

**SONLU ELEMANLAR METODU İLE  
ÇATLAKLI YAPILARDA  
YORULMA ÖMRÜNÜN BELİRLENMESİ**

**TOLGA BAKLACIOĞLU**  
Yüksek Lisans Tezi

**Fen Bilimleri Enstitüsü**  
**Sivil Havacılık Anabilim Dalı**  
**Ocak-2005**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇATLAKLI YAPILARDA YORULMA ÖMRÜNÜN BELİRLENMESİ

TOLGA BAKLACIOĞLU

Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Sivil Havacılık Anabilim Dalı

Danışman: Yard. Doç. Dr. Dilek TURAN  
2005, 143 sayfa

Bu çalışmada, sonlu elemanlar metodu yardımıyla çatlaklı yapılarda yorulma ömrü tahminleri gerçekleştirilmiştir. Farklı gerilme değerleri ile çatlak uzunluklarının yorulma ömrüne etkisi araştırılmıştır.

İlk olarak, 2024-T3 Alüminyum alaşımı, yorulma deney numunesi bir levha, iki farklı ön çatlak boyunun mevcut olduğu durum için ANSYS 5.5 programında iki boyutlu modellenmiştir. İki farklı çekme gerilmesi değeri altında, farklı çatlak artış uzunlukları seçilmek suretiyle bu levhanın yorulma analizleri gerçekleştirilerek yorulma ömürleri hesaplanmıştır.

Daha sonra ise, uçak kanadında bulunan 2024-T3 Alüminyum alaşımı bir bindirme mafsasında iki perçin etrafında çatlakların başladığı bir durum, ANSYS'te iki boyutlu modellenerek, C-15 uçağının uçuş sırasında kanat yük dağılımından elde edilmiş tipik bir gerilme değeri altında yorulma analizi ve yorulma ömrünün hesaplanması gerçekleştirilmiştir. Artan çatlak uzunlukları ile gerilme şiddet faktörü ve çevrim sayısı değerlerinin değişimi grafiklerle gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Yorulma, çatlak ilerlemesi, sonlu elemanlar metodu, ANSYS, yorulma ömrü tahmini

**ABSTRACT****Master of Science Thesis****FATIGUE LIFE ESTIMATION OF STRUCTURES WITH CRACKS  
USING THE FINITE ELEMENT METHOD****TOLGA BAKLACIOĞLU****Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Civil Aviation Program****Supervisor: Assist. Prof. Dr. Dilek TURAN  
2005, 143 pages**

In this thesis, using finite element method fatigue life predictions of structures containing cracks were made. Effect of different stress values and crack lengths on fatigue life was investigated.

Firstly, a 2024-T3 Aluminium alloy plate which is a fatigue experiment tool was modelled in 2-D for two different conditions of existence of precracks of different lengths using ANSYS 5.5 software. By selecting different crack increments, fatigue analysis of this plate subjected to two different tensile stress values was done and fatigue life predictions were made.

Then, a geometry which consists of cracks nucleating around two notches of a 2024-T3 Aluminium alloy lap joint found on an aircraft wing surface was modelled in 2-D using ANSYS software and fatigue analysis of the lap joint subjected to a typical stress value obtained from the wing load distribution of a C-15 aircraft during flight was done and its fatigue life prediction was made. The variation of stress intensity factor and the number of cycles values with increasing crack length were plotted.

**Keywords: Fatigue, crack propagation, finite element method, ANSYS, fatigue life prediction**

**TEŞEKKÜR**

Bu alıőmanın gerekleőtirilmesinde yardımlarını esirgemeyen Yard. Do. Dr. Dilek TURAN ve Yard. Do. Dr. Bora YILDIRIM'a teşekkür ederim.

Tolga Baklacioğlu  
Ocak-2005

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR.....</b>	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER.....</b>	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ.....</b>	<b>viii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ.....</b>	<b>xiv</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....</b>	<b>xv</b>
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
<b>2. UÇAK YAPILARINDA YORULMA.....</b>	<b>2</b>
<b>3. SABİT GENLİKLİ YÜKLEME ALTINDA YORULMA</b>	
<b>ÇATLAK İLERLEMESİ.....</b>	<b>4</b>
3.1. Yorulma Çatlak İlerlemesi Mekanizmaları.....	6
3.1.1. Aşama I Çatlak İlerlemesi.....	6
3.1.2. Aşama II Çatlak İlerlemesi ve Yorulma Çizgileri.....	8
3.1.3. Aşama III Çatlak İlerlemesi.....	11
3.2. Yorulma Çatlak İlerlemesi ile Gerilme ve Çatlak Uzunluğu İlişkileri...	13
3.3. Çatlak İlerleme Eşitlikleri.....	21
<b>4. ELASTİK GERİLME ALANI.....</b>	<b>26</b>
4.1. Gerilme Şiddet Faktörü.....	26
4.2. Mod I Elastik Gerilme Alanı Denklemleri.....	27
<b>5. ÇATLAK UCU PLASTİK BÖLGESİ.....</b>	<b>30</b>
5.1. Plastik Bölge Boyutu.....	30
5.2. Plastik Bölgenin Şekli.....	33

<b>6. DEĞİŞKEN GENLİKLİ YÜKLEME ALTINDA YORULMA</b>	
<b>ÇATLAK İLERLEMESİ.....</b>	<b>36</b>
6.1. Tek Aşırı Yükler.....	40
<b>7. HESAPLAMALI KIRILMA MEKANİĞİ.....</b>	<b>45</b>
7.1. Sonlu Elemanlar Analizi.....	45
7.1.1. Sonlu Elemanlar Analizinin Yararları.....	46
7.1.2. Temel Kavramlar.....	47
7.1.3. Sonlu Elemanlar Metodunda Temel Adımlar.....	50
7.1.3.1. Problemin Tanımlanması ve Tanım Kümesi.....	50
7.1.3.2. Tanım Kümesinin Sonlu Elemanlar İçin Belirlenmesi.....	50
7.1.3.3. Durum Değişkenlerinin Saptanması.....	51
7.1.3.4. Koordinat Sistemlerini Oluşturmak.....	51
7.1.3.5. Elemanlar İçin Yaklaşıklık Fonksiyonlarının Oluşturulması.....	52
7.1.3.6. Koordinat Dönüşümleri.....	53
7.1.3.7. Sonuçların Yorumlanması.....	54
7.1.4. Sonlu Elemanlar Metodunun İlerleyişi.....	54
7.1.5. Literatür Taraması.....	56
7.1.5.1. Doğrusal Elastik İlerleyen Çatlaklar.....	57
7.1.6. Sonlu Elemanlar Metodunda Gerilme Şiddet Faktörlerini Belirleme Yöntemleri.....	58
7.1.6.1. Direkt Metodlar.....	58
7.1.6.2. Endirekt Metodlar.....	59
7.2. ANSYS Nedir?.....	60
7.2.1. ANSYS Genel Eleman Özellikleri.....	60
7.2.1.1. Eleman Girişi.....	60
7.2.1.2. Eleman İsmi.....	61
7.2.1.3. Düğüm Noktaları.....	61
7.2.1.4. Bağımsızlık Derecesi.....	61
7.2.1.5. Gerçek Sabitler.....	61

7.2.1.6. Malzeme Özellikleri.....	62
7.2.1.7. Yüzey Yükleri.....	62
7.2.1.8. Yapı Yükleri.....	62
7.2.1.9. Özel Nitelikler.....	63
7.2.1.10. Anahtar Seçenekler(KEYOPTs).....	63
7.2.2. Yüklerin Uygulanması.....	63
7.2.2.1. Katı Model Yükleri.....	63
7.2.2.1.1. Avantajları.....	63
7.2.2.1.2. Dezavantajları.....	64
7.2.2.1.3. Katı Model Yükleri Hakkında Notlar.....	64
7.2.2.2. Sonlu Elemanlar Yükleri.....	65
7.2.2.2.1. Avantajları.....	65
7.2.2.2.2. Dezavantajları.....	65
7.2.3. Bağımsızlık Dereceleri Kısıtlamaları.....	65
7.2.4. Simetri veya Asimetri Sınır Koşullarının Uygulanması.....	66
7.2.5. Ağ Örgüsünün Oluşturulması.....	67
7.2.5.1. Serbest veya Planlı Ağ.....	67
7.2.5.1.1. Serbest Ağ İçin Akıllı Eleman Boyutlaması...	68
7.2.5.1.1.1. Akıllı Boyutlamanın	
Avantajları.....	69
7.2.6. Ağ Tasarımı.....	69
7.2.6.1. Singularite Elemanlarının Özellikleri.....	74
7.2.6.2. Dörtgen Elemanlar.....	75
7.2.6.3. Üçgen Elemanlar.....	77
7.2.7. Bir Elemandaki Yer Değiştirmeler.....	78
7.2.8. Sonlu Elemanlar Metoduyla Gerilme Şiddet	
Faktörlerinin Hesaplanması.....	79
<b>8. ANSYS İLE YORULMA ÖMRÜ HESAPLANMASI.....</b>	<b>83</b>
8.1. Problem 1.....	83
8.2. Problem 2.....	102

<b>9. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....</b>	<b>130</b>
9.1.Genel Sonuçlar ve Sonuçların Yorumlanması.....	130
9.2. Öneriler.....	137
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>138</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>140</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

3.1. Farklı çatlak büyüme durumları.....	5
3.2. Dökme bir Ni-14Cr-4.5Mo-1Ti-6Al-1.5Fe-2.0(Nb+Ta) alaşımında klivaja benzeyen aşama I yorulma çatlağı.....	6
3.3. Makroskopik çatlağın zig-zag görünüşü.....	7
3.4. Alüminyum 2024-T3 alaşımında eşit olarak dağılmış yorulma çizgileri (a) Yırtık sırt ve inklüzyon (b) (a)'nın daha büyük bir görüntüsü.....	8
3.5. Monotonik ve çevrimsel gerilme-deformasyon eğrilerinin şematik olarak karşılaştırılması.....	9
3.6. Bakırda çatlak açılma profili.....	10
3.7. Platolar üzerindeki yorulma çizgilerinin şematik gösterimi.....	11
3.8. Testere dişi ve oluk tipi yorulma kırılması profilleri.....	12
3.9. Uygulanan gerilme seviyesinin etkisini gösteren çatlak ilerleme verileri.....	13
3.10. Sabit genlikli yükleme durumu ve ilişkili terminoloji.....	14
3.11. 7079-T6 alüminyum alaşımında çatlak ilerleme davranışı gösteren çatlak uzunluğuna karşılık zaman grafikleri (a) Sabit gerilme elde etmek için lineer yük dağılımı; (b) Sabit $\Delta K$ koşulunu elde etmek için yük dağılımı.....	16
3.12. 7075-T6'da çatlaktan uzak ve çatlak çizgisi yükleme durumlarında yorulma çatlak ilerleme davranışı.....	18
3.13. Çatlak ilerleme hızına karşılık gerilme şiddet faktörü eğrisi.....	19
3.14. Yorulma çatlak ilerlemesinde gerilme oranı etkisi.....	20
3.15. Çatlak kapanması.....	22
3.16. Efektif gerilme şiddet faktörünün gerilme şiddet faktörüne oranının (U), gerilme oranı(R) ile değişimi.....	23
3.17. Kurihara' nın eşitliğinden elde edildiği şekilde $K_{op}$ ve $\Delta K_{eff}$ ' in gerilme oranı R ile değişimi.....	25
3.18. Aynı $\sigma_{max}$ farklı Rdeğerlerinde 9numune için çatlak büyüme hızı.....	25

4.1. Yüklemenin a) Çekme (açılma) modu (Mod I), b)Kayma modu (Mod II) ve c) Makaslama modu (Mod III).....	26
4.2. Çatlak ucunda bir noktadaki gerilme.....	27
4.3. İnce bir çatlak içeren iki ekseninde yüklenmiş sonsuz levha.....	28
4.4. Sonlu yarıçapa sahip bir çatlak.....	29
5.1. Çatlak ucu plastik bölgesinin yaklaşık ifadesi.....	31
5.2. Irwin analizinin şematik olarak gösterilişi.....	32
5.3. Irwin'in analizinden elde edilen plastik bölge boyutu.....	33
5.4. Von Mises akma kriterinden hesaplanan düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme plastik bölge şekilleri.....	35
6.1. (a) Sabit genlikli yüklemeye eklenen tek aşırı yük (sabit P), (b) Bunun sonucu olarak çatlak ilerlemesinde meydana gelen gecikme.....	36
6.2. Kapanma kavramında gecikmenin açıklaması.....	37
6.3. Bir yükleme ve boşaltma çevriminde çatlak ucundaki gerilme şekli.....	38
6.4. Tipik tek aşırı yük durumu ve bunun sonucu olan gecikmiş büyüme (sabit $\Delta K$ ).....	40
6.5. Gecikme üzerinde aşırı yük oranının etkisi konusunda bazı yayınlanmış verilerin karşılaştırılması.....	42
6.6. Farklı kalınlıklardaki Ducol W30B çeliği numunelerinde gecikme üzerinde aşırı yük seviyesinin etkisi.....	42
6.7. maksimum→minimum ve minimum→maksimum sırasıyla tek aşırı yük uygulandığında meydana gelen çok farklı çatlak ilerleme gecikmeleri.....	44
7.1. İki boyutlu bir eleman için lokal ve global koordinatlar.....	47
7.2. Alt parametrik eleman konfigürasyonu.....	52
7.3. İzoparametrik eleman konfigürasyonu.....	53
7.4. Süperparametrik eleman konfigürasyonu.....	53
7.5. Bir sonlu elemanlar programının temel kısımları.....	55
7.6. Eğik eliptik bir çatlak ucunun diyagramı.....	58

7.7. (a) Dik ağ örgüsü (b) Dik olmayan ağ örgüsü.....	59
7.8. Simetri ve asimetri sınır koşulları.....	67
7.9. Simetrik ve asimetric iki boyutlu levha modelleri (a) Simetrik iki boyutlu levha modeli (b) Asimetrik iki boyutlu levha modeli.....	67
7.10. İki ve üç boyutlu çatlak problemlerinde sıkça kullanılan izoparametrik elemanlar (a) 8 düğüm noktalı iki boyutlu eleman (b) 9 düğüm noktalı iki boyutlu eleman (c) 20 düğüm noktalı tuğla eleman (d) 27 düğüm noktalı tuğla eleman.....	70
7.11. Çatlak ucunda dörtgen bir elemanın üçgen bir elemana dönüşmesi.....	70
7.12. Tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüşmesi.....	70
7.13. Elastik ve elastik-plastik analizler için çatlak ucu elemanları.....	71
7.14. Plastik singularite elemanlarının deforme olmuş şekli.....	72
7.15. Çatlaklı bir levhanın yarım simetrik modeli.....	73
7.16. Büyük şekil değiştirme analizi için bir ağ örgüsünün çatlak ucu bölgesi.....	74
7.17. Kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarlarının $\frac{1}{4}$ ' ündeki noktalara kaydırılmış izoparametrik dörtgen eleman.....	75
7.18. Kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarlarının $\frac{1}{4}$ ' ündeki noktalara kaydırılmış izoparametrik bir eleman.....	77
7.19. Çatlak ucundaki lokal koordinatlar.....	80
7.20. Çatlak ucu yer değiştirmelerini bulmak için kullanılan düğüm noktaları.....	81
8.1. Merkez çatlaklı levha (Problem 1).....	84
8.2. V-şeklinde çentik (Problem 1).....	85
8.3. Çeyrek levha geometrik modelinin uzak ((a),(c)) ve yakın ((b),(d)) görüntüleri (Problem 1(a)).....	86
8.4. İki boyutlu 8 düğüm noktalı PLANE 82 elemanı.....	88
8.5. Levhada oluşturulan ağ örgüsü (Problem 1(a)).....	88
8.6. Çatlak ucundaki düğüm noktaları (Problem 1(a)).....	89
8.7. Levha üzerindeki gerilme ve kısıtlamalar (Problem 1(a)).....	90
8.8. $a= 14.65$ mm iken düğüm noktalarındaki Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(a)).....	91

8.9.	a= 14.65mm iken elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(a)).....	92
8.10.	Gerilme şiddet faktörü K' ya karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a)).....	93
8.11.	Çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a)).....	94
8.12.	a= 14.89 mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(a)).....	95
8.13.	Gerilme şiddet faktörü $K_I$ değeri, kırılma tokluğu $K_{IC}$ ' ye ulaştığı durumda düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(a)).....	96
8.14.	Çevrim sayısı N' ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(b)).....	97
8.15.	Gerilme şiddet faktörü K' ya karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(c)).....	98
8.16.	Çevrim sayısı N' ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(c)).....	99
8.17.	a= 11.4075 mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(c)).....	100
8.18.	a= 26.4075 mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem 1(c)).....	101
8.19.	Üzerinde 15 perçin bulunan bindirme mafsalı (Problem 2).....	102
8.20.	Yarım levha geometrik modeli (Problem 2).....	104
8.21.	İki boyutlu 6 düğüm noktalı PLANE2 elemanı.....	105
8.22.	Levhadaki ağ örgüsü (Problem 2).....	105
8.23.	Levha üzerindeki gerilme ve kısıtlamalar (Problem 2).....	106
8.24(a)	Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	107
8.24(b)	Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 1 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	108

8.24(c) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 2 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	109
8.24(d) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 3 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	110
8.24(e) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 4 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	111
8.24(f) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken ilk perçin etrafında (çatlak 1 ve 2) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	112
8.24(g) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken ikinci perçin etrafında (çatlak 3 ve 4) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	113
8.25. Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken çatlak 1 etrafındaki elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı (Problem2).....	114
8.26. Çatlak 1 için, gerilme şiddet faktörü $K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	115
8.27. Çatlak 1 için, çevrim sayısı $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	116
8.28. Çatlak 2 için, gerilme şiddet faktörü $K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	117
8.29. Çatlak 2 için, çevrim sayısı $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	118
8.30. Çatlak 3 için, gerilme şiddet faktörü $K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	119
8.31. Çatlak 3 için, çevrim sayısı $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	120
8.32. Çatlak 4 için, gerilme şiddet faktörü $K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	121

8.33. Çatlak 4 için, çevrim sayısı $N'$ ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği (Problem 2).....	122
8.34(a) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	123
8.34(b) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 1 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	124
8.34(c) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 2 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	125
8.34(d) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 3 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	126
8.34(e) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 4 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	127
8.34(f) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, ilk perçin etrafında (çatlak 1 ve 2) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	128
8.34(g) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, ikinci perçin etrafında (çatlak 3 ve 4) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı (Problem 2).....	129
9.1. Gerilme şiddet faktörü aralığı $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a)).....	133
9.2. Çevrim sayısı $N'$ ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a)).....	134
9.3. $P_{max}=27kN$ , $P_{min}=3kN$ ve $f=5$ Hz değerleriyle sabit genlikli yükleme altında gerçekleştirilen yorulma deneyinde elde edilen gerilme şiddet faktörü-çatlak ilerleme hızı grafiği.....	135
9.4. Gerilme şiddet faktörü $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak ilerleme hızı (da/dN) grafiği.....	137

## ÇİZELGELER DİZİNİ

6.1. Değişken genlikli yükleme tipleri ve ana değişkenleri .....	39
7.1. Her disiplindeki bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları .....	66
8.1. Alüminyum 2024-T3 alaşımının bileşenleri.....	83
8.2. Alüminyum 2024-T3 alaşımının mekanik özellikleri.....	83
8.3. Yüklenmemiş çeyrek levha modelinde anahtar nokta koordinatları (Problem 1).....	85
8.4. Yüklenmemiş yarım levha modelinde anahtar nokta koordinatları (Problem 2) .....	103
9.1. Aynı geometride ön çatlak boyunun ve uygulanan gerilme değerlerinin farklı olduğu durumlarda çevrim sayısı değerlerinin karşılaştırılması.....	130
9.2. Çeyrek levhadaki çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) ve çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 1(c)).....	131
9.3. Çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) verileri (Problem 2).....	132
9.4. Sabit genlikli yükleme altında elde edilen deney sonuçları.....	135
9.5. Sonlu elemanlar analizi ile elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ve çatlak ilerleme hızı değerleri.....	136

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

a	: Çatlak boyu (mm)
$a_i$	: İlk çatlak boyu (mm)
$a_f$	: Son çatlak boyu (mm)
$a_e$	: Etkin çatlak uzunluğu (mm)
$a_D$	: Gecikme bölgesi boyutu (mm)
C, m	: Malzeme sabitleri
d	: Ortalama tane çapı
h	: Çentik genişliği (mm)
[D]	: Gerilme-deformasyon yapısal matrisi
[F]	: Global kuvvet matrisi
[J]	: Jacobian matrisi
[K]	: Global sertlik matrisi
[k]	: Bir elemana ait sertlik matrisi
K	: Gerilme şiddet faktörü ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_I$	: Çekme modu gerilme şiddet faktörü ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{II}$	: Kayma modu gerilme şiddet faktörü ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{III}$	: Makaslama modu gerilme şiddet faktörü ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_i$	: Anlık gerilme şiddet faktörü seviyesi ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_o$	: İlk gerilme şiddet faktörü seviyesi ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{IC}$	: Kırılma tokluğu ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{max}$	: Maksimum gerilme şiddet faktörü değeri ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{min}$	: Minimum gerilme şiddet faktörü değeri ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{OL}$	: Aşırı yüklemdeki gerilme şiddet faktörü değeri ( $MPa\sqrt{m}$ )
$K_{op}$	: Çatlağın tamamen açık olduğu durumdaki gerilme şiddet faktörü ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K$	: Gerilme şiddet faktörü aralığı ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{eff}$	: Efektif gerilme şiddet faktörü aralığı ( $MPa\sqrt{m}$ )



$\Delta K_{th}$	: Eşik gerilme şiddet faktörü aralığı ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{th(eff)}$	: Efektif eşik gerilme şiddet faktörü aralığı ( $MPa\sqrt{m}$ )
L	: Sonlu elemanlarda kenar uzunluğu
M	: Normalize edilmiş gerilme şiddet faktörü gradyanı (1/m)
N	: Çevrim sayısı
$N_{CA}$	: Sabit genlikli yüklemdeki çevrim sayısı
$N_D^*$	: Gecikme durumundaki çevrim sayısı
$N_i$	: Şekil fonksiyonları
OLR	: Aşırı yük oranı
P	: Yük (kN)
R	: Gerilme oranı
r	: Çatlak ucuna göre bir noktanın uzunluk koordinatı
$r_y$	: Çatlak ucu plastik bölge boyutu (mm)
$r_p$	: Çatlak ucu plastik bölge boyutu (Irwin yaklaşımına göre) (mm)
$\sigma_{max}$	: Maksimum gerilme (MPa)
$\sigma_{min}$	: Minimum gerilme (MPa)
$\sigma_m$	: Ortalama gerilme (MPa)
$\sigma_a$	: Gerilme genliği (MPa)
$\sigma_x, \sigma_y$	: Normal gerilmeler (MPa)
$\sigma_A$	: Akma gerilmesi (MPa)
$\sigma_{op}$	: Çatlak açılma gerilmesi (MPa)
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	: Asal gerilmeler
$S_y$	: Bir yükleme çevriminde monotonik plastik bölgeye karşılık gelen gerilme değeri
$\Delta\sigma$	: Gerilme aralığı (MPa)
$\tau_{xy}$	: Kayma gerilmesi (MPa)
$\xi$	: Normalize edilmiş x koordinatı
$\eta$	: Normalize edilmiş y koordinatı
$\lambda$	: Normalize edilmiş z koordinatı
$\nu$	: Poission oranı
u	: x yönünde yer değiştirme

$v$	: y yönünde yer değiştirme
$\omega$	: z yönünde yer değiştirme
$\theta$	: Çatlak ucuna göre bir noktanın açısal koordinatı
$\rho$	: Çatlak ucu yarıçapı
$U$	: Gerilme şiddet oranı
$Y$	: Geometrik düzeltme faktörü
$U_{XC}$	: Çatlak ucunun x yönünde yer değiştirmesi
$U_{YC}$	: Çatlak ucunun y yönünde yer değiştirmesi

## 1. GİRİŞ

Metalik parçalar, statik dayanımından daha küçük yani elastik sınırın altındaki tekrarlanan gerilmeler altında çalışmış olsalar bile belirli bir çevrim sayısı sonunda genellikle yüzeylerinde çatlaklar oluşmaktadır. Oluşan çatlaklar, tekrarlı yüklerin etkisiyle ilerlemekte ve meydana gelen kırılma olayı ile yapı kullanılamaz hale gelmektedir [1]. En yüksek değeri statik kırılma büyüklüklerine ulaşmayan, ancak zamanla değişen ve tekrarlanan bir zorlamanın, malzemede kırılmaya kadar gidebilen olumsuz etkilerine yorulma denir.

Söz konusu tekrarlanan zorlamalar, böyle bir hasar yaratma koşulu aranmaksızın, genel olarak yorulma zorlamaları olarak adlandırılır. Malzemelerin yorulma davranışı ve konstrüksiyonların yorulma açısından hesaplanması, etkenlerin çokluğu nedeniyle statik zorlamalara göre oldukça karmaşıktır [2].

Yorulma yüklerine maruz kalan bir yapıda gerilme ve deformasyonların dağılımını bulmak gereklidir. Eğer yapı düzlem gerilme veya düzlem deformasyon yüklemesine maruz kalmışsa ve izotropik doğrusal elastik bir malzemeden meydana geliyorsa, bir gerilme fonksiyonu bulmak mümkün olabilir. Katı mekaniğindeki problemlerde sonlu farklar, sonlu elemanlar ve sınır integral eşitlik metodları gibi çeşitli nümerik yöntemler uygulanmıştır [3].

Bu çalışmanın ilk bölümünde yorulma mekanizmaları hakkında bilgi verilmiş, ikinci bölümde sonlu elemanlar metodu, kırılma mekaniği ve yorulma analizlerinde sonlu elemanlar metodunun uygulanmasına değinilmiştir. Son kısımda ise çekme gerilmesi altında Alüminyum 2024-T3 alaşımı çatlaklı bir yorulma deney numunesinin ve uçak kanat yüzeyinde bulunan perçinlenmiş bir bindirme mafsalının ANSYS 5.5 programında iki boyutta sonlu elemanlar metodu ile yorulma analizleri ve ömür hesaplamalarının gerçekleştirildiği iki problem yer almaktadır.

## 2. UÇAK YAPILARINDA YORULMA

1954' te iki Comet uçağı gövde yapısında meydana gelen yorulma hasarı nedeniyle düştü. Bu zamandan beri uçak yapılarının yorulması hem taşımacılık güvenliğı hem de ekonomi için önemli etkileri olan bir problem olmuştur.

Williams' ın bir makalesinde tartışıldığı üzere daha önceden ciddi yorulma kazaları meydana gelmesine rağımen iki Comet kazası dünya çapında dikkat çekmiştir. Önceden olmuş bir kaza Martin 202 uçağında bir civatadaki yorulma sonucu meydana gelmiştir. Bu durum detay tasarımının dikkatlice yapılması ve mukavemeti yüksek, kırılma tokluğı düşük 7075-T6 Alüminyum alaşımı yerine 2024-T3 Alüminyum alaşımı kullanılması gerektiğini göstermiştir.

İki Comet uçağı sırasıyla 1286 ve 903 uçuştan sonra düşmüştür. Olay, bir pencerenin kenarındaki küçük bir yorulma çatlakından başlamıştır. Bu kaza ile açıkça görölmüştür ki gövde yüzey malzemesi yorulma çatlak büyümesine karşı hassas olmamalıdır ve keskin kısımlar etrafında lokal gerilme konsantrasyonlarını önlemek için yapı dikkatlice tasarlanmalıdır. Bir başka önemli nokta ise şudur: Bir uçak yapısına tam ölçekli yorulma deneyi için, yapının statik mukavemet yeteneğini ispat etmek üzere hiçbir zaman önceden çok yüksek bir seviyede yükleme yapılmamalıdır. Malesef kazalardan önce bir deneyde Comet'in ön gövde yapısı üzerinde bu gerçekleştirilmiştir. Bir sonraki yorulma deneyi, servis ömrünün 12 katından daha fazla zaman sonra ilk çatlamaı işaret etmiştir. Yüksek ön yükleme, gerilme konsantrasyonlarında yerel plastik deformasyona sebep olmuş ve böylece basma kalıntı gerilmeleri meydana getirmiştir. Sonuç olarak tehlikeli ve yanıltıcı bir deney sonucu elde edilmiştir.

Bu kanıtı rağımen laboratuvar deney programlarında geniş surette doğırulandığı üzere; gerçekte var olmayacak kadar yüksek yükler, sonraki tam ölçekli yorulma deneylerinde uygulanmaya devam etmiştir. Öne sürölen sebep ise yüksek yüklerin periyodik olarak uygulanmasının, belirlenmemiş çatlakları açığa çıkarabilme ihtimalinin var olduğı idi. Bugün bu tip periyodik yüksek yüklerin çatlak ilerlemesini etkili biçimde azaltabileceğı anlaşılmıştır.

Comet uçakları üzerinde büyük bir tam ölçekli yorulma deneyi kazalardan sonra gerçekleştirilmiştir. Benzer bir deney Fokker tarafından F-27 (Friendship)'in prototip yapısı üzerinde de yapılmıştır. Bu deneyde kanat çekme yüzeyinin yorulma ömrünün çok kısa olduğu görülmüştür. Bunun sonucunda yapı yeniden tasarlanmış, tekrar test edilmiş ve tatminkar bir yorulma ömrü elde edilmiştir. En kötüsü, o zaman F-27' nin bir rakibi olan HS-748 üzerinde bu tip bir deney gerçekleştirilmemiştir. Eski bir HS-748, 90 cm uzunluğunda bir yorulma çatlakları kanatın kırılmasına sebep olduğu için Arjantin'de düştü.

Geniş araştırmalar sonucu ortaya çıkan çok önemli bir sonuç, uçak yapılarının bir miktar başlangıç hasarına karşı toleranslı olmaları gerektiğidir. Uçuş simülasyon yüklemesi altında test edilen Al alaşımı numunelerinde fraktografik gözlemlerle önemli bilgiler açığa çıkarılmıştır. Wang, Potter ve Yee, bağlantı deliklerinden başlayan çatlakların kırılma yüzeylerini incelemiştir. 10-20 µm kadar küçük çatlaklar için yorulma çizgilerinden çatlak ilerleme eğrileri elde edilmiştir.

Alüminyum alaşımı levha malzemelerde bulunan perçinlenmiş bindirme mafsalları uçak yapılarında geniş ölçüde kullanılmaktadır. Perçinlenmiş mafsallar, basınçlanmış gövdede kritik yorulma nesnelidir. 2024-T3 levha malzemesi genellikle tercih edilen deri malzemesidir. Uçak tasarımcısı bindirme mafsalları tasarımını dikkatlice yapmalıdır. 1988'deki Aloha kazası perçinlenmiş mafsalların yorulmasına önemli ölçüde dikkat çekmiştir. Üç sıra perçinli bir bindirmenin en üst sırasında birçok çatlak mevcuttu. 89680 uçuşluk toplam ömür sonrasında gövdede kırılma meydana gelmiştir. Bu olay yetersiz bakımla ilgili korozyon hasarı ile birleşen yorulma hasarı sonucu meydana gelmiştir. Aloha kazasının sonucunda kırılma mekaniği analizleri ile, perçinli mafsalların yorulmasını incelemek üzere araştırma programları başlatılmıştır [4].

### 3. SABİT GENLİKLİ YÜKLEME ALTINDA YORULMA ÇATLAK İLERLEMESİ

Mühendislik malzemelerinde yorulma kırılması üç fazı içerir: Başlangıç, ilerleme ve son kırılma. Başlangıç ve ilerleme arasındaki ara fazı tanımlamak güçtür. Bu nedenle, genel yaklaşım bir fazı baskın olarak kabul edip tek başına bu faz üzerinde çalışmaktır. Kusursuz bir parçanın tipik makine tasarımındaki geleneksel varsayım çatlak başlangıcını hasar olarak kabul eder. Bu, şaftlar ve yaylar gibi küçük, dikkatle hazırlanan bileşenlerde doğru ve mantıklı görünen bir kavramdır. Buna karşın büyük yapılarda ve kaynaklı parçalarda bir kusurun (çatlağın) varlığını varsaymak ve bu çatlağın ne kadar hızlı ilerlediğini belirlemek daha gerçekçidir. Uçak, gemi, köprü gibi yapıların ömrü çatlakların ilerlemesi ile belirlenir. Birbirinden farklı iki tasarım yaklaşımı kabaca bu şekilde ifade edilebilir.

Emniyetli ömür yaklaşımında parçalar, önemli bir hasarın meydana gelmediği sınırlı bir servis ömrü için tasarlanır. Yeni yapıda hiçbir kusurun olmadığı varsayılır ve tasarım ömrü boyunca hiçbir müdahaleye ihtiyaç duyulmaz. Ömür limitine erişildikten sonra parça servisten alınır.

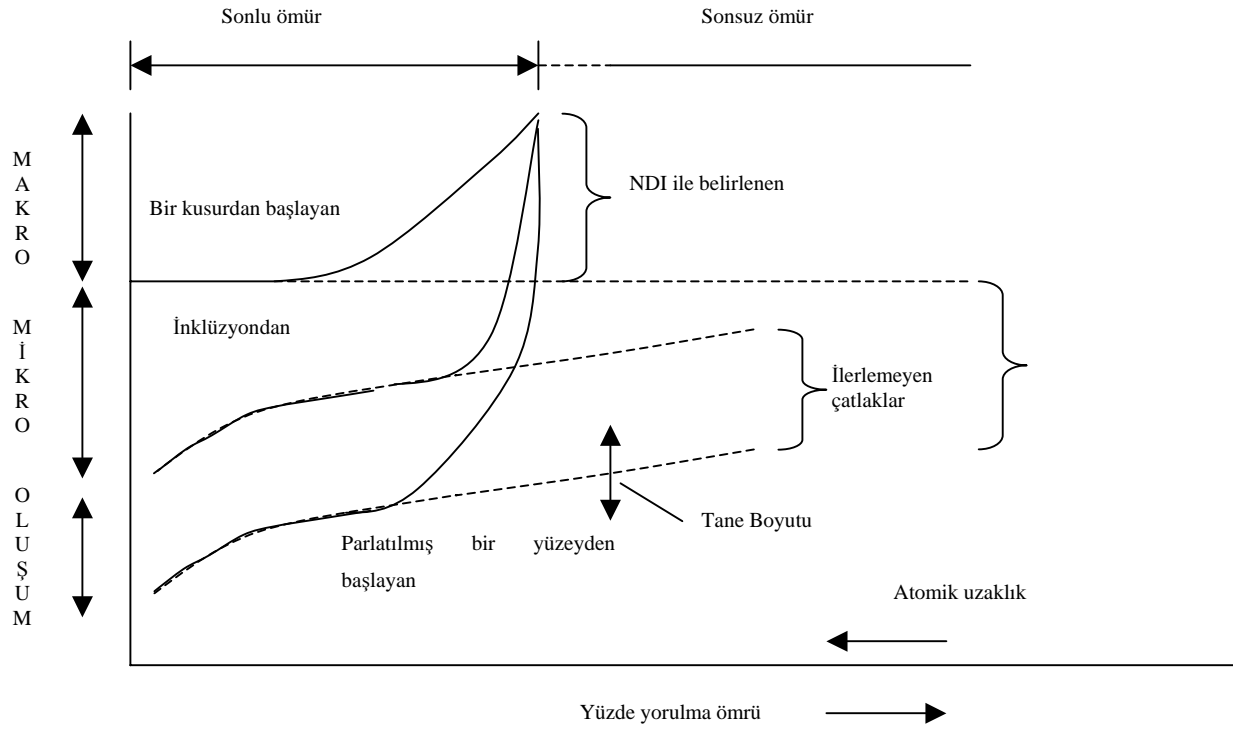
Hasar tolerans tasarımında ise yapıda birinci günden itibaren bir çatlağın olduğu varsayılır. Servisteki hasarlar ve bakım sırasında meydana gelebilecek hasarlar da yapıyı değerlendirirken göze alınır. Buradaki düşünce, varsayılan başlangıç çatlaklarının parça ömrü boyunca "kritik" boyuta ulaşmayacak şekilde kontrol altında tutulmasıdır. Örneğin, uçak iskelet komponentleri, 1970'lerden beri hasar tolerans kavramına göre tasarlanmaktadır. Şu anda motor parçaları için bile eğilim hasar tolerans tasarımına kaymaktadır.

Emniyetli ömür kavramı temel alınarak tasarlanan parçaların servisten alındıktan sonra farkedilir bir artakalan ömrünün bulunduğu sıklıkla gözlenmektedir. Potansiyel komponent ömrünün bu şekilde verimsiz kullanımını önlemek için, servisten alınma-için-sebep ömür politikası oluşturulmuştur. Bu politika, hasar tolerans tasarımı prensiplerine dayanır ve nicelik olarak ifade edilebilir bir hasar belirlenene kadar bileşenleri bildirilen emniyetli ömürlerinin üzerinde çalıştırmayı

amaçlar.

Başlangıç çatlaklarının yokluğunda yorulma ömrünün % 90'ı mikroaralıkta harcanır (Şekil 3.1). Yorulma hasarı, bir bileşenin çok küçük bir hacminde meydana gelir ve yerel koşullara büyük oranda bağlılık gösterir. Böyle lokalize bir olay malzemenin çeşitli bölgelerinde dağınık şekilde görülür. Çatlak ilerlemesi ise sadece malzemenin mekanik özelliklerine bağlıdır ve sürekli, daha az dağınıklık gösterir.

Yorulma tasarımlarında kullanılan bilgisayar yazılımlarını küçük çatlakları kapsayacak şekilde genişletmede pratik ve temel olarak bazı zorluklar vardır. Pratik zorluk hasarsız kontrol yöntemi boyut sınırı ile bağlantılıdır, çünkü çatlaklar belirlenemeyecek kadar küçüktür. Temel zorluklar ise küçük çatlakların anormal davranışından kaynaklanır. Küçük çatlaklar, büyük çatlaklarınkinden çok daha yüksek ilerleme hızları gösterebilir. Buna ek olarak Lineer Elastik Kırılma Mekaniği kısıtlamasına –çatlak ucu plastik bölgesi boyutu çatlak boyutuna kıyasla çok daha küçük olmalıdır- uyulması zordur. Böyle küçük boyutlarda mikroyapı esas rolü oynamaya başlar.



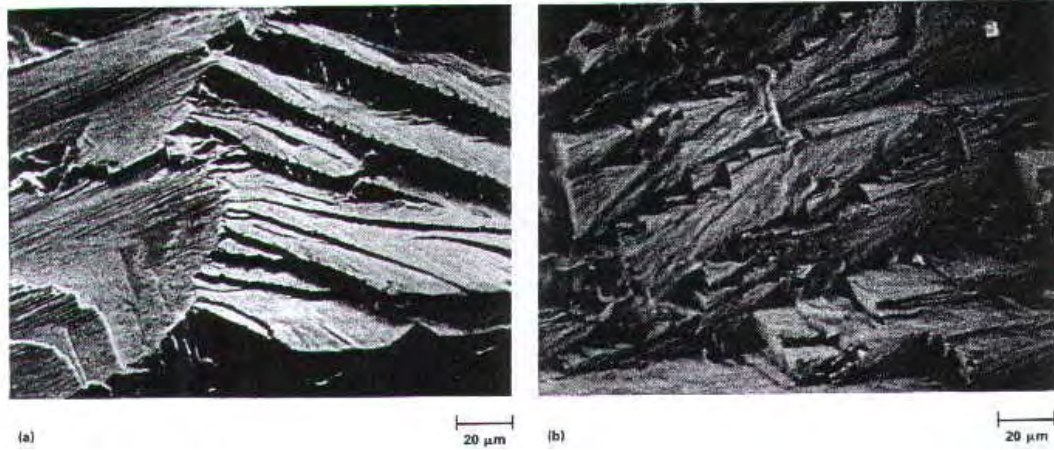
Şekil 3.1. Farklı çatlak büyüme durumları [5]

Küçük çatlakların genellikle gerilmelerin yüksek olduğu yerlerde bulunması ve buranın da tamamen plastik bölge içerisinde yer alması konuyu daha da karmaşık hale getirmektedir [5].

### 3.1. Yorulma Çatlak İlerlemesi Mekanizmaları

#### 3.1.1. Aşama I Çatlak İlerlemesi

Aşama I sırasında yorulma çatlak başlangıcı ve ilerlemesi özellikle kayma düzlemi çatlaması ile meydana gelir. Tipik bir aşama I yorulma kırılması Şekil 3.2’de gösterilmiştir. Aşama I yorulma kırılmasında, kırılma yüzeyleri tıraşlanmış gibidir, genellikle klivaja benzer ve genellikle düzenli aralıklı yorulma çizgileri göstermezler. Aşama I yorulması normalde yüksek çevrimli, düşük gerilmeli kırılmalarda gözlenir ve genellikle düşük çevrimli, yüksek gerilmeli yorulmada görülmez.

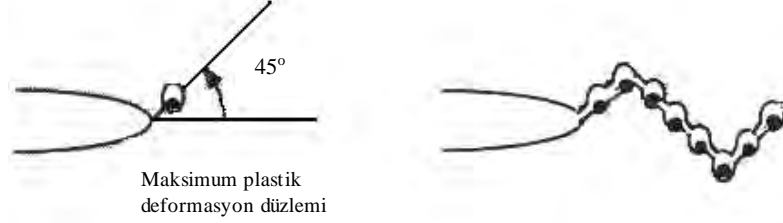


**Şekil 3.2.** Dökme bir Ni-14Cr-4.5Mo-1Ti-6Al-1.5Fe-2.0(Nb+Ta) alaşımında klivaja benzeyen aşama I yorulma çatlağı [6]

Titanyum ve alüminyum alaşımlarında genellikle yüksek oranda lokalize ve birikmiş kaymaların görüldüğü ve bu nedenle bu alaşımların aşama I çatlak ilerlemesine karşı bir eğilimleri olduğu bilinmektedir. Bunun tersine, kaymaları homojenize etme eğilimindeki mikroyapılar, çatlakların aşama I çatlak ilerlemesi



şeklinde ilerleme eğilimlerini engellerler. Şekil 3.3'te makroskopik bir çatlağın zig-zag olarak ilerleyişi görülmektedir.



Şekil 3.3. Makroskopik çatlağın zig-zag görünüşü [6]

Çok kristalli malzemelerde, lokalize uzamaya karşı eğilim, tane veya mikroyapısal nitelik boyutuna göre çatlak ucu plastik bölgesinin boyutundan etkilenir. Eğer tane, plastik bölgeden çok daha büyükse, meydana gelecek çatlak ilerlemesi için uzun, lokalize bir kayma bantının varlığı mümkündür. Bir tanede, çatlak en elverişli konumdaki düzlem üzerinde ilerler. Çok kristalli bir metalde taneler çok farklı yönlenelemelere sahip olacağından makroskopik çatlak bir zig-zag görünüşüne sahip olacaktır. Plastik bölge ilgili mikroyapısal birim boyutunda veya daha büyük olduğu zaman kayma bantı çatlamaına olan eğilim zaptedilir ve çatlak neredeyse düzlemsel hale gelir.[6]

Eşik yakınındaki yorulma sonucu oluşan kırılma yüzeyi klivaja benzeyen düz, bir görüntüye sahiptir. Çatlak belirli kristalografik düzlemleri izler ve tane sınırı gibi bir engele rastlayınca yön değiştirir.

Bu bölgedeki yorulma çatlak ilerleme hızı, tane boyutuna kısmen duyarlıdır, çünkü büyük taneli mikroyapılar pürüzlü yüzeyler meydana getirir ve buna bağlı olarak çatlak kapanması meydana gelir. Tane boyutu bazı durumlarda esas eşiği de etkileyebilir.  $\Delta K_{th(eff)}$  için bir model, tane sınırları kayma bantlarını bloke ettiği ve komşu taneye ilerlemesini engellediği zaman eşik oluştuğunu belirtmektedir. Bu da plastik bölge boyutu yaklaşık olarak ortalama tane çapına eşit olduğunda meydana gelir.

$$\sqrt{d} = A \frac{\Delta K_{th(eff)}}{\sigma_A} \quad (3.1)$$

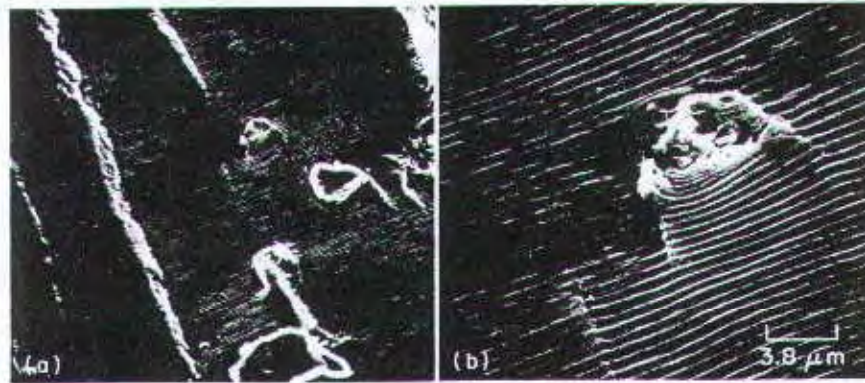
Burada  $d$  ortalama tane çapı ve  $A$  bir sabittir.  $\Delta K_{th(eff)}$ , efektif eşik gerilme şiddet faktörü aralığını;  $\sigma_A$ , ise akma mukavemetini göstermektedir. Böylece  $\sigma_A$  sabit kabul edilirse etkin eşik, tane boyutu ile artar. Buna karşılık Hall-Petch ilişkisi akma mukavemetinin artan tane büyüklüğü ile azaldığını belirtir:

$$\sigma_A = \sigma_i + k_y d^{-1/2} \quad (3.2)$$

$\sigma_i$  ve  $k_y$  malzeme sabitleridir. Sonuç olarak akma mukavemetinin tane boyutuna bağlılığı etkin eşğin tane büyüklüğü ile artma eğilimini dengelemektedir [3].

### 3.1.2. Aşama II Çatlak İlerlemesi ve Yorulma Çizgileri

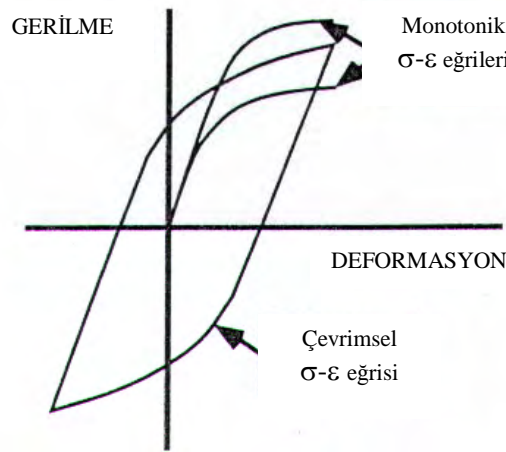
Yorulma kırılmasının büyük bir bölümü, genellikle taneler içi kırılma ile gerçekleşen ve ortalama gerilme veya mikroyapıdan çok, değişken gerilmenin büyüklüğünden etkilenen aşama II çatlak ilerlemesinden oluşur. Aşama II yorulması sırasında meydana gelen yorulma kırılmaları yorulma çizgileri olarak bilinen çatlak izleri gösterir (Şekil 3.4). Yorulma çizgileri malzeme içerisinde çatlak ilerlemesi sırasında yorulma çatlak pozisyonunun görsel bir kaydıdır [6].



**Şekil 3.4.** Alüminyum 2024-T3 alaşımında eşit olarak dağılmış yorulma çizgileri (a) Yırtık sırt ve inklüzyon (b) (a)'nın daha büyük bir görüntüsü (inklüzyon boyunca ve çevresinde yorulma patikasının sürekliliği görülmekte) [6]

II.bölgede yorulma çatlak ilerleme hızı mikroyapı veya monotonik akış özelliklerinin kuvvetli bir fonksiyonu değildir. Örneğin çok farklı mekanik özelliklere sahip iki alüminyum alaşımının çok benzer yorulma çatlak ilerleme özelliklerine sahip olmaları muhtemeldir. Bu nedenle verilen bir malzeme sisteminde çatlak ilerleme hızı, mikroyapı ve çekme özelliklerine duyarlı değildir.

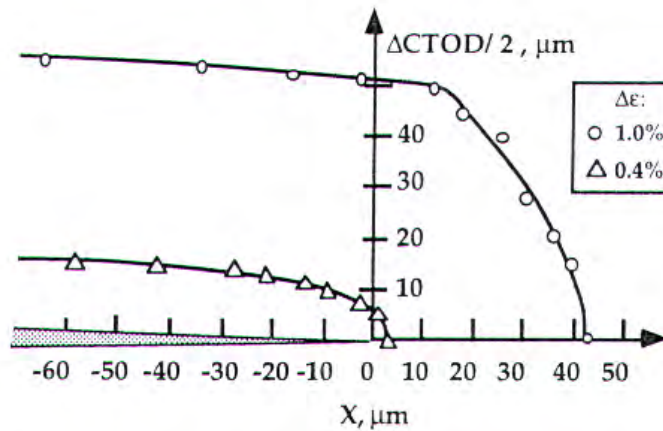
Metalurjik değişkenlere duyarlı olmamanın bir açıklaması, monotonik çekme özelliklerinden çok, çevrimsel özelliklerin yorulma çatlak ilerlemesini kontrol etmesidir. Şekil 3.5, iki alaşımın monotonik ve çevrimsel gerilme-deformasyon davranışını şematik olarak kıyaslamaktadır. Düşük mukavemetli alaşım, deformasyon sertleşmesine eğilim gösterirken yüksek mukavemetli alaşım çevrimsel yüklemeye ile gerilme gevşemesine eğilimlidir. İlerleyen yorulma çatlakları genellikle kırılma yüzeyinde yorulma çizgileri meydana getirir. Yorulma çatlakları çatlak ilerleme yönüne dik, küçük kabarık çizgilerdir. Yük arttıkça çatlak ucu körleşir ve bir gerilme bölgesinin oluşumu sonucu ilerleme meydana gelir. Lokal kayma, çatlak düzleminden  $\pm 45^0$ 'de toplanır. Yük azaldığı zaman kaymanın yönü tersine döner ve çatlak ucu içeriye doğru kıvrılır. Bu proses daha sonraki çevrimlerle tekrarlanır ve her çevrim üst ve alt çatlak yüzeylerinde bir yorulma çizgisi meydana getirir. Bu mekanizmaya göre yorulma çizgileri aralığı çevrim başına düşen çatlak ilerlemesine eşittir ( $da/dN$ ).



Şekil 3.5. Monotonik ve çevrimsel gerilme-deformasyon eğrilerinin şematik olarak karşılaştırılması [3]

Yorulmaya alternatif bir bakış, hasar toplanma mekanizmasıdır. Buna göre çatlak ilerlemede küçük bir artışın olduğu kritik bir hasar miktarı meydana getirmek için belirli sayıda çevrim gereklidir. Bu mekanizma, yorulma çizgileri aralığının bir çevrimden sonraki çatlak ilerlemesine tepki verme gerekliliğinin olmadığını gözlemleyen Lankford ve Davidson tarafından desteklenmiştir. Bir yorulma çizgisinin meydana gelmesi için  $\Delta K$  seviyesine bağlı olarak birçok çevrim gerekebilir. Yorulma çizgisi başına düşen çevrim sayısı, artan  $\Delta K$  ile azalır. Yüksek  $\Delta K$  değerlerinde yorulma çizgileri aralığı  $da/dN$ 'e eşittir.

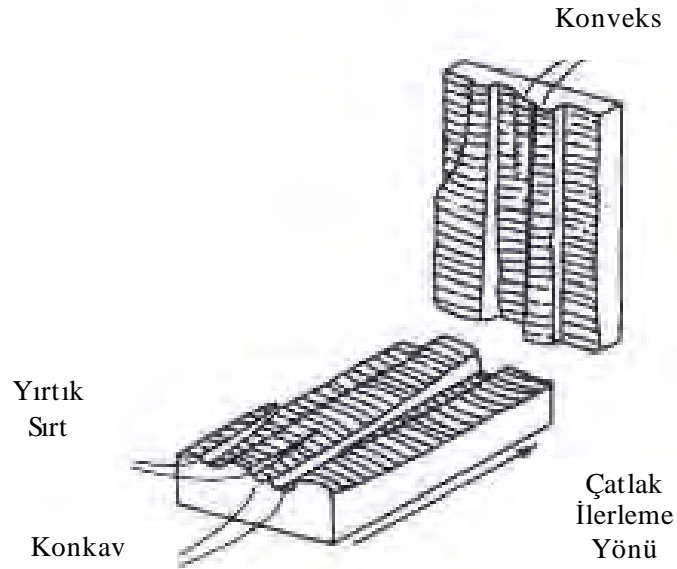
Bazı araştırmacılar gözlenen çatlak ilerleme hızını yorulma mikromekanizmasına bağlamaya çalışmışlardır. Çatlak ilerlemesinin bir gerilme bölgesinin oluşumu ile meydana geldiği körleşme mekanizması, çevrim başına düşen çatlak ilerlemesinin çatlak ucu açılma yer değiştirmesindeki değişim miktarı ile orantılı olduğunu belirtmektedir. Bu da  $da/dN$ 'in  $\Delta K^2$  ile orantılı olması gerektiği anlamına gelir. Buna karşılık gerçek Paris-Erdoğan kanunu üsleri tipik olarak metaller için 3-4 arasındadır. Bu çelişki için olası bir açıklama, körleşme mekanizmasının doğru olmadığıdır. Üslerin ikiden büyük olmasının alternatif bir açıklaması, körleşmiş çatlağın şeklinin yüksek ve düşük  $K$  değerlerinde geometrik olarak benzer olmamasıdır. Şekil 3.6, iki yük seviyesinde bakır için çatlak açılma profilini göstermektedir. Burada körleşmiş çatlakların şekli farklıdır [3].



Şekil 3.6. Bakırda çatlak açılma profili [3]

Aşama II yorulması sırasında çatlak genellikle birbirine göre farklı yüksekliklerdeki çok sayıda plato üzerinde ilerler (Şekil 3.7). Yorulma çizgileri genellikle makroskobik çatlak ilerlemesi yönüne dik konuma gelme eğilimindedirler. Bununla birlikte lokal gerilmelerdeki değişiklikler ve mikroyapı, kırılma düzleminin yönünü ve yorulma çizgilerinin hareket yönünü değiştirebilir.

Bir metaldeki büyük ikinci faz partikülleri ve inklüzyonlar lokal çatlak büyüme hızını ve bunun sonucunda oluşan yorulma çizgilerinin aralığını değiştirebilir.

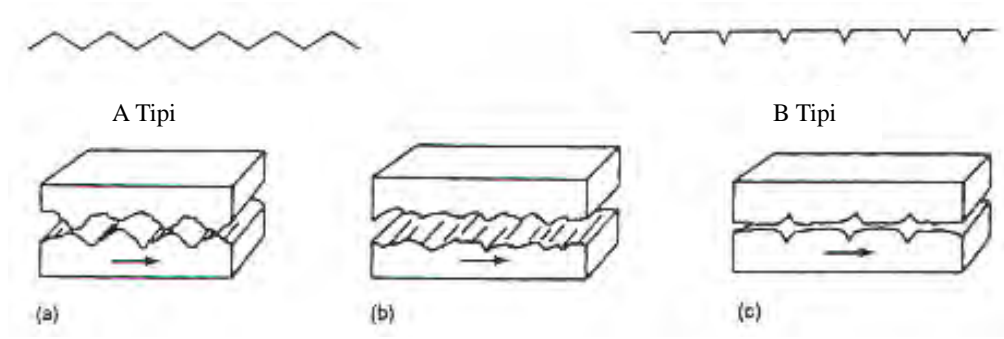


Şekil 3.7. Platolar üzerindeki yorulma çizgilerinin şematik gösterimi [6]

### 3.1.3. Aşama III Çatlak İlerlemesi

Aşama III, yorulma çizgileri oluşan modun giderek, çukurlaşan kırılma veya klivaj gibi statik kırılma modları ile yer değiştirdiği bir yorulma çatlaklarının son ilerleme fazıdır. Yorulma çatlakları kararsız hale gelinceye ve parça kırılıncaya kadar aşama III boyunca çatlak ilerleme hızı artar.

Yorulma kırılma profili malzemeye ve gerilme durumuna bağlı olarak değişebilir. Oldukça iyi oluşmuş yorulma çizgileri gösteren malzemeler vadi-vadi veya oluk-oluk eşleşmesi ile testere dişi tipinde bir profil gösterirler. Çatlak ucundaki düşük basma gerilmeleri testere dişi profiline neden olurken (Şekil 3.8a), yüksek basma gerilmeleri oluk tipi yorulma profiline yol açar (Şekil 3.8c). Pürüzlü, zayıf, bozuk ve eşit aralıklı olmayan yorulma çizgileri (Şekil 3.8b), simetrik eşleme profilleri göstermezler [6].



**Şekil 3.8.** Testere dişi ve oluk tipi yorulma kırılma profilleri ((a) Testere dişi profili, (b) Asimetrik eşleme profili, (c) Oluk tipi profil) [6]

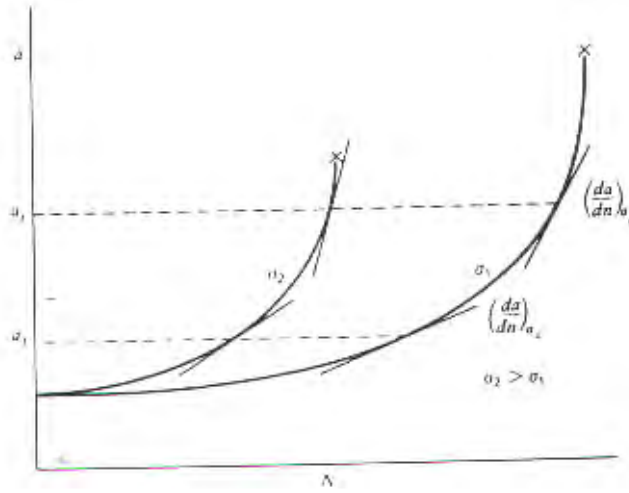
III.bölgede  $da/dN$ , yorulma ve kırılma mekanizmaları arasındaki etkileşim nedeniyle ivme kazanır. Bu bölgedeki kırılma yüzeyleri malzeme ve sıcaklığa bağlı olarak tipik olarak yorulma çizgileri, mikroboşlukların birleşmesi ve klivaj yüzeylerinin bir karışımıdır. Toplam büyüme hızı çeşitli mekanizmaların etkileri toplanarak tahmin edilebilir:

$$\frac{da}{dN}_{\text{toplama}} = \frac{da}{dN}_{\text{yorulma}} + \frac{da}{dN}_{\text{MB}} + \frac{da}{dN}_{\text{klivaj}} \quad (3.3)$$

Yorulmanın bu eşitlikteki katkısı artan  $K_{\text{max}}$  değeri ile azalır.  $K_{\text{IC}}$ 'de, çatlak büyümesi tamamen mikroboşlukların birleşmesi, klivaj veya her ikisi tarafından yönetilir [3].

### 3.2. Yorulma Çatlak İlerlemesi ile Gerilme ve Çatlak Uzunluğu İlişkileri

Çok sayıda numuneden çatlak ilerleme verileri elde edilebilir. Mekanik olarak keskinleştirilmiş bir çatlaklı numuneye çevrimsel yükler uygulanır, çatlak uzunluğundaki değişim kontrol edilir ve yük çevrim sayısının bir fonksiyonu olarak kaydedilir. Kalibre edilmiş gezici mikroskop kullanımı, Eddy akım teknikleri, elektropotansiyel ölçümler, uygunluk ölçümleri ve akustik emisyon dedektörleri gibi birçok kontrol tekniği kullanılmaktadır. Çatlak uzunluğunun artan çevrim sayısı ile arttığı görülen Şekil 3.9'da, bu gibi verilerin tipik bir grafiği gösterilmektedir. Yorulma çatlak ilerleme hızı grafiksel prosedürler veya hesaplama ile böyle bir eğriden elde edilir. Bu metodlardan,  $a_i$  ve  $a_j$  çatlak uzunlukları olmak üzere, verilen bir çevrimsel yükten kaynaklanan çatlak ilerleme hızları  $(da/dN)_{a_i}$  ve  $(da/dN)_{a_j}$  elde edilir.



**Şekil 3.9.** Uygulanan gerilme seviyesinin etkisini gösteren çatlak ilerleme verileri [7]

Çatlak ilerleme hızının çoğunlukla artan çatlak uzunluğu ile arttığını belirtmek gerekir.

Çatlağın artan yüksek hızlarda uzayarak tehlikeli bir şekilde parça ömrünü kısaltacağı açıktır. Bir mühendislik komponentinin toplam ömründeki yükleme çevrimlerinin çoğu çatlak uzamasının erken safhalarında çatlak küçük ve belki

saptanmamış iken gerçekleşir. Çatlak ilerleme hızını kontrol eden diğer değişken gerilme seviyesinin büyüklüğüdür. Şekil 3.9'dan yorulma çatlak ilerlemesi hızlarının artan gerilme seviyesi ile arttığı açıktır.

Çok sayıda araştırmacı yorulma çatlak ilerlemesi prosesinin doğasını araştırdığından, literatürde bir çoğu aşağıdaki biçimde olan empirik ve teorik kanunlar bulmak şaşırtıcı değildir.

$$(da/dN) \propto f(\sigma, a) \quad (3.4)$$

Çoğunlukla bu fonksiyon basit bir üs ilişkisi biçimindedir.

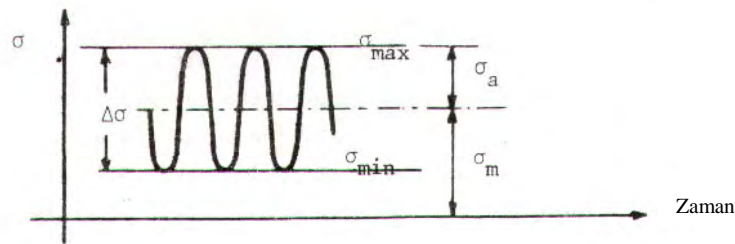
$$(da/dN) \propto \sigma^m a^n \quad (3.5)$$

burada  $m \approx 2-7$

$$n \approx 1-2$$

Örneğin, Liu  $m$  ve  $n$ 'yi sırasıyla 2 ve 1 olarak bulurken, Frost ise test ettiği malzemelerde empirik olarak  $m \approx 3$  ve  $n \approx 1$  olarak bulmuştur. Weibull yorulma çatlak ilerlemesi hızının komponentteki kesit gerilmesine bağlı olduğunu varsayarak çatlak ilerleme hızının gerilme ve çatlak uzunluğuna bağlılığını açıklamıştır [7].

Tipik sabit genlikli yükleme Şekil 3.10'da gösterilmiştir. Buna bağlı çatlak ilerleme hızı ( $da/dN$ ), çatlak uzunluğu  $a$  ve gerilme aralığı  $\Delta\sigma$ 'ya bağlılık gösterir. Bir çatlağın ucundaki tüm gerilme alanını ifade etmek için yeterli bir parametre olan gerilme şiddet faktörü, çatlak ilerleme hızını kontrol eder. Gerçekte çoğu mühendislik uygulamalarında yorulma hasarına yol açan düşük seviyedeki yükler doğrusal elastik kırılma mekaniğinin uyguladığı akma veya limit yüklerine göre daha küçüktür [5].



Şekil 3.10. Sabit genlikli yükleme durumu ve ilişkili terminoloji [5]

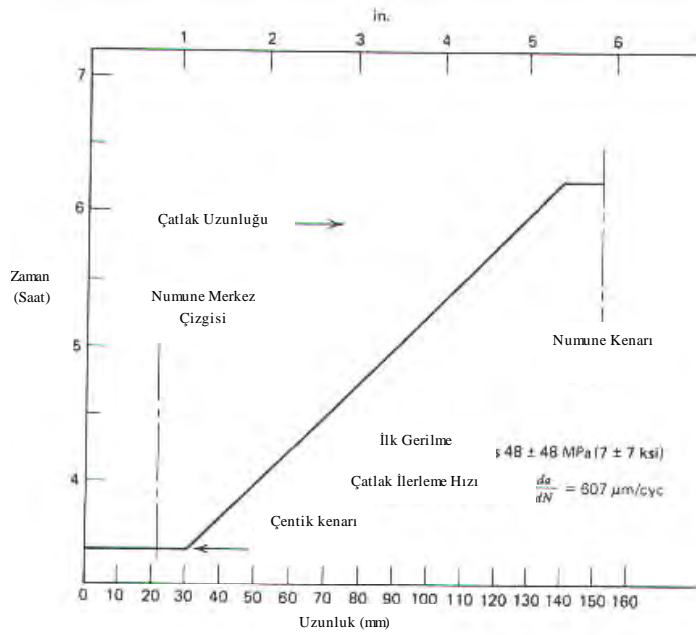
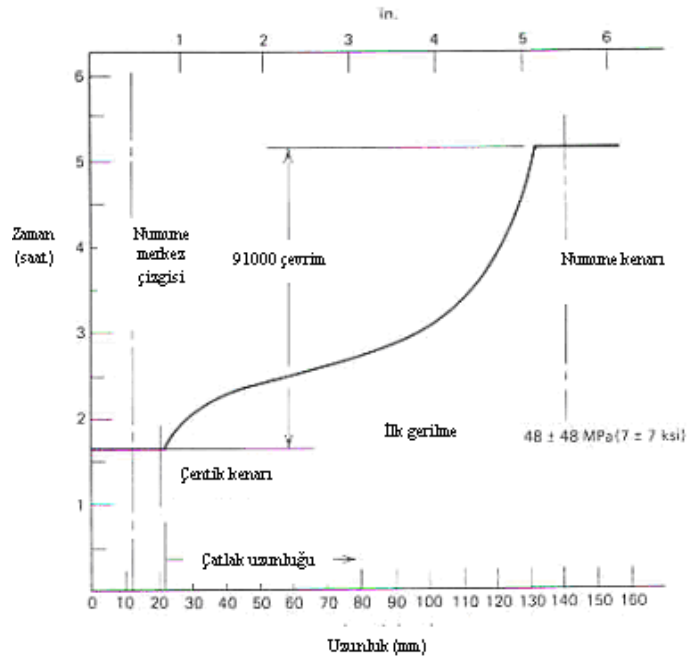


1960'ların başlarında bir dönem için çatlak ilerleme hızları bağıntıları savaşı başlamıştır. Deneysel kanıtlar gerilme şiddet faktörü yaklaşımı lehinde olmasına rağmen, iki kritik deney yorulma çatlak ilerleme hızını kontrol etmede gerilme şiddet faktörünün öneminin tamamen kabul edilmesi gerektiğini gösterinceye kadar beklemek gerekmiştir. Bir makalede Swanson ve arkadaşları, eğer gerilme ve çatlak uzunluğu arasındaki çeşitli bağıntılardan biri gerçekten çatlak büyüme hızı davranışını kontrol eden kritik parametre ise o zaman bir yorulma deneyi sırasında bu parametreyi sabit tutmanın çatlağın sabit bir hızda ilerlemesine sebep olacağı sonucuna varmışlardır. Bir başka deyişle çatlak uzunluğuna karşılık çevrim sayısı eğrisi düz bir doğru şeklinde görünecektir. Bu durumu elde etmek için Swanson, kontrol parametrelerinden  $\sigma^3 a$ ,  $\sigma^2 a$ ,  $\sigma_{net}$  ve  $\Delta K$ ' nın sabit büyüklüklerini korumak için artan çatlak uzunluğu ile çevrimsel yük seviyesini değişen miktarlarda adım adım azaltmıştır. Şekil 3.11'den de görülebileceği gibi gerilme şiddet faktörü açıkça çatlak ilerlemesini kontrol eden anahtar parametredir [7].

K'ya dayanan eşitliklerin üstünlüğünü sağlayan Paris ve Erdoğan'ın meşhur deneyleri olmuştur. Paris ve Erdoğan merkez çatlaklı yüksek mukavemetli alüminyum alaşımı levhaları test etmişlerdir. Deneyin ilk bölümünde, çatlaktan uzak çekme uygulamışlardır böylece hem net kesit gerilme aralığı hem de gerilme şiddet faktörü aralığı çatlak uzadıkça artmıştır. İkinci bölümde, konsantre yük çatlak yüzeylerine uygulanmıştır. Çatlak uzadıkça net kesit gerilmesi yine artmış, fakat gerilme şiddet faktörü bu sefer azalmıştır. Deneysel sonuçlar, gerçekten gerilme şiddet faktöründeki çatlak uzunluğuna bağlı değişim ile beklenen çatlak ilerleme hızındaki zıtlığı göstermiştir. Çatlak boyunca yüklenen numune deney başlangıcında çatlak küçük iken en yüksek ilerleme hızlarını göstermiştir, artan çatlak uzunluğu ile birlikte gitgide daha düşük ilerleme hızları gözlenmiştir. Çatlaktan uzak çekmeye maruz kalan levhalar içinse tam tersi doğrudur. Bu nedenle şu sonuca varılmıştır:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (3.6)$$

burada  $\Delta K = K_{max} - K_{min}$  (sırasıyla  $\sigma_{max}$  ve  $\sigma_{min}$  değerleri kullanılarak).



**Şekil 3.11.** 7079-T6 alüminyum alaşımında çatlak ilerleme davranışını gösteren çatlak uzunluğuna karşılık zaman grafikleri (a) Sabit gerilme elde etmek için doğrusal yük dağılımı; (b) Sabit  $\Delta K$  koşulunu elde etmek için yük dağılımı [7]

Ayrıca, Paris ve Erdoğan Eşitlik 3.6,  $\Delta K$ 'nın büyük bir aralığı boyunca deneysel verilere uyduğu için bir üs fonksiyonu seçmişlerdir.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (3.7)$$

eşitliği (C ve m malzeme özellikleri olarak alınır) kırılmada Paris-Erdoğan kanunu olarak bilinir [5].

Şekil 3.9'daki çatlak büyüme hızlarına karşılık gelen gerilme şiddet faktörü seviyeleri  $\sigma_1$ 'de  $Y_i\sigma_1\sqrt{a_i}$  ve  $Y_j\sigma_1\sqrt{a_j}$  ve  $\sigma_2$ 'de  $Y_i\sigma_2\sqrt{a_i}$  ve  $Y_j\sigma_2\sqrt{a_j}$  olacaktır.  $a_{i,j,\dots,n}$  değerlerine karşılık gelen  $da/dN$  ve  $\Delta K$  değerleri grafikte gösterilerek,

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

elde edilir.

burada  $\frac{da}{dN}$  = yorulma çatlak ilerleme hızı

$\Delta K$  = gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ )

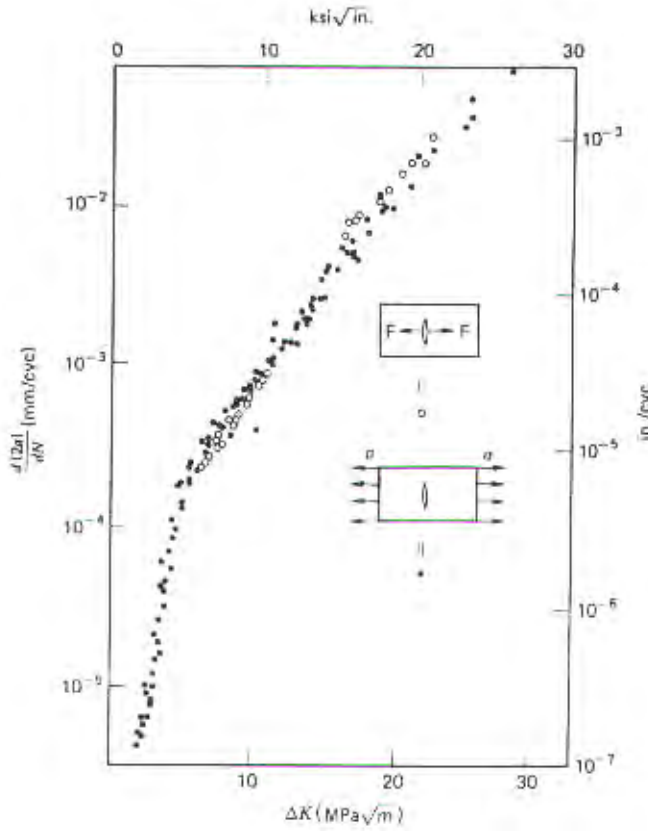
C,m = f (malzeme değişkenleri, çevre, frekans, sıcaklık, gerilme oranı)

Bir başka deneyler grubunda merkez çentikli levhalar çatlak yüzeylerine etkiyen konsantre kuvvetler tarafından yüklenmiştir (Şekil 3.12). Bu konfigürasyon için gerilme şiddet faktörü

$$K = P/\sqrt{\pi a} \quad (3.8)$$

olarak bulunmuştur.

En ilginç, gerilme şiddet faktörü çatlak uzunluğu küçük iken büyüktür, ama artan çatlak uzunluğu ile azalır. Bu nedenle, eğer gerilme şiddet faktörü yorulma çatlak ilerlemesi hızlarını kontrol ediyorsa çatlak büyüme hızı başlangıçta yüksek olacaktır ama artan çatlak uzunluğu ile azalacaktır şeklinde bir tahmin yürütülebilir. Eğer çatlak ilerlemesi örneğin net kesit gerilmesi ile kontrol ediliyor olsaydı, son terim her iki yük konfigürasyonu ile de artacağı için yorulma çatlak ilerlemesi davranışında böyle bir zıtlık tahmin edilemezdi.



**Şekil 3.12.** 7075-T6’da çatlaktan uzak ve çatlak çizgisi yükleme durumlarında yorulma çatlak ilerleme davranışı [7]

Gerçekten deneysel sonuçlar çatlak büyüme hızı zıtlığının  $dK/da$  ile önceden tahmin edildiğini göstermiştir. Çatlak çizgisi boyunca yüklü numune deneyin başlangıcında çatlak küçük olduğunda en yüksek büyüme hızlarını göstermiştir, fakat artan çatlak uzunluğu ile birlikte giderek azalan büyüme hızları gözlenmiştir. Şekil 3.12’deki diğer numune içinse tam tersi geçerlidir. Saxena ve arkadaşları eğer deneyin bir bölümü artı bir  $dK/da$  gradyanı, diğer bölümü ise eksi bir  $dK/da$  gradyanı ile gerçekleştirilirse aynı numuneden hem artan hem azalan çatlak ilerleme hızları elde edilebileceğini göstermişlerdir. İstenilen  $K$  ve çatlak ilerleme hızı gradyanları, aşağıdaki ilişkiye göre elde edilir.

$$K_i = K_0 e^{M(a_i - a_0)} \quad (3.9)$$

Burada  $K_i$  = Anlık  $K$  seviyesi

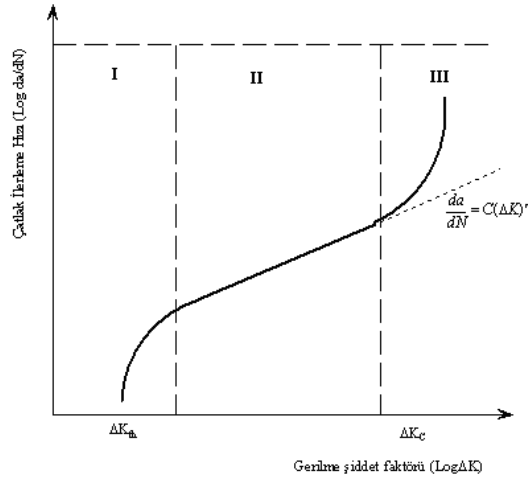
$K_0$  = İlk K seviyesi

$M = \frac{dK/da}{K}$  şeklinde tanımlanan normalize edilmiş K gradyanı

$a_i$  = Anlık çatlak uzunluğu

$a_0$  = İlk çatlak uzunluğu

Bu nedenle eğer  $C$ 'ye eksi, sıfır veya artı bir değer verilirse, artan çatlak boyu ile çatlak ilerleme hızları sırasıyla azalır, aynı kalır veya artar. Akılda tutulması gereken önemli nokta, K gradyanına bakılmaksızın yorulma çatlak ilerleme hızlarının aynı  $da/dN$ - $\Delta K$  eğrisi üzerine düşeceği gerçeğidir [7].



**Şekil 3.13.** Çatlak ilerleme hızına karşılık gerilme şiddet faktörü eğrisi [5]

Genellikle, yorulma çatlak ilerlemesinde üç ayrı tip davranış gözlenir. Şekil 3.13 büyüme hızına karşılık  $\Delta K$  eğrisini göstermektedir. Bölge I, büyüme hızının azalan  $\Delta K$  ile hızla azaldığı ve  $\Delta K_{th}$ 'de en düşük seviyeye yaklaştığı bölgedir. Bölge II, Paris-Erdoğan kanununun geçerli olduğu çatlak büyüme hızlarının orta aralığıdır. Bölge III ise,  $K_{max}$ 'ın  $K_{IC}$ 'ye yaklaştığı ve yerel statik kırılma modlarının baskın olmaya başladığı bölgedir. Eşik gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K_{th}$ 'nin altında çatlak ilerlemesi gözlenmez. Fakat bunun pratikte bir önemi yoktur, çünkü çoğu mühendislik malzemesi için  $\Delta K_{th}$  kırılma tokluğu değerlerinin %10'unun altında, çoğu metal için  $3-8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  arasındadır.  $\Delta K < \Delta K_{th}$ 'de tasarım yapmak ekonomik

değildir.

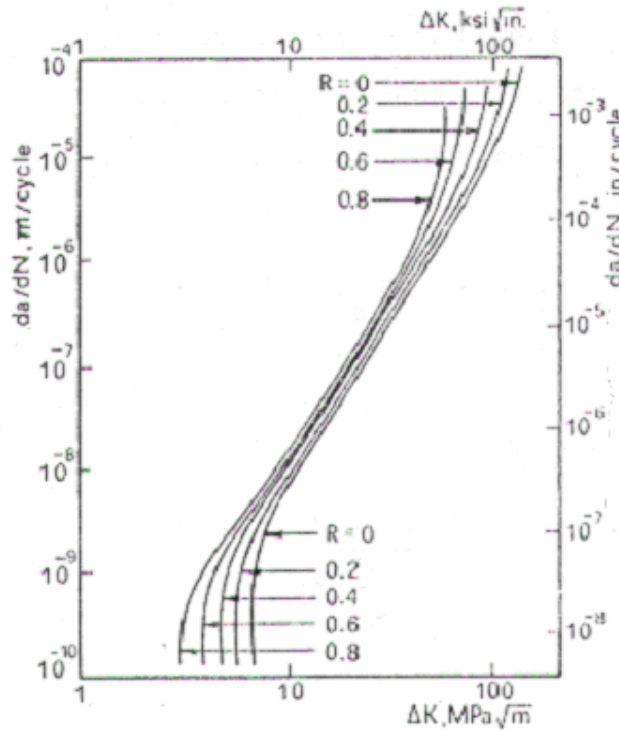
Gerilme şiddet faktörü aralığı geleneksel olarak şöyle yorumlanır:

$$\Delta K = \begin{cases} K_{\max} - K_{\min}, \text{ saf çekme yüklemesi yani } K_{\min} \geq 0 \text{ olduğunda} \\ K_{\max} - 0 \text{ çekme-basma tipi yüklemeye yani } K_{\min} < 0 \text{ olduğunda} \end{cases} \quad (3.10)$$

Basmada çatlak yüzleri kapanacağı için, yüklemenin basma kısmını ihmal etmek ve sadece çekme aralığını hasar olarak almak daha mantıklıdır. Yine de kaynaklı yapılar bu genellenimin dışındadır. Kaynaklamadaki çok yüksek kalıntı çekme gerilmelerinden dolayı  $K_{\max} - K_{\min}$ 'in  $K_{\min} < 0$  olsa bile tam değeri kullanılır.

Gerilme oranı,  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$  kullanılarak ifade edilir. Deneylerin büyük

çoğunluğu  $R < 0$ 'da gerçekleştirilir. Şekil 3.14'ten görülebileceği gibi  $R$ , 0'dan 0.8'e gittikçe,  $\Delta K_{th}$  yaklaşık % 30-50 oranında kayma gösterir.



Şekil 3.14. Yorulma çatlak ilerlemesinde gerilme oranı etkisi [5]

### 3.3. Çatlak İlerleme Eşitlikleri

Paris-Erdoğan eşitliği (Eşitlik 3.7) basit bir eşitliktir, fakat R oranı etkilerini, eşik davranışını ya da  $K_{IC}$  yakınında hızlı ilerlemeyi açıklayamamaktadır. Bu tip faktörleri yansıtmak için daha sofistike bağıntılar ileri sürülmüştür. Forman eşitliği,

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)(K_c - \Delta K)} \quad (3.11)$$

popüler bir eşitliktir ve yüksek  $\Delta K$  ve  $K_{ortalama}$  koşullarında yorulma çatlak ilerlemesi davranışını doğru olarak tanımlar. Fakat  $K_c$ 'yi belirlemek zor olduğundan Forman eşitliğinin uygulanması zordur. Forman eşitliği Al alaşımları ve yüksek mukavemetli çelik ile iyi sonuçlar verir, fakat yumuşak çelikte gerçekte olduğundan daha yüksek sonuçlar alınmaktadır.  $R > 0$  ve  $R < 0$  durumları için uygun Forman parametreleri ayrı ayrı belirlenmelidir. Genel bir kural olarak, “ $R > 0$  parametreleri” kullanıldığında gerçekleştirilen çatlak ilerleme hızı hesaplamaları yorulma ömür tahminleri açısından daha emniyetli sonuçlar verir.

Walker tarafından ileri sürülen eşitlik,

$$\frac{da}{dN} = \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^n} \right]^m \quad (3.12)$$

özellikle R'ye güçlü bir bağıllık gösterir. n'nin değeri C ve m ile birlikte deneysel verilerden belirlenmelidir.  $n = 0.5$  literatürde kullanılan tipik bir değerdir.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (3.13)$$

ve

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_c - K_{max}} \right]^m \quad (3.14)$$

yüksek ve düşük  $\Delta K$  değerlerinde Paris-Erdoğan kanunu davranışından sapmaları yansıtan diğer eşitliklerdir.

Üstteki eşitliklerin hepsi empiriktir ve yorulma çatlak ilerlemesinin temel mekanizmaları göz önünde bulundurularak geliştirilmemiştir. Bu eşitlikler arasındaki farklılıklar büyük değildir ve hiçbiri genel bir kullanıma sahip değildir. Her biri sınırlı

bir bölgede veya sınırlı veri grupları için iyi sonuçlar verir.

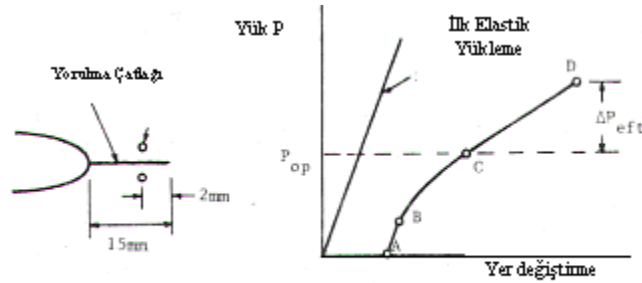
Yarı empirik bir yaklaşım ise Elber tarafından geliştirilen çatlak kapanması kavramıdır. Elber çekme gerilmesi altında bile yük boşaltmada minimum noktaya ulaşmadan önce çatlak yüzlerinin birbiri üzerine kapanabileceğini gözlemlemiştir. Bu durum, ilerleyen yorulma çatlağının arkasında kalan plastik deformasyonla ilişkilendirilebilir. Çatlak yükleme çevriminin bir kısmı için kapalıdır ve belirli bir açma K seviyesi,  $K_{op}$ , uygulanana kadar tamamen açılmaz (Şekil 3.15). Çevrimsel yüklemenin hasar verici kısmı yük çevriminin tamamen açık bir çatlağa etkiyen kısmı ile sınırlıdır. Bu nedenle Elber, efektif gerilme şiddet faktörü aralığını,

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlamıştır. Burada  $K_{op}$  çatlağın tamamen açık olduğu noktaya karşılık gelmektedir. Elber var olan yorulma çatlak ilerlemesi eşitliklerinin  $\Delta K$  yerine  $\Delta K_{eff}$  koyularak kullanılabilceğini belirtmiştir. Örneğin Paris-Erdoğan Kanunu,

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m \quad (3.16)$$

olacaktır.

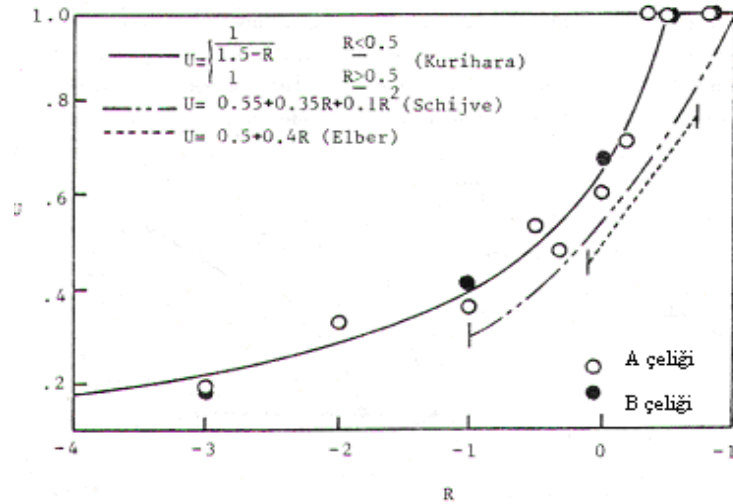


**Şekil 3.15.** Çatlak kapanması (AB' nin eğimi çatlaksız bir yapınıninkine, CD' nin eğimi ise 15 mm bir çatlağa sahip bir yapınıninkine eşittir) [5]

Fiziksel olarak çekici olmasına rağmen, bu kavramın hesaplanması zordur.  $K_{op}$ 'nin malzeme ve deney koşulları için hesaplanması gerekir. Elber U ile gösterdiği  $\Delta K_{eff}/\Delta K$  oranını hesaplamak için Al 2024-T3'te bir dizi sabit genlikli deney gerçekleştirmiştir. Hem Elber'in buluşları hem de bu alandaki diğer araştırmacıların



buluşları hala tartışılmaktadır ve çatlak kapanması hesaplamaları konusu tartışmalı olarak kalmıştır. Kurihara'nın çalışmaları farklı akma mukavemetine sahip (367 MPa ve 723 MPa) iki çelik için gerilme oranlarını kapsar (Şekil 3.16). Elber ve Schijve'in 2024-T3 Al alaşımı için bulduğu eşitlikler de Şekil 3.16'da gösterilmiştir. Şekil 3.16, yüklemenin basma kısmının etkisini göstermektedir. Makroölçekte basma yükü altında çatlaklar kapanmasına rağmen çatlak ucu yakınındaki çatlak yüzeylerinde, takip eden çatlak açılma gerilmesinin azalmasıyla akma meydana gelir. Eğer Kurihara eşitliği uygulanırsa,  $R=0$  için  $\Delta K_{eff} = 0.67K_{max}$  ve  $R=-1$  için  $\Delta K_{eff} = 0.80K_{max}$  olur (Şekil 3.17). Bu nedenle Eşitlik 3.10'un basit yaklaşımına karşıt olarak çevrimsel bir yükün basma kısmı ihmal edilemeyebilir. Literatürdeki veriler özellikle orta mukavemetli malzemeler için (örneğin 2024-T3, 2219-T851) bu durumu yansıtmaktadır. 2024 numuneleri için çatlak ilerleme hızları hem  $\Delta K$  hem  $\Delta K_{eff}$  'in fonksiyonu olarak Şekil 3.18'de gösterilmektedir. Schijve tarafından bulunan eşitlik ile hesaplanan  $\Delta K_{eff}$  'in kullanımı R etkisini yok eder ve sonuçlar tek bir dağılım bantı içinde birleşir.



**Şekil 3.16.** Efektif gerilme şiddet faktörünün gerilme şiddet faktörüne oranının (U), gerilme oranı(R) ile değişimi [5]

Yukarıda sunulan çatlak büyüme kanunları ilk ve son çatlak boyutu arasındaki yorulma ömrü hakkında tahmin yapmak için birleştirilebilir. Paris-Erdoğan kanunu ile kapalı bir ifade elde edilebilir. Diğerleri ise nümerik prosedürler gerektirir. İlgilenilen gerilme şiddet faktörü aralığını şu şekilde ifade edersek,

$$\Delta K = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.17)$$

burada  $Y = Y(a/W)$  geometrik düzeltme faktörünü göstermektedir. Paris-Erdoğan kanunu,

$$\frac{da}{dN} = C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m \quad (3.18)$$

veya

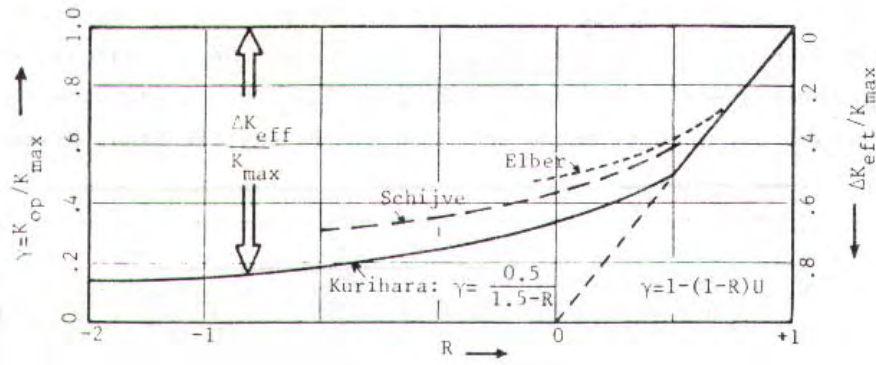
$$N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m} \quad (3.19)$$

İntegrasyon limitleri içinde değişmeyecek  $Y$  değeri için,

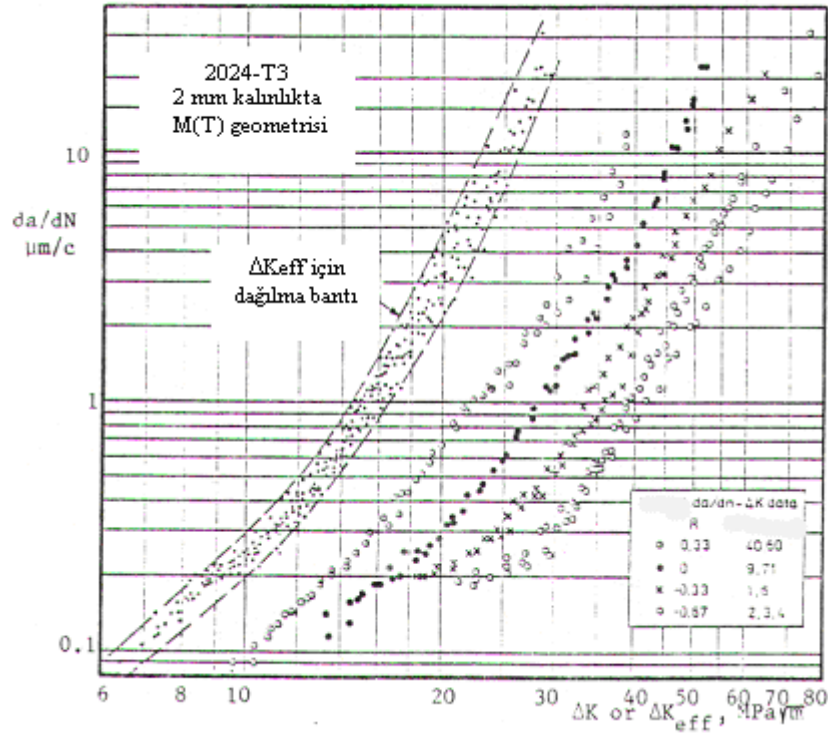
$$N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{2}{(m-2)C Y^m \pi^{m/2} \Delta\sigma^m} \left[ \frac{1}{a_i^{(m-2)/2}} - \frac{1}{a_f^{(m-2)/2}} \right] \quad (3.20)$$

bulunur.

Bu integrasyonda  $m \neq 2$  dir ve  $a_i$  ve  $a_f$  integrasyon sınırlarını yani başlangıç ve son çatlak boyutlarını göstermektedir.  $a_i \ll a_f$  için, hesaplanan yorulma ömrü son çatlak boyutu  $a_f$ ' ye duyarlı değildir, fakat başlangıç çatlak boyutu  $a_i$ 'ye kuvvetli bir biçimde bağlıdır. Bu nedenle hem başlangıç hem de ilerleme safhalarını birleştirerek yapılan ömür tahminlerindeki en büyük problem olan  $a_i$ ' nin doğru şekilde belirlenmesi çok önemlidir. Buradaki son boyut  $a_f$ , malzemenin kırılma tokluğuna bağlı kritik boyut ya da bir sonraki gözleme aralığını belirlemek için uygun bir uzunluk olabilir [5].



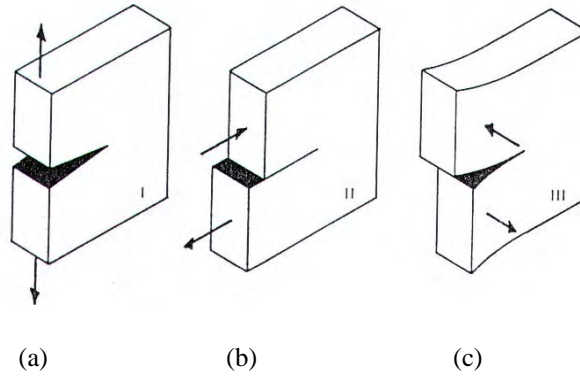
Şekil 3.17. Kurihara'nın eşitliğinden elde edildiği şekilde  $K_{op}$  ve  $\Delta K_{eff}$ ' in gerilme oranı  $R$  ile değişimi [5]



Şekil 3.18. Aynı  $\sigma_{max}$  ve farklı  $R$  değerlerinde 9 numune için çatlak büyüme hızı [5]

#### 4. ELASTİK GERİLME ALANI

Çatlak ucu yakınındaki bütün gerilme sistemleri yüklemenin üç modundan çıkarılabilir. Birçok pratik durumlarda üstün gelen yükleme durumu Mod I olduğundan, elastik gerilme alanı denklemlerinin çıkarılması Mod I ile sınırlanmıştır. Şekil 4.1'de yüklemenin üç modu görülmektedir.



**Şekil 4.1.** Yüklemenin a) Çekme (açılma) modu (Mod I), b) Kayma modu (Mod II) ve c) Makaslama modu (Mod III) [8]

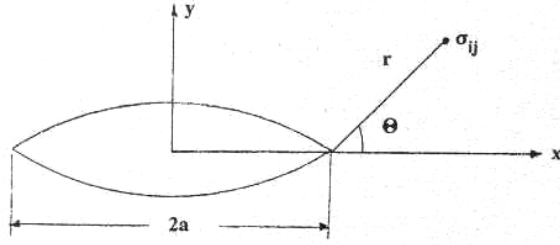
#### 4.1. Gerilme Şiddet Faktörü

Gerilme şiddet faktörü  $K$ , çatlak ucu elastik alanının büyüklüğünü tanımlar.  $K$  ayrıca, çatlak ucu gerilme alanının elastik olması şartıyla, malzemelerde çatlak ilerleyişi ile kırılma davranışları arasındaki ilişkiyi belirler.

Irwin, bir çatlak civarındaki gerilmelerin;

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) + \dots \quad (4.1)$$

şeklinde verilebileceğini göstermiştir. Burada  $r$  ve  $\theta$ , çatlak ucuna göre bir noktanın koordinatlarını göstermektedir (Şekil 4.2).



Şekil 4.2. Çatlak ucunda bir noktadaki gerilme [8]

$K$ , elastik gerilme alanının büyüklüğünü gösteren bir sabittir ve gerilme şiddet faktörü olarak adlandırılır. Boyutsal analizler,  $K$ 'nın gerilmeyle doğrusal olarak, karakteristik bir uzunluğun da kareköküyle ilişkili olduğunu göstermiştir. Bu karakteristik uzunluk, çatlak boyudur ve gerilme şiddet faktörü;

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/W) \quad (4.2)$$

şeklinde verilir. Burada  $f(a/W)$ , numunenin ve çatlağın geometrilerine bağlı boyutsuz bir parametredir. Partikte en çok Mod I gerilme durumu ile karşılaşıldığından gerilme şiddet faktörü çözümleri de genellikle Mod I için verilir ve  $K_I$  olarak ifade edilir.

#### 4.2. Mod I Elastik Gerilme Alanı Denklemleri

Elastik gerilme alanı denklemlerinin türetilmesi, oldukça uzun bir dizi fonksiyonun çözümünü içermektedir. Şekil 4.3'deki gibi merkezinde bir çatlak bulunan, iki eksende yüklenmiş sonsuz bir levha için sınır şartları aşağıdaki gibi verilmektedir:

- i)  $-a < x < +a$  ve  $y = 0$  için  $\sigma_y = 0$
- ii)  $x \rightarrow \pm\infty$  iken  $\sigma_y \rightarrow \sigma_\infty$
- iii) Çatlak bir gerilme arttırıcı olduğundan,  $x = \pm a$  iken  $\sigma_y \rightarrow \infty$

Sonuç olarak elastik gerilme alanı denklemleri,

$$\sigma_x = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (4.3a)$$

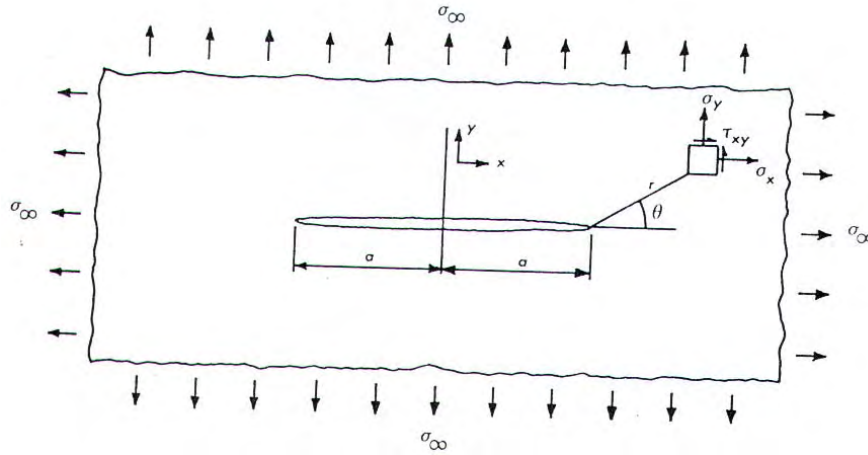
$$\sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\Pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (4.3b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\Pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (4.3c)$$

şeklindedir.

Bu eşitlikler gösteriyor ki  $r = 0$  (çatlak ucu)'da bütün gerilmeler sonsuza gider ve gerilmeler  $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)$  geometrik pozisyon ile  $\sigma\sqrt{\pi a}$  faktörünün çarpımına eşittir. Burada  $\sigma\sqrt{\pi a}$  uygulanan gerilme ve ilk çatlak boyunun basit bir fonksiyonudur ve K'ya eşittir:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (4.4)$$



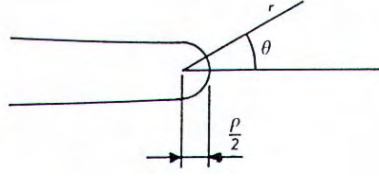
Şekil 4.3. İnce bir çatlak içeren iki eksenli yüklenmiş sonsuz levha [8]

Bu çözüm sadece yarı çemberde, sıfır çatlak ucu yarıçapı için geçerlidir. Sonlu yarıçapa sahip çatlaklar için denklemler, çatlak ucu yarıçapının yarısı kadar kaydırılarak elde edilmiştir (Şekil 4.4).

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \left( \frac{\rho}{2r} \right) \cos \frac{3\theta}{2} \quad (4.5a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \quad (4.5b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \left( \frac{\rho}{2r} \right) \sin \frac{3\theta}{2} \quad (4.5c)$$



**Şekil 4.4.** Sonlu yarıçapa sahip bir çatlak [8]

Bu çözüme göre,  $r$  çatlak ucunda sonlu olduğundan ( $r = \rho/2$ ) gerilmeler de sonludur.

## 5. ÇATLAK UCU PLASTİK BÖLGESİ

İki ekseninde yüklenmiş ve bir çatlak içeren sonsuz bir levhanın Mod I elastik gerilme denklemleri bütün gerilmelerin  $r = 0$ 'da sonsuza gittiğini göstermektedir. Ancak, yapısal malzemeler bir akma gerilmesine sahiptirler ve çatlak ucu yakınlarındaki teorik çok yüksek gerilmeler malzemelerin akma gerilmelerinin üzerine çıkarlar. Bu da, gerçek malzemelerin akma gerilmelerinin üzerinde plastik olarak deforme olmaları nedeniyle, çatlak ucunu çevreleyen bir plastik bölgenin var olması demektir. Bu plastik deformasyona uğramış bölgeye çatlak ucu plastik bölgesi adı verilir.

### 5.1. Plastik Bölge Boyutu

Düzlem gerilme durumunu incelersek;  $\theta = 0$  (çatlağın tam ileri ucu) düzlemi boyunca  $\sigma_y$ , çatlak ucundan uzaklaştıkça azalmaktadır (Şekil 5.1). Bir  $r_y$  uzaklığına kadar gerilme, akma gerilmesinin üzerindedir. Oldukça kaba bir yaklaşımla bu  $r_y$  uzaklığı, plastik bölge boyutuna eşittir.

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (5.1)$$

eşitliğinden  $\theta = 0$  olduğunda;

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\Pi r}} \quad (5.2)$$

elde edilir. Bu eşitlikte,  $\sigma_y$  yerine  $\sigma_A$  (akma gerilmesi) koyarsak;

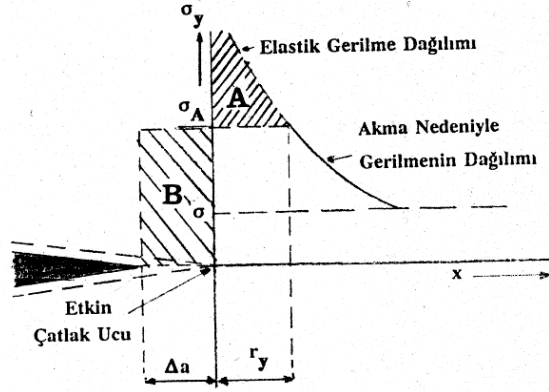
$$r_y = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_A^2} \quad (5.3)$$

veya  $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$  olduğu için,

$$r_y = \frac{\sigma^2 a}{2\sigma_A^2} \quad (5.4)$$







Şekil 5.2. Irwin analizinin şematik olarak gösterilişi [8]

B = A eşitliğinden,

$$\Delta a \cdot \sigma_A = \int_0^{r_y} \left[ \sigma \sqrt{\frac{a + \Delta a}{2r}} dr \right] - \sigma_A r_y$$

$$\sigma_A (r_y + \Delta a) = \int_0^{r_y} \frac{\sigma \sqrt{a + \Delta a}}{\sqrt{2}} \frac{dr}{\sqrt{r}}$$

$$\sigma_A (r_y + \Delta a) = \frac{2\sigma \sqrt{a + \Delta a}}{\sqrt{2}} \sqrt{r_y} \quad (5.7)$$

elde edilir. 5.6 eşitliği,

$$\sigma \sqrt{a + \Delta a} = \sigma_A \sqrt{2r_y}$$

şeklinde yeniden yazılır ve 5.7 eşitliğinde yerine koyulursa,

$$\sigma_A (r_y + \Delta a) = \frac{2\sigma_A \sqrt{r_y} \sqrt{2r_y}}{\sqrt{2}}$$

buradan da,

$$2r_y = r_y + \Delta a = r_p \quad (5.8)$$

elde edilir.

Böylece Irwin'in analizinden elde edilen plastik bölge boyutu, ilk yaklaşımdan elde edilenin iki katıdır (Şekil 5.3):

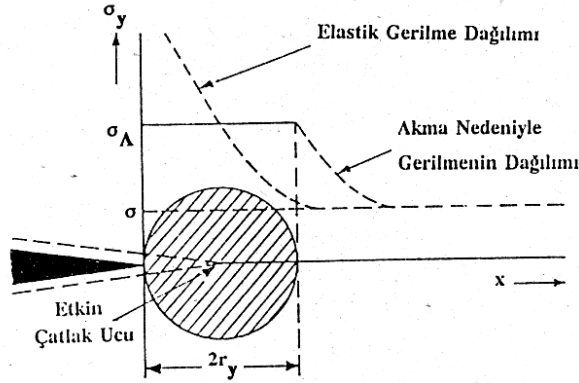
$$2r_y = r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_A} \right)^2 \quad (5.9)$$

Dugdale'in plastik bölge boyutu hesaplamaları Irwin'in yaklaşımından biraz daha fazla çıkmaktadır:

$$r_p = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K_I}{\sigma_A} \right)^2 \quad (5.10)$$

Düzlem şekil değiştirme durumu için Irwin, plastik akma için gerekli gerilmenin  $\sqrt{3}$  katı kadar arttığını öne sürmüştür. Buna göre düzlem gerilme için,

$$r_p = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_A} \right)^2 \quad (5.11)$$



Şekil 5.3. Irwin'in analizinden elde edilen plastik bölge boyutu [8]

## 5.2. Plastik Bölgenin Şekli

Plastik bölgenin şekli, gerilme eşitlikleri akma kriterlerinde yerine koyularak bulunabilir. Burada, malzemenin akmaya başladığı sınırları (elastik-plastik sınır) saptanır.  $r_y$ 'nin,  $\theta = 0$  yerine  $-\pi \leq \theta \leq \pi$  arası incelenir.

Von Mises akma kriterini ele alırsak,

$$2\sigma_A^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (5.12)$$

Asal gerilme denklemleri;

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2}) \quad (5.13a)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2}) \quad (5.13b)$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ (düzlem gerilme)} \quad (5.13c)$$

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \text{ (düzlem şekil değiştirme)} \quad (5.13d)$$

Düzlem gerilme için  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  değerlerini Von Mises akma kriterinde yerlerine koyarsak,

$$2\sigma_A^2 = \frac{K_I^2}{2\pi r} (1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta)$$

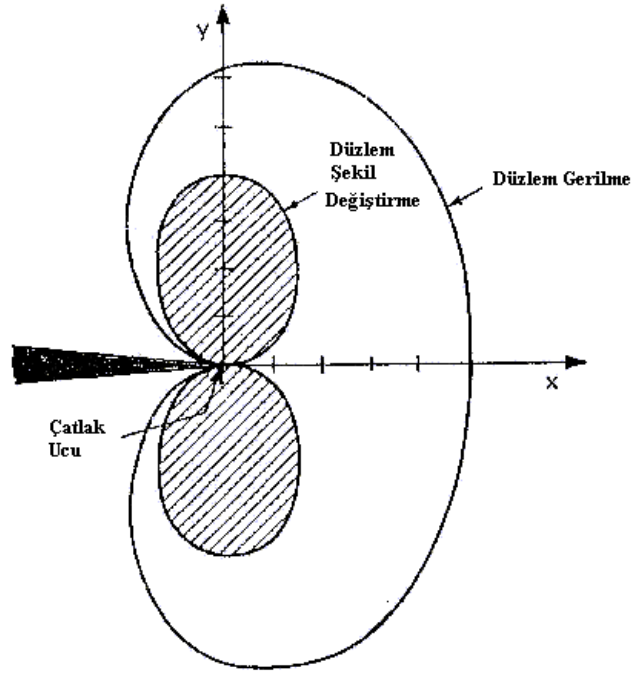
$$r(\theta)_{dg} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_A} \right)^2 (1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta) \quad (5.14)$$

Düzlem şekil değiştirme için  $\sigma_1, \sigma_2$  ve  $\sigma_3$  değerlerini Von Mises akma kriterinde yerlerine koyarsak,

$$2\sigma_A^2 = \frac{K_I^2}{2\pi r} \left[ \frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right]$$

$$r(\theta)_{d\check{s}d} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_A} \right)^2 \left[ \frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right] \quad (5.15)$$

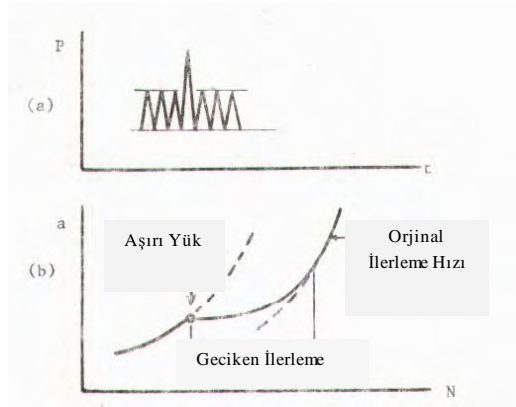
elde edilir [8].



**Şekil 5.4.** Von Mises akma kriterinden hesaplanan düzlem gerilme ve düzlem şekil değıştirme plastik bölge şekilleri [8]

## 6. DEĞİŞKEN GENLİKLİ YÜKLEME ALTINDA YORULMA ÇATLAK İLERLEMESİ

Değişken genlikli yükleme altında yorulma çatlak ilerlemesi farklı genlikli yüklerin etkileşiminden dolayı daha karmaşıktır. Sabit genlikli yükleme profiline eklenen bir aşırı yük (Şekil 6.1), takip eden sabit genlikli yükleme çevrimi sırasında çatlak ilerlemesinde gecikmeye yol açar.

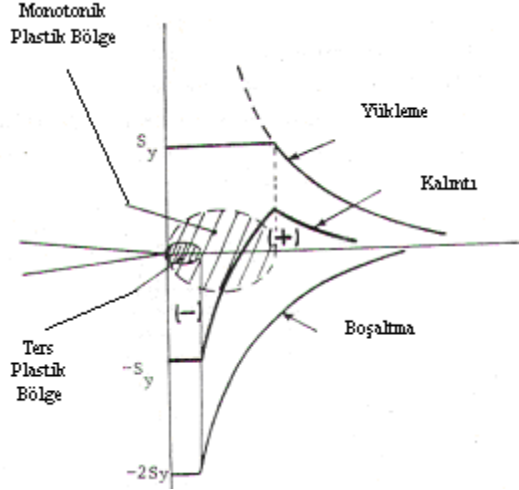


**Şekil 6.1.** (a) Sabit genlikli yüklemeye eklenen tek aşırı yük (sabit P), (b) Bunun sonucu olarak çatlak ilerlemesinde meydana gelen gecikme [5]

Gecikmenin neden meydana geldiğini anlatmak üzere birçok açıklama ileri sürülmüştür. Elber tarafından ileri sürülen çatlak kapanması modeli  $\Delta K_{eff}$ ' in aşırı yük tarafından değiştirildiğini söylemektedir. Örneğin, düşük-yüksek ve yüksek-düşük blok yükleme ile ilgili gecikme etkileri (Şekil 6.2), kapanma kavramı ile basitçe ve gayet başarılı bir şekilde açıklanabilir. Geçiş periyodu sırasında  $\Delta K_{eff}$  sabit genlikli yükleme altında gözlenen değerden farklı olacaktır ve sonuç olarak çatlak ilerlemesi yüksek-düşük blok yüklemede daha yavaş, düşük-yüksek blok yüklemede daha hızlı olacaktır. Basamak yükleme sırasındaki çatlak kapanması ve geçiş davranışı sonlu elemanlar metodunu kullanan elasto-plastik hesaplamalarla açıklanır. Bu tip



nedenle çatlak ucu bu basma alanında bulunduğu sürece daha düşük ilerleme hızları beklemek mantıklıdır.



**Şekil 6.3.** Bir yükleme ve boşaltma çevriminde çatlak ucundaki gerilme şekli [5]

Ters plastik bölge içerisindeki malzeme çevrimsel deformasyona maruz kaldığı için, malzemenin başlangıç durumuna bağlı olarak çevrimsel deformasyon sertleşmesi veya yumuşaması görüleceği düşünülebilir. Bu durum Bathias ve Pelloux tarafından bir yorulma çatlak ucu yakınında yapılan mikrosertlik ölçümleri ile doğrulanmıştır. Ters plastik bölgede meydana gelen yaygın yumuşama veya sertleşme, yorulma çatlak ilerleme hızlarında değişikliklere sebep olabilir ki bu da yük etkileşimlerinin bir diğer açıklaması olarak görülebilir.

Ayrıca yüksek yüklerden dolayı meydana gelen çatlak ucu körlüğünün de gecikmeye neden olduğu düşünülmektedir. Kör çatlak, daha az keskin çatlak ucu durumunu temsil ettiğinden, takip eden çevrimler daha az hasar verici olacaktır ve çatlak ilerleme hızı azalacaktır. Bu modelin eksikliği, tek aşırı yük durumundan sonra gözlenen gecikmede ertelemeyi açıklayamamasıdır.

Gecikmeyi etkileyen diğer bir durum, yük genliği ve çatlak ucu yönlenmesi arasındaki uyumsuzluk olabilir. Düşük genlikli çevrimler  $90^0$ 'lik bir çekme modu kırılması oluştururken aşırı yükler,  $45^0$ 'lik kayma modu kırılması meydana getirir.



Bu nedenle bir önceki sabit genlikli yüklemekten dolayı oluşan düz kırılma yüzeyine karşılık gelen aşırı yük bir uyumsuzluk yaşayacaktır.

Bu etkilerin birbirine göre önemini saptamak zordur. Genellikle verilen bir durum için bu etkilerin hepsi veya büyük bir çoğunluğu söz konusudur.

Çok farklı değişken genlikli yükleme tipleri mevcuttur.

**Çizelge 6.1.** Değişken genlikli yükleme tipleri ve ana değişkenleri [5]

<u>Test Tipi</u>	<u>Ana Değişkenler</u>
<u>Basit Testler</u>	
Aşırı Yüklenebilir Sabit Genlikli Yorulma Testleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tek aşırı yük</li> <li>• Tekrarlı aşırı yükler</li> <li>• Blok aşırı yükler</li> <li>• R'ye bağlı aşırı yük değeri</li> <li>• Aşırı yük çevrim düzeni</li> </ul>
Blok Testler	<ul style="list-style-type: none"> <li>• İki bloklu Yüksek-Düşük ve Düşük-Yüksek düzeni</li> <li>• Tekrarlı bloklar</li> <li>• R'ye bağlı artış değerleri</li> </ul>
<u>Orta Dereceli Karmaşık Testler</u>	
Program Testleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Genlik düzeni</li> <li>• Blokların ne kadar uygulanacağı</li> <li>• Genlik fonksiyon dağılımı</li> </ul>
<u>Karmaşık Testler</u>	
Rassal Yük Testleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dağılım yoğunluk fonksiyonu (dar/geniş band)</li> <li>• Düzensizlik faktörü</li> </ul>
Servis Simülasyon Testleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simüle edilecek servis yük tipi değişkenleri</li> </ul>

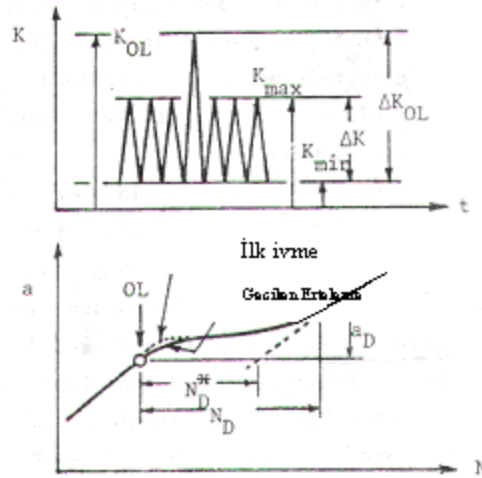
Aşırı yük etkileri ve basamak yükleme üzerine yapılan araştırmalar, genellikle değişken genlikli yükleme altında çatlak ilerleme mekanizmasının daha iyi

kavranılmasını sağlamayı amaçlar. Programlanmış blok yükleme, rassal yükleme veya uçuş simülasyon yükleri ile gerçekleştirilen çalışmalar ise çatlak ilerleme tahmin modelleri üretmeye ve bunların başarısını kontrol etmeye yöneliktir.

### 6.1. Tek Aşırı Yükler

Tek aşırı yük, değişken genlikli yüklemenin yapı taşıdır ve gecikmeyi içeren en basit durumu temsil eder. Bu nedenle malzemenin tek aşırı yüke karşı tepkisi, daha değişken rassal yük yorulmasının modellenmesi için yeterince iyi anlaşılmalıdır.

Literatürde çok sayıda tek çekme aşırı yükü deneyi yer almaktadır, fakat bu çalışmalarda gecikmeyi kontrol eden parametrelere ilişkin genel bir uzlaşma mevcut değildir. Gecikme olayının farklı yönlerini ele alan çok iyi çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Fakat bu çalışmalar birbirinden kopuktur ve bunlardan bütün bir resim elde etmek zordur. Bu konuya daha fazla önem verilmesi gerekmektedir. Neredeyse bütün araştırmacıların üzerinde fikir birliğine vardığı muhtemel değişkenlerin sistematik araştırması yapılmalıdır.



**Şekil 6.4.** Tipik tek aşırı yük durumu ve bunun sonucu olan gecikmiş büyüme (sabit  $\Delta K$ ) [5]

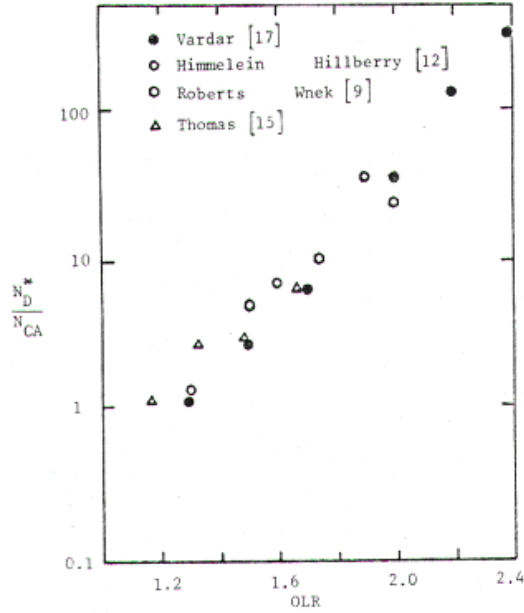
Tek çekme aşırı yük deneyleri hem sabit yük aralığı (Şekil 6.1) hem de sabit  $\Delta K$  (Şekil 6.4) altında gerçekleştirilmiştir. Bu tip deneylerle ilgili semboller

Şekil 6.4'te verilmiştir. Aşırı yükten hemen sonra bazı durumlarda bir ilk ivme gözlenmiştir. İvme olmasa bile gecikme hemen olmaz. Orijinal hız küçük bir mesafe boyunca devam eder ve gecikme ertelenir. Nadiren erteleme gerçekleşmez ve aşırı yükü takiben minimum ilerleme hızı görülür. Eğer aşırı yük yeterince büyükse, çatlak durması veya anormal derecede düşük ilerleme hızı elde edilir. Çatlak durması malzemeye ve gerilme oranı  $R$ 'ye bağlıdır, fakat tipik olarak  $K_{OL}/K_{max} = 2.5$  civarında gerçekleşir.

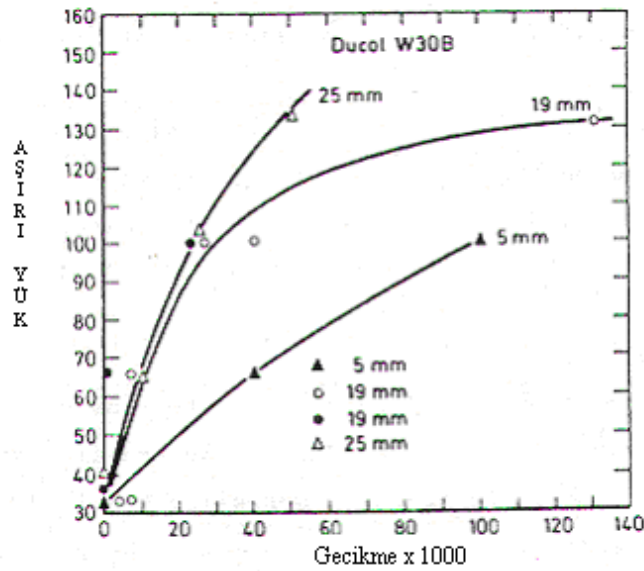
Tek çekme aşırı yüklemesinin aşağıdaki özelliklerinde genel görüş birliğine varılmıştır:

- (1) Aşırı yükün büyüklüğü, gecikmenin uzunluğunu kontrol eden en önemli faktördür.
- (2) Daha düşük akma mukavemetine sahip malzemeler aynı yük seviyesinde daha fazla gecikme gösterir. Bu da aşırı yükün sebep olduğu plastik deformasyonun rolünü anlatır.
- (3) Kesit kalınlığı azaldıkça gecikme artar. Örneğin, Schijve 2024-T3 Al alaşımı için aşırı yük oranı 1.33 ve  $R$ , 0.67'ye eşitken plaka kalınlığı 10 mm'den 2 mm'ye değiştiğinde gecikmenin iki katına çıktığını belirtir. 7075-T6 alüminyum için benzer bir davranış, Shih ve Wei tarafından aşırı yük oranı 2 ve  $R$ , 0 olduğunda bildirilmiştir. Çelik için karşılaştırmalı sonuçlar Şekil 6.6'da gösterilmektedir.

Bazı konular hala tartışmalıdır. Bir grup araştırmacı verilen bir aşırı yük oranı,  $K_{OL}/K_{max}$  ve yaklaşık sıfıra eşit bir  $R$  gerilme oranı için artan  $\Delta K$  ile gecikmenin arttığını bildirmişlerdir. Sonuçların büyük bir kısmı alüminyum alaşımları ile ilişkilidir. Başka bir grup, benzer koşullar için artan  $\Delta K$  ile gecikmenin azaldığını gözlemlemiştir. Bu durum, tek aşırı yüklemenin karakteristik zorluklarını yansıtan anlaşılması güç bir noktadır.



**Şekil 6.5.** Gecikme üzerinde aşırı yük oranının etkisi konusunda bazı yayınlanmış verilerin karşılaştırılması ( $N_{CA}$ : Sabit genlikli yüklemdeki çevrim sayısı,  $N_D^*$ : Gecikmenin meydana geldiği yükleme durumunda geçen çevrim sayısı) [5]



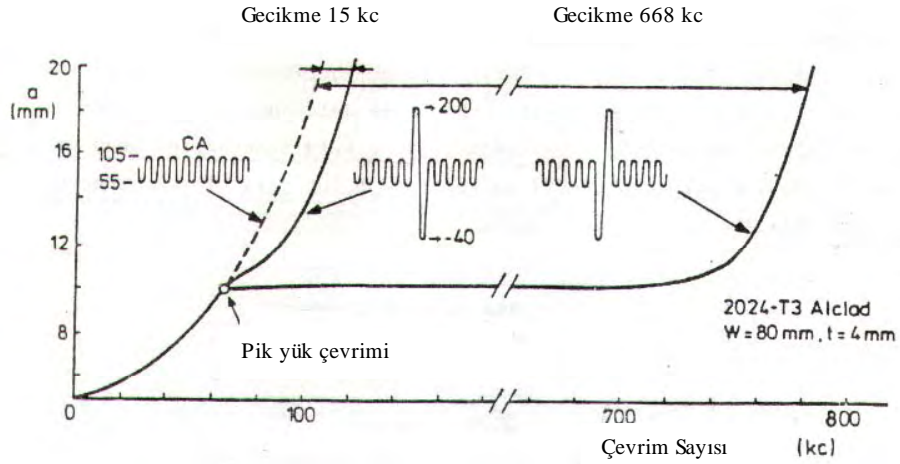
**Şekil 6.6.** Farklı kalınlıklardaki Ducol W30B çeliği numunelerinde gecikme üzerinde aşırı yük seviyesinin etkisi [5]

R oranı etkisiyle ilgili olarak da karışıklık mevcuttur. Batthias ve Vancon, R oranı arttırıldığında gecikmenin azaldığını belirtmektedir. Bununla birlikte, Bernard ve arkadaşlarının çelik üzerindeki ve Thomas'ın alüminyum alaşımlarındaki verileri, aşırı yük oranı sabit tutulduğunda gecikmenin R oranı ile arttığını göstermektedir. Eksi R değerleri için, R azaldıkça gecikme şiddetli bir şekilde azalır.  $K'$ 'yı sabit tutup hem  $K_{max}$  hem  $K_{min}$ 'i kaydırarak ya da  $K_{max}$ 'ı sabit tutup sadece  $K_{min}$ 'i değiştirerek R arttırılabilir.

Bretz ve Bucci basit aşırı yük deneylerinde 7xxx alaşımlarının davranışını incelemiş ve iki gecikme mekanizması belirlemişlerdir: Çatlak kapanmasını arttıran aşırı yük plastisitesi ve yüksek çekme aşırı yükleri sırasında ikinci faz partiküllerinde yerel çatlama. İlk mekanizma klasik hipotezdir ve akma mukavemetine bağlıdır. İkinci mekanizma çatlak ilerlemesini yöneten kuvveti azaltarak çatlak ucu gerilme şiddetinin bir kısmının bölgesel kırılmalar arasında dağıtılmasına sebep olur. Bu nedenle ikinci mekanizma, takip eden sabit genlikli çevrimler boyunca daha düşük çatlak ilerleme hızlarına yol açar. Aşırı yük, ikinci faz partiküllerinde yerel çatlama gerçekleştiremeyecek kadar küçük olduğu zaman ilk mekanizma baskın olur. Bölgesel çatlama mekanizmasının yüksek  $\Delta K$  ve  $K_{OL}$  değerlerinde daha etkili olması beklenir. Alaşımın  $K_{IC}$  değerine yaklaşan  $\Delta K$  ve  $K_{OL}$ 'nin çok yüksek değerlerinde çatlama, çatlak ilerleme hızının artmasına neden olabilir. R oranı veya  $\Delta K$  aralığına ilişkin tartışmalı davranış, farklı yük seviyelerinde farklı mekanizmaların etkileşiminden dolayı olabilir.

Gecikme genellikle, aşırı yük tarafından yaratılan plastik bölge ile ilişkilidir ve çatlak ucu aşırı yük plastik bölgesi içerisinde yer aldığı sürece gecikmenin devam ettiği varsayılır. Bu nedenle birçok araştırmacı Şekil 6.4'te  $a_D$  ile gösterilen gecikme bölgesi boyutunu,  $2r_y^{OL}$  Irwin (veya Dugdale) plastik bölge boyutu ile karşılaştırmışlardır. Bazı araştırmacılar hesaplanan plastik bölge boyutu ve gözlenen gecikme bölgesi boyutu arasında bir ilişki olduğunu bildirirken, bazıları ise zayıf bir bağlantıdan söz edilebileceğini belirtmişlerdir. Artan frekansın gecikme bölge boyutu  $a_D$ 'yi etkilemeyip gecikme çevrim sayısını etkilemesi konuyu daha da karmaşık hale getirmektedir.

Mills ve Hertzberg gerçekleştirdikleri çalışmalar sonucu, sabit genlikli yorulma çatlak ilerlemesi üzerinde küçük bir etkisi olabilen deneysel hataların gecikme davranışını geniş ölçüde değiştirebileceğini görmüşlerdir.



**Şekil 6.7.** maksimum→minimum ve minimum→maksimum sırasıyla tek aşırı yük uygulandığında meydana gelen çok farklı çatlak ilerleme gecikmeleri [5]

Eğer tek çekme aşırı yükünü hemen ardından bir basma yükü takip ederse, çekme aşırı yükünden dolayı beklenen gecikme kısmen yok edilir. Bu durum çekme aşırı yükünün kalıntı gerilme kalıplarını yok eden basma aşırı yükü ile ilgilidir. Bu durumda ilerleme hızı sabit genlikli duruma yakındır (Şekil 6.7).

Çekme aşırı yükü olmadığında basma aşırı yükü daha az etkili hale gelir. Eğer basma aşırı yükü çekme aşırı yükünden önce gelirse çatlak yüzeyleri basmada kapandığı için makro anlamda basma aşırı yükü etkili olmayacaktır. Bu nedenle çekme aşırı yükü tek başına etki eder ve çatlak ilerlemesini geciktirir (Şekil 6.7). Chang, bu durumun tek aşırı yük sonuçları ile benzer olduğunu bildirmektedir [5].

## 7. HESAPLAMALI KIRILMA MEKANİĞİ

Dış yüklere maruz kalan bir yapıda gerilme ve deformasyonların dağılımını bulmak gereklidir. Sınırlı durumlarda gerilmeler ve deformasyonlar için kapalı form bir analitik çözüm elde etmek mümkündür. Örneğin, eğer yapı düzlem gerilme veya düzlem deformasyon yüklemesine maruz kalmışsa ve izotropik lineer elastik bir malzemedan meydana geliyorsa, bir gerilme fonksiyonu bulmak mümkün olabilir. Westergaard ve Williams elastik bir malzemedan keskin bir çatlakın ucu yakınındaki gerilme ve deformasyonların çözümünde bu tip bir yaklaşım kullanmışlardır. Bununla birlikte çoğu durumda kapalı form çözümler mümkün değildir ve yapıdaki gerilmeler yaklaşık olarak bulunabilir.

Katı mekaniğindeki problemlerde sonlu farklar, sonlu elemanlar ve sınır integral eşitlik metodları gibi çeşitli nümerik yöntemler uygulanmıştır. Son yıllarda neredeyse her durumda bunlardan sadece son ikisi kullanılmaktadır. Sınır integral metodu bazı durumlarda yararlı olabilmesine karşın, çatlaklı yapıların büyük bir çoğunluğunun analizinde sonlu elemanlar kullanılmaktadır [3].

### 7.1. Sonlu Elemanlar Analizi

Sonlu elemanlar analizi mühendislik yapılarının mukavemet ve davranışını hesaplamak için kullanılan bilgisayar tabanlı bir nümerik tekniktir. Deformasyon, gerilme, vibrasyon, burulma ve daha birçok olayı hesaplamak üzere kullanılabilir. Yükleme veya uygulanan yer değiştirme altında hem küçük hem de büyük ölçekli deformasyonu analiz etmek için kullanılabilir. Sonlu elemanlar metodu elastik deformasyon ya da plastik deformasyon analizinde kullanılabilir.

Sonlu elemanlar metodunda yapı eleman adı verilen birçok basit parçaya ayrılır. Bağımsız bir elemanın davranışı, yapının tümüne göre göreceli olarak daha basit bir eşitlikler grubu ile açıklanabilir. Yapının tümünü oluşturmak için elemanların birleşmesi gibi, bağımsız elemanların davranışını açıklayan eşitlikler de tüm yapının davranışını açıklamak için çok büyük bir eşitlikler grubu şeklinde

birleşir. Bilgisayar bu büyük simultane eşitlikler grubunu çözebilir. Bu çözümden bağımsız elemanların davranışını çıkarır. Buradan da yapının bütün kısımlarının gerilme ve uzamalarını elde edebilir.

"Sonlu elemanlar" terimi bu tekniği, Calculus, diferansiyel denklemler ve parçalı diferansiyel denklemlerdeki çok küçük "diferansiyel elemanlar"ın kullanımından ayırmaktadır. Bu metod ayrıca, uzayın bölündüğü basamaklar boyut olarak sonlu olmasına rağmen basamakların alabileceği şekillerde bir kısıtlamanın bulunduğu sonlu farklar eşitliklerinden de ayrılır. Sonlu elemanlar analizi, parçalı diferansiyel eşitlikler kullanılarak analitik olarak incelenebilecek yapılardan daha karmaşık yapıları inceleyebilmek için bir yoldur. Sonlu elemanlar analizi, karmaşık sınırları sonlu farklar eşitliklerinin açıklayabileceğinden daha iyi açıklayarak gerçek yaşamdaki yapı problemlerine cevaplar verebilir [9].

### **7.1.1. Sonlu Elemanlar Analizinin Yararları**

Sonlu elemanlar analizinde anlaşılması gereken ilk şey bunun temelde bir yaklaşık tahmin olduğudur. Temel matematiksel model gerçek fiziksel sistemin yaklaşık bir tahmini olabilir. Sonlu elemanlar metodu interpolasyon formülleri ile yaklaşık tahminler yapar [10].

Sonlu elemanlar analizi ayrıntılı ve karmaşık bir yapının tasarımı sırasında bu yapının bilgisayarda değerlendirilmesini olanaklı kılar. Sonlu elemanlar analizinin (veya diğer nümerik analizlerin) yokluğunda yapıların tasarlanması sadece el hesaplamalarına bağlı kalmak zorundaydı.

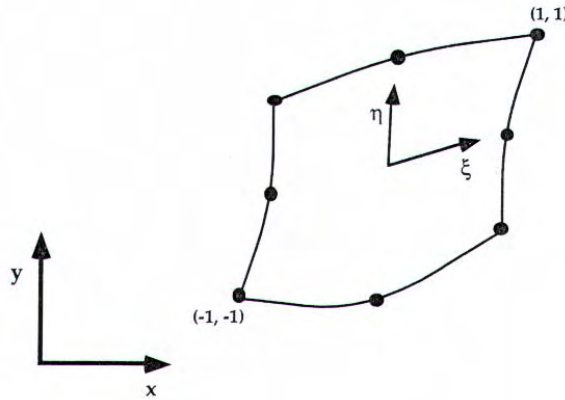
Karmaşık yapılar için, ağır ve hantal tasarımlara yol açabilecek hesaplamaları yapmayı olanaklı kılan basitleştirici varsayımlara ihtiyaç duyulur. Yapının bütün dizayn yüklerine uygun olup olmayacağını belirlemek için makul bir ihmal etme faktörü bırakılabilir. Tasarımlardaki önemli değişiklikler risk içerir. Tasarımlar prototiplerin yapılmasına ihtiyaç duyar. Sonlu elemanlar analizi ile bir tasarımın ağırlığı minimize edilebilir ve yapıların prototiplerinin sayısında bir azalma olabilir [9].



### 7.1.2. Temel Kavramlar

Sonlu elemanlar metodunda ilgilenilen yapı, eleman adı verilen şekillere bölünür. Eleman tipleri bir boyutlu çubuklar, iki boyutlu düzlem gerilme ya da düzlem şekil değiştirme elemanları ve üç boyutlu tuğlaları içerir. Elemanlar yer değiştirme alanlarının sürekliliğinin sağlandığı düğüm noktalarında birleşirler. Yapının boyutu, eleman boyutu ile aynı olmak zorunda değildir. Örneğin, üç boyutlu bir kafes yapısı çubuk elemanlardan inşa edilebilir.

Rijitlik (stiffness) sonlu elemanlar metodu genellikle gerilme analizi problemlerine uygulanır. Bu yaklaşım iki boyut için aşağıda gösterilmiştir.



**Şekil 7.1.** İki boyutlu bir eleman için lokal ve global koordinatlar [3]

Şekil 7.1 lokal ve global koordinat eksenleriyle birlikte, iki boyutlu düzlem gerilme ya da düzlem uzama problemleri için izoparametrik bir süreklilik elemanını göstermektedir. Parametrik koordinatlar olarak ta adlandırılan lokal koordinatlar eleman alanı boyunca  $-1$ 'den  $+1$ 'e değişir. Sol aşağı köşedeki düğüm noktası  $(-1, -1)$  parametrik koordinatlara sahip iken sağ üst köşe lokal sistemde  $(+1, +1)$ 'dedir. Parametrik koordinat sisteminin dik olması zorunlu değildir.  $(\xi, \eta)$ 'deki bir eleman üzerinde bir noktayı düşünelim. Bu noktanın global koordinatları

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) x_i \quad (7.1a)$$

$$y = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) y_i \quad (7.1b)$$

şeklindedir. Burada n elemandaki düğüm noktaları sayısı ve  $N_i$  ise koordinatları global sistemde  $(x_i, y_i)$ , parametrik sistemde  $(\xi_i, \eta_i)$  olan i düğüm noktasına karşılık gelen şekil fonksiyonlarıdır.

Şekil fonksiyonları eleman içerisinde alan büyüklüklerinin interpolasyonunda kullanılan polinomlardır. Polinomun derecesi eleman içerisindeki düğüm noktaları sayısına bağlıdır. Örneğin, eğer eleman sadece köşelerde düğüm noktalarına sahipse,  $N_i$ 'ler doğrusaldır. Şekil 7.1, ikinci dereceden interpolasyon gerektiren dört kenarlı, 8 düğüm noktalı bir elemanı göstermektedir.

Bir elemandaki yer değiştirmeler

$$u = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) u_i \quad (7.2a)$$

$$v = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) v_i \quad (7.2b)$$

şeklindedir. Burada  $(u_i, v_i)$  sırasıyla x ve y yönlerindeki düğüm noktalarına ait yer değiştirmelerdir.  $(x, y)$ 'deki deformasyon matrisi şu şekilde verilir:

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (7.3)$$

Burada

$$[\mathbf{B}] = \begin{pmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

ve

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \xi \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} \quad (7.5)$$

[J] Jacobian matrisidir ve

$$[J] = \begin{pmatrix} \partial x / \partial \xi & \partial y / \partial \xi \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \partial N_i / \partial x & \dots \\ \dots & \partial N_i / \partial y & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ x_i \\ y_i \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

Gerilme matrisi şu şekilde hesaplanır:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (7.7)$$

ya da

$$\{\Delta\sigma\} = [D(\varepsilon, \sigma)] \{\Delta\varepsilon\} \quad (7.8)$$

Burada [D] gerilme-deformasyon yapısal matrisidir.

Böylece yapı boyunca gerilme ve uzama dağılımı düğüm noktalarına ait yer değiştirmeler ve yapısal kanun (constitutive law) ile bulunabilir. Gerilme ve uzamalar genellikle her elemanda çeşitli Gauss noktalarında veya integrasyon noktalarında hesaplanır. İki boyutlu elemanlarda her elemanda dört integrasyon noktasının olduğu 2x2 Gauss integrasyonu tipiktir.

Düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler eleman rijitliğine (element stiffness) ve düğüm noktalarındaki kuvvetlere bağlıdır. Bir elemana ait rijitlik matrisi (elemental stiffness matrix) şu şekilde verilir:

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] \det |J| d\xi d\eta \quad (7.9)$$

Bu eşitlik minimum potansiyel enerji prensibinden çıkarılabilir.

Elemanlara ait sertlik matrisleri global rijitlik matrisi [K]'yı elde etmek için toplanır. Global kuvvet, yer değiştirme ve rijitlik matrisleri arasındaki ilişki şu şekildedir [3]:

$$[K] [u] = [F] \quad (7.10)$$

### 7.1.3. Sonlu Elemanlar Metodunda Temel Adımlar

Problemin fiziksel doğasına bağlı olmaksızın standart bir sonlu elemanlar metodu temel olarak aşağıdaki adımları içerir.

#### 7.1.3.1. Problemin Tanımlanması ve Tanım Kümesi

Sonlu elemanlar metodları temel olarak üç kısımdan oluşur. Bunlardan ilki tanım kümesinin fiziksel ve geometrik olarak tanımlanmasıdır, diğer ikisi ise tanım kümesinin sonlu sayıda eleman için belirlenmesi ve çözüm algoritmalarıdır. Tanım kümesinin geometrik olarak tanımlanması, tanımlanacak doğru ve yüzey elemanlarının denklemlerini belirleyen belirli düğüm noktalarının koordinatlarını referans olarak global koordinat eksenlerinin yerleştirilmesini gerektirir.

#### 7.1.3.2. Tanım Kümesinin Sonlu Elemanlar İçin Belirlenmesi

Sürekli olmayan (sonlu sayıda elemanlar kümesi için tanımlanmış) ideal tanım kümesinin sürekli gerçek tanım kümesini ne kadar iyi temsil ettiğine dikkat edilmelidir. Daha küçük elemanların (daha sık ağ) daha iyi sonuçlar verdiği doğrudur. Fakat şu da gerçektir ki; daha sık ağ, çözülmesi gereken daha çok denklem demektir. Elemanlar özellikle tanım kümesinin iç kısmında genellikle düz kenarlı (veya yüzeyli) olur. Sınırlarda ise kavislenebilirler (yüksek dereceli elemanlar) veya kavisli yüzeyler içerebilirler (kabuklardaki gibi). Kavisli elemanlar bu nedenle fiziksel yaklaşıklıklara ek olarak geometrik yaklaşıklıklar da içerebilir. Geometrik yaklaşıklıklar elemanların dış tarafında şekillerini tanımlamak için kullanılan düğüm noktaları sayısı ile kontrol edilir. Fiziksel yaklaşıklıklar ise durum değişkenleri için şekil fonksiyonlarını tanımlamada kullanılan hem dıştaki hem de içteki toplam düğüm noktası sayısı ile kontrol edilir.

Esas elemanlar eleman tanım kümesinde hesaplamaları kolaylaştırmak için sonlu elemanların yerine kullanılanlardır. Normalize edilmiş koordinat eksenlerine ( $\xi, \eta, \lambda$ ) göre tanımlanırlar. Gerçek elemanlar her şekil ve boyutta olabilirler.

### 7.1.3.3. Durum Değişkenlerinin Saptanması

Bu noktaya kadar problemin fiziksel doğasına ilişkin hiçbir belirleme yapılmamıştır. Problemin ısı transferi problemi mi, akışkanlar veya katı mekaniği problemi mi, vs. olduğu bu aşamada devreye girer.

Örneğin, kararlı durumdaki fiziksel bir olayın matematiksel tanımı durum değişkeni ve akıyı içerir. Bu değişkenler, belli bir fiziksel kanunun matematiksel ifadesini temsil eden bir yapısal eşitlik ile birbirlerine bağlıdırlar. Örneğin, kırılma mekaniğini analiz etmek için sınıflandırma aşağıdaki gibi yapılabilir.

Fiziksel Problem: Elastik bir yapının deformasyonu

Korunum İlkesi: Kuvvetler dengesi

Durum Değişkenleri: Yer değiştirme veya kuvvetler

Akı: Gerilme veya birim uzama

Malzeme Sabitleri: Young Modülü, Poisson Sabiti

Yapısal Eşitlik: Hooke Kanunu

### 7.1.3.4. Koordinat Sistemlerini Oluşturmak

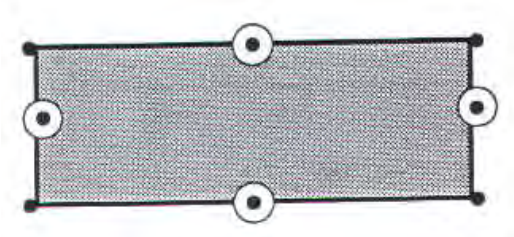
Bütün sistem için global eksenlere ek olarak, elemanlar için özel koordinat eksenleri seçmenin temel olarak iki sebebi vardır. İlki, elemanlar için şekil fonksiyonlarını oluşturmadaki kolaylık, ikincisi de elemanları birleştirmedeki kolaylıktır. Simultane eşitliklerin çözümünden sonra, eleman tanım kümesinde birim uzamalar, gerilmeler gibi fiziksel büyüklükleri hesaplamak için global eksenlere dönülmesi gereklidir.

### 7.1.3.5. Elemanlar İçin Yaklaşıklık Fonksiyonlarının Oluşturulması

Durum değişkenleri ve lokal koordinat sistemi seçildikten sonra, fonksiyona farklı yollarla yaklaşılabilir. İki büyüklük yaklaşık olarak bulunmalıdır. Bunlardan ilki fiziksel (durum değişkeni), ikincisi ise geometriktir (elemanın şekli). Eğer eleman düz çizgiler veya düzlemlerden meydana geliyorsa, esas düğüm noktalarının koordinatları (elemanların uçlarındaki düğüm noktaları) eleman şeklini doğru bir şekilde tanımlar. Bu durumda geometrik yaklaşıklık işin içine girmez. Kullanıcı, fizik (durum değişkeni) ve geometriye (eleman şekli) eşit olarak mı yaklaşacağına yoksa tanım kümesinin çeşitli bölgelerinde bunlardan birini veya diğerini mi tercih edeceğine karar vermelidir. Bu durum,  $m$  ve  $n$  sırasıyla eleman şekli ve durum değişkeni için yaklaşıklık derecesini temsil etmek üzere üç farklı eleman kategorisinin var olması anlamına gelir.

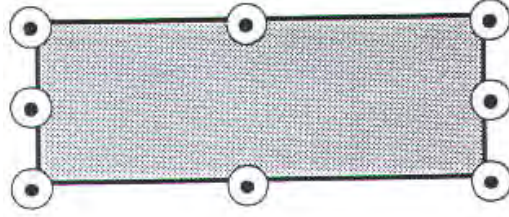
Elemanlar üç gruba ayrılabilir:

- a) Alt parametrik elemanlar ( $n > m$ ): Örnek bir eleman şekil 7.2'de gösterilmektedir.
  - Durum değişkenini tanımlayan düğüm noktaları =  $n$
  - Geometriyi tanımlayan düğüm noktaları =  $m$



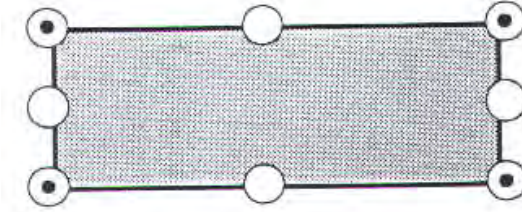
Şekil 7.2. Alt parametrik eleman konfigürasyonu [11]

b) İzometrik elemanlar ( $n = m$ ): Örnek bir eleman şekil 7.3’de gösterilmiştir.



Şekil 7.3. İzoparametrik eleman konfigürasyonu [11]

c) Süperparametrik elemanlar ( $m > n$ ): Örnek bir eleman şekil 7.4’te gösterilmiştir.



Şekil 7.4. Süperparametrik eleman konfigürasyonu [11]

### 7.1.3.6. Koordinat Dönüşümleri

Koordinat dönüşümleri genellikle bir Jacobian matrisi formatında gerçekleştirilir. Örneğin, iki farklı koordinat sisteminin var olduğunu ve  $x, y, z$  nin eleman tanım kümesinde yer aldığını,  $\epsilon, \eta, \lambda$  ’nin ise esas elemanda yer aldığını varsayalım. Bu koordinat sistemleri arasındaki ilişki sürekli ve türevlenebilir olsun.

$$T: x = x(\epsilon, \eta, \lambda) \quad (7.11a)$$

$$y = y(\epsilon, \eta, \lambda) \quad (7.11b)$$

$$z = z(\epsilon, \eta, \lambda) \quad (7.11c)$$

Bir koordinat sistemindeki çok küçük bir doğru parçası genel türev kuralları ile diğer koordinat sistemine geçirilebilir.

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \text{Simetri} & & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

(7.12) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk matris Jacobian olarak bilinir.

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

#### 7.1.3.7. Sonuçların Yorumlanması

Bu aşama karar verme aşamasıdır ve muhtemelen tüm procesteki en önemli adımdır. Bu noktada iki önemli soru cevaplanmalıdır: “Sonuçlar ne kadar iyi ?” ve “Bu sonuçlarla ne yapılmalı ?”. Bunlardan ilki hata tahmini gerektirir, ikincisi ise problemin fiziksel doğası ile ilgilidir. Bu sorulara verilen cevaplar ya analizi sona erdirir ya da bazı adımların tekrar edilmesini gerektirir. Bununla birlikte, pratikte problemlerin çoğu için güvenilir sonuçlar sadece aynı problemin çeşitli analizlerini kıyaslayarak elde edilir.

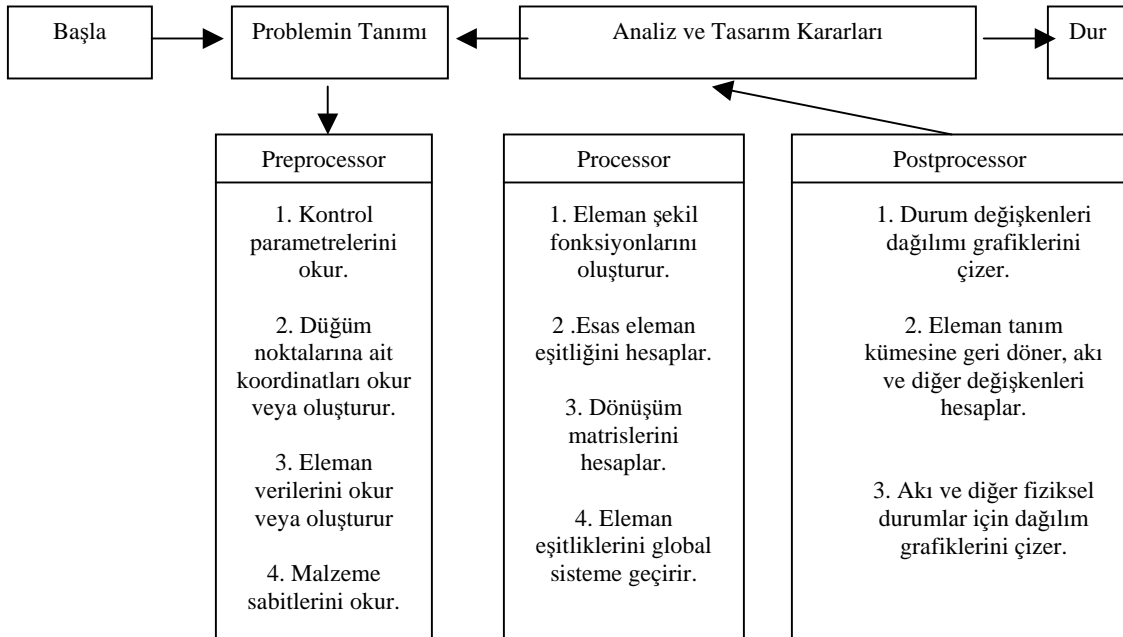
#### 7.1.4. Sonlu Elemanlar Metodunun İlerleyişi

Olağan bir sonlu elemanlar programı üç temel kısımdan oluşur: preprocessor, processor ve postprocessor. İlk kısım kullanıcı tarafından oluşturulur ve son iki kısım kullanılan program tarafından tamamlanır. Bu kısımlar aşağıdaki adımları içerir.

- i) Preprocessor’da kullanıcı tarafından yerine getirilen işler;
  - a. Analiz tipinin tanımlanması (Statik, dinamik, termal,...)
  - b. Boyutun belirlenmesi (2 boyut veya 3 boyut)



- c. Elemanların tanımlanması (2 boyut için düzlemsel, 3 boyut için tuğla veya kübik elemanlar)
- d. Malzeme özelliklerinin tanımlanması ( $E, \mu, \dots$ )
- e. Model sınırlarında kısıtlamaların tanımlanması ( $u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$ )
- f. Yükleme tiplerinin tanımlanması ( $F_x, M_x, \dots$ )
- ii) Processor'da program tarafından yerine getirilen işlemler;
  - a. Eleman şekil fonksiyonlarının meydana getirilmesi
  - b. Esas eleman eşitliklerinin hesaplanması
  - c. Dönüşüm matrislerinin hesaplanması
  - d. Eleman eşitliklerinin bir araya getirilmesi
  - e. Sınır koşullarının tanımlanması
  - f. Çözüm prosedürlerinin gerçekleştirilmesi
- iii) Postprocessor'da elde edilebilecekler ise;
  - a. Durum değişkenleri dağılımının grafikleri
  - b. Deforme olmuş şeklin çizimi
  - c. Yer değiştirmeler, dönmeler, vs. için vektörel gösterim [11].



Şekil 7.5. Bir sonlu elemanlar programının temel kısımları [11]

### 7.1.5. Literatür Taraması

Sonlu elemanlar analiz teknikleri birkaç on yıldır kırılma mekaniğinde başarıyla kullanılmaktadır. Yorulma ve kırılma ile ilgili problemleri analiz etmek için sonlu elemanlar metodları kullanımının incelenmesi Liebowitz ve Moyer tarafından gerçekleştirilmiştir. Hem sabit çatlak hem de monoton yükleme altında çatlak ilerleme problemleri gözden geçirilmiştir. Hem tek hem de çok çatlaklı problemler için gerilme şiddet faktörlerinin belirlenmesinde kullanılan mevcut sonlu elemanlar metodları Shields ve arkadaşları tarafından incelenmiştir. Bu inceleme şunları kapsamaktadır: (i) Çatlak ucu singularitesini tahmin etmek için gerilme ya da yer değiştirme ekstrapolasyon tekniklerini kullanan direkt metodlar, (ii) sanal çatlak uzaması ve J integral metodları gibi enerji metodları, (iii) çeyrek nokta eleman metodları gibi özel singular çatlak ucu elemanları, (iv) süperpozisyon metodları ve (v) sınır integral metodları. Çatlak ilerleme yönünü ve karma Mod I ve Mod II yüklemesi altında çatlak ilerleme hızını tahmin etmek için mevcut metodların gözden geçirilmesi Guo ve arkadaşlarınca gerçekleştirilmiştir [12].

Birkaç istisnanın dışında çoğu çalışma tek eksenel çekme altında tek çatlaklı numuneler için gerçekleştirilmiştir.

Çatlak ucunda bir gerilme singularitesi elde etmek için, çatlak büyüdükçe ağ içinde hareket edebilecek özel bir elemanın kullanılması gereklidir. Bununla birlikte, çoğu özel elemanlar bir yer değiştirme alanından ziyade varsayılan bir gerilme alanı içerisinde formüle edildiğinden dolayı özel ve sıradan elemanlar arasında süreklilik koşulları mümkün olmayabilir. Singularite elemanı, Heppler ve Hansen, Sauma ve Schwemmer, Taheri ve Mufti, Guo ve Padovan'ın sonlu elemanlar ağ örgülerinde kullanılmıştır [13].

Kaya ve Nied tarafından bağlı seramik yapıların kırılma analizlerinde kullanılan enriched sonlu elemanları, daha sonra Yıldırım tarafından çok tabakalı yapıların lineer olmayan termal gerilme ve kırılma analizlerinde kullanılmıştır [14]. Ayrıca termomekanik yükleme altında dereceli izotropik malzemelerin kırılma analizinde enriched sonlu elemanların formülasyonu ve kullanılması, Yıldırım ve

Erdoğan tarafından gerçekleştirilmiştir [14,15]. Daha sonra bu yaklaşım, dereceli bir ortotropik ortamda (graded orthotropic medium) bir çatlak kırılma analizini gerçekleştirmek üzere Yıldırım, Dağ ve Erdoğan tarafından genişletilmiştir [15].

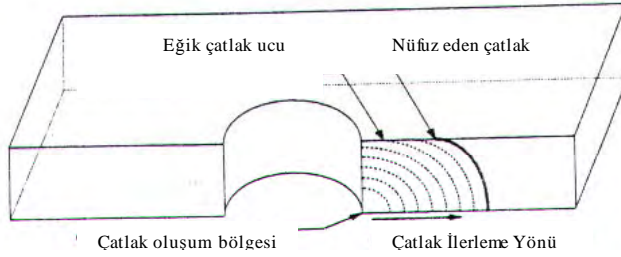
#### 7.1.5.1. Doğrusal Elastik İlerleyen Çatlaklar

İki boyutlu karma Mod I ve II yorulma çatlak ilerlemesi için sonlu elemanlar metodu Saouma ve Zatz tarafından geliştirilmiştir.  $K_I$  ve  $K_{II}$  gerilme şiddet faktörlerini tahmin etmek için çatlak ucu yakınında yer değiştirme ekstrapolasyon metodu kullanılmış, çatlak ucu singularitesinin modellenmesi üçgenel çeyrek-nokta eleman tekniği ile gerçekleştirilmiştir. Çatlak ilerleme açısını ( $\nu_0$ ) tahmin etmek için Erdoğan ve Sih'in maksimum gerilme teorisi kullanılmıştır.  $\Delta K_I$  ve  $\Delta K_{II}$  karma mod gerilme şiddet faktörü aralıklarına dayanılarak eşdeğer bir Mod I gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_{eq}$ ) hesaplanmıştır.  $\Delta K_{eq}$ 'ın değeri,  $\nu_0$  yönünde çatlak ilerleme hızının ( $da/dN$ ) belirlenmesi amacıyla Paris-Erdoğan eşitliğinde kullanılmıştır. Sonra çatlak,  $\nu_0$  yönünde seçilen bir miktar kadar uzatılmış ve yeni çatlak ucu lokasyonundaki üçgenel çeyrek-nokta elemanlarını yerleştirmek için sonlu elemanlar modeli yeniden otomatik olarak ağlanmıştır. Bu proses son çatlak uzunluğuna ya da istenilen yorulma ömrüne erişilene kadar tekrar edilmiştir.

Hareket eden sonlu elemanlar metodu iki boyutlu Mod I çatlak ilerlemesini incelemek için Ostlund ve Gudmundson tarafından kullanılmıştır. Bu modelde tüm ağ çatlak ucuyla birlikte hareket etmektedir. Düğüm noktalarının koordinatları zamanla değişir. Bu da eleman yer değiştirme fonksiyonlarının zamana bağlı olması anlamına gelir. Bu formülasyon, düğüm noktalarına ait hız ve ivmenin ilave alan değişkenleri olması sonucunu verirken, eşitlikler sistemi de asimetrik matrislerle sonuçlanır. Bu durum geleneksel sonlu elemanlar metodlarına göre (duran ağ örgüsü) daha fazla disk hafızası ve hesaplama gereksinimlerini doğurur [12].

### 7.1.6. Sonlu Elemanlar Metodunda Gerilme Şiddet Faktörlerini Belirleme Yöntemleri

Sonlu elemanlar metodunda gerilme şiddet faktörleri direkt veya endirekt metodlarla belirlenir. Direkt metotta gerilme şiddet faktörü doğrudan sonlu eleman çözümünden hesaplanır. Kuvvet ve çatlak açılma yer değiştirmesi metodları bu ekstrapolasyon tekniğinin en yaygın uygulamalarıdır. Şekil 7.6'da eğik eliptik bir çatlak ucu görülmektedir. Singularite elemanları kullanıldığında gerilme şiddet faktörü doğrudan hesaplanır. Endirekt metodlar gerilme şiddet faktörünü hesaplamak için düğüm bilgisi, yer değiştirme ve kuvvetleri kullanır. Endirekt metod örnekleri sanal çatlak kapanma tekniği, tanım kümesi integrali (Domain Integral Method) ve rijitlik türev metodudur (Stiffness Derivative Method). Buna ek olarak, de Koning ve Lof gerilme şiddet oranlarını kullanarak stiffness türev yaklaşımını geliştirmişlerdir.

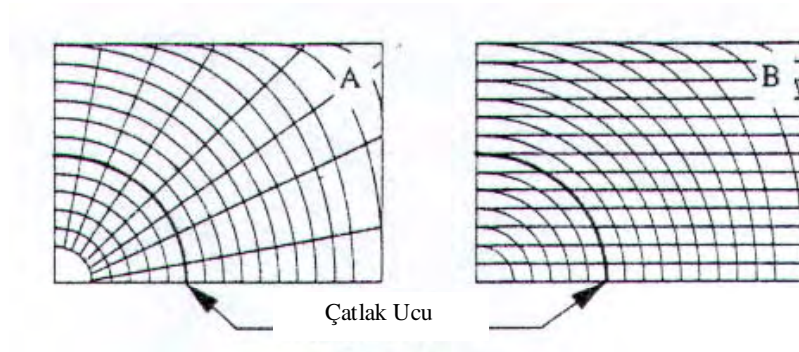


Şekil 7.6. Eğik eliptik bir çatlak ucunun diyagramı [16]

#### 7.1.6.1. Direkt Metodlar

Bir sonlu elemanlar formülasyonunda, eşitlikler sisteminin çözümünün temel sonucu düğüm noktalarına ait kuvvetler, gerilmeler ve birim uzamaların hesaplanmasında kullanılan düğüm noktalarına ait yer değiştirmelerdir. Genel amaçlı bir sonlu elemanlar programından standart çıktının alınabilmesi nedeniyle sonlu elemanlar yaklaşımı ile gerilme şiddet faktörünün elde edilmesinde direkt metod oldukça caziptir. Fakat ticari sonlu elemanlar paketleri, K gerilme şiddet faktörlerini hesaplamayabilir, bu nedenle K'yı elde etmek için ciddi bir biçimde çalışma

gerekebilir. En sık kullanılan iki direkt metod çatlak açılma yer değiştirmesi ve kuvvet metodlarıdır. Teorik bazda bir gereklilik olmamasına rağmen her iki metod da genellikle elemanların çatlak ucuna dik olarak konumlandığı birbirine dik ağ örgülerini kullanır. Bir ağ örgüsünün birbirine dik veya dik olmayan şekilde sınıflandırılması, çatlak düzleminde çatlak ucuna komşu elemanların oryantasyonuna bağlıdır. İki ağ örgüsü arasındaki fark Şekil 7.7’de görüldüğü gibi oldukça açıktır. Şekil 7.7(a)’ da çatlak ucunu çevreleyen elemanlar çatlak ucuna paralel ve birbirine dik kenarlara sahiptir, bunun tersine Şekil 7.7(b)’de elemanların kenarlarının oryantasyonu rastgeledir. Eğer bir lokasyonda hiçbir düğüm noktası yoksa, bu lokasyondaki yer değiştirme ya da kuvvetleri bulmak için komşu düğüm noktalarındaki yer değiştirme ya da kuvvetler kullanılarak interpolasyon yapılmalıdır.



Şekil 7.7. (a) Dik ağ örgüsü (b) Dik olmayan ağ örgüsü [16]

### 7.1.6.2. Endirekt Metodlar

Genellikle endirekt metodlar elastik enerji salınım oranından gerilme Şiddet faktörünü elde ederler. Elastik enerji salınım oranı, bir çatlak ilerlemesi sırasında komplians, sertlik veya çatlak büyümesi için kullanılan enerjideki değişimler belirlenerek bulunabilir. Buna ek olarak lineer elastik davranış için J, elastik enerji salınım oranına eşit olduğundan J integrali de ayrıca kullanılabilir. Komplians metoduyla yer değiştirme verilerinin sonradan işlenmesi gerektiği için, endirekt

metodlar yaygın bir kullanım elde edememiştir. Parks ve Hellen tarafından geliştirilen rijitlik türev metodu (stiffness derivative method) çatlak ucundaki eleman sertlik matrislerindeki değişimi hesaplayarak,  $K'$  yı elde eder. Maalesef bu tekniğin yaygın kullanımı genel amaçlı sonlu elemanlar koduna çevriminin karmaşıklığı yüzünden sınırlı kalmıştır.  $J$  integrali ise literatürde, özellikle plastisite etkilerinin ihmal edilemeyeceği çatlak konfigürasyonları için, çok ilgi görmüştür [16].

## **7.2. ANSYS Nedir?**

ANSYS sonlu elemanlar analizi yazılımı mühendislere aşağıdaki işleri gerçekleştirme imkanı verir:

- Yapıların, ürünlerin, parçaların veya sistemlerin bilgisayar modellerini kurmak veya CAD modellerini transfer etmek
- Çalışma esnasındaki yükleri veya diğer tasarım performans koşullarını uygulamak
- Gerilme seviyeleri, sıcaklık dağılımları veya elektromanyetik alanlar gibi fiziksel büyüklükleri incelemek
- Üretim maliyetlerini düşürmek için geliştirme aşamasının başlangıcında bir tasarımı optimize etmek
- Arzu edilmeyen veya yaratılması mümkün olmayan ortamlarda prototip testlerini gerçekleştirmek(örneğin biyomedikal uygulamalar)

### **7.2.1. ANSYS Genel Eleman Özellikleri**

#### **7.2.1.1. Eleman Girişi**

Birçok özellik, eleman kütüphanesindeki bütün ANSYS elemanları için ortaktır.

### **7.2.1.2. Eleman İsmi**

ANSYS eleman kütüphanesi 100'den fazla farklı eleman türü içerir. Bir eleman türü, bir grup etiketi (örneğin BEAM) ve tanımlayıcı bir numara (örneğin 3) içeren BEAM3 gibi bir isim ile tanımlanır.

### **7.2.1.3. Düğüm Noktaları**

Eleman ile ilgili düğüm noktaları I, J, K, vs. şeklinde sıralanır. Düğüm noktası numaraları 'Düğüm Noktaları' listesinde belirtilen sıraya uymak zorundadır. I düğüm noktası elemanın ilk düğüm noktasıdır. Düğüm noktası sırası bazı eleman türleri için eleman koordinat sistemi oryantasyonunu belirler.

### **7.2.1.4. Bağımsızlık Derecesi**

Her eleman türü, düğüm noktalarına ait başlıca bilinmeyenleri oluşturan bir bağımsızlık derecesi kümesine sahiptir. Bu bilinmeyenler; yer değiştirmeler, dönmeler, sıcaklıklar, basınçlar, voltajlar, vs. olabilir. Gerilmeler, ısı akışları, vs. gibi sonuçlar, bu bağımsızlık derecesi sonuçlarından hesaplanır. Bağımsızlık dereceleri eleman türlerince içerilir, düğüm noktalarında kullanıcı tarafından tanımlanmaz. Bu nedenle herhangi bir ANSYS analizinde eleman türleri seçimi önemlidir.

### **7.2.1.5. Gerçek Sabitler**

Eleman matrisinin hesaplanması için ihtiyaç duyulan fakat düğüm noktaları lokasyonlarından ya da malzeme özelliklerinden belirlenemeyen veriler 'gerçek sabitler' olarak girilir. Tipik gerçek sabitler alan, kalınlık, iç çap, dış çap, vs. gibi verilerdir.

### 7.2.1.6. Malzeme Özellikleri

Her eleman türü için çeşitli malzeme özellikleri kullanılır. Tipik malzeme özellikleri Young Modülü, yoğunluk, termal genleşme katsayısı, termal iletkenlik, vs. dir. Her özellik bir ANSYS simgesi ile belirtilir. Young modülünün yönlü bileşenleri için EX, EY, EZ, yoğunluk için DENS gibi. Bütün malzeme özellikleri sıcaklığın fonksiyonları olarak girilebilir.

Termal olmayan analizler için bazı özellikler ‘doğrusal özellikler’ olarak adlandırılır, çünkü bu özellikler kullanılarak gerçekleştirilen çözümler sadece tek bir iterasyona ihtiyaç duyar. Gerilme-uzama verileri gibi özellikler ‘doğrusal olmayan özellikler’ olarak adlandırılır, çünkü bu özellikler ile yapılan bir analiz iteratif bir çözüme ihtiyaç duyar. Bazı elemanlar tablo olarak girilmesi gereken başka özel verilere ihtiyaç duyar.

### 7.2.1.7. Yüzey Yükleri

Çeşitli eleman türleri yüzey yüklerine izin verir. Yüzey yükleri tipik olarak, yapısal eleman türleri için basınç, termal eleman türleri için konveksiyon veya ısı akısıdır.

### 7.2.1.8. Yapı Yükleri

Çeşitli eleman türleri yapı yüklerine izin verir. Yapı yükleri tipik olarak yapısal eleman türleri için sıcaklık, termal eleman türleri için ısı üretme oranıdır. Yapı yükleri her elemanın ‘Giriş Özeti’ tablosunda harflerle ve eleman üzerindeki çeşitli lokasyonlardaki yük değerleri ile gösterilmiştir. Örneğin, PLANE42 eleman türü için yapı yük listesi “Sıcaklıklar: T(I), T(J), T(K), T(L)”, sıcaklık yapı yüklerinin elemanın I, J, K ve L düğüm noktalarında yer aldığını gösterir.



### 7.2.1.9. Özel Nitelikler

‘Özel Nitelikler’ listesindeki anahtar kelimeler eleman için bazı ek yeteneklerin mevcut olduğunu gösterir.

### 7.2.1.10. Anahtar Seçenekler(KEYOPTs)

Anahtar seçenekler çeşitli eleman seçeneklerini aktif hale getirmeye veya kapatmaya yarar.

## 7.2.2. Yüklerin Uygulanması

Çoğu yük hem katı modele (anahtar noktalar, doğrular ve alanlar üzerine) hem de sonlu elemanlar modeline (düğüm noktalarına ve elemanlar üzerine) uygulanabilir. Örneğin, kuvvetler bir anahtar noktaya veya bir düğüm noktasına uygulanabilir. Benzer şekilde konveksiyonlar (ve diğer yüzey yükleri) doğrulara ve alanlara veya düğüm noktalarına ve eleman yüzeylerine uygulanabilir. Yükler ne şekilde uygulanırsa uygulansın bütün yükler sonlu elemanlar modelinde değerlendirilir. Bu nedenle eğer yükler katı model üzerinde belirtilirse program, çözümün başında otomatik olarak bu yükleri düğüm noktalarına ve elemanlara transfer eder.

### 7.2.2.1. Katı Model Yükleri

#### 7.2.2.1.1. Avantajları

- Katı model yükleri sonlu elemanlar ağ örgüsünden bağımsızdır. Yani uygulanan yükler etkilenmeksizin ağ örgüsü değiştirilebilir. Bu da yükleri her defasında yeniden uygulamaya gerek kalmadan ağ örgüsü modifikasyonları yapmaya ve ağ örgüsü hassasiyeti incelemeleri gerçekleştirmeye imkan sağlar.

- Katı model genellikle sonlu elemanlar modelinden daha az bileşen içerir. Bu nedenle katı model bileşenlerini seçip yükleri bu bileşenler üzerine uygulamak daha kolaydır.

#### **7.2.2.1.2. Dezavantajları**

- ANSYS ağ örgüsü komutları ile oluşturulan elemanlar aktif eleman koordinat sistemindedirler. Ağ örgüsü komutları ile oluşturulan düğüm noktaları global kartezyen koordinat sistemini kullanırlar. Bu nedenle katı model ve sonlu elemanlar modeli, farklı koordinat sistemlerine ve yükleme yönlerine sahip olabilirler.
- Anahtar nokta kısıtlamaları uygulamak özellikle kısıtlama dağılma seçeneği (constraint expansion option) kullanıldığında, çok dikkat gerektiren yanıltıcı bir işlem olabilir (Dağılma seçeneği bir kısıtlamayı, bir doğru ile birleştirilen iki anahtar nokta arasındaki bütün düğüm noktalarına dağıtma olanağını verir).
- Bütün katı model yükleri görüntülenemez.

#### **7.2.2.1.3. Katı Model Yükleri Hakkında Notlar**

Önceden belirtildiği gibi katı model yükleri çözümün başlangıcında otomatik olarak sonlu elemanlar modeline transfer edilir. Eğer katı model yükleri, sonlu elemanlar modeli yükleri ve kısıtlama eşitlikleri ile karşılaştırılırsa aşağıdaki olası uyumsuzlukların farkında olunması gerekir:

- Transfer edilen katı yükler, yüklerin girilme sırasına bağlı olmaksızın düğüm noktalarına uygulanan mevcut yükler veya eleman yükleri ile yer değiştirecektir.
- Katı model yüklerini silmek, bunlara karşılık gelen sonlu elemanlar yüklerini de silecektir.
- Doğru ya da alan simetri ya da antisimetri koşulları, genellikle düğüm noktalarına ait kısıtlamaları, kısıtlama eşitliklerini, kuvvetleri ya da kuvvet çiftlerini etkileyebilecek dönmelere yol açar.

## **7.2.2.2. Sonlu Elemanlar Yüklere**

### **7.2.2.2.1. Avantajları**

- İndirgenmiş analizlerde hiçbir zaman sorun yaşanmaz, çünkü yükler doğrudan ana düğüm noktalarına uygulanabilir.
- Kısıtlama dağılımı için endişeye gerek yoktur. Sadece istenilen bütün düğüm noktalarının seçilmesi ve uygun kısıtlamaların belirtilmesi yeterlidir.

### **7.2.2.2.2. Dezavantajları**

- Sonlu elemanlar ağının herhangi bir modifikasyonu, önceki yüklerin silinip yeni ağ üzerine yeniden uygulanmasını gerektirir.
- Sadece birkaç düğüm noktası veya eleman olmadığı sürece yükleri grafiksel olarak seçmek mümkün değildir.

## **7.2.3. Bağımsızlık Dereceleri Kısıtlamaları**

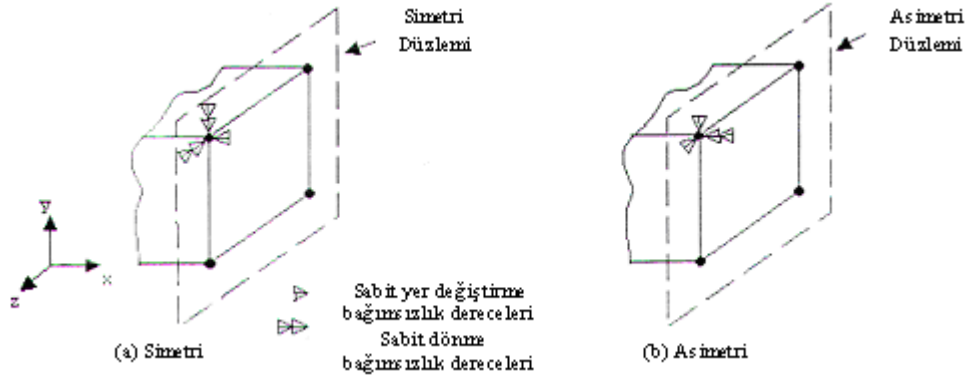
Bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları, her disiplinde kısıtlanabilecek bağımsızlık derecelerini ve bunlara karşılık gelen ANSYS simgelerini gösterir. Bu simgeler ile gösterilen tüm yönler (UX, ROTZ, AY, vs. gibi) düğüm noktalarına ait koordinat sisteminde yer alır.

**Çizelge 7.1.** Her disiplindeki bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları [17]

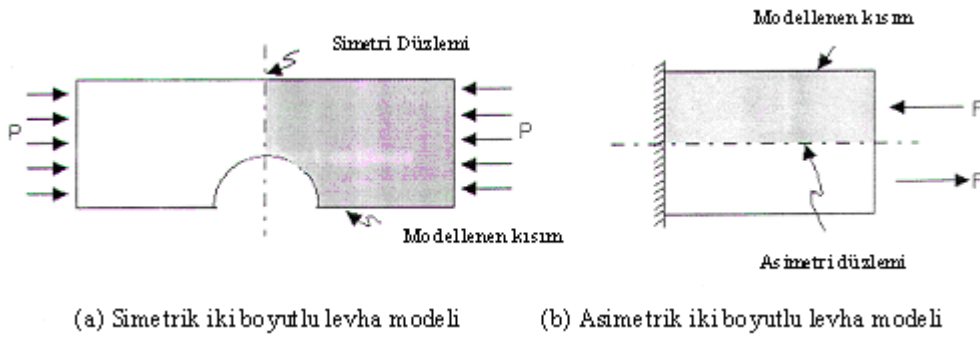
Disiplin	Bağımsızlık Derecesi	ANSYS Simgesi
Yapısal	Yer değiştirmeler, Dönmeler	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
Termal	Sıcaklık	TEMP, TBOT, TE2,... TTOP
Manyetik	Vektör potansiyelleri, Skaler potansiyeller	AX, AY, AZ, MAG
Elektrik	Voltaj	VOLT
Akışkanlar	Hızlar, Basınç, Türbülant Kinetik Enerji, Türbülant Yayılma Hızı	VX, VY, VZ, PRES, ENKE ENDS

#### 7.2.4. Simetri veya Asimetri Sınır Koşullarının Uygulanması

Yapısal bir analizde, simetri sınır koşulu, düzlem-dışı yer değiştirmelerin ve düzlem-içi dönmelerin sıfır olması; asimetri sınır koşulu, düzlem-içi yer değiştirmelerin ve düzlem-dışı dönmelerin sıfır olması anlamına gelir.



Şekil 7.8. Simetri ve asimetri sınır koşulları [17]



Şekil 7.9. Simetrik ve asimetrik iki boyutlu levha modelleri [17]

## 7.2.5. Ağ Örgüsünün Oluşturulması

### 7.2.5.1. Serbest veya Planlı Ağ

Modelde ağı oluşturmadan önce hatta modeli kurmadan önce, analiz için serbest ağın mı yoksa planlı ağın mı uygun olduğuna karar vermek önemlidir. Serbest ağda eleman şekli bakımından hiçbir kısıtlama yoktur.

Serbest ağla kıyaslandığında planlı bir ağ, içerdiği eleman şekli ve ağ paterni bakımından kısıtlıdır. Planlı bir alan ağ örgüsü ya sadece dörtgen ya da sadece üçgen

elemanlardan meydana gelir. Planlı bir hacim ağ örgüsü ise sadece heksahedron elemanlar içerir. Buna ek olarak planlı bir ağ tipik olarak belirli eleman dizilimleri ile düzenli bir paterne sahiptir. Bu tip ağ örgüsü kullanılmak istenildiğinde geometriyi planlı ağ örgüsünü kabul edebilecek oldukça düzenli bir hacimler ve/veya alanlar serisi şeklinde inşa etmek gerekir.

Serbest ağ örgüsü işlemlerinde, hiçbir özel gereksinim katı modeli kısıtlamaz. Düzgün olmasa bile her türlü geometri modelinde, ağ örgüsü oluşturulabilir. Kullanılan eleman şekilleri alanlar ve hacimlere göre değişir. Alanlar için, serbest bir ağ ya sadece dörtgen elemanlardan ya sadece üçgen elemanlardan ya da her ikisinin karışımından oluşabilir. Hacim ağ örgüsü için, serbest bir ağ genellikle tetrahedral elemanlarla sınırlıdır. Piramit şeklinde elemanlar da geçiş amacıyla tetrahedral ağ örgüsüne dahil edilebilir.

Planlı bir ağ oluşturmak için programın sadece dörtgen alan elemanları, sadece üçgen alan elemanları veya sadece heksahedral (tuğla) hacim elemanları kullanması belirtilebilir. Planlı ağ, özellikle temas yüzeylerindeki katı elemanların ağ örgüsünde yararlıdır.

#### **7.2.5.1.1. Serbest Ağ İçin Akıllı Eleman Boyutlaması**

Akıllı eleman boyutlaması serbest ağ örgüsü işlemleri için başlangıç eleman boyutlarını yaratan bir ağ özelliğidir. Akıllı boyutlama, otomatik ağ oluşturma sırasında akıllıca şekillendirilmiş elemanlar yaratma şansı vermektedir.

Eğer sadece alan içeren bir model üzerinde akıllı boyutlama kullanılırsa, ANSYS modelde ağ örgüsü oluşturmak üzere kullanması gereken kılavuz eleman boyutunu hesaplamak için alanı kullanır. Diğer yandan hem alan hem de hacim içeren modelde akıllı boyutlama kullanıldığında, ANSYS model için kılavuz eleman boyutunu hesaplamada hacmi kullanır. Sadece alandan meydana gelen ilk modeldeki ve alan ve hacimden meydana gelen ikinci modeldeki alanlar, tamamen aynı bile olsa ANSYS'in ilk modelde ağ oluşturmak için kullanacağı elemanlar, ikinci modelde kullanacağı elemanlar kadar büyük olmayacaktır. ANSYS hacimlerin ağ örgüsünde çok fazla eleman bulunmasını engellemek için bunu yapar. Bununla birlikte global bir

eleman boyutu belirlenirse, her iki model için de elemanların boyutu aynı olacaktır, çünkü ANSYS belirtilen boyutu kılavuz eleman boyutu olarak alacaktır.

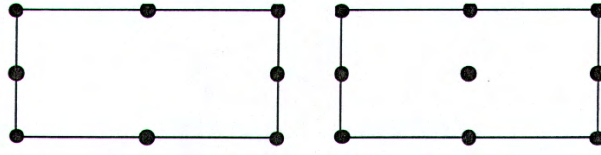
#### **7.2.5.1.1.1. Akıllı Boyutlamanın Avantajları**

Akıllı boyutlama algoritması ilk olarak ağ örgüsü oluşturulacak alanlardaki veya hacimlerdeki bütün doğrular için, tahmin edilen eleman kenar uzunluğunu hesaplar. Sonra bu doğrulardaki kenar uzunlukları geometrideki eğrilikler için kısaltılır. Alan ağ örgüsü için dörtgen elemanlar kullanılırsa, akıllı boyutlama her yerde dörtgen ağ mümkün olacak şekilde her alan civarında çift sayıda doğru bölünmesi ayarlamaya çalışır. Üçgenler sadece, bütün her yerde dörtgenler kullanılmaya zorlamak kötü şekilli elemanlar yarattığı zaman ya da sınırlarda tek sayıda bölünmeler mevcut olduğunda ağa dahil edilecektir [17].

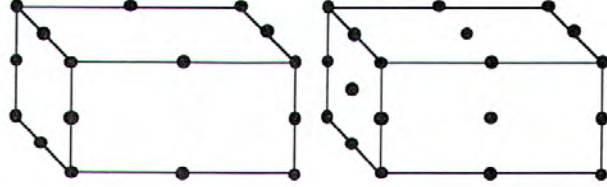
#### **7.2.6. Ağ Tasarımı**

Bir sonlu elemanlar ağının tasarımı bir bilim olduğu kadar aynı zamanda bir sanattır. Çoğu ticari yazılım otomatik ağ yaratma yeteneğine sahip olmasına rağmen, gerektiği gibi tasarlanan bir sonlu elemanlar modeli her zaman insan müdahalesine de ihtiyaç duyar. Özellikle çatlak problemleri, kullanıcı tarafından bir miktar muhakeme yapılmasını gerektirir.

Şekil 7.10, çatlak problemleri için birkaç genel eleman tipini göstermektedir. Shih ve arkadaşları iki boyutlu problemler için 9 düğüm noktalı iki boyutlu Lagrangian elemanları, üç boyutlu problemler için de 27 düğüm noktalı üç boyutlu Lagrangian elemanları tavsiye etmektedirler. 8 düğüm noktalı iki boyutlu elemanlar ve 20 düğüm noktalı tuğla elemanlar da çatlak problemlerinde yaygındır.



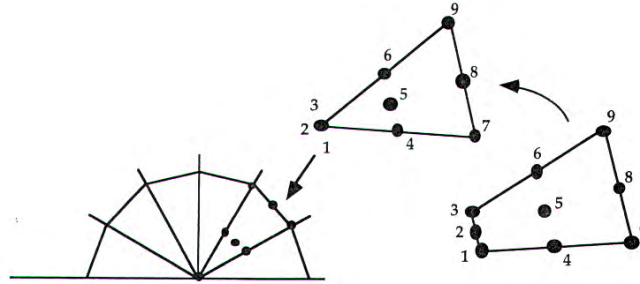
(a) 8 düğüm noktalı iki boyutlu eleman (b) 9 düğüm noktalı iki boyutlu eleman



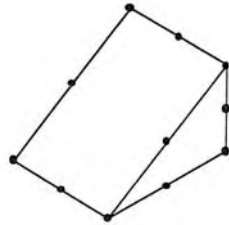
(c) 20 düğüm noktalı tuğla eleman (d) 27 düğüm noktalı tuğla eleman

**Şekil 7.10.** İki ve üç boyutlu çatlak problemlerinde sıkça kullanılan izoparametrik elemanlar [3]

Şekil 7.11’de gösterildiği gibi, iki boyutlu problemlerde çatlak ucunda dört kenarlı elemanlar genellikle üçgen elemanlara dönüştürülür. Bu durumda üç düğüm noktası da uzayda aynı noktayı işgal etmektedir. Şekil 7.12, üç boyut için tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüştüğü benzer durumu göstermektedir.



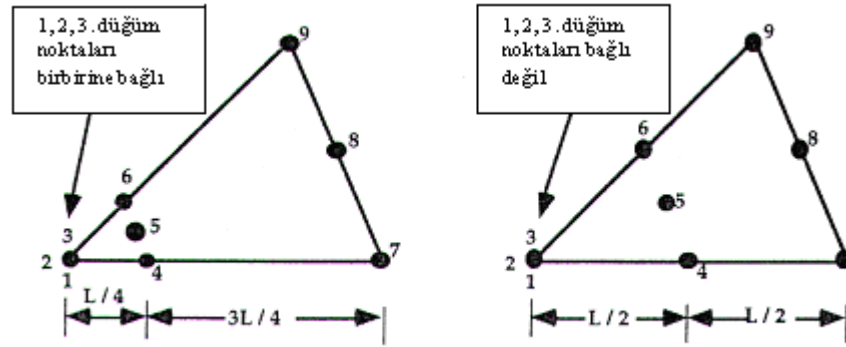
**Şekil 7.11.** Çatlak ucunda dörtgen bir elemanın üçgen bir elemana dönüşmesi [3]



**Şekil 7.12.** Tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüşmesi [3]

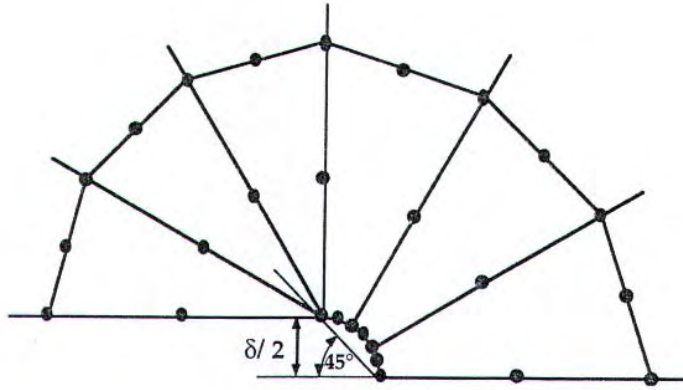


Elastik problemlerde çatlak ucundaki düğüm noktaları birbirine bağlanır ve kenarların ortasında bulunan düğüm noktaları, kenarların  $1/4$ 'ünde bulunan noktalara çekilir (Şekil 7.13(a)). Bu tip bir modifikasyon elemanda  $1/\sqrt{r}$  uzama singularitesine sebep olur, bu da nümerik doğruluğu artırır. Dörtgen elemanlarda kenarların ortasındaki düğüm noktaları, kenarların  $1/4$ 'ünde bulunan noktalara çekildiğinde singularite sadece eleman kenarlarında bulunur. Bu durumda üçgen elemanlar tercih edilir, çünkü singularite kenarlarda olduğu gibi elemanın içinde de mevcuttur.



Şekil 7.13. Elastik ve elastik-plastik analizler için çatlak ucu elemanları [3]

Plastik bölge oluştuğunda ise  $1/\sqrt{r}$  singularitesi artık çatlak ucunda bulunmaz. Şekil 7.13(b) tamamen plastik şartlar altında istenilen uzama singularitesini gösteren bir elemanı göstermektedir. Elemanlar önceden olduğu gibi üçgene dönüştürülür, fakat çatlak ucundaki düğüm noktaları birbirine bağlı değildir ve elemanların kenarlarının ortasındaki düğüm noktalarının yerleri değişmemiştir. Bu eleman geometrisi  $1/r$  uzama singularitesi oluşturur, bu da tamamen plastik malzemeler için gerçek çatlak ucu uzama alanına karşılık gelir.



**Şekil 7.14.** Plastik singularite elemanlarının deforme olmuş şekli (Şekil 7.13(b)) [3]

Plastik singular eleman tasarımının beraberinde getirdiği bir kazanç, çatlak ucu açılma yer değiştirmesinin, deforme olmuş ağ yardımıyla hesaplanmasına imkan sağlamasıdır (Şekil 7.14). Birbirine bağlı olmayan düğüm noktaları başlangıçta uzayda aynı noktayı işgal ederler, fakat elemanlar deforme oldukça birbirlerinden uzaklaşırlar.

Çoğu problemde çatlak ucu bölgesi için en verimli ağ tasarımının, çatlak ucuna doğru odaklanan, dört kenarlı elemanlardan oluşan ve ortak merkezli halkalar içeren “örümcek ağı” konfigürasyonu olduğu ispatlanmıştır. En içteki halkadaki elemanlar üçgenlere dönüştürülür. Ağ inceltmesi çatlak ucunda en fazla olmalıdır. Örümcek ağ tasarımı çatlak ucundaki ince bir ağdan, çatlak ucuna uzak daha geniş bir ağa yumuşak olarak geçişi kolaylaştırmaktadır. Şekil 7.15, örümcek bir ağdan geniş dikdörtgen elemanlara geçişin olduğu basit çatlaklı bir yapının yarım-simetrik modelini göstermektedir.



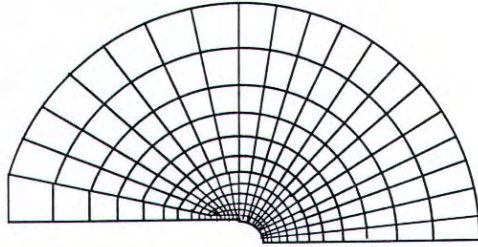
**Şekil 7.15.** Çatlaklı bir levhanın yarım simetrik modeli [3]

Ağ inceltmesinin uygun seviyesi analizin amacına bağlıdır. Tanım kümesi integral yaklaşımı (domain integral approach) gibi modern metodlar lokal çatlak ucu bölgelerinin tam olarak çözülme ihtiyacını ortadan kaldırdığı için, gerilme şiddeti veya enerji salınımı elastik analizleri nispeten daha geniş ağ örgüsü ile gerçekleştirilebilir. Daha yeni yaklaşımlardaki alan ve hacim integrasyonları, elastik problemler için ağ boyutundan nispeten daha az etkilenir. Bununla birlikte tanım kümesi çatlak ucu çevresinde küçük bir bölge olarak belirlendiğinde, çatlak ucunda singularite elemanları bulunmalıdır.

Elastik-plastik problemler bir yapının akma olan bölgelerinde daha çok ağ inceltmesine ihtiyaç duyar. Bir yapı akmaya maruz kaldığı zaman, dar deformasyon bantları numune boyunca ilerler. Bu bantlardaki yüksek plastik uzama seviyesi,  $J$  integraline önemli miktarda katkıda bulunur. Bu deformasyonu tam olarak yakalayabilmek için bu bölgelerde sonlu elemanlar ağı yeteri kadar inceltmelidir.

Analizin amacı çatlak ucu gerilme ve uzamalarını incelemek olduğunda çok yüksek bir ağ inceltme seviyesine ihtiyaç duyulur. Genel bir kural olarak, ilgilenilen bölgede yarıçapsal bir doğru üzerinde en az 10 elemanın olması istenilir. Buna ek olarak, çatlak ucundan çatlak ucu açılma yer değiştirmesinin iki katından daha az uzaklıklardaki çatlak ucu bölgelerini incelemek gerekiyorsa, analiz yazılımı büyük

şekil değiştirme teorisini (large strain theory) kullanmalıdır. McMeeking ve Parks, çatlak ucu bölgesinde büyük şekil değiştirme analizini uygulayan ilk araştırmacılardandır. Büyük şekil değiştirme analizinde çatlak ucu elemanları üçgenlere dönüştürülmez (Şekil 7.16).



Şekil 7.16. Büyük şekil değiştirme analizi için bir ağ örgüsünün çatlak ucu bölgesi [3]

### 7.2.6.1. Singularite Elemanlarının Özellikleri

Bazı eleman ve düğüm noktası konfigürasyonları uzama singulariteleri meydana getirir. Bu tip bir davranış çoğu analiz için arzu edilmezken, elastik çatlak problemleri için idealdir. Çatlak ucundaki elemanları  $1/\sqrt{r}$  uzama singularitesi göstermeye zorlamak, sonuçların doğruluğunu büyük oranda artırır ve çatlak ucunda yüksek derecede ağ inceltmesi ihtiyacını azaltır.

Aşağıdaki derivasyonlar, iki boyutlu izoparametrik elemanlarda kenarların ortasında bulunan düğüm noktalarını kenarların  $1/4'$  ündeki noktalara getirmekle istenilen singularitenin elde edilebileceğini göstermektedir. Bu davranış ilk olarak Barsoum, Henshell ve Shaw tarafından ifade edilmiştir.

(7.3) ve (7.4) eşitliklerinden iki boyutlu bir eleman için deformasyon matrisi şu şekilde yazılabilir:

$$\{\varepsilon\} = [J]^{-1}[B^*] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (7.14)$$

Burada

$$[B^*] = \begin{pmatrix} \partial N_i / \partial \xi & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial \eta \\ \partial N_i / \partial \eta & \partial N_i / \partial \xi \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

$(\xi, \eta)$  eleman üzerindeki bir noktanın parametrik koordinatlarıdır. Düğüm noktalarına ait yer değiştirmeler  $\{u_i, v_i\}$  sınırlı olduğu için, deformasyon matrisi sadece  $[B^*]$  veya  $[J]^{-1}$  singular olduğunda singular olabilir.

8 düğüm noktalı izometrik iki boyutlu bir eleman düşünüldüğünde (Şekil 7.10(a)), bu eleman için şekil fonksiyonları şu şekildedir:

$$N_i = [(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)-(1-\xi^2)(1+\eta\eta_i)-(1-\eta^2)(1+\xi\xi_i)] (\xi_i\eta_i/4) \\ + (1-\xi^2)(1+\eta\eta_i)(1-\xi_i^2)(\eta_i^2/2) + (1-\eta^2)(1+\xi\xi_i)(1-\eta_i^2)(\xi_i^2/2) \quad (7.16)$$

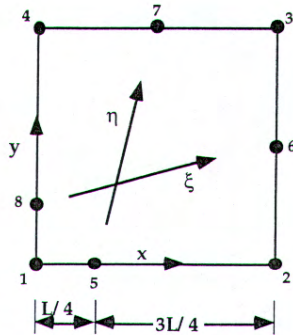
Burada  $(\xi, \eta)$  elemandaki bir noktanın parametrik koordinatları ve  $(\xi_i, \eta_i)$  i inci düğüm noktasının koordinatlarıdır.

Şekil fonksiyonları genellikle polinomlardan meydana gelir. Örneğin, yukarıdaki eşitlik ikinci dereceden bir eşitliktir. Bu nedenle  $N_i$ ,  $\partial N_i / \partial \xi$  veya  $\partial N_i / \partial \eta$ 'in tamamı singular değildir. Singularitenin sebebi  $[J]$  olmalıdır.

Eğer çatlak ucunda Jacobian matrisinin determinanı sıfır olursa, uzama singularitesi ortaya çıkabilir:

$$\det |J| = \partial(x, y) / \partial(\xi, \eta) = 0 \quad (7.17)$$

### 7.2.6.2. Dörtgen Elemanlar



**Şekil 7.17.** Kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarlarının  $1/4$ ' ündeki noktalara kaydırılmış izoparametrik dörtgen eleman [3]

Şekil 7.17'de gösterilen 8 düğüm noktalı, kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarlarının  $1/4$ ' ündeki noktalara kaydırılmış dörtgen elemanda, x-y global koordinat sisteminin orijini 1. düğüm noktasına yerleştirilmiştir. 1. ve 2. düğüm noktaları arasındaki eleman sınırı şu şekilde hesaplanır:

(7.16) eşitliğinden bu doğru boyunca 1., 2. ve 5. düğüm noktasındaki şekil fonksiyonları,

$$N_1 = -(1/2)\xi(1-\xi) \quad (7.18a)$$

$$N_2 = (1/2)\xi(1-\xi) \quad (7.18b)$$

$$N_5 = (1-\xi^2) \quad (7.18c)$$

Bu sonuçlar (7.14) eşitliğine konulursa,

$$x = -(1/2)\xi(1-\xi)x_1 + (1/2)\xi(1-\xi)x_2 + (1-\xi^2)x_5 \quad (7.19)$$

elde edilir. Burada  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = L$ ,  $x_5 = L/4$  konulursa,

$$x = -(1/2)\xi(1-\xi)L + (1-\xi^2)(L/4) \quad (7.20)$$

elde edilir. Burada L, 1. ve 2. düğüm noktaları arasındaki uzunluktur.  $\xi$  için çözümlerse,

$$\xi = -1 + 2\sqrt{x/L} \quad (7.21)$$

bulunur. Jacobian'ın ilgili terimi şu şekilde verilir:

$$\partial x / \partial \xi = (L/2)(1+\xi) = \sqrt{xL} \quad (7.22)$$

Bu terim  $x=0$ 'da yok olur, bu nedenle uzama bu noktada singular olmalıdır. Sadece 1,2 ve 5 noktalarının yer değiştirmeleri göz önüne alınarak, eleman kenarı boyunca yer değiştirmeler şu şekildedir:

$$x = -(1/2)\xi(1-\xi)x_1 + (1/2)\xi(1-\xi)x_2 + (1-\xi^2)x_5 \quad (7.23)$$

(7.21) eşitliği, (7.23) eşitliğine konulursa,

$$u = (-1/2)(-1+2\sqrt{x/L})(2-2\sqrt{x/L})u_1 + (-1+2\sqrt{x/L})(2\sqrt{x/L})u_2 + 4(\sqrt{x/L} - (x/L))u_5 \quad (7.24)$$

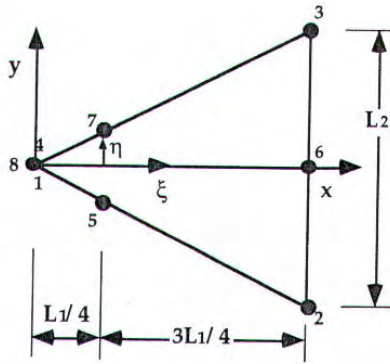
elde edilir. x yönündeki uzama için çözümlerse,

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \partial u / \partial x = (\partial \xi / \partial x)(\partial u / \partial \xi) \\ &= (-1/2)[(3/\sqrt{xL}) - (4/L)]u_1 + (1/2)[(-1/\sqrt{xL}) + (4/L)]u_2 + [(2/\sqrt{xL}) - (4/L)]u_5 \end{aligned} \quad (7.25)$$

bulunur. Bu nedenle uzama, eleman sınırı boyunca  $1/\sqrt{r}$  singularitesi gösterir.

### 7.2.6.3. Üçgen Elemanlar

1,4 ve 8 no'lu düğüm noktaları birleştirildiğinde oluşan üçgen eleman, Şekil 7.18'de gösterilmektedir. 5 ve 7. düğüm noktaları bu durumda kenarların  $1/4$ ' ündeki noktalara kayarlar. Dörtgen elemanda olduğu gibi 1-5-2 ve 4-7-3 kenarları boyunca  $1/\sqrt{r}$  uzama singularitesi bulunur. Bununla birlikte bu durumda elemanın içinde de singularite mevcuttur.



**Şekil 7.18.** Kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarlarının  $1/4$ ' ündeki noktalara kaydırılmış izoparametrik bir eleman [3]

$\eta$ 'in sifıra eşit olduğu  $x$  eksenini düşünülürse,  $x$  ve  $\xi$  arasındaki ilişki şu şekilde verilir:

$$x = (\xi^2 + 2\xi + 1)(L_1/4) \quad (7.26)$$

Burada  $L_1$ , elemanın  $x$  yönündeki uzunluğudur.  $\xi$  için çözülürse,

$$\xi = -1 + 2\sqrt{x/L_1} \quad (7.27)$$

bulunur. Bu eşitlik (7.21) eşitliği ile aynıdır. Bu nedenle, bu elemanda uzama,  $x$  eksenini boyunca singularitelerdir. Önceden olduğu gibi uzama için çözülürse, ((7.23)'den (7.25)'e) singularitenin  $1/\sqrt{r}$  tipinde olduğu görülür [3].

### 7.2.7. Bir Elemandaki Yer Değiştırmeler

Bir elemandaki yer değiştirmeler (u, v), düğüm noktalarına ait (u<sub>i</sub>, v<sub>i</sub>) yer değiştirmelerinden eşitlik (7.16)daki aynı N<sub>i</sub> (ξ,η) fonksiyonları kullanılarak bulunabilir.

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) u_i \quad (7.28a)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) v_i \quad (7.28b)$$

u ve v' nin ξ,η'e göre türevleri,

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} u_i \quad (7.29a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} u_i \quad (7.29b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} v_i \quad (7.29c)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} v_i \quad (7.29d)$$

burada

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \eta} = & \left[ \frac{u_1}{4}(-2+4\eta) + \frac{u_4}{4}(2+4\eta) - 2u_8\eta \right]^* + (1+\xi) \left[ \frac{u_1}{4}(3-2\eta) - u_5 + \frac{u_2}{4}(1+2\eta) - v_6\eta \right. \\ & \left. + \frac{u_3}{4}(-1+2\eta) + v_7 - \frac{u_4}{4}(-3+2\eta) + v_8\eta \right] + (1+\xi)^2 \left[ -\frac{u_1}{4} + \frac{u_5}{2} - \frac{u_2}{4} - \frac{u_3}{4} - \frac{u_7}{2} - \frac{u_4}{4} \right] \end{aligned} \quad (7.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} = & [\eta_i(1+\xi\xi_i) + 2\eta(1+\xi\xi_i) - \eta_i(1-\xi^2)] \frac{\xi_i^2 \eta_i^2}{4} - \eta(1+\xi\xi_i)(1-\eta)^2 \xi_i^2 \\ & + \eta_i(1-\xi^2)(1-\xi_i^2) \frac{\eta_i^2}{2} \end{aligned} \quad (7.31)$$



Düğüm noktaları için yazıldığında türevler aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} = & \left[ \frac{u_1}{4}(-2 + 3\eta - \eta^2) + u_5(1 - \eta) + \frac{u_2}{4}(\eta + \eta^2) + \frac{u_6}{2}(1 - \eta^2) - \frac{u_3}{4}(-\eta + \eta^2) + u_7(1 + \eta) \right. \\ & + \frac{u_4}{4}(-2 - 3\eta - \eta^2) - \frac{u_8}{2}(1 - \eta^2) \left. \right] + (1 + \xi) \left[ \frac{u_1}{2}(1 - \eta) - u_5(1 - \eta) + \frac{u_2}{2}(1 - \eta) + \frac{u_3}{2}(1 + \eta) \right. \\ & \left. - u_7(1 + \eta) + \frac{u_4}{2}(1 + \eta) \right] \end{aligned} \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \eta} = & \left[ \frac{u_1}{4}(-2 + 4\eta) + \frac{u_4}{4}(2 + 4\eta) - 2u_8\eta \right]^* + (1 + \xi) \left[ \frac{u_1}{4}(3 - 2\eta) - u_5 + \frac{u_2}{4}(1 + 2\eta) - v_6\eta \right. \\ & \left. + \frac{u_3}{4}(-1 + 2\eta) + v_7 - \frac{u_4}{4}(-3 + 2\eta) + v_8\eta \right] + (1 + \xi)^2 \left[ -\frac{u_1}{4} + \frac{u_5}{2} - \frac{u_2}{4} - \frac{u_3}{4} - \frac{u_7}{2} - \frac{u_4}{4} \right] \end{aligned} \quad (7.33)$$

$\frac{\partial v}{\partial \xi}$  ve  $\frac{\partial v}{\partial \eta}$  türevleri de yukarıdaki eşitliklerde bütün  $u_i$ 'ler yerine  $v_i$  yazılırsa

elde edilir.

Eşitlik (7.33)'de \* ile gösterilen ilk terim  $u_4 = u_8 = u_1$ ,  $v_4 = v_8 = v_1$  olduğunda sıfıra eşit olur.

### 7.2.8. Sonlu Elemanlar Metoduyla Gerilme Şiddet Faktörlerinin Hesaplanması

Lineer elastik malzemeler için, bir çatlaktaki ve yakınındaki gerçek yer değiştirmeler,

$$K_{III} = \sqrt{2\pi G} \frac{|\Delta \omega|}{\sqrt{r}} \quad (7.34)$$

$$v = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left( (2\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left( (2\kappa - 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (7.35)$$

$$\omega = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left( \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (7.36)$$

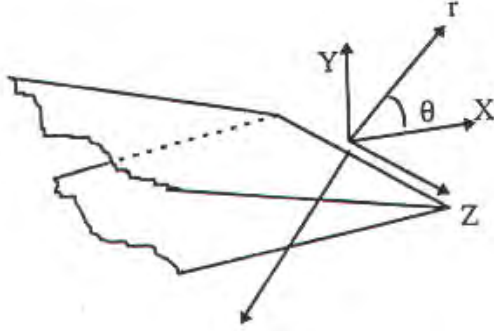
Burada düzlem uzama için  $\kappa = 3 - 4\mu$ , düzlem gerilme için  $\kappa = (3 - \mu)/(1 + \mu)$  dir.

Yüksek dereceli terimler yok edilirse  $\theta = \pm 180^\circ$  'de,

$$u = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (7.37)$$

$$v = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (7.38)$$

$$\omega = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (7.39)$$



Şekil 7.19. Çatlak ucundaki lokal koordinatlar [10]

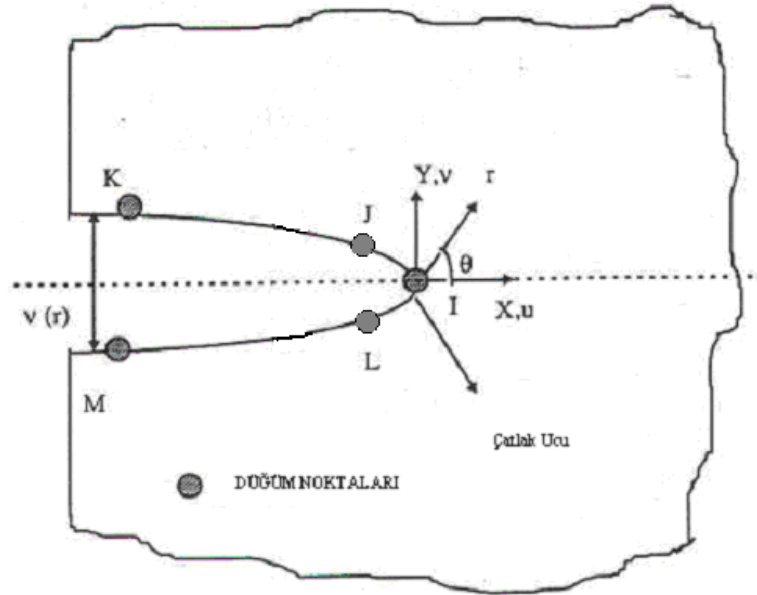
Eşitlik (7.37)'den (7.39)'a K'lar için çözümlerse,

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1 + \kappa} \quad (7.40)$$

$$K_{II} = \sqrt{2\pi} \frac{G}{1 + \kappa} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}} \quad (7.41)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A \quad (7.42)$$

Burada,  $\Delta u$ ,  $\Delta v$ ,  $\Delta \omega$  bir çatlak yüzünün değerine göre hareketidir.



**Şekil 7.20.** Çatlak ucu yer değiştirmelerini bulmak için kullanılan düğüm noktaları [11]

$\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$ ,  $\frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}}$ ,  $\frac{|\Delta \omega|}{\sqrt{r}}$  terimleri düğüm noktalarına ait yer değiştirmelere göre hesaplanmalıdır. Örneğin,  $\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$  için şekil 7.20'de gösterildiği gibi beş düğüm noktası kullanılabilir.  $v$  normalize edilirse I. düğüm noktasında sıfır olur. J ve K noktalarında

$$\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A + Br \quad (7.43)$$

yazılırsa ve  $r, 0'$  a yaklaştırılırsa,

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A \quad (7.44)$$

olur. Böylece  $K_I$  için,

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1+\kappa} \quad (7.45)$$

bulunur.  $K_{II}$  ve  $K_{III}$  için de benzer şekilde eşitlikler bulunabilir.

ANSYS'te gerilme şiddet faktörlerini hesaplamak için çatlak ucundaki 3 düğüm noktası seçilir. Bu adım çok önemlidir, çünkü seçilen düğüm noktalarının gerilme şiddet faktörlerinin hesaplanmasında doğrudan etkisi vardır [11].

## 8. ANSYS İLE YORULMA ÖMRÜ HESAPLANMASI

### 8.1. Problem 1

a) Boyutları Şekil 8.1’de verilen merkezinde 6 mm çapında delik bulunan ASTM E-647 standardına uygun 2024-T3 Alüminyum alaşımı yorulma deneyi numunesi bir levha, ANSYS’te 2 boyutlu modellenerek 185 MPa çekme gerilmesi altında yorulma ömrü hesaplanmıştır.

Alüminyum 2024-T3 alaşımının kimyasal bileşenleri Çizelge 8.1’de gösterilmiştir.

**Çizelge 8.1.** Alüminyum 2024-T3 alaşımının bileşenleri [18]

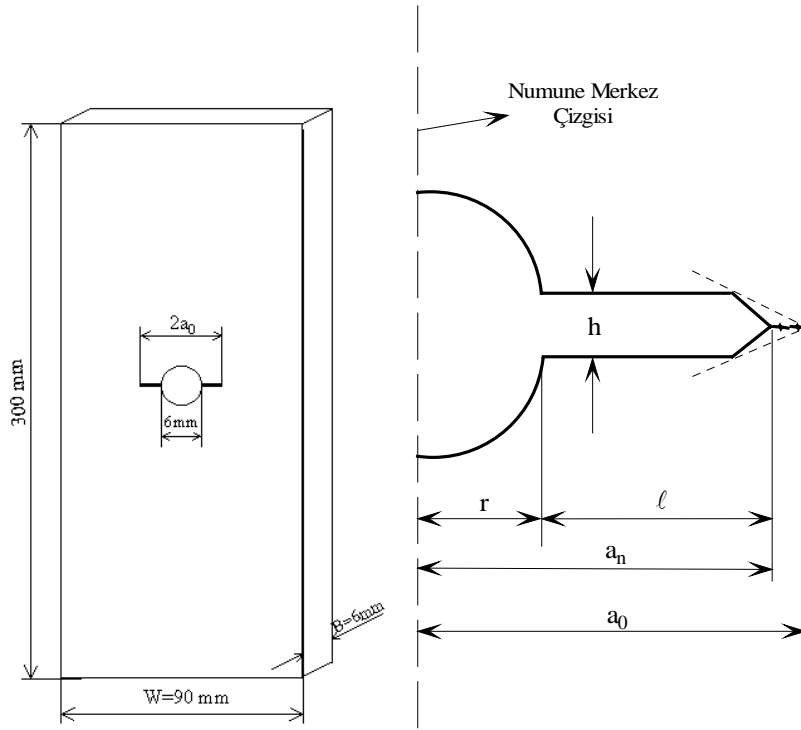
Bileşen	Al	Cr (max)	Cu	Fe (max)	Mg	Mn	Si (max)	Ti (max)	Zn (max)
Ağırlık olarak %	93.5	0.1	3.8-4.9	0.5	1.2-1.8	0.3-0.9	0.5	0.15	0.25

Alüminyum 2024-T3 alaşımının mekanik özellikleri ise Çizelge 8.2’de gösterildiği gibidir.

**Çizelge 8.2.** Alüminyum 2024-T3 alaşımının mekanik özellikleri [18]

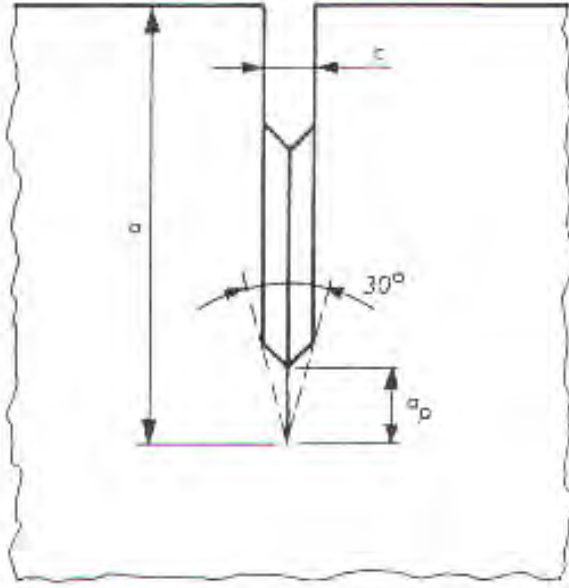
Maksimum Çekme Dayanımı (MPa)	Akma Dayanımı (MPa)	Elastisite Modülü (GPa)
485	345	72.4

Orijinal numunede bulunan merkezdeki deliğin her iki yanındaki çentik ve yorulma ön çatlağı da modele dahil edilmiştir. B, levha kalınlığını; W, levha genişliğini;  $2a_0$ , çentik uzunluğunu göstermektedir.



**Şekil 8.1.** Merkez çatlaklı levha [19]

Numune standardına uygunluk açısından  $2a_0=17$  mm alınarak çentik geometrisi oluşturulmuştur. Şekil 8.2’de de gösterilen V-şeklinde bir çentikte, çentik ucu kenarları arasındaki  $30^0$ ’lik açı referans alınır, Şekil 8.1’de  $r = 3$  mm ve  $h = 1$  mm için çentik geometrisinden  $l = 4.255983064$  mm bulunur. Burada  $a_0 = 8.5$  mm olup sadece çentik geometrisini oluşturmak için bu değer kullanılmıştır. ANSYS’te oluşturulan çatlak modelinde ise daha uzun bir ön çatlak belirlenmiş ve  $2a_0 = 29.3$  mm alınmıştır. Levha kalınlığı, levha genişliği ve uzunluğuna göre çok küçük olduğu için problemin çözümünde düzlem gerilme koşulları kullanılmış, kalınlık ise programa ‘gerçek sabit’ olarak girilmiştir.

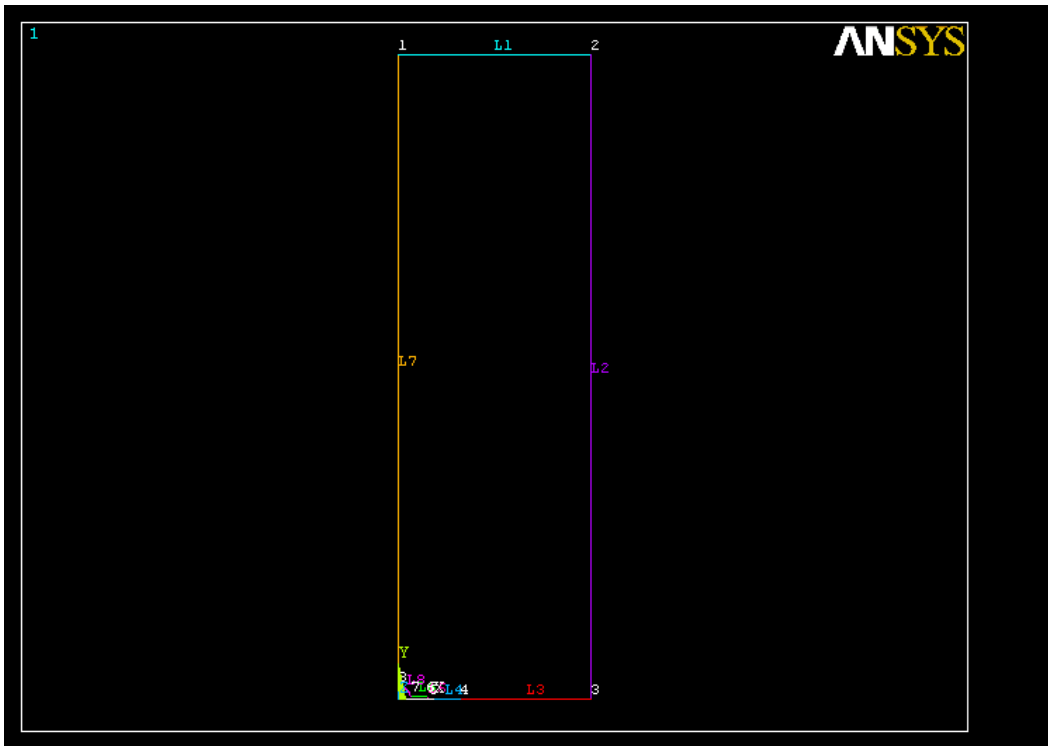


**Şekil 8.2.** V-şeklinde çentik [20]

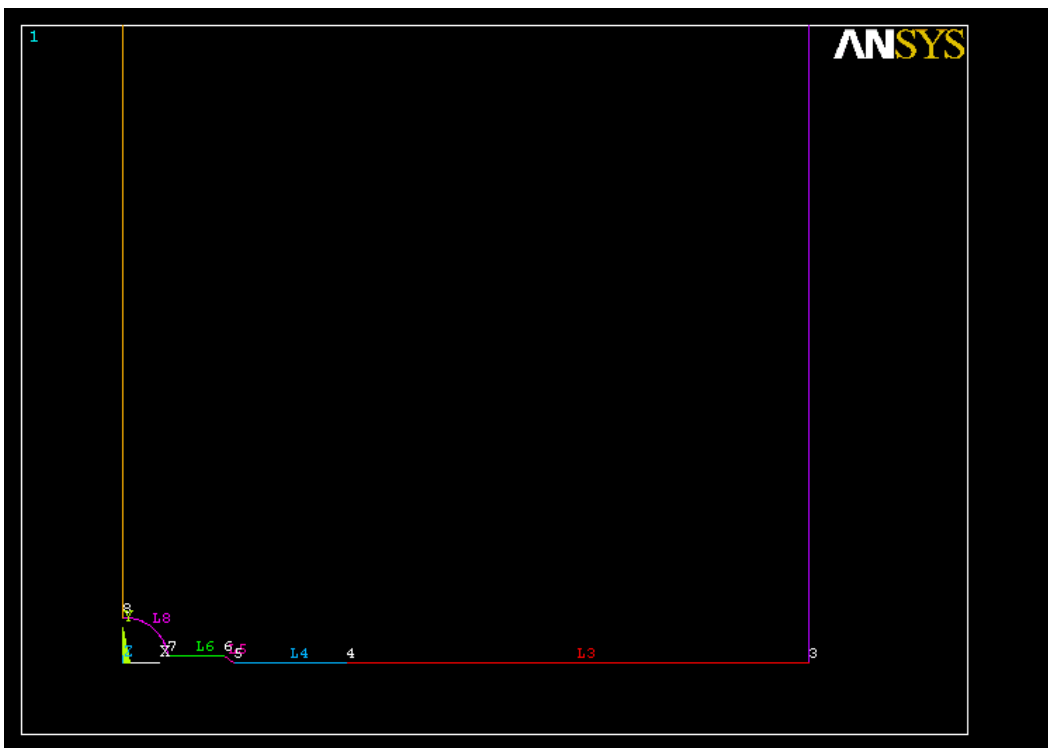
Simetri özellikleri kullanılarak levhanın  $\frac{1}{4}$ ' ü modellenmiştir. Oluşturulan ilk modeldeki anahtar noktaların koordinatları şu şekildedir:

**Çizelge 8.3.** Yüklenmemiş çeyrek levha modelinde anahtar nokta koordinatları

NO.	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	0.000000	0.1500000	0.000000
2	0.4500000E-01	0.1500000	0.000000
3	0.4500000E	0.000000	0.000000
4	0.1465000E-01	0.000000	0.000000
5	0.7255983E-02	0.000000	0.000000
6	0.6633975E-02	0.5000000E-03	0.000000
7	0.2958040E-02	0.5000000E-03	0.000000
8	0.000000	0.3000000E-02	0.000000

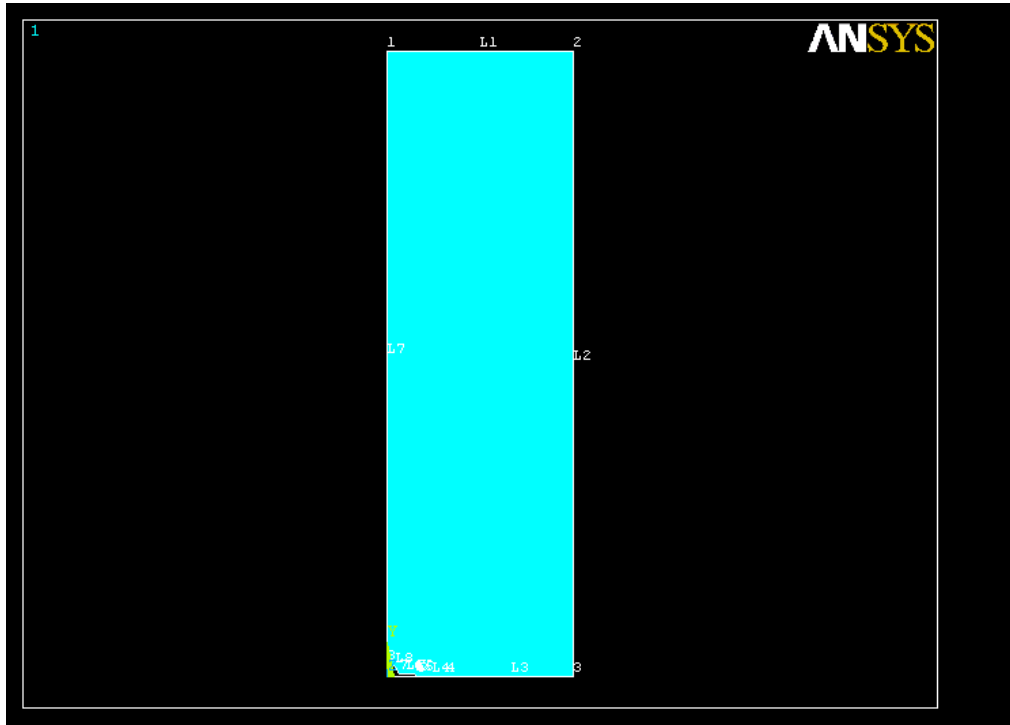


(a)

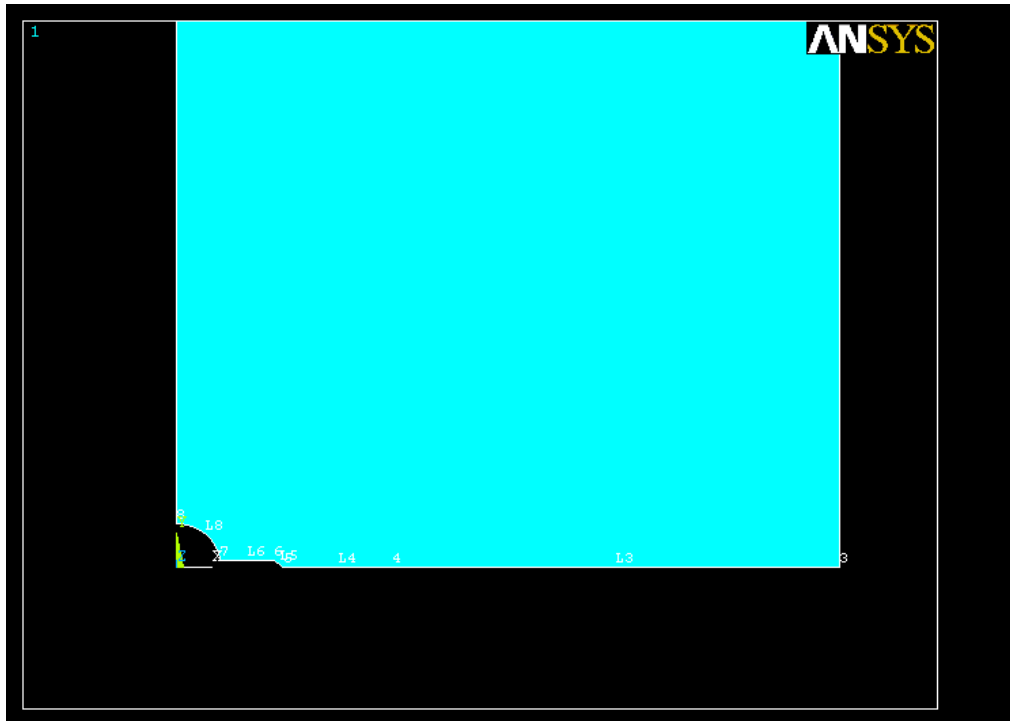


(b)





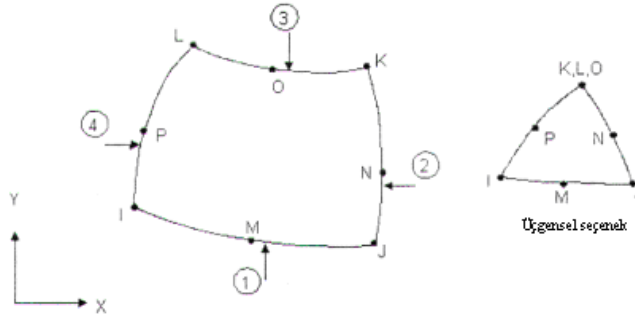
(c)



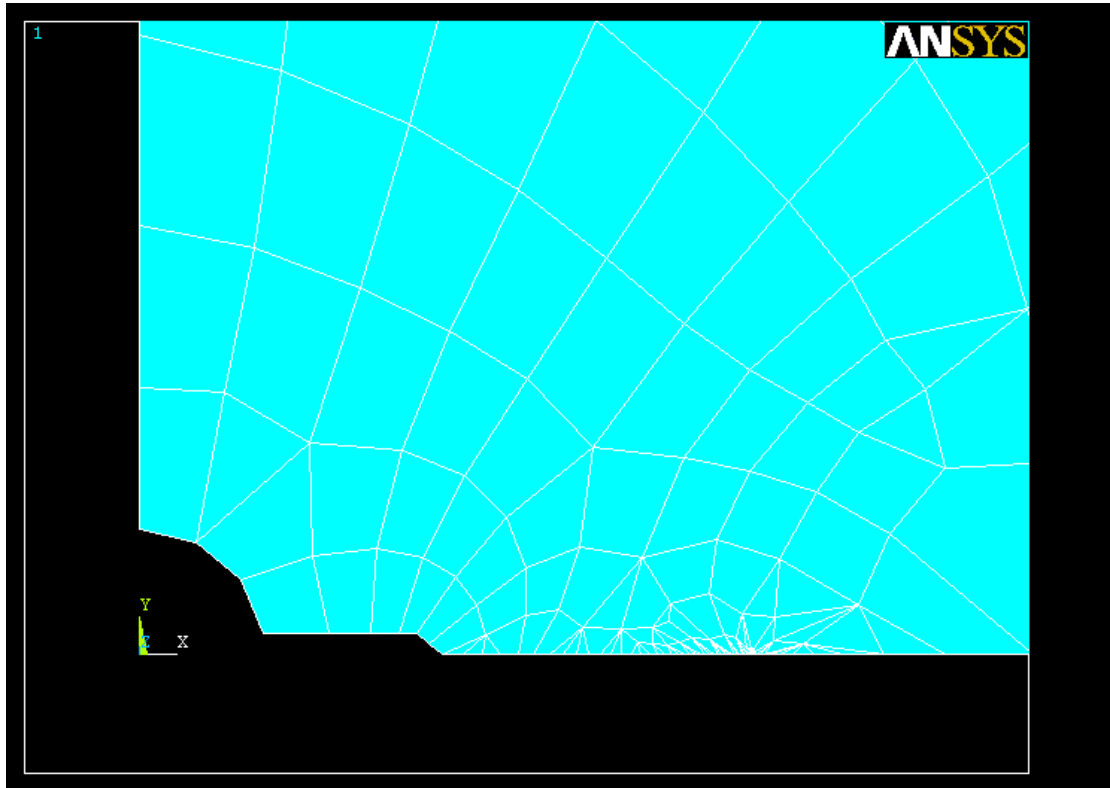
(d)

**Şekil 8.3.** Çeyrek levha geometrik modelinin uzak ((a),(c)) ve yakın ((b),(d)) görüntüleri (İlk iki şekilde L4 ile gösterilen kısım levhadaki çatlakı ifade etmektedir)

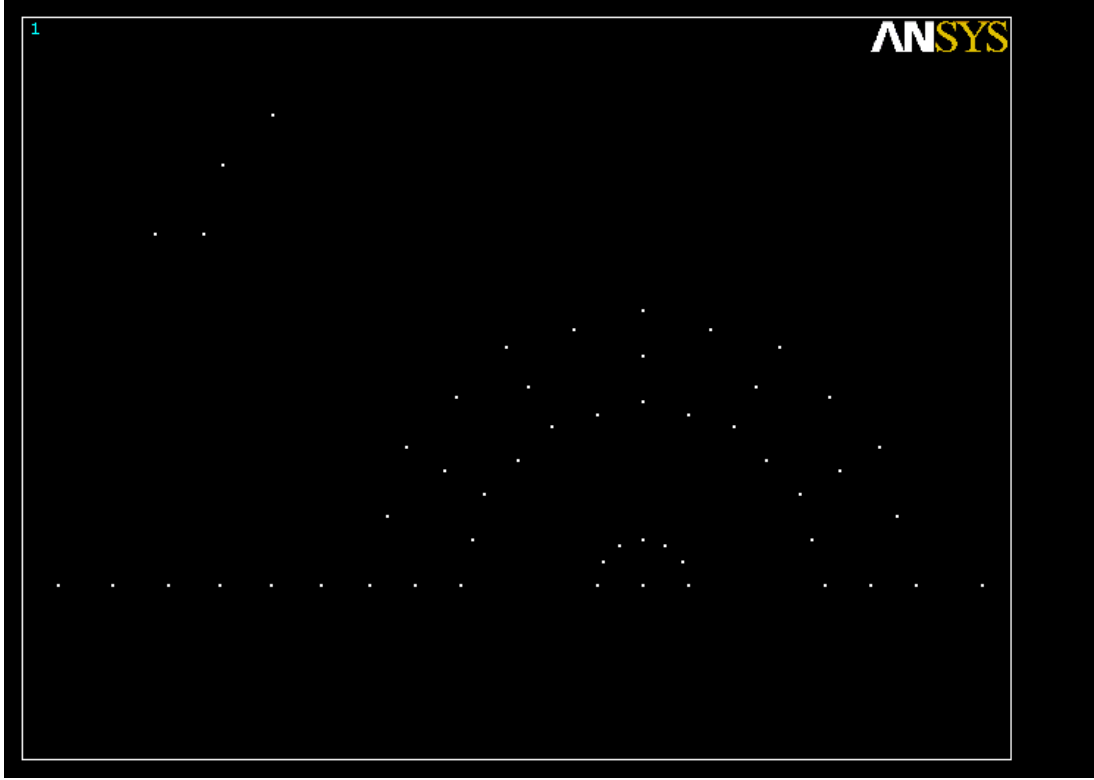
Sonlu elemanlar modelinde ANSYS elemanlarından PLANE 82 kullanılmıştır. Ağ oluşturulurken çatlak ucundaki elemanlar üçgen elemanlara dönüşmüştür ve ayrıca kenarların ortasındaki düğüm noktaları kenarların  $\frac{1}{4}$  'ünde bulunan noktalara kaydırılmıştır.



Şekil 8.4. İki boyutlu 8 düğüm noktalı PLANE 82 elemanı [17]

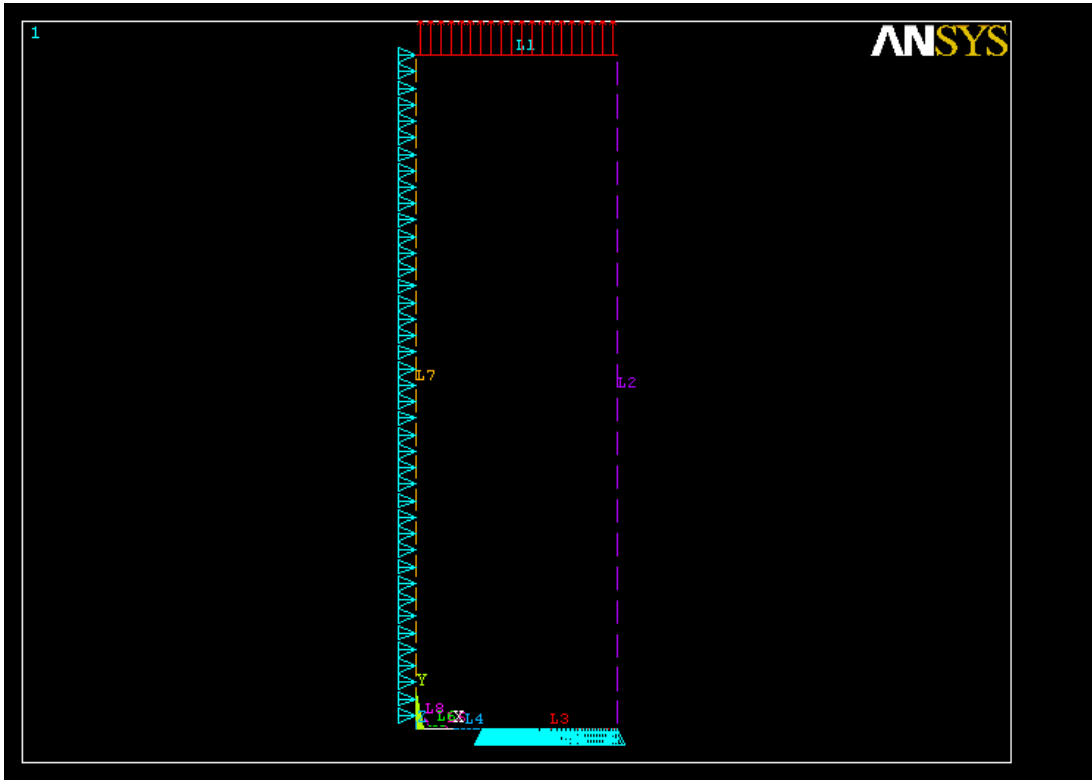


Şekil 8.5. Levhada oluşturulan ağ örgüsü



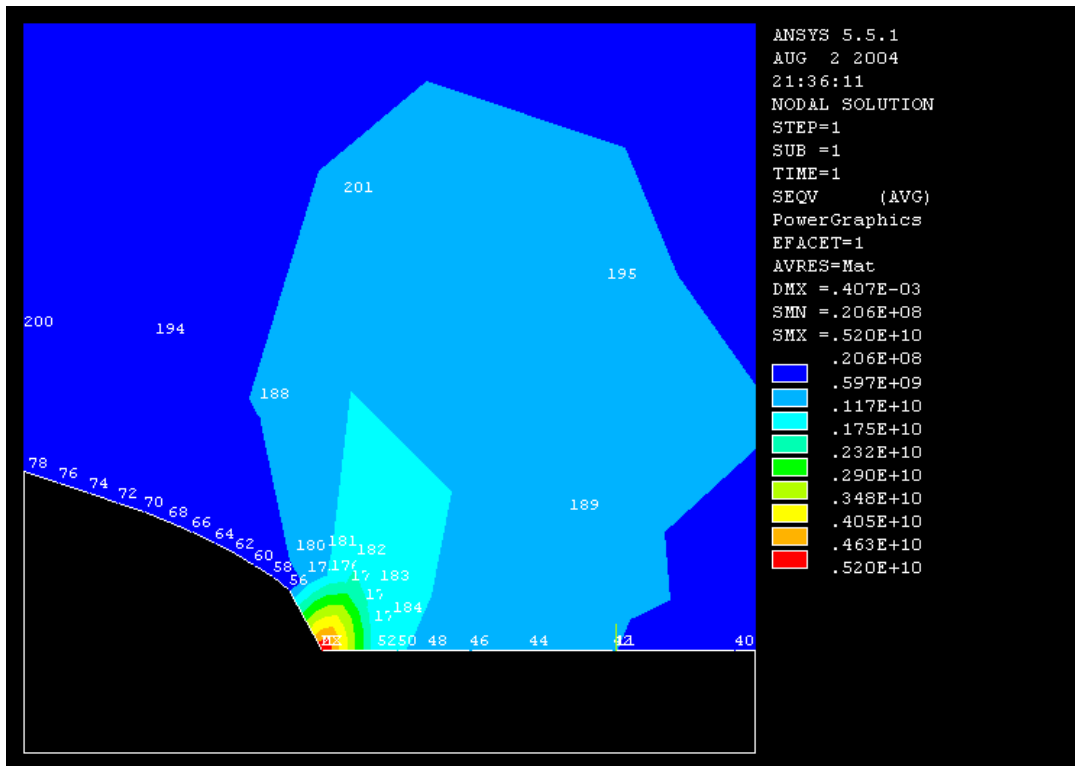
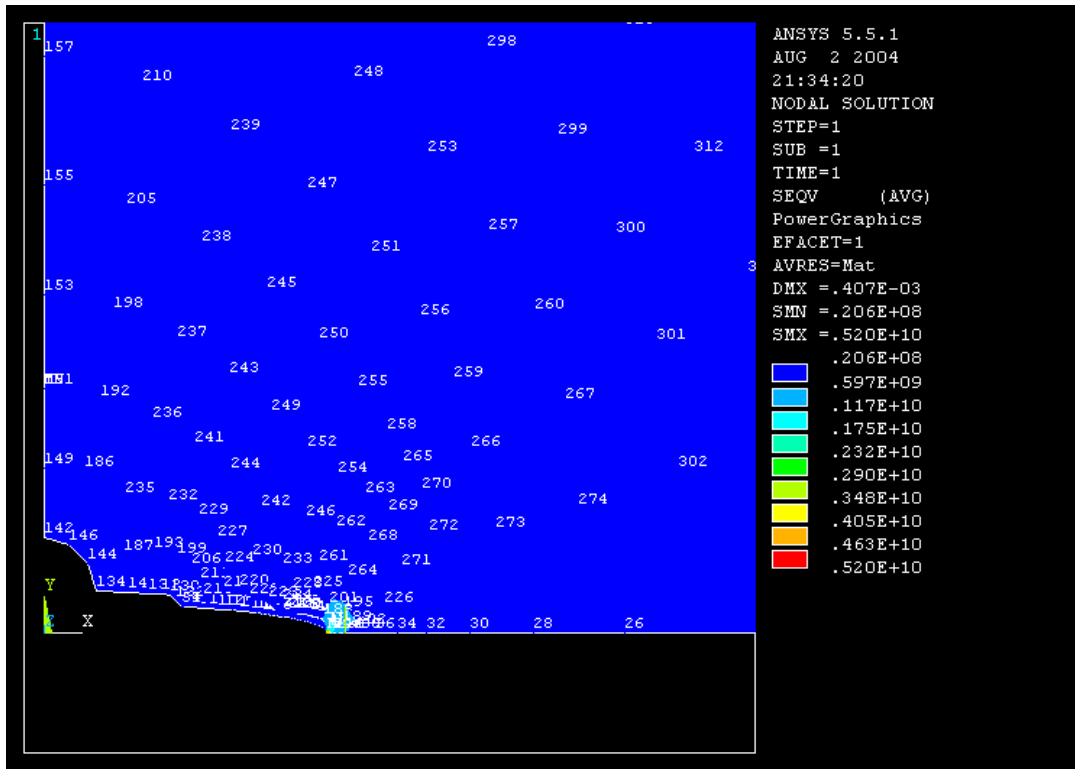
**Şekil 8.6.** Çatlak ucundaki düğüm noktaları (Elemanların kenarlarının  $\frac{1}{4}$ ' üne kaydırılan düğüm noktaları bu şekilde açıkça görülmektedir)

Levhanın üst yüzeyine  $\Delta\sigma = 185$  MPa çekme gerilmesi uygulanmıştır. Şekil 8.7'den görülebileceği gibi levha çeyrek olarak modellendiği için, alt yüzeyinde çatlaklı kısmın haricindeki bölüm (L3 çizgisi) y yönünde, levhanın sol yanı (L7 çizgisi) ise x yönünde kısıtlanmıştır.



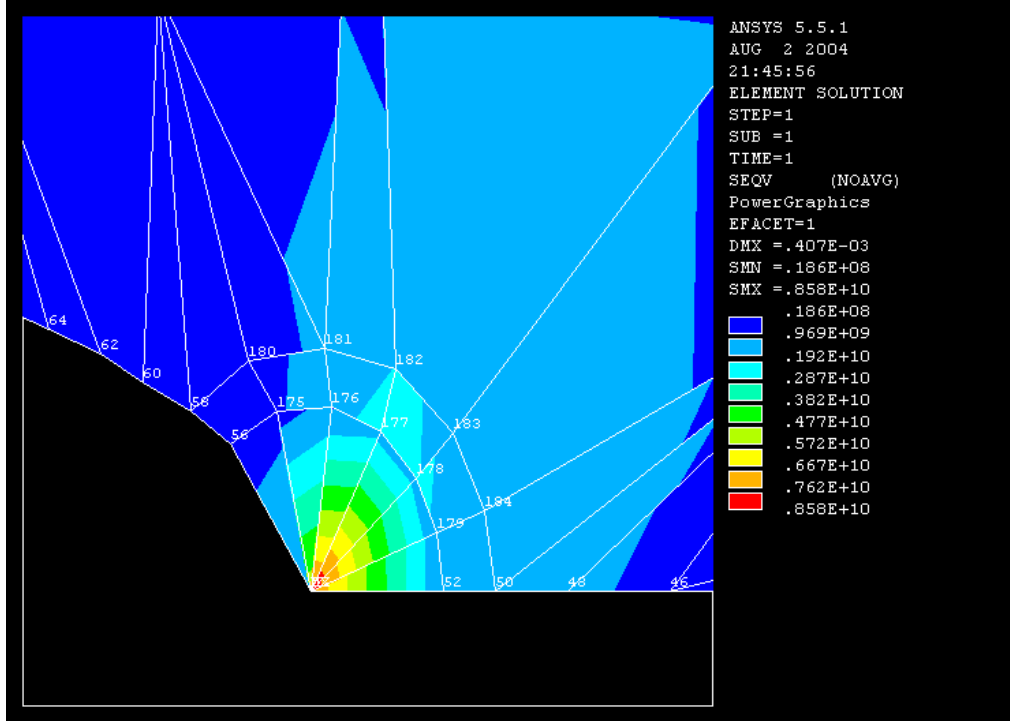
Şekil 8.7. Levha üzerindeki gerilme ve kısıtlamalar

ANSYS ile elde edilen sonlu elemanlar çözümü neticesinde düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı ise Şekil 8.8’de gösterilmiştir. Çatlak ucunda gerilmenin en yüksek değere ulaştığı açıkça görülmektedir.



Şekil 8.8.  $a = 14.65$  mm iken düğüm noktalarındaki Von Mises gerilme dağılımı

Elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı ise Şekil 8.9'da görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi çatlak ucundaki elemanlar deforme olmuştur.



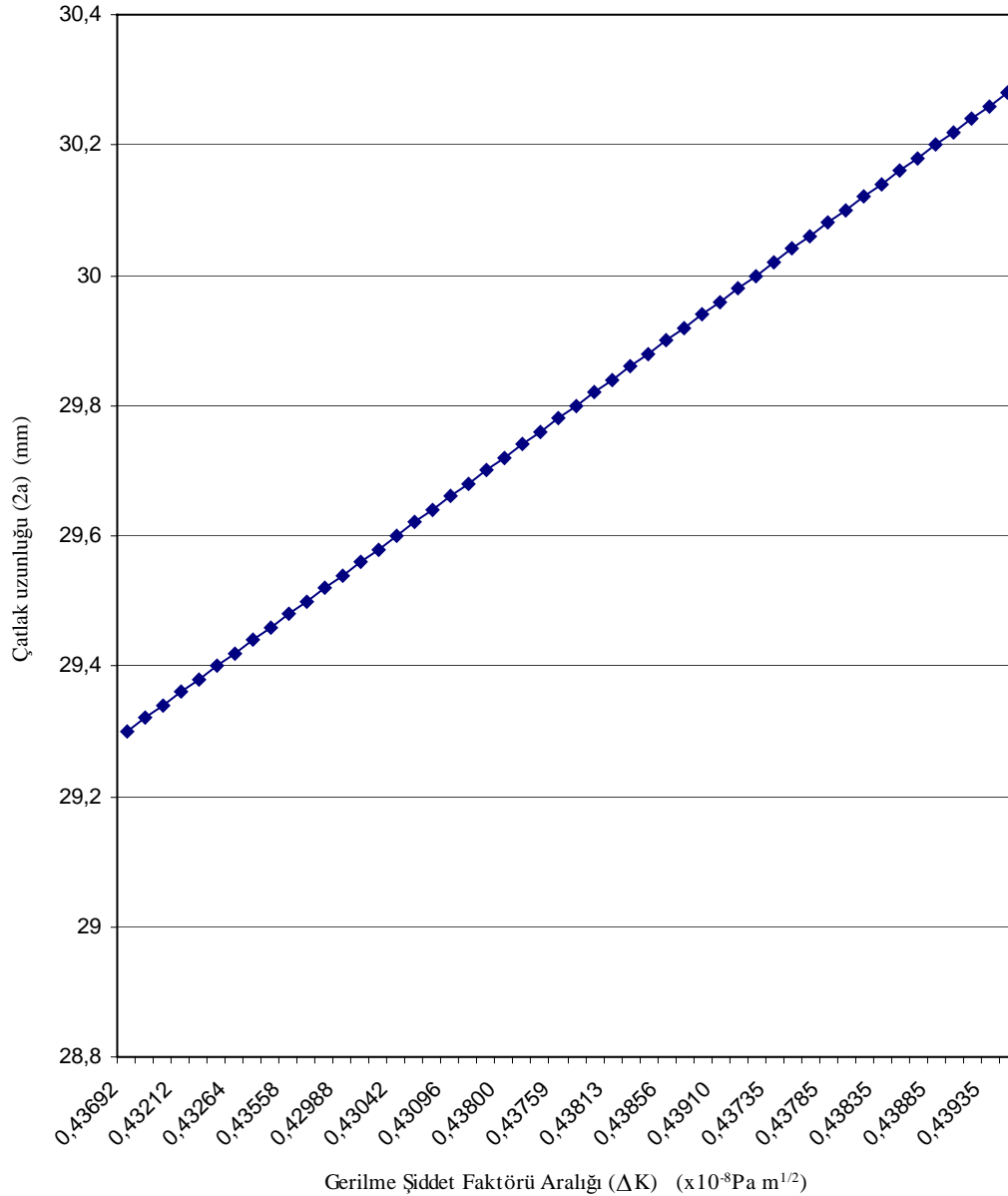
Şekil 8.9. a = 14.65 mm iken elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı

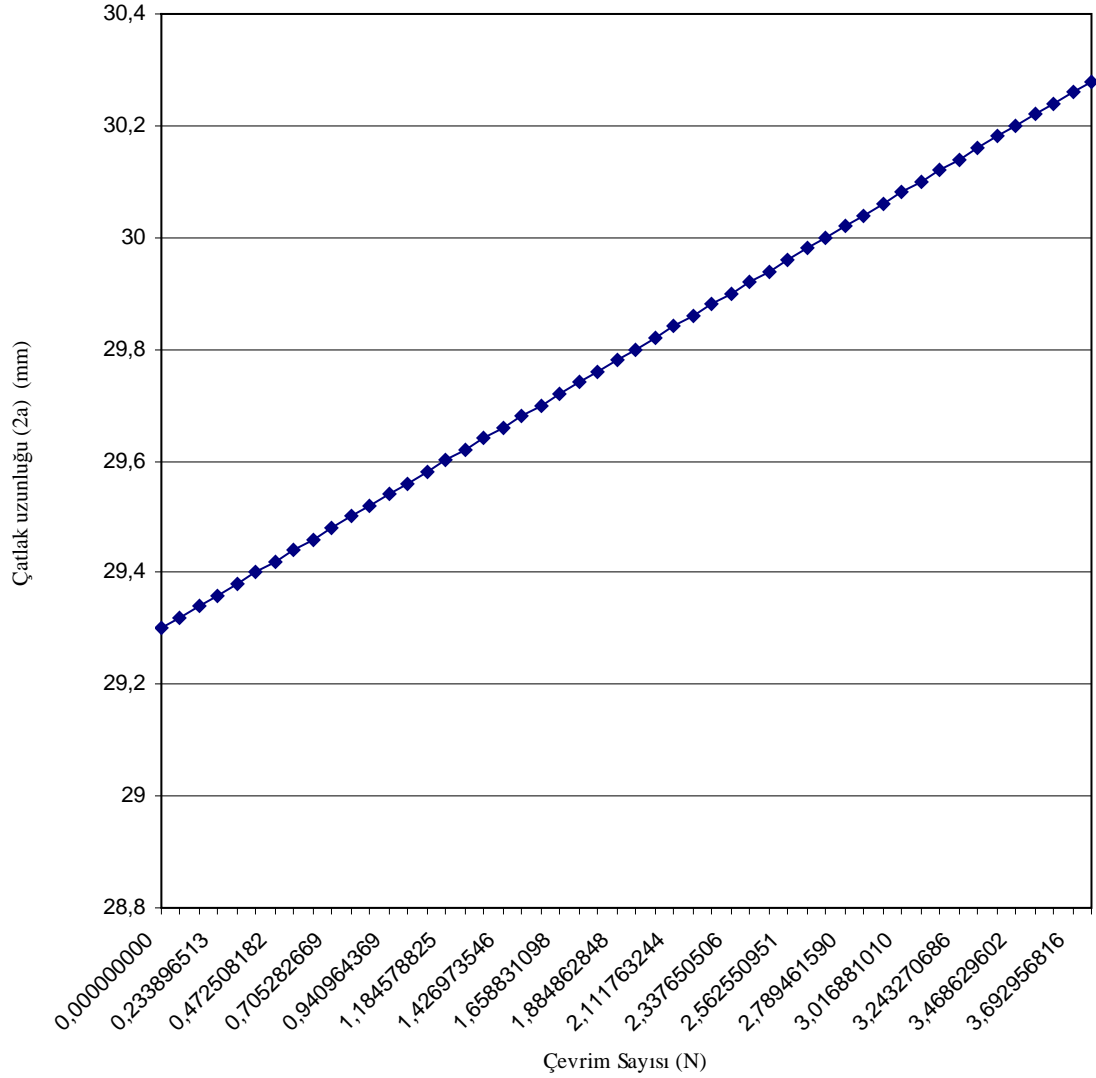
Çatlak ucuna ait yer değiştirmeler ise  $U_{XC} = -0.45304E-04$  m,  $U_{YC} = 0$  m olarak bulunmuştur. Burada  $U_{XC}$ ,  $U_{YC}$  çatlak ucunun sırasıyla x, y yönlerindeki yer değiştirmelerini göstermektedir.

$\Delta\sigma = 185$ MPa çekme gerilmesi uygulanması ile elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ise,  $\Delta K_I = 0.43692E+08$  Pa $\sqrt{m}$  olarak bulunmuştur.

Bu aşamadan sonra 0.01 mm kadarlık bir çatlak artış uzunluğu ( $\Delta a$ ) seçilmiş ve çatlak her defasında 0.01 mm kadar artırılarak, levha yeniden modellenmiş ve  $\Delta\sigma = 185$ MPa çekme gerilmesi uygulanarak gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) hesaplanmıştır. 2024-T3 Alüminyum alaşımı için kırılma tokluğu değeri olan  $K_{IC} = 0.44E+08$  Pa $\sqrt{m}$  'ye [7] ulaşıncaya parça kırılmıştır.

Her çatlak boyuna karşılık elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ve çevrim sayısı artışı değerleri Ek-1.1’de gösterildiği gibidir. Çevrim sayısı artışı değerlerinin hesaplanmasında Paris-Erdoğan eşitliği kullanılmış, 2024-T3 Alüminyum alaşımı için bu eşitlikte  $C= 3.6 \times 10^{-35}$  ve  $m= 4$  [21] olarak alınmıştır.





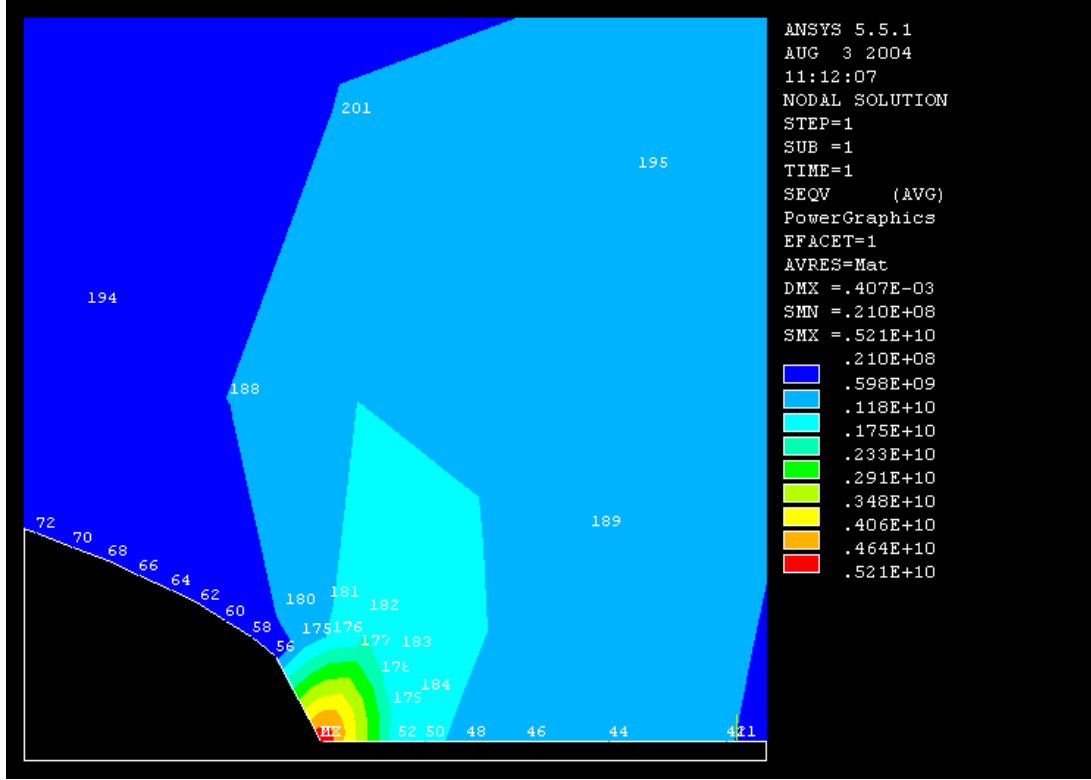
Şekil 8.11. Çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği

Çatlak boyu  $2a = 2 \times 15.14 = 30.28$  mm olduğunda levha kırılacaktır.

Çatlak boyu  $2a = 29.3$  mm'den  $2a = 30.28$  mm'ye ulaşmaya kadar geçen çevrim sayısı ise 3.767508074, yani yaklaşık olarak 3.8 çevrimdir. Bu durumda kullanılmış ve üzerinde çatlak bulunan bu parçadaki çatlağın, 3.8 çevrim sonra kırılmaya sebep olacağı söylenebilir.

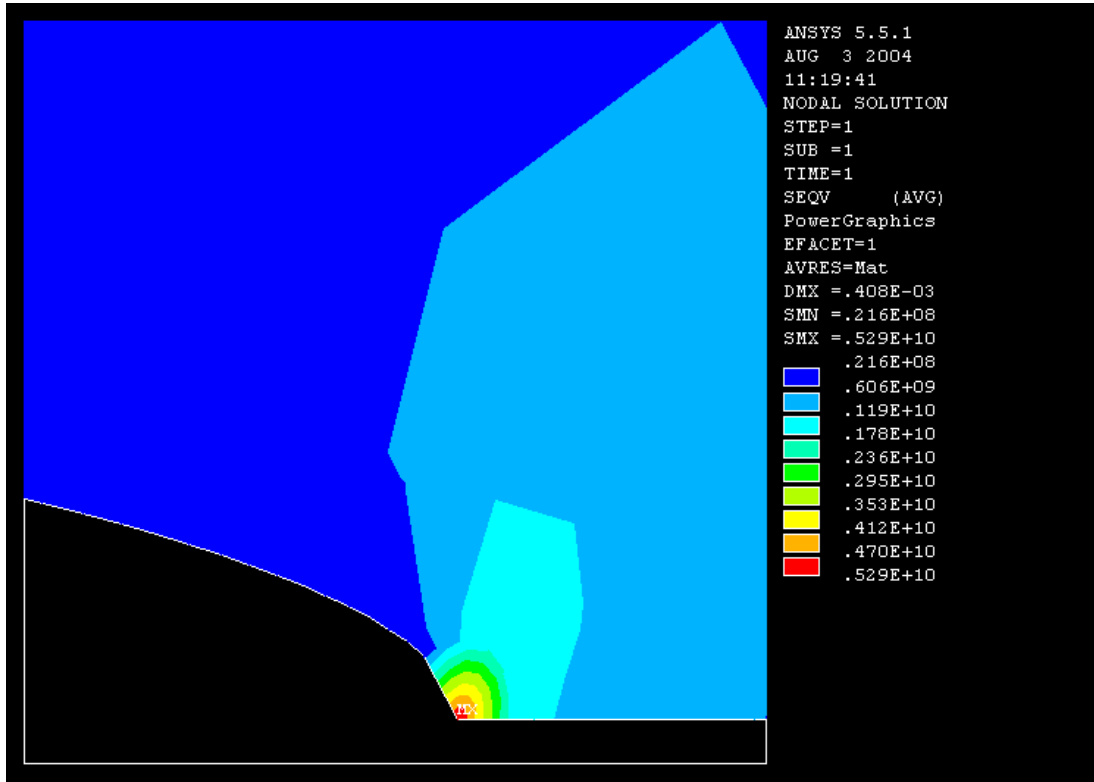


Düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı  $a= 14.89$  mm'ye ulaştığında ise şekil 8.12'de gösterildiği gibidir.



Şekil 8.12.  $a= 14.89$  mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı

$a= 15.14$  mm'ye ulaşıldığında ise, düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı Şekil 8.13'teki gibi olacaktır.



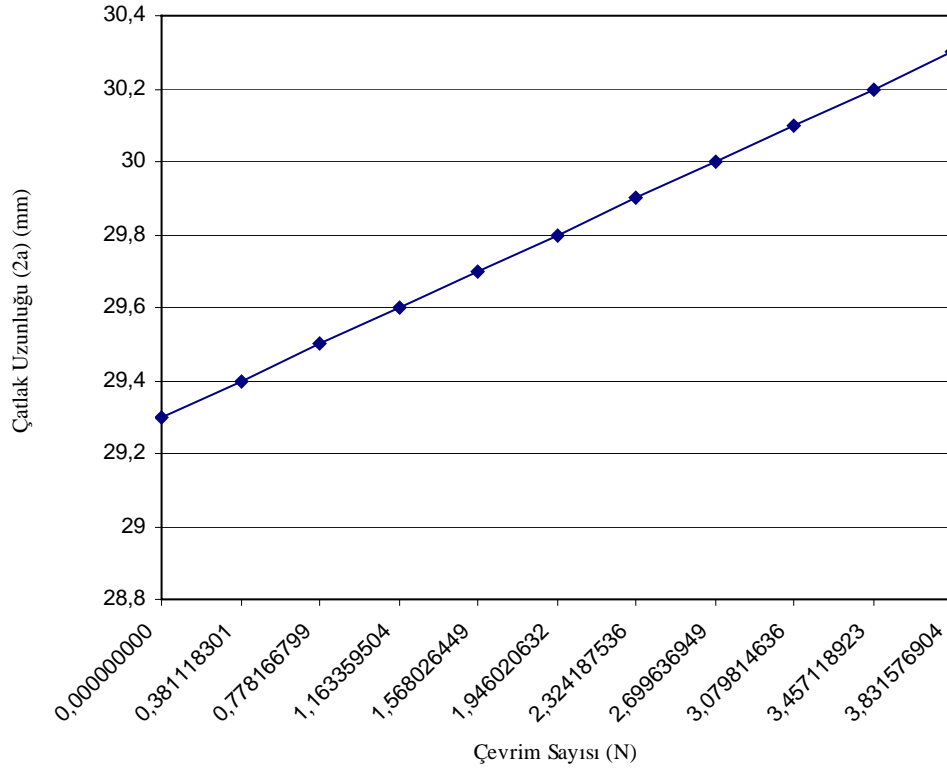
**Şekil 8.13.** Gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K_I$  değeri, kırılma tokluğu  $K_{IC}$ 'ye ulaştığı durumda düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı

Bu durumda  $K_I = 0.44310E+08 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}}$  olup 2024-T3 Alüminyum alaşımlar için  $K_{IC}$  değeri olan  $0.44E+08 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}}$  aşılmıştır, yani levha kırılmıştır. Çatlak ucuna ait yer değiştirmeler ise  $UXC = -0.46872E-04 \text{ m}$ ,  $UYC = 0 \text{ m}$ 'dir.

$\Delta\sigma = 185 \text{ MPa}$  çekme gerilmesine maruz kalan bu parçada çatlak  $29.3 \text{ mm}$ 'ye ulaştıktan sonra çatlağın ne şekilde davranacağını ve kaç çevrim sonra kırılmanın meydana geleceğini bildirmesi açısından bu sonuçlar önem taşıyabilir. Buna göre önlemler alınmalı ve parça servisten çekilmelidir.

b)  $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$  ile aynı geometri ve yükleme koşulları için çözüm yapıldığında ise, hesaplanan çevrim sayısı artışı değerleri Ek-1.2'de gösterildiği gibi olacaktır. Kırılma tokluğuna ulaşıldığında geçen toplam çevrim sayısı  $3.831576904$ 'tür.

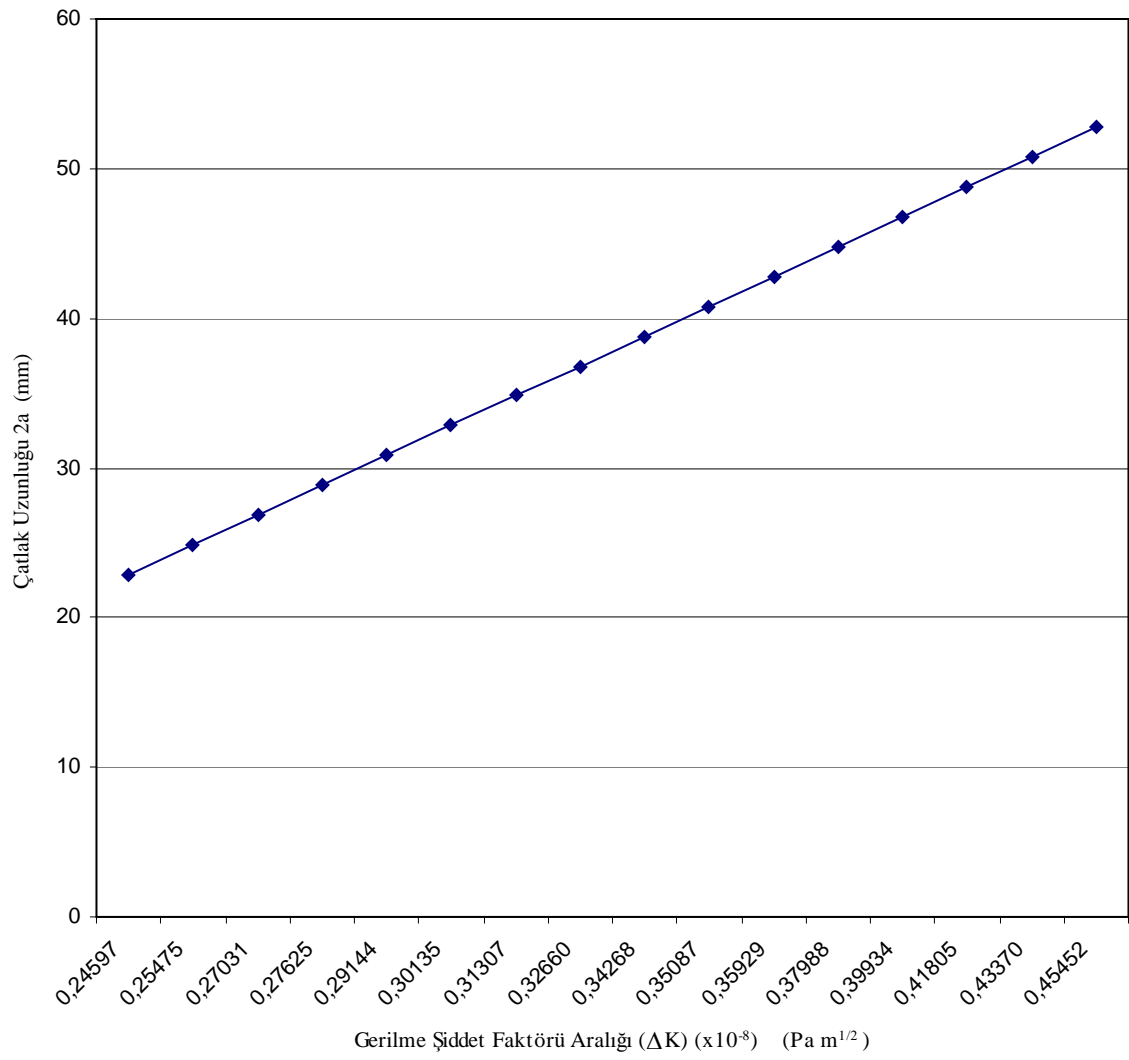
$\Delta a = 0.05$  mm ile elde edilen çevrim sayısı  $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği ise, Şekil 8.14'teki gibidir.



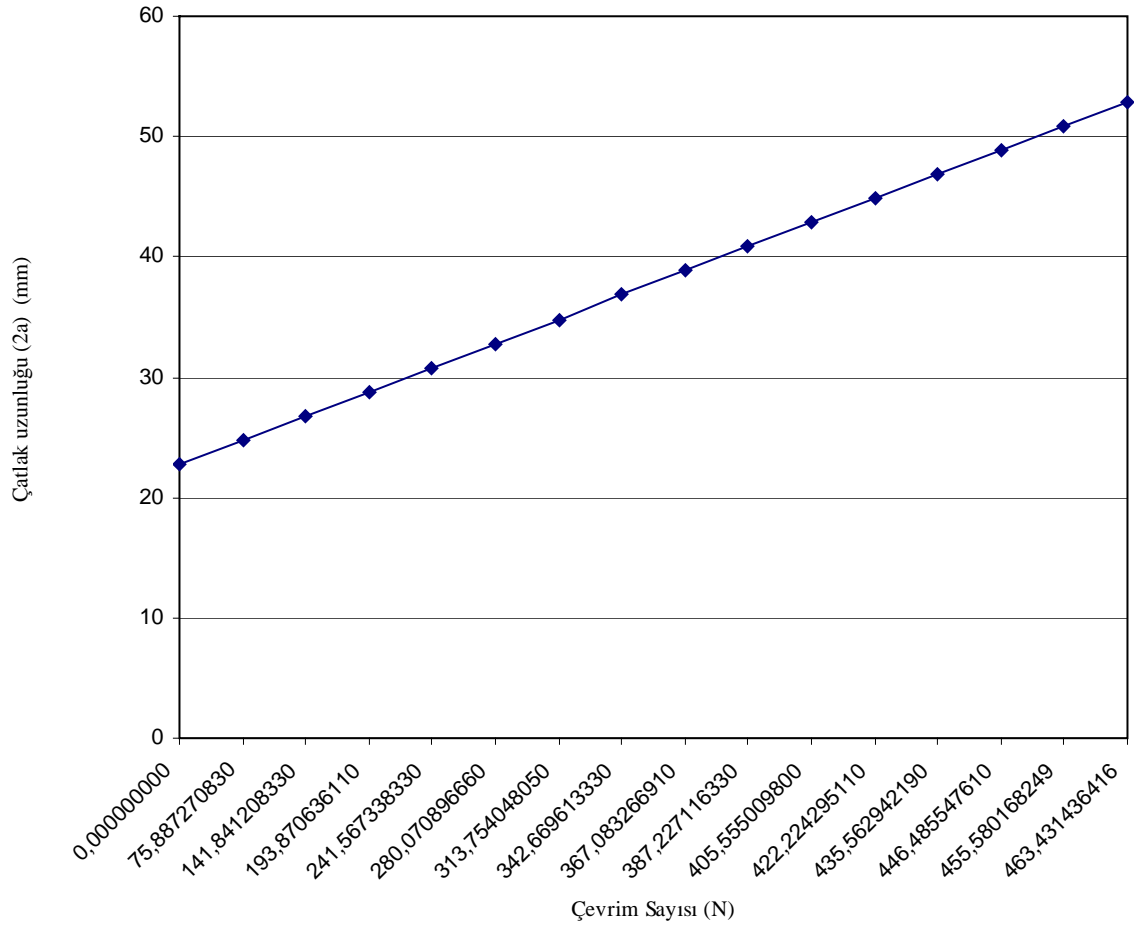
**Şekil 8.14.** Çevrim sayısı  $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği

$\Delta a = 0.01$  mm ile  $\Delta a = 0.05$  mm çatlak artış uzunlukları ile gerçekleştirilen iki çözüm için çatlak ilerleme hızlarını karşılaştırmada, Şekil 8.11 ve 8.14'te gösterilen grafiklerin eğimleri kullanılabilir. Bu durumda Şekil 8.11'deki çevrim sayısı  $N$ 'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiğinin eğiminin daha yüksek olduğu görülecektir. Yani  $\Delta a = 0.01$  mm ile gerçekleştirilen çözümde çatlak ilerleme hızı daha yüksek bulunmaktadır.

c) Aynı problem,  $\Delta \sigma = 120$  MPa çekme gerilmesi altında, ön çatlak boyunun daha kısa olduğu  $2a = 22.815$  mm durumu için incelendiğinde ise, çatlak boylarına karşılık elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ve çevrim sayısı artışı değerleri Ek-1.3'te gösterildiği gibidir. Burada çatlak artış uzunluğu ( $\Delta a$ ), 1 mm olarak seçilmiştir.



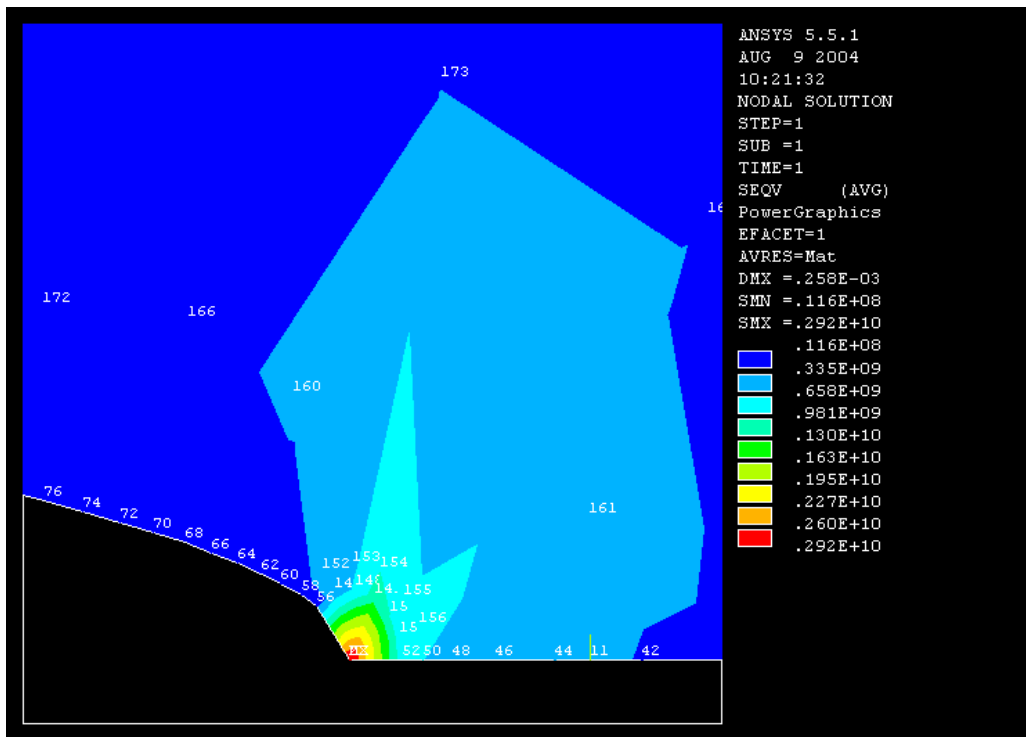
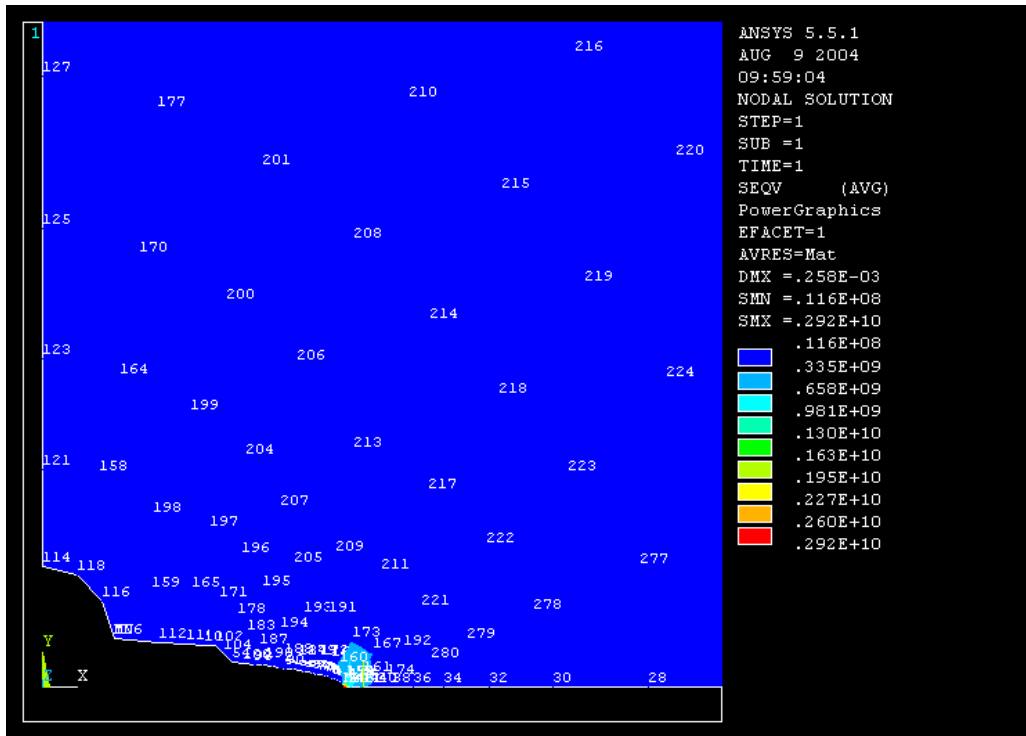
**Şekil 8.15.** Gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği



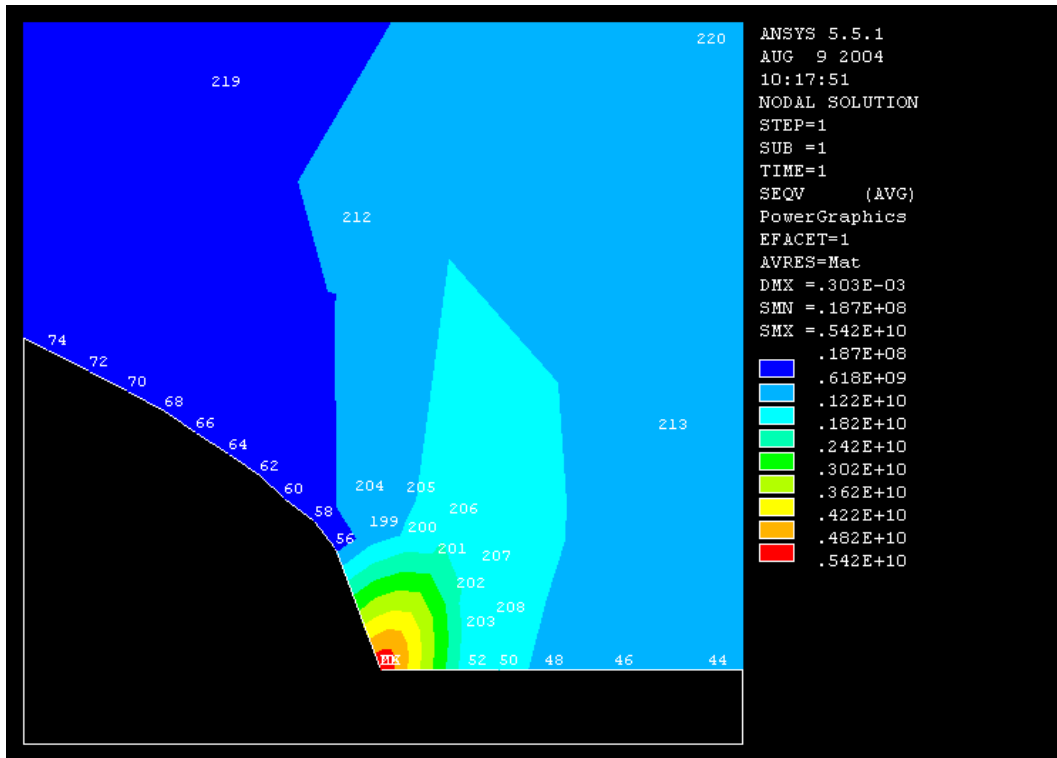
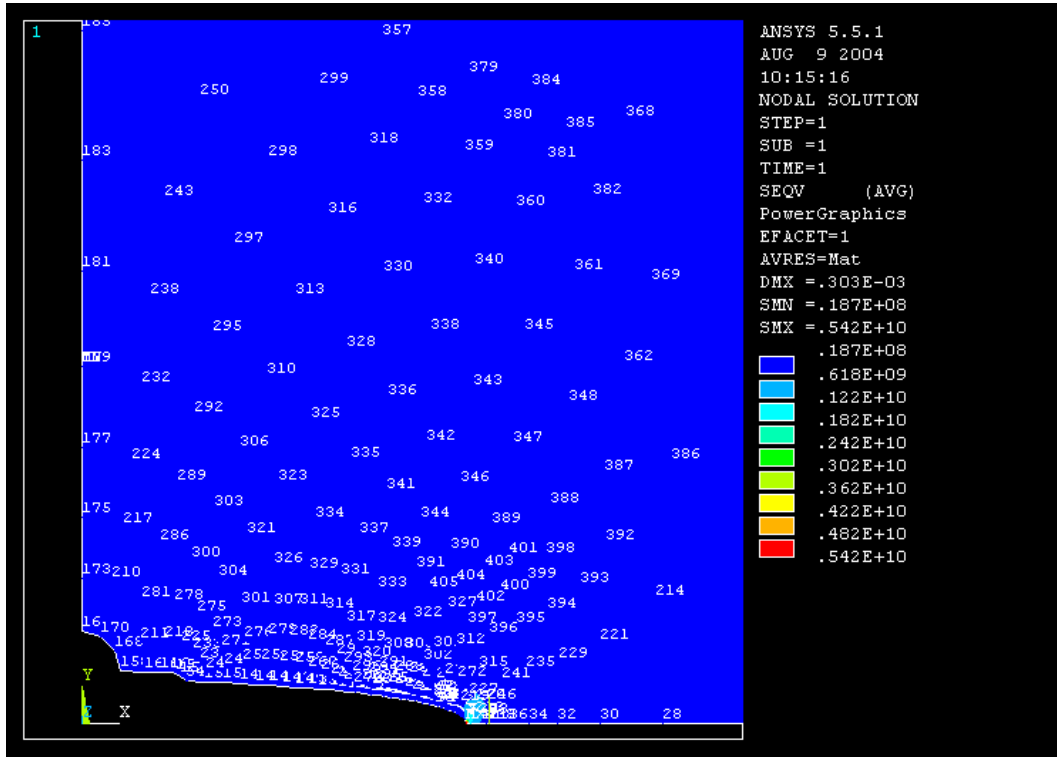
Şekil 8.16. Çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği

Çatlak boyu  $2a = 2 \times 26.4075 = 52.815$  mm olduğunda elde edilen  $K_I$  değeri  $K_{IC}$ 'yi aştığı için levha kırılacaktır.  $2a = 22.815$  mm'den  $2a = 52.815$  mm'ye ulaşınca kadar geçen çevrim sayısı ise 463.431436416, yani yaklaşık olarak 463 çevrimdir. Çatlak uzunluğu arttıkça, aynı çatlak artış oranı ( $\Delta a$ ) için Ek-1.3'teki çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) değerlerinin giderek azaldığı görülmektedir. Yani daha uzun çatlaklarda aynı  $\Delta a$  daha az çevrimle oluşmaktadır ki bu da çatlak uzadıkça çatlak ilerleme hızının arttığını göstermektedir.

$a = 11.4075$  mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı Şekil 8.17'de gösterilmiştir. Bu durumda elde edilen çatlak ucundaki yer değiştirmeler ise,  $U_{XC} = -0.23430E-04$  m,  $U_{YC} = 0$  m'dir.



Şekil 8.17.  $a = 11.4075$  mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı



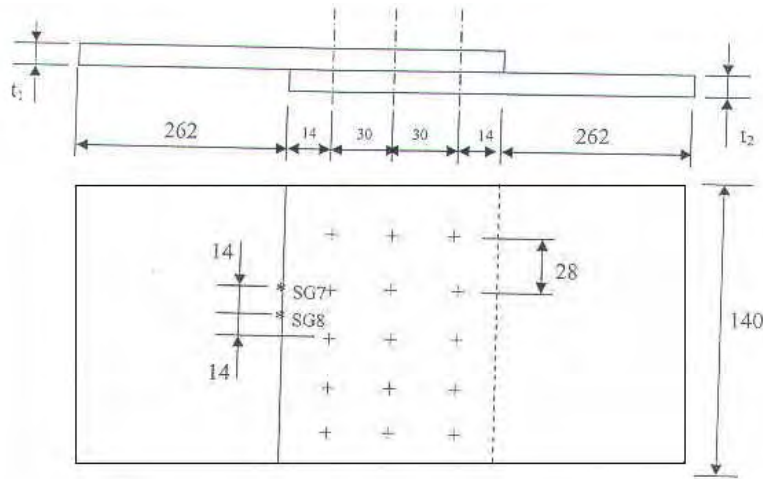
Şekil 8.18.  $a = 26.4075$  mm iken düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı

$a = 26.4075$  mm olduğunda düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı ise Şekil 8.18’de gösterildiği gibidir.

$a = 26.4075$  mm iken  $K_I = 0.45452E+08 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}}$  olup 2024-T3 Alüminyum alaşımlar için  $K_{IC}$  değeri olan  $0.44E+08 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}}$  aşılmıştır, yani levha kırılmıştır. Çatlak ucuna ait yer değiştirmeler ise  $UXC = -0.60663E-04 \text{ m}$ ,  $UYC = 0 \text{ m}$ ’dir.

## 8.2. Problem 2

Şekil 8.19’da gösterilen kanat yüzeyindeki üzerinde 15 perçin bulunan 2024-T3 Alüminyum alaşımı bir bindirme mafsalsının  $\Delta\sigma = 164.8 \text{ MPa}$  çekme gerilmesi altında ANSYS’te yorulma analizi gerçekleştirilmiştir. İlk perçin sütununun ilk iki perçininde çatlakların başladığı bir durumda yorulma ömrü hesaplanmıştır. Perçinlerin her iki tarafında her biri 1mm uzunluğunda toplam dört çatlak bulunmaktadır.  $\Delta\sigma = 164.8 \text{ MPa}$  gerilme değeri, C-15 uçağının 2500 uçuş saati, 3843 inişte kanat yük dağılımından elde edilmiş tipik bir değerdir [22].



Şekil 8.19. Üzerinde 15 perçin bulunan bindirme mafsalı [23]



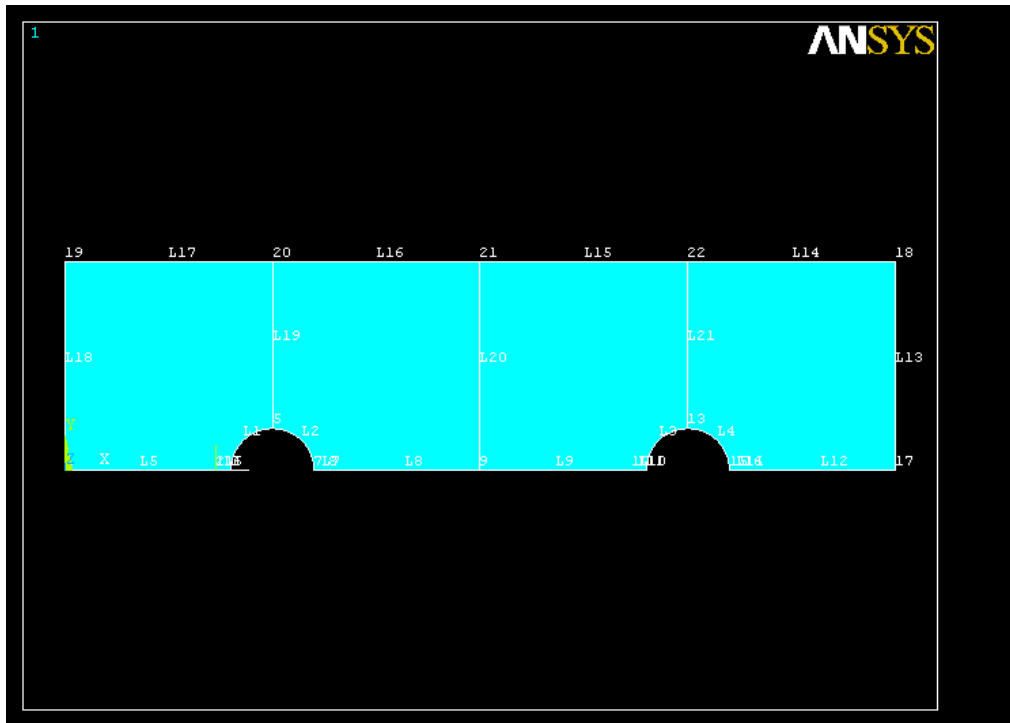
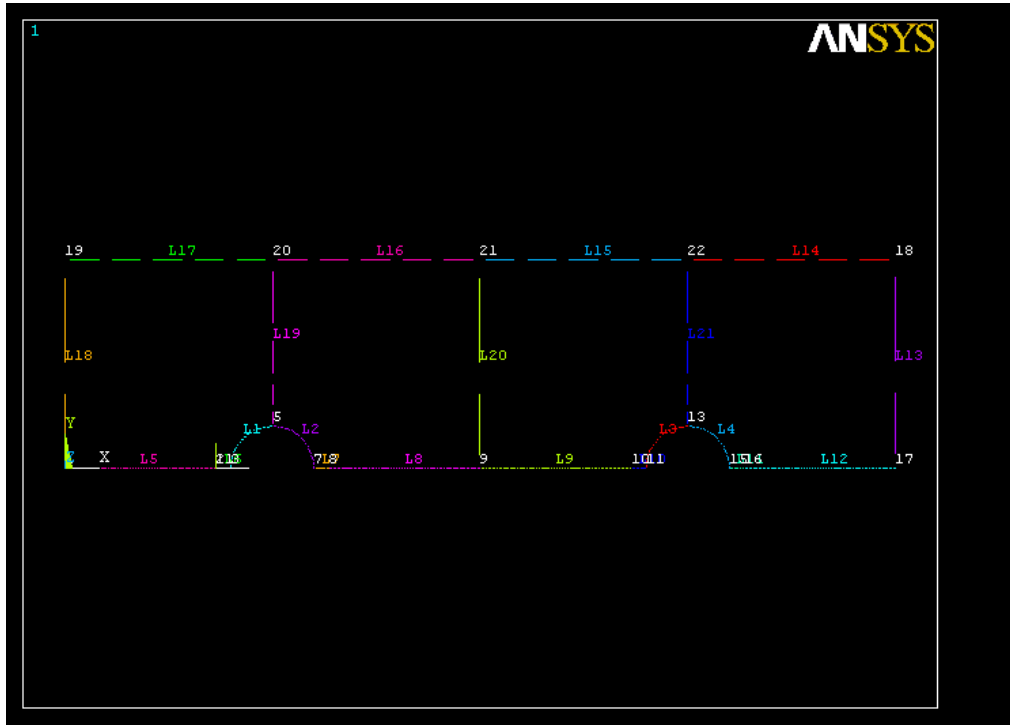
Üst levhada bulunan perçinlerin ilk sütunundaki ilk iki perçin incelenmiştir. Şekildeki üst levha kalınlığı  $t_1 = 2.5$  mm, alt levha kalınlığı  $t_2 = 2$  mm, levha genişliği 140 mm, her perçinin çapı ise  $d = 5.6$  mm' dir.

Simetri özellikleri kullanılarak levhanın yarısı iki boyutlu olarak modellenmiştir. Levha kalınlığı, levha genişliği ve uzunluğuna göre çok küçük olduğu için problemin çözümünde düzlem gerilme koşulları kullanılmıştır.

Çatlakların 1 mm olduğu durumda modeldeki anahtar noktaların koordinatları şu şekildedir:

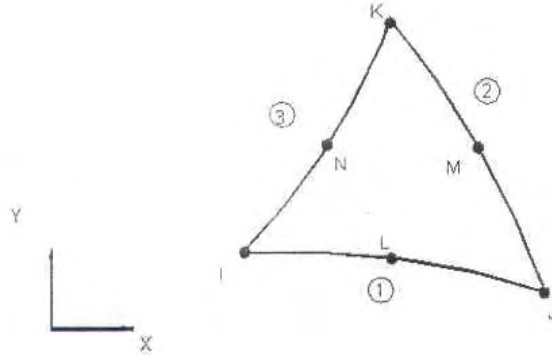
**Çizelge 8.4.** Yüklenmemiş yarım levha modelinde anahtar nokta koordinatları

NO.	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.102000E-01	0.000000	0.000000
3	0.112000E-01	0.000000	0.000000
4	0.120201E-01	0.197989E-02	0.000000
5	0.140000E-01	0.280000E-02	0.000000
6	0.159799E-01	0.197989E-02	0.000000
7	0.168000E-01	0.000000	0.000000
8	0.178000E-01	0.000000	0.000000
9	0.280000E-01	0.000000	0.000000
10	0.382000E-01	0.000000	0.000000
11	0.392000E-01	0.000000	0.000000
12	0.400201E-01	0.197989E-02	0.000000
13	0.420000E-01	0.280000E-02	0.000000
14	0.439799E-01	0.197989E-02	0.000000
15	0.448000E-01	0.000000	0.000000
16	0.458000E-01	0.000000	0.000000
17	0.560000E-01	0.000000	0.000000
18	0.560000E-01	0.140000E-01	0.000000
19	0.000000	0.140000E-01	0.000000
20	0.140000E-01	0.140000E-01	0.000000
21	0.280000E-01	0.140000E-01	0.000000
22	0.420000E-01	0.140000E-01	0.000000

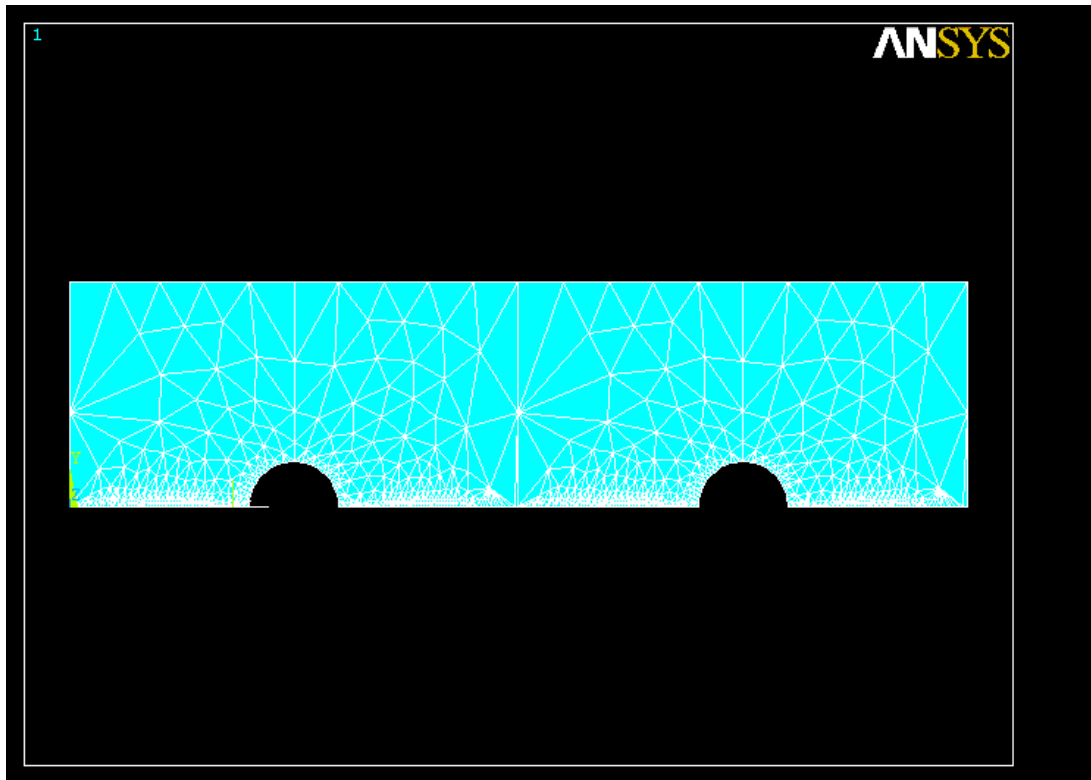


Şekil 8.20. Yarım levha geometrik modeli (L6, L7, L10 ve L11 çatlakları ifade etmektedir)

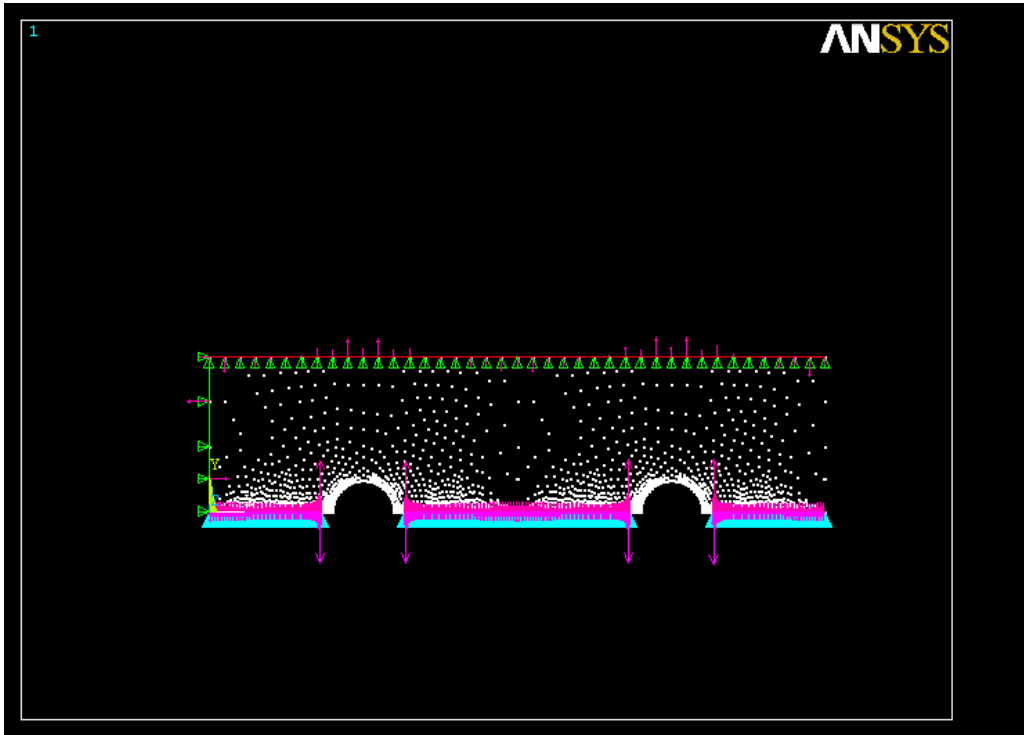
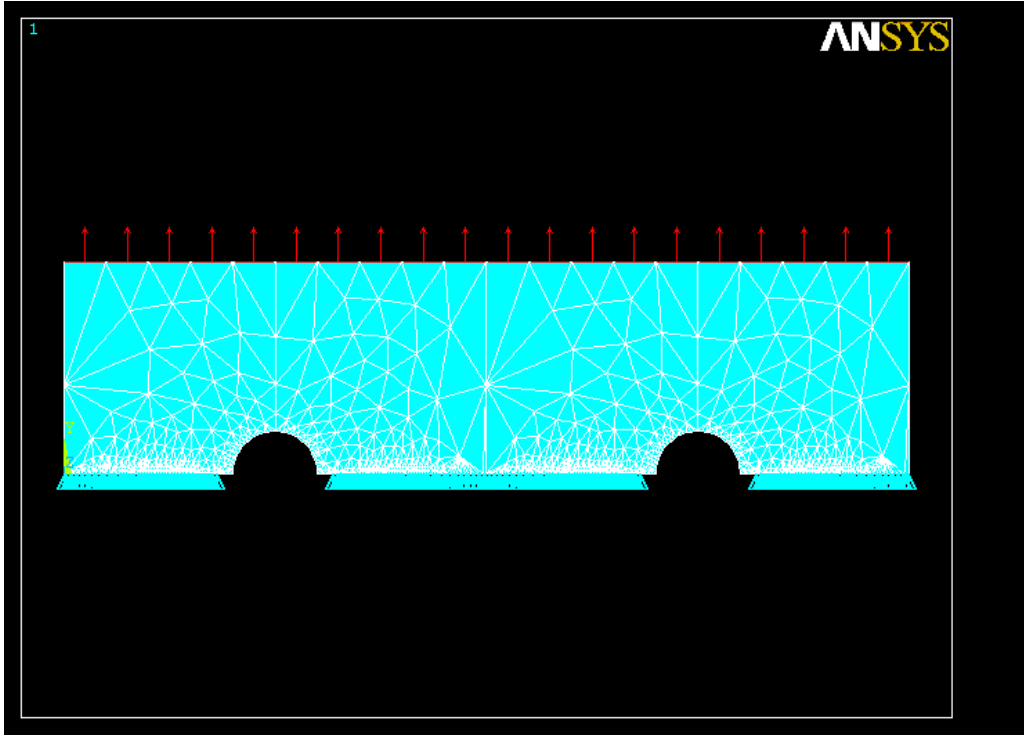
Sonlu elemanlar modelinde iki boyutlu 6 düğüm noktalı PLANE 2 elemanı kullanılmıştır. Çatlak uçlarında, eleman kenarlarının ortasındaki düğüm noktaları kenarların  $\frac{1}{4}$  'ünde bulunan noktalara kaydırılmıştır.



Şekil 8.21. İki boyutlu 6 düğüm noktalı PLANE2 elemanı [15]



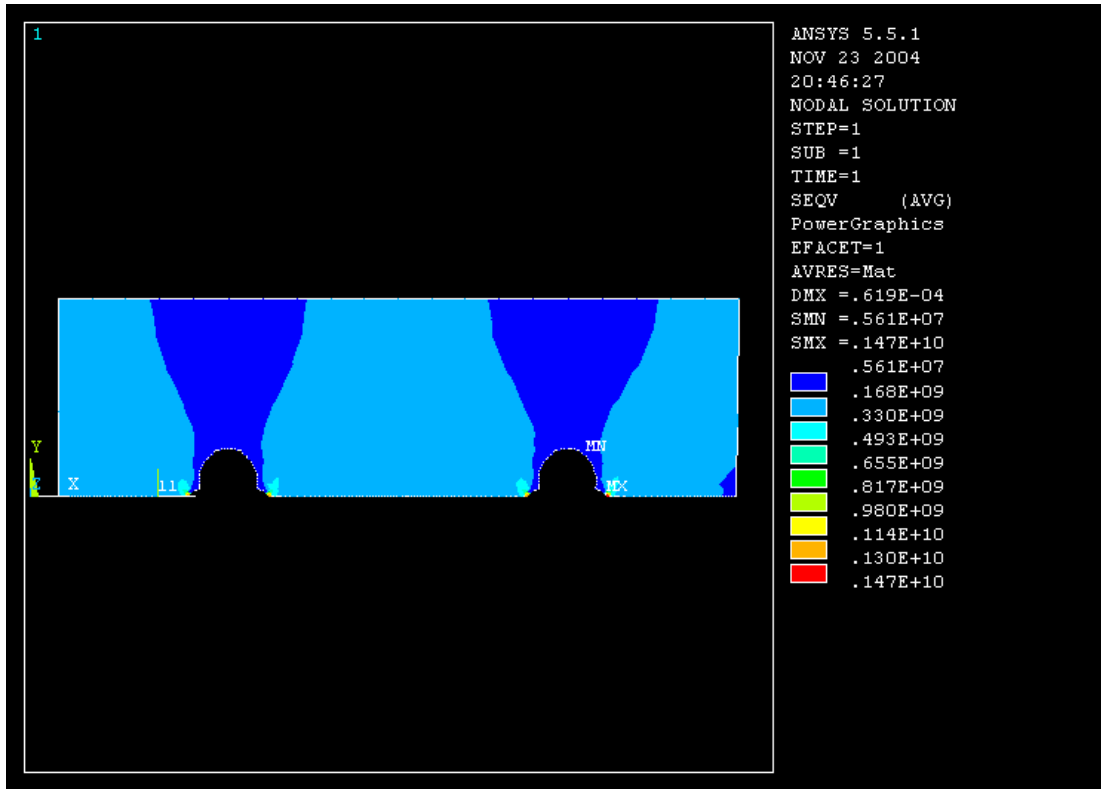
Şekil 8.22. Levhadaki ağ örgüsü



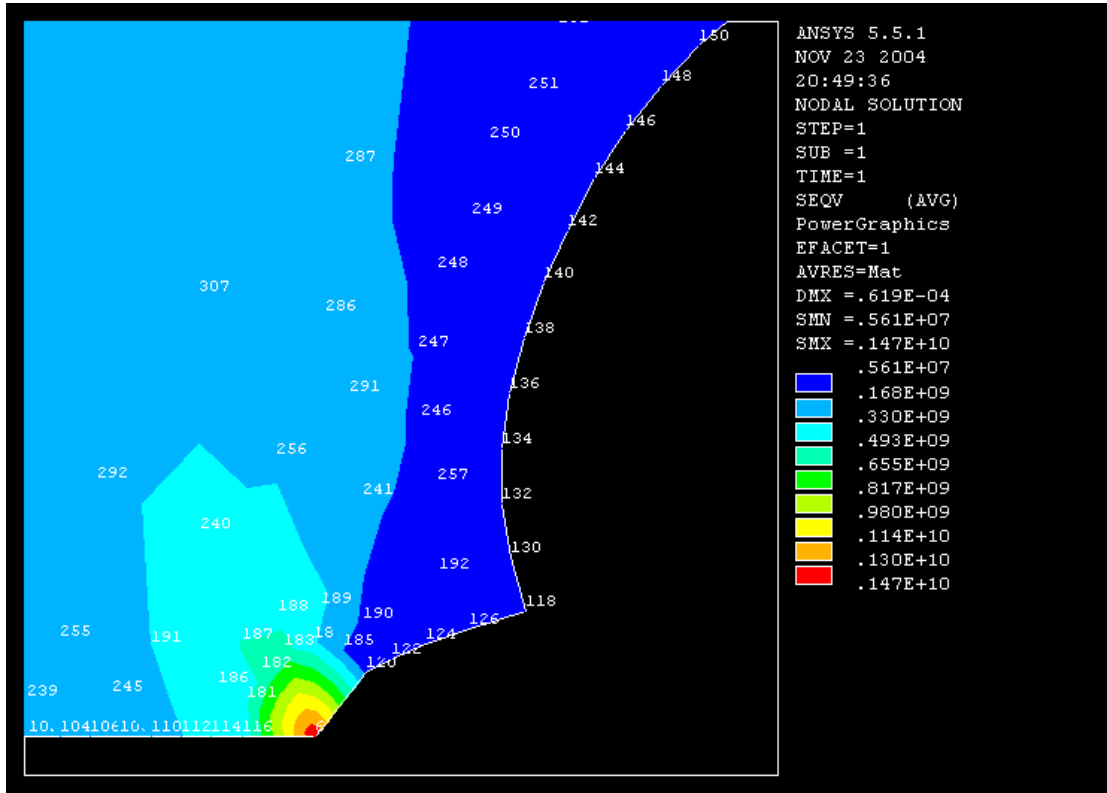
Şekil 8.23. Levha üzerindeki gerilme ve kısıtlamalar

Levhanın üst yüzeyine  $\Delta\sigma = 164.8\text{MPa}$  çekme gerilmesi uygulanmıştır. Şekil 8.23'ten görülebileceği gibi levha yarım olarak modellendiği için, alt yüzeyinde çatlakların haricindeki kısımlar (L5, L8, L9, L12 çizgileri) y yönünde kısıtlanmıştır. Ayrıca levha yine alt yüzeyde bir noktada hem x, hem y yönlerinde kısıtlanmalıdır. Bu nedenle levhanın sağ alt ucundaki 17 no'lu anahtar nokta seçilerek hem x, hem y yönlerinde kısıtlanmıştır. Bunlara ek olarak, levhanın sol kenarına x, üst yüzeyine de y yönünde "couple" uygulanmıştır.

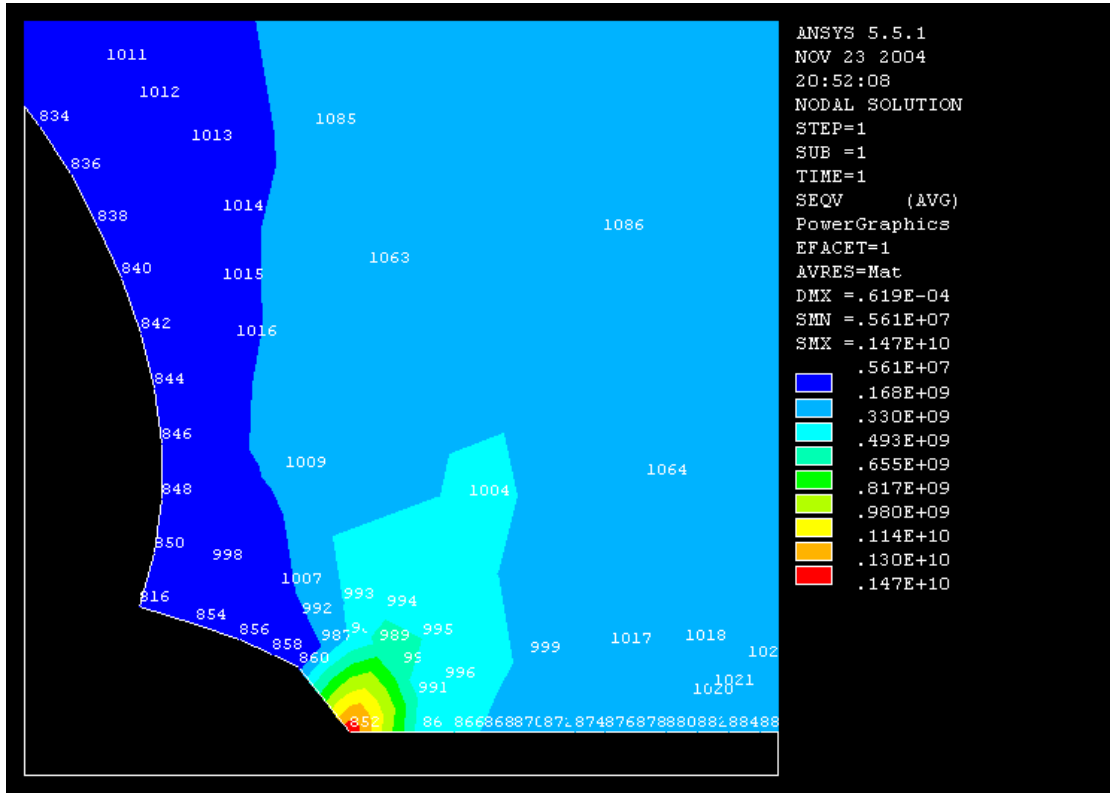
ANSYS ile gerçekleştirilen sonlu elemanlar çözümü sonucunda düğüm noktalarına ait elde edilen Von Mises gerilme dağılımı ise Şekil 8.24(a-g)'de gösterilmiştir.



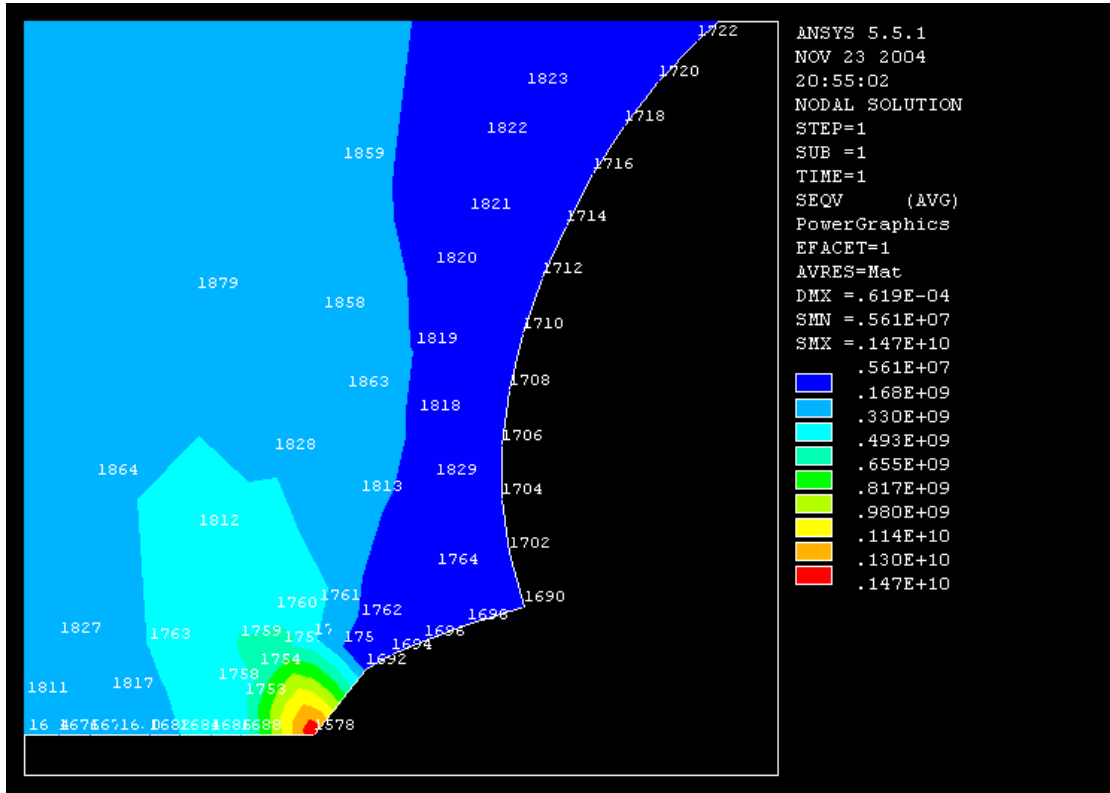
Şekil 8.24(a) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı



**Şekil 8.24(b)** Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 1 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

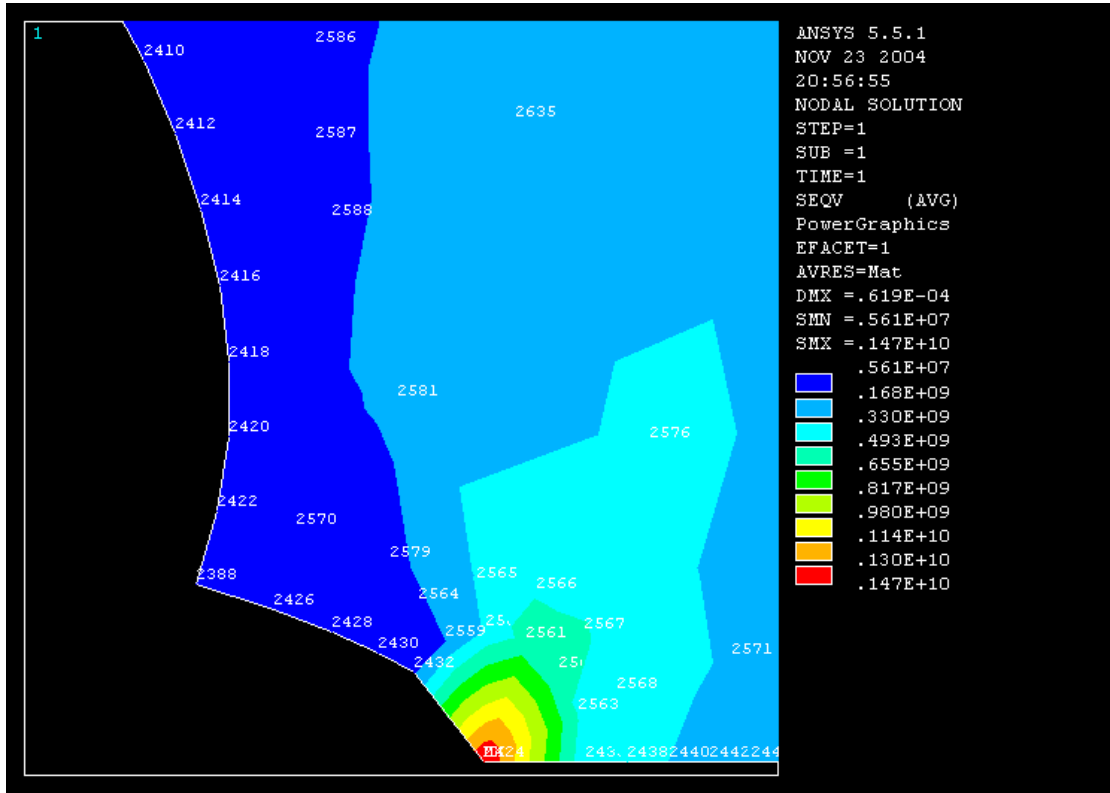


Şekil 8.24(c) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 2 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

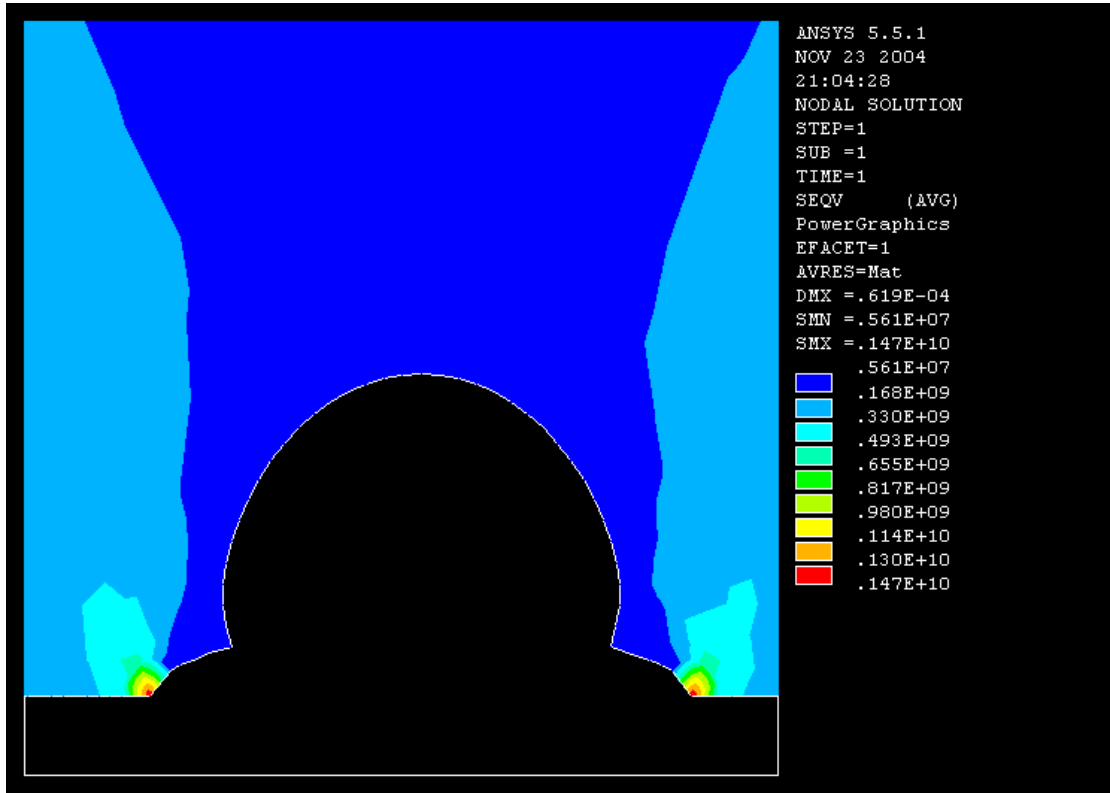


**Şekil 8.24(d)** Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 3 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

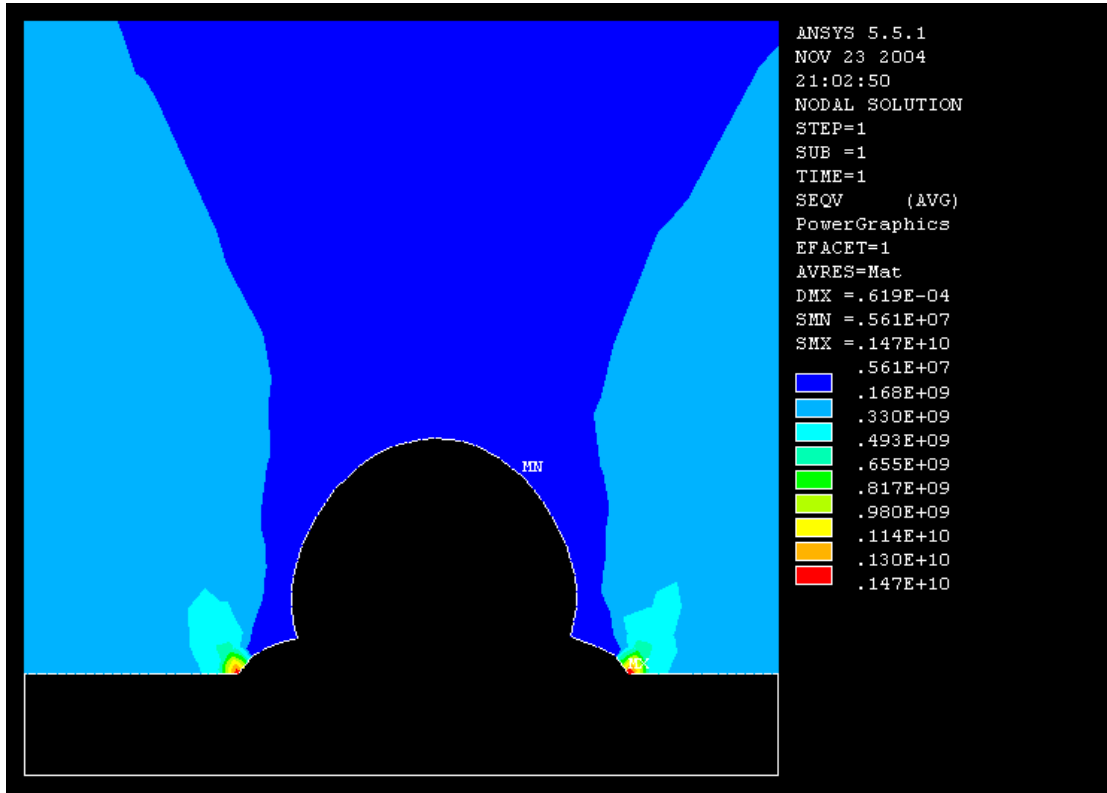




Şekil 8.24(e) Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken, çatlak 4 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

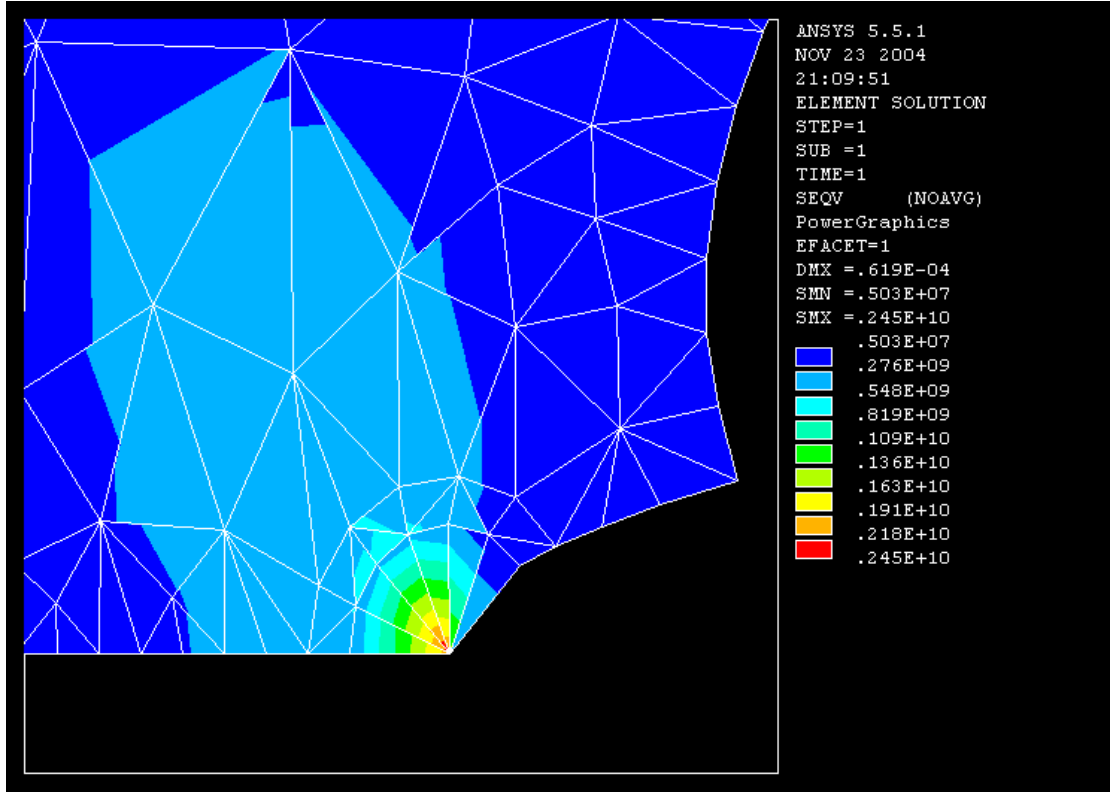


**Şekil 8.24(f)** Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken ilk perçin etrafında (çatlak 1 ve 2) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı



**Şekil 8.24(g)** Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken ikinci perçin etrafında (çatlak 3 ve 4) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

Çatlak 1 etrafındaki elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı ise Şekil 8.25'te görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi çatlak ucundaki elemanlar deforme olmuştur.



**Şekil 8.25.** Perçinlerin her iki yanındaki çatlaklar 1 mm iken çatlak 1 etrafındaki elemanlara ait Von Mises gerilme dağılımı

Çatlak ucuna ait yer değiştirmeler ise çatlak 1 için  $U_{XC} = 0.51523E-04$  m,  $U_{YC} = 0$  m; çatlak 2 için  $U_{XC} = 0.25214E-04$  m,  $U_{YC} = 0$  m; çatlak 3 için  $U_{XC} = 0.28048E-04$  m,  $U_{YC} = 0$  m ; çatlak 4 için  $U_{XC} = 0.45964E-06$  m,  $U_{YC} = 0$  m, olarak bulunmuştur.

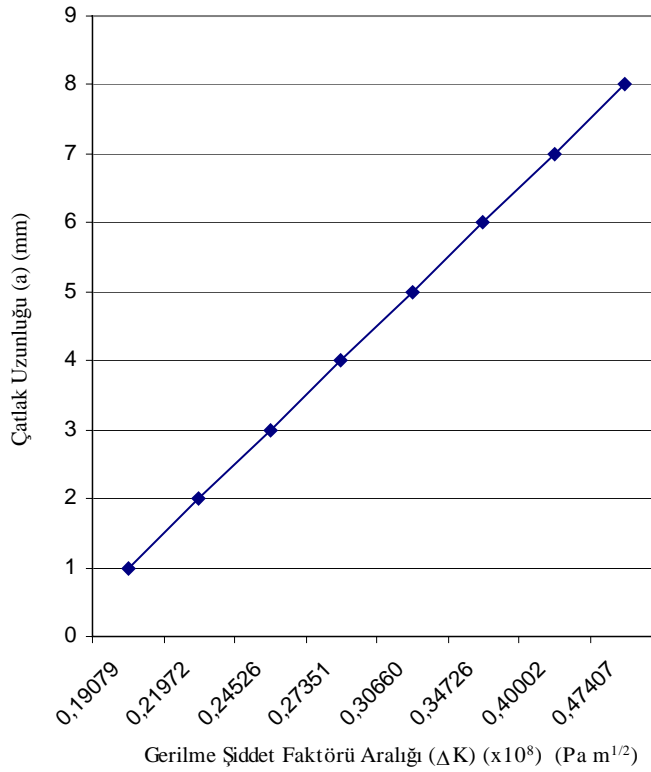
$\Delta\sigma = 164.8$  MPa çekme gerilmesi uygulanarak elde edilen gerilme şiddet faktörleri ise, çatlak 1 için  $K_I = 0.19079E+08$  Pa $\sqrt{m}$ ; çatlak 2 için  $K_I = 0.19060E+08$  Pa $\sqrt{m}$ ; çatlak 3 için  $K_I = 0.19238E+08$  Pa $\sqrt{m}$ ; çatlak 4 için  $K_I = 0.19448E+08$  Pa $\sqrt{m}$  'dir.

Çatlak 1'in gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K_I$ ,  $\Delta a = 1$  mm,  $C = 3.6 \times 10^{-35}$  ve  $m = 4$  değerleri Paris-Erdoğan eşitliğinde yerine koyularak çevrim sayısı artışı  $\Delta N = 209.640441$  olarak hesaplanmıştır. Daha sonra ise  $\Delta a = 1$  mm'lik çatlak artış

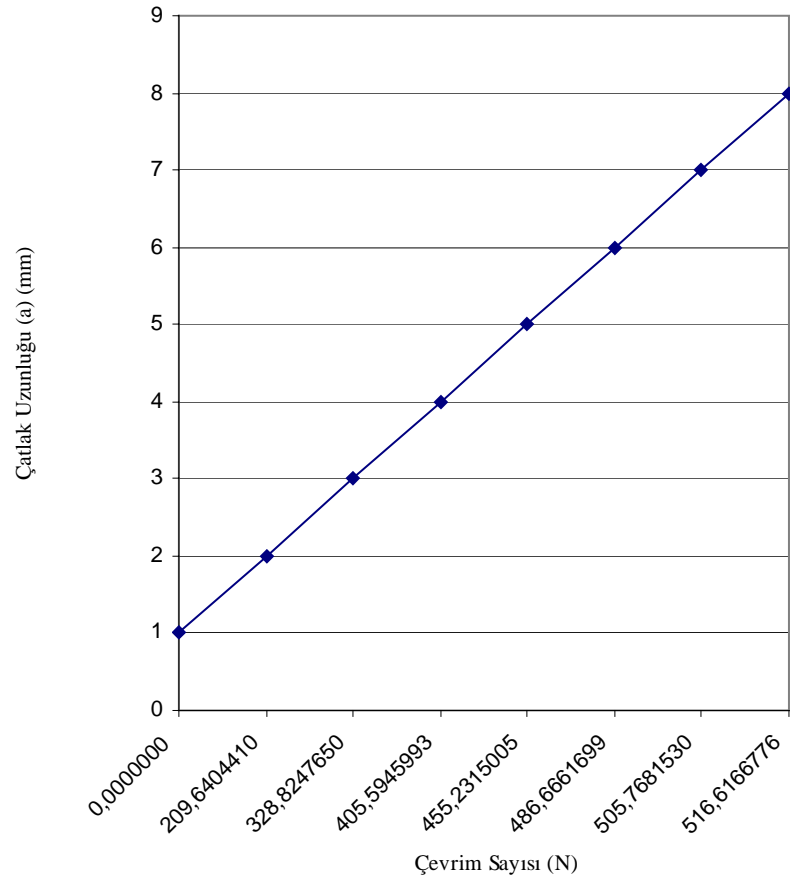
uzunluğu için, hesaplanan bu  $\Delta N$  değeri ile çatlak 2, 3 ve 4'ün  $K_I$  değerleri Paris- Erdoğan eğitliğinde yerine koyularak her çatlak için uzama miktarı belirlenmiştir. Örneğin, çatlak 1, 1 mm'den 2 mm'ye uzadığında çatlak 2 için uzama miktarı 0.996022503 mm, çatlak 3 için uzama miktarı 1.033754107 mm, çatlak 4 için uzama miktarı 1.07963598 mm olacaktır.

Çatlak 1, her arttırıldığında çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) yeniden hesaplanarak diğer çatlakların uzama miktarları bulunmuştur. Böylelikle çatlaklar uzama miktarları kadar arttırılarak her defasında levha yeniden modellenmiş, yüklenmiş ve sonlu elemanlar çözümlü elde edilmiştir. 2024-T3 Alüminyum alaşımı için kırılma tokluğu değerleri olan  $K_{IC} = 0.44E+08 \text{ Pa} \sqrt{\text{m}}$  'ye ulaşılınca kırılma meydana gelmiştir.

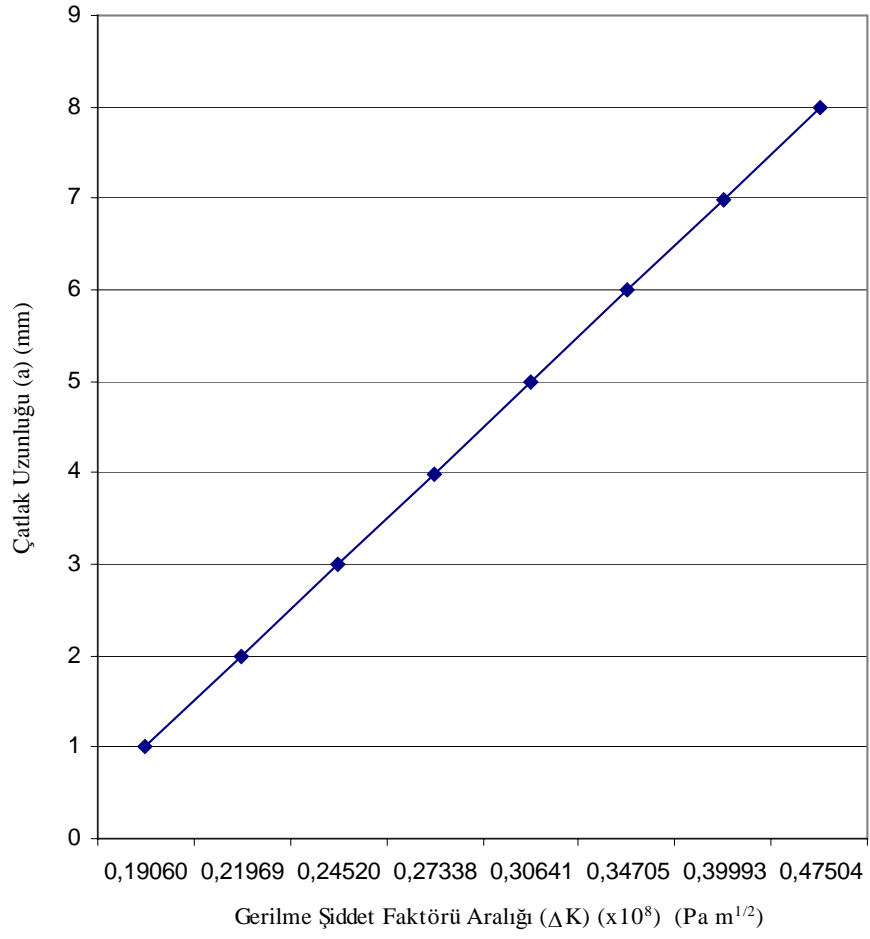
Her çatlak boyuna karşılık elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ve çevrim sayısı artışı değerleri Ek-1.4 ve Ek-1.5'te gösterildiği gibidir.



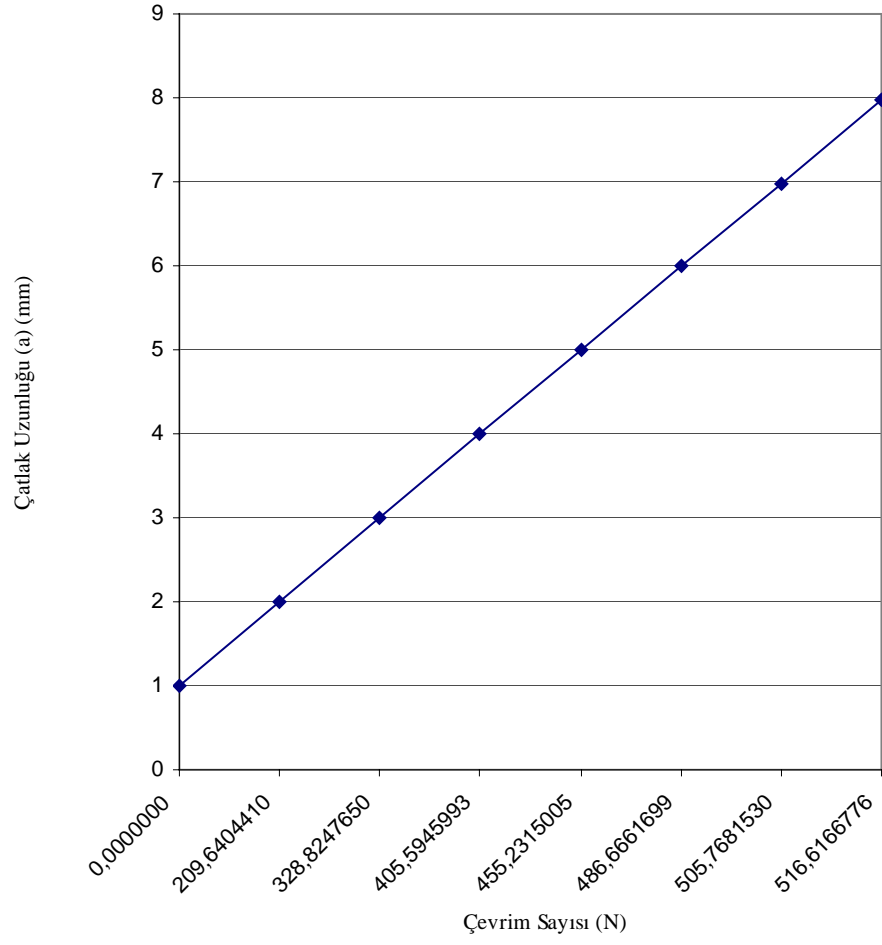
**Şekil 8.26.** Çatlak 1 için, gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği



Şekil 8.27. Çatlak 1 için, çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği

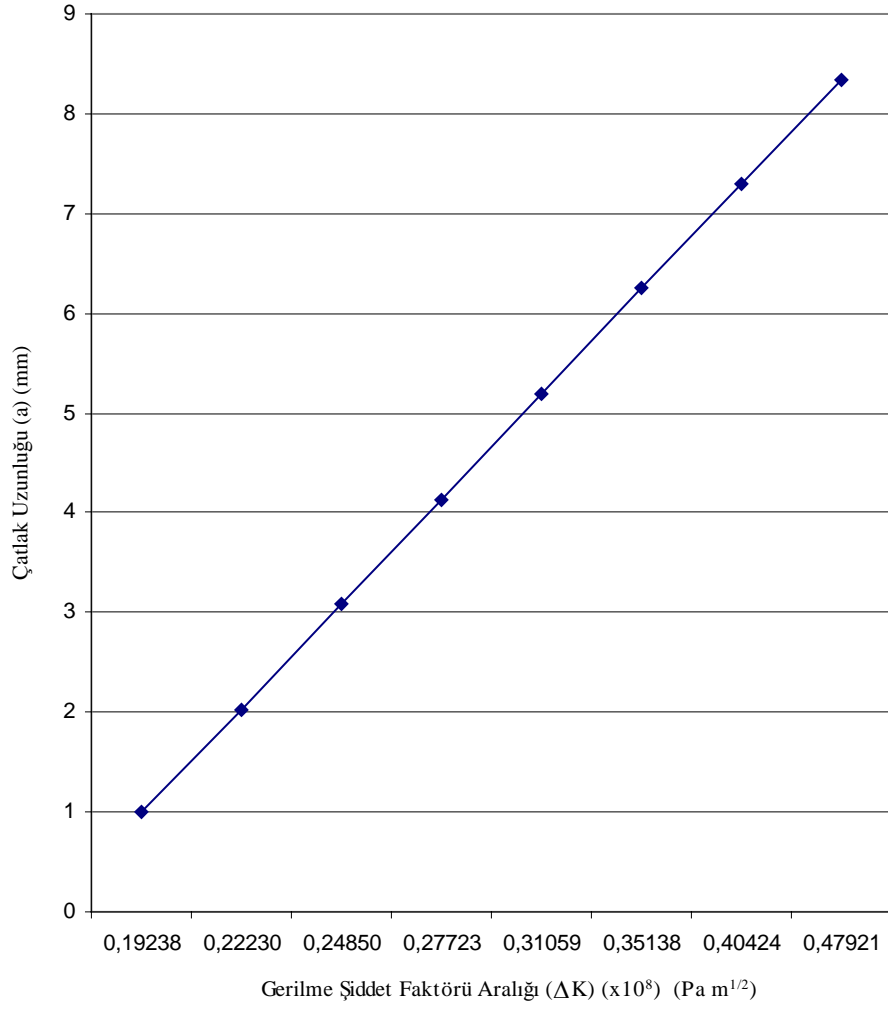


**Şekil 8.28.** Çatlak 2 için, gerilme şiddet faktörü aralığı ΔK'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği

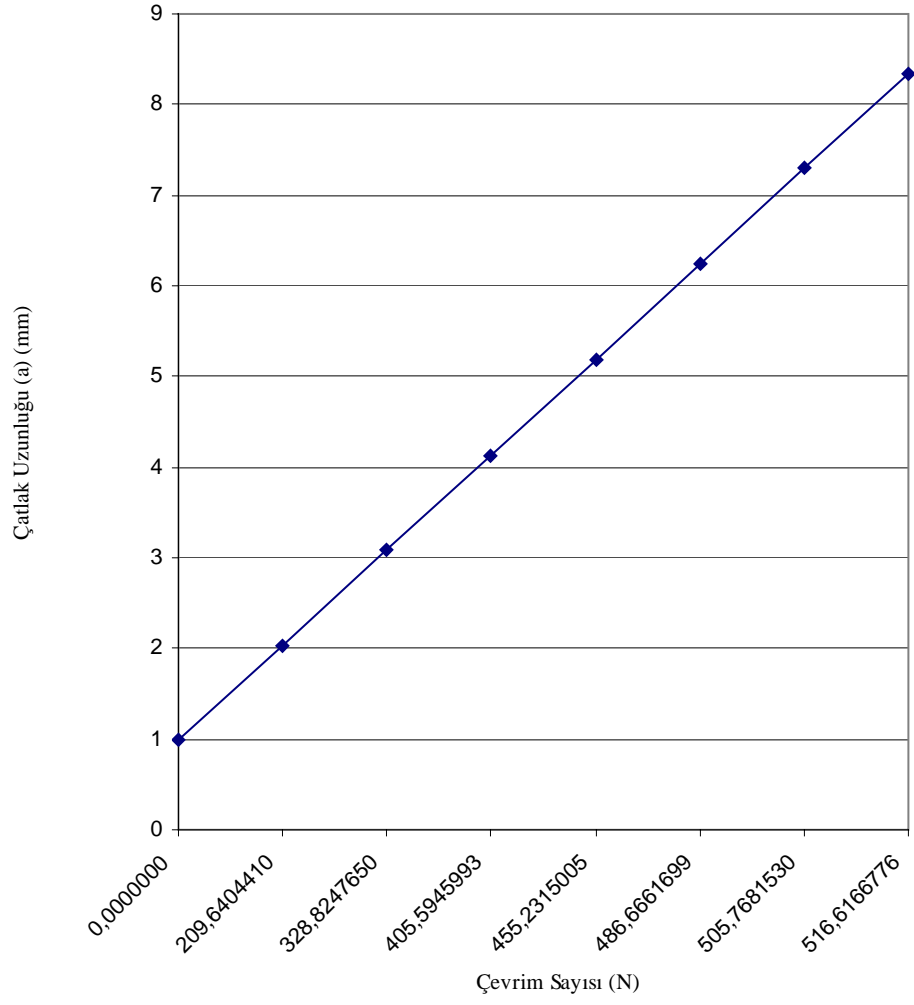


Şekil 8.29. Çatlak 2 için, çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği

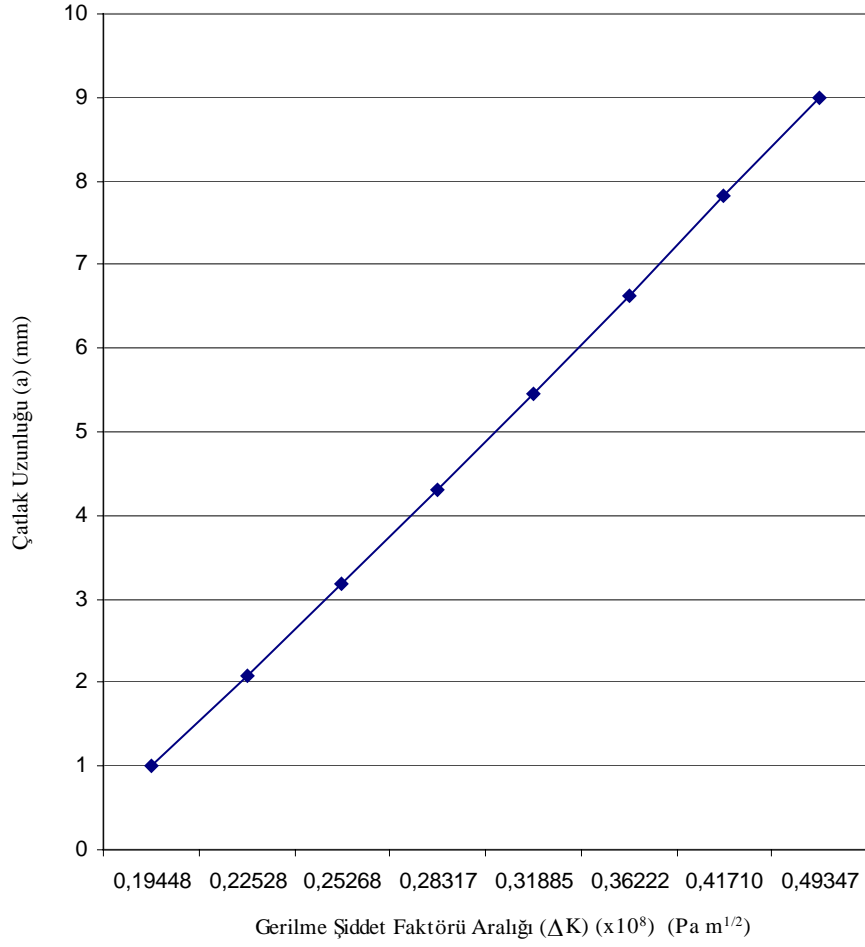




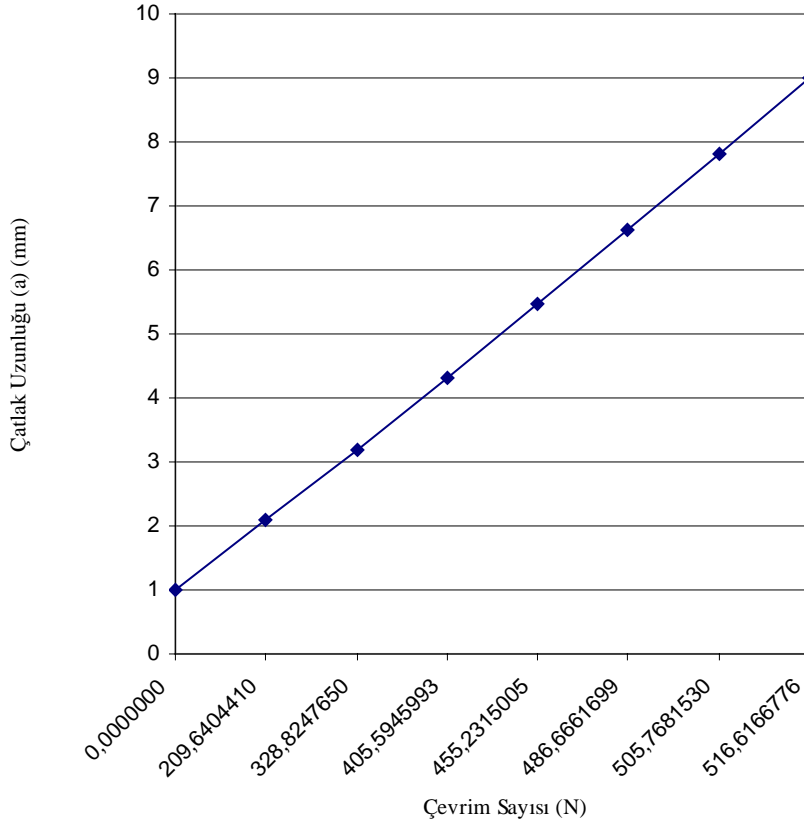
Şekil 8.30. Çatlak 3 için, gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği



Şekil 8.31. Çatlak 3 için, çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği



Şekil 8.32. Çatlak 4 için, gerilme şiddet faktörü aralığı ΔK'ya karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği



**Şekil 8.33.** Çatlak 4 için, çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (a) grafiği

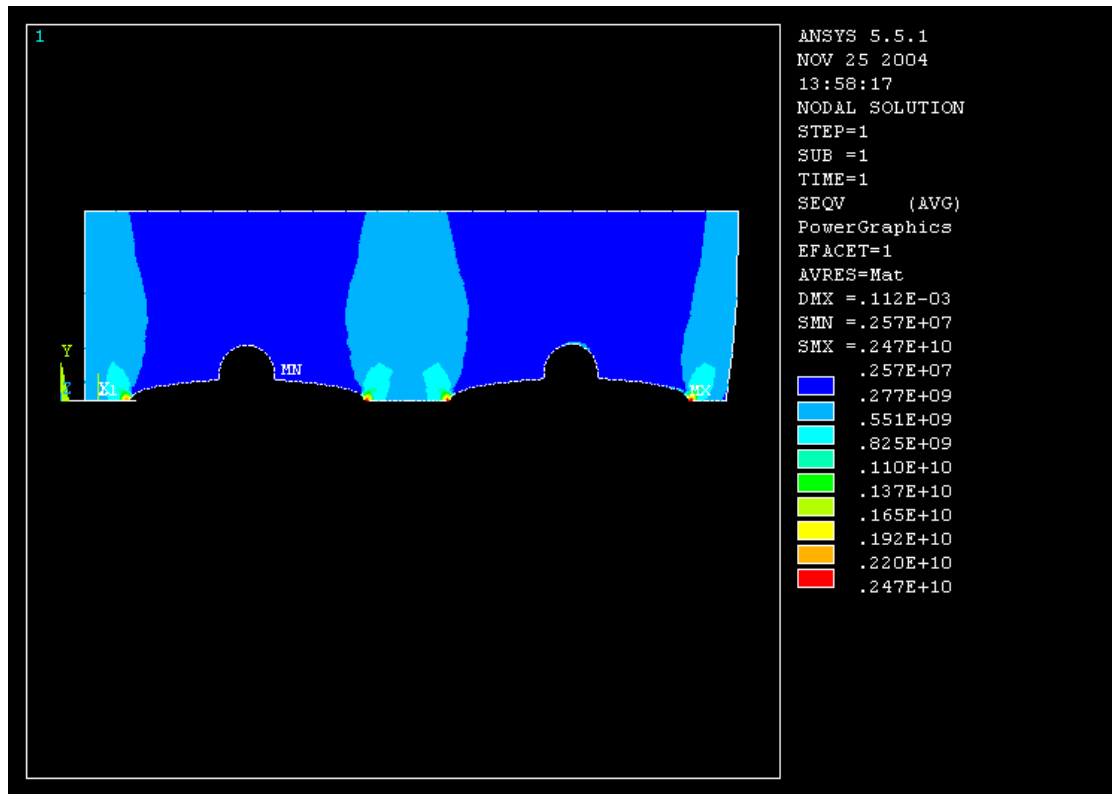
Levha kırıldığında çatlak 1'in uzunluğu,  $a = 8$  mm; çatlak 2'nin uzunluğu  $a = 7.986805527$  mm; çatlak 3'ün uzunluğu  $a = 8.335237495$  mm; çatlak 4'ün uzunluğu  $a = 8.995794461$  mm'ye ulaşmıştır.

Gerilme şiddet faktörü aralığı değeri, çatlak 4 için en büyüktür. Bu durum gayet mantıklıdır. Çünkü kırılma tokluğuna ulaşıldığında çatlak 4 en uzun çatlaktır. Uzun çatlaklar ve yakınında gerilme konsantrasyonu ve dolayısıyla gerilme şiddet faktörü aralığı, kısa çatlaklara göre daha yüksektir. Bu nedenle çatlak 4'teki gerilme şiddet faktörü aralığı değerinin en yüksek olması beklenir. Çatlak 4'ten sonra en uzun ikinci çatlak olan çatlak 3'te gerilme şiddet faktörü aralığı yine aynı sebepten dolayı çatlak 1 ve 2'deki gerilme şiddet faktörlerinden büyük ve çatlak 4'tekinden küçüktür. Çatlak 1'e göre daha kısa olmasına rağmen çatlak 2'deki gerilme şiddet

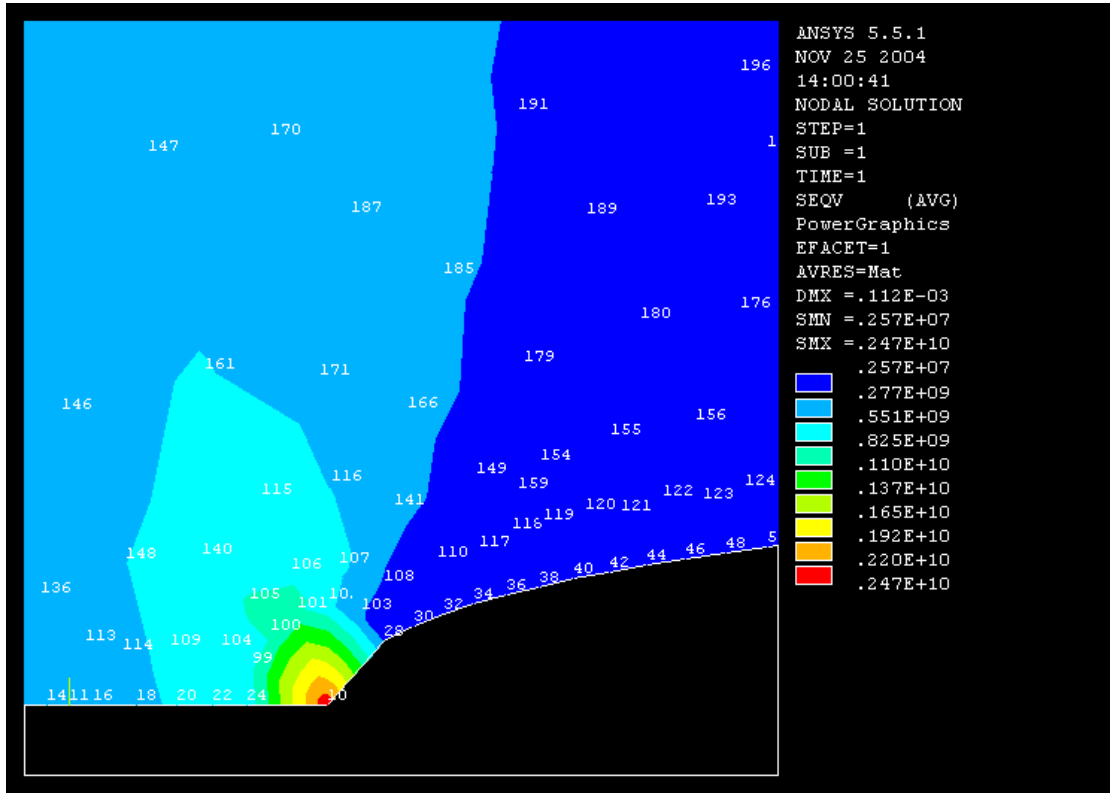
faktörü aralığının çatlak 1'dekinden daha büyük olmasının sebebi; çatlak 1'e komşu bir çatlak bulunmaması, buna karşın çatlak 2'nin, gerilme şiddet faktörü aralığı ve gerilme konsantrasyonu yüksek olan çatlak 3'e komşu olması olabilir.

2024-T3 Alüminyum alaşımı için kırılma tokluğu değeri olan  $K_{IC} = 0.44E+08$   $\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$  'ye ulaşıncaya kadar geçen çevrim sayısı 516.6166776, yani yaklaşık olarak 517 çevrimdir. Her iki perçin etrafındaki çatlakların 1mm olduğu durumda,  $\Delta\sigma = 164.8$  MPa çekme gerilmesi altında 517 çevrim sonrasında kırılma meydana gelecektir.

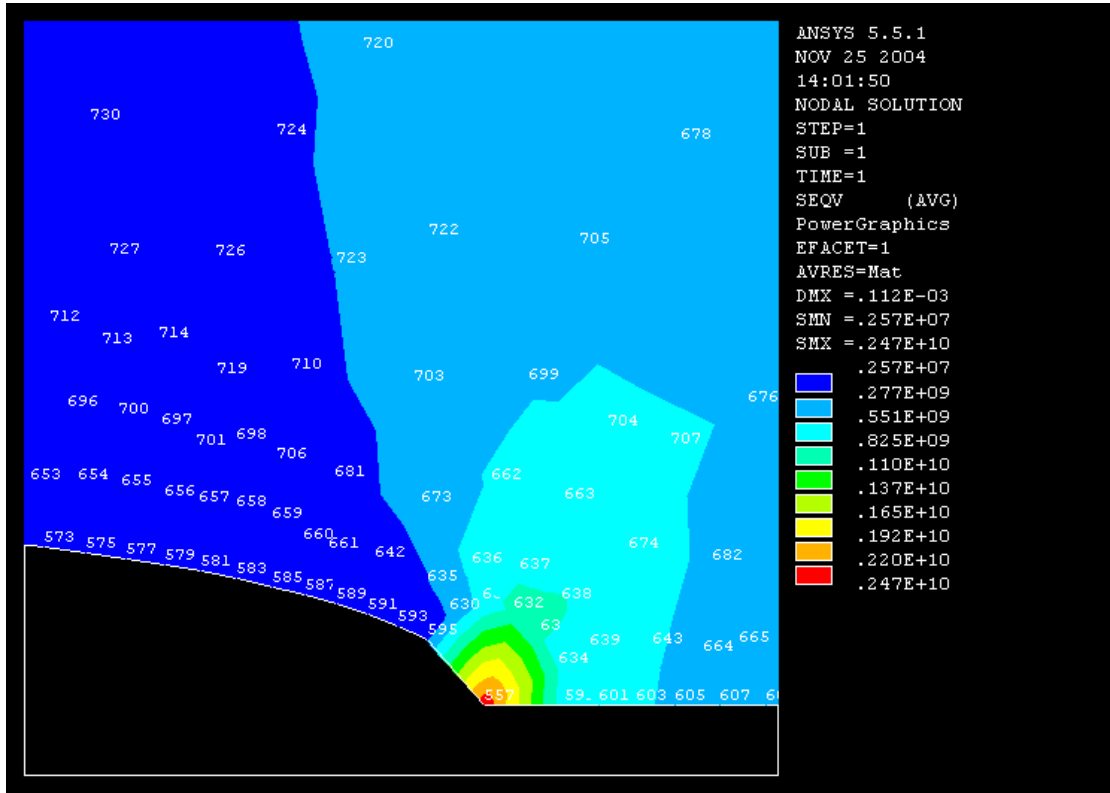
Düğüm noktalarına ait Von Mises gerilme dağılımı,  $K_{IC}$  değeri aşıldığında Şekil 8.34(a-g)'de gösterildiği gibidir.



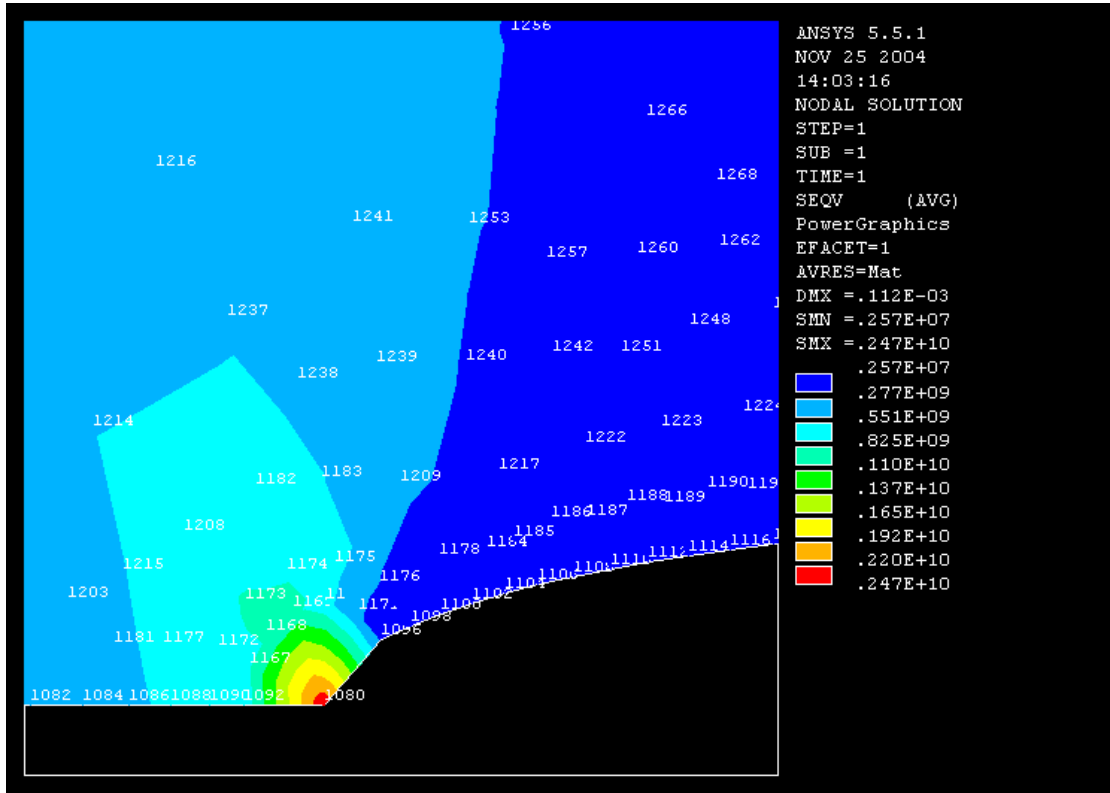
Şekil 8.34(a) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı



**Şekil 8.34(b)** Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 1 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

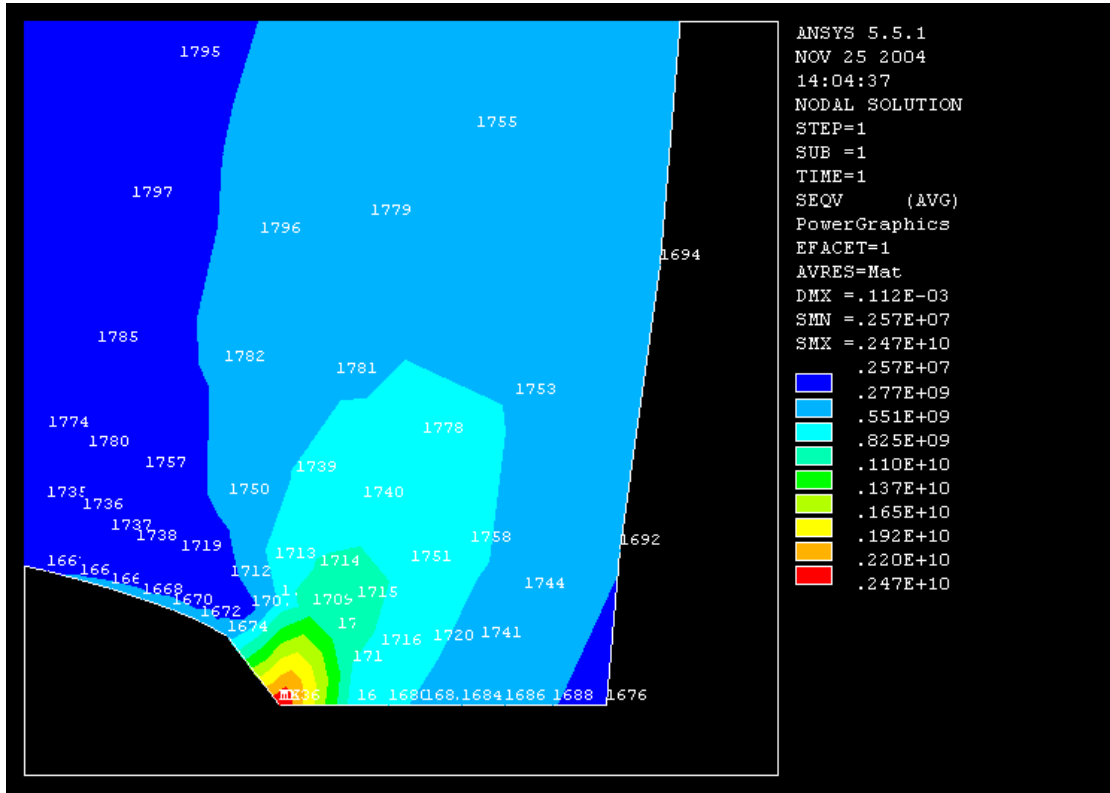


Şekil 8.34(c) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 2 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

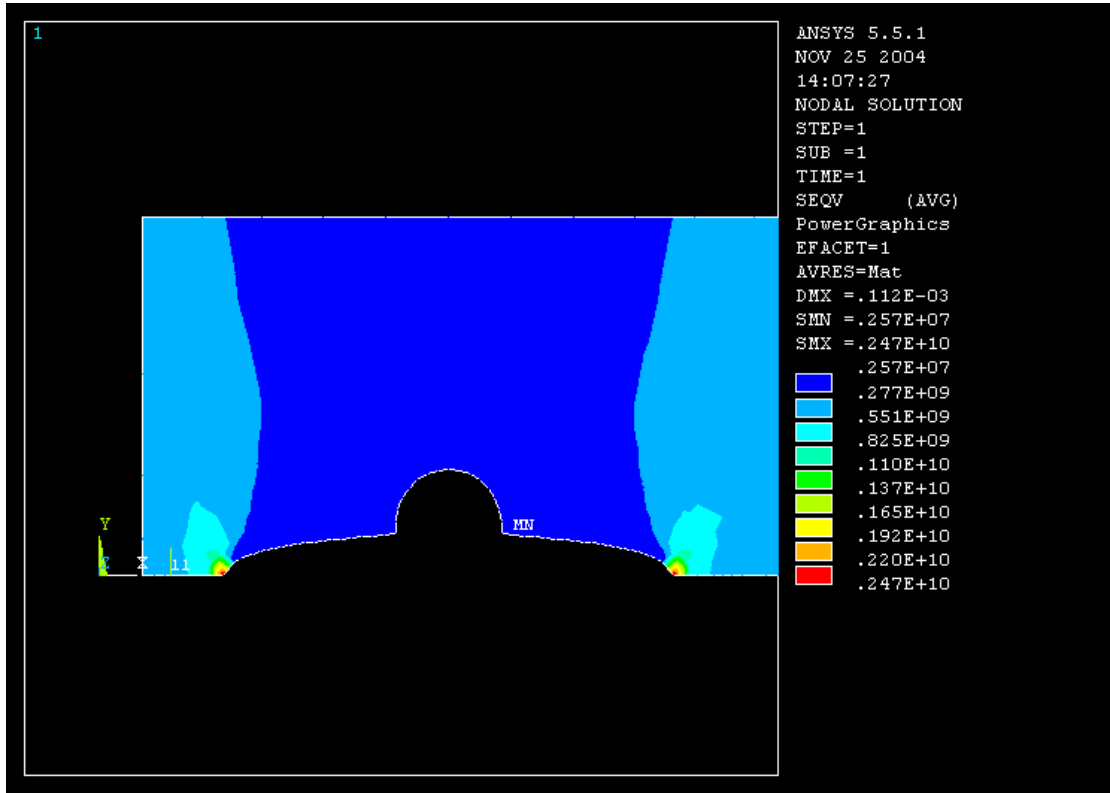


**Şekil 8.34(d)** Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 3 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

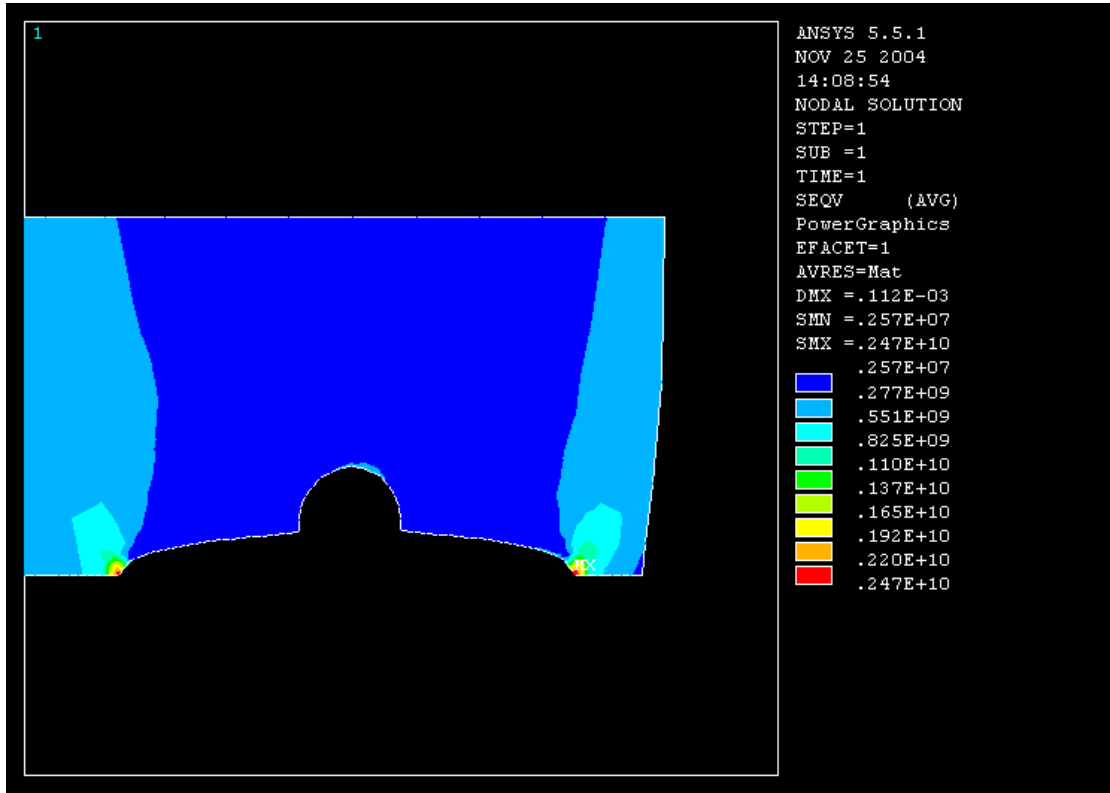




Şekil 8.34(e) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, çatlak 4 etrafında bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı



Şekil 8.34(f) Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, ilk perçin etrafında (çatlak 1 ve 2) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı



**Şekil 8.34(g)** Kırılma tokluğu aşıldığı durumda, ikinci perçin etrafında (çatlak 3 ve 4) bulunan düğüm noktalarındaki gerilme dağılımı

## 9. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER

### 9.1. Genel Sonuçlar ve Sonuçların Yorumlanması

Farklı gerilme değerleri ile çatlak uzunluklarının yorulma ömrüne etkisinin araştırıldığı bu çalışmada şu sonuçlara varılmıştır:

1. Gerilme değeri ve ön çatlak uzunluğu daha büyük olduğunda, parça kırılıncaya kadar geçen toplam çevrim sayısı değerlerinin daha küçük olduğu yapılan hesaplamalarda görülmüştür. Örneğin, aynı geometride,  $\Delta\sigma = 185$  MPa gerilme değeri altında, ön çatlak boyunun 29.3 mm olduğu durumda (Problem 1(b)) elde edilen çevrim sayısı değerleri ile  $\Delta\sigma = 120$  MPa gerilme değeri altında, ön çatlak boyunun  $2a = 22.815$  mm olduğu durumda (Problem 1(c)) elde edilen çevrim sayısı değerleri karşılaştırılırsa, gerilme değeri ve ön çatlak uzunluğu daha büyük iken çevrim sayısı değerlerinin daha küçük olduğu görülür. İlk durumda kırılma tokluğuna ulaşıncaya kadar geçen toplam çevrim sayısı yaklaşık olarak 4 iken ikinci durumda 463'tür.

**Çizelge 9.1.** Aynı geometride ön çatlak boyunun ve uygulanan gerilme değerlerinin farklı olduğu durumlarda çevrim sayısı değerlerinin karşılaştırılması

a (m)	$\Delta N$	a (m)	$\Delta N$
14.65E-03	0	11.4075E-03	0
14.70E-03	0.381118301	12.4075E-03	75.88727083
14.75E-03	0.397048498	13.4075E-03	65.95393750
14.80E-03	0.385192705	14.4075E-03	52.02942778
14.85E-03	0.404666945	15.4075E-03	47.69670222
14.90E-03	0.377994183	16.4075E-03	38.50355833
14.95E-03	0.378166904	17.4075E-03	33.68315139
15.00E-03	0.375449413	18.4075E-03	28.91556528
15.05E-03	0.380177687	19.4075E-03	24.41365358
15.10E-03	0.377304287	20.4075E-03	20.14384942
15.15E-03	0.374457981	21.4075E-03	18.32789347

2. Çatlak uzunluğu ve buna bağlı olarak gerilme şiddet faktörü değerleri arttıkça, aynı çatlak uzama miktarı ( $\Delta a$ ) için hesaplanan N değerleri azalmaktadır. Bu da aynı yükleme koşulları altında çatlak uzadıkça, çatlak ilerleme hızının arttığını göstermektedir. Örneğin, Problem 1(c)'de elde edilen çevrim sayısı artışı değerlerinde bu durum açıkça görülmektedir.

**Çizelge 9.2.** Çeyrek levhadaki çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) ve çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 1(c))

a (m)	$\Delta K_I$ (Pa $\sqrt{m}$ )	$\Delta N$
11.4075E-03	0.24597E+08	0
12.4075E-03	0.25475E+08	75.88727083
13.4075E-03	0.27031E+08	65.95393750
14.4075E-03	0.27625E+08	52.02942778
15.4075E-03	0.29144E+08	47.69670222
16.4075E-03	0.30135E+08	38.50355833
17.4075E-03	0.31307E+08	33.68315139
18.4075E-03	0.32660E+08	28.91556528
19.4075E-03	0.34268E+08	24.41365358
20.4075E-03	0.35087E+08	20.14384942
21.4075E-03	0.35929E+08	18.32789347
22.4075E-03	0.37988E+08	16.66928531
23.4075E-03	0.39934E+08	13.33864708
24.4075E-03	0.41805E+08	10.92260542
25.4075E-03	0.43370E+08	9.094620639
26.4075E-03	0.45452E+08	7.851268167

3. Aynı geometri, ön çatlak uzunluğu ve yükleme koşullarında, daha küçük çatlak artış uzunluğu ( $\Delta a$ ) ile gerçekleştirilen hesaplamalarda çatlak ilerleme hızı daha yüksek bulunmuştur. Bu durumda daha düşük çatlak artış uzunluğu ile gerçekleştirilecek analizlerin yorulma ömür tahminlerinde daha güvenli olacağı söylenebilir. Aynı geometride aynı ön çatlak boyunun ( $2a = 29.3$  mm) mevcut olduğu Problem 1(a) ve (b)'de, aynı yükleme koşulları altında ( $\Delta \sigma = 185$  MPa), farklı çatlak artış uzunluğu ( $\Delta a = 0.01$  mm ve  $\Delta a = 0.05$  mm) ile gerçekleştirilen sonlu elemanlar analizi sonrasında kırılma tokluğuna ulaşıncaya kadar geçen çevrim sayısı değerleri,  $\Delta a = 0.01$  mm için 3.767508074;  $\Delta a = 0.05$  mm için ise,

3.831576904 olarak bulunmuştur. Daha yüksek çatlak artış uzunluğu ( $\Delta a$ ) ile gerçekleştirilen analizlerde daha yüksek yorulma ömürlerine ulaşılacağı görülmüştür. Bu durumun yanıltıcı ve tehlikeli sonuçlara yol açabileceği düşünülebilir.

4. Uzun çatlaklar ve yakınında gerilme konsantrasyonu ve dolayısıyla gerilme şiddet faktörü, kısa çatlaklara göre daha yüksektir. Örneğin, Problem 2’de elde edilen sonuçlar incelendiğinde, bu durum açıkça görülmektedir.

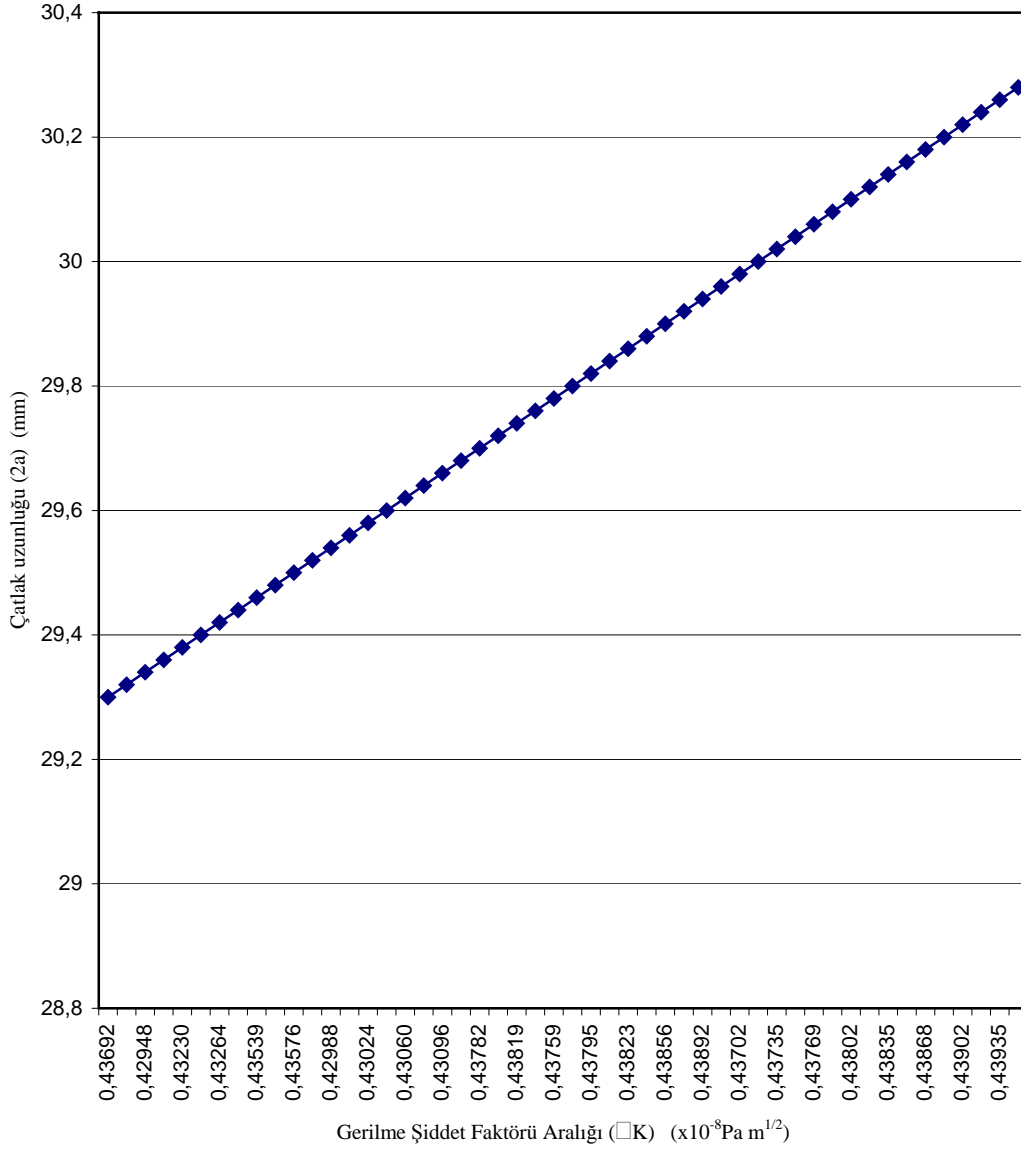
**Çizelge 9.3.** Çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) verileri (Problem 2)

Çatlak 1		Çatlak 2		Çatlak 3		Çatlak 4	
a ( $10^{-3}$ m)	$\Delta K_I$ ( $10^8$ Pa $\sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}$ m)	$\Delta K_I$ ( $10^8$ Pa $\sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}$ m)	$\Delta K_I$ ( $10^8$ Pa $\sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}$ m)	$\Delta K_I$ ( $10^8$ Pa $\sqrt{m}$ )
1	0.19079	1	0.19060	1	0.19238	1	0.19448
2	0.21972	1.996022503	0.21969	2.033754107	0.22230	2.07963598	0.22528
3	0.24526	2.995476464	0.24520	3.081556749	0.24850	3.184762977	0.25268
4	0.27351	3.994498269	0.27338	4.135454982	0.27723	4.311380695	0.28317
5	0.30660	4.992598414	0.30641	5.190978859	0.31059	5.460317455	0.31885
6	0.34726	5.990121917	0.34705	6.244058636	0.35138	6.629970574	0.36222
7	0.40002	6.987705177	0.39993	7.292367145	0.40424	7.813749659	0.41710
8	0.47407	7.986805527	0.47504	8.335237495	0.47921	8.995794461	0.49347

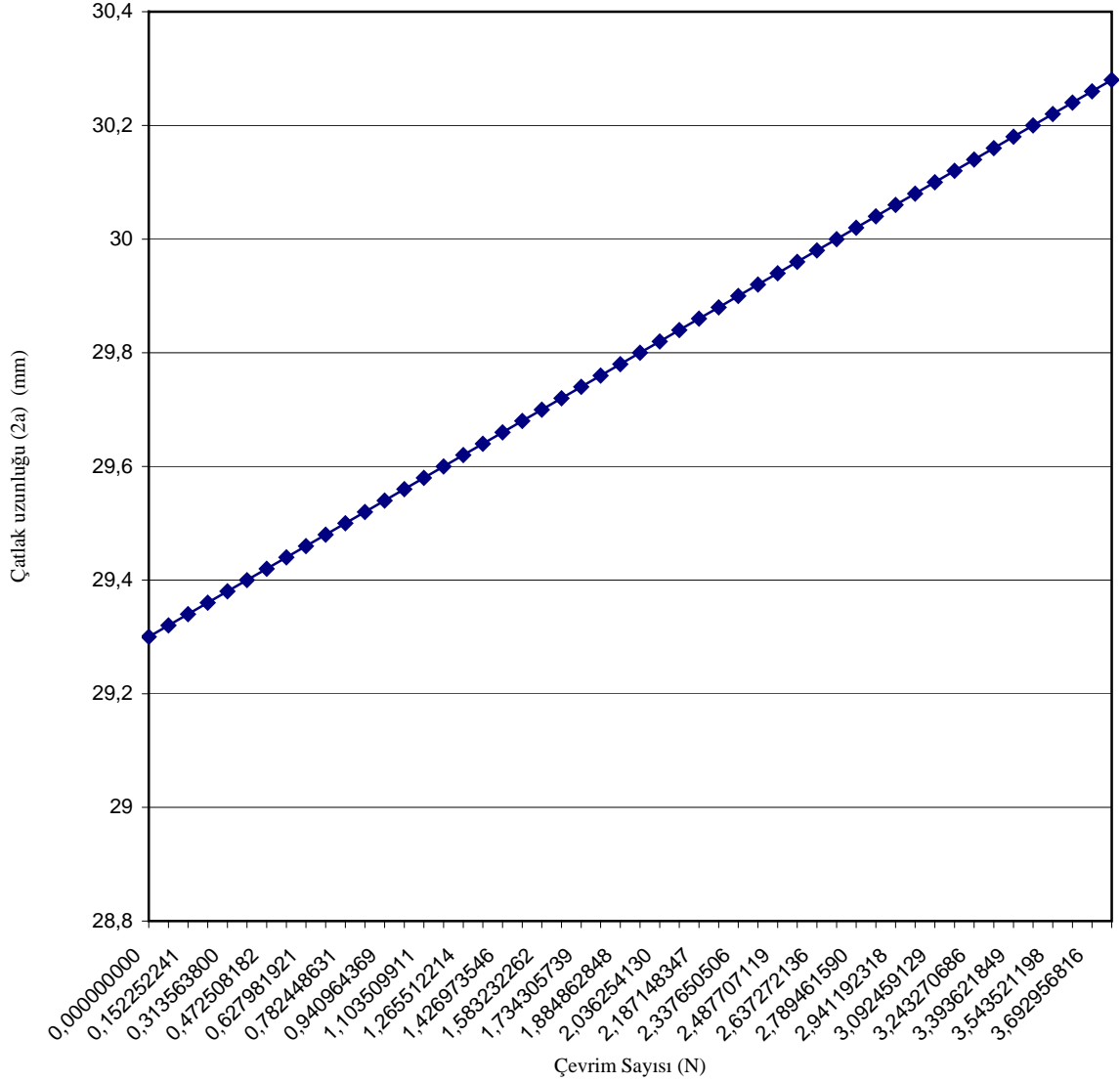
5. Gerilme şiddet faktörü aralığı değeri ve gerilme konsantrasyonunun yüksek olduğu bir çatlağa komşu bir çatlakta, hesaplanan gerilme şiddet faktörü aralığı değeri, kendisine göre daha uzun bir çatlağınkinden daha yüksek olabilir. Çizelge 9.3’ten görüldüğü üzere çatlak 1’e göre daha kısa olmasına rağmen çatlak 2’deki gerilme şiddet faktörü aralığı değeri çatlak 1’dekinden daha büyüktür. Bunun sebebi, çatlak 1’e komşu bir çatlağın bulunmaması, buna karşın çatlak 2’nin, gerilme konsantrasyonunun ve gerilme şiddet faktörü aralığı değerinin yüksek olduğu çatlak 3’e komşu olması olabilir.

6. Gerilme şiddet faktörü aralığı-çatlak uzunluğu ve çevrim sayısı-çatlak uzunluğu grafiklerinin lineer davrandığı görülmüştür. Bunun sebebi, çatlak artış

uzunluklarının ( $\Delta a$ ) çok küçük seçilmesidir. Örneğin, Problem 1(a)'da elde edilen grafiklerde bu durum görülmektedir.



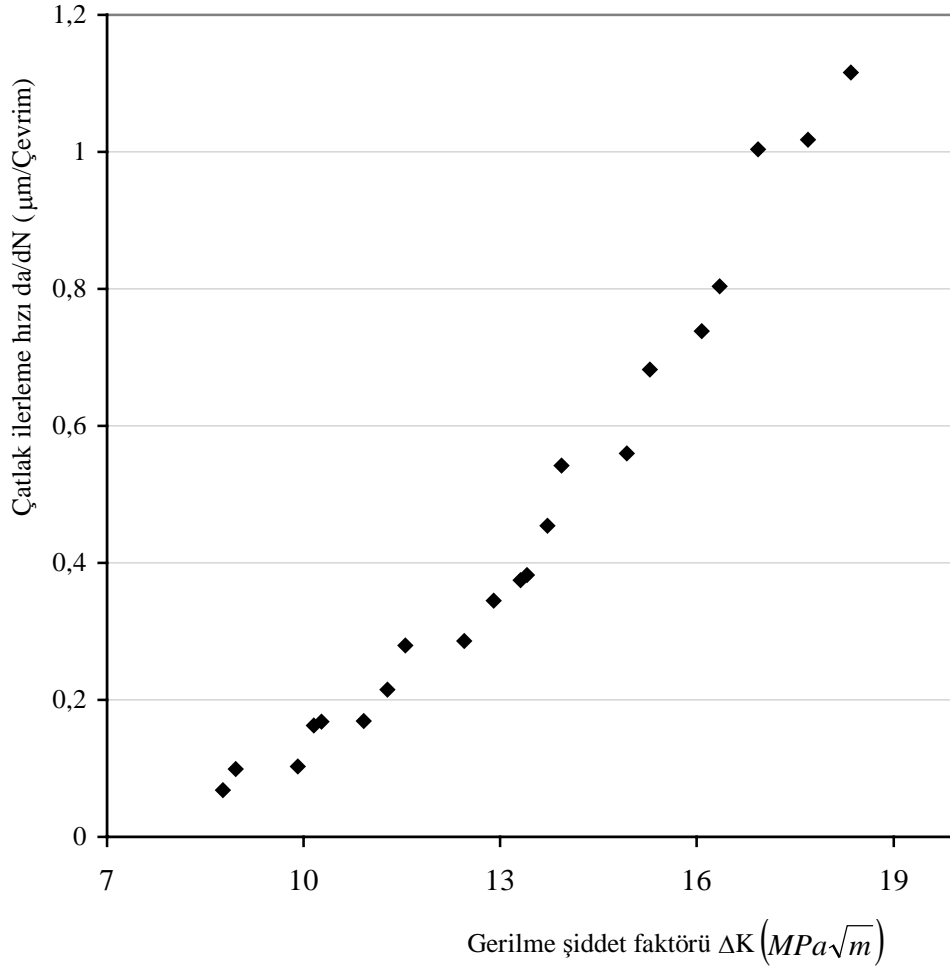
**Şekil 9.1.** Gerilme şiddet faktörü aralığı  $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a))



**Şekil 9.2.** Çevrim sayısı N'ye karşılık çatlak uzunluğu (2a) grafiği (Problem 1(a))

7. Problem 1(c)'dekiyle aynı ön çatlak boyuna ( $2a = 22.815$  mm) sahip yorulma deneyi numunesinin,  $\Delta\sigma = 44.444$  MPa çekme gerilmesi altında gerçekleştirilen yorulma deneyi sonucunda [19] aşağıda yer alan gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K$ )-çatlak ilerlemesi hızı ( $da/dN$ ) grafiği elde edilmiştir.





**Şekil 9.3.**  $P_{max}=27kN$ ,  $P_{min}=3kN$  ve  $f=5$  Hz değerleriyle sabit genlikli yükleme altında gerçekleştirilen yorulma deneyinde elde edilen gerilme şiddet faktörü-çatlak ilerleme hızı grafiği [19]

**Çizelge 9.4.** Sabit genlikli yükleme altında elde edilen deney sonuçları [19]

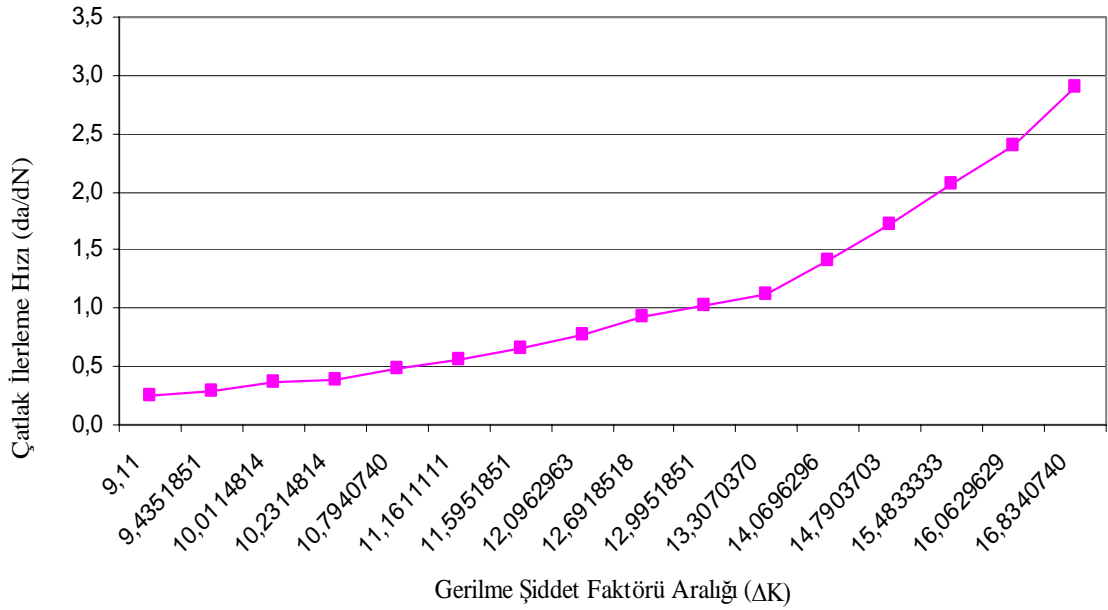
Numune No	$\Delta P$ (kN)	$2a_i - 2a_f$ (mm)	$da/dN$ ( $\mu m/\text{çevrim}$ )
01	27 – 3	22,815-56,171	0,068-1,018

Paris-Erdoğan eşitliğindeki sabitleri deney sonuçlarından  $C=2.3 \times 10^{-5}$  ve  $m= 3.45$  olarak hesaplanmış ve grafikteki yorulma çatlak ilerlemesi hızlarının bulunmasında bu değerler kullanılmıştır.  $da/dN$  değerleri,  $\mu\text{m}/\text{çevrim}$ ;  $\Delta K$  değerleri ise  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  birimindedir [19].

$\Delta K=Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$  gerilme şiddet faktörü aralığı formülü kullanılarak, Problem 1(c)'de  $\Delta\sigma = 120 \text{ MPa}$  altında elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı değerleri ile  $\Delta\sigma = 44.444 \text{ MPa}$  için gerilme şiddet faktörü aralığı değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra ise Paris-Erdoğan eşitliğinden, çatlak ilerleme hızları ( $da/dN$ ) bulunmuştur.

**Çizelge 9.5.** Sonlu elemanlar analizi ile elde edilen gerilme şiddet faktörü aralığı ve çatlak ilerleme hızı değerleri

a (m)	$\Delta K_I$ (MPa $\sqrt{\text{m}}$ )	da/dN ( $\mu\text{m}/\text{çevrim}$ )
11.4075E-03	9,11	0,24796
12.4075E-03	9,4351851	0,28530
13.4075E-03	10,0114814	0,36166
14.4075E-03	10,2314814	0,39451
15.4075E-03	10,794074	0,48870
16.4075E-03	11,1611111	0,55864
17.4075E-03	11,5951851	0,65075
18.4075E-03	12,0962963	0,77075
19.4075E-03	12,6918518	0,93412
20.4075E-03	12,9951851	1,02667
21.4075E-03	13,307037	1,12883
22.4075E-03	14,0696296	1,41069
23.4075E-03	14,7903703	1,72274
24.4075E-03	15,4833333	2,069
25.4075E-03	16,0629629	2,39665
26.4075E-03	16,834074	2,89107



**Şekil 9.4.** Gerilme şiddet faktörü  $\Delta K$ 'ya karşılık çatlak ilerleme hızı (da/dN) grafiği

Sonlu elemanlar analizi neticesinde hesaplanan çatlak ilerleme hızlarının deneysel verilerden elde edilen hızların yaklaşık 3 katı olduğu görülmektedir. Bu durum deney koşullarından ve malzeme içerisindeki kusurlardan kaynaklanabilir. Ayrıca sonlu elemanlar analizinde kullanılan Paris-Erdoğan eşitliğindeki C ve m sabitlerinin değerleri ( $C=3.6 \times 10^{-35}$ ,  $m=4$ ) literatürde yer alan değerler olup deneysel sonuçlarda kullanılan C ve m değerlerinden farklıdır. Kullanılan C ve m sabitlerinin farklı olmasının, çatlak ilerleme hızlarındaki farklılığın asıl nedeni olduğu düşünülmüştür.

## 9.2. Öneriler

Uçuş sırasındaki yükleme koşulları oluşturulan geometrik modellere uygulanarak, plastik deformasyonu göz önüne alan yorulma tahminleri ile daha gerçekçi sonuçlara ulaşılabilecektir.

## KAYNAKLAR

- [1] PETIT, J., DAVIDSON, D.L., SURESH, S. ve RABBE, P., *Fatigue crack growth under variable amplitude loading*, Elsevier Science Publishers Ltd.,England, (1988).
- [2] GÜLEÇ, Ş. ve ARAN, A., *Malzeme bilgisi*, MBEAE Matbaası, Gebze, Türkiye, (1988).
- [3] ANDERSON, T.L., *Fracture mechanics*, 2nd. Edition, CRC Press, New York, USA, (1995).
- [4] SCHIJVE, J., *Fatigue of aircraft materials and structures*, *Fatigue* **16(1)**, 21-32 (1994).
- [5] VARDAR, Ö., *Fracture mechanics*,Boğaziçi Üniversitesi Yayımevi, İstanbul, Türkiye, (1988).
- [6] GROSS, T.S. ve LAMPMAN S., *Micromechanics of monotonic and cyclic crack growth*, USA 42-60, (1998).
- [7] HERTZBERG, R.W., *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*, 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, (1996).
- [8] UĞUZ, A., *Kırılma mekaniğine giriş*, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, Türkiye (1996).
- [9] Sonlu elemanlar analizi ve optimizasyon  
[http://ww3.sympatico.ca/peter\\_budgell/FEA\\_intro.html](http://ww3.sympatico.ca/peter_budgell/FEA_intro.html)
- [10] Sonlu elemanlar analizi ve modellemede karşılaşılan sorunlar ve bu konudaki fikirler [http://ww3.sympatico.ca/peter\\_budgell/FEA\\_intro.html](http://ww3.sympatico.ca/peter_budgell/FEA_intro.html)
- [11] ACAR, B., *Finite element analysis of fracture mechanics problems*, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye (1997).
- [12] DOUGHERTY, J.D., PADOVAN, J. ve SRIVATSAN, T.S., *Fatigue crack propagation and closure behavior of modified 1070 steel: Finite element study*, *Engineering Fracture Mechanics* **56(2)**, Elsevier Science Ltd., Great Britain, 189-212 (1996).

- [13] SHIELDS, E.B., *Fracture prediction of hole patterns with multiple cracks using the finite element method*, International Journal of Fatigue **23**, 13-20 (2001).
- [14] YILDIRIM, B. ve ERDOĞAN F., *Edge crack problems in homogeneous and functionally graded material thermal barrier coatings under uniform thermal loading*, Journal of Thermal Stresses **27**, 311-329 (2004).
- [15] DAĞ, S., YILDIRIM B. ve ERDOĞAN F., *Interface crack problems in graded orthotropic media: Analytical and computational approaches*, International Journal of Fatigue **130**, 471-496 (2004).
- [16] FAWAZ, S.A., *Applications of the virtual crack closure technique to calculate stress intensity factors for through cracks with an elliptical crack front*, Engineering Fracture Mechanics **59(3)**, Elsevier Science Ltd., Great Britain, 327-342 (1998).
- [17] ANSYS 7.0 User's Manual
- [18] ASM Material Data Sheet  
<http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA2243>
- [19] KARCI, A., *2024-T3 Al alaşımının tek aşırı yük altında yorulma davranışı*, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye (2002).
- [20] EWALDS, H.L. ve WANHILL R.J.H., *Fracture mechanics*, Edward Arnold Ltd., (1984).
- [21] NEWMAN, JR., J.C., *An evaluation of the plasticity-induced crack-closure concept and measurement methods*, NASA/TM-1998-208430, National Aeronautics and Space Administration, USA (1998).
- [22] ABELKIS, P.R., *Effect of transport aircraft wing loads spectrum variation on crack growth*, Effect of load spectrum variables on fatigue crack initiation and propagation (Ed: Bryan, D.F., Potter J.M.), American Society For Testing And Materials STP 714, USA, 143-169 (1980).
- [23] MUĞAN, A. ve MURAT, Ö., *Design and engineering directorate program TSEBFACT 1.0 secondary bending factor-t computation program*, TAI GENTHMT004, Ankara, Türkiye (2003).

## EK-1. GERİLME ŞİDDET FAKTÖRÜ ARALIĞI VE ÇEVİRİM SAYISI ARTIŞI VERİLERİ

1. Çeyrek levhadaki çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) ve çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 1(a))

a (m)	$\Delta K_I$ (Pa $\sqrt{m}$ )	$\Delta N$
14.65E-03	0.43692E+08	0
14.66E-03	0.43720E+08	0.076223660
14.67E-03	0.42948E+08	0.076028581
14.68E-03	0.43212E+08	0.081644272
14.69E-03	0.43230E+08	0.079667287
14.70E-03	0.43247E+08	0.079534683
14.71E-03	0.43264E+08	0.079409699
14.72E-03	0.43697E+08	0.079284961
14.73E-03	0.43539E+08	0.076188778
14.74E-03	0.43558E+08	0.077300748
14.75E-03	0.43576E+08	0.077165962
14.76E-03	0.42970E+08	0.077038541
14.77E-03	0.42988E+08	0.081477197
14.78E-03	0.43006E+08	0.081340818
14.79E-03	0.43024E+08	0.081204724
14.80E-03	0.43042E+08	0.081068914
14.81E-03	0.43060E+08	0.080933389
14.82E-03	0.43078E+08	0.080798146
14.83E-03	0.43096E+08	0.080663186
14.84E-03	0.43763E+08	0.080528507
14.85E-03	0.43782E+08	0.075730209
14.86E-03	0.43800E+08	0.075598836
14.87E-03	0.43819E+08	0.075474641
14.88E-03	0.43838E+08	0.075343822
14.89E-03	0.43759E+08	0.075213287
14.90E-03	0.43777E+08	0.075757902
14.91E-03	0.43795E+08	0.075633338
14.92E-03	0.43813E+08	0.075509114
14.93E-03	0.43823E+08	0.075385103
14.94E-03	0.43842E+08	0.075316317
14.95E-03	0.43856E+08	0.075185842
14.96E-03	0.43874E+08	0.075089882

a (m)	$\Delta K_I$ (Pa $\sqrt{m}$ )	$\Delta N$
14.97E-03	0.43892E+08	0.074966731
14.98E-03	0.43910E+08	0.074843832
14.99E-03	0.43702E+08	0.074721185
15.00E-03	0.43719E+08	0.076153917
15.01E-03	0.43735E+08	0.076035537
15.02E-03	0.43752E+08	0.075924331
15.03E-03	0.43769E+08	0.075806397
15.04E-03	0.43785E+08	0.075688692
15.05E-03	0.43802E+08	0.075578119
15.06E-03	0.43818E+08	0.075460857
15.07E-03	0.43835E+08	0.075350700
15.08E-03	0.43852E+08	0.075233879
15.09E-03	0.43868E+08	0.075117284
15.10E-03	0.43885E+08	0.075007753
15.11E-03	0.43902E+08	0.074891596
15.12E-03	0.43919E+08	0.074775663
15.13E-03	0.43935E+08	0.074659955
15.14E-03	0.44310E+08	0.074551258

2. Çeyrek levhadaki çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) ve çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 1 (b))

a (m)	$\Delta K_I$ (Pa $\sqrt{m}$ )	$\Delta N$
14.65E-03	0.43692E+08	0
14.70E-03	0.43247E+08	0.381118301
14.75E-03	0.43576E+08	0.397048498
14.80E-03	0.43042E+08	0.385192705
14.85E-03	0.43782E+08	0.404666945
14.90E-03	0.43777E+08	0.377994183
14.95E-03	0.43856E+08	0.378166904
15.00E-03	0.43719E+08	0.375449413
15.05E-03	0.43802E+08	0.380177687
15.10E-03	0.43885E+08	0.377304287
15.15E-03	0.44327E+08	0.374457981

3. Çeyrek levhadaki çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) ve çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 1(c))

a (m)	$\Delta K_I$ (Pa $\sqrt{m}$ )	$\Delta N$
11.4075E-03	0.24597E+08	0
12.4075E-03	0.25475E+08	75.88727083
13.4075E-03	0.27031E+08	65.95393750
14.4075E-03	0.27625E+08	52.02942778
15.4075E-03	0.29144E+08	47.69670222
16.4075E-03	0.30135E+08	38.50355833
17.4075E-03	0.31307E+08	33.68315139
18.4075E-03	0.32660E+08	28.91556528
19.4075E-03	0.34268E+08	24.41365358
20.4075E-03	0.35087E+08	20.14384942
21.4075E-03	0.35929E+08	18.32789347
22.4075E-03	0.37988E+08	16.66928531
23.4075E-03	0.39934E+08	13.33864708
24.4075E-03	0.41805E+08	10.92260542
25.4075E-03	0.43370E+08	9.094620639
26.4075E-03	0.45452E+08	7.851268167

4. Çatlak boyuna (a) karşılık gerilme şiddet faktörü aralığı ( $\Delta K_I$ ) verileri (Problem 2)

Çatlak 1		Çatlak 2		Çatlak 3		Çatlak 4	
a ( $10^{-3}m$ )	$\Delta K_I$ ( $10^8 Pa \sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}m$ )	$\Delta K_I$ ( $10^8 Pa \sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}m$ )	$\Delta K_I$ ( $10^8 Pa \sqrt{m}$ )	a ( $10^{-3}m$ )	$\Delta K_I$ ( $10^8 Pa \sqrt{m}$ )
1	0.19079	1	0.19060	1	0.19238	1	0.19448
2	0.21972	1.996022503	0.21969	2.033754107	0.22230	2.07963598	0.22528
3	0.24526	2.995476464	0.24520	3.081556749	0.24850	3.184762977	0.25268
4	0.27351	3.994498269	0.27338	4.135454982	0.27723	4.311380695	0.28317
5	0.30660	4.992598414	0.30641	5.190978859	0.31059	5.460317455	0.31885
6	0.34726	5.990121917	0.34705	6.244058636	0.35138	6.629970574	0.36222
7	0.40002	6.987705177	0.39993	7.292367145	0.40424	7.813749659	0.41710
8	0.47407	7.986805527	0.47504	8.335237495	0.47921	8.995794461	0.49347



5. Çatlak boyuna (a) karşılık çevrim sayısı artışı ( $\Delta N$ ) verileri (Problem 2)

Çatlak 1	Çatlak 2	Çatlak 3	Çatlak 4	Çevrim Sayısı ( $\Delta N$ )
a ( $10^{-3}m$ )	a ( $10^{-3}m$ )	a ( $10^{-3}m$ )	a ( $10^{-3}m$ )	
1	1	1	1	0
2	1.996022503	2.033754107	2.07963598	209.640441
3	2.995476464	3.081556749	3.184762977	119.184324
4	3.994498269	4.135454982	4.311380695	76.7698343
5	4.992598414	5.190978859	5.460317455	49.6369012
6	5.990121917	6.244058636	6.629970574	31.4346694
7	6.987705177	7.292367145	7.813749659	19.1019831
8	7.986805527	8.335237495	8.995794461	10.8485246