

## TEKNİK NOT/TECHNICAL NOTE

### KAOTİK DAVRANIŞLARIN İNCELENMESİ İÇİN PROTOTİP BİR ELEKTRONİK DEVRE

A. UÇAR<sup>1,2</sup>, M. TÜRK<sup>1</sup>, F. ATA<sup>1</sup>

#### ÖZ

Bu notta, herhangi özel bir devre elemanı kullanılmadan prototip bir elektronik devre tasarlanmıştır. Önerilen devre, genel olarak kaotik davranışların çalışılmasında kullanılabilir esnek yapıdadır. Dizayn edilen devrenin dinamik davranışı, doğrusal olmayan elemana parça-parça doğrusallaştırma tekniği uygulanıp lokal davranışları birleştirilerek analitik olarak incelendi. Devrenin global davranışı nümerik olarak elde edildi ve durum uzay diyagramı kullanılarak incelendi. Devrenin deneysel sonuçları ile nümerik sonuçları arasında oldukça iyi bir uyum sağlandığı görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Kaos, Keskin doğrusalsızlık, parça-parça doğrusallaştırma.

### A PROTOTYPE ELECTRONIC CIRCUIT FOR STUDY OF CHAOTIC BEHAVIOURS

#### ABSTRACT

In this note, a prototype electronic circuit is designed without using any specific circuit elements recommended in the literature. The circuit has flexibility to study chaotic behaviour of dynamical systems in general. The dynamic behaviour of the prototype circuit is studied analytically by employing piece-wise linearization to the non-linear element. The global behaviour is numerically obtained and graphically examined using phase plane portrait. A Satisfactory agreement between experimental and numerical results has been achieved.

**Key Words:** Chaos, Hard Nonlinear Elements, Piece-wise Linearization.

## 1. GİRİŞ

Doğrusal olmayan devre elemanı içeren elektronik devrelerin davranışları oldukça komplekstir. Genellikle doğrusal olmayan devrelerin davranışı denge noktalarına göre doğrusallaştırılarak lokal durum için incelenir. Global davranış ise bu denge noktaları civarındaki davranışların birleştirilmesi ile elde edilir ve küçük genlikli işaretleri için incelenir. Ancak doğrusal olmayan sistem teorisinde yapılan çalışmalar sonucunda böyle bir yaklaşımla devrenin global davranışının tam olarak anlaşılacağı görülmüştür (Moon, 1992). Pratikte elektronik devre tasarımcıları da doğrusallaştırma ile elde edilen alışla gelmiş davranış türlerinin dışında cevaplar elde etmişlerdir (Chua vd., 1987; Lakshmanan ve Murali, 1996). Anlaşılması zor olan bu davranış türlerini genellikle devre parametrelerini değiştirerek elimine etmişler ya da yalnız doğrusallaştırma ile bilinen cevapların elde edildiği alanlarda çalışmayı tercih etmişler (Kapitaniak, 1996).

Son zamanlarda doğrusal olmayan dinamik sistem teorisindeki gelişmeler ve çok yüksek performanstaki bilgisayarların devre simülasyonunda kullanılması ile devreye dışarıdan herhangi bir giriş olmadan sadece devrenin durum değişkenlerinin başlangıç değerlerinin etkisi ile devre genliği ve frekansı sabit osilasyonlar (*limit cycling*) meydana getirebilir (Atherton, 1982). Bununla beraber başka tür, genliği ve frekansı belirlenemeyen davranış türlerinin varlığı da görülmüştür (Cook, 1994). Bu karakteristiği anlaşılmayan ve sadece devrenin kendi iç dinamiği ile meydana gelen ve alışla gelmiş gürlü analiz teknikleri ile de açıklanmayan davranışlara *kaotik* davranışlar denilmiştir (Chua vd., 1987; Thompson ve Stewart, 1986).

Geçen yüzyılın sonlarında tanımlanan kaos, başlangıçta sanıldığı gibi istenmeyen bir davranış şekli olmayıp aksine bir çok alanda kullanılabilirliği konusunda ilk ve önemli önerileriyle Conrad dikkat çekmiştir

<sup>1</sup> Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 23119, Elazığ.

<sup>2</sup> E-posta: aucarl@firat.edu.tr

(Conrad, 1987). Günümüzde kaos haberleşme, kontrol, görüntü sıkıştırma, kimyasal v.b. alanlarda kullanılmaktadır (Ditto ve Pecora, 1993). Bu nedenle teorik ve pratik olarak bir çok model, kaotik davranışların incelenmesi için önerilmiştir (Sparrow, 1981; Kennedy, 1992; Uçar, 2000). Ancak pratik olarak bu devrelerin gerçekleştirilmesi ya zordur ya da teknolojik olarak olanaksızdır. Chua ve çalışma arkadaşlarının önerdiği Chua devresi bu amaçla kullanılmaktadır. Ancak gerçekleştirilmesinde genellikle özel (TOKO tip endüktans) ve değişken olmayan devre elemanları kullanılmıştır. Entegre olarak da üretilen Chua devresinde değişken parametrelerin etkisinin incelenmesi sınırlıdır. Oysa ki pratikte elektronik devrelerinde denge noktalarının değişiminin dinamik davranışına etkilerini incelemek önemlidir (Ott, 1993).

Bu çalışmanın temel amacı yukarıda belirtilen pratik sınırlamaların olmadığı, özel devre elemanları kullanmadan elektronik devre literatüründe Chua devresi olarak bilinen devreyi gerçekleştirmektir. Diğer bir önemli amacı da daha geniş devre parametre değişiminin devre dinamiğine etkilerini deneysel olarak araştırılmasına olanak veren bir prototip elektronik devreyi gerçekleştirmektir. Bu açıdan önerilen prototip devre kaos çalışmalarını için oldukça kullanışlıdır.

Gerçekleştirilen prototip elektronik devrede:

- Lokal; eksponansiyel sönümlü, periyodik,
- Global; sabit genlik ve frekanslı osilasyonlar, kaotik gibi davranışları,
- Değişken endüktans, doğrusal olmayan direncin kırılma noktalarının ve denge noktalarının değişiminin etkisi rahatlıkla incelenebilir.

Devrenin cevabı nümerik olarak grafiksel metot olan durum uzay diyagramında (Gipson, 1963) zaman eksenini ortadan kaldırılarak durum değişkenlerinin birbirine göre değişimi çizdirilerek elde edildi ve deneysel sonuçlarla karşılaştırıldı.

## 2. ELEKTRONİK DEVRELERİN DİNAMİK DAVRANIŞI

$n$  tane enerji depolayan devre elemanı içeren bir elektronik devrenin matematiksel modeli denklem (1)'de verildiği gibi birinci dereceden diferansiyel denklem şeklinde tanımlanabilir.

$$\dot{x} = f(x(t), t) \quad (1)$$

Burada  $x$  durum vektörü olup  $x \in \mathcal{R}^n$ 'dir ve  $\dot{x}$  ise  $x$ 'in türevidir.  $f$ , ise durum değişkenlerine bağlı doğrusal olmayan bir fonksiyon olup,  $f: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{R}^n$  bir vektör alanıdır. Denklem (1)'de verilen devreye herhangi bir giriş işareti uygulanmamış ve sadece durum vektörlerin, enerji depolayan devre elemanlarının, başlangıç şartına göre değişmektedir.

### 2.1. Lokal Davranış

Denklem (1)'de verilen sistemdeki doğrusal olmayan elemanın değişim aralığı çok küçük ise devre denge noktalarına göre doğrusallaştırılarak lokal davranışı incelenebilir. Doğrusal elektronik devrelerde çözüm noktaları, enerji depolayan devre elemanlarının enerjisiz olduğu durumdur. Buna göre enerji depolayan devre elemanlarına ait durum vektörlerinin denklem (2)'deki gibi sıfıra eşitlenerek devrenin çözüm noktaları elde edilir.

$$f(x(t), t) = 0 \quad (2)$$

Devrenin lokal davranışı denklem (2)'de elde edilen denge noktalarına göre ayrı ayrı incelenebilir. Böylece denge noktasına ait doğrusallaştırılmış devrenin denklemi denklem (3)'deki forma gelir.

$$\dot{x} = A_j x \quad (3)$$

$A_j$ , sistem matrisidir ve Şekil 1'deki devre elemanları cinsinden aşağıda verilmiş ve devrenin tüm davranışları verilen devre elemanlarının sabit değerlerine göre tektir.

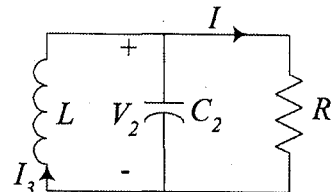
$$A_j = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_2} & -\frac{G}{C_2} \end{bmatrix}$$

Bilindiği gibi denklem (3)'de verilen model sadece seçilen çözüm noktası ve onun çok yakın civarlarında geçerlidir. Doğrusallaştırmanın yapıldığı çözüm noktasından uzaklaştıkça hata artar ve sonuçta denge noktasına ilişkin çözüm yeteriz kalır.

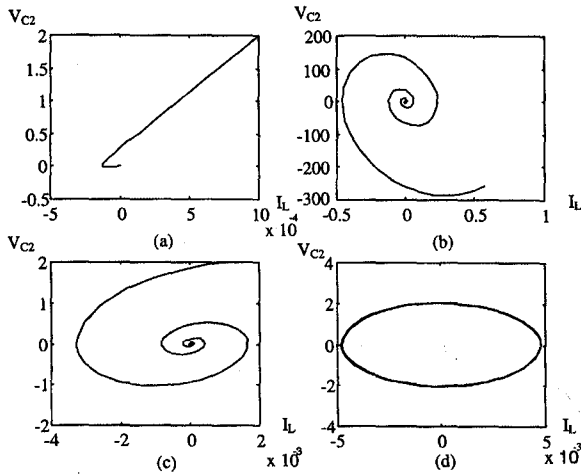
Örneğin Şekil 1'de verilen devrenin lokal davranışı, devre elemanlarının değerine göre aşağıda verilen karakteristik denklemin köklerinin kompleks düzlemdeki konumlarına göre değişir.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{G}{C_2} \pm \sqrt{\left(\frac{G}{2C_2}\right)^2 - \frac{1}{LC_2}}$$

$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$  ve reel ise devrenin etkin kutbu reel olduğundan cevabı Şekil 2 (a)'daki gibi kararlı birinci derece devrenin davranışı gibi olur. Şekil 2,  $I_L(0)=1mA$  ve  $V_{C_2}(0)=2V$  için elde edildi. Devredeki direnç elemanı negatif alınır ise devrenin dominant kutbu yine birinci dereceden olduğundan dolayı davranışı birinci derece devre şeklinde olacaktır. Ancak dominant kutbu ekspoz



Şekil 1. Doğrusal Bir RLC Devresi.



Şekil 2. Doğrusal Paralel RLC Devresindeki İletkenliğin Değişimine Göre Devrenin  $I_L$ - $V_{C2}$  Diyagramı a) G Çok Küçük b)  $G < 0$ , c)  $G > 0$ , d)  $G = 0$ .

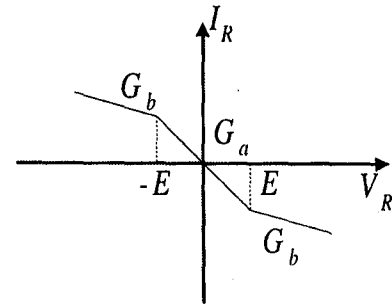
nansiyel olarak artacağından dolayı devrenin cevabı da Şekil 2 (b)'deki gibi eksponansiyel olarak artar ve devre kararsız olup ancak teorik olarak incelenebilir. Karakteristik denklemin kökleri kompleks ve reel kısımları negatif ise devre ikinci derecedendir ve devre cevabı Şekil 2 (c)'deki gibi eksponansiyel olarak orijine doğru yönelmektedir. Karakteristik denklemin kutupları kompleks düzlemde ve reel kısımları sıfır ise devrenin cevabı Şekil 2 (d)'deki gibi genliği başlangıç şartlarına bağlı osilasyonlar şeklinde olur.

## 2.2. Global Davranış

Şekil 1'de verilen devre ideal, doğrusal, durum için geçerlidir. Halbuki pratik uygulamalarda verilen devre elemanlarını karakteristiği doğrusal değildir ve (Chua vd., 1987)'de pasif ve aktif doğrusal olmayan devre elemanları detaylı olarak verilmiştir. Pratikte daha çok doğrusal olmayan dirençlerle karşılaşıldığında dolayı bu çalışmada Şekil 3'de karakteristiği verilen doğrusal olmayan direnç elemanının Şekil 1'deki  $R$  elemanına paralel bağlanarak Şekil 4'deki devrenin dinamik davranışı incelendi. Devrenin denge noktaları denklem (1)'de olduğu gibi enerji depolayan devre elemanlarının durum değişkenlerinin sıfıra eşitleyerek denklem (4)'de akım-gerilim karakteristiği verilen doğrusal olmayan direnç için  $(I_{3P}, V_{2P}) = ((G_b - G_a) E, 0)$ ,  $(I_0 - V_0) = (0, 0)$  ve  $(I_{3P}, V_{2P}) = ((G_a - G_b) E, 0)$  ve olarak elde edildi.

$$I_R = f(V_R) = \begin{cases} G_b V_R + (G_b - G_a) E & V_R < -E \\ G_a V_R & -E \leq V_R \leq E \\ G_b V_R + (G_a - G_b) E & V_R > E \end{cases} \quad (4)$$

Karakteristiği denklem (4)'de verilen doğrusal olmayan direnç Şekil 3'de gösterilmiştir. Şekil 3'de görüldüğü



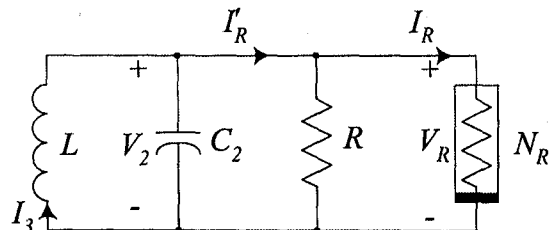
Şekil 3. Doğrusal Olmayan  $N_R$  Direncinin  $I$ - $V$  Karakteristiği.

gibi  $G_a$ ,  $|V_R| \leq E$  ve  $G_b$ ,  $|V_R| > E$  aralığındaki eğim olup negatiftir. Doğrusal olmayan direncin doğrusal parçalarının eğimleri sabit olduğundan dolayı farklı eğimlerin sistem dinamiği üzerindeki etkilerini incelemek için Şekil 4'de gösterildiği gibi buna paralel bir  $R$  direnci bağlanarak sağlanmıştır. Ancak burada daha sonra bölge olarak tanımlanan her bir aralıktaki eğimin işaretinin değişmediği alanlar seçilmiştir. Şekil 4'de doğrusal  $R$  direncine paralel olarak bağlanan Şekil 3'deki direncin akım-gerilim karakteristiği  $|V_R| > E$  aralığında sadece  $G_b > 0$  için değişimi Şekil 5'de gösterilmiştir. Şekil 6'daki devre için  $V_R = V = V_R$  ve  $I_R = I = I_R$ , bağıntıları kullanılarak eşdeğer direncin akım-gerilim karakteristiği,  $N_R$ , denklem (5)'deki gibi olur. Bu durumda devrenin kararlı denge noktaları Şekil 5'de gösterildiği gibi  $P_+$  ve  $P_-$  gibi ve herhangi bir değişime uğramayan kararsız orijin olur.

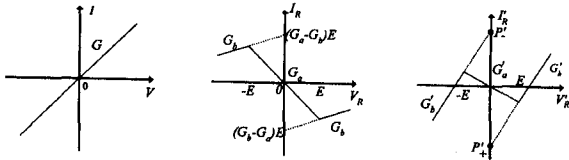
$$I_R = G V_R + f V_R + f V_R = \begin{cases} G_b V_R + (G_b - G_a) E & V_R < -E \\ G_a V_R & -E \leq V_R \leq E \\ G_b V_R + (G_a - G_b) E & V_R > E \end{cases} \quad (5)$$

Burada  $G_a = (G - G_a)$  ve  $G_b = (G - G_b)$ 'dir.

Şekil 5'de verilen doğrusal olmayan direnç karakteristiğinin eğimi, seri bir  $R$  direnci ile doğrusal olmayan direncin oluşturduğu denge noktalarının belirlediği alanların eğimleri işaretleri korunarak değiştirilirse ve bu bölgelerdeki dinamik incelenirse devrenin global davranışı konusunda ön bir fikir elde edilebilir. Bu gibi problemlere uygulanan parça-parça doğrusallaştırma



Şekil 4. Doğrusal Olmayan RLC Devresi.



Şekil 5. Doğrusal Olmayan Direnç Karakteristiği.

v.b. teknikler uygulanabilir. Burada devrenin lokal davranışları, denge noktaları paralel R direnci değiştirerek oluşan yeni denge noktaları ile belirlenen bölgelere ayrıştırılarak parça-parça doğrusallaştırma tekniği ile incelenecektir.

### 2.3. Devrenin Denge Noktalarına Göre Doğrusallaştırılması

Şekil 4'de verilen devrenin durum denklemi, denklem (5)'de verilen doğrusal olmayan direnç karakteristiği kullanılarak devre parametreleri cinsinden denklem (6)'da verilmiştir.

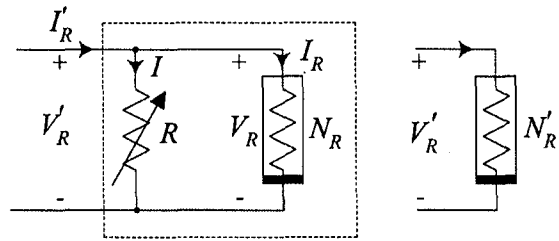
$$\frac{dI_3}{dt} = -\frac{1}{L} V_2$$

$$\frac{dV_2}{dt} = \begin{cases} \frac{1}{C_2} I_3 - \frac{G'_b}{C_2} V_2 - \left(\frac{G_b - G_a}{C_2}\right) E & V_2 < -E \\ \frac{1}{C_2} I_3 - \frac{G'_b}{C_2} V_2 & -E \leq V_2 \leq E \\ \frac{1}{C_2} I_3 - \frac{G'_b}{C_2} V_2 - \left(\frac{G_b - G_a}{C_2}\right) E & V_2 > E \end{cases} \quad (6)$$

Şekil 6'daki eşdeğer direncin akım-gerilim karakteristiği Şekil 5'de gösterildiği gibi kırılma noktaları  $\pm E$ 'ye göre üç doğrusal bölgeye,  $V_2 < -E$ ,  $|V_2| \leq E$  ve  $V_2 > E$ , ayrılmıştır. Sırasıyla bu bölgeler  $D_{-1}$ ,  $D_0$  ve  $D_1$  diye adlandırılarak her bir bölge birbirinden bağımsız olarak bir sonraki bölümde incelenecek ve devre parametrelerinin değişimine göre devrenin davranışı araştırılarak sonuçlar birleştirilecektir.

#### 2.3.1. Orta bölge ( $D_0$ )

Bu bölgede devrenin karakteristik denklemden elde edilen öz değerler  $\lambda_{1,2} = -\frac{G'_a}{2C_2} \pm \sqrt{\left(\frac{G'_a}{2C_2}\right)^2 - \frac{1}{LC_2}}$ 'dir. L ve C2'nin pozitif olduğu her durumda devrenin davranışı eğimi,  $G'_a$ , paralel dirençten dolayı sadece değer olarak değişir ve devre her zaman kararsızdır. Yani bu bölge içerisinde seçilen herhangi bir başlangıç şartı için devrenin cevabı genliği zamanla artan bir osilasyon olacaktır.

Şekil 6. Doğrusal R Direnci ile Doğrusal Olmayan  $N_R$  Direncinin Paralel Eşdeğeri.

#### 2.3.2. Dış bölgeler ( $D_{-1}$ , $D_1$ )

Dış bölgeler  $|V_2| = |V_R| > E$  olduğu ve Şekil 5'de gösterilen aralıklardır. Bu aralıklara ait her iki denge noktası  $P_+$  ve  $P_-$  karardır ve bu durumda devrenin denklemi denklem (1) formunda aşağıda verilmiştir.

$$\frac{dI_3}{dt} = -\frac{1}{L} V_2$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{C_2} I_3 - \frac{G'_b}{C_2} V_2 - \frac{1}{C_2} I' \quad (7)$$

Denklem (7)'de verilen  $I' = (G_b - G_a) E$  akım kaynağı  $D_{-1}$  bölgesi için ve  $I' = (G_a - G_b) E$  ise  $D_1$  bölgesi içindir. Burada açıkça görüldüğü gibi devrenin davranışı Şekil 5'deki  $G'_b$  pozitif olduğundan dolayı devrenin davranışı kararlı ve sönümlü osilasyonludur.

#### 2.3.3. $D_{-1}$ , $D_0$ ve $D_1$ bölgelerinde elde edilen sonuçların birleştirilmesi

Bu bölümde, doğrusal olmayan direncin doğrusal parçalarına ait yukarıda elde edilen devrenin çözümleri birleştirilecektir. Orijindeki kararsız denge noktası tarafından belirlenen  $D_0$  bölgesinde devrenin çözüm eğrisi seçilen başlangıç şartından dışa doğru yönelir ve eksponansiyel biçimde artar. Ancak bu denge noktasındaki çözüm eğrisi  $P_+$  veya  $P_-$  denge noktalarının etkin olduğu bölgelere ulaşıncaya devre davranışı bu denge noktalarının karakteristiğine göre değişir. Daha önceki bölümde belirtildiği gibi  $P_+$  ve  $P_-$  denge noktaları kararlı çözümlere sahiptir. Bundan dolayı bu denge noktaları civarında seçilen başlangıç şartları için devre çözümü asimptotik olarak yakın olduğu denge noktasına doğru yönelir. Kararsız denge noktası civarında seçilen durum değişkenlerinin başlangıç değeri için devrenin çözüm yörüngesi, kararlı iki denge noktası altında bu üç bölgenin dinamiği ile belirlenir. Böylece devre yörüngesinin kararlı iki bölge arasındaki geçişi bu denge noktalarının sınırladığı bölgede sabit genlikli ve sabit frekanslı bir osilasyona neden olur. Bu osilasyonun genliği ve frekansı devre elemanlarının başlangıç şartlarından bağımsız olduğundan dolayı doğrusal olmayan sistem literatüründe limit cycling olarak adlandırılmıştır.

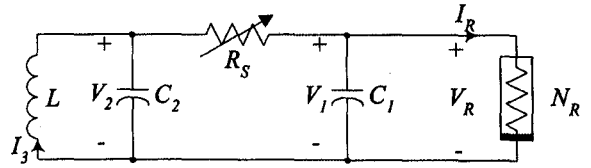
Genliği durum değişkenlerinin başlangıç değerlerine bağlı olmayan bu osilasyon devre parametrelerinin çok az değişim aralığına göre asimptotik kararlıdır. Böylece kararsız  $D_0$  bölgesindeki devre yörüngeleri dış bölgelerde,  $D_{-1}$  ve  $D_1$ , kararlı genliği sabit osilasyonlu çözümler meydana getirir.

Şimdiye kadar yapılan tüm analizler devrenin doğrusallaştırıldığı denge noktalarındaki davranışların birleştirilmesi ile yapıldı. Vektör alanın tek olarak tanımlanmasından ve sistemin eğrilerinin vektör alana her yerde teğet olmasından dolayı bir eğri kendisini farklı bir eğimle yukarıda verilen her iki çözüm içinde kesmez (Türk, 2000). Bu sonuçla ikinci derece doğrusal olmayan, zorlanmamış bir devre orijindeki denge noktasına göre kararsız ve Şekil 4’de verilen devre parametreleri ile belirlenmiş diğer iki denge noktalarının dinamiği tarafından sınırlanmış osilasyonlar gösterir. Devrenin bu davranışlardan farklı bir karakteristiğinin varlığı veya devreye başka enerji depolayan devre elemanları eklendiğinde, devre dinamiğinin değişimini yukarıdaki metotla analitik olarak araştırmak hemen hemen olanaksızdır.

Yaklaşık 15 yıl önce Japon bilim adamı Prof. Y. Ueda Duffing denkleminin dinamik davranışını bir analog simülátörde incelemek için geliştirdiği düzeneğinde yukarıda belirtilen alışla gelmiş davranış türlerinden başka bir davranışın varlığını fark etti. Bu davranış şeklini garip davranış (*strange-japanese attractor*) olarak adlandırdı (Thompson ve Stewart, 1986). Halbuki Duffing denkleminin yıllardır bir çok sistemin dinamik davranışını araştırmak için bir model olarak kullanılmıştı. Bu çalışma bilimsel ortamda ilk olarak sunulurken bir çok muhafazakar dinamikçi tarafından dikkate değer bulunmadı. Daha sonra periyodik olarak zorlanan varaktör diod elemanlı devre, PLL ve Chua devresi diye adlandırılan elektronik devrelerde de bu davranış görüldü ve buna kaos denildi (Thompson ve Stewart, 1986). Bu çalışmada, söz konusu elektronik devrelerden Chua devresi, (Kennedy, 1993)’de belirtilen özel devre elemanları kullanılmadan deneysel olarak gerçekleştirildi ve dinamiği incelendi.

### 3. ELEKTRONİK DEVRELERDE KAOS

Şekil 4’deki devreye doğrusal olmayan dirence paralel olan R direnci  $C_1$  kondansatörü ile değiştirilerek ve  $C_1$  ile  $C_2$  kondansatörü arasına seri bir  $R_S$  direnci Şekil 7’deki gibi bağlanırsa devrede üç enerji depolayan devre elemanı olduğundan devrenin dinamiği oldukça karmaşık olur. Chua devresi olarak bilinen Şekil 7’deki devre yapısal olarak daha önceki bölümde dinamik davranışını incelenen devrenin gelişmiş bir tipi olup sadece enerji depolayan devre elemanı  $C_1$ , doğrusal olmayan



Şekil 7. Chua Devresi.

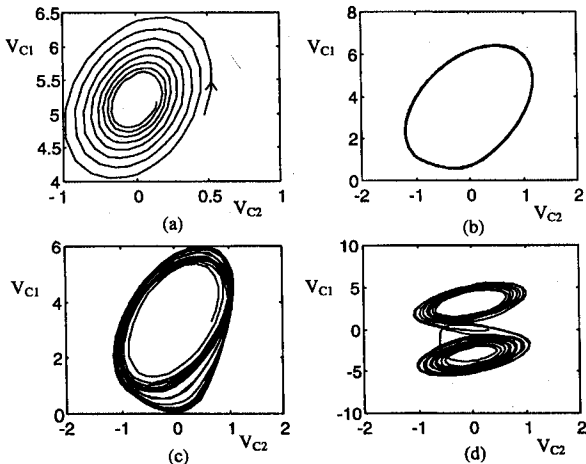
dirence paralel olarak bağlanmıştır. Bu devrenin dinamik davranışı bir önceki bölümde olduğu gibi doğrusal olmayan direncin karakteristiği ile belirlenen denge noktalarına göre doğrusallaştırılıp  $D_0$ ,  $D_1$  ve  $D_{-1}$  bölgelerindeki lokal davranış birleştirilerek incelenebilir. Bu devrenin denge noktalarının çok yakın civarındaki davranışı parça-parça doğrusallaştırma analizi kullanılarak yukarıdaki elde edilen sonuçlara benzer olduğu görülmüştür (Türk, 2000). Şekil 7’de verilen devrenin, devre parametreleri cinsinden diferansiyel denklemi denklem (8)’de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{dI_3}{dt} &= \frac{1}{L} V_2 \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{1}{C_2} I_3 - \frac{G}{C_2} (V_2 - V_1) \\ \frac{dV_1}{dt} &= \frac{G}{C_1} (V_2 - V_1) - \frac{1}{C_1} f(V_1) \end{aligned} \quad (8)$$

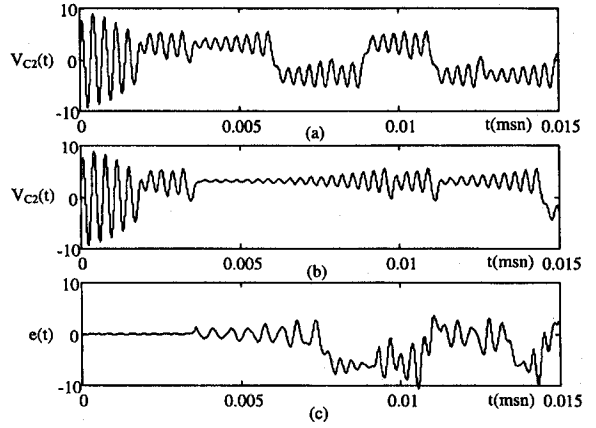
#### 3.1. Global Davranış İçin Nümerik Çözüm

Denklem (7)’de verilen devrenin global davranışını  $f(V_1)$  doğrusallaştırılmadan ya da harmonik analiz metodu ile analitik olarak çözmek mümkün değildir (Atherton, 1982). Bundan dolayı bu gibi problemlerin çözümünde kullanılan nümerik metot kullanılmıştır (Press vd., 1986). Bu çalışmadaki nümerik sonuçların tümü dinamik sistemlerin simülasyonuna yönelik geliştirilen Matlab ile gerçekleştirildi. Şekil 7’de verilen devre Matlab’da modellenerek 5 adımlı Runge-Kutta metodu ile integrasyon adım aralığı  $10^{-3}$  alınarak  $10^{-6}$  hassasiyetinde çözdürüldü. Nümerik sonuçları ve pratik sonuçları karşılaştırmak için devrenin normalize edilmemiş matematiksel modeli kullanıldı. Şekil 7’deki devrede  $C_2=100\text{nF}$ ,  $C_1=10\text{nF}$ ,  $L=18\text{mH}$ ,  $R_S$  direnci 0-2K $\Omega$  arasında değişken ve doğrusal olmayan direncin eğimleri  $G_a$  ve  $G_b$  ise sırasıyla  $-757.6\mu\text{S}$  ve  $-409.1\mu\text{S}$  olarak seçilmiştir. Devrenin dinamik davranışı, enerji depolayan elemanlarının değişimini birbirine göre inceleme olanağı veren durum uzay diyagramında incelendi. Şekil 8 (a),  $R_S=2100\Omega$  ve şekilde verilen enerji depolayan devre elemanlarının başlangıç şartı için elde edilmiştir. Burada ok yönü ile belirtildiği gibi devre cevabı eksponansiyel olarak denge noktasına doğru yönelmiştir. Aynı  $R_S$  değeri ve  $V_{C2}(0)=4\text{V}$ ,  $I_L(0)=0\text{A}$  ve  $V_{C1}(0)=0\text{V}$ , başlangıç şartları için 0-100sn zaman aralığında çözümü el-

de edilmiş ve cevabın ilk yarısı elimine edilerek Şekil 8 (b)'de  $V_{C1}$ ,  $V_{C2}$ 'ye göre çizdirilmiştir. Dikkat çekici nokta devrenin girişine herhangi bir periyodik işaret verilmeden devre doğrusal olmayan direncin etkisi ile bir osilatör gibi çalışmaktadır. Bu gibi osilasyonlara, sistemin iç dinamiği gereği oluşan, deterministik, osilasyon denilir. Şekil 8 (b)'de elde edilen limit çevrimin içinden veya dışından seçilen  $V_{C1}$ ,  $V_{C2}$  başlangıç şartları için devrenin cevap yörüngesi söz konusu limit çevrime eksponansiyel olarak ulaşır ve dolayısıyla buna kararlı limit cycling denilir.  $R_S$  direnci  $1955\Omega$  değerine azaltılırsa Şekil 8 (c)'de görülen gürültülü periyodik olmayan bir davranış gösterir ve bu davranışa *spiral attractor* denilir. Şekil 7'deki devrenin davranışı Şekil 8 (a), (b) ve (c)'deki gibi davranışlarla sınırlı olmayıp Şekil 8 (d)'de gösteriliği gibi daha kompleks de olabilir. Şekil 8 (c) ve (d)'deki davranışlar devreye dışarıdan hiç bir giriş olmadan devrenin kendi öz dinamiğinden dolayı meydana gelmektedir. Dolayısıyla beyaz gürültü olarak düşünülemez. Bu davranışa *double scroll attractor* denilir (Thompson ve Stewart, 1986). Şekil 8 (c) ve (d)'deki işaretlerin kaotik bir işaret olup olmadığı enerji depolayan devre elemanlarının başlangıç şartlarına göre devrenin duyarlılığı ile anlaşılır. Şekil 9 (a), enerji depolayan devre elemanlarının yukarıdaki başlangıç şartları için elde edilmiştir.  $C_2$  kapasitesi üzerindeki başlangıç gerilimi  $0.0001V$  gibi çok küçük bir artımla  $4.0001V$  olarak değiştirilip diğer tüm parametreler sabit tutularak aynı integrasyon metoduyla çözümlerse Şekil 9 (b) elde edilir. Şekil 9 (a) ve (b)'deki işaretlerin anlık değerlerinin farkı Şekil 9 (c)'de çizdirilmiştir. Birbirine çok yakın seçilen bu başlangıç şartları için elde edilen çözümlerin anlık farkları Şekil 9 (c) görüldüğü gibi  $0 < t < 0.004sn$  için hemen hemen aynı iken  $0.004 < t < 0.005sn$  arasında birbirinde ayrılarak farkı  $t > 0.005sn$ 'den sonra gittikçe artar ve bu andan sonra işaretlerin farkı esas işaretlerden genlik bakımından büyük değerlere ulaşır.



Şekil 8. Chua Devresi İçin a) Asimptotik Kararlı b) Limit Cycling c) Spireal Attractor d) Double Scroll Attactor.



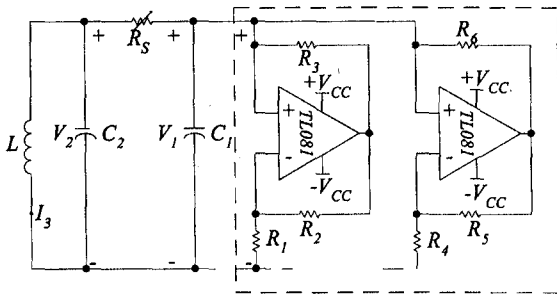
Şekil 9. Şekil 8 (d)'deki Davranışı Gösteren Şekil 7'deki Devrede  $V_{C2}(t)$ 'nin, a)  $V_{C2}(0)=4V$ ,  $I_L(0)=0A$ ,  $V_{C1}(0)=0V$ , b)  $V_{C2}(0)=4.0001V$ ,  $I_L(0)=0A$ ,  $V_{C1}(0)=0V$  İçin ve c) (a) ve (b)'deki İşaretlerin Farkının Zamana Göre Değişimi.

Özet olarak Şekil 7'de verilen devrenin kaotik davranış göstermesi için gerekli olan şartlar:

- devrenin en az üçüncü dereceden olması,
- devrede mutlaka doğrusal olmayan eleman bulunması,
- devre tepkisinin enerji depolayan devre elemanlarının başlangıç değerlerine göre hassas olması yani Şekil 9 (c)'de olduğu gibi devrenin cevabı birbirlerine çok yakın başlangıç şartları için kısa bir süre sonra birbirlerinden oldukça farklı davranış göstermesini sağlar.

### 3.2. Devrenin Pratik Gerçekleştirilmesi ve Deneysel Sonuçlar

Doğrusal olmayan direncin açık şeması Şekil 10'da verilen Chua devresi için her yerde kolayca bulunan ve özellikle literatürde önerilen TOKO tip endüktans kullanılmadan Tablo 1'deki devre elemanları ile gerçekleştirilmiştir. Şekil 10'daki devrede kesikli çizgilerle gösterilen op-amp'ların beslemeleri  $\pm 9V$  olup FET girişli oldukları için TL081 tipinde seçilmişlerdir. FET girişli seçilmelerinin nedeni maksimum giriş offset gerilimi  $1mV$  civarında olması nedeniyledir. Saturasyon seviyeleri ölçüldüğünde yaklaşık olarak  $E_{sat}=8.3V$  elde edildi. Doğrusal olmayan direncin eğimlerini,  $G_a$  ve  $G_b$ , direnç elemanları ayarlı seçilen  $R_1$ ,  $R_3$  ve  $R_4$  ile istenilen değere getirilebilir. Direncin doğrusal parçalarının kırılma noktaları olan  $E$  değeri  $R_1 E_{sat} (R_1 + R_2) \approx 1V$  şeklinde yaklaşık olarak hesaplanabilir.



Şekil 10. Deneysel Chua Devresi.

Tablo 1. Şekil 10'da Verilen Pratik Devrede Kullanılan Elemanlar.

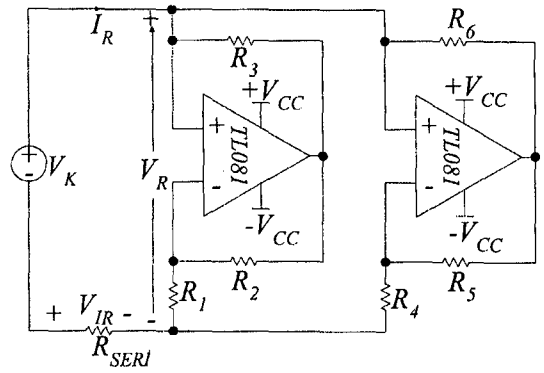
Devre Elemanı	Eleman Değeri	Özellikleri ve toleransları
$L$	18mH	6.3mH-30mH arasında değişken, $\pm 5\%$
$C_2$	100nF	$\pm 10\%$
$C_1$	10nF	$\pm 10\%$
$R$	2K $\Omega$	0-2K $\Omega$ arasında değişken, $\pm 10\%$
$R_1$	3.3K $\Omega$	$\pm 10\%$
$R_2, R_3$	22K $\Omega$	$\pm 10\%$
$R_4$	2.2K $\Omega$	$\pm 10\%$
$R_5, R_6$	220 $\Omega$	$\pm 10\%$

### 3.2.1. Doğrusal Olmayan Direncin Testi

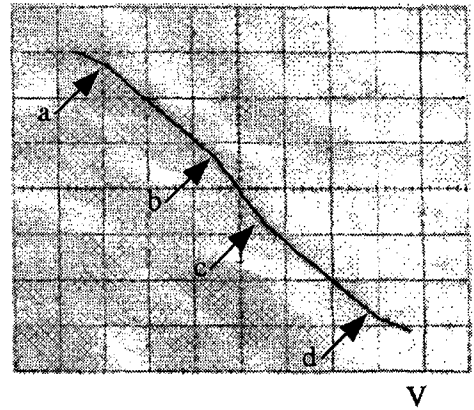
Doğrusal olmayan direncin karakteristiği, Şekil 11'de gösterildiği gibi direnç devreden yalıtılarak frekansı 30Hz, tepeden tepeye genliği 15V olan bir üçgen dalga üreticisiyle beslendi.  $V_R$  gerilimi ile  $R_{SERI}$  direnci üzerinden  $I_R$  akımı gerilime dönüştürülerek birbirine göre osiloskopta ölçülerek Şekil 12 elde edildi. Bu karakteristik x-kanalı 2V/Kare, y-kanalı da 0.1V/Kare değerlerine getirilerek elde edilmiştir. Elde edilen bu karakteristik Şekil 3'de verilen karakteristikten farklıdır. Deneysel olarak elde edilen karakteristikte, doğrusal olmayan direncin beş bölgeden oluştuğu görülmektedir. Orta bölge,  $D_0$ , b-c aralığı orijine göre doğrusal simetrik. Ancak a-b ve c-d aralığı doğrusal orta bölgeye göre ise farklı eğimde olan bir karakteristik gösterir. Devrenin dinamik davranışı daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi bu doğrusal parçaların birleşimi olan a-d aralığındaki bölgenin dinamiği ile belirlenir. Bunun dışındaki parçaların devrenin dinamik davranışına etkisi yoktur. Çünkü devrenin cevabı a ve d noktalarına ulaştığı anda op-amplamların doyuma gittiği ve devrenin sadece op-amplamların saturasyonundan dolayı oluşan dinamiğin etkisinde kalır.

### 3.3. Deneysel Sonuçlar

Tablo 1'deki devre elemanlarıyla gerçekleştirilen Chua devresindeki  $R_S$  direnci 2000 $\Omega$ 'dan başlanarak azaltıldı. Devredeki enerji depolayan devre elemanların-

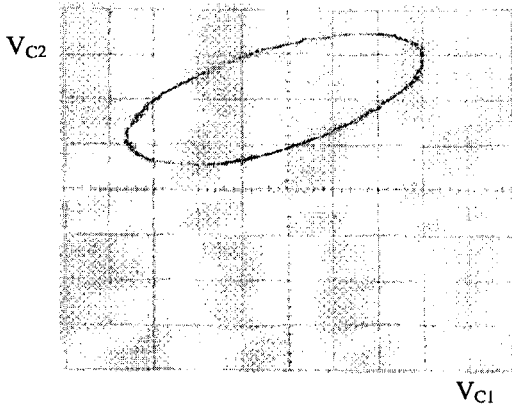


Şekil 11. Doğrusal Olmayan Direnç İçin Bir Test Bağlantı Şeması.

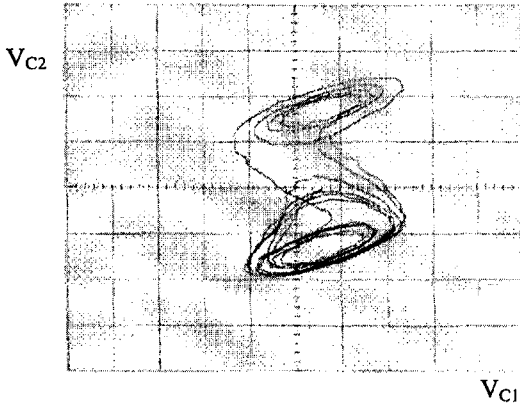


Şekil 12. Deneysel Olarak Elde Edilen Doğrusal Olmayan Direncin Akım-Gerilim Karakteristiği.

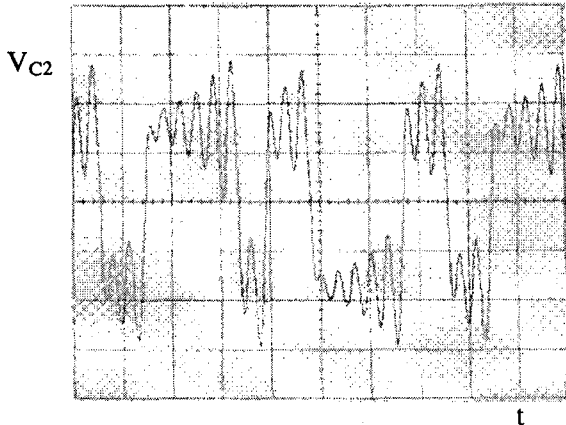
dan  $C_2$  kondansatörü üzerindeki başlangıç şartı 2V olarak alındı. Devre simülasyon sonucu Şekil 8 (a)'da da gösterildiği gibi  $R_S$  değerinin 2000 $\Omega$ 'a yakın değerlerinde çok kısa bir sürede denge noktasında sönen bir osilasyonlu davranış göstermektedir. Devrenin davranışı osiloskopta dikey eksen  $V_{C1}$  (1V/kare) ve yatay eksen de  $V_{C2}$  (0.2V/kare) gerilimlerini ölçecek şekilde ayarlandı.  $R_S$  direnci yaklaşık 1788 $\Omega$  olduğunda iki kapasitenin birbirine göre gerilimleri Şekil 13'deki gibi limit cycling olduğu ölçüldü. Değişken direnç  $R_S$  biraz daha küçültüldüğünde ise Şekil 8 (d)'de nümerik olarak elde edilen sonucun benzeri olan Şekil 14 elde edildi. Farklı başlangıç değerleri için devrenin davranışının oldukça değiştiği deneysel olarak gözlemlendi. Dikkat edilirse Şekil 13 ve 14'de verilen davranış türleri devreye herhangi bir giriş uygulanmadan devrenin enerji depolayan devre elemanlarının başlangıç şartına göre gösterdiği tepkidir. Eğer  $V_{C2}(0)=2V$  seçilirse  $V_{C2}(t)$ 'nin değişimi Şekil 15'de verildiği gibi olur. Deneysel olarak elde edilen bu sonuçlardan da görüldüğü gibi işaret ne genlik modülasyonu ne de frekans modülasyonu ile açıklanabilir. Sonuç olarak Şekil 15'deki işaret belirli



Şekil 13. Deneysel Olarak Elde Edilen Limit Cycling Davranışı.



Şekil 14. Deneysel Olarak Elde Edilen Double Scroll Attractor Davranışı.



Şekil 15. Şekil 14'deki İşaret İçin C2 Kondansatörü Üzerindeki Gerilimin Zaman Domeni İşareti.

bir genliğe ve frekansa sahip değildir. Ancak  $V_{C2}(t)$ 'nin zamana göre genliğinin değişimi sınırlı bir alan içerisinde değişmektedir. Bu işaret, Şekil 9 (a)'daki işaretin karakteristiğine sahiptir.

Bu çalışmada gerçekleştirilen devredeki elemanlar basit ve ucuz oluşu portatif olarak gerçekleştirilen ve ileride eğitim amaçlı olarak kullanılması düşünülen bu devre doğrusal olmayan devrelerin dinamiğinde ve kaos çalışmalarını için önerilebilir.

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Elektronikte kaotik davranış ilk olarak sinüsoidal girişli devrelerde fark edilmiştir (Lakshmanan, 1996). Giriş işareti olmayan sadece enerji depolayan devre elemanlarının başlangıç değerlerinin etkisi ile kaotik davranış gösteren bir çok prototip elektronik devre son zamanlarda önerilmektedir. Ancak Chua tarafından önerilen devre bir çok alanda kullanıldığından dolayı en çok üzerinde çalışılan modeldir (Kocarev vd., 1992; Chua vd., 1992). Chua devresinin deneysel olarak gerçekleştirilmesi literatürde de belirtildiği gibi özel devre elemanları içerir. Bu nedenle kaotik davranışlar konusunda yapılan araştırmalar ve eğitim amaçlı bir çok devre gerçekleştirilmiştir (Lonngreen, 1991). Fakat özellikle Kennedy tarafından çalışılan ve dizayn edilen farklı yapıdaki Chua devresi modelleri özel dizayn edilmiş doğrusal olmayan dirençle beraber enerji depolayan bir devre elemanı da kullanılmıştır. Özellikle devrenin dış ortamdan etkilenmemesi için gerekli düzeneklerin gerçekleştirilmesi pahalıdır (Kennedy, 1992; Kennedy, 1995).

Bu çalışmada Chua devresi özel devre elemanları kullanılmadan Türkiye şartlarında her yerde bulunabilecek elemanlarla gerçekleştirildi. Bu devre kolayca dizayn edilebilir ve ara değişkenlerin ölçülebildiği gibi özellikle kaos konusunda araştırma ve eğitim amaçlı olarak kullanılabilir.

Devrenin dinamik davranışına oldukça etkisi olan doğrusal olmayan direnç için önerilen test devresi yardımıyla kırılma noktalarının yerleri ve doğrusal parçaların eğimleri değişimleri rahatlıkla gözlemlenebilir. Farklı eğimlerin ve farklı kırılma noktalarının devre dinamiğine etkileri bu devre ile incelenebilir. Küçük işaretler için önerilen analiz metotlarıyla doğrusal olmayan direncin devrenin davranışına etkisi ve kaotik davranışların incelenmesi mümkün olmadığı bu çalışmayla daha açık bir şekilde görülmüştür. Bir yaklaşım metodu olan tanım fonksiyonu, doğrusal olmayan direnç için kullanılarak devredeki kararlı ve kararsız osilasyonlar incelendiği gibi kaotik davranışların olabileceği devre parametrelerinin değişimi yaklaşık olarak elde edilebilir.



Önerilen pratik devrede, elde edilen deneysel sonuçlar ile doğrusal olmayan direncin her bir doğrusal parçasına karşılık gelen parça-parça doğrusallaştırma metodu ile elde edilen çözümlerle karşılaştırılmıştır. Eğitim amaçlı kullanıldığında nümerik sonuçlarla deneysel sonuçların birbirleri ile karşılaştırılması ve uyumu açısından önemli bir uygulamadır.

## KAYNAKÇA

- Atherton, D.P. (1982). *Nonlinear Control Engineering: Describing Function Analysis and Design*. Van Nostrand Reinhold, Londra, İngiltere.
- Chua, L.O., Desoer, C.A. ve Kuh, E.S. (1987). *Linear and Nonlinear Circuits*. McGraw Hill, A.B.D.
- Chua, L.O., Kocarev, L., Eckart, K. ve Itoh, M. (1992). Experimental chaos synchronization in Chua's circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2, 705-708.
- Conrad, M. (1987). What is the Chaos?, "Chaos", Ed. A.V. Holden, ss.3-14, Manchester Univ. Press, İngiltere.
- Cook, P.A. (1994). *Nonlinear Dynamical Systems*. Prentice Hall, A.B.D.
- Ditto, W.L. ve Pecora, L.M. (1993). Mastering Chaos. *Scientific American*, Ağustos, 78-84.
- Gipson, J.E. (1963). *Nonlinear Automatic Control*. McGraw Hill, A.B.D.
- Kapitaniak, T. (1996). *Controlling Chaos: Theoretical and Practical Methods in Nonlinear Dynamics*. Academic Press, Londra, İngiltere.
- Kennedy, M.P. (1992). Robust opamp realization of Chua's circuit. *Frequenz*, 46 (34), 66-80.
- Kennedy, M.P. (1993). Three steps to chaos-Part I: Evolution. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 40(10), 640-656.
- Kennedy, M.P. (1995). Experimental chaos from autonomous electronic circuits. *Philosophy Transaction of Royal Society London*. A. 353, 13-32.
- Kocarev, L., Halle, K.S., Chua, L.O. ve Parlitz, U. (1992). Experimental Demonstration of secure communications via chaotic synchronization. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2, 709-713.
- Lakshmanan, M. ve Murali, K. (1996). *Chaos in Nonlinear Oscillators: Controlling and Synchronization*. World Scientific Publishing, A.B.D.
- Lonngren, K.E. (1991). Notes to accompany a student laboratory experiment on chaos. *IEEE Transaction on Education*, 34(1), 123-128.
- Moon, F.C. (1992). *Chaotic and Fractal Dynamics*. John Wiley & Sons, New York, A.B.D.
- Ott, E. (1993). *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge University, Press, İngiltere.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. ve Vetterling, W.T. (1986). *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University, Press, İngiltere.
- Sparrow, C.T. (1981). Chaotic behavior in a 3-dimensional feedback system. *Journal of Mathematics Analysis and Applications*, 83, 275-291.
- Thompson, J.M.T. ve Stewart, H.B. (1986). *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley & Sons, Chichester, İngiltere.
- Türk, M. (2000). Elektronik Devrelerde Kaotik Davranış ve Pratik Sonuçlar. Doktora Semineri, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Uçar, A. (2000). On chaotic behavior in a simple continuous nonlinear system. *World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation*, Almanya, ss. 125-131.