

**ELEKTROMEKANİK SİSTEMLER İÇİN YENİ  
ALTOPTİMAL DENETİM YÖNTEMLERİ**

Sinem KAHVECİOĞLU  
Doktora Tezi

Sivil Havacılık Anabilim Dalı  
Temmuz - 2010

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

**Sinem KAHVECİOĞLU'nun "Elektromekanik Sistemler için Yeni Alt Optimal Denetim Yöntemleri" başlıklı Sivil Havacılık Anabilim Dalındaki, Doktora Tezi 14/07/2010 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.**

	<b>Adı- Soyadı</b>	<b>İmza</b>
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof.Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU	.....
Üye	: Doç.Dr. Osman PARLAKTUNA	.....
Üye	: Yrd.Doç.Dr. Ahmet YAZICI	.....
Üye	: Yrd.Doç.Dr. Yasemin IŞIK	.....
Üye	: Öğr. Gör. Dr. Hakan Korul	.....

**Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun**  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

**Enstitü Müdürü**

**ÖZET****Doktora Tezi****ELEKTROMEKANİK SİSTEMLER İÇİN YENİ  
ALTOPTİMAL DENETİM YÖNTEMLERİ****Sinem KAHVECİOĞLU****Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Sivil Havacılık Anabilim Dalı****Danışman: Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU****2010, 112 sayfa**

Günümüz teknolojisindeki gelişmelerin bir sonucu olarak, mekanik sistemlerden elektronik sistemlere geçiş aşamasında bu iki yapıyı beraber kullanan elektromekanik sistemlerin her alandaki kullanımı ve önemi giderek artmaktadır. Dolayısıyla bu sistemlerin istenilen işlemleri uygun, doğru ve verimli bir şekilde yapmasını sağlayacak denetim sistemleri uygulamalarının da önemi her geçen gün artmaktadır. Günümüzün sistemleri karmaşık, birbirleri ile etkileşimli çalışan, doğrusal olmayan modellere sahip, çok değişkenli ve özellikle de fiziksel kısıtlamalara maruz kalan yapılara sahiptirler. Bu sebeple, tasarımcılar denetim algoritmalarını geliştirmek, yöntemleri uygulamak ve denemek için bu sistemlere benzer ancak daha az karmaşık yapılara sahip sistemleri kullanmaktadırlar. Ters sarkaç sistemi de, dinamik olarak denge durumu kolay bozulabilen ve doğrusal olmayan modellere sahip elektromekanik sistemlerin denetleyici tasarımlarda bu amaçla kullanılacak sistemlerden biridir.

Bu çalışmada, araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi için tanımlanan denetim probleminin çözümü için, optimizasyona dayalı ileri bir denetim yöntemi olan Model Öngörümlü Denetim (Model Predictive Control, MPC) yöntemi uygulanmaktadır. MPC, bir sistemin/sürecin modelini ve sistemin maruz kaldığı fiziksel kısıtlamaları tasarım aşamasında doğrudan kullanarak, sistemin/sürecin gelecekteki davranışını tahmin etme ve bunu en iyileme prensibine göre çalışmaktadır. Yapılan uygulama ve benzetimler ile ileride daha karmaşık sistemler için de kullanılabilen üzere uyarlanabilecek bir optimizasyon problemi ve yaklaşım oluşturulmaya çalışılmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Model Öngörümlü Denetim, Ters Sarkaç Yukarı Kaldırma Problemi, Ters Sarkaç Kararlılık Problemi, Ters Sarkacın Enerjisi

**ABSTRACT****PhD Dissertation****NEW SUB-OPTIMAL CONTROL METHODS FOR  
ELECTROMECHANICAL SYSTEMS****Sinem KAHVECİOĞLU****Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Civil Aviation Program****Supervisor: Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU  
2010, 112 pages**

As a result of the developments of modern-day technology, the usage and the importance of the electromechanical systems that uses both mechanical and electronic systems together are gradually increasing in every field. Nowadays systems have complex, multivariable and interactively working structures that they are also subjected to constraints and have nonlinear system models generally. For this reason, designers use systems that are similar to these systems but have much more simple structures to develop and try the control algorithms and apply the control methods. Inverted pendulum is one these simple systems that can be used in the design of the control systems that their equilibrium condition can be destroyed dynamically so readily and have nonlinear dynamics.

In this work, Model Predictive Control (MPC) Method, which is an advanced control method based on an optimization, is applied to a control problem that is defined for a cart-pendulum system. MPC strategy depends on optimizing a particular performance criterion to predict the future behaviour of the system by using the system's model and the constraints subjected to the system directly in the controller design process. The aim of this work is, by the applications and simulations done, to constitute a design approach and an optimization problem structure which can be adapted for much more complex systems than simple inverted pendulum system.

**Keywords:** Model Predictive Control, Inverted Pendulum Swing-up Problem, Inverted Pendulum Stabilization Problem, Energy of the Pendulum

## TEŞEKKÜR

Çalıőmam süresince beni destekleyen, bilgi ve deneyimleri ile beni yönlendiren hocalarım başta tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU olmak üzere, Sayın Yard. Doç. Dr. Ahmet YAZICI'ya ve Sayın Öğr. Gör. Dr. Hakan KORUL'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Yoğun çalışma temposu içerisinde bulunduğum zaman süresince beni anlayışla karşılayarak her zaman destekleyen sevgili aileme ve dostlarıma sonsuz teşekkür ederim.

Sinem KAHVECİOĞLU

Eskişehir, 2010

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	<b>x</b>
<b>SİMGELER DİZİNİ</b> .....	<b>xi</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. LİTERATÜRDEKİ ÇALIŞMALAR</b> .....	<b>5</b>
2.1. Model Öngörümlü Denetim ile İlgili Çalışmalar .....	5
2.2. Ters Sarkaç Problemi ile İlgili Çalışmalar .....	10
2.3. Ters Sarkaç Denetim Problemine MPC Yönteminin Uygulanması ile İlgili Çalışmalar .....	14
<b>3. MODEL ÖNGÖRÜMLÜ DENETİM</b> .....	<b>16</b>
3.1. MPC Yönteminin Avantajları ve Dezavantajları .....	19
3.2. MPC Yönteminde Kullanılan Modeller .....	22
3.2.1. Deneysel/Gözleme dayalı modeller .....	23
3.2.2. Birincil ilke modelleri .....	23
3.3. Kesikleştirme Yöntemleri – Euler ve Trapezoidal Metotları .....	24
3.3.1. Euler metodu .....	24
3.3.2. Trapezoidal metodu .....	24
3.4. MPC Yönteminde Kullanılan Optimizasyon Probleminin Formülasyonu .....	25
3.5. MPC Yönteminde Kullanılan Kısıt İfadeleri .....	26
3.5.1. Zorunlu kısıtlar .....	26

3.5.2. Esnek kısıtlar .....	27
3.6. MPC Yönteminin Uygulanması Aşamasında Teoride	
Karşılaşılan Problemler .....	29
3.6.1. Uygun çözüm bulabilme problemi .....	30
3.6.2. Kapalı döngü kararlılığın sağlanması problemi .....	30
<b>4. TERS SARKAÇ DİNAMİĞİ</b>	<b>32</b>
<b>5. MODEL ÖNGÖRÜMLÜ DENETİMİN TERS SARKAÇ</b>	
<b>    PROBLEMİNE UYGULANMASI</b>	<b>43</b>
5.1. Ters Sarkaç Yukarı Kaldırma Problemi .....	43
5.2. Ters Sarkaç Kararlılık Problemi .....	45
5.2.1. Kayma kipli denetim ve kararlı kayma yüzeyinin	
bulunması .....	45
5.2.2. Doğrusal olmayan ters sarkaç modelinin yukarı denge	
noktası etrafında doğrusallaştırılması .....	47
5.3. GAMS Programı .....	48
<b>6. UYGULAMALAR VE BENZETİMLER</b>	<b>51</b>
6.1. Uygulama 1 .....	51
6.1.1. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	51
6.1.2. Benzetimler .....	52
6.2. Uygulama 2 .....	57
6.2.1. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	57
6.2.2. Benzetimler .....	58
6.3. Uygulama 3 .....	61
6.3.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu .....	62
6.3.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	67
6.3.3. Benzetimler .....	68
6.4. Uygulama 4 .....	70
6.4.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu .....	71
6.4.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	73

6.4.3. Benzetimler .....	74
6.5. Uygulama 5 .....	77
6.5.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu .....	77
6.5.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	79
6.5.3. Benzetimler .....	80
6.6. Uygulama 6 .....	85
6.6.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu .....	85
6.6.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu .....	86
6.6.3. Benzetimler .....	87
<b>7. SONUÇLAR</b>	<b>93</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>95</b>
<b>Ek Uygulamalar İçin Yapılan Diğer Deneyler ve Kullanılan</b>	
<b>Benzetim Şartları .....</b>	<b>99</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

2.1.	Doğrusal MPC algoritmalarının gelişimi .....	9
3.1.	Model öngörümlü denetim algoritmasının akış şeması .....	17
3.2.	Model öngörümlü denetim stratejisi .....	18
3.3.	MPC yönteminde kullanılan kısıt yapıları .....	28
3.4.	Bölge ve huni kısıtları .....	29
4.1.	Ters sarkaç sistemi .....	32
4.2.	Ters sarkaç sisteminin denge noktaları .....	33
4.3.	Dönersel hareket eden sarkaç kütesine etki eden kuvvetler .....	35
4.4.	Sistem durumları $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$ değerlerinde olduğunda sisteme negatif yönde birim basamak girişi uygulanması .....	39
4.5.	Sistem durumları $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, -0.05rad, 0)$ iken sarkacın serbest bırakılması yani sisteme uygulanan girişin sıfır olması .....	40
4.6.	Sistem durumları $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, \pi rad, 0)$ değerlerinde olduğunda sisteme pozitif yönde birim basamak girişi uygulanması .....	41
4.7.	Sistem durumları $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 7\pi / 6 rad, 0)$ iken sarkacın serbest bırakılması yani sisteme uygulanan girişin sıfır olması .....	42
5.1.	GAMS sistemi .....	49
6.1.	Uygulama 1 – Deney 1, bir adım öngörüm için grafikler .....	53
6.2.	Uygulama 1 – Deney 1, üç adım öngörüm için grafikler .....	54
6.3.	Uygulama 1 – Deney 2, bir adım öngörüm için grafikler .....	54
6.4.	Uygulama 1 – Deney 2, üç adım öngörüm için grafikler .....	55
6.5.	Uygulama 1 – Deney 3, üç adım öngörüm için grafikler .....	55
6.6.	Uygulama 1 – Deney 4, üç adım öngörüm için grafikler .....	56
6.7.	Uygulama 1 – Deney 5, üç adım öngörüm için grafikler .....	56
6.8.	Uygulama 2 – Deney 1, üç adım öngörüm için grafikler .....	59
6.9.	Uygulama 2 – Deney 1, on adım öngörüm için grafikler .....	59
6.10.	Uygulama 2 – Deney 1, yirmi beş adım öngörüm için grafikler .....	60
6.11.	Uygulama 2 – Deney 1, elli adım öngörüm için grafikler .....	60
6.12.	Uygulama 2 – Deney 2, elli adım öngörüm için grafikler .....	61
6.13.	Açı bölgeleri .....	64

6.14.	Denetim eylemleri – A .....	65
6.15.	Uygulama 3 – Deney 1, üç adım öngörüm için grafikler .....	69
6.16.	Uygulama 3 – Deney 1, beş adım öngörüm için grafikler .....	69
6.17.	Uygulama 3 – Deney 1, sekiz adım öngörüm için grafikler .....	70
6.18.	Kinetik enerji kısıtı .....	73
6.19.	Uygulama 4 – Deney 1, on beş adım öngörüm için grafikler .....	75
6.20.	Uygulama 4 – Deney 1, yirmi adım öngörüm için grafikler .....	75
6.21.	Uygulama 4 – Deney 1, kırk adım öngörüm için grafikler .....	76
6.22.	Uygulama 4 – Deney 1, kırk beş adım öngörüm için grafikler .....	76
6.23.	Uygulama 5 – Deney 1, üç adım öngörüm için grafikler .....	81
6.24.	Uygulama 5 – Deney 1, yirmi beş adım öngörüm için grafikler .....	82
6.25.	Uygulama 5 – Deney 2, üç adım öngörüm için grafikler .....	83
6.26.	Uygulama 5 – Deney 2, yirmi beş adım öngörüm için grafikler .....	84
6.27.	Uygulama 6 – Deney 1, elli adım öngörüm için grafikler .....	89
6.28.	Uygulama 6 – Deney 2, elli adım öngörüm için grafikler .....	89
6.29.	Uygulama 6 – Deney 3, elli adım öngörüm için grafikler .....	90
6.30.	Uygulama 6 – Deney 4, elli adım öngörüm için grafikler .....	90
6.31.	Uygulama 6 – Deney 5, elli adım öngörüm için grafikler .....	91
6.32.	Yukarı çıkma sürelerinin öngörüm ufku uzunluğuna göre değişimi .....	92
6.33.	Hesaplama sürelerinin öngörüm ufku uzunluğuna göre değişimi .....	92

**ÇİZELGELER DİZİNİ**

2.1.	Ticari doğrusal MPC ürünleri açıklamaları ve üretici firmalar .....	8
4.1.	Sarkaç parametrelerinin, ters sarkaç modelinin testi için kullanılan nümerik değerleri .....	38
6.1.	Uygulama 1 için deney şartları .....	53
6.2.	Uygulama 2 için deney şartları .....	58
6.3.	Denetim eylemleri – A .....	66
6.4.	Uygulama 3 için deney şartları .....	68
6.5.	Uygulama 4 için deney şartları .....	74
6.6.	Uygulama 5 için deney şartları .....	80
6.7.	Uygulama 6 için deney şartları .....	88
6.8.	Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları .....	99
6.9.	Uygulama 2 için yapılan benzetimler ve şartları .....	104
6.10.	Uygulama 5 için yapılan benzetimler ve şartları .....	107
6.11.	Uygulama 6 için yapılan benzetimler ve şartları .....	109

## KISALTMALAR DİZİNİ

APC	: Adaptive Predictive Control
DMC	: Dynamic Matrix Control
EHAC	: Extended Horizon Adaptive Control
Enb	: En büyükleme
Enk	: En küçükleme
EPSAC	: Extended Prediction Self – Adaptive Control
GAMS	: General Algebraic Modelling System
k.a.	: Koşulları altında
LQR	: Linear Quadratic Regulator
MAC	: Model Algorithmic Control
MPC	: Model Predictive Control Model Öngörümlü Denetim
MPHC	: Model Predictive Heuristic Control
NMPC	: Nonlinear Model Predictive Control Doğrusal Olmayan Model Öngörümlü Denetim
PFC	: Predictive Functional Control
QDMC	: Quadratic Dynamic Matrix Control
SDRE	: State Dependent Riccati Equation Durumlara Bağlı Riccati Eşitliği
SIRM	: Single Input Rule Module Tek Girdi Kural Modülü
SOLO	: Sequential Open Loop Optimization
UPC	: Unified Predictive Control

## SİMGELER DİZİNİ

$b$	: Araba ve yer arasındaki sürtünme katsayısı (kg/s)
$E$	: Sarkacın toplam enerjisi (joule)
$E_{\theta}$	: Lyapunov fonksiyonunda yer alan ve sarkacın enerjisi ile ilgili fonksiyon
$E_x$	: Lyapunov fonksiyonunda yer alan ve arabanın pozisyonu ile arabanın hızı terimlerini içeren fonksiyon
$f$	: Amaç fonksiyonu
$F_{eq}$	: Eşdeğer geri besleme matrisi
$g$	: Yerçekimi ivmesi ( $m/s^2$ )
$g_i$	: Kararlı kayma yüzeyi parametreleri
$G$	: Kararlı kayma yüzeyi parametreleri vektörü
$J$	: Sarkacın eylemsizlik momenti ( $kgm^2$ )
$k$	: Örnekleme anı
$K_E$	: Sarkacın kinetik enerjisi (joule)
$l$	: Sarkacın uzunluğu (m)
$m$	: Sarkacın kütlesi (kg)
$M$	: Arabanın kütlesi (kg)
$N$	: Öngörüm ufku uzunluğu
$P_E$	: Sarkacın potansiyel enerjisi (joule)
$s$	: Kayma yüzeyi fonksiyonu
$T$	: Örnekleme zamanı (s)
$T_{st}$	: Ters sarkaç kararlılık problemi için örnekleme zamanı (s)
$T_{sw}$	: Ters sarkaç yukarı kaldırma problemi için örnekleme zamanı (s)
$u$	: Arabaya uygulanan kuvvet şeklindeki denetim girdisi (N)
$U$	: Optimizasyon probleminde denetim girdisinin (genellikle) alt ve üst sınırlarını belirleyen küme
$u_{eq}$	: Eşdeğer denetim girdisi (N)
$V$	: Lyapunov fonksiyonu
$\hat{V}$	: Lyapunov fonksiyonunun yaklaşık eşit fonksiyonu

$x$	: Arabanın pozisyonu (m)
$X$	: Durum değişkenleri vektörü
$\mathfrak{X}$	: Optimizasyon probleminde değişkenlerin (genellikle) alt ve üst sınırlarını belirleyen küme
$\bar{x}$	: Optimizasyon probleminin optimal çözümü
$y$	: Çıkış değişkenleri vektörü
$\varepsilon$	: Düzgünleştirme (smoothing) parametresi
$\lambda$	: Aylak değişkenler için ceza parametresi
$\mu$	: $E_X$ fonksiyonu için ağırlık parametresi
$\theta$	: Sarkacın açısı (rad)
$\Delta E$	: Birbirini takip eden iki örnekleme anı arasındaki sarkacın enerji değişimi

## 1. GİRİŞ

Günümüz teknolojisindeki, özellikle de elektronik ve bilgisayar alanlarındaki gelişmelerin bir sonucu olarak, mekanik sistemlerden elektronik sistemlere geçiş aşamasında bu iki yapıyı beraber kullanan elektromekanik sistemlerin, başta sanayideki otomasyon sistemleri olmak üzere, her alandaki yeri ve önemi giderek artmaktadır. Bir elektromekanik sistem, içerisinde hem elektriksel, hem mekanik, hem de elektriksel ve mekanik sistemlerin birbiriyle etkileşimli çalıştığı yapılardan oluşmaktadır. Bu tip sistemler günümüzde robotlar, CNC tezgâhları, valfler, ısı sistemleri, otomotiv sektöründeki sistemler, tıbbi aletler, uçaklar, füze sistemleri, ölçme elemanları, vb. hassas ölçüm ve kumanda gerektiren sistemlerde kullanılmaktadırlar. Dolayısıyla bu sistemlerin istenilen işlemleri uygun, doğru ve verimli bir şekilde yapmasını sağlayacak denetim sistemleri uygulamalarının da önemi her geçen gün artmaktadır.

Denetim sistemleri uygulamalarında, denetlenecek sistemlerin modellerinin doğru ve yeterli bir şekilde oluşturulması sistem denetiminin doğru ve uygun bir şekilde yapılabilmesi açısından oldukça önemlidir. Sistem modellerinin doğrusal yapıya ve tek girdi - tek çıktıya sahip olduğu durumlarda, denetleyici tasarımı yapmak nispeten daha kolaydır. Ancak, günümüzün karmaşık ve birbirleri ile etkileşimli çalışan sistemleri düşünüldüğünde, sistem modellerinin çoğunlukla doğrusal olmayan ve çok değişkenli yapılara sahip oldukları görülmektedir. Bu nedenle tasarımcılar, denetim algoritmalarını geliştirmek, yöntemleri uygulamak ve denemek için bu sistemlere benzer ancak daha basit yapılara sahip sistemleri kullanmaktadırlar.

Sanayide yer alan birçok denetim uygulaması, kısıtlara maruz kalan yapılara sahiptir. Kısıtlar, sistem elemanlarının fiziksel yapıları, güvenlik, kalite, konfor, maliyet, vb. nedenlerle giriş (denetim) sinyalleri ve/veya çıkış sinyalleri üzerinde olabilmektedirler. Örneğin, bir ısıtma sisteminin verebileceği maksimum ısı miktarının belirli olması, bir kimyasal süreçte basıncın ve sıcaklığın belirli değerlerde tutulma gerekliliği, sualtı araçlarında ve uçaklarda istenen hareketin sağlanabilmesi için kullanılacak olan kumanda yüzeylerinin alabileceği açıların sınırlı olması, vb. durumlarda kısıtlar önem kazanmaktadır. Kısıtların dikkate

alınması, sistemin daha verimli bir şekilde çalışmasını sağlar. Klasik denetim metotlarında denetleyiciler, istenen tasarım belirtilmesini sağlayan ancak sistemle ilgili kısıtları dikkate almayan bir şekilde tasarlanmaktadır. Optimizasyona dayalı ileri denetim yöntemlerinde ise, belirlenen bir amaç fonksiyonunu en iyi (en küçük ya da en büyük) yapan ve kısıtların tasarım aşamasına doğrudan dahil edilebilmesine imkan veren bir denetleyici tasarımı yapılmaktadır. Optimizasyona dayalı ileri denetim yöntemlerinden biri de model öngörümü denetimdir. Model öngörümü denetim (Model Predictive Control, MPC), bir sistemin/sürecin modelini de kullanarak, sistemin/sürecin gelecekteki davranışını tahmin etme ve bunu en iyileme prensibine göre çalışmaktadır. Model öngörümü denetim yönteminde kullanılacak olan optimizasyon problemi, bir amaç fonksiyonunun yanı sıra verilen eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıtlarına sahip doğrusal olmayan programlama problemi şeklinde oluşturulabilir.

Optimizasyon problemlerinde değişken sayısı arttıkça ya da amaç fonksiyonunu ve/veya kısıtları oluşturan ifadeler karmaşık bir yapı aldıkça, bu tür problemlerin elde çözümleri ya da şekilsel çözümleri işlevliliğini kaybetmektedir. Pratikte karşılaşılan problemlerin çoğunluğunun doğrusal olmayan, çok değişkenli ve karmaşık modeller ile ifade edildiği düşünülürse bu tür problemlerin çözümünde, gerekli hesaplamaların yapılmasında ve sonuçların denetim sistemlerine aktarılmasında nitelikli bilgisayar yazılımlarına ve hızlı donanım yapılarına ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Dinamik olarak denge durumu kolay bozulabilen ve doğrusal olmayan modellere sahip elektromekanik sistemlerin denetleyici tasarımlarında denetim algoritmalarını geliştirmek, denetim yöntemlerini uygulamak ve denemek için tipik olarak kullanılmakta olan sistemlerden biri de ters sarkaçtır. Büyük vinçler, gökdelenlerde ve köprülerde deprem salınımlarını ve şiddetli rüzgâr etkilerini emen sistemler, Segway PT, robot kolları, vb. günlük hayatımızda yer alan pek çok sistem aslında, temelde, ters sarkaç benzeri dinamiklere sahiptir. Farklı yapılarıdaki ters sarkaç sistemleri için farklı denetim problemleri tanımlanarak klasik denetim metotlarından daha ileri denetim metotlarına kadar farklı yöntemler, bu mekanizma üzerinde denenebilmektedir.



Bu çalışmada, araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi için tanımlanan denetim problemine, ileri bir denetim metodu olan model öngörümlü denetim yöntemi uygulanmakta ve oluşturulan yaklaşımların işlerliği, istenen denetimi sağlayıp sağlamadığı GAMS (General Algebraic Modeling System) ve MATLAB yazılımları kullanılarak yapılan benzetimlerle incelenmektedir. Yapılan uygulama ve benzetimler ile ileride daha karmaşık sistemler için de kullanılmak üzere uyarlanabilecek bir optimizasyon yaklaşımı oluşturulmaya çalışılmaktadır.

Çalışmada kullanılan ters sarkaç sistemi için ters sarkaç denetim problemi, temel olarak, sarkacı aşağı denge konumundan yukarı denge konumuna getirme ve sonrasında yukarı denge noktası komşuluğunda tutabilme olarak tanımlanmaktadır. Bu çalışmada ilgili ters sarkaç denetim problemi, “yukarı kaldırma problemi” ve “kararlılık problemi” şeklinde iki ayrı denetim problemi olarak ele alınmaktadır. Sisteme öncelikle yukarı kaldırma denetimi uygulanmakta, sonrasında sarkacın belirli bir açı değerine gelmesini takiben kararlılık denetimine geçiş yapılmaktadır. Her iki problemin çözümü için de, denetleyici tasarımları model öngörümlü denetim yöntemi uygulanarak gerçekleştirilmektedir. Literatürdeki ve ticari alandaki pek çok çalışmadan farklı olarak, MPC yönteminin uygulanması aşamasında doğrusal olmayan sistem modelinden faydalanılmaktadır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, model öngörümlü denetim yöntemi ve ters sarkaç denetim problemi ile ilgili olarak yapılmış belli başlı çalışmalar incelenmiştir. Model öngörümlü denetim alanında incelenen çalışmalar, yöntemin tarihsel gelişimini ortaya koyan, yöntemin temel prensibini açıklayıcı, pratikte ve teoride karşılaşılan problemleri ortaya koyan, ticari uygulamalar hakkında araştırmalar sunan çalışmaları içermektedir. Ters sarkaç denetim problemi ile ilgili incelenen çalışmalar ise, hem sarkacın yukarı kaldırılması, hem de kararlılık problemlerinin çözümü için yapılan araştırmaları içermektedir. İkinci bölüm kapsamında aynı zamanda, MPC yönteminin ters sarkaç problemine uygulanması ile ilgili son yıllarda yapılan çalışmalar da incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, model öngörümlü denetim yönteminin temel stratejisi ortaya konmaktadır. Bu bölüm kapsamında, yöntemin avantajlarının ve

dezavantajlarının yanı sıra, MPC algoritmasının uygulanması aşamasında kullanılabilecek sistem modelleri, optimizasyon probleminin formülasyonu, kısıt ifadeleri ile teoride karşılaşılabilecek problemler ve bu problemler için çözüm önerileri sunulmaktadır.

Dördüncü bölümde, çalışma kapsamındaki uygulamalarda ve benzetimlerde kullanılan ters sarkaç sisteminin modeli sunulmaktadır. Bu çalışmada araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi kullanılmaktadır. Sarkaç sisteminin matematiksel modelinin elde edilmesini takiben uygun değişken atamaları yapılarak sürekli zamanda tanımlı, birinci mertebeden diferansiyel denklemlerle ifade edilen durum uzayı gösterimi elde edilmektedir.

Beşinci bölümde, MPC yönteminin ters sarkaç denetim problemine uygulanması aşamasında kullanılacak olan yaklaşımlar sunulmuştur. Yukarı kaldırma probleminin çözümü için, uygulamalarda yer alan ilgili optimizasyon problemlerinin oluşturulmasında “sarkacın enerjisinin kontrolü” yaklaşımı kullanılmaktadır. Kararlılık probleminde ise, ilgili optimizasyon problemlerinin oluşturulması aşamasında kayma kipli denetim araçlarından faydalanılmaktadır. Bu bölümde ayrıca, benzetimlerde optimizasyon probleminin çözümünün bulunması için kullanılan GAMS yazılımı ile ilgili kısa bir bilgi verilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan ters sarkaç denetim problemine, MPC yönteminin uygulanması ile ilgili benzetimler altıncı bölümde yer almaktadır. Bu bölümde altı adet uygulama sunulmaktadır. Öncelikle ters sarkaç kararlılık probleminin çözümü için MPC uygulamaları verilmektedir. Sonrasında ise hem yukarı kaldırma problemi, hem de kararlılık problemi için çözüm içeren uygulamalar sunulmaktadır. İlgili uygulamalarda optimizasyon problemlerinde kullanılan amaç fonksiyonları ifadelerinde, kısıt ifadelerinde ve tasarım parametreleri değerlerinde farklılıklar bulunmaktadır.

Çalışmanın son bölümünde ise benzetimler ile elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

## 2. LİTERATÜRDEKİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, model öngörümlü denetim, yukarı kaldırma ve kararlılık denetimlerini içeren ters sarkaç denetim probleminin çözümü ve MPC yönteminin ters sarkaç denetim problemine uygulanması ile ilgili çalışmalar incelenmiştir.

### 2.1. Model Öngörümlü Denetim ile İlgili Çalışmalar

Her ne kadar model öngörümlü denetim yöntemi otuz yılı aşkın süredir sanayide – başta petrokimya sanayi, kimyasal sanayi, rafineriler, enerji santralleri olmak üzere – kısıtlara sahip çok değişkenli denetim problemlerinin çözümünde kullanılmakta olsa da, teorik altyapısı, özellikle de doğrusal olmayan sistemler için, yeni yeni oluşturulmaktadır.

Doğrusal model öngörümlü denetim alanında yapılan çalışmaların geçmişi 70’li yıllara dek dayanmasına rağmen doğrusal olmayan model öngörümlü denetim (Nonlinear Model Predictive Control, NMPC) ile ilgili araştırmaların geçmişi ancak 90’lı yıllara kadar gitmektedir. Yapılan çalışmalar, farklı MPC yöntemlerinin uygulanmasından, teorik altyapıyı geliştirici kapsamlı yayınlara, sanayideki uygulamaları içeren yayınlardan hem akademik çevreler, hem de ticari uygulayıcılar açısından MPC yönteminin temellerini ortaya koyan ve çok fazla matematiksel bilgi içermeyen yayınlara kadar farklı alanlara yayılmış durumdadır.

MPC yönteminin dayandığı ana fikri kullanan, neredeyse aynı zamanlarda ancak farklı isimlerle ortaya konmuş doğrusal model öngörümlü denetim alanındaki ilk çalışmalar şu şekilde sıralanabilir:

- Richalet ve ark. (1978) tarafından 1978 yılında ortaya konan Model Predictive Heuristic Control (MPHC),
- Cutler ve Ramaker tarafından 1980 yılında ortaya konan ve sonrasında 1982 yılında Prett, Ramaker ve Cutler (1982) adına patenti alınan Dynamic Matrix Control (DMC),
- Sanchez (1980) adına 1980 yılında patenti alınan Adaptive Predictive Control (APC),

Görüldüğü üzere bütün çalışmalar neredeyse aynı zamanlarda ortaya konduğu için MPC fikrinin ilk olarak kim tarafından ne zaman ortaya konduğunu tam olarak belirtmek zordur. Belirtilen yöntemlere benzer şekilde geliştirilen yaklaşımları farklı isimler altında çoğaltmak da mümkündür (Maciejowski, 2002):

- EHAC : Extended Horizon Adaptive Control,
- EPSAC : Extended Prediction Self-Adaptive Control ,
- GPC : Generalised Predictive Control,
- MAC : Model Algorithmic Control
- PFC : Predictive Functional Control,
- QDMC : Quadratic Dynamic Matrix Control,
- SOLO : Sequential Open Loop Optimization,
- UPC : Unified Predictive Control.

Bu çalışmalarda ele alınan yöntemler, temelde, fikir olarak her ne kadar aynı olsa da, yöntemlerde kullanılan sistem modellerinin yapısı, optimizasyon problemlerinin oluşturulma şekilleri ve çözüm yöntemleri, kısıtların kullanımı, tipleri ve problemlerin formülasyonlarında yer alış biçimleri açısından farklılıklara sahiptirler. Bu yöntemlerden bazıları günümüzde, sanayide yer alan pek çok farklı uygulama alanında, farklı üreticiler tarafından oluşturulan yazılımlar aracılığı ile kullanılmaktadırlar.

MPC yönteminin dayandığı temel fikri ortaya koyan ve yöntemin işlem basamaklarının anlatıldığı, avantajlarının ve dezavantajlarının belirtildiği özetleyici bir çalışma Roberts (1999) tarafından ortaya konmuştur. Bu çalışmada aynı zamanda, MPC yöntemi ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar ve farklı MPC yaklaşımları ile ilgili yapılan yayınlar çok kısa bir şekilde yıl bazında verilmiştir.

Morari ve Lee (1999) tarafından yapılan çalışma kapsamında öncelikle DMC ve GPC metotları ile ilgili olarak MPC'nin geçmişi başlığı altında, metotların bazı açılardan karşılaştırılmasını da içeren kısa bir bilgi verilmiştir. Sonrasında, MPC yöntemi “Doğrusal Model Öngörümlü Denetim” ve “Doğrusal Olmayan Model Öngörümlü Denetim” şeklinde iki ana başlık altında incelenmiştir. MPC yönteminde, pratikteki uygulamalarda gerçekleşmesi istenen amaçların ne olduğu, teoride karşılaşılan problemlerin neler olduğu ve bu problemlerin çözümlerinin nasıl sağlanabileceği hakkında çok fazla matematiksel

karışıklığa girilmeden bir fikir verme amaçlanmıştır. Çalışmada, teoride ortaya çıkan problemlerin çözümü için önerilen yöntemlerin ve ispatların matematiksel ifadeleri ve sunumları yerine, bunların yer aldığı diğer yayınlara yönlendirmelerde bulunulmuştur. Bununla beraber, bu çalışmada, pratikteki uygulamalarda MPC'nin uygulanabilirliğini ve performansını etkileyenler faktörler, denetim algoritmasının teorik yapısındaki problemlerden ziyade sistemlerin modellerinin oluşturulması, durum kestirimi (state estimation), optimizasyon yöntemlerinin iyileştirilmesi, vb. problemler olarak belirtilmiştir.

Rawlings'in (2000) çalışmasında, MPC yönteminin temel prensibi, doğrusal ve doğrusal olmayan model yapıları, yöntemin uygulanmasında karşılaşılan problemler hakkında genel ve özetleyici bilgiler sunulmaktadır.

Schei ve Johansen'in (2001) çalışmalarında doğrusal ve doğrusal olmayan MPC yöntemleri için daha önceki yapılan çalışmalarla ilgili kısa bir kaynak taraması sunulmakta, sonrasında da yöntemlerde kullanılan model yapıları, optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemler, kısıt eşitliklerinin sağlanması konuları ile ilgili olarak matematiksel açıklamalara girilmeden bilgiler verilmektedir.

Nikolaou (2001) tarafından yapılan çalışma, MPC yöntemi için teorik alandaki gelişmeleri inceleyen, teorik ve pratik alandaki uygulamaların birbiri içine nasıl dahil olduğunu ele alan ve MPC yöntemi ile ilgili ileride yapılacak olan çalışmalar için ilerlenecek yolları öneren kapsamlı bir çalışma olarak dikkat çekmektedir. Çalışma kapsamında, MPC yönteminin çıkış amacı ve tarihi hakkında da kısa bir bilgi sunulmuştur. Çalışmada, MPC yönteminin teorik anlamda incelenmesinde karşılaşılan sorunlar da belirtilmiş ve bu sorunların çözümleri için önerilerde bulunulmuştur. Ayrıca, model seçimleri, kullanılacak kısıtlar, optimizasyon yöntemleri ile ilgili genel bilgiler verilmiş ve ileriki çalışmalar için bir yön gösterme sunulmuştur.

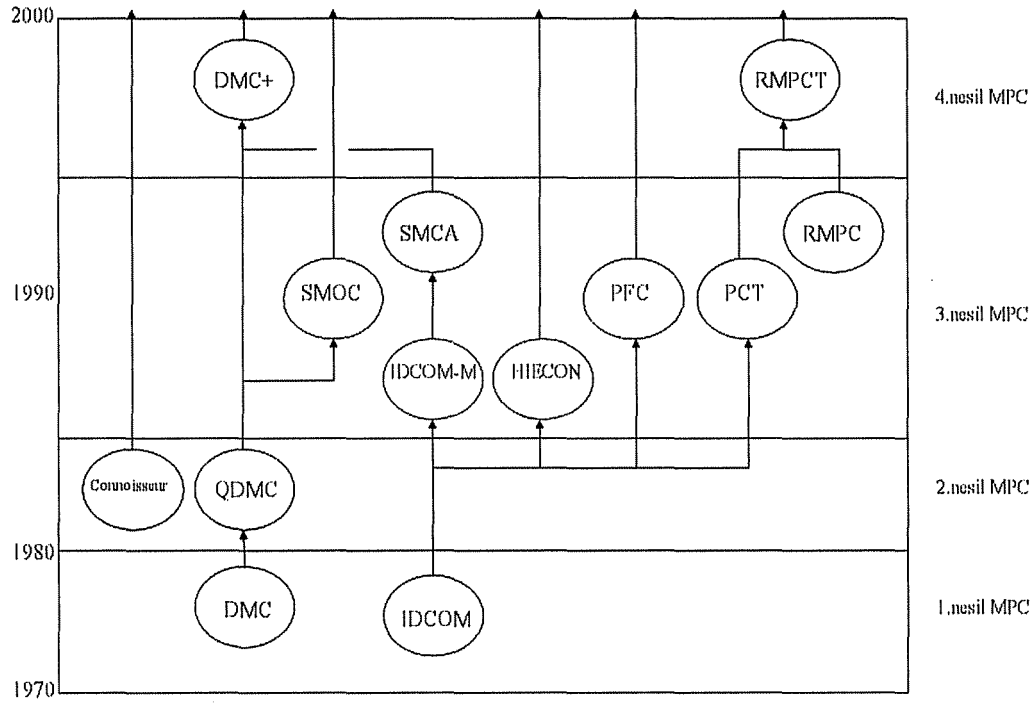
Nikalaou'nun (2001) çalışmasına benzer bir çalışma da Findeisen ve Allgöwer (2002) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, NMPC yönteminin temel prensipleri incelenmiş, avantajları ve dezavantajları ortaya konulmuştur. Aynı zamanda NMPC yöntemi hem teorik açıdan, hem de hesaplanabilirlik ve

uygulanabilirlik açılarından ele alınarak hali hazırda cevap aranan sorular sunulmuştur.

Ticari anlamdaki, sanayideki uygulamalar açısından en kapsamlı çalışmalar 90'lı yılların sonundan itibaren Qin ve Badgwell tarafından ortaya konan çalışmalardır. 1997 yılında Qin ve Badgwell (1997) tarafından yapılan ve sonrasında gelişen ve değişen ticari uygulamalara istinaden güncellenerek 2003 yılında yeniden sunulan (Qin ve Badgwell, 2003) çalışmalar, MPC teknolojisinin ticari anlamdaki uygulamaları, üretici firmalar ve yazılımlar ile ilgili kapsamlı araştırmaları içermektedirler. Bununla birlikte, bu çalışmalar ticari uygulamalarda kullanılan yöntemlerin özelliklerini ve bunların birbirleri ile karşılaştırmasını da ortaya koymaktadırlar. Çalışmalarda yer alan ticari doğrusal MPC yöntemlerinin üretici firmaları ile yöntemlerin açıkları ve tarihsel gelişimleri sırası ile Çizelge 2.1'de ve Şekil 2.1'de sunulmaktadır.

**Çizelge 2.1.** Ticari doğrusal MPC ürünleri, açıklamaları ve üretici firmalar (Qin ve Badgwell, 2003)

Ürün Adı	Açıklamalar	Firma Adı
HIECON	Hierarchical Constraint Control	Adersa
PFC	Predictive Functional Control	Adersa
DMC+	Dynamic Matrix Control	Aspen Tech
QDMC	Quadratic Dynamic Matrix Control	Shell Oil Company
PCT	Predictive Control Technology	Profimatics
RMPCT	Robust Model Predictive Control Technology	Honeywell Hi-Spec
SMOC-II	Shell Multivariable Optimizing Control	Shell Global Solutions
IDCOM	Identification – Command	Adersa
IDCOM-M	Identification – Command (Multivariable)	Setpoint Inc.
SMCA	Setpoint Multivariable Optimizing Controller	Setpoint Inc.
Connoisseur	Control & Identification Package	Invensys



Şekil 2.1. Doğrusal MPC algoritmalarının gelişimi (Qin ve Badgwell, 2003)

2003 yılında ortaya koydukları çalışmalarında Qin ve Badgwell (2003), bilgi aldıkları firmaların rapor ettikleri verilere göre, MPC yönteminin petrokimya sanayi, rafineriler, kimya sanayi, gıda işleme, havacılık - uzay sanayi, otomotiv sanayi, ısıl işlem ve kimyasal işlem fırınları, kağıt üretim makineleri, madencilik, metalürji gibi birbirinden farklı alanlarda, 5000'e yakın uygulaması olduğunu belirtmişlerdir. Bu rakam 1997 yılında yaptıkları çalışmada (Qin ve Badgwell, 1997) verdikleri rakamla kıyaslandığında altı sene içerisinde ticari alandaki MPC uygulamalarının neredeyse iki katına çıktığını göstermektedir.

Qin ve Badgwell (1997; 2003) tarafından yapılan çalışmalara benzer bir çalışma da Sandoz ve ark. (2000) tarafından yapılmıştır. Bu çalışma, sanayideki uygulama alanlarındaki yazılımlarda kullanılan MPC algoritmalarından bazıları ile ilgili bilgi vermektedir. Algoritmaların kullandıkları model yapıları ve kısıtlar hakkında, matematiksel açıklamalara ve ifadelere yer verilmeksizin bilgi verilmiştir. Algoritmaların anlatılmasında bir uygulama alanı olarak Shell firmasında kullanılan ağır yağ damıtma problemi (heavy oil fractionator problem) kullanılmıştır.

Maciejowski (2003) tarafından yapılan çalışmada ise öncelikle PID (Proportional – Integral – Derivative) denetim ile MPC yöntemi arasında kısa bir karşılaştırma sunulmuştur. Bunu takiben de, MPC yönteminin klasik denetim yöntemleri üzerindeki avantajları ortaya konulmuştur. Sonrasında MPC algoritması ile ilgili kısa bir bilgi verilmiş ve özellikle de, kısıtların probleme tasarım aşamasında dahil edilebilmesinin önemi üzerinde durulmuştur. Son olarak da yaşanmış bir uçak kazası üzerinden MPC yönteminin uygulanması durumunda uçağın kontrolünün PID denetime göre daha uzun süre sağlanabileceği, böylelikle daha az can ve mal kaybı ile kazanın sonlanabileceği ortaya konmuştur. Ancak, bu durumu gösterecek benzetimler grafiksel ve matematiksel olarak çalışmada yer almamaktadır.

Prett ve Garcia (1988), Camacho ve Bordons (1999), Kouvaritakis ve Cannon (2001), Maciejowski (2002) ve Rossiter (2003) tarafından yazılan kitaplar da MPC yönteminin tarihi, temelleri, teorisi ve uygulamaları hakkında akademik çevreler ve de ticari uygulayıcılar açısından kapsamlı ve anlaşılır kaynaklardır.

## **2.2. Ters Sarkaç Denetim Problemi ile İlgili Çalışmalar**

Ters sarkaç, dinamik olarak denge durumu kolay bozulabilen ve doğrusal olmayan matematik modele sahip bir sistemdir. Farklı yapılarıdaki ters sarkaç sistemleri üzerinde, klasik denetim metotlarından daha ileri denetim metotlarına kadar farklı yöntemler denenebilmektedir.

Araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi için tanımlanan ters sarkaç denetim problemi, temel olarak, sarkacı aşağı denge konumundan yukarı denge konumuna getirme (yukarı kaldırma problemi) ve yukarı denge noktası komşuluğunda tutabilme (kararlılık problemi) olarak tanımlanmaktadır. İncelenen çalışmalarda ters sarkaç denetim problemi, yukarı kaldırma problemi ve kararlılık problemi olmak üzere iki alt problem halinde ele alınmaktadır. İncelenen çalışmalar, yukarı kaldırma probleminin çözümü açısından ele alındıklarında, sarkacın enerjisinin kontrolünü temel alan ancak uygulamada farklı denetim stratejileri içeren çalışmalardır. Çalışmalar sarkacın kararlılık denetimi açısından ele alındıklarında ise, incelenen çalışmaların



çoğunluğunda, uygulanan yöntemlerde sarkaç modelinin doğrusallaştırılarak kullanıldığı görülmektedir.

Yukarı kaldırma probleminin çözümü için sarkacın enerjisinin kontrolüne dayalı bir yaklaşım ortaya koyan ve sonrasında yıllarda yapılan çalışmalara da yön verici bir çalışma olarak Aström ve Furuta (1996) tarafından yapılan çalışma dikkat çekmektedir. Bu çalışmada sarkaç üzerinde herhangi bir sürtünme etkisi olmadığı ve bağlantı noktasının hızı üzerinde de herhangi bir kısıt olmadığı kabulleri yapılmıştır. Çalışmada denetim stratejisi, *“sarkaç başlangıç konumundayken, herhangi bir yönde sarkacın açılma hızı sıfır olana kadar maksimum ivme uygulanması, sarkacın açılma hızı sıfır olduğunda ise ivmelendirme yönünün ters çevrilmesi”* olarak belirlenmiştir. Sarkacın toplam enerjisinin en hızlı şekilde artması için, denetim girdisinin büyüklüğünün mümkün olduğunca çok olması gerektiği belirtilmiş ve denetim girdisinin büyüklüğü üzerinde herhangi bir kısıt tanımlanmamıştır. Çalışmada, sarkacın monte edildiği araba ve dolayısı ile herhangi bir ray uzunluğu dikkate alınmamaktadır. Pratikte karşılaşılabilecek fiziksel kısıtlamalar dikkate alınmadığı için bu haliyle gerçek sistemlere uygulanması zordur; çünkü gerçek sistemlerde denetim girdisi ve arabanın hareket ettiği ray uzunluğu sınırlıdır. Ancak, enerjinin kontrolü ile ilgili olarak ortaya koyduğu yaklaşım, kısıtlamaların dikkate alındığı çalışmalara da rahatlıkla uygulanabilecek bir yaklaşımdır. Sarkacın yukarı kaldırılmasını takiben herhangi bir kararlılık denetimi ise bu çalışmada incelenmemiştir.

Kwon ve ark. (2001) yaptıkları çalışmada yukarı kaldırma probleminin çözümü için kayma kipli denetimi kullanmışlardır. İlgili kayma yüzeyi, sarkacın enerji eşitliği kullanılarak oluşturulmaktadır. Yukarı kaldırma problemi için çözüm uygulanırken sarkacın yukarı kaldırılabilmesi amacıyla, sarkacın kinetik enerji değeri, arabaya sürtünme kuvvetini de yenecek şekilde bir kuvvet uygulanarak arttırılmaktadır. Bununla beraber enerjisi mümkün olduğunca çabuk değiştirebilmek için denetim girdisinin mümkün olduğunca büyük olması gerektiği belirtilmektedir. Kararlılık probleminin çözümü için ise doğrusallaştırılmış sistem modelinin kullanıldığı optimal kontrol yönteminden faydalanılmıştır.

Chatterjee ve ark. (2002) tarafından yapılan bu çalışma, diğer çalışmalardan farklı olarak, sarkacın bağlı bulunduğu arabanın hareket ettiği rayın uzunluğunu da dikkate alan bir çalışma olarak dikkate değerdir. Bu çalışmada yukarı kaldırma probleminin çözümü için, enerji eşitliği kullanılarak oluşturulan, aynı zamanda arabanın hareket edeceği ray uzunluğu limitlerini ve denetim girdisi limitlerini de göz önüne alan – ve çalışmada “enerji kuyusu (well) eşitlikleri” olarak adlandırılan – ifadeler oluşturulmuştur. Böylelikle, sınırlı ray uzunluğunun bulunduğu durumlarda da iş gören bir tasarım yapılmıştır. Ancak önerilen metotla ilgili en önemli problem uygun enerji kuyusu tanımlamalarının ve tanımlamalarda kullanılan katsayıların gözlem ve sezgi yoluyla bulunmasıdır. Kararlılık probleminin çözümü için doğrusallaştırılmış sistem modelinin kullanıldığı LQR (Linear Quadratic Regulator) yöntemi kullanılmıştır.

Bugeja (2003) tarafından yapılan çalışmada yukarı kaldırma probleminin çözümü için, Aström ve Furuta (1996)’nın çalışmalarından faydalanılarak enerjinin değişimi eşitliği kullanılmıştır. Kararlılık probleminin çözümü için ise doğrusallaştırılmış sistem modelinin kullanıldığı kutup yerleştirme yöntemi kullanılmıştır. Yukarı kaldırma denetiminden kararlılık denetimine geçişte her iki algoritma da ayrı ayrı çalıştırılarak denetim girdileri hesaplanmaktadır. Sonrasında, bulunan bu denetim girdisi değerleri belirli oranlarda ağırlıklandırılarak sisteme uygulanacak denetim girdisi belirlenmektedir.

Muskinja ve Tovornik’in (2000; 2006) çalışmalarında yukarı kaldırma probleminin çözümü için, bulanık mantık yöntemi kullanılmıştır. Bulanık mantık uygulaması aşamasında kurallar, sarkacın hareket düzlemi belirli açı bölgelerine bölünerek her bir bölge için tanımlanmıştır. Kurallar oluşturulurken arabanın ray uzunluğu da dikkate alınmaktadır. Bununla birlikte 2006 yılında yaptıkları çalışmada (Muskinja ve Tovornik, 2006), kendi çalışmaları ile Aström ve Furuta’nın (1996) ve Chatterjee’nin (2002) çalışmaları arasında bir karşılaştırma sunmuşlardır. Kararlılık probleminin çözümü için ise, bu konuda yapılan birçok çalışma ile benzer şekilde, doğrusallaştırılmış sistem modelinin kullanıldığı LQR metodunu kullanmışlardır.

Bulanık mantık kullanılarak yapılan ters sarkaç çalışmalarının bir diğeri de Yi ve ark. (1999) tarafından yapılan çalışmadır. Bu çalışmada, hem yukarı

kaldırma probleminin, hem de kararlılık probleminin çözümü için “tek girdi kural modülleri” (Single Input Rule Modules, SIRMs) adı verilen kurallar oluşturularak bulanık mantık yöntemi kullanılmıştır. Uyguladıkları yöntemde eğer sarkaç yukarı kaldırma denetiminin uygulanacağı bölgede ise bulanık mantık denetleyicisi, sarkaç açısını kontrol edecek yukarı kaldırma denetleyicisi olarak iş görmektedir. Bununla beraber, eğer sarkaç yukarı denge noktasının belli bir komşuluğuna geldi ise bu durumda da bulanık mantık denetleyici, sarkacın açısal hızını ve arabanın pozisyonunu kontrol edecek şekilde kararlılık denetleyicisi olarak iş görmektedir.

Zhai ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada ise, yukarı kaldırma ve kararlılık problemlerinin çözümleri için, lineer optimal regülatör, durumlara bağlı Riccati eşitliği (State Dependent Riccati Equation, SDRE) tabanlı denetleyici ve enerji eşitliklerine bağlı denetleyici olmak üzere üç adet denetleyici tasarımı önerilmiştir. Lineer optimal regülatör, doğrusallaştırılmış sistem modelinde ve küçük sarkaç açılarında kararlılık denetimi için kullanılmaktadır ve Riccati eşitliğinin çözümünü gerektirmektedir. Çalışmada, SDRE tabanlı denetleyici, lineer optimal regülatörün doğrusal olmayan sistem modeli için uygulanması ile gerçekleştirilmektedir. Enerji eşitliklerine bağlı denetleyici tasarımı ise, sarkacın enerji eşitliğini de içeren bir Lyapunov fonksiyonu oluşturmaya ve bu fonksiyonu sıfıra götürecek bir denetim girdisi elde etmeye dayanmaktadır. Bu tip tasarımda zorlayıcı nokta, uygun Lyapunov fonksiyonunun oluşturulabilmesidir. Çalışmada, önerilen denetleyiciler, yukarı kaldırma ve kararlılık problemlerinin çözümünde farklı kombinasyonlarda, birbirleri arasında geçiş yapacak şekilde kullanılmışlardır. Her bir kombinasyonda yöntemler arası geçişler sarkacın farklı açı değerlerinde yapılmaktadır.

Sakurama ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada sarkacın yukarı kaldırılması problemi için, Aström ve Furuta'nın önerdiği sarkacın toplam enerjisini veren eşitliğe arabanın pozisyonunu ve hızını içeren bir ifadenin eklenmesi ile bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanmıştır. Uygun denetim girdilerini yaratacak denetim kuralı, tanımlanan Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevini negatif belirli yapacak şekilde oluşturulmaya çalışılmıştır.

Sarkacın toplam enerji eşitliği kullanılarak oluşturulan bir Lyapunov fonksiyonunun denetim girdilerinin oluşturulmasında kullanıldığı bir diğer

çalışmada Yang ve ark. (2009) tarafından yapılan çalışmadır. Sakurama ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmadan farklı olarak, Lyapunov fonksiyonunun elde edilmesinde sarkacın toplam enerjisini veren eşitliğe sadece arabanın hızını içeren bir ifade ilave edilmektedir. Denetim girdileri, Lyapunov fonksiyonun zamana göre türevi negatif yarı belirli olacak şekilde üretilmektedir. Arabanın pozisyonunun denetimi ise ağırlık parametrelerinin değerleri değiştirilerek sağlanmaktadır.

Siuka ve Shöberl (2009) tarafından yapılan çalışmada da yine Lyapunov fonksiyonu oluşturulmaktadır. Bu çalışmada yer alan Lyapunov fonksiyonu, incelenen benzer çalışmalardan farklı olarak sarkacın toplam enerji ifadesinin, arabanın hızını içeren ifadenin ve arabanın pozisyonunu içeren ifadenin her birinin farklı ağırlık parametreleri ile birleştirilmesinden oluşmaktadır. Bu durum, ayar parametreleri olan ağırlık katsayılarının sayısını diğer benzer çalışmalara göre arttırmaktadır ki bu da ilgili denetim girdilerinin bulunmasını zorlaştırıcı bir etki yaratmaktadır.

### **2.3. Ters Sarkaç Denetim Problemine MPC Yönteminin Uygulanması ile İlgili Çalışmalar**

Djebrani ve Abdessemed (2005) tarafından yapılan çalışmada, araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi için tanımlanan denetim probleminin çözümünde model öngörümlü denetim – GPC yöntemi – kullanılmaktadır. Sistem modeli, kuralların sarkacın açısı ve sarkacın açısal hızı değişkenlerine göre belirlendiği bulanık mantık modeli şeklinde kurulmaktadır. Kuralların belirlenmesinde ve modelin oluşturulmasında “Eğer .....ise, bu durumda ..... uygula” şeklinde söz kalıpları ile oluşturulan ve Takagi-Sukeno Bulanık Sistemi olarak adlandırılan yaklaşım kullanılmaktadır. Yapılan çalışmada, her bir kural için oluşturulan sistem modelleri kullanılarak ilgili kurallar için ayrı ayrı optimizasyon problemleri çözdürülür ve denetim girdileri elde edilir. Sisteme uygulanacak olan denetim girdisi, bulunan denetim girdilerinin iç bükey birleşimi şeklinde belirlenir. Bulanık mantık modeli şeklinde oluşturulan sistem modellerinde bulunan parametrelerin açık ifadeleri bu

çalışmada yer almamaktadır. Bu tip sistem modelleri için parametrelerin elde edilmesi ile ilgili kapsamlı bilgi Li ve Liu (2010) tarafından yapılan çalışmada sunulmaktadır.

Araba ve ona bağlı bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sistemi için yukarı kaldırma ve kararlılık problemlerinde model öngörümlü denetimin uygulandığı bir diğer çalışma da Mills ve ark. (2009) tarafından yapılan çalışmadır. Bu çalışmada doğrusal olmayan sistem modeli kullanılmaktadır. Amaç fonksiyonu ifadesi, optimizasyon probleminin çözümünde kuadratik programlama kullanılacak şekilde tanımlanmaktadır. Denetim girdileri ve arabanın pozisyonu üzerinde alt ve üst sınırlar şeklinde verilen kısıtlar tanımlanmıştır.

Mills ve ark. (2009) tarafından araba – sarkaç şeklindeki sisteme uygulanan MPC yaklaşımı Askari ve ark. (2009) tarafından yapılan çalışmada döner sarkaç (rotary pendulum) üzerinde uygulanmaktadır. Amaç fonksiyonu ve kısıtlar Mills ve ark. (2009) tarafından yapılan çalışmaya benzer şekilde oluşturulmaktadır.

### 3. MODEL ÖNGÖRÜMLÜ DENETİM

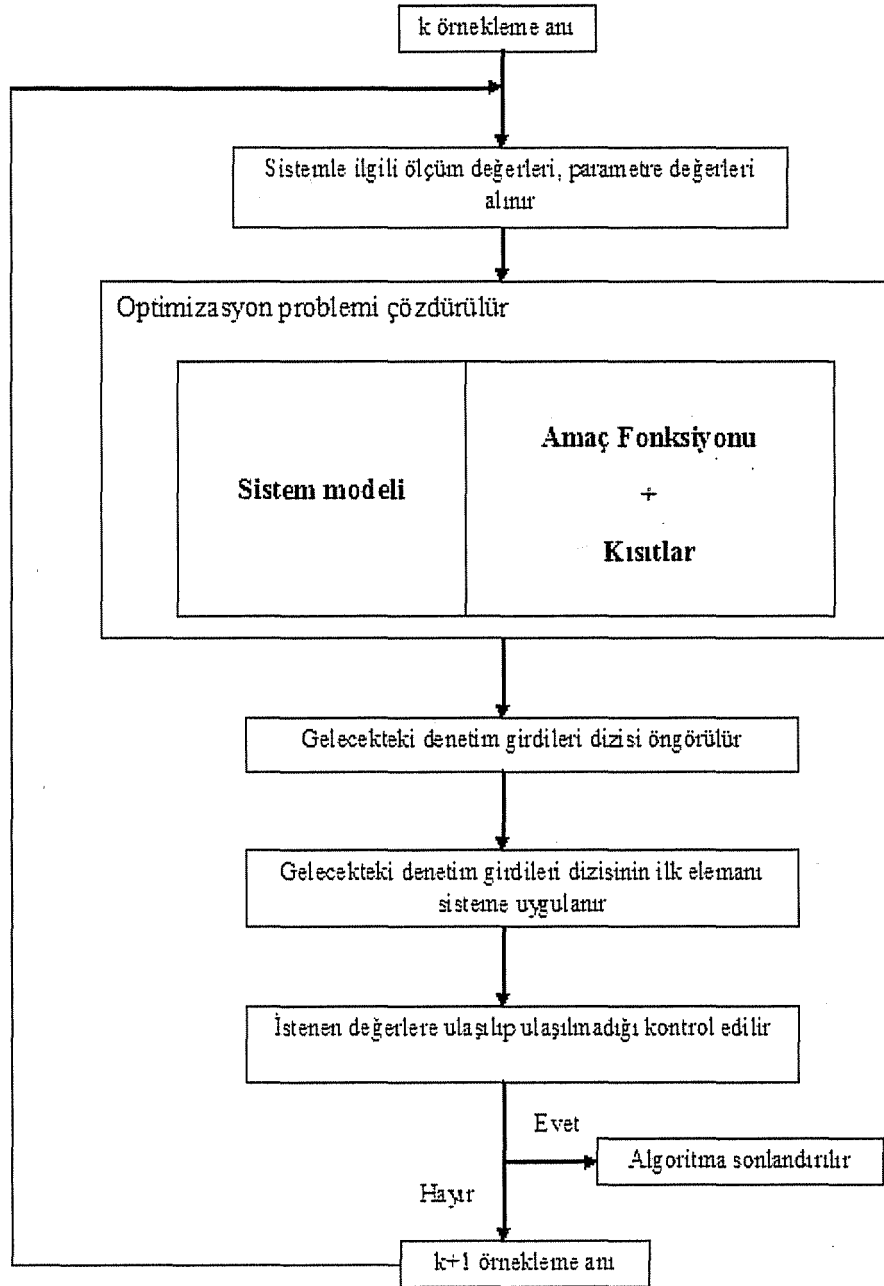
Model öngörümlü denetim, denetlenmek istenen sistemin modeli kullanılarak sonlu bir tahmin ufku içinde, her bir örnekleme anında, belirli bir optimizasyon probleminin çözdürülerek denetim girdilerinin yaratılmasına dayanmaktadır.

MPC yönteminde, optimizasyon problemini oluşturan amaç fonksiyonu ve kısıtlar doğrusal yapıdaki ifadeler ile oluşturulduğunda yöntem Doğrusal Model Öngörümlü Denetim (Linear Model Predictive Control) olarak adlandırılmaktadır. Benzer şekilde, eğer optimizasyon probleminde yer alan amaç fonksiyonu ve/veya kısıtlar doğrusal olmayan ifadelerle oluşturulurlar ise bu defa da yöntem Doğrusal Olmayan Model Öngörümlü Denetim (Nonlinear Model Predictive Control, NMPC) olarak isimlendirilmektedir. Bu çalışmada yapılan uygulamalarda hem amaç fonksiyonlarında, hem de kısıtlarda doğrusal olmayan ifadeler kullanılarak literatürdeki ve ticari alandaki pek çok uygulamadan farklı bir şekilde NMPC yöntemi uygulanmaktadır.

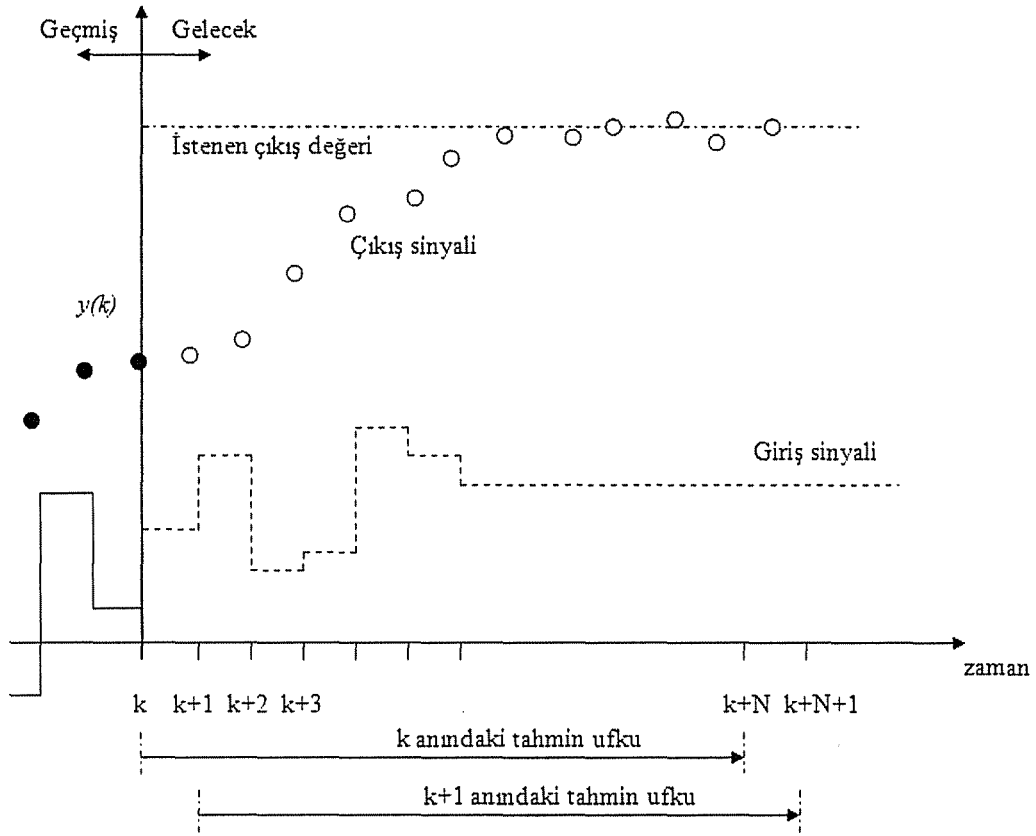
Model öngörümlü denetim yöntemini içeren tüm çalışmalar – farklı isimlendirmelerle yapılmış olsalar da - üç temel özelliğe sahiptirler (Maciejowski, 2002; Camacho ve Bordons, 1999):

- Gelecekteki denetim girdilerinin ve çıkış sinyallerinin öngörülmesi için sistem/süreç modelinin doğrudan kullanılması,
- Bir amaç fonksiyonunu en iyi yapacak şekilde denetim girdileri dizisinin hesaplanması,
- Kayan ufuk stratejisi.

MPC yönteminin uygulama akış şeması ve temel prensibi, sırası ile, Şekil 3.1’de ve Şekil 3.2’de verilmektedir. Şekil 3.2’de, geçmişteki giriş değerleri daimi çizgilerle, gelecekteki öngörülen giriş değerleri ise kesikli çizgilerle gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Model öngörümlü denetim algoritmasının akış şeması (Nikolaou, 2001)



Şekil 3.2. Model öngörümlü denetim stratejisi (Garcia ve ark., 1989)

Model öngörümlü denetimin temel çalışma prensibinde, öncelikle sürekli zamanda tanımlı sistem modeli, belirli bir örnekleme aralığı ve kesikleştirme yöntemi seçilerek kesikli hale dönüştürülür. Sonrasında ise, uygun bir amaç fonksiyonu ve kısıtlar belirlenir. Bu işlemleri takip eden aşamalar ise şu şekildedir:

- 1) Sistem modeli, kısıtlar ve amaç fonksiyonu kullanılarak optimizasyon problemi oluşturulur.
- 2) Optimizasyon problemi, başlangıç şartı ve sonlu uzunlukta bir tahmin ufku ( $N$ ) için her örnekleme anında ( $k, k+1, \dots, k+N$ ) çözdürülerek, amaç fonksiyonu ve kısıtlar doğrultusunda istenen çıkış değerlerine ulaşılmasını sağlayacak, gelecekteki denetim girdilerinin değerleri ( $u(k+i), i = 0,1,2,\dots,N-1$ ) öngörülür. Üretilen gelecekteki denetim girdileri, tahmin ufku boyutunda bir dizi oluşturur.



- 3) Elde edilen denetim girdileri dizisinin sadece ilk elemanı sisteme uygulanır.
- 4) Denetim girdisinin bir örnekleme aralığı uygulanması sonunda sistem durumlarının yeni değerleri elde edilir. Denetlenen durumların değerleri eğer istenilen değerlere ulaşmadıysa, bir sonraki örnekleme anından itibaren önceki aşamalar tekrar edilir.

Yöntemin uygulanması sırasında, denetim girdileri dizisinin ilk elemanının uygulanmasını ve sistem durumlarının yeni değerlerinin elde edilmesini takiben öngörüm ufku, uzunluğu aynı tutulmakla birlikte, bir örnekleme aralığı kadar kaydırılmaktadır yani ötelenmektedir. Bu ötelemeden dolayı buradaki strateji “*kayan ufuk (receding horizon)*” yöntemi olarak adlandırılmaktadır.

MPC algoritmasında yer alan, her örnekleme anında sistemle ilgili ölçüm değerlerinin ve parametre değerlerinin alınarak optimizasyon probleminin güncellenmesi aşaması ile aslında geri besleme mekanizması da işletilmiş olur (Nikolaou, 2001).

Aynı ana fikre dayanan ancak birbirinden farklı yapıda oluşturulan tüm MPC denetleyici uygulamalarında, önem sırasına göre, en genel haliyle gerçekleşmesi istenen amaçlar şu şekilde sıralanabilir (Qin ve Badgwell, 2003):

- Giriş ve çıkış değişkenleri üzerindeki kısıtların ihlal edilmesinin önlenmesi,
- Giriş ve çıkış değişkenlerinin değerlerinin, istenen optimal çözümü sağlayacak değerlere getirilmesi,
- Giriş sinyalleri üzerindeki ani ve aşırı değişimlerin önlenmesi,

### 3.1. MPC Yönteminin Avantajları ve Dezavantajları

MPC, tasarımcıların sistem kısıtlarını ve performans kriterlerini tasarım aşamasında sürece doğrudan dâhil edebilmesine izin veren bir yaklaşımdır ve diğer klasik denetim metotlarına göre çeşitli avantajları olan ileri bir denetim metodudur. Bu avantajlar şu şekilde sıralanabilir:

- *Hem akademik açıdan, hem de sanayideki uygulayıcılar açısından metodun altında yatan ana fikrin anlaşılması kolaydır. Özellikle sanayide karşılaşılan denetim problemlerinin çözümü açısından bakıldığında, akademik açıdan ortaya konan bir yöntemin uygulayıcılar açısından anlaşılır olması, o yöntemin ticari anlamda kabul edilebilirliğini ve uygulanabilirliğini arttırmaktadır. Model öngörümlü denetimin, henüz akademik anlamda kapsamlı çalışmalar ortaya çıkmadan, fikir ve uygulama açısından, 70'li yılların sonundan itibaren, sanayide pek çok alanda zaten kullanılıyor olması da bu avantajı açıkça ortaya koymaktadır.*
- *Temel formülasyonu değişiklik gerektirmeden çok değişkenli denetim problemlerinin çözümünde uygulanabilir. Sanayide, üretimde, havacılık, vb. daha birçok alanda yer alan denetim uygulamalarının büyük bir kısmı çok değişkenli yapılara sahiptir. Sistemlerin en verimli halde, en etkili ve en güvenli şekilde çalışması için aynı anda pek çok giriş ve çıkış değişkeninin değerlerinin ve birbirlerine olan etkilerinin takip edilmesi gerekmektedir. Örneğin, gelişmiş bir uçakta, istenen hareketlerin sağlanması için, kumanda yüzeyleri gerekli aerodinamik kuvvetleri sağlayacak şekilde ayarlanırken aynı anda uçağın maruz kaldığı atmosferik şartlar, motorların sağladığı itme/çekme kuvvetleri, vb. bilgiler de alınmalı ve denetlenmelidir. MPC yönteminde, denetlenen durumların sayısının denetim girdisi sayısına göre az, aynı değerde ya da çok olmasına bakılmaksızın gerekli formülasyonlar ve geliştirilen birçok algoritma çok değişkenli süreçlere/sistemlere uygulanabilmektedir.*
- *Eyleyici limitleri, donanımsal kısıtlar, üretim maliyeti, harcanan enerji, vb. sürecin/sistemin girişleri ve çıkışları üzerindeki kısıtlar, güvenlik ve emniyet ile ilgili kısıtlar, üretilen ürünün ve üretim aşamalarının uyması gereken yasal kısıtlamalar gibi kısıtların tasarım aşamasına doğrudan dahil edilebilmesine imkan sağlar. İstenen kısıt değerlerine uygun çalışılması ile daha verimli ve etkili bir çalışma sağlanır. Örneğin, bir malzemenin üretim aşamasında harcanacak olan enerji miktarı olabilecek en düşük ama üretim ve kalite için de yeterli bir değerde sağlandığında*

hem enerji kullanımını minimum düzeyde tutulabilir, hem de üretim maliyeti düşürülebilir. Hava, uzay ve sualtı araçlarında istenen hareketlerin yapılmasını sağlayan kumanda yüzeylerinin alabileceği açı değerleri sınırlıdır. Bu sebeple bu araçların istenen noktaya, istenen zamanda, en kısa sürede, en kısa yolu kat ederek veya en az yakıtı kullanarak ulaşması için gereken hareketleri sağlayacak denetim girdilerinin elde edilmesinde eyleyici limitleri göz önünde bulundurulmalıdır. Bununla birlikte bu tip araçlarda yolcu ve personelin güvenliği ve sağlığı açısından birim zamanda meydana gelen irtifa ve derinlik değişimlerinin de belli değerlerde tutulması gerekebilir.

Bütün bu avantajlarının yanında bu denetim metodunun göze çarpan dezavantajları ise şu şekilde ifade edilebilir:

- *Hesaplama maliyeti diğer denetim yöntemlerine göre daha fazladır.* MPC yönteminin algoritması sebebiyle, her bir örnekleme anında – özellikle de büyük öngörüm adımları için hesaplama maliyetini artıracak şekilde – sistem durumlarının ve parametrelerinin ölçülmesi ve/veya hesaplanması, bu değerler kullanılarak oluşturulan optimizasyon probleminin sürekli olarak güncellenmesi ve çözdürülmesi gerekmektedir. Denetim probleminin MPC yöntemi ile çözümü için oluşturulan optimizasyon probleminde eğer sistem modeli doğrusal ise, amaç fonksiyonu kuadratik bir ifade olarak oluşturulabiliyorsa ve herhangi bir kısıt ifadesi yer almıyorsa, problemin çözümü hızlı bir şekilde ve çoğu durumda analitik olarak hesaplanabilir. Ancak kısıt ifadeleri probleme dahil olduğunda ve sistem modeli, amaç fonksiyonu ve kısıtlar doğrusal olmayan ifadeler kullanılarak oluşturulduğunda, optimizasyon problemlerinin çözümü için nümerik çözüm veren yöntemlerin uygulanması gerekir. Bu tip problemlerde çözümün kapalı formda, analitik olarak elde edilmesi çok zordur. Ancak, Maciejowski'nin (2003) çalışmasında da belirtildiği üzere, son yıllarda yapılan çalışmalar sonucunda özellikle donanımsal anlamda sistemlerin hızındaki artış – optimizasyon algoritmalarındaki ve yazılımlarındaki gelişmelerle de birlikte ele alındığında – optimizasyon problemlerinin

çözümlerinin elde edilmesinde gözle görülür bir hız artışını da beraberinde getirmiştir. Öyle ki, on yıl önce bir optimizasyon probleminin çözümü dakikalar hatta saatlerle belirtilen bir sürede elde edilirken, günümüzde aynı çözümün elde edilmesi için geçen süre saniyelerle ifade edilmektedir. Bu durumda, dezavantaj olarak belirtilen yüksek hesaplama maliyeti, her geçen yıl donanımsal ve yazılımsal gelişmelere ve optimizasyon algoritmalarındaki iyileştirmelere bağlı olarak etkisini yitirmektedir.

- *Sistem modelinin seçimi denetim girdilerinin öngörülen değerleri üzerinde doğrudan etkilidir.* MPC yöntemi model tabanlıdır. Sistemin/sürecin modeli, denetim girdilerinin üretilmesi için gerekli olan optimizasyon probleminin çözüm aşamasında doğrudan kullanılmaktadır. Dolayısıyla, denetim işleminin etkili ve doğru yapılabilmesi, sistem modelinin gerçek sistemi ne kadar doğru ve eksiksiz yansıtılabildiğine bağlıdır. Sistem modelinin oluşturulması için birbirinden farklı çok sayıda yöntem vardır. Bu sebeple, denetim amacına uygun ve yeterli bir modeli oluşturabilecek bir yöntemle modelin kurulması, sistemi istenen çıkış değerlerine götüreceği olan denetim sinyallerinin doğru değerlerde öngörülebilmesi açısından önemlidir.

### 3.2. MPC Yönteminde Kullanılan Modeller

Morari ve Lee (1999) tarafından yapılan çalışmada yer aldığı üzere, MPC denetleyicileri içeren ticari uygulamalarda, sistem modellerinin oluşturulması en kritik ve zaman harcanan adım olarak belirtilmektedir. Sistem modeli, hem sistemin gelecekteki çıkış değerlerini eksiksiz olarak öngörmeyi sağlamak üzere sistemin bütün dinamiklerini yansıtacak şekilde kapsamlı olmalı, hem de uygulama ve anlaşılabilirlik açılarından da yeterince basit olmalıdır (Camacho ve Bordons, 1999).

MPC yönteminde kullanılan süreç/sistem modellerini, elde edilme şekilleri ve yapıları olmak üzere iki şekilde ele almak mümkündür. Elde edilme şekillerine göre sistem modelleri, deneysel/gözleme dayalı (empirical, black-box)

modeller ve birincil ilke (first-principles) modelleri olarak iki ana başlık altında incelenmektedirler. Yapılarına göre modeller ise doğrusal modeller ve doğrusal olmayan modeller olarak ikiye ayrılmaktadırlar.

### **3.2.1. Deneysel/Gözleme dayalı modeller**

Bu tip modeller, sisteme/sürece uygulanan testler sonucu elde edilen veriler ve bu verilere uygulanan sistem tanımlama (system identification) teknikleri kullanılarak oluşturulurlar. Girdi-çıkı modelleri olarak da adlandırılmaktadırlar.

### **3.2.2. Birincil ilke modelleri**

Bu tip modeller, süreç/sistem içinde oluşan fiziksel ve kimyasal dönüşümler için kuvvet, moment, enerji vb. eşitliklerin formülleri yazılarak elde edilen modellerdir. Hesaplama maliyetleri deneysel modellere göre çok daha fazladır. Ancak, özellikle doğrusal olmayan yapıya sahip süreçlerin/sistemlerin modellenmesinde bu yaklaşımın kullanılması daha hassas ve doğru öngörülerin yapılmasına olanak sağlar.

### **3.2.3. Doğrusal ve doğrusal olmayan sistem modelleri**

Yukarıda belirtilen yöntemlerden biri ile elde edilen sistem modeli eğer, doğrusal ifadelerden oluşuyorsa “doğrusal sistem modeli” olarak adlandırılır. Benzer şekilde, sistem modeli, eğer en az bir doğrusal olmayan ifade bulundurmaktaysa bu sefer de “doğrusal olmayan sistem modeli” olarak adlandırılır.

Bu çalışmada ters sarkaç sisteminin modeli için, birincil ilke modeli şeklinde oluşturulan ve doğrusal olmayan durum uzayı eşitliklerini içeren bir sistem modeli kullanılmıştır.

### 3.3. Kesikleştirme Yöntemleri – Euler ve Trapezoidal Metotları

MPC algoritmasının işletilebilmesi için ilk olarak sistem modeli oluşturulmalıdır. Sonrasında da, sürekli zamanda oluşturulan bir sistem modeli var ise, uygun bir yöntem kullanılarak model sürekli zamandan kesikli zamana dönüştürülmelidir.

Bu çalışmada sürekli zamanda tanımlanan, doğrusal olmayan ve birinci mertebeden diferansiyel denklemler ile ifade edilen sistem modelinin kesikleştirilmesi aşamasında Euler Metodu ve Trapezoidal Metodu kullanılmıştır.

Sistem modeli, durum uzayı gösteriminde kapalı formda şu şekilde ifade edilebilir:

$$\dot{X}(t) = F(X(t), u(t)) \quad (3.1)$$

(3.1) ile verilen ifade de,  $X$  sistem durum vektörünü,  $u$  sistem girişini,  $F$  de  $X$  ve  $u$  'nun bir fonksiyonunu göstermektedir.

#### 3.3.1. Euler metodu

Denklem (3.1) ile verilen sürekli zamanda tanımlı eşitlik, Euler Metodu kullanılarak kesikli zamanda şu şekilde ifade edilebilir:

$$X(k+1) = X(k) + T \cdot F(X(k), u(k)) \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'de,  $T$  örnekleme zamanını göstermektedir.

#### 3.3.2. Trapezoidal metodu

Denklem (3.1) ile verilen sürekli zamanda tanımlı eşitlik, Trapezoidal Metodu kullanılarak kesikli zamanda şu şekilde ifade edilebilir:

$$X(k+1) = X(k) + \frac{T}{2} \cdot [F(X(k), u(k)) + F(X(k+1), u(k+1))] \quad (3.3)$$

Denklem (3.3)'te,  $T$  örnekleme zamanını göstermektedir.

### 3.4. MPC Yönteminde Kullanılan Optimizasyon Probleminin Formülasyonu

Doğrusal olmayan programlama problemi olarak bir optimizasyon problemi, bir amaç fonksiyonunun yanı sıra verilen eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıtları kullanılarak şu şekilde oluşturulabilir (Bazaara ve ark., 1993):

$$\begin{aligned} q_j(X) &\leq 0 & j = 1, 2, \dots, m \\ h_j(X) &= 0 & j = 1, 2, \dots, p \\ X &\in \mathfrak{X} \end{aligned} \quad (3.4)$$

*k.a.*

$$Enk \text{ (ya da } Enb) \quad f(X)$$

Denklem grubu (3.4) ile verilen optimizasyon probleminde,  $f$  amaç fonksiyonu (objective/cost function, performance index/criterion),  $q_j(X) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$  eşitsizlik kısıtları (inequality constraints) ve  $h_j(X) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p$  eşitlik kısıtları (equality constraints) olarak adlandırılmaktadır.  $\mathfrak{X}$  ile verilen küme de değişkenler üzerindeki – genelde alt ve üst sınırlar şeklinde verilen – kısıtları göstermektedir. Bütün kısıt ifadelerini sağlayan  $X$  çözümlerinin her biri uygun çözüm (feasible solution) olarak adlandırılmaktadır. (3.4)'te verilen ifadelerde “*Enk*” amaç fonksiyonunun en küçüklenmesini, “*Enb*” ise amaç fonksiyonunun en büyüklenmesini ifade etmektedir. Bu tanımlamalar ışığında optimizasyon problemi, “her bir uygun çözüm  $X$  için, en küçükleme problemlerinde  $f(\bar{X}) \leq f(X)$  şartını sağlayan, en büyükleme problemlerinde ise  $f(\bar{X}) \geq f(X)$  şartını sağlayan bir  $\bar{X}$  uygun çözümünün bulunması” olarak ifade edilebilir.

Model öngörümlü denetimin uygulama aşamasında ise (3.4) ile verilen problem şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 q(X(k+i+1), X(k+i), u(k+i)) &\leq 0 \\
 h(X(k+i+1), X(k+i), u(k+i)) &= 0 \\
 X(k+i) &\in \mathfrak{X} \\
 u(k+i) &\in U \\
 i &= 0, 1, 2, \dots, N-1
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

*k.a.*

$$\begin{aligned}
 \text{Enk (ya da Enb)} \quad &f \\
 &u_0, u_1, \dots, u_{N-1}
 \end{aligned}$$

MPC yönteminde optimizasyon probleminin büyüklüğü, değişken sayısına ve öngörüm ufkunun uzunluğuna bağlıdır. Denklem grubu (3.5) ile verilen MPC formülasyonunda, her bir kısıt ifadesi  $N$  ufku boyunca her bir örnekleme anı için oluşturulmaktadır; yani, her bir kısıt ifadesinden  $N$  adet bulunmaktadır. Bu durum büyük öngörüm ufuklarına sahip sistemlerde probleme dahil olan kısıt sayısını arttırdığı için, optimizasyon probleminin çözümündeki hesaplama maliyetini de (çözüm süresi, çözüm için kullanılan bellek miktarı, vb. bakımlardan) oldukça arttırmaktadır.

### 3.5. MPC Yönteminde Kullanılan Kısıt İfadeleri

MPC uygulamalarında, iki farklı kısıt ifadesi oluşturulabilmektedir. Bu kısıt ifadeleri zorunlu kısıtlar (hard constraints) ve esnek kısıtlar (soft constraints) olarak adlandırılmaktadırlar.

#### 3.5.1. Zorunlu kısıtlar

Zorunlu kısıt ifadeleri aşılmalarına kesinlikle izin verilmeyen kısıt ifadeleridir. Eyleyiciler üzerindeki fiziksel limitler sebebiyle çoğunlukla denetim sinyalleri üzerinde belirlenen kısıt yapılarıdır. Uygun olmayan çözüm (infeasible



solution) yaratma riski taşıdıkları için çıkış sinyalleri üzerinde çok gerekmedikçe kullanılmamaktadırlar.

### 3.5.2. Esnek kısıtlar

Esnek kısıt ifadeleri belirli şartlarda aşılmasına izin verilen kısıt ifadeleridir. Kısıt ifadeleri, aylak değişkenler (slack variables) eklenmesi yoluyla esnekleştirilebilirler. Esnekleştirme, özellikle, uygun olmayan çözüm bulma riskini ortadan kaldırmak üzere kullanılmaktadır. Aylak değişkenlerin alabileceği değerler yani kısıtlardaki aşma miktarı, belli bir ceza parametresine bağlı kuadratik bir ifadenin, optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu içerisine dahil edilmesi ile minimumda tutulmaya çalışılmaktadır.

$$\begin{aligned} x(k+i) &\leq \omega \\ i &= 0,1,2,\dots,N-1 \\ k.a. & \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\text{Enk (ya da Enb)} \quad f$$

$u_0, u_1, \dots, u_{N-1}$

Denklem grubu (3.6) ile verilen bir optimizasyon probleminde  $x(k+i) \leq \omega$  şeklinde verilen zorunlu kısıt ifadesi,  $\alpha_i$  aylak değişkenleri eklenerek esnekleştirildiğinde, (3.6) ile verilen optimizasyon probleminin yeni hali şu şekilde oluşturulur:

$$\begin{aligned} x(k+i) &\leq \omega + \alpha_i \\ \alpha_i &\geq 0 \\ i &= 0,1,2,\dots,N-1 \\ k.a. & \end{aligned} \quad (3.7)$$

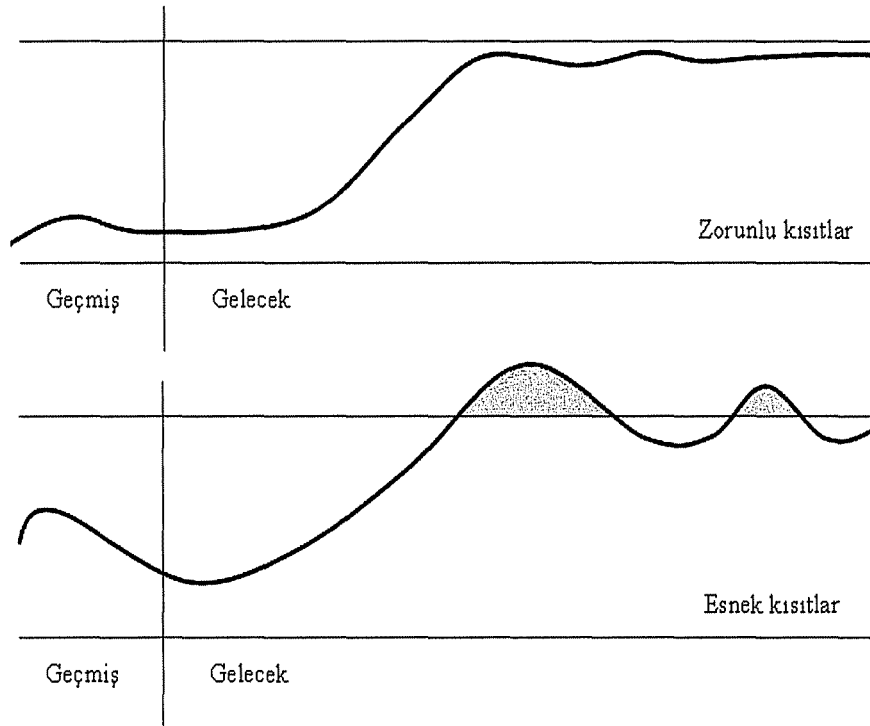
$$\text{Enk (ya da Enb)} \quad f + \lambda \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i^2$$

$u_0, u_1, \dots, u_{N-1}$

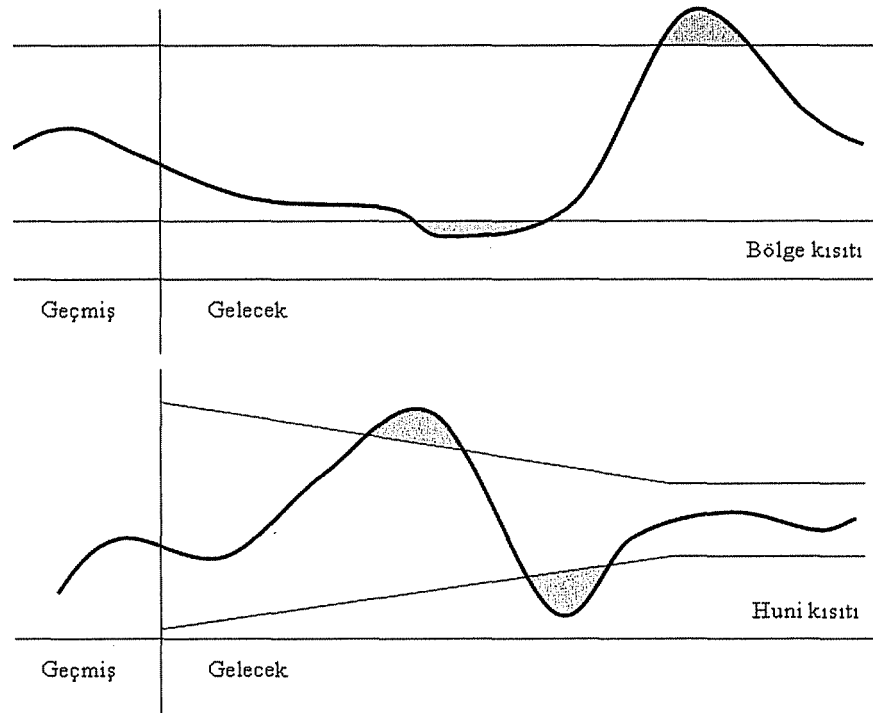
Denklem grubu (3.7)'de  $\lambda$  ceza parametresini belirtmektedir. (3.7)'de verildiği üzere her bir kısıt ifadesi için farklı aylak değişkenler tanımlanabilir. Bununla birlikte, bütün kısıt ifadeleri için ortak tek bir aylak değişken tanımlanması da mümkündür.

Giriş ve/veya çıkış sinyalleri üzerinde tanımlanan zorunlu ve esnek kısıtlar genellikle, alt ve üst sınır değerler ile belirlenen bölge kısıtları (zone constraints) veya alt ve üst sınırları farklı dinamiklerle belirlenen huni kısıtları (funnel constraints) şeklinde tanımlanabilmektedirler.

Belirtilen kısıtlar Şekil 3.3'te ve Şekil 3.4'te sunulmaktadır. Şekil 3.3'te ve Şekil 3.4'te verilen taralı bölgeler, izin verilen ve amaç fonksiyonuna ceza parametreleri ile dahil edilen aşmaları göstermektedir.



Şekil 3.3. MPC yönteminde kullanılan kısıt yapıları (Qin ve Badgwell, 2003)



Şekil 3.4. Bölge ve huni kısıtları (Qin ve Badgwell, 2003)

Bu çalışmadaki uygulamalarda, optimizasyon problemlerinin oluşturulmasında denetim girdisi ve diğer durum değişkenleri üzerindeki kısıtlar, alt ve üst sınır değerler verilerek zorunlu bölge kısıtları olarak tanımlanmışlardır. Ayrıca uygulamalarda sunulan çalışmalarda, tasarım stratejisi sonucu oluşturulan eşitsizlik kısıtı/kısıtları şeklinde verilen esnek kısıtlar da optimizasyon probleminin formülasyonunda yer almaktadırlar.

### 3.6. MPC Yönteminin Uygulanması Aşamasında Teoride Karşılaşılan Problemler

MPC yönteminin uygulanmasında karşılaşılan problemler, literatürde yer alan pek çok çalışmada da benzer şekilde belirtildiği üzere, şu şekilde sıralanabilir:

- Uygun çözüm bulabilme (Feasibility),
- Sistemin kapalı döngü kararlılığının sağlanması (Closed-loop stability).

### 3.6.1. Uygun çözüm bulabilme problemi

MPC yönteminin uygulanması aşamasında, optimizasyon probleminde yer alan ve genelde tasarım stratejisi sebebi ile oluşturulan kısıt ifadeleri uygun olmayan çözüm bulma riskini de beraberinde getirmektedirler. Bu problemin giderilmesi amacıyla, ticari uygulamalarda da yer aldığı üzere, kısıtlar aylak değişkenler eklenmesi yolu ile esnekleştirilebilirler (Qin ve Badgwell, 2003). Böylelikle daha önce belirlenen ayar noktası değerlerinden aşma yapılmasına izin verilebilir. Kısıtlarda izin verilecek aşmanın büyüklüğü, amaç fonksiyonu içine ilave edilecek ceza parametrelerine bağlı bir ifade ile minimumda tutulmaya çalışılır. Zorunlu kısıtlardan - çoğunlukla da denetim girdileri üzerindeki zorunlu kısıtlardan - doğan bir uygun çözüm bulamama problemi var ise bu durumda çözüm, sistemin/sürecin modifikasyonu ile elde edilebilir (Morari ve Lee, 1999). Çünkü zorunlu kısıtlar donanımsal ve fiziksel özelliklerden kaynaklanan kısıtlardır.

### 3.6.2. Kapalı döngü kararlılığının sağlanması problemi

Model öngörümlü denetim, denetlenmek istenen sistemin modeli kullanılarak sonlu bir tahmin ufku içinde, her bir örnekleme anında, belirli bir optimizasyon probleminin çözdürülerek denetim girdileri dizisinin yaratılmasına dayanmaktadır. Elde edilen denetim girdileri dizisinin ilk elemanı sisteme uygulanarak bir sonraki örnekleme anı için sistem durumlarının alacağı yeni değerler hesaplanmaktadır. Optimizasyon probleminin çözümü sonucu öngörülen değerler, ilgili öngörüm ufku boyunca kısıtları sağlayan ve amaç fonksiyonunu en iyi değere götüren değerlerdir. Buna karşın, sistem durumlarının yeni geldiği değerler kullanılarak, ilerleyen öngörüm adımlarında çözdürülecek optimizasyon problemleri sonucunda bulunan denetim girdilerinin - özellikle de denetim sinyalleri üzerinde zorunlu kısıtların tanımlandığı durumlarda - sistemi istenen noktaya ulaştıramaması riski oluşmaktadır. Çünkü, optimizasyon işlemi sadece ilgili öngörüm ufku için yapılmakta, öngörüm ufku sonrası dikkate alınmamaktadır.

Bu problemin çözümü için önerilen yöntemler “öngörüm ufku uzunluğu yeterince uzun seçilerek son nokta kısıtı eklenmesi” veya “amaç fonksiyonu ifadesinin Lyapunov Fonksiyonu olarak tanımlanması”dır.

Son nokta kısıtı eklenmesinde temel problem öngörüm ufku uzunluğunun yeterince uzun seçilmesi gerekliliğidir. Eğer öngörüm ufku, “yeterince” uzun seçilmezse ileriye yeterince göremeyen (short - sighted) bir öngörüm yapılmış olur ve bu durum uygun olmayan çözüm bulma riskini de beraberinde getirir (Morari ve Lee, 1999).

Amaç fonksiyonu ifadesi Lyapunov fonksiyonu şeklinde tanımlanarak ve her adımda artmayan olmasını sağlayacak şekilde, optimizasyon probleminin çözümü sonucunda uygun denetim girdileri bulunabilirse kapalı döngü kararlılığı da sağlanmış olur. Lyapunov fonksiyonu olarak tanımlanan fonksiyon şu şartları sağlamalıdır:

$$V(X(k), u(k)) > 0 \quad \forall (X(k), u(k)) \neq (0,0) \quad (3.8)$$

$$V(X(k), u(k)) = 0 \quad (X(k), u(k)) = (0,0) \quad (3.9)$$

$$V(X(k), u(k)) \rightarrow 0 \quad (X(k), u(k)) \rightarrow (0,0) \quad (3.10)$$

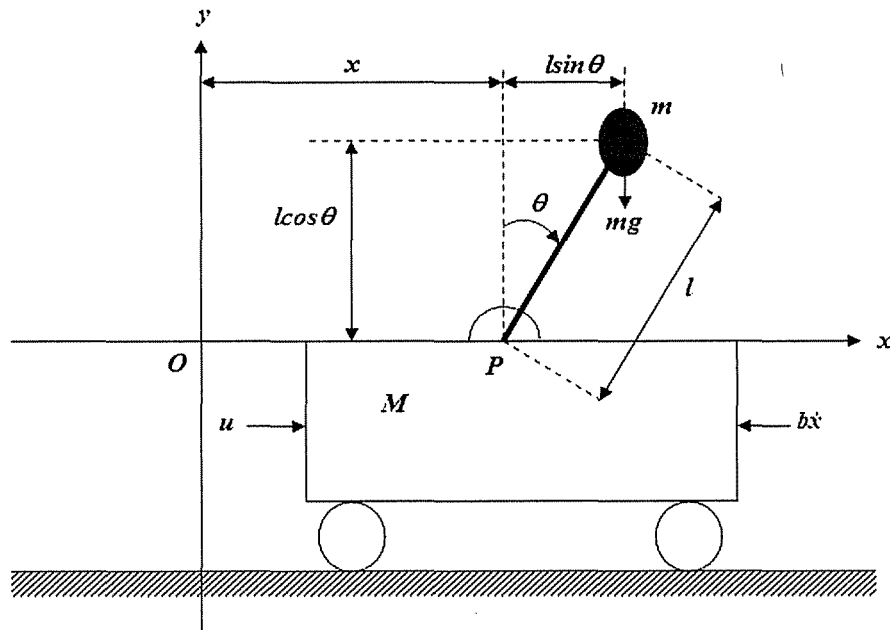
$$V(X(k+1), u(k+1)) - V(X(k), u(k)) \leq 0 \quad (3.11)$$

Amaç fonksiyonunda yer alacak olan Lyapunov fonksiyonu, (3.8) ve (3.9) ile verilen şartları sağlayacak şekilde oluşturulduktan sonra (3.11) ile verilen şart, kısıt ifadesi olarak optimizasyon problemine eklenerek kapalı döngü kararlılığı sağlanabilir (Nikolaou, 2001). Böylelikle ilgili optimizasyon problemi, amaç fonksiyonunu artmayan olmaya zorlayacak denetim girdilerini bulmak üzere çözdürülecektir. (3.9) ile verilen ifade, MPC yöntemindeki (3.5) ile verilen optimizasyon problemi formülasyonu gereği  $N$  ufku boyunca her bir örnekleme anı için üretilerek probleme dahil edilecektir ki bu durum yüksek öngörüm adımları için hesaplama maliyetini artırıcı bir etki yaratacaktır. Aynı zamanda uygun Lyapunov fonksiyonun bulunması da zorlayıcı bir yan olarak dikkat çekmektedir.

#### 4. TERS SARKAÇ MODELİ

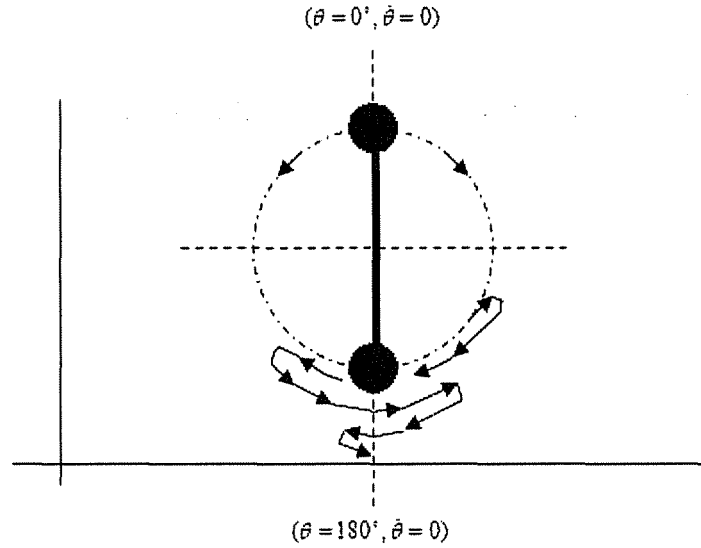
Bu çalışmada kullanılan ters sarkaç sisteminin genel yapısı Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Sistem temel olarak, hareket eden ve  $M$  kütlesindeki bir araba üzerine,  $P$  pivot noktasından monte edilmiş,  $m$  kütlesine ve  $l$  uzunluğuna sahip bir sarkaçtan oluşmaktadır. Burada,  $g$  yerçekimi ivmesini ifade etmektedir. Arabaya, hareketine ters yönde olacak şekilde, sürtünme katsayısı  $b$  olan bir sürtünme kuvveti etki etmektedir.  $u$  ise arabaya uygulanan kuvvet şeklindeki denetim girdisini göstermektedir. Sarkacın ve arabanın hareketleri düzlemde sınırlıdır. Sarkacın kütlesinin sarkaç çubuğunun üst uç noktasında yoğunlaştığı kabul edilmektedir.

Sistem tek bir denetim girdisi ( $u$  : arabaya uygulanan kuvvet) ile kontrol edilen iki çıkışa sahip ( $x$  : arabanın pozisyonu ve  $\theta$  : sarkacın açısı) yetersiz uyarımlı bir sistemdir. Sistemin durumları  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\theta$  ve  $\dot{\theta}$  olarak belirlenmiştir.  $x$  arabanın pozisyonunu,  $\dot{x}$  yani pozisyonun türevi arabanın hızını göstermektedir.  $\theta$  sarkacın dikey pozisyondan uzaklığını göstermektedir ve saat yönünde pozitif olarak alınmaktadır;  $\dot{\theta}$  ise sarkacın açısal hızını belirtmektedir.



Şekil 4.1. Ters sarkaç sistemi (Ogata, 2000)

Ters sarkaç sistemi  $(\theta, \dot{\theta}) = (\pi, 0)$  ve  $(\theta, \dot{\theta}) = (0, 0)$  olmak üzere iki adet denge noktasına sahiptir. Bu noktalar Şekil 4.2’de gösterilmektedir.



Şekil 4.2. Ters sarkaç sisteminin denge noktaları

Sarkaç, aşağı denge noktası ya da kararlı denge noktası olarak adlandırılan  $(\theta, \dot{\theta}) = (\pi, 0)$  konumundayken, durumunu değiştiren herhangi bir bozucu etkiye maruz kaldığında tekrar bu konumuna geri dönmektedir. Bununla birlikte, sarkaç yukarı denge noktası ya da kararsız denge noktası olarak adlandırılan  $(\theta, \dot{\theta}) = (0, 0)$  konumundayken uygun denetlenmezse, bu konumundan giderek uzaklaşmaktadır. Bu nedenle sarkacı yukarı konumda tutmak için uygun bir  $u$  girdi kuvveti üretilmelidir.

Ters sarkaç sisteminin dinamiklerini gösteren matematiksel model Newton prensipleri kullanılarak elde edilebilir. Sarkacın kütesinin ağırlık merkezi,  $(x, y)$  düzlemi içerisinde şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} x_G &= x + l \sin \theta \\ y_G &= l \cos \theta \end{aligned} \quad (4.1)$$

Newton'un ikinci hareket kuralı,  $x$  yönündeki harekete uygulanırsa,

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + m \frac{d^2 x_G}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = u \quad (4.2)$$

diferansiyel denklemi bulunur. Denklem (4.1)'de verilen ifadeler, (4.2) eşitliğinde yerine yazılarak diferansiyel denklem tekrar düzenlenirse,

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) + b \frac{dx}{dt} = u \quad (4.3)$$

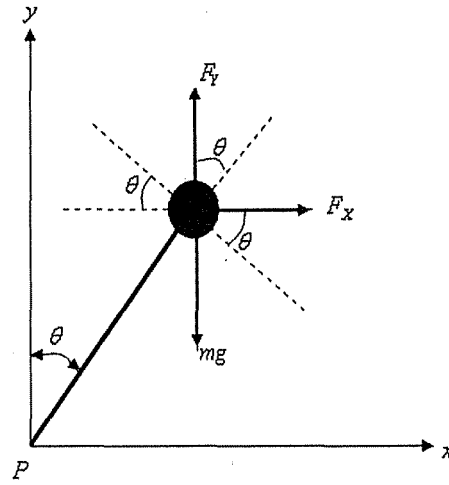
elde edilir. Denklem grubu (4.4) ile verilen tanımlamalar göz önüne alınarak (4.3) denklemi tekrar düzenlenirse (4.5) eşitliği elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sin \theta &= \dot{\theta} \cos \theta \\ \frac{d^2}{dt^2} \sin \theta &= -\dot{\theta}^2 \sin \theta + \ddot{\theta} \cos \theta \\ \frac{d}{dt} \cos \theta &= -\dot{\theta} \sin \theta \\ \frac{d^2}{dt^2} \cos \theta &= -\dot{\theta}^2 \cos \theta - \ddot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$(M + m)\ddot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + ml\ddot{\theta} \cos \theta + b\dot{x} = u \quad (4.5)$$

$P$  noktası etrafında,  $m$  sarkaç kütlesi dönersel hareket yapmaktadır. Şekil 4.3'te  $m$  sarkaç kütlesine etki eden kuvvetler görülmektedir.





Şekil 4.3. Dönersel hareket eden sarkaç kütesine etki eden kuvvetler

Newton'un ikinci hareket kanunu bu noktada uygulanırsa moment dengesi (4.6)'da verildiği şekilde yazılabilir.

$$(F_x \cos \theta)l - (F_y \sin \theta)l = (mg \sin \theta)l \quad (4.6)$$

Burada,

$$F_x = m \frac{d^2 x_G}{dt^2} \quad (4.7.a)$$

$$F_y = m \frac{d^2 y_G}{dt^2} \quad (4.7.b)$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklemler (4.7.a) ve (4.7.b) ile verilen ifadeler (4.6) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\left(m \frac{d^2 x_G}{dt^2} \cos \theta\right)l - \left(m \frac{d^2 y_G}{dt^2} \sin \theta\right)l = (mg \sin \theta)l \quad (4.8)$$

elde edilir. Denklem (4.1)'deki eşitlikler (4.8) denkleminde yerine koyulursa ve (4.4)'deki tanımlamalar kullanılırsa aşağıda verilen diferansiyel denklem elde edilir:

$$m[\ddot{x} - l\dot{\theta}^2 \sin \theta + l\ddot{\theta} \cos \theta]l \cos \theta - m[-l\dot{\theta}^2 \cos \theta - l\ddot{\theta} \sin \theta]l \sin \theta = (mg \sin \theta)l \quad (4.9)$$

Gerekli sadeleştirmeler yapılarak (4.9) denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$ml\ddot{x} \cos \theta + ml^2\ddot{\theta} = mgl \sin \theta \quad (4.10)$$

Bu durumda (4.5) ve (4.10) denklemleri ile sistemin modeli elde edilmiş olur. Bu modeli durum uzayı formuna dönüştürmek için, bulunan eşitliklerde ikinci mertebeden terimler yalnız bırakılır. Buna göre,

$$ml\ddot{\theta} = mg \sin \theta - m\ddot{x} \cos \theta \quad (4.11)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (4.11), (4.5) denkleminde yerine yazılırsa,

$$(M + m)\ddot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + (mg \sin \theta - m\ddot{x} \cos \theta) \cos \theta + b\dot{x} = u \quad (4.12)$$

elde edilir. Denklem (4.10) kullanılarak,

$$\ddot{x} = \frac{g \sin \theta - l\ddot{\theta}}{\cos \theta} \quad (4.13)$$

ifadesi bulunur. Bu ifade (4.5) denkleminde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$(ml \cos^2 \theta - (M + m)l)\ddot{\theta} = u \cos \theta - (M + m)g \sin \theta + ml\dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta - b\dot{x} \cos \theta \quad (4.14)$$

Denklemler (4.12) ve (4.14) tekrar düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{u + ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \sin \theta \cos \theta - b\dot{x}}{(M + m - m \cos^2 \theta)} \\ \ddot{\theta} &= \frac{-u \cos \theta + (M + m)g \sin \theta - ml\dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta + b\dot{x} \cos \theta}{l(M + m - m \cos^2 \theta)}\end{aligned}\quad (4.15)$$

eşitliklerine ulaşılır.

Denklemleri durum uzayı formunda yazabilmek için gerekli değişken atamalarının yapılması gerekir. Buna göre,

$$\begin{aligned}x_1 &:= x \\ x_2 &:= \dot{x} = \dot{x}_1 \\ x_3 &:= \theta \\ x_4 &:= \dot{\theta} = \dot{x}_3\end{aligned}\quad (4.16)$$

olarak kabul edilirse, ters sarkaç sisteminin durum uzayı gösterimi şu şekilde olur:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-bx_2 + ml(x_4)^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3 + u}{(M + m - m \cos^2 x_3)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{bx_2 \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - ml(x_4)^2 \cos x_3 \sin x_3 - u \cos x_3}{l(M + m - m \cos^2 x_3)}\end{aligned}\quad (4.17)$$

Denklemler (4.17) ile verilen ters sarkaç modeli kapalı formda

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-bx_2 + ml(x_4)^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{(M + m - m \cos^2 x_3)} \\ \frac{bx_2 \cos x_3 - ml(x_4)^2 \sin x_3 \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3}{l(M + m - m \cos^2 x_3)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{0}{(M + m - m \cos^2 x_3)} \\ -\cos x_3 \\ \frac{0}{l(M + m - m \cos^2 x_3)} \end{bmatrix} u \quad (4.18)$$

şeklinde yazılabilir.

Elde edilen denklemler sonucunda görüldüğü üzere ters sarkaç sisteminin modeli doğrusal olmayan ifadelerden oluşmaktadır ve dört durum değişkeni ile bir denetim girdisine sahiptir. Aynı zamanda gerçek uygulamalarda, arabanın hareket ettiği düzlem yani arabanın alabileceği konum ve sisteme uygulanabilecek denetim girdisi de sınırlıdır.

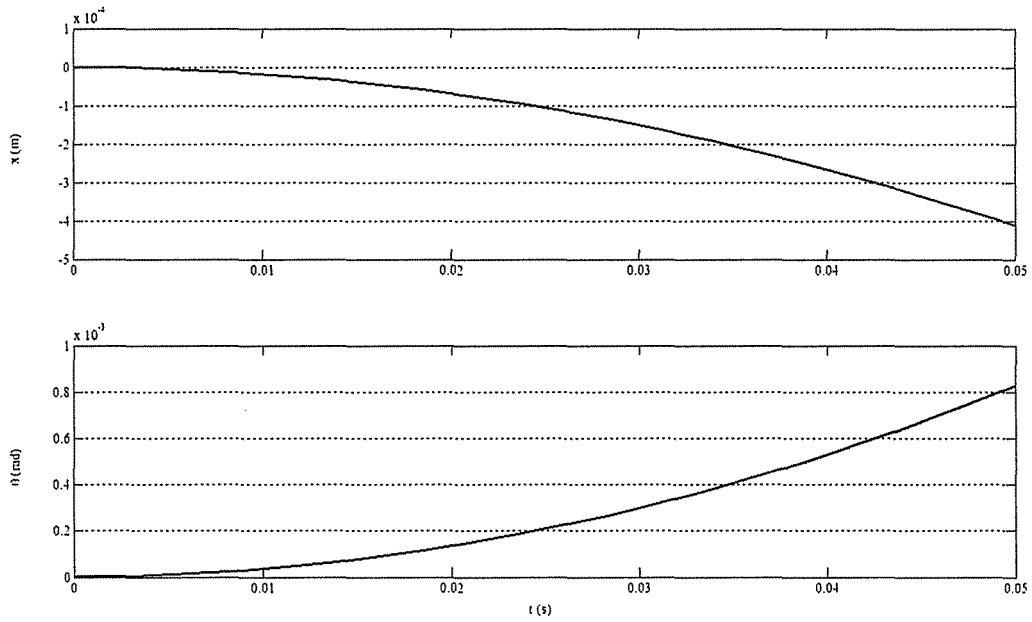
Denklem sistemi (4.17) ile verilen doğrusal olmayan ters sarkaç modelinin doğruluğu, sistem parametreleri için Çizelge 4.1'de verilen değerler kullanılarak yapılan testler ile sınanmıştır. Sisteme uygulanan testler sonucunda sistemin vermesi beklenen tepkileri verdiği gözlenmiştir.

**Çizelge 4.1.** Sarkaç parametrelerinin, ters sarkaç modelinin testi için kullanılan nümerik değerleri

Sistem Parametresi	Sembol	Değer	Birim
Sarkacın kütlesi	$m$	0.5	$kg$
Arabanın kütlesi	$M$	3	$kg$
Sarkacın uzunluğu	$l$	0.5	$m$
Sürtünme katsayısı	$b$	2	$kg/s$
Yerçekimi ivmesi	$g$	9.81	$m/s^2$

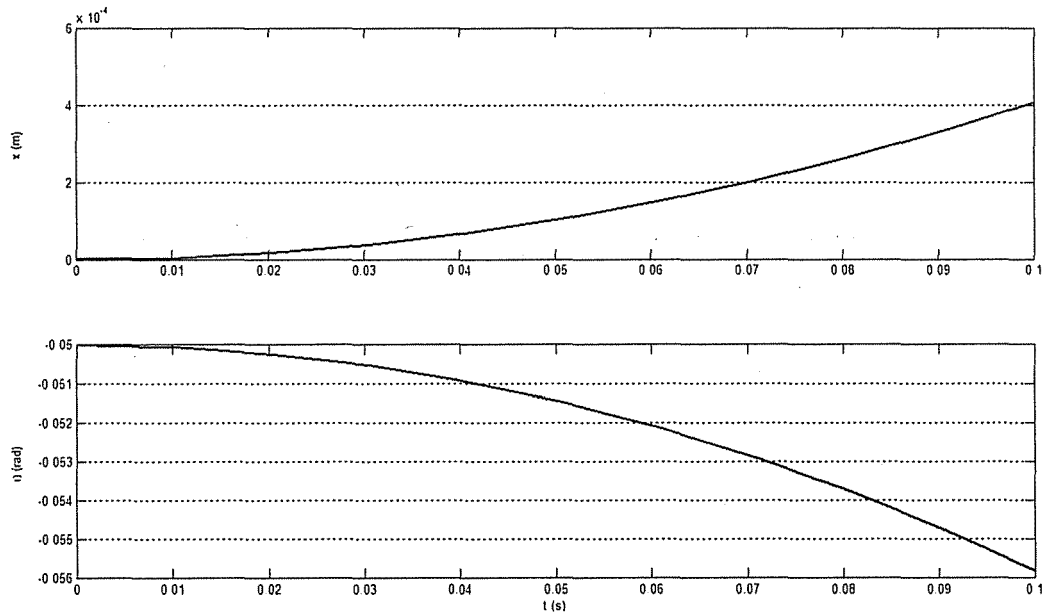
Ters sarkaç modelinin doğruluğunun sınanması için uygulanan testler şu şekildedir:

- 1) Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$  değerlerinde olduğunda sisteme negatif yönde birim basamak girişi uygulandığında,  $t > 0$  için, aracın pozisyonunu gösteren  $x$  değişkeninin negatif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. Bununla birlikte sarkacın açısını temsil eden  $\theta$  değişkeninin ise pozitif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. MATLAB programı ile yapılan benzetim sonucunda elde edilen ve Şekil 4.4 ile verilen grafiklerde görüldüğü üzere sistem beklenen tepkiyi göstermektedir.



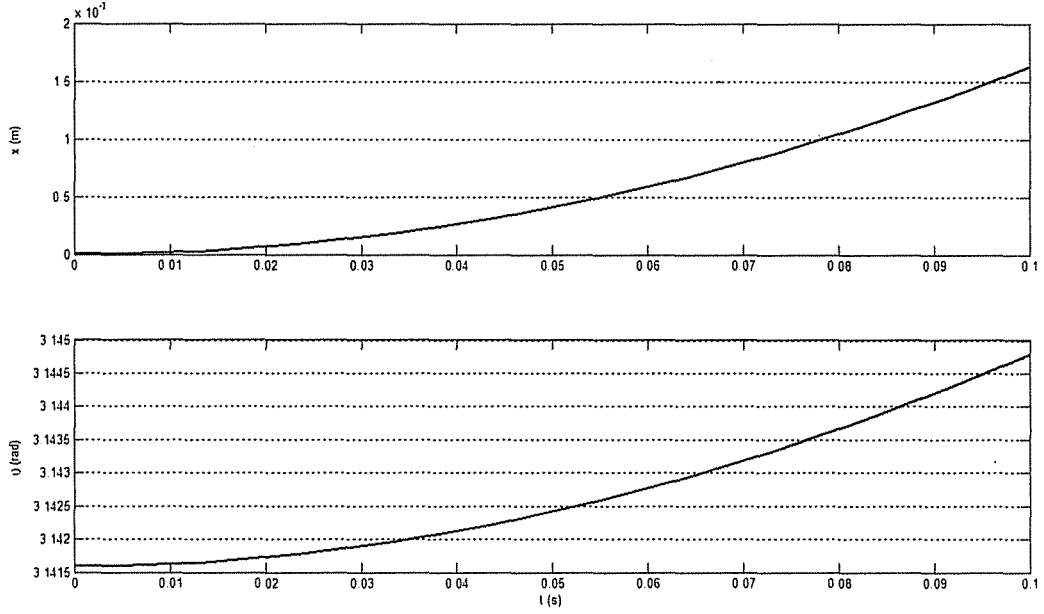
**Şekil 4.4.** Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$  değerlerinde olduğunda sisteme negatif yönde birim basamak girişi uygulanması

2) Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, -0.05 \text{ rad}, 0)$  iken sarkaç serbest bırakıldığında yani sisteme uygulanan giriş sıfır olduğunda,  $t > 0$  için, aracın pozisyonunu gösteren  $x$  değişkeninin pozitif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. Bununla birlikte sarkacın açısını temsil eden  $\theta$  değişkeninin ise negatif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. MATLAB programı ile yapılan benzetim sonucunda elde edilen ve Şekil 4.5 ile verilen grafiklerde görüldüğü üzere sistem beklenen tepkiyi göstermektedir.



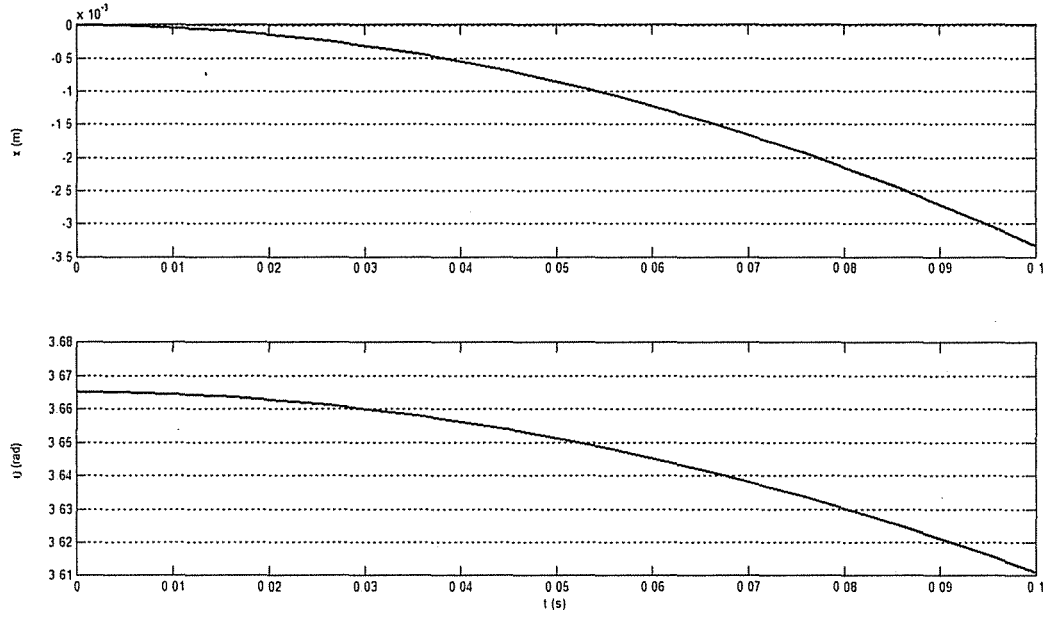
**Şekil 4.5.** Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, -0.05 \text{ rad}, 0)$  iken sarkacın serbest bırakılması yani sisteme uygulanan girişin sıfır olması

3) Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, \pi \text{ rad}, 0)$  değerlerinde olduğunda sisteme pozitif yönde birim basamak girişi uygulandığında,  $t > 0$  için, hem aracın pozisyonunu gösteren  $x$  değişkeninin hem de sarkacın açısını temsil eden  $\theta$  değişkeninin pozitif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. MATLAB programı ile yapılan benzetim sonucunda elde edilen ve Şekil 4.6 ile verilen grafiklerde görüldüğü üzere sistem beklenen tepkiyi göstermektedir.



**Şekil 4.6.** Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, \pi \text{ rad}, 0)$  değerlerinde olduğunda sisteme pozitif yönde birim basamak girişi uygulanması

4) Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 7\pi/6 \text{ rad}, 0)$  iken sarkaç serbest bırakıldığında yani sisteme uygulanan giriş sıfır olduğunda,  $t > 0$  için, hem aracın pozisyonunu gösteren  $x$  değişkeninin hem de sarkacın açısını temsil eden  $\theta$  değişkeninin negatif yönde bir tepki vermesi beklenmektedir. MATLAB programı ile yapılan benzetim sonucunda elde edilen ve Şekil 4.7 ile verilen grafiklerde görüldüğü üzere sistem beklenen tepkiyi göstermektedir.



**Şekil 4.7.** Sistem durumları  $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 7\pi/6 \text{ rad}, 0)$  iken sarkacın serbest bırakılması yani sisteme uygulanan girişin sıfır olması



## 5. MODEL ÖNGÖRÜMLÜ DENETİMİN TERS SARKAÇ DENETİM PROBLEMİNE UYGULANMASI

Ters sarkaç denetim problemi, sarkacı aşağı denge konumundan yukarı denge konumuna getirme ve yukarı denge noktası komşuluğunda tutabilme olarak iki farklı denetim probleminin birleşimi şeklinde ele alınabilir.

Bu çalışmada, yukarıda belirtilen her iki problemin çözümü için de model öngörümlü denetim yöntemi kullanılmıştır. İlk olarak Şekil 4.1 ile verilen sistem için, denklem grubu (4.17) ile verilen durum uzayı modeli elde edilmiştir. (4.17) ile verilen denklemler sürekli zamanda tanımlıdır ve doğrusal olmayan ifadelerdir. MPC yöntemini uygulayabilmek için sürekli zamanda tanımlı durum uzayı modeli kesikli zaman modeline dönüştürülür. Sonrasında ise denetim problemlerinin her biri için uygun amaç fonksiyonları ve kısıtlar belirlenerek doğrusal olmayan programlama problemleri şeklinde optimizasyon problemleri oluşturulur. İstenen denetim görevlerinin başarılması için uygun ve gerekli denetim girdilerini elde etmek üzere Şekil 3.1 ile verilen akış şemasına uygun olarak MPC algoritması işletilir.

Literatürdeki birçok çalışmadan farklı olarak, bu çalışmada, uygun denetim girdilerinin hesaplanması aşamasında arabanın hareket ettiği ray uzunluğu ve denetim girdilerinin büyüklüğü gibi pratikteki uygulamalarda karşılaşılabilecek sınırlamalar kısıt ifadeleri şeklinde tasarım sürecine doğrudan dahil edilmektedir. Bununla birlikte var olan diğer çalışmalardan yine farklı olarak, her iki denetim probleminde de sistemin doğrusal olmayan modeli kullanılmaktadır.

### 5.1. Ters Sarkaç Yukarı Kaldırma Problemi

Ters sarkaç yukarı kaldırma problemi, uygun denetim girdileri uygulayarak sarkacı kararlı olan aşağı denge noktasından kararsız olan yukarı denge noktasının belirli bir komşuluğuna getirme olarak tanımlanabilir.

Bu çalışma kapsamında yapılan uygulamalarda, yukarı kaldırma problemi için kullanılan amaç fonksiyonlarının elde edilmesi aşamasında, Aström

ve Furuta'nın (1996) yaptıkları çalışmaya benzer bir şekilde sarkacın toplam enerjisinden faydalanılmaktadır.

Herhangi bir kontrole maruz kalmayan bir ters sarkacın enerjisi, verilen bir  $(\theta, \dot{\theta})$  çifti için, sarkacın kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisinin toplamı olarak şu şekilde yazılabilir (Aström ve Furuta, 1996):

$$E = K_E + P_E = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (5.1)$$

Denklem (5.1)'de yer alan  $J$  terimi, sarkacın bağlantı noktası etrafındaki eylemsizlik momentini ifade etmektedir. Sarkacın ağırlığının sarkaç çubuğunun üst ucunda toplandığı kabul edildiği için, eylemsizlik momentinin hesaplanmasında, bir referans noktası etrafında dairesel hareket eden noktasal yük yaklaşımı kullanılabilir. Buna göre  $J := ml^2$  olur.

Denklem (5.1) ile verilen ifadeye göre, kararsız yukarı denge noktası konumunda, yani  $(\theta, \dot{\theta}) = (0, 0)$  olduğunda, sarkacın enerjisi sıfır olmaktadır. Kararlı aşağı denge noktası konumunda ise, yani  $(\theta, \dot{\theta}) = (\pi, 0)$  olduğunda, sarkacın enerjisi  $-2mgl$  değerini almaktadır.

Araba üzerine monte edilmiş bir sarkaçtan oluşan ters sarkaç sisteminde sarkacın enerjisi, arabanın ivmesi ile bağlantılı olarak değişmektedir. Bu bağlantıyı görmek üzere (5.1) denkleminin zamana göre türevi alınır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{dE}{dt} = J \dot{\theta} \ddot{\theta} - mgl \dot{\theta} \sin \theta = -m \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \quad (5.2)$$

elde edilir. (5.2) denklemi sarkacın enerji değişimi ve arabanın ivmesi arasındaki ilişkiyi açıkça göstermektedir.

Yapılan tanımlamalar ışığında, yukarı kaldırma denetim probleminin MPC yöntemi ile çözümündeki amaç, sarkacın enerjisini  $-2mgl$  değerinden sıfır değerine götürecektir, aynı zamanda da sistem durumları ve/veya denetim girdileri üzerinde tanımlanan kısıtları sağlayacak denetim girdilerini elde etmektir.

## 5.2. Ters Sarkaç Kararlılık Problemi

Ters sarkaç kararlılık problemi, sarkacın, yukarı kaldırma denetimi sonrası kararsız yukarı denge noktasının belirli bir komşuluk değerine getirilmesini takiben, uygun denetim girdileri uygulanarak bu komşuluk içinde tutulması olarak tanımlanabilir. Aynı zamanda kararlılık denetimi uygulamasında arabanın pozisyonunu istenen değere götüreceği bir denetim işlemi de yapılabilir.

Her ne kadar kararlılık problemi için oluşturulan optimizasyon problemi, yukarı kaldırma probleminde olduğu gibi doğrusal olmayan programlama problemi şeklinde ifade edilmiş olsa da kararlılık denetiminde kullanılacak amaç fonksiyonu ifadesi, yukarı kaldırma probleminde kullanılan amaç fonksiyonu ifadesinden farklı oluşturulmaktadır. Bu çalışmada, kararlılık problemi için oluşturulan amaç fonksiyonunun elde edilmesi aşamasında kayma kipli denetim araçlarından yararlanılmaktadır. Kararlılık probleminde kullanılacak amaç fonksiyonunu oluşturmak için, sarkacın yukarı denge noktası etrafında doğrusallaştırılan sistem modelinden faydalanılarak bulunan kayma yüzeyi eşitliği kullanılmaktadır.

### 5.2.1. Kayma kipli denetim ve kararlı kayma yüzeyinin bulunması

Kayma kipli denetim teorisinde, sistemin o anki durumuna göre daha önceden tasarımcı tarafından belirlenmiş olan sonlu sayıdaki denetleyicilerden birinin kullanımı esas alınmaktadır. Kayma kipli denetim sistemi, temel olarak, her biri daha önceden belirlenmiş iki ya da daha fazla geribesleme alt sistemini içermektedir. Öncelikle durum uzayı belirli bölgelere bölünür; sonrasında ise, sistem durumlarının o an hangi bölgede olduğuna bağlı olarak hangi alt sistemin aktif olacağı ve denetim kuralının nasıl üretileceği belirlenir. Durum uzayı bölgeleri tasarımcı tarafından belirlenmektedir. Bu bölgelerin sınırları anahtarlama fonksiyonları olarak adlandırılmaktadır. Eğer sistem yörüngesi bir anahtarlama fonksiyonuna bir kez ulaşır sonra da bu fonksiyonun komşuluğunda kalıyorsa, o fonksiyon kayma yüzeyi adını alır. İki boyutlu sistemlerde anahtarlama fonksiyonu anahtarlama çizgisi olarak, kayma yüzeyi ise kayma

çizgisi olarak adlandırılmaktadır. Eğer kayma yüzeyine zorlanan bütün sistem yörüngeleri orijine giderse kayma yüzeyi, kararlı kayma yüzeyi olarak isimlendirilmektedir. Kararlı kayma yüzeyi ifadesi, sistem dinamiğinin doğrusal durum uzayı gösterimindeki özdeğerlerine göre belirlenebilir. (Karamancıoğlu, 1999)

Zamanla değişmeyen,  $n$ -boyutlu, tek girdiye sahip, sürekli zamanda tanımlı, doğrusal bir sistem için kapalı formda durum uzayı gösterimi şu şekilde yazılabilir:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad (5.3)$$

Denklem (5.3) ile verilen sistem için kayma yüzeyi ise şu şekilde ifade edilebilir:

$$s := \{X : GX = 0\} \quad (5.4)$$

Bu yüzeye ulaşan sistem yörüngelerinin, yüzey üzerinde kalmaları,

$$s(X(t)) = GX(t) \quad (5.5)$$

ifadesinin zamana göre türevinin sıfıra eşit olması ile sağlanır. Buna göre,

$$\dot{s} = G\dot{X} = G(AX + Bu_{eq}) = 0 \quad (5.6)$$

ifadesi elde edilebilir. (5.6) denkleminde, eşdeğer denetim girdisi olarak adlandırılan  $u_{eq}$  değerini verecek eşitliği elde etmek için gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$u_{eq} = -(GB)^{-1}GAX = F_{eq}X \quad (5.7)$$

elde edilir. (5.7) denkleminde yer alan  $F_{eq}$  eşdeğer geribesleme matrisi olarak adlandırılır. Bulunan eşdeğer girdi değeri, (5.3) ile verilen durum denklemlerinde yerine konulursa,

$$\dot{X}(t) = (A + BF_{eq})X(t) \quad (5.8)$$

elde edilir. Denklem (5.8) ile verilen ifade de  $A + BF_{eq}$  matrisinin tüm özdeğerlerinin gerçekte kısımlarını negatif yapan  $G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]$  parametreleri kararlı kayma yüzeyi parametreleri olarak belirlenir. Bu değerler (5.5) eşitliğinde yerine koyularak kararlı kayma yüzeyi elde edilir.

### 5.2.2. Doğrusal olmayan ters sarkaç modelinin yukarı denge noktası etrafında doğrusallaştırılması

Ters sarkaç kararlılık probleminde, denetim sisteminin amacı sarkacı yukarı denge noktası komşuluğunda tutmak olduğu için sarkaç modeli bu nokta etrafında doğrusallaştırılabilir.

Denklem (4.18) ile verilen doğrusal olmayan ters sarkaç modeli  $(\theta, \dot{\theta}) = (0, 0)$  noktası etrafında,

$$\dot{X} = \left( \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{(x_3, x_4) = (0, 0)} \right) X + \left( \frac{\partial F}{\partial u} \Big|_{(x_3, x_4) = (0, 0)} \right) u \quad (5.9)$$

işlemi ile doğrusallaştırılır. Bu durumda elde edilen doğrusal sistem modeli ise şu şekilde yazılabilir:

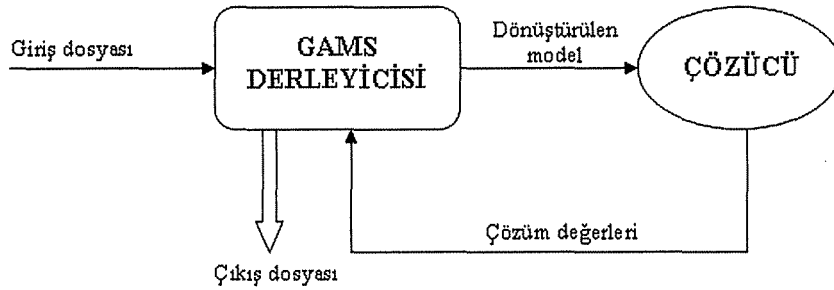
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{M} & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b}{Ml} & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u \quad (5.10)$$

Kararlılık probleminin MPC yöntemi ile denetimindeki amaç, yörünge ile kayma yüzeyi arasındaki mesafeyi azaltacak, aynı zamanda da sistem durumları ve/veya denetim girdileri üzerinde tanımlanan kısıtları sağlayacak denetim girdilerini elde etmektir.

### 5.3. GAMS Programı

Doğrusal olmayan programlama problemi olarak ifade edilen optimizasyon problemlerinin elde çözümleri ya da şekilsel (geometrik) çözümleri sadece karmaşık yapıda olmayan, küçük boyutta problemler için kullanışlıdır. İki den fazla değişken olduğunda ya da karmaşık yapılarda amaç fonksiyonu ve/veya kısıt denklemleri olduğunda bu tip çözümler çok da işlevsel olmaz. Pratikte karşılaşılan problemlerin çoğunun doğrusal olmayan ve karmaşık modellere sahip olduğu düşünülürse bu tür problemlerin çözümünde, gerekli hesaplamaların yapılmasında ve sonuçların denetim sistemlerine aktarılmasında hızlı donanım yapılarına ve bilgisayar yazılımlarına ihtiyaç olduğu görülmektedir.

GAMS programı, doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümlerinin bulunabilmesi için kullanılan programlardan biridir. İçerisinde bulundurduğu farklı çözümler sayesinde farklı tipteki, farklı özelliklere sahip problemler bu program ile çözülebilmektedir. GAMS programının çalışma prensibi Şekil 5.1'de gösterilmiştir. Amaç fonksiyonu ve kısıtlardan oluşan matematiksel model giriş dosyası olarak derleyiciye gönderilir. Derleyici, kullanıcı tarafından problem tipine uygun olarak seçilen çözümlerin problemi çözebilmesi gerekli dönüşümleri yapar. Çözümler problemi çözer ve sonuçları tekrar derleyiciye gönderir. Bir çıkış dosyasında çözüm sonucu elde edilen bilgiler – optimal çözüm, optimal değer, kısıtların almış olduğu değerler, hata mesajları vb. – gösterilir.



Şekil 5.1. GAMS sistemi (Aksen, 1998)

GAMS programında, farklı tipteki optimizasyon problemleri için farklı çözücüler tanımlanmıştır. Kullanıcı, program kodları içerisinde, önerilen çözücülerden hangisini seçtiğini belirtmek durumundadır. Bu çalışmadaki benzetimlerde de, doğrusal olmayan problemler için önerilen çözücüler içerisinde MINOS ve CONOPT çözücülerini kullanılmıştır. Önerilen çözücülerden hangisinin seçileceği ise büyük oranda deneme yanılma yoluyla belirlenmektedir. Ancak, bazı yol gösterici incelemeler ile hangi çözücünün daha iyi sonuç vereceği öngörülebilir (Drud):

- Eğer optimizasyon problemi yüksek dereceden doğrusal olmayan terimler içeriyorsa CONOPT çözücüsünün seçilmesi tavsiye edilmektedir.
- Eğer amaç fonksiyonu dışında kalan diğer ifadelerde doğrusal olmayan terimlerin derecesi ve varlığı düşükse o zaman MINOS ya da CONOPT çözücülerinden herhangi birinin kullanımı mümkündür.
- MINOS çözücüsünün uygun olmayan çözüm ürettiği durumlarda CONOPT çözücüsü uygun çözüm üretebilmektedir.
- Değişken sayısı ile neredeyse aynı sayıda kısıt denklemine sahip olunması durumunda CONOPT çözücü daha hızlı çözüm üretebilmektedir.
- CONOPT ve MINOS çözücülerini düzgün (smooth) fonksiyonlar için tanımlanmışlardır. Bu sebeple eğer amaç fonksiyonu ve/veya kısıt ifadeleri içinde bu duruma uymayan fonksiyonlar varsa, bunların uygun dönüşümlerle düzgün fonksiyonlar şeklinde yazılması gerekmektedir.

Doğrusal olmayan optimizasyon problemlerinin CONOPT çözücüsü ile daha kolay çözülebilir hale gelebilmesi için modelin yazılması aşamasında dikkat edilmesi gereken en önemli noktalar da şu şekilde sıralanabilir (Drud):

- Değişkenler ve ifadeler üzerindeki sınırların tanımlanması,
- Amaç fonksiyonu ve kısıt denklemleri ifadelerinin basitleştirilmesi,
- Mutlak değer,  $\min(\bullet)$ ,  $\max(\bullet)$  gibi türevi alınamayan fonksiyonlar içeren ifadelerin yerine bu fonksiyonlarla yaklaşık olarak aynı değerleri veren aynı zamanda da türevi alınabilen fonksiyonların kullanılması.

GAMS programı, MATLAB programı ile uygun sürüm şartları altında etkileşimli çalışabilmektedir. Bir optimizasyon probleminin GAMS ile çözdürülmesi sonucu elde edilen tüm veriler (denetim girdilerinin öngörülen değerleri, durum değişkenlerinin öngörülen değerleri, amaç fonksiyonunun değeri, kısıtların değerleri, vb.) MATLAB'e gönderilebilmektedir. Aynı şekilde, sistem modeli ile ilgili parametre ve ölçüm bilgileri (sarkaç parametreleri, amaç fonksiyonlarındaki ağırlık parametrelerinin değerleri, örnekleme aralığının değeri, sistem durumlarının başlangıç şartları, vb.) de MATLAB'den GAMS'e aktarılabilir.

Bu çalışmadaki uygulamalarda yer alan tüm benzetimlerde ana kodlar MATLAB ortamında yazılmıştır. Kodlar içerisinde çağrılan bir alt rutin ile GAMS programı çalıştırılmakta ve MPC algoritmasında yer alan optimizasyon probleminin çözdürülmesi aşaması gerçekleştirilmektedir. Benzetimlerde, MATLAB6.1 ve GAMS21.5 sürümleri kullanılmıştır.

Brooke ve ark. (1998), Aksen (1998) ve McCarl (2004) tarafından yapılan çalışmalar, GAMS programı ile kod yazımı, GAMS programında tanımlı çözücüler, kodların yazımı ve çalıştırılması aşamalarında karşılaşılabilecek problemler ve çözüm önerileri ile ilgili kapsamlı bilgilerin yer aldığı çalışmalardır.

GAMS ve MATLAB programlarının birbirleri ile etkileşimli çalışmasını sağlayacak dosyalar, bu dosyaların kurulumu ve gerekli ayarlar ile ilgili dokümanlar Ferris (2010) kaynağından temin edilebilir.



## 6. UYGULAMALAR VE BENZETİMLER

Bu bölümde altı adet uygulama sunulmaktadır. Öncelikle ters sarkaç kararlılık probleminin çözümü için MPC uygulamaları verilmektedir. Sonrasında ise hem yukarı kaldırma problemi, hem de kararlılık problemi için çözüm içeren uygulamalar sunulmaktadır. İlgili uygulamalarda optimizasyon problemlerinde kullanılan amaç fonksiyonları ifadelerinde, kısıt ifadelerinde ve tasarım parametreleri değerlerinde farklılıklar bulunmaktadır.

### 6.1. Uygulama 1

Bu uygulamada ters sarkaç kararlılık problemi ele alınmaktadır (Kahvecioğlu ve ark., 2007). Sistem modeli olarak, (4.17) ile verilen, doğrusal olmayan eşitliklerinden oluşan durum uzayı modeli kullanılmaktadır.

#### 6.1.1. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Bu uygulamada ters sarkaç kararlılık problemi için ilgili optimizasyon problemi şu şekilde oluşturulmuştur:

$$\begin{aligned} X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\ u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\ i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere} \end{aligned} \tag{6.1}$$

*k.a.*

$$\underset{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}}{\text{Enk}} \left( G \cdot [(x_1(N) - x_{1d}) \quad x_2(N) \quad x_3(N) \quad x_4(N)]^T \right)^2$$

Denklem grubu (6.1)'de,  $N$  öngörüm ufku uzunluğunu,  $T_{st}$  ise Euler Metodu için kullanılan örnekleme zamanını göstermektedir.  $u_L$  ve  $u_U$  ise sırası ile, öngörülen denetim girdileri için tanımlanan alt ve üst sınır değerlerini belirtmektedir.  $x_{1d}$  kararlılık denetimi sonucunda arabanın pozisyonunun alması istenen değeri göstermektedir.

Denklem (6.1)'de görüldüğü üzere, MPC algoritmasında kullanılacak olan optimizasyon problemi, doğrusal olmayan programlama problemi şeklinde kısıt ifadelerinden ve amaç fonksiyonundan yararlanılarak oluşturulmaktadır. Sistem modelini oluşturan ve birinci mertebeden diferansiyel denklemler şeklinde ifade edilen durum denklemleri, eşitlik kısıtları şeklinde optimizasyon problemine dahil edilmektedirler. Bununla birlikte, denetim girdileri üzerinde alt ve üst sınır değerler verilerek bölge kısıtları şeklinde zorunlu kısıtlar da tanımlanmaktadır.

Amaç fonksiyonunun elde edilmesi aşamasında ise kayma kipli denetim araçlarından faydalanılmaktadır. Optimizasyon probleminin çözümü sonucunda gelecekteki öngörülen denetim girdileri dizisi,  $U(k, N-1)$ , yörünge ile kayma yüzeyi  $s(X) = 0$  arasındaki mesafeyi minimum yapacak şekilde üretilir. Amaç fonksiyonu minimum değerine, yani sıfır değerine, durumlar kayma yüzeyi yakın komşuluğunda olduğu zaman ulaşır.

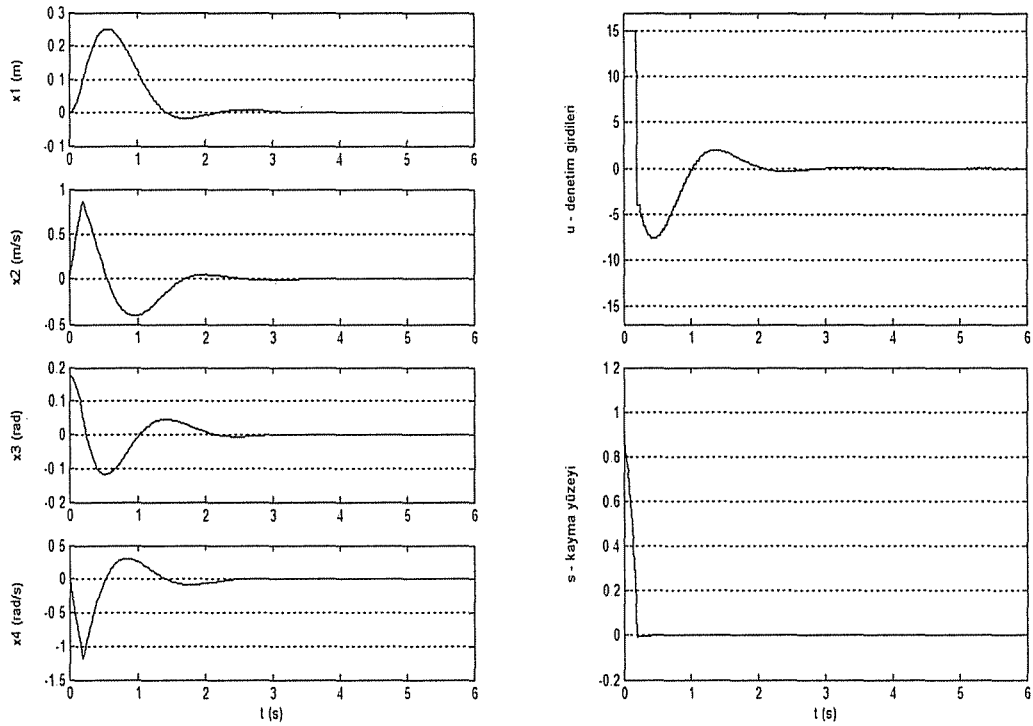
### 6.1.2. Benzetimler

Yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] = [2 \ 1.5 \ 5 \ 1.5]$  olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1'de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da MINOS çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.1'de sunulmuştur. Yapılan diğer deneyler ve benzetimler için şartlar EK'de Çizelge 6.8'de verilmektedir.

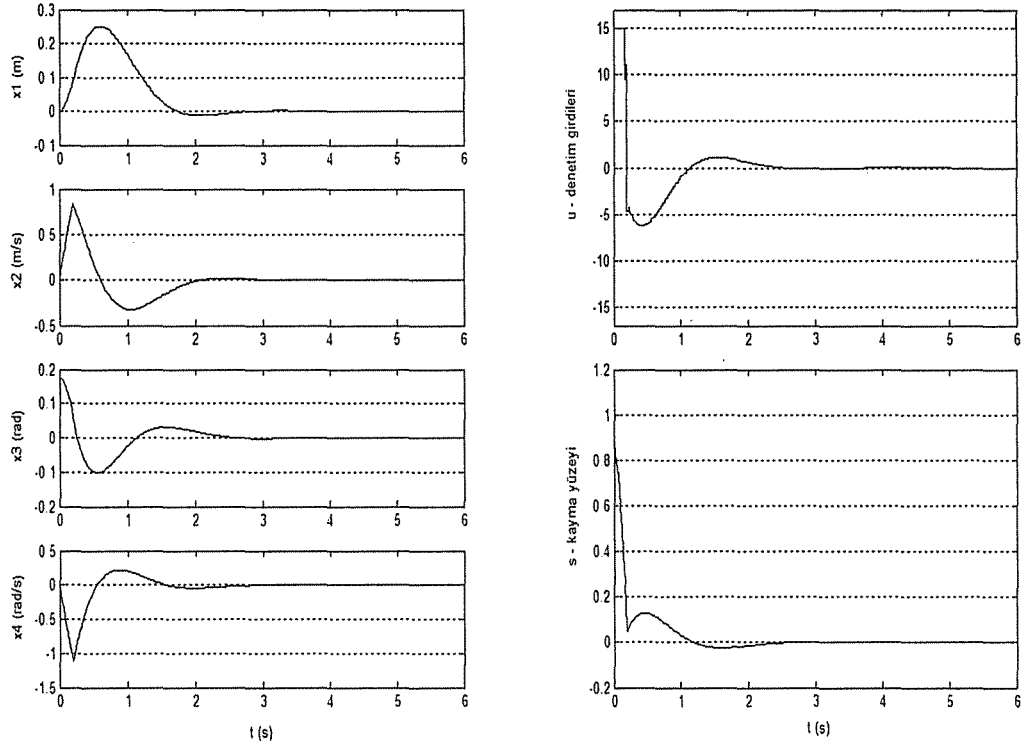
Çizelge 6.1'de verilen deneylerin sonuçlarını gösteren grafikler Şekil 6.1 - 6.7'de verilmiştir. Grafiklerde, ilk sütunda sırasıyla arabanın pozisyonu, arabanın hızı, sarkacın açısı ve sarkacın açısal hızı olmak üzere sistem durumlarının zamana göre değişimleri gösterilmektedir. İkinci sütunda ise sırası ile denetim girdilerinin zamana göre grafiği ve kayma yüzeyinin sistem durumlarına göre aldığı değerlerin zamana göre grafiği yer almaktadır.

Çizelge 6.1. Uygulama 1 için deney şartları

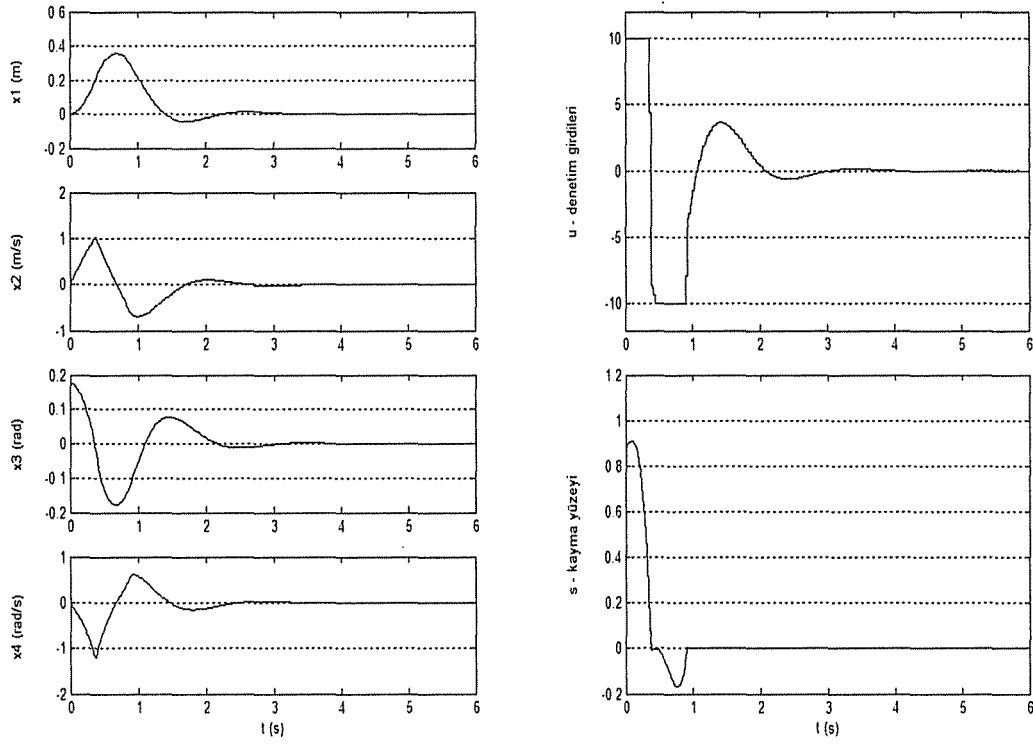
Deney No.	$N$	$[u_L, u_U]$	$X_0$	$X_d$
1	1	$[-15,15]$	$(0,0,10^\circ,0)$	$(0,0,0,0)$
	3	$[-15,15]$	$(0,0,10^\circ,0)$	$(0,0,0,0)$
2	1	$[-10,10]$	$(0,0,10^\circ,0)$	$(0,0,0,0)$
	3	$[-10,10]$	$(0,0,10^\circ,0)$	$(0,0,0,0)$
3	3	$[-15,15]$	$(0,0,10^\circ,0)$	$(1,0,0,0)$
4	3	$[-15,15]$	$(0,0,15^\circ,0)$	$(0,0,0,0)$
5	3	$[-15,15]$	$(0,0,15^\circ,0)$	$(1,0,0,0)$



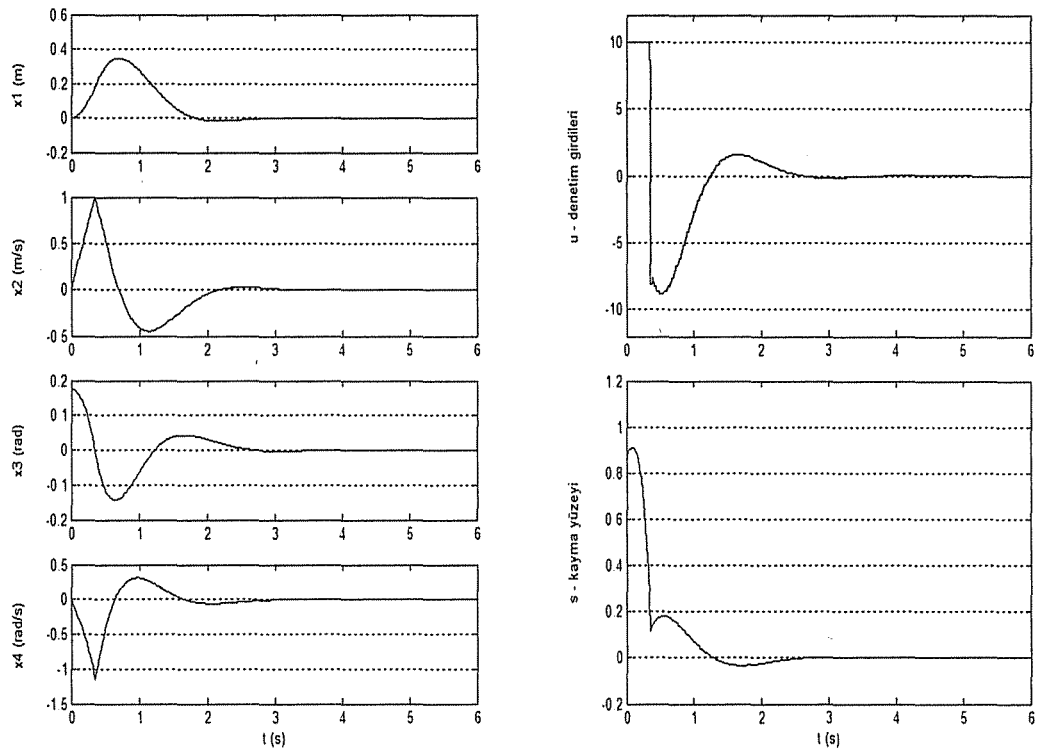
Şekil 6.1. Uygulama 1 – Deney 1, bir adım öngörüm için grafikler



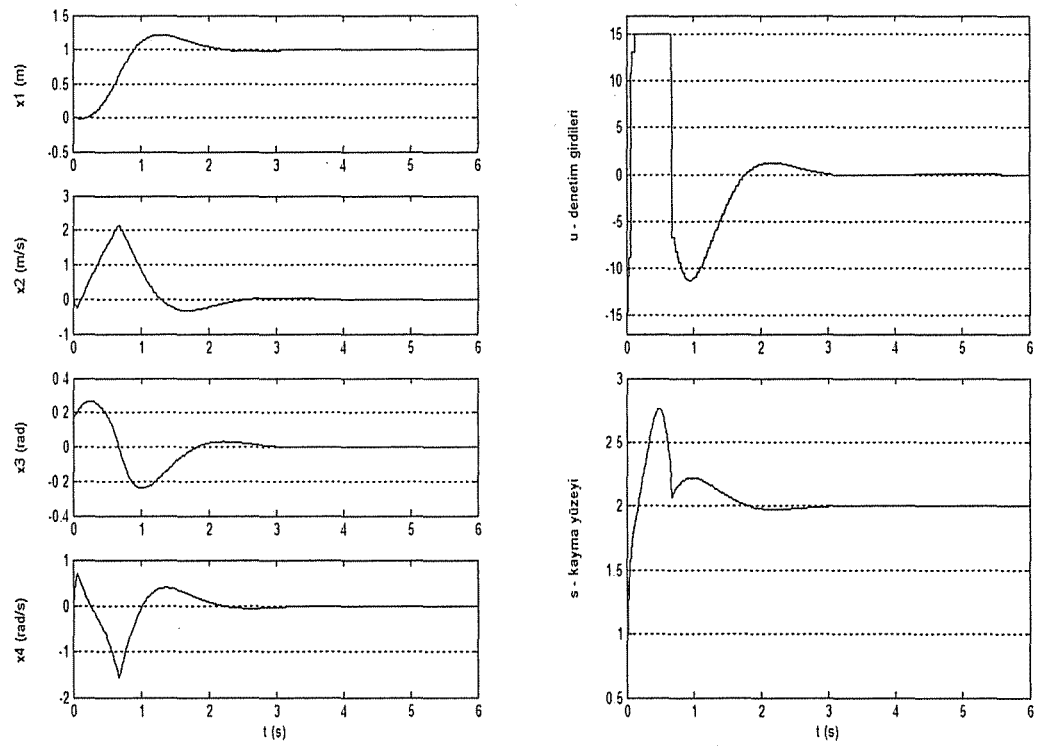
Şekil 6.2. Uygulama 1 – Deneysel 1, üç adım öngörüm için grafikler



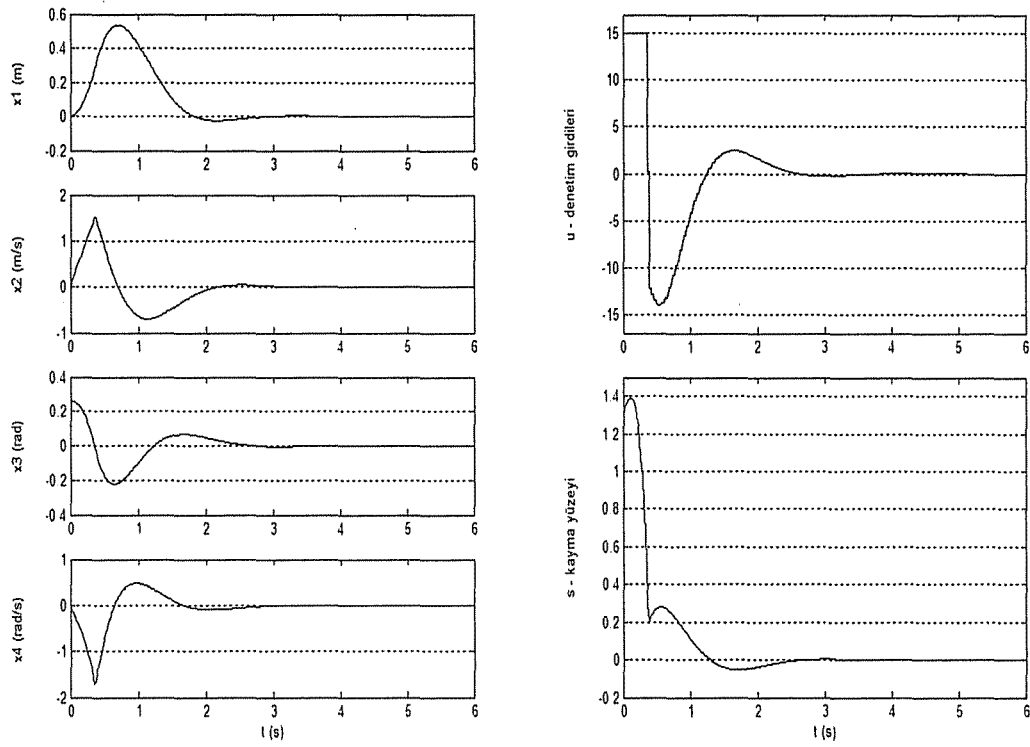
Şekil 6.3. Uygulama 1 – Deneysel 2, bir adım öngörüm için grafikler



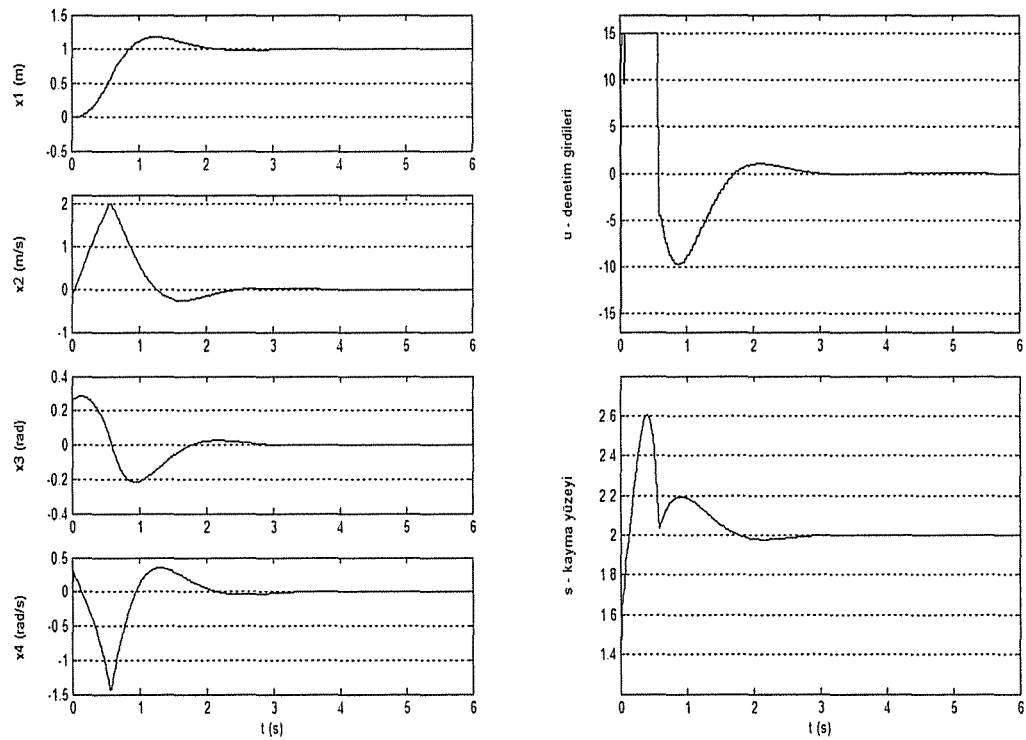
Şekil 6.4. Uygulama 1 – Deneş 2, üç adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.5. Uygulama 1 – Deneş 3, üç adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.6. Uygulama 1 – Deney 4, üç adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.7. Uygulama 1 – Deney 5, üç adım öngörüm için grafikler

## 6.2.Uygulama 2

Bu uygulamada, Uygulama 1’de ters sarkaç kararlılık probleminin MPC ile çözümü için oluşturulan optimizasyon problemindeki amaç fonksiyonu ifadesinde değişiklik yapılarak ve denetim girdilerinin değişimini içeren bir terim eklenerek ters sarkaç kararlılık problemi için yeni bir optimizasyon problemi tanımlanmaktadır. Kısıt ifadeleri ise Uygulama 1’deki ifadelere benzer şekilde, eşitlik kısıtı şeklinde verilen sistem modeli denklemlerini ve denetim girdileri için alt ve üst sınırlar verilerek tanımlanan zorunlu kısıtları içermektedir. Bunlara ilave olarak sistem durumlarından arabanın pozisyonu, arabanın hızı ve sarkacın açılma hızı üzerinde de alt ve üst sınırlar şeklinde zorunlu kısıt tanımlamaları yapılmıştır.

### 6.2.1. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Ters sarkaç kararlılık problemi için, bu uygulamada ilgili optimizasyon problemi şu şekilde oluşturulmuştur:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\
 x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

*k.a.*

$$\underset{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}}{\text{Enk}} \sum_{j=0}^{N-1} \left( G \cdot [ (x_1(j) - x_{1d}) \quad x_2(j) \quad x_3(j) \quad x_4(j) ]^T \right)^2 + k_u \sum_{j=1}^{N-1} (u(j) - u(j-1))^2$$

Denklem grubu (6.2)’de,  $N$  öngörüm ufku uzunluğunu,  $T_{st}$  ise Euler Metodu için kullanılan örnekleme zamanını göstermektedir.  $u_L$ ,  $x_{1L}$ ,  $x_{2L}$  ve  $x_{4L}$  sırası ile denetim girdilerinin, arabanın pozisyonunun, arabanın hızının ve sarkacın açılma hızının alabileceği en küçük değerleri göstermektedir. Benzer şekilde,  $u_U$ ,  $x_{1U}$ ,  $x_{2U}$  ve  $x_{4U}$  ise sırası ile ilgili değişkenler için üst sınır değerlerini belirtmektedir.  $k_u$  ise

ağırlık parametresidir.  $x_{1d}$  kararlılık denetimi sonucunda arabanın pozisyonunun alması istenen değeri ifade etmektedir.

### 6.2.2. Benzetimler

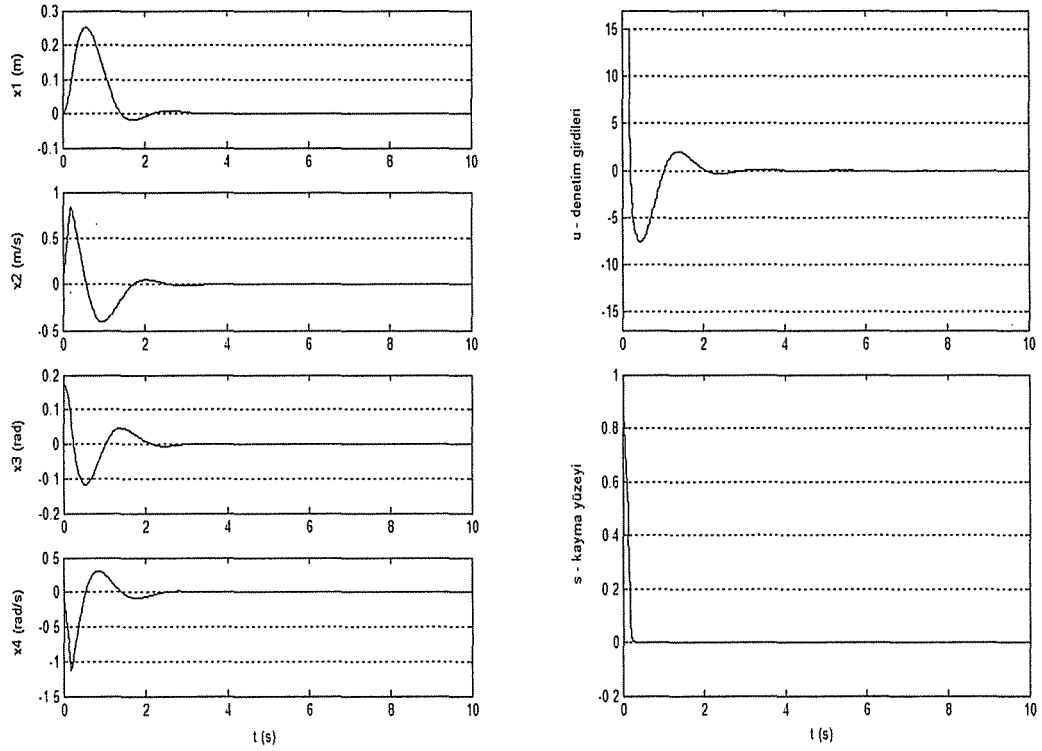
Uygulamada yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] = [2 \ 1.5 \ 5 \ 1.5]$  olarak kullanılmıştır. Amaç fonksiyonunda yer alan, denetim girdisinin değişimi ile ilgili terime ait  $k_u$  parametresinin değeri ise 10 olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1’de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da MINOS çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.2’de sunulmuştur.

Çizelge 6.2. Uygulama 2 için deney şartları

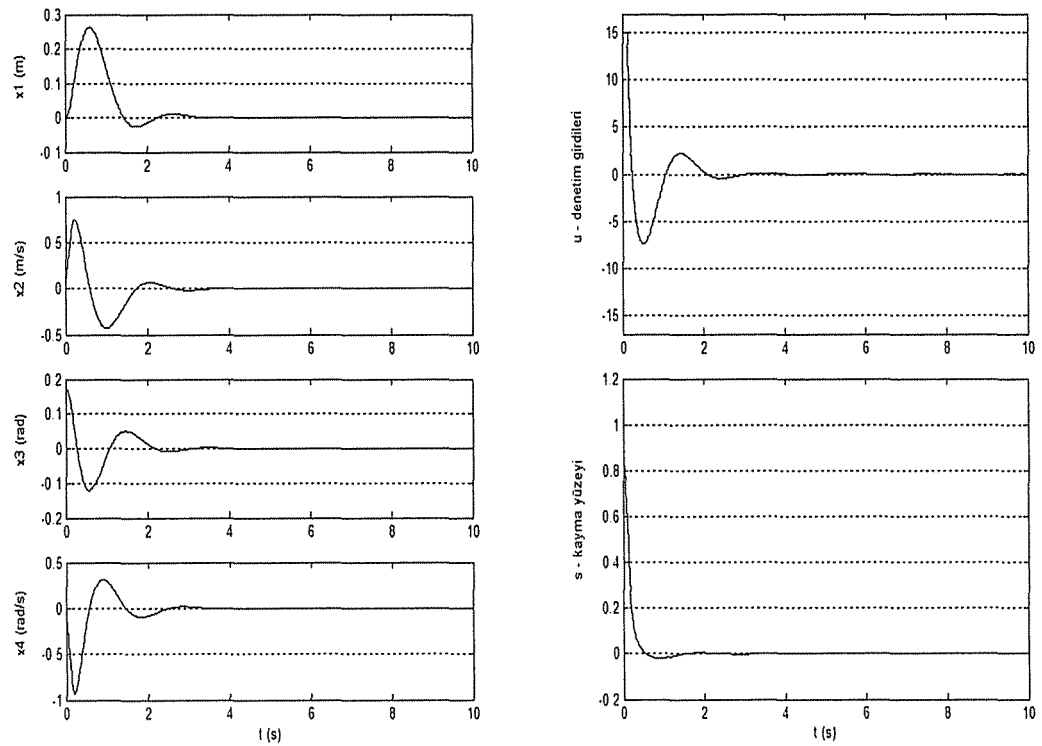
Deney No.	$N$	$[u_L, u_U]$	$[x_{1L}, x_{1U}]$	$[x_{2L}, x_{2U}]$	$[x_{4L}, x_{4U}]$	$X_0$	$X_d$
1	3	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
2	50	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	(0,0,10°,0)	(0.5,0,0,0)

Çizelge 6.2’de verilen deneylerin sonuçlarını gösteren grafikler Şekil 6.8 – 6.12’de verilmiştir. Grafiklerde, ilk sütunda yer alan grafikler, sırasıyla arabanın pozisyonu, arabanın hızı, sarkacın açısı ve sarkacın açısal hızı olmak üzere sistem durumlarının zamana göre değişimlerini göstermektedir. İkinci sütunda ise sırası ile denetim girdilerinin zamana göre grafiği ve kayma yüzeyinin sistem durumlarına göre aldığı değerlerin zamana göre grafiği yer almaktadır. Yapılan diğer deneyler ve benzetimler için şartlar EK’de Çizelge 6.9’da, sunulmaktadır.

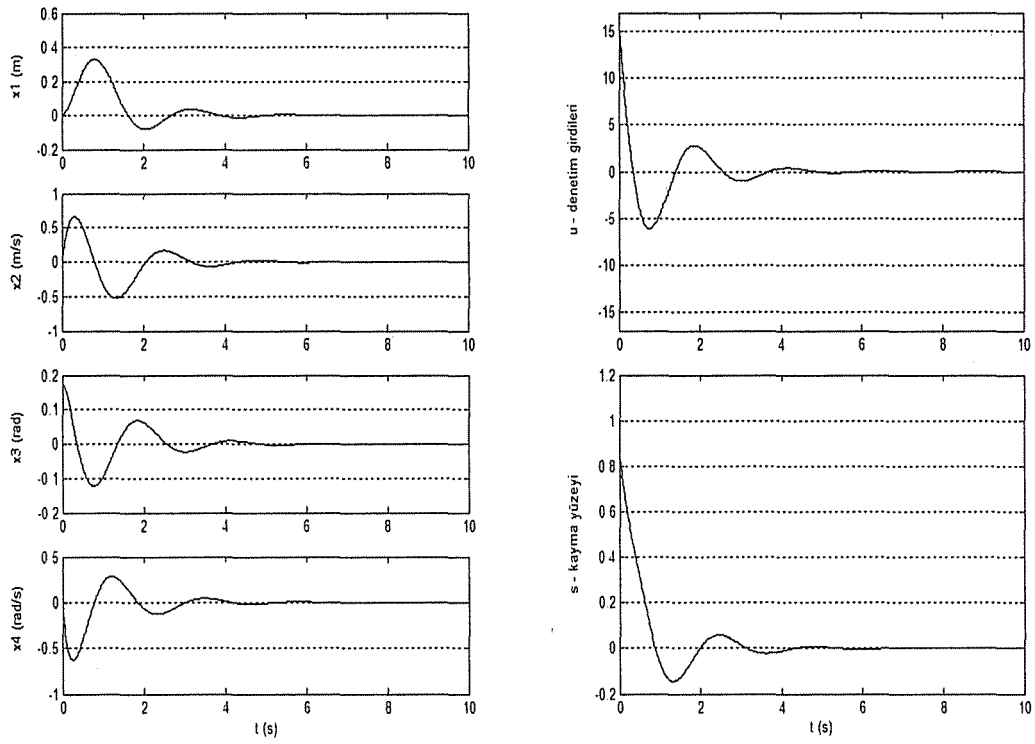




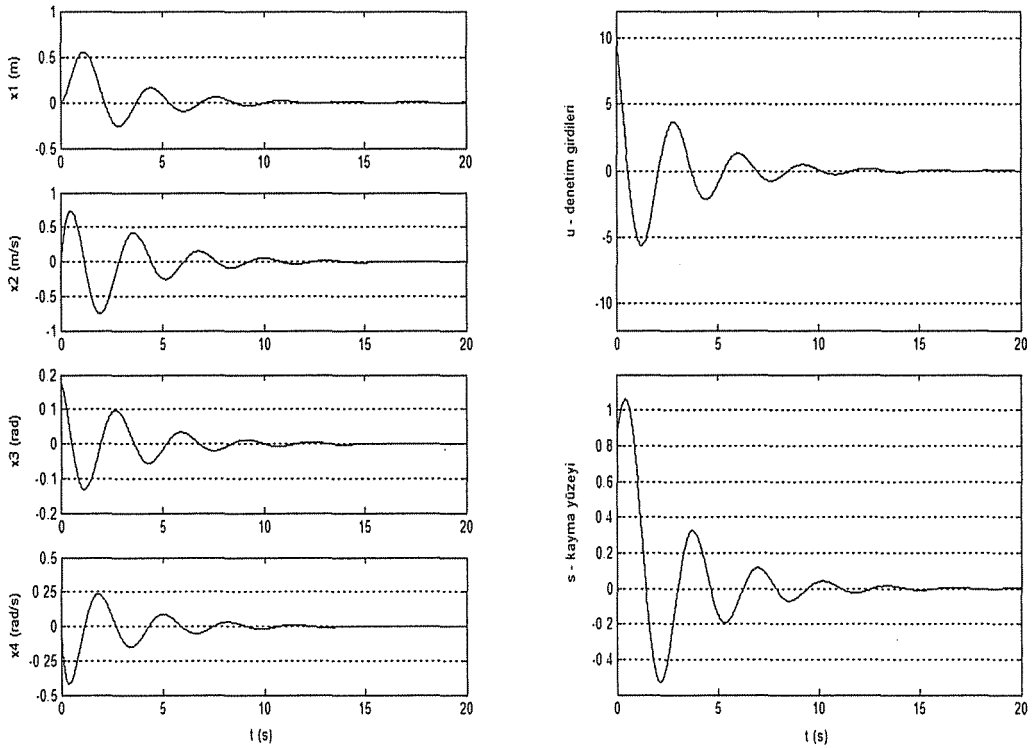
Şekil 6.8. Uygulama 2 – Deneysel 1, üç adım öngörüm için grafikler



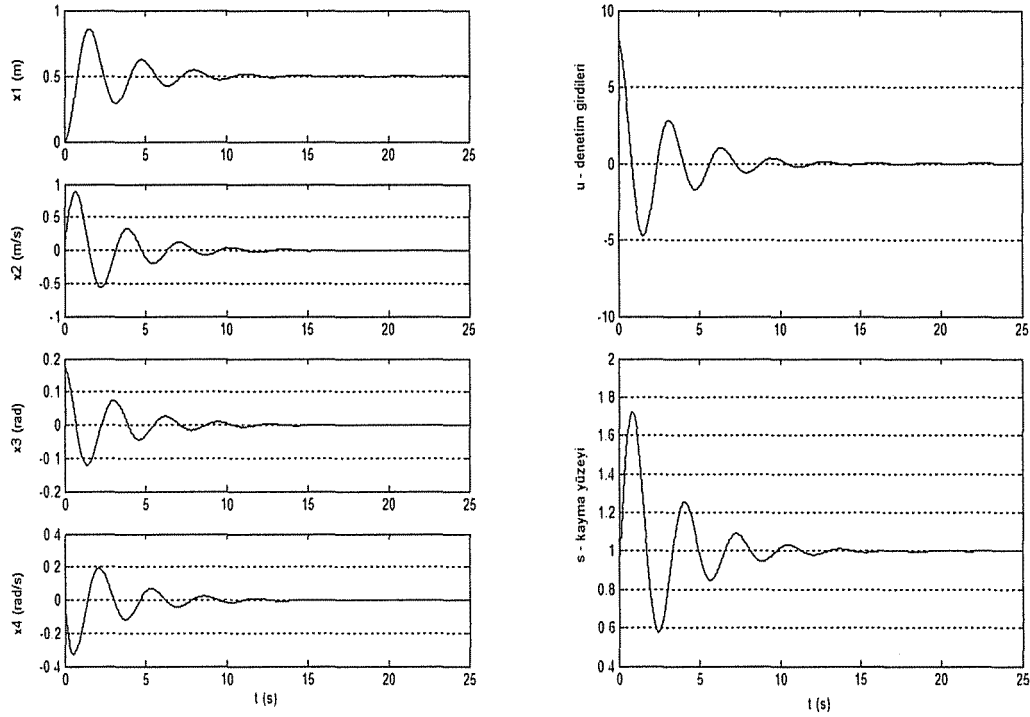
Şekil 6.9. Uygulama 2 – Deneysel 1, on adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.10. Uygulama 2 – Deney 1, yirmi beş adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.11. Uygulama 2 – Deney 1, elli adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.12. Uygulama 2 – Deneysel 2, eli adım öngörüm için grafikler

### 6.3. Uygulama 3

Bu uygulamada, ters sarkaç denetim problemini oluşturan iki alt problem – sarkacı yukarı kaldırma ve kararlılık problemleri – için iki ayrı denetleyici tasarımı yapılmıştır (Kahvecioğlu ve ark., 2008a). Sistem durumlarına göre bu denetleyicilerden yalnızca bir tanesi aktif olmaktadır. Yukarı kaldırma probleminin çözümü için kullanılacak olan denetleyici, (5.2) ile verilen sarkacın enerjisinin değişimi ifadesinden faydalanan bir strateji ile tasarlanmıştır. Kararlılık probleminin çözümünde kullanılacak olan optimizasyon problemi ise, denklem grubu (6.1) ile verilen optimizasyon problemine arabanın pozisyonu için kısıtlar ilave edilerek oluşturulmaktadır.

### 6.3.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu

Denklem (5.2) ile verilen enerjinin değişimi ifadesi incelenirse, görülmektedir ki arabanın ivmesinin sarkacın enerji değişimi üzerinde doğrudan bir etkisi bulunmaktadır. (5.2) denkleminde şu sonuca varılabilir:

*“Sarkacın enerjisinin artması için, enerji değişimi ifadesi pozitif olmalıdır. Enerji değişimi ifadesinin pozitif olması  $\ddot{x}$  ve  $\dot{\theta} \cos \theta$  ifadelerinin arasındaki ilişkiye bağlıdır.”*

Elde edilen bu sonuç, yukarı kaldırma problemi için oluşturulan optimizasyon probleminde kısıt ifadeleri olarak yer alacak denetim eylemlerinin oluşturulmasında kullanılacaktır.

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç yukarı kaldırma problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{sw} F(X(k+i), u(k+i)) \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 E(k+i+1) - E(k+i) &\geq 0 \\
 \text{eylem A, C} \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

*k.a.*

$$\begin{aligned}
 \text{Enb } & E(k+N) \\
 u_0, u_1, \dots, u_{N-1}
 \end{aligned}$$

Denklem grubu (6.3)'te,  $N$  öngörüm ufku uzunluğunu,  $T_{sw}$  ise Euler Metodu için kullanılan örnekleme zamanını göstermektedir.  $u_L$ , ve  $x_{1L}$  sırası ile denetim girdileri ve arabanın pozisyonunun alabileceği en küçük değerleri göstermektedir. Benzer şekilde,  $u_U$ , ve  $x_{1U}$  ise sırası ile ilgili değişkenler için üst sınır değerlerini belirtmektedir.

Oluşturulan problemde, enerji değişimini pozitif tutulacak şekilde uygun kısıtlar altında sistemin “ $N$ ” anındaki (öngörüm ufkunun son anındaki) enerjisi en büyüklenmeye çalışılmaktadır. Amaç, sistemin enerjisini başlangıç enerjisi olan  $-2mgL$  değerinden yaklaşık olarak 0 değerine getirmektir. Optimizasyon probleminde  $E(k+1)-E(k)$  şeklinde verilen enerji değişimi ile ilgili kısıt (5.2) ile verilen sarkacın enerjisinin değişimi ifadesi kesikleştirilerek oluşturulmaktadır. (5.2) eşitliği, sistemin durum değişkenleri cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{dE}{dt} = -ml\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta = -ml\dot{x}_2\dot{x}_4 \cos x_3 \quad (6.4)$$

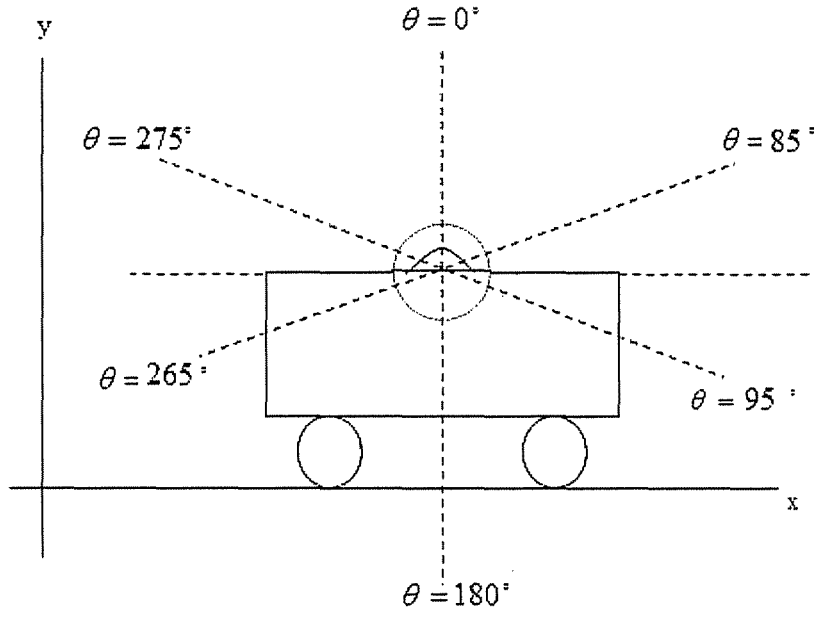
Denklem (6.5) ile verilen ifade kullanılarak, (6.3) ile verilen optimizasyon probleminde yer alan amaç fonksiyonu ve enerji değişimi ile ilgili kısıt şu şekilde elde edilir:

$$\Delta E(k+1) = \frac{E(k+1) - E(k)}{T_{st}} = -ml \frac{x_2(k+1) - x_2(k)}{T_{st}} x_4(k) \cos x_3(k) \quad (6.5)$$

$$E(k+1) - E(k) = -ml(x_2(k+1) - x_2(k))x_4(k) \cos x_3(k) \quad (6.6)$$

$$E(k+1) = E(k) - ml(x_2(k+1) - x_2(k))x_4(k) \cos x_3(k) \quad (6.7)$$

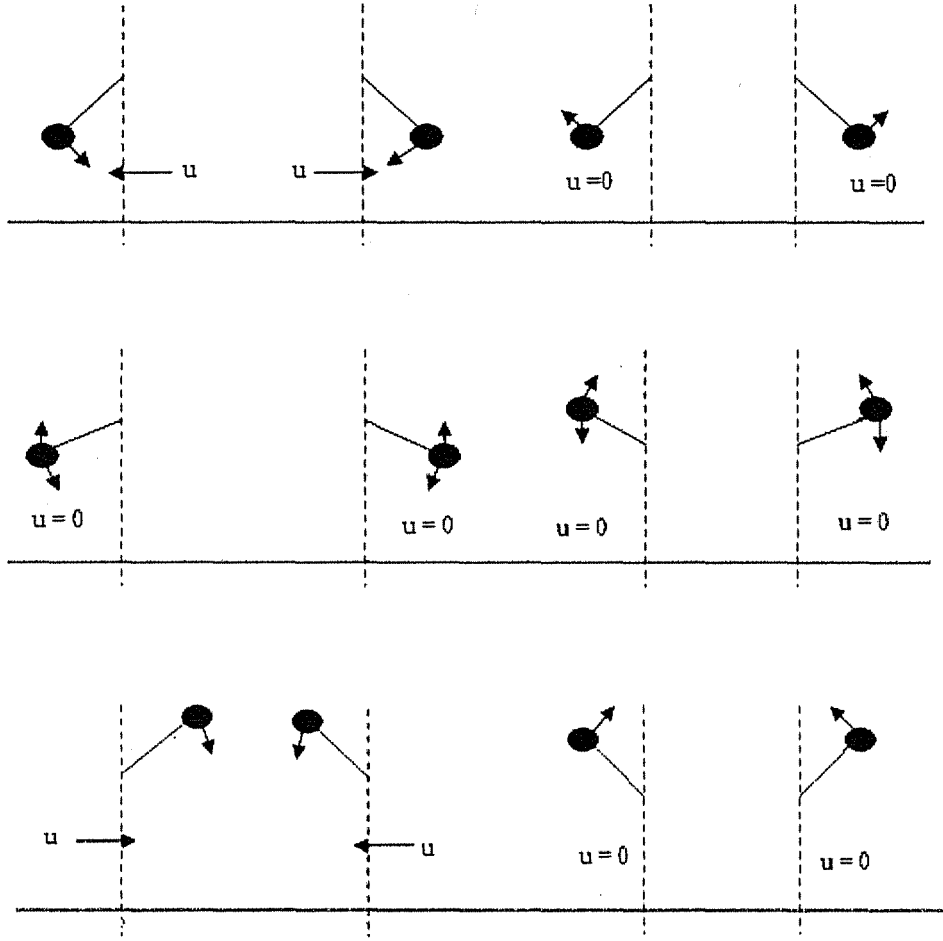
Optimizasyon probleminde “eylem A, C” şeklinde verilen son kısıt, tasarım stratejisi dolayısıyla oluşturulan kısıtları ifade etmektedir. Bu kısıtların oluşturulması için, bulanık mantık uygulamalarında oluşturulanlara (Muskinja ve Tovornik, 2000; Muskinja ve Tovornik, 2006) benzer bazı kural bölgeleri tanımlanmaktadır. Kural bölgeleri, sarkacın hareket ettiği düzlemdeki açı bölgeleri şeklinde Şekil 6.13’de gösterilmektedir.



Şekil 6.13. Açık bölgeleri

Her bir açı bölgesinde farklı kısıt ifadeleri probleme dahil edilmektedir. Denetim eylemleri A, sarkacın Şekil 6.14 ile verilen durumları incelenerek oluşturulmuştur.

Denetim eylemleri A



Şekil 6.14. Denetim eylemleri

Sarkacın açısının ve açısal hızının bulunduğu bölgeye bağlı olarak, o bölge ile ilgili oluşturulan optimizasyon problemleri aracılığı ile MPC algoritması uygulanmaktadır. Sarkaç,  $85^\circ < \theta < 95^\circ$  veya  $265^\circ < \theta < 275^\circ$  bölgelerinden birinde olduğu zaman ise arabanın o anki pozisyonuna ve hızın yönüne bağlı olarak denetim girdisi sıfır, en büyük ya da en küçük değerlerinden biri şeklinde uygulanmaktadır.

## Denetim eylemleri – A

Çizelge 6.3. Denetim eylemleri – A

Açı Aralığı	Denetim Eylemi	
$95^\circ < \theta < 265^\circ$	$\theta > 180^\circ$ ve $\dot{\theta} < 0 \Rightarrow \ddot{x} < 0$	
	$\theta < 180^\circ$ ve $\dot{\theta} > 0 \Rightarrow \ddot{x} > 0$	
	$\theta$ ve $\dot{\theta}$ ters işaretli $\Rightarrow u = 0$	
$85^\circ < \theta < 95^\circ$ veya $265^\circ < \theta < 275^\circ$	$u = 0$	
$-85^\circ < \theta < 85^\circ$	$\dot{\theta}$ yeterince küçük	$\theta > 180^\circ$ ve $\dot{\theta} < 0 \Rightarrow \ddot{x} < 0$ $\theta < 180^\circ$ ve $\dot{\theta} > 0 \Rightarrow \ddot{x} > 0$ $\theta$ ve $\dot{\theta}$ ters işaretli $\Rightarrow u = 0$
	$\dot{\theta}$ yeterince büyük ve $\theta$ ile ters işaretli	Sarkacın yukarı denge noktası komşuluğuna gelmesini bekle ve kararlılık denetimine geç

Denetim eylemleri – A kısmında verilenlere ek olarak kısıt denklemlerinde aşağıdaki hususlar da göz önüne alınır.

## Denetim eylemleri – B

Enerji değişimini pozitif yapacak denetim girdilerinin bulunmasında, sadece sarkaç açısının ve sarkacın açısal hızının göz önüne alınması yeterli değildir. Sarkacın monte edilmiş olduğu araba, gerçekte sonlu uzunluktaki bir hat üzerinde hareket etmektedir, yani arabanın pozitif ve negatif yönde hareket edebileceği mesafe kısıtlıdır. Bu sebeple denetim girdilerinin uygulanması sonucu araba hareket alanının sınırlarını aşmamalıdır. Arabanın hareket düzleminin sınırları dikkate alınarak ilave kurallar geliştirilebilir. Sarkacın enerji değişimini gösteren (5.2) denklemi incelendiğinde,  $\dot{\theta} = 0$  olduğunda veya  $\theta = \pm 90^\circ$  olduğunda arabanın ivmesinin, enerji değişimi üzerinde herhangi bir



etkisi olmadığı görülmektedir. Sarkaç bu durumlardan birine geldiğinde denetim girdisi arabanın pozisyonunu sıfır yapacak ya da sıfıra yaklaştıracak şekilde uygulanabilir.

### Denetim eylemleri - C

Sarkaç yukarı denge noktasının komşuluğuna geldiğinde, ancak o anki açısal hızı yeterince küçük olursa kararlılık denetimi ile yukarı denge noktası komşuluğunda tutulabilir. Eğer bu noktada, sarkacın hızı hala yüksek ise sarkaç bir tam turu tamamlayarak yukarı denge noktasının diğer tarafına geçer. Bu sebeple sarkaç yukarı denge noktası komşuluğuna enerjisi artırılarak götürülürken aynı zamanda açısal hızının da kararlılık denetiminin işlemesine olanak verecek bir değere getirilmesi gerekir.

#### 6.3.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç kararlılık problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

*k.a.*

$$\underset{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}}{\text{Enk}} \left( G \cdot [(x_1(N) - x_{1d}) \quad x_2(N) \quad x_3(N) \quad x_4(N)]^T \right)^2$$

Denklem grubu (6.8)' de kullanılan terimler ile ilgili tanımlamalar yukarı kaldırma probleminde kullanılan tanımlamalar ile aynıdır.  $x_{1d}$  ise kararlılık denetimi sonucunda arabanın pozisyonunun alması istenen değeri göstermektedir.

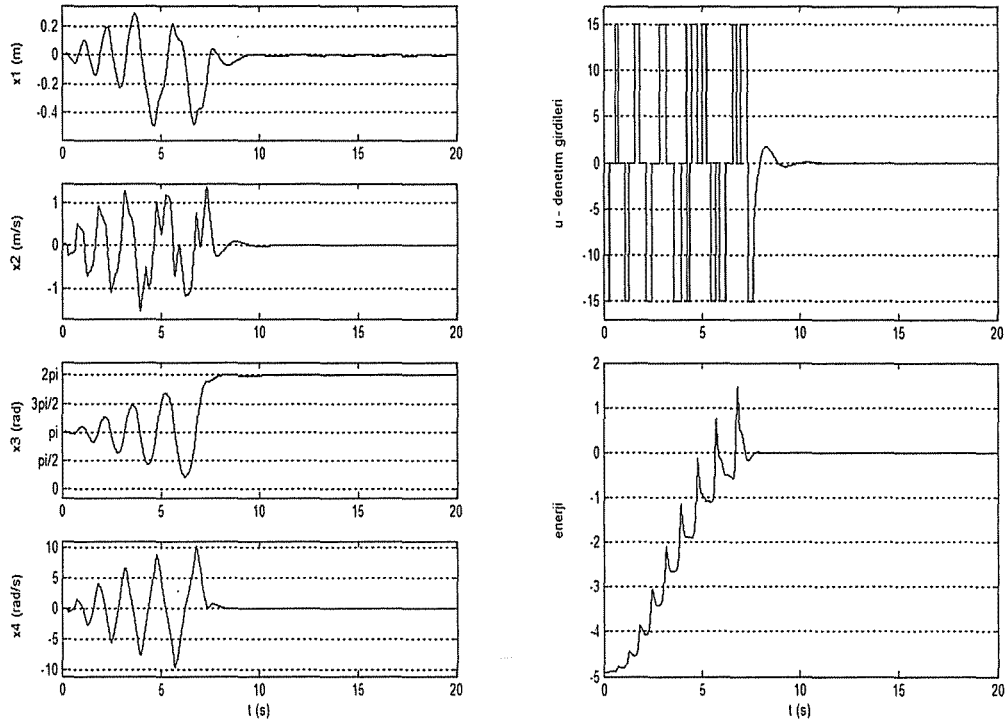
### 6.3.3. Benzetimler

Uygulamada yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] = [2 \ 1.5 \ 5 \ 1.5]$  olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1’de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da MINOS çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.4’de sunulmuştur.

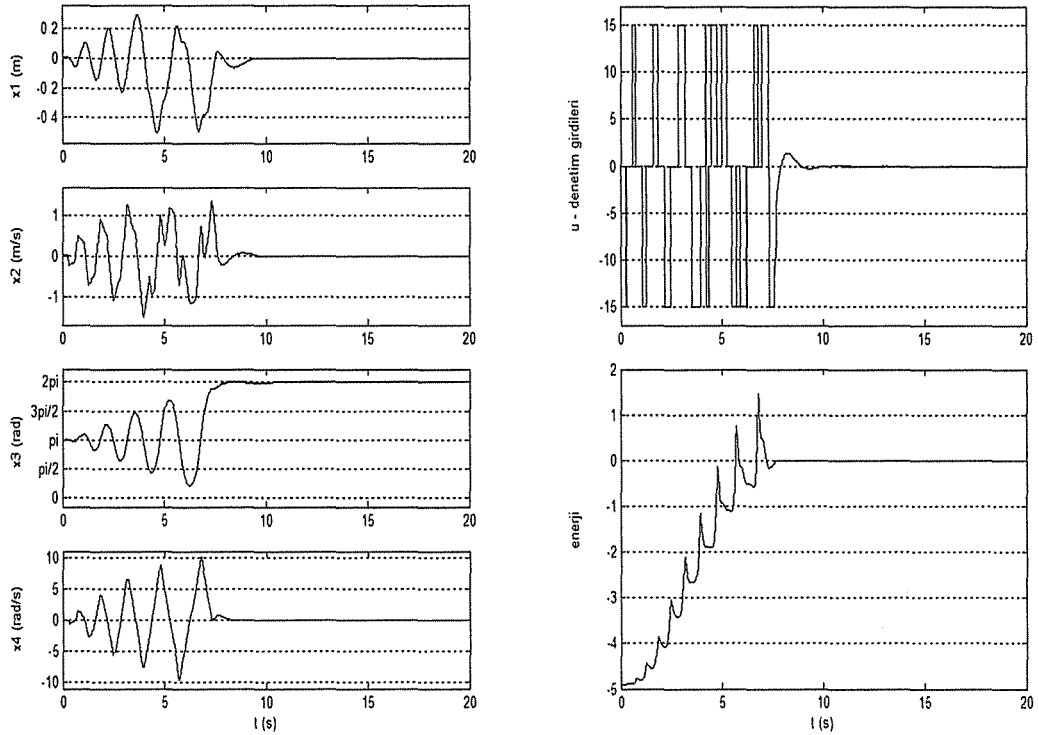
Çizelge 6.4. Uygulama 3 için deney şartları

Deney No.	$N$	$[u_L, u_U]$	$[x_{1L}, x_{1U}]$	$X_0$	$X_d$
1	3	[-15,15]	[-1,1]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	5	[-15,15]	[-1,1]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	8	[-15,15]	[-1,1]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$

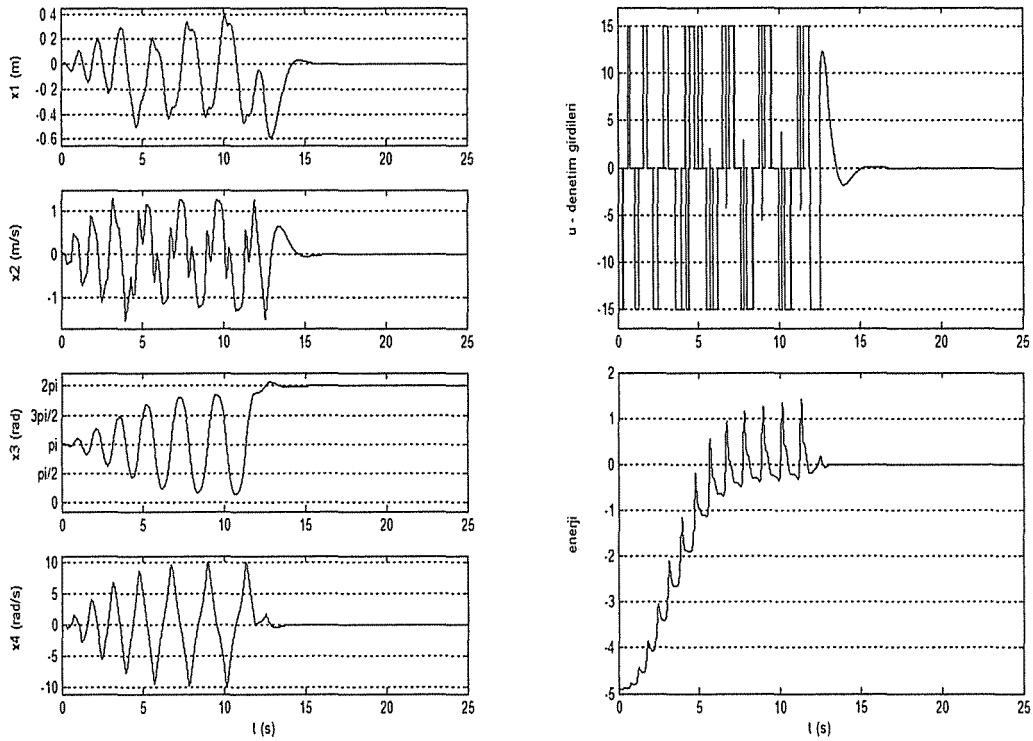
Çizelge 6.4’de verilen deneylerin sonuçlarını gösteren grafikler Şekil 6.15 – 6.17’de verilmiştir. Grafiklerde, ilk sütunda yer alan grafikler - sırasıyla arabanın pozisyonu, arabanın hızı, sarkacın açısı ve sarkacın açısal hızı olmak üzere - sistem durumlarının zamana göre değişimlerini göstermektedir. İkinci sütunda ise sırası ile denetim girdilerinin zamana göre grafiği ve yukarı kaldırma aşaması için (5.1) ile verilen eşitliğe göre hesaplanan sarkacın enerji değerlerinin zamana göre grafiği yer almaktadır.



Şekil 6.15. Uygulama 3 – Deneysel 1, üç adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.16. Uygulama 3 – Deneysel 1, beş adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.17. Uygulama 3 – Deney 1, sekiz adım öngörüm için grafikler

#### 6.4. Uygulama 4

Bu uygulamada, yukarı kaldırma ve kararlılık problemlerinin çözümü için öncelikle yukarı kaldırma denetleyicisinin, sonrasında da sarkacın belli bir açı değerine gelmesini takiben kararlılık denetleyicisinin aktif olacağı iki ayrı denetleyici tasarımı yapılmıştır (Kahvecioğlu ve ark., 2008b). Yukarı kaldırma probleminin çözümü için kullanılacak olan denetleyici, (5.2) ile verilen sarkacın enerjisinin değişimi ifadesinden faydalanan bir strateji ile tasarlanmıştır. Kararlılık probleminin çözümünde kullanılacak olan optimizasyon problemi ise, (6.1) ile verilen optimizasyon problemine arabanın pozisyonu, arabanın hızı ve sarkacın açısal hızı için kısıtlar ilave edilerek oluşturulmaktadır.

#### 6.4.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu

Bu uygulamada, ters sarkaç yukarı kaldırma problemi için, MPC algoritmasını uygulamak üzere oluşturulan optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu ifadesinde Uygulama 3'e benzer bir yaklaşımla (5.2) ile verilen enerji değişimi ifadesi kullanılmaktadır.

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç yukarı kaldırma problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{sw} F(X(k+i), u(k+i)) \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\
 x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\
 K_E(k+i+1) &\leq -x_3^2(k+i+1) \frac{K_{E\max}}{\pi^2} + x_3(k+i+1) \frac{2K_{E\max}}{\pi} \quad (6.9) \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned}$$

*k.a.*

$$\text{Enb}_{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}} \sum_{j=0}^N \Delta E(j+1)$$

Oluşturulan problemde amaç,  $N$  ufku boyunca her bir örnekleme anı ve öncesindeki örnekleme anı arasındaki enerji değişim değerlerinin toplamını en büyük yaparak, sistemin enerjisini başlangıç enerjisi olan  $-2mgL$  değerinden yaklaşık olarak 0 değerine getirmektir. Optimizasyon probleminde, amaç fonksiyonunu oluşturan ve  $\Delta E(j+1)$  şeklinde verilen enerji değişimi ifadesi, (5.2) ile verilen sarkacın enerjisinin değişimi ifadesi kesikleştirilerek oluşturulmaktadır. (5.2) eşitliği, sistemin durum değişkenleri cinsinden (6.4)'te verildiği şekilde yazılabilir. Denklem (6.4) ile verilen ifade de  $\dot{x}_2$  terimi yerine (4.17)'de verilen sistem durum denklemlerinde yer alan eşitlik yazıldığında,

$$\frac{dE}{dt} = -ml \left( \frac{-bx_2 + ml(x_4)^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3 + u}{(M + m - m \cos^2 x_3)} \right) x_4 \cos x_3 \quad (6.10)$$

elde edilir. (6.10) eşitliği kesikli hale getirilerek amaç fonksiyonunda yer alan ifade şu şekilde oluşturulur.

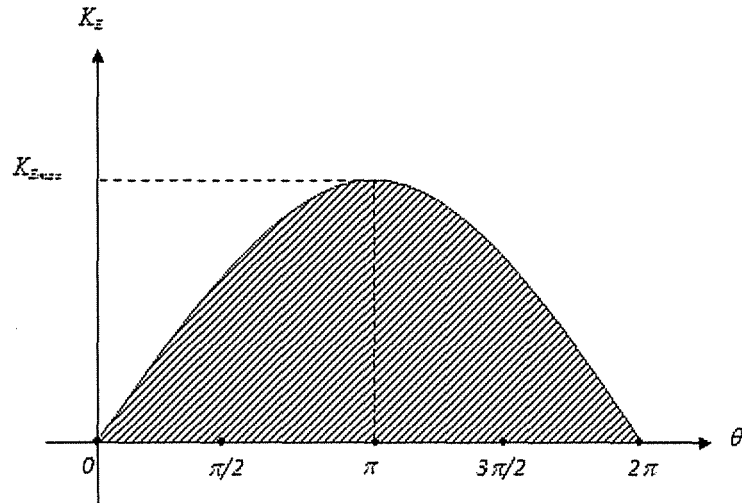
$$\Delta E(k+1) = \frac{E(k+1) - E(k)}{T_{sw}} \quad (6.11)$$

$$\Delta E(k+1) = -mlx_4(k) \cos x_3(k) \cdot \left( \frac{-bx_2(k) + ml(x_4(k))^2 \sin x_3(k) - mg \sin x_3(k) \cos x_3(k) + u(k)}{(M + m - m \cos^2 x_3(k))} \right)$$

Optimizasyon probleminde kullanılan kısıtlar ise, sistem modelinin denklemlerinden meydana eşitlik kısıtları ve denetim girdileri, arabanın pozisyonu, arabanın hızı ve sarkacın açısal hızı üzerinde alt ve üst limitler verilerek tanımlanan kısıtlardan oluşmaktadır. Bunlara ilave olarak tasarım stratejisi sebebiyle, sarkacın kinetik enerjisi için tanımlanan bir kısıt ifadesi de yer almaktadır. Sarkacın kinetik enerjisi, (5.1) ile verilen sarkacın enerjisi eşitliğinde de yer aldığı üzere

$$K_E(k) = \frac{1}{2} ml^2 (x_4(k))^2 \quad (6.12)$$

şeklinde tanımlanabilir. Kinetik enerji üzerinde tanımlanan kısıt ifadesi, Şekil 6.18'de verilen taralı bölge olarak belirlenmiştir. Burada  $K_{E_{max}}$  değeri, sarkacın, yukarı denge noktasının küçük bir komşuluğundan serbest düşüşe bırakılıp  $\theta = 180^\circ$  noktasından geçtiği andaki açısal hızı göz önüne alınarak hesaplanan kinetik enerji değerine göre seçilmiştir.



Şekil 6.18. Kinetik enerji kısıtı

#### 6.4.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç kararlılık problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\
 x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

*k.a.*

$$\text{Enk}_{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}} \left( G \cdot [(x_1(N) - x_{1d}) \quad x_2(N) \quad x_3(N) \quad x_4(N)] J^T \right)^2$$

### 6.4.3. Benzetimler

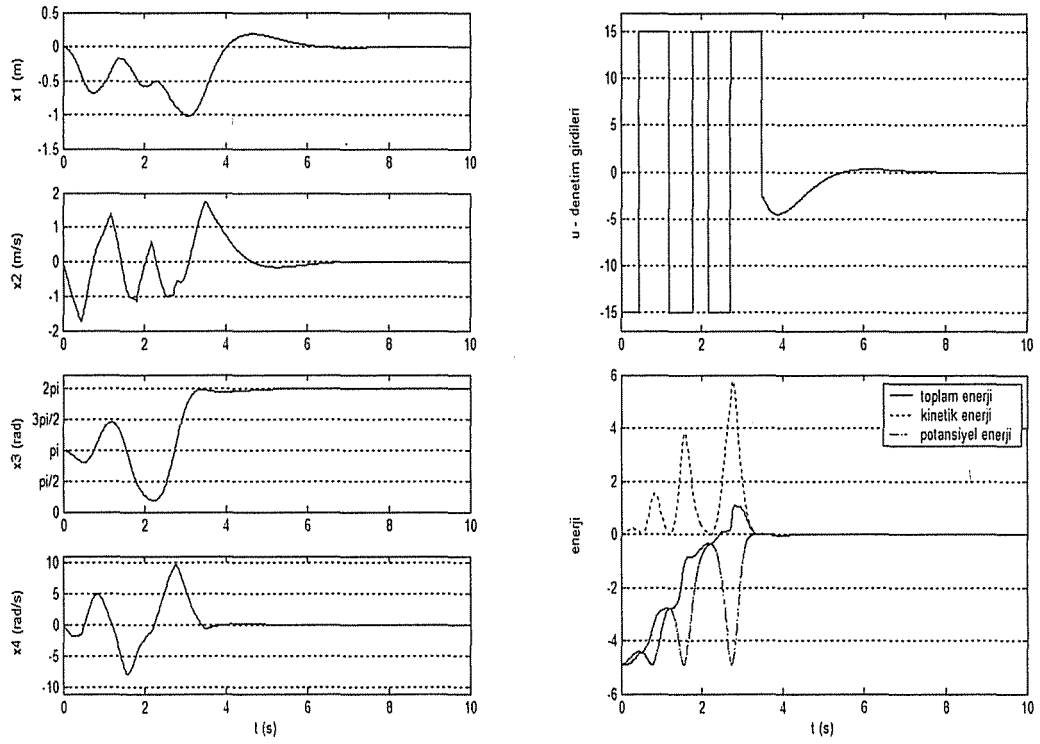
Uygulamada yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] = [2 \ 1.5 \ 5 \ 1.5]$  olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1’de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da MINOS çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.5’de sunulmuştur.

Çizelge 6.5. Uygulama 4 için deney şartları

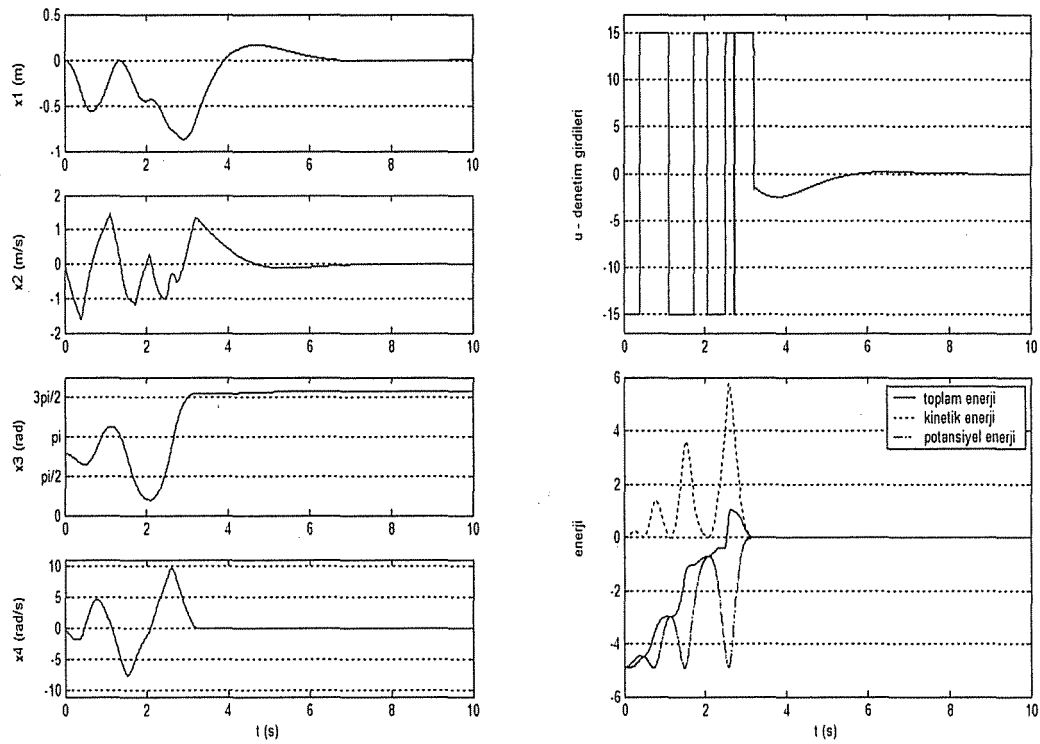
Deney No.	$N$	$[u_L, u_U]$	$[x_{1L}, x_{1U}]$	$X_0$	$X_d$
1	15	[-15,15]	[-1,1]	(0,0, $\pi$ ,0)	(0,0,0,0)
	20	[-15,15]	[-1,1]	(0,0, $\pi$ ,0)	(0,0,0,0)
	40	[-15,15]	[-1,1]	(0,0, $\pi$ ,0)	(0,0,0,0)
	45	[-15,15]	[-1,1]	(0,0, $\pi$ ,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.5’de verilen deneylerin sonuçlarını gösteren grafikler Şekil 6.19 – 6.22’de verilmiştir. Grafiklerde, ilk sütunda yer alan grafikler - sırasıyla arabanın pozisyonu, arabanın hızı, sarkacın açısı ve sarkacın açısal hızı olmak üzere - sistem durumlarının zamana göre değişimlerini göstermektedir. İkinci sütunda ilk olarak denetim girdilerinin zamana göre grafiği yer almaktadır. İkinci sütunda bulunan ikinci grafik ise, sarkacın hem kinetik enerjisini hem potansiyel enerjisinin hem de toplam enerjisinin zamana göre değişimini göstermektedir.

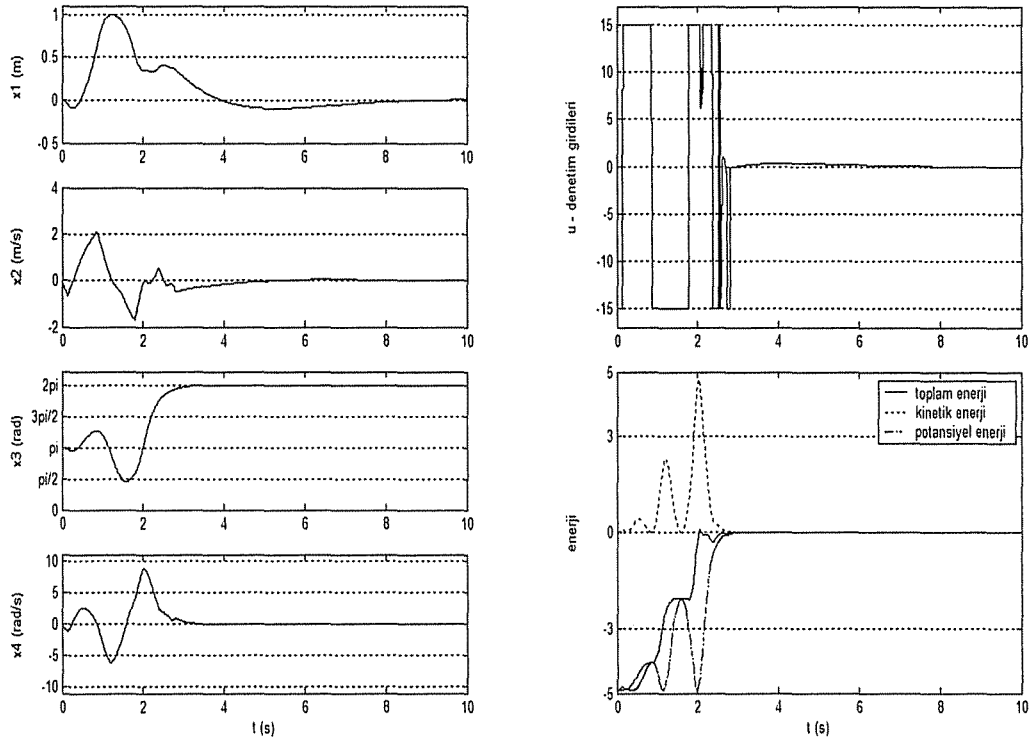




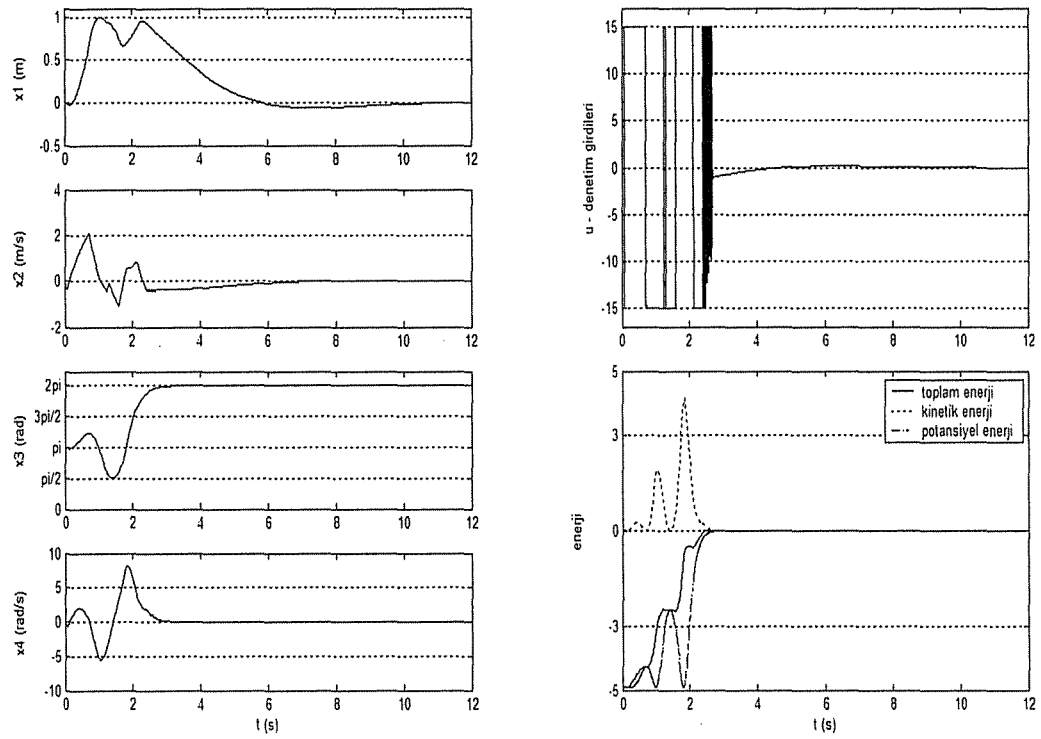
Şekil 6.19. Uygulama 4 – Deneysel 1, on beş adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.20. Uygulama 4 – Deneysel 1, yirmi adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.21. Uygulama 4 – Deneysel 1, kırk adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.22. Uygulama 4 – Deneysel 1, kırk beş adım öngörüm için grafikler

## 6.5. Uygulama 5

Bu uygulamada da, Uygulama 3'te ve Uygulama 4'te yapılanlara benzer şekilde, yukarı kaldırma ve kararlılık problemlerinin çözümü için iki ayrı denetleyici tasarımı yapılmıştır (Kahvecioğlu ve ark., 2009). Ancak bu uygulamada, amaç fonksiyonu ifadesi sadece sarkacın enerji eşitliğini içerecek şekilde değil aynı zamanda buna ilave olarak arabanın pozisyonu ve hızı terimlerini de içerecek şekilde düzenlenmiştir. Kararlılık probleminin çözümünde kullanılacak olan optimizasyon problemi ise, (6.13) ile verilen şekilde oluşturulmuştur.

### 6.5.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu

Bu uygulamada, ters sarkaç yukarı kaldırma problemi için optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu ifadesi, Sakurama ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada verilen Lyapunov fonksiyonu ifadesi kullanılarak oluşturulmuştur. Belirtilen ifade,

$$V = \frac{1}{2} (|E_\theta| + E_x)^2 \quad (6.14)$$

şeklindedir. (6.14) eşitliğinde  $E_\theta$  ve  $E_x$  terimleri ise şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$E_\theta = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + mgl(\cos\theta - 1) \quad (6.15)$$

$$E_x = \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} \dot{x}^2 \quad (6.16)$$

Denklem (6.15) ile verilen  $E_\theta$  ifadesinin mutlak değerinin en büyük değeri  $2mgl$  dir ve  $(\theta, \dot{\theta}) = (\pi, 0)$  olduğunda yani sarkaç kararlı aşağı denge

noktasında olduğu zaman elde edilir.  $E_\theta$  ifadesinin mutlak değerinin en küçük değeri ise sıfırdır ve bu değer  $(\theta, \dot{\theta}) = (0,0)$  olduğunda yani sarkaç kararsız yukarı denge noktasında olduğu zaman elde edilir. (6.14)'te yer alan ve (6.16) ile verilen  $E_x$  ise minimum değerini  $(x, \dot{x}) = (0,0)$  olduğunda elde etmektedir. Bu durumda, (6.14) ile verilen ifade,  $V(0) = 0$  ve  $\forall X \neq 0$  durumları için  $V(X) > 0$  şartlarını sağlayan bir fonksiyondur.

Amaç fonksiyonunu oluşturmak için kullanılacak olan ve (6.14) ile verilen eşitlik içerdiği mutlak değer terimi sebebi ile düzgün olmayan fonksiyon yapısındadır. Bu durum, GAMS programı içerisinde kullanılacak olan çözücüler açısından problem yarattığı için (6.14) ile verilen eşitlik Yang (1994) ve Drud tarafından yapılan çalışmalarda yer alan yöntem kullanılarak düzgünleştirilmektedir. Buna göre,  $V$  ifadesi yaklaşık olarak

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{E_\theta^2 + \varepsilon^2} + E_x \right)^2 \quad (6.17)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\varepsilon$  terimi düzgünleştirme (smoothing) parametresi olarak adlandırılır ve  $10^{-2}$  ile  $10^{-4}$  arasındaki değerlerden seçilebilir (Drud).

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç yukarı kaldırma problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned} X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\ u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\ x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\ x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\ x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\ i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere} \end{aligned} \quad (6.18)$$

*k.a.*

$$Enk \hat{V}(N)$$

Burada amaç fonksiyonunda yer alan  $\hat{V}(N)$  terimi, (6.18) ile verilen ifadenin  $N$  anı için yazılması ile elde edilir. Buna göre, Lyapunov fonksiyonunun  $N$  anı için yaklaşık fonksiyonu,

$$\hat{V}(N) = \frac{1}{2} (|E_\theta(N)| + E_x(N))^2 \quad (6.19)$$

$$\hat{V}(N) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} ml^2 (x_4(N))^2 + mgl(\cos(x_3(N)) - 1) + \frac{1}{2} (x_1(N))^2 + \frac{1}{2} (x_2(N))^2 \right)^2 \quad (6.20)$$

$$\hat{V}(N) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\left( \frac{1}{2} ml^2 (x_4(N))^2 + mgl(\cos(x_3(N)) - 1) \right)^2 + \varepsilon^2} + \frac{1}{2} (x_1(N))^2 + \frac{1}{2} (x_2(N))^2 \right)^2 \quad (6.21)$$

şeklinde oluşturulur.

### 6.5.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç kararlılık problemi, bu uygulamada, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned} X(k+i+1) &= X(k+i) + T_{st} F(X(k+i), u(k+i)) \\ u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\ x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\ x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\ x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\ i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere} \end{aligned} \quad (6.22)$$

*k.a.*

$$\text{Enk}_{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}} \left( G \cdot [ (x_1(N) - x_{1d}) \quad x_2(N) \quad x_3(N) \quad x_4(N) ]^T \right)^2$$

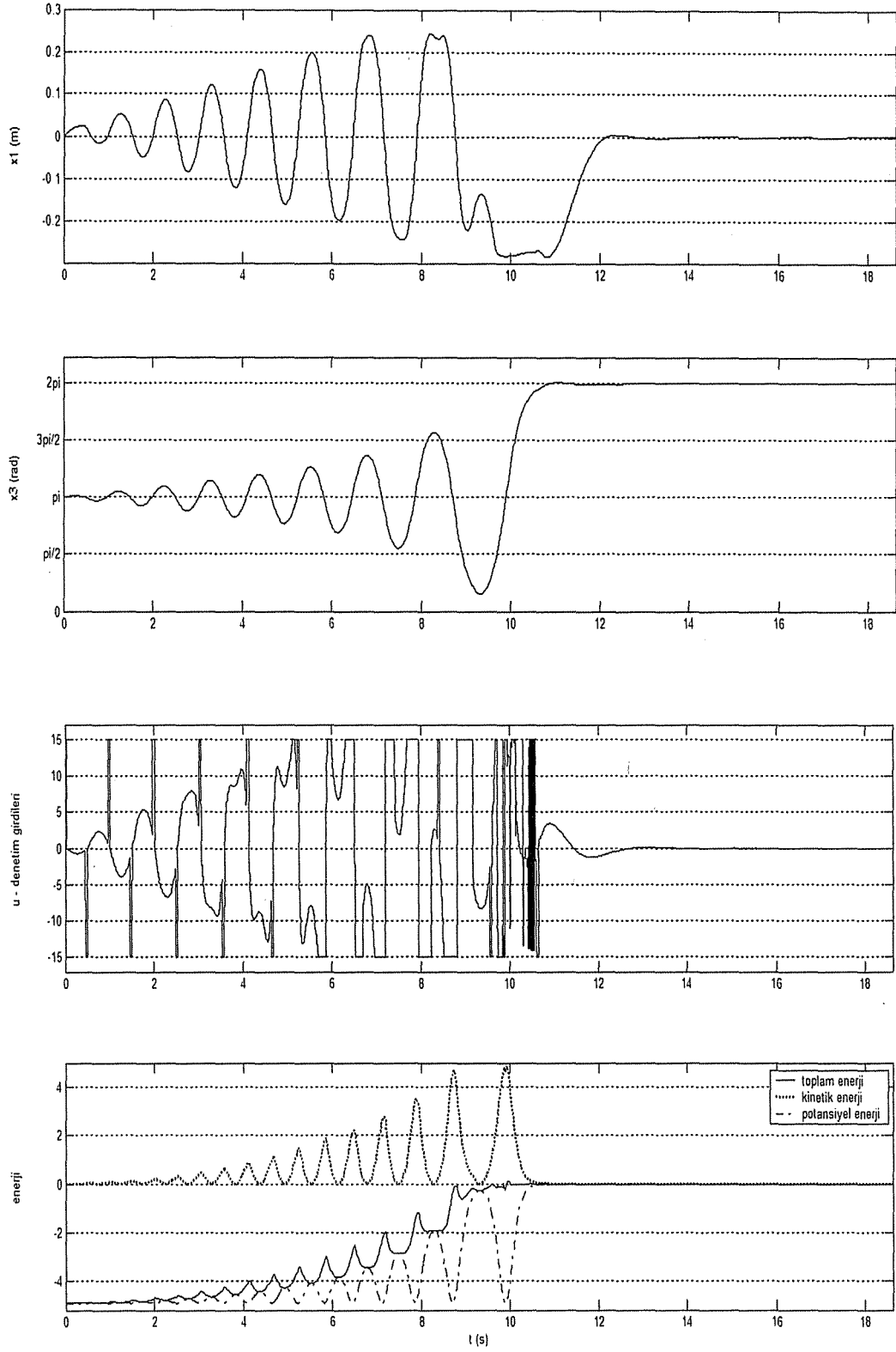
### 6.5.3. Benzetimler

Uygulamada yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] = [2 \ 1.5 \ 5 \ 1.5]$  olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1’de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da MINOS çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.6’da sunulmuştur.

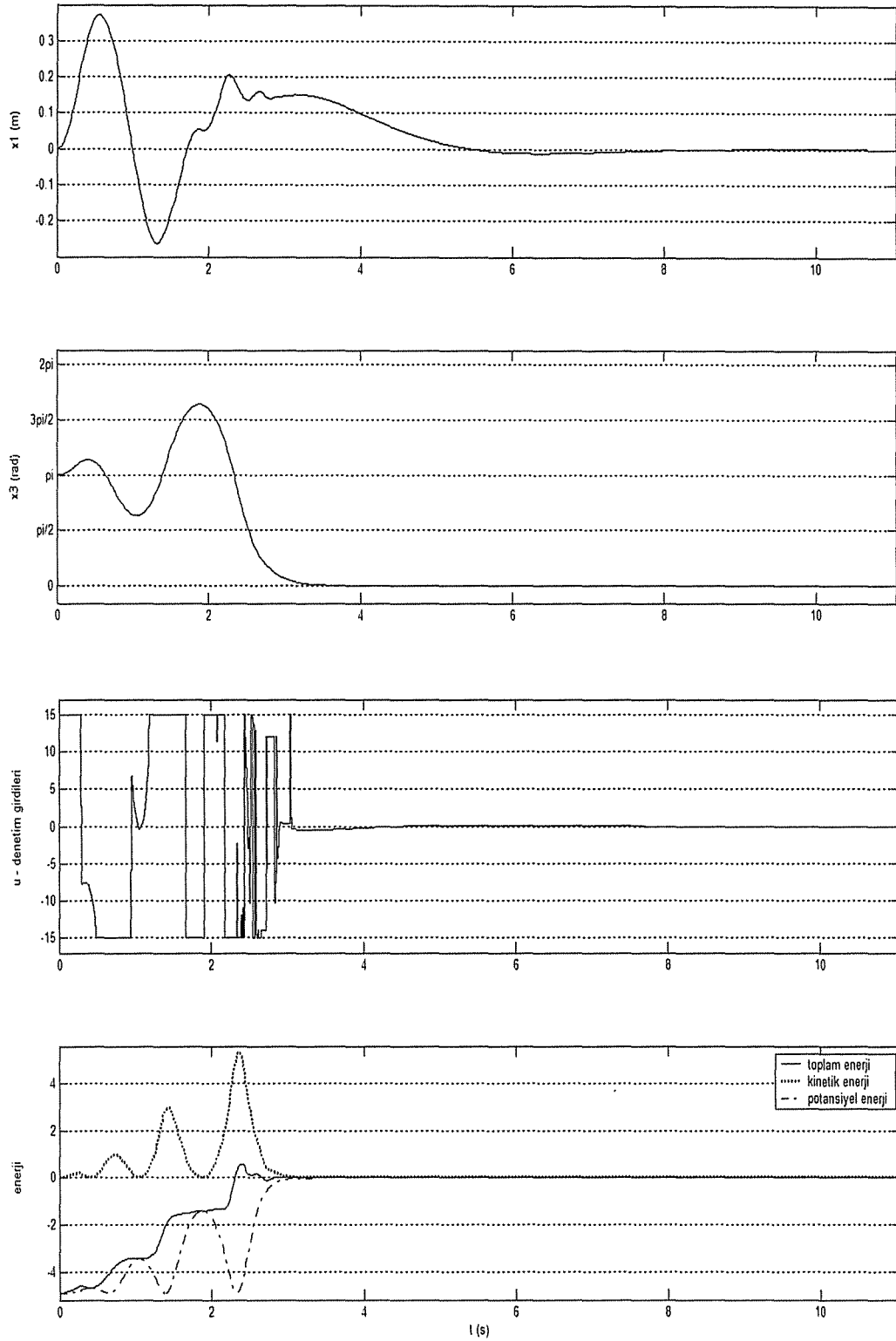
Çizelge 6.6. Uygulama 5 için deney şartları

D deney No.	$N$	$[u_L, u_U]$	$[x_{1L}, x_{1U}]$	$[x_{2L}, x_{2U}]$	$[x_{4L}, x_{4U}]$	$X_0$	$X_d$
1	3	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	25	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
2	3	[-10,10]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	25	[-10,10]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$

Çizelge 6.6’da verilen deneylerin sonuçlarından bazılarını gösteren grafikler Şekil 6.23 – 6.26’da verilmiştir. Grafikler, sırasıyla arabanın pozisyonunun, sarkacın açısının, denetim girdilerinin ve sarkacın hem kinetik enerjisinin, hem potansiyel enerjisinin, hem de toplam enerjisinin zamana göre değişimini gösteren eğrileri içermektedir. Yapılan diğer deneyler ve benzetimler için şartlar EK’de Çizelge 6.10’da, sunulmaktadır.

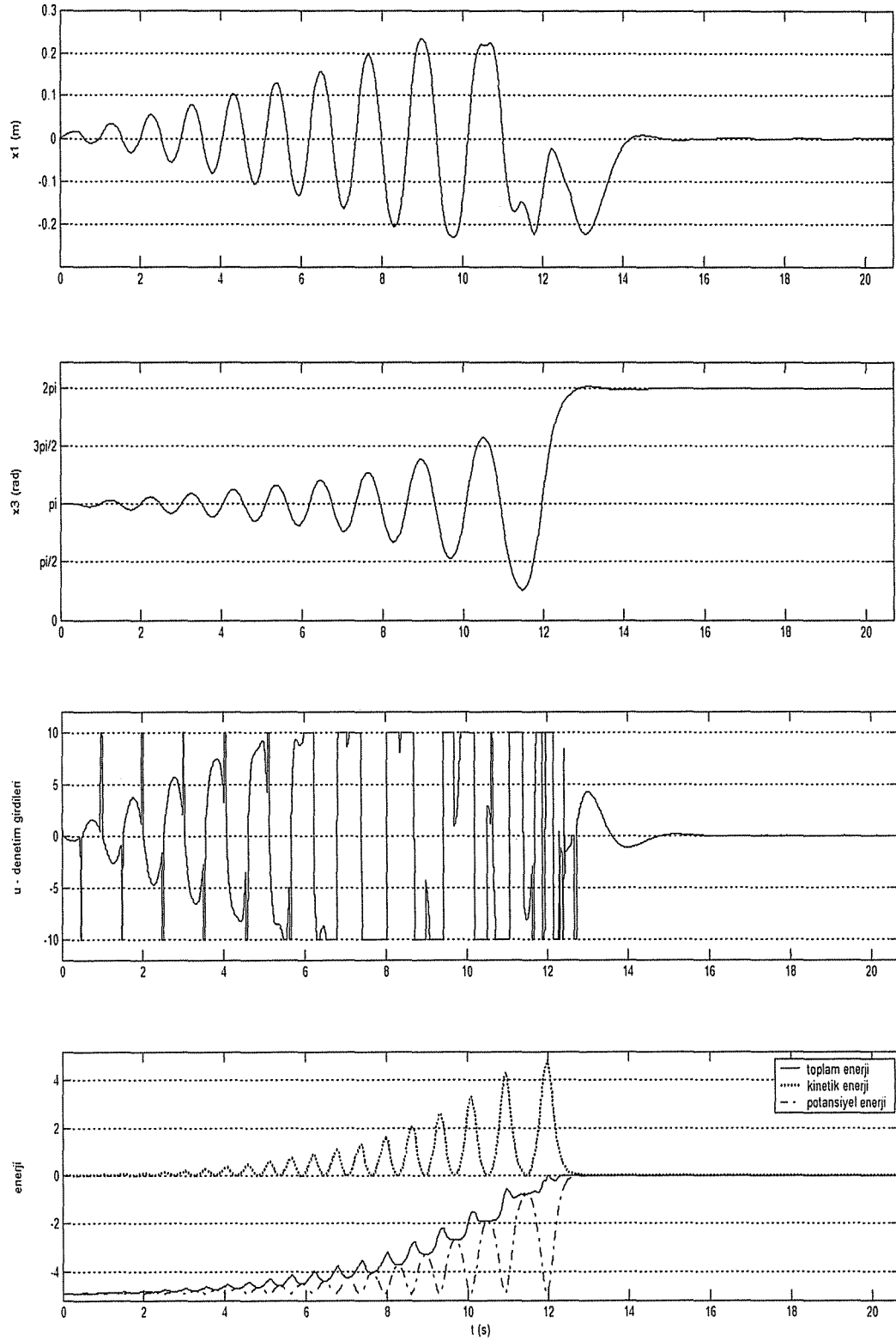


Şekil 6.23. Uygulama 5 – Deneysel 1, üç adım öngörüm için grafikler

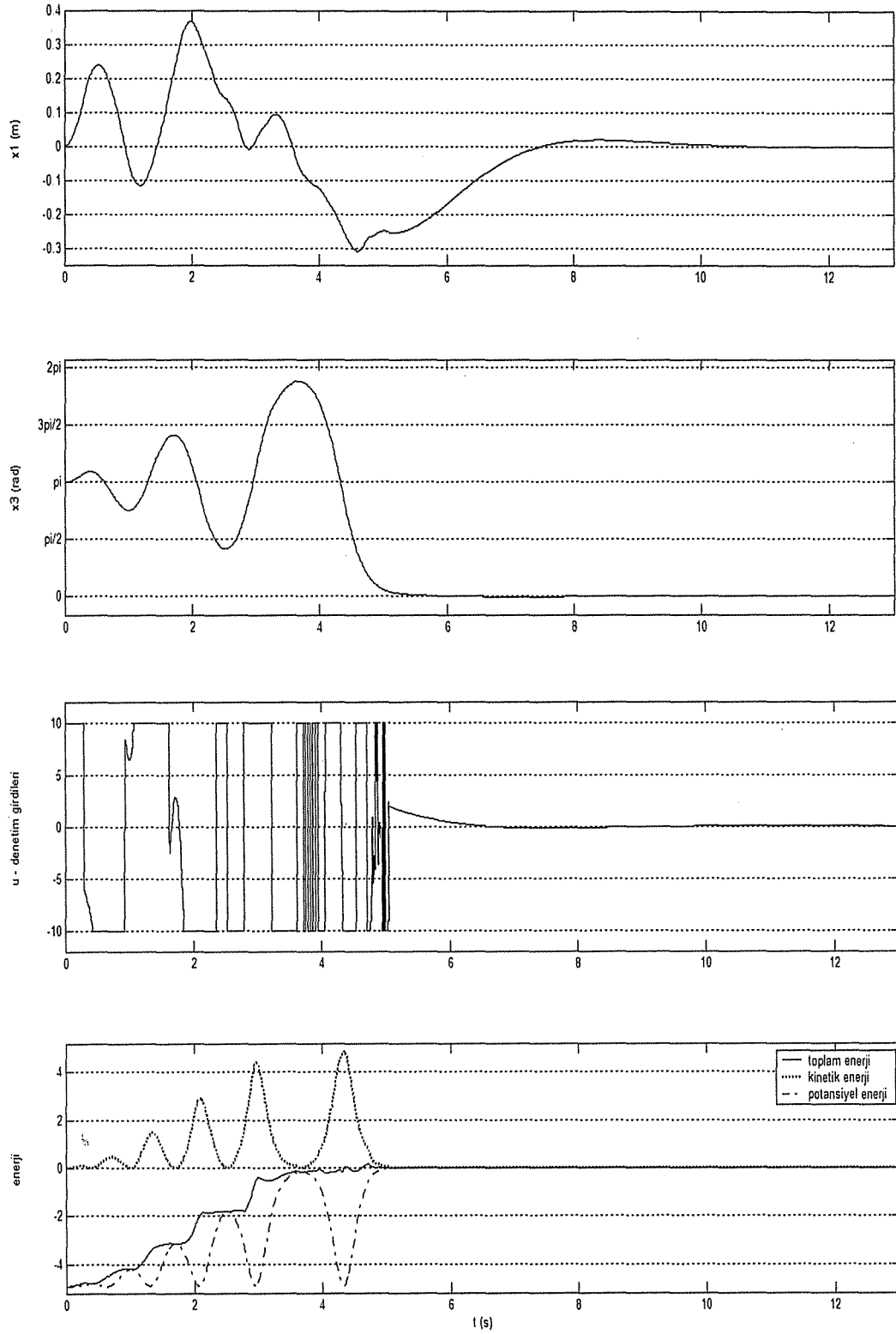


Şekil 6.24. Uygulama 5 – Deney 1, yirmi beş adım öngörüm için grafikler





Şekil 6.25. Uygulama 5 – Deneysel üç adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.26. Uygulama 5 – Deney 2, yirmi beş adım öngörüm için grafikler

## 6.6. Uygulama 6

Bu uygulamada da, ters sarkaç yukarı kaldırma problemi ve ters sarkaç kararlılık problemi iki ayrı denetim problemi olarak ele alınmaktadır. Yukarı kaldırma problemi için oluşturulan optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu, (6.17) ile verilen ifadeye başka terimler eklenmesi ve bu ifadede yer alan bazı terimlerde değişiklik yapılması yolu ile bulunmaktadır. Kararlılık denetimi için oluşturulan optimizasyon problemi ise (6.2) ile verilen problemde bazı değişiklikler yapılarak oluşturulmaktadır.

### 6.6.1. Ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin formülasyonu

Bu uygulamada amaç fonksiyonu ifadesi üç terimden oluşmaktadır. İlk terim, Uygulama 5'de (6.17) ile verilen sarkacın enerjisi ile ilgili  $E_\theta$  ve arabanın pozisyonu ile hızı arasındaki ilişki için oluşturulan  $E_x$  terimlerinin toplamından oluşan ifadedir.

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{E_\theta^2 + \varepsilon^2} + E_x \right)^2 \quad (6.23)$$

(6.23) denkleminde yer alan  $E_\theta$  ve  $E_x$  terimleri ise şu şekilde tanımlanmışlardır:

$$E_\theta = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (6.24)$$

$$E_x = \mu ml(x^2 + \dot{x}^2) \quad (6.25)$$

Görüldüğü üzere, (6.25) ile verilen  $E_x$  ifadesi, Uygulama 5'te (6.16) ile verilen ifadeden farklı olarak tanımlanmaktadır.

Amaç fonksiyonunda yer alan ikinci terim öngörüm ufku boyunca denetim girdilerinin değişimlerinin toplamını içeren ifadedir. Son terim ise, tasarım stratejisi sonucu oluşturulan bir kısıtın aylak değişkenlerle esnekleştirilmesi sonucu kısıtta meydana gelebilecek aşma miktarının kontrolü

için ceza parametresi ile amaç fonksiyonuna ilave edilen bir ifadeden oluşmaktadır.

Bu uygulamada diğer yapılan tüm uygulamalardan farklı olarak sistem modelinin kesikleştirilmesi aşamasında Trapezoidal Metodu kullanılmaktadır.

Bu uygulamada, model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç yukarı kaldırma problemi, doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 X(k+i+1) &= X(k+i) + \frac{T_{sw}}{2} [F(X(k+i), u(k+i)) \\
 &\quad + F(X(k+i+1), u(k+i+1))] \\
 u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
 x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
 x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\
 x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U} \\
 H(X(k+i), u(k+i)) - s(k+i) &\leq 0 \\
 s(k+i) &\geq 0 \\
 i &= 0, 1, \dots, N-1 \text{ olmak üzere}
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

*k.a.*

$$\underset{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}}{\text{Enk}} \sum_{j=0}^N \hat{V}(j) + k_{sw} \sum_{j=1}^{N-1} (u(j) - u(j-1))^2 + \lambda \sum_{j=0}^N s^2(j)$$

Bu problemde  $H(X(k), u(k))$  ifadesi,  $\hat{V}(t)$  ifadesinin zamana göre alınmış türevinin kesikleştirilmesi ile bulunmaktadır.  $k_{sw}$  ve  $\mu$  ağırlık parametreleri,  $\lambda$  ise ceza parametresidir.

### 6.6.2. Ters sarkaç kararlılık probleminin formülasyonu

Model öngörümlü denetim ile çözdürülecek olan ters sarkaç kararlılık problemi, bu uygulamada, (6.2) ile verilen problemde bazı değişiklikler yapılarak şu şekilde formüle edilmiştir:

$$\begin{aligned}
X(k+i+1) &= X(k+i) + \frac{T_{st}}{2} [F(X(k+i), u(k+i)) \\
&\quad + F(X(k+i+1), u(k+i+1))] \\
u_L &\leq u(k+i) \leq u_U \\
x_{1L} &\leq x_1(k+i) \leq x_{1U} \\
x_{2L} &\leq x_2(k+i) \leq x_{2U} \\
x_{4L} &\leq x_4(k+i) \leq x_{4U}
\end{aligned} \tag{6.27}$$

$i = 0, 1, \dots, N-1$  olmak üzere

*k.a.*

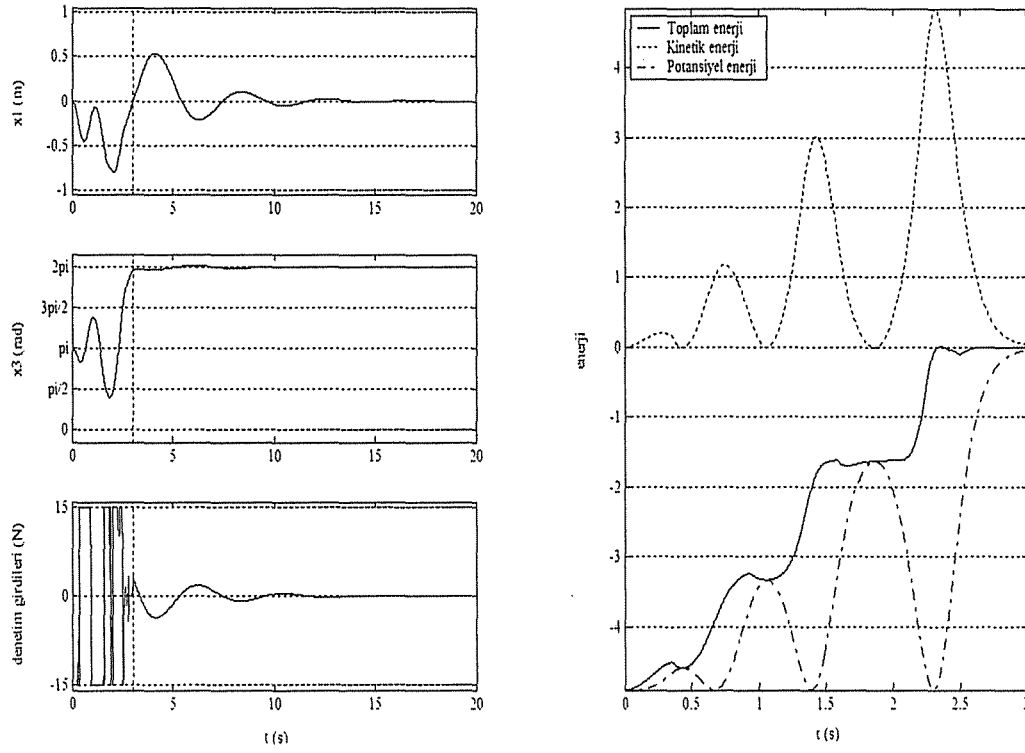
$$\begin{aligned}
\text{Enk}_{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}} \sum_{j=0}^N & \left( G \cdot [(x_1(j) - x_{1d}) \quad x_2(j) \quad x_3(j) \quad x_4(j)]^T \right)^2 \\
& + k_{st} \sum_{j=1}^{N-1} (u(j) - u(j-1))
\end{aligned}$$

### 6.6.3. Benzetimler

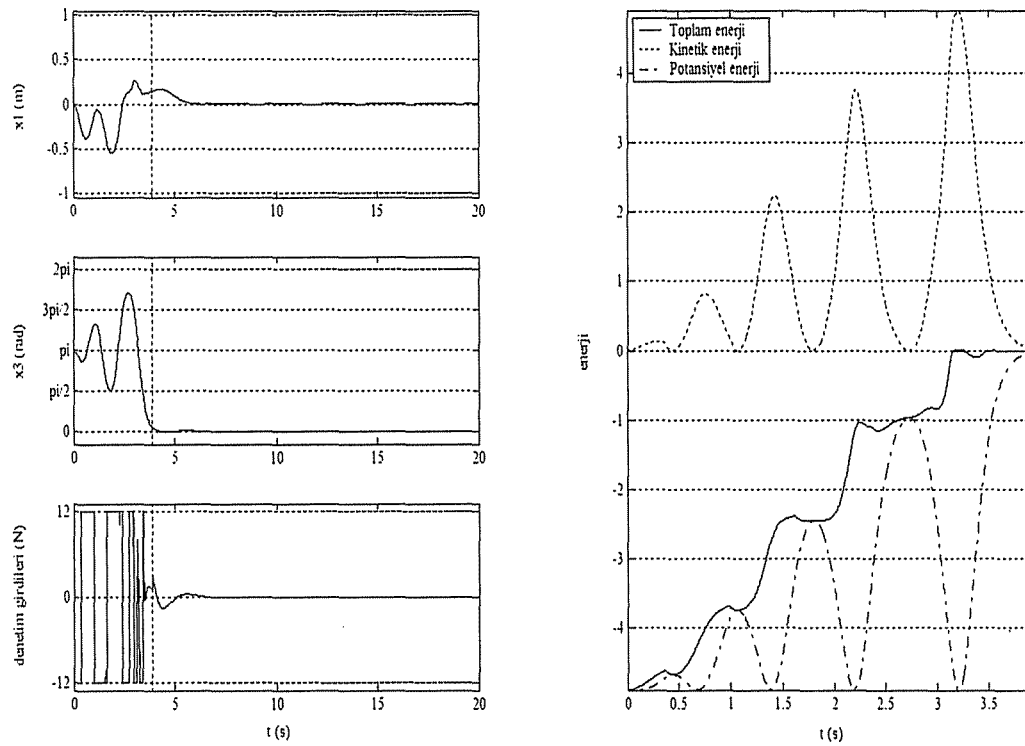
Uygulamada yapılan benzetimlerde, kararlı kayma yüzeyi parametrelerinin değerleri  $G = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4] = [0.5 \quad 0.5 \quad 2 \quad 0.5]$  olarak kullanılmıştır. Benzetimlerde, model denklemlerinde yer alan sarkaç parametrelerinin değerleri, Çizelge 4.1’de verildiği şekilde kullanılmıştır. GAMS çözücüsü olarak da CONOPT çözücüsünden faydalanılmaktadır. Uygulanan deney şartları Çizelge 6.7’de sunulmuştur. Çizelge 6.7’de verilen deneylerin sonuçlarını gösteren grafikler Şekil 6.27 – 6.31’de verilmiştir. Grafiklerde, ilk sütunda sırası ile arabanın pozisyonunun, sarkacın açısının ve denetim girdilerinin zamana göre değişimini gösteren eğriler yer almaktadır. İkinci sütunda ise sarkacın hem kinetik enerjisinin, hem potansiyel enerjisinin, hem de toplam enerjisinin zamana göre değişimini gösteren eğriler bulunmaktadır. Yapılan diğer deneyler ve benzetimler için şartlar EK’te Çizelge 6.11’de sunulmaktadır.

Tablo 6.7. Uygulama 6 için deney şartları

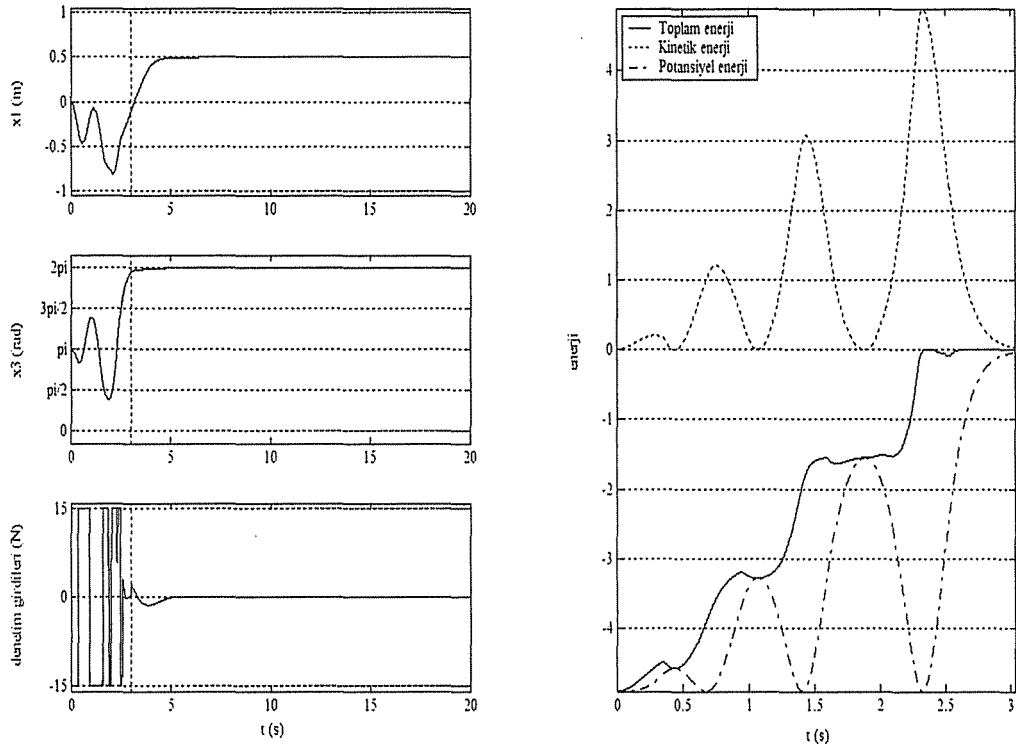
Deney No.	$N$	$\mu$	$\varepsilon$	$k_{sv}$	$k_{st}$	$\lambda$	$[u_L, u_U]$	$[x_{1L}, x_{1U}]$	$[x_{2L}, x_{2U}]$	$[x_{4L}, x_{4U}]$	$X_0$	$X_d$
1	3	0.5	$10^{-2}$	$10^1$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	20	0.5	$10^{-2}$	$10^1$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	50	0.5	$10^{-2}$	$10^1$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	80	0.5	$10^{-2}$	$10^1$	$10^1$	$10^4$	[-12,12]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
2	3	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^4$	[-12,12]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	20	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^4$	[-12,12]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	50	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^4$	[-12,12]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
3	3	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0.5,0,0,0)$
	20	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0.5,0,0,0)$
	50	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^1$	$10^4$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0.5,0,0,0)$
4	3	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^2$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	20	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^2$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	50	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^2$	$10^2$	[-15,15]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
5	3	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^{-1}$	$10^2$	[-10,10]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0.5,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	20	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^{-1}$	$10^2$	[-10,10]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0.5,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$
	50	0.5	$10^{-3}$	$10^2$	$10^{-1}$	$10^2$	[-10,10]	[-1,1]	[-5,5]	[-10,10]	$(0.5,0,\pi,0)$	$(0,0,0,0)$



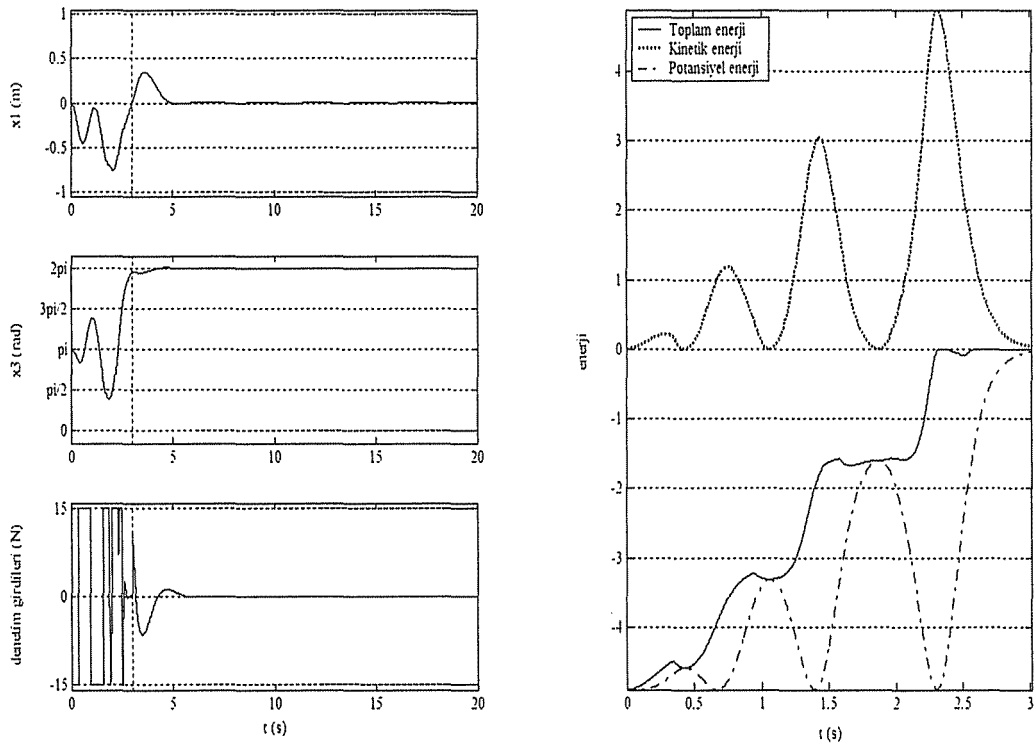
Şekil 6.27. Uygulama 6 – Deney 1, eli adım öngörüm için grafikler



Şekil 6.28. Uygulama 6 – Deney 2, eli adım öngörüm için grafikler

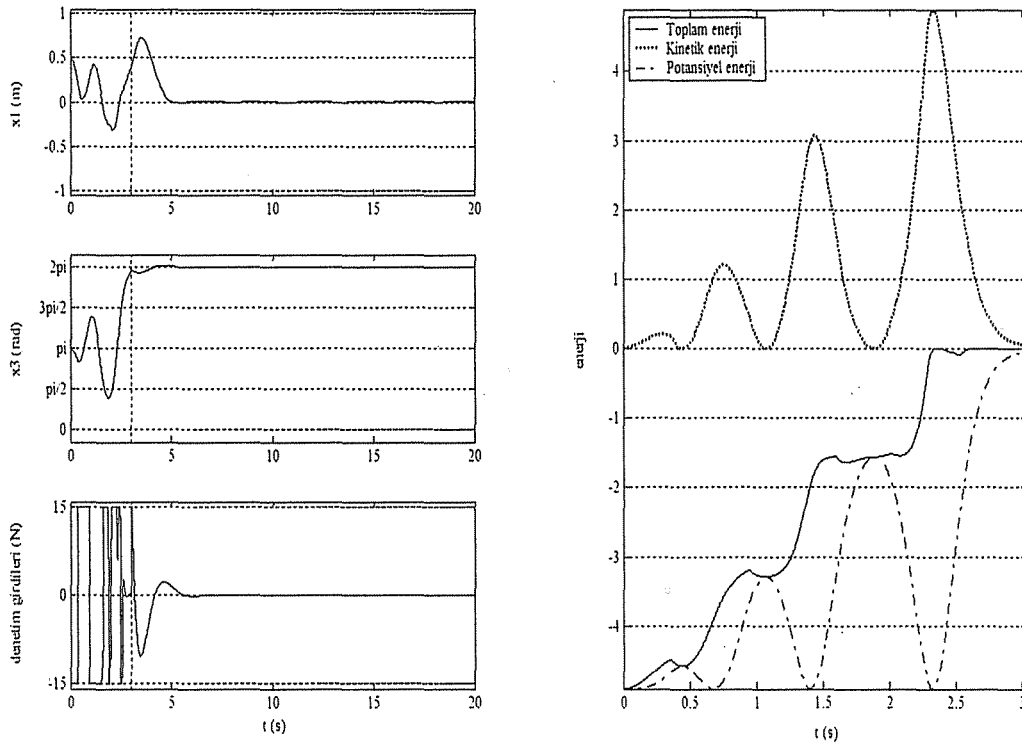


Şekil 6.29. Uygulama 6 – Deneysel 3, elli adım öngörüm için grafikler



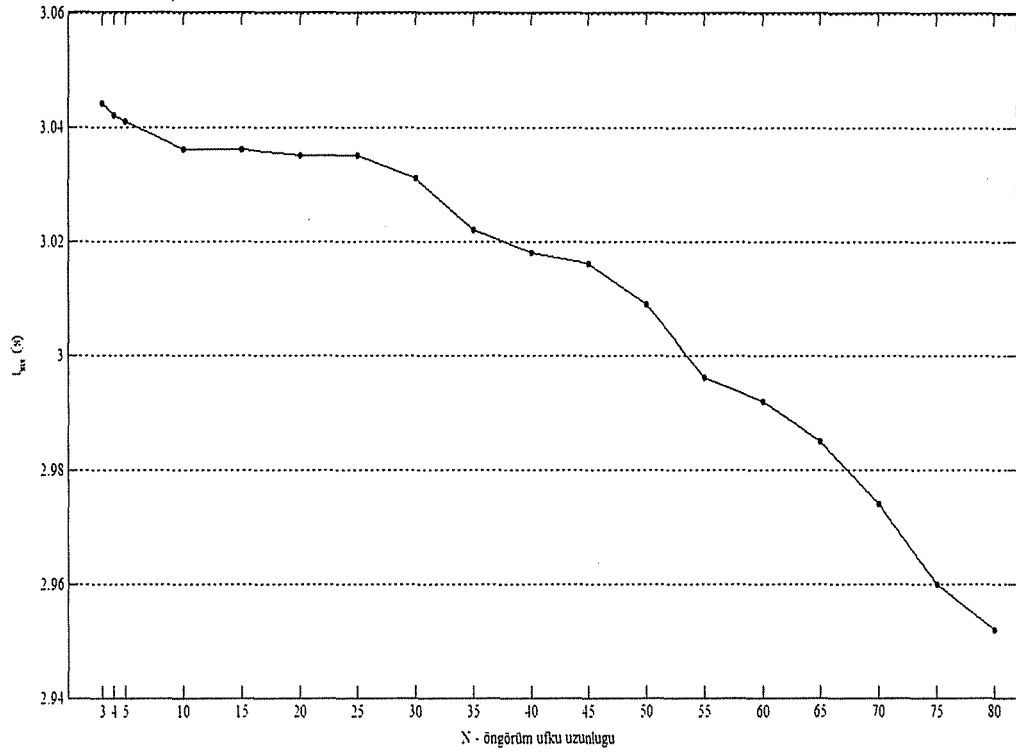
Şekil 6.30. Uygulama 6 – Deneysel 4, elli adım öngörüm için grafikler



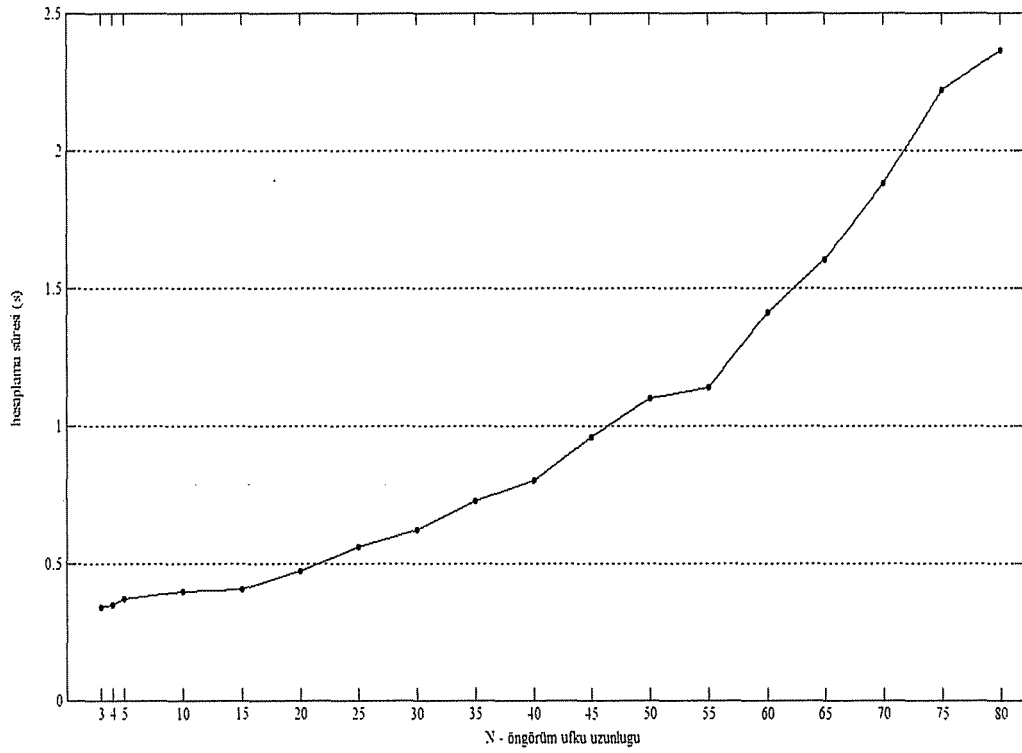


Şekil 6.31. Uygulama 6 – Deney 5, eli adım öngörüm için grafikler

Bu uygulamada ayrıca yukarı çıkma sürelerinin öngörüm ufku uzunluğuna bağlı grafiği ile ve bir optimizasyon rutininin ortalama hesaplama süresinin öngörüm ufku uzunluğuna bağlı grafiği de elde edilmiştir. Grafiklerin elde edilmesi aşamasında Çizelge 6.7’de yer alan Deney 1’deki parametre şartları, sınırlamalar, başlangıç ve bitiş şartları kullanılarak  $N = 3,4,5,10,\dots,80$  için benzetimler yapılmıştır. Bu grafikler sırası ile Şekil 6.32’de ve Şekil 6.33’de verilmektedir.



Şekil 6.32. Yukarı çıkma sürelerinin öngörüm ufku uzunluğuna göre değişimi



Şekil 6.33. Hesaplama sürelerinin öngörüm ufku uzunluğuna göre değişimi

## 7. SONUÇLAR

Model öngörümlü denetim, denetlenmek istenen sistemin modeli kullanılarak sonlu bir tahmin ufku içinde, her örnekleme anında, belirli bir optimizasyon probleminin çözdürülerek denetim girdilerinin yaratılmasına dayanan ileri bir denetim yöntemidir. Özellikle pratikte var olan kısıtlamaların denetleyici tasarımına, tasarım aşamasında doğrudan dahil edilebilmesi başta olmak üzere yöntemin altında yatan ana fikrin anlaşılmasının kolay olması ve çok değişkenli problemlere de rahatlıkla uygulanabilmesi gibi avantajları göz önünde bulundurulduğunda günümüzde her alanda - robotlar, CNC tezgâhları, valfler, ısı sistemleri, otomotiv sektöründeki sistemler, tıbbi aletler, uçaklar, füze sistemleri, ölçme elemanları, vb. hassas ölçüm ve kumanda gerektiren sistemler - MPC yönteminin kullanımı giderek artmaktadır. Doğrusal MPC yöntemi ile ilgili yapılan çalışmalar ve uygulamalar belli bir olgunluğa erişmesine rağmen NMPC ile çalışmalar hem teorik alanda, hem de uygulama alanlarında hala devam etmektedir.

Bu tez çalışmasında da yapılan uygulamalarda, literatürdeki ve ticari alandaki pek çok uygulamadan farklı olarak doğrusal MPC yöntemi yerine NMPC yöntemi uygulanmaktadır. Hem sistem modelleri, hem de yöntemde kullanılan amaç fonksiyonları ve kısıt ifadeleri doğrusal olmayan ifadeler şeklinde oluşturulmaktadır.

Yapılan uygulama ve benzetimlerde kullanılan ters sarkaç sistemi için tanımlanan problemlerin çözümünde, yukarı kaldırma probleminde temelde sarkacın enerjisinin kontrolüne dayanan bir yaklaşım kullanılarak, kararlılık probleminde ise kayma kipli denetim araçlarından faydalanılarak MPC yöntemi uygulanmaktadır. Var olan uygulamaların pek çoğundan farklı olarak, hem yukarı kaldırma probleminin çözümünde, hem de kararlılık probleminin çözümünde fiziksel kısıtlamalar – denetim girdisinin büyüklüğü, arabanın hareket ettiği ray uzunluğu – dikkate alınarak denetleyici tasarımı yapılmaktadır. Bu kısıtlar sistematik bir şekilde tasarım aşamasına dahil edilmektedirler.

Uygulamalarda yer alan benzetimler farklı şekillerde oluşturulan amaç fonksiyonları, farklı öngörüm adımları, farklı örnekleme aralıkları ile uygulanan

farklı kesikleştirme yöntemleri, farklı zorunlu ve esnek kısıt ifadeleri, farklı çözümler, farklı başlangıç ve bitiş koşulları da denenerek gerçekleştirilmiştir. Böylelikle denenen her koşulda anlamlı sonuçlar üretebilecek bir optimizasyon problemi elde edilmeye çalışılmıştır.

Sunulan son uygulama ile MPC uygulamalarında karşılaşılan hem uygun çözüm bulma, hem de kapalı döngü kararlılık problemlerinin çözümünü de içeren – esnekleştirme ve uygun Lyapunov fonksiyonunun kullanılması – bir optimizasyon problemi ortaya konmuştur. Bu uygulamada karşılaşılan en önemli zorluklar Lyapunov Fonksiyonunun uygun şekilde seçilmesi ve yüksek öngörüm adımları için hesaplama maliyetinin, çözüm süresi açısından ele alındığında, oldukça artması olarak belirlenmiştir.

Sonuçta, bu tez çalışmasında yapılan uygulamalar ve benzetimler ile, MPC yönteminin uygulanabileceği daha karmaşık yapıdaki denetim problemlerine, gerekli benzetmeler yapılarak uyarlanabilecek bir optimizasyon problemi ifadesi elde edilmiştir.

## KAYNAKLAR

- Aksen, D. (1998), *Teach yourself GAMS*, Boğaziçi University Press, İstanbul.
- Askari, M., Mohamed, H.A.F., Moghavvemi, M. ve Yang, S.S. (2009), "Model predictive control of an inverted pendulum," *2009 International Conference for Technical Postgraduates (TECHPOS)*.
- Aström, K.J. ve Furuta, K. (1996), "Swinging up a pendulum by energy control," *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, California.
- Bazaara, M.S., Sherali, H.D., ve Shetty, C.M., *Nonlinear programming: theory and algorithms*, John Wiley & Sons, USA, 1993.
- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., Raman, R., ve Rosenthal, R.E. (1998), *GAMS – A user's guide*.
- Bugeja, M. (2003), "Non-linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system," *EUROCON 2003*, Ljubljana, Slovenia.
- Camacho, E.F. ve Bordons, C. (1999), *Model predictive control*, Springer Verlag.
- Chatterjee, D., Patra, A. ve Joglekar, H.K. (2002), "Swing-up and stabilization control of a cart-pendulum system under restricted cart track length," *Systems and Control Letters*, **47**, 355–364.
- Djebrani, A. ve Abdessemed, F. (2005), "Fuzzy model based predictive control of nonlinear systems," *ICECS 2005, 12<sup>th</sup> International Conference on Electronics, Circuits and Systems*.
- Drud, Arne, *CONOPT Solver Manual*, ARKI Consulting and Development A/S, Bagsvaerd, Denmark.
- Ferris, M.C. (2000), *MATLAB and GAMS: interfacing optimization and visualization software*, <http://www.cs.wisc.edu/math-prog/matlab.html>
- Findeisen, R. ve Allgöwer, F. (2001), "An introduction to nonlinear model predictive control," *21<sup>st</sup> Benelux Meeting on Systems and Control*, Veldhoven, Netherlands.
- Garcia, G.E., Prett, D.M. ve Morari, M. (1989), "Model predictive control: theory and practice – A Survey," *Automatica*, **25** (3), 335-348.

- Kahvecioğlu, S., Karamanciođlu, A. ve Yazıcı, A. (2007), "Ters sarkaç kararlılığı için model öngörümlü denetim yaklaşımı," *12. Elektrik, Elektronik, Bilgisayar, Biyomedikal Mühendisliđi Ulusal Kongre ve Fuarı*, Eskişehir.
- Kahvecioğlu, S., Karamanciođlu, A. ve Yazıcı, A. (2008a), "Ters sarkaç yukarı kaldırma problemine doğrusal olmayan model öngörümlü denetimin uygulanması," *Çukurova Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi 30.Yıl Sempozyumu*, Adana.
- Kahvecioğlu, S., Karamanciođlu, A. ve Yazıcı, A. (2008b), "Enerji kontrolüne dayalı doğrusal olmayan model öngörümlü denetim ile ters sarkacın yukarı kaldırılması," *ELECO2008 Elektrik – Elektronik - Bilgisayar Mühendisliđi Sempozyumu*, Bursa.
- Kahvecioğlu, S., Karamanciođlu, A. ve Yazıcı, A. (2009), "Nonlinear Model Predictive Swing-Up and Stabilizing Sliding Mode Controllers," *ICEEE2009 International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, Amsterdam, The Netherlands.
- Karamanciođlu, A. (1999), *Principles of sliding mode control lecture notes*, 1<sup>st</sup> edition, Eskişehir.
- Kouvaritakis, B. ve Cannon, M. (2001), *Nonlinear model predictive control: theory and practice* (Ed: Atherton, D.P. ve Irwin, G.W.), The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom.
- Kwon, Y.H., Kim, B.S., Lee, S.Y. ve Lim, M.T. (2001), "Swing up controller for inverted pendulum system," *32<sup>nd</sup> International Symposium on Robotics*.
- Li, G. ve Liu, X. (2010), "Dynamic characteristic prediction of inverted pendulum under the reduced-gravity space environments," *Acta Astronautica*, **67**, 596-604.
- Maciejowski, J.M. (2002), *Predictive control with constraints*, Pearson Education Limited, England.
- Maciejowski, J.M. (2003), "Model predictive control: a new paradigm for automatic control," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **75** (2).
- McCarl, B.A. (2004), *GAMS user guide: 2004 (version 21.3)*, Texas A&M University.

- Mills, A., Wills, A. ve Ninness, B. (2009), "Nonlinear model predictive control of an inverted pendulum," *2009 American Control Conference*, Hyatt Regency Riverfront, St.Louis, MO, USA.
- Morari, M. ve Lee, J.H. (1999), "Model predictive control: past, present and future," *Computers and Chemical Engineering*, **23**, 667-682.
- Muskinja, N. ve Tovornik, B. (2000), "Controlling of real inverted pendulum by fuzzy logic," *CONTROLO'2000 4<sup>th</sup> Portuguese Conference on Automatic Control*, Portugal.
- Muskinja, N. ve Tovornik, B. (2006), "Swinging up and stabilization of a real inverted pendulum," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **53**, 631-639.
- Nikolaou, M. (2001), "Model predictive controllers: a critical synthesis of theory and industrial needs," *Advances in Chemical Engineering Series*, (Ed: Stephanopoulos, G.), Academic Press, New York.
- Ogata, K. (2000), *Modern control engineering*, Prentice Hall.
- Prett, D.M., Ramaker, B.L. ve Cutler, C.R. (1982), *Dynamic matrix control Method*, United States Patent No: 4349869.
- Prett, D.M. ve Garcia, C.E. (1988), *Fundamental process control*, Butterworth-Heinemann.
- Qin, S.J. ve Badgwell, T.A. (1997), "An overview of industrial model predictive control technology," *5<sup>th</sup> International Conference on Chemical Process Control, CACHE and AIChE*, 232-256.
- Qin, S.J. ve Badgwell, T.A. (2003), "A survey of industrial model predictive control technology," *Control Engineering Practice*, **11**, 733-764.
- Rawlings, J.B. (2000), "Tutorial overview of model predictive control," *IEEE Control Systems Magazine*, 38-52.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J.L. ve Papon, J. (1978), "Model predictive heuristic control: applications to industrial processes," *Automatica*, **14**, 413-428.
- Roberts, P.D. (1999), "A brief overview of model predictive control," *Computing and Control Engineering Journal*, **10**, 186-188.

- Rossiter, J.A. (2003), *Model-based predictive control: a practical approach*, CRC Press.
- Sakurama, K., Hara, S. ve Nakano, K. (2007), "Swing-up and stabilization of a cart - pendulum system via energy control and controlled lagrangian methods," *Electrical Engineering in Japan*, **160** (4), 24-31.
- Sanchez, J.M. (1980), *Adaptive-predictive control system*, United States Patent No: 4197576.
- Sandoz, D.J., Desforages, M.J., Lennox, B. ve Goulding, P.R. (2000), "Algorithms for industrial model predictive control," *Computing and Control Journal*, 125-134.
- Schei, S. ve Johansen, A. (2001), "Nonlinear model based/model predictive control with constraints and with/without nonlinear observers," *SINTEF Automatic Control*.
- Siuka, A. ve Schöberl, M. (2009), "Applications of energy based methods for the inverted pendulum on a cart," *Robotics and Autonomous Systems*, **57**, 1012-1017.
- Yang, J.H., Shim, S.Y., Seo, J.H. ve Lee, Y.S. (2009), "Swing-up control for an inverted pendulum with restricted cart rail length," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, **7** (4), 674-680.
- Yang, X.Q. (1994), "Smoothing approximations to nonsmooth optimization problems," *Journal of Australian Mathematical Society Series B*, **36**, 274-285.
- Yi, J., Yubazaki, N. ve Hirota, K. (1999), "Upswing and stabilization of inverted pendulum and cart system by the SIRMs dynamically connected fuzzy inference method," *IEEE International Fuzzy Systems Conference*.
- Zhai, G., Okuno, S., Imae, J. ve Kobayashi, T. (2007), "Swinging up and stabilizing an inverted pendulum by switching control," *2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Harbin, China.



Çizelge 6.8. Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 1 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
1		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
2		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
3		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
4		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
5		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
10		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
15		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
20		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
25		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
30	1	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
35		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
40		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
45		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
50		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
55		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
60		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
65		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
70		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
75		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
80		[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.8. (Devam) Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 1 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
	1	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	2	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	3	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	4	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	5	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	15	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	20	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
2	30	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	35	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	40	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	45	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	55	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	60	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	65	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	70	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	75	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	80	[-10 , 10]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.8. (Devam) Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 1 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
3	3	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	40	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	55	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	60	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	65	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
	70	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)
75	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)	
80	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(1,0,0,0)	

Çizelge 6.8. (Devam) Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 1 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
	3	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
4	40	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	55	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	60	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	65	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	70	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	75	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)
	80	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.8. (Devam) Uygulama 1 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 1 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
5	3	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	40	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	55	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	60	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	65	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	70	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
	75	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)
80	[-15 , 15]	-----	-----	-----	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,15°,0)	(1,0,0,0)	

Çizelge 6.9. Uygulama 2 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 2 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS , $k_u = 10$								
Deney No.	N	u sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	G	$X_0$	$X_d$
1	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	40	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	55	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	60	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	65	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	70	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	75	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
80	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)	

Çizelge 6.9. (Devam) Uygulama 2 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 2 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS , $k_u = 10$								
Deney No.	N	u sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	G	$X_0$	$X_d$
	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
2	40	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	55	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	60	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	65	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	70	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	75	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)
	80	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0.5,0,0,0)

Çizelge 6.9. (Devam) Uygulama 2 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 2 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS , $k_u = 10$								
Deney No.	N	u sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	G	$X_0$	$X_d$
3	3	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	5	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	10	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	15	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	20	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	25	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	30	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	35	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	40	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	45	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	50	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	55	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	60	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	65	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	70	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
	75	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)
80	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10 <sup>0</sup> ,0)	(0,0,0,0)	



Çizelge 6.10. Uygulama 5 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 5 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
1	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	5	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	15	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	30	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	35	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	40	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	45	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.10. (Devam) Uygulama 5 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 5 - BENZETİM ŞARTLARI								
Kararlılık Problemi Kesikleştirme Yöntemi = Euler , GAMS Çözücüsü = MINOS								
Deney No.	N	u sınırları	x <sub>1</sub> sınırları	x <sub>2</sub> sınırları	x <sub>4</sub> sınırları	G	X <sub>0</sub>	X <sub>d</sub>
2	3	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	4	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	5	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	10	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	15	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	20	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	25	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	30	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	35	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	40	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	45	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)
	50	[-10 , 10]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	[2 1.5 5 1.5]	(0,0,10°,0)	(0,0,0,0)

Çizelge 6.11. Uygulama 6 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 6 - BENZETİM ŞARTLARI													
Deney No.	$N$	$u$ sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	$\varepsilon$	$\mu$	$ku_{sw}$	$ku_{st}$	$\lambda$	$G$	$X_0$	$X_d$
1	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	4	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	5	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	10	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	15	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	25	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	30	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	35	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	40	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	45	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	55	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	60	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	65	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	70	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	75	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	80	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
81	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)	
85	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)	
90	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)	

Çizelge 6.11. (Devam) Uygulama 6 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 6 - BENZETİM ŞARTLARI													
Deney No.	$N$	$u$ sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	$\varepsilon$	$\mu$	$ku_{sw}$	$ku_{st}$	$\lambda$	$G$	$X_0$	$X_d$
2	3	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	50	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
3	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
4	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	55	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	60	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	65	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	70	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	75	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
5	80	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	0.1	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0.5 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	0.1	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0.5 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
6	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	0.1	$10^2$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0.5 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)

Çizelge 6.11. (Devam) Uygulama 6 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 6 - BENZETİM ŞARTLARI													
Deney No.	$N$	$u$ sınırları	$x_1$ sınırları	$x_2$ sınırları	$x_4$ sınırları	$\varepsilon$	$\mu$	$ku_{sw}$	$ku_{st}$	$\lambda$	$G$	$X_0$	$X_d$
7	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	5	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	10	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	15	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	25	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	30	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	35	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	40	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	45	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	55	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	60	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	65	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	70	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	75	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	80	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	85	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	90	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	95	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
100	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	10	10	$10^4$	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)	

Çizelge 6.11. (Devam) Uygulama 6 için yapılan benzetimler ve şartları

UYGULAMA 6 - BENZETİM ŞARTLARI													
<i>Deney No.</i>	<i>N</i>	<i>u sınırları</i>	<i>x<sub>1</sub> sınırları</i>	<i>x<sub>2</sub> sınırları</i>	<i>x<sub>4</sub> sınırları</i>	$\varepsilon$	$\mu$	<i>ku_sw</i>	<i>ku_st</i>	$\lambda$	<i>G</i>	<i>X<sub>0</sub></i>	<i>X<sub>d</sub></i>
8	3	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	20	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	50	[-12 , 12]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.01	0.5	10	10	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0 , 0 , 0 , 0)
	3	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	20	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)
	50	[-15 , 15]	[-1 , 1]	[-5 , 5]	[-10 , 10]	0.001	0.5	100	100	10 <sup>4</sup>	[0.5 0.5 2 0.5]	(0 , 0 , $\pi$ , 0)	(0.5 , 0 , 0 , 0)