11539 0

RİDGE REGRESYON YÖNTEMİYLE
TOFAŞ FİRMASININ (1975-1994)
YILLARI ARASI OTOMOBİL
TALEP MİKTARI ANALİZİ

Öğr.Grv.Gülsen Serap TÜRKAY

(Yüksek Lisans Tezi)

Eskişehir-1996

T.C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

# RİDGE REGRESYON YÖNTEMİYLE TOFAŞ FİRMASI'NIN (1975-1994) YILLARI ARASI OTOMOBİL TALEP MİKTARI ANALİZİ

Ögr. Grv. Gülsen Serap TÜRKAY

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman: Prof.Dr. Doğan BAYAR

Eskişehir-1996

# TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın oluşmasında ilgi ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam; Anadolu Üniversitesi İşletme Fakültesi Öğretim Üyesi Prof.Dr. Doğan BAYAR' a en içten teşekkürlerimi borç bilirim.

Çalışmalarım sırasında bana zaman ayırarak yardımlarını esirgemeyen değerli hocam; Doç.Dr. Ahmet ÖZMEN ve Yrd. Doç.Dr. Mahmut ATLAS'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Tezimin düzenlenmesinde bana yardımcı olan iş arkadaşım Öğretim Görevlisi Kamil ÇEKEROL'a ve tezimin yazımında yardımlarını esirgemeyen Mehmet ÖNER'e teşekkürlerimi sunarım. Bana her zaman maddi manevi destek olan ailemede sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

## ÖZET

Bu çalışmamda çoklu regresyon analizinde karşılaşılan açıklayıcı değişkenler arasındaki çoklu doğrusal bağlantı sorunu incelenmiş ve yanlı kestirim yöntemlerinden birisi olan Ridge Regresyon yöntemi ile çoklu doğrusal bağlantı sorunu çözülmeye çalışılmıştır. Bu yöntem, Türk Otomotiv sektöründe yeralan Tofaş Firmasının talep miktarı analizinde kullanılmıştır.

Çalışmanın ilk bölümünde, çoklu regresyon modeli anlatılarak bu modelin varsayımları incelenmiştir. Çoklu regresyon modelinin varsayımlarından sapmalar ele alınıp, değişen varyans, otokorelasyon ve çoklu doğrusal bağlantı konuları tek tek açıklanmaya çalışılmıştır. Çoklu doğrusal bağlantı problemi detaylı olarak incelendikten sonra çoklu doğrusal bağlantının etkilerini en aza indirecek yöntemler araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda Ridge Regresyon yöntemi ikinci bölümümüzde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Son bölümde Tofaş Firması; 1975-1994 dönemine ait otomobil talep miktarı analizinde, Ridge Regresyon yöntemi uygulanıp, çoklu doğrusal bağlantı sorunu azaltılmaya çalışılmıştır.

## ABSTRACT

In this study the problem of multiple linear connection between explanatory variables encountered in the analysis of multiple regression has been studied, and it has been tried to solve the problem of multiple linear connection by the method of the Ridge Regression -accepted as one of the biased estimation methods-. This Regression Method called as the Ridge Regression has been used in the analysis of quantity of demand in the firm of TOFAŞ taken part in Turkish Automobile Sector.

In the first part of the study, by explaining the multiple regression model, the hypotheses of this model have been studied. When considered the deviation from the hypotheses of the model of multiple regression, the subjects of chancing variance, auto comelation and multiple linear connection has individually been tried to explain. After studied the problem of multiple linear connection in detail, the methods of decreasing the effects of multiple linear connection to a minimum have been studied. As a result of this purpose the Ridge Regression method has been explained in detail in the chapters.

In the last chapter the Ridge Regression method was applied in the analysis of quantity of demand of automobile belonging to the term 1975-1994 about the firm of TOFAŞ with the application of the Ridge Regression it has been tried to reduce the problem of multiple linear connection.

## İÇİNDEKİLER

Sayfa No

Sayfa No

## İKİNCİ BÖLÜM

## RİDGE REGRESYON YÖNTEMİ

Sayfa No



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

RİDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN TOFAŞ OTOMOBİL SANAYİ TALEP MİKTARI ANALİZİNDE KULLANILMASINA İLİŞKİN UYGULAMA DENEMESİ (1975-1994)

## TABLOLAR VE ŞEKİLLER

# GİRİŞ

İktisadi bir problem ele alınıp incelendiğinde, ekonometrik yöntemler ile problem ortadan kaldırılabilir. Ekonometrik araştırmalarda, ileriye dönük tahmin yapabilme ve sebep-sonuç ilişkisini araştırma amaçlarına hizmet eden çoklu doğrusal regresyon modellerinden yararlanılır.

Çoklu doğrusal regresyon modelinde oluşturulan model birden fazla sebebin ortak sonucudur. Bu model ile anlamlı kestirimler yapılabilmesi için, regresyon modeline ait bazı varsayımların gerçekleşmesi gerekmektedir. Bu varsayımlar üç başlık altında toplanır; değişen varyans, otokorelasyon ve çoklu doğrusal bağlantıdır.

Regresyon çalışmasında, bağımsız değişkenlerin bazılarının veya tümünün, kendi aralarında ilişki halinde olmaları durumunda çoklu doğrusal bağlantı oluşmaktadır. Çoklu doğrusal bağlantının ortaya çıkardığı en önemli sorun, ilişkide katsayı kestirim değerlerinin büyük varyanslara sahip olmasıdır. Bunun sonucunda bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini saptamak zorlaşacak ve duyarlı kestirimler yapılamayacaktır. Çoklu doğrusal bağlantının, ortaya çıkardığı bir diğer sorun, oluşturulan modelin teorik beklentiye cevap verememesidir. Katsayı kestirimlerinin işaret ve büyüklüklerinin beklenenden farklı çıkmasıdır.

Çalışmamızda çoklu doğrusal bağlantının giderilmesinde kullanılan yöntemler incelenmiştir. Modeldeki bağımsız değişkenlerin hepsini modelde bırakarak parametre kestirimi yapmamızı sağlayan Ridge Regresyon yöntemi bu yöntemlerden biridir. Ridge Regresyon yöntemi yanlı bir yöntem olmasına karşın, çoklu bağlantının etkisini enaza indirgeyerek, daha küçük varyanslı kestirimler elde edilebilir.

Birinci bölümde çoklu doğrusal regresyon modeli ve bu modelin varsayımları açıklanarak, bu modelin varsayımlarından sapmalar: değişen varyans, otokorelasyon, çoklu doğrusal bağlantı belirtilmiştir. Çoklu doğrusal bağlantı sorunu, etkileri tesbit edilmesi ve ortadan kaldırma yolları ile detaylı olarak incelenip, bağlantı sorununun azaltılmasında kullanılan yanlı kestirim yöntemleri açıklanmıştır.

İkinci bölümde çoklu doğrusal bağlantının giderilmesinde kullanılan Ridge Regresyon yöntemine ilişkin özellikler belirtilmiştir.

Üçüncü bölümde Türk Otomotiv sektörü içerisinde yer alan Tofaş Firmasının, 1975-1994 dönemine ait otomobil talep analizini Ridge Regresyon yöntemi ile uygulama denemesi yapılmıştır. Uygulama sonrası elde edilen katsayı kestirimleri yorumlanmıştır.

# BİRİNCİ BÖLÜM

# ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON MODELLERİNDE ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTI SORUNU

## 1. ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ

İkitsadi bir olay, birden fazla sebebin ortak bir sonucu olarak ortaya çıkabilir. İlgilenilen iktisadi olayın açıklanmasında biri bağımlı diğeri bağımsız değişken olmak üzere iki değişken bulunur. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyonla ifade edilmesi için yapılan işlemin regresyon adı verilir. Eğer incelenen olayı açıkladığına inanılan bağımsız değişkenler birden fazla ve değişkenler ile parametreler arasındaki ilişki doğrusal ise, kurulan model çoklu doğrusal bir model olacaktır.

İktisadi bir alandaki olay, istatistiki yöntemlerle inceleniyor ise değişkenlerin tek tek belirlenmesi gerekir. Değişkenler belirlendikten sonra incelemeye konu olan olayın analizinin, amacına göre en uygun model seçilir. İktisadi bir alandaki olayın çok sayıda faktöre bağlılığı nedeniyle, ekonometrik araştırmalarda, ileriye dönük tahmin yapabilme ve sebep-sonuç ilişkisini araştırma amaçlarına hizmet eden çoklu regresyon modellerinden yararlanılır. Eğer kurulan model de değişkenler ile parametreler arasındaki ilişki doğrusal ise, model çoklu doğrusal regresyon modeli olacaktır.

Çoklu doğrusal regresyon modelinde Y bağımlı değişken,X bağımsız değişkenler olmak üzere model [1],

[1] Doğan BAYAR, Sanayi İşletmelerinde Yatırım Politikası, Eskişehir, 1995, s.139

$Y_i = \beta_o + \beta_1 X_{i1} + ..... + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$ (i=1,2, ..... , N) şeklinde yazılır. $\varepsilon_i$, hata terimidir.

Bu modelde k tane bağımsız değişken ve kestirilecek k+1 tane parametre bulunmaktadır [2].

Burada ana kütle ile ilgili gözlem sayısı her değişken için N'dir. ε, hata terimi olup, ortalaması sıfır standart sapması σ olan normal dağılıma sahip terimlerdir. Y bağımlı değişken, $X_k$; k tane bağımsız değişkeni gösterir. β bilinmeyen parametrelerdir. $\beta_o$ sabit terimdir, bütün X'ler sıfır olduğunda bağımlı değişken Y'nin alacağı ortalama değeri gösterir. $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$, ....., $\beta_k$ regresyon katsayılarıdır. $\beta_k$, $X_k$'daki bir birimlik değişimin Y'de yapacağı ortalama değişim miktarıdır. Ancak ana kütlenin tamamı için gözlemlerin yapılamaması nedeniyle "n" mevcutlu örneklem içinistatistik teorisinde çoklu doğrusal regresyon ilişkisi şu şekilde ifade edilir.

$$Y_i = \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 X_{i1} + ..... + \hat{\beta}_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Matris notasyonu ile gösterimi [3];

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & ..... & x_{i1} \\ 1 & x_{22} & x_{32} & ..... & x_{i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2k} & x_{3k} & ..... & x_{ik} \end{bmatrix} \qquad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \end{bmatrix}$$

Bu fonksiyonel ilişki matris notasyonuyla belirtilirse [4],

$Y = X\hat{\beta} + \varepsilon$ $\quad \hat{\beta} = \beta$ vektörünün kestiricisidir.

2 A. KOUTSOYIANNIS, **Ekonometri Kuramı**, (Çev:Ümit ŞENESEN ve Gülay ŞENESEN, Ankara,1989, s.129.

3 John JOHNSTON, **Econometric Methods**, Mc.Graw-Hill Book Company Inc. New York , 1963, s.106.

4 Embiya AĞAOĞLU, **Çoklu Regresyon Analizinin Üretim Maliyeti Kontrolünde Kullanımı**, Anadolu Üni. Yayınları Eskişehir 1983, s.28.

şeklinde olur. Burada β'ların kestirimi En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) ile yapılır.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

## 1.1. Çoklu Doğrusal Regresyon Modeline İlişkin Kestirimler İçin Testler

Çoklu regresyon denkleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren parametre kestirimlerinin gerçeğe uygun olup olmadığının belirlenmesi için F testi ve t testi gibi testler yapılmaktadır [5]. Bütün bu testlerde ana kütle hata terimi ε' nun ortalaması sıfır, varyansı $\sigma^2$ olan normal dağılımlı bir rassal değişken olduğu varsayılır. Hipotezler anakütle parametreleri için kurulur.

### 1.1.1. F Testi

F testi çoklu regresyonda iki ayrı anlamlılık sınamasında kullanılır. Bunlar, regresyon katsayılarının anlamlılığın sınanması ve korelasyon katsayısının anlamlılığının sınanmasıdır.

#### 1.1.1.1. Regresyon Katsayılarının Anlamlılık Testi

Regresyon çözümlemesinde birden çok bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerine etkili olup olmadığını anlamak için F testi uygulanabilir [6].

F testinde uygulanan hipotezler;

$H_o$: $\beta_1 = \beta_2 = ..... = \beta_k = 0$

$H_1$: $\beta_1 \neq \beta_2 \neq ..... \neq \beta_k \neq 0$

5 Emel İMİR, Çoklu Bağıntılı Doğrusal Modellerde Ridge Regresyon Yöntemiyle Parametre Kestirimi, Anadolu Üni. Yayınları No:10 Eskişehir 1986 ..., s.2.

6 İMİR, A.g.e., s.2.

şeklinde formüle edilir. Burada sıfır hipotezi, bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığını, bütün parametrelerin modele katkısının önemsiz olduğu ifade edilir. Alternatif hipotez ile parametrelerden en az ikisinin sıfırdan farklıdır, dolayısıyla modelin bir bütün olarak anlamlı olduğunu belirtir. F istatistiği;

$$F = \frac{\left[\beta X'Y - \frac{\left(\sum Y\right)^2}{n}\right] / k}{e'e / (n - k - 1)}$$

k : Modeldeki kestirilecek parametre sayısı

k-1 : Bağımsız değişken sayısı

n : Gözlem sayısıdır.

Bu değer $F_{(p;\, k,\, n-k-1)}$ ile bulunacak olan tablo değeri ile karşılaştırılır. Formülden elde edilen F değeri, tablo F değerinden küçükse sıfır hipotezi kabul edilir. F değeri, tablo F değerinden büyükse sıfır hipotezi reddedilir ve modelde yer alan değişkenler arasındaki ilişkinin anlamlı olduğuna karar verilir.

### 1.1.1.2. Korelasyon Katsayısının Anlamlılık Testi

R çoklu korelasyon katsayısı, bağımlı değişken ile birden fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkinin derecesini gösterir. $R^2$, çoklu belirlilik katsayısını verir ve dağılımı normal ve çoklu korelasyon katsayısı ($\rho=0$) olan bir ana kütleden çekilen örneklere dayanılarak hesaplanan çoklu korelasyon katsayılarının karelerinden oluşan dağılımın ortalaması;

$$E(R^2) = \frac{k-1}{n-1} \text{ dir.}$$

Bağımsız değişken sayısı (k-1) gözlenen birim sayısını yaklaştıkça, değişkenler arasında hiç ilişki olmasada $R^2$'nin değeri bire yaklaşmaktadır. Bu bakımdan regresyon katsayılarının sağlıklı olarak belirlenip belirlenmediğini söyleyebilmek için korelasyon katsayısının anlamlılık testi yapılır [7].

$R^2$'nin 1 veya 1'e yaklaşması durumuna, değişkenler araısnda ilişkinin kuvvetli olduğu söylenir ve bu değer sıfıra yaklaştıkça ilişkinin derecesi azalabilir. Değişkenler arasında kuvvetli bir ilişki olduğuna, çoklu doğrusal bağlantı oluşmakta ve kestirimlerin standart hataları büyümektedir. Bu durumda yapılan parametre kestirimlerinin isabetiyle ilgili karar vermek üzere korelasyon katsayısının anlamlılığına ilişkin F testinden yararlanılır.

Bağımlı değişken Y, bağımsız değişkenler $X_i$ olduğunda değişkenlikler şöyle tanımlanır.

Toplam değişkenlik : $\sum_1^n (Y - \overline{Y})^2$

Açıklanan değişkenlik : $\sum_1^n (Y' - \overline{Y})^2$

Açıklanmayan değişkenlik : $\sum_1^n (Y - Y')^2$

F testi;

$$F = \frac{\sigma^2_{Y' - \overline{Y}}}{\sigma^2_{Y - Y'}} = \frac{\sum_1^n \left[(Y' - \overline{Y})^2 / (k - 1)\right]}{\sum_1^n \left[(Y - Y')^2 / (n - 1)\right]}$$

$\sum_1^n \left[(Y' - \overline{Y})^2 / (k - 1)\right]$ : Açıklanan değişkenlerin tahmini varyansı

$\sum_1^n \left[(Y - Y')^2 / (n - 1)\right]$ : Açıklanmayan değişkenlerin tahmini varyansı

---

7 İMİR, A.g.e., s.4.

Çoklu korelasyon katsayısının anlamlılığını test edebilmek için hipotezler aşağıdaki gibi formüle edilir.

$H_o : \rho = 0$

$H_1 : \rho \neq 0$

$H_o$ ve $H_1$ hipotezleri (n-k) ve (k-1) serbestlik derecelerinde belirli bir anlam ve seviyesinde test edilir. Hesaplanan F değeri tablo F değerinden büyükse, sıfır hipotezi red edileceğinden korelasyon katsayısının belirli bir anlam düzeyinde anlamlı olduğu sonucuna varılır.

### 1.1.2. t Testi

t testi modeldeki bağımlı değişken ile bu değişkeni açıklayan bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren β parametrelerinin tek tek test edilmesinde kullanılır. t testi gözlem sayısı n<30 ise ve anakütle varyansı bilinmiyorsa kullanılır. n>30 ise ve anakütle varyansı biliniyorsa Z testinden yararlanılır. β parametresiyle ilgili hipotez şu şekilde formüle edilir.

$H_o : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0$

sıfır hipotezi, $\beta_k$ parametresinin anlamlı olmadığını modele katkısının olmadığını, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerine etkili olmadığını belirtir. Alternatif hipotez ile $\beta_k$ parametresinin katkısının önemli olduğu [8], bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerinden etkili olduğunu belirtir. Burada tek bir parametreyi test etmek için gerekli t istatistiği aşağıdaki gibidir [9].

$$t = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\sigma_{\hat{\beta}_k}}$$

8 Önder ÖZKAZANÇ, **Ekonometriye Giriş**, Eskişehir, 1989, s.61.

9 ÖZKAZANÇ, A.g.e., s.62.

Burada t istatistiği, belirli bir anlamlılık düzeyi ve (n-k) serbestlik derecesine göre t tablo değeri ile karşılaştırılır. Bulunan değer t istatistiğinden küçük ise sıfır hipotezi red, alternatif hipotez kabul edilir. Diğer bir ifade ile, $\beta_k$ katsayılarının anlamlı ve kestirimlerin isabetli olduğu sonucuna varılır.

## 2. ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN VARSAYIMLARI

Regresyon analizinde bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren parametrelerin kestirimler yapılırken bazı varsayımlar gözönünde bulundurulur. Söz konusu varsayımlar hata vektörü ve bağımsız değişken matrisiyle ilgili varsayımlardır[10]. Bu varsayımlar yapılacak kestirimlerin standart hataların küçük ve dolayısıyla kestirimlerin etkin olmasını sağlar. Sözkonusu varsayımlar izleyen paragraflarda ele alınmıştır.

### 2.1. Hata Terimleri Aritmatik Ortalamasının Sıfır Olması

Çoklu regresyon modelinde, gözlemler karşı gelen hata terimlerinin beklenen değerlerinin ortalaması sıfırdır. Regresyon modeli;

$$Y_i = \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \ldots\ldots + \hat{\beta}_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (i=1,2, \ldots\ldots , n)$$

hata terimlerinin beklenen değeri;

$E(\varepsilon_i) = 0$ bütün gözlemler için (n=1,2, ..... , n) şeklinde belirtilir.

Bu varsayıma göre gözlem değerlerinin herbir değeri için hata terimi çeşitli değerler olabilir. Bunlardan bazıları sıfırdan büyük bazıları sıfırdan küçüktür. Buna göre hata terimleri, toplamı sıfır olan değerler içerir. Hata teriminin ortalamasının sıfır olduğu

---

10 İMİR, A.g.e., s.10.

varsayılınca Y değişkenin beklenen değeri,

$$E(Y) = E(\beta_o + \beta_1 X) + E(\varepsilon) = \beta_o + \beta_1 E(X)$$

olur. Bu ifade X ve Y arasında ortalamada sağlanan doğrusal bir ilişki olarak yorumlanabilir. Ancak X'in belli bir değerine karşılık olan bağımlı değişkenin değeri bazen $Y_i$ den büyük, bazen küçük olabilir. Fakat ortalalama olarak X değişkeni $X_i$ değerini aldığından, Y de $Y_i$'ye eşit olacaktır. Bu durumda ortalama olarak $\varepsilon$ sıfıra eşittir[11].

### 2.2. Hata Terimlerinin Varyansının Sabit Olması

Bütün hata terimlerinin varyansı ($\sigma^2$) sabittir. Bu varsayım doğrusal regresyon modelinde kestirimlerin standart hatalarının küçük ve dolayısıyla kestirimlerin güvenilirliğini arttırmakta yardımcı olur. Bu varsayım sabit varyans varsayımı denir. Simgelerle gösterilecek olursa [12],

$$Var(\varepsilon) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon)]^2 = E(\varepsilon_i)^2 = \sigma_\varepsilon^2 \quad \text{sabit şeklinde ifade edilir.}$$

Bu varsayımın anlamı bütün hata terimlerinin sıfır ortalaması etrafındaki değişimi, X değerlerinden bağımsızdır. Bağımsız değişken küçük ya da büyük değer almış olsada, bütün hata terimlerinin varyansı ($\sigma_\varepsilon^2$) sabittir [13].

### 2.3. Hata Terimlerinin Normal Dağılıma Sahip Olması

Hata terimleri ortalaması sıfır varyansı $\sigma_u^2$ olmak üzere normal dağılır. Regresyon çözümlemesinde normal dağılmama sorununa, önemsiz bir sorun olarak bakılır [14].

---

11 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.55.

12 İMİR, A.g.e., s.8.

13 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.186.

14 Aydın ERAR, Çoklu Bağlantı Varlığında Doğrusal Regresyon Modellerinde Değişken Seçimi, Ankara, 1982, s.6.

Ancak güven aralıkları ve hipotez testleri normallik varsayımını gerektirdiklerinde hataların normal dağılıp dağılmadıkları incelenmelidir .

## 2.4. Hata Terimlerinin Birbirinden Bağımsız Olması

Farklı gözlemlerin hata terimleri ( $\varepsilon_i$ $\varepsilon_j$ ) birbirinden bağımsızdır. Bunun anlamı, herhangi bir $\varepsilon_i$ teriminin başka bir $\varepsilon_j$ ile olan ortak varyansların sıfıra eşit olmasıdır. Varsayım şu şekilde gösterilebilir [15].

$$\text{Kov} ( \varepsilon_i \varepsilon_j ) = E [ \varepsilon_i - E ( \varepsilon_i )] [ \varepsilon_j - E ( \varepsilon_j )] = E [( \varepsilon_i - 0 ) ( \varepsilon_j - 0 )]$$

$$\text{Kov} ( \varepsilon_i \varepsilon_j ) = E ( \varepsilon_i \varepsilon_j ) = 0$$

$\varepsilon_i$ ve $\varepsilon_j$ rassal değişkenler

Hata terimlerinin birbirinden bağımsız olmaları değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen parametrelerin kestirim değerlerinin gerçek değere yakın olmasını sağlar [16]. Bu varsayımın kurulan model için sağlanıp sağlanmadığını belirlemede en çok Durbin-Watson testi kullanılır.

## 2.5. Gözlem Sayısının Parametre Sayısından Büyük Olması

İlişkide parametre kestirimlerinin yapılabilmesi için gözlenen sayısının parametre sayısından fazla (n>k) olması gerekir. Gözlem sayısı parametre sayısına eşit (n=k) olduğunda yalnız bir ilişkinin varlığından söz edilmektedir. n<k olduğunda ise, sonsuz sayıda bir ilişki elde edilir [17].

---

15 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.56.

16 İMİR, A.g.e., s.12.

17 Tümay ERTEK, Ekonometriye Giriş, Ankara, 1973, s.117.

### 2.6. Bağımsız Değişkenler Arasında Çoklu Doğrusal Bağlantının Olması

Çoklu regresyon modelinde, bağımsız değişkenler arasına çoklu doğrusal bir bağıntının olmaması varsayımıdır [18]. Bu varsayım ile ilgili açıklamalı bilgiler ilerleyen bölümlerde detaylı olarak da açıklanmıştır.

## 3. VARSAYIMLARDAN SAPMALAR

Çoklu regresyon modelinin varsayımları, değişen varyans , otokorelasyon ve çoklu doğrusal bağlantıdır. Bu varsayımlar ile ilgili açıklamalar ilerleyen bölümlerde detaylı olarak değinilmiştir [19].

### 3.1. Değişen Varyans Tanımı

Hata terimlerinin varyansının sabit olması varsayımından olan sapmaya değişen varyans (heterocedasticity) denilir.

Hata terimlerinin değişen varyans karakterine sahip bulunduğu modellere her hata teriminin ($\varepsilon_i$);

- Normal dağılıma sahip olduğu,
- Bir gözlemin hata payının öteki gözlemdeki hata payına korelasyon bağlantısı ile bağlı bulunmadığını,
- Fakat her gözleme ait hata teriminin ($\varepsilon_i$) varyanslarının $\sigma_i^2$ birbirinden farklı olduğu kabul edilecektir [20].

---

18 Şahin AKKAYA, Ekonometri I, İzmir, 1990, s.280.

19 İMİR, A.g.e., s.15.

20 Ahmet KILIÇBAY, Ekonometrinin Temelleri, İstanbul, 1980, s.135.

### 3.2. Değişen Varyansın Tesbit Edilmesi

Değişen varyansın belirlenmesi için parametrik ve parametrik olmayan testler uygulanır. Bu testler sırasıyla;

#### 3.2.1. Spearman Sıra Korelasyon Testi

Parametrik olmayan bir testtir. Küçük ya da büyük bütün örneklere uygulanabilir ve basıt sıralama budur ve şöyle özetlenebilir;

$Y = \beta_o + \beta_1 X_1 + \varepsilon$ ve $\varepsilon$'lerin tahminleri olan kalıntı e'ler bulunur.

- Bu e'ler (işaretleri bir yana bırakılacak) ve X'ler büyüklük sırasına dizilir ve sıra korelasyonu katsayıları hesaplanır.

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

burada;

$D_i$ =X ve e çiftlerinin sıra sayıları arasındaki fark,

n= gözlem sayısıdır.

Yüksek bir sıra korelasyonu katsayısı, farklı varyansların işaretidir. Eğer ilişkide, birden çok açıklayıcı değişken veya sıra korelasyon katsayısı $e_i$ ile her bir açıklayıcı değişken için ayrı ayrı hesaplayabiliriz[21].

#### 3.2.2. Goldfield Quandt Testi

Bu test büyük örneklerde uygulanabilir. Burada hataların normal dağıldığı ve otokorelasyon olmadığı varsayılır[22].

21 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.189.

22 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.189.

Hipotezler ise;

$H_0 : \sigma^2_{e_1} = \sigma^2_{e_2} = ..... = \sigma^2_{e_i}$ (Hata terimleri sabit varyanslıdır)

$H_1 : \sigma^2_{e_1} \neq \sigma^2_{e_2} \neq ..... \neq \sigma^2_{e_i}$ (Hata terimleri farklı varyanslıdır)

Bu test üç adımda gerçekleşir;

1) Her X'e ait gözlem küçükten büyüğe sıralanır.

2) Gözlemlerin tam ortasında kalan c kadar gözlem çıkabilir. Burada c değeri toplam gözlem sayısının yaklaşık dörtte biri kadardır. Geriye kalan (n-c) sayıda gözlem, yarısı x'in küçük diğer yarısı ise x'in büyük değerlerini içeren iki eşit (n-c)/2 kadar büyüklükte iki örneğe ayrılır.

3) Adım 2'de oluşturulan 2 alt örneğin ayrı ayrı regresyon modeli oluşturulur ve her birinin ($e_i$) artık kareleri toplamı $\sum e_1^2$ ve $\sum e_2^2$ bulunur [23]. $\sum e_1^2$ ve $\sum e_2^2$ toplamlarının her biri uygun serbestlik dereceleri ile bölünürse anketteki varyansın kestirimleri elde edilir. İki varyansın birbirine oranı bir F dağılımı verir.

$$F^*_{hes} = \frac{\sum e_2^2 / [(n-c)/2] - k}{\sum e_1^2 / [(n-c)/2] - k} = \frac{\sum e_2^2}{\sum e_1^2}$$

$e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ (artık terim)

n= Gözlem sayısı

k= Parametre sayısı

$F^*_{hes} > F_{tablo}$ ise $H_0$ red edilir. Hata terimleri değişen varyansın varlığından söz edilebilir.

### 3.2.3. Glejser Testi

Değişen varyansın belirlenmesinde kullanılan bağımsız değişkenlerin regresyonu yapılır ve (e) artıkları bulunur. e'lerin mutlak değerleri ile;

23 AKKAYA, A.g.e., s.464.

$|e| = \beta_o + \beta_1 X_i^2$

$|e| = \beta_o + \beta_1 X_i = \beta_o + \beta_1 \frac{1}{X_i}$

$|e| = \beta_o + \beta_1 X_i^{1/2} = \beta_o + \beta_1 \sqrt{X_i}$

$(\beta_o\ \beta_1)$: hatalar ve $X_i$ ler arasındaki regresyon katsayıları.

Bu hesaplamalar sonucu bulunan katsayıların anlamlılığını araştırmak üzere ilgili hipotezler aşağıdaki gibi formüle edilir [24].

$H_o : \beta_o = \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_o \neq \beta_1 \neq 0$

Bu katsayıların sıfırdan farklı olup olmadıklarını belirlemek için t ve F testlerinden biri uygulanır. Eğer katsayılar sıfırdan farklı ise değişen varyans durumundan söz edilir.

### 3.2.4. Breusch - Pagon testi

Değişen varyans durumunu ortaya koyan testlerden birisi de Breusch-Pagon testidir. Bu test k değişkenli model için ,

$Y_i = \beta_o + \beta_1 X_{i1} + \ldots\ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (i=1,2, \ldots\ldots , N)$

için uygulanır ve 4 adımda gerçekleşir.

1) k değişkenli model için $e_1, e_2, \ldots\ldots , e_n$ örnek hataları hesaplanır. Bu $e_i^2$ lerden hareketle;

$\hat{\sigma}^2 = \sum e_i^2 / n_1 * \sigma^2$ nin ençok benzerlik tahmincisi hesaplanır ($\sigma^2$'nın EKK tahmincisi $\sum e^2 / (n - k)$ idi).

2) $P_i = e_i^2 / \hat{\sigma}^2$ değişkeni değerleri hesaplanır.

3) $P_i = \beta_o + \beta_1 Z_{1i} + \ldots\ldots + \beta_n Z_{mi} + \varepsilon_i$ regresyonu tahmin edilerek, regresyona bağlı değişkenlik hesaplanır. Burada Z değişkenleri X değişkenlerinin bazılarını veya tamamını gösterebilir. Mesela basit doğrusal bir modelde;

---

24 İMİR, A.g.e., s.18.

$P_i$: Regresyona bağlı değişkenler.

$Z_j = X_i$, $Z_i = \sqrt{X_i}$, $Z_i = 1 / X_i$ şeklinde olabilir.

$\varepsilon_i$ : Hata terimi

Adım 4 : $\varnothing = 1 / 2P_i$ hesaplanır. Sabit varyanslılık ve n 'nin sonsuza gitmesi halinde $\varnothing$, $\chi^2_{n-1}$ yeni $\varnothing$ (n-1)'li sd'li kikare dağılımını gösterir. $\varnothing$ (n-1) sd'de $\chi^2_{tablo}$ değerinden büyükse değişen varyansın varlığı kabul edilir [25].

### 3.2.5. Değişen Varyansın Giderilmesi

Değişen varyansı giderebilmek için regresyon modelindeki bağımlı değişken Y üzerinde dönümler yapılır. LogY, 1/Y, $\sqrt{Y}$, 16/Y+1 veya $\sqrt{Y+1}$ dönüşümleri yapılır ya da;

1) Matematiksel model değiştirilebilir.

2) Modele alınmaya değişkenlerden bazıları modele dahil edilebilir.

3) Gözlem sayısı arttırılır.

## 3.3. Otokorelasyon

Otokorelasyon anakütle hata terimi ile ilgili bir konudur [26]. Hata terimlerinin birbirleri ile ilişkili olması durumuna otokorelasyon denir[27]. Eğer hata terimlerinde otokorelasyon varsa $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) \neq 0$ olacaktır.

Eğer hata terimlerinde otokorelasyon varsa,

Otokorelasyon ortaya çıkmasının başlıca nedenleri,

i) Değişkenler arasında ilişkiyi belirleyen matematiksel modelin yanlış seçilmiş olması.

ii) Bazı açıklayıcı değişkenlerin ilişkiye dahil edilmemiş olması.

iii) Açıklanan değişkende ölçme hatasının bulunması.

---

25. AKKAYA, A.g.e., s.465.

26. AKKAYA, A.g.e., s.486.

27. TÜMAY, A.g.e., s.176.

iv) Uygulamalı ekonometrik araştırmalarda verilerin üç aylık dönemleri içermesi verilerin düzleştirilmesi. Bu durumda hata terimleri sistematik bir görünüm göstererek tesadüfi dağılmayacak ve otokorelasyona neden olacaktır.

v) Örümcek ağı teoremine göre, t yılında fazla yapılan üretim, t+1 yılında üretimi azaltacaktır. Bu da otokorelasyona sebep olacaktır.

vi) ε Hata terimini ortaya çıkaran purstokostik unsurları (deprem, savaş vb.) etkileri bir dönemde fazla uzun zamana yayılır. Bu durumda ε'nun değerlerinin zamanla yayılır. Bu durumda ε' nun değerlerinin zamanla birebir ile ilişkili olması otokorelasyona neden olur[28].

### 3.3.1. Otokorelasyon Tespiti Yöntemleri

Bir ekonomik modelde hata teriminin otokorelasyonlu olup olmadığını tespit için kullanılan testler.

#### 3.3.1.1. Grafik Yöntemi

Bu yöntem hata terimi $e_t$ değerlerinden faydalanarak tespit edilir. Grafik üzerinde noktalar sistematik (düzenli) bir şekil gösterdiği durumlarda otokorelasyon sözkonusudur. Bunun için $e_t$'ler yada $e_{t-1}$'ler alınarak elde edilen durumu incelemektedir. Grafik üzerinde $e_t$ yada $e_{t-1}$'ler sistematik şekil gösterdiği durumda otokorelasyon sözkonusudur.[29]

#### 3.3.1.2. Durbin-Watson Otokorelasyon Testi

Durbin-Watson otokorelasyon testi d ile ifade edilir. dört adımda gerçekleşir.

1) Hipotezlerin formülasyonu

$H_o$: $\rho = 0$ (Otokorelasyon yoktur)

---

[28] AKKAYA, A.g.e, s.490.

[29] D.N. GUJARATİ, Basic Econometrics, Second Ed. Mc Graw Hill Book Company Newyork, 1988, s.367.

$H_1: \rho \neq 0$ (Otokorelasyon vardır)

2) Tablo değerlerinin bulunması %1 veya %5 anlamlılık seviyesinde n gözlem ve k adet değişken için alt ve üst sınırlar $d_L$ ve $d_U$ değerleri (Durbin-Watson tablosundan) bulunur.

3) Kritik oran Durbin-Watson d istatistiği hesabı

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$ d oranı formülüyle hesaplanır.

4) Bulunan d değeri;

$d \leq < d_L$

ise pozitif otokorelasyon ($H_0$ Red)

$d \geq d_U$

pozitif otokorelasyon olmadığını ($H_0$ Kabul)

$d \geq (4-d_L)$

Negatif otokorelasyon olduğunu ($H_0$ Red).

$d \leq (4-d_U)$

Negatif otokorelasyon olmadığını ($H_0$ Kabul).

Eğer $d_L < d < d_U$; ya da $(4-d_U) < d < (4-d_L)$

ise bu konuda karar verilemez. Bu gibi durumlarda ya hiçbirşey yapılmaz, ya da mümkünse modele yeni gözlemler ilave edilir[30].

Durbin-Watson otokorelasyon testi n>15 olduğu durumlarda kullanılır[31].

30 Kenan GÜRTAN, İstatistik ve Araştırma Metodları İktisat ve İş idaresine Tatbikatı, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını, 1982, s.576.

31 TÜMAY, A.g.e., s.188.

### 3.3.1.3. Von-Neumann Testi

Von Neumann otokorelasyon testi dört adımda gerçekleşir.

1) Hipotezlerin formülasyonu.

$H_0$: $\rho = 0$ (Otokorelasyon yoktur)

$H_1$: $\rho \neq 0$ (Otokorelasyon vardır)

2) %1 ve %5 anlam düzeyinde n gözlem, k adet bağımsız değişken için V değerleri bulunur.

3) V istatistiğinin hesaplanması.

k parametre sayısı olmak üzere n'= n-k dır.

$$V = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2/(n'-1)}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2/n'}$$ formülüyle hesaplanır.

4) V oranları tablosuna bakılarak yorum yapılır.

$V<V_1$

ise pozitif otokorelasyon ($H_0$ Red).

$V>V_2$

ise negatif otokorelasyon ($H_0$ Red).

$V_1<V<V_2$

ise otokorelasyon sözkonusu değildir ($H_0$ Kabul).

n<15 durumlarda bu test uygulanır.

### 3.3.2. Otokorelasyonun Giderilmesi

Otokorelasyonun varlığı söz konusu olduğunda, varyansı minimum olan $\beta$ kestirimlerini elde edebilmek için hata terimleri arasındaki ilişkiyi yok etme yöntemlerini kullanmak gerekir. Bu yöntemler;

1) Modeldeki değişkenlerin incelenmesi

2) Modelin değiştirilmesi

3) Değişkenlerde dönüştürme yapma

   a ) Hata terimlerinde dönüştürme

   b) Bağımlı ve bağımsız değişkenlerde dönüştürme [32].

### 3.4. Çoklu Doğrusal Bağlantı

Çoklu doğrusal regresyon modelinin en önemli varsayımlarından birisi olan bağımsız değişkenler arasında doğrusal ilişki olmaması varsayımının gerçekleşmemesi çoklu doğrusal bağlantı problemini doğurur. Çoklu doğrusal bağlantı, çoklu regresyon modeline bağımsız değişkenlerin (bazıları veya hepsi) arasında doğrusal tam bir ilişki olması demektir. Bağımsız değişkenler arasında ilişkinin hepsinde basit korelasyon katsayılarının 1'e eşit olması halinde, Doğrusal Çoklu Bağıntı tamdır [33] ve EKK yöntemi ile β parametrelerinin tahminleri belirlemenez ve katsayı tahminlerinin varyansları ise sonsuz olur.

Çoklu doğrusal bağıntının diğer hali, bağımsız değişkenler arasında hiçbir ilişki, olmaması halidir. Bu X'ler arasında doğrusal ilişki olmaması varsayımına terstir. Yani bağımsız değişkenler ortogonaldir, varyansları sıfıra eşittir. Varyansları 1 olursa β'lar En Küçük Kareler Yöntemiyle tahmin edilemez (EKKY). Bu durumda çoklu regresyon analizi yapmaya gerek yoktur. Y bağımlı değişkeni ile her X değişkeni arasında ikişerli basit regresyon uygulandığında, çoklu regresyon β'larının değerleri aynı bulunur.

Çoklu doğrusal bağlantı, çoklu doğrusal regresyon modelinin nxp, X matrisinin rankını p'ye eşit ve bunun gözlem sayısı n'den küçük olduğu şeklindeki varsayımından sapmayı ifade eder. X matrisinin rankının p olması, bu matris tek sütunların birbirinden doğrusal bağımsız olduğunu, diğer bir ifadeyle bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olmadığını ifade eder [34].

[32] İMİR, A.g.e., s.17.

[33] AKKAYA, A.g.e., s.431.

[34] ERTEK, A.g.e., s.169.

Çoklu doğrusal bağlantının ortaya çıkarmış olduğu en önemli sorun, katsayı kestirimlerinin standart hatalarının büyük olmasıdır. Bunun sonucunda katsayı kestirim değerlerinin güvenirliği azalacaktır, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini saptamak zorlaşacaktır ve t değerlerinin bazıları küçük olacaktır

Ekonomik olayların analizinde çok sık karşılaşılan ve önemli bir ekonometrik sorun olan çoklu doğrusal bağlantı çalışmamızda problem yaratması sebebiyle ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

### 3.4.1. Çoklu Doğrusal Bağlantının Kaynakları

Çoklu doğrusal bağlantı sorununun çözümlemesi ve giderilmesi çoklu doğrusal bağlantının kaynaklarının bilinmesi ile gerçekleşir[35].

i) **Modelin Geniş Tanımlı Olması,** Çoklu doğrusal bağlantının kaynağını oluşturur. Geniş tanımlanan modelde gözlem sayısından daha çok bağımsız değişken bulunmaktadır (k>n). Bu modellerde geçerli örnek birimi sayısı azdır. Çoklu doğrusal bağlantının bu kaynağında kurtulmak için bazı değişkenler modelden çıkartılabilir. Orjinal bağımsız değişkenlerin sadece alt kümelerini kullanarak başlangıç araştırmaları yapılabilir.

ii) **Örnekleme Teknikleri,** Örnekleme teknikleri ilgilenilen olayla ilgili araştırıcının, bilerek ya da bilmeyerek bağımsız değişkenlerden eksik yani bağımsız değişkenler kümesinden bir alt kümeyi örneklemesi çoklu doğrusal bağıntıyı ortaya çıkarır. Çoklu doğrusal bağlantının bu kaynağında, gerçekte modelin kendisinde çoklu doğrusal bağlantı yoktur; ancak bağımsız değişkenlerden eksik ya da yetersiz alt kümenin alınması halinde örneklemeden dolan çoklu doğrusal bağlantı oluşur.

iii) **Model ve anakütle üzerindeki fiziksel kısıtlar;** Model ve anakütle üzerindeki fiziksel kısıtlarda kaynaklanan çoklu bağlantı anakütlede varolan gerçek

---
[35] İMİR, A.g.e., s.40.

ilişkinin örneklemede girmesiyle oluşur Fiziksel kısıtlar,modelin yorumu analizi bakımından önemlidir. Modelin yapısından kaynaklanan fiziksel kısıtların bilinmemesi durumunda belirlenmesi oldukça zordur.[36]. Model ve anakütle üzerindeki fiziksel kısıtlardan kaynaklanan çoklu doğrusal bağlantı, evrende var olan gerçek ilişkinin örneklemde de korunmasıyla oluşur.

## 4. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTININ ETKİLERİ

### 4.1. Kestirimlerin Varyanslarına Olan Etkileri

Çoklu doğrusal bağlantı, çoklu doğrusal regrasyon modelinin bağımsız değişkenleri arasında doğrusal bir ilişki olmadığı varsayımını geçersiz duruma getirmektedir.

Parametre kestirimlerinin tutarsızlığının ölçüsü olarakda yorumlanabilen parametre kestirimlerinin varyansları, çoklu doğrusal bağlantıdan en belirgin şekilde etkilenmesi beklenen karakteristik değerlerdir. Bu EKK kestiricisi $\hat{\beta}$ kovaryansını ve varyansını büyütür[37]. Buna göre $\hat{\beta}$'nın kovaryans matrisi;

$$\text{Kov}\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \left( X'X \right)^{-1}$$

$\left( X'X \right)^{-1}$ ' in j köşegen elemanı $C_{jj}$ olmak üzere,

$$\text{Var}\left(\hat{\beta}_j\right) = \sigma^2 C_{jj}$$

$$\text{Var}\left(\hat{\beta}_j\right) = \sigma^2 C_{jj} = \sigma^2 \left(1 - R_j^2\right)^{-1} \qquad (j=1,2,3.........p)$$

$R_j^2$ : $X_j$ ile kalan p-1 bağımsız değişkenin regresyonundan elde edilen çoklu belirlilik katsayısıdır.

$R_j^2 \to 1$ yaklaştıkça $\text{Var}\left(\hat{\beta}_j\right) > \sigma^2$ olur ve çoklu doğrusal bağlantı artmaktadır.

$R_j^2=0$ ise $\text{Var}\left(\hat{\beta}_j\right) = \sigma^2$ olur ve çoklu doğrusal bağlantı yoktur.

---

36 ERAR, A.g.e., s.9.

37 İMİR, A.g.e., s.25.

Çoklu doğrusal bağlantı varlığında $Var(\hat{\beta}_j) > \sigma^2$ olduğu durumda EKK kestirimlerinin güven aralıklarının büyümesine neden olur. Bu durum EKK tahmincilerinin, sapmasız kütle değerinde oldukça uzak olan kestirimlere yaklaştırabilir, bu da $\beta_j$' nin güvenilirliği azaltır[38]. Kestirimlerin pozitif veya negatif olma eğilimleri, çoklu doğrusal bağlantı nedeniyle oluşur. Pozitif olması beklenen parametre kestirimi negatif, negatif çıkması beklenen parametre kestirimi pozitif olabilir. Bunun nedenide çoklu doğrusal bağlantıdır.

### 4.2. Hipotez Testlerine Olan Etkileri

Çoklu doğrusal bağlantı yüksek derecede olması sebebiyle parametreler üzerinde kurulan hipotez testlerini olumsuz yönde etkiler ve t oranlarını küçültür. Bu durumda,

$H_0: \beta_j = 0$

$H_1: \beta_j \neq 0$

$H_0$ hipotezini $H_1$ hipotezine karşı test etmek amacıyla,

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\sigma^2 C_{jj}}} = \hat{\beta}_j * \left[\sqrt{\frac{1 - R_j^2}{\sigma^2}}\right] \text{ dir.}$$

Çoklu doğrusal bağlantı sonucu, $R_j^2 \rightarrow 1$ yaklaşırken $t \rightarrow 0$ yaklaşır. t testi sonucunda t değerlerini küçülterek değişkenlerin önemliliğinde yanlış bulgular ortaya çıkarabilir. Bağımsız değişkenin, bağımlı değişkeni etkilemediği sonucu karar verilir[39].

### 4.3. Bağımlı Değişken Kestirimlerine Olan Etkiler

Çoklu doğrusal bağlantı, regresyon katsayılarını değerce ve işaretece etkilediğinden oldukça ayrı kestirimler ortaya çıkabilir. Bu kestirimler alt kümesinden altkümeye büyük

---

[38] Donald W. MARGUARDT and Ronald D. SNEE, "Ridge Regresion in Practice", The American Statistican, 1975, s.12.

[39] ERTEK, A.g.e., s.168., ERAR, A.g.e., s.8.

değişiklikler gösterirler [40]. Regresyon katsayılarının gerçek katsayılardan çok farklı olması $\hat{Y}$'ları etkilediğinden, $\hat{Y}$ kestirimlerinin standart hataları büyür.

Bu açıklanan olumsuzluklar nedeniyle, çoklu doğrusal bağlantı varlığının araştırılması gerekir. Bu nedenle izleyen paragraflarda çoklu doğrusal bağlantıyı belirlenmesi incelenecektir.

## 5. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTININ TESBİT EDİLMESİ

Çoklu doğrusal bağlantı, stokastik olmadığı kabul edilen bağımsız değişkenler arasındaki ilişki olmaması şartını ifade ettiğinden, ana kütle ile değilde, örnek ile ilgili bir özelliktir. Bu sebepten çoklu doğrusal bağlantı test edilmemekte sadece belli bir örnekten hareketle derecesi ölçülebilmektedir. Çoklu doğrusal bağlantının bir örneği ilgilendirmesi ve örneğinde sosyal bilimlerin deneysel olmayan verilerine dayanması sebebiyle uygulamalarda ,çoklu doğrusal bağlantının varlığının araştırılmasında birçok yöntem vardır [41]. Bunlar 3 başlık altında toplanır.

I. Test istatistikleri

II. Yalnızca çoklu doğrusal bağlantının derecesini veren ölçütler

III. Çoklu doğrusal bağlantının yapısını açıklayan ölçütler [42].

Çoklu doğrusal bağlantıyı belirleme yöntemleri sırası ile izleyen paragraflarda açıklanmıştır.

### 5.1.Çoklu Doğrusal Bağlantının Frisch Kavşak Çözümlemesi İle Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağlantının ciddiliği konusunda mümkün olduğu kadar fazla bilgi edinebilmek amacıyla özünde Frisch' in "Kavşak Çözümlemesi"nin (Salkım Planı Çözümlemesi) değişik bir biçimi olan aşağıdaki sürecin izlenmesi uygundur.

---

40 ERAR, A.g.e., s.8.

41 AKKAYA, A.g.e., s.434.

42 ERAR, A.g.e., s.11.

Bu süreç, bağımlı değişkenin, açıklayacağı değişkenlerden herbiri ile ayrı ayrı regresyonunun yapılmasıyla başlar. Böylelikle bütün başlangıç regresyonlarını elde etmiş oluruz. Bu sonuçlar sezgi ve istatistiki kriterlere dayalı olarak incelenir.

Önce hem sezgisel hem de istatistiksel ölçülere göre en inandırıcı başlangıç regresyonu seçilir, sonra tek tek öteki değerler eklenir ve bunların tek tek katsayıları, katsayıların standart hataları ve genel $e^2$ üzerindeki etkileri incelenir. Daha sonra yeni eklenen değişken "yararlı", "gereksiz" ya da "zararlı" diye sınıflandırılır.

1) Eğer yeni eklenen değişken, tek tek katsayıları kabul edilemez (yanlış) durumlara dönüştürmeksizin $R^2$' yi yükseltiyorsa, bu değişken yararlı sayılır ve açıklayıcı değişkenler arasında yer alır.

2) Eğer yeni değişken $R^2$'yi yükseltmiyor ve tek tek katsayıların değerlerini önemli ölçüde etkilemiyor ise gereksiz sayılır ve reddedilir.

3) Eğer yeni değişken, katsayıların işaretlerini ya da değerlerini önemli ölçüde etkiliyorsa, zararlı sayılır. Eğer tek tek katsayılar, sezgisel teorik nedenlerle kabul edilmez hale geliyorsa, bunu Çoklu doğrusal bağlantı' nın işareti olarak kabul edebiliriz.

Yani değişken aslında önemlidir ama başka açıklayıcı değişkenlerle olan ilişkisinden dolayı etkisi, basit en küçük kareler kullanarak istatistik bakımdan ölçülemez. Bu, zararlı değişkenlerin kabul edildiği anlamına gelmez. Eğer reddedersek, ilişkinin gerçek biçimine olabildiğince en iyi yaklaşma çabalarımız için çok değerli olan bir bilgiyi gözardı etmiş oluruz. Çoklu doğrusal bağlantı karmaşıklığından kurtulmak için ve zararlı değişkenin etkisini hesaba katabilmek için ilerde açıklayacağımız çözüm yöntemlerinden birini izlememiz gerekir. Eğer katsayılar üzerinde zararlı değişkeni dışlarsak, bunun etkisinin öteki katsayılara sızdığını ve denklemlerde bırakılmış değişkenlerle ilişkili olabilen rassal terime yükleneceğini bunun sonucunda $E(e_i X_i \neq 0)$ olacağından ilgili varsayımında çiğnenmez olacağı unutulmamalıdır [43]

43 A. KOUTSOYIANNNIS, A.g.e., s.242.

Çoklu doğrusal bağlantı'yı belirlemek için yukarıda önerilen yöntem Frisch'in kavşak çözümlemesinden şu bakımdan ayrılır. Frisch'in çözümlemesinde ilişkide varolan değişkenler arasındaki bütün regresyonlar, her çeşidini sırasıyla bağımlı değişken olarak alıp çözümlemeye teker teker katılan bütün öteki değişkenlerle arasındaki bütün regresyonlar hesaplanarak uygulanır. Açıktır ki, Kavşak Çözümlemesi çok daha fazla hesaplama gerektirir ve sonuçların karşılaştırılması, önerilen deneysel tekniğe göre çok daha karmaşık hale gelir.

## 5.2. Çoklu Doğrusal Bağlantının (X'X) Korelasyon Matrisinin Araştırılması İle Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağıntının varlığı tesbitinde kullanılan diğer bir yöntem bağımsız değişkenlerin standartlaştırılıp, standartlaştırılmış korelasyon matrisindeki $r_{ij}$ elemanlarının kontrolü ile olur. $r_{ij}$ değerinin 1'e yaklaşması incelenen değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı varlığına işaret eder. Bu çoklu doğrusal bağlantı varlığının tesbitinde kullanılan sağlıklı bir yöntem değildir [44]. Ancak bilgisayar çıktıları bu değerleri verdiğinden dolayı incelenmesinde hiçbir sakınca yoktur. Standartlaştırma,

$$X_{ij} = \frac{X_{ji} - \overline{X}_j}{\sqrt{(X_{ji} - \overline{X}_{ji})^2}}$$ şeklinde yapılır.

## 5.3. Çoklu Doğrusal Bağlantının X'X Matrisinin Özdeğerleri İle Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağıntının varlığı, maksimum-minimum öz değerler ile tesbit edilebilmektedir. Bu noktaya kadar en iyi yöntem bu kriterdir [45]. Bilgisayar çıktıları genellikle (X'X) matrisini verirler. İşte bu matrisin determinantı |X'X| değeri çoklu doğrusal bağıntı konusunda bize fikir vermektedir. Çoklu doğrusal bağıntı arttıkça ilgili determinant değeri mutlak olarak azalmaktadır. Ancak bu determinant değeri bize çoklu

---

44 G.S. MADDALA, **Econometrics**, New York, 1977, s.185.

45 J. JOHNSTON, **Econometrics Methods**, 3 Ed. Int Book Company, 1984, s.296.

bağıntının derecesi hakkında fikir veremeyeceğinden,

Enbüyük özdeğer=$\lambda_{max}$

En küçük özdeğer=$\lambda_{min}$ olmak üzere

$k=\dfrac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$

k<10 ise bağımsız değişkenler arasında çok az bir ilişki vardır.

k>30 ise kuvvetli bir çoklu bağıntının varlığını belirler.

(X'X) korelasyon matrisinin $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ..... \geq \lambda_j \geq 0$ özdeğerleri

$\lambda_j$ şu şekilde hesaplanır;

$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_j$ karşılık gelen birim dik özvektörler $\lambda_1, \lambda_2, ..... \lambda_j$ olmak üzere,

$\lambda_1, \lambda_2, ..... \lambda_j = V_j'XXV_j = (XV_j)'(XV_j)$ j=1,2, ..... , k dır.

### 5.4. Çoklu Doğrusal Bağlantının Varyans Büyütme Faktörü İle Belirlenmesi (Variance Inflation Factor)

Çoklu doğrusal bağıntıyı belirleyen diğer bir teknik Varyans Büyütme Faktörüdür (VBF). Çoklu doğrusal bağlantının derecesini veren $R^2$' ye bağlı bir ölçüt. Varyans Büyütme Faktörü ile bulunur. VBF'nı $(X'X)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarıdır. $(X'X)^{-1}$ matrisinin j' inci köşegen elemanı $C_{jj}$, j' inci bağımsız değişkene ait varyans büyütme faktörünü verir. Köşegen elemanları $C_{jj}= 1/\lambda_j$ (j=1,2) ile bulunur.

$\lambda_{max}/\lambda_{min}$ oranının çok büyük olması, $\lambda_{min}$ değerinin çok küçük olmasını gerektirir. Bu nedenle küçük özdeğer VBF'nını büyütür.

$VBF=\left(1-R_j^2\right)^{-1}$ olarak ifade edilir. Bu ölçü Hoerl ve Kennard' a göre ikiden fazla ilişkinin belirlenmesinde en iyi ölçüdür ve 10'dan büyük VBF değerleri için kestirimlerde sorunlar çıktığını ileri sürerler[46].

### 5.5. Çoklu Doğrusal Bağlantının Varyans Ayrışım Oranları (Variance Decomposition Proportions) İle Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağlantının tesbitinden kullanılan varyans ayrışım oranları tekniğinde standartlaştırılmış X matrisi üç bileşene ayrılır[47].

$$X_s = U^*D^*V$$

I) U : nxk boyutlu X'X matrisinin sütunları sıfır olmayan özdeğerlerle ilgili olan k tane özvektörlerden oluşan dikey matristir.

II) V : kxk boyutlu X'X matrisinin özvektör matrisi.

III) D : Elemanları $M_j$ olarak ifade edilen kxk boyutlu, pozitif diagonal matristir (j=1,2, ..... , k)

$$X'X = (U^*D^*T)'(U^*D^*T) = VD^2V'$$

olması nedeniyle özvektörlerle yakından ilgilidir.

Standartlaştırılmış X matrisinin ($X_s$) dikey olmaması, özel değer ayrışımı ($Y_j$ : $X_s$' nin sütunları U'nun sütunlarının doğrusal kombinasyonlarıdır) $Y_j$' lerin büyüklüğüne göre belirlenir.

Çoklu doğrusal bağlantı durumunda, en büyük özel değerin buna $M_{max}$ diyoruz, enküçük özel değere oranına bağlıdır. $X_s$ matrisinin koşul göstergesi;

$$\eta_j = \frac{M_{max}}{\mu_j} \quad j=1,2, ..... , k$$

---

46 İMİR, A.g.e., s.20.

47 Douglas C. MONTGOMORY, Elizabeth A.PECK, Introduction to Linear Regression Analysis, John Wiley and Sons , New York, 1992, s.320.

şeklinde ifade edilir. Koşul göstergesi $\eta_j$' nın alabileceği maksimum değer $X_s$ matrisinin verileriyle doğrudan ilişkili olması özsistemden daha kararlı sonuçlar vermesine neden olarak bir üstünlük sağlamaktadır [48].

Buna göre özel değer ayrışımı ($\eta_j$) eşitliği kullanıldığında $\hat{\beta}$'lar için varyans-kovaryans matrisi;

$$V(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1} = \sigma^2(VD^2V')$$

j'inci regresyon katsayısının varyansı;

$$V(\hat{\beta}_j) = \sigma^2 * \sum_{j=1}^{k} \frac{v_{mj}^2}{\mu_j^2} = \sigma^2 * \sum_{j=1}^{k} \frac{v_{mj}^2}{\eta_j}$$

olur. $(V*D^{-2}*V)'$ nın elemanları aynı zamanda j'inci diagonal elemanının varyans büyütme faktörüdür.

$$VBF_j = \sum_{j=1}^{k} \frac{v_{mj}^2}{\mu_j^2} = \sum_{j=1}^{k} \frac{v_{mj}^2}{\eta_j}$$

Varyans ayrışım oranı;

$$\Pi_{ij} = \frac{v_{mj}^2 / \mu_j^2}{VBF_j} \text{ olarak belirlenir.}$$

kxk boyutlu $\Pi$ matrisindeki her sütun elemanları j'inci özel değer (veya özdeğer) tarafından katkıda bulunulan herbir $\hat{\beta}_j$' nın (veya $VBF_j$) varyans ayrışım oranını verir. Koşul göstergesinin $(\lambda_j)$ 30'dan varyans ayrışım oranlarının $(\Pi_{ij})$ 0.5'ten büyük olması çoklu doğrusal bağlantının yüksek olduğunu ispatlar [49].

[48] MONTGOMERY-PECK, A.g.e., s.321.

[49] MONTGOMERY-PECK, A.g.e., s.322.

## 5.6. Çoklu Doğrusal Bağlantının Farrar-Glauber Sınamasi İle Belirlenmesi

Çoklu Doğrusal Bağlantı varlığının belirlenmesinde kullanılan Farrar-Glauber sınamasına göre, çoklu doğrusallığı dikeylikten sapma olarak ele alır. Dikeylikten sapma arttıkça çoklu doğrusallıklık güçlenir, bunun tersidc doğrudur. Bu olgudan yola çıkarak Farrar-Glauber, bütün açıklayıcı değişkenler kümesi için çoklu doğrusallığın varlığını saptamak için aşağıdaki $\chi^2$ sınamasını önermektedirler. Sıfır hipotez şöyledir:

$H_0$: X'ler dikeydir (Ortogonaldir)

$H_1$: X'ler dikey değildir (Ortogonal değildir)

Glauber ve Farrar şu büyüklüğün $\chi^2$ istatistiği ve serbestlik derecesini aşağıdaki gibi hesaplar.

$$\chi_h^2 = -\left[ n - 1 - \frac{1}{6}( 2k + 5 ) \right] \log[ X'X ]$$

s.d = (1/2)*k*(k-1)

$\chi_h^2$ : gözlemlenen (örnekten hesaplanan) $\chi^2$ değeri

n: örnek büyüklüğü

k : açıklayıcı değişken sayısı

Eğer gözlemlenen $\chi^2$ değeri, $\frac{1}{2}k ( k - 1 )$ serbestlik derecesi kuramsal $\chi^2$ değerinden büyükse $\left( \chi_h^2 > \chi_{\alpha,\, s.d}^2 \right)$ dikeylik varsayımını reddederiz, yani fonksiyonda çoklu doğrusal bağlantının varlığını kabul ederiz. Gözlemlenen $\chi_h^2$ yükseldikçe çoklu doğrusal bağlantının derecesi artar [50].

---

50 KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.247.

### 5.7. Çoklu Doğrusal Bağlantının Kısmi Korelasyon Katsayıları İle Belirlenmesi

Bağımsız değişkenler arasında ikişerli kuvvetli ilişki bulunması çoklu doğrusal bağıntıyı belirleyen diğer bir yöntemdir. Çoklu modelde iki bağımsız değişken arasında ilişkinin derecesini gösteren korelasyon katsayısı 0.8'den büyük ise çoklu bağıntıyı gösterir. Ancak bu kriter yeterli bir kriter değildir. Bazen bağımsız değişkenler arasında ilişki olmaması halinde de çoklu doğrusal bağlantı sözkonusudur. Bu durumda kısmi korelasyon katsayıları kriteri kullanılmaktadır. Bu kritere göre Y ile $X_1$, $X_2$, $X_3$, ...., $X_n$ arasında regresyon ele alındığında Y ile bağımsız değişkenler arasındaki çoklu korelasyon katsayısı $R^2$ değeri çok yüksek iken $r^2_{YX_1X_2X_3}$, $r^2_{YX_2X_1X_3}$, ...., $r^2_{YX_kX_1X_2X_3}$ kısmi korelasyon değerleri düşükse $X_1$, $X_2$, $X_3$, ...., $X_n$ değişkenlerinin arasında çoklu doğrusal bağlantı olduğu sonucuna varılır[51].

### 5.8. Çoklu Doğrusal Bağlantının F Ve T Testi İle Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağlantının en belirgin belirtisi, bir modelde, çoklu korelasyon katsayısının karesi $R^2$ (Belirlilik katsayısı) çok yüksek hesaplandığı halde regresyon katsayılarının t testi sonucunda anlamsız olduğunda (genellikle 0.80'i aştığında), regresyon katsayılarının tümüne uygulanan F testi çoğu durumlarda olumlu sonuç vermekte fakat F testi böyle olumlu iken, katsayıların birer t testi olumsuz veya az olumlu sonuçlar veriyorsa bunu, çoklu doğrusal bağlantı durumunun bir sonucu olarak yorumlayabiliriz[52].

## 6. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTIYI GİDERME YÖNTEMLERİ

Kuvvetli veya yüksek dereceli çoklu doğrusal bağlantı halinde çoklu regresyon modelinin varsayımlarından biri sağlanmamış olur. Bu sebeple çoklu doğrusal bağlantıyı ortadan kaldırma yoluna gidilmektedir. Fakat çoklu doğrusal bağlantının; anakütlenin bu

---

51 AKKAYA, A.g.e., s.435.

52 D.N GUJARATİ, A.g.e., s.300.

örneği ile ilgili olması ve bu örneğin sosyal bilimlerin deneysel olmayan verilere bağlı olması nedeniyle, yalnız bir hatasız ortadan kaldırma yolu yoktur. izleyen pragraflarda açıklanan aşağıdaki yöntemlerle çoklu doğrusal bağlantı ortadan kaldırılmaya çalışılmaktadır[53].

### 6.1. Örnek Büyüklüğünün Arttırılması

Daha çok gözlem derleyerek örnek büyüklüğünü arttırırsak, çoklu doğrusallıktan kurtulanabileceği ya da etkisinin azaltılabileceği ileri sürülmüştür. Bu bağlamda örneğin büyütülmesiyle bir denklemdeki çoklu doğrusallıktan doğan, tahmin edilmiş parametreler arasındaki yüksek ortak varyansların düşürülebileceğini, çünkü bu ortak varyansların örnek büyüklüğüyle ters orantılı olduğunu söylenir. Bu ancak, eğer çoklu doğrusallık, ölçme yanlışlarından kaynaklanıyorsa ve aynı zamanda X'lerin anakütlesi değilde yalnızca ilk örnekte bulunuyorsa doğrudur. Değişkenlerin anakütlesi çoklu doğrusal bağlantı içeriyorsa, örnek büyüklüğündeki artış, değişkenler arasındaki çoklu doğrusal bağlantı azaltmaya yaramaz[54].

### 6.2. Gecikmesi Dağıtılmış Modellerde Başka Açıklayıcı Değişkenlerin Yerine, Gecikmeli Değişkenlerin Geçirilmesi

Son yıllarda pekçok ekonometri araştırması, açıklayıcı değişkenlerin gecikmeli değerlerinin kullanımına yönelmiştir. Bunun anlamı araştırmaların sonunda, belli bir davranış kalıbının, açıklayıcı değişkenlerin yalnızca bugünkü değerleriyle değil, fakat aynı zamanda bunların geçmişteki değerleriyle de belirlendiği gerçeğini benimsemiş olmalarıdır. Değer ne kadar eskiye ilişkinse, etkiside o kadar küçük olacaktır. Örneğin bireylerin tüketim kalıpları, bugünkü gelirlerine olduğu kadar geçmişteki gelirlerine de bağlıdır, ancak daha yakın dönemlerdeki gelir düzeyleri, daha uzak geçmiştekilere göre tüketim kararları üzerinde daha çok etki yaratır.

---

[53] AKKAYA, A.g.e., s.437.

[54] A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.253.

Bu durumda ilk fonksiyon şöyle yazılabilir,

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_{t-1} + ..... + \varepsilon_t$$

Açıktır ki herhangi bir $X_i$ açıklayıcı değişkenin ardışık değerleri ($X_t$, $X_{t-1}$, $X_{t-2}$, ..... vb.) çoğu zaman birbirleriyle sıkı bağlantı içindedirler. Bu durumdaki çoklu doğrusal bağlantıdan, X'in gecikmeli değerleri yerine bağımlı değişkenin tek bir gecikmeli değerini geçirme önerisi benimsenerek kurulabilir.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \rho Y_{t-1} + (u_t - \rho\varepsilon_t)$$

Bu modelde, fonksiyondaki X'in geçikmeli değerleri yerine yalnızca $X_t$ vardır, bunlarında X'in gecikmeli değerlerinin olduğundan daha az bağlantılı olmaları beklenir[55].

### 6.3. Bağımsız Değişkenlerin Kümeleştirilmesi

Regresyon denkleminde birbirleriyle bağıntılı olan bağımsız değişkenlerden bazılarını tek bir değişken halinde ifade edebilme, Çoklu doğrusal bağlantıyı giderme yöntemlerinden biridir. Bağımsız değişken sayısının azaltılması, sd'yi (n-k) nın büyük olmasının sağlar, kestrimlerin standart hatalarının küçülmesine ve regresyon katsayılarının etkinliğine yardımcı olur. Sakıncası, kestirimi yapılan parametrelerin bağımsız değişkenler kümesine ait olmasından dolayı anlamlı açıklamaları yoktur. Bu yöntemin çok sınırlı, bir kullanım alanı vardır ve ekonomi alanındaki çalışmalarda çoğu kez yanlış kullanımlara neden olabilmektedir[56].

### 6.4. Bazı Bağımsız Değişkenlerin Modelden Çıkartılması

Çoklu doğrusal bağlantıyı gidermek için izlenen bir yolda değişken seçimidir. Marquardt ve Snee bu yolla çıkartılan değişkenlerin bağımlı değişkeni iyi açıklayıcı

---

55 A. KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.253.

56 İMİR, A.g.e. s.32., ERTEK, A.g.e., s.175.

değişkenler olması durumunda değişken seçiminin iyi bir yol olmadığını belirtmişlerdir. Mason (1975) çoklu doğrusal bağlantının örneklemeden geldiği durumlarda değişken seçim sonuçlarının yanılgılı olabileceğini göstermişlerdir, ancak, bu anakütle sonuçlarının çoklu doğrusal bağlantı bölgesine dikkatli biçimde kullanımlarınada değinmişlerdir. Sorun, fiziksel kısıtlarda kaynaklandığına önkestirimde daha az sorun olabileceği aynı yazarlarca belirtilmiştir [57].

### 6.5. Ön Bilgi (A. Priori Bilgi) Yöntemi

Çoklu doğrusal regresyon modellerinde ön bilgi daha önce yapılan uygulamalardan veya iktisat teorisi bilgisinden sağlanabilir [58]. Bu yolla bazı regresyon katsayılarıyla ilgi önbilgilerden kestirimler elde edilebilir . Bu yolla çoklu doğrusal bağlantı önlenebilir [59].

### 6.6. Yanlı Kestirim Yöntemlerinin Kullanılması

Çoklu doğrusal bağıntının giderilmesinde kullanılan yanlı kestirim yöntemi niteliğinde olan yöntemler şöyle sıralanabilir;

#### 6.6.1. Daraltılı Regresyon

Daraltılı (Shrunken) kestiriciler, bağımlı ve bağımsız değişkenler çok değişkenli normal dağılım göstermek üzere k>2 X'X=I için verilmiştir.

$$\hat{\beta}_{DR} = \{1 - b(1 - R^2) / (a(1 - R^2) + R^2)\}\hat{\beta}_{EK}$$

EKK daha küçük hata kareler ortaması (MSE) verdiğini göstermişlerdir. Bu kestiricinin $\hat{\beta}_{EK}$ katsayılarının orijine doğru daralttığı belirtilmiştir [60].

57 ERAR, A.g.e., s.13.

58 AKKAYA, A.g.e., s.438.

59 ERTEK, A.g.e., 1973, s.174.

60 ERAR, A.g.e., s.36.

Bir başka $\hat{\beta}_{DR}$ kestiricisini $\hat{\beta}_{DR} = d * \hat{\beta}_{EK}$ biçiminde,

$$\hat{\beta}_{DR}(r) = V * \begin{bmatrix} I_r & \emptyset \\ \emptyset & d*I_{k-r} \end{bmatrix} * V'\hat{\beta}_{EK}$$

r: Çıkarılan bağımsız değişken sayısı,

d: Daraltma parametresi,

$\hat{\beta}_{DR}(r)$: Enküçük özdeğere karşılık gelen bağımsız değişkenler çıkarıldıktan sonra elde edilen ($\beta$) parametre kestirisici,

$V_r$ bileşenli özyöney dizeyi,

$V_r$ : Çıkarılan değişkenlere ait özvektör matrisi,

$\wedge_r$ : Çıkarılan değişkenlere ait X'X' in özdeğerlerinden oluşan köşegen matris olmak üzere [61].

$$W = \hat{\beta}' V_r \wedge_r V_r' \hat{\beta} \text{ ve } 0 \leq c \leq 2\,(k-2)\,/\,(n-k+2)$$

olmak üzere d' yi,

$$d = \text{Max}\left\{ 0,\ 1 - c\left(1 - R^2\right) X_s^{-1} \right\} \text{ değer almaktadır.}$$

Gunst ve Mason d'nin 0.383-0.439 arasında çoklu bağlantılı veriler için 0.823-0.860 arasında olabildiklerini öne sürmüşlerdir. Yazarlar daraltılı regresyon kestiricisini X'X=I olması gerektiğini dağılım özellikleri ve değişken seçim özellikleri olmadığı için eleştirmişlerdir [62].

### 6.6.2. Temel Bileşenler Regresyon Yöntemi

Temel bileşenler yönteminin amacı, değişkenler $X_j$'ler ($j=1,2, \ldots, k$) kümesinden $X_j$'erin doğrusal bileşimleri olan ve temel bileşenler olarak adlandırılan yeni değişkenlerin

61 R.R. HOCKING, The Analysis and Selection of Variable in Linear Regression, Biometrics, 1976, s.29.

62 ERAR, A.g.e., s.37.

oluşturulmasıdır[63].

Temel bileşenler kestiricisi şu şekildedir,

$$\hat{\beta}_{TB} = \sum_{j=1}^{r} \lambda_j^{-1} C_j V_j$$

$\lambda_j$ : X'X matrisinin özdeğerleri

r: içerilen bileşen sayısı)

$V_j = X_s'X_s$ korelasyon matrisinin özvektörleri

$C_j = V_j^* X'Y$

Eğer modelde çoklu doğrusal bağlantı sözkonusu ise r tanesi sıfıra yakın yada sıfırdır. İşte bu r tane içerilen bileşen sayısı modelden çıkarılır. q=k-r olmak üzere $\lambda_j$ özdeğerlerinin köşegen matrisi $\wedge$ ve özvektör matrisi aşağıdaki gibidir.

$$\wedge = \begin{bmatrix} \wedge_r & 0 \\ 0 & \wedge_q \end{bmatrix}_{kxk}$$

$$V = [V_{kxr} \; V_{kxq}]$$

Bu matrisler yardımıyla temel bileşenler $\hat{\beta}_{TB}$

$\hat{\alpha}_q = \wedge_q^{-1} * V_q' * X_s' Y'$ kullanarak,

$\hat{\beta}_{TB} = V_q * \hat{\alpha}_q$

$\hat{\alpha}_q$ 'nun elemanları, $\hat{\alpha}$' nın aynı q bileşenine karşı gelen elemanlardır[64].

### 6.6.3. Stein Regresyon Yöntemi

Çoklu doğrusal bağlantının giderilmesinde kullanılan Stein kestiricisi ön dağılım bilinmediğine kullanılır. Çoklu regresyonda Stein Kestiricisi,

---

63 KOUTSOYIANNIS, A.g.e., s.427..

64 İMİR, A.g.e., s.36.

$\hat{\beta}_S = \left(1 - \hat{\beta}\right)\hat{\beta}$ olarak tanımlanır.

$$\hat{\beta} = \text{Min}\left[1 - \frac{(k-2)*(n-k)*\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}\,(n-k+2)}\right]$$ şeklinde belirlenir[65]

Bu regresyon yönteminin kullanılması için

- Bağımsız değişken sayısı (k) 2'den büyük olmalı
- X'X matrisi birim matrise eşit olmalıdır.

### 6.6.4. Özdeğer Regresyon Yöntemi

Temel bileşenler regresyonunda etkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin gözardı edildiğini belirterek özyöneylerine dayalı bir yöntem geliştirilmiştir. Özdeğer çözümlemesi yönteminde EKK'ya göre daha küçük kestiriciler elde etmek amacıyla önerilmiştir[66].

Özdeğerler regresyon yöntemini temel bileşenler regresyonunda başlıca iki farkı vardır.

1). Bu analizde özdeğerler ve özvektörler farklı matrislerden elde edilirler.

2) Çoklu bağlantıyı gösteren özvektörlerin çıkarılmasına karar vermek için teknikler farklıdır.

Özdeğer regresyon kestirimi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\beta}_{ÖR} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \overline{Y})^2}\left(\sum_{j=0}^{k} a_{0j}^2\right)^{-1} \sum_{j=0}^{k} a'_{0j} l_j^{-1} a_{0j}$$

Y vektörü

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \overline{Y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i - \overline{Y}\right)^2}}$$

65 Sanford WEISBERG, Applied Linear Regression, John Wiley and Sons, New York 1980 s.283

66 ERAR, A.g.e., s.51.

şeklinde standartlaştırılıp $X_s$ bağımsız değişkenler matrisi $Y^*$ ile genişletilerek $Z = (Y^*, X_s)$ bulunur.

$l_j$ : $Z'Z$ ' nin özdeğerleri.

$a_j$ : $Z'Z$ 'nin j'inci özvektörü.

$a_{oj}$ : $(a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{kj})$ elemanlarını içeren vektör.

Çoklu bağlantının birden çok olduğu durumlar için j=1, 2, ...... , t alınmakta ve k+1-t özdeğere karşılık gelen özvektörler çıkarılmaktadır. Dolayısıyla bu özvektörlerin ilgili oldukları bağımsız değişkenler modelden çıkarılmış olacaktır[67].

### 6.6.5. Ridge Regresyon Yöntemi

Çoklu doğrusal bağlantının giderilmesinde kullanılan diğer bir yanlı kestirim yöntemide Ridge Regresyondur. Ridge Regresyon çoklu doğrusal bağlantı varlığında enküçük varyansın kestirim yapan etkili bir yöntemdir. Çalışmamızda kullanılacak olan . Ridge Regresyon yöntemi ikinci bölümde ayrıntılı olarak açıklanmaya çalışılacaktır.

---

67 İMİR, A.g.e., s.37.

# İKİNCİ BÖLÜM

# RİDGE REGRESYON YÖNTEMİ

## 1. RİDGE REGRESYON NİTELİĞİ VE KULLANIM AMAÇLARI

Çoklu bağlantı ile karşılaşıldığında çözüm olarak önerilen ridge regresyon Hoerl ve Kennard (1970) tarafından geliştirilmiştir. Ridge tahminleri yanlı olmasına karşın En küçük Kareler (EEK) sağladığı tahminlerden daha kararlı olabilirler. Ancak bu yaklaşımla ilgili istatistiksel bir teori henüz tanımlanmış değildir. Bilinen bu yetersizliğine rağmen varyans'ta sağladığı azalıştan dolayı dikkate değer bir ilgi toplamış ve yapılan birçok çalışmada çok çeşitli alanlarda uygulanabilir olduğu gösterilmiştir [68].

Hoerl ve Kennard (1970 a, b ) Ridge regresyonu üç amaçla önermişlerdir [69].

i) Güçlü çoklu bağlantı etkisiyle katsayılarda oluşan kararsızlıkların grafik üzerinde yansıtılması,

ii) Değişkenlerin dik olmadıkları, birbirleriyle ilişkili oldukları durum için EKK kestiricisinden daha küçük varyanslı kestiricilerin elde edilmesinde,

iii) Modeldeki gereksiz değişkenlerin ayıklanmasında.

Bu amaçla kullanılan Ridge yönteminde, en küçük kareler yönteminde izlenen aşamalar birden fazla tekrarlanmaktadır. Ridge yönteminin en küçük karelerden farklılığı

---

68 HOERL A.E. KENNARD, R.W. BALDWIN, Ridge Regression; Some Simulations, Communications in Statistics, 1975, s.107.

69 Aydın ERAR, A.g.e., s.43.

k' ridge parametresinin varlığıdır [70].

## 2. RİDGE KESTİRİCİSİ VE ÖZELLİKLERİ

Ridge regresyon çözüm tekniği Basit En Küçük Karelere benzer bir tekniktir. Bu çözüm regresyon katsayıları tahminlerini hesaplamadan önce standart formdaki değişkenlerin oluşturdukları $(X'X)$ matrisinin köşegen elemanlarının pozitif bir sabitin eklenmesiyle gerçekleştirilebilir.

EKK yöntemine göre bulunan $\hat{\beta}$ kestirimleri yansız kestirimler arasında en küçük varyansa sahiptir. Çoklu doğrusal bağlantı durumunda, korelasyon matrisinin ters matrisindeki diagonal elemanlar olan varyans büyütme faktörleri (VBF), her bir kestirimin diğer kestirimlerle olan çoklu korelasyonu sonsuzlaştırır [71]. Bu durumda $\hat{\beta}$ kestirimleri en küçük varyanslı kestirim olmayabilir. Çünkü çoklu doğrusal bağlantı $\hat{\beta}$ değeri ile $\beta$ arasında sapmaya neden olur.

$L_1$, $\hat{\beta}$' nın $\beta$' dan olan sapması olmak üzere yanlılığın karesi,

$$L_1^2 = \left(\hat{\beta} - \beta\right)'\left(\hat{\beta} - \beta\right)$$

olarak gösterilirse, $L_1^2$' nin beklenen değeri;

$$E\left(L_1^2\right) = \text{İz Var}\left(\hat{\beta}\right) = \sigma^2 \text{İz}\left(X'X\right)^{-1} \quad \text{olur.}$$

İz , bir kare matrisin esas köşegen üzerindeki elemanlarının toplamıdır. $(X'X)$ matrisinin özdeğerleri $\lambda_{max} = \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots.. \lambda_k > 0$ ile gösterilir. K ortogonal matris ve $D_{k \times k}$ köşegen elemanları $(X'X)^{-1}$ özdeğerleri olan köşegen matris olmak üzere,

---

70 İMİR, A.g.e., s.40.

71 MARQUARDT, SNEE, A.g.e, s.5.

$\text{İz}\left( K'( X'X )^{-1}\right) K = \text{İz}( D )$ olduğundan, $L_1^2$' nin beklenen değeri;

$$E\left( L_1^2 \right) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^{-1}$$ olarak bulunur [72].

Bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olduğunda Bölüm I'de açıklandığı gibi özdeğerler daha küçük olmaktadır. Bu'da $\hat{\beta}$' nın $\beta$' da sapmalarının beklenen değerini büyütecektir.

Çoklu Doğrusal Bağlantı $E\left( L_1^2 \right)$ yani hata kareler toplamı üzerindeki olumsuz etkiyi giderebilmek için ridge regresyon yöntemiyle kestirim yapabilmek üzere ve Kennard ridge kestiricisi tanımlanmıştır. [73]. Buna göre,

$$\hat{\beta}(k^*) = \left(X'X + k^* I\right)^{-1} X'Y \quad k \geq 0$$ şeklindedir.

Açıklayıcı değişkenler korelasyon matrisinin köşegen elemanlarına pozitif sabitlerin eklenmesindeki amaç, matris şartlı sayısının önemli ölçüde küçültülmesidir. $k^*$, 0 ile 1 arasında değerler alabilen ridge parametresidir. k=0 için ridge çözümü basit en küçük kareler çözümüne eşdeğer olduğundan ridge tahmini EKK tahminin bir doğrusal dönüşümü olarak ifade edilebilir.

Buna göre ridge kestiricisi, EKK kestiricisiyle ilgili olarak şu biçimde gösterilebilir.

$$\hat{\beta} = ( X'X )^{-1} X'X$$

$$\hat{\beta}(k^*) = \left(X'X + k^* I\right)^{-1} X'Y \text{ ve } X'Y = ( X'X )\hat{\beta}$$ olduğundan,

---

72 Vitay MAHAJAN, Arun K. JAIN, Michel BERGIER, "Parameter Estimation in Marketing Models in Application of Ridge Regression" Journal of Marketing Research, Vol.14, 1977, s.587.

73 İMİR, A.g.e.,

$\hat{\beta}(k^*) = (X'X + k^*I)^{-1} X'X\,\hat{\beta}$ elde edilir. Buradan $\hat{\beta}(k^*) = Z\,\hat{\beta}$ tanımlaması yapılırsa, $k^* = 0$ için $\hat{\beta}(k^*) = \hat{\beta}$ olacağında ridge kestiricisi EKK kestiricisine eşit olur.

### 2.1. Ridge Kestiricisinin Yanlı Olması

$\hat{\beta}(k^*)$ : ridge kestiricisi yanlıdır. Yanlılık,

$(X'X) = D'\wedge D = Z\,\hat{\beta}$ dönüştürülürse,

$Z = (X'X + k^*I)^{-1} X'X = D'\,\mathrm{Diag}(\delta_i)\,D$ olarak gösterilir.

D : X'X matrisinin özvektörlerinin ortogonal matrisi

$\wedge$ : X'X matrisinin özdeğerlerinin diagonal matrisi

$$\delta_i = \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k^*)^{-1}} = \text{ dır.}$$

$$\hat{\beta}(k^*) = D'\,\mathrm{Diag}(\delta_i)\,D * \hat{\beta} = Z * \hat{\beta}$$

$k^* = 0$ için $\hat{\beta} = \hat{\beta}(k^*)$ olduğunu daha önce ifade edildi. $k^* > 0$ için $\hat{\beta} \neq \hat{\beta}(k^*)$ dir ve $\hat{\beta}(k^*)$ sıfır vektörüne dönüşeceğinden yanlı bir kestiricidir.

### 2.2. Ridge Kestiricisinin Hata Kareler Toplamının Minimum Olması

$\hat{\beta}$ ve $\hat{\beta}(k^*)$ kestiricilerinin hata kareler toplamlarını karşılamak üzere $\hat{\beta}$' nın $\beta$' ya karesel uzaklığı;

$$L_1^2 = \left(\hat{\beta}(k^*) - \beta\right)'\left(\hat{\beta}(k^*) - \beta\right)$$

$$E\left(L_1^2\right) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^{-1}$$

$$E\left(L_1^2(k^*)\right) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j \left(1 + k^*\right) + k^* \beta'\left(X'X + k^*I\right)^{-2}\beta$$

olur ve buradan,

$$E\left(L_1^2(k^*)\right) < E\left(L_1^2\right)$$

olacak biçimde bir $k^*>0$ sayısının her zaman bulunabileceğini kanıtlamışlardır [74].

Yani, çoklu bağlantı varlığına ridge regresyon yöntemiyle kestirim yapıldığında hata kareler toplamı EKK yöntemine göre daha küçüktür [75].

## 3. RİDGE KESTİRİCİSİNİN HATA KARELER ORTALAMASI

Ridge kestiricisinin hata kareler ortalaması (MSE),

$$MSE\left[\hat{\beta}(k^*)\right] = E\left[\hat{\beta}(k^*) - \beta\right]^2 = V\left[\hat{\beta}(k^*) + E\left[\hat{\beta}(k^*) - \beta\right]\right]$$ [76].

veya

$$MSE\left[\hat{\beta}(k^*)\right] = \text{Varsayansların toplamı} + \text{Yanlılık}^2$$

Yanlılık terimi;

$$\text{Yanlılık}\left(\hat{\beta}(k^*)\right) = E\left(\hat{\beta}(k^*)\right) - \beta = k\left(X'X + k^*I\right)^{-1}\left(\beta^{(1)}\right)$$

$$MSE\left(\hat{\beta}(k^*)\right) = \sigma^2\, \text{İz}\left(X'X + k^*I\right)^{-1}\left(X'X\right) + k^2\beta'\left(X'X + k^*I\right)^{-1}\beta$$

$$= \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j/\left(l_j + k^*\right)^2 + k^{*2}\,\beta'\left(X'X + k^*I\right)^{-2}\beta = \gamma_1(k^*) + \beta\,\gamma_2(k^*)$$ [77].

---

74 ERAR, A.g.e., s.44.

75 İMİR, A.g.e., s.42.

76 HRISHIKESH D., Vinod AMAN ULLAH, Recent Advances in Regression Method, New York and Basell, 1981, s.173.

77 BANAR Jee Car "A Comment as Ridge Regression Biased Estimation For Non Orthogonal Problems", **Tecnometrics** Vol. 13 No.4, 1971, s.897.

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_j$ X'X matrisinin özdeğerleri hata kareler ortalaması varyansların toplamı ve (sapmaların yanlılığı) karesi ile belirlenir.

### 3.1. Ridge Kestiricisi Varyansı ve Yanlılığı

Çoklu bağlantı durumunda sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesinde ridge regresyon uygulanıyor ise, ridge kestiricisinin varyansının ne yönde gelişme gösterdiği bilinmesi gerekir.

$\gamma_1(k^*)$ katsayısı kestirimlerin varyanslarının toplamı olduğunu bir önceki konuda açıkladık.

$$\hat{\beta}(k^*) = Z\hat{\beta} = Z(X'X)^{-1}X'Y$$

olduğu bilindiğine göre,

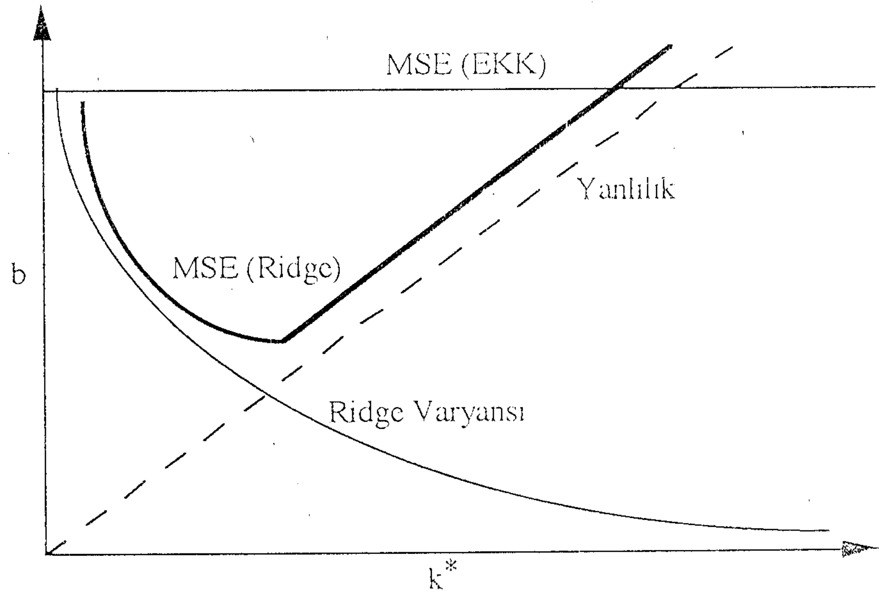
$$\text{Var}\left[\hat{\beta}(k^*)\right] = Z\,(X'X)^{-1}X'\ \text{Var}\,(Y)\,X\,(X'X)^{-1}\,Z'$$

Tüm $\hat{\beta}_j(k^*)$ ların varyansları toplamı $\text{Var}\left[\hat{\beta}_j(k^*)\right]$ matrisinin köşegen elemanları toplamıdır.

$\gamma_1(k^*)$ eşitliği , Ridge regresyon kestirim yapıldığında oluşan yanlılığı gösterir.

### 3.2. Varyans, Yanlılık ve $k^*$ Arasındaki İlişki

Varyans, yanlılık ve k arasındaki ilişki Şekil 2.1'de gösterilmeye çalışılmaktadır. Şekilde En Küçük Kareler varyansı, hata kareler ortalamasına eşittir ve $k^*$'dan etkilenmediği için yatay doğru ile temsil edilmiştir. Diğer iki koyu eğri sırasıyla ridge regresyon elde edilen tahminlerin varyansları toplanımı sapmanın karesini temsil etmektedir. Görüleceği gibi $k^*$ artarken, ridge'nin varyansı azalmakta, yanlılık artmaktadır. Şekil üzerinde kesikli çizgi ile temsil edilen , ridge tahmini yönteminin hata kareler ortalaması $\text{MSE}\left[\hat{\beta}(k^*)\right]$ optimal $k^*$ da minimum değerini almaktadır ve sonra tekrar beklenildiği gibi EKK hata kareler ortalamasını $\{MSE(\beta)\}$ geçmektedir. Böylece, küçük bir sapmaya göz yumularak tahminin artık kareler ortalamasında meydana gelen az bir artışa karşılık, varyansda kayda değer bir azalma sağlanabilecek $k^*$ değerinin seçilmesi mümkün olabilecektir [78].




**Şekil: 2.1. Varyans Yanlılık ve Ridge Parametresi Arasındaki İlişki**

Ridge tahmincisi ile EKK tahmincisi arasındaki ilişki,

$$\hat{\beta}(k^*) = Z(k^*)(X'X)^{-1}X'Y$$

$$\mathrm{Var}\left[\hat{\beta}(k^*)\right] = Z(k^*)(X'X)^{-1}X'\ \mathrm{Var}(Y)\ X(X'X)^{-1}Z = s^2 Z(k^*)(X'X)Z_k$$

### 3.3. Ridge Kestiricisinin Kanonik Değeri

Ridge regresyon orjinal açıklayıcı değişkenler yerine onların birbiriyle ilişkisiz olan temel bileşenlerinin kullanılmasıyla daha basit olarak açıklanabilir [79].

---

78 HOERL and KENNARD, A.g.e. (1970 a), s.61.

79 DARLINGTON, R.B. "Multiple Regression in Psychological Research and Practice", Phchological Bulletin, 1968, s.161.

Ridge kestiricisinin $\widehat{\beta}_j(k^*)$ ilişkisiz bileşenler biçimine dönüşümü aşağıdaki gibi yapılabilir.

$Z=XP$ ve $\alpha = \beta' \beta$ şeklinde tanımlanır. $\wedge = P'X'XP$ ile ifade edilen ,

$\wedge$ : $X'X$ matrisinin özdeğerlerinin diagonal matrisidir.

$P$ : $X'X$ matrisinin özdeğerlerine karşılık gelen özvektörlerin oluşturduğu bir matristir.

Buna göre $\alpha$'nın EKK tahmini,

$(Z'Z)\,\widehat{\alpha} = X'Y$ veya $\widehat{\alpha} = (Z'Z)\,Z'Y$ dir.

Bu kestiricinin orjinal parametrelere dönüştürme işlemi $\widehat{\beta} = P\,\widehat{\alpha}$ gerçekleştirilebilir. Benzer olarak ridge tahminine ilişkin bileşenler çözümü,

$$(\wedge + K)\,\alpha_r = Z'Y \text{ veya}$$

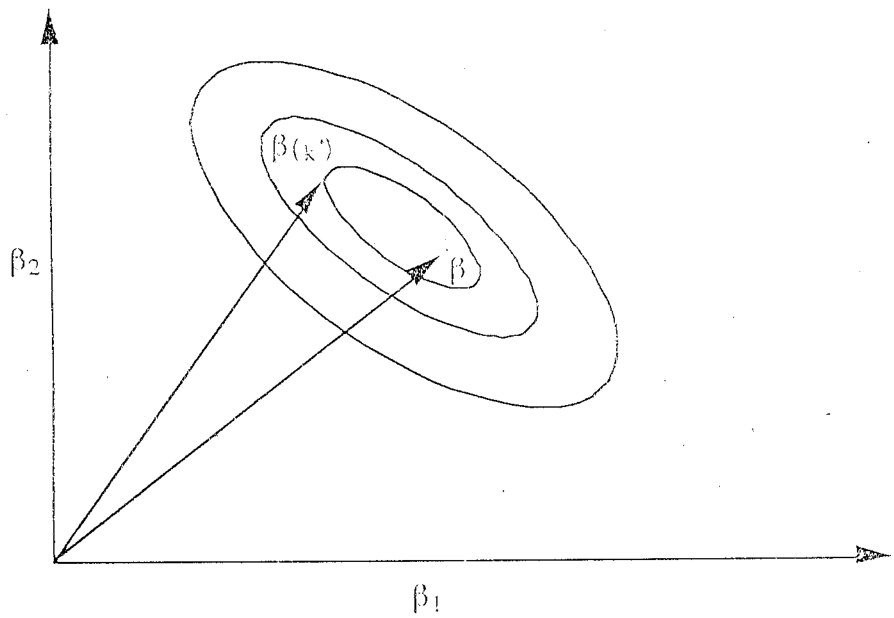
$$\alpha_r K^* = (\wedge + K)^{-1} Z'Y$$

K : Köşegen elemanları $k_1$, $k_1$, ..... , $k_K$ sabitleri olan bir köşegen matristir.

Buradan ilişkisiz bileşenler tahmini orjinal ridge katsayılarına aşağıdaki gibi dönüştürebilir. $\widehat{\beta}(k^*) = P\widehat{\alpha}K^*$

### 3.4. Ridge Regresyonun Geometrik Anlamı

Şekil 2.2'de iki açıklayıcı değişken örneğinde ridge regresyonun geometrik anlamını göstermektedir. $\beta$ , EKK çözümüne karşılık gelen elipsoidlerin merkezidir ve burada artık kareler toplamı minimum değer alır. Küçük elips ise, artık kareler toplamının minimum daha büyük bir değerde , sabit olduğu $\beta_1\beta_2$ düzlemi üzerindeki noktaların hattını temsil etmektedir. Dolayısıyla $\beta(k^*)$ ridge tahmini, küçük elipsle temsil edilen değere eşit bir artık kare toplamını veren ve bunların içinde orijine göre en kısa olan vektördür.




**Şekil: 2.2. Ridge Regresyonun Geometrik Anlamı**

## 3.5 .Ridge Kestiricisinin Hata Kareler Ortalamasina İlişkin Teoremler

Hoerl ve Kennard' a [1970a] göre, çoklu bağlantı durumunda kestirim yaparken ridge regresyon yönteminin kullanılması, varyansı en küçüklemesine rağmen yanlılığın arttırdığını belirtmiştir ve bu özellikleri şu teoremlerle açıklamışlardır.

**Teorem 1:** $\gamma_1(k^*)$ toplam varyans,$k^*$'ın sürekli ve düzgün azalan bir fonksiyondur.

Bu teoremin orjinal ispatı, 1970'de Hoerl ve Kennard tarafından geliştirilmiştir. Bu ispat'ta toplam varyansını k'ya göre türevlemeyi esas alır. $k^* \to 0$ iken varyansın türevi $-\infty$ olmaktadır. En küçük karelerin, hatá kareler ortalamaların hata terimlerini azaltacak şekilde kesin pozitif $k^*$ değerleri bulunmaktadır. İspatı yazmak yerine k için kabul edilebilir aralığı yazarsak $0 < k < k_{max}$ şeklinde olacaktır [80].

Toplam varyansın $k^*$ ilişkin $\gamma(k^*)$ birinci türev $k^* \to 0^+$ ve $\lambda_k \to 0$ iken $-\infty$'a yaklaşmaktadır. $\gamma_1(k^*)$ toplam varyans $k^* = 0$ dan $k^* = 1$ 'e doğru artarken belli bir $k^*$ değerine kadar azalmakta, sonra bu azalma yavaşlamaktadır.

80 HRISHIKESH, D., Vinod, AMAN ULLAH, A.g.e., s.175.

**Teorem 2:** $\gamma_2(k^*)$ tek yönlü sapmanın karesi, $k^*$' nın sürekli ve düzgün artan bir fonksiyondur.

$$\gamma_2(k^*) = k^{*2}\,\beta'(X'X + k^*\, I)^{-2}\,\beta \text{ dır.}$$

$\Lambda$, $(X'X)$ matrisinin özdeğerler matrisi ve $(X'X) = D'D$ dik dönüşümü sonucu,

$$\gamma_2(k^*) = \frac{k^{*2}\sum_{i=1}^{k} a_i^2}{(\lambda_i + k^*)^2} \text{ olur.}$$

$\alpha = D^*B$ dir.

Her i için $\lambda_i \geq 0$ $k^* \geq 0$ olduğundan $(\lambda_i + k^*)$ elemanı pozitif değer alır ve toplam tekillik yoktur $\gamma_2(0) = 0$ dır. Bu nedenle $\gamma_2(k^*)$, $k^*$' nın sürekli bir fonksiyonudur ve $k^*>0$ için

$$\gamma_2(k^*) = \frac{\sum_{i=1}^{k} \alpha_i^2}{[1 + (\lambda_i / k^*)]^2}$$

yazılabilmektedir. $\lambda_i > 0$ olduğundan $\lambda_i / k^*$ fonksiyonu $k^*$ artarken düzgün olarak azalmaktadır. $\gamma_2(k^*)$ düzgün artan bir fonksiyondur.

$\gamma_2(k^*)$ bir üst sınır $\beta'\beta$'ya yaklaşmaktadır.

$$\lim (k^*) = \infty \qquad \gamma_2(k^*) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i^2 = \alpha'\alpha = \beta' D' D\beta = \beta'\beta \text{ olur.}$$

Yani sapmanın alabileceği en büyük değer, parametrenin gerçek değerinin karesidir.

İkinci teoreme ait diğer sonuç, $\gamma_2(k^*)$' in türevinin $k^* \to 0$ için sıfıra yaklaşmıştır.

$$\gamma_2'(k^*) = \frac{2k^*\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \alpha_i^2}{(\lambda_i + k^*)^3}$$

$k^* > 0$ ise $\gamma_2'(k^*) = 0$ dır. EKK yöntemiyle yapılan kestirimlere eşit olduğundan, çoklu bağlantılı modellerde EKK yönteminde katsayıların kararsızlık göstermesine karşın sapma sıfırdır [81].

## 4. UYGUN RİDGE PARAMETRESİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER

### 4.1. Ridge Parametresinin Seçimi

Hoerl ve Kennard (1970b) uygun Ridge Parametresi $k^*$ ' nın yalnız tek bir değer olmadığını ancak EKK için $\hat{\beta}$' dan daha iyi olan $\hat{\beta}(k^*)$ olacağını Marquart ve Snee (1975)' de bunun uygulamada sorun yaratmakla birlikte çıkarsamada karışıklık yaratacağını belirtmişlerdir. Gunst ve Mason (1977), $\sigma^2$' nın küçük olduğu çoklu bağıntılı verilerde $k^*$' ın 0.198-0.272 arasında değişşebileceğine değinmişlerdir; $k^*$' ın dağılımının $\beta\beta / \sigma^2$ büyük olduğu durumlarda j biçimli dağılım, öteki durumlarda $\chi^2$ dağılımı olduğunu öne sürmüşlerdir. $k^*$'ın seçimine ilişkin öneriler aşağıda açıklanmıştır.

#### 4.1.1. Ridge İzi

Ridge regresyonun en büyük avantajlarından biri, hangi katsayılarının, üzerinde çalışılan veri için hassasiyet gösterdiği araştırmacının anlamasına yardımcı olan "Ridge İzi" (Ridge Tracel" olarak adlandırılan grafiksel gösterimi sağlamasıdır. Hoerl ve Kennard $\beta(k^*)$ vektörünü elde etmenin en iyi yaklaşımının ridge izi olduğunu ileri sürmüşlerdir. Ridge izi, herbir regresyon katsayısının $k^*$' ın muhtelif değerlerine karşılık gelen değerlerinin grafiksel gösterimidir. Bu grafiksel gösterimde dikkat edilmesi gereken bir husus karışıklığa meydan vermemek için 10'dan fazla regresyon katsayısının grafiksel gösterime dahil edilmemesidir [82]. Ridge izi yaklaşımıyla regresyon katsayılarının sabitleştiği noktadaki $k^*$ Değeri yani her $\beta_{j(k^*)}$ in çizilen eğrileri yatay eksene paralel olmaya başladıkları nokta seçilir [83]. $k^*$' in seçiminde dikkat edilmesi gereken noktadır.

---

81 İMİR, A.g.e., s.46.

82 MARQUARDT, SNEE, A.g.e, s.12.

83 İMİR. A.g.e., s.47.

1) Seçilen $k^*$' da ssistem sabitleşmeli ve bir ortogonal sistem özelliklerini taşımalıdır.

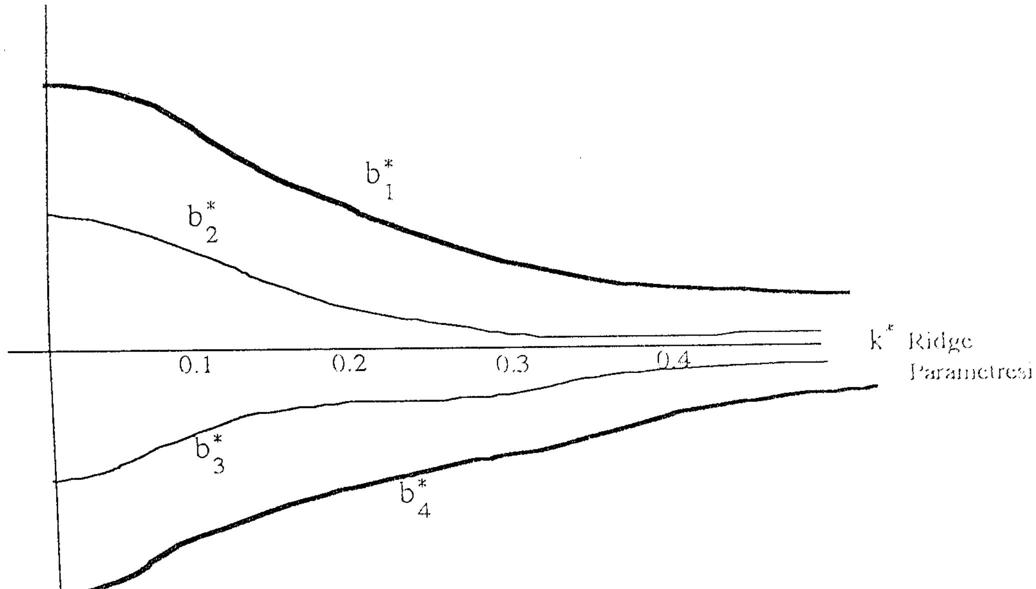
2) Regresyon katsayıları, bağımlı değişken üzerindeki kısmi değişimi temsil ettikleri için mutlak değerce makul büyüklüğe sahip olmalıdır.

3) Beklentiye göre $k^*=0$ iken yanlış işarete sahip olduğu düşünülen katsayılar, uygun k için işaret değiştirmiş olmalıdır.

4) Artık kareler toplamı makul karşılaşmıyacak büyüklüğe çıkartılmalı yani artık kareler toplamı minimum değerinden daha fazla uzaklaşmamalıdır.

Ridge izinin olumlu yanı, uygulamaya yönelik ve gözlenen veriye dayalı oluşudur[84]. Analizde "sabitleşme noktası" kavramsal kriterlere göre değil, araştırmacının beklentileri doğrustusunda hazırladığı tasarıma bağlı olarak belirlenir.

Ridge izi ile $k^*$' ın belirlenmesine ilişkin şekil aşağıda görülmektedir.




Şekil: 2.3. Ridge İzi

84 R.H. MYERS, Classical and Modern Regression with Applications, Duxbury Press, Boston, 1986, s.37.

### 4.1.2. Genelleştirilmiş (Generalized) Ridge Tahmini

Hoerl ve Kennard (1970a) optimum bir $k^*$ değeri kullanarak ridge izi için alternatif bir yöntem geliştirdiler. Genelleştirilmiş ridge tahmin yöntemi olarak adlandırılan yöntemde regresyon katsayıları aşağıdaki gibi tahmin edilir.

$$\hat{\alpha}_r = \left[(X^*)'*(X^*) + K\right]^{-1}*(X^*)'Y$$

Burada K, köşegen elemanları $k^*$ olan (j=1,2, ..... , p) pxp'inci dereceden köşegen bir matristir.

Bu yöntemde $X^*$ olarak tanımlanmış her bir temel bileşen için ayrı ayrı $k^*$ değeri aranmaktadır.

$(L_1)^2 = \left(\hat{\alpha}_r' - \alpha\right)'\left(\hat{\alpha}_r - \alpha\right)$ tanımından dolayı, $k^*$ için optimum değeri $k_j^* = \sigma^2 / \alpha_j^2$ olacağı gösterilebilir. Anakütle parametreleri bilinmediğinden dolayı $k_j^*$ 'nin optimum değerini bulabilmek için örnekten elde edilen kestirimlerin bu parametrelerin yerine kullanılır. Böylece $k_j^* = \hat{\sigma}^2 / \hat{\alpha}_j$ olarak tanımlanır ve burada $\hat{\beta}(k^*)$ elde edilir.

Ridge parametresinin uygulamada bu formüllerle hesaplanabilmesi için $\hat{\alpha}_j$ temel bileşen bir kestiricisinin elde edilmesi gerekir[85].

$y = x\beta + \varepsilon$ modeli

B: $B'X'XB=0$ olacak şekilde bir ortagonal matrisidir.

$D = X'X$ matrisinin özvektörlerinin ortogonal matrisidir.

$X^* = XB$ ve $\alpha = B'B$ olmak üzere.

$y_s = X^*\alpha + \varepsilon$

$y_s$ : standartlaştırılmış bağımlı değişken vektörü.

$\alpha_j$ : parametre vektörü

---

85 İMİR, A.g.e., s.49.

$\alpha$'nın ridge kestiricisi

$$\hat{\alpha}_j(k^*) = (0 + k^* I)^{-1} (X^*)^{-1}_{;} Y$$

veya

$$\hat{\alpha}_j(k^*) = \frac{\lambda_j}{\lambda_j + k^*} * \hat{\alpha}_j \quad (j=1,2, \ldots\ldots, p)$$

olarak elde edilir.

$\lambda_j$ : X'X matrisinin özdeğerleri

$\hat{\sigma}^2$ = Artık Kareler Toplamı / (n - p) = 1 - $\hat{\alpha}(0)^*(x^*)^* y$ / (n - p) dır.

$(X'X)$ matrisi simetrik bir matris olduğu için bilindiğine göre;

$\wedge$ matrisi $\wedge = D'X'XD$ ile.bulunur. $(D'D = 1)$ olan bir matristir.

$X^* = X^*B$ ve $\alpha = B'B$ olmak üzere

$Y = X\beta + \varepsilon$ doğrusal modeli

$Y = X^* D'DX^* + \varepsilon$ veya

$Y = X^*\alpha + \varepsilon$ şeklini alır. Öyleyse kanonik biçiminde.

Genelleştirilmiş ridge tahmini çözümü

$(\wedge + K)^{-1} \hat{\alpha}_j(k^*) = X^* Y$ dır.

$\hat{\alpha}_j(k^*) = (X^{*\prime} X^* + K)^{-1} * X^* Y$ olur.

Buradan K, köşegen elemanları $k_1$, $k_2$, $k_3$, ..... , $k_p$' lerden oluşan bir köşegen matristir. Orjinal parametreler cinsinden genelleştirilmiş ridge tahmininin hata kareler ortalaması,

$$MSE\left(\hat{\beta}(k^*)\right) = E\left[\left(\hat{\beta}(k^*) - \beta\right)' \left(\hat{\beta}(k^*) - \beta\right)\right] = E\left[\left(\hat{\alpha}_r - \alpha\right)' \left(\hat{\alpha}_r - \alpha\right)\right] = \sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{\delta_j}{\left(\delta_j + k_j^*\right)^2} + \frac{\delta_j^* k_j^*}{\left(\delta_j + k_j^*\right)^2}$$

Hata kareler ortalamasının $k_j$'ye göre minimum yapılması ile ,

$$k_j^* = \frac{\sigma^2}{\alpha_j^2} \quad j=1,2, \ldots\ldots, p$$

olmak üzere uygun $k_j^*$'ler bulunur. Ancak bu sapma parametreleri bilinmeyen $\sigma^2$ ve $\alpha_j$ parametrelerine bağlıdır.

Bu yüzden Hoerl ve Kennard uygun $k_j^*$'leri tanımlamak için iteratif yaklaşıma başvurmuşlardır. Bu yaklaşıma göre EKK ile elde edilen örnek tahminleri ile,

$$k_j^*(0) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_j^2} \quad (j=1,2, \ldots\ldots , p)$$

bulunur. Bunlar ilk genelleştirilmiş ridge tahminlerinin bulunması aşağıdaki gibidir,

$$\hat{\hat{\alpha}}_{\beta(k^*)}(0) = (\Lambda - K^o)^2 * Z'Y$$

Buradan $K^o$, $k_1^o$, $k_2^o$, $k_3^o$, ..... , $k_p^o$ lerden oluşan köşegen bir matristir. Daha sonra bu tahminler uygun $k_j^*$ bulmak için kullanılır.

$$k_j^*(\Lambda) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\left(\hat{\hat{\alpha}}_{\beta(k^*)}(0)\right)_j^2} \quad (j=1,2, \ldots\ldots , p)$$

Bu kuramsal işleme parametre tahminlerinde sabitliğe erişilinceye kadar devam edilir. Parametrelerdeki sabitliğin bir ölçüsü olarak $\hat{\alpha}_{\beta(k^*)}(i)$ vektörünün uzunluğunun karesi alınabilir. Eğer $\hat{\hat{\alpha}}_{\beta(k^*)}$ miktarı $k_j$ i'inci iterasyonda (i-1) 'inci aldığı değerden anlamlı bir şekilde farklı bulunmuyorsa adımsal işleme son verilir ve son hesaplama $k_j^*$ 'lerde karar kılınır.

### 4.1.3.Yönlendirilmiş (Directed ) Ridge Tahmini

Yönlendirilmiş ridge tahmini olarak adlandırılan ve $(X'X)$ matrisinin köşegen elemanlarının hepsini değiştirmek yerine sadece, nispeten küçük özdeğerlere karşılık gelen köşegen elemanlarının değiştirilmesiyle gerçekleşen bir metoddur [86].

---

86 D.K. FUILK, J. L. MURPHY, Directed Ridge Regression Techniques in Cases of Multicalinearity Journal of American Statistical Association, 1975, s.767.

Ridge tahmininin bu düzenlemesi ,

$(X'X)$ 'in özdeğerleri ile $\hat{\alpha}_j$'nin en küçük kareler tahmini olan $\hat{\alpha}_j$'nin varyansı arasındaki ilişkiye dayanmaktadır.

Yönlendirilmiş ridge tahmini , genelleştirilmiş ridge tahminine çok benzemektedir. Bu tahmin yöntemine ilişkin,

1) $(X'X)$'in özvektörlerinin oluşturduğu P ortogonal matrisi bulunur.

2) $X^* = X^*P$ dönüşümünden e=Artık terim , $(e = \hat{Y} - Y)$

$\hat{\alpha}_j = \Lambda^{-1}X^*Y$ ve $\sigma^2 = e'e / (n - p)$ bulunur.

3) $k_j^*(0) = \hat{\sigma}^2 / \hat{\alpha}_j^2$ bulunur ve bu vektörün $\delta_j \geq \delta_m 10^{-c}$ şartını sağlayan özdeğerlerine karşılık gelen elemanları sıfıra aktarılır (c rastgele seçilen sabittir)

4) $k_j^*(0)$ ile 0 ilk yönlendirilmiş ridge tahminleri bulunur.

5) $k_j^*(1) = \hat{\sigma}^2 / \hat{\alpha}_{k_j^*}^2(1)^2$ $k_j^*$ ler tekrar hesaplanır. m ve m+1'inci adımlardan elde edilen tahmin arasında fark çok küçülünceye kadar işlem tekrarlanır.

6) 5'inci adımdaki koşula m'inci adımda ulaşılmazsa $\hat{\beta}_{k_j^*} = p^*\hat{\alpha}_{k_j^*}(m)$ ile orjinal yönlendirilmiş ridge tahminleri bulunur.

### 4.1.4. Basit (Ordinary) Ridge Tahmini

Bütün $k_j^*$'ler yerine yalnız $k^*$ değerini seçmek için önerilen başka bir yöntem Basit Ridge Tahmini yöntemidir. Bu yöntem de $k_j^*$'ler uygun bir biçimde birleştirilerek tüm katsayılar için yalnız $k^*$ sapma parametresi bulunur. Ön tahmin gücüne etkisi olmayan $\alpha_j$ çok büyük $k^*$ üreterek çok büyük sapmaya yol açacağı için uygun birleştirmede aritmatik ortalama yerine "harmonik ortalama" 'kullanılır.

$$\frac{1}{k^*} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}\left(1 / k_j^*\right)$$

(p= açıklayıcı değişken sayısı)

$$= \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}\left(\alpha_j / \sigma^2\right) = \frac{1}{p}*\frac{1}{\sigma^2}\sum_{j=1}^{p}\alpha_j^2 = \frac{1}{p*\sigma^2}*\alpha_j^{'}*\alpha_j = \frac{1}{p*\sigma^2}*\beta^{'}\beta$$

ve burada $k^* = \dfrac{p*\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}(k^*)'*\hat{\beta}(k^*)}$ ile ortak bir $k^*$ değeri elde edilecektir.

### 4.1.5. Varyans Büyütme Faktörü İle Ridge Tahmini

Ridge tahmini en iyi $k^*$ değerinin seçilebilmesi için önerilen diğer yöntem Marquardt ve Snee tarafından belirlenen varyans büyütme faktörünü kullanarak gerçekleştirilebilir. Varyans büyütme faktörü VBF'nın 1 ile 10 arasındaki değerine karşı gelen bir $k^*$ değerinin seçilebileceğini belirtmişlerdir ve genellikle uygulamada VBF' nın 7 ve civarındaki değerlerine karşılık gelen $k^*$ değeri benimsenmektedir [87].

## 5. RİDGE REGRESYONDA DEĞİŞKEN SEÇİMİ

Hoerl ve Kennard, ridge izi yardımıyla değişken seçiminde aşağıdaki yolu önermişlerdir:

a) Ridge izinde kararlı ve kararsız katsayılardan $k^*$ arttıkça sıfıra yaklaşanlarına karşılık gelen değişkenler modelden çıkartılır.

b) Kalan değişkenleri içeren altkümenin ridge izinde yine kararsız katsayılar varsa bunlardan bir ya da bir çoğu çıkartılır.

Hoerl ve Kennard (1970b), elde edilen altkümenin dik bir küme ile karşılaştırılmasını da önermişlerdir. Chatterjee ve Price, $k^*$'a bağlı katsayıların karesel uzunluklarını dik durumda,

$\sum_{j=1}^{p} \beta_{EK_j}^{2} / \left(1 + k_j^*\right)^2$ ile, altkümede de $\sum_{j=1}^{p} \beta_{RR_j}^{2}$ ile vererek bunların $k^*$' a karşı çizimlerinin bu karşılaştırmada kullanıldığını belirtmişlerdir. Yazarlara göre, eğer

87 MARQUARDT, SNEE, A.g.e, s.9.

aynı çizge üzerindeki iki çizgi özdeş ise altküme uygundur, değilse yeni değişkenler çıkartılarak işlemler sürdürülür (Chatterjee ve Price, 1977).

McDonald ve Schwing, hava kirliliği verileri üzerinde Ridge Regresyon'da ridge izi ve $C_p$ seçim işlemlerini karşılaştırmışlar, ridge izi ile seçilen altkümenin daha iyi olduğunu ancak $R^2$' sinin düşük bulunduğu belirtmişlerdir. Hocking, EKK için kullanılan seçim ölçütleri ve adımsal tekniklerin Ridge Regresyon'da uygulanabileceğini öne sürmüştür. Ancak buradaki sorunun her altküme için $k^*$'ın hesaplanması olduğuna değinen Hocking, tüm olası altkümeler için $k^*$'ın aynı değerinin kullanımını önermiştir. Weisberg (1980, s.209) de alt kümede, tam kümeden bulunan $k^*$'ın kullanımına değinmiştir.

Thompson, ridge izi ile değişken seçimini, özel bir seçim ölçütü olmayışı ve değişkenlerin önemliliğine yalnızca önkestirim güçleri ile karar verildiğini belirterek eleştirmiştir [88].

Çalışmamızın üçüncü bölümünde, ikinci bölümde açıklanan Ridge Regresyon yöntemi Tofaş firmasının otomobil talebi analizi uygulamasında kullanılacaktır.

88 ERAR, A.g.e., s.47.

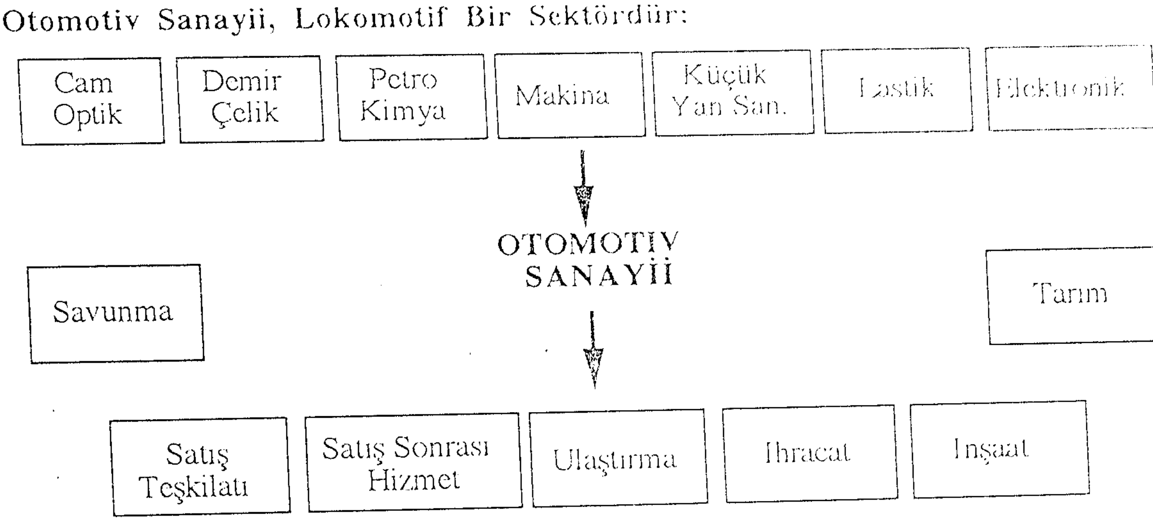
# ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

# RİDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN TOFAŞ OTOMOBİL SANAYİ TALEP MİKTARI ANALİZİNDE KULLANILMASINA İLİŞKİN UYGULAMA DENEMESİ (1975-1994)

## 1. TOFAŞ OTOMOBİL SANAYİ TALEP MİKTARI ANALİZİNİN ÖNEMİ

Otomotiv sektörü, otomotiv üreticisi diğer tüm ülkelerde olduğu gibi Türkiye'de de hammadde ve parca üreten sanayi ile pazarlama satış ve servis ağı, banka ve sigorta gibi hizmet sektörlerinin gelişmesinde lokomotif görevi yapan bir sektördür. Şekil:3.1'de de görüldüğü gibi, otomotiv üretiminde demir-çelik, lastik-plastik, elektronik ve cam gibi temel sanayilerin ürettiği hammaddeler kullanılmaktadır. Otomotiv sanayii ürünleri aynı zamanda tarım, inşaat, turizm ve taşımacılık sektörleri için temel yatırım mallarını oluşturmaktadır.

**Otomotiv Sanayii, Lokomotif Bir Sektördür:**




**Şekil 3.1 Otomotiv Sanayiinin Türk Ekonomisindeki Yeri**

Otomotiv sanayii teknik entegrasyonun gereği lisansör firmalar tarafından geliştirilen en son ürün ve üretim teknolojilerini kullanmaktadır.

Bu niteliği ile ülkedeki diğer sektörlerde de teknolojik gelişmenin önderi durumunda bulunmaktadır. Bu nedenle sektör, aynı zamanda savunma ve uçak sanayii gibi yüksek teknoloji gerektiren sektörlerinde alt yapısını oluşturmaktadır [89].

Otomotiv sanayii içerisinde yer alan otomobil sanayi, yarattığı istihdam ve ekonomiye olan katkısı ile otomotiv sanayiinin bel kemiği durumundadır. Türk otomobil sanayi içerisinde yer alan Tofaş Firması da otomobil talep miktarı ile konumuza model oluşturacaktır.

Yaklaşık 50 yıldır gümrük duvarları arkasında kurulan ve gelişen Türk otomobil sanayii hem Avrupa Birliği ülkeleri hemde gelişmiş diğer ülkelerle rekabet etmek zorunda kalacaktır.

Türkiye'nin Avrupa Birliği ile Gümrük Birliğine girmesiyle birlikte, Türk Otomotiv sektöründen daha ileri üretim teknolojisi ile çalışan Avrupa Birliği Otomotiv Sektörüyle yoğun bir rekabetle karşı karşıya kalacağı bellidir. Bu nedenle Avrupalı otomobil devleri ile rekabete girecek olan Türk Otomobil Sektörü ile ilgili olarak Brüksel'de Avrupa Birliği Ortaklık Konseyi'nde 6 Mart 1995 tarihinde bir takım düzenlemeler getirilmiştir.

1) Otomotiv Sanayii nihai ürünleri (CBU araçlar) üçüncü ülkelere karşı 1.1.2001 yılına kadar Ortak Gümrük Tarifesi uyumunda muaf tutulmuşlardır. Bu çerçevede Avrupa Birliği dışı için öngörülen mevcut gümrük oranlarının bu tarihe kadar sürdürülmesi ardından AB'nin uygulayacağı Ortak Gümrük Tarifesi seviyelerine düşürülmesi beklenmektedir.

2) Otomotiv sanayii açısından önemli bir tehdit unsuru olan 2. el araçların ithali konusu belirli bir süre için 1994 ithalat rejimi kapsamındaki kısıtlamalar çerçevesinde düzenlenmeye devam etmiştir.

---

89 TEZER, A.g.e., 1994, s.30.

3) Avrupa Birliği standartlarına uyum için 5 yıllık bir geçiş dönemi öngörmekle birlikte mevcut A.İ.T.M. Yönetmeliğinin Avrupa Birliği ülkelerine karşı ticarette teknik engel yaratılmak üzere kullanımının önüne geçilebilmesi için Türkiye'ye yapılacak ithalatta ve Türkiye'den AT ülkelerine yapılacak ihracatta Topluluk düzenlemelerine derhal uyum öngörülmüştür.

4) Türkiye'nin Otomotiv Sanayii itibarı ile Ortak Ticaret Politikası'nın uygulama kapsamanının dışında kalması gerekçesine bağlı olarak, Türkiye'de üretim yapan Japon sermaye ortaklarının, Avrupa Birliği-Japon kota anlaşmasında trafik sapması yaratmasının önüne geçilmesi için müzakerelere devam edileceği, müzakerelerde bir netice alınamaması halinde, Avrupa Birliği'nin tek taraflı kısıtlama yapma keyfiyetini saklı tutacağı belirtilmiştir[90].

Yukarıdaki düzenlemeler ile Türk Otomobil Sanayii belirli bir süre daha korunacaktır.

Rekabet olayının diğer bir boyutu da Ortaklık Konseyi'nin aldığı kararları birinci maddesinde de görüldüğü gibi ortak gümrük tarifesinin düşük olması dolayısıyla Avrupa Birliği dışındaki ülkelerle de rekabetle karşı karşıya kalınmasıdır. Avrupa Birliği'nin diğer ülkelerden yapılan ithalata uyguladığı Ortak Gümrük Tarifesinin düşük seviyede olması Avrupa birliğine üye olmayan ABD ve Japonya'nın ihracatını artırabilecek ve özellikle bu ülkelerin otomotiv sanayii mamulleri ihracatı ile bugün Avrupa Birliği ülkeleri rekabette zorlanırken, Türk Otomobil Sanayii'nin bu ülkelerle rekabet etmesi sözkonusu olacaktır

Bu düzenlemeler ile Türk Otomobil Sanayii belli bir süre daha konulacaktır. Bu oluşacak rekabet ortamında Tofaş firması Avrupa'ya yaptığı günde 250 otomobil ihracatı ile Avrupa Birliği ülkeleri ile rekabet edebileceğini iddia etmektedir. Tofaş firması Türk Otomobil sanayinin en eski sektörlerinden birisidir. Oluşturulacak çoklu regresyon modelinde 20 yıllık verilerle çalışılacaktır. Bu amaçla Tofaş firması talep miktarı ile konumuza model oluşturacaktır.

90 OSD Dergisi, Şubat 1996, s.11.

Bu amaç doğrultusunda, Tofaş firmasına ilişkin ekonomik göstergeler ilerleyen konularda açıklanmıştır.

### 1.1. Tarihçesi

Kısa adı TOFAŞ olan Türk Otomobil Fabrikası Anonim Şirketi, İtalyan S.P.A lisansı ile binek otomobil üretmek amacıyla 2.5.1968 tarih ve 6/9910 sayılı kararname uyarınca kurulmuştur. Bursa Yalova yolu 10 nuncu kilometresinde bulunan fabrikanın temeli 13.4.1969 tarihinde atılmış; inşaat ve montaj işlemleri 22 ayda tamamlanarak 12.2.1971 tarihinde üretime başlamıştır.

### 1.2. Sermaye Dağılımı

Şirketin ödenmiş sermayesi 4.800.000.000.000 TL'dir. Ortaklara arasındaki sermaye dağılım şu şekildedir[91].

| Ortaklar | Sermaye Dağılımı |
|---|---|
| Koç Holding | 37.9 |
| Fiat Auto | 37.9 |
| Diğer | 24.2 |

### 1.3. Üretim Çeşitleri

Fabrika 12.2.1971 tarihinde Murat 124 modelinin üretimine başlamış ve bu modeli 1976 yılı sonuna kadar devam ettirmiştir. Bu dönem içerisinde 134.857 adet Murat 124 modeli otomobil üretilmiştir.

1977 yılından itibaren Murat 131 modelinin üretimine geçilmiştir. Bu modelin 1982 yılından itibaren 3 ayrı tipi piyasaya sunulmuştur. Lüks tipi olan Doğan 1982 yılı başlarında, binek tipi olan Şahin ve Station-Wagon tipi Kartal ise aynı yılın sonlarında

91 Tofaş Personel Müdürlüğü, Ocak 1996.

üretilmeye başlamıştır. Daha ucuz ve ekonomik bir otomobil olan Serçe gelir düzeyi sınırlı kesime hitap etmektedir. 1988 yılından itibaren 131 modeli üzerinde dizayn değişikliği yapılmıştır.

1977-1989 (Haziran) yılları arasında üretilen Murat 131 modeli sayısı 497.555'dir. Kuruluşta 1989 yılı Haziran ayına kadar üretilen toplam otomobil sayısı ise 632.412'dir.

1990 yılı Kasım ayından itibaren Tempra modelinin üretimine geçilmiştir. Bu model İtalyan Fiat S.p.A firmasıyla yapılan anlaşmalar sonucu gerçekleşmiştir.

### 1.4. Üretim Kapasitesi

TOFAŞ başlangıçta yılda 2000 adet binek otomobil üretmek amacıyla kurulmuş, yaptığı yatırımlarla kapasitesini 36.000 adete yükselmiştir. 1980'yi yıllar sonlarına doğru otomobile olan talebin artması sonucu kapasite iki katına yükseltilmiştir. 1992 yılından itibaren kapasitenin 100.000'in üzerine çıkarılması hedeflenmiş ve 1993 yılının sonunda 200.000'e yaklaşmıştır. Bu göstergeler Tablo: 3.1'de açıklanmıştır.

# Tablo: 3.1 Tofaş Firmasının Üretim Kapasitesi

| | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Serçe | 1097 | 1655 | 1250 | 1704 | 1880 | 837 | 5043 | 3824 | 5013 | 2176 |
| Şahin | 12988 | 17346 | 20968 | 20458 | 22206 | 37281 | 41657 | 56034 | 26757 | 48323 |
| Şahin D | | | | 517 | 136 | 312 | | | | |
| Şahin YM | | | | | | | | | 46811 | |
| Kartal | 6836 | 8962 | 11585 | 14954 | 17173 | 16448 | 14665 | 13843 | | 7675 |
| Kartal D | | | | 155 | 28 | 57 | | | | |
| Kartal L | | | | | 453 | 5292 | | | | |
| Kartal LX | | | | | | | 6408 | 9330 | | |
| Kartal SL | | | | | | | | | 119 | |
| Kartal SLX | | | | | | | | | 12545 | 4201 |
| Kartal YM | | | | | | | | | 10098 | |
| Doğan | 1097 | 14129 | 20998 | 21264 | 18564 | 2600 | 26241 | 43036 | | |
| Doğan S | | | | | | | | | 9 | 17475 |
| Doğan L | | | | | | | | | 1000 | |
| Doğan SL | | | | | | | | | 686 | |
| Doğan SLX | | | | | | | | | 62594 | 20266 |
| Tempra S | | | | | | | | | 3977 | 2605 |
| Tempra SX | | | | | | 442 | 6152 | 6789 | 6033 | 948 |
| Tempra SXA | | | | | | 143 | 5637 | 7255 | 9389 | 2555 |
| Tempra SXAK | | | | | | | 1578 | 1596 | 2639 | 665 |
| Tempra 2.0i | | | | | | | | 536 | 1563 | |
| Tempra 2.0i TN | | | | | | | | | | 469 |
| Tempra 2.0i TV | | | | | | | | | | 1 |
| Tempra 2.0i TM | | | | | | | | | | 481 |
| Tempra 2.0i TY | | | | | | | | | | 2 |
| Tempra SW 1.6 | | | | | | | | | | 532 |
| Tempra SW 1.6 AK | | | | | | | | | | 305 |
| Tempra SW 2.0i TA | | | | | | | | | | 277 |
| Tempra SW 2.0i TZ | | | | | | | | | | 3 |
| Tempra SW 2.0i | | | | | | | | | 3 | |
| Tempra SW | | | | | | | | | 436 | |
| Tempra SW AK | | | | | | | | | 123 | |
| Tipo S | | | | | | | | | 1004 | 3061 |
| Tipo SX | | | | | | | | | 334 | 2442 |
| Tipo SLX | | | | | | | | | 66 | 561 |
| Uno S | | | | | | | | | | 636 |

**Kaynak:** Tofaş Personel Müdürlüğü.

### 1.5. Yerli Üretim Katkı Oranı

Tofaş 1973 yılında %67, 1978 yılında %85 olan yerli katkı oranını 1983 yılında başlattığı yatırımlarla %95'e çıkarmıştır. Halen bir otomobil için gerekli ithal parça tutarı yaklaşık 350-400 dolar civarındadır

### 1.6. İhracatı

Tofaş'ın 1984-1994 yılları arasındaki ihracatı Tablo: 3.2'de verilmiştir. Komple araç ve araç dışı ihracatları ayrı ayrı gösterilmiştir.

Türk Cumhuriyetlerine kısıtlı miktarlarda başlayan ihracat, 1994 yılında Kuzey Afrika, Türk Cumhuriyetleri ve K.K.T.C'ne yapılan ihracatlar toplamı ile toplam 7480 adede ulaşmıştır. 1995 yılında ihracat yapılan ülkelere bayi teşkilatı kurulması amaçlanmaktadır. Yıl sonunda ihracat 300 milyon dolara ulaşmıştır. Bu miktarın 3/4' lük kesimi Avrupa'ya yapılan Tempra ihracatını kapsamaktadır. Tempra ihracatı, Mayıs 1995'te günde 250 adet Tempra ile başlamıştır[92].

### 1.7. Ödenen Vergi

1994 yılı toplam ödenen vergi 5.477.769.396.193 TL (Tüm vergiler dahil). 1994 yılı ücret olarak ödenen toplam tutar 1.139.576.993.433 TL (yalnız işçi ücretleri ve yükleri).

Cirosu, İstihdam Durumu, Hammadde ve Yan Sanayiye Ödemeleri, İthalatı ile ilgili bilgiler ilerleyen tablolarda gösterilmiştir.

---

92 Otomotiv 95, Haziran 1995, s.25.

Tablo: 3.2 Tofaş'ın 1984-1995 Yılları İhracatı

| Yıllar | Komple Araç | | Muhtelif Parça |
|---|---|---|---|
| | Adet | Değer (Dolar) | Değer (Dolar) |
| 1984 | 609 | 1,871,924 | 343,633 |
| 1985 | 708 | 2,086,946 | 963,560 |
| 1986 | 1,030 | 3,105,567 | 411,074 |
| 1987 | 1,178 | 3,976,877 | 330,478 |
| 1988 | 1,908 | 7,876,794 | 500,141 |
| 1989 | 616 | 2,805,209 | - |
| 1990 | 588 | 3,472,231 | - |
| 1991 | 2,849 | 18,853,898 | 575,377 |
| 1992 | 3,774 | 23,934,246 | 356,936 |
| 1993 | 5,264 | 31,312,729 | 810,725 |
| 1994 | 7,925 | 42,646,740 | 1,783,101 |
| 1995 | 28,795 | 2,090,076,572 | 5,166,007 |

**Kaynak:** Tofaş Personel Müdürlüğü.

Tablo: 3.3 Tofaş'ın 1983-1995 Yılları Ciroları

| Yıllar | Ciro (TL olarak) |
|---|---|
| 1983 | 26.500.994.135 |
| 1984 | 47.533.904.456 |
| 1985 | 67.469.581.693 |
| 1986 | 125.523.857.598 |
| 1987 | 245.345.771.828 |
| 1988 | 248.472.269.891 |
| 1989 | 819.755.944.500 |
| 1990 | 1.799.748.225.191 |
| 1991 | 3.391.428.993.693 |
| 1992 | 7.579.569.382.129 |
| 1993 | 18.085.850.878.645 |
| 1994 | 19.519.052.450.257 |
| 1995 | 41.522.967.032.501 |

**Kaynak:** Otomotiv Sanayii Derneği Tofaş Personel Müdürlüğü.

**Tablo:3.4 1973-1995 Yılları İstihdam Durumu**

| Yıllar | İdareci | İdareci | Mühendis | Memur | İşçi |
|---|---|---|---|---|---|
| 1973 | 7 | 1 | 12 | 302 | 1661 |
| 1974 | 7 | 1 | 12 | 349 | 1766 |
| 1975 | 7 | 1 | 14 | 358 | 1860 |
| 1976 | 7 | 1 | 12 | 353 | 1806 |
| 1977 | 7 | 1 | 12 | 310 | 1656 |
| 1978 | 7 | 5 | 16 | 300 | 1638 |
| 1979 | 7 | 5 | 16 | 308 | 1910 |
| 1980 | 7 | 5 | 13 | 234 | 1487 |
| 1981 | 9 | 5 | 13 | 226 | 1426 |
| 1982 | 8 | 5 | 18 | 226 | 1397 |
| 1983 | 8 | 5 | 24 | 225 | 1563 |
| 1984 | 8 | 4 | 33 | 238 | 1906 |
| 1985 | 8 | 3 | 38 | 249 | 2064 |
| 1986 | 8 | 3 | 42 | 284 | 2894 |
| 1987 | 8 | 4 | 50 | 306 | 3650 |
| 1988 | 8 | 4 | 71 | 310 | 3552 |
| 1989 | 8 | 4 | 73 | 333 | 4514 |
| 1990 | 8 | 4 | 112 | 387 | 5595 |
| 1991 | 8 | 4 | 138 | 420 | 6149 |
| 1992 | 8 | 4 | 164 | 479 | 7425 |
| 1993 | 7 | 8 | 186 | 520 | 8104 |
| 1994 | 7 | 7 | 238 | 464 | 4924 |
| 1995 | 8 | 11 | 261 | 436 | 4906 |

**Kaynak:** Tofaş Personel Müdürlüğü

**Tablo: 3.5 Hammadde ve Yan Sanayiye Ödemeleri (1989-1994)**

| Yıllar | Tutar |
|---|---|
| 1989 | 440,406.192.377 |
| 1990 | 973.671.061.987 |
| 1991 | 1.661.631.018.760 |
| 1992 | 3.830.455.751.520 |
| 1993 | 8.939.495.977.788 |
| 1994 | 10.201.069.471.621 |

**Kaynak:** Tofaş Personel Müdürlüğü.

**Tablo: 3.6 1989-1994 Yılları İthalatı**

| Yıllar | Tutar |
|---|---|
| 1989 | 88.922.414.040 |
| 1990 | 192.016.261.967 |
| 1991 | 800.007.083.089 |
| 1992 | 1.404.246.861.905 |
| 1993 | 2.332.820.119.963 |
| 1994 | 2.943.259.509.088 |

**Kaynak:** Tofaş Personel Müdürlüğü

## 2. RİDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN TOFAŞ FİRMASININ OTOMOBİL TALEP MİKTARI ANALİZİNDE KULLANILMASINA İLİŞKİN UYGULAMA DENEMESİ (1975-1994)

Talep miktarı analizi yapılmadan önce talep ve talebi etkileyen faktörlere incelendiğinde;

Talep, belirli bir piyasada, belirli bir dönemde söz konusu malın fiyatı dışındaki faktörler sabitken, çeşitli fiyatlarda o maldan ne miktarlarda satın alınmak istendiğini ifade etmektedir[93].

93 Zeynel DİNLER, **Mikro Ekonomi**, Bursa, 1994, s.75.

Yukarıda talep tanımından anlaşılacağı gibi, herhangi bir maldan satın alınmak istenen miktar, öncelikle o malın fiyatına bağlıdır. Öte yandan, tanımda sözkonusu malın fiyatı dışında talebe etkileyen başka faktörlerde vardır ki bunlar;

- Diğer malların fiyatları
  İkame malların fiyatları
  Tamamlayıcı malların fiyatları

- Tüketicilerin gelir düzeyine ya da tüketime ayırdığı gelir miktarına bağlıdır[94].

Bunlara ek olarak tüketicilerin zevk ve tercihleri, gelir dağılımı, nüfus hacmi gibi faktörlerde ve talep miktarını etkileyen unsurlar içerisindedir. Ancak zevk ve tercihler bir değişken olmakla birlikte, bu değişken ölçülemeyeceği için, etkisi öteki değişkenlerin parametrelerin tümüyle değişme biçiminde talebe yansır. Bu nedenle, zevk ve tercihlerin önemli ölçüde değişmesi mümkün olduğunda, bunları dikkate almadan yapılacak tahminlerin önemli hatalar taşıyabileceği gözden uzak tutulmamalıdır.

Yapılan bu açıklamalar doğrultusunda, Tofaş otomobil talebi ile ilgili altı değişkenli modele yer verilecektir. Model,

$\hat{Y}=\hat{\beta}_o-\hat{\beta}_1x_1-\hat{\beta}_2x_2+\hat{\beta}_3x_3-\hat{\beta}_4x_4+\hat{\beta}_5x_5-\hat{\beta}_6x_6+\hat{\beta}_7x_7-\hat{\beta}_8x_8$ biçimindedir.

Modele alınan değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmaya çalışılmıştır.

**2.1. Y ,Tofaş Firması Otomobil Talebi**

Tofaş Firması otomobil talebi ile, çoklu regresyon modelinde bağımlı değişkeni oluşturmaktadır.

---

94 Ergül HAN, **İktisata Giriş**, Eskişehir, 1993, s.181.

## 2.2. $X_1$, Tofaş Firmasının Ortalama Satış Fiyatı

Talep edilen miktarı belirleyen, en önemli faktör ilgili malın fiyatıdır. Tofaş otomobillerine olan talep miktarında, açıklayan ilk bağımsız değişken Tofaş otomobillerinin satış fiyatı olarak belirlenmiştir.

## 2.3. $X_2$ ,Oyak-Renault Firmasının Ortalama Satış Fiyatı ($)

Talep edilen miktarı belirleyen, diğer önemli faktörde ikame malların fiyatıdır. Modelimizde, ikame mal fiyatı olarak, Oyak-Renault Firmasının ortalama satış fiyatı alınmıştır, sadece Oyak-Renault Firmasının ortalama satış fiyatının, modele alınmasının nedeni, oluşturulan çoklu regresyon modelinde 20 yıllık verilerle çalışıldığı için, ihtiyacımız olan verilerin sadece Oyak-Renault Firmasından elde edilmiş olması ve Oyak-Renault Firmasının, Tofaş Firmasının en büyük rakibi olmasıdır.

## 2.4. $X_3$, Yıllara Göre Ortalama Petrol Fiyatı ($)

Talep miktarını belirleyen diğer önemli faktör tamamlayıcı malların fiyatıdır. Oluşturulan modelde, otomobilin tamamlayıcı malı olarak petrol belirlenmiştir. Yıllık ortalama petrol fiyatı üçüncü bağımsız değişken olarak modele katılmıştır.

## 2.5. $X_4$ ,Yıllara Göre Kişi Başına Düşen Milli Gelir ($)

Talep miktarını belirleyen diğer bir faktör, tüketicilerin gelir düzeyi, gelir dağılımı ve tüketime ayırdığı miktarıdır. Oluşturulan modelde tüketicilerin 20 yıllık süreç içerisindeki gelir düzeyi, otomobil talebini açıklayan dördüncü bağımsız değişkeni oluşturmaktadır.

### 2.6. $X_5$, Yıllara Göre Ortalama Faiz Oranları

Otomobil toplumda bir yatırım aracı olarak görülmektedir. Tüketicilerin yatırımlarını yönlendiren en önemli etken olan faiz oranı, talep edilen otomobil miktarını belirleyen, diğer bir bağımsız değişken olarak modele dahil edilmiştir.

## 3. ÇOKLU DOĞRUSAL MODELİN BELİRLENMESİ

İncelemeye konu olan Tofaş Firmasının talep miktarını analiz etmeden önce en uygun model belirlenmektedir. Bağımlı değişkeni açıklayan bağımsız değişkenler birden fazladır. Talep miktarı, birden fazla sebebin ortak bir sonucu olarak ortaya çıkar. Tofaş Firmasının talep miktarını açıklayan bağımsız değişkenler birden fazla olması nedeni ile kurulacak model çoklu doğrusallıga sahip bir model olacaktır.

Bütün bu görüşler doğrultusunda altı değişkenli modelimiz,

$\hat{Y}=\hat{\beta}_o-\hat{\beta}_1X_1+\hat{\beta}_2X_2-\hat{\beta}_3X_3+\hat{\beta}_4X_4-\hat{\beta}_5X_5$ şeklinde olacaktır.

Modele alınan değişkenler;

Y: Tofaş Firması otomobil talebi

$X_1$:Tofaş Firmasının ortalama satış fiyatı ($)

$X_2$: Oyak-Renault Firmasının satış fiyatı ($)

$X_3$: Yıllara göre ortalama petrol fiyatı ($) Lt

$X_4$: Yıllara göre kişi başına düşen milli gelir ($)

$X_5$: Yıllara göre ortalama faiz oranları

Bu değişkenlere ait veriler Tablo 3.7 'de verilmiştir.

**Tablo: 3.7 Değişkenler İle İlgili Veriler (1975-1994)**

| Yıllar | Tofaş'ın Talep Miktarı | Tofaş'ın Ortalama Satış Fiyatı ($) | Renault'un Ortalama Satış Fiyatı ($) | Petrol $(Lt) | Kiş.Baş. Düş.Mil. Gel. ($) | Yıllık Faiz Oranları (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1975 | 29725 | 1009.2 | 1001.1 | 0.045 | 1184.0 | 9 |
| 1976 | 25931 | 1015.2 | 1012.7 | 0.06 | 1312.1 | 10 |
| 1977 | 19212 | 1116.8 | 1095.4 | 0.05 | 1466.8 | 11 |
| 1978 | 29758 | 1549.2 | 1321.3 | 0.11 | 1567.3 | 12 |
| 1979 | 21597 | 1801.8 | 1704.2 | 0.14 | 1876.8 | 20 |
| 1980 | 13300 | 1620.7 | 1699.3 | 0.12 | 1539.0 | 25 |
| 1981 | 12246 | 1486.3 | 1459.6 | 0.10 | 1570.1 | 30 |
| 1982 | 15338 | 3000.2 | 2910.3 | 0.35 | 1375.3 | 36 |
| 1983 | 20562 | 2005.2 | 2817.4 | 0.37 | 1263.8 | 35 |
| 1984 | 28683 | 1782.2 | 1574.7 | 0.42 | 1204.4 | 35 |
| 1985 | 30155 | 1990.1 | 1899.1 | 0.47 | 1329.7 | 41 |
| 1986 | 32875 | 3508.1 | 2005.2 | 0.59 | 1461.6 | 48 |
| 1987 | 45925 | 3706.9 | 3909.9 | 0.51 | 1635.8 | 50.6 |
| 1988 | 53178 | 3490.9 | 3785.6 | 0.495 | 1684.1 | 56.6 |
| 1989 | 89234 | 4002.9 | 4254.7 | 0.52 | 1959.2 | 53.2 |
| 1990 | 127431 | 6514.3 | 6757.4 | 0.57 | 2687.4 | 60 |
| 1991 | 165717 | 6273.0 | 6404.5 | 0.71 | 2619.7 | 72 |
| 1992 | 142243 | 5684.7 | 5803.8 | 0.75 | 2699.0 | 70 |
| 1993 | 196084 | 8384.0 | 8494.0 | 0.89 | 2883.3 | 74.2 |
| 1994 | 115662 | 3949.7 | 4005.3 | 0.9 | 2158.0 | 79.2 |

Çoklu doğrusal regresyon modelinde Tofaş Firması Otomobil talebi bağımlı değişken olarak yer almaktadır. Bu bağımlı değişken indeks olarak alındığı için modeldeki bağımsız değişkenlerle ilgili verilerinde 1975 yılı temel yıl olmak üzere indeks şeklinde alınmıştır. Tablo 3.8'de bu indeksler gösterilmiştir.

**Tablo:3.8 Değişkenlerle İlgili İndeksler (1975=100)**

| Y | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 100.0 | 100.0 | 100.0 | 100.0 | 100.0 | 100.0 |
| 87.2 | 100.6 | 101.2 | 133.3 | 110.8 | 111.1 |
| 64.6 | 110.7 | 109.4 | 111.1 | 123.9 | 122.2 |
| 100.1 | 153.5 | 132.0 | 244.4 | 132.4 | 133.3 |
| 72.7 | 178.5 | 170.2 | 311.1 | 158.5 | 222.2 |
| 44.7 | 160.6 | 169.7 | 266.7 | 130.0 | 277.8 |
| 41.2 | 147.3 | 145.8 | 222.2 | 132.6 | 333.3 |
| 51.6 | 297.3 | 290.7 | 777.8 | 116.2 | 400.0 |
| 69.5 | 198.7 | 157.3 | 822.2 | 106.7 | 388.9 |
| 96.5 | 179.6 | 189.7 | 933.3 | 101.7 | 388.9 |
| 101.4 | 197.2 | 200.3 | 1044.4 | 112.3 | 455.5 |
| 110.6 | 347.6 | 359.7 | 1088.9 | 123.4 | 533.3 |
| 154.5 | 367.3 | 390.6 | 1099.9 | 138.2 | 562.2 |
| 178.9 | 345.9 | 378.2 | 1155.5 | 142.2 | 628.8 |
| 203.3 | 396.6 | 425.0 | 1244.4 | 165.5 | 591.1 |
| 298.2 | 645.4 | 675.0 | 1488.9 | 227.0 | 666.7 |
| 300.2 | 621.6 | 639.8 | 1577.8 | 246.6 | 800.0 |
| 428.7 | 563.3 | 579.8 | 1666.7 | 228.0 | 777.8 |
| 557.5 | 830.8 | 848.5 | 1977.8 | 243.5 | 824.4 |
| 389.1 | 391.4 | 400.1 | 2000.0 | 182.3 | 880.0 |

STATISTICA paket programından elde edilen çoklu doğrusal regresyon modeli için $\hat{\beta}_j$ katsayıkestirimleri aşağıda gösterilmiştir.

EKK Kestirimleri

<u>Katsayı Kestirimleri</u>

$\hat{\beta}_o = -140.081$

$\hat{\beta}_1 = -0.329$

$\hat{\beta}_2 = 0.308$

$\hat{\beta}_3 = 0.287$

$\hat{\beta}_4 = 1.844$

$\hat{\beta}_5 = -0.487$

Çoklu doğrusal regresyon modelinde, parametre kestirimlerinin bir kısmı teorik beklentiye cevap vermektedir. Yıllara göre ortalama petrol fiyatı bağımsız değişkenine ait katsayı kestirimi olması gerekir iken pozitif çıkmıştır.

Korelasyon katsayısı $R^2$= 0.90 çıkmıştır. 0.8' den büyük bir değer olduğu için bu sonuç çoklu regresyon modeli varsayımlarında sapma olduğu yani çoklu doğrusal bağlantı oluştuğu şüphesini uyandırır.

Buna karşın hata terimleri normal dağılıma sahip olduğu belirlenmiştir. Durbin Watson otokorelasyon sayısı 1.000 bulunmuştur.

| | | |
|---|---|---|
| %5 A.D. | ve | %1 A.D. |
| $d_L = 0.79 < 1.00 < d_U = 1.99$ | | $d_L = 0.60 < 0.998 < d_U = 1.74$ |

arasında kararsızlık bölgesinde yer almaktadır.

$F_{(0.05,\ 5,\ K)}= 22.416$

$\sigma^2= 61.41$

Çoklu doğrusal bağlantı varlığının araştırılmasında uygulanan birçok yöntem vardır. Bunlar sırası ile gösterilmeye çalışılacaktır.

- İlk olarak, regresyon katsayılarının tamamına F testi uygulandığında STATİSTİCA paket programında elde edilen $F_{hesap}$ değerleri

| | |
|---|---|
| %5 A.D. | %1 A.D. |
| $F_{hesap}(0.05,5,14)=22.416$ | $F_{hesap}(0.01,5,14)=$ |
| $F_{tablo}(0.05,5,14)=2.96$ | $F_{tablo}(0.01,5,14)=4.70$ |
| $F_{hesap}>F_{tablo}$ | $F_{hesap}>F_{tablo}$ |

$F_{hesap}$ değer %5 ve %1 anlam düzeyine ait tablo değerlerinden büyük bulunmuştur. F testi olumlu sonuç vermiştir. Model bir bütün olarak anlamlı bulunduğu halde regresyon katsayılarına t testi uygulandığında

<u>t hesap değerleri</u>

2.282

0.319

0.323

2.712

2.733

-1.877

%5 anlam düzeyinde t tablo değeri $t_{tablo}=1.725$

%1 anlam düzeyinde t tablo değeri $t_{tablo}=2.528$

<u>%5 A.D.</u>

$t_{1\,(hesap)} = 2.282 > t_{tablo} = 1.725$

$t_{2\,(hesap)} = 0.319 < t_{tablo} = 1.725$

$t_{3\,(hesap)} = 0.323 < t_{tablo} = 1.725$

$t_{4\,(hesap)} = 2.712 > t_{tablo} = 1.725$

$t_{5\,(hesap)} = 2.733 > t_{tablo} = 1.725$

$t_{6\,(hesap)} = 1.877 > t_{tablo} = 1.725$

t değerlerinin büyük bir kısmı anlamsız bulunmuştur. Bu çoklu doğrusal bağlantının sonucudur.

- Çoklu doğrusal bağlantı durumunda, kısmi korelasyon değerleri çok düşük iken korelasyon katsayısı değeri çok büyük olur.

Bağımsız değişkenler

<u>Kısmi Korelasyon Değerleri</u> $R^2$=0.90

-0.085

0.085

0.587

0.590

-0.448

- X'X Korelasyon matrisi oluşturulduğunda Tablo 3.9'da bu matrisin determinant değeri sıfıra yaklaşık bir değer bulunmuştur. Ancak bu determinant değeri çoklu doğrusal bağlantının varlığını ispatladığı halde, derecesi hakkında fikir veremez.

**Tablo: 3.9. Korelasyon Matrisi**

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6=Y |
|---|---|---|---|---|---|---|
| X1 | 1.00 | 1.00 | 0.87 | 0.90 | 0.87 | 0.89 |
| X2 | | 1.00 | 0.87 | 0.90 | 0.87 | 0.89 |
| X3 | | | 1.00 | 0.80 | 0.97 | 0.86 |
| X4 | | | | 1.00 | 0.80 | 0.87 |
| X5 | | | | | 1.00 | 0.82 |
| X6=Y | | | | | | 1.00 |

Bu nedenle (X'X) matrisinin özdeğerleri paket program yardımıyla hesaplanır. Özdeğerler;

$\lambda_j$

0.0039

0.0039

0.0381

0.1582

0.0392

En büyük özdeğer $\lambda_{max}=0.1582$

En küçük özdeğer $\lambda_{min}= 0.0037$

$$k = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{0.1582}{0.0037} = 42.76 > 30$$

olduğundan değişkenler arasında, çoklu doğrusal bağlantıyı ispatlar.

- Çoklu doğrusal bağlantıyı belirlemenin bir diğer yolu varyans büyütme faktörleri (VBF) ile bulunur. Eğer VBF>10 ise çoklu doğrusal bağlantı oluşur. (VBF değerleri SPSS paket programından elde edilmiştir.)

| VBF |
|---|
| 273.75 |
| 261.836 |
| 26.506 |
| 6.306 |
| 25.741 |

Dördüncü değişkene ait VBF değeri dışında, tüm VBF değerleri 10'dan büyük bulunmuştur. Bu da çoklu doğrusal bağlantıyı ispatlar.

- Çoklu doğrusal bağlantı bağımsız değişkenler için $R_j^2$ değerleri hesaplandığında 1'e yakın değerler olması çoklu doğrusal bağlantıyı işaret eder. ($R_j^2$ değerleri STATISTICA paket programından elde edilmiştir)

| $R_j^2$ |
|---|
| 0.996 |
| 0.996 |
| 0.992 |
| 0.842 |
| 0.961 |

- Çoklu doğrusal bağlantının varlığını ispatlayan diğer bir yöntem, varyans ayrışım oranlarının belirlenmesi ile gerçekleşir. (Bu değerler SPSS paket programı ile bulunmuştur) Varyans ayrışım oranları ve koşul göstergesi Tablo (3.10)'da gösterilmiştir.

**Tablo 3.10 Varyans Ayrışım Oranları**

| No | Koşul Göstergesi $\eta_j$ | Varyans ayrışım oranları $\pi_{jm}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ |
| 1 | 1.000 | 0.00003 | 0.00064 | 0.00035 | 0.00043 | 0.00027 |
| 2 | 4.672 | 0.00032 | 0.00041 | 0.00495 | 0.00534 | 0.00058 |
| 3 | 8.519 | 0.00247 | 0.00268 | 0.04805 | 0.01590 | 0.02470 |
| 4 | 22.368 | 0.00558 | 0.00571 | 0.01692 | 0.68746 | 0.07345 |
| 5 | 31.493 | 0.00001 | 0.00704 | 0.79130 | 0.23817 | 0.74138 |
| 6 | 101.137 | 0.99160 | 0.98412 | 0.13843 | 0.05270 | 0.15962 |

Koşul göstergesi $\eta_j$=101.137 > 30 ve varyans oranlarının çoğunluğunun 0.5'den büyük olması çoklu doğrusal bağlantıyı göstermektedir.

Yukarıdaki açıklamalar ışığında, çoklu doğrusal bağlantı ispatlanmaya çalışılmıştır. Şimdi çoklu bağlantıyı giderme yöntemlerinden Ridge Regresyon yöntemi ile çoklu doğrusal bağlantı giderilmeye çalışılacaktır.

### 3.1. Ridge Kestiricisi İle Parametre Kestirimi

Çoklu bağlantı durumunda sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesinde ridge regresyon uygulanıyor ise , ridge kestiricisinin ne olduğunun bilinmesi gerekir.

EKK yöntemine göre elde edilen, katsayı kestirimleri yansız kestirimler arasında en küçük varyansa sahiptir. Çoklu doğrusal bağlantı durumunda k=0 ile k=1 arasında değişen, katsayı kestirim değerleri yanlı olmakla beraber varyansı küçültmektedir. Buna göre ridge kestiricisi ile parametre kestirimde sonuçlar teorik beklentiye cevap vermekle beraber varyansta küçülebilir.

### 3.1.1. $k^*$ Değerinin Bulunması

Uygun Ridge parametresinin seçimine ilişkin öneriler 2. bölümde açıklandı. Basit (oldinary) Ridge Tahmini yöntemine göre en uygun $k^*$ değeri,

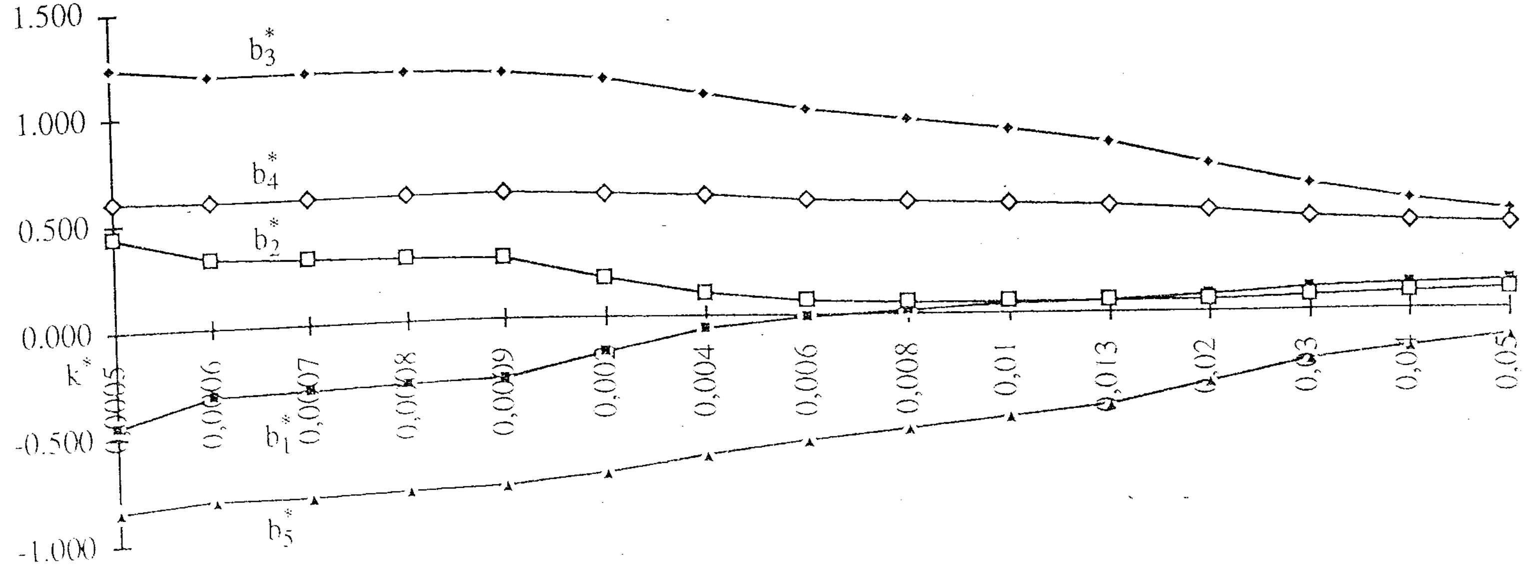
$$k^* = \frac{P^*\hat{\sigma}}{\hat{\beta}(k^*)'^*\hat{\beta}(k^*)} = \frac{5 * 61.41}{6144552.21} = 0.0005$$

0.002 değerinden başlayarak $k^*$ değerlerine bağlı olarak verilen katsayı kestirimleri Tablo 3.11' de gösterilmiştir. Bu kestirimlere dayanarak çizilen Ridge izi Şekil 3.2'dedir.

**Tablo 3.11 Ridge Kestirimleri**

| $k^*$ | $b_1^*$ | $b_2^*$ | $b_3^*$ | $b_4^*$ | $b_5^*$ | $\sigma$ | MSE(HKO) | $R^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0005 | -0.450 | 0.447 | 1.233 | 0.611 | -0.839 | 56.858 | 0.167 | 0.899 |
| 0.0006 | -0.320 | 0.328 | 1.190 | 0.601 | -0.800 | 57.251 | 0.101 | 0.895 |
| 0.0007 | -0.310 | 0.312 | 1.180 | 0.600 | -0.800 | 57.317 | 0.118 | 0.894 |
| 0.0008 | -0.290 | 0.297 | 1.170 | 0.598 | -0.790 | 57.383 | 0.133 | 0.889 |
| 0.0009 | -0.280 | 0.284 | 1.160 | 0.596 | -0.780 | 57.447 | 0.145 | 0.884 |
| 0.002 | -0.160 | 0.183 | 1.120 | 0.582 | -0.730 | 58.090 | 0.123 | 0.879 |
| 0.004 | -0.060 | 0.105 | 1.040 | 0.563 | -0.650 | 58.172 | 0.019 | 0.875 |
| 0.006 | -0.010 | 0.073 | 0.972 | 0.546 | -0.590 | 60.070 | 0.664 | 0.872 |
| 0.008 | 0.018 | 0.059 | 0.917 | 0.532 | -0.540 | 60.842 | 2.399 | 0.869 |
| 0.01 | 0.038 | 0.052 | 0.868 | 0.520 | -0.490 | 61.545 | 5.295 | 0.860 |
| 0.013 | 0.059 | 0.053 | 0.806 | 0.504 | -0.430 | 62.114 | 11.751 | 0.852 |
| 0.02 | 0.086 | 0.055 | 0.697 | 0.474 | -0.330 | 63.653 | 39.955 | 0.848 |
| 0.03 | 0.107 | 0.068 | 0.591 | 0.442 | -0.230 | 64.060 | 93.219 | 0.843 |
| 0.04 | 0.119 | 0.085 | 0.520 | 0.419 | -0.170 | 63.733 | 151.830 | 0.832 |
| 0.05 | 0.128 | 0.092 | 0.468 | 0.400 | -0.120 | 62.240 | 237.220 | 0.827 |

**Şekil:3.2 Ridge İzi**




$b_1^*$ :Tofaş firmasının ortalama satış fiyatı değişkenine ait katsayı kestirim değeri

$b_2^*$ :Oyak-Renault Firmasının satış fiyatı değişkenine ait katsayı kestirim değeri

$b_3^*$ :Yıllara göre ortalama petrol fiyatı değişkenine ait katsayı kestirim değeri

$b_4^*$ :Yıllara göre kişi başına düşen milli gelir değişkenine ait katsayı kestirim değeri.

$b_5^*$ :Yıllara göre ortalama faiz oranları değişkenine ait katsayı kestirim değeri.

Şekil: 3.1. Ridge İzi

Tablo 3.11'de de görüldüğü gibi hata kareler ortalamasının minimum olduğu nokta $k^* = 0.004$'dür. Bu nokta için doğrusal regresyon modelimiz ;

$$\hat{Y} = -0.61132X_1 + 0.57007X_2 + 0.09765X_3 + 0.67295X_4 - 0.23803X_5$$

$\sigma = 57.083$   $R^2 = 0.879$  olarak bulunmuştur.

Modelde görüldüğü gibi, 1975-1994 dönemi yıllarının gözlemlerine dayanarak yapılan analiz sonucu, Tofaş firmasının otomobil talep miktarında en etkili olan değişken, kişi başına düşen milli gelirdir. İkinci sırayı Tofaş firmasının ortalama satış fiyatı, üçüncü sırayı rakip firma Oyak-Renault firmasının ortalama satış fiyatı, dördüncü sırayı yıllık ortalama faiz oranları, beşinci sırayı ise ortalama petrol fiyatı değişkeni oluşturmaktadır.

Ortalama petrol fiyatı (X3) değişkeni, teorik beklentiye ters yönde cevap vermiştir. Bunun sebebi, yedek parça ve petrol gibi tamamlayıcı malların otomobil talebindeki belirleyici etkisi azdır ve günümüzde otomobilin lüks tüketim sınıfından çıkmış olması ve Türk tüketicilerinin çağdaş yaşamın kolaylaştırıcılarına ilgi duymasıdır.

## SONUÇ VE ÖNERİLER

Bir iktisadi problemin açıklanmasında, ileriye dönük tahmin yapılabilmesi ve problemin sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesi amacıyla çoklu regresyon modeli kullanılır. Çalışmamızda, 1975-1994 dönemi Tofaş Firması otomobillerine yönelik talep analizi için kurulan model, çoklu regresyon modeli şeklinde oluşturularak incelenmiştir.

Çoklu regresyon modelinde, bağımlı ve bağımsız değişkenler modeli oluşturur. Bağımsız değişkenler, bağımlı değişkeni etkileyen ve farklı değerler almasını sağlayan değişkenlerdir. Bağımlı değişken ise araştırılan modelin temelini oluşturur. Buna göre modelimizde Tofaş Firmasının otomobil talep miktarı bağımlı değişkeni oluştururken, bağımsız değişkenler ise Tofaş Firmasının, ortalama satış fiyatı, rakip firma Oyak-Renault'un ortalama satış fiyatı, yıllık ortalama petrol fiyatı, kişi başına düşen milli gelir ve yıllık faiz oranları olarak tanımlanmıştır.

Oluşturduğumuz çoklu regresyon modelinde tanımladığımız bu değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı oluştuğu görülmüştür. Oluşturulan bir modelde, iki veya daha fazla değişkenin kendi aralarında ilişki içersinde olmaları durumunda çoklu doğrusal bağlantı oluşur. Çoklu regresyon modelleriyle anlamlı katsayı kestirimlerinin yapılabilmesi için, bazı varsayımların gerçekleşmesi ile olanaklıdır. Bu varsayımlardan biri de bağımsız değişkenler arasında ilişki olmamasıdır. Bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal ilişki olması durumunda çoklu doğrusal bağlantı sorunu ortaya çıkar.

Çoklu doğrusal bağlantı sorununun ortaya çıkması sonucunda katsayı kestirimlerinin varyansları büyümekte ve duyarlı kestirimler yapılamamaktadır. Oldukça önemil olan sorunu azaltmak veya gidermek amacıyla, Ridge Regresyon yöntemi kullanılabilir.

Ridge Regresyon yöntemi yanlı olmakla birlikte bağlantı etkisini azaltacak kestirimleri duyarlı hale getirir ve tüm faktörlerin modele alınmasını ve etkilerinin birlikte görülmesini sağlar.

Çalışmamızda, 1975-1994 dönemi Tofaş Otomobillerine yönelik talep analizinde oluşturulan çoklu regresyon modelinde ortaya çıkan çoklu doğrusal bağlantı sorunu, ridge regresyon yöntemi kullanılarak çözülmeye çalışılmıştır.

Çözüm sonrası elde edilen sonuçlarla (iktisadi varsayımlara uygun olarak) talep edilen miktarı etkileyen iktisadi unsurların öngördüğümüz katsayı kestirimlerinin işaret ve büyüklüklerinin teorik beklentiye cevap verdiği görülmüştür. Şöyle ki, ridge regresyon sonrası elde edilen katsayı kestirim değerlerine göre, dördüncü bağımsız değişkene ait (kişi başına düşen milli gelir) kestirim değeri 0.672 bulunmuştur. Buna göre Tofaş Otomobillerine olan talebi etkileyen en önemli unsur kişi başına düşen milli gelirdir. Talep ile kişi başına düşen milli gelir arasında pozitif bir ilişki olup, kişilerin gelir düzeyi arttıkça, otomobil talebi artmaktadır.

Tofaş Otomobillerine olan talebi etkileyen ikinci değişken, Tofaş otomobillerine ait yıllık ortalama satış fiyatıdır. Bu değişkene ait katsayı kestirim değeri -0.611 olup satış fiyatı ile talep miktarı arasında ters yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Tofaş otomobillerinin fiyatları arttığında talep miktarı düşmektedir.

Tofaş otomobil talebini etkileyen üçüncü değişken, ikame mal fiyatı olup Oyak-Renault firmasının ortalama satış fiyatıdır. Bu değişkene ait katsayı kestirim değeri 0.570 bulunmuştur. Tofaş otomobillerine olan talep miktarı ile rakip firma Oyak-Renault otomobillerinin ortalama satış fiyatı arasında pozitif bir ilişki vardır. Rakip firma Oyak-Renault otomobillerinin satış fiyatı arttığında talep, Tofaş otomobillerine doğru artmaktadır.

Tofaş otomobillerine olan talebi etkileyen dördüncü değişken, modelimizde yıllık ortalama faiz oranı olarak belirlenmiştir. Bu değişkene ait katsayı kestirimi -0.238 bulunmuştur. Otomobil toplumda yatırım aracı olarak da görülmektedir. Tüketicilerin yatırımlarını yönlendiren en önemli etken faiz oranı olup, faiz oranları yükseldiğinde otomobile olan talebin düştüğü gözlenmiştir.

Talep miktarını belirleyen diğer önemli faktör tamamlayıcı malların fiyatıdır. Modelde, ortalama petrol fiyatı tamamlayıcı mal olarak alınıp talebi etkileyen bir değişken olarak belirlenmiştir. Kurulan modelde, teorik beklentimiz talep miktarı ile ortalama petrol fiyatı arasında ters yönde bir ilişki olması yönünde idi. Ancak ortalama petrol fiyatı beklenenin aksine, tüketiciler açısından otomobil talebinde negatif bir unsur olarak yer almamıştır. Bu değişkene ait katsayı kestirim değeri; 0.097 bulunmuştur. Bunun nedeni günümüzde otomobilin lüks tüketim sınıfından çıkmış olması tüketicilerin çağdaş yaşamın kolaylaştırıcılarına karşı ilgi duyması olabilir.

Elde edilen sonuçlardan da görüldüğü gibi, iktisadi konuların analizinde, çoklu doğrusal regresyon modeli kurulabilir ve kurulan modelde değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı problemi ortaya çıkması halinde ridge regresyon yöntemi ile analiz yapılabileceği görülmektedir.

## YARARLANILAN KAYNAKLAR


AĞAOĞLU, Embiya : **Çoklu Regresyon Analizinin Üretim Maliyeti Kontrolünde Kullanımı**, Anadolu Üni. Yayınları Eskişehir 1983.

AKKAYA, Şahin : **Ekonometri I**, İzmir, 1990.

BANAR Jee Carr : "A Comment as Ridge Regression Biased Estimation For Non Orthogonal Problems", **Tecnometrics**, Vol. 13 No.4, 1971.

DARLINGTON, R.B. : "Multiple Regression in Psychological Research and Practice", **Phchological Bulletin**, 1968.

DİNLER, Zeynel : **Mikro Ekonomi**, Bursa, 1994.

ERAR, Aydın : **Çoklu Bağlantı Varlığında Doğrusal Regresyon Modellerinde Değişken Seçimi**, Ankara, 1982.

ERTEK, Tümay : **Ekonometriye Giriş**, Ankara, 1973.

FUILK D.K. and MURPHY, J. L. : **Directed Ridge Regression Techiques in Cases of Multicolinearity**, Journal of American Statistical Association, 1975.

GUJARATİ D.N. : **Basic Econometrics**, Second Ed. Mc Graw Hill Book Company Newyork, 1988.

GÜRTAN, Kenan : **İstatistik ve Araştırma Metodları İktisat ve İş İdaresine Tatbikatı**, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayını, 1982.

HAN, Ergül : **İktisata Giriş**, Eskişehir, 1993.

HOCKING, R.R. : **The Analysis and Selection of Variable in Linear Regression**, Biometrics, 1976.

HOERL A.E.,
KENNARD R.W.,
BALDWIN : **Ridge Regression: Some Simulations,** Communications in Statistics, 1975.

HRISHIKESH D.,
Vinod AMAN ULLAH : Recent Advances in Regression Method. New York and Basell, 1981.

İMİR, Emel : **Çoklu Bağıntılı Doğrusal Modellerde Ridge Regresyon Yöntemiyle Parametre Kestirimi,** Anadolu Üni. Yayınları No:10 Eskişehir 1986.

JOHNSTON, John : **Econometric Methods,** Mc.Graw-Hill Book Company Inc. New York , 1963.

KILICBAY, Ahmet : **Ekonometrinin Temelleri,** İstanbul, 1980.

KOUTSOYIANNIS, A. : **Ekonometri Kuramı,** (Çev: Ümit ŞENESEN ve Gülay ŞENESEN), Ankara, 1989.

MADDALA, G.S. : **Econometrics,** New York, 1977.

MAHAJAN, Vitay,
JAIN Arun K.,
BERGIER, Michél, : "Parameter Estimation in Märketing Models in Application of Ridge Regression",**Journal of Marketing Research,** Vol.14, 1977.

MARQUARDT, Donald and
SNEE, Ronald P. : **Ridge Regression in Practice,** The American Statistican No.1, 1975.

MONTGOMORY, Douglas C.,
PECK, Elizabeth A. : **Introduction to Linear Regression Analysis,** John Wiley and Sons , New York, 1992.

MYERS R.H. : **Classical and Modern Regression with Applications,** Duxbury Press, Boston, 1986.

ÖZKAZANÇ, Önder : **Ekonometriye Giriş,** Eskişehir, 1989.

WEİSBERG, Sanford : **Applied Linear Regression,** John Wiley and Sons, New York 1980 s.283

________ : Tofaş Personel Müdürlüğü, Ocak 1996.

________ : Otomotiv 95, Haziran 1995.

# EKLER

| TAT. ULTIPLE EGRESS. | Regression Summary for Dependent Variable: Y<br>R= .94284606 $R^2$= .88895869 Adjusted $R^2$= .84930108<br>F(5,14)=22.416 p<.00000 Std.Error of estimate: 56.819 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| =20 | BETA | St. Err. of BETA | B | St. Err. of B | t(14) | p-level |
| ntercpt | | | -140.081 | 61.36526 | -2.28274 | .038591 |
| TOF_SAT | -.468479 | 1.465021 | -.329 | 1.02922 | -.31978 | .753860 |
| RENOSAT | .461745 | 1.430968 | .308 | .95584 | .32268 | .751706 |
| PETROL | 1.237480 | .456247 | .287 | .10592 | 2.71230 | .016846 |
| KBDMG | .612066 | .223904 | 1.844 | .67469 | 2.73361 | .016157 |
| FAIZ | -.843431 | .449318 | -.487 | .25935 | -1.87713 | .081495 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Regression | 5 | 360910,72342 | 72182,14468 |
| Residual | 14 | 45046,07658 | 3217,57690 |



F = 22,43370 Signif F = ,0000

Var-Covar Matrix of Regression Coefficients (B)
Below Diagonal: Covariance Above: Correlation

| | X5 | X4 | X1 | X3 | X2 |
|---|---|---|---|---|---|
| X5 | ,06777 | -,30846 | ,36704 | -,91338 | -,35215 |
| X4 | -,05406 | ,45328 | -,28357 | ,37931 | ,12930 |
| X1 | ,09872 | -,19725 | 1,06746 | -,36691 | -,97956 |
| X3 | -,02527 | ,02714 | -,04029 | ,01129 | ,29449 |
| X2 | -,08812 | ,08368 | -,97282 | ,03008 | ,92396 |

* * * * M U L T I P L E R E G R E S S I O N * * * *

Equation Number 1 Dependent Variable.. Y

---------------------- Variables in the Equation -----------------------

| Variable | B | SE B | 95% Confdnce | Intrvl B | Beta |
|---|---|---|---|---|---|
| X5 | -,491250 | ,260325 | -1,049591 | ,067091 | -,852356 |
| X4 | 1,835738 | ,673263 | ,391734 | 3,279743 | ,609586 |
| X1 | -,311724 | 1,033178 | -2,527670 | 1,904222 | -,444428 |
| X3 | ,288703 | ,106273 | ,060770 | ,516635 | 1,245148 |
| X2 | ,294650 | ,961228 | -1,766979 | 2,356279 | ,441590 |
| (Constant) | -139,154798 | 61,207084 | -270,430933 | -7,878664 | |

----------- Variables in the Equation -----------

| Variable | Tolerance | VIF | T | Sig T |
|---|---|---|---|---|
| X5 | ,038849 | 25,741 | -1,887 | ,0801 |
| X4 | ,158574 | 6,306 | 2,727 | ,0164 |
| X1 | ,003653 | 273,756 | -,302 | ,7673 |
| X3 | ,037728 | 26,506 | 2,717 | ,0167 |
| X2 | ,003819 | 261,836 | ,307 | ,7637 |
| (Constant) | | | -2,274 | ,0393 |

Collinearity Diagnostics

| Number | Eigenval | Cond Index | Variance Proportions Constant | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5,64605 | 1,000 | ,00113 | ,00003 | ,00004 | ,00035 | ,00043 | ,00027 |
| 2 | ,25862 | 4,672 | ,10088 | ,00032 | ,00041 | ,00495 | ,00534 | ,00058 |
| 3 | ,07780 | 8,519 | ,00803 | ,00247 | ,00268 | ,04805 | ,01590 | ,02470 |
| 4 | ,01128 | 22,368 | ,86314 | ,00558 | ,00571 | ,01692 | ,68746 | ,07345 |
| 5 | ,00569 | 31,493 | ,01771 | ,00001 | ,00704 | ,79130 | ,23817 | ,74138 |
| 6 | ,00055 | 101,137 | ,00911 | ,99160 | ,98412 | ,13843 | ,05270 | ,15962 |

End Block Number 1 All requested variables entered.

* * * * M U L T I P L E R E G R E S S I O N * * * *

Equation Number 1 Dependent Variable.. Y

Residuals Statistics:

| | Min | Max | Mean | Std Dev | N |
|---|---|---|---|---|---|
| *PRED | 2,6996 | 463,7251 | 172,4000 | 137,8234 | 20 |

| TAT. ULTIPLE EGRESS. | Ridge Regression Summary for Dependent Variable: Y l=.00510 R= .93701482 R²= .87799677 Adjusted R²= .83442419 F(5,14)=20.150 p<.00001 Std.Error of estimate: 59.558 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| =20 | BETA | St. Err. of BETA | B | St. Err. of B | t(14) | p-level |
| ntercpt | | | -139.581 | 62.99010 | -2.21592 | .043773 |
| TOF_SAT | -.030541 | .807046 | -.021 | .56697 | -.03784 | .970347 |
| RENOSAT | .084323 | .792255 | .056 | .52920 | .10643 | .916748 |
| PETROL | 1.000762 | .414530 | .232 | .09624 | 2.41421 | .030040 |
| KBDMG | .553235 | .223434 | 1.667 | .67327 | 2.47605 | .026671 |
| FAIZ | -.615477 | .406424 | -.355 | .23459 | -1.51437 | .152179 |