinamik programlamada, deterministik dinamik programlamanın aksine, mevcut durum ve mevcut durumda alınan kararın ayrıntıları, yeni aşamaya ilişkin bilgileri kesin olarak belirleyemez. Ancak bir sonraki aşamanın kararları olasılık dağılımları yardımıyla belirlenebilmektedir. Bu olasılık dağılımı, mevcut aşamadaki durum ve kararlardan tam olarak belirlenebilir[60]. Belirsiz dinamik programlama için temel yapı aşağıdaki şekildeki gibi gösterilebilir.

---

[58] Hillier and Lieberman, **a.g.e.**, s.433.
[59] **Aynı**, s.433.
[60] Tulunay, **a.g.e.**, s.647.



Şekil 10: Stokastik Dinamik Programlama İçin Temel Yapı

Kaynak: Hillier- Lieberman, **Introduction to Operation Research**, 1995, s.453

Şekilde s, $n+1$ aşamadaki mümkün olan durumların sayısı olarak gösterilmiştir ve bu durumlar sağ tarafta 1,2,..... s ile işaretlendirilmiştir. Sistem s_n durumu ve n aşamasındaki x_n kararı verildiğinde p_i (i= 1,2,..... s) olasılığıyla i durumuna gider. Eğer sistem i durumuna giderse, c_i, amaç fonksiyonu için n aşamasındaki katkıdır. Yukarıdaki şekil tüm durum ve kararları içerecek şekilde genişletilirse, şekle bazen karar ağacı da denir. Eğer karar ağacı çok büyük değilse, çeşitli oluşabilecek olasılıkları özetlemek için faydalı bir yol sağlanmış olur. Olasılık yapıdan dolayı, $r_n(s_n, x_n)$ ile $r^*_{n+1}(s_{n+1})$ arasındaki bağıntı belirli dinamik programlamadakinden daha karmaşıktır. Bağıntının en açık formu tüm amaç fonksiyonuna dayalı olacaktır. Amacın beklenilen toplamların en küçükleme olduğunu varsayalım. Bu durumda $r_n(s_n, x_n)$, s_n durumu ve x_n kararı verildiğinde n aşamasındaki beklenilen değeri verecektir. Buna ilişkin eşitliklerde aşağıdaki gibi olacaktır.

$$r_n(s_n, x_n) = \sum_{i=1}^{s} p_i[c_i + r^*_{n+1}(i)]$$

$$r^*_{n+1}(i) = \min_{x_{n+1}} r_{n+1}(i, x_{n+1})$$

Burada en küçükleme x_{n+1} değerlerinden oluşacaktır[61].

7. STOK PROBLEMLERİNDE DİNAMİK PROGRAMLAMA

Stok problemlerinin özelliği, dinamik programlama tekniğinin kullanılmasını kolaylaştırmaktadır. Bu kolaylığın nedeni problem çözümüne ilişkin olarak aşama, durum, ve yineleme denkleminin oluşturulması ile ilgilidir. Dinamik programlamanın ayrılmaz bir parçası olan ardışık karar verme sürecinde, model karar vericiye içlerinden seçim yapabileceği çeşitli alternatifler sunar. Bu alternatifler belli bir değişkeni minimum ya da maksimum kılma amacına ulaşma temeline dayanmaktadır. Stok probleminde ulaşılmak istenen amaç da belirli bir planlama dönemi sonunda toplam maliyeti minimum kılacak stok miktarının belirlenmesidir[62]. Aylık stok planlamasında her ay bir *aşama*ya karşılık gelirken, her ayın talebi ve verilecek sipariş miktarına bağlı olarak oluşacak ay sonu stok miktarı *durum*u temsil etmektedir. Problem çözümüne ilişkin yineleme denklemlerinin hesaplanması sonucunda, farklı durumlarda oluşan maliyetlere göre karar vericiye çeşitli alternatifler sunulmaktadır. Karar verici bu alternatifler arasından optimum olanı seçerek problemin çözümüne ulaşacaktır.

---

[61] Hillier and Lieberman, **a.g.e.**, s.454.

[62] CC Reyes-Aldasora, AR Ganguly, G Lemus and A Gupta, "A hybrid model based on dynamic programming, neural networks, and surrogate value for inventory optimisation applications" **Journal of the Operational Research Society**, Vol.50 No:1 (1999), p.85-94.

7.1. Stok Planlamaya İlişkin Genel Maliyet Fonksiyonlu Dinamik Programlama Algoritması

Modelin Varsayımları

1) Dönem içinde elde bulundurmaya izin verilmekte
2) Üretime her başlandığında (ya da her sipariş öncesinde) bir hazırlık maliyeti ortaya çıkmaktadır.

Modelde kullanılacak semboller $i = 1,2,...,n$ olmak üzere $i.$ periyot için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

z_i = sipariş edilen miktar

D_i = i. periyot için talep

x_i = i. periyodun başlangıcındaki stok

x_{i+1} = i. periyodun sonundaki stok

Maliyet bileşenleri;

$K_i = i$. periyottaki hazırlık maliyeti

$h_i = i$. periyottan $i+1.$ periyoda birim elde bulundurma maliyeti

biçiminde tanımlanır.

i. periyota ait üretim (sipariş) maliyet fonksiyonu da şu şekilde gösterilir:

$$C_i(Z_i) = \begin{cases} 0, & z_i = 0 \\ K_i + c_i(z_i), & z_i > 0 \end{cases}$$

Burada $c_i(z_i)$, verilen (z_i) değeri için marjinal üretim (sipariş) maliyet fonksiyonudur.

Elde bulundurmaya izin verilmesi yüzünden, stok modeli tüm n periyodları için üretim (sipariş) ve elde bulundurma maliyetlerini minimum kılmanın yollarını arar.

Dinamik programlama modelini oluşturmak için ileriye ve geriye doğru yineleme denklemlerinin her ikisi de kullanılabilir.

İleriye doğru yineleme denklemi için i. periyottaki ***durum,*** periyot sonu stok düzeyi olan x_{i+1} ile tanımlanır ve burada i. periyot sonunda elde kalan stok miktarı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$x_{i+1} = x_i + z_i - D_i$$

Hesaplanan dönem sonu stok miktarı için,

$0 \le x_{i+1} \le D_{i+1} + ... + D_n$ eşitsizliği sözkonusudur.

Bu eşitsizliğin ifade ettiğine göre; dönem sonunda elde kalan stok miktarı x_{i+1}, uç durumlarda, geri kalan tüm periyotların talebini karşılayabilecektir.

Periyot sonu stoku x_{i+1} ile verildiğinde $i = 1,2,...,n$ periyotları için minimum stok maliyeti $f_i(x_{i+1})$ ile gösterilir ve buna göre ileriye doğru ***yineleme denklemi*** (dönüşüm fonksiyonu) şu şekilde bulunur:

$$f_1(x_2) = \min_{0 \le z_1 \le D_1 + x_2} \{C_1(z_1) + h_1 x_2\}$$

$$f_i(x_{i+1}) = \min_{0 \le z_i \le D_i + x_{i+1}} \{C_i(z_i) + h_i x_{i+1} + f_{i-1}(x_{i+1} + D_i - z_i)\}, \qquad i = 2,3,...,n$$

Verilen bu yineleme denklemleri kullanılarak tablosal çözüm yolunda, aşamalar için oluşturulacak tablolar aşağıda görüldüğü gibi olacaktır.

1. aşama için oluşturulacak tablo

		$C_1(z_1)+h_1x_2$					Optimum çözüm
		$z_1=$					
x_2	h_1x_2	$C_1(z_1)=$				$f_1(x_2)$	z_1^*

Başlangıç stoğu x_1 ile verildiğinde, birinci dönemde sipariş edilecek miktar z_1'in en küçük değeri;

$z_1 = D_1 - x_1$ eşitliği yardımı ile bulunur.

z_1'in en büyük değeri ise tüm periyotlardaki taleplerin toplamı kadar olabilir. En küçük ve en büyük değerler bu şekilde belirlendikten sonra, bu iki değer arasındaki değerler de z_1'in değerleri olarak tabloya yerleştirilir.

Birinci periyot sonundaki stok miktarını ifade eden x_2 sütunundaki değerlerin hesaplanması ise yukarıda verilen $0 \le x_2 \le D_2 + ... + D_n$ eşitsizliği uyarınca sıfır ile izleyen tüm periyotların talepleri toplamı arasında değerler alabilir. Diğer taraftan x_2 nin değerleri z_1'in aldığı değere göre farklılaşacaktır.

h_1x_2 sütunu ise periyot sonunda kalan stok miktarına bağlı olarak elde bulundurma maliyetini göstermektedir. Bu sütunda hesaplanan değerler, maliyet fonksiyonu içerisinde kullanılacaktır.

z_1, x_2, ve $h_1 x_2$ değerleri belirtilen biçimde hesaplandıktan sonra, bu değerlere bağlı olarak farklı alternatifler için, maliyet fonksiyonu $C_1(z_1)+h_1 x_2$ in değerleri hesaplanıp tabloda ilgili bölümlere yerleştirilecektir. Bu hesaplama sonucunda bulunan değerler toplu olarak $f_1(x_2)$ sütununda gösterilmektedir. $f_1(x_2)$ sütununa yerleştirilen maliyet değerlerinin oluşmasını sağlayan z_1 lerin tüm değerleri de z_1^* sütununa yerleştirilir. Amaç maliyet minimizasyonu olduğu için en küçük $f_1(x_2)$ değerini sağlayan z_1^* değeri optimum çözüm olarak belirlenecektir. Bu şekilde birinci periyoda ilişkin çözüm işlemi de tamamlanmış olacaktır.

2. aşama için oluşturulacak tablo

		$C_2(z_2)+h_2x_3+f_1(x_3+D_2-z_2)$						Optimum çözüm
		$z_2=$						
x_3	h_2x_3	$C_2(z_2)=$					$f_2(x_3)$	z_2^*

İkinci periyodun başlangıç stoku, birinci periyodun periyot sonu stoku olan x_2 ile gösterilmektedir. Buna göre ikinci periyottaki sipariş miktarı z_2 nin değerleri birinci periyottaki dönem sonu stok miktarlarının farklı değerlerine göre, farklı değerler alabilecektir. Bu değerler de birinci periyotta olduğu gibi hesaplanır. Yani sipariş miktarları için en küçük değer $z_2 = D_2 - x_2$ eşitliği yardımıyla bulunurken, en büyük değer ise geriye kalan tüm periyotların talepleri toplamı olarak belirlenir. İki değer arasındaki değerler de olabilecek diğer sipariş miktarlarını göstermek üzere tabloya yerleştirilir. İkinci periyot sonundaki stok miktarını ifade eden x_3 sütunundaki değerlerin hesaplanması ise yine birinci periyotta belirtildiği üzere

$0 \leq x_3 \leq D_3 + \ldots + D_n$ eşitsizliği uyarınca sıfır ile izleyen tüm periyotların talepleri toplamı arasında değerler alabilir.

Elde bulundurma maliyeti $h_2 x_3$ de birinci periyotta olduğu gibi ikinci periyot sonundaki stok miktarına göre hesaplanır.

Buraya kadar olan hesaplamalar birinci periyottaki hesaplamalarla paralellik göstermektedir. Ancak maliyet fonksiyonu birinci periyottan farklıdır. Dinamik programlamanın temel özelliklerinden olan dönüşüm denklemlerinin birbiri ile bağlantılı olması özelliği, maliyet fonksiyonunu bir önceki periyot ile bağlantılı kılmaktadır. Buna göre birinci ve ikinci periyot birlikte ele alınmakta, z_2 ve x_3 ün alabileceği farklı değerlere göre $C_2(z_2) + h_2 x_3$ maliyeti hesaplanmakta, buna bir önceki periyodun ilgili maliyeti $f_1(x_3 + D_2 - z_2)$ biçiminde hesaplanıp eklenmektedir. Bu hesaplamaların sonuçları birinci periyotta olduğu gibi tabloda ilgili bölümlere yerleştirilerek en düşük maliyeti veren optimum sipariş miktarı z_2 belirlenmektedir[63].

Diğer aşamalar için de benzer şekilde yineleme denklemleri kurulup çözümler tablolara yerleştirilerek, son aşamaya kadar çözüme devam edilir. Son aşamaya ilişkin hesaplamalar yapılıp tablo oluşturulduğunda tüm aşamaların optimum çözümüne ulaşılmış olunur.

7.2. Wagner-Whitin Algoritması

Dinamik programlama ile stok problemi çözümünde ikinci yaklaşım 1959 yılında H.W.Wagner ve T.M.Whitin tarafından geliştirilen matematiksel modeldir. Bu modelde değişik dönem taleplerinin D_1, D_2,...D_N şeklinde olduğu (N) planlama dönemi göz önüne alınmaktadır. Başlangıç stoğu sıfır değerinde kabul edilmektedir. Amaç, (N)

[63] Taha, **a.g.e.**, s.453-456.

Bu yaklaşım ile problemin çözümünde, x_{i+1} ve z_i'nin *kesikli* toplamlar olarak varsayılması dışında, çözüm işlemlerinde bir farklılık yoktur.

[67] Osman Kazan, Rakesh Nagi, Christopher M.Rump, "New lot-sizing formulation for less nervous production schedules" , **Computers&Operations Research**, 27(2000), s.1325.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ABACI ALIŞVERİŞ MERKEZİ'NDE DİNAMİK PROGRAMLAMA TEKNİĞİ KULLANILARAK STOK PLANLAMA DENEMESİ

1. UYGULAMA YAPILAN İŞLETMENİN TANITIMI

Eskişehir mağazacılık sektöründe faaliyet gösteren Abacı Alışveriş Merkezleri, 1973 yılında Abacı Halı Pazarı adı ile ticaret hayatına başlamıştır. Kurulduğunda mağazada sadece halı satışı yapılıyorken 1986 yılında Anonim Şirket olarak Hamamyolu adresinde ilk çok katlı mağazasını açmıştır. 1990 yılında halının yanı sıra Beyaz Eşya satışına başlayan işletme aynı yıl içinde Eskişehir'de Duvardan Duvara Halı Mağazasını faaliyete geçirmiştir. 1992 yılında İstanbul'da Alo Abacı Döviz' i açmıştır. 1998 yılında beyaz eşya sektöründe büyük payı olan Vestel, Electrolux ve Sony Shop Mağazalarını bünyesine katan işletme 1998'in Ekim ayında Sakarya caddesindeki 7 katlı mağazasını faaliyete geçirmiştir. 1999 yılı içerisinde, Tefal Shop, Abacı Çarşı Shop ve Turkcell Abone Merkezi olmak üzere üç şube daha açarak Abacı Mağazalar zincirini 9' a çıkarmıştır.

Abacı Grubunun, sektöründeki pazar payı % 25-35 civarında olup, 2005' li yılllarda bu oranı daha üstlere çekerek faaliyetlerini geliştirmeyi hedeflemektedir.

2. GENEL MALİYET FONKSİYONLU DİNAMİK PROGRAMLAMA ALGORİTMASININ KURULMASI

Uygulamanın yapıldığı Merkez Şubede yaklaşık 1250 çeşit ürün satılmakta olup planlama modeli Vestel 465 marka buzdolabı üzerinde uygulanmıştır. Mağaza kapasitesi 400 m^2 , Vestel 465 için ayrılan kapasite ise 25 m^2 (25 buzdolabı) dır. Modelde ulaşılmak istenen amaç, kapasite sınırını aşmadan ve taleplerin tamamını karşılayacak şekilde 6 aylık bir dönem içerisinde maliyeti minimum kılacak sipariş miktarı ve stok miktarının belirlenmesidir.

Modeldeki varsayımlar;

- Dönem içinde elde bulundurmaya izin verilmekte
- Her sipariş öncesinde belirli bir hazırlık maliyeti oluşmaktadır.

Buzdolabının siparişi için ortaya çıkan hazırlık maliyeti; telefon, kırtasiye ve fax kalemlerinden oluşmaktadır. Elde bulundurma maliyeti içerisinde ise kira, elektrik, sigorta, personel ücreti ve alternatif maliyet kalemleri bulunmaktadır. Alternatif maliyetin hesaplanmasında, faiz, döviz, değerli kağıt vb. gibi değişik seçenekler bulunur. Çalışma çerçevesinde alternatif maliyeti hesaplamada, bu seçeneklerden en yaygın kullanım alanı bulanı olan mevduat faiz oranları seçilmiştir. Sözkonusu alternatif maliyetin, işletmenin buzdolabı alımında kullandığı tutarın, diğer bir yatırım aracına yönlendirilmesi durumunda elde edebileceği kazanç olarak ele alınabileceği bilinmektedir.

Hazırlık maliyeti, sipariş miktarına göre değişmemekle birlikte her sipariş öncesinde ortaya çıkmaktadır. Elde bulundurma maliyetinde ise, her maliyet birim başına hesaplanmıştır.

Modelde kullanılan semboller;

$i = 1,2,3,4,5,6$ (1=Ocak ; 2=Şubat ; 3=Mart ; 4=Nisan ; 5=Mayıs ; 6=Haziran)
olmak üzere i. periyot için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

z_i = sipariş edilen miktar

D_i = i. periyot için talep

x_i = i. periyodun başlangıcındaki stok

x_{i+1} = i. periyodun sonundaki stok

Maliyet bileşenleri;

C_i = birim alış fiyatı

K_i = i. periyottaki hazırlık maliyeti

h_i = i. periyottan $i+1$. periyoda birim elde bulundurma maliyeti

i. periyot için sipariş edilen ürüne ait maliyet fonksiyonu:

$$C_i(Z_i) = \begin{cases} 0, & z_i = 0 \\ K_i + c_i(z_i), & z_i > 0 \end{cases}$$

Kısıtlar ;

$z_i \leq 25$ Kapasite kısıtı

$0 \leq z_i \leq D_i + x_{i+1}$ Talep kısıtı

Ürüne ilişkin bu veriler Excel çalışma sayfasına girilmiş ve probleme ilişkin formülasyonlar kurularak, ileriye doğru, tablosal çözüm yolu ile model çözümlenmeye çalışılmıştır. Önceki bölümde aktarıldığı gibi, problem her ay bir aşamaya karşılık gelmek üzere, aşama aşama çözümlenmiştir. Ocak ayına ilişkin çözümlemeler birinci aşama, Şubat ayına ilişkin hesaplamalar ikinci aşama ve diğer aylar da sırasıyla diğer aşamaları oluşturmuştur.

1. Periyot için verilebilecek en düşük ve en yüksek sipariş miktarları

$Min \quad z_1 = D_1 - x_1$

$Max \quad z_1 = D_1 + D_2 + D_3 + \ldots + D_n - x_1$ eşitlikleri ;

1. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı

$0 \le x_2 \le D_2 + D_3 + \ldots D_n$ eşitsizliği ve

İleriye Doğru Yineleme Denklemi de

$$f_1(x_2) = \min_{0 \le z_1 \le D_1 + x_2} \{C_1(z_1) + h_1 x_2\}$$

biçiminde oluşturulmuştur. Yineleme denkleminde yer alan değişkenlere ilişkin hesaplamalar yapılarak, sipariş miktarı z_1'in alabileceği farklı değerlere göre oluşacak maliyet fonksiyonları hesaplanmıştır. Farklı durumlarda oluşan sonuçlar bir tablo biçiminde özetlenmiş ve kısıtları da karşılayacak biçimde en düşük maliyeti veren sipariş miktarı ile stok miktarı belirlenmiştir.

Birinci aşama bu şekilde tamamlandıktan sonra; birinci aşama sonuçlarından hareketle ikinci aşamaya ilişkin hesaplamalar yapılmıştır. İkinci aşama için yapılan hesaplamalarda kullanılan yineleme denklemi de aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur.

2. Periyot için verilebilecek en düşük ve en yüksek sipariş miktarları

$Min \quad z_2 = 0$ (1. periyotta verilen sipariş en azından 2. periyodu da karşılayacak düzeyde ise 2. dönem sipariş miktarı 0 olabilir.)

$Max \quad z_2 = D_2 + D_3 + \ldots + D_n$

2. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı

$0 \le x_3 \le D_3 + \ldots D_n$

İleriye Doğru Yineleme Denklemi

$$f_2(x_3) = \min_{0 \le z_2 \le D_2 + x_3} \{C_2(z_2) + h_2 x_3 + f_1(x_3 + D_2 - z_2)\}$$

Benzer yineleme denklemleri diğer aşamalar için de oluşturulmuş ve 6. aşama sonunda kısıtlarda göz önüne alınarak 6 aylık dönemin minimum maliyeti elde edilmiştir.

3. GENEL MALİYET FONKSİYONLU DİNAMİK PROGRAMLAMA ALGORİTMASININ ÇÖZÜMÜ

Uygulamada benimsenen algoritmanın her aşamaya ilişkin hesaplamaları izleyen sayfalarda verilmiştir.

2002 yılına ilişkin veriler										
	Ürün	*VESTEL 465 BUZDOLABI*								
	Periyotlar (i)	**Talep (D_i)**	**Birim Alış Fiyatı (C_i)**	**Birim Hazırlık Maliyeti (K_i)**	**Birim Elde Bulundurma Maliyeti (h_i)**	**Birim Toplam Maliyet**	**İşletmenin Aldığı Miktar**	**Toplam Maliyet**	**Alternatif Maliyetin Hesaplanmasında Kullanılan Faiz oranları**	
	Dönem Başı	2								
1	Ocak	3	774.560.000	2.150.000	32.689.167	809.399.167	7	5.665.794.167	0,44	
2	Şubat	2	805.550.000	2.150.000	34.658.125	842.358.125	1	842.358.125	0,45	
3	Mart	6	838.000.000	2.150.000	39.366.667	879.516.667	9	7.915.650.000	0,50	
4	Nisan	2	871.500.000	2.150.000	37.131.250	910.781.250	11	10.018.593.750	0,45	
5	Mayıs	6	906.000.000	2.150.000	33.140.000	941.290.000	1	941.290.000	0,38	
6	Haziran	9	942.000.000	2.150.000	34.280.000	978.430.000	0	0	0,38	
	Toplam dönem talebi	28					**6 Aylık Toplam Maliyet**	25.383.686.042		
	Birim Hazırlık maliyeti									
		Ocak	**Şubat**	**Mart**	**Nisan**	**Mayıs**	**Haziran**			
	Telefon	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000			
	Kırtasiye	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000			
	Fax	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000			
		2.150.000	2.150.000	2.150.000	2.150.000	2.150.000	2.150.000			
	Birim Elde Bulundurma Maliyeti									
		Ocak	**Şubat**	**Mart**	**Nisan**	**Mayıs**	**Haziran**			
	Kira	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000			
	Elektrik	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000			
	Sigorta	1.350.000	1.350.000	1.350.000	1.350.000	1.350.000	1.350.000			
	Personel Ücreti	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000			
	Alternatif Maliyet	28.239.167	30.208.125	34.916.667	32.681.250	28.690.000	29.830.000			
		32.689.167	34.658.125	39.366.667	37.131.250	33.140.000	34.280.000			

	Kapasite kısıtı	25				
			$0,$	$z_i=0$		
	Maliyet Fonksiyonu	$Ci(zi)=$				
			$K_i+C_i(z_i)+h_ix_{i+1},$	$z_i>0$		
	Birinci Aşama Hesaplamaları		**(OCAK AYI)**			
	1. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı					
	(min) $z_1 = D_1 - x_1$				1	
	1. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı				26	
	(max) $z_1 = D_1 + D_2 + D_{3+\ldots+} D_n - x_1$					
	1. Periyot sonunda elde kalabilecek stok		(min) $x_2 = 0$		0	
	miktarı $0 \le x_2 \le D_2 + D_3 + \ldots + D_n$		(max) $x_2 = D_2 + D_3 + \ldots + D_n$		25	
	İleriye Doğru Yineleme Denklemi					
	$f_1(x_2) = \min \{ C_1(z_1) + h_1 x_2 \}$					
	$0 \le z_1 \le D_1 + x_2$					
	$f_i(x_{i+1}) = \min \{ C_i(z_i) + h_i x_{i+1} + f_{i-1}(x_{i+1} + D_i - z_i) \}$, $i = 2,3,\ldots,n$					
	$0 \le z_i \le D_i + x_{i+1}$					

(z_1)	(x_2)	h_1x_2	K_1	$C_1(Z_1)$	$C_1(Z_1)+h_1x_2$	$C_1(Z_1)+K_1$
1	0	0	2.150.000	774.560.000	774.560.000	776.710.000
2	1	32.689.167	2.150.000	1.549.120.000	1.581.809.167	1.551.270.000
3	2	65.378.333	2.150.000	2.323.680.000	2.389.058.333	2.325.830.000
4	3	98.067.500	2.150.000	3.098.240.000	3.196.307.500	3.100.390.000
5	4	130.756.667	2.150.000	3.872.800.000	4.003.556.667	3.874.950.000
6	5	163.445.833	2.150.000	4.647.360.000	4.810.805.833	4.649.510.000
7	6	196.135.000	2.150.000	5.421.920.000	5.618.055.000	5.424.070.000
8	7	228.824.167	2.150.000	6.196.480.000	6.425.304.167	6.198.630.000
9	8	261.513.333	2.150.000	6.971.040.000	7.232.553.333	6.973.190.000
10	9	294.202.500	2.150.000	7.745.600.000	8.039.802.500	7.747.750.000
11	10	326.891.667	2.150.000	8.520.160.000	8.847.051.667	8.522.310.000
12	11	359.580.833	2.150.000	9.294.720.000	9.654.300.833	9.296.870.000
13	12	392.270.000	2.150.000	10.069.280.000	10.461.550.000	10.071.430.000
14	13	424.959.167	2.150.000	10.843.840.000	11.268.799.167	10.845.990.000
15	14	457.648.333	2.150.000	11.618.400.000	12.076.048.333	11.620.550.000
16	15	490.337.500	2.150.000	12.392.960.000	12.883.297.500	12.395.110.000
17	16	523.026.667	2.150.000	13.167.520.000	13.690.546.667	13.169.670.000
18	17	555.715.833	2.150.000	13.942.080.000	14.497.795.833	13.944.230.000
19	18	588.405.000	2.150.000	14.716.640.000	15.305.045.000	14.718.790.000
20	19	621.094.167	2.150.000	15.491.200.000	16.112.294.167	15.493.350.000
21	20	653.783.333	2.150.000	16.265.760.000	16.919.543.333	16.267.910.000
22	21	686.472.500	2.150.000	17.040.320.000	17.726.792.500	17.042.470.000
23	22	719.161.667	2.150.000	17.814.880.000	18.534.041.667	17.817.030.000
24	23	751.850.833	2.150.000	18.589.440.000	19.341.290.833	18.591.590.000
25	24	784.540.000	2.150.000	19.364.000.000	20.148.540.000	19.366.150.000
26	25	817.229.167	2.150.000	20.138.560.000	20.955.789.167	20.140.710.000
SON	SON	SON	SON	SON	SON	SON

1. AŞAMA ÇÖZÜM TABLOSU

		z1 →	1	2									
x_2	$h_1(x_2)$	$C_1(Z_1)+K_1$ →	776.710.000	1.551.270.(	21	22	23	24	25	26	SON		
0	0		776.710.000		16.267.910.000	17.042.470.000	17.817.030.000	18.591.590.000	19.366.150.000	20.140.710.000	SON	$f_1(x_2)$	z_1^*
1	32.689.167			1.583.959.								776.710.000	1
2	65.378.333											1.583.959.167	2
3	98.067.500											2.391.208.333	3
4	130.756.667											3.198.457.500	4
5	163.446.833											4.005.706.667	5
6	196.135.000											4.812.955.833	6
7	228.824.167											5.620.205.000	7
8	261.513.333											6.427.454.167	8
9	294.202.500											7.234.703.333	9
10	326.891.667											8.041.952.500	10
11	359.580.833											8.849.201.667	11
12	392.270.000											9.656.450.833	12
13	424.959.167											10.463.700.000	13
14	457.648.333											11.270.949.167	14
15	490.337.500											12.078.198.333	15
16	523.026.667											12.885.447.500	16
17	555.715.833											13.692.696.667	17
18	588.405.000											14.499.945.833	18
19	621.094.167											15.307.195.000	19
20	653.783.333											16.114.444.167	20
21	686.472.500				16.921.693.333							16.921.693.333	21
22	719.161.667					17.728.942.500						17.728.942.500	22
23	751.850.833						18.536.191.667					18.536.191.667	23
24	784.540.000							19.343.440.833				19.343.440.833	24
25	817.229.167								20.150.690.000			20.150.690.000	25
SON	SON									20.957.939.167		20.957.939.167	26

Birinci Aşamada Verilecek Sipariş Miktarı ve Dönem Sonu Stok Miktarına Göre Oluşan Maliyetler

$f_1(x_2)$ =		z_1^*
$f_1(0)$=	776.710.000	1
$f_1(1)$=	1.583.959.167	2
$f_1(2)$=	2.391.208.333	3
$f_1(3)$=	3.198.457.500	4
$f_1(4)$=	4.005.706.667	5
$f_1(5)$=	4.812.955.833	6
$f_1(6)$=	5.620.205.000	7
$f_1(7)$=	6.427.454.167	8
$f_1(8)$=	7.234.703.333	9
$f_1(9)$=	8.041.952.500	10
$f_1(10)$=	8.849.201.667	11
$f_1(11)$=	9.656.450.833	12
$f_1(12)$=	10.463.700.000	13
$f_1(13)$=	11.270.949.167	14
$f_1(14)$=	12.078.198.333	15
$f_1(15)$=	12.885.447.500	16
$f_1(16)$=	13.692.696.667	17
$f_1(17)$=	14.499.945.833	18
$f_1(18)$=	15.307.195.000	19
$f_1(19)$=	16.114.444.167	20
$f_1(20)$=	16.921.693.333	21
$f_1(21)$=	17.728.942.500	22
$f_1(22)$=	18.536.191.667	23
$f_1(23)$=	19.343.440.833	24
$f_1(24)$=	20.150.690.000	25
$f_1(25)$=	20.957.939.167	26

Anadolu Üniversitesi
Merkez Kütüphanesi

İkinci Aşama Hesaplamaları	(ŞUBAT AYI)				
2. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı (min) z_2 =1. aşamada verilen sipariş miktarına göre en az sıfır olabilir			0		
2. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı (max) $z_2=D_2+D_{3+...+}D_n$			25		
2. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı $0 \le x_3 \le D_3+...+D_n$	(min) $x_3 = 0$		0		
	(max) $x_3 = D_3+D_4+D_5+D_6$		23		
	$f_2(x_3)=\min C_2(z_2)+h_2x_3+f_1(x_3+D_2-z_2)$				
	$0 \le z_2 \le D_2+x_3$				
(z_2)	(x_3)	h_2x_3	K_2	$C_2(Z_2)$	$C_2(Z_2)+h_2x_3$	$C_2(Z_2)+K_2$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	34.658.125	2.150.000	805.550.000	840.208.125	807.700.000
2	2	69.316.250	2.150.000	1.611.100.000	1.680.416.250	1.613.250.000
3	3	103.974.375	2.150.000	2.416.650.000	2.520.624.375	2.418.800.000
4	4	138.632.500	2.150.000	3.222.200.000	3.360.832.500	3.224.350.000
5	5	173.290.625	2.150.000	4.027.750.000	4.201.040.625	4.029.900.000
6	6	207.948.750	2.150.000	4.833.300.000	5.041.248.750	4.835.450.000
7	7	242.606.875	2.150.000	5.638.850.000	5.881.456.875	5.641.000.000
8	8	277.265.000	2.150.000	6.444.400.000	6.721.665.000	6.446.550.000
9	9	311.923.125	2.150.000	7.249.950.000	7.561.873.125	7.252.100.000
10	10	346.581.250	2.150.000	8.055.500.000	8.402.081.250	8.057.650.000
11	11	381.239.375	2.150.000	8.861.050.000	9.242.289.375	8.863.200.000
12	12	415.897.500	2.150.000	9.666.600.000	10.082.497.500	9.668.750.000
13	13	450.555.625	2.150.000	10.472.150.000	10.922.705.625	10.474.300.000
14	14	485.213.750	2.150.000	11.277.700.000	11.762.913.750	11.279.850.000
15	15	519.871.875	2.150.000	12.083.250.000	12.603.121.875	12.085.400.000
16	16	554.530.000	2.150.000	12.888.800.000	13.443.330.000	12.890.950.000
17	17	589.188.125	2.150.000	13.694.350.000	14.283.538.125	13.696.500.000
18	18	623.846.250	2.150.000	14.499.900.000	15.123.746.250	14.502.050.000
19	19	658.504.375	2.150.000	15.305.450.000	15.963.954.375	15.307.600.000
20	20	693.162.500	2.150.000	16.111.000.000	16.804.162.500	16.113.150.000
21	21	727.820.625	2.150.000	16.916.550.000	17.644.370.625	16.918.700.000
22	22	762.478.750	2.150.000	17.722.100.000	18.484.578.750	17.724.250.000
23	23	797.136.875	2.150.000	18.527.650.000	19.324.786.875	18.529.800.000
24	SON	SON	2.150.000	19.333.200.000	SON	19.335.350.000
25			2.150.000	20.138.750.000		20.140.900.000
SON			SON	SON		SON

Birinci Aşama Sonuçları ile İlişkilendirilmiş Maliyet Hesaplamaları

$$f_2(x_3)=\min_{0 \le z_2 \le D_2+x_3} C_2(z_2)+h_2x_3+f_1(x_3+D_2-z_2)$$

$D_2=2$

$f_2(x_3)=$

$f_2(0)=$ min 2.389.960.000

$C_2(0)+f_1(2)=$	2.391.208.333
$C_2(1)+f_1(1)=$	2.391.659.167
$C_2(2)+f_1(0)=$	2.389.960.000

$f_2(1)=$ min 3.230.168.125

$C_2(0)+f_1(3)=$	3.233.115.625
$C_2(1)+f_1(2)=$	3.233.566.458
$C_2(2)+f_1(1)=$	3.231.867.292
$C_2(3)+f_1(0)=$	3.230.168.125

$f_2(2)=$ min 4.070.376.250

$C_2(0)+f_1(4)=$	4.075.022.917
$C_2(1)+f_1(3)=$	4.075.473.750
$C_2(2)+f_1(2)=$	4.073.774.583
$C_2(3)+f_1(1)=$	4.072.075.417
$C_2(4)+f_1(0)=$	4.070.376.250

$f_2(3)=$ min 4.910.584.375

$C_2(0)+f_1(5)=$	4.916.930.208
$C_2(1)+f_1(4)=$	4.917.381.042
$C_2(2)+f_1(3)=$	4.915.681.875
$C_2(3)+f_1(2)=$	4.913.982.708
$C_2(4)+f_1(1)=$	4.912.283.542
$C_2(5)+f_1(0)=$	4.910.584.375

$f_2(4)=$ min 5.750.792.500

$C_2(0)+f_1(6)=$	5.758.837.500
$C_2(1)+f_1(5)=$	5.759.288.333
$C_2(2)+f_1(4)=$	5.757.589.167
$C_2(3)+f_1(3)=$	5.755.890.000
$C_2(4)+f_1(2)=$	5.754.190.833
$C_2(5)+f_1(1)=$	5.752.491.667
$C_2(6)+f_1(0)=$	5.750.792.500

$f_2(5)=$ min 6.591.000.625

$$\begin{cases} C_2(0)+f_1(7) = & 6.600.744.792 \\ C_2(1)+f_1(6) = & 6.601.195.625 \\ C_2(2)+f_1(5) = & 6.599.496.458 \\ C_2(3)+f_1(4) = & 6.597.797.292 \\ C_2(4)+f_1(3) = & 6.596.098.125 \\ C_2(5)+f_1(2) = & 6.594.398.958 \\ C_2(6)+f_1(1) = & 6.592.699.792 \\ C_2(7)+f_1(0) = & 6.591.000.625 \end{cases}$$

$f_2(6)=$ min 7.431.208.750

$$\begin{cases} C_2(0)+f_1(8) = & 7.442.652.083 \\ C_2(1)+f_1(7) = & 7.443.102.917 \\ C_2(2)+f_1(6) = & 7.441.403.750 \\ C_2(3)+f_1(5) = & 7.439.704.583 \\ C_2(4)+f_1(4) = & 7.438.005.417 \\ C_2(5)+f_1(3) = & 7.436.306.250 \\ C_2(6)+f_1(2) = & 7.434.607.083 \\ C_2(7)+f_1(1) = & 7.432.907.917 \\ C_2(8)+f_1(0) = & 7.431.208.750 \end{cases}$$

$f_2(7)=$ min 8.271.416.875

$$\begin{cases} C_2(0)+f_1(9) = & 8.284.559.375 \\ C_2(1)+f_1(8) = & 8.285.010.208 \\ C_2(2)+f_1(7) = & 8.283.311.042 \\ C_2(3)+f_1(6) = & 8.281.611.875 \\ C_2(4)+f_1(5) = & 8.279.912.708 \\ C_2(5)+f_1(4) = & 8.278.213.542 \\ C_2(6)+f_1(3) = & 8.276.514.375 \\ C_2(7)+f_1(2) = & 8.274.815.208 \\ C_2(8)+f_1(1) = & 8.273.116.042 \\ C_2(9)+f_1(0) = & 8.271.416.875 \end{cases}$$

$f_2(8)=$ min 9.111.625.000

$$\begin{cases} C_2(0)+f_1(10) = & 9.126.466.667 \\ C_2(1)+f_1(9) = & 9.126.917.500 \\ C_2(2)+f_1(8) = & 9.125.218.333 \\ C_2(3)+f_1(7) = & 9.123.519.167 \\ C_2(4)+f_1(6) = & 9.121.820.000 \\ C_2(5)+f_1(5) = & 9.120.120.833 \\ C_2(6)+f_1(4) = & 9.118.421.667 \\ C_2(7)+f_1(3) = & 9.116.722.500 \\ C_2(8)+f_1(2) = & 9.115.023.333 \\ C_2(9)+f_1(1) = & 9.113.324.167 \\ C_2(10)+f_1(0) = & 9.111.625.000 \end{cases}$$

$f_2(9)=$ min 9.951.833.125

$C_2(0)+f_1(11)=$	9.968.373.958
$C_2(1)+f_1(10)=$	9.968.824.792
$C_2(2)+f_1(9)=$	9.967.125.625
$C_2(3)+f_1(8)=$	9.965.426.458
$C_2(4)+f_1(7)=$	9.963.727.292
$C_2(5)+f_1(6)=$	9.962.028.125
$C_2(6)+f_1(5)=$	9.960.328.958
$C_2(7)+f_1(4)=$	9.958.629.792
$C_2(8)+f_1(3)=$	9.956.930.625
$C_2(9)+f_1(2)=$	9.955.231.458
$C_2(10)+f_1(1)=$	9.953.532.292
$C_2(11)+f_1(0)=$	9.951.833.125

$f_2(10)=$ min 10.792.041.250

$C_2(0)+f_1(12)=$	10.810.281.250
$C_2(1)+f_1(11)=$	10.810.732.083
$C_2(2)+f_1(10)=$	10.809.032.917
$C_2(3)+f_1(9)=$	10.807.333.750
$C_2(4)+f_1(8)=$	10.805.634.583
$C_2(5)+f_1(7)=$	10.803.935.417
$C_2(6)+f_1(6)=$	10.802.236.250
$C_2(7)+f_1(5)=$	10.800.537.083
$C_2(8)+f_1(4)=$	10.798.837.917
$C_2(9)+f_1(3)=$	10.797.138.750
$C_2(10)+f_1(2)=$	10.795.439.583
$C_2(11)+f_1(1)=$	10.793.740.417
$C_2(12)+f_1(0)=$	10.792.041.250

$f_2(11)=$ min 11.632.249.375

$C_2(0)+f_1(13)=$	11.652.188.542
$C_2(1)+f_1(12)=$	11.652.639.375
$C_2(2)+f_1(11)=$	11.650.940.208
$C_2(3)+f_1(10)=$	11.649.241.042
$C_2(4)+f_1(9)=$	11.647.541.875
$C_2(5)+f_1(8)=$	11.645.842.708
$C_2(6)+f_1(7)=$	11.644.143.542
$C_2(7)+f_1(6)=$	11.642.444.375
$C_2(8)+f_1(5)=$	11.640.745.208
$C_2(9)+f_1(4)=$	11.639.046.042
$C_2(10)+f_1(3)=$	11.637.346.875
$C_2(11)+f_1(2)=$	11.635.647.708
$C_2(12)+f_1(1)=$	11.633.948.542
$C_2(13)+f_1(0)=$	11.632.249.375

$$f_2(12) = \min \; 12.472.457.500 \left\{ \begin{array}{ll} C_2(0)+f_1(14) = & 12.494.095.833 \\ C_2(1)+f_1(13) = & 12.494.546.667 \\ C_2(2)+f_1(12) = & 12.492.847.500 \\ C_2(3)+f_1(11) = & 12.491.148.333 \\ C_2(4)+f_1(10) = & 12.489.449.167 \\ C_2(5)+f_1(9) = & 12.487.750.000 \\ C_2(6)+f_1(8) = & 12.486.050.833 \\ C_2(7)+f_1(7) = & 12.484.351.667 \\ C_2(8)+f_1(6) = & 12.482.652.500 \\ C_2(9)+f_1(5) = & 12.480.953.333 \\ C_2(10)+f_1(4) = & 12.479.254.167 \\ C_2(11)+f_1(3) = & 12.477.555.000 \\ C_2(12)+f_1(2) = & 12.475.855.833 \\ C_2(13)+f_1(1) = & 12.474.156.667 \\ C_2(14)+f_1(0) = & 12.472.457.500 \end{array} \right\}$$

$$f_2(13) = \min \; 13.312.665.625 \left\{ \begin{array}{ll} C_2(0)+f_1(15) = & 13.336.003.125 \\ C_2(1)+f_1(14) = & 13.336.453.958 \\ C_2(2)+f_1(13) = & 13.334.754.792 \\ C_2(3)+f_1(12) = & 13.333.055.625 \\ C_2(4)+f_1(11) = & 13.331.356.458 \\ C_2(5)+f_1(10) = & 13.329.657.292 \\ C_2(6)+f_1(9) = & 13.327.958.125 \\ C_2(7)+f_1(8) = & 13.326.258.958 \\ C_2(8)+f_1(7) = & 13.324.559.792 \\ C_2(9)+f_1(6) = & 13.322.860.625 \\ C_2(10)+f_1(5) = & 13.321.161.458 \\ C_2(11)+f_1(4) = & 13.319.462.292 \\ C_2(12)+f_1(3) = & 13.317.763.125 \\ C_2(13)+f_1(2) = & 13.316.063.958 \\ C_2(14)+f_1(1) = & 13.314.364.792 \\ C_2(15)+f_1(0) = & 13.312.665.625 \end{array} \right\}$$

$$f_2(14) = \min \; 14.152.873.750 \left\{ \begin{array}{ll} C_2(0)+f_1(16) = & 14.177.910.417 \\ C_2(1)+f_1(15) = & 14.178.361.250 \\ C_2(2)+f_1(14) = & 14.176.662.083 \\ C_2(3)+f_1(13) = & 14.174.962.917 \\ C_2(4)+f_1(12) = & 14.173.263.750 \\ C_2(5)+f_1(11) = & 14.171.564.583 \\ C_2(6)+f_1(10) = & 14.169.865.417 \\ C_2(7)+f_1(9) = & 14.168.166.250 \\ C_2(8)+f_1(8) = & 14.166.467.083 \\ C_2(9)+f_1(7) = & 14.164.767.917 \\ C_2(10)+f_1(6) = & 14.163.068.750 \\ C_2(11)+f_1(5) = & 14.161.369.583 \\ C_2(12)+f_1(4) = & 14.159.670.417 \\ C_2(13)+f_1(3) = & 14.157.971.250 \\ C_2(14)+f_1(2) = & 14.156.272.083 \\ C_2(15)+f_1(1) = & 14.154.572.917 \\ C_2(16)+f_1(0) = & 14.152.873.750 \end{array} \right\}$$

$$f_2(15) = \min \; 14.993.081.875 \left\{ \begin{array}{ll} C_2(0)+f_1(17) = & 15.019.817.708 \\ C_2(1)+f_1(16) = & 15.020.268.542 \\ C_2(2)+f_1(15) = & 15.018.569.375 \\ C_2(3)+f_1(14) = & 15.016.870.208 \\ C_2(4)+f_1(13) = & 15.015.171.042 \\ C_2(5)+f_1(12) = & 15.013.471.875 \\ C_2(6)+f_1(11) = & 15.011.772.708 \\ C_2(7)+f_1(10) = & 15.010.073.542 \\ C_2(8)+f_1(9) = & 15.008.374.375 \\ C_2(9)+f_1(8) = & 15.006.675.208 \\ C_2(10)+f_1(7) = & 15.004.976.042 \\ C_2(11)+f_1(6) = & 15.003.276.875 \\ C_2(12)+f_1(5) = & 15.001.577.708 \\ C_2(13)+f_1(4) = & 14.999.878.542 \\ C_2(14)+f_1(3) = & 14.998.179.375 \\ C_2(15)+f_1(2) = & 14.996.480.208 \\ C_2(16)+f_1(1) = & 14.994.781.042 \\ C_2(17)+f_1(0) = & 14.993.081.875 \end{array} \right\}$$

$f_2(16) = \min$ 15.833.290.000 $\left\{ \begin{array}{l} C_2(0)+f_1(18) = 15.861.725.000 \\ C_2(1)+f_1(17) = 15.862.175.833 \\ C_2(2)+f_1(16) = 15.860.476.667 \\ C_2(3)+f_1(15) = 15.858.777.500 \\ C_2(4)+f_1(14) = 15.857.078.333 \\ C_2(5)+f_1(13) = 15.855.379.167 \\ C_2(6)+f_1(12) = 15.853.680.000 \\ C_2(7)+f_1(11) = 15.851.980.833 \\ C_2(8)+f_1(10) = 15.850.281.667 \\ C_2(9)+f_1(9) = 15.848.582.500 \\ C_2(10)+f_1(8) = 15.846.883.333 \\ C_2(11)+f_1(7) = 15.845.184.167 \\ C_2(12)+f_1(6) = 15.843.485.000 \\ C_2(13)+f_1(5) = 15.841.785.833 \\ C_2(14)+f_1(4) = 15.840.086.667 \\ C_2(15)+f_1(3) = 15.838.387.500 \\ C_2(16)+f_1(2) = 15.836.688.333 \\ C_2(17)+f_1(1) = 15.834.989.167 \\ C_2(18)+f_1(0) = 15.833.290.000 \end{array} \right\}$

$f_2(17) = \min$ 16.673.498.125 $\left\{ \begin{array}{l} C_2(0)+f_1(19) = 16.703.632.292 \\ C_2(1)+f_1(18) = 16.704.083.125 \\ C_2(2)+f_1(17) = 16.702.383.958 \\ C_2(3)+f_1(16) = 16.700.684.792 \\ C_2(4)+f_1(15) = 16.698.985.625 \\ C_2(5)+f_1(14) = 16.697.286.458 \\ C_2(6)+f_1(13) = 16.695.587.292 \\ C_2(7)+f_1(12) = 16.693.888.125 \\ C_2(8)+f_1(11) = 16.692.188.958 \\ C_2(9)+f_1(10) = 16.690.489.792 \\ C_2(10)+f_1(9) = 16.688.790.625 \\ C_2(11)+f_1(8) = 16.687.091.458 \\ C_2(12)+f_1(7) = 16.685.392.292 \\ C_2(13)+f_1(6) = 16.683.693.125 \\ C_2(14)+f_1(5) = 16.681.993.958 \\ C_2(15)+f_1(4) = 16.680.294.792 \\ C_2(16)+f_1(3) = 16.678.595.625 \\ C_2(17)+f_1(2) = 16.676.896.458 \\ C_2(18)+f_1(1) = 16.675.197.292 \\ C_2(19)+f_1(0) = 16.673.498.125 \end{array} \right\}$

$f_2(18)=$ min 17.513.706.250 {

$C_2(0)+f_1(20) =$ 17.545.539.583
$C_2(1)+f_1(19) =$ 17.545.990.417
$C_2(2)+f_1(18) =$ 17.544.291.250
$C_2(3)+f_1(17) =$ 17.542.592.083
$C_2(4)+f_1(16) =$ 17.540.892.917
$C_2(5)+f_1(15) =$ 17.539.193.750
$C_2(6)+f_1(14) =$ 17.537.494.583
$C_2(7)+f_1(13) =$ 17.535.795.417
$C_2(8)+f_1(12) =$ 17.534.096.250
$C_2(9)+f_1(11) =$ 17.532.397.083
$C_2(10)+f_1(10) =$ 17.530.697.917
$C_2(11)+f_1(9) =$ 17.528.998.750
$C_2(12)+f_1(8) =$ 17.527.299.583
$C_2(13)+f_1(7) =$ 17.525.600.417
$C_2(14)+f_1(6) =$ 17.523.901.250
$C_2(15)+f_1(5) =$ 17.522.202.083
$C_2(16)+f_1(4) =$ 17.520.502.917
$C_2(17)+f_1(3) =$ 17.518.803.750
$C_2(18)+f_1(2) =$ 17.517.104.583
$C_2(19)+f_1(1) =$ 17.515.405.417
$C_2(20)+f_1(0) =$ 17.513.706.250

}

$f_2(19)=$ min 18.353.914.375 {

$C_2(0)+f_1(21) =$ 18.387.446.875
$C_2(1)+f_1(20) =$ 18.387.897.708
$C_2(2)+f_1(19) =$ 18.386.198.542
$C_2(3)+f_1(18) =$ 18.384.499.375
$C_2(4)+f_1(17) =$ 18.382.800.208
$C_2(5)+f_1(16) =$ 18.381.101.042
$C_2(6)+f_1(15) =$ 18.379.401.875
$C_2(7)+f_1(14) =$ 18.377.702.708
$C_2(8)+f_1(13) =$ 18.376.003.542
$C_2(9)+f_1(12) =$ 18.374.304.375
$C_2(10)+f_1(11) =$ 18.372.605.208
$C_2(11)+f_1(10) =$ 18.370.906.042
$C_2(12)+f_1(9) =$ 18.369.206.875
$C_2(13)+f_1(8) =$ 18.367.507.708
$C_2(14)+f_1(7) =$ 18.365.808.542
$C_2(15)+f_1(6) =$ 18.364.109.375
$C_2(16)+f_1(5) =$ 18.362.410.208
$C_2(17)+f_1(4) =$ 18.360.711.042
$C_2(18)+f_1(3) =$ 18.359.011.875
$C_2(19)+f_1(2) =$ 18.357.312.708
$C_2(20)+f_1(1) =$ 18.355.613.542
$C_2(21)+f_1(0) =$ 18.353.914.375

}

$f_2(20)=$ min 19.194.122.500 {

$C_2(0)+f_1(22) =$ 19.229.354.167
$C_2(1)+f_1(21) =$ 19.229.805.000
$C_2(2)+f_1(20) =$ 19.228.105.833
$C_2(3)+f_1(19) =$ 19.226.406.667
$C_2(4)+f_1(18) =$ 19.224.707.500
$C_2(5)+f_1(17) =$ 19.223.008.333
$C_2(6)+f_1(16) =$ 19.221.309.167
$C_2(7)+f_1(15) =$ 19.219.610.000
$C_2(8)+f_1(14) =$ 19.217.910.833
$C_2(9)+f_1(13) =$ 19.216.211.667
$C_2(10)+f_1(12) =$ 19.214.512.500
$C_2(11)+f_1(11) =$ 19.212.813.333
$C_2(12)+f_1(10) =$ 19.211.114.167
$C_2(13)+f_1(9) =$ 19.209.415.000
$C_2(14)+f_1(8) =$ 19.207.715.833
$C_2(15)+f_1(7) =$ 19.206.016.667
$C_2(16)+f_1(6) =$ 19.204.317.500
$C_2(17)+f_1(5) =$ 19.202.618.333
$C_2(18)+f_1(4) =$ 19.200.919.167
$C_2(19)+f_1(3) =$ 19.199.220.000
$C_2(20)+f_1(2) =$ 19.197.520.833
$C_2(21)+f_1(1) =$ 19.195.821.667
$C_2(22)+f_1(0) =$ 19.194.122.500

}

$f_2(21)=$ min 20.034.330.625 {

$C_2(0)+f_1(23) =$ 20.071.261.458
$C_2(1)+f_1(22) =$ 20.071.712.292
$C_2(2)+f_1(21) =$ 20.070.013.125
$C_2(3)+f_1(20) =$ 20.068.313.958
$C_2(4)+f_1(19) =$ 20.066.614.792
$C_2(5)+f_1(18) =$ 20.064.915.625
$C_2(6)+f_1(17) =$ 20.063.216.458
$C_2(7)+f_1(16) =$ 20.061.517.292
$C_2(8)+f_1(15) =$ 20.059.818.125
$C_2(9)+f_1(14) =$ 20.058.118.958
$C_2(10)+f_1(13) =$ 20.056.419.792
$C_2(11)+f_1(12) =$ 20.054.720.625
$C_2(12)+f_1(11) =$ 20.053.021.458
$C_2(13)+f_1(10) =$ 20.051.322.292
$C_2(14)+f_1(9) =$ 20.049.623.125
$C_2(15)+f_1(8) =$ 20.047.923.958
$C_2(16)+f_1(7) =$ 20.046.224.792
$C_2(17)+f_1(6) =$ 20.044.525.625
$C_2(18)+f_1(5) =$ 20.042.826.458
$C_2(19)+f_1(4) =$ 20.041.127.292
$C_2(20)+f_1(3) =$ 20.039.428.125
$C_2(21)+f_1(2) =$ 20.037.728.958
$C_2(22)+f_1(1) =$ 20.036.029.792
$C_2(23)+f_1(0) =$ 20.034.330.625

}

$f_2(22)=$ min 20.874.538.750 {

$C_2(0)+f_1(24)=$	20.913.168.750
$C_2(1)+f_1(23)=$	20.913.619.583
$C_2(2)+f_1(22)=$	20.911.920.417
$C_2(3)+f_1(21)=$	20.910.221.250
$C_2(4)+f_1(20)=$	20.908.522.083
$C_2(5)+f_1(19)=$	20.906.822.917
$C_2(6)+f_1(18)=$	20.905.123.750
$C_2(7)+f_1(17)=$	20.903.424.583
$C_2(8)+f_1(16)=$	20.901.725.417
$C_2(9)+f_1(15)=$	20.900.026.250
$C_2(10)+f_1(14)=$	20.898.327.083
$C_2(11)+f_1(13)=$	20.896.627.917
$C_2(12)+f_1(12)=$	20.894.928.750
$C_2(13)+f_1(11)=$	20.893.229.583
$C_2(14)+f_1(10)=$	20.891.530.417
$C_2(15)+f_1(9)=$	20.889.831.250
$C_2(16)+f_1(8)=$	20.888.132.083
$C_2(17)+f_1(7)=$	20.886.432.917
$C_2(18)+f_1(6)=$	20.884.733.750
$C_2(19)+f_1(5)=$	20.883.034.583
$C_2(20)+f_1(4)=$	20.881.335.417
$C_2(21)+f_1(3)=$	20.879.636.250
$C_2(22)+f_1(2)=$	20.877.937.083
$C_2(23)+f_1(1)=$	20.876.237.917
$C_2(24)+f_1(0)=$	20.874.538.750

}

$f_2(23)=$ min 21.714.746.875 {

$C_2(0)+f_1(25)=$	21.755.076.042
$C_2(1)+f_1(24)=$	21.755.526.875
$C_2(2)+f_1(23)=$	21.753.827.708
$C_2(3)+f_1(22)=$	21.752.128.542
$C_2(4)+f_1(21)=$	21.750.429.375
$C_2(5)+f_1(20)=$	21.748.730.208
$C_2(6)+f_1(19)=$	21.747.031.042
$C_2(7)+f_1(18)=$	21.745.331.875
$C_2(8)+f_1(17)=$	21.743.632.708
$C_2(9)+f_1(16)=$	21.741.933.542
$C_2(10)+f_1(15)=$	21.740.234.375
$C_2(11)+f_1(14)=$	21.738.535.208
$C_2(12)+f_1(13)=$	21.736.836.042
$C_2(13)+f_1(12)=$	21.735.136.875
$C_2(14)+f_1(11)=$	21.733.437.708
$C_2(15)+f_1(10)=$	21.731.738.542
$C_2(16)+f_1(9)=$	21.730.039.375
$C_2(17)+f_1(8)=$	21.728.340.208
$C_2(18)+f_1(7)=$	21.726.641.042
$C_2(19)+f_1(6)=$	21.724.941.875
$C_2(20)+f_1(5)=$	21.723.242.708
$C_2(21)+f_1(4)=$	21.721.543.542
$C_2(22)+f_1(3)=$	21.719.844.375
$C_2(23)+f_1(2)=$	21.718.145.208
$C_2(24)+f_1(1)=$	21.716.446.042
$C_2(25)+f_1(0)=$	21.714.746.875

}

2. AŞAMA ÇÖZÜM TABLOSU

		z_2 →	0	1	20	21	22	23	24	25	SON		
x_3	h_2x_3	$C_2(Z_2)+K_2$ →	0	807.700.000	3.113.150.000	16.918.700.000	17.724.250.000	18.529.800.000	19.335.350.000	20.140.900.000	SON	$f_2(x_3)$	z_2
0	0		2.391.208.333	2.391.659.167								2.389.960.000	2
1	34.658.125		3.233.115.625	3.233.566.458								3.230.168.125	3
2	69.316.250		4.075.022.917	4.075.473.750								4.070.376.250	4
3	103.974.375		4.916.930.208	4.917.381.042								4.910.584.375	5
4	138.632.500		5.758.837.500	5.759.288.333								5.750.792.500	6
5	173.290.625		6.600.744.792	6.601.195.625								6.591.000.625	7
6	207.948.750		7.442.652.083	7.443.102.917								7.431.208.750	8
7	242.606.875		8.284.559.375	8.285.010.208								8.271.416.875	9
8	277.265.000		9.126.466.667	9.126.917.500								9.111.625.000	10
9	311.923.125		9.968.373.958	9.968.824.792								9.951.833.125	11
10	346.581.250		10.810.281.250	10.810.732.083								10.792.041.250	12
11	381.239.375		11.652.188.542	11.652.639.375								11.632.249.375	13
12	415.897.500		12.494.095.833	12.494.546.667								12.472.457.500	14
13	450.555.625		13.336.003.125	13.336.453.958								13.312.665.625	15
14	485.213.750		14.177.910.417	14.178.361.250								14.152.873.750	16
15	519.871.875		15.019.817.708	15.020.268.542								14.993.081.875	17
16	554.530.000		15.861.725.000	15.862.175.833								15.833.290.000	18
17	589.188.125		16.703.632.292	16.704.083.125	7.513.706.250							16.673.498.125	19
18	623.846.250		17.545.539.583	17.545.990.417	8.355.613.542	18.353.914.375						17.513.706.250	20
19	658.504.375		18.387.446.875	18.387.897.708	9.197.520.833	19.195.821.667	19.194.122.500					16.353.914.375	21
20	693.162.500		19.229.354.167	19.229.805.000	10.039.428.125	20.037.728.958	20.036.029.792	20.034.330.625				19.194.122.500	22
21	727.820.625		20.071.261.458	20.071.712.292	10.881.335.417	20.879.636.250	20.877.937.083	20.876.237.917	20.874.538.750			20.034.330.625	23
22	762.478.750		20.913.168.750	20.913.619.583	11.723.242.708	21.721.543.542	21.719.844.375	21.718.145.208	21.716.446.042	21.714.746.875		20.874.538.750	24
23	797.136.875		21.755.076.042	21.755.526.875								21.714.746.875	25
SON	SON												

İkinci Aşamada Verilecek Sipariş Miktarı ve Dönem Sonu Stok Miktarına Göre Oluşan Maliyetler

$f_2(x_3)$ =		z_2^*
$f_2(0)$=	2.389.960.000	2
$f_2(1)$=	3.230.168.125	3
$f_2(2)$=	4.070.376.250	4
$f_2(3)$=	4.910.584.375	5
$f_2(4)$=	5.750.792.500	6
$f_2(5)$=	6.591.000.625	7
$f_2(6)$=	7.431.208.750	8
$f_2(7)$=	8.271.416.875	9
$f_2(8)$=	9.111.625.000	10
$f_2(9)$=	9.951.833.125	11
$f_2(10)$=	10.792.041.250	12
$f_2(11)$=	11.632.249.375	13
$f_2(12)$=	12.472.457.500	14
$f_2(13)$=	13.312.665.625	15
$f_2(14)$=	14.152.873.750	16
$f_2(15)$=	14.993.081.875	17
$f_2(16)$=	15.833.290.000	18
$f_2(17)$=	16.673.498.125	19
$f_2(18)$=	17.513.706.250	20
$f_2(19)$=	18.353.914.375	21
$f_2(20)$=	19.194.122.500	22
$f_2(21)$=	20.034.330.625	23
$f_2(22)$=	20.874.538.750	24
$f_2(23)$=	21.714.746.875	25

Üçüncü Aşama Hesaplamaları	**(MART AYI)**					
3. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı (min) z_3 =2. aşamada verilen sipariş miktarına göre en az sıfır olabılır				0		
3. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı (max) $z_3=D_3+D_{4...+}D_n$				23		
3. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı $0 \leq x_4 \leq D_4+...+D_n$	(min) $x_4 = 0$			0		
	(max) $x_4=D_4+D_5+D_6$			17		
	$f_3(x_4)=\min C_3(z_3)+h_3x_4+f_2(x_4+D_3-z_3)$					
	$0 \leq z_3 \leq D_3+x_4$					
(z_3)	(x_4)	h_3x_4	K_3	$C_3(Z_3)$	$C_3(Z_3)+h_3x_4$	$C_3(Z_3)+K_3$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	39.366.667	2.150.000	838.000.000	877.366.667	840.150.000
2	2	78.733.333	2.150.000	1.676.000.000	1.754.733.333	1.678.150.000
3	3	118.100.000	2.150.000	2.514.000.000	2.632.100.000	2.516.150.000
4	4	157.466.667	2.150.000	3.352.000.000	3.509.466.667	3.354.150.000
5	5	196.833.333	2.150.000	4.190.000.000	4.386.833.333	4.192.150.000
6	6	236.200.000	2.150.000	5.028.000.000	5.264.200.000	5.030.150.000
7	7	275.566.667	2.150.000	5.866.000.000	6.141.566.667	5.868.150.000
8	8	314.933.333	2.150.000	6.704.000.000	7.018.933.333	6.706.150.000
9	9	354.300.000	2.150.000	7.542.000.000	7.896.300.000	7.544.150.000
10	10	393.666.667	2.150.000	8.380.000.000	8.773.666.667	8.382.150.000
11	11	433.033.333	2.150.000	9.218.000.000	9.651.033.333	9.220.150.000
12	12	472.400.000	2.150.000	10.056.000.000	10.528.400.000	10.058.150.000
13	13	511.766.667	2.150.000	10.894.000.000	11.405.766.667	10.896.150.000
14	14	551.133.333	2.150.000	11.732.000.000	12.283.133.333	11.734.150.000
15	15	590.500.000	2.150.000	12.570.000.000	13.160.500.000	12.572.150.000
16	16	629.866.667	2.150.000	13.408.000.000	14.037.866.667	13.410.150.000
17	17	669.233.333	2.150.000	14.246.000.000	14.915.233.333	14.248.150.000
18	SON	SON	2.150.000	15.084.000.000	SON	15.086.150.000
19			2.150.000	15.922.000.000		15.924.150.000
20			2.150.000	16.760.000.000		16.762.150.000
21			2.150.000	17.598.000.000		17.600.150.000
22			2.150.000	18.436.000.000		18.438.150.000
23			2.150.000	19.274.000.000		19.276.150.000
SON			SON	SON		SON

İkinci Aşama Sonuçları ile İlişkilendirilmiş Maliyet Hesaplamaları

$f_3x_4)=\min \quad C_3(z_3)+h_3x_4+f_2(x_4+D_3-z_3)$

$0 \leq z_3 \leq D_3+x_4$

$D_3=6$

$f_3(x_4)=$

$f_3(0)=$ min 7.420.110.000

$C_3(0)+f_2(6)=$	7.431.208.750
$C_3(1)+f_2(5)=$	7.431.150.625
$C_3(2)+f_2(4)=$	7.428.942.500
$C_3(3)+f_2(3)=$	7.426.734.375
$C_3(4)+f_2(2)=$	7.424.526.250
$C_3(5)+f_2(1)=$	7.422.318.125
$C_3(6)+f_2(0)=$	7.420.110.000

$f_3(1)=$ min 8.297.476.667

$C_3(0)+f_2(7)=$	8.310.783.542
$C_3(1)+f_2(6)=$	8.310.725.417
$C_3(2)+f_2(5)=$	8.308.517.292
$C_3(3)+f_2(4)=$	8.306.309.167
$C_3(4)+f_2(3)=$	8.304.101.042
$C_3(5)+f_2(2)=$	8.301.892.917
$C_3(6)+f_2(1)=$	8.299.684.792
$C_3(7)+f_2(0)=$	8.297.476.667

$f_3(2)=$ min 9.174.843.333

$C_3(0)+f_2(8)=$	9.190.358.333
$C_3(1)+f_2(7)=$	9.190.300.208
$C_3(2)+f_2(6)=$	9.188.092.083
$C_3(3)+f_2(5)=$	9.185.883.958
$C_3(4)+f_2(4)=$	9.183.675.833
$C_3(5)+f_2(3)=$	9.181.467.708
$C_3(6)+f_2(2)=$	9.179.259.583
$C_3(7)+f_2(1)=$	9.177.051.458
$C_3(8)+f_2(0)=$	9.174.843.333

$f_3(3)=$ min 10.052.210.000

$C_3(0)+f_2(9) =$ 10.069.933.125
$C_3(1)+f_2(8) =$ 10.069.875.000
$C_3(2)+f_2(7) =$ 10.067.666.875
$C_3(3)+f_2(6) =$ 10.065.458.750
$C_3(4)+f_2(5) =$ 10.063.250.625
$C_3(5)+f_2(4) =$ 10.061.042.500
$C_3(6)+f_2(3) =$ 10.058.834.375
$C_3(7)+f_2(2) =$ 10.056.626.250
$C_3(8)+f_2(1) =$ 10.054.418.125
$C_3(9)+f_2(0) =$ 10.052.210.000

$f_3(4)=$ min 10.929.576.667

$C_3(0)+f_2(10) =$ 10.949.507.917
$C_3(1)+f_2(9) =$ 10.949.449.792
$C_3(2)+f_2(8) =$ 10.947.241.667
$C_3(3)+f_2(7) =$ 10.945.033.542
$C_3(4)+f_2(6) =$ 10.942.825.417
$C_3(5)+f_2(5) =$ 10.940.617.292
$C_3(6)+f_2(4) =$ 10.938.409.167
$C_3(7)+f_2(3) =$ 10.936.201.042
$C_3(8)+f_2(2) =$ 10.933.992.917
$C_3(9)+f_2(1) =$ 10.931.784.792
$C_3(10)+f_2(0) =$ 10.929.576.667

$f_3(5)=$ min 11.806.943.333

$C_3(0)+f_2(11) =$ 11.829.082.708
$C_3(1)+f_2(10) =$ 11.829.024.583
$C_3(2)+f_2(9) =$ 11.826.816.458
$C_3(3)+f_2(8) =$ 11.824.608.333
$C_3(4)+f_2(7) =$ 11.822.400.208
$C_3(5)+f_2(6) =$ 11.820.192.083
$C_3(6)+f_2(5) =$ 11.817.983.958
$C_3(7)+f_2(4) =$ 11.815.775.833
$C_3(8)+f_2(3) =$ 11.813.567.708
$C_3(9)+f_2(2) =$ 11.811.359.583
$C_3(10)+f_2(1) =$ 11.809.151.458
$C_3(11)+f_2(0) =$ 11.806.943.333

$f_3(6)=$ min 12.684.310.000

$C_3(0)+f_2(12) =$	12.708.657.500
$C_3(1)+f_2(11) =$	12.708.599.375
$C_3(2)+f_2(10) =$	12.706.391.250
$C_3(3)+f_2(9) =$	12.704.183.125
$C_3(4)+f_2(8) =$	12.701.975.000
$C_3(5)+f_2(7) =$	12.699.766.875
$C_3(6)+f_2(6) =$	12.697.558.750
$C_3(7)+f_2(5) =$	12.695.350.625
$C_3(8)+f_24) =$	12.693.142.500
$C_3(9)+f_2(3) =$	12.690.934.375
$C_3(10)+f_2(2) =$	12.688.726.250
$C_3(11)+f_2(1) =$	12.686.518.125
$C_3(12)+f_2(0) =$	12.684.310.000

$f_3(7)=$ min 13.561.676.667

$C_3(0)+f_2(13) =$	13.588.232.292
$C_3(1)+f_2(12) =$	13.588.174.167
$C_3(2)+f_2(11) =$	13.585.966.042
$C_3(3)+f_2(10) =$	13.583.757.917
$C_3(4)+f_2(9) =$	13.581.549.792
$C_3(5)+f_2(8) =$	13.579.341.667
$C_3(6)+f_2(7) =$	13.577.133.542
$C_3(7)+f_2(6) =$	13.574.925.417
$C_3(8)+f_2(5) =$	13.572.717.292
$C_3(9)+f_2(4) =$	13.570.509.167
$C_3(10)+f_2(3) =$	13.568.301.042
$C_3(11)+f_2(2) =$	13.566.092.917
$C_3(12)+f_2(1) =$	13.563.884.792
$C_3(13)+f_2(0) =$	13.561.676.667

$f_3(8)=$ min 14.439.043.333

$C_3(0)+f_2(14) =$	14.467.807.083
$C_3(1)+f_2(13) =$	14.467.748.958
$C_3(2)+f_2(12) =$	14.465.540.833
$C_3(3)+f_2(11) =$	14.463.332.708
$C_3(4)+f_2(10) =$	14.461.124.583
$C_3(5)+f_2(9) =$	14.458.916.458
$C_3(6)+f_2(8) =$	14.456.708.333
$C_3(7)+f_2(7) =$	14.454.500.208
$C_3(8)+f_2(6) =$	14.452.292.083
$C_3(9)+f_2(5) =$	14.450.083.958
$C_3(10)+f_2(4) =$	14.447.875.833
$C_3(11)+f_2(3) =$	14.445.667.708
$C_3(12)+f_2(2) =$	14.443.459.583
$C_3(13)+f_2(1) =$	14.441.251.458
$C_3(14)+f_2(0) =$	14.439.043.333

$f_3(9)=$ min 15.316.410.000

$$\begin{cases} C_3(0)+f_2(15) = & 15.347.381.875 \\ C_3(1)+f_2(14) = & 15.347.323.750 \\ C_3(2)+f_2(13) = & 15.345.115.625 \\ C_3(3)+f_2(12) = & 15.342.907.500 \\ C_3(4)+f_2(11) = & 15.340.699.375 \\ C_3(5)+f_2(10) = & 15.338.491.250 \\ C_3(6)+f_2(9) = & 15.336.283.125 \\ C_3(7)+f_2(8) = & 15.334.075.000 \\ C_3(8)+f_2(7) = & 15.331.866.875 \\ C_3(9)+f_2(6) = & 15.329.658.750 \\ C_3(10)+f_2(5) = & 15.327.450.625 \\ C_3(11)+f_2(4) = & 15.325.242.500 \\ C_3(12)+f_2(3) = & 15.323.034.375 \\ C_3(13)+f_2(2) = & 15.320.826.250 \\ C_3(14)+f_2(1) = & 15.318.618.125 \\ C_3(15)+f_2(0) = & 15.316.410.000 \end{cases}$$

$f_3(10)=$ min 16.193.776.667

$$\begin{cases} C_3(0)+f_216) = & 16.226.956.667 \\ C_3(1)+f_2(15) = & 16.226.898.542 \\ C_3(2)+f_2(14) = & 16.224.690.417 \\ C_3(3)+f_2(13) = & 16.222.482.292 \\ C_3(4)+f_2(12) = & 16.220.274.167 \\ C_3(5)+f_2(11) = & 16.218.066.042 \\ C_3(6)+f_2(10) = & 16.215.857.917 \\ C_3(7)+f_2(9) = & 16.213.649.792 \\ C_3(8)+f_2(8) = & 16.211.441.667 \\ C_3(9)+f_2(7) = & 16.209.233.542 \\ C_3(10)+f_2(6) = & 16.207.025.417 \\ C_3(11)+f_2(5) = & 16.204.817.292 \\ C_3(12)+f_2(4) = & 16.202.609.167 \\ C_3(13)+f_2(3) = & 16.200.401.042 \\ C_3(14)+f2(2) = & 16.198.192.917 \\ C_3(15)+f_2(1) = & 16.195.984.792 \\ C_3(16)+f_2(0) = & 16.193.776.667 \end{cases}$$

$f_3(11)=$ min 17.071.143.333

$C_3(0)+f_2(17) =$ 17.106.531.458
$C_3(1)+f_2(16) =$ 17.106.473.333
$C_3(2)+f_2(15) =$ 17.104.265.208
$C_3(3)+f_2(14) =$ 17.102.057.083
$C_3(4)+f_2(13) =$ 17.099.848.958
$C_3(5)+f_212) =$ 17.097.640.833
$C_3(6)+f_2(11) =$ 17.095.432.708
$C_3(7)+f_2(10) =$ 17.093.224.583
$C_3(8)+f_2(9) =$ 17.091.016.458
$C_3(9)+f_2(8) =$ 17.088.808.333
$C_3(10)+f_2(7) =$ 17.086.600.208
$C_3(11)+f_2(6) =$ 17.084.392.083
$C_3(12)+f_2(5) =$ 17.082.183.958
$C_3(13)+f_2(4) =$ 17.079.975.833
$C_3(14)+f_2(3) =$ 17.077.767.708
$C_3(15)+f_2(2) =$ 17.075.559.583
$C_3(16)+f_2(1) =$ 17.073.351.458
$C_3(17)+f_2(0) =$ 17.071.143.333

$f_3(12)=$ min 17.948.510.000

$C_3(0)+f_2(18) =$ 17.986.106.250
$C_3(1)+f_2(17) =$ 17.986.048.125
$C_3(2)+f_2(16) =$ 17.983.840.000
$C_3(3)+f_2(15) =$ 17.981.631.875
$C_3(4)+f_2(14) =$ 17.979.423.750
$C_3(5)+f_2(13) =$ 17.977.215.625
$C_3(6)+f_2(12) =$ 17.975.007.500
$C_3(7)+f_2(11) =$ 17.972.799.375
$C_3(8)+f_2(10) =$ 17.970.591.250
$C_3(9)+f_2(9) =$ 17.968.383.125
$C_3(10)+f_2(8) =$ 17.966.175.000
$C_3(11)+f_2(7) =$ 17.963.966.875
$C_3(12)+f_2(6) =$ 17.961.758.750
$C_3(13)+f_2(5) =$ 17.959.550.625
$C_3(14)+f_2(4) =$ 17.957.342.500
$C_3(15)+f_2(3) =$ 17.955.134.375
$C_3(16)+f_2(2) =$ 17.952.926.250
$C_3(17)+f_2(1) =$ 17.950.718.125
$C_3(18)+f_2(0) =$ 17.948.510.000

$f_3(13)=$ min 18.825.876.667

$C_3(0)+f_2(19) =$ 18.865.681.042
$C_3(1)+f_2(18) =$ 18.865.622.917
$C_3(2)+f_2(17) =$ 18.863.414.792
$C_3(3)+f_2(16) =$ 18.861.206.667
$C_3(4)+f_2(15) =$ 18.858.998.542
$C_3(5)+f_2(14) =$ 18.856.790.417
$C_3(6)+f_2(13) =$ 18.854.582.292
$C_3(7)+f_2(12) =$ 18.852.374.167
$C_3(8)+f_2(11) =$ 18.850.166.042
$C_3(9)+f_2(10) =$ 18.847.957.917
$C_3(10)+f_2(9) =$ 18.845.749.792
$C_3(11)+f_2(8) =$ 18.843.541.667
$C_3(12)+f_2(7) =$ 18.841.333.542
$C_3(13)+f_2(6) =$ 18.839.125.417
$C_3(14)+f_2(5) =$ 18.836.917.292
$C_3(15)+f_2(4) =$ 18.834.709.167
$C_3(16)+f_2(3) =$ 18.832.501.042
$C_3(17)+f_2(2) =$ 18.830.292.917
$C_3(18)+f_2(1) =$ 18.828.084.792
$C_3(19)+f_2(0) =$ 18.825.876.667

$f_3(14)=$ min 19.703.243.333

$C_3(0)+f_2(20) =$ 19.745.255.833
$C_3(1)+f_2(19) =$ 19.745.197.708
$C_3(2)+f_2(18) =$ 19.742.989.583
$C_3(3)+f_2(17) =$ 19.740.781.458
$C_3(4)+f_2(16) =$ 19.738.573.333
$C_3(5)+f_2(15) =$ 19.736.365.208
$C_3(6)+f_2(14) =$ 19.734.157.083
$C_3(7)+f_2(13) =$ 19.731.948.958
$C_3(8)+f_2(12) =$ 19.729.740.833
$C_3(9)+f_2(11) =$ 19.727.532.708
$C_3(10)+f_2(10) =$ 19.725.324.583
$C_3(11)+f_2(9) =$ 19.723.116.458
$C_3(12)+f_2(8) =$ 19.720.908.333
$C_3(13)+f_2(7) =$ 19.718.700.208
$C_3(14)+f_2(6) =$ 19.716.492.083
$C_3(15)+f_2(5) =$ 19.714.283.958
$C_3(16)+f_2(4) =$ 19.712.075.833
$C_3(17)+f_2(3) =$ 19.709.867.708
$C_3(18)+f_2(2) =$ 19.707.659.583
$C_3(19)+f_2(1) =$ 19.705.451.458
$C_3(20)+f_2(0) =$ 19.703.243.333

$f_3(15)=$ min 20.580.610.000 {

$C_3(0)+f_2(21) =$ 20.624.830.625
$C_3(1)+f_2(20) =$ 20.624.772.500
$C_3(2)+f_2(19) =$ 20.622.564.375
$C_3(3)+f_2(18) =$ 20.620.356.250
$C_3(4)+f_2(17) =$ 20.618.148.125
$C_3(5)+f_2(16) =$ 20.615.940.000
$C_3(6)+f_2(15) =$ 20.613.731.875
$C_3(7)+f_2(14) =$ 20.611.523.750
$C_3(8)+f_2(13) =$ 20.609.315.625
$C_3(9)+f_2(12) =$ 20.607.107.500
$C_3(10)+f_2(11) =$ 20.604.899.375
$C_3(11)+f_2(10) =$ 20.602.691.250
$C_3(12)+f_2(9) =$ 20.600.483.125
$C_3(13)+f_2(8) =$ 20.598.275.000
$C_3(14)+f_2(7) =$ 20.596.066.875
$C_3(15)+f_2(6) =$ 20.593.858.750
$C_3(16)+f_2(5) =$ 20.591.650.625
$C_3(17)+f_2(4) =$ 20.589.442.500
$C_3(18)+f_2(3) =$ 20.587.234.375
$C_3(19)+f_2(2) =$ 20.585.026.250
$C_3(20)+f_2(1) =$ 20.582.818.125
$C_3(21)+f_2(0) =$ 20.580.610.000

}

$f_3(16)=$ min 21.457.976.667 {

$C_3(0)+f_2(22) =$ 21.504.405.417
$C_3(1)+f_2(21) =$ 21.504.347.292
$C_3(2)+f_2(20) =$ 21.502.139.167
$C_3(3)+f_2(19) =$ 21.499.931.042
$C_3(4)+f_2(18) =$ 21.497.722.917
$C_3(5)+f_2(17) =$ 21.495.514.792
$C_3(6)+f_2(16) =$ 21.493.306.667
$C_3(7)+f_2(15) =$ 21.491.098.542
$C_3(8)+f_2(14) =$ 21.488.890.417
$C_3(9)+f_2(13) =$ 21.486.682.292
$C_3(10)+f_2(12) =$ 21.484.474.167
$C_3(11)+f_2(11) =$ 21.482.266.042
$C_3(12)+f_2(10) =$ 21.480.057.917
$C_3(13)+f_2(9) =$ 21.477.849.792
$C_3(14)+f_2(8) =$ 21.475.641.667
$C_3(15)+f_2(7) =$ 21.473.433.542
$C_3(16)+f_2(6) =$ 21.471.225.417
$C_3(17)+f_2(5) =$ 21.469.017.292
$C_3(18)+f_2(4) =$ 21.466.809.167
$C_3(19)+f_2(3) =$ 21.464.601.042
$C_3(20)+f_2(2) =$ 21.462.392.917
$C_3(21)+f_2(1) =$ 21.460.184.792
$C_3(22)+f_2(0) =$ 21.457.976.667

}

$$f_3(17) = \min \begin{cases} C_3(0)+f_2(23) = 22.383.980.208 \\ C_3(1)+f_2(22) = 22.383.922.083 \\ C_3(2)+f_2(21) = 22.381.713.958 \\ C_3(3)+f_2(20) = 22.379.505.833 \\ C_3(4)+f_2(19) = 22.377.297.708 \\ C_3(5)+f_2(18) = 22.375.089.583 \\ C_3(6)+f_2(17) = 22.372.881.458 \\ C_3(7)+f_2(16) = 22.370.673.333 \\ C_3(8)+f_2(15) = 22.368.465.208 \\ C_3(9)+f_2(14) = 22.366.257.083 \\ C_3(10)+f_2(13) = 22.364.048.958 \\ C_3(11)+f_2(12) = 22.361.840.833 \\ C_3(12)+f_2(11) = 22.359.632.708 \\ C_3(13)+f_2(10) = 22.357.424.583 \\ C_3(14)+f_2(9) = 22.355.216.458 \\ C_3(15)+f_2(8) = 22.353.008.333 \\ C_3(16)+f_2(7) = 22.350.800.208 \\ C_3(17)+f_2(6) = 22.348.592.083 \\ C_3(18)+f_2(5) = 22.346.383.958 \\ C_3(19)+f_2(4) = 22.344.175.833 \\ C_3(20)+f_2(3) = 22.341.967.708 \\ C_3(21)+f_2(2) = 22.339.759.583 \\ C_3(22)+f_2(1) = 22.337.551.458 \\ C_3(23)+f_2(0) = 22.335.343.333 \end{cases}$$

3. AŞAMA ÇÖZÜM TABLOSU

		z_3 →	0	1	19	20	21	22	23	SON		
x_4	h_3x_4	$C_3(Z_3)+K_3$ →	0	840.150.000	.924.150.000	16.762.150.000	17.600.150.000	18.438.150.000	19.276.150.000	SON	$f_3(x_4)$	z_3
0	0		7.431.208.750	7.431.150.625							7.420.110.000	6
1	39.366.667		8.310.783.542	8.310.725.417							8.297.476.667	7
2	78.733.333		9.190.358.333	9.190.300.208							9.174.843.333	8
3	118.100.000		10.069.933.125	10.069.875.000							10.052.210.000	9
4	157.466.667		10.949.507.917	10.949.449.792							10.929.576.667	10
5	196.833.333		11.829.082.708	11.829.024.583							11.806.943.333	11
6	236.200.000		12.708.657.500	12.708.599.375							12.684.310.000	12
7	275.566.667		13.588.232.292	13.588.174.167							13.561.676.667	13
8	314.933.333		14.467.807.083	14.467.748.958							14.439.043.333	14
9	354.300.000		15.347.381.875	15.347.323.750							15.316.410.000	15
10	393.666.667		16.226.956.667	16.226.898.542							16.193.776.667	16
11	433.033.333		17.106.531.458	17.106.473.333							17.071.143.333	17
12	472.400.000		17.986.106.250	17.986.048.125							17.948.510.000	18
13	511.766.667		18.865.681.042	18.865.622.917	.825.876.667						18.825.876.667	19
14	551.133.333		19.745.255.833	19.745.197.708	.705.451.458	19.703.243.333					19.703.243.333	20
15	590.500.000		20.624.830.625	20.624.772.500	.585.026.250	20.562.818.125	20.580.610.000				20.580.610.000	21
16	629.866.667		21.504.405.417	21.504.347.292	.464.601.042	21.462.392.917	21.460.184.792	21.457.976.667			21.457.976.667	22
17	669.233.333		22.383.980.208	22.383.922.083	.344.175.833	22.341.967.708	22.339.759.583	22.337.551.458	22.335.343.333		22.335.343.333	23
SON	SON											

Üçüncü Aşamada Verilecek Sipariş Miktarı ve Dönem Sonu Stok Miktarına Göre Oluşan Maliyetler

$f_3(x_4)$ =		z_3^*
$f_3(0)$=	7.420.110.000	6
$f_3(1)$=	8.297.476.667	7
$f_3(2)$=	9.174.843.333	8
$f_3(3)$=	10.052.210.000	9
$f_3(4)$=	10.929.576.667	10
$f_3(5)$=	11.806.943.333	11
$f_3(6)$=	12.684.310.000	12
$f_3(7)$=	13.561.676.667	13
$f_3(8)$=	14.439.043.333	14
$f_3(9)$=	15.316.410.000	15
$f_3(10)$=	16.193.776.667	16
$f_3(11)$=	17.071.143.333	17
$f_3(12)$=	17.948.510.000	18
$f_3(13)$=	18.825.876.667	19
$f_3(14)$=	19.703.243.333	20
$f_3(15)$=	20.580.610.000	21
$f_3(16)$=	21.457.976.667	22
$f_3(17)$=	22.335.343.333	23

Dördüncü Aşama Hesaplamaları	(NİSAN AYI)				
4. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı (min) z_4 =3. aşamada verilen sipariş miktarına göre en az sıfır olabılır			0		
4. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı (max) $z_4=D_4+...+D_n$			17		
4. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı $0 \le x_5 \le D_5+D_6$	(min) $x_5= 0$		0		
	(max) $x_5 =D_5+D_6$		15		

$f_4(x_5)=\min C_4(z_4)+h_4x_5+f_3(x_5+D_4-z_4)$

$0 \le z_4 \le D_4+x_5$

(z_4)	(x_5)	h_4x_5	K_4	$C_4(Z_4)$	$C_4(Z_4)+h_4x_5$	$C_4(Z_4)+K_4$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	37.131.250	2.150.000	871.500.000	908.631.250	873.650.000
2	2	74.262.500	2.150.000	1.743.000.000	1.817.262.500	1.745.150.000
3	3	111.393.750	2.150.000	2.614.500.000	2.725.893.750	2.616.650.000
4	4	148.525.000	2.150.000	3.486.000.000	3.634.525.000	3.488.150.000
5	5	185.656.250	2.150.000	4.357.500.000	4.543.156.250	4.359.650.000
6	6	222.787.500	2.150.000	5.229.000.000	5.451.787.500	5.231.150.000
7	7	259.918.750	2.150.000	6.100.500.000	6.360.418.750	6.102.650.000
8	8	297.050.000	2.150.000	6.972.000.000	7.269.050.000	6.974.150.000
9	9	334.181.250	2.150.000	7.843.500.000	8.177.681.250	7.845.650.000
10	10	371.312.500	2.150.000	8.715.000.000	9.086.312.500	8.717.150.000
11	11	408.443.750	2.150.000	9.586.500.000	9.994.943.750	9.588.650.000
12	12	445.575.000	2.150.000	10.458.000.000	10.903.575.000	10.460.150.000
13	13	482.706.250	2.150.000	11.329.500.000	11.812.206.250	11.331.650.000
14	14	519.837.500	2.150.000	12.201.000.000	12.720.837.500	12.203.150.000
15	15	556.968.750	2.150.000	13.072.500.000	13.629.468.750	13.074.650.000
16	SON	SON	2.150.000	13.944.000.000	SON	13.946.150.000
17			2.150.000	14.815.500.000		14.817.650.000
SON			SON	SON		SON

Üçüncü Aşama Sonuçları ile İlişkilendirilmiş Maliyet Hesaplamaları

$f_4(x_5)=\min \; C_4(z_4)+h_4x_5+f3(x_5+D_4-z_4)$

$0 \le z_4 \le D_4+x_5$

$D_4=2$

$f_4(x_5)=$

$f_4(0)=$ min 9.165.260.000

$C_4(0)+f_3(2) =$ 9.174.843.333
$C_4(1)+f_3(1) =$ 9.171.126.667
$C_4(2)+f_3(0) =$ 9.165.260.000

$f_4(1)=$ min 10.073.891.250

$C_4(0)+f_3(3) =$ 10.089.341.250
$C_4(1)+f_3(2) =$ 10.085.624.583
$C_4(2)+f_3(1) =$ 10.079.757.917
$C_4(3)+f_3(0) =$ 10.073.891.250

$f_4(2)=$ min 10.982.522.500

$C_4(0)+f_3(4) =$ 11.003.839.167
$C_4(1)+f_3(3) =$ 11.000.122.500
$C_4(2)+f_3(2) =$ 10.994.255.833
$C_4(3)+f_3(1) =$ 10.988.389.167
$C_4(4)+f_3(0) =$ 10.982.522.500

$f_4(3)=$ min 11.891.153.750

$C_4(0)+f_3(5) =$ 11.918.337.083
$C_4(1)+f_3(4) =$ 11.914.620.417
$C_4(2)+f_3(3) =$ 11.908.753.750
$C_4(3)+f_3(2) =$ 11.902.887.083
$C_4(4)+f_3(1) =$ 11.897.020.417
$C_4(5)+f_3(0) =$ 11.891.153.750

$f_4(4)=$ min 12.799.785.000

$C_4(0)+f_3(6) =$ 12.832.835.000
$C_4(1)+f_3(5) =$ 12.829.118.333
$C_4(2)+f_3(4) =$ 12.823.251.667
$C_4(3)+f_3(3) =$ 12.817.385.000
$C_4(4)+f_3(2) =$ 12.811.518.333
$C_4(5)+f_3(1) =$ 12.805.651.667
$C_4(6)+f_3(0) =$ 12.799.785.000

$f_4(5)=$ min 13.708.416.250

$C_4(0)+f_3(7) =$ 13.747.332.917
$C_4(1)+f_3(6) =$ 13.743.616.250
$C_4(2)+f_3(5) =$ 13.737.749.583
$C_4(3)+f_3(4) =$ 13.731.882.917
$C_4(4)+f_3(3) =$ 13.726.016.250
$C_4(5)+f_3(2) =$ 13.720.149.583
$C_4(6)+f_3(1) =$ 13.714.282.917
$C_4(7)+f_3(0) =$ 13.708.416.250

$f_4(6)=$ min 14.617.047.500

$C_4(0)+f_3(8) =$ 14.661.830.833
$C_4(1)+f_3(7) =$ 14.658.114.167
$C_4(2)+f_36) =$ 14.652.247.500
$C_4(3)+f_3(5) =$ 14.646.380.833
$C_4(4)+f_3(4) =$ 14.640.514.167
$C_4(5)+f_3(3) =$ 14.634.647.500
$C_4(6)+f_3(2) =$ 14.628.780.833
$C_4(7)+f_3(1) =$ 14.622.914.167
$C_4(8)+f_3(0) =$ 14.617.047.500

$f_4(7)=$ min 15.525.678.750

$C_4(0)+f_3(9) =$ 15.576.328.750
$C_4(1)+f_3(8) =$ 15.572.612.083
$C_4(2)+f_3(7) =$ 15.566.745.417
$C_4(3)+f_3(6) =$ 15.560.878.750
$C_4(4)+f_3(5) =$ 15.555.012.083
$C_4(5)+f_3(4) =$ 15.549.145.417
$C_4(6)+f_3(3) =$ 15.543.278.750
$C_4(7)+f_3(2) =$ 15.537.412.083
$C_4(8)+f_3(1) =$ 15.531.545.417
$C_4(9)+f_3(0) =$ 15.525.678.750

$f_4(8)=$ min 16.434.310.000

$C_4(0)+f_3(10) =$ 16.490.826.667
$C_4(1)+f_3(9) =$ 16.487.110.000
$C_4(2)+f_3(8) =$ 16.481.243.333
$C_4(3)+f_3(7) =$ 16.475.376.667
$C_4(4)+f_3(6) =$ 16.469.510.000
$C_4(5)+f_3(5) =$ 16.463.643.333
$C_4(6)+f_3(4) =$ 16.457.776.667
$C_4(7)+f_3(3) =$ 16.451.910.000
$C_4(8)+f_3(2) =$ 16.446.043.333
$C_4(9)+f_3(1) =$ 16.440.176.667
$C_4(10)+f_3(0) =$ 16.434.310.000

$f_4(9)=$ min 17.342.941.250

$C_4(0)+f_3(11) =$ 17.405.324.583
$C_4(1)+f_3(10) =$ 17.401.607.917
$C_4(2)+f_3(9) =$ 17.395.741.250
$C_4(3)+f_3(8) =$ 17.389.874.583
$C_4(4)+f_3(7) =$ 17.384.007.917
$C_4(5)+f_3(6) =$ 17.378.141.250
$C_4(6)+f_3(5) =$ 17.372.274.583
$C_4(7)+f_3(4) =$ 17.366.407.917
$C_4(8)+f_3(3) =$ 17.360.541.250
$C_4(9)+f_3(2) =$ 17.354.674.583
$C_4(10)+f_3(1) =$ 17.348.807.917
$C_4(11)+f_3(0) =$ 17.342.941.250

$f_4(10)=$ min 18.251.572.500

$C_4(0)+f_3(12) =$ 18.319.822.500
$C_4(1)+f_3(11) =$ 18.316.105.833
$C_4(2)+f_3(10) =$ 18.310.239.167
$C_4(3)+f_3(9) =$ 18.304.372.500
$C_4(4)+f_3(8) =$ 18.298.505.833
$C_4(5)+f_3(7) =$ 18.292.639.167
$C_4(6)+f_3(6) =$ 18.286.772.500
$C_4(7)+f_3(5) =$ 18.280.905.833
$C_4(8)+f_34) =$ 18.275.039.167
$C_4(9)+f_3(3) =$ 18.269.172.500
$C_4(10)+f_3(2) =$ 18.263.305.833
$C_4(11)+f_3(1) =$ 18.257.439.167
$C_4(12)+f_3(0) =$ 18.251.572.500

$f_4(11)=$ min 19.160.203.750

$C_4(0)+f_3(13) =$ 19.234.320.417
$C_4(1)+f_3(12) =$ 19.230.603.750
$C_4(2)+f_3(11) =$ 19.224.737.083
$C_4(3)+f_3(10) =$ 19.218.870.417
$C_4(4)+f_3(9) =$ 19.213.003.750
$C_4(5)+f_3(8) =$ 19.207.137.083
$C_4(6)+f_3(7) =$ 19.201.270.417
$C_4(7)+f_3(6) =$ 19.195.403.750
$C_4(8)+f_3(5) =$ 19.189.537.083
$C_4(9)+f_3(4) =$ 19.183.670.417
$C_4(10)+f_3(3) =$ 19.177.803.750
$C_4(11)+f_3(2) =$ 19.171.937.083
$C_4(12)+f_3(1) =$ 19.166.070.417
$C_4(13)+f_3(0) =$ 19.160.203.750

$$f_4(12) = \min \; 20.068.835.000 \left\{ \begin{array}{ll} C_4(0)+f_3(14) = & 20.148.818.333 \\ C_4(1)+f_3(13) = & 20.145.101.667 \\ C_4(2)+f_3(12) = & 20.139.235.000 \\ C_4(3)+f_3(11) = & 20.133.368.333 \\ C_4(4)+f_3(10) = & 20.127.501.667 \\ C_4(5)+f_3(9) = & 20.121.635.000 \\ C_4(6)+f_3(8) = & 20.115.768.333 \\ C_4(7)+f_3(7) = & 20.109.901.667 \\ C_4(8)+f_3(6) = & 20.104.035.000 \\ C_4(9)+f_3(5) = & 20.098.168.333 \\ C_4(10)+f_3(4) = & 20.092.301.667 \\ C_4(11)+f_3(3) = & 20.086.435.000 \\ C_4(12)+f_3(2) = & 20.080.568.333 \\ C_4(13)+f_3(1) = & 20.074.701.667 \\ C_4(14)+f_3(0) = & 20.068.835.000 \end{array} \right\}$$

$$f_4(13) = \min \; 20.977.466.250 \left\{ \begin{array}{ll} C_4(0)+f_3(15) = & 21.063.316.250 \\ C_4(1)+f_3(14) = & 21.059.599.583 \\ C_4(2)+f_3(13) = & 21.053.732.917 \\ C_4(3)+f_3(12) = & 21.047.866.250 \\ C_4(4)+f_3(11) = & 21.041.999.583 \\ C_4(5)+f_3(10) = & 21.036.132.917 \\ C_4(6)+f_3(9) = & 21.030.266.250 \\ C_4(7)+f_3(8) = & 21.024.399.583 \\ C_4(8)+f_3(7) = & 21.018.532.917 \\ C_4(9)+f_3(6) = & 21.012.666.250 \\ C_4(10)+f_3(5) = & 21.006.799.583 \\ C_4(11)+f_3(4) = & 21.000.932.917 \\ C_4(12)+f_3(3) = & 20.995.066.250 \\ C_4(13)+f_3(2) = & 20.989.199.583 \\ C_4(14)+f_3(1) = & 20.983.332.917 \\ C_4(15)+f_3(0) = & 20.977.466.250 \end{array} \right\}$$

$f_4(14)=$ min 21.886.097.500 {

$C_4(0)+f_3 16) =$	21.977.814.167
$C_4(1)+f_3(15) =$	21.974.097.500
$C_4(2)+f_3(14) =$	21.968.230.833
$C_4(3)+f_3(13) =$	21.962.364.167
$C_4(4)+f_3(12) =$	21.956.497.500
$C_4(5)+f_3(11) =$	21.950.630.833
$C_4(6)+f_3(10) =$	21.944.764.167
$C_4(7)+f_3(9) =$	21.938.897.500
$C_4(8)+f_3(8) =$	21.933.030.833
$C_4(9)+f_3(7) =$	21.927.164.167
$C_4(10)+f_3(6) =$	21.921.297.500
$C_4(11)+f_3(5) =$	21.915.430.833
$C_4(12)+f_3(4) =$	21.909.564.167
$C_4(13)+f_3(3) =$	21.903.697.500
$C_4(14)+f3(2) =$	21.897.830.833
$C_4(15)+f_3(1) =$	21.891.964.167
$C_4(16)+f_3(0) =$	21.886.097.500

}

$f_4(15)=$ min 22.794.728.750 {

$C_4(0)+f_3(17) =$	22.892.312.083
$C_4(1)+f_3(16) =$	22.888.595.417
$C_4(2)+f_3(15) =$	22.882.728.750
$C_4(3)+f_3(14) =$	22.876.862.083
$C_4(4)+f_3(13) =$	22.870.995.417
$C_4(5)+f_3 12) =$	22.865.128.750
$C_4(6)+f_3(11) =$	22.859.262.083
$C_4(7)+f_3(10) =$	22.853.395.417
$C_4(8)+f_3(9) =$	22.847.528.750
$C_4(9)+f_3(8) =$	22.841.662.083
$C_4(10)+f_3(7) =$	22.835.795.417
$C_4(11)+f_3(6) =$	22.829.928.750
$C_4(12)+f_3(5) =$	22.824.062.083
$C_4(13)+f_3(4) =$	22.818.195.417
$C_4(14)+f_3(3) =$	22.812.328.750
$C_4(15)+f_3(2) =$	22.806.462.083
$C_4(16)+f_3(1) =$	22.800.595.417
$C_4(17)+f_3(0) =$	22.794.728.750

}

4. AŞAMA ÇÖZÜM TABLOSU

		z_4 →	0	14	15	16	17	SON		
x_5	h_4x_5	$C_4(Z_4)+K_4$ →	0	12.203.150.000	13.074.650.000	13.946.150.000	14.817.650.000	SON	$f_4(x_5)$	z_4
0	0		9.174.8						9.165.260.000	2
1	37.131.250		10.089,3						10.073.891.250	3
2	74.262.500		11.003,8						10.982.522.500	4
3	111.393.750		11.918,3						11.891.153.750	5
4	148.525.000		12.832,8						12.799.785.000	6
5	185.656.250		13.747,3						13.708.416.250	7
6	222.787.500		14.661,8						14.617.047.500	8
7	259.918.750		15.576,3						15.525.678.750	9
8	297.050.000		16.490,8						16.434.310.000	10
9	334.181.250		17.405,3						17.342.941.250	11
10	371.312.500		18.319,8						18.251.572.500	12
11	408.443.750		19.234,3						19.160.203.750	13
12	445.575.000		20.148,8	20.068.835.000					20.068.835.000	14
13	482.706.250		21.063,3	20.983.332.917	20.977.466.250				20.977.466.250	15
14	519.837.500		21.977,8	21.897.830.833	21.891.964.167	21.886.097.500			21.886.097.500	16
15	556.968.750		22.892,3	22.812.328.750	22.806.462.083	22.800.595.417	22.794.728.750		22.794.728.750	17
SON	SON									

Dördüncü Aşamada Verilecek Sipariş Miktarı ve Dönem Sonu Stok Miktarına Göre Oluşan Maliyetler

$f_4(x_5)$ =		z_4^*
$f_4(0)$=	9.165.260.000	2
$f_4(1)$=	10.073.891.250	3
$f_4(2)$=	10.982.522.500	4
$f_4(3)$=	11.891.153.750	5
$f_4(4)$=	12.799.785.000	6
$f_4(5)$=	13.708.416.250	7
$f_4(6)$=	14.617.047.500	8
$f_4(7)$=	15.525.678.750	9
$f_4(8)$=	16.434.310.000	10
$f_4(9)$=	17.342.941.250	11
$f_4(10)$=	18.251.572.500	12
$f_4(11)$=	19.160.203.750	13
$f_4(12)$=	20.068.835.000	14
$f_4(13)$=	20.977.466.250	15
$f_4(14)$=	21.886.097.500	16
$f_4(15)$=	22.794.728.750	17

Beşinci Aşama Hesaplamaları	**(MAYIS AYI)**				
5. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı (min) z_5 =4. aşamada verilen sipariş miktarına göre en az sıfır olabılır			0		
5. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı (max) $z_5=D_5+D_6$			15		
5. Periyot sonunda elde kalabilecek stok miktarı $0 \le x_6 \le D_6$	(min) $x_6= 0$		0		
	(max) $x_6 =D_6$		9		

$f_5(x_6)=\min \; C_5(z_5)+h_5x_6+f_4(x_6+D_5-z_5)$

$0 \le z_5 \le D_5+x_6$

(z_5)	(x_6)	h_5x_6	K_5	$C_5(Z_5)$	$C_5(Z_5)+h_5x_6$	$C_5(Z_5)+K_5$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	33.140.000	2.150.000	906.000.000	939.140.000	908.150.000
2	2	66.280.000	2.150.000	1.812.000.000	1.878.280.000	1.814.150.000
3	3	99.420.000	2.150.000	2.718.000.000	2.817.420.000	2.720.150.000
4	4	132.560.000	2.150.000	3.624.000.000	3.756.560.000	3.626.150.000
5	5	165.700.000	2.150.000	4.530.000.000	4.695.700.000	4.532.150.000
6	6	198.840.000	2.150.000	5.436.000.000	5.634.840.000	5.438.150.000
7	7	231.980.000	2.150.000	6.342.000.000	6.573.980.000	6.344.150.000
8	8	265.120.000	2.150.000	7.248.000.000	7.513.120.000	7.250.150.000
9	9	298.260.000	2.150.000	8.154.000.000	8.452.260.000	8.156.150.000
10	SON	SON	2.150.000	9.060.000.000	SON	9.062.150.000
11			2.150.000	9.966.000.000		9.968.150.000
12			2.150.000	10.872.000.000		10.874.150.000
13			2.150.000	11.778.000.000		11.780.150.000
14			2.150.000	12.684.000.000		12.686.150.000
15			2.150.000	13.590.000.000		13.592.150.000
SON			SON	SON		SON

Dördüncü Aşama Sonuçları ile İlişkilendirilmiş Maliyet Hesaplamaları

$f_5(x_6)=\min \quad C_5(z_5)+h_5x_6+f_4(x_6+D_5-z_5)$

$0 \le z_5 \le D_5+x_6$

$D_5=6$

$f_5(x_6)=$

$f_5(0)=$ min 14.603.410.000

$C_5(0)+f_4(6)=$	14.617.047.500
$C_5(1)+f_4(5)=$	14.616.566.250
$C_5(2)+f_4(4)=$	14.613.935.000
$C_5(3)+f_4(3)=$	14.611.303.750
$C_5(4)+f_4(2)=$	14.608.672.500
$C_5(5)+f_4(1)=$	14.606.041.250
$C_5(6)+f_4(0)=$	14.603.410.000

$f_5(1)=$ min 15.542.550.000

$C_5(0)+f_4(7)=$	15.558.818.750
$C_5(1)+f_4(6)=$	15.558.337.500
$C_5(2)+f_4(5)=$	15.555.706.250
$C_5(3)+f_4(4)=$	15.553.075.000
$C_5(4)+f_4(3)=$	15.550.443.750
$C_5(5)+f_4(2)=$	15.547.812.500
$C_5(6)+f_4(1)=$	15.545.181.250
$C_5(7)+f_4(0)=$	15.542.550.000

$f_5(2)=$ min 16.481.690.000

$C_5(0)+f_4(8)=$	16.500.590.000
$C_5(1)+f_4(7)=$	16.500.108.750
$C_5(2)+f_46)=$	16.497.477.500
$C_5(3)+f_4(5)=$	16.494.846.250
$C_5(4)+f_4(4)=$	16.492.215.000
$C_5(5)+f_4(3)=$	16.489.583.750
$C_5(6)+f_4(2)=$	16.486.952.500
$C_5(7)+f_4(1)=$	16.484.321.250
$C_5(8)+f_4(0)=$	16.481.690.000

$f_5(3)=$ min 17.420.830.000

$C_5(0)+f_4(9)=$	17.442.361.250
$C_5(1)+f_4(8)=$	17.441.880.000
$C_5(2)+f_4(7)=$	17.439.248.750
$C_5(3)+f_4(6)=$	17.436.617.500
$C_5(4)+f_4(5)=$	17.433.986.250
$C_5(5)+f_4(4)=$	17.431.355.000
$C_5(6)+f_4(3)=$	17.428.723.750
$C_5(7)+f_4(2)=$	17.426.092.500
$C_5(8)+f_4(1)=$	17.423.461.250
$C_5(9)+f_4(0)=$	17.420.830.000

$f_5(4)=$ min 18.359.970.000

$C_5(0)+f_4(10) =$	18.384.132.500
$C_5(1)+f_4(9) =$	18.383.651.250
$C_5(2)+f_4(8) =$	18.381.020.000
$C_5(3)+f_4(7) =$	18.378.388.750
$C_5(4)+f_4(6) =$	18.375.757.500
$C_5(5)+f_4(5) =$	18.373.126.250
$C_5(6)+f_4(4) =$	18.370.495.000
$C_5(7)+f_4(3) =$	18.367.863.750
$C_5(8)+f_4(2) =$	18.365.232.500
$C_5(9)+f_4(1) =$	18.362.601.250
$C_5(10)+f_4(0) =$	18.359.970.000

$f_5(5)=$ min 19.299.110.000

$C_5(0)+f_4(11) =$	19.325.903.750
$C_5(1)+f_4(10) =$	19.325.422.500
$C_5(2)+f_4(9) =$	19.322.791.250
$C_5(3)+f_4(8) =$	19.320.160.000
$C_5(4)+f_4(7) =$	19.317.528.750
$C_5(5)+f_4(6) =$	19.314.897.500
$C_5(6)+f_4(5) =$	19.312.266.250
$C_5(7)+f_44) =$	19.309.635.000
$C_5(8)+f_4(3) =$	19.307.003.750
$C_5(9)+f_4(2) =$	19.304.372.500
$C_5(10)+f_4(1) =$	19.301.741.250
$C_5(11)+f_4(0) =$	19.299.110.000

$f_5(6)=$ min 20.238.250.000

$C_5(0)+f_4(12) =$	20.267.675.000
$C_5(1)+f_4(11) =$	20.267.193.750
$C_5(2)+f_4(10) =$	20.264.562.500
$C_5(3)+f_4(9) =$	20.261.931.250
$C_5(4)+f_4(8) =$	20.259.300.000
$C_5(5)+f_4(7) =$	20.256.668.750
$C_5(6)+f_4(6) =$	20.254.037.500
$C_5(7)+f_4(5) =$	20.251.406.250
$C_5(8)+f_44) =$	20.248.775.000
$C_5(9)+f_4(3) =$	20.246.143.750
$C_5(10)+f_4(2) =$	20.243.512.500
$C_5(11)+f_4(1) =$	20.240.881.250
$C_5(12)+f_4(0) =$	20.238.250.000

$f_5(7)=$ min 21.177.390.000

$C_5(0)+f_4(13)=$	21.209.446.250
$C_5(1)+f_4(12)=$	21.208.965.000
$C_5(2)+f_4(11)=$	21.206.333.750
$C_5(3)+f_4(10)=$	21.203.702.500
$C_5(4)+f_4(9)=$	21.201.071.250
$C_5(5)+f_4(8)=$	21.198.440.000
$C_5(6)+f_4(7)=$	21.195.808.750
$C_5(7)+f_4(6)=$	21.193.177.500
$C_5(8)+f_4(5)=$	21.190.546.250
$C_5(9)+f_4(4)=$	21.187.915.000
$C_5(10)+f_4(3)=$	21.185.283.750
$C_5(11)+f_4(2)=$	21.182.652.500
$C_5(12)+f_4(1)=$	21.180.021.250
$C_5(13)+f_4(0)=$	21.177.390.000

$f_5(8)=$ min 22.116.530.000

$C_5(0)+f_4(14)=$	22.151.217.500
$C_5(1)+f_4(13)=$	22.150.736.250
$C_5(2)+f_4(12)=$	22.148.105.000
$C_5(3)+f_4(11)=$	22.145.473.750
$C_5(4)+f_4(10)=$	22.142.842.500
$C_5(5)+f_4(9)=$	22.140.211.250
$C_5(6)+f4(8)=$	22.137.580.000
$C_5(7)+f_4(7)=$	22.134.948.750
$C_5(8)+f_4(6)=$	22.132.317.500
$C_5(9)+f_4(5)=$	22.129.686.250
$C_5(10)+f_4(4)=$	22.127.055.000
$C_5(11)+f_4(3)=$	22.124.423.750
$C_5(12)+f_4(2)=$	22.121.792.500
$C_5(13)+f_4(1)=$	22.119.161.250
$C_5(14)+f_4(0)=$	22.116.530.000

$f_5(9)=$ min 23.055.670.000

$C_5(0)+f_4(15)=$	23.092.988.750
$C_5(1)+f_4(14)=$	23.092.507.500
$C_5(2)+f_4(13)=$	23.089.876.250
$C_5(3)+f_4(12)=$	23.087.245.000
$C_5(4)+f_4(11)=$	23.084.613.750
$C_5(5)+f_4(10)=$	23.081.982.500
$C_5(6)+f_4(9)=$	23.079.351.250
$C_5(7)+f_4(8)=$	23.076.720.000
$C_5(8)+f_4(7)=$	23.074.088.750
$C_5(9)+f_4(6)=$	23.071.457.500
$C_5(10)+f_4(5)=$	23.068.826.250
$C_5(11)+f_4(4)=$	23.066.195.000
$C_5(12)+f_4(3)=$	23.063.563.750
$C_5(13)+f_4(2)=$	23.060.932.500
$C_5(14)+f_4(1)=$	23.058.301.250
$C_5(15)+f_4(0)=$	23.055.670.000

5. AŞAMA ÇÖZÜM TABLOSU

		z_5 →	$C_5(Z_5)+h_5x_6+f_4(x_6+D_5-z_5)$																		
x_6	h_5x_6	$C_5(Z_5)+K_5$ →	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	SON		
0	0		0	908.150.000	1.814.150.000	2.720.150.000	3.626.150.000	4.532.150.000	5.438.150.000	6.344.150.000	7.250.150.000	8.156.150.000	9.062.150.000	9.968.150.000	10.874.150.000	11.780.150.000	12.686.150.000	13.592.150.000	SON	$f_6(x_7)$	z_5^*
1	33.140.000		14.617.047.500	14.616.566.250	14.613.935.000	14.611.303.750	14.608.672.500	14.606.041.250	14.603.410.000											14.603.410.000	6
2	66.280.000		15.558.818.750	15.558.337.500	15.555.706.250	15.553.075.000	15.550.443.750	15.547.812.500	15.545.181.250	15.542.550.000										15.542.550.000	7
3	99.420.000		16.500.590.000	16.500.108.750	16.497.477.500	16.494.846.250	16.492.215.000	16.489.583.750	16.486.952.500	16.484.321.250	16.481.690.000									16.481.690.000	8
4	132.560.000		17.442.361.250	17.441.880.000	17.439.248.750	17.436.617.500	17.433.986.250	17.431.355.000	17.428.723.750	17.426.092.500	17.423.461.250	17.420.830.000								17.420.830.000	9
5	165.700.000		18.384.132.500	18.383.651.250	18.381.020.000	18.378.388.750	18.375.757.500	18.373.126.250	18.370.495.000	18.367.863.750	18.365.232.500	18.362.601.250	18.359.970.000							18.359.970.000	10
6	198.840.000		19.325.903.750	19.325.422.500	19.322.791.250	19.320.160.000	19.317.528.750	19.314.897.500	19.312.266.250	19.309.635.000	19.307.003.750	19.304.372.500	19.301.741.250	19.299.110.000						19.299.110.000	11
7	231.980.000		20.267.675.000	20.267.193.750	20.264.562.500	20.261.931.250	20.259.300.000	20.256.668.750	20.254.037.500	20.251.406.250	20.248.775.000	20.246.143.750	20.243.512.500	20.240.881.250	20.238.250.000					20.238.250.000	12
8	265.120.000		21.209.446.250	21.208.965.000	21.206.333.750	21.203.702.500	21.201.071.250	21.198.440.000	21.195.808.750	21.193.177.500	21.190.546.250	21.187.915.000	21.185.283.750	21.182.652.500	21.180.021.250	21.177.390.000				21.177.390.000	13
9	298.260.000		22.151.217.500	22.150.736.250	22.148.105.000	22.145.473.750	22.142.842.500	22.140.211.250	22.137.580.000	22.134.948.750	22.132.317.500	22.129.686.250	22.127.055.000	22.124.423.750	22.121.792.500	22.119.161.250	22.116.530.000			22.116.530.000	14
SON	SON		23.092.988.750	23.092.507.500	23.089.876.250	23.087.245.000	23.084.613.750	23.081.982.500	23.079.351.250	23.076.720.000	23.074.088.750	23.071.457.500	23.068.826.250	23.066.195.000	23.063.563.750	23.060.932.500	23.058.301.250	23.055.670.000		23.055.670.000	15

Beşinci Aşamada Verilecek Sipariş Miktarı ve Dönem Sonu Stok Miktarına Göre Oluşan Maliyetler

$f_5(x_6)$ =		z_5^*
$f_5(0)$=	14.603.410.000	6
$f_5(1)$=	15.542.550.000	7
$f_5(2)$=	16.481.690.000	8
$f_5(3)$=	17.420.830.000	9
$f_5(4)$=	18.359.970.000	10
$f_5(5)$=	19.299.110.000	11
$f_5(6)$=	20.238.250.000	12
$f_5(7)$=	21.177.390.000	13
$f_5(8)$=	22.116.530.000	14
$f_5(9)$=	23.055.670.000	15

Altıncı Aşama Hesaplamaları	**(HAZİRAN AYI)**					
6. Periyot için verilebilecek en düşük sipariş miktarı						
(min) z_6 =5. aşamada verilen sipariş miktarına göre en az sıfır olabilir				0		
6. Periyot için verilebilecek en yüksek sipariş miktarı			(max)	9		
$z_6=D_6$						
6. Periyot sonunda elde kalabilecek stok		(min) x_7= 0		0		
miktarı		(max) x_7 =0		0		
	$f_6(x_7)=\min\ C_6(z_6)+h_6x_7+f_5(x_7+D_6-z_6)$					
	$0 \le z_6 \le D_6+x_7$					
(z_6)	(x_7)	h_6x_7	K_6	$C_6(Z_6)$	$C_6(Z_6)+h_6x_7$	$C_6(Z_6)+K_6$
0	0	0	0	0	0	0
1	SON	SON	2.150.000	942.000.000	SON	944.150.000
2			2.150.000	1.884.000.000		1.886.150.000
3			2.150.000	2.826.000.000		2.828.150.000
4			2.150.000	3.768.000.000		3.770.150.000
5			2.150.000	4.710.000.000		4.712.150.000
6			2.150.000	5.652.000.000		5.654.150.000
7			2.150.000	6.594.000.000		6.596.150.000
8			2.150.000	7.536.000.000		7.538.150.000
9			2.150.000	8.478.000.000		8.480.150.000
SON			SON	SON		SON
Beşinci Aşama Sonuçları ile İlişkilendirilmiş Maliyet Hesaplamaları						
$f_6(x_7)=\min\ C_6(z_6)+h_6x_7+f_5(x_7+D_6-z_6)$						
$0 \le z_6 \le D_6+x_7$						
	D_5=9					
$f_6(x_7)$=						
		$C_6(0)+f_5(9)$ =	23.055.670.000			
		$C_6(1)+f_5(8)$ =	23.060.680.000			
		$C_6(2)+f_5(7)$ =	23.063.540.000			
		$C_6(3)+f_5(6)$ =	23.066.400.000			
$f_6(0)$= min	23.055.670.000	$C_6(4)+f_5(5)$ =	23.069.260.000			
		$C_6(5)+f_5(4)$ =	23.072.120.000			
		$C_6(6)+f_5(3)$ =	23.074.980.000			
		$C_6(7)+f_5(2)$ =	23.077.840.000			
		$C_6(8)+f_5(1)$ =	23.080.700.000			
		$C_6(9)+f_5(0)$ =	23.083.560.000			

		6. AŞAMA ÇÖ					
			8	9	SON		
	x_7	h_6x_7	7.538.150.000	8.480.150.000	SON	$f_6(x_7)$	z_6
	0		23.080.700.000	23.083.560.000		23.055.670.000	0
	SON	SON					
	Beşinci Aşamada Verilecek Sipariş Mik						
	Miktarına Göre Oluşan						
	$f_6(x_7)$ =						
	$f_6(0)$=	23.055.6					
	$f_6(9)$=	23.083.5					
	FARK	2.300.1					

4. Çözüm Sonuçları

Önceki bölümde gerçekleştirilen hesaplamalar sonucunda, işletmenin aylar itibariyle alması gereken buzdolabı miktarları, aşağıda verilen biçimde bulunmuştur.

Ocak : 1 adet
Şubat : 2 adet
Mart : 6 adet
Nisan : 2 adet
Mayıs : 6 adet
Haziran : 9 adet

Son aşamaya ilişkin önceki tabloda, en düşük maliyeti 0 sipariş miktarının vermekte olduğu gözlenmektedir. Ancak bir önceki aşamada, dönem sonu stoğu 0 olduğu için, son aşamada talep kısıtı da dikkate alınarak, dönem talebinin karşılanması amacıyla 9 adet buzdolabı sipariş edilmelidir. İşletme bu sipariş politikasıyla, 6 aylık toplam maliyeti 23.055.670.000._TL ile minimum kılmaktadır. İşletme, sayısal bir teknik kullanmaksızın, geçmiş tecrübeleri doğrultusunda bir sipariş politikası izlediğinde ise, alımlarını aşağıda verilen biçimde gerçekleştirmiş ve toplam maliyeti 25.383.686.042._TL. olarak ortaya çıkmıştır.

Ocak : 7 adet
Şubat : 1 adet
Mart : 9 adet
Nisan : 11 adet
Mayıs : 1 adet
Haziran : 0 adet

Bu sonuçlara göre işletme, dinamik programlama tekniğini kullanarak bir planlama yapmakla 2.300.126.042._TL daha fazla kar elde etmiş olacaktır.

SONUÇ

İşletmeler, ister üretim işletmesi ister ticaret veya hizmet işletmesi olsun, faaliyetlerini bir karar verme süreci ile gerçekleştirirler. Kısaca farklı seçenekler arasından amaca en uygununu seçme olarak tanımlanabilen karar verme işlevi, bilimsel bir temele dayanılarak gerçekleştirildiğinde daha sağlıklı olacaktır.

Karar verme süreci, birbirini izleyen sıralı adımlara, başka bir ifadeyle birden fazla aşamaya ayrılabiliyorsa, bu süreç çok aşamalı karar süreci olarak adlandırılır. Sayısal karar verme tekniklerinden biri olan dinamik programlama da böylesi çok aşamalı karar verme süreçlerinde kullanılan ve 1950'li yıllarda Richard Bellman tarafından geliştirilen bir tekniktir.

Stoklar, birçok işletmenin toplam varlıklarının önemli bir bölümünü oluşturmakla birlikte paraya çevrilebilme özelliği, diğer varlıklara göre daha düşüktür. Bu da stokların işletmeye olan maliyetlerinin önemini ve dolayısıyla da stok planlama konusunun önemini arttırmaktadır. Stok planlamanın ciddi bir biçimde ve doğru uygulanması ile işletme maliyet açısından önemli bir avantaj elde edebilmektedir.

Çalışmamızda dinamik programlama tekniği ile stok planlaması hakkında teorik bilgi verilerek bir işletmede konu ile ilgili uygulama yapılmıştır. Uygulamada işletme yöneticilerinden alınan bilgiler ışığında, dinamik programlama tekniğine dayalı olarak bir stok planlama modeli oluşturulmuş ve model MS Excel programı yardımı ile çözümlenmiştir. Çözüm yolu olarak çözüme ilk aşamadan başlanıp, ileri doğru ve tablosal çözüm yolu benimsenmiştir. Çözüm sonuçlarına göre; işletmenin stok planlamasını hiçbir bilimsel yöntem kullanmadan, sezgisel olarak gerçekleştirdiğinde katlanmak zorunda kaldığı stok maliyetinin, dinamik programlama tekniği kullanarak stok planlaması ile katlanacağı maliyetten daha yüksek olduğu görülmüştür.

Bu çalışma ışığında, dinamik programlama ile problem çözmenin karar vericiye sağlayacağı avantajlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

* n değişkenli ayrılabilir bir fonksiyon, n sayıda tek değişkenli fonksiyona ayrılarak çözümlendiğinde, işlem sayısında önemli ölçüde azalma sağlanabilir.

* Dinamik programlama ile problem çözümlerinde hesaplamaların tekrara dayanması, rahat bir çözüm için bilgisayar kullanımını zorunlu hale getirmektedir.

* Dinamik programlamada değişkenlerle her aşamada karşılaşılmakta, fakat bunların sayıları artmamaktadır.

* Dinamik programlama problemlerinde diğer sayısal problemlere oranla daha az karmaşık ve daha az bilgi gerektiren süreçlerle karşılaşılmaktadır.

Yukarıda sıralanan avantajların yanı sıra, dinamik programlama tekniğinin stok planlamasında uygulanmasının işletmeler açısından yararlı olacağı ortaya çıkmıştır. Özellikle günümüzün rekabet koşullarında işletmelere, rakiplerine karşı mücadele alternatifi sağlayan en önemli kalemin maliyet unsuru olduğu düşünülürse, dinamik programlamanın bu konuda işletmelere getireceği yarar gözardı edilmemelidir.

KAYNAKÇA

Akgüç, Öztin. **Finansal Yönetim.** Yedinci Basım. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın, 1998.

Anderson, David R., J.Sweeney, Dennis and A.Williams, Thomas. **An Introduction to Management Science Quantitative Approaches to Decision Making.** Ninth Edition. U.S.A.: South-Western College Publishing,2000.

B.Dilworth, James. **Production and Operations Management.** Fifth Edition. Singapore: Mcgraw-Hill Book Co.,1993.

Cook, Thomas M. and Russell, Robert A. **Introduction to Management Science.** Second Edition. U.S.A.: Prentice Hall, 1981.

Demir, M.Hulusi ve Gümüşoğlu, Şevkinaz. **Üretim Yönetimi.** İstanbul:Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 1998.

Doğan, İbrahim. **Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları.** İkinci basım. İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi, 1995.

Güredin, Ersin. **Denetim.** İstanbul:Avcıol Matbaası, 1990.

Halaç, Osman. **Kantitatif Karar Verme Teknikleri.** Beşinci basım. İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım, 2001.

Hillier, Frederic S. and Lieberman, Gerald J. **Introduction to Operation Research.** Sixth Edition: Singapore: McGraw-Hill Book Co.,1995.

Horne, James C.Van. **Finansal Yönetim ve Politikaları.** Çev.: Osman Tekok ve diğerleri. Cilt:2 Ankara: İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayını,1979.

Krajewski, Lee J. and P.Ritzman, Larry. **Operations Management.** Fourth Edition. U.S.A.: Addison-Wesley Publishing Company, 1996.

Karayalçın, İlhami. **Yöneylem "Harekat Araştırması" Operation Research.** Üçüncü basım. İstanbul: Menteş Kitabevi, 1993.

_____. **Endüstri Mühendisliği ve Üretim Yönetimi El Kitabı II.** İstanbul: Çağlayan Kitabevi, 1986.

Kobu, Bülent. **Üretim Yönetimi.** Onuncu basım. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın, 1998.

Koç, K.Bekir Otomotiv Bakım Onarım İşletmesi İçin Dinamik Stok Kontrol Modellerinin Değerlendirilmesi ve Silver Meal Modelinin Uygulanması, http://idari.cu.edu.tr/dergi/bekirkoc.pdf, 05.08.2002

Levin, Richard I., Kirkpatrick, C.A. and Rubin, D.S. **Quantitative Approaches to Management.** Fifth Edition, Tokyo: McGraw-Hill International Book Company, 1982.

Osman Kazan, Rakesh Nagi, Christopher M.Rump, "New lot-sizing formulation for less nervous production schedules" , **Computers&Operations Research**, 27, 2000

Öztürk, Ahmet. **Yöneylem Araştırması.** Beşinci basım. Bursa:Ekin Kitabevi Yayınları, 1997.

Reyes-Aldasora, CC, Ganguly, AR, Lemus, G and Gupta, A "A hybrid model based on dynamic programming, neural networks, and surrogate value for inventory optimisation applications" **Journal of the Operational Research Society**, Vol.50 No:1, 1999

Russell, Roberta S. and Taylor, Bernard W. **Operation Management.** Third Edition. U.S.A.: Prentice-Hall Inc., 2000.

Sevilengül, Orhan. **Genel Muhasebe.** Ankara: Lazer Ofset Matbaa Tesisleri, 1995.

Sezen, Kemal. **Dinamik Programlama.** Bursa: Ekin Kitabevi, 1998.

Taha, Hamdy A. **Yöneylem Araştırması 6. Basımdan Çeviri.** Çeviren:Ş.Alp Baray-Şakir Esnaf . İstanbul:2000.

Taylor III, Bernard W. **Introduction to Management Science.** Seventh Edition. U.S.A.-New Jersey: Prentice Hall, 2002.

Top, Aykut. **Üretim Sistemleri Analiz ve Planlaması.** İstanbul: Melissa Matbaacılık, 1994.

Tulunay, Yılmaz. **Matematik Programlama.** İstanbul: Sermet Matbaası,1980.

Turban, Efraim and Meredith, Jack R. **Fundamentals of Management Science.** Fourth Edition. Plano, Texas:Business Publications, 1988.

Winston, Wayne L. **Operation Research Applications and Algorithms.** Third Edition. U.S.A.: International Thomson Publishing,1994.

http://www.isl.itu.edu.tr/ya/END332E/dynamiccommoncharacteristics.htm 03.07.2002

http://www.dpt.gov.tr/dptweb/ekutup96/prjplan/prj8.html 18.06.2002