

MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA  
MODELİ VE KÜTAHYA OTOMOBİL LASTİĞİ  
PAZARINDA BİR UYGULAMA DENEMESİ

Yavuz SOYKAN  
(Yüksek Lisans Tezi)  
Eskişehir-1999

Anadolu Üniversitesi  
Merkez Kütüphane

MARKOV MODELİ  
VE KÜTAHYA OTOMOBİL LASTİĞİ PAZARINDA BİR UYGULAMA DENEMESİ

Yavuz SOYKAN

YÜKSEK LISANS TEZİ  
İşletme Anabilim Dalı  
Danışman : Yrd.Doç.Dr.Mahmut ATLAS

Eskişehir  
Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü  
Haziran 1999

Anadolu Üniversitesi  
Merkez Kütüphane

## YÜKSEK LİSANS TEZ ÖZÜ

### MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA MODELİ VE KÜTAHYA OTOMOBİL LASTİĞİ PAZARINDA BİR UYGULAMA DENEMESİ

Yavuz SOYKAN

İşletme Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Haziran 1999

Danışman : Yrd.Doç.Dr.Mahmut ATLAS

Markov Zincirleri, biyoloji, fizik, kimya gibi fen bilimleri yanında, işletme ve ekonomi gibi sosyal bilimlerde de uygulanma imkanı olan bir yönelem araştırması tekniğidir. Teknik matris cebiri ve olasılık kanunlarından yararlanarak karar vericilere, bir sistemin mevcut özelliklerinde meydana gelebilecek davranış değişikliklerinin saptanmasını sağlayan, etkin ve pratik bir tahmin tekniğidir.

Serbest piyasa koşullarında faaliyet gösteren işletmeler için pazar payı araştırmaları büyük önem taşımaktadır. Pazar payı araştırmaları adı altında yapılan çalışmalar daha çok mevcut durumun tespitinden ibaret gibi görünmektedir. Oysa işletme yöneticilerinin ileriye dönük sağlıklı planlar yapabilmeleri için ileriye dönük pazar paylarını, hatta rakiplerinin ileriye dönük pazar paylarını da bilmeleri gerekir. Karar vericilerin bu gereksinimlerini sağlayacak etkin bir yönelem araştırması tekniği, Markov Zincirleri olabilir. Bu amaçla bu çalışmada, piyasada çok sayıda rakip markanın bulunduğu durumlarda, pazar payı tahminlerinin elde edilmesinde Markov Zincirlerinin nasıl kullanılabileceği gösterilmeye çalışılacaktır. Böylece pazar payı araştırmaları için etkin bir tekniğin uygulanabilirliği gösterilmiş olacaktır.

## ABSTRACT

Markov Chains is an operations research technique that has the possibility of being applied in social sciences disciplines such as management and economics as well as in positive sciences such as biology, physics and chemistry. This technique provides the decision makers with the determining of behavior changes that are likely to occur in a system's current characteristics by utilizing matrix algebra and probability laws.

Market share researches are of great importance for the corporations operating under free market conditions. The studies done under the name of market share studies seem to be consisting of determining the current position. However, in order for the business managers to make sound future oriented plans, they have to know their future market shares and even their competitors future market shares. Markov Chains would be efficient operations research technique that will provide these needs of the decision makers. For this purpose, how Markov Chains can be used, in forecasting the market shares in cases where there are so many rival brands in the market, will be tried to be shown. Hence, the applicability of an efficient technique in market share researches will be shown.

## **JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI**

**Yavuz SOYKAN'ın "Markov Zincirleri İle Pazar Payı Araştırma Modeli ve Kütahya Otomobil Lastiği Pazarında Bir Uygulama Denemesi" başlıklı tezi 4 Ağustos 1999 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca, İşletme (Sayısal Yöntemler) Anabilim Dalında, yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.**

### **İmza**

Üye (Tez Danışmanı) : Yrd.Doç.Dr.Mahmut ATLAS  
Üye : Yrd.Doç.Dr.N.Kemal ERDOĞAN  
Üye : Yrd.Doç.Dr.Atilla ASLANARGUN

## ÖNSÖZ

Bu çalışmada desteğini esirgemeyen ve titizlikle düzeltmeleri gerçekleştiren hocam Sayın Yrd.Doç.Dr.Mahmut ATLAS'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın her aşamasında bana yardımcı olan eşim Azime Meltem SOYKAN'a, beni çalışmaya yönlendiren anneme ve babama teşekkürlerimi belirtmek isterim.

Yavuz SOYKAN

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZ.....	ii
ABSTRACT.....	iii
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	iv
ÖNSÖZ.....	v
ÖZGEÇMİŞ.....	vi
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
GİRİŞ.....	1

### BİRİNCİ BÖLÜM

#### STOKASTİK SÜREÇLER VE MARKOV SÜREÇLERİ

1. Stokastik Süreçlerde Temel Kavramlar.....	3
1.1 Rassal Değişken.....	3
1.2 Stokastik Sürecin Temel Öğeleri.....	5
1.3 Stokastik Süreçlerin Sınıflandırılması.....	5
2. Markov Süreçleri.....	7
2.1 Markov Özelliği.....	8
2.2 Markov Süreçlerinin Tarihsel Gelişimi.....	9
2.3 Markov Süreçlerinin Uygulama Alanları.....	10

### İKİNCİ BÖLÜM

#### MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA MODELİ

1. Pazar Payı Tahmininde Markov Zincirleri.....	12
1.1 Pazar Payı.....	13
1.2 Pazar Payı Tahmini ve Önemi.....	14
2. Markov Zincirleri.....	15
2.1 Olasılık Vektörleri.....	17
2.2 Olasılık Matrisleri.....	18
2.3 Markov Zincirlerinde Durumların Sınıflandırılması.....	25
2.4 Denge Durumu Olasılıkları.....	31
3. Pazar Payı Araştırma Modelinin Geliştirilmesi.....	32
3.1 Modelin Varsayımları.....	33
3.2 Modelin Çözüm Akış Şeması.....	33
3.3 Modelin Çözümü.....	35

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA MODELİNİN KÜTAHYA İL MERKEZİNDE OTOMOBİL LASTİĞİ PAZARINDA UYGULAMA DENEMESİ

1. Otomobil Lastiği Pazarında Genel Görünüm.....	39
2. Markov Zincirleri ile Pazar Payı Araştırma Modelinin Kurulması.....	42
3. Pazar Payı Araştırma Modelinin Çözümü.....	49
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	55
EKLER.....	59
KAYNAKÇA.....	65

## TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1.1	Stokastik Süreçlerin Sınıflandırılması.....	6
Tablo 2.1	Markov Süreçlerinin Sınıflandırılması.....	16
Tablo 3.1	Türkiye'de Satışa Sunulan Otomobil Lastiği Markaları ve Üretici / İthalatçı Firmalar.....	40
Tablo 3.2	Kütahya İlinde Otomobil Lastiği Pazarında Faaliyet Gösteren İşletmeler ve Satışa Sundukları Otomobil Lastiği Markaları.....	41
Tablo 3.3	Tüketicilerin Marka Tercihlerindeki Hareketleri.....	47
Tablo 3.4	Markaların Müşteri Muhafaza Etme Olasılıkları.....	49
Tablo 3.5	400 Birimlik Örneklemin Ortalama Lastik Değişirme Süreleri.....	50
Tablo 3.6	Otomobil Lastiği Markalarının 2000-2010 Yılları Arası Beklenen Pazar Payları.....	51



## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1	Durum Diyagramı.....	20
Şekil 2.2	Ağaç Diyagramı.....	21
Şekil 2.3	İndirgenemez Markov Zincirlerinin Sınıflandırılması.....	26
Şekil 2.4	Pazar Payı Araştırma Modeli.....	32
Şekil 2.5	Modelin Çözüm Akış Şeması.....	34
Şekil 3.1	Otomobil Lastiği Markalarının 1999 Yılı Pazar Payları.....	45
Şekil 3.2	400 Birimlik Örneklemin Ortalama Lastik Değişirme Süreleri.....	50
Şekil 3.3	Otomobil Lastiği Markalarının 2023 Yılı Beklenen Pazar Pazar Payları (Denge Durumu Olasılıkları).....	54

## GİRİŞ

İşletmelerin mal ya da hizmetlerini sundukları pazarlarda varlıklarını sürdürebilmeleri, karar vericilerin alacakları kararların sağlıklı ve tutarlı olmasına bağlıdır. Bu amaca hizmet eden yöneylem araştırması teknikleri geliştirilmiştir. Söz konusu teknikler, model parametrelerinin önceden bilinmesi halinde deterministik model, parametrelerin olasılık kanunlarına göre belirlenmesi halinde ise stokastik model olarak adlandırılırlar(Hoşcan,1992). Stokastik modeller genel olarak stokastik süreçler başlığı altında incelenirler. Markov Zincirleri ise stokastik süreçlerin özel bir sınıfını oluşturmaktadır.

Markov Zincirleri, belirli koşullara bağlı rassal olayların davranışlarını açıklama ve kestirimi amacıyla kullanılmaktadır. İşletmelerde muhasebe, insan kaynakları, üretim kontrol, kalite kontrol problemleri Markov Zincirleri uygulamalarının sıkça kullanıldığı alanlardır. Günümüz yöneticilerinin, Markov süreçlerini başarılı bir şekilde nerelere uygulayabilecekleri anlayışını geliştirmeleri artık bir zorunluluk haline gelmiştir.

Üç ana bölümden oluşan bu çalışmada, Markov Zincirlerinin işletmelerin faaliyet gösterdikleri pazarlarda, mal veya hizmetlerinin gelecek dönemlere ilişkin pazar paylarının tahmininde kullanımı anlatılmaya çalışılacaktır. Elde edilecek bu tahmini bilgiler yardımıyla, gelecek dönemlerde pazara hakim olan ve pazarda yok olan işletmeler belirlenebilecektir. Markov Zincirleri ile tutarlı pazar payı tahminlerinin elde edilmesi, pazarın yapısına ve tüketicilerin davranışlarına ilişkin bir takım varsayımların gerçekleşmesine bağlıdır. Tüketicilerin geçmiş dönemlerdeki satın alma davranışlarının gelecekte de devam etmesi gerekir. Tüketiciler muntazam satın alma davranışında bulunmalıdırlar. Pazarın yapısı ile ilgili olarak; araştırma sürecinde pazar büyüklüğü sabit kalmalı ve pazara yeni rakipler girmemelidir(Kurtuluş, 1996).

Çalışmanın birinci bölümünde, stokastik süreçler ve Markov süreçleri genel olarak incelenerek, ikinci bölümde Markov Zincirleri ile pazar payı tahmin modeli geliştirilmiştir. Model üçüncü bölümde, Kütahya İl Trafik Müdürlüğüne kayıtlı 36326 otomobilden, EK 1 'de hesaplanan 400 birimlik örnekleme, EK 2' deki anket formu, basit tesadüfi örnekleme tekniği ile uygulanmıştır. Böylece modelin çözüm aşamasında gerekli olan veriler elde edilmiştir. Markov Zincirleri ile pazar payı tahmininde bulunurken, pazarda faaliyet gösteren işletme sayısının ve tahmin dönemin çok olması işlem yoğunluğuna sebep olmaktadır. Bu nedenle, modelin çözümünde QSB paket programı kullanılmıştır. QSB paket programı ile elde edilen sonuçlar EK 3' de yer almaktadır.

Çalışma modelin çözümü ile elde edilen, işletmelerin gelecek dönemlere ilişkin pazar paylarının yorumlandığı sonuç bölümü ile tamamlanmıştır.

## BİRİNCİ BÖLÜM

### STOKASTİK SÜREÇLER VE MARKOV SÜREÇLERİ

Bir amacı gerçekleştirmek için, birbirlerini etkileyen ve birbirlerine bağımlı olan olayların meydana getirdiği bir bütün, sistem olarak tanımlanır (Hoşcan,1992). Sistem elemanlarının sistem içi ve sistemler arası etkileşimleri sistem faaliyetleri üzerinde etkiler yaratır. Sistem içi ve sistemler arası etkileri tahmin etmek stokastik süreçlerin konusunu oluşturmaktadır. Stokastik süreçler konusundaki ilk çalışmalar 1953 yılında J. L. Doob tarafından yapılmıştır (Kumar ve Varaiya, 1986). Stokastik süreçler konusunda çalışmalar günümüzde de devam etmekte ve her geçen gün etkinliği artan bir tekniktir.

#### 1. Stokastik Süreçlerde Temel Kavramlar

Stokastik süreç, tekrarlanabilen bir gözlem dizisidir. Ortaya çıkan iki veya daha fazla sonuç, olasılık kanunları ile belirlenir. Rassal deneme ile stokastik süreç aynı anlamdadır(Halaç, 1995).

##### 1.1 Rassal Değişken

S örnek uzayının, herbir basit olayını yalnız bir gerçel değere dönüştüren X fonksiyonuna rassal değişken adı verilir. X rassal değişkeni örnek uzayının her sonucunu bir gerçel sayıya bağlayan bir fonksiyondur(Kara,1979). X rassal değişkeninin değerlerini aldığı A kümesi, gerçel sayılar kümesinin bir tamsayılar alt kümesi ise, bu rassal değişkene, kesikli rassal değişken denir. Rassal değişkenler genellikle X, Y, Z gibi büyük harfler ile gösterilir(Aytaç, 1994).

X rassal değişkeninin değerler kümesinin alt kümesi,

$$A = \{ x_i \mid i = 0, 1, \dots, n \} = \{ x_0, x_1, x_2, \dots, x_n \}$$

noktalarından oluşan bir gerçel sayılar kümesidir.

X rassal değişkeninin aldığı değerlerin kümesi A sayılabilir olarak sonsuz bir küme ise, bu rassal değişkene sürekli rassal değişken denir. Bu durumda A kümesi sonsuz elemanlıdır(Ersoy, 1977).

X rassal değişkeninin değerler kümesinin alt kümesi,

$$A = \{ x_i \mid a \leq x_i \leq b \} \text{ veya}$$

$$A = \mathbb{R} \text{ durumunda,}$$

$$A = \{ x_i \mid -\infty < x_i < \infty \} \text{ olur(Kara, 1989).}$$

Stokastik süreç, verilen bir T kümesinden alınan bir t zaman parametresi olmak üzere,  $\{ X_t \}$  rassal değişkenler kümesi veya ailesi olarak tanımlanır. Rassal değişkenlerin aldığı her bir özel değer, bir durum olarak adlandırılır (Halaç, 1995).

$X_t$ , t zaman parametresine göre değerler alan rassal bir değişken

iken,

$$\{ X_t \mid t \in T \}$$

kümesi sonsuz terim taşırsa, ilgilenilen olay bir stokastik süreçtir. Stokastik süreçlerin uygulamasında t bir zaman parametresi olarak ele alınmakta ve T

olayın ilgilenilen zaman aralığı olmaktadır.  $X_t$ ,  $X$  rassal değişkenin  $t$  anındaki değerini gösterir(Kara, 1979).

## 1.2 Stokastik Sürecin Temel Öğeleri

Bir stokastik sürecin parametre uzayı ve durum uzayı olmak üzere iki temel ögesi vardır.

**Parametre Uzayı :** Bir stokastik süreçte, rassal değişkenin bağlı bulunduğu  $t$  'lerin aldığı bütün değerler  $T$  parametre uzayını meydana getirir.

**Durum Uzayı :** Bir stokastik süreçte, rassal değişkenin  $t$  ' ler için alabileceği tüm olası değerler  $S$  durum uzayını meydana getirir.

Parametre ve durum uzayları ile tanımlanan bir stokastik süreç,

$$X : T \rightarrow S \quad S = \{ X_t \} \quad \text{şeklindedir(Kara, 1979).}$$

## 1.3 Stokastik Süreçlerin Sınıflandırılması

Stokastik süreçler parametre ve durum uzayının kesikli ya da sürekli oluşuna göre ve rassal değişkenler arası ilişkilere göre sınıflandırılabilir.

i. **Parametre ve Durum Uzayına Göre Sınıflandırma :** Parametre ve durum uzaylarının özellikleri, süreç üzerindeki çalışmalara temel oluşturur. Bir stokastik süreç oluşturan olayın durumları incelenirken, öncelikle sürecin parametre ve durum uzayları belirlenir(Kara, 1979).

Bir deneyin mümkün sonuçları, rassal değişken  $X_t$  ' nin alabileceği değerlerdir. Söz konusu değerler kümesine örnek uzayı denir.  $X_t$  'nin mümkün sonuçları ile  $S$ , tamsayı kesikli değerler içerirse,  $\{X_t\}$  kesikli durumlu stokastik süreç olarak tanımlanır. Diğer bir ifade ile,  $S$  sürecin (yani denemeler dizisinin)

tamsayıli durumlarını kapsar.  $S$ ,  $-\infty$  'dan  $+\infty$  'a kadar bir doğru üzerinde sürekli değerlerle tanımlanırsa,  $\{X_t\}$  sürekli durumlu stokastik süreç olarak tanımlanır.

$S$  durum uzayı için verilen tanımlara benzer şekilde,  $T$  parametre uzayı değerleri kesikli veya sürekli olabilir.  $T$  tamsayı değerler ile tanımlanırsa,  $T=\{0,1,2, \dots\}$ ,  $\{X_t\}$  kesikli parametrelili stokastik süreç adını alır.  $T$  sürekli değerler ile tanımlanırsa,  $T=[0, \infty)$ ,  $\{X_t\}$  sürekli parametrelili stokastik süreç adını alır.

Parametre ve durum uzayının kesikli veya sürekli değerler ile tanımlanmasıyla oluşan dört stokastik süreç sınıfı aşağıda Tablo 1.1 ' de özetlenmiştir(Halaç,1995).

		Durum Uzayı ( S )	
		Sürekli $S=[0, \infty)$	Kesikli $S=\{0,1,.. \}$
Parametre Uzayı ( T )	Sürekli $T=[0, \infty)$	Sürekli Parametrelili Sürekli Durum Uzaylı Stokastik Süreç	Sürekli Parametrelili Kesikli Durum Uzaylı Stokastik Süreç
	Kesikli $T=\{0,1,.. \}$	Kesikli Parametrelili Sürekli Durum Uzaylı Stokastik Süreç	Kesikli Parametrelili Kesikli Durum Uzaylı Stokastik Süreç

Tablo 1.1 Stokastik Süreçlerin Sınıflandırılması.

ii. Rassal Değişkenler Arası İlişkilere Göre Sınıflandırma : Rassal değişkenler arasındaki ilişkiler, stokastik süreçleri karakterize eden ve sınıflandırılmalarında kullanılan bir diğer özelliktir. Bu özellik ile stokastik süreçler ; tekrarlayan, durağan, bağımsız artmalı ve Markov süreçleri şeklinde sınıflandırılabilir(İnal,1982).

a) Tekrarlayan Süreçler : Süreç akışı etkileyen rassal bir nokta ile temsil edilir. Bu noktaya yineleyici nokta veya Markov noktası denir. Markov noktasına ulaşıldıktan sonra sürecin geleceği, geçmişteki durumundan etkilenmez.

b) Durağan Süreçler :  $\{ X_t \mid t \in T \}$  stokastik süreci, zamandan bağımsız bir dağılıma sahip ise veya rassal değişkenlerin dağılım fonksiyonu zamanda sabit kalıyorsa, bu süreç durağan süreçtir.

c) Bağımsız Artmalı Süreçler :  $\{ X_t \mid t \in T \}$  stokastik süreci,  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  olsun.  $\{ X_{t_i} - X_{t_j} \mid i \neq j \}$  kümesinin elemanları birbirlerinden bağımsız iseler,  $X_t$  süreci bağımsız artmalı stokastik süreçtir.

d) Markov Süreçleri :  $\{ X_t \mid t \in T \}$  sürecinde parametre kümesindeki herhangi bir  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  kümesi için  $X_{t_n}$  'in değeri  $X_{t_1}, X_{t_2}, X_{t_3}, \dots, X_{t_{n-1}}$  in verilen değerlerine göre koşullu dağılımı yalnızca  $X_{t_{n-1}}$  değerine bağlı olursa  $\{ X_t \mid t \in T \}$  süreci Markov sürecidir.

## 2. Markov Süreçleri

Markov süreci, şu anda meydana gelen bir faaliyetin gelecekteki durumu hakkında bilgi edinmeyi mümkün kılan bir yönelem araştırması tekniğidir (Karayalçın, 1977).

$t_1 < t_2 < \dots < t_n$  parametre uzayındaki noktaları temsil ederek,  $\{ X_t \}$  rassal değişkenlerinin kümesi bir Markov sürecidir.

$$P(X_{t_n} = x_n \mid X_{t_1} = x_1, X_{t_2} = x_2, \dots, X_{t_{n-2}} = x_{n-2}) = P(X_{t_n} = x_n \mid X_{t_{n-1}} = x_{n-1})$$



Sistemin  $t_{n-1}$  zamandaki durumu  $X_{n-1}$  verilerek,  $t_n$  zamandaki durumunun  $X_n$  olduğunu gösteren koşullu olasılığıdır. Bu bağıntı bir Markov sürecinin şu andaki durumu bilinmek üzere, gelecekteki durumu, geçmiş durumlardan bağımsızdır(Taha, 1976).

Bir Markov sürecinde bir önceki durum verilerek, bir sonraki durumun koşullu olasılığının daha önceki durumlardan bağımsız olma özelliğine Markov Özelliği denir(Or, 1986).

## 2.1 Markov Özelliği

Mevcut (veya bir önceki) durum verilerek bir sonraki durumun koşullu olasılığı, mevcut (veya bir önceki) duruma göre daha önceki durumlardan bağımsızdır.

$\{ X_t \mid t \in T \}$  kesikli durumlu bir stokastik süreç ve  $T$  reel sayılar kümesinin bir alt kümesi olmak üzere,  $S$  durum uzayındaki her  $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$  ve  $T$  kümesindeki her  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n+1}$  için ;

$$P(X_{t_{n+1}} = x_{n+1} / X_{t_n} = x_n, \dots, X_{t_1} = x_1) = P(X_{t_{n+1}} = x_{n+1} / X_{t_n} = x_n)$$

yukarıdaki eşitlik ile ifade edilen Markov özelliği sağlanıyorsa  $\{ X_t \mid t \in T \}$ 'ye Markov süreci denir(Halaç,1995).  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n+1}$  ifadesinde  $t_n$  içinde bulunulan zamanı,  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  geçmiş ve  $t_{n+1}$  geleceği ifade etmektedir (Berak, 1994).

$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n)$  ifadesi;

$$P(X_{t_1} = x_1) \cdot P(X_{t_2} = x_2 / X_{t_1} = x_1) \cdot P(X_{t_3} = x_3 / X_{t_2} = x_2, X_{t_1} = x_1) \dots$$

çarpımlarına eşittir ve aşağıdaki genel ifade yazılabilir.

$$P(X_{t_n} = x_n / X_{t_{n-1}} = x_{n-1}, \dots, X_{t_1} = x_1)$$

## 2.2 Markov Süreçlerinin Tarihsel Gelişimi

Olasılık çalışmalarının büyük bir bölümü, bağımsız denemeler süreci ile ilgilidir. Bu süreçler olasılıktan çok istatistiğin temelidir. Bağımsız denemeler süreçlerine temel oluşturan iki yaklaşımdan birisi Büyük Sayılar Kanunu, bir diğeri de Merkezi Limit Teoremidir \* (Grinstead ve Snell, 1997).

Markov süreçleri, Rus matematikçi A.Markov tarafından ileri sürülmüştür. Deney sonuçlarının geçmişten etkilendiği bağımsız olasılık problemlerinin çözümünde başarı ile uygulanmaktadır(Doğan, 1995).

A.Markov tekniği, "Brown hareketi" olarak bilinen, kapalı bir kaptaki gaz taneciklerinin davranışlarını tahmin etmek için kullanmıştır(Levin and Kirkpatrick, 1984). Markov süreçleri, A.Markov'un 1906-1907 yıllarındaki çalışmalarında ortaya atılmış olmasına rağmen, 1923 yılına kadar matematiksel bir bütünlüğe sahip olamamıştır. Teorik temeller 1900' lerin ortalarında (1930-1950) A.N.Kolmogorov ve J.L. Doob tarafından yapılan çalışmalarla ortaya çıkmıştır. 1960' ların ortalarında Markov süreçleri tartışılmış ve kullanılmıştır. 1962' de Ronald E.Frank ve Alfred A.Kuchn, Markov süreçleri tekniğini, çeşitli pazarlama problemlerinde uygulamışlardır(Çınar, 1990).

\* Bazı sınırlamalarla çok sayıdaki özdeş bağımsız rassal değişkenin toplamına ait dağılım, toplamı alınan herbir değişkenin sahip olduğu dağılıma bağlı olmaksızın, yaklaşık olarak normal dağılımdır; bu, merkezi limit teoreminin temelidir. Teoreme bu ad 1920 yılında G.Polya tarafından verilmiştir(Çömlekçi, 1998).

### 2.3 Markov Süreçlerinin Uygulama Alanları

Markov süreçleri bir Yöneylem Araştırması tekniğidir. Markov süreçleri, biyoloji, fizik, astronomi, kimya ve benzeri bilimlerin yanında, ekonomi ve işletme gibi sosyal bilimlerin aşağıda sıralanan özel konularında da uygulama olanağı bulmuştur(Erçelebi, 1993).

Markov süreçleri, bir kurumda insangücü hareketliliğinin modellenmesi durumunda uygun bir yaklaşımdır. Kariyer planlaması açısından personeli işletme içi yükseltme ve kaydırma süreçlerine ilişkin problemler matematik teknikler ile çözülebilir. Bu amaçla uygulamada stokastik analiz yaklaşımlarına sıkça rastlanmaktadır(Kaynak, 1996 ; Özkan, 1983).

Markov süreçleri bir işletmenin alacaklı hesapların tahsil edilemeyen miktar oranının hesaplanmasında başarı ile uygulanmaktadır. İşletmeler belirsizlik altında gelirin belirlenmesi amacı ile Markov süreçlerini kullanabilirler (Markland ve Sweigart, 1987).

İşletmeler analitik bir model ile tüketici davranışlarını ifade edebilmek için çaba sarfederler. Pazarlama problemlerindeki değişkenlerin yapısı stokastiktir. İşletmeler buldukları pazarda, pazar paylarını belirlemek ve marka bağlılığının etkisini analiz etmek amacıyla Markov süreçlerini kullanmaktadırlar(Kotler,1993).

Baraj göllerinde su depolanmasını içeren davranışların incelenmesinde, bu davranışları etkileyen fiziksel olayların stokastik özellik taşıdığı görülmektedir. Baraj göllerinde toplanan su miktarı ve çökeltmenin zamana bağlı olarak açıklanmasında Markov süreçleri kullanılmaktadır(Can ve Yücel, 1979). Markov süreçleri biyolojide de uygulanma imkanı bulmuştur. Genetikçiler tarafından kullanılan bir tekniktir(Kutsal, v.d., 1975).

Markov süreçlerinin belirtilen uygulama alanları yanında, hisse senedi fiyat dalgalanmalarının analiz edilmesi, fiyatlama stratejilerinin değerlendirilmesi, bir petrol şirketinin verilen bir pazar alanında kurması gereken optimum servis istasyonları sayısının belirlenmesinde Markov süreçlerinden sıkça faydalanılmaktadır(Çınar, 1990).

İzleyen bölümde, Markov süreçlerinin özel bir sınıfı olan, durum uzayı  $S'$  nin kesikli değerler ile tanımlandığı bir yöneylem araştırması tekniği; Markov Zincirlerinin, pazar payı tahmini amacıyla nasıl kullanılabileceği açıklanmaya çalışılacaktır.

## İKİNCİ BÖLÜM

### MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA MODELİ

Yönetmel kararların daha tutarlı ve uygulanabilir olmasını amaçlayan yöneylem araştırması, pazarlama problemlerini de uğraşı alanına almış ve giderek etkin bir uygulama alanı bulmuştur. Bu bölümde öncelikle Markov Zincirleri ile ilgili temel kavramlar açıklanmaya çalışılacak, daha sonra Markov Zincirleri ile Pazar Payı Araştırma Modeli geliştirilecektir.

#### 1. Pazar Payı Tahmininde Markov Zincirleri

Pazarlama yönetiminde yöneylem araştırmasına ilişkin ilk çalışma, John F. Magee'nin 1954 yılında yayınlamış olduğu araştırmadır. Daha sonra, yöneylem araştırmasının pazarlamada durumu ve geleceği konusundaki genellemeler Melvin Anshen tarafından ileri sürülmüştür.

Bugün yöneylem araştırmasının pazarlamada uygulamaları ayrıntılı araştırmalarla desteklenerek pazarlama konusundaki öğrenim programlarının kapsam ve içeriğine kadar yansımıştır. Ancak, pazarlamada yöneylem araştırması uygulamalarına ilişkin yapılan araştırma ve yayınlara karşın, pazarlama kararlarında yöneylem araştırmasının belirgin yaklaşımının gereği ve yapılabirliği konusu yeterince açıklığa kavuşturulamamıştır.

Karmaşık pazarlama problemlerinin yöneylem araştırması yaklaşımıyla en iyi şekilde belirlenmesi ve karar problemlerine en iyi çözümlerin bulunabilmesi, ancak, araştırmanın yöneylem araştırması yöntem bilimi doğrultusunda sürdürülmesi ile mümkündür. Böylece, pazarlama problemleri bütünleşik bir açıdan ele alınarak, disiplinlerarası bir yaklaşım ile belirlenip, bilimsel bir yöntem ya da matematiksel model kullanılarak en iyi çözümler bulunabilecektir(Tenekecioğlu ve Kara, 1980).

Pazarlama problemlerinde matematiksel model kullanımı ile;

-Satışların artırılması için harcanacak kaynak miktarının belirlenmesi,

-Satıcı için en iyi teşvik edici sistemin bulunması,

-Satıcının müşteri ile temasa geçeceği zamanın belirlenmesi,

-Satışları yükseltmek için en iyi stratejilerin belirlenmesi , problemlerine cevap aranır(Esin,1988).

Markov Zincirleri tekniğinin,pazar payı tahmini amacıyla kullanılması ile;

- Periyodik satın alma davranışlarında, düzenli olarak aynı markayı tercih eden tüketicilerin oranı,

-Tercih değişikliği ile diğer markalara geçiş yapan tüketicilerin oranı,

-İşletmelerin gelecek dönemler için, rakip işletmelerin müşterilerini kazanma oranları elde edilebilir. Bu bilgiler ile işletmelerin gelecek dönemlerdeki pazar paylarının hesaplanması mümkün olmaktadır(Haner ve Ford, 1973).

## 1.1 Pazar Payı

Pazar payı, işletmenin faaliyet gösterdiği sektördeki satışlarının, toplam endüstri satışlarına oranıdır ve (%) ile ifade edilir. Matematiksel ifadesi şöyledir.

$$M = \frac{S_F}{S_i} \times 100$$

M = İşletmenin pazar payı

$S_F$  = İşletme satışları (TL veya birim olarak)

$S_i$  = İşletme satışlarının da dahil olduğu endüstrinin toplam satışları  
(TL veya birim olarak)

Pazar payı, işletmenin rekabet pazarındaki başarısının ölçüsüdür. Hatta pazar payının işletmenin satış miktarından daha etkili bir başarı ölçüsü olduğu da söylenebilir. Çünkü, işletmenin denetimi altında olan veya olmayan değişkenlere göre pazar payı, satışlarda değişme olup olmayacağını göstermektedir. Eğer işletmenin satışları düşüyor, fakat pazar payı sabit kalıyorsa, bu tüm endüstrinin benzer çevresel etkenlerin etkisi altında olduğunu; öte yandan, eğer işletmenin satışları artıyor ve pazar payı düşüyorsa, bu da işletmenin pazarlama programının etkin olmadığını gösterir.

Pazar payının artırılmasında fiyatları düşürme, tutundurma çabalarını artırma, yeni mal geliştirme, kaliteyi yükseltme ve pazarı değiştirme gibi yollara başvurulabilir. Ancak hangi yol kullanılırsa kullanılsın, pazar payını artırma, yüksek riski olan pahalı bir stratejidir. Pazar payını muhafaza etme ise, kazanılanı korumaya yönelik bir savunma stratejisidir(Tokol,1996).

## 1.2 Pazar Payı Tahmini ve Önemi

İşletmeler bir mal veya hizmetin üretimine karar vermeden önce, pazarın durumunu ve pazarlama imkanlarını göz önünde bulundurmalıdırlar. Pazarda bir talep varsa, bunun karlılığının veya karlı hale gelebilmesi için nelerin yapılması gerektiğini belirlemelidirler. Yakın zamana kadar ne üretirsek satarız düşüncesi ile hareket eden işletmeler, bugün varlıklarını koruyabilecekleri pazarlarda faaliyet göstermektedirler(Güler, 1992).

Aşağıda sıralanan soruları cevaplayabilen işletmelerin, pazarlama faaliyetlerinde alacağı kararlarda ve uygulayacağı stratejilerde optimizasyonu sağlama şansı daha yüksektir.

1- Pazarda faaliyet gösteren işletmelerin şu andaki pazar payları nedir?

2- Pazar koşullarının ve pazarlama faaliyetlerinin değişmeyeceği varsayımı ile, gelecek dönemlerde işletmelerin pazar payları ne olabilir?

3- İşletmelerin ürün karmasında yer alan her bir ürünün, gelecekteki pazar payı dağılımı ne olabilir?

4- Pazar koşullarının ve pazarlama faaliyetlerinin değişmeyeceği varsayımı ile, herhangi bir firma piyasaya tam hakim olabilir mi? olabilirse hangi firma bunu kaç dönem sonra gerçekleştirebilir(Kotler, 1974).

## 2. Markov Zincirleri

Markov Zincirleri, Markov süreçlerinin özel bir sınıfıdır. Markov sürecinde durum uzayı  $S$ , rassal değişken  $X_t$  'nin sürekli değerleri ile tanımlanmaktadır. Ancak durum uzayı  $S$ ,  $X_t$  'nin kesikli değerler ile tanımlanırsa,  $\{X_t\}$  rassal değişkeni bir Markov Zinciri oluşturur(Revuz, 1984). Markov Zincirleri tekniğinin esası; geçmiş ve şimdiki zamandaki olay ve olayların gelecek dönem ve dönemlerdeki meydana gelme olasılıklarını bulmaktır(Doğan, 1995).

$S = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  bir denemeler dizisi ise, her sonuç sistemin durum uzayı denilen sonuçlarının sonlu kümesine bağlı ve herhangi bir denemenin sonucu bir önceki denemenin sonucuna bağlı olup, ondan önceki hiçbir sonuca bağlı değil ise, bu olasılıksal sürece Markov Zinciri denir(Haeussler and Paul, 1993).

Markov Zincirlerine; parametre uzayının kesikli olması halinde kesikli parametrelili Markov Zincirleri, sürekli olması halinde sürekli parametrelili Markov Zincirleri denir. Markov Zincirlerinin durum uzayı ve parametre uzayına göre sınıflandırılması aşağıda Tablo 2.1' de gösterilmiştir(Şahinoğlu, 1992).



		Durum Uzayı (S)	
		Kesikli S={0,1, . . }	Sürekli S=[0,∞)
Parametre Uzayı (T)	Kesikli T={0,1, . . }	<b>Kesikli Parametrelili Markov Zinciri</b>	Kesikli Parametrelili Markov Süreci
	Sürekli T=[0,∞)	<b>Sürekli Parametrelili Markov Zinciri</b>	Sürekli Parametrelili Markov Süreci

Tablo 2.1 Markov Süreçlerinin Sınıflandırılması.

$t \in T$  için  $X_t$  'nin alacağı durum, doğrudan  $X_{(t-1)}$  'e , yani, ulaşılan durumun olasılığı sadece bir önceki olaya bağlı ise, bu durum Birinci Derece Markov Zincirini tanımlar. Pazar Payı Araştırma Modelinde tüketici davranışları Birinci Derece Markov Zincirleri ile açıklanmaya çalışılacaktır. Bu durum tüketicilerin şu anki satın alma davranışlarında, son satın alma davranışlarının etkili olduğunu daha önceki kararlarından etkilenmediğini varsaymaktadır.  $t \in T$  için  $X_t$  nin alacağı durum,  $X_{(t-2)}$  'ye bağlı ise, ulaşılan durumun olasılığı sadece iki önceki olaya bağlıdır. Bu durum da İkinci Derece Markov Zincirini tanımlar (Render and Stair, 1994; Kara, 1979).

Birinci Derece Markov Zincirinin aşağıdaki koşulları sağlaması gerekir (Truman and Richard, 1981).

1.  $S = \{ s_1, s_2, \dots, s_m \}$  şeklinde sıralanan durumların sonlu bir kümesi vardır.

2. Durum  $i$  den durum  $j$  ye geçiş olasılıkları zaman içinde sabit ve ulaşılan durumdan bağımsız oldukları varsayılmaktadır.

3. Mümkmn sonuçların olasılıkları, sadece bir önceki deneyin sonucuna bağı olduğu n sayıda deneyler dizisidir.

## 2.1 Olasılık Vektörleri

$P_i$  : m durumlu bir sistemin i. durumda bulunma olasılığını göstermek üzere;

$\Pi_0 = [ P_1, P_2, \dots, P_m ]$  şeklinde ifade edilen  $\Pi$  vektörünün olasılık vektörü olabilmesi için,

$$1. \forall P_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$2. \sum_{i=1}^m P_i = 1$$

koşullarını sağlaması gerekir. Bu koşulları sağlayan vektöre olasılık vektörü denir(Tanaka ve Kino, 1998). Bir olasılık vektöründe bütün  $P_i$  değerleri pozitif veya sıfır değerli olmalıdır. Çünkü bir olayın gerçekleşme ve gerçekleşmeme olasılığının negatif değerli olması mümkün değildir.

i. Başlangıç Olasılık Vektörü: Bir sürecin başladığı andaki olasılıklardan oluşan vektöre başlangıç olasılık vektörü denir. Başlangıç olasılık vektörü, deney başladığında belirli durumlarda bulunma olasılıklarının vektörüdür. Her bir deneyin sonucu, sonlu sayıda mümkün sonuçların sadece bir tanesidir. Başlangıç olasılık vektörü  $\Pi_0$  ile gösterilir ve  $P_i^{(0)}$  sembolü,  $\Pi_0$  vektörü içinde i. olasılığı gösterir.

$$\Pi_0 = [P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, P_3^{(0)}, \dots, P_m^{(0)}]$$

Bu vektör, toplamı bire eşit ve pozitif değerlere sahip bir satır vektörüdür(Hillier ve Lieberman, 1968).

ii. n. Adım Olasılık Vektörü: Elemanları n. deneyin mümkün sonuçlarının olasılıklarını gösteren,  $[P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}]$  vektörüne n. adım olasılık vektörü denir. n. adım olasılık vektörü  $\Pi_n$  ile gösterilir.

$$\Pi_n = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}]$$

Vektörün  $P_i^{(n)}$  elemanı,  $\Pi_n$  vektöründe i. duruma ait olasılığı gösterir(Lipschutz, 1963).

## 2.2 Olasılık Matrisleri

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{A}$  matrisinde  $P_{ij}$  elemanları pozitif değerli ve satır toplamları 1' e eşit ise,  $\mathbf{A}$  matrisine olasılık matrisi denir(Lipschutz, 1968).

i. Geçiş Olasılıkları Matrisi: Markov Zincirleri ile bir sistemin modelinin kurulabilmesi için, incelenen sistemin içinde bulunabileceği farklı durumların ve bu durumların birinden diğerine geçiş olasılıklarının bilinmesi gerekir(Tokat ve Çakmak, 1983).

$P_1, P_2, \dots, P_m$ ; ( $i=0,1,2, \dots, m$ ) sistemin herhangi bir andaki durumlarını gösterebilir. Sistem başlangıçta ( $t_0$ ) anında m durumdan herhangi birisinde olabilir.  $P_j^{(0)}$  sistemin  $t_0$  anındaki j durumunda bulunma olasılığıdır.

$P_{ij}$  olasılığı,

$$P_{ij} = P\{X_{t_n} = j / X_{t_{n-1}} = i\}$$

şeklinde ifade edilir.  $P_{ij}$  sistemin  $i$  durumundan  $j$  durumuna geçiş olasılığını ifade etmektedir. Bu  $P_{ij}$  değerleri matris formunda aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$P = [P_{ij}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & m \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ m \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Sistemin bir durumdan diğer bir duruma geçiş olasılıklarını gösteren  $P$  matrisine, geçiş olasılıkları matrisi denir. Olasılıkların zaman boyunca sabit olduğu varsayılır. Modellenen sistem, bir durumdan diğer bir duruma geçiş olasılıkları olarak tanımlanan değerleri kullanarak geçebilir (Curwin ve Slater, 1991).

$P$  matrisinde geçiş olasılıkları  $P_{ij}$  'lere zamandan bağımsız ve sabit oldukları için stokastik matris denir. Stokastik matris Markov Zincirlerinin temel ögesidir. Bir matris stokastik matris ise, matrisin  $n$ . kuvveti de stokastik matristir (Taha, 1992; Lipschutz, 1979). Bir geçiş olasılıkları matrisi  $P$  aşağıdaki koşulları sağlamalıdır (Karlin, 1966).

1.  $i$  'ler çeşitli durumları tanımlar.

2. Bir deneyin mümkün sonuçlarının olasılıklarını gösteren  $P_{ij}$  elemanları,

$$0 \leq P_{ij} \leq 1 \text{ dir. } (i, j = 1, 2, \dots, m)$$

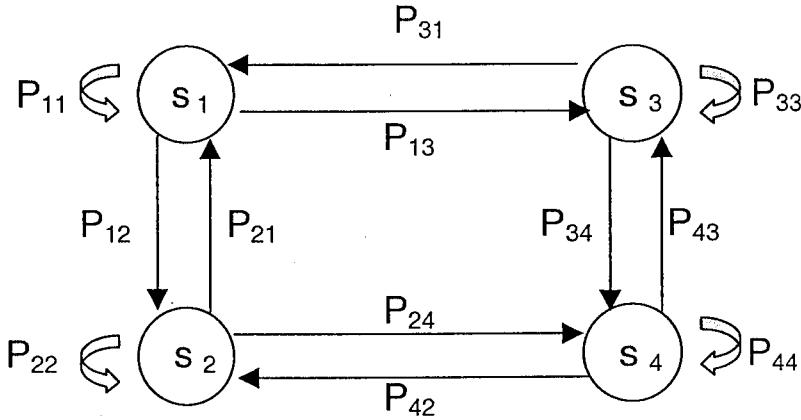
3.  $P$  matrisinde satır elemanları toplamı 1 e eşittir.

$$\begin{array}{l} P_{11} + P_{12} + P_{13} + \dots + P_{1m} = 1 \\ P_{21} + P_{22} + P_{23} + \dots + P_{2m} = 1 \\ \vdots \\ P_{m1} + P_{m2} + P_{m3} + \dots + P_{mm} = 1 \end{array}$$

4. Sistem  $i$  durumunda ise, tüm durumlar geçiş olasılıkları matrisi  $\mathbf{P}$  nin  $[P_{i1} \ P_{i2} \ \dots \ P_{im}]$  olan  $i$ . satıra karşılık gelir. Bu satır vektörü bir sonraki deneyin olası sonuçlarının olasılıklarını tanımlar. Bu nedenle bir olasılık vektörüdür.

5. Geçiş olasılıkları matrisi bir kare matristir.

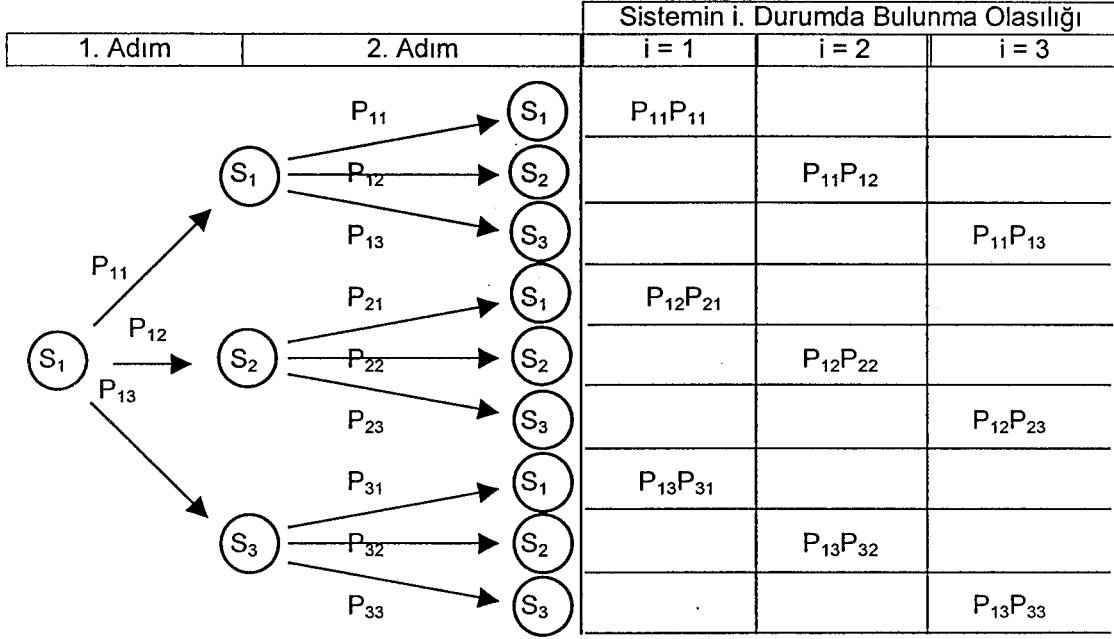
Başlangıç ve geçiş olasılıkları bilgileri kullanılarak, sürecin herhangi bir anında, bir durumun olasılığı bulunabilir (Forgionne, 1990). Markov Zincirlerinde sistemin geçiş olasılıklarını ve durumunu gösteren diyagramlara durum diyagramı denir (Doğan, 1995). Durum diyagramında daireler ile her bir durum gösterilebilir. Oklar bir durumdan diğer bir duruma geçişleri,  $P_{ij}$  'ler ise bir durumdan diğer bir duruma 1. adım geçiş olasılıklarını gösterir. Aşağıdaki Şekil 2.1' de durum diyagramı Markov Zincirini  $S=\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  dört durumda açıklamaktadır.



Şekil 2.1 Durum Diyagramı

Durum olasılıklarının gösteriminde kullanılan diğer bir diyagram da ağaç diyagramıdır (Budnick, 1988) Aşağıda Şekil 2.2'de gösterilen ağaç diyagramı üç durumlu bir Markov Zincirinin 2. adım geçiş olasılıklarını göstermektedir. Sistemin  $i$  durumundan  $j$  durumuna veya  $i$  durumundan tekrar  $i$  durumuna geçiş olasılıkları ağaç diyagramı üzerinde gösterilebilmekte ve hesaplanabilmektedir. Durum diyagramında

1.adım geçiş olasılıkları gösterilebilirken, ağaç diyagramında n. adım geçiş olasılıkları gösterilebilmekte ve n. adım sonunda sistemin bulunduğu durumun olasılığı hesaplanabilmektedir.



Şekil 2.2 Ağaç Diyagramı

Ağaç diyagramındaki olasılıklar kullanılarak 2.adım sonunda bulunulan durumların olasılıkları elde edilebilir.

$$P_{11}P_{11} + P_{12}P_{21} + P_{13}P_{31} = P_{11}^{(2)}$$

$$P_{11}P_{12} + P_{12}P_{22} + P_{13}P_{32} = P_{12}^{(2)}$$

$$P_{11}P_{13} + P_{12}P_{23} + P_{13}P_{33} = P_{13}^{(2)}$$

ii. n. Adım Geçiş Olasılıkları Matrisi: Bir sistemin i durumundan j durumuna, k durumuna uğrayarak n adımda geçiş olasılığı,

$$P_{ij}^{(n)} = P(X_{n+k} = j / X_k = i) \text{ dir.}$$

Elemanları n. adım geçiş olasılıklarından oluşan  $P^{(n)}$  matrisine n. adım geçiş olasılıkları matrisi denir.

Bir Markov Zincirinde  $P_{ij}^{(n)}$  ile, sistemin i durumundan başlayarak n adım sonra j durumuna gelme olasılığı ifade edilir. i durumundan j durumuna geçebilmek için, bu iki durum arasında bir k durumundan geçilmesi gerekir. O halde  $P_{ij}^{(2)}$  olasılığı,

$$P_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^m P_{ik} \cdot P_{kj} \quad i, j \in S$$

n=2 için 2. adım geçiş olasılıkları matrisi,

$$P^2 = \begin{bmatrix} P_{11}^{(2)} & P_{12}^{(2)} & \dots & P_{1m}^{(2)} \\ P_{21}^{(2)} & P_{22}^{(2)} & \dots & P_{2m}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1}^{(2)} & P_{m2}^{(2)} & \dots & P_{mm}^{(2)} \end{bmatrix} \quad \text{olur.}$$

Ayrıca,  $P^2 = P \cdot P$  eşitliği açılırsa,

$$P^2 = \begin{bmatrix} P_{11}P_{11} + \dots + P_{1m}P_{m1} & P_{11}P_{12} + \dots + P_{1m}P_{m2} & \dots & P_{11}P_{1m} + \dots + P_{1m}P_{mm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1}P_{11} + \dots + P_{mm}P_{m1} & P_{m1}P_{12} + \dots + P_{mm}P_{m2} & \dots & P_{m1}P_{1m} + \dots + P_{mm}P_{mm} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = P_{11}P_{11} + \dots + P_{1m}P_{m1} \quad a_{1n} = P_{11}P_{1m} + \dots + P_{1m}P_{mm}$$

$$a_{21} = P_{21}P_{11} + \dots + P_{2m}P_{m1} \quad a_{2n} = P_{21}P_{1m} + \dots + P_{2m}P_{mm}$$

$$\dots \quad \dots$$

$$a_{mm} = P_{m1}P_{11} + \dots + P_{mm}P_{m1} \quad a_{nn} = P_{m1}P_{1m} + \dots + P_{mm}P_{mm}$$

bu eşitliklerden,

$$P^2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad \text{matrisi,}$$

$$a_{ij} = P_{i1}P_{1j} + P_{i2}P_{2j} + \dots + P_{im}P_{mj} \quad \text{ve}$$

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^m P_{ik}P_{kj} \quad i, j \in S \quad \text{eşitliği yazılabilir.}$$

$$P_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^m P_{ik}P_{kj} \quad \text{ve} \quad a_{ij} = \sum_{k=1}^m P_{ik}P_{kj} \quad \text{ile}$$

$P_{ij}^{(2)} = a_{ij} = P_{ij}^2$  bulunur. Böylece,  $P_{ij}^{(n)}$  ifadesinin  $P^n$  matrisinin i. satır ve j. sütundaki elemanı olduğu görülür(Philippe v.d.,1992).

n.adım geçiş olasılıklarının hesaplanmasında Chapman-Kolmogorov Denklemi kullanılabilir ;

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=0}^m P_{ik}^{(v)} P_{kj}^{(n-v)} \quad 0 \leq v \leq n \quad i, j \in S$$

ile ifade edilir. Sürecin v adım sonra k. durumda, n-v adım sonra j. duruma gittiğini gösterir(Hillier ve Lieberman, 1967). Sistem i. durumdan j. duruma  $v \leq n$  koşulu ile gitmektedir.



Markov Zincirleri ile pazar payı tahminlerinin elde edilmesi, başlangıç olasılık vektörü ile  $n$ . adım olasılık vektörü arasında, aşağıda ifade edilen bağıntıların kullanılması ile mümkündür.  $\Pi_0$  başlangıç olasılık vektörü,  $P_i^{(n)}$  sistemin  $n$  adım sonra  $i$  durumunda bulunma olasılığı olduğuna göre  $P_i^{(n)}$ ;  $\Pi_n$  olasılık vektörünün  $i$  durumundaki elemanı olmaktadır.

$$1. \Pi_n = \Pi_{n-1} \cdot P$$

$$2. \Pi_n = \Pi_0 \cdot P^n \text{ eşitlikleri sağlanır.}$$

$\Pi_n = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}]$  ifadesinden  $P_j^{(1)} = P(X_1=j)$  ile süreç başlangıçta  $P_i$  olasılığı ile herhangi bir  $i$  durumunda bulunur.

$P_i^{(0)} = P_i = P(X_0=i)$  bir adım sonra  $P_{ij}$  olasılığı ile  $j$  durumuna geçer. Bir adım sonra,

$$P_j^{(1)} = \sum_{i=1}^m P_i \cdot P_{ij} \text{ genel ifade ile, } P_j^{(n)} = \sum_{i=1}^m P_i \cdot P_{ij}^{(n)}$$

Buna göre  $\Pi_0 = (P_0 \ P_1 \ \dots \ P_n)$  başlangıç olasılık vektörü ile  $P$  geçiş olasılıkları matrisinin çarpımı ile  $\Pi_0 \cdot P^n$  'nin her elemanı,

$$a_j = \sum_{i=1}^m P_i \cdot P_{ij} \text{ buradan da } \Pi_n = \Pi_0 \cdot P^n \text{ yazılabilir.}$$

### 2.3 Markov Zincirlerinde Durumların Sınıflandırılması

Markov Zincirlerinde durumlar belirli özelliklere göre sınıflandırılabilir. Böylece zincirin, bulunduğu adımda ve izleyen adımlarda sistem davranışlarına ilişkin bilgi edinilmesi mümkün olur.

i. İndirgenemez Markov Zincirleri: Sistem i durumunda başladığında, n adım sonra j durumuna gelme olasılığı  $n \geq 0$  için  $P_{ij}^{(n)} > 0$  ise j durumuna i den erişimli durum denir(Doğan,1995).  $i \rightarrow j$  şeklinde gösterilir. Benzer şekilde, sistem j durumunda başladığında n adım sonra i durumuna gelme olasılığı  $n \geq 0$  için  $P_{ji}^{(n)} > 0$  ise i durumuna j den erişimli durum denir ve  $j \rightarrow i$  ile gösterilir.  $i \rightarrow j$  ve  $j \rightarrow i$  ise i ve j durumlarına bağlantılı durum denir ve  $i \leftrightarrow j$  ile gösterilir.

Bağlantı ilişkisi  $i \leftrightarrow j$  aşağıdaki özelliklere sahiptir.

#### 1. Yansıma özelliği

$i \leftrightarrow j$  için

$$P_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \text{ ise} \\ 0 & i \neq j \text{ ise} \end{cases}$$

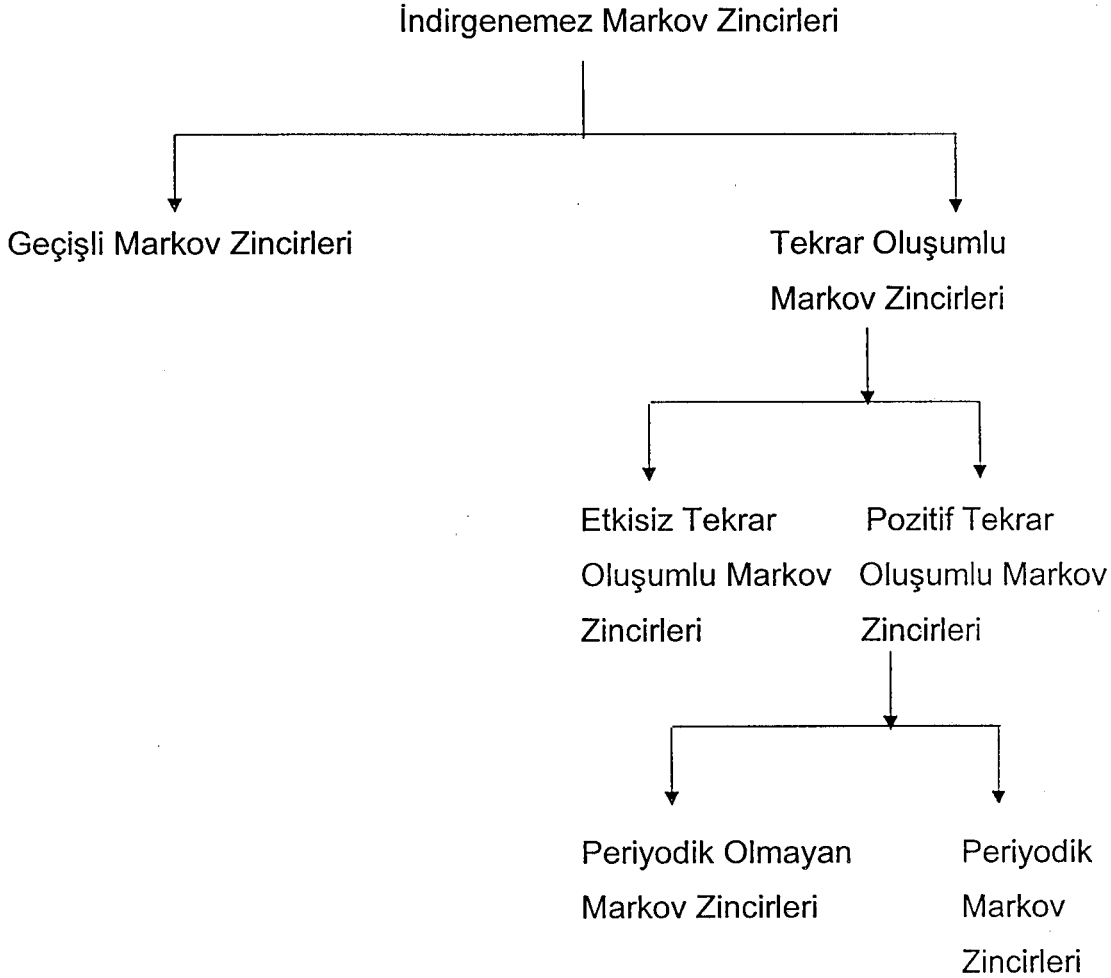
#### 2. Simetri Özelliği

$i \leftrightarrow j$  ise  $j \leftrightarrow i$  dir.

#### 3. Geçişme Özelliği

Eğer  $i \leftrightarrow j$  ve  $j \leftrightarrow k$  ise  $i \leftrightarrow k$  olur.

Bir Markov Zincirinin karşılıklı bağlantılı tüm durumlarının oluşturduğu kümeye denklik sınıfı denir. Bir Markov Zincirinde tüm durumlar birbirleriyle bağlantılı aynı denklik sınıfında ise, bu zincire İndirgenemez Markov Zinciri denir(Bhat, 1972). Diğer bir ifade ile, bir Markov Zincirinin tüm durumlarına, her bir durumdan erişilebiliyor ise bu zincir İndirgenemez Markov Zinciri olarak adlandırılır. İndirgenemez Markov Zincirlerini aşağıda Şekil 2.3'deki gibi sınıflandırmak mümkündür(Parzen, 1962).



Şekil 2.3 İndirgenemez Markov Zincirlerinin Sınıflandırılması.

$i$  durumunda başlayan Markov Zincirinin sonraki dönemlerde yine  $i$  durumunda olma olasılığı 1 e eşit ise,  $i$  durumuna tekrar oluşumlu durum denir. Tekrar oluşumlu Markov Zincirleri etkisiz tekrar oluşumlu ve pozitif tekrar oluşumlu Markov Zincirleri olarak iki başlıkta incelenebilir.

$f_{ii}^{(n)}$  i durumunda başlayan bir Markov Zincirinin n adım sonra i durumuna ilk kez geri dönüş olasılığı iken; bu geri dönüş için gerekli adım sayısının ortalama tekrar oluşum zamanı,

$$\mu_{ii} = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot f_{ii}^{(n)} \text{ olur.}$$

Tekrar oluşumlu bir durumda, ortalama tekrar oluşum zamanı ( $\mu_{ii}$ ) sonlu ise, bu duruma pozitif tekrar oluşumlu durum denir. Diğer taraftan, ortalama tekrar oluşum zamanı sonsuz ise, bu duruma etkisiz tekrar oluşumlu durum denir.

Bir Markov Zincirinin i durumunda başlayıp tekrar i durumuna dönmesi olasılığı sıfırdan büyük, 1' den küçükse, i durumuna geçişli durum denir.  $P_{ii} > 0$  ile ifade edilir (Çınlar, 1975)

i durumunda başlayan bir Markov Zincirinin tekrar i durumuna gelmesi  $t, 2t, 3t, \dots$  ( $t > 1$  ve tamsayı) periyotlarında mümkün ise, i durumuna t periyodu ile periyodiktir denir. Eğer  $t=1$  ise, i durumuna periyodik olmayan durum denir.

ii. İndirgenemez Markov Zincirleri ve Yutucu Durumlar: C, durum uzayı S 'nin herhangi bir alt kümesini gösterebilir. C kümesinin dışındaki durumlar, C deki durumlardan erişimli değil ise, C kümesine kapalı küme denir.

Kapalı küme  $C$ ,

$$0 \leq P_{ij} < 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, k \text{ ve } i, j \in C$$

$$\sum_{j=1}^k P_{ij} = 1 \quad i=1, 2, \dots, k$$

koşullarını sağlayan Markov Zincirlerine indirgenebilir Markov Zincirleri denir.

$i$  durumunda başlayan bir Markov Zincirinin adım sayısı sonsuza giderken, tüm adımlarda  $i$  ye dönme olasılığı 1 ise bu durumlara yutucu durum denir.  $i$  bir yutucu durum ise, zincir  $n$ . anda  $i$  durumunda iken,  $n+1$ . anda yine aynı durumda olacağından,  $f_{ii}^{(1)} = f_{ii} = P_{ii} = 1$  olur. Diğer bir ifade ile  $P_{ii}=1$  ise  $i$  durumuna yutucu durum denir.

$r$ , yutucu durum;  $k$ , geçiş veren durumların sayısı olmak üzere,  $\mathbf{P}$  matrisini aşağıdaki şekilde alt matrislere ayırmak mümkündür.

Geçiş olasılıkları matrisi  $\mathbf{P}$ ,

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} r & k \end{array} \\ \begin{array}{c} r \\ \dots \\ 0 \end{array} & \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \\ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ 0 \ \dots \ \dots \ 1 \ \dots \ \dots \ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \ \dots \ \dots \ 0 \\ 0 \ \dots \ \dots \ 0 \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ 0 \ \dots \ \dots \ 0 \end{array} \end{array} \right. \\ \hline \begin{array}{c} \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ k \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \end{array} & \left[ \begin{array}{c|c} \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ \begin{array}{c} R \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \end{array} & \begin{array}{c} \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ \begin{array}{c} Q \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \end{array} \end{array} \right. \end{array}$$

Geçiş olasılıkları matrisi  $P$  'nin alt matrislere ayrılması ile aşağıdaki bilgiler elde edilebilir(İnal,1982)

1. Sistemin geçişli durumdan başlamak üzere adım sayısı sonsuza giderken, yutucu durum tarafından yutulmadan önce geçişli durumlara geçiş olasılıkları,
2. Geçişli durumların yutulması için gereken adım sayısı,
3. Adım sayısı sonsuza giderken, geçişli durumların yutucu bir duruma geçiş olasılıkları.

$r$  durumlu bir Markov Zinciri  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_r$  sabit olasılık vektörüne sahip ise ve herhangi bir  $i$  ve  $j$  için,

$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = \pi_j$  ise bu Markov Zincirine, ergodik Markov Zinciri denir. Markov

Zincirinin ergodikliği, herhangi bir durumdan, diğer bütün durumlara geçişin mümkün olduğu süreci tanımlamaktadır. Markov Zincirinin düzenli olması ise, geçiş olasılıkları matrisinin  $n$ . kuvvetlerinde sıfır elemanının bulunmadığını ifade etmektedir. (Parzen,1960).

Aşağıdaki geçiş olasılıkları matrisinin  $P$ , 2.kuvveti alındığında  $P^2$  matris elemanlarının sıfırdan farklı olduğu görülür. Bu yüzden,  $P$  geçiş olasılıkları matrisi ile verilen Markov Zinciri düzenlidir. Düzenli Markov Zinciri ise ergodiktir. Diğer taraftan ergodik bir Markov Zinciri düzenli olmayabilir.

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad 3 \\
 P = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & x & x \end{bmatrix}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 P^2 = \begin{bmatrix} x & x & x \\ x & x & x \\ x & x & x \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Aşağıdaki geçiş olasılıkları matrisi  $P$  ise, 2. Kuvveti alındığında  $P^2$ ,  $P$  matrisini tekrar vermektedir. Bütün durumlara geçiş olasılığı vardır. Yani zincir ergodiktir.

Ancak  $P^2$  matrisinde sıfır elemanları aynen kalmıştır.  $P$  matrisi düzenli bir zincir değildir(Halaç,1995).

$$P = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} x & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 0 & x \\ x & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 0 & x \end{bmatrix} \end{matrix} \quad P^2 = \begin{bmatrix} x & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 0 & x \\ x & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 0 & x \end{bmatrix}$$

Bütün düzenli zincirler ergodiktir. Ancak, bütün ergodik zincirlerin düzenli zincir olduğu söylenemez. Markov Zincirleri ile kurulan matris düzenli ise,  $n$  adımda  $i$  durumundan  $j$  durumuna geçiş olasılığı;  $n$  adım sonunda oluşacak geçişlerin miktarı ve belirli bir durumda bulunma olasılıkları elde edilebilir(Klarke ve Disney, 1986).

Düzensiz Markov Zincirlerinin açıklanmasında Dobruchin tarafından ileri sürülen, ergodiklik katsayısı yaklaşımı kullanılır. Düzensiz Markov Zincirleri tam olarak başlangıç olasılık vektörü ve geçiş olasılıkları matrisinin dizisi ile ifade edilir (Güler, 1992).

#### 2.4 Denge Durumu Olasılıkları

$P$  geçiş olasılıkları matrisinin  $n$ . kuvvetleri alındığında  $P^n$ ,  $n$  değeri büyüdükçe  $P_{ij}^{(n)}$  değerleri sabit bir değere yaklaşmaktadır. Bu durum düzenli zincirlerde Merkezi Limit Teoremi olarak bilinir(Grenstead ve Snell, 1997).

$i$  ve  $j$  durumları ergodik durumlar olmak üzere, denge durumu olasılıkları aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = \pi_j$$

$\pi_j$  değerleri aşağıdaki özelliklere sahiptir.

$$1. \sum_{j=1}^m \pi_j = 1$$

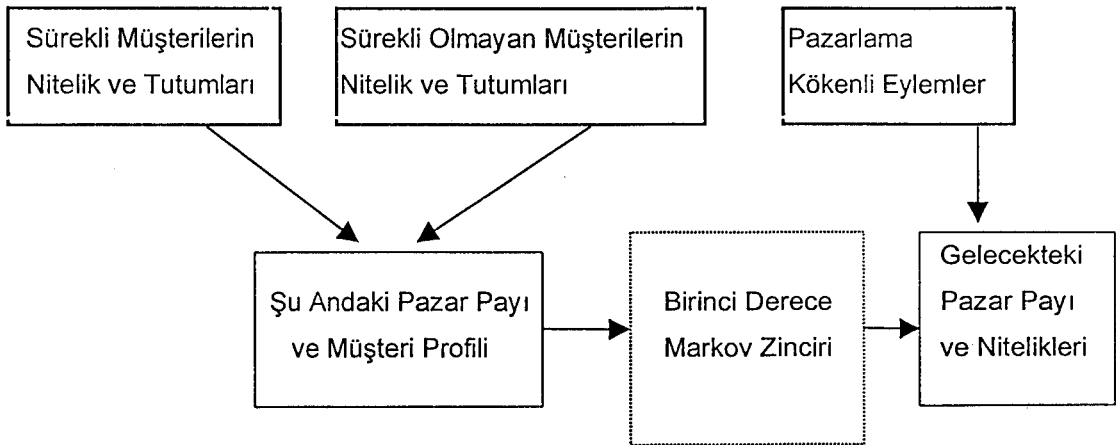
$$2. \pi_j \geq 0$$

$$3. \pi_j = \sum_{i=1}^m \pi_i \cdot P_{ij} \quad j=0,1,2,\dots,m$$

Bu eşitlikleri sağlayan  $\Pi$  vektörüne  $P$  'nin denge olasılıkları vektörü denir. Denge olasılıkları vektörü  $\Pi$  olan bir Markov Zincirinde,  $\Pi = \Pi \cdot P$  eşitliğinin tek çözümü  $\Pi$  dir. Denklemin sağ tarafında bulunan satır vektörü ile  $P$  geçiş olasılıkları matrisinin çarpımı ile, n tane denklem elde edilir. Bu n denklemden bir tanesi keyfidir. Yani denklemlerden bir tanesi denklem takımına dahil edilmeyebilir(Halaç, 1995; Şahinoğlu,1992)

### 3. Pazar Payı Araştırma Modelinin Geliştirilmesi

Mevcut bir malın şu andaki pazar payını, müşteri açısından zayıf ve kuvvetli yönlerini belirlemek ve bu verilerden hareketle ilgili malın gelecekteki pazar payını Birinci Derece Markov Modeli ile tahmin etmek amacını taşıyan bir araştırmanın modelini aşağıda Şekil 2.4' deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.4 Pazar Payı Araştırma Modeli



Şekil 2.4'de de görülebileceği gibi şu andaki sürekli ve sürekli olmayan müşterilerden hareketle saptanacak olan pazar payı ve pazar nitelikleri, geçiş olasılıklarından yararlanarak pazar payının gelecekteki durumu tahmin edilmektedir. Araştırmada modelin kullanılabilmesi için araştırmacı bazı varsayımlarda bulunmaktadır(Kurtuluş,1996).

### 3.1 Modelin Varsayımları

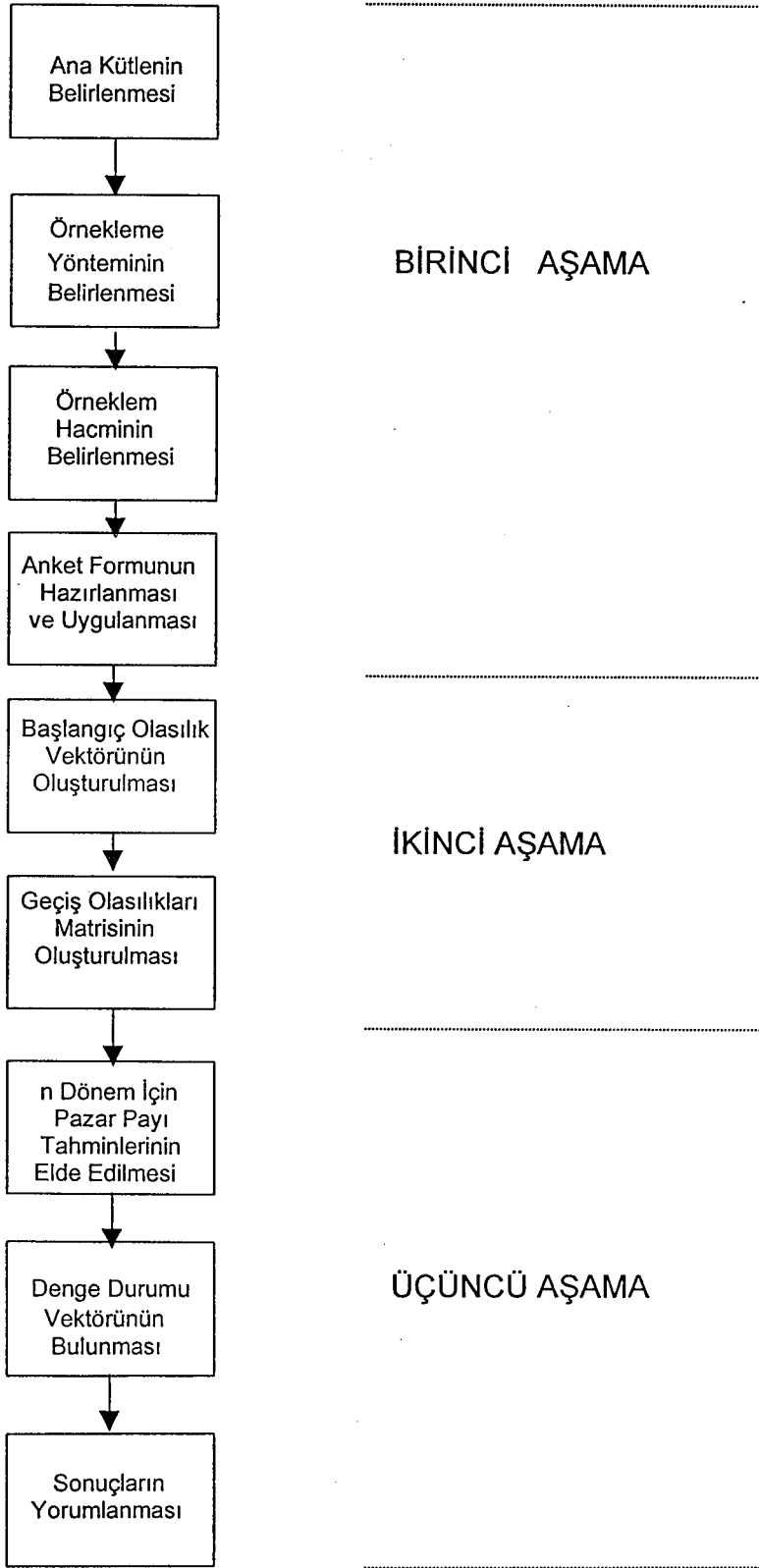
Markov Zincirleri ile pazar payı tahmininde bulunurken temel varsayım, geçmiş dönemlerde gerçekleşen satın alma davranışlarının, gelecekte de devam edeceğidir. Tekniğin diğer varsayımları ise şunlardır(Tokol,1996;Lapin, 1975).

1. Tahmin sürecinde, pazar büyüklüğü sabit kalmaktadır ve pazara yeni rakipler (markalar) girmeyecektir.
2. İşletmenin elde bulundurduğu, rakiplere kaybettiği ve onlardan kazandığı müşteriler geçmişteki değerlere değil, tahmin sürecindeki değerlere bağlıdır.
3. Tüketiciler muntazam aralıklarda ve eşit miktarlarda satın alma davranışında bulunurlar.

### 3.2 Modelin Çözüm Akış Şeması

Markov Zincirleri ile pazar payı araştırma modelinin çözümü , Şekil 2.5 'de de görüldüğü gibi, dokuz işlem adımından oluşmaktadır. Bunlardan ilk dört adım, verilerin toplanması , sırası ile sonraki iki adım başlangıç olasılık vektörü ve geçiş

olasılıkları matrisinin oluşturulması, son üç adımdan oluşan, sonuçların elde edildiği modelin çözümü ile üç aşamaya ayrılabilir.



Şekil 2.5 Modelin Çözüm Akış Şeması

### 3.3 Modelin Çözümü

Bir Markov Zincirinde  $m$  mümkün durum olabilir. Pazar Payı Araştırma Modelinde  $m$ ; pazarda bulunan mevcut bir malın toplam marka sayısını ifade eder. Böylece bir malın,  $m$  sayıda farklı markaya ilişkin bugünkü pazar payları, başlangıç olasılık vektörü ile gösterilir. Başlangıç olasılık vektörü, elemanları toplamı 1'e eşit, pozitif değerlere sahip bir olasılık vektörüdür.

$$\Pi_0 = [P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, P_3^{(0)}, \dots, P_m^{(0)}]$$

$i=1,2,3, \dots, m$  olmak üzere,

$P_i^{(0)}$  =  $i$  nci markaya ilişkin bugünkü pazar payını ifade etmektedir.

Tüketicinin  $n$ . dönem tercihinde  $i$ . markayı,  $n+1$ . dönem tercihinde  $j$ . markayı satın alma olma olasılığı  $P_{ij}$  ile gösterilir.  $P_{ij}$  lerden oluşan  $m \times m$  boyutlu geçiş olasılıkları matrisi, satır toplamları 1'e eşit, pozitif değerlerden oluşan bir olasılık matrisidir. Köşegen üzerindeki ( $i=j$ ). olasılıkları, sürecin bir dönem sonra, muhafaza edilen müşteri oranlarını ya da müşterilerin muhafaza edilme olasılıklarını ifade eder. Köşegen dışındaki ( $i \neq j$ ) olasılıkları, bir dönem sonra kazanılan veya kaybedilen müşteri oranlarını ya da kazanma veya kaybetme olasılıklarını ifade eder. Geçiş olasılıkları matrisi;

$$P = [P_{ij}] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ P_{31} & P_{32} & \dots & P_{3m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} \quad i=1,2, \dots, m, j=1,2, \dots, m$$

şeklinde ifade edilir.

şeklinde ifade edilir.

Söz konusu malın n. dönemde markalara göre pazar payları  $\Pi_n$ , başlangıç olasılık vektörü  $\Pi_0$  ile geçiş olasılıkları matrisi  $P$  'nin n. kuvvetinin çarpımı ile elde edilir.  $(1 \times n)$  ve  $(n \times n)$  boyutlu iki matrisin çarpımından  $(1 \times n)$  boyutlu n.adım olasılık vektörü  $\Pi_n$  oluşur(Budnick,1988).

$$\Pi_n = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}]$$

$i=1,2,3, \dots, m$  olmak üzere,

$P_i^{(n)}$  = i. markaya ilişkin n. dönem pazar payını ifade etmektedir.

$$\Pi_n = \Pi_0 \cdot P^n$$

$$[P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}] = [P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, P_3^{(0)}, \dots, P_m^{(0)}] \cdot \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ P_{31} & P_{32} & \dots & P_{3m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix}^n$$

$$P_1^{(n)} = P_1^{(0)} \cdot P_{11}^{(n)} + P_2^{(0)} \cdot P_{21}^{(n)} + P_3^{(0)} \cdot P_{31}^{(n)} + \dots + P_m^{(0)} \cdot P_{m1}^{(n)}$$

$$P_2^{(n)} = P_1^{(0)} \cdot P_{12}^{(n)} + P_2^{(0)} \cdot P_{22}^{(n)} + P_3^{(0)} \cdot P_{32}^{(n)} + \dots + P_m^{(0)} \cdot P_{m2}^{(n)}$$

⋮

$$P_m^{(n)} = P_1^{(0)} \cdot P_{1m}^{(n)} + P_2^{(0)} \cdot P_{2m}^{(n)} + P_3^{(0)} \cdot P_{3m}^{(n)} + \dots + P_m^{(0)} \cdot P_{mm}^{(n)}$$

n. adım olasılık vektörünün yukarıdaki matris çarpımından elde edilmesi ile, birden fazla döneme ilişkin pazar paylarının hesaplanması mümkündür.  $\Pi_{n+1}$  ile

ifade edilecek n. dönemden bir sonraki döneme ilişkin, markaların pazar payları, n.adım geçiş olasılıkları vektörü ile geçiş olasılıkları matrisi çarpımı ile hesaplanır.

$$\Pi_{n+1} = \Pi_n \cdot P$$

$$[P_1^{(n+1)}, P_2^{(n+1)}, P_3^{(n+1)}, \dots, P_m^{(n+1)}] = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}] \cdot \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ P_{31} & P_{32} & \dots & P_{3m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix}$$

$$P_1^{(n+1)} = P_1^{(n)} \cdot P_{11} + P_2^{(n)} \cdot P_{21} + P_3^{(n)} \cdot P_{31} + \dots + P_m^{(n)} \cdot P_{m1}$$

$$P_2^{(n+1)} = P_1^{(n)} \cdot P_{12} + P_2^{(n)} \cdot P_{22} + P_3^{(n)} \cdot P_{32} + \dots + P_m^{(n)} \cdot P_{m2}$$

$$P_m^{(n+1)} = P_1^{(n)} \cdot P_{1m} + P_2^{(n)} \cdot P_{2m} + P_3^{(n)} \cdot P_{3m} + \dots + P_m^{(n)} \cdot P_{mm}$$

**P** geçiş olasılıkları matrisinin n nci kuvveti alındığında **P<sup>n</sup>**, n değeri büyüdükçe  $P_{ij}$  değerlerinin sabit bir değere yaklaştığı ifade edilmişti. Pazar Payı Araştırma Modelinde, merkezi limit teoremi olarak bilinen bu durum, pazarda bir süre sonra kayıp ve kazançların en aza ineceğini, geçiş olasılıkları matrisinin kararlı bir yapıya ulaşacağını gösterir (Hillier ve Lieberman, 1967; Çınar, 1990).

$$\Pi = \Pi \cdot P$$

eşitliğini sağlayan  $\Pi = [\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_m]$  vektörüne denge vektörü denir. Denge durumu koşullarını içeren olasılıkları kapsar. Eşitliğin sol tarafında bulunan satır vektörü ile  $P$  geçiş olasılıkları matrisinin çarpımı ile, yine bir satır vektörü bulunarak eşitliğin sağ tarafındaki vektör elemanlarına her biri eşitlenerek  $m$  adet denklem elde edilir.

$$\sum_{i=1}^m \pi_i = 1$$

şartı ile denklem sistemine bir denklem daha eklenebilir.  $m$  bilinmeyen,  $m+1$  denklemden oluşan sistemde denklemlerden bir tanesi keyfidir. Çözüme dahil edilmeyebilir (Halaç, 1991).

$$\begin{array}{r} \pi_1 \cdot P_{11} + \pi_2 \cdot P_{21} + \pi_3 \cdot P_{31} + \dots + \pi_m \cdot P_{m1} = \pi_1 \\ \pi_1 \cdot P_{12} + \pi_2 \cdot P_{22} + \pi_3 \cdot P_{32} + \dots + \pi_m \cdot P_{m2} = \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_1 \cdot P_{1m} + \pi_2 \cdot P_{2m} + \pi_3 \cdot P_{3m} + \dots + \pi_m \cdot P_{mm} = \pi_m \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_m = 1 \end{array}$$

Markov Zincirleri ile müşteri eğilimlerini inceleyen Markov Zincirleri tekniği, özellikle işletmenin belirli bir bölgede kısıtlı sayıda müşteriye sahip olduğu durumlarda ve pazarın küçük olması halinde daha kesinlik kazanır (Çalık, 1992).

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MARKOV ZİNCİRLERİ İLE PAZAR PAYI ARAŞTIRMA MODELİNİN KÜTAHYA İL MERKEZİNDE OTOMOBİL LASTİĞİ PAZARINDA UYGULAMA DENEMESİ

#### 1. Otomobil Lastiği Pazarında Genel Görünüm

Dünya lastik pazarında talebin, arzın altında seyretmesi sektörde aşırı kapasite sorununun gün geçtikçe artmasına neden olmaktadır. Son yıllarda otomobil lastiği üretiminin hızlı artışına karşın satışların aynı oranda artmaması sektördeki rekabeti daha kuvvetli bir hale getirmektedir. Dünya lastik sektöründe 1980 ve 1990'ların başında yaşanan krizin 2000 yılıyla birlikte yeniden gündeme gelebilme ihtimali, yoğun fiyat rekabetinin görülebilme sinyallerini vermektedir(Düğer, 1998).

Türkiye lastik sektöründe 50'yi aşkın markanın bulunması, lastik üretici ve ithalatçıların rahatsız eder bir duruma gelmiştir. Marka fazlalığına rağmen pazarın yaklaşık %90 'na varan bölümü Brisa, Goodyear, Pirelli ve Petlas tarafından paylaşılmaktadır. Sektördeki firma ve marka sayısının fazlalığı beraberinde kıyasıya bir rekabeti de meydana getirmektedir. Sektör şu anda büyük bir rekabet ortamı içindedir. Pazardan mümkün olan en büyük payı kapma yarışı içinde olan firmalar, promosyon, iskonto ve kampanyalarla satışlarını hızla yükseltme çabası içindedirler(Dünya,1999).

Daha önceki krizlerde olduğu gibi oluşacak olan yeni bir kriz, fabrika kapatmalarının ya da el değiştirmelerin gerçekleşmesine neden olabilecektir. Dünyada lastik sektörü açısından büyüme olasılığı en yüksek olan pazarlar Çin, Hindistan ve Doğu Avrupa olarak gösterilmektedir. Bunun sonucunda pazar

savaşlarının kızışmasıyla birlikte büyük ölçekli firmalar gözlerini şimdiden geliştirmekte olan pazarlara dikmektedirler. Sektörün dünya pazarında en büyük üç markası olan Bridgestone, Michelin ve Goodyear arasındaki rekabet her geçen gün biraz daha kızışmakta ve sertleşmektedir. Aşağıda Tablo 3.1'de Türkiye lastik pazarında yer alan otomobil lastiği markaları ve Üretici/İthalatçı firmalar sıralanmıştır.

MARKA	ÜRETİCİ / İTHALATÇI FİRMA
Bridgestone	Brisa Bridgestone Lastik San.
Continental	Aksugiller İş Makinaları
Cooper	Mustafa Yağdıran Oto Sanayi Tic.
Dunlop	Enka A.Ş.
Falken	Çiftkurlar A.Ş.
Fulda	Otomotiv Lastikleri Tevzi AŞ
Goodyear	Goodyear Lastikleri TAŞ
Hankook	BMC Omtaş
Lassa	Sabancı Holding
Marshal	Şan Lastik
Master Crayt	Türkvanlar İth. İhr. A.Ş.
Matador	Güriş
Michelin	Michelin Lastikleri Tic.A.Ş.
Petlas	Kombassan Holding
Pirelli	Türk Pirelli Lastikleri
Rekard	Aksugiller İş Makinaları
Roodstone	Boytur A.Ş.
Stunner	Mustafa Yağdıran Oto Sanayi Tic.
Sumitoma	Emir Dış Ticaret
Tire	Aksugiller İş Makinaları
Toyo	Zırmaş
Uniroyal	Üstündağ Lastik İth. ve Tic. A.Ş.
Wats	Hisar Makine Hizmet A.Ş.
Woosmg	Karataş
Yokohama	Boytur A.Ş.

Tablo 3.1 Türkiye' de satışa sunulan otomobil lastiği markaları ve Üretici/İthalatçı firmalar.

Otomobil lastikleri araçların teknik özellikleri, kullanım amaçları, hava koşullarına göre farklı ölçülerde satışa sunulmaktadır. Otomobil üreticiler tarafından her araç için belirlenmiş standart lastik ölçüleri vardır. Bu standart ölçüler dışında lastik kullanımı can ve mal riskine neden olmaktadır. Yukarıda



sıralanan tüm lastik üretici ve ithalatçıların, Türkiye' de bulunan yerli ve yabancı otomobillerin standart lastik ölçülerine uygun modelleri bulunmaktadır.

Kütahya İli Merkezinde, yukarıda sıralanan 25 lastik markasının 12 tanesi, 23 işletme tarafından satışa sunulmaktadır. İşletmeler şube, ana bayi, bölge bayi şeklinde faaliyet gösterdikleri gibi lastik standlarına sahip oto yedek parçacılarından oluşmaktadırlar. Söz konusu işletmeler ve satışa sundukları lastik markaları aşağıda Tablo 3.2'de sıralanmıştır.

İŞLETME ADI	LASTİK MARKALARI
Cemre Otomotiv Oto Yedek Parça	Bridgestone, Pirelli, Hankook, Michelin Fulda, Falken
Çakcaklar Oto Lastik Ticaret	Bridgestone, Michelin, Pirelli, Lassa, Fulda, Goodyear
Dizel Ticaret	Pirelli, Michelin
Dülger Ticaret	Hankook
Erden Tic. Koll. Şti. (Ana Bayi)	Fulda
Erden Ticaret (Şube)	Fulda
Ertuna Ticaret (Ana Bayi)	Petlas
Hürok A.Ş. (Ana Bayi)	Bridgestone
Ihsan Ceylan Oto Yedek Parça	Pirelli, Goodyear, Petlas, Lassa, Bridgestone, Fulda, Michelin
Karseç Oto A.Ş. (Şube)	Goodyear
Kartaşlar A.Ş. (Şube)	Goodyear
Kartaşlar Oto A.Ş. (Ana Bayi)	Goodyear
Metin Oto Lastik	Cooper, Stunner, Goodyear, Michelin, Pirelli, Bridgestone
Metin Oto Lastik (Şube)	Cooper, Stunner, Goodyear, Michelin, Pirelli, Bridgestone
Metro Ltd. Şti (Bölge Bayi)	Dunlop
Metro Ltd. Şube	Dunlop
Özkan Oto Lastik	Pirelli
Öztürk Koll.Şti. (Ana Bayi)	Lassa
Sedef Otomotiv	Michelin
Tekinler Oto Lastik	Pirelli
Yavuzlar Ltd. Şti. (Ana Bayi)	Hankook
Yavuzlar Oto Yedek Parça (Şube)	Hankook
Zeytinoğlu Petrol (Şube)	Goodyear

Tablo 3.2 Kütahya İlinde otomobil lastiği pazarında faaliyet gösteren işletmeler ve satışa sundukları otomobil lastiği markaları.

## 2. Markov Zincirleri ile Pazar Payı Araştırma Modelinin Kurulması

Bu uygulamada amaç, Kütahya il merkezinde otomobil lastiği pazarında faaliyet gösteren 23 işletmenin, pazara sundukları 12 otomobil lastiği markasının, ileriye dönük pazar paylarının tahmin edilmesidir. Her bir markanın pazar paylarındaki değişimler belirlenerek, markaların denge durumu olasılıkları hesaplanacaktır. Amaç söz konusu markaların pazar payları dağılımının belirlenmesi olduğuna göre, modeldeki her bir mümkün durum 12 otomobil lastiği markasından biri olacaktır.

Araştırmada anakütle, bugüne kadar Kütahya il merkezinden otomobil lastiği satın almış, şu an satın alan ve gelecekte satın alacağı düşünülen, Kütahya İl Trafik Müdürlüğüne kayıtlı 36326 tüketiciden oluşmaktadır. Örneklem ise, 1998 yılının EKİM, KASIM, ARALIK, 1999 yılının OCAK, ŞUBAT aylarında otomobilinin lastiğini Kütahya il merkezinden satın alan tüketicilerden oluşmaktadır. Ancak tüketicilerin kullandığı ya da sahibi olduğu otomobilin lastik markası tercihinde karar verici olmasına dikkat edilmiştir.

EK 1' de belirlenen  $n=400$  birimlik örnekleme, EK 2' deki anket formu, etkin ve yaygın bir kullanımı olması dolayısıyla basit tesadüfi örnekleme tekniği ile uygulanarak, araştırmada gerekli veriler toplanmıştır(Serper ve Aytaç,1988). Anket formunda araştırmanın amacı için öncelikli soruların yanında, tüketicilerin aylık gelirleri, otomobillerini kullanım amaçları, satın alınan lastiğin tercih edilmesine neden olan faktör sorularına da yer verilmiştir. Bunda amaç, araştırma amacının bir nebze gizlenerek, tüketicilerin yanlı cevaplarına imkan vermemek ve sektörde benzer araştırmalara veri tabanı oluşturmaktır.

Kütahya il merkezinde satışa sunulan 12 lastik markasının, ağır vasıtalar için üretilmiş modelleri de bulunmaktadır. Ağır vasıtaların kapsam dışı bırakılarak, sadece otomobil lastiği pazarı ile ilgilenilmesinde temel neden; ağır vasıtalarda kaplama lastiklerin pazarda büyük bir oranda tercih edilmesidir. Bir diğer neden de, ağır vasıtadaki lastik değişim periyodunun, otomobil

lastiklerine göre farklı olmasıdır. Böylece ikinci bölümde ele alınan, tüketicilerin muntazam aralıklarda ve eşit miktarlarda satın alma davranışlarında bulunma varsayımı da sağlanmış olur.

Anket formunun uygulanmasıyla, başlangıç olasılık vektörü ve geçiş olasılıkları matrisinin oluşturulmasından önce, modelde kullanılan mümkün durumlar, başlangıç olasılık vektöründeki anlamları ( $P_i^{(0)}$ ), geçiş olasılıkları matrisindeki anlamları ( $P_{ij}$ ) ve n.adım olasılık vektöründeki anlamları ( $P_i^{(n)}$ ) aşağıda tanımlanmıştır.

**Mümkün durumlar:** A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L

A : Bridgestone	G : Hankkok
B : Cooper	H : Lassa
C : Dunlop	I : Michelin
D : Falken	J : Petlas
E : Fulda	K : Pirelli
F : Goodyear	L : Stunner

**Başlangıç olasılık vektörü:**  $\Pi_0 = [P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, P_3^{(0)}, \dots, P_{12}^{(0)}]$

Anket formunda yer alan (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?) 5. sorunun cevaplarından hesaplanan oransal değerler ile bulunmuştur.

$P_i^{(0)}$  : Daha önce satın alınan i. marka lastiğin, toplam satın alınan lastik markaları içindeki oransal değeri olan, markaların bugünkü (1999 yılı) pazar paylarını ifade etmektedir. Tüm markalar için  $P_i^{(0)}$  ( $i=1,2, \dots, 12$ ) değerleri hesaplanarak başlangıç olasılık vektörü bulunacaktır.

**Geçiş olasılıkları matrisi:  $P=[P_{ij}]$**

Anket formunda yer alan ( Satın aldığınız lastiğin markası nedir ?) 4. ve (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?) 5. sorulara verilen cevapların değerlendirilmesi ile;

$P_{ij}$  : Bir önceki lastik markası tercihinde i. markayı, son tercihinde j. markayı tercih eden tüketicilerin oransal değeri.

**n.adım olasılık vektörü:  $\Pi_n = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, \dots, P_m^{(n)}]$**

$P_i^{(n)}$  : Modelin çözümü ile i. marka lastiğin n. dönemde pazar payını gösteren oransal değerdir.

Anket formları değerlendirilerek modelin çözümünde kullanılacak başlangıç olasılık vektörü ve geçiş olasılıkları matrisi bulunur.

Başlangıç Olasılık Vektörü  $\Pi_0$  : Araştırmada 12 otomobil lastiği markasına karşılık gelen 12 mümkün durumdan oluşan başlangıç olasılık vektörü elemanları, anket formunda (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?) 5. soruya verilen cevaplar ile elde edilmiştir.

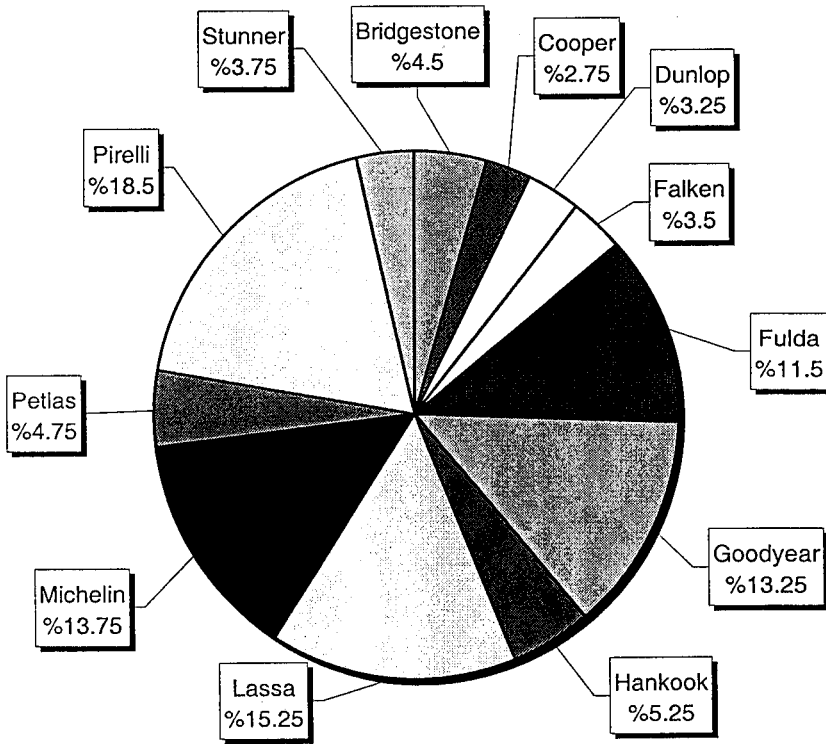
$P_i^{(0)}$  (i=1,2, . . . ,12): Daha önce satın alınan i. marka lastiğin, toplam satın alınan lastik markaları içindeki oransal değerini göstermektedir. Böylece her bir  $P_i^{(0)}$  değeri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$\Pi_0 = \frac{n_i}{\sum n_i} \quad i=1,2,\dots, 12$$

$$\Pi_0 = \left[ \frac{18}{400} \quad \frac{11}{400} \quad \frac{13}{400} \quad \frac{14}{400} \quad \frac{46}{400} \quad \frac{53}{400} \quad \frac{21}{400} \quad \frac{61}{400} \quad \frac{55}{400} \quad \frac{19}{400} \quad \frac{74}{400} \quad \frac{15}{400} \right]$$

$$\Pi_0=[0.045 \ 0.0275 \ 0.0325 \ 0.035 \ 0.115 \ 0.1325 \ 0.0525 \ 0.1525 \ 0.1375 \ 0.0475 \ 0.185 \ 0.0375]$$

Başlangıç olasılık vektörüne göre Kütahya il merkezinde , otomobil lastiği pazarında %18.5 ile Pirelli, %15.25 ile Lassa, %13.75 ile Michelin, %13.25 ile Goodyear, %11.5 ile Fulda, %5.25 ile Hankook, %4.75 ile Petlas, %4.5 ile Bridgestone, %3.75 ile Stunner, %3.5 ile Falken, %3.25 ile Dunlop ve %2.75 ile Cooper sıralanmaktadır. Markaların başlangıç (1999 yılı) pazar payları aşağıda Şekil 3.1'deki grafikte gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Otomobil Lastiği Markalarının 1999 Yılı Pazar Payları (%).

Başlangıç olasılık vektörü elemanları toplamı 1'e eşit olmalıdır.

$$\sum_{i=1}^m P_i^{(0)} = 1$$

koşulunun sağlanması, pazarda mevcut 12 lastik markasının bulunduğunu ve anket formunda yer alan (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?) 5. soruya verilen cevaplarda (diğer) şıkkının hiç işaretlenmediğini göstermektedir. Başlangıç olasılık vektörünün oluşturulmasından sonra, modelin çözümünde kullanılacak olan geçiş olasılıkları matrisi belirlenir.

Geçiş Olasılıkları Matrisi **P** : 12x12 boyutlu bir kare matris olan geçiş olasılıkları matrisi oluşturulurken, tüketicilerin anket formunda yer alan (Satın aldığınız lastiğin markası nedir?) 4. ve (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?) 5. sorulara verdikleri cevaplar değerlendirilir. Otomobilinde önceki tercihinde i. marka lastiği, bir sonraki tercihinde j. marka lastiği kullanan tüketicinin hareketi  $P_{ij}$  ile ifade edilmektedir.

Geçiş olasılıkları matrisinde her bir  $P_{ij}$  elemanı markalar arası tercih değişikliklerini ya da aynı markada tercihini kullanan tüketici oranlarını ifade etmektedir.

Geçiş olasılıkları matrisinde  $i = j$  ise  $P_{ij}$  muhafaza edilen müşteri oranları (Matrisin köşegen elemanları).  $i \neq j$  ise  $P_{ij}$  i. markaya göre kaybedilen, j. markaya göre kazanılan müşteri oranlarını ifade etmektedir (köşegen dışında kalan elemanlar). Diğer bir ifade ile  $P_{ij}$  ;  $i=1,2,\dots,12$  ;  $j=1,2,\dots,12$  olmak üzere i. markanın j. markadan kazandığı müşteri oranını verir. Anket formunda yer alan (Satın aldığınız lastiğin markası nedir?) 4. ve (Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir?) 5. sorularına verilen cevapların değerlendirilmesi ile müşteri tercihlerindeki hareketler belirlenir.

Aşağıdaki Tablo 3.3' de bir önceki dönemde tercih ettikleri ve son tercih ettikleri lastik markalarına göre 400 birimlik örnekleme oluşturan tüketicilerin marka tercihlerindeki hareketler gösterilmiştir.

Son tercih edilen lastik markası / Bir önce tercih edilen lastik markası	Bridgestone	Cooper	Dunlop	Falken	Fulda	Goodyear	Hankook	Lassa	Michelin	Petlas	Pirelli	Stunner	TOPLAM
Bridgestone	5	-	-	-	4	-	-	3	3	1	2	-	18
Cooper	1	3	-	2	-	3	-	-	2	-	-	-	11
Dunlop	-	-	5	-	2	4	-	2	-	-	-	-	13
Falken	-	-	2	4	3	-	-	4	1	-	-	-	14
Fulda	3	1	-	-	12	7	-	5	8	2	5	3	46
Goodyear	8	4	2	2	6	12	2	-	4	-	11	2	53
Hankook	2	-	2	-	-	2	9	-	2	-	3	1	21
Lassa	6	3	-	-	9	15	2	23	3	-	-	-	61
Michelin	-	2	-	1	13	8	3	8	18	-	2	-	55
Petlas	2	-	-	-	5	-	-	4	1	7	-	-	19
Pirelli	5	4	3	5	13	10	-	10	7	-	17	-	74
Stunner	3	-	-	-	-	5	-	3	2	-	-	2	15
TOPLAM	35	17	14	14	67	66	16	62	51	10	40	8	400

Tablo 3.3 Tüketicilerin marka tercihlerindeki hareketleri.

Yukarıda, Tablo 3.3'de her bir hücre değerini, satır toplamlarına oranlayarak geçiş olasılıkları matrisi elde edilecektir. Geçiş olasılıkları matrisinde her bir satır toplamı 1' e eşit olacaktır.

## Geçiş Olasılıkları Matrisi;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0.278	0.000	0.000	0.000	0.223	0.000	0.000	0.166	0.166	0.056	0.111	0.000
B	0.090	0.273	0.000	0.182	0.000	0.273	0.000	0.000	0.182	0.000	0.000	0.000
C	0.000	0.000	0.385	0.000	0.154	0.307	0.000	0.154	0.000	0.000	0.000	0.000
D	0.000	0.000	0.143	0.286	0.214	0.000	0.000	0.286	0.071	0.000	0.000	0.000
E	0.065	0.022	0.000	0.000	0.261	0.152	0.000	0.109	0.174	0.043	0.109	0.065
F	0.151	0.075	0.038	0.038	0.113	0.226	0.038	0.000	0.075	0.000	0.208	0.038
G	0.095	0.000	0.095	0.000	0.000	0.095	0.429	0.000	0.095	0.000	0.143	0.048
H	0.098	0.049	0.000	0.000	0.148	0.246	0.033	0.377	0.049	0.000	0.000	0.000
I	0.000	0.037	0.000	0.018	0.236	0.145	0.055	0.145	0.327	0.000	0.037	0.000
J	0.105	0.000	0.000	0.000	0.263	0.000	0.000	0.211	0.052	0.369	0.000	0.000
K	0.068	0.054	0.040	0.068	0.175	0.135	0.000	0.135	0.095	0.000	0.230	0.000
L	0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.334	0.000	0.200	0.133	0.000	0.000	0.133

Toplam 144 değerden oluşan geçiş olasılıkları matrisinde her bir  $P_{ij}$  değeri objektif bir biçimde yorumlanabilir. Matriste  $P_{53} = 0.000$  değerli olması, sistemin  $P_5$  durumundan,  $P_3$  durumuna hiçbir zaman geçemeyeceği anlamına gelmez. Açık bir ifade ile, Fulda kullanan bir tüketicinin asla Dunlop kullanmayacağı anlamı taşımaz. Bir önceki tercihinde Fulda marka lastik satın alan bir tüketici, bir sonraki tercihinde 0.152 olasılıkla Goodyear marka lastik satın alabilir ve izleyen tercihinde ise 0.038 olasılıkla Dunlop marka lastik satın alabilir. Bu durum geçiş olasılıkları matrisinin düzenli zincir özelliği taşıdığını göstermektedir.

Geçiş olasılıkları matrisi kare matris özelliği taşımaktadır. Matrisin köşegeni üzerinde ( $i = j$ ) yer alan olasılıklar, her markanın bir dönem sonra, mevcut müşterilerini muhafaza etme olasılıklarını gösterir. Söz konusu olasılıklar aşağıda Tablo 3.4' de gösterilmiştir



MARKA	Muhafaza Etme Olasılığı	MARKA	Muhafaza Etme Olasılığı
Bridgestone	0.278	Hankook	0.429
Cooper	0.273	Lassa	0.377
Dunlop	0.385	Michelin	0.327
Faken	0.286	Petlas	0.369
Fulda	0.261	Pirelli	0.230
Goodyear	0.226	Stunner	0.133

Tablo 3.4 Markaların Müşteri Muhafaza Etme Olasılıkları.

### 3. Pazar Payı Araştırma Modelinin Çözümü

400 birimlik örnekleme uygulanan anket sonuçlarının değerlendirilmesi ile, Kütahya otomobil lastiği pazarında mevcut 12 lastik markasının başlangıç pazar paylarını gösteren başlangıç olasılık vektörü ve tüketicilerin markalar arası tercih hareketlerini gösteren geçiş olasılıkları matrisi elde edilmiştir. Her bir lastik markasının gelecek dönemlere ilişkin beklenen pazar paylarının hesaplanmasında;

$$\Pi_n = \Pi_0 \cdot P^n \text{ eşitliği kullanılacaktır.}$$

n. döneme ilişkin markaların beklenen pazar paylarını gösteren n.adım olasılık vektörü;

$$\Pi_n = [P_1^{(n)}, P_2^{(n)}, P_3^{(n)}, P_4^{(n)}, P_5^{(n)}, P_6^{(n)}, P_7^{(n)}, P_8^{(n)}, P_9^{(n)}, P_{10}^{(n)}, P_{11}^{(n)}, P_{12}^{(n)}]$$

i=1,2,3, . . . . ., 12 olmak üzere,

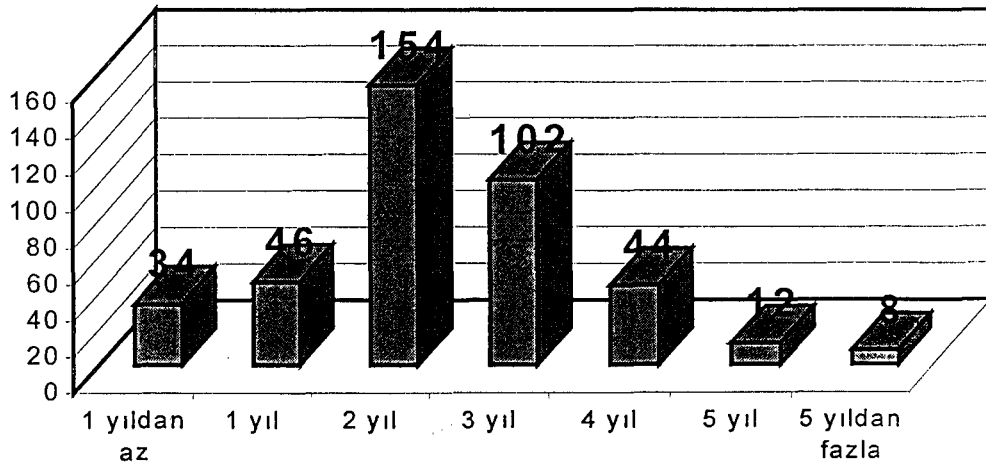
$P_i^{(n)}$  = i. markaya ilişkin n. dönem pazar payını ifade etmektedir.

Dönemler itibari ile 12 lastik markasının pazar paylarını tahmin ederken tahmin dönemleri arası sürenin (periyodun) belirlenmesi gerekmektedir. Tahmin dönemleri arası süre (periyot), anket formunda tüketicilere sorulan 7. (Lastiklerinizi hangi sıklıkta değiştiriyorsunuz?) sorusuna verilen cevapların frekansları aşağıdaki Tablo 3.5'de verilmiştir.

$x_i$	1 yıldan az	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	5 yıldan fazla
$n_i$	34	46	154	102	44	12	8

Tablo 3.5 400 birimlik örneklemin ortalama lastik değiştirme süreleri.

Aşağıda Şekil 3.2'deki grafikten de görüldüğü gibi tüketicilerin otomobillerinin lastiklerini değiştirme süreleri farklılık göstermektedir. Ancak ortalama lastik değiştirme süresi 2 yıl olduğu için, araştırmada tahmin dönemleri arası süre 2 yıl olarak alınmıştır. Başlangıç olasılık vektörü 1999 yılı başında olduğundan, n.adım olasılık vektörleri de sırası ile 2001, 2003, 2005, 2007, 2009 yıllarına ait olacaktır.



Şekil 3.2 400 birimlik örneklemin ortalama lastik değiştirme süreleri.

Pazara mevcut 12 lastik markasından farklı bir markanın ne zaman gireceğini bilmek mümkün değildir. Markov Zincirleri ile pazar payı tahmininde bulunurken, pazara yeni markaların girmeyecek olması varsayımına işlerlik sağlamak amacıyla, tahmin 5 dönem ile sınırlandırılarak, 2000 ile 2010 yılları arası için yapılacaktır. Tahmin sonuçları 1x12 boyutlu başlangıç olasılık vektörü ve 12x12 boyutlu geçiş olasılıkları matrisinin  $n.(n=1,2,3,4,5)$  kuvvetinin çarpımı ile elde edileceğinden, hesaplamalarda QSB paket programından yararlanılmıştır. Çözüm sonuçları aşağıdaki Tablo 3.6' da gösterilmiştir.

LASTİK MARKASI	Bugünkü Pazar Payları 1999 ( $\Pi_0$ )	Markaların Beklenen Pazar Payları				
		2001 ( $\Pi_1$ )	2003 ( $\Pi_2$ )	2005 ( $\Pi_3$ )	2007 ( $\Pi_4$ )	2009 ( $\Pi_5$ )
Bridgestone	0.0450	0.0875	0.0946	0.0980	0.0982	0.0981
Cooper	0.0275	0.0425	0.0454	0.0459	0.0461	0.0462
Dunlop	0.0325	0.0349	0.0336	0.0308	0.0299	0.0295
Falken	0.0350	0.0351	0.0332	0.0329	0.0330	0.0331
Fulda	0.1150	0.1674	0.1718	0.1727	0.1733	0.1736
Goodyear	0.1325	0.1649	0.1657	0.1651	0.1647	0.1646
Hankook	0.0525	0.0402	0.0358	0.0338	0.0331	0.0328
Lassa	0.1525	0.1549	0.1479	0.1460	0.1458	0.1458
Michelin	0.1375	0.1274	0.1329	0.1361	0.1373	0.1379
Petlas	0.0475	0.0250	0.0214	0.0207	0.0205	0.0205
Pirelli	0.1850	0.1002	0.0959	0.0959	0.0960	0.0959
Stunner	0.0375	0.0200	0.0218	0.0221	0.0221	0.0220
<b>TOPLAM</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>

Tablo 3.6 Otomobil Lastiği Markalarının 2000-2010 yılları arası beklenen pazar payları.

Her bir lastik markasının pazar payları yıldan yıla değişiklik göstermektedir. Bu değişiklikler, markaların pazar paylarında artış ya da azalış şeklinde ortaya çıkmaktadır. İkinci bölümde değinildiği üzere, **P** geçiş olasılıkları matrisinin *n*. kuvvetlerinin alınmasıyla, *n* değeri büyüdükçe  $P_{ij}$  değerlerinin kararlı bir yapıya ulaşacağı ifade edilmişti. Markov Zincirlerinde denge durumu olasılıkları olarak ifade edilen bu olasılıklar, belirli bir dönemden sonra markaların pazar paylarında bir değişikliğin olmayacağını kabul eder.

$\Pi = \Pi \cdot P$  eşıtliği ile hesaplanacak denge vektörü  $\Pi$ , otomobil lastiği markalarının denge durumu olasılıklarını verecektir.

$$[\pi_1, \pi_2 \dots, \pi_{12}] = [\pi_1, \pi_2 \dots, \pi_{12}] \cdot \begin{bmatrix} 0.278 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.223 & 0.000 & 0.000 & 0.166 & 0.166 & 0.056 & 0.111 & 0.000 \\ 0.090 & 0.273 & 0.000 & 0.182 & 0.000 & 0.273 & 0.000 & 0.000 & 0.182 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.385 & 0.000 & 0.154 & 0.307 & 0.000 & 0.154 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.143 & 0.286 & 0.214 & 0.000 & 0.000 & 0.286 & 0.071 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.065 & 0.022 & 0.000 & 0.000 & 0.261 & 0.152 & 0.000 & 0.109 & 0.174 & 0.043 & 0.109 & 0.065 \\ 0.151 & 0.075 & 0.038 & 0.038 & 0.113 & 0.226 & 0.038 & 0.000 & 0.075 & 0.000 & 0.208 & 0.038 \\ 0.095 & 0.000 & 0.095 & 0.000 & 0.000 & 0.095 & 0.429 & 0.000 & 0.095 & 0.000 & 0.143 & 0.048 \\ 0.098 & 0.049 & 0.000 & 0.000 & 0.148 & 0.246 & 0.033 & 0.377 & 0.049 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.037 & 0.000 & 0.018 & 0.236 & 0.145 & 0.055 & 0.145 & 0.327 & 0.000 & 0.037 & 0.000 \\ 0.105 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.263 & 0.000 & 0.000 & 0.211 & 0.052 & 0.369 & 0.000 & 0.000 \\ 0.068 & 0.054 & 0.040 & 0.068 & 0.175 & 0.135 & 0.000 & 0.135 & 0.095 & 0.000 & 0.230 & 0.000 \\ 0.200 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.334 & 0.000 & 0.200 & 0.133 & 0.000 & 0.000 & 0.133 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki  $\Pi$  olasılık vektörü ve **P** geçiş olasılıkları matrisinin çarpımı ile elde edilecek denklem sayısı 12'dir. 12 otomobil lastiği markası için denge durumu olasılıklarını veren olasılık vektörünün elemanları toplamı 1'e eşıt olacaktır.

$\sum_{i=1}^{12} \pi_i = 1$  olduğunu gösteren aşığıdaki denklem de denklem takımına eklenir.

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_{12} = 1$$

$$\Pi_1=0.278\Pi_1+0.000\Pi_2+0.000\Pi_3+0.000\Pi_4+0.223\Pi_5+0.000\Pi_6+0.000\Pi_7+0.166\Pi_8+0.166\Pi_9+0.056\Pi_{10}+0.111\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_2=0.090\Pi_1+0.273\Pi_2+0.000\Pi_3+0.182\Pi_4+0.000\Pi_5+0.273\Pi_6+0.000\Pi_7+0.000\Pi_8+0.182\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_3=0.000\Pi_1+0.000\Pi_2+0.385\Pi_3+0.000\Pi_4+0.154\Pi_5+0.307\Pi_6+0.000\Pi_7+0.154\Pi_8+0.000\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_4=0.000\Pi_1+0.000\Pi_2+0.143\Pi_3+0.286\Pi_4+0.214\Pi_5+0.000\Pi_6+0.000\Pi_7+0.286\Pi_8+0.071\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_5=0.065\Pi_1+0.022\Pi_2+0.000\Pi_3+0.000\Pi_4+0.261\Pi_5+0.152\Pi_6+0.000\Pi_7+0.109\Pi_8+0.174\Pi_9+0.043\Pi_{10}+0.109\Pi_{11}+0.065\Pi_{12}$$

$$\Pi_6=0.151\Pi_1+0.075\Pi_2+0.038\Pi_3+0.038\Pi_4+0.113\Pi_5+0.226\Pi_6+0.038\Pi_7+0.000\Pi_8+0.075\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.208\Pi_{11}+0.038\Pi_{12}$$

$$\Pi_7=0.095\Pi_1+0.000\Pi_2+0.095\Pi_3+0.000\Pi_4+0.000\Pi_5+0.095\Pi_6+0.429\Pi_7+0.000\Pi_8+0.095\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.143\Pi_{11}+0.048\Pi_{12}$$

$$\Pi_8=0.098\Pi_1+0.049\Pi_2+0.000\Pi_3+0.000\Pi_4+0.148\Pi_5+0.246\Pi_6+0.033\Pi_7+0.377\Pi_8+0.049\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_9=0.000\Pi_1+0.037\Pi_2+0.000\Pi_3+0.018\Pi_4+0.236\Pi_5+0.145\Pi_6+0.055\Pi_7+0.145\Pi_8+0.327\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.037\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_{10}=0.105\Pi_1+0.000\Pi_2+0.000\Pi_3+0.000\Pi_4+0.263\Pi_5+0.000\Pi_6+0.000\Pi_7+0.211\Pi_8+0.052\Pi_9+0.369\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_{11}=0.068\Pi_1+0.054\Pi_2+0.040\Pi_3+0.068\Pi_4+0.175\Pi_5+0.135\Pi_6+0.000\Pi_7+0.135\Pi_8+0.095\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.230\Pi_{11}+0.000\Pi_{12}$$

$$\Pi_{12}=0.200\Pi_1+0.000\Pi_2+0.000\Pi_3+0.000\Pi_4+0.000\Pi_5+0.334\Pi_6+0.000\Pi_7+0.200\Pi_8+0.133\Pi_9+0.000\Pi_{10}+0.000\Pi_{11}+0.133\Pi_{12}$$

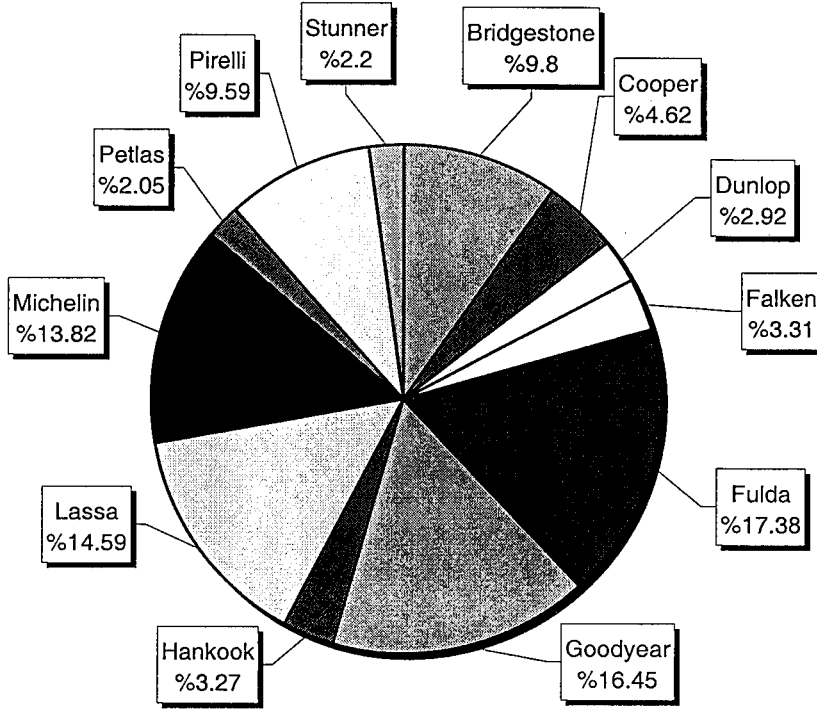
ve denklem sistemine,

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 + \Pi_6 + \Pi_7 + \Pi_8 + \Pi_9 + \Pi_{10} + \Pi_{11} + \Pi_{12} = 1 \text{ eklenir.}$$

Yukarıda 12 bilinmeyenden oluşan, 13 denklem çözülerek denge durumu olasılıkları vektörü elde edilir. Hesaplamalarda QSB paket programından yararlanılmıştır. Denge durumu olasılıkları QSB paket programında 12. iterasyonda elde edilmiştir.

$$\Pi=[0.098 \ 0.0462 \ 0.0292 \ 0.0331 \ 0.1738 \ 0.1645 \ 0.0327 \ 0.1459 \ 0.1382 \ 0.0205 \ 0.0959 \ 0.022]$$

Bu olasılık vektörü, modelin belirtilen varsayımları gerçekleştiğinde, 12. döneme karşılık gelen 2023 yılında, Kütahya ili merkezi otomobil lastiği pazarında yer alan lastik markalarının pazar paylarında, aşağıdaki Şekil 3.3'deki grafikte gösterilen, sabit bir dağılım gerçekleşecektir.



Şekil 3.3 Otomobil lastiği markalarının 2023 yılı beklenen pazar payları (%).  
(denge durumu olasılıkları)

## SONUÇ VE ÖNERİLER

Canlı, cansız tüm varlıklar tek başlarına ya da birlikte bir sistem oluşturmaktadır. Sistemlerin zaman içinde varlıklarını sürdürüp, sürdürmeyecekleri, ya da zaman içinde nasıl değişebilecekleri daima merak edilen konular olmuştur. Tıp bilimi insan sisteminin yaşamını sağlıklı bir biçimde sürdürebilmesi için gayret sarfederken, işletme bilimi de, sistem olarak bir işletmenin hayatını sürdürebilmesi için gayret sarfeder. Çalışma alanları ve konuları çok farklı olsa da, Markov Zincirleri tekniği işletme ve tıp bilimi gibi daha bir çok bilim dalına hizmet eden bir yöneylem araştırması tekniğidir. Her bilim dalında sistem davranışlarının tespiti amacı ile kullanılabilen etkin ve pratik bir tahmin tekniğidir. Bu çalışmada da söz konusu tekniğin, pazar payı araştırma modeli adı altında, birden fazla markanın bulunduğu bir pazarda markaların gelecek dönemlere ilişkin pazar paylarının belirlenmesi ve pazardaki mümkün değişikliklerin tespiti amacı ile kullanımı gösterilmeye çalışılmıştır.

Kütahya otomobil lastiği pazarında faaliyet gösteren işletmelerin yöneticilerinden alınan bilgiler ile, öncelikle pazarda mevcut otomobil lastiği markaları belirlenmiştir. Türkiye genelinde üretilen ya da ithal edilen toplam 25 otomobil lastiği markasının 12 tanesinin pazarda satışa sunulduğu görülmüştür. Bu bilgiler ışığında, anket formu hazırlanarak, basit tesadüfi örnekleme tekniği ile 400 birimlik örnekleme uygulanmıştır.

Anket sonuçlarının değerlendirilmesi ile, başlangıç olasılık vektörü (markaların 1999 yılı pazar payları) ve geçiş olasılıkları matrisi belirlenmiştir. Tahmin modelinin kurulması için gerekli ve yeterli olan başlangıç olasılık vektörü ve geçiş olasılıkları matrisinin belirlenmesinden sonra, 2 yıllık periyotlar ile 2000-2010 yılları arası otomobil lastikleri markalarının pazar payları tahminleri elde edilmiştir. Tahmin dönemleri arası süre 2 yıl olarak belirlenmiştir.

Çünkü anket formlarının değerlendirilmesi sonucu, tüketicilerin ortalama lastik değiştirme süreleri 2 yıldır. Otomobil lastiği markalarının pazar payları tahminlerini, pazar denge durumunun oluşacağı yıla (2023 yılı) kadar hesaplamak mümkündür. Ancak, yeni bir otomobil lastiği markasının, pazara bir süre sonra girebileceği düşüncesi ile, tahminler 10 yıllık dönem ile sınırlandırılmıştır. Çünkü Markov Zincirleri ile sağlıklı ve tutarlı pazar payı tahminlerinin elde edilmesi, pazara yeni markaların girmeyecek olması varsayımına bağlıdır.

Modelin çözümü ile elde edilen, Tablo 3.6' daki sonuçlara göre;

Bridgestone otomobil lastiklerinin, 1999 yılında %4.50 olan pazar payının tüm tahmin dönemlerinde artış gösterdiğini ve son tahmin dönemi olan 2009 yılında %9.81 pazar payına sahip olacağını,

Cooper otomobil lastiklerinin, 1999 yılında %2.75 olan pazar payının izleyen tahmin dönemlerinde artış göstereceğini ve 2009 yılında %4.62 pazar payına sahip olacağını,

Dunlop marka otomobil lastiklerinde, %3.25 olan 1999 yılı pazar payının, 2001 yılında %3.49 ile artış görüleceğini ancak, izleyen tahmin dönemlerinde pazar payında düşüşlerin gerçekleşerek 2009 yılında %2.95 pazar payına sahip olacağını,

Falken otomobil lastiklerinde %3.50 olan 1999 yılı pazar payında, 2001 yılında %3.51 pazar payı ile artış görüleceği, 2003 ve 2005 yıllarında %3.32 ve %3.29 pazar payı ile düşüş görüleceği, 2007 ve 2009 yıllarında %3.30 ve %3.31 ile pazar paylarında artış gerçekleşeceğini,

Fulda otomobil lastiklerinin 1999 yılında %11.50 olan pazar payının, izleyen tahmin dönemlerinde sürekli bir artış gerçekleşeceği ve 2009 yılında %17.36 pazar payına sahip olacağını,



Goodyear otomobil lastiklerinin %13.25 olan 1999 yılı pazar payının, 2001, 2003, 2005, 2007 yıllarında artış göstereceğini, 2009 yılında düşüş gerçekleşerek, pazar payının %16.46 olacağını,

Hankook otomobil lastiklerinin, %5.25 olan 1999 yılı pazar payının, izleyen tahmin dönemlerinde sürekli düşüş göstereceği, son olarak 2009 yılında %3.28 pazar payına sahip olacağını,

Lassa otomobil lastiklerinin, %15.25 olan 1999 yılı pazar payının, 2001 yılında %15.49' a yükseleceği, 2003, 2005, 2007 yıllarında pazar payında düşüş gerçekleşerek, 2009 yılında %14.58 pazar payına sahip olacağını,

Michelin otomobil lastiklerinin, %13.75 olan 1999 yılı pazar payının, 2001 yılında %12.74' e düşeceğini ancak, izleyen tahmin dönemlerinde pazar paylarında sürekli artış gerçekleşerek, 2009 yılında %13.79 pazar payına sahip olacağını,

Petlas marka otomobil lastiklerinin %4.75 olan 1999 yılı pazar payının, izleyen dönemlerde sürekli azalarak, 2009 yılında %2.05 pazar pazar payına sahip olacağını,

Pirelli marka otomobil lastiklerinin %18.50 olan 1999 yılı pazar payının, 2001 ve 2003 yıllarında %10.02 ve %9.59 ile düşüş gerçekleşeceği, 2007 yılında %9.60' a yükseleceği ve 2009 yılında %9.59' a düşeceğini,

Stunner marka otomobil lastiklerinin %3.75 olan 1999 yılı pazar payının, 2001 yılında %2' ye düşeceğini, 2003, 2005 yıllarında %2.18, %2.21'e yükseleceğini ve 2009 yılında %2.2 pazar payına sahip olacağını söylemek mümkündür.

Bu araştırmada, Kütahya il merkezinde satışa sunulan 12 otomobil lastiği markasının ileriye dönük beklenen pazar paylarının elde edilmesi yanında, diğer bir amaç da; bir veya birkaç otomobil lastiği markasının pazarın tamamını ele geçirip, geçiremeyeceği sorusunun cevaplandırılmasıdır. Bu durum tahmin dönemlerinde herhangi bir otomobil lastiği markasının pazar payının sıfıra eşit ya da sıfıra oldukça yakın bir değer alması demektir. Yine Tablo 3.6'daki sonuçlara göre 12 otomobil lastiği markasından hiçbirisinin izleyen yıllarda Kütahya İl merkezi otomobil lastiği pazarından yok olacağını söylemek ve hiçbir markanın söz konusu pazara tam olarak hakim olacağını söylemek mümkün değildir.

QSB paket programında hesaplanmış olan denge durumu olasılıkları, 2023 yılında modelin varsayımlarının gerçekleşmesi ve geçiş olasılıkları matrisinin kararlı bir yapıya ulaşması ile; Bridgestone otomobil lastiklerinin %9.8, Cooper otomobil lastiklerinin %4.62, Dunlop otomobil lastiklerinin %2.92, Falken otomobil lastiklerinin %3.31, Fulda otomobil lastiklerinin %17.38, Goodyear otomobil lastiklerinin %16.45, Hankook otomobil lastiklerinin %3.27, Lassa otomobil lastiklerinin %14.59, Michelin otomobil lastiklerinin %13.81, Petlas otomobil lastiklerinin %2.05, Pirelli otomobil lastiklerinin %9.59, Stunner otomobil lastiklerinin %2.2 pazar paylarına sahip olacağını gösterir. 2023 yılından sonraki dönemlerde, belirtilen varsayımların gerçekleşmesi halinde markalara ilişkin beklenen pazar paylarında bir değişiklik olmayacaktır.

**EKLER**

## EK 1

**Örneklem Hacminin Belirlenmesi ve Örnekleme Tekniği**

Örneklem hacminin keyfi olarak belirlenmesi, güven aralığının gereksinim duyulandan daha az olmasına ya da zaman ve para kaybına neden olabilir. Bu bakımdan ihtiyaç duyulan bilgiye göre örneklem hacminin tasarlanması gerekir (Çömlekçi, 1989). Örneklem hacminin belirlenmesinde, merkezi limit teoremi aracılığı ile geliştirilen standart hata formülünden yararlanılmaktadır. Oransal değerler ile çalışılan bir araştırmada standart hata;

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\Pi(1-\Pi)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{formülü ile hesaplanır.}$$

Örneklem oranı ;  $\frac{n}{N} < \%5$  durumunda düzeltme faktörü  $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

değeri 1' e yaklaşır. Böylece düzeltme çarpanı kullanılmaz (Çömlekçi, 1998). Standart hata formülünden yararlanılarak örneklem hacmi;

$$n = \frac{\Pi(1-\Pi)}{\sigma_p^2} \quad \text{ile ifade edilebilir.}$$

Yukarıdaki formülde,  $\sigma_p^2$  belirli varsayımlar altında hesaplanabilir.

Araştırmada oransal değerlerde, önceden belirlenecek bir hata payı (e) belirlenerek, (e)' nin güven sınırları belirlenir. Bu güven sınırlarının normal dağılımda karşılığı olan (Z) kullanılarak;

$$n = \frac{\Pi(1-\Pi)}{\left(\frac{e}{Z}\right)^2} \quad \text{elde edilir.}$$

Anakütle standart sapmasının bilinmesi çoğu kez mümkün olmadığından, tahmin edilmesi gerekir. Böyle bir tahmini oranlar ile çalışırken yapmak daha kolaydır. Çünkü bu oranlar hakkında hiçbir bilgi olmasa da  $\Pi(1 - \Pi)$  nin en yüksek olduğu (  $0,5 \times 0,5 = 0,25$  ) değeri esas alınabilir (Kurtuluş, 1996).

Kütahya İli Trafik Müdürlüğünden alınan bilgiye göre, Kütahya il merkezinde, toplam 36326 özel ve ticari otomobil kayıtlıdır. Bu rakam, 36326 otomobilin lastik seçiminde karar verici olan 36326 otomobil lastiği tüketicisine karşılık gelmektedir.

n : Örneklem Hacmi

$\Pi$  : İlgilenilen özelliği sağlayan birimlerin anakütledeki oranı ( $\Pi=0.50$ )

e : Hata Payı (e=0.05)

Z : %95 güven sınırlarına karşı gelen  $Z=1,96$  alınarak, örneklem hacmi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$n = \frac{0.50(1 - 0.50)}{\left(\frac{0.05}{1.96}\right)^2} = 384.16 \cong 384$$

EK 2' deki anket formu hesaplanan örneklem hacmi  $n= 384$ ' den daha büyük  $n=400$  birimlik örnekleme, basit tesadüfi örnekleme tekniği ile uygulanmıştır. Basit tesadüfi örnekleme tekniğinin kullanılmasındaki neden, yaygın ve etkin bir örnekleme tekniği olmasıdır.

## EK 2

**KÜTAHYA İL MERKEZİ OTOMOBİL LASTİĞİ PAZAR ARAŞTIRMASI ANKET FORMU**

AÇIKLAMA: Lütfen aşağıdaki sorulara, kullandığınız ya da sahibi olduğunuz otomobilin lastik markası tercihinde karar verici iseniz ve EKİM, KASIM, ARALIK 1998, OCAK, ŞUBAT 1999 aylarında otomobil lastiği satın almış iseniz cevap veriniz. Teşekkür ederiz.

1. Ortalama aylık geliriniz.

- 50milyon-100 milyon TL.  100milyon-150 milyon TL.  150milyon-200milyon TL.  
 200milyon-250milyon TL  250milyon-300milyon TL.  300milyon TL.den fazla

2. Aracınızın kullanım amacı nedir?

- Özel  Ticari

3. Satın aldığınız lastik markasını tercih etmenize neden olan, en önemli faktör nedir?

- Ürünün reklamı  Promosyon  Ücretsiz Montaj ve Balans  
 Tavsiye  Diğer  Fiyat

4. Satın aldığınız lastiğin markası nedir ?

- Bridgestone  Hankook  Diğer  
 Cooper  Lassa  
 Dunlop  Michelin  
 Falken  Petlas  
 Fulda  Pirelli  
 Goodyear  Stunner

5. Önce satın aldığınız, otomobilinizden çıkarılan lastiğin markası nedir ?

- Bridgestone  Hankook  Diğer  
 Cooper  Lassa  
 Dunlop  Michelin  
 Falken  Petlas  
 Fulda  Pirelli  
 Goodyear  Stunner

6. Otomobil lastiği markasında, sürekli aynı markayı tercih edermisiniz ?

- Evet  Hayır

7. Lastiklerinizi ortalama hangi sıklıkta değiştiriyorsunuz ?

- 1 yıldan az  1 yıl  2 yıl  3 yıl  4 yıl  5 yıl  5 yıldan fazla

## EK 3

## Problemin QSB Paket Programında Çözüm Sonuçları:

Input Data Describing Your Problem Lastik (Initial State Probabilities)			
Bridgestone 0.0450	Cooper 0.0275	Dunlop 0.0325	Falken 0.0350
Fulda 0.1150	Goodyear 0.1325	Hankook 0.0525	Lassa 0.1525
Michelin 0.1375	Petlas 0.0475	Pirelli 0.185	Stunner 0.0375

Input Data Describing Your Problem Lastik (Transition Probability Matrix)												
To From	Bridge	Coope	Dunlo	Falken	Fulda	Good	Hanko	Lassa	Miche	Petlas	Pirelli	Stunne
Bridge	0.278	0.000	0.000	0.000	0.223	0.000	0.000	0.166	0.166	0.056	0.111	0.000
Coope	0.090	0.273	0.000	0.182	0.000	0.273	0.000	0.000	0.182	0.000	0.000	0.000
Dunlo	0.000	0.000	0.385	0.000	0.154	0.307	0.000	0.154	0.000	0.000	0.000	0.000
Falken	0.000	0.000	0.143	0.286	0.214	0.000	0.000	0.286	0.071	0.000	0.000	0.000
Fulda	0.065	0.022	0.000	0.000	0.261	0.152	0.000	0.109	0.174	0.043	0.109	0.065
Good	0.151	0.075	0.038	0.038	0.113	0.226	0.038	0.000	0.075	0.000	0.208	0.038
Hanko	0.095	0.000	0.095	0.000	0.000	0.095	0.429	0.000	0.095	0.000	0.143	0.048
Lassa	0.098	0.049	0.000	0.000	0.148	0.246	0.033	0.377	0.049	0.000	0.000	0.000
Miche	0.000	0.037	0.000	0.018	0.236	0.145	0.055	0.145	0.327	0.000	0.037	0.000
Petlas	0.105	0.000	0.000	0.000	0.263	0.000	0.000	0.211	0.052	0.369	0.000	0.000
Pirelli	0.068	0.054	0.040	0.068	0.175	0.135	0.000	0.135	0.095	0.000	0.230	0.000
Stunne	0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.334	0.000	0.200	0.113	0.000	0.000	0.133

Iteration	Bridgestone	Cooper	Dunlop	Falken	Fulda	Goodyear	Hankook	Lassa	Michelin	Petlas	Pirelli	Stunner
0	0.0450	0.0275	0.0325	0.0350	0.1150	0.1325	0.0525	0.1525	0.1375	0.0475	0.1850	0.0375
1	0.0875	0.0425	0.0349	0.0351	0.1674	0.1649	0.0402	0.1549	0.1274	0.0250	0.1002	0.0200
2	0.0946	0.0454	0.0336	0.0332	0.1718	0.1657	0.0358	0.1479	0.1329	0.0214	0.0959	0.0218
3	0.0980	0.0459	0.0308	0.0329	0.1727	0.1651	0.0338	0.1460	0.1361	0.0207	0.0959	0.0221
4	0.0982	0.0461	0.0299	0.0330	0.1733	0.1647	0.0331	0.1458	0.1373	0.0205	0.0960	0.0221
5	0.0981	0.0462	0.0295	0.0331	0.1736	0.1646	0.0328	0.1458	0.1379	0.0205	0.0959	0.0220
6	0.0981	0.0462	0.0293	0.0331	0.1737	0.1645	0.0327	0.1459	0.1380	0.0205	0.0959	0.0220
7	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1737	0.1645	0.0327	0.1459	0.1381	0.0205	0.0959	0.0220
8	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1738	0.1645	0.0327	0.1459	0.1381	0.0205	0.0959	0.0220
9	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1738	0.1645	0.0327	0.1459	0.1381	0.0205	0.0959	0.0220
10	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1738	0.1645	0.0327	0.1459	0.1381	0.0205	0.0959	0.0220
11	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1738	0.1645	0.0327	0.1459	0.1381	0.0205	0.0959	0.0220
12 Final Iteration	0.0980	0.0462	0.0292	0.0331	0.1738	0.1645	0.0327	0.1459	0.1382	0.0205	0.0959	0.0220

Total Iterations = 12



## KAYNAKÇA

- Aytaç, Mustafa. **Matematiksel İstatistik**. Bursa: Uludağ Üniversitesi Basımevi, 1994.
- Berak, Özlem. "Markov Analizi", Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi. Yıldız Teknik Üniversitesi. İstanbul, 1994.
- Budnick, Frank S. **Applied Mathematics for Business, Economics and Social Sciences**. 3 rd ed., New York : McGraw-Hill Internationals Editions, 1988.
- Curwin, John., Slater, Roger. **Quantitative Methods For Business Decisions**. 3 th. ed. London: Chopman and Hall, 1991.
- Çalık, Nuri. **Pazarlama Yönetiminde Satış Tahmin Sürecine Bütünleşik Bir Yaklaşım**.Eskişehir:Anadolu Üniversitesi Basımevi, 1992.
- Çınar, Mehmet. **Yönetmel Kararlara İlişkin Sayısal Yöntemler**, Kayseri: Erciyes Üniversitesi Basımevi, 1990.
- Çömlekçi, Necla. **Temel İstatistik**, 3. Baskı. Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, 1998.
- \_\_\_\_\_. "Maksimum Bilgi İçin Optimal Örneklem Büyüklüğünün Tasarımı", **Eskişehir İ.T.İ.A Dergisi**, C.7,S.1,1989.
- Doğan, İbrahim. **Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları**, Eskişehir, Bilim Teknik Yayınevi, 1995.

- Düğer, İsmail H. "Lastik Sektörü Pazarlama Stratejileri ve Kriz Yönetimi", Dumlupınar Üniversitesi Danışmanlık Hizmetleri, Kütahya, 1998.
- Emre, Can ve Yücel, Önder. " Baraj Göllerinde Çökkelmenin Stokastik Yöntemle İncelenmesi". **Yöneylem Araştırması V. Ulusal Kongresi Bildirileri**, 1979.
- Erçelebi, Selamet G. "Homojen Olmayan Markov Prosesleri", **Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği XV. Ulusal Kongresi Bildirileri** , 1993.
- Esin, Alptekin. **Yöneylem Araştırmasında Kullanılan Karar Yöntemleri**.Ankara: Gazi Üniversitesi,1988.
- Forgionne, Guiseppi A. **Quantitative Management**. 2 th.ed. Chicago: The Dryden Press, 1990.
- Grinstead, Charles M., Snell, J. Laurie. **Introduction to Probability**. 2 th. ed.USA: 1997.
- Güler, Nergül. "Araç Motor Yağlarının Bursa'daki Pazar Paylarının Belirlenmesi Üzerine Bir Uygulama Denemesi", Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi. Uludağ Üniversitesi, 1992.
- Haeussler, Ernest F., Paul Richard S. **Introductory Mathematical Analysis For Business, Economics and the Life and Social Sciences**. 7 th.ed. New Jersey :A. Simon & Schuster Co., 1993.
- Halaç, Osman. **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**. 4. Baskı.İstanbul: Melisa Matbaacılık, 1995.

Hillier, Frederick S., Lieberman Gerald J. **Introduction to Operations Research**. California: Holden-Day Inc., 1967.

Hoşcan, Yaşar. **Sayısal Yöntemler**, Eskişehir: MET Basım-Yayım & Organizasyon, 1992.

İnal, Ceyhan. **Stokastik Süreçler**.Ankara: Hacettepe Ün.,İstatistik Bölümü Ders Notları, 1982.

Kara, İmdat. "Rastnal Süreç Olarak Markov Zincirleri", **Eskişehir İ.T.İ.A. Dergisi**, C.15,S.2,1979.

\_\_\_\_\_ : **Olasılık**. 2.Baskı. Eskişehir:Anadolu Üniversitesi Eğitim, Sağlık ve Bilimsel Araştırma Çalışmaları Vakfı Yayınları, 1989.

Karayalçın, İ.İlhami. **Yöneylem "Harekat" Araştırması**. Geliştirilmiş 3. Baskı, İstanbul: Menteş Kitabevi,1993.

Karlin, Samuel. **A First Course in Stochastic Processes**. New York: Academic,1975.

Kaynak, Tuğray. **İnsan Kaynakları Planlaması**. İstanbul: Melisa Matbaacılık, 1996.

Kotler, Philip. **Marketing Decision Making A Model Building Approach**. Great Britain: A Holt International Edition,1974.

Kumar P., Varaiya P. **Estimation, Identification and Adaptive Control**. New Jersey: Printice Hall Inc., 1986.

Kurtuluş, Kemal. **Pazarlama Araştırmaları**. Genişletilmiş 5. Baskı. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın, 1996.

Kutsal, Alaettin., Inal, Ceyhan. ve Ergül, Hülya. " Dengede Olan Topluluklarda Rasgele Genetik Kaymaların Markov Zincirleri ile Açıklanması", **Hacettepe Fen, Mühendislik Bilimleri Dergisi**, C.5, Mart 1975.

Levin, Richard I., Kirkpatrick, C.A. **Quantitative Approaches to Management**.New York: McGraw Hill Book Company, 1984.

Lipschutz, Semour. **Theory and Problems of Probability**. New York: Schaum's Outlines Series, McGraw Hill Book Company, 1968.

Markland, Robert E., Sweigart, James R. **Quantitative Methods: Application to Managerial Decision Making**. Canada: John Wiley & Sons Inc. 1987.

Meyn, J.P., Tweedie, R.L. **Markov Chains and Stochastic Stability** Great Britain: Springer-Verlag London Ltd., 1993.

Or, İlhan. **Introduction to Stochastic Models in Operations Research**, İstanbul: B.Ü. Publications, 1986.

Özkan,İsmail ."İnsangücü Planlaması ve Markov Zincirleri Uygulaması"  
**Anadolu Üniversitesi Afyon İ.İ. B. F. 15. Yıl Armağanı**,  
No: 365, 1983.

Philippe, B., Saad, Yocuef. and Stenard William J."Numerical Methods in Markov Chain Modelling", **Operations Research Society of America**, Vol.40, No.6, November-December 1992.

Revuz,D. **Markov Chains**. Revised edition, Elsevier Science Publisher B.V., 1984.

Şahinoğlu, Mehmet. **Applied Stochastic Processes**. Ankara: Set Ofset, 1988.

Taha, Hamdy A. **Operations Research An Introduction**. Fifth Ed.  
New York: Macmillan Publishing Company, 1992.

Tanaka, A. Atsuhiko. Kino, Issei. "Lumpability of Markov Chains",  
**Journal of Operations Research Society of Japan**, Vol.41,  
No.1, March 1998.

Tenekecioğlu, Birol ve Kara, İmdat. "Pazarlama Kararlarında Yöneylem  
Araştırması", **Eskişehir İ.T.İ.A. Dergisi**, C.16,S.1,Ocak 1980.

Tokat Bülent.,Çakmak, Zeki."İnsangücü Planlamasına Sayısal Bir  
Yaklaşım", **Anadolu Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi**, C.1, S.2,  
Haziran 1983.

Tokol, Tuncer. **Pazarlama Yönetimi**. Bursa : Ceylan Matbaacılık Ltd.,  
1996.

"Lastik-Kauçuk", **Dünya**, Ekonomi Politika, ,15 Şubat 1999.