

ARAŞTIRMA MAKALESİ/RESEARCH ARTICLE

**DURBIN-WATSON ÖLÇÜTÜNE GÖRE KARARSIZLIK BÖLGESİNDE BULUNAN
NEGATİF OTOKORELASYON İÇİN BAZI TESTLER**

Mehmet UYSAL¹, Süleyman GÜNAY¹

ÖZ

Otokorelasyon giderilmesi gereken ciddi bir sorundur. Öncelikle otokorelasyonun var olup olmadığı belirlenmelidir. Ekonometrik bir model tahmin etmek için zaman serisi verileri kullanıldığında, birinci dereceden otoregresif hata varsayımının kabul edilebilir olup olmadığına karar vermek başlangıçta zordur. Otokorelasyonun ortaya çıkartılması için ya artıkların grafikleri incelenir ya da nicel yöntemlere başvurulur. Otokorelasyonun var olup olmadığını anlamak için, $H_0 : \rho = 0$ yokluk hipotezi uygun bir H_1 alternatif hipotezine karşı test edilir. Bunun için nicel test yöntemleri kullanılır. Ancak, otokorelasyonun testi için en çok kullanılan Durbin-Watson testinde d_w test istatistiğinin kararsızlık bölgesinde bulunması durumu otokorelasyonun varlığı ya da yokluğu hakkında yeterli bilgi vermediğinden modelin parametre tahminlerine şüphe ile bakılır. Bu çalışmada, $H_0 : \rho = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1 : \rho < 0$ hipotezini test etmek için A. Karun Nemlioğlu(1990)'nun fındık, ceviz, badem ve çay talep modelleri için kullandığı verilerden yararlanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Negatif Otokorelasyon, Durbin-Watson testi, Otokorelasyon için testler, Kararsızlık Bölgesi.

**SOME TESTS FOR NEGATIVE AUTOCORRELATION IN THE INCONCLUSIVE AREA
ACCORDING TO THE DURBIN-WATSON CRITERION**

ABSTRACT

Removing the autocorrelation is a major problem. First of all autocorrelation should be determined. While applying econometric models to time series data, initially it is hard to decide whether the assumption of first order autoregressive error can be accepted, or not. To understand the presence of autocorrelation, one should either analyse the residual graphics or apply some quantitative methods. To find out the autocorrelation, the null hypothesis, $H_0 : \rho = 0$, is tested against a related alternative hypothesis by using quantitative methods. However, the most popular autocorrelation test, Durbin-Watson, can not give enough information about the autocorrelation problem when this test statistic is in inconclusive area, so the parameter estimation is not relied on. In this study, hazelnut, walnut, almond and tea data(see Nemlioğlu(1990)) are used in order to test the null hypothesis $H_0 : \rho = 0$ against the alternative hypothesis $H_1 : \rho < 0$.

Key Words: Negative Autocorrelation, Durbin-Watson test, Tests for Autocorrelation, Inconclusive Area.

¹ Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, Beytepe/ANKARA/TÜRKİYE.

E-posta: uysal@hacettepe.edu.tr.

Geliş: 30 Mart 2000; **Düzeltilme:** 12 Haziran 2000; **Kabul:** 29 Ağustos 2000.

1. GİRİŞ

Otokorelasyon ya da serisel ilişki,

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

ile verilen regresyon denkleminde hata terimlerinin ilişkili olması durumudur. Klasik model varsayımında otokorelasyon, bir gözlemin hata terimi diğer gözlemin hata teriminden etkilenmediği varsayımının sağlanmaması durumunda ortaya çıkmaktadır. Başlama noktasına göre hata terimleri genellikle Eşitlik (2) ile gösterilir ve birinci dereceden otoregresif AR(1) olarak adlandırılır.

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t, \quad |\rho| < 1 \text{ ve tüm } t \text{ için} \quad (2)$$

Burada, ρ , bilinmeyen otokorelasyon katsayısı, u_t stokastik hata payıdır (artık) ve Eşitlik (3)'de verilen serisel ilişkisizdir ve sabit varyanslıdır varsayımlarını sağlamaktadır.

$$E(u_t) = 0, \quad V(u_t) = \sigma_u^2, \quad \text{Cov}(u_t, u_{t+s}) = 0 \quad (3)$$

Zaman serisinde, u_t , ak gürültü olarak bilinmektedir. Eşitlik (2)'deki ε_t 'nin varyans ve kovaryansı;

$$V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2}, \quad \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = \rho^s \sigma_\varepsilon^2 \quad (4)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (2)'deki otokorelasyon katsayısı Eşitlik (1)'e En Küçük Karelerin uygulanması ile elde edilen artıklardan yararlanılarak Eşitlik (5)'deki gibi tahmin edilir (Durbin ve Watson, 1950).

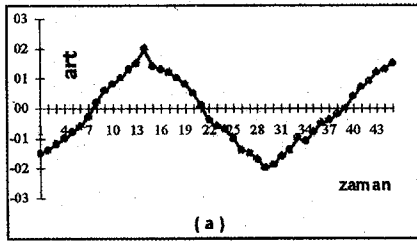
$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \hat{\varepsilon}_t^2} \quad (5)$$

2. OTOKORELASYONUN ORTAYA ÇIKARTILMASI

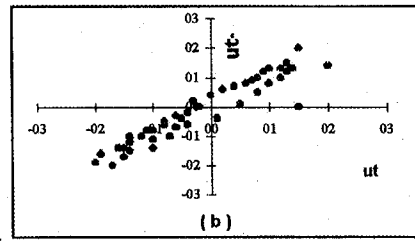
Otokorelasyonun ortaya çıkması büyük ölçüde modelin yanlış seçilmesi, önemli bazı değişkenlerin modele alınmaması ya da verilerin ölçüm yanlışlığından kaynaklanabilir. Eğer, ε_t 'deki otokorelasyonu dikkate almadan EKK uygulanırsa serisel olarak ilişkisiz hataların varyansı beklenenden küçük olacaktır. Bu da t istatistiklerinin şişirilmiş olarak elde edilmesine yol açacaktır. Böylece katsayıların güven aralıkları ve önemlilik testleri de geçerli olmayacaktır. Bu nedenle öncelikle otokorelasyonu ortaya çıkarmak gerekmektedir. Bunun için görsel olarak artıkların grafiksel yöntemler ve nicel artıkların regresyon analizi ile incelenmesi yapılır. Ayrıca, run testi, Ki-Kare bağımsızlık testi, Durbin-Watson d testi gibi nicel test işlemlerine de başvurulabilir (Uysal ve Günay, 1999).

2.1. Grafiksel Yöntem

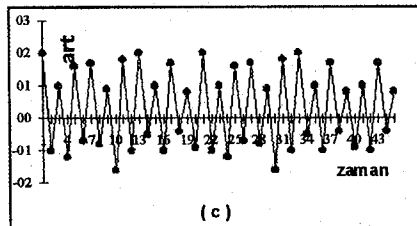
Grafiksel yöntemde ε_t yerine EKK yönteminden elde edilen artıklar (e_t) kullanılır. EKK artıkları, ε_t ile ε_{t-1} aynı şey olmamalarına karşın, ε_t 'lerdeki otokorelasyonun varlığı ile ilgili olarak e_t 'lerin incelenmesi otokorelasyon hakkında bazı önbilgilerin elde edilmesini sağlar. Artıkların zamana karşı çizilen grafiklerindeki görü-



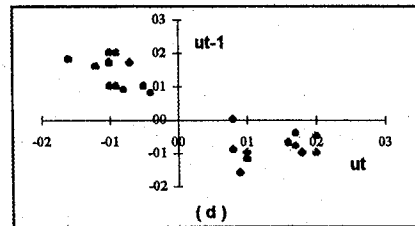
ise pozitif otokorelasyon



ve



ve



Şekil 1. Artıkların Zamana ve Gecikmelerine Karşı Saçılım Grafiği.

nüme göre otokorelasyonun yönü hakkında bilgi edinilir. Otokorelasyon, negatif olduğu gibi, pozitif de olabilir. Bunun ile ilgili saçılım grafikleri Şekil 1'de gösterilmektedir. Ekonomik zaman serilerinde genellikle pozitif otokorelasyon ortaya çıkar.

Şekil 1'de verilen a ve b grafiklerinde, artıkların zamana, b ve d'de ise gecikmelerine karşı çizilen saçılım grafiklerine göre ise negatif otokorelasyon vardır.

Bunun yanında standartlaştırılmış artıkların zamana karşı çizimleri de otokorelasyon hakkında bilgi verebilmektedir. Standartlaştırılmış artıklar $e_t/\hat{\alpha}$, yaklaşık olarak 0 ortalama ve 1 varyansı ile normal dağılımlıdır. Eğer e_t ve standartlaştırılmış e_t 'nin zamana karşı çizimleri bir rasgelelik göstermiyorsa, hata terimi e_t de rasgele olmayacaktır. Bu durumda otokorelasyon var demektir. Bu farklılığı görmek için, e_t 'ye karşı e_{t-1} çizimi yapılarak otokorelasyonun varlığı araştırılabilir.

2.2. Artıkların Regresyon Analizi

Artıkların Regresyon Analizi, Eşitlik (6)'ya EKK yöntemi uygulanarak bilinmeyen ρ katsayısının tahmin edilme işlemidir. Bu işlemde sabit terim sıfır olarak kabul edilir.

$$Y_t - \hat{Y}_t = \rho (Y_{t-1} - \hat{Y}_{t-1}) \text{ veya} \quad (6)$$

$$e_t = \rho e_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

ρ 'nun tahmini $\hat{\rho}$, sıfırdan küçük olması negatif otokorelasyonun, sıfırdan büyük olması durumu ise pozitif otokorelasyonun bulunduğunu gösterir. Otokorelasyonun önemli olup olmadığı nicel testler ile araştırılır.

Otokorelasyonu ortaya çıkarmak ve önemli olup olmadığını araştırmak için en çok kullanılan testlerin başında Durbin ve Watson testi gelmektedir.

Bu test Eşitlik (7)'deki gibi tanımlanır (Durbin-Watson, 1950, 1951).

$$d_w = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T e_t^2} \quad (7)$$

Bu test istatistiğinin avantajı EKK artıklarına dayanmasıdır. Eşitlik (7)'deki d_w istatistiğinin varsayımları aşağıdadır.

1. Regresyon modeli sabit terim içermeli,
2. Açıklayıcı değişkenler, X'ler stokastik ya da sabit olmamalı,
3. Hata terimi, e_t genellikle birinci dereceden otoregresiv süreç ile yaratılmalı, yani $e_t = \rho e_{t-1} + u_t$ olmalı,
4. Açıklayıcı değişkenlerden birisi, bağımlı değişkenin geçikmiş değerlerini içermemeli,
5. Verilerde hatalı gözlemlenmiş değerler olmamalıdır.

Eşitlik (7)'deki d_w istatistiğinin olasılık dağılımını ya da tam örneklemini saptamak zordur. Herhangi tek bir kritik değeri olmadığından, u_t hata teriminde birinci dereceden serisel ilişki yoktur, yokluk hipotezinin kabulü ya da reddine karar verilememektedir. Ancak, alt sınır d_L ve üst sınır d_U kritik değerleri dışında kalan d_w için negatif ya da pozitif otokorelasyonun bulunduğu karar verilir. Bu sınırlar, gözlem sayısı N ve açıklayıcı değişken sayılarına bağlı olarak Durbin-Watson tablolarından bulunur.

Test işlemi için yokluk ve alternatif hipotezler; Tek yanlı test için $H_0: d_w > 2$, $H_A: d_w < 2$ veya $H_0: d_w = < 2$, $H_A: d_w > 2$, iki yanlı test için $H_0: d_w = 2$, $H_A: d_w \neq 2$ biçiminde kurulur. Test sonuçlarına aşağıdaki gibi karar verilir;

$d_w < d_L$ ise önemli pozitif otokorelasyon vardır,

$d_L < d_w < d_U$ ise pozitif otokorelasyonun varlığı hakkında yeterli kanıt yoktur (kararsızlık bölgesi),

Çizelge 1. Durbin-Watson d_w İstatistiğinin Sınırları.

H_0 Red	Kararsızlık bölgesi	H_0 ve H_0^* kabul	Kararsızlık bölgesi	H_0^* Red
Pozitif otokorelasyon vardır		Pozitif veya negatif otokorelasyon yoktur		Negatif otokorelasyon vardır
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0	d_L	d_U	2	$4 - d_U$
				$4 - d_L$

$d_U < d_w < 4 - d_U$ ise otokorelasyon yoktur,

$4 - d_U < d_w < 4 - d_L$ ise negatif otokorelasyonun varlığı hakkında yeterli kanıt yoktur (kararsızlık bölgesi),

$4 - d_L < d_w$ ise önemli negatif otokorelasyon vardır.

Durbin-Watson testi için daha kolay karar vermek amacıyla alt ve üst sımira ilişkin kritik değerler Çizelge 1'deki gibi verilebilir. Burada, H_0 : Pozitif otokorelasyon, H_0^* : Negatif otokorelasyon yok demektir.

Otokorelasyon düzeyi ile d_w arasındaki yaklaşık ilişki Eşitlik (8)'deki gibi ifade edilebilir.

$$d_w = \frac{\sum_{t=2}^T e_t^2 + \sum_{t=2}^T e_{t-1}^2 - 2 \sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^T e_t^2} \quad (8)$$

Eşitlik (8)'de, $\sum_{t=2}^T e_t^2$ ve $\sum_{t=2}^T e_{t-1}^2$ yaklaşık

olarak eşit olduğundan Eşitlik (9) yazılabilir.

$$d_w \doteq 2 \left(1 - \frac{\sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^T e_t^2} \right) \quad (9)$$

Otokorelasyon katsayısının bir kestiricisi olarak Eşitlik (10) yazılırsa,

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^T e_t^2} \quad (10)$$

(9) eşitliği yaklaşık olarak Eşitlik (11) gibi olacaktır (Gujarati, 1988).

$$d_w \doteq 2(1 - \hat{\rho}) \quad (11)$$

(11) eşitliğinde $\hat{\rho} \in [-1, 1]$ aralığında olduğundan, d_w , $[0, 4]$ aralığında olacaktır. Tahmin edilmiş bir d_w değeri bu sınırlar içinde olmalıdır. Eşitlik (11)'den

$\hat{\rho} = 0$ ise $d_w \doteq 2$ 'dir ve otokorelasyon yoktur,

$\hat{\rho} = +1$ ise $d_w \doteq 0$ 'dır ve pozitif otokorelasyon vardır,

$\hat{\rho} = -1$ ise $d_w \doteq 4$ 'dir ve negatif otokorelasyon vardır, denir.

2.3. Negatif Otokorelasyonun Kararsızlık Bölgesinde Olması Durumu

Çizelge 1'de 4. bölge içinde kalan negatif otokorelasyonun önemli olup olmadığı konusunda yeterli bir bilgi yoktur. Bu problemi çözmek için d_w testinin bir modifikasyonunun geliştirilmesine çalışılmıştır. Ancak bu konu ile ilgili olarak ortak görüş, verilen α önemlilik düzeyi için d_w değeri kararsızlık bölgesinde ise otokorelasyon önemli olduğu şeklindedir (Gujarati, 1988). Durbin-Watson d_w istatistiği için bir başka yaklaşımda, d_w 'nin olasılık dağılımının sayısal olarak hesaplanması için Durbin-Watson'un 1971 yılındaki çalışmasından yararlanarak White, 1978, White 1993, White ve Horsman 1987 yılında geliştirdikleri SHAZAM ekonometrik paket programı ile d_w için verilen α önemlilik düzeyi için bir olasılık değeri hesaplamışlardır. Hesaplanmış Durbin-Watson istatistiği \bar{d}_w ise SHAZAM programı \bar{d}_w 'nin dağılım fonksiyonu, $F(\bar{d}_w)$ hesaplamaktadır. Burada $F, H_0: \rho=0$ koşulu altında Durbin-Watson istatistiği d_w 'nin dağılım fonksiyonudur. Diğer bir deyişle SHAZAM programı \bar{d}_w ile birlikte Eşitlik (12)'de verilen olasılığı bulacaktır (İşyar, 1994).

$$P[d > \bar{d}_w | H_0 : \rho = 0] \quad (12)$$

Eğer alternatif hipotez $H_1: \rho < 0$ ve $\alpha=0.05$ önemlilik düzeyi olmak üzere, Eşitlik (12)'de bulunan olasılık $1-\alpha=0.95$ 'den büyük ise H_0 hipotezi red edilmiş olacaktır. Yani $P[d > \bar{d}_w | H_0 : \rho = 0] > 0.95$ ise H_0 red edilir.

Eğer, SHAZAM gibi bir yazılım programı mevcut değil ise, kararsızlık bölgesi için Durbin ve Watson (1971) tarafından önerilen kesin Durbin-Watson testi yaklaşımı kullanılarak yeni bir kritik değer hesaplanarak otokorelasyonun önemli olup olmadığı araştırılabilir. Bunun için aşağıdaki adımlar uygulanır:

1. $b = (X'X)^{-1} X'Y$, EKK kestiricisi elde edilir ve uygun artıklar ($\hat{e} = y - Xb$) bulunur.

2. Durbin-Watson istatistiği, $\bar{d}_w = \hat{e}'A\hat{e}/\hat{e}'\hat{e}$ nin değeri hesaplanır.

3. Seçilen α önemlilik düzeyinde tablodan d_L^* ve d_U^* kritik değerleri bulunur.

4. Eğer $\bar{d}_w > 4 - d_L$ ise H_0 red, $\bar{d}_w > 4 - d_U$ ise kabul edilir.

5. Eğer $4 - d_U^* < \bar{d}_w < 4 - d_L^*$ ise $E(d_w)$ ve $V(d_w)$ 'nin tablo değerleri kullanılarak, Eşitlik (14)'deki

a ve b'yi bulmak için E(d) ve V(d)'nin değerleri hesaplanır.

6. $d_w^{**} = a+b(4 - d_L^*)$ hesaplanır.

7. Eğer $\bar{d}_w > d_w^{**}$ ise H_0 red, diğer durumda H_0 kabul edilir.

Eğer alternatif hipotez pozitif otokorelasyon vardır diye kurulur($H_1: \rho > 0$) ise adım 4'den, 7'ye kadar olan aşamalar aşağıdaki gibi yapılır.

4*. Eğer $\bar{d}_w < d_r^*$ ise H_0 red, $\bar{d}_w > d_U^*$ ise H_0 kabul edilir.

5*. Eğer $d_L^* < \bar{d}_w < d_U^*$ ise, 5. adımdaki gibi a ve b hesaplanır.

6*. $d_w^* = a+bd_U^*$ 'u hesaplanır.

7*. Eğer $\bar{d}_w < d_w^*$ ise H_0 red, diğer durumlarda kabul edilir(Judge vd. 1988).

Bu yaklaşımda, d_w^{**} ,

$$d_w^{**} = a+b(4 - d_L^*) \quad (13)$$

eşitliğinden bulunur.

Burada, a ve b katsayıları öyle seçilmelidir ki,

$$E(d) = a + b E(d_U), V(d) = b^2V(d_U) \quad (14)$$

olmalıdır.

Eşitlik (1-14)'deki a ve b'yi hesaplamak için öncelikle E(d), V(d), E(d_U) ve V(d_U)'nin bilinmesi gerekmektedir. E(d_U) ve V(d_U), T ve K için farklı değerler olduğundan bunlar tablodan alınabilir. E(d) ve V(d), X matrisine bağlı olduğundan Eşitlik (15)'den hesaplanması gerekmektedir.

$$E(d) = \frac{P}{T - K}, \quad (15)$$

$$V(d) = \frac{2}{(T - K)(T - K + 2)} (Q - PE(d))$$

Eşitlik (15)'de

$$P = 2(T - 1) - \text{tr} [X'AX(X'X)^{-1}] \quad (16)$$

ve

$$Q = 2(3T - 4) - 2\text{tr} [X'A^2X(X'X)^{-1}] + \text{tr} \left\{ [X'AX(X'X)^{-1}]^2 \right\} \quad (17)$$

dir.

P ve Q'nun hesaplanabilmesi için X'AX'in i. ve j.

$$\text{elemeni } \sum_{t=1}^{T-1} \Delta x_{ti} \Delta x_{tj}$$

$$\text{ve } X'A^2X \text{'in } i. \text{ ve } j. \text{ elemanı } \sum_{t=1}^{T-2} \Delta^2 x_{ti} \Delta^2 x_{tj}$$

+ (x_{2i} - x_{1i})(x_{2j} - x_{1j}) + (x_{Ti} - x_{T-1,i})(x_{Tj} - x_{T-1,j}) dir. Burada, $\Delta, \Delta x_{ti} = x_{t+1,i} - x_{ti}$ ile tanımlanan birinci fark operatörüdür.

4. UYGULAMA

A. Karun Nemlioğlu(1990), klasik doğrusal tek denklemlili regresyon modelleri yardımı ile 1975-1988 verilerini kullanarak fındık, ceviz, badem ve çay ürünlerinin taleplerini EKK yönteminden yararlanarak bulmaya çalışmıştır. Talep denklemlerinde yer alacak bağımsız değişkenlerin seçiminde iktisat teorisine uygun değişkenleri ele almaya çalışmış, incelenen ürünler için son talep denklemlerini aşağıdaki gibi saptayarak parametre tahminlerini Tablo 1'deki gibi bulmuştur. Çizelge 2'de parentez içindekiler katsayıların standart hatalarını göstermektedir.

$$FT = \beta_0 + \beta_1 NT + \beta_2 FBGC + \beta_3 KIF + \beta_4 BIF$$

$$BT = \beta_0 + \beta_1 NT + \beta_2 Z + \beta_3 BUFY + \beta_4 CU$$

$$CT = \beta_0 + \beta_1 FBGC + \beta_2 CUFY + \beta_3 BU$$

$$\text{ÇT} = \beta_0 + \beta_1 FBGR + \beta_2 \text{ÇUFR}$$

Burada, FT: Fındık talebi, BT: Badem talebi, CT: Ceviz talebi, ÇT: Çay talebi, NT: Toplam nüfus, FBGC: Fert başına cari gelir, KIF: Kakao ithal fiyatı, BIF: Badem ihraç fiyatı, Z: Zaman, BUFY: Badem üretici fiyatı, CU: Ceviz üretimi, CUFY: Ceviz üretici fiyatı, BU: badem üretimi, FBGR: Fert başına reel gelir, ÇUFR: Çay üretici reel fiyatını göstermektedir.

Çizelge 2. Talep Denklemlerinin Tahmini.

	Fındık	Badem	Ceviz	Çay
Sabit	-13.488(25.03)	-244.06(214.3)	174.67(14.98)	-273.71(78.18)
NT	0.00968(0.00586)	0.0778(0.054)		
FBGC	0.000547(0.000167)		0.0003(0.00024)	
KIF	0.0001206(0.000054)			
BIF	-0.000223(0.000054)			
Z		-6.693(5.05)		
BUFY		-0.000275(0.00014)		
CU		-0.231(0.107)		
CUFY			-0.00063(0.00036)	
BU			-1.426(0.473)	
FBGR				0.079(0.014)
ÇUFR				-17.366(7.94)
R ²	0.816	0.679	0.76	0.83
F _{0.05}	4.28	3.51	8.08	17.4
F	9.998	4.76	10.59	27.22
d _w	3.168	2.055	2.74	1.87
Q	-0.595		-0.418	
P(d _w)	0.962		0.805	

Tablo 1'den badem ve çay talep denklemlerinde otokorelasyon bulunmamaktadır. Ancak, fındık ve ceviz talep denklemleri için Durbin-Watson değeri, d_w , $4-d_U < d_w < 4-d_L$ aralığında bulunduğundan negatif otokorelasyon için yeterli kanıt bulunamamıştır (Nemlioğlu, 1990.). Ancak, fındık ve ceviz talep denklemlerine EKK'nın uygulanması sonucunda elde edilen artıkların zamana ve gecikmelerine göre saçılım grafiğinden negatif otokorelasyonun bulunduğu söylenebilir (Şekil 2)

Artıkların regresyon analizine göre Eşitlik (6) denkleminden yararlanılarak (burada A. Karun Nemlioğlunun (1990) fındık talep denkleminde EKK uygulanması sonucu elde edilen artıklar kullanılmıştır) otokorelasyon katsayısı, ρ 'nun fındık için tahmini $\hat{\rho} = -0.595$, ceviz için ise $\hat{\rho} = -0.418$ olarak bulunmuştur. Tahmin edilen ρ 'lar sıfırdan küçük olduğu için negatif otokorelasyon olduğu açıktır.

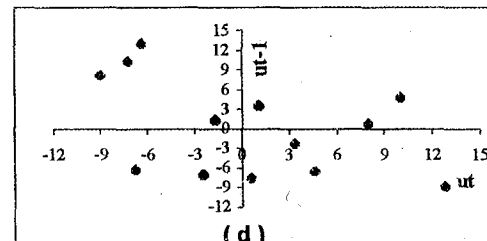
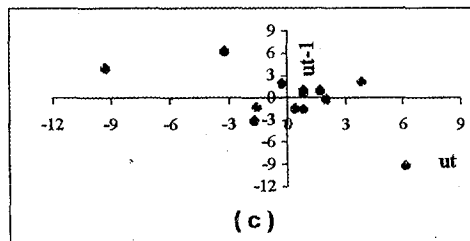
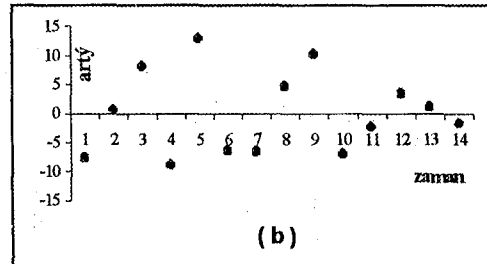
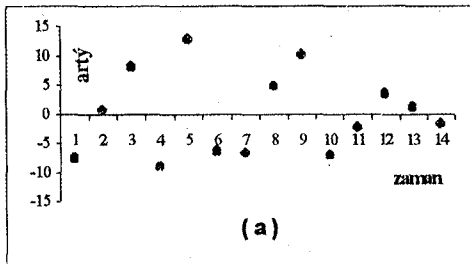
$H_0: \rho = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1: \rho < 0$ alternatif hipotezini test etmek için Ki-kare bağımsızlık testi, asimtotik test ve run testi (Geary işaret testi) yapılmıştır.

Ki-kare bağımsızlık testine göre fındık için Yates düzeltilmeli ve düzeltilmesiz Ki-kare değeri sırasıyla 0.0484 ve, 0.12 olarak bulunmuştur. Bu değerler $\alpha=0.05$ ve bir serbestlik dereceli Ki-kare değeri olan 3.841'den küçük olduğundan artıkların bağımsız olduğuna karar verilir. Ceviz içinde artıkların bağımsız olduğu ya da artıkların meydana gelmesinde gecikmelerinin etkisi olmadığına karar verilmiştir.

Asimtotik teste göre fındık talebi için $-2.225 > 1.96$ olduğundan negatif otokorelasyonun var olduğu, ceviz için ise $-1.56 < 1.96$ olduğundan negatif otokorelasyonun bulunmadığı anlaşılmıştır.

Run testine göre fındık ve ceviz talebi için run sayısı, n 'nin 0.95 güven katsayısı ile sırasıyla $4.415 < n = 8 < 11.305$ ve $3.47 < n = 9 < 10.53$ güven sınırları içinde bulunduğundan her ikisi için artıkların rasgele dağıldığına, negatif otokorelasyonun olmadığına karar verilir.

Durbin-Watson d_w istatistiği için d_w 'nin olasılık dağılımının sayısal olarak hesaplayan yaklaşıma göre SHAZAM paket programından yararlanılarak fındık için $P[d > \bar{d}_w = 3.168/\rho = 0] = 0.9624$ olarak bulunmuştur. Bu durumda, $\alpha=0.05$ önemlilik düzeyinde $P[d > \bar{d}_w = 3.168/\rho = 0] = 0.9624 > 0.95$ olduğundan $H_0: \rho = 0$ yokluk hipotezi red edilir ve negatif otokorelasyonun bulunduğuna karar verilir. Bu olasılık ceviz için 0.8054 bulunmuştur ki bu 0.95'den küçük olduğundan negatif otokorelasyon yok demektir. Eğer, otokorelasyonun varlığı konusunda yukardaki çözümlerde görüldüğü gibi farklı testlerden değişik sonuçlar elde edilirse bunun gerçek nedeni örneklemin küçük olmasıdır (Judge vd., 1988). Eğer $P[d > \bar{d}_w | H_0: \rho = 0]$ 'nin hesaplanması mümkün değilse daha önce verilen işlemler izlenerek \bar{d}_w için d_w^{**} gibi bir kritik değer bulmak olanaklıdır. Özellikle, Durbin-Watson d_w istatistiğinin kararsızlık bölgesinde kaldığı ve bu durumda otokorelasyonun varlığı konusunda bir şey söylenmesi durumunda Eşitlik (14) ve (15)'den yararlanılarak fındık ve ceviz için kritik değerler yaklaşık olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. Eşitlik (16) ve (17)'deki notasyonlar kullanılarak fındık için;



Şekil 2. Artıkların Zamana ve Gecikmelerine Göre Saçılım Grafikleri.

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 34.12159 & -0.79617E-3 & -80374E-6 & 0.64548E-5 & -0.6824E-6 \\ -0.79617E-3 & 0.18676E-7 & 0.19302E-10 & -0.16306E & 0.20221E-10 \\ -0.80374E-6 & 0.19302E-10 & 0.15142E-10 & -0.25390E-11 & -0.37599E-11 \\ 0.64548E-5 & -0.16306E-9 & -0.25390E-11 & 0.51071E-11 & -0.10127E-11 \\ -0.6824E-6 & 0.20221E-10 & -0.37599E-11 & -0.10127E-11 & 0.161115E-11 \end{bmatrix}$$

$$(X'A^2X) = \begin{bmatrix} 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 3543186 & 127945E+4 & 600857E+3 & 387499E+4 \\ 0.000000 & 127945E+4 & 842059E+6 & 439337E+6 & 200452E+7 \\ 0.000000 & 600857E+3 & 439337E+6 & 175692E+7 & 175110E+7 \\ 0.000000 & 387499E+4 & 200452E+7 & 175110E+7 & 647358E+7 \end{bmatrix}$$

$$(X'A^2X) = \begin{bmatrix} 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 3543186 & 127945E+4 & 600857E+3 & 387499E+4 \\ 0.000000 & 127945E+4 & 842059E+6 & 439337E+6 & 200452E+7 \\ 0.000000 & 600857E+3 & 439337E+6 & 175692E+7 & 175110E+7 \\ 0.000000 & 387499E+4 & 200452E+7 & 175110E+7 & 647358E+7 \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}[X'AX(X'X)^{-1}] = 4.435022, \quad \text{tr}[X'A^2X(X'X)^{-1}] = 11.38065$$

$$\text{tr}\left\{\left[X'AX(X'X)^{-1}\right]^2\right\} = 9.319799, \quad P = 21.56498, \quad Q = 62.55849$$

hesaplanır. P ve Q değerlerinden yararlanılarak $E(d)=2.3961$ ve $V(d)=0.2199$ bulunur. Bundan sonraki aşama, Eşitlik (14)'den a ve b değerlerinin hesaplanması aşamasıdır. $E(d_w)$ ve $V(d_w)$ değerleri, bunun için hazırlanmış tablolardan sırasıyla 2.729 ve 0.16497 olarak bulunur(Judge vd., 1988). Bunlar Eşitlik (14)'de yerine konularak,

$$b = \sqrt{\frac{0.2199}{0.16497}} = 1.155$$

$a=2.3961-(1.155(2.729))=-0.755$ hesaplanır. Bu değerler yaklaşık kritik değerin bulunmasında kullanılır. Kritik değer;

$$d_w^{**} = a + b(4 - d_1^*)$$

$$d_w^{**} = -0.755 + 1.155(4 - 0.632) = 3.134$$

olarak bulunur. Bulunan bu kritik değer ile Durbin-Watson test değerini karşılaştırdığımızda, $\bar{d}_w = 3.168 > d_w^{**} = 3.134$ olduğundan negatif otokorelasyon yoktur, yokluk hipotezi red edilir ve Durbin-Watson test değerinin kararsızlık bölgesinde kalmasına rağmen otokorelasyonun önemli olduğuna karar verilir. Ceviz için d_w^{**} değeri 2.9196 bulunmuştur. Bu değer ceviz için bulunan Durbin-Watson istatistiği 2.74'den büyük olduğundan negatif otokorelasyonun önemli olmadığı sonucuna varılır. Fındık ve ceviz talep denklemleri için $H_0: \rho = 0$ yokluk hipotezine karşı $H_1: \rho < 0$ alternatif hipotezinin test sonuçları Çizelge 3'de kısaca özetlenmiştir. Otokorelasyonun varlığı konusunda elde edilen bu farklı test sonuçlarının temel kaynağı örneklem küçüklüğünden kaynaklandığı belirtilmektedir(Judge and at all, 1988).

5. SONUÇ

Otokorelasyonun ortaya çıkartılmasında grafik yöntemi ve artıkların regresyon analizi yeterli olurken otokorelasyonun önemli olup olmadığı konusunda her hangi bir test işlemi yapılamamaktadır. Bunun için diğer test işlemlerine başvurulması gerekmektedir. Çizelge 3'den ceviz talep denklemleri için, Durbin-Watson istatistiği, d_w , kararsızlık bölgesinde bulunmasına rağmen yapılan diğer test işlemlerinde negatif otokore-

Çizelge 3. Fındık ve Ceviz Talep Denklemleri İçin Test Sonuçları.

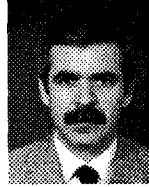
	Fındık	Ceviz
Ki-kare testi	H_0 Kabul	H_0 Kabul
Asimtotik test	H_0 Red	H_0 Kabul
Run testi	H_0 Kabul	H_0 Kabul
Durbin-Watson (d_w)	Yeterli delil yok	Yeterli delil yok
$P(d > d_w)$	H_0 Red	H_0 Kabul
Kritik değer	H_0 Red	H_0 Kabul

lasyonun önemli olmadığına karar verilir. Ancak, fındık talep denklemi için kararsızlık bölgesinde bulunan Durbin-Watson istatistiği, d_w , Ki-kare, asimtotik ve run testine göre negatif otokorelasyon önemsiz bulunurken SHAZAM ekonometrik paket programından Durbin-Watson d_w istatistiği için d_w 'nin sayısal olarak hesaplanan olasılık dağılımı ve kesin Durbin-Watson testi için hesaplanan kritik değere göre negatif otokorelasyonun bulunduğu görülmektedir. Bu sonuçlardan, negatif otokorelasyon için kritik değer ve d_w 'nin olasılık değerini bulma yaklaşımı diğer test işlemlerine göre daha iyi sonuç verdiği ve özellikle Durbin-Watson d_w değerinin kararsızlık bölgesinde bulunması durumunda kullanılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Durbin, J. ve Watson, G.S. (1950). Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. I., *Biometrika*, 37, 409-28.
- Durbin, J. ve Watson, G.S. (1951). Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. II., *Biometrika*, 38, 159-178.
- Durbin, J. ve Watson, G.S. (1971). Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. III., *Biometrika*, 58, 1-19.
- Gujarati, D. (1988). *Basic Econometrics*, Mc Graw Hill, ISE, Singapore.
- İşyar, Y. (1994). *Ekonometrik Modeller*, Uludağ Üniversitesi Güçlendirme Vakfı, Yayın No: 92, Uludağ Üniversitesi Basımevi.
- Judge, G.J., Griffiths, W.E., Hill, R.C., Lütkepohl, H. ve Lee, T. (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, New York, John Wiley and Sons, Second Edition.
- Nemlioğlu, A.K. (1990). *Görünürde İlişkisiz Regresyon Denklemleri Modeli ve Uygulaması*, Yayınlanmamış doktora tezi, İstanbul Üni. Sosyal Bilimler Ens. İstanbul.
- Uysal, M. ve Günay, S. (1999). Durbin-Watson İstatistiğinin Kararsızlık Bölgesinde Bulunması Durumunda Birinci Dereceden Otokorelasyonlar için Testler, 1. İstatistik Kongresi, 5-9 Mayıs 1999, Belek, Antalya.
- White, K.J. (1978). A General Computer Program for Econometric Methods, SHAZAM, *Econometrica*, 46, 239-240.
- White, K.J., Haun, S. ve Horsman N. G. (1987). SHAZAM, *The Econometrics Computer Program, Version 6.1: User's Reference Manual*. Vancouver: University of British Columbia.

White, K.J. (1993). SHAZAM, The Econometrics Computer Program.; *User's Reference Manual Version 7.0*. McGraw Hill, New-York.



Mehmet Uysal, Antalya –Korkute- li'nde 1961 yılında doğdu. Lisans eğitimi Haceteppe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümünde 1986 yılında tamamladı. Aynı yıl Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Bilim Uzmanlığını 1989, doktora derecesini 1997 yılında Haceteppe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümünde aldı Yardımcı Doçentliğe 1998 yılında atandı. M Uysal halen Haceteppe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalında çalışmalarına devam etmektedir. Çalışmalarına Çok Değişkenli İstatistik ve Ekonometri konularında devam eden M. Uysal evli olup iki çocuğu vardır.



Süleyman Günay, Düzce'de 1949 yılında doğdu. Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümünde 1968 yılında Lisans eğitimi tamamladı. Haceteppe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümünde 1972 yılında Doktora derecesini aldı ve 1978 yılında da aynı bölümde Doçent oldu. 1988 yılında Profesör olan S. Günay halen Haceteppe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümünde çalışmalarına devam etmektedir. Evli ve iki çocuğu olan S. Günay, Bölüm Başkanlığı, Anabilim Dalı Başkanlığı ve Dekan Yardımcılığı gibi idari görevlerde bulunmuştur. Ulusal ve Uluslararası dergilerde birçok çalışması bulunmaktadır.