T. C. ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

ZAMAN SERİSİ ANALİZİNDE BOX – JENKINS YÖNTEMİ VE BANKA MEVDUAT TAHMİNİNDE UYGULAMA DENEMESİ

DOKTORA TEZİ

Öğr. Gr. Ahmet ÖZMEN
Fen Edebiyat Fakültesi

Eskişehir, 1986

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 2

BOX-JENKINS YÖNTEMİ

BÖLÜM 3

BOX-JENKINS YÖNTEMİNDE MODEL BELİRLEME AŞAMALARI

BÖLÜM 4

BOX-JENKINS YÖNTEMİNİN İLERİYE DÖNÜK BANKA MEVDUAT TAHMİNİNDE KULLANIMINA İLİŞKİN BİR UYGULAMA DENEMESİ

SUNUŞ

İktisadi gelişme ve kalkınmanın sürdürülebilmesi için finansal kaynakların ekonominin reel kaynaklarına paralel, uyumlu bir gelişme göstermesi zorunludur. Finansal kaynakların büyüklüğü ve finansal kurumların gelişmişlik düzeyi, ülkelerin ekonomik düzeyini etkileyen çok önemli birer faktördür.

Her ekonomide tasarruf edenlerden yatırım yapanlara ve finansal kaynak kullananlara doğru bir kaynak akımı vardır. Bu akımın dolaysız yoldan ve en az maliyetle sağlanabilmesi, gelişmiş bir finans ve sermaye piyasasının mevcudiyetine ve sağlıklı çalışmasına bağlıdır. Türkiye'de banka dışı finansal kuruluşlar fazla gelişmediğinden, finansal sistemi bankacılık sektörünün oluşturduğu ifade edilebilir.

Türk bankacılık sistemini oluşturan bankaların toplam kaynakları içinde en önemli yeri mevduat olmaktadır. Bu nedenle mevduat Türk ekonomisinin en önemli finansal kaynağı durumundadır.

İktisadi bir olay olan mevduatın, bütün iktisadi olaylar için sözkonusu olduğu gibi, gelecek dönemlerdeki oluşumunu belirleyen faktörlerin etkisini önceden tam olarak bilmek mümkün değildir. Gelecekteki belirsizliğin enazlanması için mevduatın olası gelişme eğilimlerinin önceden tahmin edilmesi gerekir. İleriye dönük tahminlerde kullanılabilecek pek çok yöntem vardır. Bu yöntemlerin bazıları kısa dönemde, bazıları da uzun dönemde güvenilir tahmin yapma imkanı sağlar.

Bankaların en önemli kaynağı olan mevduata ilişkin kısa dönem güvenilir tahmin ve ayrıca zaman serilerinin tüm özellikleri gözönünde tutularak yapılan tahminler banka yönetiminin alacağı kararlar bakımından çok önemlidir. Bu bakımdan çalışmamızda sözkonusu nitelikte tahmine imkan veren Box-Jenkins yöntemi ve bu yöntemin banka mevduatının tahmininde kullanılması meseleleri ele alınmıştır. Çalışmamızda tahmin yöntemi önce teorik olarak etraflıca incelenmiş, son kısımda da bir uygulama denemesine yer verilmiştir.

Araştırmamız dört bölümden oluşmaktadır; Birinci bölümde zaman serilerinin özellikleri ve sınıflandırmasına yer verilmiş, böylece zaman serilerinin ileriye dönük tahmin amacıyla analiz edilmesi için geliştirilen yöntemlerin değerlemesi yapılabilmiştir. Değerleme sonucu, genellikle kullanılan tahmin yöntemlerinin zaman serilerinin tüm özelliklerini dikkate almadıkları ortaya konulmuş ve bölümün son kısmında sözkonusu sakıncadan arındırılmış Box-Jenkins yönteminin geliştirilmesi çalışmalarına yer verilmiştir.

İkinci bölümde Box-Jenkins tahmin modelleri teorik olarak ve üç grupta incelenmiş, Box-Jenkins yönteminin üstün ve zayıf yönleri ortaya konmuş ve bu yöntemin diğer tek değişkenli tahmin yöntemleriyle karşılaştırılması yapılmıştır.

Bir zaman serisinin ileriye dönük tahmin amacıyla analizinde kullanılacak uygun Box-Jenkins modelinin seçimi, üçüncü bölümün konusudur. Bu bölümde önce Box-Jenkins yönteminde model belirlemede kullanılan araçlar üzerinde durulmuş, daha sonra uygun model belirlemede izlenecek aşamalar ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Türk ekonomisinde bankacılığın önemli rolü gözönünde tutularak Box-Jenkins tahmin yönteminin bir banka işletmesinde uygulanması üzerinde durulmuş, bu amaçla dördüncü bölüm ile ilgili uygulama denemesine ayrılmıştır; banka işletmeleri yönünden mevduatın tahmin edilmesi gereği açıklandıktan sonra bir banka işletmesinden elde edilen vadesiz tasarruf mevduatı, vadesiz ticari mevduat ve toplam mevduat verilerinden yararlanarak ileriye dönük tahmin amacıyla analizleri Box-Jenkins yöntemine dayanarak yapılmıştır.

Sonuç bölümünde kısa dönem mevduat tahminlerinin çeşitli işlevleri üzerinde durulmuş ve bazı önerilere yer verilmiştir.

BÖLÜM 1

ZAMAN SERİLERENİN ANALİZİ VE İLERİYE DÖNÜK TAHMİNLER

1. Zaman Serilerinin Özellikleri

1.1 Dört unsurdan Meydana Gelme Özelliği

İktisadi bir olayın zamana göre aldığı değerlerin seyrinde gözlenen bazı dalgalanmalar ekonomik, sosyal, psikolojik vb. gibi çeşitli sebeplerin olay üzerindeki tesir, yön ve şiddetinin farklı olmasından ileri gelir. Dört ana grupta toplanabilen bu dalgalanmalar "trend", "konjonktür dalgalanmaları", "mevsim dalgalanmaları" ve "tesadüfi dalgalanmalar" olarak sayılabilir (1). Yapılan açıklamadan anlaşılabileceği gibi bir

---

(1) Neclâ Çömlekçi, İstatistik (Ankara: Kalite Matbaası, 1979), s. 307-308; Özer Serper, İstatistik (İstanbul: Filiz Kitabevi, Formül Matbaası, 1981), s. 203-206.

zaman serisinin en önemli özelliği bu serilerin gözlem değerleri ile bu değerdeki değişmelerin trend, konjonktür, mevsim ve tesadüfi dalgalanmaların etkisinde, bunların adeta müşterek bir neticesi niteliğinde olmasıdır (2). Bu nedenle zaman serileri analiz edilmeden büyük bir anlam ifade etmez.

1.2 Bağımlılık Özelliği

Zaman serilerinin bir başka önemli özelliği, gözlem değerlerinin birbirine bağımlı olmasıdır (3). Bu bağımlılığa iç bağımlılık denir. İç bağımlılık zaman serileri analizini, bağımsız gözlem değerlerinden meydana gelen serilerin analizinden ayıran en önemli özelliktir. Bu özellik nedeniyle, bir zaman serisinin bugünkü ve geçmiş dönem gözlem değerlerini kullanarak gelecek dönemde alacağı değerleri tahmin etme imkanı olabilir. Burada sözü edilen "bugünkü dönem", analiz edilecek zaman serisindeki en son gözlem değerinin ait olduğu zaman noktasıdır ve (t) ile gösterilir. t dönemine ilişkin gözlem değerine "bugünkü gözlem değeri" denir ve X_t ile gösterilir. Geçmiş dönem ise, zamana bağlı olayın (t) dönemine kadar olan tarihsel gelişimini gösteren dönemdir. t=1,2,3... değerleri için "geçmiş dönem" ve "geçmiş dönem gözlem değerleri" sırasıyla t-1, t-2, ... ve X_{t-1}, X_{t-2} .... şeklinde simgelendirilir. Zamana bağlı olayla ilgili tahminlerin yapıldığı döneme "gelecek dönem" adı verilir. Bu döneme ilişkin zaman aralığı ve gözlem değerleri de, yine t=1,2,.... değerleri için, sırasıyla t+1, t+2, ... ve X_{t+1} , X_{t+2} ,.... şeklinde ifade edilir.

---

(2) Kenan Gürtan, İstatistik ve Araştırma Metodları (İstanbul: Fatih Yayınevi Matbaası, 1977), s. 421; Çömlekçi, s. 308.

(3) Kemal Göçmençelebi, İstatistik Metodları, (Ankara: Ongun Kardeşler Matbaacılık Sanayii, 1976), s. 185.

1.3 Stokastik Sürec Olma Özelliği

İktisadi olaylar zaman değişkeninin yanında çok çeşitli değişkenlerin de etkisi altında olduğundan, bu tür olaylarla ilgili zaman serileri sadece zamanın deterministik bir fonksiyonu değildir; başka bir deyişle bu olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin gelecek dönemlerde göstereceği seyri tam olarak açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, bu olayları açıklayacak bütün değişkenlere yer vermek gerekir, ancak bu her zaman mümkün değildir. Modelde bütün değişkenlere yer vermek modeli karmaşıklaştırır ve uygulanabilir olmasını güçleştirir. Ayrıca bütün değişkenler hakkında yeterli bilgi bulunması ve onların sayısal olarak ifade edilmesi mümkün değildir.

Zamana bağlı olaylar rassal karakterdedir. Bu gibi olaylarla ilgili serilerin gelecek dönemdeki seyrini, bugünkü ve geçmiş dönem değerlerine dayanarak incelemek için değişik bir yaklaşım gerekir. Buna deterministik olmayan, stokastik veya istatistik yaklaşım denmektedir (4). Bu nedenle zaman serileri analiz edilirken, bu serilere bir stokastik süreç olarak bakılması, tanımlanması ve analiz için stokastik (ihtimali) modeller kullanılması gereği ortaya çıkmaktadır. Bu da zaman serilerinin analiz edilmesinde gözönünde bulundurulacak önemli özelliklerden biridir.

Stokastik süreç olarak bir zaman serisi, iç bağımlılığı olan rassal değişkenin zaman aralıklarıyla aldığı değerlerin ardarda sıralanmasıyla meydana gelen seri şeklinde tanımlana-

---

(4) George E.P.Box ve Gwılym M.Jenkıns, Time Series Analysis Forecasting and Control (San Francisco: Holden Day Inc., 1970), s. 7; Gwilym M.Jenkins ve Donald G.Watts, Spectral Analysis and Applications (San Francisco: Holden Day Inc., 1968), s. 1.

bilir. Bu anlamda zaman serisi matematiksel olarak rassal değişkenler topluluğu olarak ifade edilir ve gösterimi $\{X_t, t \in T\}$ şeklinde yapılır (5). X_t rassal değişkeni, T sürecin belirlendiği zaman noktalarının kümesini, t ise bu zaman noktalarının her birini gösterir. Rassal değişken aldığı sayısal değerlere göre sürekli ve kesikli değişkenler olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Sürekli bir rassal değişken X(t) ile gösterilir ve alabileceği değerlerin sayısı sonsuz olabileceği için $-\infty < t < \infty$ arasında değer alabilir; T süreklidir. Kesikli bir rassal değişken X_t ile gösterilir ve sonlu sayıda değerden birini alabilir. Bu durumda $t=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ değerini alabilir, T kesiklidir.

Zaman serileri analizinde karşılaşılan rassal değişkenlerin çoğu sürekli değişkenlerdir. Kesikli rassal değişkenlere daha az rastlanır. Her ne kadar zaman serileri analizinde karşılaşılan değişkenlerin çoğu sürekli değişkenler ise de, bunlar çoğu zaman kesikli gibi gözönüne alınır.

Araştırmalarda yığının özellikleri, yığından örnekleme yoluyla oluşturulan örneklerin özellikleri incelenerek ortaya konmaya çalışılır. Fakat zaman serileri analizinde, t anındaki X_t rassal değişkeniyle ilgili olan ve bu rassal değişkenin t anında alabileceği sonsuz sayıdaki değerden biri olarak bakılan sadece bir değere, bir x_t gözlem değerine sahip olunacağı için, verilen bir zamanda birden fazla gözlem değeri elde etmek olanak dışıdır. Buna rağmen kesikli ve $t=1,2,\ldots,n$ gibi eşit zaman aralıklarıyla yapılan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gözlem değerlerinden meydana gelen zaman serisinin (örneklem niteliğindeki serinin), $P_{1,2,\ldots,n}(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ bileşik olasılık dağılımından alınmış bir örneklem olduğu varsayılır (6).

---

(5) Christopher Chatfield, The Analysis of Time Series An Introduction (London: Chapman and Hall, 1980), s. 33.
(6) Box ve Jenkins, s. 7,21,24; Jenkins ve Watts, s. 114.

2. Zaman Serilerinin Sınıflandırılması

Gözlem değerlerinin elde ediliş biçimine göre zaman serilerini sürekli ve kesikli seriler; gözlem değerlerinin serinin ortalama değerinden büyük sapmalar gösterip göstermediklerine göre durağan ve durağan olmayan seriler ve son olarak göstermiş oldukları devrî hareketlere göre mevsimsel veya mevsimsel olmayan seriler olarak incelemek mümkündür. Araştırmamız bakımından sözü edilen sınıflandırma biçimleri önem kazandığından, bundan sonraki paragraflarda bunlara yer verilecektir.

2.1 Sürekli ve Kesikli Zaman Serileri

İncelenen zaman serilerinin gözlem değerleri zaman içinde devamlı olarak elde ediliyorsa, meydana gelen seri sürekli zaman serisidir. Bu tür seriler genellikle zaman içinde eşit olmayan aralıklarla elde edilen gözlem değerlerinden oluşur. Eğer gözlem sadece belirli zaman aralıklarıyla yapılıyorsa, böyle serilere kesikli zaman serileri denir. Kesikli zaman serileri genellikle eşit zaman aralıklarıyla yapılan gözlem değerlerinden oluşur. Uygulamada en çok üzerinde çalışılan zaman serileri kesikli zaman serileridir. Gözlemlerin sürekli yapıldığı hallerde bile, belirli zaman aralıkları için gözlem değerlerinin ya toplamı alınarak, ya da örnekleme yoluyla sürekli seriler kesikli hale dönüştürülebilir (7).

2.2 Durağan ve Durağan Olmayan Zaman Serileri

2.2.1 Durağanlık ve Durağan Zaman Serileri

Daha önce ifade edildiği gibi zaman serileri bir stokastik süreç, durağanlık ise stokastik süreçlerle ilgili önem-

---

(7) Box ve Jenkins, s. 23.

li bir kavramdır. Stokastik süreç olarak bir zaman serisinin tüm özellikleri, yani ortalaması, varyansı, kovaryansı ve daha yüksek dereceden momentleri zamana göre değişmiyorsa veya seri periyodik dalgalanmalardan arınmışsa, seri durağan zaman serisi (8), bu duruma ise "durağanlık" olarak adlandırılmaktadır.

Durağanlık incelenirken litaratürde yer alan "tam durağanlık" "birinci ve ikinci dereceden durağanlık" tanımlarına yer verilecektir.

2.2.1.1 Tam Durağanlık

Bir zaman serisinin tüm özelliklerinin zamana göre değişmezliği, bu serinin tam durağan olduğunu ifade eder.

Zaman serisinin eğer t_1, t_2 , ..., t_n anlarındaki x_{t_1} , x_{t_2} , ..., x_{t_n} gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılım şekli ile t_{1+k}, t_{2+k} ,..., t_{n+k} anlarındaki x_{t_1+k},x_{t_2+k},...,x_{t_n+k} gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılım şekli değişmiyorsa, seri tam durağan seri, bu durum ise tam durağanlık olarak ifade edilir (9). Başka bir deyişle, bir serinin (sürecin) gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının zaman orijinine göre ileriye veya geriye kaydırılmasıyla herhangi bir değişikliğe uğramıyorsa, seri tam durağan seridir. Tam durağan zaman serisi, bileşik olasılık dağılımı zaman kümesi içindeki her noktada aynı özelliğe sahip olan, seriyi meydana getiren gözlem değerlerinden etkilenmeyen, sadece zaman kümesinin elemanları arasındaki uzaklığa bağlı olan bir seri olarak da tanımlanabilir.

---

(8) Wasney A.Fuller, Introduction to Statistical Time, Series (U.S.A.: John-Wiley and Sons Inc., 1976), s. 3.
(9) Box ve Jenkins, s. 26;

Tam durağan serilerin tüm özellikleri bütün zaman noktaları boyunca değişmediğinden, istatistiksel olarak dengede olan seriler şeklinde ifade edilmektedir (10).

2.2.1.2 Birinci ve İkinci Dereceden Durağanlık

Bir zaman serisinin tüm özellikleri değil, sadece sıfır orijinine göre momenti (aritmetik ortalaması) zamana göre değişmiyorsa birinci dereceden durağan seri, bu durağanlığa birinci dereceden durağanlık adı verilir. Eğer zaman serisinin sıfır orijinine göre birinci momenti olan aritmetik ortalama ile aritmetik ortalamaya göre ikinci moment olan varyans ve kovaryans (11) zamana göre değişmiyorsa bu seriye ikinci dereceden durağan seri, bu tür durağanlığa da "ikinci dereceden durağanlık", "kovaryans durağanlık" veya "zayıf durağanlık" denir (12). Kovaryans durağanlık tanımına göre zaman kümesi içindeki her noktada serinin ortalaması (μ) değişmez, ve zaman orijininin ileriye ya da geriye kaydırılması kovaryansını etkilemez. Zaman serisinin gözlem değerleri arasındaki kovaryans sadece bu değerler arasındaki zaman aralığına (gecikmeye) bağlıdır.

Zaman serileri analizinde genellikle serinin sözkonusu iki momentiyle ilgilenildiğinden, kovaryans durağanlık varsayımı

---

(10) Jenkins ve Watts, s. 4.
(11) İkinci dereceden durağan serilerde gecikme (t) sıfıra eşit olduğunda varyans kovaryans olacağı için ikinci moment olarak hem varyans hem de kovaryans yazılmıştır.
(12) Charles, R., Nelson, Applied Time Series Analysis For Managerial Forecasting (U.S.A.: Holden-Day, Inc., 1973), s. 21.

yeterli sayılmaktadır (13). Bu nedenle çalışmamızın izleyen sayfalarında durağanlık sözcüğüyle kovaryans durağanlığı kasdetmiş olacağız. Ancak yukarıda sözü edilen kovaryans, zamana bağlı bir değişkenin farklı gözlem değerleri arasındaki değişkenliğin bir ölçüsü olduğu için, kovaryans deyimi yerine otokovaryans deyimi kullanmak uygun olacaktır.

2.2.2 Durağan Olmayan Zaman Serileri

Durağan zaman serisi örneklerine yaşamda çok az rastlanır. Gerçek yaşamda, özellikle iktisadi yaşamda karşılaşılan zaman serilerinin çoğu durağan olmayan serilerdir. Bu seriler, zaman serisini meydana getiren trend, mevsimsel dalgalanmalar, konjonktür dalgalanmaları ve tesadüfi dalgalanmalardan birini veya birkaçını birlikte içerirler. Bu nedenle durağan olmayan zaman serilerinin gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının ileriye veya geriye kaydırılmasıyla değişikliğe uğrar. Anlaşılacağı gibi serilerin değişik bölümleri arasında farklılıklar sözkonusu olur. Böyle farklılıklar gösteren serilerin bileşik dağılım fonksiyonu için n tane ortalama, n tane varyans ve $(n^2+n)/2$ tane otokovaryans olmak üzere toplam $(n^2+3n)/2$ tane parametre tahmin edilmesi gerekir (14). Bu iş oldukça güç ve bazen olanaksızdır

---

(13) Çok değişkenli normal dağılım ilk iki moment ile tam olarak belirlenebildiğinden, normal bölünmeye sahip serilerde kovaryans durağanlık tam durağanlığı da belirtir. Bu konuda bkz.;Chatfield, s. 37.

(14) Bir zaman serisi rassal değişkenler kümesiyle açıklandığı için, bu rassal değişkenlerin ortalamaları n boyutlu bir vektörle $E(x_1)$, $E(x_2)$,...,$E(x_n)$ biçiminde gösterilir. Varyans ve otokovaryansların gösterimi ise n^2 elemanlı simetrik bir matristir. Bu matrisin köşegeninde [otokovaryans $(x_i,x_i)=V(x_i)$ olduğu için)] n tane varyans yer alır. Geriye hesaplanacak $(n^2+n)/2$ tane otokovaryans kalır.

(15). Bu nedenle uygulamada en çok karşılaşılan durağan olmayan seriler bir takım dönüşüm yöntemleri kullanılarak durağan hale getirilir (16), daha sonra analiz edilir. Bu dönüşüm zorunludur, çünkü zaman serileri analizi için geliştirilmiş ve kullanılan olasılık modelleri sadece durağan zaman serilerine uygulanabilir.

2.3 Mevsimsel ve Mevsimsel Olmayan Zaman Serileri

Bir zaman serisinde birbirini takip eden yılların aynı aylarında benzer devri hareketler görülüyorsa mevsimsel seri, aksi durumda mevsimsel olmayan seri sözkonusudur. Yalnız bu tür ayırıma gidebilmek için zaman serilerinin yeterli sayıda gözlem değerini içermesi gerekir.

3. Zaman Serilerinin İleriye Dönük Tahmin Amacıyla Analizi

Zaman serileri çeşitli amaçlar için analiz edilir. Bu amaçlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Zaman serisini unsurlarına ayırma amacı,
- Zaman serileri arasındaki ilişkiyi açıklama amacı,
- Kontrol amacı,
- İleriye dönük tahmin amacı.

---

(15) Kendall, Sir M.Stuart, Ord.J.K., The Advanced Theory of Statistics (Belfast: Charles Friffin and Company, 1983), s. 506-507.

(16) Durağan seri için hesaplanması gereken parametre sayısı bir tane ortalama, n tane kovaryans olmak üzere n+1 tanedir.

Zaman serileri analizinin en önemli amacı bu serilerin ileriye dönük tahmin amacıyla analiz edilmesidir; çalışmamızda zaman serileri ileriye dönük tahmin amacıyla analizi ele alınacağından, amacın dışında kalan diğer analiz amaçlarına burada değinilmeyecektir (17).

Zaman serisi analizinin en önemli amacı olan ileriye dönük tahmin amacını açıklamaya geçmeden önce istatistikte "tahmin" kavramıyla neyin kastedildiği açıklanacaktır.

İstatistiksel tahmin, yığının bilinmeyen parametreleri hakkında yığından örnekleme yoluyla çekilen birimlerin gözlem değerlerine dayanarak belirli yöntemlerle bilgi edinme işlemidir (18). Bu işlem olasılık teorisine dayandığı için "istatistiksel bilgi edinme işlemi" olarak isimlendirilir. İstatistiksel bilgi edinme de yığının parametrelerini veya bunların güven aralıklarını tahmin (estimate) etme ile yığının parametreleri hakkında hipotezler kurarak, bu parametreler için karar verme işlemini kapsar.

Ayrıca tahmin, zamana bağlı olan olayların geçmiş ve bugünkü dönem gözlem değerlerine dayanarakbelirli varsayımlar altında bu olayların gelecek dönemlerde alabileceği değerlerin belirlenmesi işlemidir (19), yani ileriye dönük tahmindir. Tanımlanan tahmin kavramı İngilizce'deki Forecast ve Prediction terimlerinin eş anlamında kullanılmaktadır. Bu çalışmada "tah-

---

(17) İleriye dönük tahmin amacı dışında kalan zaman serisi analiz amaçları hakkında ayrıntılı bilgi için bkz., Chatfield, s. 7-9.

(18) Halis Püskülcü ve Fikret İkiz, İstatistiğe Giriş (Bornava: E.Ü.Mühendislik Fakültesi Ders Kitapları Yayın No: 1, 1983), s. 141; Robert Parket, Statistics For Business Decision Making, (New-York: Random Hause, Inc., 1974), s. 169.

(19) Harold T.Davis, The Analysis of Economic Time Series (Texas: The principle Press of Trinity University, Reissued Edition, 1963), s. 449.

min" kavramı ileriye dönük tahmin" anlamında kullanılacaktır.

Zaman serilerinin geçmiş ve bugünkü dönem gözlem değerlerine dayanarak gelecek dönem değerlerinin tahmin edilmesi gereği, zaman serileri analizinin ileriye dönük tahmin amacını oluşturur. Bu amaca ulaşmak için araç olarak kullanılacak çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Tarihsel gelişim sırasına göre kısaca değinilecek olan bu ileriye dönük tahmin yöntemleri vasıtasıyla zaman serilerinin özellikleri, başka bir deyişle zaman serilerini meydana getiren unsurlar ortaya çıkarılır, bu unsurlar birbirlerinden ve tesadüfi unsurlardan ayrılır (20), bu unsurlar dikkate alınarak kurulacak matematik modellerle (ileriye dönük tahmin modelleri) ileriye dönük tahmin yapılır.

4. Zaman Serilerinde İleriye Dönük Tahmin Amacıyla Kullanılan Yöntemler

Zaman serileriyle ilgili ileriye dönük tahmin yöntemleri iki grupta toplanabilir. Bunlar çok değişkenli ve tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemleridir; sözkonusu yöntemler izleyen paragraflarda ele alınacaktır.

4.1 Çok Değişkenli Zaman Serileriyle İlgili Tahmin Yöntemleri

Bu gruptaki yöntemler iki veya daha fazla zaman serisi arasındaki sebep-sonuç ilişkisini tanımlayan ve daha sonra tahmin ve kontrol amacıyla kullanılan yöntemlerdir.

---

(20) Hangi amaçla olursa olsun, zaman serilerinin analiz edilmesi istenirse yapılacak ilk iş serilerin özelliklerini, başka bir deyişle serileri meydana getiren unsurları ortaya çıkarmak, bu unsurları birbirinden ayırmaktır.

Tahmin edilecek değişken ile bu değişkeni açıklayan diğer değişkenler arasında mantıksal ilişkiler varsa ve bu değişkenlerin zaman aralıklarıyla aldığı sayısal değerler mevcutsa bir ilişki modeli kurulur. Litaratürde dönüşüm fonksiyon modelleri, dinamik regresyon modelleri ve çok değişkenli zaman serileri analizi yöntemleri adlarıyla anılan yöntemler bu grup yöntemlere örnek olarak gösterilebilir.

Çok değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin modelleri, tahmin sistemiyle ilgili herşeyin bilindiğini dikkate alır ve birbirleriyle ilişkili olayların tahmin edilmesini sağlar. İlişki modellerine dayanarak yapılan tahminlerin hatası düşük olabilir. Ancak tahmin sistemiyle ilgili herşeyin bilinmesi çoğu zaman mümkün olmayabilir, mümkün olsa bile analiz için uygun olmayabilir. Örneğin milli gelir değişkeni çok sayıda iktisadi değişken için açıklayıcı bir değişken durumundadır. Milli gelir verileri yıllık kıymetleri gösterdiği için, yıllık verileri esas alan ekonometrik çalışmalarda kullanılan ilişki modelleri için uygun bir değişken durumundadır. Ancak yıllık kıymetleri bilinen bir değişkenin aylık kıymetlerini istatistiksel yöntemlerle belirlemek mümkün olsa da, belirlenen kıymetler sağlıksız olabilir. Aylık verileri esas alan ekonometrik çalışmalarda kullanılan ilişki modellerinde bu sağlıksız verilerin kullanılması sonucu elde edilen bulguların güvenilirliği düşük olabilir. Bu nedenlerden dolayı zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemleri yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

4.2 Tek Değişkenli Zaman Serileriyle İlgili Tahmin Yöntemleri

Bu grupta yer alan yöntemler zamana bağlı bir tek değişkene ait tarihi verilerin mevcut olması durumunda kullanılan ve sadece ileriye dönük tahmin yapmaya imkan veren istatistiksel yöntemlerdir. Bu yöntemler zaman serilerinin bugünkü ve geçmiş dönem gözlem değerlerini kullanarak bu serilerin gelecek dönem tahmin değerlerinin elde edilmesini sağlarlar. Bu grupta toplanan yöntemlerin dayandığı varsayımlar aşağıda sunulmuştur:

i. Bir zaman serisinde mevcut olan zaman serisi unsurlarının gelecek dönemde de aynı kalacağı kabul edilir (21). Bu varsayım nedeniyle geçmiş dönem gözlem değerlerine dayanarak gelecek dönem tahmini değerlerin elde edilmesi sağlanır.

ii. Bu yöntemler, zaman serisini meydana getiren unsurları birbirlerinden ve tesadüfi unsurlardan ayırmak suretiyle serinin gelecekte alabileceği değeri tahmin etmeyi amaçlar.

iii. Bu yöntemler, eşit zaman aralıklarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen kesikli zaman serilerine uygulanır.

Çalışmamızın amacı, zamana bağlı bir tek değişkene dayanarak sadece ileriye dönük tahmin yapmak olduğu için, amacımıza ulaşmayı sağlayacak olan tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemleri, geliştirildikleri tarih sırasına göre incelenecektir.

---

(21) Çömlekçi, s. 320.

4.2.1 Trend Analizi Yöntemi

İleriye dönük tahmin yapma konusunda geliştirilen yöntemler arasında en eski yöntem trend analizi yöntemidir. Hesaplanması ve anlaşılması kolay olan bu yöntem, günümüzde orta ve uzun dönem tahmin amacıyla sık kullanılan sayısal tahmin yöntemlerinden biridir.

Trend analizinin esası, zamana bağlı herhangi bir olaya ait kıymetlerin dağılma diyagramında göstermiş oldukları serpilmeye uygun bir matematik fonksiyon belirlemek (22), bu fonksiyonla ilgili olayın zamana göre nasıl bir genel eğilim (trend) gösterdiğini, kısacası biri açıklayıcı değişken (t), diğeri açıklanan değişken (X) kabul edilen iki vasıf arasındaki ilişkiyi matematik fonksiyonla aşağıdaki gibi ifade etmektir:

$$X_t = f(t) \qquad (1.1)$$

Ele alınacak bir zaman serisini en iyi temsil edecek trend denkleminin tipi belirlendikten sonra uzunca bir gelecek dönem için tahminler rutin olarak yapılabilir. Bu yönteme ilişkin hesaplamalar hem elle hem de bilgisayar desteğiyle yapılabilir. Yöntemin maliyeti her ne kadar uygulamaya bağlı olarak değişirse (23) de, genelde düşüktür.

---

(22) Serpilme diyagramındaki noktaların göstermiş olduğu serpilmeye uygun fonksiyon tipini belirleme konusunda bilgi için bkz.: Çömlekçi, s. 315.

(23) John C.Charmbers, Stainder K.Mullick ve Donald D.Smith, "How to choose the right Forecasting technique" Harvard Business Review (July-August, 1971), s. 55.

Trend analizi yönteminin yukarıda sayılan üstün yanlarına karşın sakıncalı tarafları da vardır. Trend analizi yönteminin tahmin amacıyla kullanılabilmesi için en az yedi yıla ait yıllık veriye gereksinim vardır (24). Yeni bir gözlem değeri seriye eklendiğinde bu yöntemin hemen uyarlanması çok zordur. Yeni gözlem değerinin de dikkate alınarak tahmin yapılması, belirlenecek fonksiyonun a,b,c,... gibi parametre değerlerinin yeniden tahminini, bütün gözlemler kümesinin yeniden çalıştırılmasını gerektirir.

Yöntemin bir diğer sakıncası, tahmin işleminde sadece iki değişkenin dikkate alınmasıdır: Tahmin edilecek değişken ile zaman değişkeni. Oysa iktisadi olayların meydana gelmesinde etken olan çok sayıda faktör vardır.

Ayrıca herhangi bir zaman serisi için belirlenen trend denkleminin yeterli olup olmadığı, istatistiksel olarak test edilemez. Ancak tahmin hatalarının karesini minimize eden denklem yeterli kabul edilir (25).

Diğer taraftan trend analiziyle elde edilen tahmin değerleri için kurulacak güven aralıkları, tahminin yapıldığı zaman aralığı ile trendin tahmininde kullanılan verilerin kapsadığı zaman arasındaki farka bağlı olduğundan, uzun dönem tahminleri için kurulacak güven aralıkları oldukça geniş olacaktır. Bu nedenle yapılan tahminlerin güvenilirliği azalır.

Sıralanan sakıncalardan ayrı olarak, trend analizi tahmin yöntemi zaman serilerinin mevsim unsurunu dikkate almaz (26).

---

(24) Chatfield, s. 84.

(25) Steven C.Whellwright ve Spyros Makridakis, Forecasting Methods for Management (New York, John Wiley and Sons, Inc., 1973), s. 96.

(26) Spyros Makridakis ve Steven C.Wheelwright, Interactive Forecasting Univariate and Multivariate Methods (San Francisco: Holden-Day Inc., Second Edition, 1978), s. 121.

4.2.2 Hareketli Ortalamalar Tahmin Yöntemi

Bu tahmin yönteminin esası, bir zaman serisindeki gözlem değerlerini belirli büyüklükteki kümeler halinde toplamak, her küme için aritmetik ortalama hesaplamak ve bu ortalamayı, ait olduğu kümenin en yeni terimini izleyen/izleyecek terimin tahmin değeri olarak kabul etmektir (27).

$$X_{t+1} = \frac{1}{N}\left[X_t + X_{t-1} + \ldots + X_{t-N+1}\right] \qquad (1.2)$$

Hareketli ortalamalar tahmin yöntemi gözlem değerlerinin oluşumunda tesadüfiliğin yüksek olduğu, buna karşılık birbirini izleyen gözlem değerleri arasındaki otokorelasyonun düşük olduğu zaman serilerinde uygulanır. Kısa dönem tahmin amacıyla kullanılabilecek olan bu yöntemin uygulanabilmesi için çok sayıda gözlem değerine gereksinim vardır. Tahmini yapılacak bir olayın temel unsurlarında değişiklik meydana geldiğinde, bu yöntemin hemen adapte olamaması, onun kısa dönem tahmin amacıyla kullanılmasına neden olmaktadır.

Hareketli ortalama yöntemine yapılan en önemli eleştiri, bu yöntemin sadece hareketli ortalama dönemindeki tarihi verilere eşit ağırlık vermesi, eski dönemleri bütünüyle görmezden gelmesidir (28).

Bu yöntemin kullanılmasıyla yapılacak olan uzun dönem tahmin değerlerinin doğruluk derecesi düşüktür. Ancak bir aylık ön

---

(27) Makridakis ve Wheelwright, Interactive ..., s. 106.
(28) Mehmet Şahin, Yönetimde Bilgisayar Desteği ve Örnek Karar Modelleri (Eskişehir: E.İ.T.İ.Akademisi Yayınları, No: 252/172, 1982), s. 163.

dönem için yapılan tahminlerin güvenirliliği yüksek olabilir (29).

Hareketli ortalamalar tahmin yöntemi de trend analizi tahmin yöntemi gibi mevsimsel verileri ele almakta uygun değildir.

4.2.3 Üssel Düzeltme Yöntemi

Üssel düzeltme yönteminin kuramsal esasları ilk defa 1958 yılında C.C.Holt tarafından ortaya konmuştur (30). Holt tarafından geliştirilen üssel düzeltme yöntemi mevsim ve trend unsuru içermeyen basit formdaki zaman serileri için uygulanmıştır. Brawn, yönteme tam açıklık kazandırmış ve uygulama alanına koymuştur. 1960 yılında Winter üssel düzeltme yöntemini mevsimsellik gösteren iktisadi zaman serilerinin tahmininde kullanılabilecek hale getirmiştir. Bu yöntemlerin her biri kendinden önce geliştirilmiş olan yöntemlerin dezavantajlarını avantaja dönüştürmeyi amaç edinmiştir. Bu nedenle üssel düzeltme yöntemlerinin bazıları diğerlerine nazaran daha çok yönlü, bazıları hesaplama açısından çok karmaşık, bazıları fazla kompüter zamanı alır (31).

Üssel düzeltme tahmin yöntemleri temel özellik açısından hareketli ortalama tahmin yöntemine benzerler. Fakat üssel düzeltme yöntemleri zaman serilerinin tüm gözlem değerlerini göz-

---

(29) Wheelwright ve Makridakis, Forecasting ..., s. 34-35; Chambers, Mullick ve Smith, s. 55.
(30) Chatfield, s. 85.
(31) Çeşitli üssel düzeltme yöntemleri hakkında bilgi için bkz.: Makridakis ve Wheelwright, Interactive ..., s. 58-100.

önünde bulundurdukları ve seri kıymetlerine bugünkü dönemden uzaklıklara göre azalarak tartı verdikleri için hareketli ortalama yönteminden ayrılırlar.

Üssel düzeltme tahmininde kullanılan ifade aşağıdaki gibidir (32):

$$X_{t+1} = aX_t + a(1-a)X_{t-1} + \dots + a(1-a)^k X_{t-k} \qquad (1.3)$$

Zaman serilerini meydana getiren bütün unsurları dikkate alan üssel düzeltme yöntemi geliştirilmiş olduğundan, bu yöntemlerle her türlü zaman serisiyle ilgili ileriye dönük tahmin yapılabilir. Üssel düzeltme yöntemlerinin zaman ve para bakımından uygulama maliyeti düşüktür. Yöntemin uygulanabilmesi için çok uzun bir süreye gerek yoktur. Yeni bir gözlem değeri seriye ilave edildiğinde bu yöntemin hemen uyarlanması mümkündür ve ilave edilen gözlem değerinden önce yapılan işlemlerin yeniden yapılmasına gerek yoktur.

Ancak seri kıymetlerine bugünkü dönemden uzaklıklarına göre verilen (a) katsayısının değerini uygun bir şekilde belirlemek için kesin bir kural yoktur; bu konuda sınama yanılma yönteminden yararlanılır. Ayrıca uygulamada kullanılan herhangi bir üssel düzeltme modelinin yeterli olup olmadığının test edilebilmesi için herhangi bir test önerilmemiştir.

4.2.4 Uyarlayıcı Arındırma Tahmin Yöntemi

Bu yöntem 1970'li yılların ilk yarısında Wheelwright ve Makridakis adındaki yazarlar tarafından geliştirilmiştir.

---

(32) Wheelwright ve Makridakis, Forecasting ..., s. 49.

Uyarlayıcı Arındırma yönteminde zamana bağlı bir olayla ilgili tahmin modeli belirlendikten sonra bu olayı meydana getiren unsurlarda meydana gelebilecek değişiklikleri yeniden bir tahmin modeli belirlemeye gerek bırakmadan doğrudan tahmin değerlerine yansıtma imkanı olduğundan bu yönteme ilişkin modellere "kendi kendini yenileyen modeller" denir. Bu modeller tahmin işlevinde araştırmacının müdahalesini minimum düzeye indirir.

Uyarlayıcı arındırma tahmin yöntemine göre herhangi bir gelecek dönemin tahmin değeri, hareketli ortalamalar ve üssel düzeltme yöntemlerinde olduğu gibi geçmiş dönem gözlem değerlerinin toplamları alınarak elde edilir. Matematiksel olarak uyarlayıcı arındırma tahmin modeli:

$$X_{t+1} = \sum_{i=t-N+1}^{t} \emptyset_i X_i \qquad (1.4)$$

şeklinde ifade edilir. (1.4) nolu eşitlikte

X_{t+1} : Gelecek t+1 dönemine ait tahmin değerini,

X_i : i dönemine ait gözlem değerini,

$\emptyset_i$: i dönemine ait başlangıç tartı değerini

gösterir.

Uyarlayıcı arındırma yöntemi hareketli ortalama ve üssel düzeltme yöntemleri gibi kısa dönem tahmin amacıyla kullanılır. Bu yönteme dayanarak elde edilen tahmin sonuçlarının güvenilirliği her iki kısa dönem tahmin yönteminden daha fazladır (33). Uyarlayıcı arındırma yönteminde her gözlem değeri için ayrı ayrı hesaplanacak olan tartılar, tahmin hatalarının karelerinin toplamını minimum edecek bir şekilde belirlenir (34).

Yöntem yardımıyla yapılan ileriye dönük tahminin basamakları aşağıda belirtilmiştir:

- Hareketli ortalama yönteminde olduğu gibi analiz edilecek zaman serisindeki gözlem değerleri belirli büyüklükteki kümeler halinde toplanır, her küme için tartılı ortalama hesaplanır ve bu ortalama değer ait olduğu kümenin en son terimini izleyen seri terimi için tahmin değeri olarak kabul edilir. Kümedeki her gözlem değeri için bir tartı belirleneceği için, kümenin terim sayısı N tartı sayısına eşittir. Kıymetleri toplamı bire eşit olacak olan tartıların başlangıç değeri keyfi olarak alınabileceği gibi, 1/N değeri olarak da alınabilir. Mevsimsellik gösteren serilerde tartı sayısı 12'dir. Bu basamakta yapılan tahmin, başlangıç tartı değerini kullanarak analiz edilecek serinin bilinen en son dönemi, t dönemi için yapılan tahmindir.

- İkinci basamakta, tahmin yapılan dönem için tahmin hatası $(X_i - \hat{X}_i) = \partial$ hesaplanır.

- Üçüncü basamakta, hesaplanan tahmin hatasını esas olarak başlangıç tartı değerleri (1.5) nolu eşitlikten yararlanarak

(33) Spyros Makridakis ve Steven C.Wheelwright, "Adaptive Filtering: An Integrated Autoregresive/Moving Average Filter For Time Series Forecasting", Operational Research Quarterly, Vol. 28, No: 2, (1977), s. 426; Steinar Ekern, "Forecasting with Adaptive Filtering: a Chritical Reexamination", Operational Research Quarterly, Vol. 27, No: 3 (1976), s. 707.

(34) Ekern, s. 705, 706.

uyarlanır:

$$\phi_i' = \phi_i + 2k\partial X_i \qquad (1.5)$$

ϕ_i' : Uyarlanmış tartının değeri,

ϕ_i : Başlangıç tartı değeri,

k : Öğrenme sabiti (35),

∂ : Tahmin hatası,

X_i : i'ninci döneme ait gözlem değeridir.

- Son basamakta, uyarlanmış tartı değerleri t+1 dönemi için yazılacak tahmin denkleminde tartı olarak alınır. t+2 dönemi için tahmin yapmak gerektiğinde, t+1 döneminin gerçek gözlem değerini bu dönemin tahmin hatası $\partial=(X_{t+1} - \bar{X}_{t+1})$ yi hesaplayabilmek için beklemek gerekir. Burada hemen belirtelim ki, X_{t+1} dönemine ilişkin gerçek gözlem değerine t+2 dönemine ilişkin tahmin modelinde yer verilince, t+1 dönemine ilişkin tahmin modelinde yer alan en eski gözlem değeri işlem dışı bırakılır.

Uyarlanmış arındırma modeli hesaplanması kolay olan, daha az kompüter zamanı gerektiren ve az veriyle kullanılabilen bir yöntemdir. Ayrıca bu yöntemde tartı sayısı tahmin uzmanı tarafından belirlenmektedir.

Uyarlanmış arındırma yönteminde ileriye dönük tahmin bir zaman serisinde birbirini izleyen gözlem değerlerinin tartılı ortalamasına dayandığı için, bu yönteme ait modellere otoregre-

---

(35) Öğrenme sabiti k tartıların uyarlanma çabukluğunu gösteren bir katsayıdır. k'nın belirlenmesi hakkında bkz.: Ekern, s. 710; Wheelwright ve Makridakis, Forecasting ..., s. 56-61.

sif (AR) modeller denmektedir. Bu modellerde hata terimi dikkate alınmadığı için, uyarlanmış arındırma yöntemine eksik yöntem gözüyle bakılır. Hesaplanacak tartı sayısının ve yapılacak işlem sayısının fazla oluşu ise, yönteme yapılan ikinci önemli eleştiridir.

4.3 İncelenen Tahmin Yöntemlerinin Değerlendirilmesi ve Yeni Yöntemler Geliştirme Gereği

Bir zaman serisinin bugünkü ve geçmiş dönem gözlem değerlerine dayanarak tahmin yapmak amacıyla kullanılan ve yukarıda incelenen yöntemler kuramsal birtakım esaslara dayanmakta iseler de, bu kuramsal esaslar geliştirilmiş köklü teorilerle desteklenmemiştir. Tek değişkenli olan bu yöntemlerde tek bir tahmin fonksiyonu geliştirilip programlaştırılır ve otomatik olarak, bilgisayar programına müdahale olmadan sürekli olarak tahmin elde edilir. Bu yöntemler zaman serilerinin ardışık gözlem değerleri arasında var olan bağımlılığı dikkate almazlar. Bu nedenle bir zaman serisi için hesaplanan ortalama değer zamanın deterministik bir fonksiyonu olduğu varsayılır ve bu ortalamaya belirli bir dönemin hata terimi ilave edilerek o dönemin gözlem değeri elde edilir.

Oysa zaman serilerinin çoğunda ardışık gözlem değerleri birbirine oldukça bağımlıdır (36). Bu durumda trend analizi, hareketli ortalama ve üssel düzeltme yöntemleri uygun değildir, çünkü bu yöntemler bağımlılık avantajını en etkili bir şekilde kullanmazlar. Bununla beraber, gözlem değerleri birbirine bağım-

---

(36) Paul Newbold, "The Principles of the Box-Jenkins Approach", Operational Research Quarterly, Vol.26, No: 2, (June-1975), s. 397.

lı olan zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde, sözkonusu bağımlılığı dikkate almayan yöntemlerin uygulanamayacağı anlamı çıkmaz. Ancak daha iyi tahmin yapma imkanı sağlayabileceği için ardışık gözlem değerleri arasındaki bağımlılığı dikkate alan tek değişkenli alternatif modeller geliştirme gereği ortaya çıkmıştır. Takip eden paragraflarda sözkonusu modeller incelenecektir.

4.3.1 Doğrusal Arındırma Modeli

Ardışık gözlem değerleri birbirine bağımlı olduğu varsayılan bir zaman serisi, genellikle ortalaması sıfır ve varyansı olan bir dağılımdan çekilen a_t, a_{t-1}, a_{t-2},.... rassal değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonu olarak modellenebilir (37). Hata terimlerinin a_t, a_{t-1}, a_{t-2},... şeklinde sıralanışına tesadüfi süreç adı verilir. Bu bilgilerin ışığında, bir zaman serisinin t dönemine ilişkin X_t gözlem değeri "doğrusal arındırma" adı verilen aşağıdaki eşitlikten yararlanarak tahmin edilir:

$$X_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \cdots \qquad (1.6)$$

Bu eşitlikte ψ_1, ψ_2 ,... tartıları, μ ise ortalamayı gösterir.

Gözlem değerleri kümesi $\{X_t\}$ verildiğinde, ve a_t ortalaması sıfır, varyansı σ_a^2 olan normal dağılım gösterdiğinde (1.6) nolu doğrusal model

$$x_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \cdots \qquad (1.7)$$

---

(37) Lynwood A.Johnson ve Doughlas, C.Montgomery, Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control, (New York: John Wiley and Jons; Inc., 1974), s. 461.

veya daha kısa olarak

$$x_t = a_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j a_{t-j}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $x_t = X_t - \mu$ olarak alınmıştır.

Yukarıdaki (1.7) nolu doğrusal modeli, x_t'nin x_{t-1}, x_{t-2} ,... gibi geçmiş x değerleri ile olan ilişkisinden yararlanarak,

$$x_t = \pi_1 x_{t-1} + \pi_2 x_{t-2} + \ldots + a_t \qquad (1.8)$$

gibi kurmak da mümkündür (38).

(1.7) ve (1.8) nolu modeller görüldüğü gibi çok sayıda tartı içerdiği için uygulama açısından fazla yararlı değildir. Tartı sayısı arttıkça bunların eldeki örnekten hesabındaki güvenirlilik azalır.

Bu durumu gözönüne alan Box ve Jenkins adındaki yazarlar (1.7) ve (1.8) modellerine benzer ancak çok az fakat uygun sayıda parametre içeren modeller geliştirmişlerdir. Zaman serilerinin analiz edilmesinde kullanılan bu modellere Box-Jenkins (B.J) modelleri adı verilir.

4.3.2 Box-Jenkins Yöntemine İlişkin Modeller

Box-Jenkins (B.J) modellerinde zaman serilerinin herhangi bir dönemindeki değeri aynı serinin geçmiş dönemlerdeki gözlem değerlerinin ve/veya hata terimlerinin doğrusal bir

(38) Box-Jenkins, s. 47.

bileşimi olmasından ileri gelmektedir. Bu ifade ediliş nedeniyle B.J. yöntemi literatürde otoregresif hareketli ortalama yöntemi adıyla da anılmaktadır; (1.7) ve (1.8) nolu modellerin benzeri olan modellerdir.

Tek değişkenli zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde güvenilir tahmin sonuçları veren, günümüzde yaygın uygulama alanı bulan B.J. yöntemi araştırmamızdaki banka mevduat tahmininde kullanıldığından çalışmamızın izleyen bölümünde ayrıntılı bir biçimde incelenecektir. Tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemi olan B.J.yönteminin incelenen diğer tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemlerine olan üstünlükleri ve sakıncaları da yine gelecek bölümde ortaya konulacaktır.

BÖLÜM 2

BOX-JENKİNS YÖNTEMİ

1. Box-Jenkins Tahmin Modelleri

Box-Jenkins (B.J.) yöntemi, tek değişkenli zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde, kullanılan yöntemlerden biridir. Kısa dönem tahmin yöntem biliminin bu yeni ve başarılı yöntemi, eşit zaman aralıklarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen kesikli ve durağan zaman serilerinin ileriye dönük tahmin modellerinin kurulmasında ve tahminlerin yapılmasında sistemli yaklaşım göstermektedir (39). Eşit zaman aralıklarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen serinin kesikli ve durağan olması B.J. yönteminin önemli varsayımlarıdır.

---

(39) V.A.Mabert and R.C.Radeliffe, "A Forecasting Methodology as Applied to Financial Time Series", The Accounting Review, C. 49, (January-1974), s. 61.

Durağan zaman serisi örneklerine çevremizde çok az rastlanır; özellikle iktisadi olaylarla ilgili zaman serileri çeşitli zaman serisi unsurlarından (trend, mevsimsel dalgalanmalar gibi) birini veya birkaçını birlikte içerirler. Durağan olmayan zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde B.J. yönteminin uygulanabilmesi için önce durağanlığı bozan unsurlar (zaman serisi unsurları) gözönünde tutularak bazı dönüşüm yöntemleriyle seriler durağan hale getirilir, daha sonra B.J. yöntemi ileriye dönük tahmin amacıyla kullanılır.

Zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde kullanılan B.J. yöntemine ilişkin modeller son 20 yıl içinde geliştirilmiştir. Bu modeller, zaman serilerinin durağan olup olmaması özelliğine bağlı olarak geliştirilen bir grup doğrusal modelden oluştuğu için, genel olarak B.J. grubu modeller olarak bilinirler.

B.J. grubu modeller zamana bağlı olayların rassal karakterde olaylar (40), bu olaylarla ilgili zaman serilerinin ise stokastik süreç olduğu varsayımına dayanarak geliştirilmiştir. Ayrıca bu modellerde rassal değişkenin zaman içinde ardarda aldığı değerler (zaman serisi gözlem değerleri) arasında mevcut olan iç bağımlılık en etkili bir şekilde dikkate alınır. Bu nedenlerden dolayı sözkonusu modellere doğrusal stokastik modeller adı verilmektedir.

B.J. grubu, yani doğrusal stokastik modeller incelenen zaman serilerinin (stokastik süreçlerin) durağan olup olmaması durumuna göre doğrusal durağan stokastik modeller ve durağan olmayan doğrusal stokastik modeller olarak iki sınıfa ayrılır. Otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelleri ola-

---

(40) Box ve Jenkins, s. 7 ve 21.

rak bilinen durağan olmayan doğrusal stokastik modeller ayrıca zaman serilerinin mevsim unsurunu içerip içermemesi durumuna göre "mevsimsel ARIMA" ve "mevsimsel olmayan ARIMA" modelleri olarak sınıflandırılır. Bu bakımdan bu çalışmada B.J. yöntemine ilişkin modeller; i) doğrusal durağan stokastik modeller, ii) durağan olmayan doğrusal stokastik modeller ve iii) mevsimsel modeller başlıkları altında izleyen paragraflarda incelenecektir.

1.1 Doğrusal Durağan Stokastik Modeller

Uygulamada durağan zaman serilerinin modellenmesinde kullanılan B.J. yönteminin önemli doğrusal durağan stokastik tahmin modelleri otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modelleridir.

1.1.1 Otoregresif Modeller (AR)

Bu modeller bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerini, aynı serinin ondan önceki belirli sayıda dönemin (geçmiş dönemin) gözlem değerlerine ve hata terimine bağlı olarak açıklayan modellerdir. Başka bir deyişle AR modeller bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerini, aynı serinin ondan önceki belirli sayıda dönemin gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade eden modellerdir.

AR modeller içerdikleri geçmiş dönem gözlem değeri sayısına göre isimlendirilirler. AR modeli bir tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa "birinci dereceden", iki tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa "ikinci dereceden" ve genel olarak p tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa p'inci dereceden

AR modeli sözkonusudur (41).

1.1.1.1 AR Modellerin Genel İfadesi

Bir zaman serisinin gözlem değerleri kümesi X_t verildiğinde ve hata terimleri kümesi $\{a_t\}$ 'nin ortalaması sıfır ve varyansı σ_e^2 olan rassal bir değişken olduğu varsayımı altında, bu zaman serisinin herhangi bir t dönemine ait X_t gözlem değeri, X_{t-1} , X_{t-2} , ..., X_{t-p} gibi p sayıda geçmiş dönem gözlem değeri ve a_t hata terimi tarafından açıklanıyorsa, veya sözü edilen sayıdaki geçmiş dönem gözlem değeri ile a_t'nin doğrusal bir bileşimi olarak ifade ediliyorsa, bu model p'inci dereceden AR modeldir ve kısaltılarak AR(p) şeklinde gösterilir.

AR(p) modelinin genel ifadesi şöyledir:

$$x_t = \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + \dots + \emptyset_p x_{t-p} + a_t \qquad (2.1)$$

Burada x_t, x_{t-1}, $x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$ küçültülmüş gözlem değerleridir. Bu değerler her gözlem değerinin μ den farkı alınarak ($x_t = X_t - \mu$ gibi) elde edilir. Çalışmamızda x_t, $x_{t-1}, \dots$ gözlem değerleri denilince küçültülmüş gözlem değeri anlaşılacaktır. $\emptyset_1$, $\emptyset_2$, ..., $\emptyset_p$ modelin parametreleridir. Bu parametreler t dönemine (bugünkü döneme) ait gözlem değeri x_t ile geçmiş dönem gözlem değerleri x_{t-1}, x_{t-2}, ..., x_{t-p} arasındaki ilişkiyi gösteren "ilişki katsayılarıdır". p modelin derecesini ve a_t bağımsız bir süreç oluşturan, normal dağılmış hata değişke-

---

(41) Thomas H.Naylor, Terry G.Seaks ve D.W.Wichern, "Box Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Models". International Statistical Review, C. 40, No: 2, (1972), s. 125.

nidir.

Doğrusal model olarak ifade edilen (1.7) ve (1.8) modellerinin önemli özel bir hali olan (2.1) nolu AR(p) modeli, tahmin edilmesi gereken p+2 sayıda (μ; $\emptyset_1$, $\emptyset_2$, ..., $\emptyset_p$ ve σ_a^2) parametre içerir ve daha çok çoklu regresyon modeline benzer (42). Ancak AR(p) modeli çoklu regresyon modelinde olduğu gibi bağımlı bir değişken ile bu değişkeni açıklayan bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bir model olmayıp, aynı değişkenin belirli bir t dönemine ilişkin gözlem değeri ile ondan önceki dönemlere ait gözlem değerleri arasındaki ilişkiyi açıkladığı için çoklu regresyon modelinden ayrılır ve "otoregresif model" adını alır.

Uygulamada sıkça kullanılan AR modelleri birinci ve ikinci dereceden modellerdir ve kısaltılmış olarak sırasıyla AR(1) ve AR(2) şeklinde simgelendirilir.

AR(1) modelinde bir zaman serisinin t dönemine ait gözlem değeri x_t, t-1 döneminin gözlem değeri x_{t-1} ve a_t hata terimiyle açıklanır:

$$x_t = \emptyset_1 x_{t-1} + a_t \qquad (2.2)$$

Benzer şekilde AR(2) modeli

$$x_t = \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + a_t \qquad (2.3)$$

denklemiyle gösterilir.

---

(42) Chatfield, s. 44.

1.1.1.2 AR Modellerde Durağanlık Göstergesi

AR modeller (2.1) nolu AR(p) modelinde olduğu gibi fark denklemi biçiminde yazılabileceği gibi, $Bx_t = x_{t-1}$, $B^2x_t = x_{t-2}, \ldots, B^px_t = x_{t-p}$ ifadelerinden yararlanarak da

$$x_t = (\emptyset_1B + \emptyset_2B^2 + \ldots + \emptyset_pB^p)x_t + a_t \qquad (2.4)$$

veya

$$(1-\emptyset_1B - \emptyset_2B^2 - \ldots - \emptyset_pB^p)x_t = a_t \qquad (2.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada B zaman serilerinin zaman göstergesi t ile ilgili "geriye doğru öteleme operatörüdür". Örneğin $Bx_t = x_{t-1}$ ifadesindeki B, x_t'yi x_{t-1}'e $B^2x_t=x_{t-2}$ ifadesinde B^2, x_t'yi x_{t-2}'ye ve $B^px_t=x_{t-p}$ ifadesinde B^p, x_t'yi x_{t-p}'ye atayan operatördür. Bu nedenle (2.4) ve (2.5) nolu eşitliklere geriye doğru öteleme operatörü B kullanılarak yazılan eşitlikler adı verilmektedir.

AR modellerin geriye doğru öteleme operatörü B kullanarak yazılımı, bu modellerin durağanlık koşulunu sağlayıp sağlamadığını belirlemede yardımcı olan en iyi gösterimdir (43). Örneğin eşitlik (2.5)'de parantez içindeki ifade p'inci dereceden bir polinomdur. AR(p) modelinin durağanlık koşulunu sağlaması için bu polinomun sıfıra eşitlenmesiyle bulunacak olan köklerin birim

(43) Chatfield, s. 43; Box ve Jenkins, s. 9.

çemberin (yarıçapı, bir olan çemberin) dışında kalması gerekir (44). Eğer bu polinom kökleri birim çemberin dışında kalıyorsa AR(p) durağan zaman serileri için kullanılabilir.

Uygulamada sık kullanılan AR(1) modelinin geriye doğru öteleme operatörü B kullanılarak yazılımı

$$(1 - \emptyset_1 B)x_t = a_t \qquad (2.6)$$

şeklindedir. Bu modelin durağanlık koşulunu sağlaması için

$$|\emptyset_1| < 1$$

koşulunu sağlaması gerekir (45). (2.6) nolu eşitlikte $1-\emptyset_1 B=0$ ifadesinin kökü $B=\emptyset_1^{-1}$ dir. Sözkonusu koşul ile "$1-\emptyset_1 B=0$ ifadesinin kökü birim çemberin dışında kalması gerekir" deyişi aynı anlama gelir; Konuyla ilgili açıklama Ek I'de verilmiştir.

AR(2) modelinin geriye doğru öteleme operatörü B kullanılarak yazılımı ise

$$(1 - \emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2)\, x_t = a_t \qquad (2.7)$$

şeklindedir. Durağanlık için $1-\emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 = 0$ polinomunun kökleri birim çemberin dışında kalması, $\emptyset_1$ ve $\emptyset_2$ parametrelerinin aşağıdaki eşitsizlikleri sağlaması gerekir (46):

---

(44) Box ve Jenkins, s. 49-51, 54,67
(45) Box ve Jenkins, s. 56, 58.
(46) Box ve Jenkins, s. 56, 58.

$$\phi_2 + \phi_1 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$|\phi_2| < 1$$

1.1.2 Hareketli Ortalama Modelleri (MA)

MA modeller, bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerini aynı dönemdeki hata terimi ve ondan önceki belirli sayıda dönemin hata terimine bağlı olarak açıklayan modellerdir (47). Başka bir deyişle bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerinin, aynı dönemin hata terimi ve belirli sayıda geçmiş dönemin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edildiği modeller hareketli ortalama (MA) modelleridir (48).

MA modelleri içerdikleri geçmiş dönem hata terimi sayısına göre birinci dereceden, ikinci dereceden ve genel olarak q'inci dereceden MA modelleri olarak adlandırılırlar.

1.1.2.1 MA Modellerinin Genel ifadesi

Bir zaman serisi gözlem değerleri kümesi X_t verildiğinde ve hata terimleri kümesi $\{a_t\}$'nin ortalaması sıfır

---

(47) Hata terimine dayanarak bir zaman serisinin herhangi bir dönemine ilişkin gözlem değeri, aslında sonsuz sayıda hata teriminin tartılı toplamları alınarak açıklanabilir. Ancak uygulama imkansızlığı nedeniyle MA modellerinde, zaman serilerinin herhangi bir dönemine ilişkin gözlem değeri sonlu sayıda hata teriminin tartılı toplamı alınarak açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu konuda bilgi için bkz.: Box ve Jenkins, s. 10; Johnson ve Montgomery, s. 463.

(48) Naylor, Seaks ve Wichern, s. 125.

ve varyansı σ_a^2 olan rassal bir değişken olduğu varsayımı altında, bu zaman serisinin herhangi bir t dönemine ait X_t gözlem değeri, t dönemine ilişkin ve q sayıda geçmiş döneme ait hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade ediliyorsa, bu model q'uncu dereceden MA modelidir ve MA(q) simgesiyle gösterilir.

MA(q) modelinin genel ifadesi şöyledir:

$$x_t = \theta_o a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \qquad (2.8)$$

Burada $x_t = X_t - \mu$ olarak alınmıştır. x_t t'inci döneme ait gözlem değerini (küçültülmüş gözlem değerini) gösterir. θ_o, θ_1, θ_2 , ..., θ_q modelin parametreleridir, bunlar x_t ile a_t, a_{t-1}, a_{t-2} ,..., a_{t-q} arasındaki ilişkiyi gösteren katsayılardır. Burada genellikle $\theta_o=1$ kabul edilir (49). q, MA modelinin derecesini gösterir.

MA(q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı (μ; σ_a^2; θ_1, θ_2 ,..., θ_q olmak üzere) q+2 tanedir. Bu model sonlu sayıda hata terimi içerdiği için $-\theta_1$, $-\theta_2$,..., $-\theta_q$ tartılarının toplamının bire eşit ve pozitif olma koşulu sözkonusu değildir (50), bire yakınsaması sözkonüsudur.

Uygulamada kullanılan MA modelleri birinci derece (q=1 için) ve ikinci derece (q=2 için) modeldir; bu modeller sırasıyla MA(1) ve MA(2) şeklinde simgelendirilir.

---

(49) R.M.Leuthold, A.J.A.Mac Cormik, A.Schmitz ve D.G.Watts, "Forecasting Daily Hog Prices and Quantities: A study of Alternative Forecasting Techniques". Journal of the American Statistical Association, C. 65, No: 329, (March-1970), s. 95-96.

(50) Box ve Jenkins, s. 10; Johnson ve Montgomery, s. 463.

MA(1) modelinin yazılımı

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad (2.9)$$

şeklinde olur. Bu fark denklemi biçimindeki yazılımdan anlaşılacağı gibi MA(1) modelinde bir zaman serisinin x_t gözlem değeri t, t-1 dönemlerinin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimidir.

MA(2) modelinde x_t gözlem değeri t, t-1, t-2 dönemlerine ilişkin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edilir. MA(2) modelinin yazılımı aşağıdaki gibidir:

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \qquad (2.10)$$

1.1.2.2 MA Modellerinde Çevirilebilirlik Göstergesi

MA modelleri yukarıda gösterilen fark denklemi biçiminde yazılabileceği gibi "geriye doğru öteleme operatörü" B kullanarak da yazılabilir. (2.8) nolu genel MA(q) modeli B operatörü kullanarak

$$x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q) a_t \qquad (2.11)$$

şeklinde yazılır.

MA modellerinin geriye doğru öteleme operatörü B kullanarak yazılımı, bu modellerin çevirilebilirlik koşulunu sağlayıp sağlamadığını belirlemede yardımcı olan bir gösterimdir (51).

---

(51) Chatfield, s. 43.

Bu gösterim ayrıca AR ve MA modelleri arasındaki ikiliği ortaya koymak için de fayda sağlar (52). (2.9) nolu MA(1) modelini ele alalım. Bu model B operatörü kullanarak

$$x_t = (1 - \theta_1 B) a_t \qquad (2.12)$$

şeklinde yazılır. Bu eşitlik a_t için çözüldüğünde,

$$a_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} x_t \qquad (2.13)$$

yazılabilir. Eğer $|\theta_1| < 1$ ise, son eşitlik aşağıdaki hale gelir:

$$a_t = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \theta_1^j B^j \right) x_t \qquad (2.14)$$

$$= (1 - \theta_1 B - \theta_1^2 B^2 + \dots) x_t$$

Eşitlik (2.14), tartıları $\emptyset_j = \theta^j$ olan sonsuz sayıda terim içeren otoregresif bir modeldir.

Bu demektir ki MA(1) modeli sonsuz dereceden AR(∞) modele çevirilmiş veya AR model cinsinden yazılmış olur (53). Bu nedenle

$$|\theta_1| < 1$$

---

(52) Johnson ve Montgomery, s. 463; Chatfield, s. 45.
(53) Mabert ve Radcliffe, s. 63.

koşulu, MA(1) modeli için "çevirilebilirlik koşulu" olarak isimlendirilir (54). (2.12) nolu MA(1) modelinin çevirilebilirlik koşulunu sağlaması için bu eşitlikte $(1-\theta_1 B)=0$ ifadesinin kökü $B=\theta_1^{-1}$ birim çemberin dışında kalması gerekir.

(2.11) nolu genel MA(q) modelinde parantez içindeki ifade q'uncu dereceden bir polinomdur. Bu polinomun

$$1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q = 0$$

şeklinde yazılmasıyla elde edilen eşitliğe karakteristik eşitlik denir. Sonsuz sayıda terim içeren AR modeline $[AR(\infty)]$ çevirilebilecek MA(q) modeli için bu karakteristik eşitliğin kökleri birim çemberin dışında kalması gerekir. Eğer karakteristik eşitliğin kökleri birim çemberin dışında kalıyorsa q'uncu dereceden MA modelinin parametreleri çevirilebilirlik koşulunu sağlıyor denir. Çevirilebilirlik ile ilgili hususlar AR(p) modeli için de aynı şekilde geçerlidir. Yani p'inci dereceden AR model sonsuz dereceden MA modeli olarak da yazılabilir.

MA(2) modeli için karakteristik eşitlik

$$1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 = 0$$

şeklinde yazılır. MA(2) modeli θ_1 ve θ_2 değerleri için durağan olmasına rağmen sadece bu karakteristik eşitliğin kökleri birim çemberin dışında kalıyorsa ve θ_1 ve θ_2 parametreleri aşağıdaki eşitsizlikleri sağlıyorsa, model çevirilebilir niteliktedir (55):

---

(54) Johnson ve Montgomery, s. 464.
(55) Box ve Jenkins, s. 70.

$$\theta_2 + \theta_1 < 1$$

$$\theta_2 - \theta_1 < 1$$

$$|\theta_2| < 1$$

MA(2) modeli için sözkonusu olan bu koşullar, AR(2) modelinin durağanlık koşuluyla paraleldir.

1.1.3 Otoregresif Hareketli Ortalama Modeller (ARMA)

ARMA modelleri durağan zaman serilerinin modellenmesinde kullanılır ve AR ve MA modellerinin bir kombinasyonudur. Bu nedenle ARMA modellerine karışık modeller denir. Bu modellerde bir zaman serisinin herhangi bir dönemine ait gözlem değeri, ondan önceki belirli sayıda gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edilir. Eğer ARMA modeli p terimli AR ve q terimli MA modelinin bir kombinasyonu ise, p+q terim içerir ve ARMA(p,q) şeklinde yazılır.

ARMA modelleri durağan zaman serilerinin modellenmesinde esneklik sağlama ve hesaplanacak parametre sayısını enazlama amacına hizmet için geliştirilmiş bir modellerdir (56).

1.1.3.1 ARMA Modellerinin Genel İfadesi

Bir zaman serisinin gözlem değerleri kümesi $\{X_t\}$ ve $\{a_t\}$ hata terimleri kümesi verildiğinde; Bu zaman serisinin herhangi bir t dönemine ait X_t gözlem değeri, X_{t-1}, X_{t-2},... ..., X_{t-p} gibi p sayıda geçmiş dönem gözlem değeri ve a_t

(56) Box ve Jenkins, s. 11 ve 52.

$a_{t-1}, a_{t-2}, \ldots, a_{t-q}$ gibi q sayıda geçmiş dönem hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade ediliyorsa, bu model p+q sayıda terim içerdiği için (p,q)'uncu dereceden ARMA modelidir.

ARMA(p,q) modelinin genel gösterimi fark denklemi biçiminde aşağıdaki gibi olur: $(\theta_o=1)$

$$x_t=\emptyset_1 x_{t-1}+\emptyset_2 x_{t-2}+\ldots+\emptyset_p x_{t-p}+\theta_o a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-$$
$$\theta_q a_{t-q} \qquad (2.15)$$

veya

$$x_t-\emptyset_1 x_{t-1}-\emptyset_2 x_{t-2}-\ldots-\emptyset_p x_{t-p}=a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

Yukarıdaki eşitliklerde yer alan bütün simgeler AR(p) ve MA(q) modellerinde açıklandığı için bu simgelerle ilgili açıklamaya tekrar yer verilmemiştir.

ARMA(p,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı p+q+2 tanedir. Bunlardan p tanesi $\emptyset$ (otoregresyon) parametresi, q tanesi θ (hareketli ortalama) parametresi, bir tanesi ortalama μ ve bir tanesi de σ_a^2 dir.

Uygulamada sık karşılaşılan ARMA model türü ARMA(1,1) modelidir. Bu model birinci dereceden (p=1) AR ve birinci dereceden (q=1) MA modelinin kombinasyonudur. ARMA (1,1) modelinin denklemi,

$$x_t - \emptyset_1 x_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad (2.16)$$

veya

$$x_t = \emptyset_1 x_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

şeklinde yazılabilir.

1.1.3.2 ARMA Modellerinde Durağanlık ve Çevirilebilirlik Göstergesi

ARMA modellerinin durağanlık ve çevirilebilirlik koşulunu sağlayıp sağlamadığını belirlemek için bu modelleri geriye doğru öteleme operatörü B kullanarak yazmak gerekir. (2.15) nolu ARMA(p,q) modeli B operatörü kullanarak

$$\emptyset(B)x_t = \theta(B)a_t \qquad (2.17)$$

şeklinde yazılır. Buradaki $\emptyset(B)$ ile $\theta(B)$ sırasıyla p ve q dereceden polinomlardır (57) ve yine sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır:

$$\emptyset(B) = 1 - \emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 - \ldots - \emptyset_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q$$

$\emptyset(B)$ polinomunun kökleri olan $\emptyset_1$, $\emptyset_2$,..., $\emptyset_p$ değerleri birim çemberin dışında kalıyorsa bu model durağanlık koşulunu

(57) Chatfield, s. 51; G.Tunnicliffe Wilson, "The Estimation of Parameters in Multivariate Time Series Models". Journal of Royal Statistical Society, c. 35, No. 1, (1973), s. 76.

sağlar. $\theta(B)$ polinomunun kökleri olan θ_1, θ_2 , ..., θ_q değerleri birim çemberin dışında kalıyorsa bu modelin çevirilebilirlik koşulunu sağladığı ifade edilir.

ARMA(p,q) modeliyle bir zaman serisinin t dönemine ait gözlem değeri a_t hata değişkenine dayanarak doğrusal bir fonksiyonla da açıklanır (58). Bu açıklama için kullanılacak (2.17) nolu ARMA(p,q) modelinin B operatörüne dayanarak yazılımı aşağıda gösterilmiştir:

$$x_t = \emptyset^{-}(B)\ \theta(B)\ a_t \qquad (2.18)$$

veya

$$x_t = \frac{\theta(B)}{\emptyset(B)}\ a_t$$

veya

$$x_t = \frac{1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q}{1-\emptyset_1 B-\emptyset_2 B^2-\ldots-\emptyset_p B^p}\ a_t$$

Burada $\theta(B)$ ve $\emptyset(B)$ polinomlarının oranı da $\theta(B)/\emptyset(B)$ tartıyı gösterir.

1.2 Durağan Olmayan Doğrusal Stokastik Modeller (ARIMA)

Buraya kadar ele alınmış olan BJ modelleri sadece durağan zaman serileri analizinde kullanılan modellerdir. Ancak

---

(58) Box ve Jenkins, s. 53.

uygulamada karşılaşılan serilerin çoğu, özellikle ekonomik zaman serileri durağan değildir. Bu serilerin durağanlığı trend, mevsimsel ve konjonktürel dalgalanmalar ve tesadüfi sebepler gibi etkenler tarafından bozulur. Bu etkenlere rağmen zaman serilerinin çoğunda yine homojenlik görülmektedir (59). Başka bir ifadeyle serinin farklı kısımları benzer eğilim gösterebilir. Homojen durağan olmayan zaman serilerinin modellenmesi, seride durağanlığın sağlanmasına bağlıdır. Durağanlığın sağlanması için sözkonusu etkenlerin önce belirlenmesi sonra da yok edilmesi, kısaca durağan olmayan bir zaman serisinin durağan hale dönüştürülmesi gerekir.

Bir zaman serisinin gözlem değerleri bu serinin ortalama kıymeti etrafında durağan değilse, serinin uygun derecede farkları alınarak durağanlık sağlanır (60). Fark alma derecesi d ile simgelendirilir ve uygulamada d genellikle 1 ve en çok iki değerini alır. Mevsimsellik gösteren serilerle ilgili modeller ileride ele anılacağı için, burada sözü edilen fark alma derecesi mevsimsel olmayan seriler içindir.

Durağan olmayan ancak fark alma işlemiyle durağan hale dönüştürülmüş serilere uygulanan modellere entegre modeller veya "durağan olmayan stokastik modeller" adı verilir.

Durağan olmayan doğrusal modeller, belirli sayıda (d sayıda) farkı alınmış olan serilere uygulanan AR ve MA modellerinin bir kombinasyonu olan modellerdir. Eğer otoregresyon parametresi olan $\emptyset(B)$'nin derecesi P, hareketli ortalama parametresi $\theta(B)$'-nin derecesi de q ise ve d kez fark alma işlemi yapılmışsa, bu modele (p,d,q) dereceden otoregresif entegre hareketli

---

(59) Box ve Jenkins, s. 11 ve 85.
(60) Johnson ve Montgomery, s. 466.

ortalama modeli adı verilir ve ARIMA (p,d,q) şeklinde yazılır (61).

1.2.1 ARIMA Modellerinin Genel İfadesi

Genel ARIMA(p,d,q) modelinin ifadesi şöyledir:

$$w_t=\emptyset_1 w_{t-1}+\emptyset_2 w_{t-2}+\ldots+\emptyset_p w_{t-p}+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\theta_2 a_{t-2}-\ldots-\theta_q a_{t-q} \tag{2.19}$$

Bu eşitlik, (2.15) nolu eşitlikte x_t'nin yerine bunların farkı olan $\nabla^d x_t=w_t$ ikame edilerek elde edilmiştir. Burada;

∇ = Fark alma operatörü,
d = Fark alma derecesi,
$\{w_t\}$ = Farkı alınmış seridir.

Eğer birinci farklar (d=1) seriyi durağan hale getiriyorsa fark operatörü ∇'nın işleyişi

$$\nabla x_t = w_t = x_t - x_{t-1}$$

şeklinde gösterilir. Bu gösterim B operatörü kullanarak

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} = (1-B)x_t$$

gibi yazılır. Eğer d'inci farklar seriyi durağan hale getiriyorsa ∇ fark alma operatörünün işleyişi

---

(61) Box ve Jenkins, s. 90.

$$\nabla^{d} x_t = w_t = (1-B)^d \; x_t$$

gibi ifade edilir (62).

Eğer fark alma derecesi d=0 olduğunda, yani seri orijinal değerler itibariyle durağan ise, (2.19) nolu eşitlik, özel bir durum olarak daha önce incelenen AR, MA ve ARMA modellerini içerir (63). Bu nedenle eşitlik (2.19) ile gösterilen ARIMA p,d,q) modeli diğer modellere nazaran esnek modellerdir. Bu yüzden BJ modellerini ARIMA modelleri başlığı altında toplayanlar da olmaktadır.

Mevsimsel dalgalanma göstermeyen serilerin ileriye dönük tahmininde kullanılan genel ARIMA(p,d,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı ARMA(p,q)'daki kadardır.

ARIMA(p,d,q) modelinde p veya q sıfır olabilir. Bu durumda model ya AR(d,p) veya MA(d,q) model türüne indirgenmiş olur.

Uygulamada sık karşılaşılan ve d≥1 koşulunu sağlayan bazı ARIMA modelleri fark denklemi şeklinde ve B operatörü kullanarak aşağıda verilmiştir.

i) ARIMA(0,1,1) modeli;

$$\nabla x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad (2.20)$$

$$= (1-\theta_1 B)\; a_t$$

(62) Leuthold, MacCORMICK, Schmıtz, ve Watts, s. 97.
(63) Box ve Jenkins, s. 12.

eşitlikleriyle yazılır. Bu modelde p=0, d=1, q=1; $\emptyset$ (B)=1; θ (B)=1-θB dir.

ii) ARIMA (0,2,2) modeli;

$$\nabla^2 x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \qquad (2.21)$$

$$= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\, a_t$$

eşitlikleriyle gösterilir. Bu modelde p=0, d=2, q=2; $\emptyset(B)=1$; $\theta(B)=1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2$ dir.

iii) ARIMA (1,1,1) modeli;

$$\nabla x_t - \nabla x_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad (2.22)$$

veya

$$(1 - \emptyset_1 B)\, \nabla x_t = (1 - \theta_1 B)\, a_t$$

eşitlikleriyle ifade edilir. Bu modelde p=1, d=1, q=1; $\emptyset(B)=1-\emptyset_1 B_1$; $\theta(B)=1-\theta_1 B$ dir.

Durağan olmayan doğrusal stokastik modellerin durağanlık ve çevirilebilirlik koşulları doğrusal durağan modellerde olduğu gibidir, bu bakımdan sözkonusu koşullar burada tekrar incelenmeyecektir.

1.2.2 ARIMA Modellerinde Durağanlık ve Çevirilebilirlik Göstergesi

ARIMA modellerinin durağanlık ve çevirilebilirlik koşulunu sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi işlemi AR MA modellerinde olduğu gibi yapılır.

1.3 Mevsimsel Modeller

1.3.1 Mevsimselliğin Nedenleri

Aylık veya üç aylık zaman aralıklarına ait gözlem değerlerinden oluşan zaman serilerinin birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde maksimuma ve minimuma ulaşma eğilimi mevsim dalgalanmalarını ifade etmektedir. Doğal ve sosyal nedenler sonucu ortaya çıkan ve her yıl düzenli olarak tekrar eden bu dalgalanmaları içeren serilere "mevsimsel zaman serileri" adı verilir. Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğu s ile gösterilir, aylık gözlem değerlerinden meydana gelen serilerde genellikle s=12 dir. Ancak 6 aylık (s=6) periyoda sahip mevsimsel dalgalanmalara da rastlanabilir. Üçer aylık aralıklarla yapılan gözlem değerlerinden oluşan serilerde s=4'tür.

Mevsimsellik zaman serilerinin durağanlığını bozan unsurlardan biridir, bu serilerde durağanlığın sağlanması için serinin mevsim etkisinden arındırması gerekir (64). Bu amaçla gözlem değerlerinin s'inci dereceden farkı alınması gerektiğinden, mevsimsel serilerin modellenmesinde s'nin bilinmesi önemlidir. Bu fark alma işlemi biçiminde gösterilir. Hemen belirtelim ki, aylık gözlem değerlerinden meydana gelen serilerde mevsime atfedilemeyecek olan tesirlerden dolayı bazı dalgalanmalar gözlenebilir. Örneğin ayların içerdiği gün ve işgünü sayıları farklı olduğundan, bayram ve hafta tatilleri çeşitli aylardaki işgünü

(64) Kendal, Stuart ve J.K., s. 506-507.

sayısına etki ettiğinden, zaman serilerinin aylık kıymetlerinde görünüşte artış ve azalışlar oluşabilir. Bu durumda, kıymetler gün sayısına göre ayarlanır (65). Ancak olayın özelliği gereği bir zaman serisi bir olayın seviyesini gösteriyorsa (banka mevduat hacminde olduğu gibi) seri kıymetleri gün veya işgünü sayısından etkilenmeyeceği için herhangi bir ayarlamaya gerek olmayacağı unutulmamalıdır (66).

Zaman serilerinin kıymetlerinde görünüşte artış ve azalışları etkileyen diğer bir faktör de fiyat değişiklikleridir. Eğer bir zaman serisinin kıymetleri para birimiyle ifade edilmişse, fiyat değişikliklerinin tesiri altındadır. Olayda gerçek bir değişme olmadığı halde, örneğin fiyat artışları zaman serisi kıymetlerinin yapay ve yanıltıcı olarak yükselmesini sağlamış olabilir. Böyle serileri analiz etmeden önce seriyi ayarlamak, yani seri kıymetlerini sabit fiyat esasına dönüştürmek gerekir. Bu ayarlama s'nin doğru belirlemesine yardımcı olur.

1.3.2 Mevsimsel Serilerin Modellenmesi

Gün sayısı ve fiyat değişmeleri bakımından ayarlanan (eğer gerekli ise) mevsimsel serilerin modellenmesi (2.19) nolu genel ARIMA modelinden yararlanarak yapılır (67). Ancak yapılacak mevsimsel model hem veri düzeyindeki değişmeleri hem de mevsimlerin etkisiyle oluşan değişmeleri yansıtabilmelidir. Çünkü bir zaman serisi hem trende sahip olabilir, hem de bunun yanında mevsimsel dalgalanmalar içerebilir. Bu özellikte bir zaman serisinin gözlem değerleri arasında iki türlü ilişki vardır: Birbi-

---

(65) Gürtan, s. 472, 474; Serper, s. 205-206.
(66) Gürtan, s. 472, 474.
(67) G.S.Maddala, Econometrics (NewYork, Mc.Graw-Hill, Inc., 1978), s. 350, Chatfield, s. 74.

rini izleyen gözlem değerleri arasındaki ilişki ve birbirini izleyen yılların aynı aylarına ait gözlem değerleri arasındaki ilişki, yani mevsimsel ilişki. Box ve Jenkins bu ilişkilerin bir arada kolayca görülebilmesi için gözlem değerlerinin bir tablo halinde gösterilmesini önerirler. Bu tabloda aylar sütunlarda, yıllar ise satırlarda gösterilir. Bu tabloda aynı satır ve sütundaki gözlemler arasında benzerlikler beklenebileceği için, bu durum ikiyönlü varyans analizine de benzetilebilir (68).

Mevsimsel zaman serilerinin analizinde kullanılan ve yukarıda sözü edilen iki tür ilişkiye yer veren model,

$$\emptyset_p(B)\ \emptyset_p(B^s)\nabla^d\ \nabla_s^D x_t = \theta_q(B)\ \theta(B^s)\ e_t \qquad (2.23)$$

şeklinde yazılabilir ve çarpımsal model adı verilir (69). Bu modelde;

$\emptyset$: Mevsimsel otoregresyon parametresini,

θ : Mevsimsel hareketli ortalama parametresini,

s : Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğunu,

D : Mevsimsel fark alma derecesini,

p : Mevsimsel otoregresif model derecesini,

q : Mevsimsel hareketli ortalama model derecesini,

$\emptyset_p(B^s)$ ve $\theta_q(B^s)$ sırasıyla p ve q dereceden B'nin polinomlarını gösterir. Diğer taraftan

∇_s^D : Mevsimsel fark alma operatörü,

---

(68) Box ve Jenkins, s. 303.

(69) Naylor, Terry ve Seaks, s. 126; O.D.Anderson, "The Interpretation of Box-Jenkins Time Series Models", Journal of the Statistical Society, C. 20, No. 2, (Haziran, 1977), s. 129-130; Box ve Jenkins, s. 305.

∇^d : d'inci dereceden fark alma operatörüdür.

Model (2.23)'de yer alan ve yukarıda açıklanmayan diğer simgeler daha önce incelenen modellerdeki gibidir.

Genel mevsimsel modelin derecesi, mevsimsel ve mevsimsel olmayan modellerin derecelerinin çarpımıdır, ve (p,d,q)(P,D,Q) şeklinde gösterilir. (p,d,q) mevsimsel olmayan modelin derecesini, (P,D,Q) ise mevsimsel modelin derecesini ifade eder.

Uygulamada sık karşılaşılan ve iktisadi olaylarla ilgili zaman serilerinin çoğunda tahmin amacıyla kullanılan çarpımsal model, derecesi (0,1,1) $(0,1,1)_{12}$ olan ARIMA modelidir (70). Önceki açıklamalardan hatırlanabileceği gibi (0,1,1) modeli ARIMA modellerinden birinci derece entegre hareketli ortalama modelidir. Bu model bilindiği gibi

$$\nabla x_t = w_t = (1 - \theta B)\, a_t \qquad (2.24)$$

şeklinde gösterilmişti.

$(0,1,1)_{12}$ modeli birinci dereceden mevsimsel hareketli ortalama modelidir. Bu model ise

$$\nabla_{12}\, x_t = (1 - \theta\, B^{12})\, a_t \qquad (2.25)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Eşitlik (2.24) ile (2.25)'den yararlanarak derecesi (0,1,1) $(0,1,1)_{12}$ olan çarpımsal modelin yazılımı

$$\nabla \nabla_{12}\, x_t = (1 - \theta B)(1 - \theta B^{12})\, a_t \qquad (2.26)$$

---

(70) Box ve Jenkins, s. 305.

şeklinde olur. Aynı modelin daha açık gösterimi ise

$$(x_t-x_{t-1})-(x_{t-12}-x_{t-13})=a_t-\theta a_{t-1}-\theta a_{t-12}-\theta\theta a_{t-13}$$

biçimindedir. Bu modele birinci dereceden çarpımsal mevsimsel hareketli ortalama adı verilir.

1.3.3 Mevsimsel Modellerde Durağanlık ve Çevirilebilirlik Göstergeleri

Bu modellerde durağanlık ve çevirilebilirlik koşulu daha önce incelenen modellerde olduğu gibidir. Örneğin derecesi (0,1,1) $(0,1,1)_{12}$ olan (2.26) nolu mevsimsel ARIMA modelinde çevirilebilirlik koşulunun sağlanması için $(1-\theta B)(1-\theta B^{12})=0$ eşitliğinin kökleri birim çemberin dışında kalması gerekir; bu da aşağıdaki eşitsizlikler tarafından sağlanır:

$$-1<\theta<1$$

$$-1<\theta<1$$

1.4 Box-Jenkins Yönetiminin Üstün ve Zayıf Yönleri

1.4.1 Yöntemin üstün yönleri

B.J. yönteminin üstünlükleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1) B.J. yönteminde uygun modelin belirlenebilmesini genellikle elde verilerin yapısı belirlediği için, "verilerin kendi

kendine konuşması sağlanmış olur" (71). Bu nedenle B.J. modellerine dayanarak yapılan kısa dönem tahminlerin diğer yöntemlere dayanarak yapılan aynı döneme ait tahminlere nazaran daha güvenilir olduğu söylenir.

2) B.J. yönteminde ileriye dönük tahmin amacıyla analiz edilecek bir zaman serisi için uygun model belirlerken, izlenen her aşamada bu modelin analiz edilecek seriye uygunluğunu denetleme imkanı vardır.

3) B.J. yöntemine göre belirlenecek uygun modelde önemli olan parametre sayısını olabildiği kadar az tutmaktır. Uygun, fakat en az sayıda parametre içeren B.J. modellerinin uygulanabilmesi için serinin en az 50 gözlem değerini ihtiva etmesi gerekir (72).

4) Zaman serilerinin çoğunda ardışık gözlem değerleri birbirine bağımlıdır. B.J. yöntemi zaman serilerinin bu en önemli özelliğini en etkili bir şekilde kullanır.

1.4.2 Yöntemin Zayıf Yönleri

B.J. yöntemine yapılan eleştiriler şöyle sıralanabilir (73):

1) B.J. yöntemine dayanarak yapılan tahminler, alternatif yöntemlere dayanan tahminler kadar çabuk elde edilemez. Çünkü B.J. yöntemi tamamiyle otomatik değildir. Bu yönteme dayanarak

(71) Newbold, s. 397.
(72) C.Chatfield and D.L.Prothero, "Box-Jenkins Seasonal Forecasting: Problems in a Case-Study", Journal of the Royal Statistical Society, A Series, c. 136, (1973), s. 296.
(73) Newbold, s. 398.

ileriye dönük tahmin yapmak amacıyla yazılacak bir kompüter programı aşamalı (iterative) bir programdır. Bu tür bir kompüter programı kullanırken elle müdahaleye gerek vardır (74).

2) B.J. yönteminin uygulanabilmesi için deneyimli ve bilgili işgücüne gereksinim vardır.

3) B.J. yönteminin uygun model seçimi konusunda sağladığı özgürlük olanağı, tahmin uzmanının uygun olmayan model seçmesine neden olabilir.

4) B.J. modelleriyle aynı seriyi analiz eden ve aynı seri için ileriye dönük tahmin yapan iki kişinin sayısal olarak birbirine benzer sonuçlar elde etmesi konusunda garanti yoktur.

5) Model belirlemek için çok sayıda gözlem değerine gereksinim vardır.

Yöntemin otomatik olmaması, deneyimli ve bilgili işgücü gerektirmesi, yöntemin uygulanmasını masraflı kılar. B.J. yönteminin uygulamaya karar verenler masraf ile tahminlerin güvenilirlik derecesi arasında bir denge kurmaktadır. Ayrıca B.J. yönteminin uygulanmasında uygulayıcının bilgi ve deneyime sahip olması, yöntemin başarı şansını arttıracaktır. Doğal olarak tamamiyle otomatik hareketli ortalama ve üssel düzeltme yöntemlerini uygulamak için de deneyimsizlik yardımcı olmayacaktır. Farklı kişilerin farklı sonuçlar elde edilebilmesinin pratik öneminden çok teorik önemi vardır. Bu yöntemi kullanan kişinin temel düşüncesi, kaliteli ve güvenilir tahmin yapmaktır.

(74) Paul Newbold ve C.W.J.Granger, "Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts", Journal of Royal Statistical Society, A serisi c. 137, (1974), s. 133.

1.5 Box-Jenkins Yönteminin Diğer Tek Değişkenli Tahmin Yöntemleriyle Karşılaştırılması

- B.J.yöntemi gözlem değerleri arasındaki bağımlılığı en etkili bir şekilde kullanıldığı için (75), bu yönteme ilişkin modellerle genellikle oldukça iyi tahmin sonuçları sağlanır. Oysa, trend analizi, hareketli ortalama ve üssel düzeltme yöntemleri sözkonusu bağımlılığı dikkate almazlar.

- Model belirleme konusunda üssel düzeltme yöntemlerinin ve hareketli ortalama yönteminin tersine B.J. yöntemi büyük bir seçim özgürlüğü verir ve buna bağlı olarak model belirlemenin her aşamasında karar verme çalışması ister; B.J. yöntemi belirlenen modelin incelenen olaya uygunluğunu sınama imkanı sağlar, ve bu B.J. yönteminin en önemli üstünlüğüdür. B.J. yöntemi dışındaki yöntemlerde tahmin amacıyla kullanılan belirli türdeki modeller büyük ölçüde deneyime ve sezgisel yargıya dayanan sınama-yanılma yönteminin sonuçlarıdır (76). Oysa B.J. yöntemi tahmin amacıyla kullanılacak uygun modelin seçiminde, seçilen modelin kurulmasındaki her aşamada modelin incelenen olaya uygunluğunu sınama imkanı olduğu için bu yöntemde tahmin amacıyla kullanılacak belirli türdeki modeller yapısal bir yaklaşımın sonuçlarıdır. Doğal olarak deneyim ve yargı sözkonusu-

---

(75) Johnson ve Montgomery, s. 461.
(76) Chatfield ve Prothero, s. 296; Mabert ve Radeliffe, s. 61.

dur. Fakat yapısal yaklaşım sınama-yanılma yönteminin sakıncalarını kaldırabilir. Böylece tahmin yapacak kişi yapısal ve sistemli bir tahmin yöntemi ile temin edilmiş olur. Kısa dönemde güvenilir tahmin yapma olanağı sağlayacağı söylenen B.J. yöntemi (77) her ne kadar otomatik değilse de, sistemli hale getirilirse tahmin yapmak kolaylaşır ve fazla zaman almaz.

- Daha önce incelenen uyarlayıcı arındırma yöntemi ile B.J. yöntemi birbirine benzer, ancak uygun model belirleme ve parametreleri optimize etmede izlenen yol farklıdır. Uyarlayıcı arındırma yönteminde her gözlem değeri için bir parametre hesaplama gereği vardır; bu durum uyarlayıcı arındırma yönteminin zayıf yönüdür. B.J. yönteminde hesaplanacak parametre sayısı her gözlem için değişmez, sabit kaldığı için, uyarlayıcı arındırma yöntemine tercih edilir.

- B.J.yöntemiyle belirlenecek olan modeli ileriye dönük tahmini yapılacak olayla ilgili gözlem değerlerinin yapısı belir - ler. Bu nedenle B.J. modellerine dayanarak yapılan kısa dönem tahminlerinin daha güvenilir olabileceğini belirtmeliyiz.

Modelleri ayrıntılı biçimde incelenen Box-Jenkins yönteminin model belirleme aşamaları izleyen bölümde ele alınacaktır.

---

(77) Makridakis ve Whelwright, Interactive ..., s. 226.

BÖLÜM 3

BOX-JENKİNS YÖNETİMİNDE MODEL BELİRLEME AŞAMALARI

1. Model Belirlemede Kullanılan Araçlar

Box-Jenkins tahmin modelleri sıfır orijinine göre birinci moment (ortalama), ortalama orijinine göre ikinci moment (varyans), otokovaryans, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları ve korelogram gibi araçlar yardımıyla tanımlanabilir, özellikleri ortaya çıkarılabilir(78). Bu araçlara aşağıda kısaca değinilecektir.

1.1 Ortalama

Durağan stokastik bir süreç niteliğindeki Box-Jenkins tahmin modellerinin sabit bir ortalaması vardır. Bu ortalama se-

(78) Box ve Jenkins, s. 26-30.

rinin etrafında dalgalanma gösterdiği düzeyi ifade eder ve

$$E(X_t) = E(x_{t+k}) = \mu$$

ile gösterilir.

Durağan sürecin ortalaması olan μ incelenen zaman serisine dayanarak tahmin edildiğinde,

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} X_t = \hat{\mu} \qquad (3.1)$$

olur.

1.2 Varyans

Box-Jenkins tahmin modellerinin, birer durağan stokastik süreç olarak varyans sabittir. Kıymetlerin ortalama değerden sapmalarının ölçüsü olan varyans

$$\sigma_x^2 = E(X_t - \mu)^2 \qquad (3.2)$$

ile gösterilir.

σ_x^2 nin incelenen zaman serisine dayanarak tahmini ise

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (X_t - \bar{X})^2 = \hat{\sigma}_x^2 \qquad (3.3)$$

şeklinde ifade edilebilir.

1.3 Otokovaryans Fonksiyonu ve Katsayıları

Bu fonksiyon zaman serilerine uygulanan, bu serilerin ilişki ve özelliklerini açıklayan, bu nedenle analiz edilecek zaman serilerine uygun olabilecek zaman serisi modelinin seçiminde yardımcı olan ve açıklayıcı bilgi oluşturan önemli fonksiyonlardan birisidir.

Bir zaman serisinin X_t ile X_{t+k} gibi belirli bir k zaman aralığıyla (gecikmesi) birbirinden ayrık iki kıymet arasındaki ilişkiye "otokovaryans", bu ilişkinin derecesini ölçen ve $\gamma(k)$ ile gösterilen katsayıya da "otokovaryans katsayısı" denir (79). Otokovaryans katsayılarını k gecikmesine bağlayan fonksiyona ise "otokovaryans fonksiyonu" adı verilir.

Durağanlık varsayımı gereği otokovaryansın zamanın değil, gecikmenin bir fonksiyonu olduğunu söyleyebiliriz.

Otokovaryans katsayısı k gecikmesi için

$$\gamma(k)=Kov(X_t - X_{t+k}) = E\left[(X_t - \ )(X_{t+k} - \ )\right] \qquad (3.4)$$

biçiminde belirlenir. k=0 olduğunda, yani sıfır gecikmesindeki kovaryans varyansa eşittir:

$$\begin{aligned}\gamma(0)=Kov(X_1X_t) &= E\left[(X_t-\mu)(X_t-\mu)\right] \\ &= E\,(X_t-\mu)^2 \\ &= \sigma_x^2 \qquad (3.5)\end{aligned}$$

(79) E.Malınualud, Statistical Methods of Econometrics (Netherland: North-Holland Publishing Company, 1970), s. 443; Box ve Jenkins, s. 26, 30.

k=0 durumunda otokovaryans fonksiyonu simetriktir:

$$\gamma(k) = \gamma(-k)$$

İncelenen zaman serisine dayanarak (k) otokovaryans fonksiyonunun tahmini C(k) ile gösterilir (80). Örnek otokovaryansı adı verilen C(k) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$C(k)=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}(X_t-\bar{X})(X_{t+k}-\bar{X}),\quad k=0,1,2,\ldots,K \qquad (3.6)$$

Örneklem otokovaryansının güvenilir olabilmesi için gözlemlerin yeterli sayıda olması gerekir. Çünkü gecikme sayısı arttıkça tahminde kullanılan gözlem sayısı azalır; bu azalış tahmin hatasını arttırır. Faydalı veya yeterli bir otokorelasyonunun belirlenebilmesi için, uygulamada gözlem sayısının en az 50 olmasına dikkat edilir. Diğer taraftan hesaplanacak $\gamma(k)$ otokovaryans katsayısının da en çok n/4 kadar olması, başarılı bir analiz için yeterli sayılır (81).

(80) Bazı yazarlar 2.3.1 nolu formülde 1/n yerine $\frac{1}{n-k}$ kullanırlar. n büyük olduğunda her iki yazılım arasında önemsiz fark olacaktır. Bu konuda ayrıntılı bilgi için bkz.: E.Parzen, "Mathematical Consideration in the Estimation of Spectra". Technometrics, C. 3, No: 2, (May -1961), s. 174; Chatfield, s. 25.

(81) John Farley ve Melvin, J. Hınıch, Spectral Analysis, in Handbook of Marketing Research, (U.S.A.: Mc.Graw-Hill, Inc., 1974), s. 21384; Box ve Jenkins.

1.4 Otokorelasyon Fonksiyonu ve Katsayıları

1.4.1 Otokorelasyon Fonksiyonun Tanımı

Otokovaryans fonksiyonu zaman serilerinin analizinde önemli bir araç olmasına rağmen, farklı ölçü birimleriyle ifade edilmiş, veya terimleri farklı büyüklüklerde olan serilerin karşılaştırılmasında yanıltıcı olabileceği için yetersiz kalmaktadır. Otokovaryans fonksiyonunun bu yetersizliği hesaplanan $\gamma(k)$ ların standartlaştırılması, yani $\gamma(0)=\sigma_x^2$ değerine bölünmesi suretiyle giderilebilir (82). Standartlaştırılmış otokovaryans fonksiyonuna "otokorelasyon fonksiyonu" denir.

Otokorelasyon fonksiyonu analiz edilecek seri için uygun olabilecek model/modellerin belirlenmesinde ve seçiminde kullanılan önemli analiz araçlarından biridir. Otokorelasyon aynı değişkenin farklı zaman aralıklarında aldığı kıymetler arasındaki ilişkinin derecesini belirler.

Zamana göre ardarda elde edilmiş gözlem kümesinde farklı zaman aralıklara sahip gözlemler arasındaki ilişkinin derecesinin ölçülmesinde kullanılan katsayıya "otokorelasyon katsayısı" (teorik otokorelasyon katsayısı) denir ve P(k) ile gösterilir. Farklı değerdeki k gecikmeleri (k=0,1,2,...) için hesaplanan $\{P(k)\}$ ları k gecikmelerine bağlayan fonksiyona "otokorelasyon fonksiyonu" denir.

(82) Nelson, s. 21.

k gecikmesi için otokorelasyon katsayısı P(k) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$P(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t-\mu)(X_{t+k}-\mu)}{\sum_{t=1}^{n} (X_t-\mu)^2} = \frac{\gamma(k)}{\sigma_x^2} \qquad (3.7)$$

Durağan bir süreçte $\sigma_{\bar{x}}^2 = \gamma(0)$ ve t=(t+k) olduğundan k gecikmeli otokorelasyon katsayısı aşağıdaki gibi de hesaplanabilir.

$$P(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} \qquad (3.8)$$

Sıfır gecikmesindeki otokorelasyon katsayısı

$$P(0) = \frac{\gamma(0)}{\gamma(0)} = 1 \qquad (3.9)$$

olarak bulunur.

İncelenen zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayısına "örneklem otokorelasyon katsayısı" denir, r(k) ile gösterilir ve (2.32) nolu formülden yararlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t-\bar{X})(X_{t+k}-\bar{X})}{\sum_{t=1}^{n} (X_t-\bar{X})^2} \qquad (3.10)$$

Otokorelasyon fonksiyonu örneklem otokovaryans fonksiyonu C(k) dan yararlanılarak da hesaplanabilir. Bu durumda örneklem otokorelasyon katsayısı

$$r(k) = \frac{C(k)}{C(0)} \qquad (3.11)$$

formülüyle elde edilir.

1.4.2 Otokorelasyon Fonksiyonunun Özellikleri

Otokorelasyon fonksiyonunun genel özellikleri aşağıda sıralanmıştır.

- Otokovaryans fonksiyonunun tahmininde gözlem ve gecikme sayısına ilişkin olarak belirtilen durumlar otokorelasyon fonksiyonunda da geçerlidir.

- Otokorelasyon fonksiyonu gecikmenin simetrik bir fonksiyonudur:

$$P(k) = P(-k)$$

- Otokorelasyon katsayıları ± 1 arasında değerler alır:

$$-1 \leqslant P(k) \leqslant 1$$

- Aynı otokovaryans fonksiyonuna sahip yalnızca bir durağan normal süreç olmasına karşın aynı otokorelasyon fonksiyonuna sahip normal olmayan bir çok süreç bulmak mümkündür. Bu durum örneklem otokorelasyon fonksiyonunun açıklanmasında büyük güçlük-ler yaratmaktadır (83)

1.4.3 Otokorelasyon Katsayılarının Önemi

Zaman serilerinin analizindeki başarı bu serilerin çeşitli gecikme değerleri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değerlerini yorumlamaya ve seride görülen çeşitli unsurların rassal unsurlardan ayırd edilmesine bağlıdır. Bu nedenle rassal serinin otokorelasyon katsayıları hakkında bilgi vermek gerekir.

Kuramsal olarak çok sayıda terimden meydana gelen rassal bir serinin k=0,1,2,... gecikme değerleri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının örnekleme dağılımının ortalaması sıfır, standart hatası yaklaşık olarak $1/\sqrt{n}$'dir. Fakat gecikme değeri $k \geqslant 1$ için otokorelasyon katsayısının standart hatası aşağıdaki formüle göre hesaplanır (84).

$$S_{(r(k))} = \sqrt{\frac{1}{n}\left[1+2\sum_{k=1}^{k} r(k^2)\right]}\ , \quad k \geqslant 1 \qquad (3.12)$$

Otokorelasyon katsayılarının örnekleme dağılımı hakkında ortaya konan bu bilgiler, bir zaman serisinin rassal bir seri olup olmadığını ortaya koymada yardımcı olabileceği gibi, hesaplanan otokorelasyon katsayılarının hangi gecikmeden sonra rasral olarak sıfırdan farklı olduğunu belirlemede de yardımcı olur. Eğer çeşitli gecikmeler için hesaplanan örneklem otokorelasyon katsayılarının değerleri $\pm Z_c/\sqrt{n}$ nlimitleri içinde ise,

(83) Chatfield, s. 37-39.
(84) Box ve Jenkins, s. 35-36.

otokorelasyon katsayılarının değerinin sıfır ve serinin rassal olduğuna karar verilir; z_c, verilen olasılık düzeyindeki kritik değeri gösterir. $\pm z_c/\sqrt{n}$ limitlerinin dışında kalan otokorelasyon katsayıları bazı B.J. modellerinin derecesinin belirlenmesinde kullanılır.

Otokorelasyon katsayılarının analizi zaman serilerinin durağan olup olmadığını da gösterir. Eğer incelenen zaman serisi durağan ise, bu seri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değeri birkaç gecikmeden sonra sıfıra yaklaşır veya $\pm z_c / \sqrt{n}$ limitleri içinde kalır. Aksi takdirde serinin durağan olmadığına karar verilir.

1.4.4 Tahmin Hatalarının Otokorelasyon Katsayıları

Tahmin hatası tahmin modeline dayanarak her gözlem değeri için elde edilen tahmin değerinin ilgili gözlem değerinden çıkarılmasıyla bulunur ve a_t harfiyle gösterilir:

$$a_t = \text{Gözlem değeri} - \text{Tahmin değeri}$$

Gözlem değerleri için hesaplanan tahmin hatalarının ardarda sıralanmasıyla meydana gelen seri "tahmin hataları zaman serisi" veya "hatalar serisi" adı verilir.

İleriye dönük tahmin amacıyla kullanılan bir modelin incelenen seri için uygun olup olmadığına karar verirken tahmin hatalarının otokorelasyon analizinden yararlanılır. Hatalar serisinin farklı gecikmelerdeki otokorelasyon katsayıları r (k), r(k)'nın hesaplanmasında kullanılan (3.10) veya (3.11) nolu formüllere dayanarak yazılan aşağıdaki eşitlikler yardımıyla hesaplanır:

$$r_a(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (a_t-\bar{a})(a_{t+k}-\bar{a})}{\sum_{t=1}^{n} (a_t-\bar{a})^2} \qquad (3.13)$$

veya

$$r_a(k) = \frac{C_a(k)}{C_a(0)} \qquad (3.14)$$

Burada

a_t : t dönemine ait tahmin hatası,

$\bar{a}$: hatalar serisinin ortalaması,

a_{t+k}: t+k dönemine ait tahmin hatası,

$C_a(k)$:Hatalar serisinin örneklem otokovaryans katsayısıdır.

Tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının değeri $\pm z_c / \sqrt{n}$ limitleri içinde kalıyorsa tahmin amacıyla kullanılacak model uygun modeldir; hatalar rassal hatalardır. Aksi takdirde başka bir model denemek gerekir.

1.5 Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu ve Katsayıları

1.5.1 Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu ve Katsayısı Tanımı

Kısmi otokorelasyon, diğer gecikmeli değişkenlerin etkisi sabit kalmak şartıyla bir x_t değişkeni ile bu değişkenden gecikmeli olarak türetilen herhangi bir x_{t+1}, x_{t+2},

$x_{t+3}, \ldots$ değişkeni arasındaki ilişkiyle ilgilidir (85); "Kısmi otokorelasyon katsayısı" ise bu ilişkinin derecesini belirleyen istatistiksel bir ölçüdür. Otokorelasyon katsayısında olduğu gibi kısmi otokorelasyon katsayısı da ± 1 arasında değer alır ve otokorelasyon katsayısı gibi yorumlanır. Gecikmeli olarak hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayıları k=1,2,3,... değerleri için $\emptyset_{11}, \emptyset_{22}, \ldots, \emptyset_{kk}$ simgeleriyle gösterilir.

1.5.2 Kısmi Otokorelasyon Katsayılarının Tahmini

Kısmi otokorelasyon katsayıları $\emptyset_{11}, \emptyset_{22}, \ldots, \emptyset_{kk}$ Yule-Walker denklem sistemiyle tahmin edilir (86). Bu denklem sistemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$P_j = \emptyset_{k1} P_{j-1} = \ldots + \emptyset_{k(k-1)} P_{j-k+1} + \emptyset_{kk} P_{j-k} \qquad (3.15)$$

$$j = 1,2,\ldots, k$$

Uygulamada (3.15) nolu denklemler sisteminden yararlanılarak kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmin edilebilmesi için, denklemlerdeki genellikle bilinmeyen P_j'lerin yerine onların tahmin değerleri olan r_j'ler konulur. P_j yerine r_j ikame edi-

(85) Makridakis ve Wheellwright, s. 621.
(86) Box ve Jenkins, ss. 62-66; Johnson ve Montgomery, s. 468.

lince (3.15) nolu denklemler sistemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$r_j = \emptyset_{k1} r_{j-1} + \dots + \emptyset_{k(k-1)} r_{j-k+1} + \emptyset_{kk} r_{j-k} \qquad (3.16)$$

$$j = 1,2,3,\dots, k$$

Bu duruma göre kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmini, (3.16) nolu denklemler sisteminin aşamalı olarak $\emptyset_{kk}$ için çözümü yapılarak elde edilir.

Bu çözüm için aşağıdaki matristen yararlanılabilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 \dots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 \dots & r_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \dots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_{k1} \\ \emptyset_{k2} \\ \vdots \\ \emptyset_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{bmatrix} \qquad (3.16)$$

(3.17) nolu eşitlikler $\hat{\emptyset}_{11}$, $\hat{\emptyset}_{22}$, ..., $\hat{\emptyset}_{kk}$ için ayrı ayrı çözüldüğünde, her aşamada hesaplanan $\emptyset$ değerlerinin en sonuncusu gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı olarak kabul edilecektir; k=1,2,3,... için çözüm yapıldığında, her seferinde bulunan son katsayı gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı olacaktır.

Örneğin (3.15) nolu eşitlikler AR(1), AR(2), AR(3) için çözüldüğünde ve P_j yerine r_j ikame edildiğinde gecikmeli tahminsel kısmi otokorelasyon katsayıları sırasıyla aşağıdaki gibi olacaktır (87):

$$\hat{\emptyset}_{11} = r_1 ,$$

$$\hat{\emptyset}_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

$$\hat{\emptyset}_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

1.5.3 Kısmi Otokorelasyon Katsayılarının Önemi

Kısmi otokorelasyon katsayılarının tahmin değerlerinin bilinmesindeki önemi şöyle sıralayabiliriz.

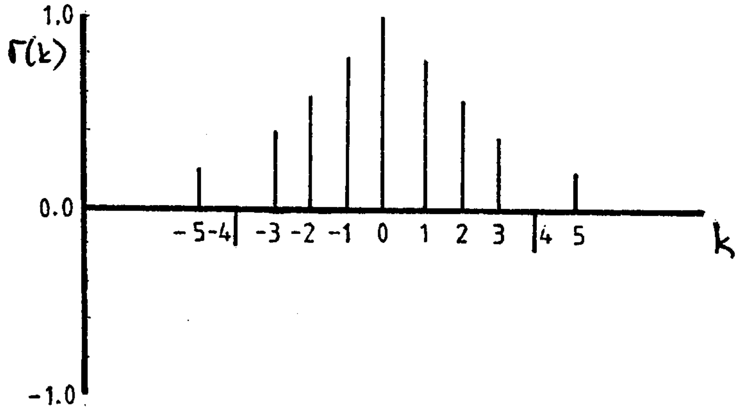
- Kısmi otokorelasyon katsayıları AR modellerin derecesinin belirlenmesinde kullanıldığından, AR süreçler için büyük önem taşır. AR modellerin derecesini belirleyebilmek için hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayılarının (örneklemeyle elde edilen istatistiklerin) hangi gecikmeden sonra sıfırdan farklı olmayan değerler aldığına karar vermek gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayılarının standart hatası verilecek karar için bir ölçüdür. n incelenen serinin terim sayısını gösterdiğinde, (3.14) nolu denklemler sistemine dayanarak tahmin edilen AR(p) sürecinin kısmi otokorelasyon katsayısının standart hatası (3.18) nolu formüle göre hesaplanır:

$$S(\emptyset_{kk}) \simeq \frac{1}{\sqrt{n}} \quad , \quad k > p \qquad (3.18)$$

- Kısmi otokorelasyon katsayıları uygun model tipinin belirlenmesinde yardımcı olur. Bu husus model belirleme aşamaları incelenirken ele alınacağından burada değinilmemiştir.

1.6 Korelogram

Otokorelasyon katsayıları kümesinin analiziyle model belirlemede yardımcı olan korelogram, otokorelasyon katsayıları ile k gecikme değerlerinin (k, k=0,1,2,....) karşılıklı işaretlenmesiyle elde edilen grafiklerdir (87).



Şekil-1 Otokorelasyon Katsayılarının Korelogramı

(87) Chatfield, s. 25.

Uygulamada yığına ilişkin P(k) otokorelasyonları bilinmediği için korelogram, P(k) ların tahmini olan r(k) lar kullanılarak çizilir. Eğer korelogram örneklem otokorelasyon katsayılarına r(k) göre çizilirse, bu grafiğe "örneklem korelogramı" adı verilir. Bu çalışmada örneklem korelogramı yerine sadece "korelogram" denilecektir. Şekil-1'deki grafik örneklem otokorelasyon katsayılarına ilişkin olarak çizilmiştir.

Korelogram otokorelasyon katsayıları kümesinin r(k) açıklanmasında, r(k) ların sıfırdan anlamlı olarak farklı olup olmadıklarının saptanmasında, zaman serisinin unsurlarının tanımlanmasında özellikle analiz edilen zaman serisi için uygun olabilecek modelin belirlenmesinde faydalı bir araçtır.

Otokorelasyon katsayıları kümesinin açıklanması bazen kolay olmayabilir (88). Bu bakımdan bazı zaman serisi türlerinin korelogramı izleyen paragraflarda ele alınacaktır.

1.6.1 Rassal Serilerin Korelogramı

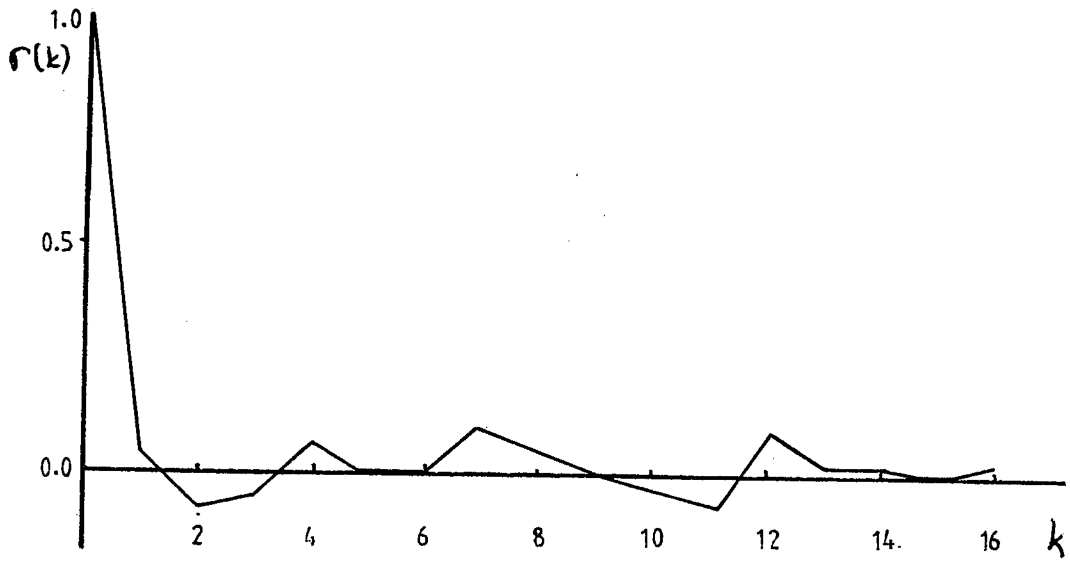
Eğer bir zaman serisi tamamiyle rassal bir seri ise ve gözlem sayısı büyükse, bu serinin örneklem otokorelasyon katsayılarının değerleri

$$r(k)=\begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k=\pm 1\ ,\ \pm 2\ ,\ \ldots \end{cases}$$

gibi olur. Rassal olan bir zaman serisinin r(k) değerleri ortalaması sıfır, standart sapması $1/\sqrt{n}$ olan, yaklaşık normal da-

(88) A.g.e., s. 25.

ğılım gösterir ve hesaplanan r(k) değerlerinin biri [r(0)] hariç (89), diğerleri $\pm Z_c/\sqrt{n}$ limitleri arasında kalır. Rassal bir seriye ait korelogram Şekil-2'de verilmiştir.



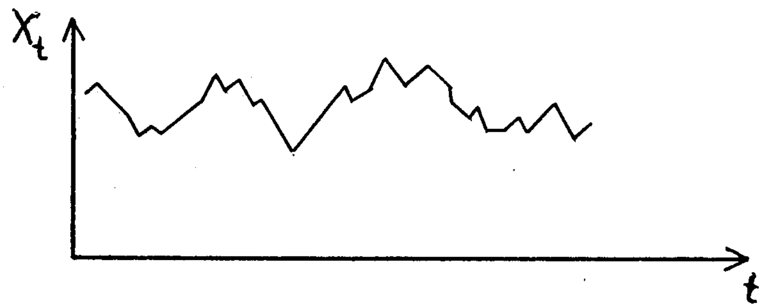
Şekil-2 Bir Rassal Serinin Korelogramı

1.6.2 Küçük Gecikme Değerlerinde İlişki Gösteren Seri Korelogramı

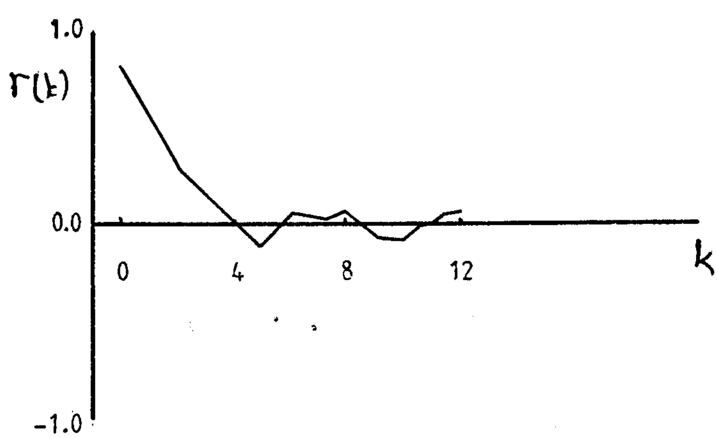
Bu tür serilerde r(k)'nın ilk gecikmelerindeki değerleri sıfırdan çok farklı olmakla beraber, gecikme değeri k büyüdükçe r(k)'nın değeri hızla sıfıra yaklaşır. Küçük gecikme değerlerinde ilişki gösteren serilerin grafiği ve korelogramı aşağıda gösterilmiştir.

---

(89) k=0 gecikmesindeki otokorelasyon katsayısının r(0) değeri daima bire eşittir.



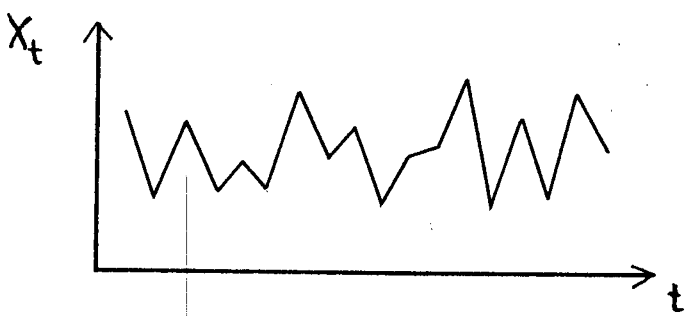
Şekil-3 Küçük Gecikme Değerlerinde İlişki Gösteren
Bir serinin Grafiği



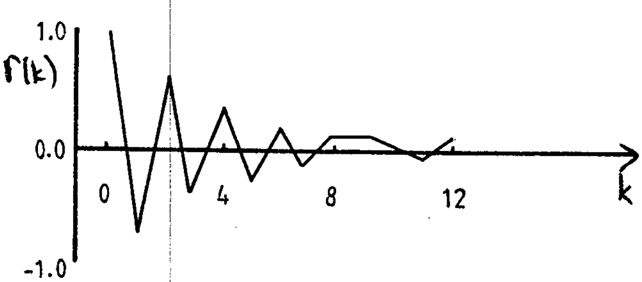
Şekil-4 Küçük Gecikme Değerlerinde İlişki Gösteren
Bir Serinin Korelogramı

1.6.3 Sinüzoidal Dalgalanma Gösteren Seriler Korelogramı

Bir zaman serisinin birbirini izleyen kıymetleri bu serinin ortalama kıymetinin her iki tarafında değişme eğilimine sahipse, bu serilere "sinüzoidal seriler" denir. Sinüzoidal serilerin r(k) değerleri de aynı değişmeyi gösterir. Şekil-6'da izlenebileceği gibi, birinci gecikme için (k=1 için) hesaplanan r(1) otokorelasyon katsayısının değeri negatif, k=2 için hesaplanan r(2) otokorelasyon katsayısının değeri ise pozitiftir.



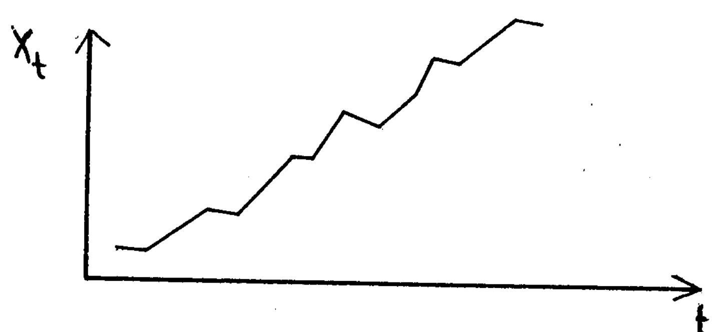
Şekil-5 Sinüzoidal Dalgalanma Gösteren Bir Serinin Grafiği



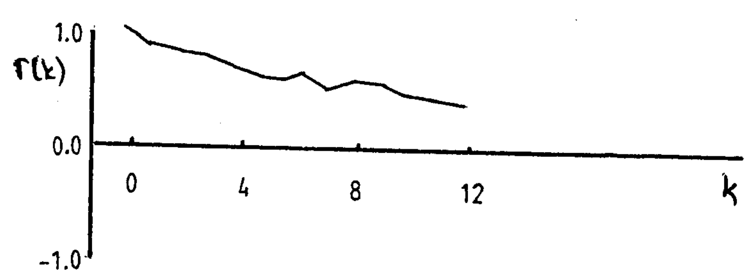
Şekil-6 Sinüzoidal Dalgalanma Gösteren Bir Serinin Korelogramı

1.6.4 Durağan Olmayan Seriler Korelogramı

Bir zaman serisi gözlem değerleri trend gösteriyorsa, bu seriler için hesaplanan r(k) değerleri k değeri çok büyük olmadıkça sıfır değerine yaklaşmaz. Bu serilere ilişkin grafik Şekil-7'de korelogram Şekil-8'de gösterilmiştir.



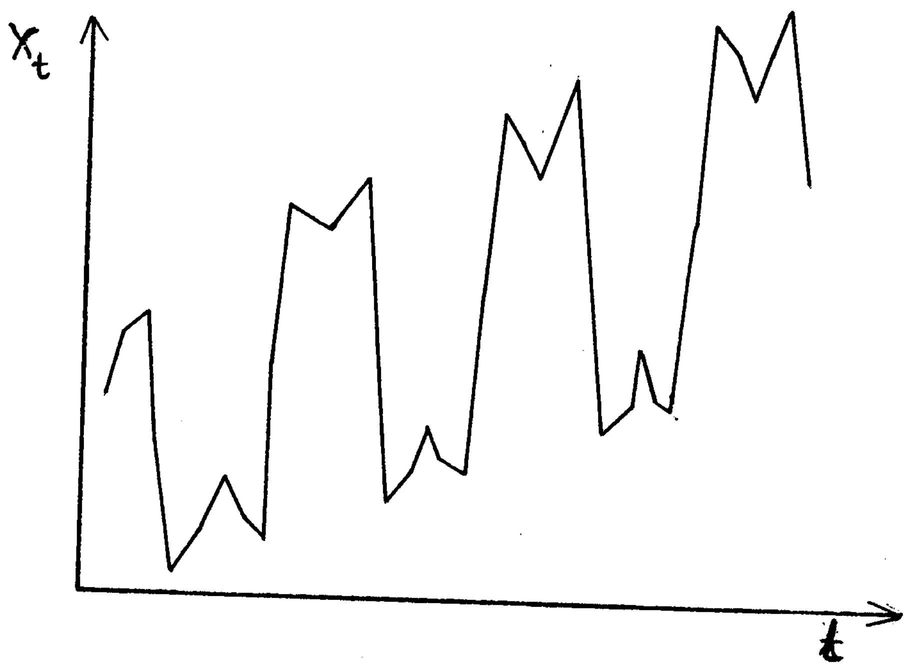
Şekil-7 Durağan Olmayan Serilerin Grafiği



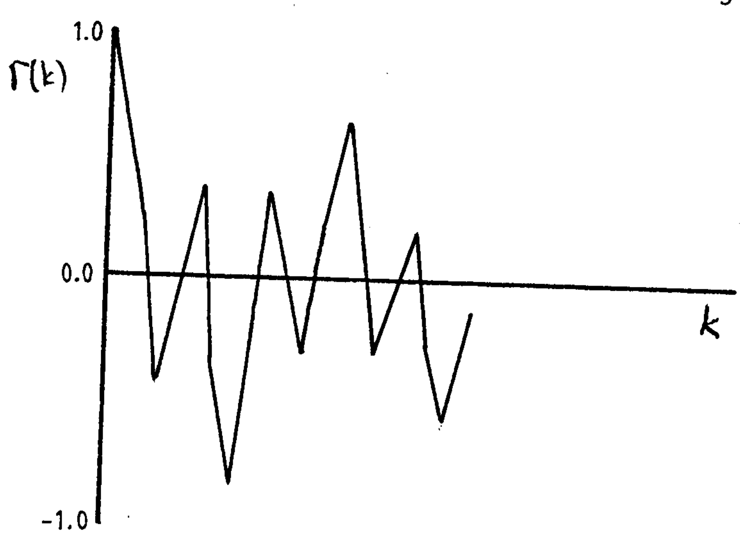
Şekil-8 Durağan Olmayan Serilerin Korelogramı

1.6.5 Mevsimsel Seriler Korelogramı

Eğer bir zaman serisi mevsimsel dalgalanma gösteriyorsa, korelogramı da aynı sıklıkta dalgalanma gösterir. Örneğin aylık gözlem değerlerinden meydana gelen bir serinin gözlem değerleri 12 aylık aralıklarla yükselme veya azalma gösterdiğinde, otokorelasyon katsayılarının değeri de aynı aralıklarda sıfırdan farklı olur. Şekil-9'daki örnek mevsimsel serinin grafiği Şekil-10'da korelogramı gösterilmiştir.



Şekil-9 Mevsimsel Bir Serinin Grafiği



Şekil-10 Mevsimsel Bir Serinin Korelogramı

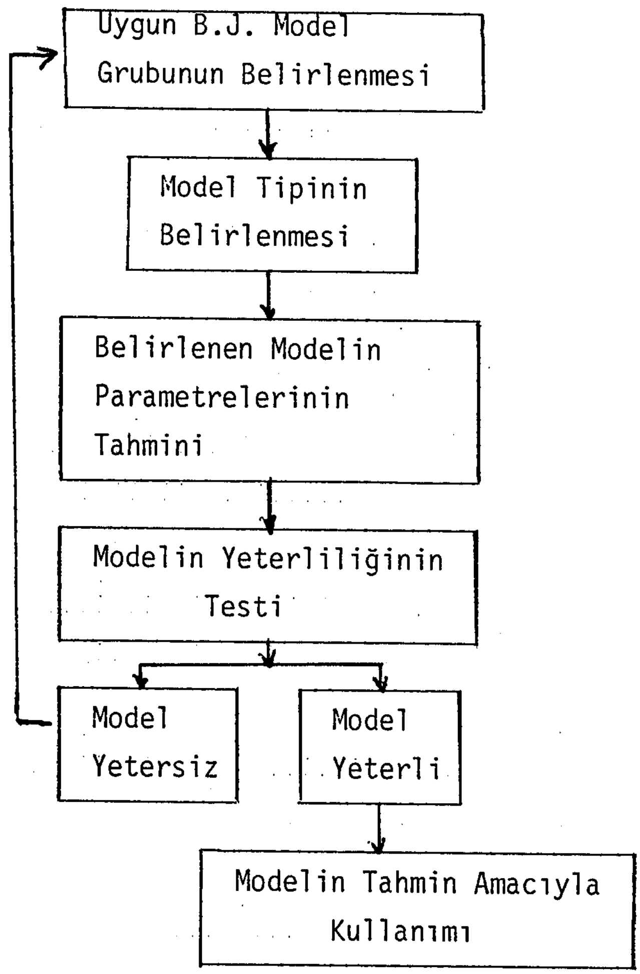
2. Model Belirleme Aşamaları

Box ve Jenkins'in zaman serilerinin analiz edilmesi amacıyla geliştirdikleri modellere genel olarak Box ve Jenkins (B.J.) grubu modeller olarak isimlendirilir. Açıklanmış olduğu gibi, B.J. grubundan olan her model sınıfının değişik model tipleri vardır: Durağan modeller grubuna giren ve uygulamada sıkça karşılaşılan model tipleri AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA(1,1); durağan olmayan modeller grubuna giren ve uygulamada sıkça karşılaşılan model tipleri IRA(1,1,0), IRA(2,1,0), IRA(2,2,0), IMA(0,1,1), IMA(0,1,2), IMA(0,2,2), ARIMA(1,1,1); mevsimsel modeller grubuna giren ve uygulamada sıkça kullanılan model tipi çarpımsal $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ modelidir (90).

Zaman serileri için uygun B.J. modellerinin seçiminde, geliştirilmesinde ve tahmin amacıyla kullanılmasında yapılacak işlemleri Box ve Jenkins Şekil-11'de gösterilen basamaklarda toplamaktadırlar. Birinci basamakta gözlem değerlerinden meydana gelen asli seri incelenerek model grubu kararlaştırılır. Model grubundan hangi model tipinin ilgilenilen seri için uygun olacağına karar verilir. Üçüncü basamakta uygun olabileceğine karar verilen modelin parametreleri tahmin edilir. Dördüncü basamakta bu modelin yeterli olup olmadığı test edilir. Model yeterli ise tahmin amacıyla kullanılır. Model yeterli değilse, birinci basamağa dönülür ve aynı işlemler yeterli bir model saptanıncaya kadar tekrarlanır.

---

(90) Box ve Jenkins, s. 51-80, 305



Şekil-11 Box ve Jenkins Yönetiminde Model Belirleme Aşamaları

2.1 Uygun B.J. Model Grubunun Belirlenmesi

Analiz edilecek bir zaman serisi için ARIMA modeller grubundan hangisinin uygun olacağına karar verebilmek için serinin durağanlığının ve mevsimselliğinin irdelenmesi gerekir, bu konular aşağıdaki paragraflarda incelenecektir.

2.1.1 Zaman Serisinin Durağanlığının İrdelenmesi

2.1.1.1 Durağanlığın Belirlenmesi

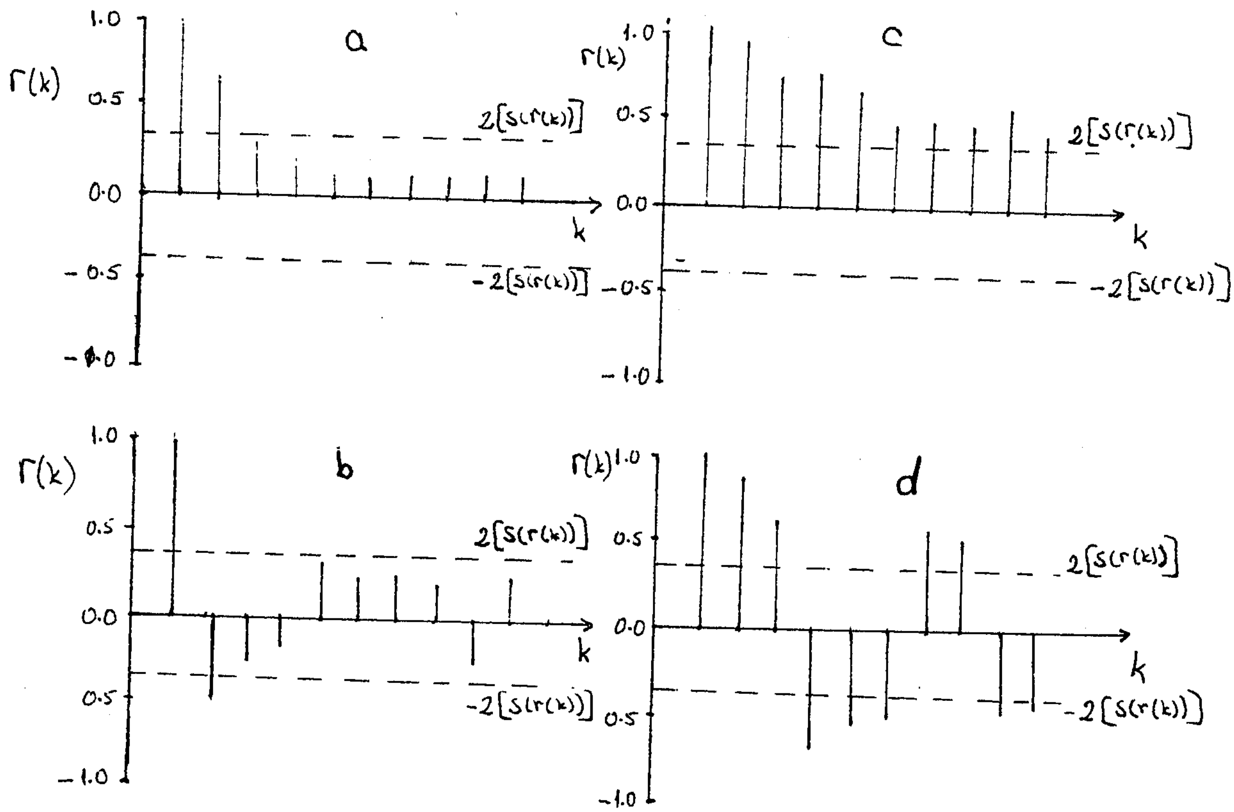
Box-Jenkins yönetimine dayanarak incelenecek olan bir zaman serisi için uygun model belirleme aşamasında yapılacak ilk iş, serinin durağan olup olmadığının belirlenmesidir. Box-Jenkins tahmin modellerinin uygulanabilmesi için serinin durağan olması bir varsayımdır. Bu nedenle durağan olmayan serilerin analiz edilmesinde ve tahmininde Box-Jenkins modellerinin uygulanabilmesi için seriler belirli sayıda fark alma yöntemiyle durağan hale dönüştürülür (91).

Bir zaman serisinin durağan olup olmadığını anlamak için başvurulacak basit yol, serinin grafiğini çizmektir. Grafik trend, mevsimsellik gibi unsurların varlığını gösteriyorsa, incelenen serinin durağan olmadığına karar verilebilir. Ancak bu yolla sağlıklı karar vermek güçtür, ilk bakışta durağan görünümünde olan seriler, zaman içinde az da olsa değişiklik gösterebilirler.

Zaman serilerinde durağanlığın irdelenmesinde güvenilir bir araç, serilerin otokorelasyon fonksiyonları ve bu fonksiyonların korelogramıdır. Eğer bir aslî seri için tahmin edilen gecikmeli otokorelasyon katsayılarının kıymeti Şekil-12 a ve b'de görüldü-

(91) Durağanlığın sağlanmasında kullanılan diğer yöntemler eğri uydurma ve filtrelenmedir. Bu konuda bilgi için bkz.: J.W. Gregg, C.V.Hossel ve J.T.Richardson. Mathematical Trend Curves: An Aid to Forecasting, (Edinbirgh: Oliver and Boyd Inc., 1964); Farley, Hınıch, s. 387.

ğü gibi birinci veya ikinci gecikmeden sonra istatistiksel açıdan anlamlı olmayan değerler alma ve hızla sıfıra yaklaşma eğiliminde ise, bu serinin durağan olduğu kabul edilir. Bu durumda uygun modeli durağan B.J. modeller grubunda aramak gerekir (92). Örneklem otokorelasyon katsayılarının birinci, ikinci gecikmelerden sonraki kıymetleri Şekil-12 a ve b korelogramlarında birbirine paralel kesikli çizgilerle işaretlenen $\pm 2\ S\left[r(k)\right]$ limitleri arasında ise, otokorelasyon katsayıları istatistiksel açıdan sıfırdan farklı değildir, seri durağandır. Otokorelasyon katsayı-



Şekil-12 Durağan ve Durağan Olmayan Serilere Ait Örneklem Korelogramlar: a ve b Durağan Serilere Ait Korelogramlar, c ve d Durağan Olmayan Serilere Ait Korelogramlar

(92) Wheelwright ve Makridakis, Forecasting ..., s. 131-134.

larının değeri Şekil-12 c ve d'de olduğu gibi $\pm 2\,S\left[r(k)\right]$ limitleri dışında ise, bu katsayılar istatistiksel yönden sıfırdan farklıdır, anlamlıdır. Bu nedenle de seri durağan değildir.

2.1.1.2 Durağanlığın Sağlanması

Bir zaman serisinin grafiği ya uevamlı artma ya da devamlı azalma eğiliminde ise veya bu zaman serisi için hesaplanan örneklem otokorelasyon katsayıları birinci, ikinci, üçüncü ve hatta yüksek gecikmelerde (gecikmenin çok büyük değerleri hariç) sıfıra doğru yaklaşma eğiliminde değilse, bu seri durağan olmayan seridir (93). Bu durumda seri için kullanılabilecek uygun modeli, durağan olmayan B.J. modeller grubunda aramak gerekir.

Durağan olmayan bir serinin analiz edilmesi için durağan hale getirilmesi zorunludur; bunun için serinin birinci farkları alınır. Fark serinin otokorelasyon katsayıları tahmin edilir. Eğer otokorelasyon değerleri birinci veya ikinci gecikmelerden sonra hızlıca sıfıra yaklaşıyorsa veya istatistiksel açıdan anlamlı değillerse, birinci farklardan meydana gelen serinin durağan olduğuna karar verilir. Eğer birinci dereceden farklar serisinin otokorelasyon katsayıları ilk iki gecikmeden sonra sıfıra yaklaşmıyorsa ve istatistiksel açıdan anlamlı ise, seride durağanlığa ulaşılmadığı anlaşılır. Durağanlığın sağlanması için birinci derece farklar serisinin tekrar farkı veya aslî serinin ikinci dereceden farkı alınması gerekir.

Fark alma derecesini gösteren d durağan serilerde 0, birinci dereceden fark alma sonunda durağan hale gelen serilerde 1,

---

(93) Box ve Jenkins, s. 174-178.

durağanlık ikinci derece fark alma işlemiyle sağlanmışsa 2 olur. Uygulamada d'nin değeri genellikle 1 ya da 2 olarak alınır.

Durağan olmayan bir seriyi fark alma yoluyla her zaman durağan seriye dönüştürmek mümkün olmayabilir. Örneğin zaman serilerinde serinin ortalaması arttıkça gözlemlerin değişkenlikleri de artar. Ancak bu gibi durumlarda gözlemlerdeki oransal değişme ortalama bir seviyeye nazaran bağımsızdır. Bu gibi durumlarda aslî serilerin logaritmalarından meydana gelen serileri incelemek daha faydalı olur (94).

2.1.2 Zaman Serisinin Mevsimselliğinin İrdelenmesi

Mevsimsel dalgalanmalar zaman serilerinin durağanlığını bozan faktörlerden biridir. Bir zaman zaman serisinin grafiği birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde benzer davranışlar gösteriyorsa ve bu seri için tahmin edilen örneklem otokorelasyon katsayılarının kıymeti de aynı şekilde birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde istatistiksel açıdan anlamlı olacak şekilde azalma veya artma gösteriyorsa, bu seriler mevsimsel serilerdir. Mevsimsel zaman serileri için uygun model, mevsimsel modeller sınıfında yer alacaktır.

Mevsimsel serilerin durağan hale getirilmesi için mevsimsel fark (X_t-X_{t-s}) esas alınır. Bazen zaman serileri hem mevsimsellik hem de trend gösterirler (95). Bu özelliğe sahip olan

---

(94) D.C.Montgomery, L.A.Johnson, Forecasting and Time Series Analysis (NewYork: McGraw-Hill Book Comp., 1976), s. 206.

(95) Hem mevsimsellik hem de trend unsuru içeren zaman serisinin grafiği ve korelogramı için bkz., Şekil 9,10.

serileri durağan hale getirmek için önce trend yok edilir, yani birinci veya ikinci derece farkları alınır. Daha sonra farklar serisinin mevsimsel farkları alınır. Doğal olarak otokorelasyon katsayılarının analizi ve korelogramın yorumlanması seriler için de sözkonusudur.

2.2 Geçici Uygun Modelin Belirlenmesi

B.J. modeller grubunda karar kılındıktan sonra model tipinin, yani durağan model grubunun AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q); durağan olmayan model grubunun IAR(p,d), IMA(d,q) ve ARIMA(p,d,q), mevsimsel model grubunun IAR(p,d)(P,D), IMA(d,q)(D,Q) ve ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) tiplerinden hangisinin uygun olabileceği kararlaştırılır. Belirlenen model "geçici uygun model" olarak isimlendirilir.

Geçici modelin önce derecesi yani AR(p) modelinde p'nin, MA(q) modelinde q'nun, ARMA(p,q) modelinde p ve q'nun, ARIMA modelinde p,d,q'nun ve mevsimsel modellerde p,d,q,P,D,Q'nun değerlerinin ne olacağı ,sonra da geçici parametre değerleri belirlenir. Sözkonusu işlemler her model grubu ayrı ayrı ele alınarak açıklanmaya çalışılacaktır.

2.2.1 Durağan Modeller Grubunda Model Belirlenmesi

2.2.1.1 Geçici Uygun Durağan Modelin Tipinin Belirlenmesi

Durağan zaman serilerinin analiz ve tahmininde üç tür model kullanılacaktır: AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) modelleri. Analiz edilecek serinin yapısına ve belirli kriterlere göre bu modellerden birisi seçilir. Modelin seçiminden serinin otokorelasyonu ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarının seyri kriter olarak kullanılır. Durağan modeller arasında seçim yapabilmek için önce analiz edilecek serinin otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonları belirlenir ve bunların korolagramı çizilir. Bu korelogramların seyri birlikte incelenerek Tablo-I'deki kriterlere göre uygun modelin tipi belirlenir (96).

Tablo-I Durağan Modellerde Anakütle Otokorelasyon ve Kısmî Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

Model	Otokorelasyon Fonksiyonu	Kısmî Otokorelasyon Fonksiyonu
AR(p)	Üssel ve/veya Sinüzoidal bir biçimde azalır (tails off).	p gecikmesinden sonra istatistiksel olarak anlamlı değildir) (curts off).
MA(q)	q gecikmesinden sonra istatistiksel olarak anlamlı değildir (curts off).	Üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır (tails off).
ARMA (p,q)	q-p gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır (tails off).	p-q gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır (tails off).

(96) Box ve Jenkins, s. 79, 175 TL Paul Newbold, s. 400-401·

Durağan zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarının seyri Tablo-I'deki seyir biçimlerinden hangisine uyuyorsa, ilgili seyrin karşısına gelen model tipi, geçici uygun model olarak alınır.

Uygulamada en çok kullanılan durağan model tiplerinin otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarının seyrini gösteren bazı grafikler Ek-II'de verilmiştir.

2.2.1.2 Geçici Model Derecesinin Belirlenmesi

Geçici uygun model belirlendikten sonra bu modelinin derecesinin (p veya q veya p-q'nun) belirlenmesi gerekir; kullanılacak araç yine otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarıdır. Her durağan model tipinin derecesinin nasıl belirleneceği izleyen paragraflarda ayrı ayrı ele alınacaktır.

- Geçici uygun model tipi AR(p) ise, p'nin tayin edilmesinde kısmî otokorelasyon katsayılarından yararlanılır. Bunun için tahmin edilen örneklem kısmî otokorelasyon katsayılarının korelogramı çizilir. Bu grafik üzerinde $\pm 2\ S\ (\emptyset_{kk})$ limitleri işaretlenir; ve %5 anlam düzeyinde "anlamlılık" testi yapılır. %95 güven limitlerinin dışında kalan, kısmî otokorelasyon katsayılarının sayısı bize p'nin kıymetini ve dolayısıyla geçici uygun model tipinin derecesini belirler (97). Örneğin kısmî otokorelasyon katsayılarının korelogramında $\pm 2\ S\ (\emptyset_{kk})$ limitleri dışında kalan ve istatistiksel olarak anlamlı olan iki tane kısmî otokorelasyon katsayısı varsa, geçici uygun AR model tipinin derecesi p=2, AR(2) olacaktır.

---

(97) Montgomery ve Johnson, Operations..., s. 469.

- Geçici uygun model MA(q) ise, derecesi örneklem otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak belirlenir. Bu amaçla örneklem otokorelasyon katsayılarının korelogramı çizilir. Korelogramdaki $\pm 2\, S[r(k)]$ limitleri dışında kalan örneklem otokorelasyon katsayıları anlamlı sayılacağından, bunların sayısı MA(q) modelinin derecesini, yani q'nun değerini gösterecektir (98).

- Durağan bir süreç niteliğindeki istatistik serisi için belirlenen otokorelasyon katsayısı ile kısmî otokorelasyon katsayısı büyük gecikme değerleri için sıfıra yaklaşmıyorsa, bileşenleri AR ve MA olan bir ARMA(p,q) modeli sözkonusudur. Modelin p ve q derecelerinin belirlenmesinde otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayılarından yararlanılır.

p'inci dereceden AR ve q'uncu dereceden MA bileşenlerinden oluşan bir ARMA(p,q) modelinin otokorelasyon fonksiyonu ilk (q-p) gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir şekilde azalarak sıfıra gider. Buna karşılık aynı model için hesaplanan kısmî otokorelasyon fonksiyonu, (p-q) gecikmesinden sonra gittikçe üssel ve/veya sinüzoidal olarak azalan ve sıfıra yaklaşan bir görünümdedir. AR(p) modelinde p'nin, MA(q) modelinde q'nun belirlemesi amacıyla yapılan kısmî otokorelasyon ve otokorelasyon katsayılarıyla ilgili anlamlılık testleri ARMA(p,q) modeli için de aynı şekilde uygulanır.

Anlamlı otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayıları birer tane ise, p=1 ve q=1 olacağı için geçici uygun ARMA modelinin derecesi ARMA(1,1) olacaktır.

---

(98) Nelson, s. 8.

2.2.1.3 Geçici Modelin Parametrelerinin Tahmini

İncelenen zaman serisi için geçici uygun modelin tipi ve derecesi belirlendikten sonra örneklem otokorelasyon katsayılarını kullanarak modelin geçici parametre tahminleri yapılır. Geçici parametre tahminleri seri için elde edilecek nihaî modelin yapısı hakkında bilgi vereceği gibi, nihaî parametre tahminlerinin yapılmasında başlangıç değerini ortaya koyar. Geçici parametre tahminleri otokorelasyon katsayıları ile parametreler arasındaki ilişkiyi gösteren denklem sistemlerinin parametreler açısından çözümüyle elde edilir.

2.2.1.3.1 Otoregresif Modellerde Parametre Tahmini

Otoregresif modellerde [AR(p)] parametrelerin geçici tahminleri aşağıdaki Yule-Walker denklem sisteminin aşamalı olarak $\emptyset_p$ için ortak çözümünden elde edilen değerlerdir (99). Yule-Walker denklem sisteminin örneklem otokorelasyon katsayıları kullanılarak yazılımı aşağıdaki gibidir:

$$r_k = \emptyset_1 r_{k-1} + \emptyset_2 r_{k-2} + \ldots + \emptyset_p r_{k-p} \qquad (3.19)$$

Sistemin açık yazılımı:

$$\begin{aligned}
r_1 &= \emptyset_1 + \emptyset_2 r_1 + \ldots + \emptyset_p r_{p-1} \\
r_2 &= \emptyset_1 r_1 + \emptyset_2 + \ldots + \emptyset_p r_{p-2} \\
&\vdots \\
r_p &= \emptyset_1 r_{p-1} + \emptyset_2 r_{p-2} + \ldots + \emptyset_p
\end{aligned} \qquad (3.20)$$

(99) Montgomery ve Johnson, Forecasting ..., s. 206.

Bu denklem sistemi AR(1) modeli için çözüldüğünde tahmin edilmesi gereken $\emptyset_1$ parametresinin kıymeti aşağıdaki gibi bulunur (100):

$$\emptyset_1 = r_1$$

Aynı denklem sistemi AR(2) modeli için çözüldüğünde, tahmin edilmesi gereken $\emptyset_1$ ve $\emptyset_2$ geçici parametrelerinin kıymeti aşağıdaki gibidir:

$$\emptyset_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}$$

$$\emptyset_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2}$$

r_1 ve r_2, birinci ve ikinci gecikmelerdeki otokorelasyon katsayılarının kıymetidir.

Yukarıda tahmin edilen parametre değerlerinin durağanlık ve çevirilebilirlik koşullarını sağlaması gerekir (101):

Örneğin AR(1) modeli için

$$|\emptyset_1| < 1$$

(100) Box ve Jenkins, s. 189-190.
(101) Durağanlık ve Çevirilebilirlik Koşulları Box ve Jenkins, s. 40-83'de açıklanmıştır.

AR(2) modeli için:

$$\emptyset_1 + \emptyset_2 < 1$$

$$\emptyset_2 < 1$$

şeklinde yazılabilir (102).

2.2.1.3.2 Hareketli Ortalama Modelinde Parametre Tahmini

Hareketli ortalama [MA(q)] modelinde otokorelasyon katsayıları ile model parametreleri arasındaki ilişkiler doğrusal değildir (103). Bu nedenle MA(q) modelinin geçici parametreleri, ana kütlenin otokorelasyon katsayıları olan P_1, P_2, ..., P_q yerine bunların tahmini olan örneklem otokorelasyonları r_1, r_2, ..., r_k ikame edilir. Aşağıdaki (3.21) nolu denklemin aşamalı olarak θ_1, θ_2, ..., θ_q için çözülmesiyle geçici MA(q) modelinin; parametreleri belirlenebilir (104):

$$r_k = \begin{cases} \dfrac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k-2} + \ldots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \ldots\ldots\ldots + \theta_q^2} & k=1,2,3,\ldots,q \\ 0 & k>q \end{cases} \qquad (3.21)$$

Burada (3.21) nolu denklemin doğrusal olmadığı açıkça görülmektedir. Bu denklemin aşamalı olarak çözümünde güçlük çeki-

(102) Box ve Jenkins, s. 56 ve 58.
(103) Johnson ve Montgomery, Operations..., s. 471.
(104) Box ve Jenkins, s. 68 ve 187.

lir, bilgisayar kullanmak zorunludur. Uygulamada zaman serilerinin analizinde MA(1) ve MA(2) modelleri genellikle yeterli kabul edilmektedir (105).

MA(1) modelinin geçici parametre değeri aşağıdaki ilişkiden hesaplanır (106):

$$\theta_1 = -\frac{1}{2r_1} \pm \left[\frac{1}{(2r_1)^2} - 1\right]^{1/2} \qquad (3.22)$$

Bu ilişkiden $\theta_{1,1}$ ve $\theta_{1,2}$ gibi olası iki sonuç elde edilir. Sonuçlardan hangisi çevirilebilirlik koşulunu sağlıyorsa, geçici parametre değeri olarak kabul edilir.

MA(1) modelinde θ_1 geçici parametre değerinin çevirilebilirlik koşulunu sağlaması için

$$|\theta_1| < 1$$

olması gerekir. Hesaplanan $\theta_{1,1}$ ve $\theta_{1,2}$ parametre değerlerinden hangisinin değeri ± 1 değerinden küçükse, o değer geçici parametre değeri olarak alınır. Herhangi bir MA modeli için geçici parametre değerlerini belirlemede Ek-III den yararlanılabilir (107). Bu tabloda teorik otokorelasyon katsayısı P ile geçici parametre θ_1 ilişkilendirilmektedir. Ek-III 'den yararlanırken teorik otokorelasyon katsayısı P_1 yerine birinci gecikmedeki örneklem otokorelasyon katsayısı r_1 kullanılır.

(105) Box ve Jenkins, s. 69.
(106) Box ve Jenkins, s. 188.
(107) Box ve Jenkins, s. 187.

MA(2) modelinde tahmin edilecek geçici parametre sayısı iki tanedir. θ_1 ve θ_2 ile gösterilen bu parametrelerin geçici tahminleri r_1 ve r_2 otokorelasyon katsayılarının kullanılmasıyla aşağıdaki eşitlikler yardımıyla bulunur (108):

$$r_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} ,$$

$$r_2 = \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2}$$

$$r_k = 0 \qquad k \geqslant 3$$

Başka bir deyişle MA(2) modelinde geçici parametrelerin tahmin edilebilmesi için, yukarıdaki iki denklemin θ_1 ve θ_2 için ortak çözümü gerekir.

MA(2) modelinde θ_1 ve θ_2 parametrelerinin çevirilebilirlik koşulunu sağlaması için aşağıdaki eşitsizlikleri sağlaması gerekir:

$$|\theta_2| < 1$$

$$\theta_2 + \theta_1 < 1$$

$$\theta_2 - \theta_1 < 1$$

---

(108) Naylor, Seaks ve Wichern, s. 71, 128.

MA(1) modelinde olduğu gibi MA(2) modelinde de geçici parametre tahminleri için bir grafikten yararlanılır (109). Bu grafik Ek-IV'de verilmiştir. Grafik 'de P_1 ve P_2, θ_1 ve θ_2 ile ilişkilendirilmiştir. Herhangi bir (0,d,2) süreci için grafik 'ten yararlanırken P_1 ve P_2 yerine sırasıyla bunların tahmini olan r_1 ve r_2 ikame edilir.

Bir ARMA(p,q) sürecinde tahmin edilmesi gereken geçici parametreler p sayıda $\emptyset$ ve q sayıda θ parametreleridir. Bu parametrelerin geçici tahminleri, sürecin ilk p+q+1 otokovaryansına C_j(j=0,1,..., (p+q)) dayanır (110). Ancak otokorelasyon katsayıları otokovaryans katsayılarına dayanarak

$$P_k = r_k = \frac{C_k}{C_o} \tag{3.23}$$

eşitliği yardımıyla elde edilebileceği için, ARMA(p,q) modelinin geçici parametre değerleri de, dana önce incelenen modeltorlerinde olduğu gibi otokorelasyon katsayılarına dayanarak kolaylıkla hesaplanabilir.

ARMA(p,q) süreci için geçici $\emptyset_1$, $\emptyset_2$,..., $\emptyset_p$ otoregresyon parametre değerleri aşağıdaki p sayıda doğrusal eşitlikten meydana gelen denklem sisteminin çözümüyle elde edilir (111).

---

(109) Box ve Jenkins, s. 187.
(110) Box ve Jenkins, s. 202.
(111) Box ve Jenkins, s. 202.

$$P_{q+1} = \emptyset_1 P_q + \emptyset_2 P_{q-1} + \ldots + \emptyset_p P_{q-p+1}$$

$$P_{q+2} = \emptyset_1 P_{q+1} + \emptyset_2 P_q + \ldots + \emptyset_p P_{q-p+2} \qquad (3.24)$$

$$P_{q+p} = \emptyset_1 P_{q+p-1} + \emptyset_2 P_{q+p-2} + \ldots + \emptyset_p P_q$$

Bu denklem sisteminde $\emptyset_1, \emptyset_2, \ldots, \emptyset_p$ değerlerini elde edebilmek için P_j ler yerine bunların tahmini olan örneklem otokorelasyon katsayıları r_j ler ikame edilir.

Geçici hareketli ortalama parametre değerleri ise MA(q) modelinde olduğu gibi aşamalı çözüm yöntemiyle ve r_j ler ile θ_q lar arasındaki ilişkileri kullanarak geçici parametre değerleri hesaplanabilir.

ARMA(1,1) modelinde geçici parametre değerlerinin hesaplanılmasında önce modelin otokovaryans fonksiyonu elde edilir:

$$C_o = \frac{1+\theta_1^2-2\emptyset_1\theta_1}{1-\emptyset_1^2} . \sigma_a^2 \qquad (3.25)$$

$$C_1 = \frac{(1-\emptyset_1\theta)(\emptyset_1-\theta_1)}{1-\emptyset_1^2} . \sigma_{\hat{a}}^2 \qquad (3.26)$$

$$C_k = \emptyset_1 \, C_{k-1} \qquad k \geqslant 2 \qquad (3.27)$$

ARMA(1,1) modelinin otokorelasyon fonksiyonları (3.23) nolu eşitlikten yararlanarak aşağıdaki gibi belirlenir:

$$P_1 = \frac{(1-\emptyset_1\theta_1)(\emptyset_1-\theta_1)}{(1+\theta_1 2-2\emptyset_1\theta_1)} , \qquad (3.26)$$

$$P_2 = \emptyset_1 P_1 \quad , \quad \emptyset_1 = P_2/P_1 \qquad (3.27)$$

Burada P_1 ve P_2 'nin yerine bunların tahminleri olan r_1 ve r_2 konursa, $\emptyset_1$ ve θ_1 geçici parametreleri hesaplanmış olur.

ARMA(1,1) modelinin geçici parametre değerlerinin tahmin edilmesi için Ek-**V** Grafik 'den yararlanılabilir:

P_1 ve P_2 ile $\emptyset_1$ ve θ_1 ilişkileri verilmiştir. Bu ilişkiler (3.26), (3.27) nolu formüllerdeki ilişkilere benzer.

2.2.2 Durağan Olmayan Modeller Grubunda Geçici Model Belirlenmesi

2.2.2.1 Geçici Model Tipinin Belirlenmesi

Burada durağan olmayan, ancak mevsimsellik göstermeyen serilerin modellenmesinde kullanılan ARIMA(p,d,q) grubu modellerden hangi model tipinin incelenen seri için uygun olabileceği ortaya konmaya çalışılacaktır.

ARIMA(p,d,q) modelinin her zaman hem AR hem de MA unsurlarını birlikte bulundurması şart değildir. Eğer genel model MA(q) unsurunu içermiyorsa, ARIMA modeli ARIMA(p,d,0) veya IAR(p,d) tipi bir modeldir. Genel model AR(p) unsurunu içermiyorsa, ARIMA modeli ARIMA(0,d,q) veya IMA(d,q) şeklinde gösterilebilir.

Yukarıda açıklanan ARIMA(p,d,q) grubu model tiplerinden hangisinin incelenen seri için geçici uygun model olacağını belirlerken yapılacak ilk iş, fark alma yöntemiyle seriyi durağan hale getirmek, d'nin kıymetini belirlemektir. Eğer birinci farkları alınmış seri (d=1) durağan hale gelmişse uygun geçici ARIMA(p,1,q) model tipi durağan modellerdeki gibi belirlenir. Örneğin d=1 için durağan serinin otokorelasyon fonksiyonunun seyri üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalış gösteriyorsa ve kısmî otokorelasyon fonksiyonunun seyri de p gecikmeden sonra istatistiksel olarak sıfırdan anlamsız oluyorsa ARIMA(p,d,0) veya IRA(p,d) model tipi benimsenecektir. d=1 için durağanlık sağlanmamışsa, birinci farklar serisinin tekrar farkı alınır ve ikinci farklar serisinin otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonları analiz edilir; durağanlığın sağlandığı sonucuna varılırsa d=2 olur.

2.2.2.2 Geçici Model Derecesinin Belirlenmesi

Geçici uygun model tipi belirlendikten sonra yapılacak ikinci iş p ve q'nun değerlerinin belirlenmesidir. d dereceden farkı alınmış ve durağan hale getirilmiş olan farklar serisinin (W_t) p ve q değerleri, daha önce belirtilen esaslara göre belirlenir. Şunu hemen belirtelim ki uygulamada karşılaşılan ARIMA(p,d,q) modellerinde p,d ve q değerlerinin ayrı ayrı 2'den büyük olmaması yeterli görülmektedir (112).

Geçici uygun model tipinin ve derecesinin belirlenmesi konusundaki çalışmalar örneklem otokorelasyon ve örneklem kısmî otokorelasyon fonksiyonlarına dayandırılmıştır. Birer istatis-

---

(112) Montgomery ve Johnson, Forecasting ..., s. 206; Box ve Jenkins, s. 11.

tik olan örneklem otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayılarının hesaplanmasında örnekleme hatası işlenmiş olur. Ancak her ne kadar örneklem otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayılarının seyri ile ana kütle otokorelasyon P(k)) ve kısmî otokorelasyon ($\emptyset_{kk}$) katsayılarının seyri birbirinin aynı olmamasına rağmen, benzeme durumundadır. Bu nedenle önemli bazı durağan olmayan modeller de ana kütle otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarının seyri Tablo-II'de verilmiştir (113).

Tablo-II Durağan Olmayan Modellerde Yığının Otokorelasyon ve Kısmî Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

MODEL	Otokorelasyon Fonk.	Kısmî Otokorelasyon Fonk.
IAR(1,d,o)	Üstel olarak azalır.	Yalnız $\emptyset_{11}$ için anlamlıdır.
IMA(o,d,1)	Yalnız p(1) için anlamlıdır.	Üstel olarak azalır.
IAR(2,d,o)	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüs dalgaları görünümündedir.	Yalnız $\emptyset_{11}$ ve $\emptyset_{22}$ için anlamlıdır.
IMA(o,d,2)	Yalnız P(1) ve P(2) için anlamlıdır.	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüs dalgaları görünümündedir.
ARIMA(1,d,1)	P(k) birinci gecikmeden sonra (k > 2) üstel olarak azalır.	$\emptyset_{kk}$ birinci gecikmeden sonra (k > 2) üstel olarak azalır.

(113) Naylor, Seaks ve Wicher, s. 128.

2.2.2.3 Geçici Modelin Parametrelerinin Tahmini

Durağan olmayan geçici uygun model tiplerinin geçici parametre değerlerinin tahmini, durağan model tiplerinin geçici parametre değerlerinin tahminine benzer şekilde yapılır.

2.2.3 Mevsimsel Modeller Grubunda Geçici Model Belirlenmesi

Mevsimsel modeller grubunda geçici model belirlenmesinde yapılan işlemler, daha önce incelenen model gruplarında geçici model belirlenmesi işlemlerine benzemektedir.

İncelenen bir zaman serisi için uygun geçici modelin mevsimsel model olacağına karar verilirse, model belirleme konusunda yapılacak ilk iş, mevsimsel modeller sınıfında yer alan hangi tip modelin incelenen seri için uygun olacağını araştırmaktır. Mevsimsel model sınıfına giren model tipleri

IAR(p,d)(P,D), IMA(d,q)(D,Q) ve ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelleridir (114).

Otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonları analiz edilir, eğer incelenen serinin grafiği, otokorelasyon katsayıları ve korelogramı sadece mevsimsel unsurun varlığını gösteriyorsa, mevsimsel farklar serisi (s dereceden) durağan olacaktır. Otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayılarının seyrine göre uygun model belirlenir. Mevsimsel farklardan meydana gelen seri için hesaplanan otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon katsayılarının seyri Tablo-II'dekilerle karşılaştırılır, uygun

(114) Mevsimsel model sınıfına giren model tipleri hakkında bilgi için bkz.: Makridakis ve Wheelwright, Interactive ..., s. 259.

model seçilir.

Örneğin mevsimsel farkları alınan serinin otokorelasyon fonksiyonu üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalıyorsa ve kısmî otokorelasyon fonksiyonu da p gecikmesinden sonra sıfırdan anlamlı değilse, uygun model mevsimsel AR(p,d) modeli olur ve AR(p,d)(P,D) şeklinde gösterilir. Kısacası, sadece mevsimsel unsur içeren seriler için uygun model belirlenmesi ve belirlenen modelin derecesinin saptanması işlemi durağan modeller sınıfında yapıldığı gibidir.

İncelenen serinin grafiğinden, otokorelasyon fonksiyonundan ve korelogramından mevsimsel unsur yanında trend ve diğer zaman serisi unsurlarının varlığı sezilirse, seri için uygun model tipinin seçimi işlemleri mevsimsel olmayan ARIMA sürecinden farklı değildir. Ancak çarpımsal modellerle ilgili teori tam olarak geliştirilmemiş olduğu için, otokorelasyon ve kısmî otokorelasyon fonksiyonlarından yararlanarak mevsimsel serilerin analizi ve tahmini oldukça zordur. Bu nedenle bu serilerin analiz ve tahmininde basit modeller yeterli kabul edilmektedir. Örneğin uygulamada birçok zaman serisi genellikle ARIMA(0,1,1)(0,1,1) çarpımsal modeliyle gösterilir (115).

Mevsimsel modellerin derecesinin belirlenmesi, geçici ve nihai parametrelerinin hesabı mevsimsel olmayan B.J. modellerinde olduğu gibi yapılır, burada tekrar ele alınmayacaktır.

2.3 Belirlenen Geçici Modelin Nihai Parametrelerinin Tahmini

Önceki basamakta belirlenen geçici uygun modellerin tahmin amacıyla kullanılabilmesi için, bu modellerin nihai pa-

(115) Box ve Jenkins, s. 305.

rametrelerinin ($\emptyset$, θ, Θ ve Θ'nin) tahmin edilmesi gerekir. Bu parametrelerinin en iyi tahmini, en küçük kareler ve maksimum olabilirlik yöntemleriyle elde edilen, hata kareler toplamı $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ değerini minimum yapan tahminlerdir (116). a_t'ler normal dağılım gösteriyorsa, en küçük kareler tahminleri maksimum olabilirlilik tahminlerine çok yaklaşır (117). Bu nedenle, bu çalışmada nihai parametre tahminlerinde en küçük kareler yöntemi kullanılacaktır.

B.J. yöntemine ilişkin AR modeller doğrusal modellerdir. Bu modellerde hata terimi a_t'nin herhangi bir otokorelasyon ($\emptyset_1$, $\emptyset_2$,..., $\emptyset_p$) parametresine göre kısmî türevi bu parametrelerin fonksiyonu değildir (118). Bu nedenle bir AR modellerin nihai parametrelerinin tahmininde en küçük kareler yöntemi kullanılır. Bu yöntem litaratürde "doğrusal en küçük kareler" (linear least squares) yöntemi olarak isimlendirilmektedir.

MA modellerinde model parametrelerinin tahmini kolay değildir. MA(1) modelini ele alalım:

$$a_t = (1 - B\theta_1)^{-1} x_t \qquad (3.28)$$

Bu modelde a_t'nin θ_1 parametresine göre kısmî türevi:

$$\frac{\partial a_t}{\partial \theta_1} = B(1 - B\theta_1)^{-2} \qquad (3.29)$$

---

(116) Naylor, Seaks ve Wichern, s. 129.
(117) Naylor, Seaks ve Wichern, s. 129.
(118) AR(p) modeli $a_t=x_t-\emptyset_1 x_{t-1}-\emptyset_2 x_{t-2}-\dots \emptyset_p x_{t-p}$ yazılabilir. a_t'nin herhangi bir parametreye göre kısmî türevi

$$\frac{\partial a_t}{\partial \emptyset i} = x_{t-1},\ i=1,2,3,\dots,\ p.$$

olur ve türev bilinmeyen θ parametresinin fonksiyonudur. Bu tür modellerin parametrelerini tahmin etmek için en küçük kareler yöntemi doğrudan uygulanamaz. En küçük kareler yönteminin bu modellere uygulanabilmesi için doğrusallaştırmak gerekir (119).

Doğrusallaştırma işlemi sonunda uygulanan en küçük kareler yöntemine "doğrusal olmayan en küçük kareler" (Non.linear least squares) yöntemi adı verilir.

Doğrusal olmayan en küçük kareler yönteminde genel yaklaşım tahmin edilecek parametre veya parametreler için başlangıç değerinin belirlenmesi, daha sonra adım adım hesaplama yöntemiyle hata kareler toplamı $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ 'yi minimize edecek parametre/parametreler değerine ulaşıncaya kadar hesaplamaya devam edilir (120). $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ 'yi minimum yapan parametre değeri veya değerleri nihaî parametre değeri/değerleri olarak kullanılır.

Adım adım hesaplamaya başlayabilmek için, model tanımlama basamağında hesaplanan geçici parametre değerleri başlangıç değeri olarak alınır (121). Diğer bir seçenek ise başlangıç değerini sıfır olarak almaktır. Son durum bilgisayar maliyetini arttıracağı için genellikle geçici parametre değeri adım adım hesaplama yönteminde başlangıç değeri olarak alınır.

Doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi kullanarak nihaî parametrelerin bulunması için geliştirilmiş olan Marquart algo-

---

(119) MA modellerinde nihaî parametre değerlerinin hesaplanmasında en küçük kareler yönteminin kullanılması konusunda bilgi için bkz.: N.R.Draper ve H.Smith, Applied Regression Analysis (New-York: John Wiley ve Sons., 1980), s. 458-517.

(120) Chatfield ve Prothero, s. 301.

(121) Makridakis ve Wheelwright, Interactive..., s. 261.

ritması kullanılır (122). Nihaî parametre değeri/değerleri tahmininde kullanılan bilgisayar programı da bu algoritmaya dayanır (123).

2.4 Modelin Uygunluğunun Testi

Nihaî parametreleri hesaplanan geçici uygun modelin seri için uygun olup olmadığı, uygunluk testiyle belirlenir.

Uygunluk testleri için önce nihaî parametre değerlerinin geçici uygun modelde yerine konulmasıyla tahminler yapılır. Tahmin hataları (yani $a_t = X_t - \hat{X}_t$) serisi oluşturulur. Sonra hatalar serisi için otokorelasyon katsayıları hesaplanır ve bu katsayılar incelenir. Eğer tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının seyri bir zaman serisi unsurunu göstermiyorsa ve bu katsayılar belirli bir anlam seviyesinde standart hata limitleri ile kıyaslandığında sıfırdan anlamlı olmadığı anlaşılırsa (124), geçici modelin uygun ve nihaî model olduğuna karar verilir. Eğer bunun tersi sözkonusu ise, model uygun değildir. Bu durumda yapılacak işlem yeniden geçici uygun modğli aramak olacaktır.

Her hata otokorelasyon katsayısının kendi standart hatasıyla karşılaştırılması,küçük gecikmelerde otokorelasyon katsayılarının sıfırdan anlamlı olacak şekilde farklı olup olmadığını, yani modelin uygunluğunu açıkça ortaya koyamaz. Bu nedenle otokorelasyon katsayılarını tek tek incelemek yerine belirli sayıda hata otokorelasyonunu bir arada incelemek modelin uygunluğunu daha açık ortaya koyabilir. Bu amaçla Box-Pierce tarafından geliştirilen Q istatistiği kullanılır (125).

---

(122) Makridakis ve Wheelwright, Interactive ..., s. 261.
(123) Naylor ve Seaks ve Wicher, s. 130; Box ve Jenkins, s. 504.
(124) %95 anlam seviyesinde standart hata limitleri ± 2 n olur.
(125) Box ve Jenkins, s. 290-292, Newbold, s. 402.

$$Q = n \sum_{k=1}^{K} r_k^2(\hat{a}) \quad k = 1,2,3,\ldots, K \qquad (2.54)$$

Burada,

$r_k(\hat{a})$: Örneklem tahmin hatalarının çeşitli gecikmedeki otokorelasyon katsayılarıdır,

n : $N - d$,

N : Örneklem hacmi,

d : Fark alma derecesi,

K : Hesaplanan otokorelasyon

sayısını gösterir.

Q istatistiği yaklaşık olarak χ^2 dağılımı gösterir ve serbestlik derecesi mevsimsel olmayan modellerde (K-p-q),mevsimsel modellerde (K-P-p-Q-q) olur. Bu test hata otokorelasyon katsayılarının sıfırdan anlamlı olarak farklı olup olmadığına, hatalar serisinin rassal seri olup olmadığına karar vermeye, yani modelin uygun olup olmadığının kararlaştırılmasında yardımcı olur.

Hesaplanan Q istatistiğinin değeri (K-P-p-Q-q) veya (K-p-q) serbestlik derecesinde ve verilen anlam seviyesindeki χ^2 tablo değerinden büyükse $\left[Q > \chi^2_\alpha \ (K-p-q)\right]$, hatalar serisinin rassal olmadığını, hatalar serisinin otokorelasyon katsayılarının değerinin $\pm z_c/\sqrt{n}$ (%95 güvenle) limitleri arasında kalmadığı ve uygulanan modelin uygun olmadığını (yani verilere uymadığını) gösterir (126). Eğer $Q < \chi^2_\alpha$ (K-p-q) ise, hata otokorelasyon katsayıları değerinin $\pm 2/\sqrt{n}$ limitleri arasında kaldığına, hatalar serisinin rassal seri olduğuna ve dolayısıyla uygulanan modelin uygun olduğuna karar verilir.

---

(126) Box-Jenkins, s. 290-293; Çömlekçi, s. 261; Chatfield ve Prothero, s. 303.

Uygunluk testi sonunda yeterli olduğuna karar verilen model tahmin amacıyla kullanılır. Modelin yeterli olmadığına karar verilmişse, yani $Q > \chi^2_{\alpha}(K-p-q)$ durumunda geçici uygun model tipinin belirlenmesi aşamasına geri dönülür.

2.5 Modelin Tahmin Amacıyla Kullanılması

Bir zaman serisi için uygun model tanımlanıp parametreler tahmin edildikten sonra yapılan uygunluk testleriyle modelin bu zaman serisinin analizi için uygun, yeterli olduğuna karar verilirse, bu model tahminler yapmak amacıyla kullanılabilir.

İncelenen zaman serisinin analizi için uygun olduğuna karar verilen Box-Jenkins modeli AR ve MA unsurlarını ayrı ayrı içermiş olabileceği gibi birlikte de içermiş olabilir. Bu nedenle, uygun Box-Jenkins modeli incelenen serinin t dönemine ait X_t gözlem değerini (seri normal farklarda durağan hale gelmişse $\nabla^d X_t = W_t$, mevsimsel farklarda durağan hale gelmişse $\nabla_s^D X_t = W_t$ gözlem değerini), aynı serinin t döneminden önceki belirli sayıda geçmiş dönemin (t-1, t-2,.....) X_{t-1}, X_{t-2},..... gözlem değerlerine ve/veya $a_t, a_{t-1}, \ldots$ hata terimlerine bağlı olarak tahmin eden bir modeldir. Oysa amacımız bu zaman serisinin kıymeti bilinen X_t gözlem değerine ilişkin tahmin yapmap olmayıp, t anında, bu serinin t+l, $l \geqslant 1$ için, döneminde alabileceği X_{t+l} değerini tahmin etmektir. Bu nedenle X_t'nin tahmin edilmesi için yazılan uygun modeli aynı düşünceyle X_{t+l} 'nin tahmini için yazmak gerekir. Box-Jenkins yönteminde X_{t+l} 'nin tahmin edilmesi amacıyla yazılan modele Box-Jenkins ileriye dönük tahmin modeli adı verilir.

Box-Jenkins ileriye dönük tahmin modeli incelenen zaman serisinin t+l döneminde alacağı X_{t+l} değerinin tahmini olan $\hat{X}_{t+l}$ 'yi t+l döneminden önceki belirli sayıda dönemin (t+l-1,t+l-2,...,t,t-1 ...) tahmin değerlerine, gözlem değerlerine ve/veya hata terimlerine bağlı olarak tahmin eden bir modeldir. Yani bir zaman serisinin analizi için uygun olduğuna karar verilen model AR unsur içeriyorsa, bu serinin t+1 döneminde alacağı değerin tahmini, $\hat{X}_{t+1}$, t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin ve gözlem değerlerine ve a_t hata terimine bağlı olarak yapılır. Eğer uygun model MA unsuru içeriyorsa, $\hat{X}_{t+1}$ 'nin tahmini, t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin hatalarına dayanarak yapılır. Uygun model AR ve MA unsurlarını birlikte içeriyorsa, bu modele dayanarak $\hat{X}_{t+1}$ 'nin tahmini, t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin değerine, gözlem değerine ve bu değerlerle ilgili hesaplanan hata terimlerine dayanarak yapılır.

Durağan zaman serilerine yaşamda az rastlandığına ve bu serilerin analizinde kullanılacak uygun Box-Jenkins modellerinin AR ve MA unsurlarını ayrı ayrı veya birlikte içerdiği bilindiğine göre, ileriye dönük tahmin yapma konusunda açıklama yapmak için genel ARIMA(p,d,q) modelinin ele alınması ve bu modele dayanarak ileriye dönük tahminlerin nasıl yapılacağını göstermek için de uygulamada sık kullanılan ARIMA(1,1,1) modelinin ele alınması uygun olacaktır.

Box-Jenkins yöntemiyle zaman serileri analiz edilirken kullanılabilecek ARIMA(p,d,q) ileriye dönük tahmin modeli aşağıdaki gibidir:

$$\nabla^d X_{t+1} = \hat{W}_{t+1} = \emptyset W_{t+1-1} + \emptyset_2 W_{t+1-2} + \ldots + \emptyset_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \qquad (2.55)$$

İncelenen zaman serisi için uygun model ARIMA(1,1,1) ise, bu modelin l = 1 ve 2 için ileriye dönük tahmin değerleri, $\hat{X}_{t+1}$ ve $\hat{X}_{t+2}$, aşağıdaki modeller yardımıyla hesaplanabilir.

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{W}_{t+1} = \emptyset_1 W_t + a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad (2.56)$$

nolu denklemde W_t yerine $W_t = X_t - X_{t-1}$ $\hat{W}_{t+1}$ yerine de $\hat{W}_{t+1} = \hat{X}_{t+1} - X_t$ yazılırsa (2.57) nolu eşitlik elde edilir.

$$\hat{X}_{t+1} = (1+\emptyset_1)X_t - \emptyset_1 X_{t-1} + \theta_1 a_t \qquad (2.57)$$

ARIMA(1,1,1) uygun modeline dayanarak l = 2 için tahmin yapılması istenirse, X_{t+2} 'nin tahmin modeli aşağıdaki gibi olur:

$$\hat{X}_{t+2} = (1+\emptyset_1)\hat{X}_{t+1} - \emptyset_1 X_t + a_{t+2} - \theta_1 a_{t+1} \qquad (2.58)$$

Yukarıdaki ileriye dönük tahmin modellerinde $\hat{X}_{t+l}$(l=1,2,3,... için) yapılan tahmin değerlerini X_{t-l}(l=0,1,2,... için) gözlem değerlerini, a_{t+l}(l=1,2,.... için) tahmin dönemi tahmin hatalarını ve a_{t-l}(l=0,1,2,.... için) gözlem değerleri tahmin hatalarını gösterir. İleriye dönük tahmin modellerini tahmin amacıyla kullanırken a_{t+l} değerleri sıfır olarak alınır. Çünkü a_{t+l} değeri $X_{t+l} - \hat{X}_{t+l}$ işlemiyle hesaplanır ve değerin hesaplanmasında kullanılacak olan tahmin dönemi gerçekleşmemiş gözlem değeri X_{t+l} henüz bilmemektedir.

İzleyen bölümde X Banka İşletmesinin mevduat zaman serilerinin analizi için uygun olan Box-Jenkins modellerinin nasıl belirlendiğini ve belirlenen modelin ileriye dönük tahminler yapmak için nasıl uyarlandığını göreceğiz.

BÖLÜM 4

BOX-JENKINS YÖNTEMİNİN İLERİYE DÖNÜK BANKA MEVDUAT TAHMİNİNDE KULLANIMINA İLİŞKİN BİR UYGULAMA DENEMESİ

Zaman serileri ve bu serilerin ileriye dönük tahmin amacıyla analizinde kullanılan tek değişkenli analiz yöntemleri buraya kadar ana hatlarıyla incelenmiş ve üstünlüğü ortaya konan Box-Jenkins (B.J.) yönteminin zaman serilerinin analizinde nasıl kullanılacağı teorik olarak ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Bu kısımda, B.J. yöntemiyle mevduat zaman serisinin ileriye dönük tahmin amacıyla analizi, elde edilen verilere dayanılarak yapılmaya çalışılacaktır.

Mevduat tahminiyle ilgili çalışmamızda B.J. yönteminin kullanımına geçmeden önce zamana bağlı bir değişken olan mevduatı tanımlamak ve inceleme konusu yapılmasının nedenini ortaya koymak faydalı olacaktır.

1. Türk Bankacılığında Mevduata İlişkin Bilgiler

Ülkemizde 7129 sayılı bankalar yasasında mevduatın tanımı yapılmamış olup. sadece hangi bankaların mevduat kabul etmeye yetkili olduğu açıklanmıştır. Mevduat, gerçek ve tüzel kişiler (banka müşterileri) tarafından güvenlik ve gelir elde etme nedeniyle istenildiği zaman veya belirli bir vade sonunda geri almak üzere, mevduat kabulüne yetkili bankalara yatırılan paradır (127).

Banka mevduatı sadece para (efektif) olmayıp çek, havale, döviz, ödeme günü gelmiş tahvil ve hisse senedi, borsa kurlarıyla değerlendirilmiş hazine bonosu, iskonto edilebilir tüccar senedi ve itfa edilmiş tahvil yatırılabilir (128).

Mevduat zamana bağlı iktisadi bir olaydır. Bu tür olaylar, zaman aralıklarıyla aldıkları değerler bakımından düzenli bir artış veya azalış yerine birtakım dalgalanmalar gösterdiği için analiz edilmedikçe büyük bir anlam ifade etmezler. Mevduatın analiz edilebilmesi için mevduat zaman serisinin teşkil edilmesi gerekir. Sözkonusu serinin nasıl teşkil edileceği aşağıda ele alınacaktır.

2. Mevduat Zaman Serisi

2.1 Serinin Teşkil Edilmesi

Banka mevduatının zaman aralıklarıyla gözlenmesiyle elde edilen değerlerin alt alta sıralanması suretiyle oluşturulan seri mevduat zaman serisidir. Uygulamada mevduat zaman serisi bankaların aylık, üç aylık ve yıllık zaman aralıklarıyla düzenlemiş oldukları mizanlardan yararlanarak, bu mizanlardaki mevduat veri-

---

(127) Sururi Kocaimamoğlu, Bankacılık Ansiklopedisi, (Ankara: Türkiye İş Bankası Yayınları, 5.Baskı, 1983), s. 445.
(128) Feridun Ergin, Kredi Sistemi (İstanbul: Fakülteler Matbaası, 1975), s. 83.

leri tarih sırasına göre alt alta sıralanarak elde edilir.

2.2 Mevduat Serisinin Türleri

7129 Sayılı Bankalar Yasasına göre, bankalar kabul ettikleri mevduat sahiplerine göre resmi mevduat, ticari mevduat, bankalar mevduatı, diğer mevduat ve tasarruf mevduatı şeklinde türlere ayırmaya ve bunları vadeli ve vadesiz olarak sınıflandırmaya mecburdur (129). Bu mecburiyet nedeniyle her mevduat türü için vadeli ve vadesiz olmak üzere iki zaman serisi oluşturulabilir. Adı geçen mevduat türleri ve bu mevduat türlerine ait zaman serileri aşağıda kısaca açıklanacaktır.

2.2.1 Resmi Mevduat Zaman Serisi

Genel ve katma bütçeli daire ve kurumlara, yerel yönetimlere, kanunla kurulmuş döner sermayeli kuruluşlara, mahkemelere, savcılara, icra ve iflas dairelerine, tereke hakimlerine ve kanunla kurulmuş sosyal sigortalar kurumlarına ait mevduat resmi mevduattır; ilgili zaman serisine "resmi mevduat zaman serisi" adı verilecektir. Mevduatın vadeli ve vadesiz olması durumuna göre resmi mevduat zaman serisi iki kısımda incelenir: Vadeli resmi mevduat zaman serisi. vadesiz resmi mevduat zaman serisi.

2.2.2 Ticari Mevduat Zaman Serisi

Gerçek kişilerin ticari işletmelerine, kooperatifler dahil her çeşit ortaklıklara; vakıflar, dernekler, sendikalar, birlikler ve mesleki kurluşların kurdukları veya katıldıkları ticari işletmelere, kamu iktisadi teşebbüsleri ile bunların işletme ve kuru-

---

(129) 7129 Sayılı Bankalar Yasası. Madde 26.

luşlarına, genel bütçeli daire ve kuruluşlara, yerel yönetimlerin ticari işletmelerine ait mevduat ticari mevduattır. Bu mevduat türüne ait zaman serisine ticari mevduat zaman serisi adı verilecektir. Eğer ticari mevduat vadeli ise, ilgili mevduat zaman serisi vadeli ticari mevduat, vadesiz ise vadesiz ticari mevduat zaman serisi adını alacaktır.

2.2.3 Bankalar Mevduatı Zaman Serisi

Bankaların birbirlerine yatırdıkları mevduat bankalar mevduatıdır. Bankalar tarafından çıkarılan mizanlardaki bankalar mevduatıyla ilgili verilerin tarih sırasına göre sıralanmasıyla meydana gelen seri bankalar mevduatı zaman serisidir. Diğer serilerde olduğu gibi vadeli ve vadesiz ayrımı burada da sözkonusudur.

2.2.4 Tasarruf Mevduatı Zaman Serisi

Gerçek kişiler tarafından bu ad altında bankalara yatırılan paralar ile vakıflara, derneklere ve birliklere, Bankalar Yasasının 25'inci maddesinde belirtilen sendikalara ait mevduat, tasarruf mevduatıdır. Tasarruf mevduatı adıyla bankaya yatırılan para vadeli ise bu mevduat türüne ait zaman serisi vadeli tasarruf mevduatı zaman serisi, vadesiz ise vadesiz tasarruf mevdiatı zaman serisidir.

2.2.5 "Diğer" Mevduat Zaman Serisi

Yukarıda açıklanan dört tür mevduatın dışında kalan her tür mevduat "diğer mevduat", bu mevduata ilişkin zaman serisi de diğer mevduat zaman serisi olarak tanımlanır.

3. Banka İşletmesi Yönünden Mevduatın Önemi ve Tahmin Edilmesi Gereği

3.1 Mevduatın Önemi

Banka işletmeleri öz ve yabancı kaynaklardan sağladıkları fonları, çeşitli yerlere plase ederler, kredi olarak verirler. Bu işlevler neticesinde ekonomik faaliyetlerin yürütülmesi kolaylaşırken, banka işletmeleri de diğer işletmelerde olduğu gibi kâr elde etmeye ve yaşamlarını sürekli kılmaya çalışırlar.

Bankaların işlevlerinde kullanılan öz kaynaklar öz sermaye, ihtiyatlar ve karşılıklardan oluşur. Yabancı kaynaklar ise mevduat, hamiline yazılı mevduat sertifikası, tahviller, Merkez Bankası kredileri ve borçlu cari hesapların alacak bakiyeleri ile diğer yabancı kaynaklardır. Öz kaynakların önemli bir kısmı sabit varlıklara ve uzun dönemli yatırımlara ayrıldığı düşünülürse, bankalar yukarıda sözü edilen işlevlerini yabancı kaynaklarla yerine getirirler.

Bir yabancı kaynak olan mevduat, bankaların en önemli kaynağıdır (130). Bu nedenle mevduatın ve dolayısıyla mevduat zaman serilerinin analizi çalışmamıza konu olmuştur. Mevduatın banka kaynakları içindeki önemini belirtmek amacıyla bazı rasyolardan faydalanılmıştır. Bu rasyolar Tablo III'te gösterilmiştir.

Analiz edilecek mevduat zaman serileri 1981, 1982 ve 1983 yıllarındaki aylık verilerdir. Bu bakımdan mevduatın banka kaynakları içindeki önemini vurgulayacak bazı rasyolar sözkonusu yıllar için hazırlanmıştır.

Tablo III'te 1981, 1982 ve 1983 yıllarına ait K_1 rasyosu sütunlarına bakıldığında Türk Banka Sisteminde yer alan beş büyük mevduat bankasının öz sermayenin toplam kaynaklar içindeki payı görül-

---

(130) Roland I.Robinson, The Management of Bank Funds (New York: McGraw-Hill, 1962), s. 9.

mektedir. En düşük K_1 rasyosu 1981 yılında %0,1 ile Akbank'ın en yüksek K_1 rasyosu yine aynı yılda %9,4 ile İş Bankası ve Emlak Kredi Bankası'dır. Açıkça görüldüğü gibi öz sermayenin payı düşük, yabancı kaynaklar ise büyük önem taşımaktadır.

Tablo-III. Mevduat Kabul Eden Beş Büyük Türk Bankasının Kaynak Yapısı Analizi

	K_1			K_2			$K_3=K_1+K_2$		
	1981	1982	1983	1981	1982	1983	1981	1982	1983
İş Bankası	%9,4	%4,2	%1,5	%74,5	%72,4	%69,7	%83,9	%76,6	%71,2
Ziraat B.	%2,4	%2,1	%2,1	%46,8	%60,1	%54,3	%49,2	%62,2	%56,4
Akbank	%0,1	%4,4	%0,5	%83,5	%76,5	%75,6	%83,6	%80,9	%76,1
Yapı Kredi	%1,9	%4,5	%1,2	%83,4	%85,4	%82,1	%85,3	%89,9	%86,5
Emlak K.B.	%9,4	%5,4	%3,7	%51,1	%48,0	%49,0	%60,5	%53,4	%57,1

Kaynak: Bankalarımızın 1981, 1982 ve 1983 Sonu Bilanço, Kâr ve Zarar Hesapları, Teşkilat Mevduat ve Kredileri Hakkında Bilgiler, Türkiye Bankalar Birliği Yayınları.

K_1 : Öz Sermaye/Toplam Kaynaklar Rasyosu
K_2 : Toplam Mevduat/Toplam Kaynaklar Rasyosu
$K_3=K_1+K_2$: Öz Sermaye+Toplam Mevduat/Toplam Kaynaklar Rasyosu

K_2 rasyosu bir yabancı banka kaynağı olan mevduatın toplam kaynaklar içindeki payını göstermektedir. Tablo III'te 1981, 1982 ve 1983 yıllarına ait K_2 rasyosu sütunlarına bakıldığında, mevduatın bankalar için en önemli kaynak olduğu oranların büyüklüğünden anlaşılabilir. En yüksek K_2 rasyosu 1981 yılında %85,4 ile Yapı Kredi Bankası'nındır.

$K_1+K_2=K_3$ rasyosu, mevduat ve öz sermaye toplamının toplam kaynaklar içindeki payını gösterir ve mevduatın dışında kalan yabancı kaynakların toplam kaynaklar içindeki payını, $100-K_3$ işlemiyle, bulmaya yardımcı olur. Tablo III'te yer alan bankalarla ilgili olarak, sözkonusu işlem ($100-K_3$ işlemi) 1981, 1982 ve 1983 yılları için yapıldığında mevduatın dışında kalan yabancı kaynakların toplam kaynaklar içindeki payı, mevduatın toplam kaynaklar içindeki payından (1981 yılı için Ziraat Bankası hariç) düşük olduğu görülecektir. Özetle mevduat hem toplam banka kaynakları içinde hem de toplam yabancı kaynaklar içinde nisbi ağırlığa sahiptir.

Gerek nisbi ucuzluğu, gerek kaydi para yaratma olanakları ve gerekse küçük tasarrufları değerlendirme bakımından özellikle tasarruf mevduatının bankalar için önemli bir kaynak olduğu inkâr edilemez.

Bu nedenle bankaların temel amaçlarından birisi mevduat toplamaktır. Yapılan işlerin hacmi ve elde edilecek kâr, mevduat miktarıyla doğru orantılı olarak artar. Mevduat azalınca bankaların kredi olanakları daralır. Bankaların kaynak kullanım alanları arasında en kârlı alanı krediler olduğundan, bunlarda meydana gelecek daralma bankaların kârını azaltır. Kısaca mevduat, banka faaliyetlerinin kârlı bir şekilde yürütülmesinde en önemli payı olan kaynaktır. Böylesine önemli olan bu kaynağın zaman aralıklarıyla aldığı değerlerin seyrini incelemek, mevduat kaynağının kullanımı konusunda alınacak kararların ve geliştirilecek politikaların sağlıklı olması bakımından gerekli olacaktır. Bu nedenle izleyen başlık altında mevduatın banka işletmesi yönünden tahmin edilmesi gereği üzerinde durulacaktır.

3.2 Banka İşletmesi Yönünden Mevduatın Tahmin Edilmesi Gereği

Banka yöneticisi, bankasına gelen mevduatı üç alanda kullanmaktadır. Bunlar öncelik sırasına göre: 1) Temel rezevler, 2) Koruyucu rezevler, ve 3) Plasmanlar şeklinde sıralanabilir.

Yönetici yasal nedenlerle ayırmak zorunda olduğu temel rezervleri (131) ayırdıktan sonra bakiye kalan mevduat miktarını yukarıda sayılan diğer kullanım alanlarında nasıl kullanılacağına karar verme aşamasına gelir. Mevduat kaynağının, geliri yüksek olduğu için, plasman (kredi) alanında kullanılması istenen durumdur. Ancak yönetici bu isteğini yerine getirirken iki hususu gözönünde bulundurmalıdır (132). Bunlardan birisi likidite riski, diğeri kâr maksimizasyonudur. Likidite-Mevduat İlişkisi ve Koruyucu Rezervleri-Mevduat ilişkisi bu iki hususa açıklık getireceği için sözkonusu iki ilişkiye dayanarak mevduatın tahmin edilmesi gereği aşağıda vurgulanmaya çalışılmıştır.

3.2.1 Likidite-Mevduat İlişkisi Yönünden Mevduatın Tahmin Edilmesi Gereği

Likidite: Bankanın mevduat sahiplerine geri istediklerinde paralarını ödeyebilecek yeterli nakit ve nakit benzeri kıymetlere (likiditeye) sahip olmasını ifade eder. Ancak burada "yeterli" kelimesiyle neyin anlatılmak istendiğinin bilinmesi gerekir. Roland I.Robinson yeterli banka likiditesini şu şekilde açıklamaktadır: "Yeterli likidite derecesi bankanın nakit rezervlerini minimum tutmak, fakat aynı zaman mevduat çekilişini karşılamaya yetecek kadar da az tutmamaktır" . Buna göre yeterli likiditenin alt sınırını ödeme güçlüğü yaratmayacak bir nakit miktarı, üst sınırı da na-

(131) Temel rezervler Munzam karşılıklar ve umumi disponibilite'den oluşmaktadır. Bu konuda bilgi için bkz., T.C.Merkez Bankası'nın Mevduat Munzam Karşılıkları Hakkındaki Tebliğ, m. 2, _Resmi Gazete_, 18256 (19 Aralık 1983), s. 19 ve T.C.Merkez Bankası'nın Umumi Disponibilite Hakkındaki Tebliğ, m. 2,3, _Resmi Gazete_, 18256 (19 Aralık 1983), s. 21.

(132) _Ergin_, s. 92,120.

kit fazlası ve düşük kredi hacmi nedeniyle gelir azalmasına yol açlayacak bir miktar olarak düşünebiliriz. Demek ki likidite gereksiniminin başlıca iki nedeni vardır: Ani mevduat çekilişleri karşılayabilme mecburiyeti ve tarcihi müşteri kredi isteminde bulunduğu zaman bu istemin geri çevrilmeyip karşılanması isteği. Bu duruma göre likidite gerersinmesinin doğurduğu risk, ani mevduat çekilişlerini karşılamama nedeniyle kısa sürede maliyeti yüksek para bulma mecburiyeti ve kredi istemi karşılanamayan müşterileri kaybetme olasılığı şeklinde tanımlanabilir (133).

Bankaların likidite riskini azaltmak amacıyla ellerinde aşırı nakit ve kolayca nakte dönüştürülebilecek (nakit benzeri) varlıklar bulundurma politikası uygulamaları, plasman hacmindeki daralma nedeniyle kârlılığı olumsuz yönde etkileyen bir durumdur. Oysa yüksek kâr elde etme isteğinin neden olacağı düşük miktarda nakit ve nakit benzeri kıymet bulundurma politikası da bankanın mevduat çekilişlerini karşılayamaması nedeniyle iflas etmesine, itibarını yitirmesine ve ekonomik sarsıntıya girmesine neden olur. Bu ikilem karşısında banka yöneticisi risk ile kârlılık arasında bir tercih yapması ve optimal bir denge kurması gerekir (134). Bu optimal dengenin kurulması için, bankaların nakit durumlarının devreler (günler, haftalar, aylar v.b.) itibariyle farklılıklar göstermesinin, başka bir deyişle likidite riskini yaratan sebebin bilinmesi faydalı olur. Çünkü likidite derecesinin tayinindeki yanılmaların seviyesi sorunun önemini belirler. Likidite riskinin derecesini etkileyen en önemli faktör mevduat miktarlarındaki değişmelerdir. Mevduat miktarlarındaki değişmeler genel ekonomik duruma bağlı olduğu gibi, mevsimsel ve konjonktürel dalgalanmalara, coğ-

---

(133) İlhan Meriç, Türk Ticari Banka İşletmelerinde İşletme Riski ve Ekonomik Kârlılık (Ankara, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Yayını No: 36, 1980), s. 123.

(134) Lester, W.Chandler, The Economics of Money and Banking (New York, Harper and Row Publishers, 1973), s. 163.

rafi bölgeler arasındaki farklılıklara, mevduat sahiplerinin varlık ve kredi talep eden işletmelerin mali durumlarındaki değişmelere bağlıdır. Bu nedenle likidite riskinin enazlanabilmesi için mevduat miktarında gelecek dönemlerde meydana gelecek değişmelerin önceden bilinmesi, başka bir deyişle mevduat zaman serilerinin ileriye dönük tahmin amacıyla analizi fayda sağlar.

Yapılan analizden elde edilen sonuçlar mevduatın azalacağını gösteriyorsa, bu mevduat çekilişinin olacağı anlamına geldiği için, gelecek dönemlerdeki likidite riskine karşı koruyucu rezervleri önceden arttırmak, kredileri azaltmak gerekir. Eğer analiz sonuçları mevduatın artacağını gösteriyorsa gelecekte likidite riskiyle karşılaşılmayacağı için bugünkü dönemin kaynaklarını daha fazla gelir getiren (likiditesi düşük) kullanım alanlarına (kredilere) yatırmakta cesaretli olmak gerekir. Böylece belirli bir maliyeti olan mevduat kaynağı, kâr maksimizasyonu ve likidite riski ikilemi karşısında optimum şekilde kullanılmış olur. Banka finansal kararları optimizasyon tekniklerine dayandırılmak istendiği zaman mevduat tahminleri hareket noktası olacaktır.

3.2.2 Koruyucu Rezervleri-Mevduat İlişkisi Yönünden Mevduatın Tahmin Edilmesi Gereği

Banka kaynağının önemli kullanım alanı olan koruyucu rezerv bulundurmanın başlıca gerekçesi, dönemsel mevduat ve kredi değişmeleridir. Ülkemizde kredi talebi sonsuz kabul edildiğinden, bankaların kredi değişmelerinden kaynaklanan bir sorunu yoktur. Koruyucu rezervlerin yüksek tutulması likidite riskini azaltırken, getirisi kredilerden (üçüncü kullanım alanı) daha az olduğu için bankanın kârını düşürür. Bu nedenle banka yöneticisi mevduatın gelecekteki davranışlarına bakarak koruyucu rezervlerini planlayabilir. Bu planlamada banka yöneticilerinin deneyimleri önemli rol oynar. Banka yönetimi bir noktada sanat olduğu için, tecrübeye dayanan tahminleri, bilimsel olmadığı için kınamamak gerekir. Ancak bilimsel çalışmak isteyen banka yöneticileri farklı bilimsel tahmin yöntemlerinden yararlanabilirler. Bu yöntemlerden bazıları Bölüm 1'de incelenmiştir.

Bilimsel yöntemlere dayanarak yapılan tahminler mevduatın azalacağını gösteriyorsa koruyucu rezervler önceden arttırılır, tersi durumda ise koruyucu rezervler azaltır.

Kısaca bankalaranı en önemli kaynağı olan mevduatın en uygun şekilde kullanımını sağlamak ve dolayısıyla likidite riskini enazlayacak, kârı ençoklayacak kaynak kullanım dengesinin, "optimal kaynak kullanım dengesinin" kurulabilmesi için mevduatın tahmin edilmesi büyük yarar sağlar.

Çalışmamızın izleyen kısımlarında mevduat kabulüne yetkili bir bankanın yöneticilerine alacakları kararlarda ve geliştirecekleri politikalarda faydalı olacağı düşüncesiyle bu bankanın mevduat zaman serileri ileriye dönük tahmin amacıyla Box-Jenkins yöntemi kullanarak analiz edilecektir.

4. Box-Jenkins (B.J.) Yönteminin X Banka İşletmesinin Mevduat Zaman Serilerinin Analizinde Kullanımı

4.1 X Banka İşletmesine İlişkin Bilgiler

X banka işletmesini tanıtabilmek için Türk Banka Sistemini (TSB) oluşturan bankalar hakkında yapılan sınıflandırmalardan yararlanmak gerekir (135). Mevduat kabul eden bankalar hakkında Bankalar Birliğinin en son 1977 yılında yaptığı sınıflandırma

(135) Türk Banka Sistemini oluşturan bankaların sınıflandırılması hakkında bkz.: T.C.Merkez Bankası A.Ş., Aylık Bülten, No: 10 (Ekim-1969), s. 35.

şöyle olmuştur:

- Özel Yasalarla Kurulmuş Bankalar,
- Yabancı Bankalar,
- Ticaret Bankaları.

X Banka işletmesi özel yasa larla bazı görev ve işlevlerin yerine getirilmesi amacıyla kurulmuş olduğundan, özel yasalarla kurulmuş bankalar sınıfında yer alır. Ancak bu banka özel görev ve işlevlerin yanında mevduat kabulüne yetkili bir banka olarak mevduat kabul eden bankaların (ticaret bankalarının) yerine getirdiği havale, tahsilat, muhafaza, kambiyo, dış ticaret aracılığı v.b. gibi bütün işlevleri de yerine getirir. Bu nedenle X banka işletmesine ticari bankalar sınıfında da yer verilebilir.

Mevduat kabul eden bankalar hakkında Bankalar Birliğinin yapmış olduğu yukarıdaki sınıflandırmada hangi kriterin esas alındığı belli değildir. Oysa, her sınıflandırma belirli bir kriter esas alınarak yapılır. Mevduat kabul etme veya etmeme durumu bir kriter olarak alınırsa X Banka işletmesi mevduat kabul eden bankalar sınıfında yer almaktadır.

Bütün bankalarda olduğu gibi X Banka İşletmesi de yasal zorunluluk nedeniyle mevduatını vadeli ve vadesiz olmak üzere resmi mevduat, tasarruf mevduatı, ticari mevduat bankalar mevduatı ve diğer mevduat türlerine ayırmaktadır.

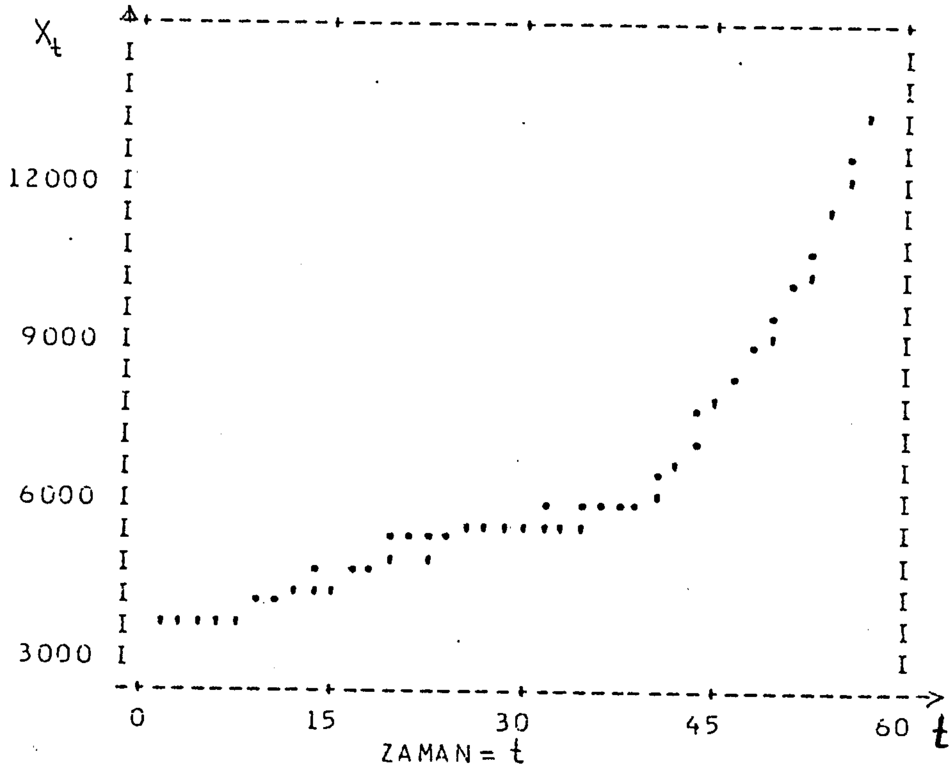
Gerek bütün bankaların, gerekse X bankasının mevduatının bileşimi ana türler itibariyle (% olarak) incelendiği zaman tasarruf ve ticari mevduat türlerinin toplam mevduat içindeki paylarının diğer mevduat türlerine nazaran çok önemli olduğu görülmektedir. Ayrıca finansal kararların alınması ve politikaların geliştirilmesi bakımından vadesiz mevduat türlerinin risk unsuru, vadeliye nazaran daha fazladır; vade kaydı içeren vadeli mevduat türü vadesize nazaran daha fazla kontrol edilebilir bir değişkendir. Bu nedenlerden dolayı çalışmamızda X Bankasının vadesiz tasarruf ve vadesiz ticari mevduat zaman serileri analizi ile, mevduatın tamamının nasıl bir seyir göstereceğini ortaya koyma imkânı vereceği için, toplam mevduat zaman serisi analizine yer verilecektir. Ancak hemen belirtelim ki, bir bankanın mevduat zaman serisinin analizinde bütün mevduat türlerine ilişkin zaman serilerinin analizine yer vermek faydalı olur.

X Banka İşletmesinin Ek-VI'da verilen vadesiz tasarruf ve vadesiz ticari mevduat zaman serileri, bu bankanın 31 Ocak 1980-30 Eylül 1984 dönemlerine ilişkin aylık mizanlardan yararlanarak doğrudan, toplam mevduat zaman serisi ise yine bu mizanlardan bütün mevduat türlerine ait aylık değerlerin (vadeli+vadesiz) toplamı alınarak elde edilmiş olup, 57 gözlem değeri içermektedirler. Ancak banka yöneticileri, her yılın Aralık ayı mevduat miktarında sunni bir artış yaratılmış olabileceği görüşünde oldukları için, analiz edilecek mevduat serilerinde bu sunni artışın etkisini gidermek amacıyla serilerdeki Aralık ayı gözlem değerleri Kasım, Aralık ve Ocak aylarının ortalaması olarak alınmıştır.

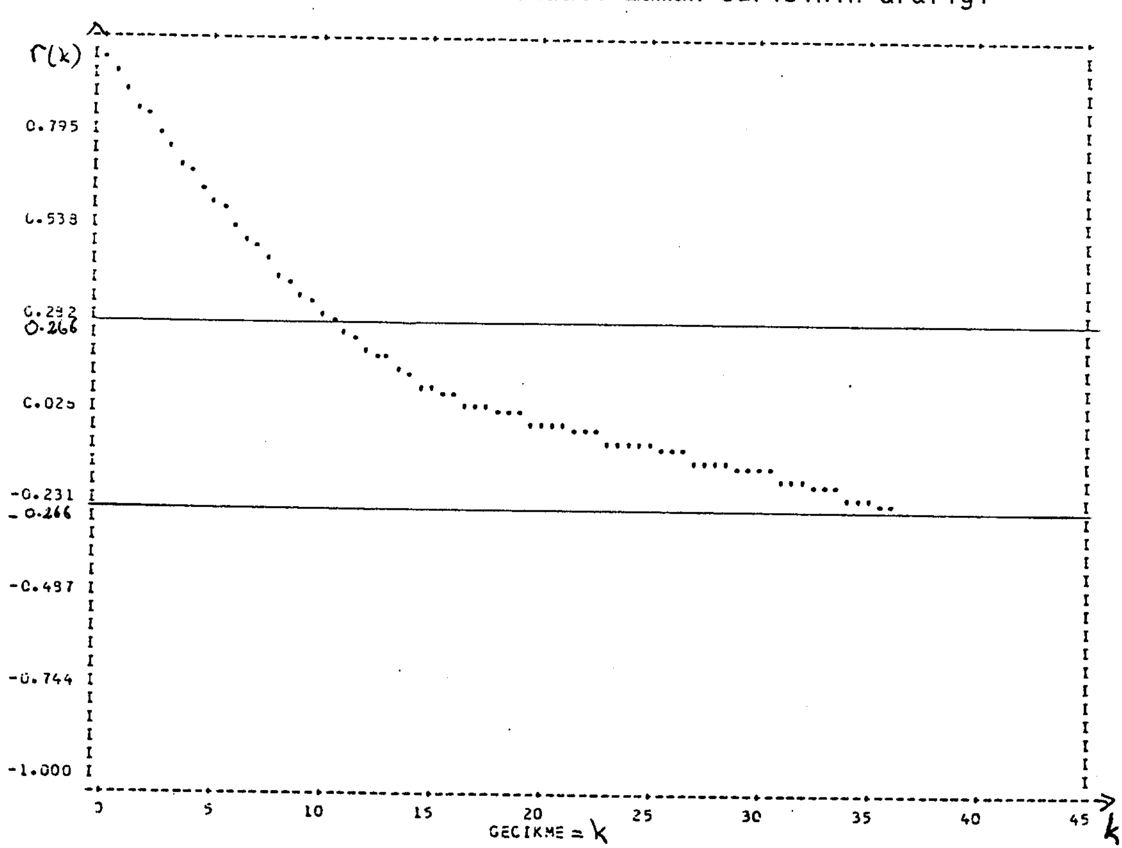
4.2 B.J.Yönteminin Vadesiz Tasarruf Mevduatının İleriye Dönük Tahmininde Kullanımı

4,2,1 Uygun B.J.Model Grubunun ve Geçici Uygun Modelin Belirlenmesi

Ek-VI'da verilen vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin Şekil 13'de çizilen grafiği incelendiğinde bu serinin gittikçe artan trend gösterdiği görülmektedir. Ayrıca vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin orijinal değerleri için hesaplanan ve Şekil 14'de gösterilen 36 örnek otokorelasyon katsayısının yüksek gecikmelerde (3'üncü gecikmeden sonra) istatistiksel olarak sıfırdan farklı değerler aldığı, yani üçüncü gecikmeden sonraki gecikmeler için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değeri %5 anlam seviyesinde $\pm 2/\sqrt{N} = \pm 2/\sqrt{57} = \pm 0,266$ limitleri dışında kaldığı gö-



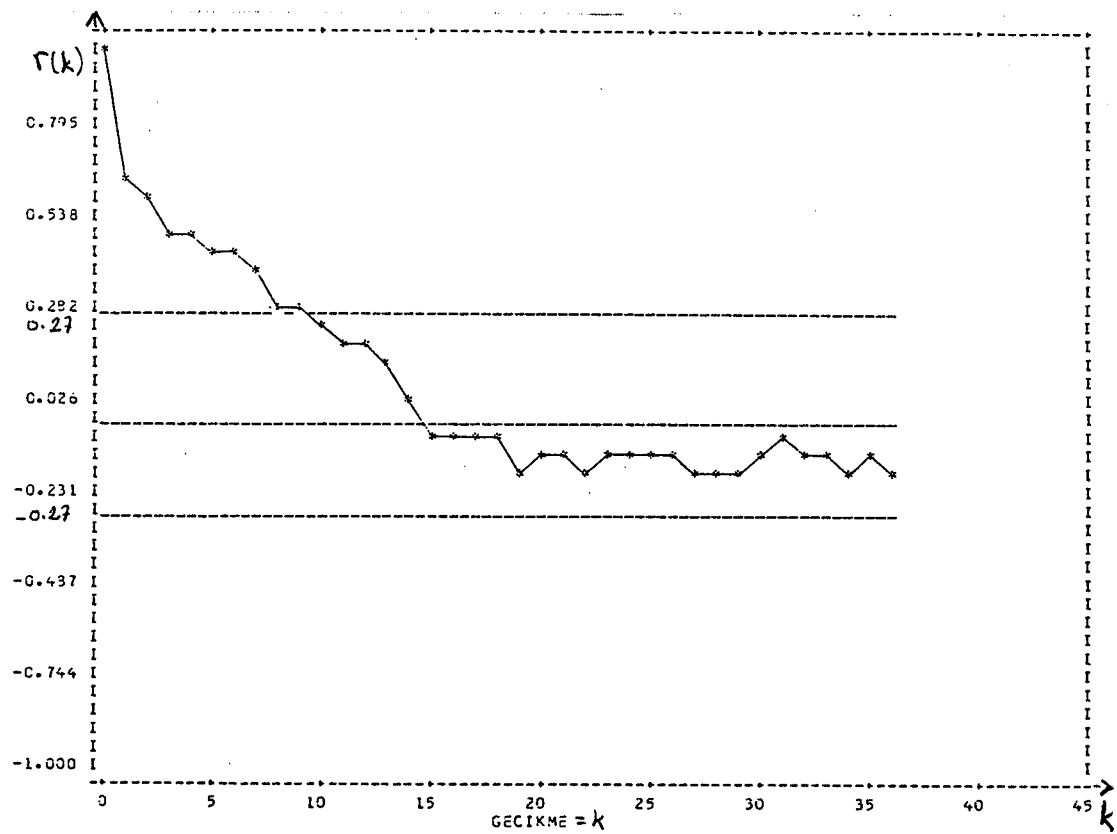
Şekil 13. Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisinin Grafiği



Şekil 14. Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

rülür. Bu durum, vadeli tasarruf mevduatı zaman serisinin durağan olmadığını gösterir. Otokorelasyon katsayılarının kartezyen grafikte sol yukarıdan sağ aşağıya doğru uzanan düzgün bir seyir göstermesi, seride trendin olduğunu doğrulamaktadır. Yine gerek serinin orijinal değerlerinin grafiğinden, gerekse otokorelasyon katsayılarından vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin mevsimsel unsur içermediği anlaşılmaktadır. Bu bilgilerin ışığında vadesiz mevduat zaman serisine bir B.J. modeli uygulayabilmek için seriyi durağan hale getirmek ve bu seri için uygun olabilecek B.J. model tipini durağan olmayan modeller (ARIMA) grubunda aramak gerekir.

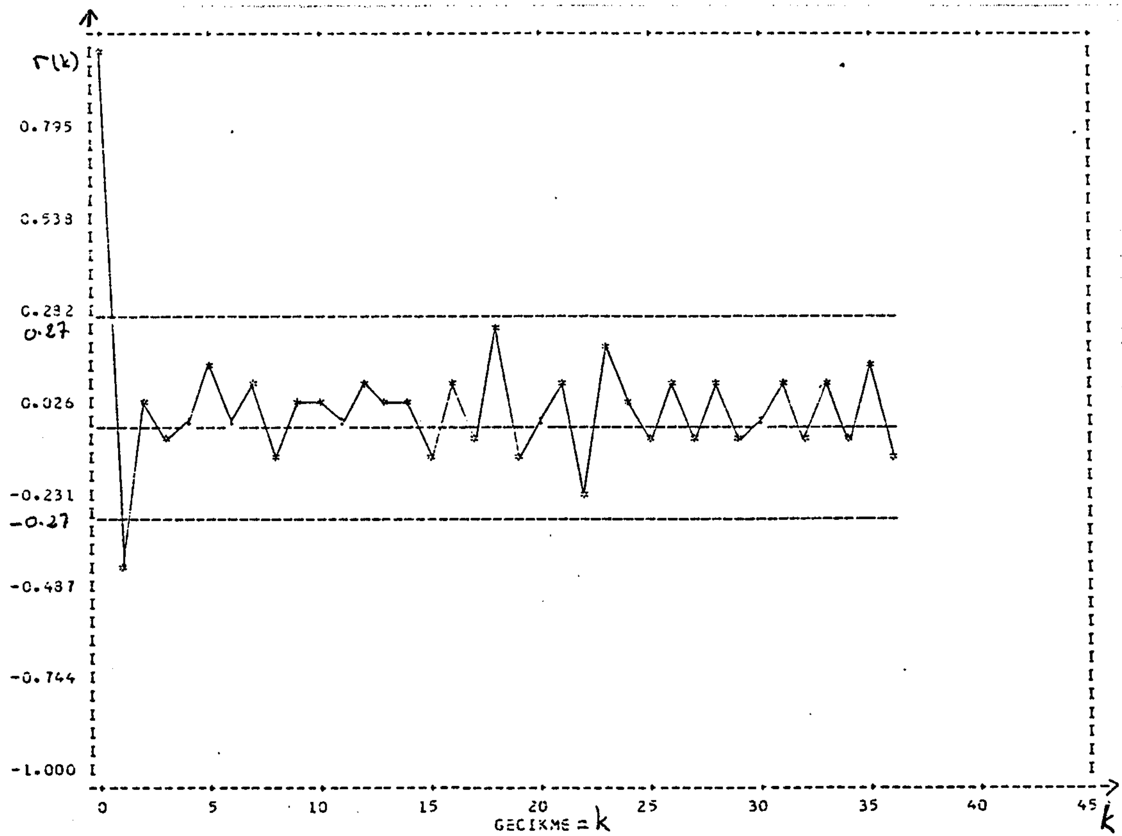
Vadesiz tasarruf mevduatı serisinde durağanlığı bozan unsur trend olduğu için, durağanlığın sağlanması amacıyla serinin birinci, gerekli olursa ikinci dereceden farklarını almak uygun olacaktır. Birinci dereceden farkların alınması durağanlığı sağlamamıştır. Şekil 15'de kolayca izlenebileceği gibi ilk dokuz otokorelasyon katsayılarının değeri %5 anlam düzeyinde $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{56} = 0.27$ limitleri dışında kalmaktadır; İstatistiksel olarak sıfırdan farklıdır (birinci dereceden fark serisi için $n = N-1 = 57-1 = 56$, ikinci dereceden fark serisi için ise $n = N-2 \quad 57-2 = 55$ olarak hesaplanır). Durağanlığın sağlanması için ikinci dereceden farkların alınması gerekir. İkinci dereceden farkı alınan seri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değeri düşme göstermekte ve Şekil 16'da görüleceği üzere birinci gecikmenin dışında, istatistiksel olarak sıfırdan farklı gözükmemektedir. Otokorelasyon katsayıları-



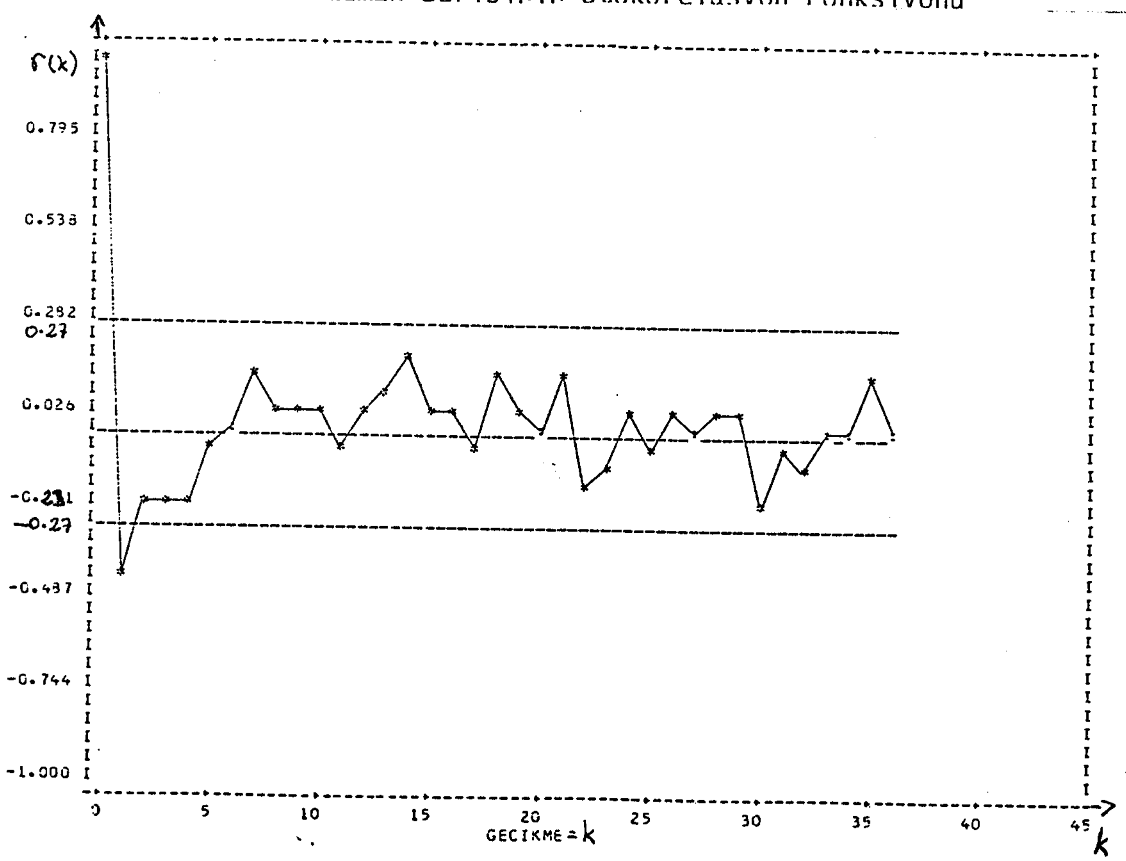
Şekil 15. Birinci Farkı Alınmış Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

nın bu şekildeki görünümü serinin ikinci derecede farklarda durağan hâle dönüştüğünü ifade etmektedir. İkinci derecede fark serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının birlikte incelenmesi seri için geçici uygun modelin ortaya çıkarılmasını sağlayacaktır.

Otokorelasyon fonksiyonu birinci gecikmede ekseni kesmektedir. Bu vadesiz tasarruf mevduatı serisi için IMA modelinin uygun olabileceğini gösterir. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu Şekil 17'de verilmiştir. Bu fonksiyonun k = 1,2,...,36 için aldığı değerlerin gittikçe azalarak sıfıra doğru yaklaşma eğilimi göstermesi geçici uygun modelin IMA modeli olabileceği kararını desteklemektedir. Geçici olarak belirlenen IMA modelinin derecesi anlamlı otokorelasyon sa-



Şekil 16. İkinci Derecede Farkı Alınmış Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu



Şekil 17. İkinci Derece Farkı Alınmış Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisinin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

yısına bakarak belirlenir. İkinci derece farkı alınmış vadesiz tasarruf mevduatı serisinin sadece birinci gecikmedeki otokorelasyon katsayısı istatistiksel olarak anlamlı bulunduğundan geçici IMA ARIMA(0,2,1) şeklinde gösterilir.

Önerilen ARIMA(0,2,1) modelinin geçici hareketli ortalama parametresi olan θ'nın değeri, θ = 0,66, bilgisayar yardımıyla hesaplanmıştır.

4.2.2 Belirlenen Geçici ARIMA(0,2,1) Modelinin Nihai Parametrelerinin Tahmini

Burada amaç önerilen ARIMA(0,2,1) modelinin θ parametresinin hangi değerde tahmin hatalarının karesini minimum yapacağını bulmaktır. Bu iş "adım adım" yöntemiyle yapılmaktadır. Yöntem olarak da maksimum olabilirlilik yöntemine yaklaşık olarak En Küçük Kareler Yöntemi kullanılmaktadır.

Çalışmamızda tahmin hatalarının karelerinin toplamını minimum yapacak nihai θ parametresinin değeri ve bu parametrelerinin standart hatası bilgisayar yardımıyla sırasıyla 0,83 ve 0,08 olarak bulunmuştur.

Vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin ileriye dönük tahmini amacıyla kullanılabilecek ARIMA(0,2,1) geçici modeli aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$\nabla^2 X_t = W_t = a_t - 0,83\, a_{t-1} \qquad (4.1)$$

Geçici ARIMA(0,2,1) modelinin vadesiz tasarruf mevduatı serisinin tahmininde uygun olup olmayacağına karar vermek için θ parametresinin anlamlı olup olmadığı araştırılır; araç olarak anlamlılık testi, t-testi kullanılır. Bilgisayar yardımıyla yapılan hesaplamada t istatistiğinin değeri t = 10,4 olarak bulunmuştur. Bulunan bu değer, $t_{0,05,54} = \pm 1,96$ tablo değerinden büyük olduğu için θ parametresinin anlamlı olduğuna karar verilir. Buna göre ARIMA(0,2, 1) modeli vadesiz tasarruf mevduatı serisinin ileriye dönük tahmininde uygun bir modeldir. Modelin uygunluğunun testi izleyen model belirleme aşamasında ele alınacaktır.

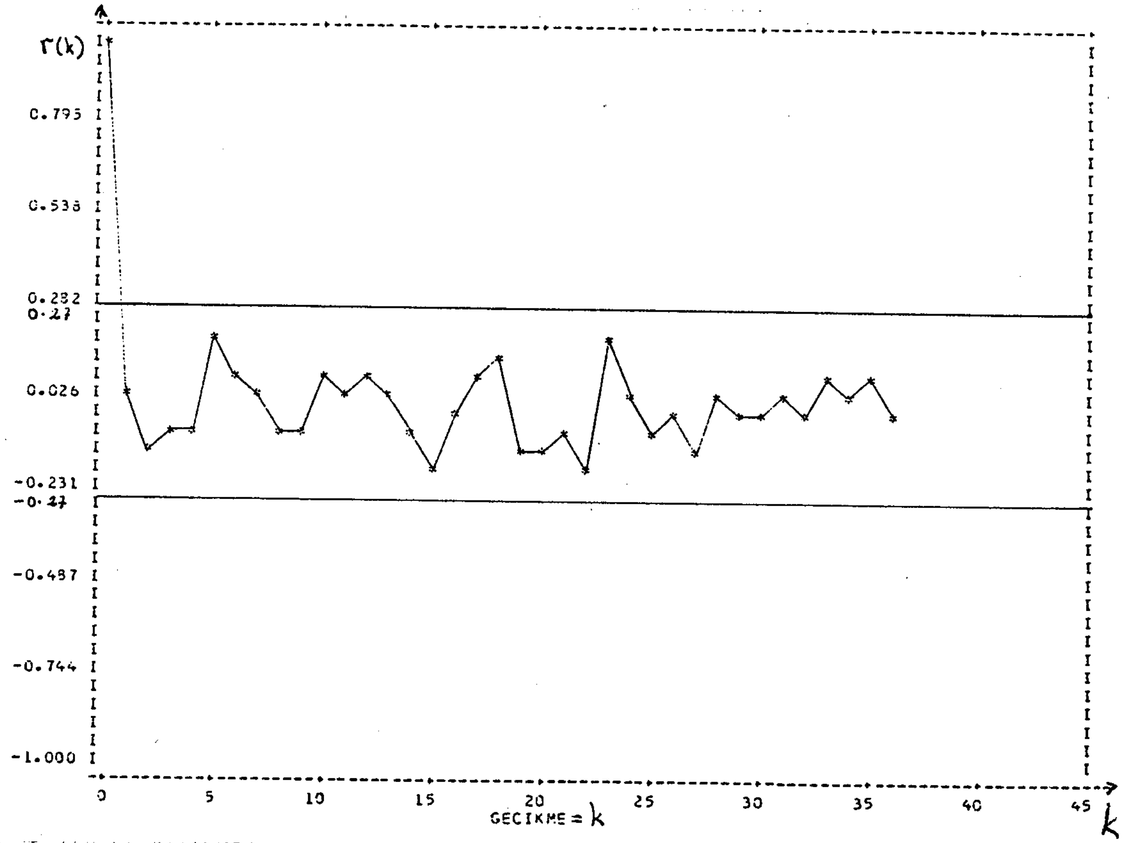
4.2.3 Geçici ARIMA(0,2,1) Modelinin Uygunluğunun Testi

ARIMA(0,2,1) geçici modelinin uygunluğunun testi vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin gözlem değerleri için (4.1) nolu eşitlikten yararlanarak elde edilen tahminlerin tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılır.

Tahmin hatalarının otokorelasyon katsayıları Şekil 18'de verilmiştir; görüldüğü gibi tahmin hatalarının tamamı $\pm 2/\sqrt{55} = \pm 0,27$ limitleri içinde kalmaktadır. Bu da bize ARIMA(0,2,1) modelinin vadeli tasarruf mevduatı zaman serisinin analizi için uygun olduğunu gösterir. Ancak modelin uygunluğunun testi daha sağlıklı olarak Q istatistiğine dayanılarak yapılır. Vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisi için hesaplanan hata otokorelasyon katsayılarından yararlanarak belirlenen Q istatistiğinin değeri:

$$Q = n \sum r_i^2 = 55x0,30 = 16,5$$

olarak bulunur. Bu değer, = K-p-q yani 36-0-1 = 35 serbestlik derecesinde $^{2}_{0,05,35}$ tablo değeri olan 52 değeri ile karşılaştırı-



Şekil 18. ARIMA(0,2,1) Modeline Ait Tahmin Hatalarının Otokorelasyon Fonksiyonu

lır (136). 16,5 52 eşitsizliğinden tahmin hatalarının rassal olarak dağıldığı ve ARIMA(0,2,1) modelinin vadesiz tasarruf mevduatı serisi için uygun olduğu %5 anlam düzeyinde kararlaştırılır.

4.2.4 Uygun ARIMA(0,2,1) Modelinin İleriye Dönük Tahmin Amacıyla Kullanılması

Uygunluğuna karar verilen ARIMA(0,2,1) modeli vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisinin ikinci kez dereceden farklarından oluşan serinin (ikinci dereceden farklar serisinin) kıymeti bilinen Eylül-1984 dönemine (t dönemine) ait mevduat değerinin tah-

---

(136) $\chi^2_{0,05,35\ s.d} = 52$ değeri $\chi^2_s = \frac{1}{2}(Z_s + \sqrt{2\gamma - 1})^2$ eşitliğinden yararlanarak bulunmuştur.

min edilmesine imkân veren bir modeldir. Bu modelde W_t yerine $X_t-X_{t-1}-X_{t-1}-X_{t-2} = X_t-2X_{t-1}-X_{t-2}$ yazılırsa, model

$$X_t = 2X_{t-1}+X_{t-2}+a_t-0,82\ a_{t-1} \qquad (4.2)$$

şeklinde olur. Böylece ikinci dereceden fark serisi için yazılmış olan uygun model orijinal vadesiz tasarruf mevduatı serisinin t dönemine ait tahmin değerini verecek modele dönüştürülmüş olur.

Ancak çalışmamızın amacı ileriye dönük tahmin yapmak olduğundan (4.2) nolu modeli vadesiz tasarruf mevduatı serisinin t+1 (Ekim 1984), t+2 (Kasım-1984), ..., t+l gelecek dönemlerinde alacağı değerleri tahmin etmek için yazmak gerekir. t+l döneminin tahmin değeri X_{t+l} ile gösterilirse, (4.2) nolu modelden hareketle l gelecek dönemi için ileriye dönük tahmin modeli fark denklemi biçimi kullanarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{X}_{t+l} = 2X_{t-1+l} + X_{t-2+l} + a_{t+l} - 0,83\ a_{t-1+l} \qquad (4.3)$$

Çalışmamızda 101,2,...,10 için bilgisayar yardımıyla bulunan ileriye dönük tahminler Tablo IV'de verilmiştir.

Tablo IV. Vadesiz Tasarruf Mevduatı Tahminleri, %95 Güven Limitleri, Tahmin Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri ve Tahmin Hataları

Tahmin Dönemi t	l	Nokta Tahminleri*	%95 Güven Limitleri* Alt	Üst	Tahmin** Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri	Tahmin*** Hataları
1984 Ekim	1	14091	13504	14704	13826	265
Kasım	2	14826	13885	15832	15102	276
Aralık	3	15611	14309	17031	16436	825
1985 Ocak	4	16449	14759	18333	18001	1552
Şubat	5	17345	15229	19755	19506	2161
Mart	6	18302	15716	21314	20441	2142
Nisan	7	19327	16220	23028	22618	3291
Mayıs	8	20423	16741	24915	26040	5617
Haziran	9	21597	17278	26996	28136	6539
Temmuz	10	22856	17833	29293	29987	7131

Kaynklar:

* : Bilgisayar çıktıları
** : X bankasından sağlanmış veriler
***: Tarafımdan hesaplanmıştır.

4.2.5 Tahmin Sonuçlarının Yorumu

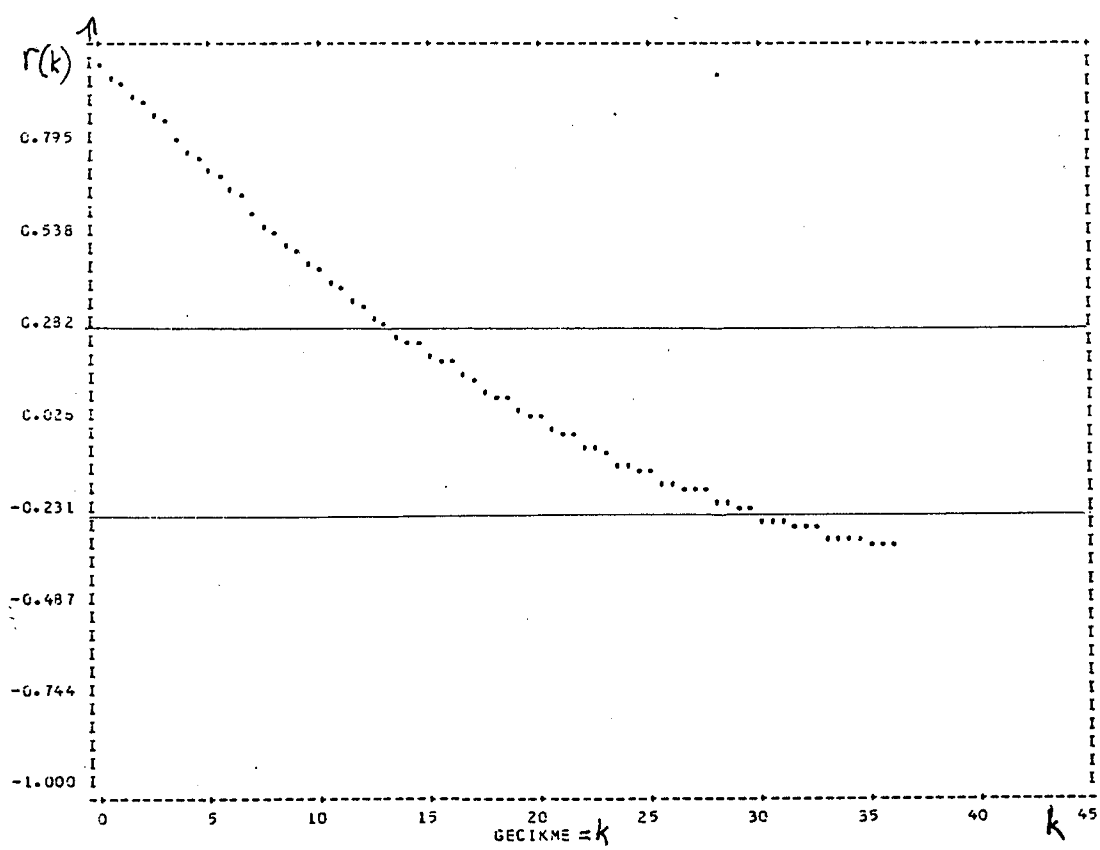
X Banka İşletmesinin vadesiz tasarruf mevduat zaman serisinin ileriye dönük 10 aylık dönem tahminleri, çok sayıda Box-Jenkins model tipi arasından istatistiksel testlere dayanarak seçilen uygun ARIMA(0,2,1) modeli kullanarak yapılmıştır; tahmin değerleri vadesiz mevduatta artış olacağını göstermektedir. ARIMA (0,2,1) modelinin kısa dönemde en güvenilir tahmin sonucu vermesi beklenir.

Vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisi için yapılan tahminlerin güvenirliliğini araştırmak için yapılan tahminlerin tahmin hatalarına bakmak gerekir. Tablo IV'te görüldüğü gibi, vadesiz tasarruf mevduatı zaman serisi için yapılan tahminlerle ilgili hesaplanan tahmin hataları birinci ve ikinci adımdan (l=1,2 için) sonra giderek artış göstermektedir. Bu Box-Jenkins yönteminin kısa dönemde güvenilir tahmin yapma imkanı veren bir yöntem olduğunu doğrulamaktadır. Bu nedenle ilk iki ay için yapılan vadesiz mevduat tahminleri güvenilir tahminlerdir.

4.3 B.J.Yönteminin Vadesiz Ticari Mevduat Zaman Serisinin Tahmininde Kullanımı

4.3.1 Uygun B.J.Model Grubunun ve Geçici Uygun Modelin Belirlenmesi

Vadesiz ticari mevduat zaman serisinin 36 gecikme için hesaplanan otokorelasyon katsayıları Şekil 19'da verilmiştir. Otokorelasyon katsayıları yüksek gecikme değerlerinde istatis-



Şekil 19. Vadesiz Ticari Mevduat Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

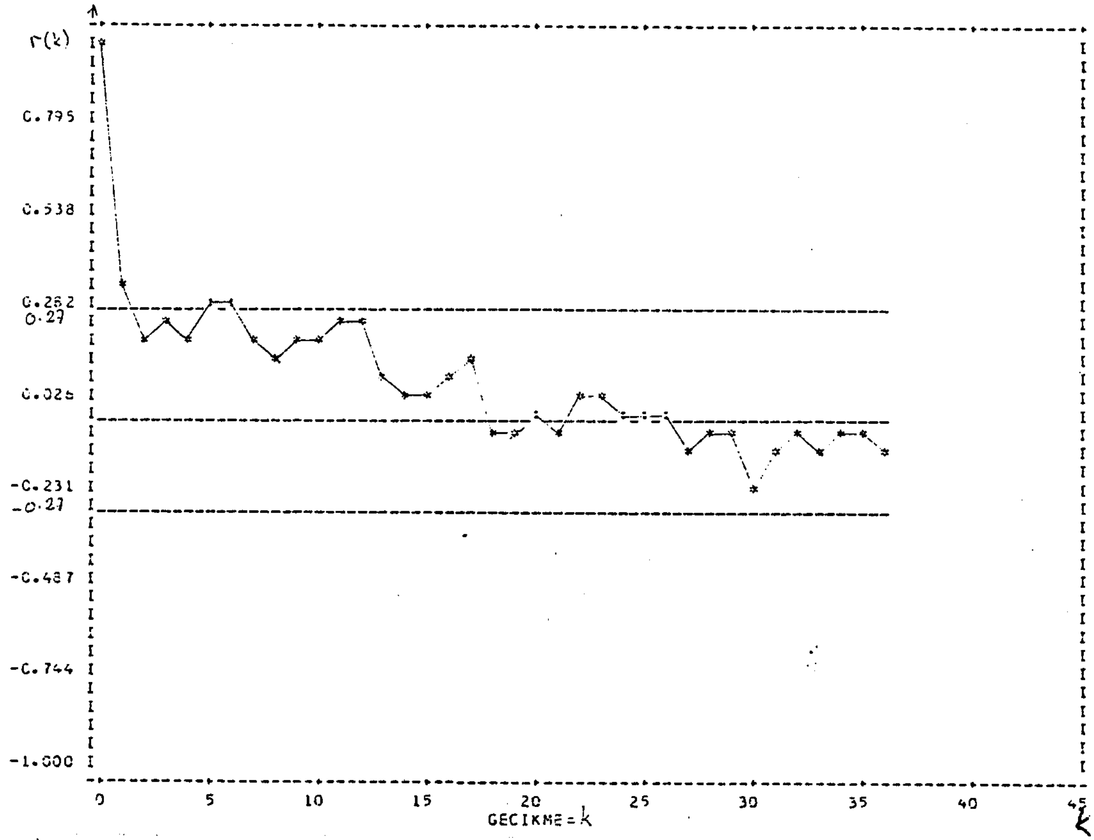
tiksel olarak sıfırdan farklıdır. Bu durumda seri orijinal değerler yönünden durağan bir seri değildir. Otokorelasyon fonksiyonunun seyri aynı zamanda serinin durağanlığını bozan unsurun trend olduğunu da göstermektedir. Çünkü otokorelasyon fonksiyonu kartezyen diyagramda sol yukarıdan sağ aşağıya doğru gittikçe azalan bir eğilim göstermektedir. Bu nedenle vadesiz ticari mevduat serisine ARIMA sınıfından gelen bir modelin uygulanması gerekli olacaktır.

Vadesiz ticari mevduat berisinin birinci dereceden farkları alınıp otokorelasyon katsayıları yeniden hesaplandığında, birinci dereceden farkların serideki trendin etkisini giderdiğini ve serinin durağan hale getirdiğini göstermektedir. Çünkü Şekil 20'de görüldüğü gibi, birinci gecikmenin dışında, bütün gecikmeler için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının tamamı %95 güven limitlerinin arasında kalmaktadır. Güven limitleri $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{56} = \pm 0,27$ dir.

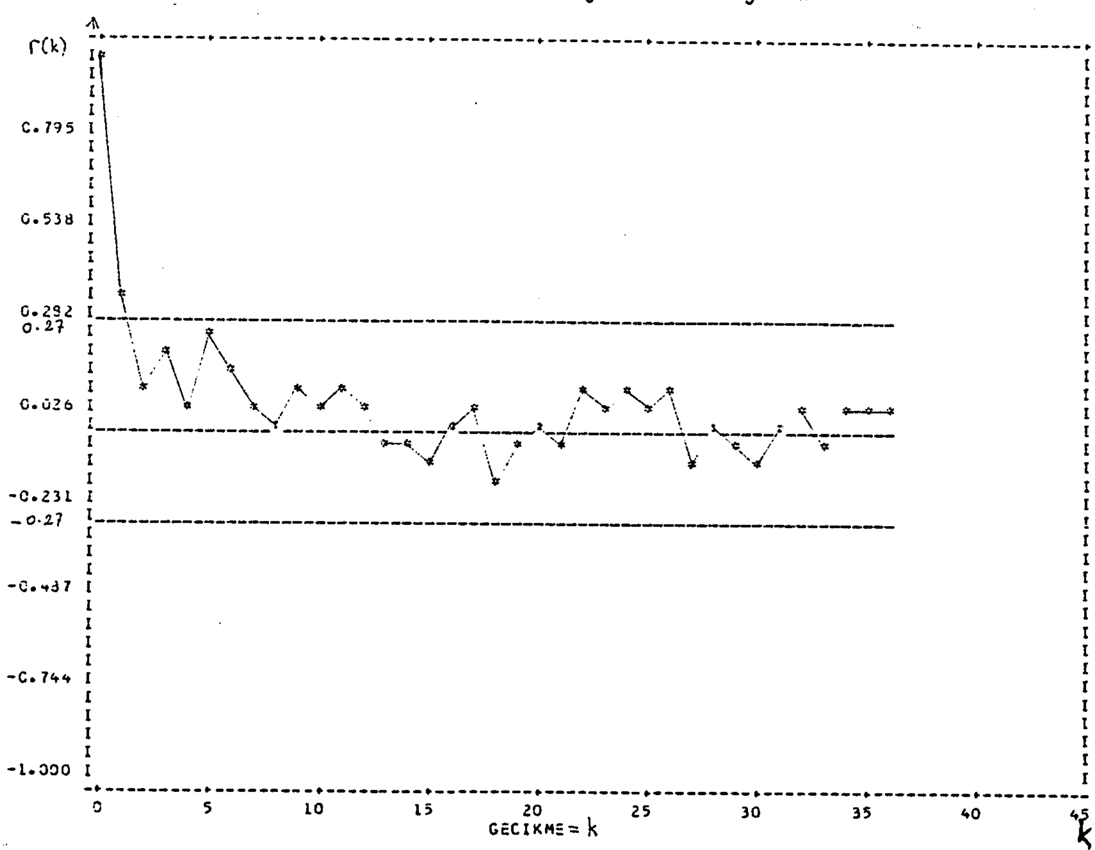
Uygun tahmin modelini ortaya çıkarabilmek amacıyla otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları ile bunların fonksiyonları birlikte incelenmesi gerekir. Fark serisi için hesaplanan kısmi otokorelasyon fonksiyonu Şekil 21'de verilmiştir.

Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının seyri birbirine benzemektedir. Bu fonksiyonların aldığı değerler gecikmeler büyüdükçe sıfır olmamaktadır. Sözkonusu fonksiyonların bu görünümü vadesiz ticari mevduat serisine ARIMA sınıfından gelen bir modelin uygun olacağı izlenimini vermektedir. ARIMA grubundan geçici uygun model adıyla belirlenecek olan modelin derecesinin tayini AR ve MA kısımları için ayrı ayrı yapılır. AR kısmın derecesi istatistiksel olarak sıfırdan farklı kısmi otokorelasyon katsayısı sayısına, MA kısmınki ise istatistiksel olarak sıfırdan farklı otokorelasyon katsayısı sayısına bakarak tayin edilir.

Şekil 20 incelendiğinde sıfırdan farklı otokorelasyon katsayısı sayısı 1 tane olduğu için ARIMA(p,1,q) modelinin MA kısmının derecesi q=1 dir. Şekil 21 incelendiğinde de görüleceği gibi sıfırdan



Şekil 20. Birinci Farkı Alınmış Vadesiz Ticari Mevduat Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu



Şekil 21. Birinci Farkı Alınmış Vadesiz Ticari Mevduat Zaman Serisinin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

farklı kısmi otokorelasyon katsayısı bir tane olduğu için bu modelin AR kısmının derecesi de 1, yani geçici uygun model ARIMA(1,1,1) olacaktır.

4.3.2 Belirlenen ARIMA(1,1,1) Modelinin Nihai Parametrelerinin Tahmini

ARIMA(1,1,1) modelinin birisi AR $\emptyset$ diğeri MA θ olan iki parametresi vardır. Tahmin hatalarının karelerinin toplamını minimum yapan $\emptyset$ ve θ parametrelerinin değeri sırasıyla 0,51, 0,99 ve standart hataları da 0,16 ve 0,13 olarak bilgisayar yardımıyla hesaplanmıştır. Bu değerlere göre parametrelerin anlamlı olup olmadığı %5 anlam düzeyinde anlamlılık testi, t testi, ile test edildiğinde, her iki parametrenin de anlamlı olduğu bulunmuştur. Çünkü $\emptyset$ parametresinin anlamlı olup olmadığını belirlemek için bilgisayar yardımıyla bulunan t_1 istatistiğinin değeri $t_1 = 3,19$, θ parametresinin anlamlı olup olmadığını belirlemek için bulunan t_2 istatistiğinin değeri $t_2 = 7,6$ dır ve her iki istatistiğin (t_1 ve t_2) değeri de $t_{0,50,35}$ tablo değerinden büyüktür.

Vadesiz ticari mevduat serisinin tahmin modeli yukarıdaki parametre tahminlerine de yer verilerek aşağıdaki gibi yazılır:

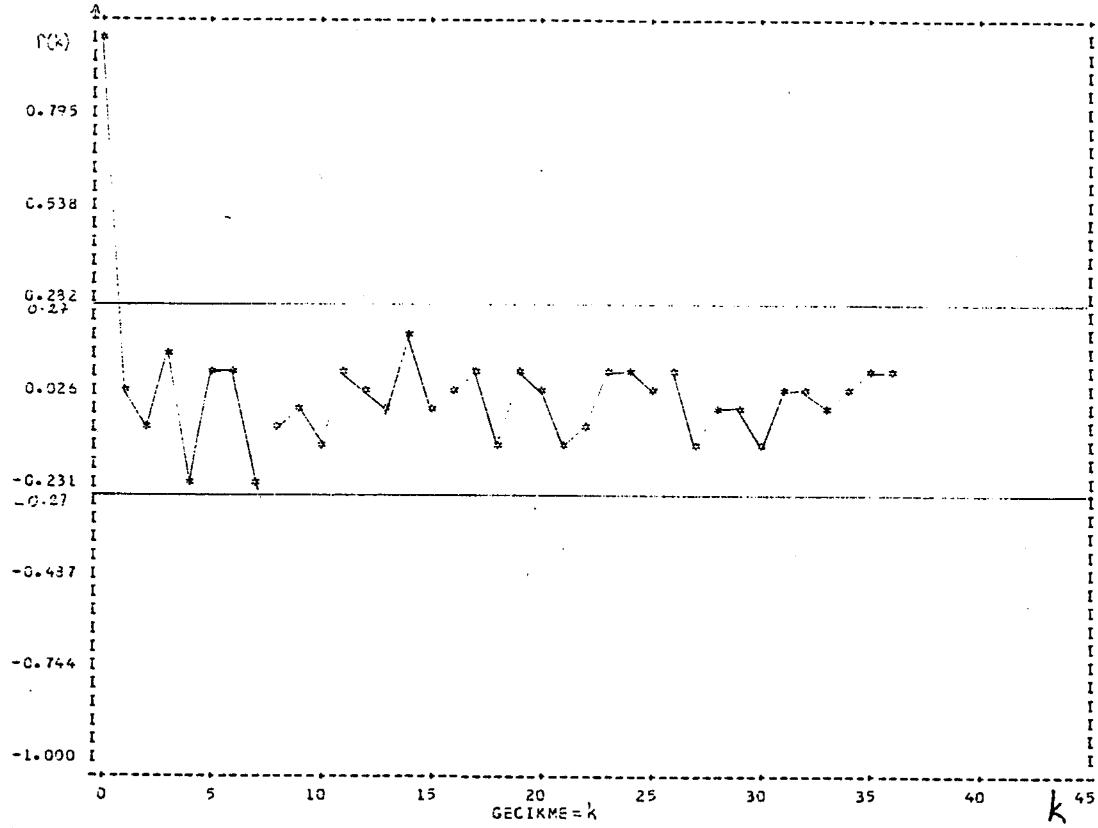
$$W_t = 0,51\ W_t + 0,99\ a_{t-1} \qquad (4.4)$$

4.3.3 Geçici ARIMA(1,1,1) Modelinin Uygunluğunun Testi

Vadesiz ticari mevduat serisi için belirlenen (4.4) nolu geçici uygun modeli kullanarak bu serinin gözlem değerleri için tahmin yapılır, tahmin hataları hesaplanır ve bu hataların oluşturduğu hatalar serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayıları incelenirse (4.4) nolu modelin seri için uygun olup olmadığına karar verilir. Hata otokorelasyon katsayılarının incelenmesinde iki yol vardır: 1) Hata otokorelasyon katsayılarının dağılımını incelemek, 2) Q istatistiğinden yararlanmak.

Tahmin hatalarının otokorelasyon fonksiyonu Şekil 22'de verilmiştir. Fonksiyonda görüldüğü gibi hataların otokorelasyon katsayılarının dağılımı rassaldır. Katsayıların almış olduğu bütün değerler fonksiyonda yatay paralel çizgilerle belirlenen %95 güven limitlerinin arasında kalmaktadır. Bu sonuç modelin uygunluğunu gösterir.

Hata otokorelasyon katsayılarından hesaplanan Q istatistiği Q = 56x0,30 = 16,8 olarak bulunur. Modelin uygunluğuna karar vermek için Q=16,8 değeri ile K-p-q = 36-1-1 = 34 serbestlik derecesinde ve %5 anlam düzeyindeki $\chi^2_{0,05} = 51$ tablo değeri ile karşılaştırılır. 16,8 51 olduğundan, ARIMA(1,1,1) modelinin vadesiz ticari mevduat serisinin ileriye dönük tahminleri için kullanılmasına %5 anlam düzeyinde karar verilmiştir.



Şekil 22. ARIMA(1,1,1) Modeline Ait Tahmin Hatalarının Otokorelasyon Fonksiyonu

4.3.4 Uygun ARIMA(1,1,1) Modelinin Tahmin Amacıyla Kullanılması

Bu aşamada nihai model orijinal vadesiz ticari mevduat serisi için yazılacaktır:

$$X_t = X_{t-1} - 0,51\ X_{t-1} - 0,51\ X_{t-2} + a_t - 0,99\ a_{t-1} \quad (4.5)$$

İleriye dönük tahminler l = 1,2,3,4,.... dönemleri için yapıldığından, (4.5) nolu model l dönemi için aşağıdaki gibi yazılacaktır:

$$\bar{X}_{t+1} = X_{t-1+1} - 0,51X_{t-1+1} - 0,51X_{t-2+1} + a_t - 0,99a_{t-1+1} \quad (4.6)$$

10 aylık gelecek dönem için yapılan bilgisayar tahmin sonuçları Tablo V'de verilmiştir.

Tablo V . Vadesiz Ticari Mevduat Tahminleri, %95 Güven Limitleri, Tahmin Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri ve Tahmin Hataları

Tahmin Dönemi			Nokta	%95 Güven Limitleri*		Tahmin Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri**	Tahmin Hataları***
t		l	Tahminleri*	Alt	Üst		
1984	Ekim	1	20757	18553	23223	25504	3747
	Kasım	2	21738	19159	24664	24779	3041
	Aralık	3	22735	19968	25885	28830	6095
1985	Ocak	4	23760	20850	27077	37115	13355
	Şubat	5	24823	21777	28295	32394	7571
	Mart	6	25929	22745	29558	35682	9753
	Nisan	7	27081	23756	30872	36124	9043
	Mayıs	8	28283	24810	32243	40425	12142
	Haziran	9	29538	25911	33673	41498	11960
	Temmuz	10	30848	27060	35167	44382	13534

Kaynaklar:

* : Bilgisayar çıktıları
** : X Bankasından sağlanmış veriler
***: Tarafımdan hesaplanmıştır.

4.3.5 Tahmin Sonuçlarının Yorumu

X Banka İşletmesinin vadesiz ticari mevduat zaman serisi için uygunluğuna karar verilen ARIMA(1,1,1) modeline dayanılarak yapılan ileriye dönük 10 aylık dönem tahminleri, bu bankanın vadesiz ticari mevduatının gelecek aylarda artacağını göstermektedir. Ekim ve Kasım-1984 aylarına ait tahminlerle ilgili hesaplanan tahmin haları düşük diğer aylardaki tahmin hataları giderek artış göstermektedir. Bu, B.J. yönteminin kısa dönemde güvenilir tahmin yapma imkanı veren bir yöntem olduğunu göstermektedir.

Ocak-1985 dönemine ilişkin hesaplanan vadesiz ticari mevduat tahmin hatası oldukça büyük çıkmıştır. Buna kanımızca her yılın Aralık, Ocak aylarında mevduatta yaratılmak istenen sunni artış neden olmuş olabilir.

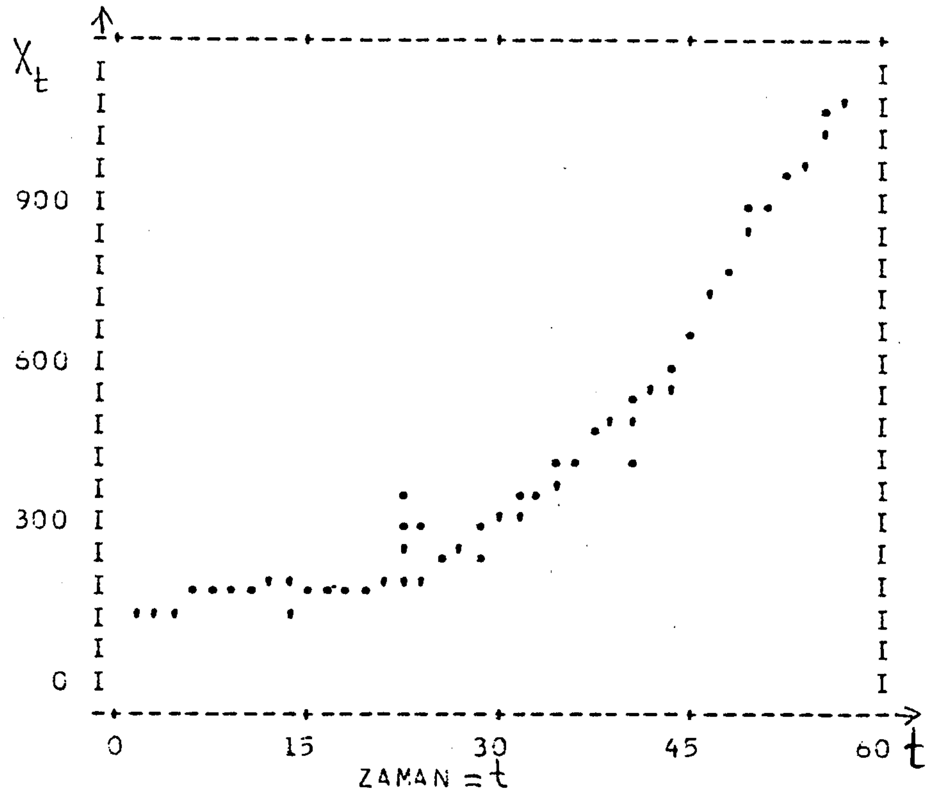
4.4 Box-Jenkins Yönteminin Toplam Mevduat Zaman Serilerinin Tahmininde Kullanımı

4.4.1 Uygun B.J.Model Grubunun ve Uygun Geçici Modelin Belirlenmesi

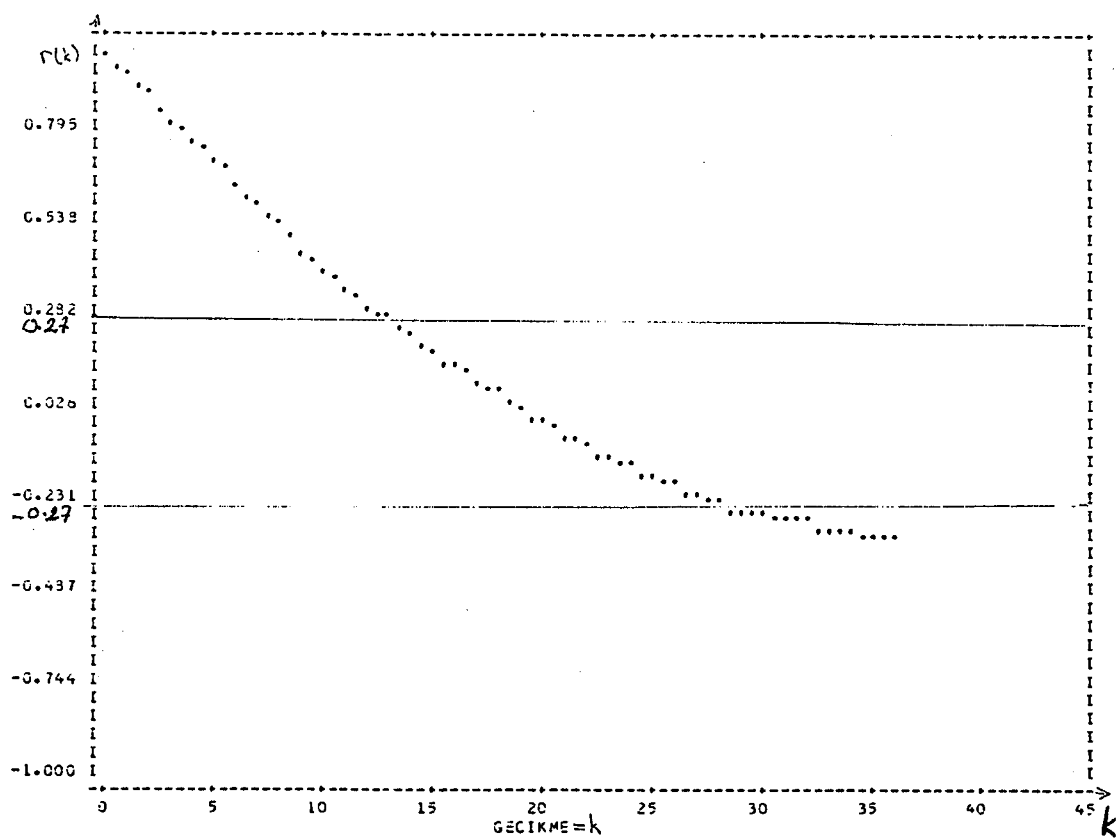
Ek-VI 'da verilen toplam mevduat zaman serisinin orijinal değerlerinin Şekil 23'de verilengrafiği incelendiğinde görüleceği gibi seride trend vardır.

Toplam mevduat zaman serisinin orijinal değeri için hesaplanan otokorelasyon fonksiyonu Şekil 24'te gösterilmiştir. Bu şekil incelendiğinde ikinci, üçüncü gecikmelerden sonraki gecikmeler için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değeri %95 olasılıkla $\pm 2/\sqrt{N} = \pm 2/\sqrt{57} = \pm 0,266$ güven limitlerinin dışında kalmaktadır. Bu durum, toplam mevduat zaman serisinin durağan olmadığını göstermektedir. Ayrıca gerek serinin orijinal değerlerinin grafiğinden, gerekse otokorelasyon katsayılarından seride mevsimsellik gözükmediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle toplam mevduat serisinin ileriye dönük tahmininde kullanılacak modelin ARIMA modeller grubunda yer alan model tiplerinden birisi olması gerekir.

Toplam mevduat zaman serisi mevsimsellik göstermediğine göre, serinin durağanlaştırılması ve durağanlığa bağlı olarak geçici uygun modelin belirlenebilmesi için birinci dereceden fark alma işlemi yapılması gerekir.



Şekil 23. Toplam Mevduat Zaman Serisinin Grafiği



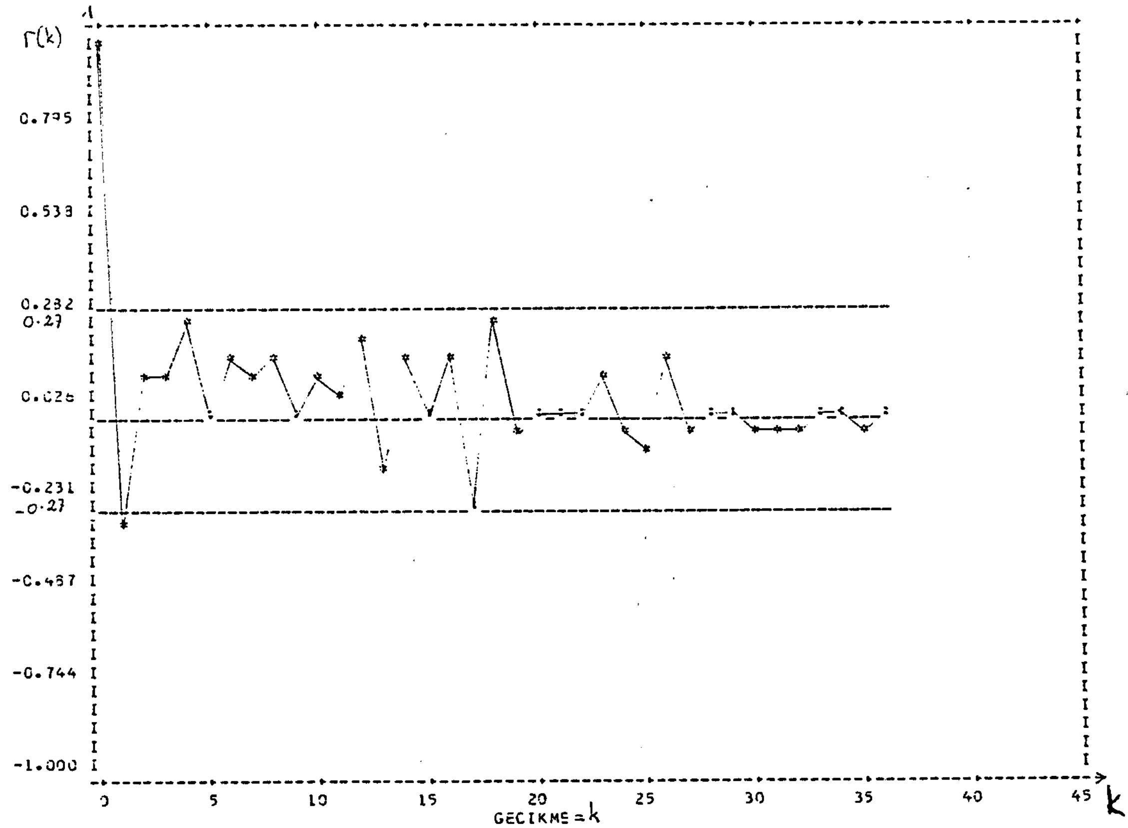
Şekil 24. Toplam Mevduat Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

Toplam mevduat serisinin birinci dereceden farkı alındıktan sonra hesaplanan otokorelasyon katsayıları Şekil 25'de gösterilmiştir.

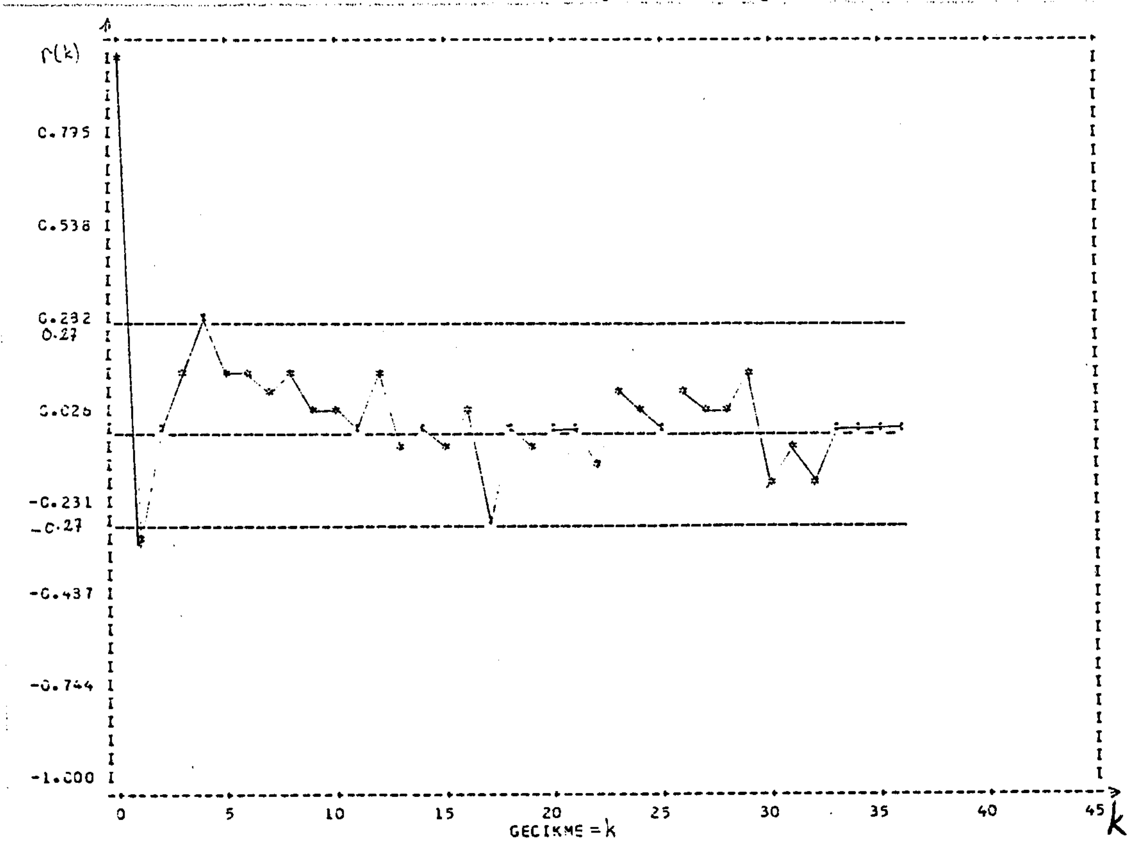
Birinci dereceden fark serisinin otokorelasyon katsayılarının değeri, birinci gecikmenin dışında, istatistiksel olarak sıfırdan farklı değildir; $\pm 2/\sqrt{N-1} = \pm 2/\sqrt{56} = 0,266$ güven limitlerinin içinde kalmaktadır; birinci dereceden fark alma işlemi toplam mevduat zaman serisindeki trendi yok etmiş ve seri durağan hale gelmiştir.

Durağanlık elde edildiğine göre, geçici uygun ARIMA modelinin tipini belirleyebilmek için kısmi otokorelasyon katsayılarını hesaplamak gerekir.

Toplam mevduat zaman serisi için geçici uygun modelin tipi ve derecesi Şekil 25 ve Şekil 26 ile birlikte incelenerek belirlenebilir. Birinci dereceden farkı alınan toplam mevduat serisinin otokorelasyon fonksiyonu, Şekil 25'de görüldüğü gibi birinci gecikmede ekseni kesmekte ve daha sonraki gecikmelerde istatistiksel olarak sıfırdan farklı olmayan değerler alarak sıfıra yaklaşmaktadır. Bu da toplam mevduat zaman serisi için hareketli ortalama IMA modelinin uygun olabileceğini göstermektedir. Geçici olarak belirlenen bu modelin derecesi de sıfırdan farklı değer alan otokorelasyon katsayısı sayısına göre saptanır. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu sadece birinci gecikmede sıfırdan farklı değer aldığı için IMA modelinin derecesi (1) olacaktır. Ayrıca kısmi otokorelasyon fonksiyonunun azalarak sıfıra yaklaşma eğilimi göstermesi de geçici uygun modelin IMA modeli olması gerektiğini desteklemektedir ve model IMA(1,1) veya ARIMA(0,1,1) şeklinde yazılır.



Şekil 25. Birinci Farkı Alınmış Toplam Mevduat Zaman Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu



Şekil 26. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Zaman Serilerinin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

4.4.2 Belirlenen Geçici Modelin Nihai Parametrelerinin Tahmini

ARIMA(0,1,1) modeli için hesaplanan ve tahmin hatalarının karelerinin toplamını enazlayacak olan θ parametresinin değeri θ = 0,51, standart hatası 0,12 olarak bilgisayar programı ile hesaplanmıştır. θ = 0,51 parametresinin anlanlı olup olmadığını ortaya koymak amacıyla hesaplanan t istatistiğinin değeri 4,25 dir. Bu değer %5 anlam düzeyinde ve r = 56-1 = 55 serbestlik derecesindeki $t_{0,05,55} = \pm 1,96$ tablo değerinden büyük olduğundan θ=0,51 parametresi anlamlı bir parametredir. Eğer yapılan test sonunda nihai parametre değeri, θ=0,51, anlamlı bulunmamış olsaydı, model belirleme aşamalarının başına düşünülürdü.

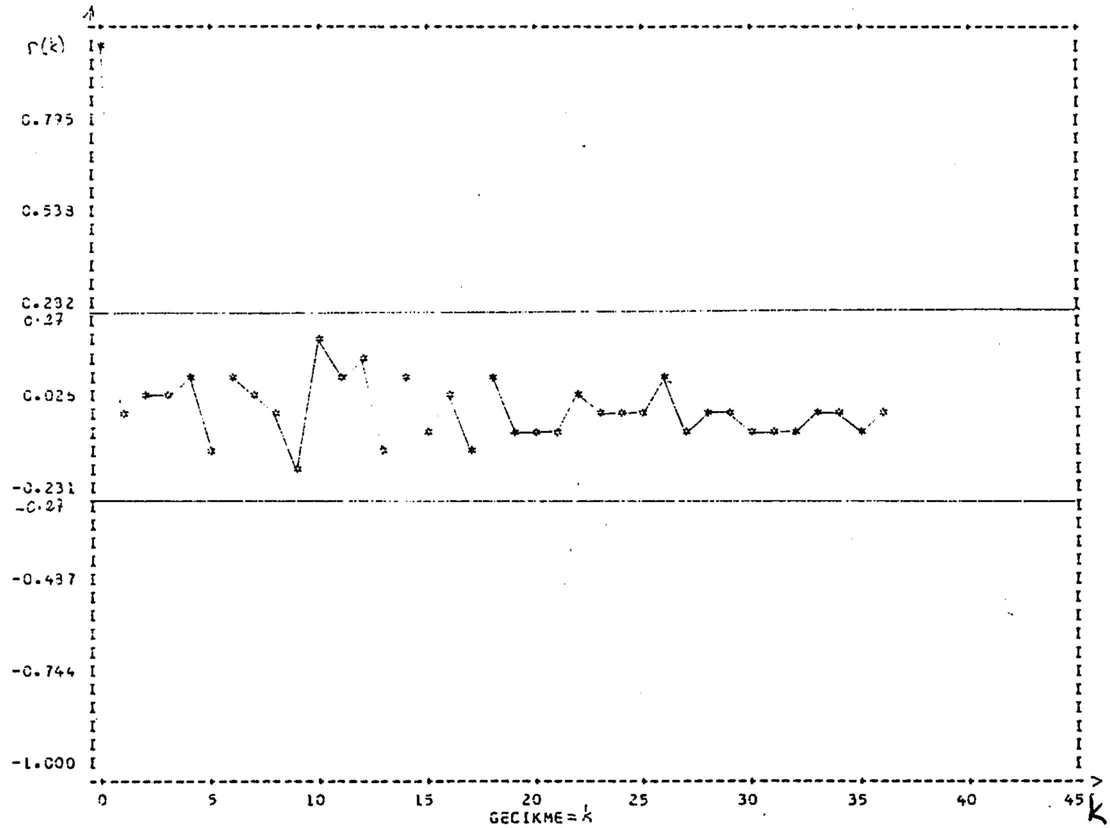
Nihai parametre değerini yerine koyarak ARIMA(0,1,1) modeli

$$W_t = a_t - 0,51\, a_{t-1} \qquad (4.7)$$

4.4.3 Geçici Modelin Uygunluğunun Testi

ARIMA(0,1,1) modelinin uygunluğu, tahmin hataları serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının analiz edilmesiyle yapılır. (4.7) nolu modelin kullanılmasıyla elde edilen tahmin hataları serisi için hesaplanan hata otokorelasyonlarına ilişkin korelogram aşağıda verilmiştir. Şekil 27 'de gözlenebileceği gibi tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının tamamının değeri %95 olasılıkla $\pm 2/\sqrt{56} = 0,266$ güven limitleri içinde kalmaktadır; Bu katsayılar belirli bir eğilim göstermemektedirler. Bu da bize geçici uygun ARIMA(0,1,1) modelinin toplam mevduat serisinin analizi için uygun olduğunu gösterir. Ancak modelin uygunluğunun testi daha sağlıklı bir şekilde Q istatistiğine dayanarak yapılır. Bu seri için hesaplanan Q istatistiğinin değeri

$$Q = 56 \times 0,21 = 11,76$$



Şekil 27. ARIMA(0,1,1) Modelinin Tahmin Hatalarının Otokorelasyon Katsayılarının Korelogramı

olarak bulunur. Bu değer r = K-p-q yani 36-0-1 = 35 serbestlik derecesinde $\chi^2_{0,05}$ = 52 tablo değeri ile karşılaştırılır. 11,76 52 olduğu için, geçici ARIMA(0,1,1) modeli toplam mevduat zaman serisi için "uygun model" olarak %5 anlam düzeyinde kararlaştırılır.

4.4.4 Uygun Modelin Tahmin Amacıyla Kullanılması

(4.7) nolu model toplam mevduat zaman serisinin Eylül-1984 dönemi orijinal değeri için

$$X_t = X_{t-1} + a_t - 0,51\; a_{t-1} \qquad (4.8)$$

gibi yazılır. Bu model l gelecek döneminin tahmini için ise

$$\hat{X}_{t+l} = X_{t-1+l} + a_{t+l} - 0,51\; a_{t-1+l} \qquad (4.9)$$

şeklinde yazılmış olur. (4.9) modeli toplam mevduat zaman serisinin l gelecek döneminde alacağı değeri tahmin etmek amacıyla yazılmış bir modeldir. İleriye dönük tahmin modelidir.

Çalışmamızda l = 1,2,...,10 için bilgisayar aracılığıyla elde edilen tahmin sonuçları Tablo V'de verilmiştir.

Tablo V. Toplam Mevduat Tahminleri, %95 Güven Limitleri, Tahmin Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri ve Tahmin Hataları

Tahmin Dönemi		t	Nokta Tahminleri*	%95 Güven Limitleri* Alt	%95 Güven Limitleri* Üst	Tahmin Dönemi Gerçekleşmiş Gözlem Değerleri**	Tahmin Hataları***
1984	Ekim	1	1145	912	1439	1881	737
	Kasım	2	1190	923	1534	1941	810
	Aralık	3	1236	936	1631	1998	762
1985	Ocak	4	1284	952	1732	2149	965
	Şubat	5	1333	969	1835	2353	1020
	Mart	6	1385	987	1943	2198	1833
	Nisan	7	1439	1007	2055	2170	731
	Mayıs	8	1494	1029	2171	2301	807
	Haziran	9	1552	1051	2292	2417	865
	Temmuz	10	1612	1075	2419	2534	922

Kaynaklar:

* : Bilgisayar çıktıları
** : X Bankasından sağlanmış değer
***: Tarafımdan hesaplanmıştır.

4.4.5 Tahmin Sonuçlarının Yorumu

Toplam mevduat zaman serisinin tahmin değerleri için hesaplanan tahmin hatalarının değeri Şubat, Mart 1985 dönemleri dışında birbirine çok yakın ve oldukça büyüktür. Tahmin hatalarının büyük çıkması, toplam mevduat zaman serisinin diğer mevduat serilerina nazaran homojen olmamasından ileri gelebilir. Bu da, daha güvenilir tahmin elde etme açısından, banka mevduatının türler itibariyle analiz edilmesinin uygun olacağını gösterir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Box-Jenkins yöntemi bir zaman serisinin yapısını belirlediği, gözlem değerlerinin aralarındaki bağımlılığı en etkili bir şekilde kullandığı ve model belirleme aşamalarında istatistiksel testlere yer verdiği için, diğer tahmin yöntemlerine göre kısa dönem tahmin yapmada üstün bir yöntemdir. Uygulamada belirlenen ARIMA (0,2,1) ve ARIMA(1,1,1) modellerine dayanarak yapılan tahminlerle ilgili tahmin hatalarının ilk dönemlerde düşük olması, Box-Jenkins yönteminin kısa dönemde güvenilir tahmin yapmada üstün bir yöntem olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Ayrıca "toplam mevduat"la ilgili ARIMA(0,1,1) modeline dayanarak yapılan tahminlerle ilgili tahmin hatalarının büyük olması, Box-Jenkins yönteminin heterojen olmayan, homojen zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde uygun bir yöntem olduğunu ortaya koymuştur.

Kısa dönem mevduat tahmini, var olan mevduat kaynağının kullanımında yönetime isabetli karar verme imkanını yaratmaktadır; mevduatta artış yönünde değişme tahmin ediliyorsa, gelecekte likidite riskiyle karşılaşılmayacağından mevduat kaynağı kredi alanında kullanılabilecektir. Buna karşın mevduatta azalış ediliyorsa, yönetim likidite riskine karşı koruyucu rezervleri arttırma yönünde karar alacaktır.

Kısa dönem için yapılan mevduat tahminleri bir denetim aracı görevi de yapmaktadır. Banka işletmelerinin şube bazındaki aylık mevduat verilerine dayanarak ileriye dönük tahminler yapılabildiği takdirde şubelerin kendi kendine yeterli olup olmadıkları belirlenebileceği gibi, farklı şubeler arasında yönetici ve personelin başarı durumları ile kârlılık durumlarının karşılaştırması sağlanabilir. Gerçi çalışmamızda ileriye dönük tahmin amacıyla analiz edilen mevduat zaman serileri (banka şubelerinden veri elde etmek imkansız olduğundan) X banka işletmesinin genel müdürlük bazındaki verilerden oluşmaktadır. Özetle, Box-Jenkins modellerine dayanılarak yapılan ileriye dönük kısa dönem tahminlerin bir çeşit "denetim aracı" niteliğine sahip oldukları açıktır.

Box-Jenkins yöntemi yardımıyla elde edilen ileriye dönük kısa dönem tahminlerin şube bazında yapılabilmesi, ayrıca banka şubelerinin bulunduğu coğrafi bölgelerin mevduat kaynağı karakterini ortaya çıkarabilecektir; coğrafi bölgeler itibariyle mevduat kaynağı karakterinin bilinmesi, bankalarla ilgili olarak genel müdürlük bazında alınan kararların sağlıklı olmasına yardımcı olacaktır.

Son olarak, ileriye dönük mevduat tahmin sonuçlarının optimal kaynak kullanımı konusunda hareket noktası olduğunu belirtmeliyiz. Her banka yönetimi her zaman elindeki mevduat kaynağını, kaynak kullanım alanlarında amacına en uygun biçimde kullanma konusunda bilgi sahibi olmak ister; bu, bankaların optimal kaynak kullanımı sorunudur. Mevduat kaynağının kullanılması konusunda sağlıklı karar alabilme, başarı oranı yüksek plan yapabilme ve özellikle optimal kaynak kullanımını belirleyebilmede, ileriye dönük isabetli tahmin yapmayı mümkün kılmakla Box-Jenkins yöntemi yararlı bir araçtır.

EK - I: Birinci Derece AR Modelinde Durağanlık Koşuluna İlişkin Açıklama

Birinci dereceden AR modelde

$$1 - \emptyset_1 B = 0 \qquad (1)$$

alınıp kökü hesaplanırsa

$$B = \emptyset_1^{-1} \qquad (2)$$

bulunur.

Durağanlık koşulu olarak verilen

$$\| \emptyset_1 \| < 1 \qquad (3)$$

$$\frac{1}{\| \emptyset_1 \|} > 1 \qquad (4)$$

şeklinde yazılabilir. 3 ve 4 nolu eşitlikler birlikte düşünülürse:

$$\| \emptyset^{-1} \| \geq \frac{1}{\| \emptyset_1 \|} \; 1 \qquad (5)$$

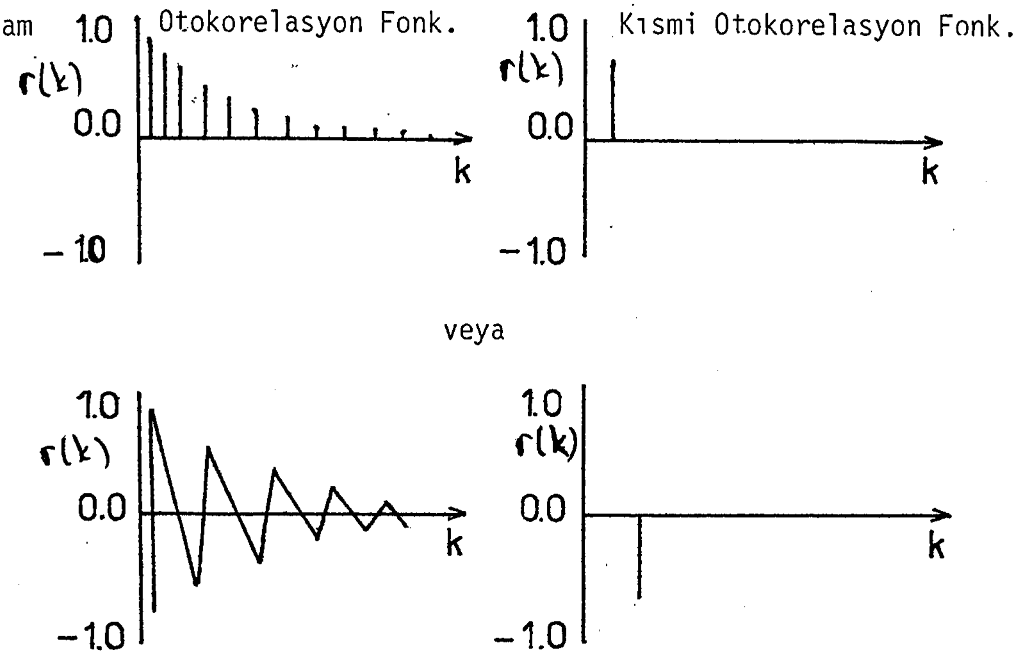
yazılır. Buradan

$$\| B \| = \| \emptyset^{-1} \| > 1 \qquad (6)$$

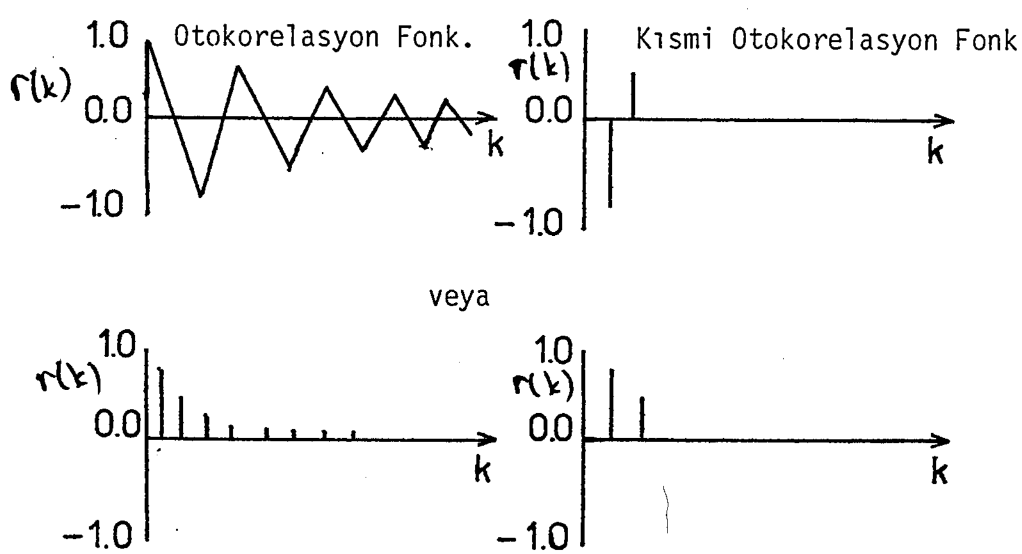
olur. Bu ise, B'nin birim çemberin dışında olduğunu gösterir.

EK - II: Uygulamada Sık Kullanılan Durağan Model Tiplerinin Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyrini Gösteren Bazı Grafikler

EK- II Devam

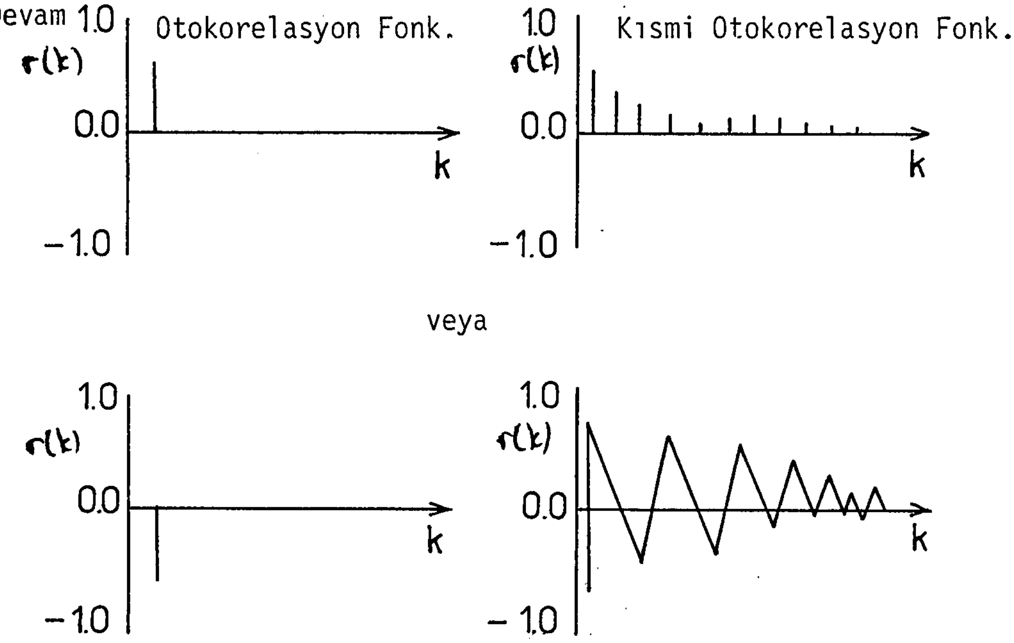


Grafik 1: AR(1) Modelinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

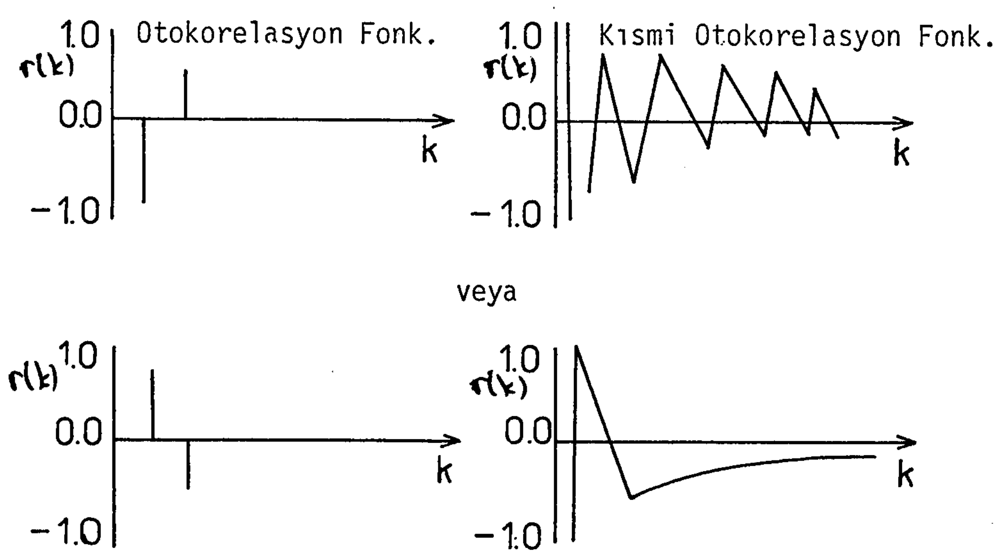


Grafik 2: AR(2) Modelinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

EK-II Devam

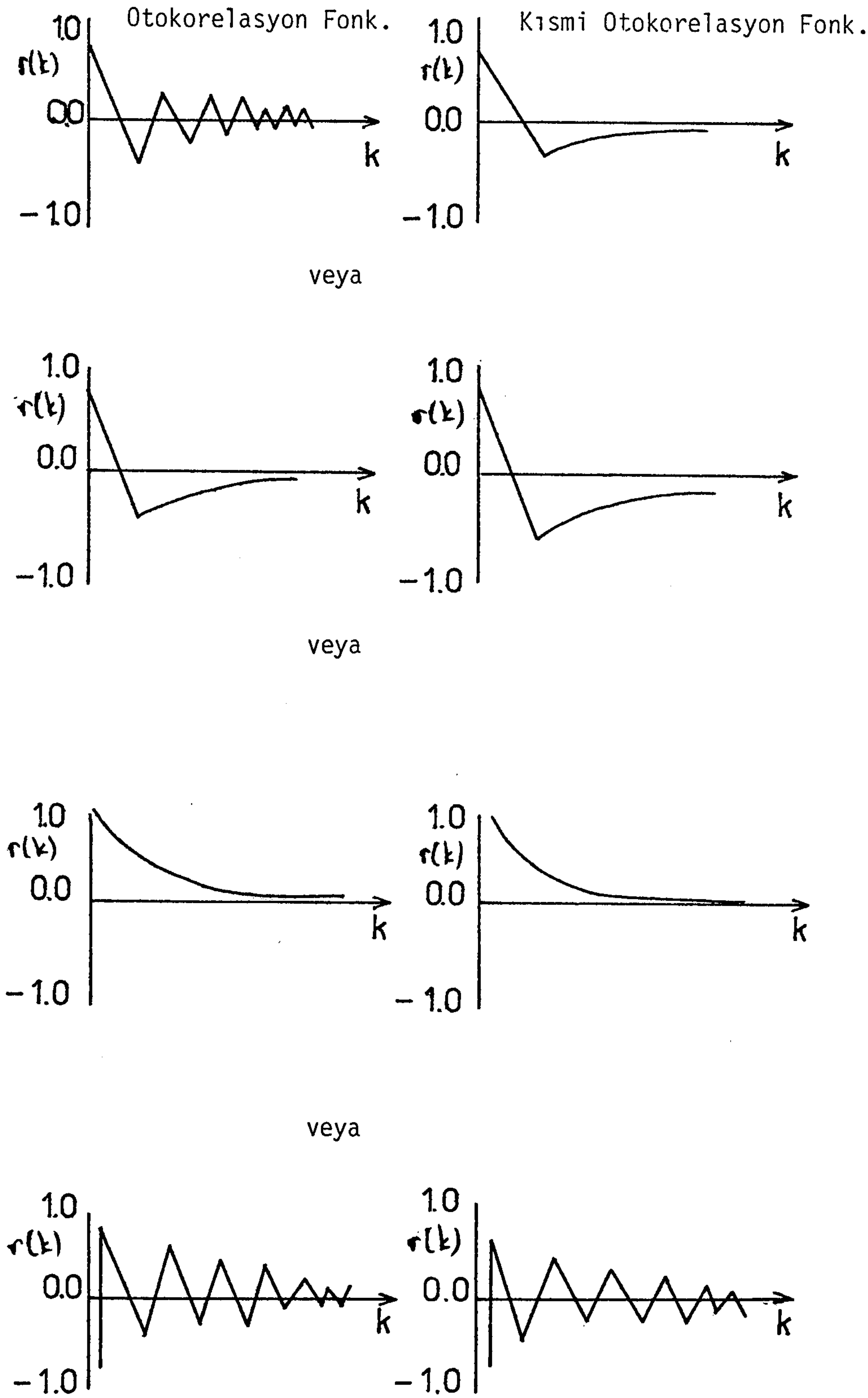


Grafik 3: MA(1) Modelinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri



Grafik 4: MA(2) Modelinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

EK-II Devam

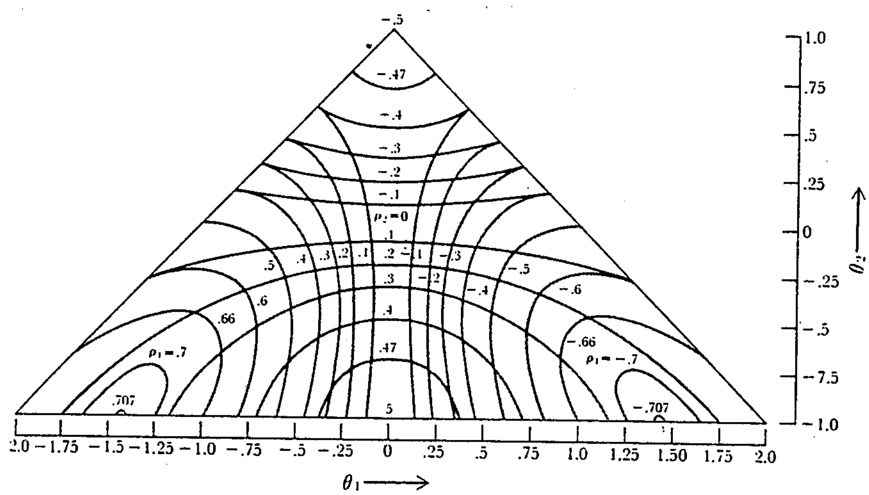


Grafik 5: ARMA(1,1) Modelinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

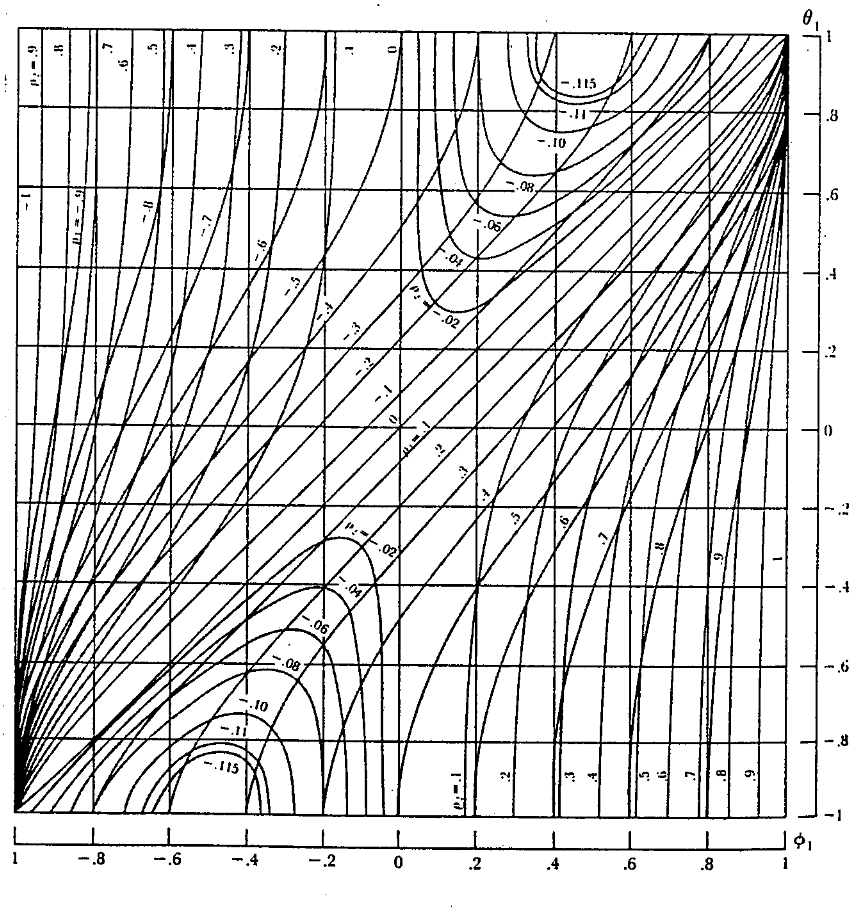
EK - III: Birinci Dereceden Bir Hareketli Ortalama Süreci İçin P_1 ve P_2 ile θ_1 ve θ_2 Arasındaki İlişkinin Açıklanması

θ	P_1	θ	P_1
0.00	0.000	0.00	0.000
0.05	-0.050	-0.05	0.050
0.10	-0.099	-0.10	0.099
0.15	-0.147	-0.15	0.147
0.20	-0.192	-0.20	0.192
0.25	-0.235	-0.25	0.235
0.30	-0.235	-0.30	0.275
0.35	-0.315	-0.35	0.315
0.40	-0.349	-0.40	0.349
0.45	-0.374	-0.45	0.374
0.50	-0.400	-0.50	0.400
0.55	-0.422	-0.55	0.422
0.60	-0.441	-0.60	0.441
0.65	-0.457	-0.65	0.457
0.70	-0.468	-0.70	0.468
0.75	-0.480	-0.75	0.480
0.80	-0.488	-0.80	0.488
0.85	-0.493	-0.85	0.493
0.90	-0.497	-0.90	0.497
0.95	-0.499	-0.95	0.499
1.00	-0.500	-1.00	0.500

EK - IV: İkinci Dereceden Bir Hareketli Ortalama Süreci İçin P_1 ve P_2 ile θ_1 ve θ_2 Arasındaki İlişkinin Açıklanması



EK - V: Birinci Dereceden Karışık Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci İçin P_1 ve P_2 ile Ø ve θ Arasındaki İlişkinin Açıklanması



EK - VI: X Banka İşletmesinin Tasarruf Ticari ve Toplam Mevduat Zaman Serisi Verileri

X Banka İşletmesinin Vadesiz Tasarruf Mevduatı Zaman Serisi Verileri (000.000)

1-10	3648	3721	3757	3792	3689	3778	3866	3894	4098	4172
11-20	4207	4398	4473	4580	4485	4531	4636	4773	4937	5177
21-30	5104	5068	5152	5258	5342	5478	5601	5416	5391	5581
31-40	5631	5784	5682	5529	5799	5879	5967	5849	5949	6147
41-50	6382	6641	6968	7504	7825	8115	8475	8855	9246	9617
51-57	10159	10417	11004	11463	12138	12715	13402			

X Banka İşletmesinin Vadesiz Ticari Mevduat Zaman Serisi Verileri (000.000)

1-10	2138	1852	1823	1954	1866	2007	1983	2232	2750	2548
11-20	2644	2907	3047	3245	3636	3296	3549	3665	3317	3620
21-30	3926	4304	4941	5004	5230	4887	5228	6099	6194	5998
31-40	6067	6722	7029	7453	8098	7748	8204	8468	8991	9551
41-50	10023	9772	10214	10993	11866	12738	13507	14270	15108	15982
51-57	16043	16514	16981	17640	18124	18915	18968			

X Banka İşletmesinin Toplam Mevduat Zaman Serisi Verileri (000.000.000)

1-10	137	132	134	139	149	159	163	164	165	170
11-20	180	190	205	146	150	153	158	160	165	173
21-30	182	190	340	207	218	228	246	226	296	312
31-40	312	335	351	368	393	395	459	473	485	427
41-50	570	542	562	605	651	728	731	762	851	890
51-57	898	932	951	985	1029	1066	1096			

FAYDALANILAN KAYNAKLAR

Anderson, O.D : "The Interpretation of Box-Jenkins Time Series Models, Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 20, No: 2, June-1977.

Box, Gorge E.P./ Jenkins, Gwılym M. : Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden-Day Inc., San Francisco, 1970.

Chandler, Lester, W. : The Economics of Money and Banking, Harper and Row Publishers, New York, 1973.

Charmbers, John C./ Mullick, Stainder K./ Smith, Donald D. : "How to Choose the Right Forecasting Technique." Harvard Business Review, July-August, 1971.

Chatfield, Christopher : The Analysis of the Time Series An Introduction, Chapman and Hall, London, 1980

Chatfield, C./ Prothero, D.L. : "Box-Jenkins Seasonal Forecasting: Problems in a Case-Study", Journal of the Royal Statistical Society, A, 136, 1973.

Çömlekçi, Neclâ : İstatistik, Kalite Matbaası, Ankara, 1976.

Davis, Harold T. : The Analysis of Economics Time Series, The Principle Press of Trinity Trinity University, Texas, 1963.

Draper, N.R./ Smith, H : Applied Regression Analysis, John Wiley and Sons., New York, 1980.

Ekern, Steinar : "Forecasting With Adaptive Filtering: a Chritical Reexamination", Operational Research Quarterly, Vol. 27, No: 3, 1976.

Ergin, Feridun : Kredi Sistemi, Fakülteler Matbaası, İstanbul, 1975.

Farley, John/ Hınıch, Melvin, J. : Spectral Analysis in Handbook of Marketing Research, McGraw-Hill, Inc., U.S.A., 1974.

Fuller, Wasney A. : Introduction to Statistical Time Series, John-Wiley and Sons. Inc., U.S.A., 1976.

Göçmençelebi, Kemal : İstatistik Metodları, Ongun Kardeşler Matbaacılık Sanayii, Ankara, 1976.

Gregg, J.W./Hossel C.V./ Richardson, J.T. : Mathematical Trend Curves: An Aid to Forecasting, Oliver and Boyd Inc., Edinburgh, 1964.

Gürtan, Kenan : İstatistik ve Araştırma Metodları, Fatih Yayınevi Matbaası, İstanbul, 1977.

Jenkins, Gwilym M./ Watts, Donald G. : Spectral Analysis and Aplications, Hoden-Day Inc., San Francisco, 1968.

Johnson, L.A./ Montgomery, D.C. : Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1974.

Kocaimamoğlu, Sururi : Bankacılık Ansiklopedisi, T.İş Bankası Yayınları, Ankara, 1983.

Kendal, Sir M./Stuart, A/Ord. J.K. : The Advanced Theory of Statistics, Charles Griffin and Company, Belfast, 1983.

Leuthold, R.M./MacCormick, A.J.A./Schmitz, A/Watts, D.B. : "Forecasting Daily Hog Prices and Quantities: A Study of Alternative Forecasting Techniques", Journal of the American Statistical Association, Vol. 65, No: 329, March-1970.

Mabert, V.A./Dadeliffe, R.C. : "A Forecasting Methodology as Applied to Financial Time Series", The Accounting Review, Vol. 49, January-1974.

Maddala, G.S. : Econometrics, McGraw-Hill, Inc., New York, 1978.

Makridakis, Spyros/Wheelwright, Steven C. : Interactive Forecasting Univariate and Multivariate Methods, Holden-Day Inc., San Francisco, 1978.

Makridakis, Spyros/Wheelwright, Steven C. : "Adaptive Filtering: An Integrated Autoregresive/Moving Average Filter For Time Series Forecasting", Operational Research Quarterly, Vol. 28, No: 2, 1977.

Malinualud, E. : Statistical Methods of Econometrics, North-Holland Publishing Company, Netherland, 1970.

Meriç, İlhan : Türk Ticari Banka İşletmelerinde İşletme Riski ve Ekonomik Kârlılık, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Yayını, Ankara, 1980.

Montgomery, D.C./ Johnson, L.A. : Forecasting and Time Series Analysis, McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.

Naylor, Thomas H./ Seaks, Terry G./Wichern, D.W. : "Box-Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Models", International Statistical Review, Vol. 40, No: 2, 1972.

Nelson, Charley R. : Applied Time Series Analysis For Managerial Forecasting, Holden-Day, Inc., U.S.A., 1973.

Newbold, Paul : "The Principles of the Box-Jenkins Approach", Operational Research Quarterly, Vol. 26, No: 2, 1975.

Newbold, Paul/ Granger, C.W.J. : "Experience With Forecasting. Univariate Time Series and the Combination of Forecasts", Journal of Royal Statistical Society, A, 137, 1974.

Parket, Robert : Statistical For Business Decision Making, Random Hause, Inc., New York, 1974.

Parzen, E. : "Mathematical Consideration in the Estimation of Spectra", Technometrics, Vol. 3, No: 2, May-1961.

Püskülcü, Halis/ İkiz, Fikret : İstatistiğe Giriş, E.Ü.Mühendislik Fakültesi Ders Kitapları Yayını, No: 1, Bornova, 1983.

Robinson, Roland I. : The Management of Bank Funds, McGraw-Hill, New York, 1962.

Serper, Özer : İstatistik, Formül Matbaası, Filiz Kitapevi, İstanbul, 1981.

Şahin, Mehmet : Yönetimde Bilgisayar Desteği ve Örnek Karar Modelleri, E.İ.T.İ.Akademisi Yayınları, No: 252/172, Eskişehir, 1982.

Whellwright, Steven C./ Makridakis, Spyros : Forecasting Methods For Management, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1973.

Wilson, G.Tunnicliffe : "The Estimation of Parameters in Multivariate Time Series Models", Journal of Royal Statistical, Society, C. 35, 1973.

: Aylık Bülten, T.C.Merkez Bankası A.Ş.Yayını, No. 10, Ekim-1969.