

ALTI SERBESTLİK DERECELİ
GENEL MAKSAT MANİPLATÖRÜNÜN
KİNEMATİK MODELLEMESİ

Adil Karaağaç

Yüksek Lisans Tezi
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

1991

Adil Karaağac' ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı " Altı Serbestlik Dereceli Genel Maksat Maniplatörünün Kinematik Modellemesi " başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü tez yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

.10.9.1991

üye : Prof. Dr. Birtal Kuşhan
üye : Prof. Dr. Erdoğan Fıratlı
üye : Doç. Dr. Soner Atanyalı
(Danışman)

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 11. EYLÜL 1991
gün ve ...286-1... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Rüstem KAYA

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım sırasında hiçbir yardımı benden esirgemenen özellikle danışman hocam Doç. Dr. Soner Alanyalı başta olmak üzere bütün bölüm arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Eskişehir, 1991

Adil Karaağac

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
SUMMARY	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. ROBOT UYGULAMA ALANLARI VE NEDENLERİ	4
2.1. Robotların Kullanım Nedenleri	4
2.2. Robotların Temel Uygulama Alanları ..	6
3. MATEMATİK MODELLEME	8
3.1. Giriş	8
3.2. Rijid Bir Cismin Yeri ve Dönmesi ..	8
3.3. Koordinat Dönüşümleri	10
3.4. Euler Açıları	17
3.5. Homojen Dönüşümler	20
4. MANİPLATÖR KOLUNUN KİNEMATİK MODELLEMESİ ...	24
4.1. Açık Kinematik Zincir	24
4.2. Denavit-Hartenberg Gösterimi	26
4.3. Kinematik Denklem	30
4.4. 5R-1P Maniplatör Kolun Kinematik Modeli	34
4.5. Ters Kinematik Çözüm	42
4.6. 5R-1P Maniplatörünün Ters Kinematik Çözümü	43
5. SONUÇLAR VE TARTISMA	51
KAYNAKLAR DİZİNİ	53
EKLER	55

ÖZET

Maniplatör kinematiği, maniplatör kolunun yaptığı hareketlerin geometrisini inceler. Belirli görevler için, maniplatör kolunun hareketlerinin tasarlanması gerekir. Bu yüzden kinematik, maniplatör dizaynında ve kontrolunda en temel araçtır. Bu çalışmada, kinematik özellikleri içeren denklemler matematiksel yollardan türetilerek sonuçları tartışılmıştır.

3. Bölümde geliştirilen matematiksel ifadeler, 4. Bölümde maniplatör kolun kinematik modellemesinde kullanılacaktır. Koldaki her uzuvun dönme ve ötelenmesinin tespiti homojen dönüşüm vasıtasıyla yapılacaktır.

Bölüm 4 'de elde edilen kinematik denklem, robot elin uzaydaki konum ve durumu ile eklem yerdeğiştirmeleri arasında fonksiyonel bir ilişki sağlar.

Kinematik denklemin sağ tarafındaki eklem yerdeğiştirmelerinin yerine değerleri konulduğu zaman, robot elin uzaydaki koordinatları ve dönmesi bulunabilir yani düz kinematik çözüm elde edilir.

Bölüm 4.6 da ise robot elin çalışma uzayında belirli bir dönme ve ötelenme durumuna gelebilmesi için eklem değişkenleri bulunmuş yani ters kinematik çözüm elde edilmiştir.

SUMMARY

Manipulator kinematics is a study of the manipulator arm motions. Since the performance of specific tasks is achieved through the movement of the manipulator arm linkages, kinematics is a fundamental tool in manipulator design and control. In this study, the mathematical tools required to describe arm linkage motion are developed. Also the fundamental equations that govern kinematic behavior are derived and the solution of these equations is discussed.

In chapter 4, the mathematical tools that we developed in chapter 3 are applied to the kinematic modelling of manipulator arm with 6 degrees of freedom and we use the homogeneous transformation to describe the position and orientation of each link member involved in a manipulator arm.

The kinematic equation in chapter 4 provides the functional relationship between the joint displacement and the resultant end effector position and orientation.

By substituting values of joint displacements into the right handside of the kinematic equation, one can immediately find the corresponding end-effector position and orientation for a given set of joint displacements is referred to as the direct kinematics problem.

After that, we discuss the problem of moving the end-effector of a manipulator arm to a specified position and orientation. We need to find the joint displacements that lead the end-effector to the specified position and orientation. This is the inverse of the previous problem and is

thus referred to as the inverse kinematics problem. The kinematic equation must be solved for joint displacements, given the end-effector position and orientation.

SEKİLLER DİZİNİ

Sekil		Sayfa
3-1	Rijid Cismin Dönmesi ve ötelenmesi	9
3-2	Koordinat Dönüşümleri	10
3-3	örnek 3-1	13
3-4	iki Boyutlu Koordinat Dönüşümü	15
3-5	P' Noktasının Dönmesi	16
3-6	Euler Açıları	18
3-7	Ardarda Yapılan Koordinat Dönüşümleri	22
4-1	Açık Kinematik Zincir	25
4-2	Denavit-Hartenberg Gösterimi	27
4-3	D-H Gösteriminde Bitişik Koordinat Eksenleri Arasındaki İlişki	29
4-4	Robot Elin Konumunun 4x4 Matrisi İle Gösterimi	31
4-5	Son Koordinat Ekseninin Yeri	32
4-6	Referans Koordinat Eksen Takımının Yeri ..	33
4-7	5R-1P Maniplatörü	35
4-8	1.Eksen Takımının Referans Eksen Takımına Göre Yeri	36
4-9	2.Eksen Takımının 1.Eksen Takımına Göre Dönmesi	37
4-10	$O_3X_3Y_3Z_3$ 'ün $O_2X_2Y_2Z_2$ 'ye Göre ötelenmesi	38

ŞEKİLLER DİZİNİ (DEVAM)

Sekil		Sayfa
4-11	$O_4X_4V_4Z_4$ 'ün $O_3X_3V_3Z_3$ 'e Göre Dönmesi ..	39
4-12	$O_5X_5V_5Z_5$ 'in $O_4X_4V_4Z_4$ 'e Göre Dönmesi ..	40
4-13	$O_6X_6V_6Z_6$ 'nın $O_5X_5V_5Z_5$ 'e Göre Dönmesi .	41
4-14	5R-1P Maniplatörünün iskelet Yapısı	45

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Robot kelimesinin çağrıştırdığı anlam, araştırmacılara mühendislere, robot üreticilerine ve ülkelere göre değişiklik göstermektedir. Bu yüzden çok çeşitli robot tanımlamaları yapılabilir. Fakat en çok kullanılan " Amerika Robot Enstitüsünün " yaptığı tanımdır : " Robot programlanabilir parça ve takımları taşımak için tasarımılanan çok fonksiyonlu bir manipulatör veya farklı ödevlerin gerçekleştirilmesi için, çeşitli programlanmış hareketleri yapan özel bir araçtır. "

Robot terminolojisinde çok sık adı geçen manipulatör teriminin anlamı, belirli bir serbestlik derecesine sahip mekanizmadır ve genellikle robotun mekanik yönünü ifade etmektedir.

Critchlow manipulatörleri eklem açısız hızlarına göre şu şekilde sınıflandırmıştır.

- i. Düşük hız : Saniyede 60° 'den az
- ii. Orta hız : Saniyede 60° ile 180° arası
- iii. Yüksek hız : Saniyede 180° 'den fazla

Manipulatörlerin fiziksel yapısı iki alt yapıya ayrılabilir. Bunlar kol ve bilek yapılarıdır. Bileği istenen pozisyona yerleştiren ilk üç bağlantı kol yapısı olarak tanımlanır. Robot elini çalışma uzayında belirli bir pozisyona yerleştiren sonraki üç bağlantı ise bilek yapısı olarak tanımlanır.

Genellikle manipulatörler için kullanılan 4 kol yapı

konfiqürasyonu vardır.

1. Kartezyen Koordinat Konfiqürasyonu
2. Silindirik Koordinat Konfiqürasyonu
3. Küresel Koordinat Konfiqürasyonu
4. Dönel Koordinat Konfiqürasyonu

ilk üç fiziksel konfiqürasyonun kullanıldığı yapılar özel amaçlı yapılardır ve sadece özel uygulamalar için kullanılır. örnek olarak kartezyen koordinat kol, havadan yük taşıma işlerinde kullanılır. Genellikle yatay boşluğun çok olduğu, malzemelerin bir banttan alınıp, diğer banda konulması gereken yerlerde silindirik koordinatlarda çalışan kol yapısı tercih edilir. Bir tünelin içinde aşağıda veya yukarıda herhangi bir noktaya ulaşmak gerektiğinde ise küresel koordinatlar kullanılır.

Diğer taraftan, dönel koordinat konfiqürasyonu genel maksat kol yapısıdır. Bu tip bir kol yapısı diğer yapıların yaptığı bütün görevleri yapabilir, ama tersi genelde doğru değildir. Bunun nedeni, dönel kolun çalışma uzayı içindeki bir noktaya insan eli gibi çok kolay şekilde ulaşmasıdır. Bu özellik aynı zamanda dönel kola çalışma uzayı içindeki engellerin etrafından kolaylıkla hareket ederek, görev yapma imkanı verir.

Dönel kol çalışma uzayındaki bir noktaya birden fazla yoldan ulaşabilir. Bu durum problem olarak nitelenirse bile dizaynı yapan kimseye yönünge optimizasyonu yapılırken büyük kolaylıklar sağlar.

Maniplatör kinematiği, maniplatör kolunun yaptığı hareketleri inceler. Belirli görevler için maniplatör kolunun

hareketlerinin tasarlanması gerekir.

" Altı Serbestlik Dereceli Genel Maksat Manipulatörü-
nün Kinematik Modellemesi " adlı bu çalışmada kinematik ö-
zellikleri içeren denklemler türetilerek, sonuçları tartışıl-
acaktır.

BÖLÜM 2

ROBOT UYGULAMA ALANLARI VE NEDENLERİ

Uygulamadaki robot sayısının üstel olarak artmasının ve robot uygulama alanlarının hızla genişlemesinin çok çeşitli nedenleri vardır. Aşağıda bu nedenler sıralanmaya çalışılmıştır.

2.1 ROBOTLARIN KULLANIM NEDENLERİ

Emek maliyetlerinin yüksek olduğu ülkelerde robot sayısının artmasındaki en önemli unsurlardan biri üretim maliyetinin robot kullanımı ile düşürülmesidir. Sosyal, sağlık ve emeklilik gibi yardımlarında gözönüne alınmasıyla ortaya çıkan emek maliyeti, robot kullanımıyla ortaya çıkan maliyetin 3-4 katını bulabilir. Ancak, emeğin ucuz olduğu ülkelerde tam tersi bir durum ortaya çıkabilir.

Üretim işçilerinin görevde olduğu sürenin %15-%20 'lik bölümü ortaya çıkan yorgunluğun giderilmesi ve diğer ihtiyaçların karşılanması için geçer. Bu süre robotlarda %2 'yi geçmez.

Robotlarda yorgunluk ve dikkat kaybı söz konusu olmadığından hatalı imalat sayısı insanın neden olacağından çok daha azdır. Böylece hatalı imalatın üretim maliyetindeki payı çok düşük kalır.

Robotlar bazı işlerde insanlara kıyasla çok daha hızlı çalışırlar. Örneğin bir ark kaynağı robotu dakikada 75 cm kaynak yapabilirken, sıradan bir kaynak ustası dakikada

ortalama 25 cm kaynak yapabilir.

Artan üretkenlik, hacimlerin ve ekipmanların daha etkin kullanımı ve belirli bir program dahilinde artan iş miktarı demektir.

Robotların pozisyonlama yeteneği insana göre daha yüksektir. Robot ile gerçekleştirilen bir kaynak dikişi zaman zaman taşlanmaya ihtiyaç duymaz ve robot ile üretilen parçalar insanın ürettiklerinden daha iyi toleranslara sahiptirler.

Bazen operasyon hızının yüksek olması kaliteyi artırabilir. Örneğin, ince parçaların kaynağının hızlı yapılması ısı yayılımını önleyerek parçalardaki çarpıklıkların azalmasını sağlayacaktır. Ayrıca hızın kontrol edilmesiyle homojen bir kaynak dikişi elde edilecektir.

Bazı boyama işlemlerinde asit boyalar kullanılır ve bu boyalarda boyama görevlisinin sağlığı açısından çok tehlikelidir. Personelin sızdırmaz giysiler ve başlıklar ile çalışması gerekir. Takılan başlıkları sürekli temiz hava ile beslemek lazımdır. Bu koşullar altında çalışmak verimsiz ve yorucudur. Oysa aynı iş, bir robot vasıtası ile daha hızlı olarak daha yüksek kalitede gerçekleştirilebilir.

Robotlar, önceden programlanmış hareketleri büyük bir doğrulukla gerçekleştirebildikleri gibi, ne yapıldığında büyük bir doğrulukla kaydedebilirler. Bu kayıtlar programlama, planlama ve kontrol işlemlerinin iyileştirilmesinde önemli bilgileri teşkil ederler.

Her yöneticinin, birbirleri ile sürekli rekabet eden ve her söyleneni yapan çalışanları tercih edeceği açıktır.

Aslında böyle bir durum her yöneticinin amacıdır. Bazıları bir robot sistemi oluşturarak ve diğer ekipmanları da bu sisteme uydurarak, bu amacı gerçekleştirmeğe başlamıştır. Yapılacak işlemler çok hassas şekilde programlanabilir ve malzemeler robot iş hücrelerine bilgisayar kontrolü altında ulaştırılabilir.

Robotlar yeniden programlanma ve hataların düzeltilmesi işleminin basitliği dolayısıyla değişik işlere adaptasyonda önemli güçlük doğurmazlar ve işlemler uzun süreli üretim durmasına neden olmaz. Oysa sabit otomasyonda değişiklik yapmak, uzun süreli üretim aksamalarına neden olmaktadır.

2. 2 ROBOTLARIN TEMEL UYGULAMA ALANLARI

Sıra kontrollü robotlar, parçaların belirli yerlerden alınarak birer birer uygun makinalara, tezgahlara yüklenmesi işleminde kullanılabilirler.

Basit tipte robotlar temel montaj işlerinde kullanılabilir. Bu robotlar söz konusu uygulamalarda tut ve yerleştir tipi robotlar gibi hareket ederek çeşitli parçaları daha sonraki işlemler için hazırlarlar.

Markalama ve dövme presleri, kalıp döküm, enjeksiyon ve metal kesme makinaları playback tipi robotlar tarafından yüklenebilir ve boşaltılabilir. Bu tip robotların büyük bir çoğunluğu, bir seri işlemin gerçekleştirilmesini sağlayan kontrol kutusuna sahiptirler. Operatör, robotun aynı işlemleri sonsuz sayıda tekrar etmesini sağlayabilir. Öğretme

islemi yavaş olarak gerçekleşmesine rağmen operasyon hızlı olarak gerçekleştirilir. Ancak, yüklenen makinanın iş devresi ile robotun çalışma devresinin senkronizasyonu şarttır.

Sprey boyama işlerinde ucuna bir spreylenmiş boya memesi yerleştirilmiş, sürekli yörünge hareketi yapan bir robot kolu kullanılabilir. Coğunlukla bu robotlarda öğretim esasına göre çalışır.

Nokta kaynağı, otomatik endüstrisinde kullanılan robotların en önemli uygulama alanıdır. Ağır nokta kaynağı aparatları sase ve iskeletin birbirine kaynaklanması işleminde kullanılmak üzere robotlarca taşınır. Robotlar için yorulma söz konusu olmadığından yapılan kaynağın doğruluğunun ve kalitesinin hep aynı düzeyde tutulması sağlanır.

Görme sistemlerindeki gelişmeler robotların karmaşık montaj işlemlerinde kullanılmasını mümkün kılmıştır. Görme sistemi konveyör veya besleyici bantlardaki parçaların tanınmasını sağlar ve robotun bu parçalar üstünde işlem yapmasını sağlar.

BÖLÜM 3

MATEMATİK MODELLEME

3.1 GİRİŞ

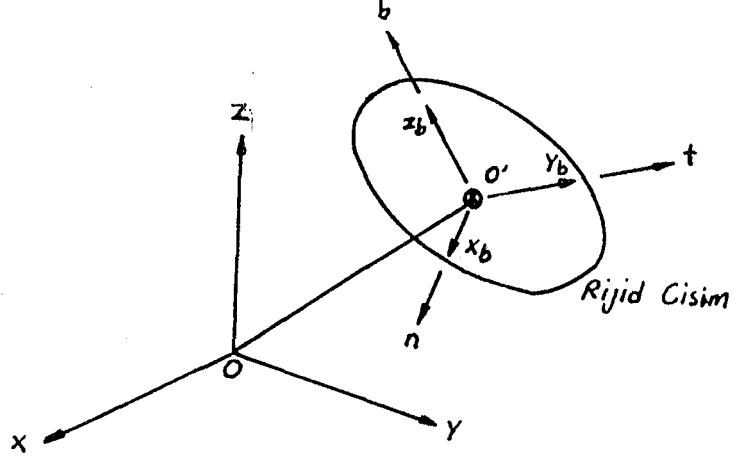
Maniplatör kinematiği, manipulatör kolunun yaptığı hareketlerin geometrisini inceler. Belirli görevler için manipulatör kolunun hareketlerinin tasarlanması gerekir. Bu yüzden kinematik, manipulatör dizaynında ve kontrolünde en temel araçtır. Bu bölümde, kinematik özellikleri içeren denklemler matematiksel yollardan türetilerek, sonuçları tartışılacaktır.

3.2 RİJİD BİR CİSMİN YERİ VE DÖNMESİ

Maniplatörlerde kol elemanları rijid cisimlerdir. Bir rijid cismin uzaydaki durumu, tam olarak, o cismin yer vektörü ve dönmesi ile belirlenir. Yer vektörü rijid cisme göre keyfi olarak seçilen sabit bir noktanın koordinatları ile gösterilebilir. $Oxyz$ yere göre sabit bir eksen takımı ve O' noktasında rijid cisme göre sabit keyfi bir nokta olarak alınırsa, (Şekil 3.1), rijid cismin uzaydaki yeri, referans eksen takımı $Oxyz$ 'ye göre belirlenmiş olur. Yer vektörü x_0 :

$$x_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

şeklinde gösterilir. Burada x_0 3x1 sütun vektörüdür.



Sekil 3-1 Rijid Cismin Dönmesi ve ötelenmesi

Rijid cismin dönmesini belirlemek için, rijid cismin şekil 3.1 de görüldüğü gibi, x_b , y_b ve z_b koordinat eksenleri çizilir. Bu eksenler, rijid cisim ile hareket eden başka bir eksen takımı $O'x_b y_b z_b$ 'yi meydana getirir. Böylece rijid cismin dönmesi bu eksenlerin doğrultularıyla gösterilir. Sırasıyla x_b , y_b ve z_b eksenlerinin birim vektörleri n , t ve b dir. Birim vektörlerin bileşenleri, her bir koordinat ekseninin, $Oxyz$ ve izdüşürülmüş doğrultman kosinüsleri, olur. 3 vektörü birleştirip 3×3 R matrisi şeklinde yazabiliriz.

$$R = [n, t, b] \quad (3-2)$$

R matrisi, rijid cismin sabit referans eksen takımı $Oxyz$ ve göre dönmesini belirler. R matrisinin sütun

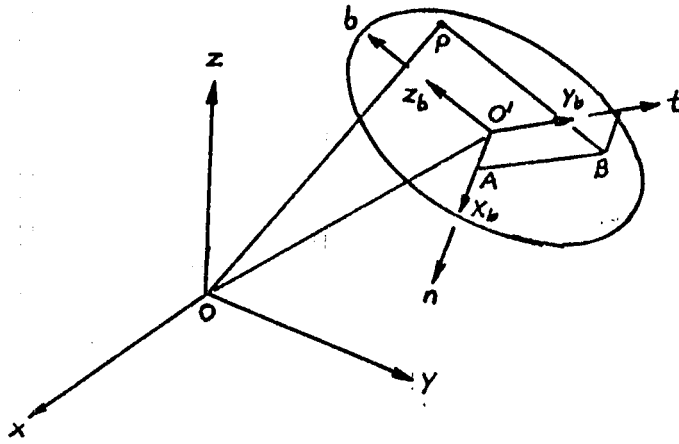
vektörleri birbirleriyle ortogonal olduğundan

$$n^T \cdot t = 0 \quad t^T \cdot b = 0 \quad b^T \cdot n = 0 \quad (3-3)$$

ve birim uzunlukları :

$$|n| = 1 \quad |t| = 1 \quad |b| = 1 \quad (3-4)$$

Bütün sütun vektörleri ortogonal böyle bir matris, ortogonal matris olarak bilinir.



Sekil 3-2 Koordinat Dönüşümleri

3. 3 KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİ

Sekil 3.2 de görüldüğü gibi, P uzayda keyfi bir noktadır. P noktasının sabit eksen takımı $Oxyz$ 'ye göre koordinatları

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

P noktasının veri, rijid cisme bağılı koordinat eksen takımı $O'x_b y_b z_b$ yi referans almak suretiylede belirlenebilir.

$$\mathbf{x}^b = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3-6)$$

b indisi rijit cisim koordinat eksen takımının referans alındığını gösteriyor. Şimdi sabit eksen takımı ile rijid cismin eksen takımı arasındaki ilişkinin bulunması gerekir.

Bölüm 3.1 de 3×1 \mathbf{x}_o vektörü ve 3×3 R matrisi ile gösterilen rijid cismin pozisyonunu ve dönmesini, burada koordinat dönüşümünü elde etmek için kullanacağız. Şekil 3.2 de görüldüğü gibi, P noktasına O' , A ve B noktaları takip edilerek ulaşılabilir. Bu, vektörel olarak aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} \quad (3-7)$$

$\overrightarrow{OP} = \mathbf{x}$ ve $\overrightarrow{OO'} = \mathbf{x}_o$ dir. Esitliğin sağ tarafındaki $\overrightarrow{O'A}$, \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{BP} vektörleri sırasıyla birim vektörler \mathbf{n} , \mathbf{t} ve \mathbf{b} ve paraleldir.

Bu yüzden, yukardaki ifade aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_o + u\mathbf{n} + v\mathbf{t} + w\mathbf{b} \quad (3-8)$$

Denklem (3.2) ve (3.6) dan

$$x = x_0 + R \cdot x^p \quad (3-9)$$

elde edilir.

Denklem (3.9), rijid cisim eksen takımı x^p 'nin sabit eksen takımı x 'e göre istenen koordinat dönüşümünü sağlar. Görüldüğü gibi bu koordinat dönüşümü x_0 ve R terimlerinden oluşmaktadır. Bu terimler rijid cismin yer vektörünü ve dönmesini temsil eder.

Denklem (3.9) 'un her iki tarafını R matrisinin transpozesi olan R^T ile çarparsak ;

$$R^T \cdot x = R^T \cdot x_0 + R^T \cdot R \cdot x^p \quad (3-10)$$

$$R^T \cdot R = \begin{bmatrix} n^T n & n^T t & n^T b \\ t^T n & t^T t & t^T b \\ b^T n & b^T t & b^T b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

olur ve denklem (3-10) aşağıdaki şekli alır.

$$x^p = -R^T \cdot x_0 + R^T \cdot x \quad (3-12)$$

Denklem (3.12), denklem (3-9) 'daki orijinal dönüşümün tersidir ve sabit koordinatlardan rijid cismin koordinatlarına, koordinat dönüşümünü temsil eder.

Denklem (3.11)'de görüldüğü gibi ortonormal matrisin

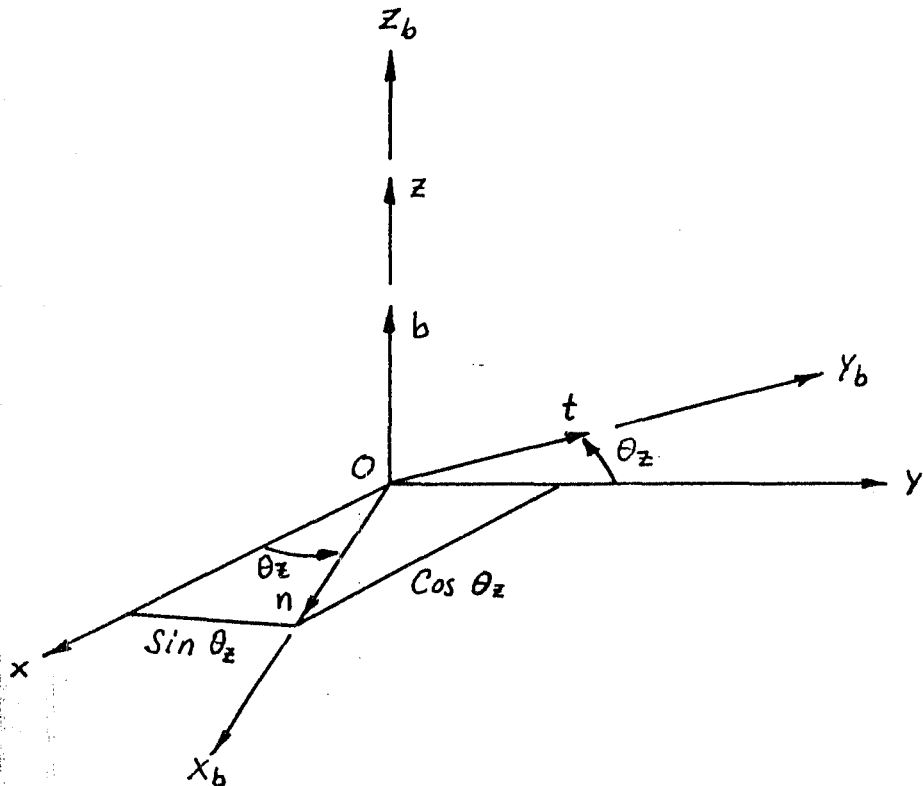
tersi transpoze matrise eşittir.

$$R^{-1} = R^T \quad (3-13)$$

Şimdi bu durumu örneklerle açıklamaya çalışırsak .

ÖRNEK 3-1

Şekil 3-3 te görüldüğü gibi, koordinat eksen takımı $O'x_b y_b z_b$ ile sabit eksen takımı $Oxyz$ 'nin orijinleri çakışmıştır. x ve x_b arasındaki açı $\theta_z = \widehat{xOx_b}$ 'dir. Diğer taraftan z_b eksenini z eksenine ile çakışmıştır. Burada $O'x_b y_b z_b$ nin $Oxyz$ eksen takımına göre ötelenme ve dönmesini temsil eden x_o vektörünü ve R matrisini bulalım ve $O'x_b y_b z_b$ 'den, $Oxyz$ 'ye koordinat dönüşümünü elde edelim.



Şekil 3-3

Örnek 3-1

İki koordinat ekseninin orijinleri çakışık olduğundan x_o vektörü sıfırdır. Dönme matrisi R yi elde etmek için, R yi oluşturan 3 birim vektör n, t ve b ' nin bulunması gerektir.

Şekil 3-3 te görüldüğü gibi, her vektörün elemanları kendisinin Oxyz ' ye göre doğrultma kosinüsleridir.

$$n = \begin{pmatrix} \cos \theta_z \\ \sin \theta_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} -\sin \theta_z \\ \cos \theta_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ve

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

Denklem (3-9)'da, $x_o=0$ ve R yerine yukardaki ifade koyularak aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} x &= u \cdot \cos \theta_z - v \cdot \sin \theta_z \\ y &= u \cdot \sin \theta_z + v \cdot \cos \theta_z \\ z &= w \end{aligned} \quad (3-15)$$

Şekil 3-4 koordinat eksenlerinin 2 boyutlu görüntüsünü içermektedir. P' noktası, P noktasının xy düzlemine izdüşümüdür. A ve B noktalarıda P' noktasının x ve x_b eksenlerine, C noktasıda B noktasının x eksenine izdüşümüdür. Yukarıda yapılan koordinat dönüşümleri şekil 3-4 yardımıyla

değişik bir yoldan elde edilebilir

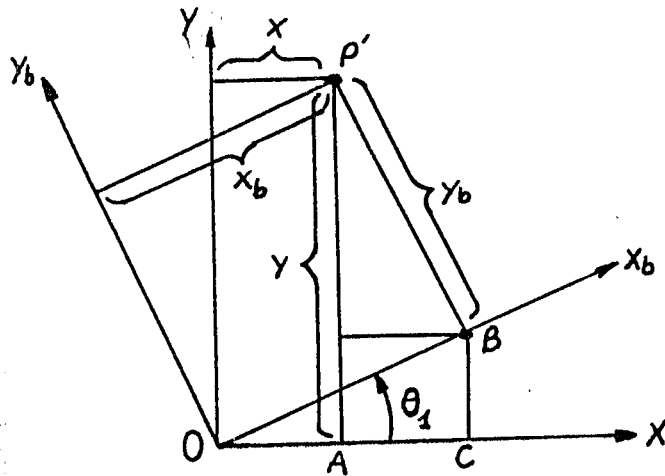
$$\begin{aligned}
 \vec{x} &= \vec{OA} = \vec{OC} - \vec{AC} \\
 &= \vec{OB} \cos \widehat{BOC} - \vec{P'B} \sin \widehat{AP'B} \\
 &= u \cos \theta_z - v \sin \theta_z
 \end{aligned}$$

Bu ifade denklem (3-15)'in ilk eşitliği ile aynıdır.

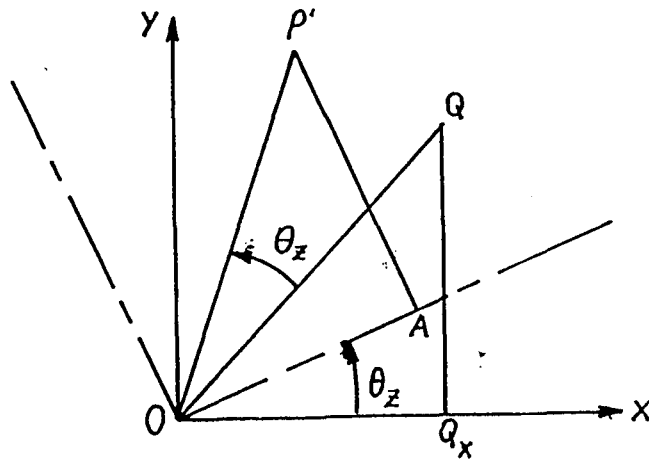
Diğer ifadeler de aynı yoldan elde edilebilir.

ÖRNEK 3.2

Sekil 3.4, bir önceki şekildeki 2-boyutlu koordinat eksenlerini ve P' keyfi noktasını göstermektedir. Q xy düzleminde, P' nün $Ox_b y_b$ 'ye göre koordinatlarıyla aynı olan bir nokta olarak alınırsa, $\vec{OQ}_x = \vec{OA}$ ve $\vec{OQ}_y = \vec{P'A}$ olur. Örneğin amacı P' nün O etrafında θ_z kadar dönerek Q noktasına ulaşacağını göstermektedir.



Sekil 3-4 İki Boyutlu Koordinat Dönüşümü



Sekil 3-5 P' Noktasının Dönmesi

Şekilden, $\overline{OP'} = \overline{OQ}$ ve $\widehat{P'OA} = \widehat{QOQ_x}$, $\widehat{QOP'} = \widehat{Q_xOA} = \theta_z$ dolayısıyla P' noktası O noktası etrafında θ_z kadar döndüğünde Q noktası ile çakıştığı görülebilir. Bu, denklem (3-15) 'in ve R matrisinin başka bir yönden açıklamasıdır. Dolayısıyla R matrisi z eksenini etrafındaki dönmei ifade ettiğinden, dönme matrisi olarak adlandırılır.

Özet olarak dönme matrisi R 'nin 3 farklı fiziksel anlamı vardır. Bunlar;

(1) $O'-x_b y_b z_b$ nin $O-xyz$ ye göre dönmesini, $O'-x_b y_b z_b$ eksenlerinin $O-xyz$ ve izdüşürülmüş doğrütman kosinüslerini ifade eder.

(2) $O'-x_b y_b z_b$ den $O-xyz$ koordinatlarına, koordinat dönüşümü

(3) $O-xyz$ koordinatlarında dönme vektörü

Yukardaki ifadeler birbirleri ile bağlantılıdır. Bu yüzden herhangi biri bilindiğinde diğer ikisi bulunabilir. Bu ifadeler 3-boyutlu durumlarda da geçerlidir.

3.4 EULER AÇILARI

Önceki bölümlerde rijid bir cismin dönmesini temsilen 3×3 R matrisi kullanıldı. 9 matris elemanının hepsi bağımsız değildir ve denklem 3-3 deki ortogonalite ve denklem 3-4 deki birim uzunluk şartlarına maruzdur. Bu şartlar toplam 6 tane olduğundan, 9 elemanın sadece 3 ü bağımsızdır.

Bu bölümde, rijid cismin dönmesinin gösterimi sadece 3 bağımsız değişken kullanılarak tartışılacaktır.

Sekil 3-6 da gösterilen Oxyz ekseninin 3 ekseninde dönmesini düşünersek ;

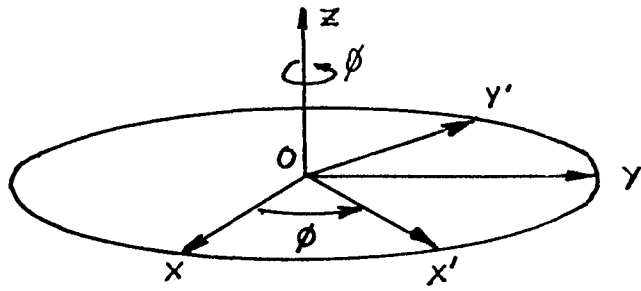
1. z eksenini etrafında θ kadar döndüğünde yeni eksen takımı $Ox'y'z$ olur. (Sekil 3-6a)

2. x' eksenini etrafında θ kadar döndüğünde yeni eksen takımı $Ox'y''z''$ olur. (Sekil 3-6b)

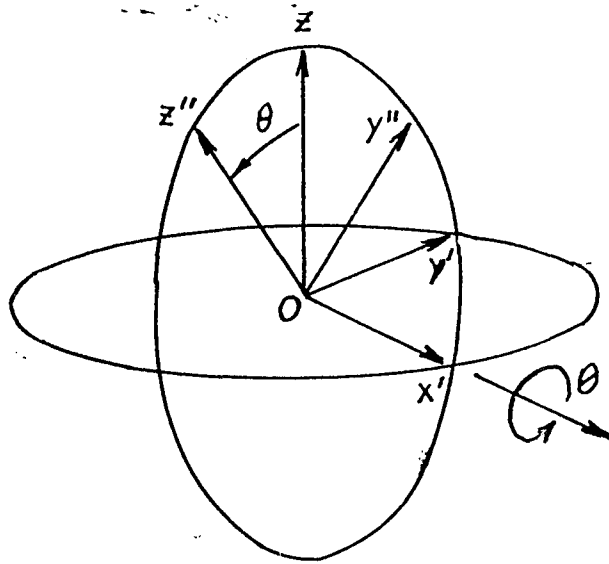
3. z'' etrafında ϕ kadar döndüğünde son eksen takımı $Ox_B y_B z_B$ olur. (Sekil 3-6c)

3 açı θ , θ ve ϕ koordinat eksenlerinin dönmesini ifade eder ve Euler açıları olarak bilinir. Euler açıları bağımsızdır ve her biri keyfi olarak değiştirilebilir.

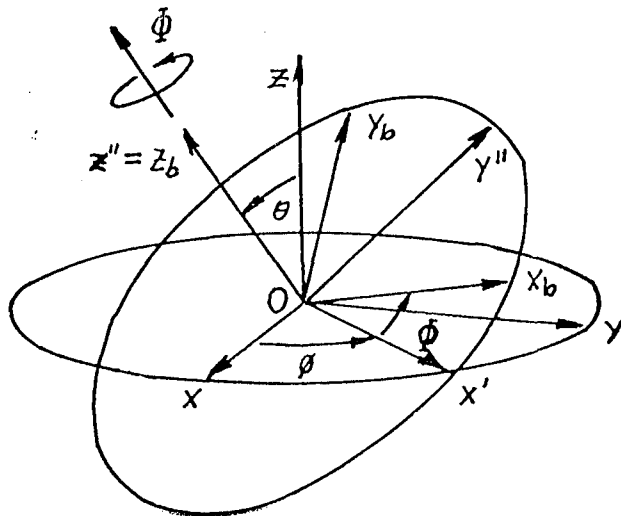
Koordinat eksenini $Ox_B y_B z_B$ nin verilen keyfi bir dönmesinde, Euler açıları aşağıdaki şekilde bulunur. Sekil 3-6c



(a)



(b)



(c)

Sekil 3-6 Euler Açılımları

deki O_x' doğrusu $x_B y_B$ ve xy düzlemlerinin kesişimidir. ϕ açısı bu doğrudan x_B eksenine kadar olan açı olarak tanımlanır. θ açısı z ekseninden $z_B = z''$ eksenine kadar olan açıdır. \emptyset açısında z ekseninden O_x' doğrusuna kadar olan açıdır. 3 açılı $O x_B y_B z_B$ 'nin $O xyz$ eksen takımına göre dönmesini ifade eder.

Koordinat dönüşümünün \emptyset dönmesi ile ilgili olduğunu düşünerek Euler açıları ile ilgili dönme matrisi R yi bulalım. $x' = [x', y', z]^\top$ koordinatlarını, $x = [x, y, z]^\top$ koordinatlarına dönüştürmek için 3×3 dönme matrisi $R_z(\emptyset)$ yi bulmamız gerekir.

$$x = R_z(\emptyset) \cdot x'$$

$$R_z(\emptyset) = \begin{bmatrix} \cos \emptyset & -\sin \emptyset & 0 \\ \sin \emptyset & \cos \emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Aynı şekilde θ dönmesi ile ilgili olarak $x'' = [x'', y'', z'']^\top$ den x' ne koordinat dönüşümünü yaparsak,

$$x' = R_{x'}(\theta) \cdot x''$$

$$R_{x'}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

ϕ dönmesi ile ilgili olarak,

$$x'' = R_z''(\phi) \cdot x^b$$

$$R_z''(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

3 koordinat dönüşümünü birleştirirsek :

$$x = R_z(\theta) \cdot R_x'(\theta) \cdot R_z''(\phi) \cdot x^b \quad (3-19)$$

olur. Denklem 3-19 u aşağıdaki şekilde yazarsak :

$$R(\theta, \theta, \phi) = R_z(\theta) \cdot R_x'(\theta) \cdot R_z''(\phi) \quad (3-20)$$

olur. $R(\theta, \theta, \phi)$ matrisi x^b den x' e koordinat dönüşümünü sağlar. Bölüm 3.3 'te belirtildiği gibi, koordinat dönüşüm matrisi ile, dönme matrisi eşdeğer olduğundan $R(\theta, \theta, \phi)$ matrisi $Oxyz$ koordinat ekseninden $Ox_b y_b z_b$ koordinat eksen takımına yapılan dönmeyi ifade eder.

3.5 HOMOJEN DÖNÜŞÜMLER

Bu bölümde homojen koordinat dönüşümlerinin nasıl yapıldığını göstermeye çalışacağız.

Denklem (3-9) ile verilen koordinat dönüşümünü yeniden inceleyelim.

$$x = x_0 + R \cdot x^p \quad (3-21)$$

Burada, sağ tarafın ilk terimi ötelenme ile ikincisi ise dönme ile ilgili dönüşümü ifade etmektedir. Bu bölümde amaç ötelenme ve dönme dönüşümlerinin her ikisinin de tek bir gösterimde toplamaktır. Bu amaçla 4x1 vektörleri tanımlanır

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad X^p = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

ve 4x4 matrisi

$$A = \left[\begin{array}{c|c} R & x_0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3-22)$$

x ve x^p vektörlerine dördüncü uzuv olarak 1 eklenmiş ve neticede 4x1 vektörü meydana getirilmiştir. Dönme matrisi R de, 3x1 yer vektörü x_0 ve dördüncü sırada üç adet sıfır ve bir adet 1 kullanılarak, 4x4 matrisine dönüştürülmüştür.

Neticede denklem (3-21) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$X = A \cdot X^p \quad (3-23)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} R & x_0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

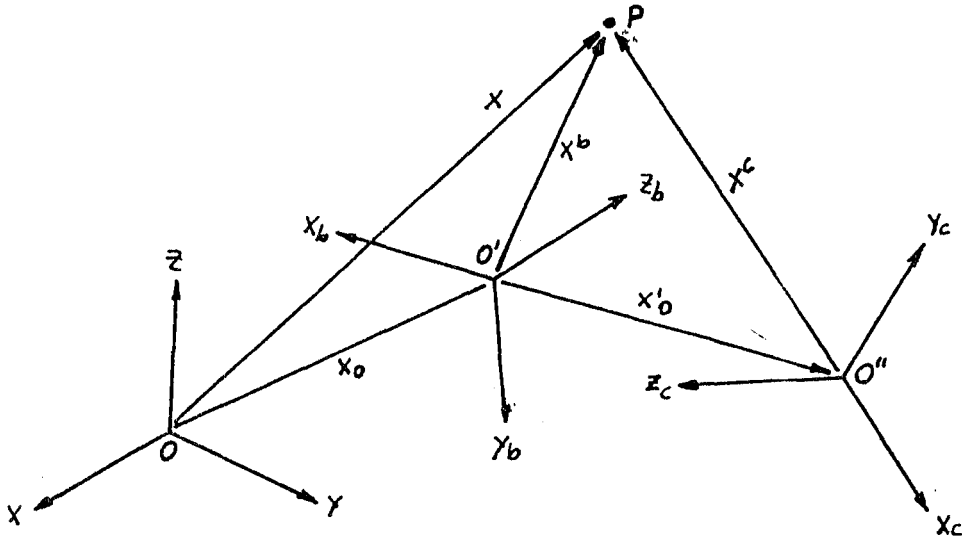
4x4 matrisi $Ox_bY_bZ_b$ eksen takımının hem ötelenmesini hemde dönmesini göstermektedir.

Denklem (3-21) in sağ tarafındaki iki terim, denklem (3-23) ile tek terime indirilmiştir. Denklem (3-23) ile verilen koordinat dönüşümü "Homojen dönüşüm" olarak bilinir.

Bu çalışmada, ardarda yapılan dönüşümlerde Homojen dönüşümün kullanılmasının sebebi, diğer yöntemlere göre kısa ve basit olmasıdır. Şekil 3-7 de görüldüğü gibi $O''x_cY_cZ_c$ yi başka bir koordinat eksenini olarak düşünürsek;

$$x^b = x_o' + R' \cdot x^c \quad (3-25)$$

vazılır.



Şekil 3-7 Ardarda Yapılan Koordinat Dönüşümleri

Burada x_o' ve R' , x^c den x^b ye koordinat dönüşümü ile ilgili 3×1 vektörü ve 3×3 matrisidir. (3-25) denklemini denklem (3-21) de yerine koyarak

$$x = x_0 + R \cdot x_0' + R \cdot R' \cdot x^0 \quad (3-26)$$

bulunur.

Bu durumda denklem (3-26) nin sağıında 3 terim vardır. Dönüşümler arttıkça sağı taraftaki terim sayısı artmaktadır. Genel durumda n sayıda ardarda yapılan koordinat dönüşümü, sağı tarafı (n+1) non-homojen terimli, n. dereceden bir polinoma götürür. n. eksenden 0. eksene geriye doğru yapılan n sayıda ardarda dönüşüm düşünürsek, A_1^{i-1} i. eksenden (i-1) inci eksene yapılan homojen dönüşümle ilgili 4x4 matrisi n. eksenin pozisyon vektörü X^n , 0. eksenin yer vektörü X^0 'a dönüştürülsün. Bu durumda ;

$$X^0 = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot \dots \cdot A_n^{n-1} \cdot X^n \quad (3-27)$$

olur. Ve ardarda yapılan dönüşümler kısaca tek bir terimle ifade edilebilir.

BÖLÜM 4

MANİPLATÖR KOLUNUN KİNEMATİK

MODELLEMESİ

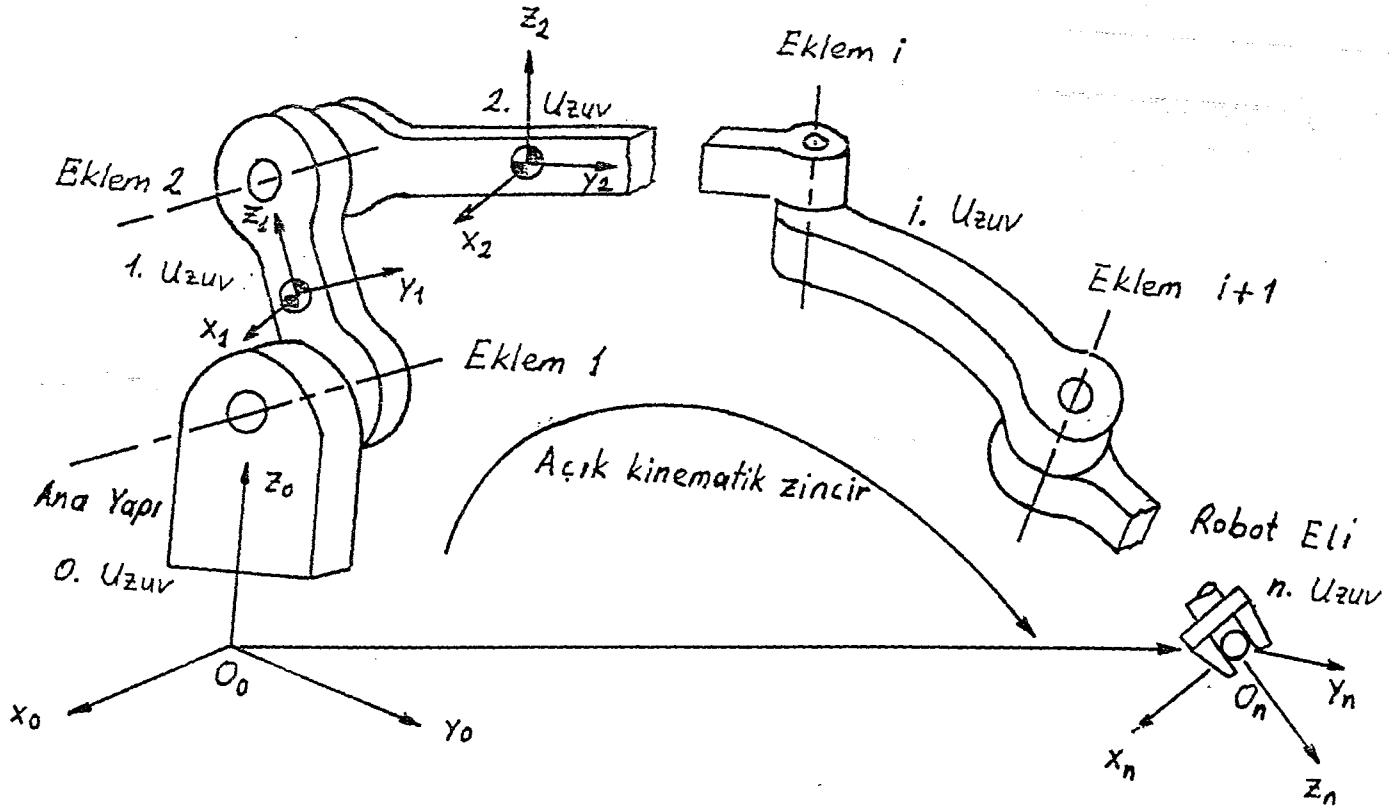
4.1 AÇIK KİNEMATİK ZİNCİR

3. Bölümde geliştirilen matematiksel ifadeler bu bölümde manipulatör kolun kinematik modellemesinde kullanılacaktır. Koldaki her uzuvun uzaydaki konum ve durumunu belirtmek için homojen dönüşüm kullanılacaktır.

Manipulatör kolu, bir seri rijid cisimden oluşmuştur. Şekil 4-1 rijid cisimlerin seri bağlantısı şeklinde modellenmiş bir manipulatör kolu göstermektedir. Böyle açık çevrim seri bağlanmış yapılar açık kinematik zincir olarak tanımlanır. Endüstriyel ve araştırma robotlarının bir çoğu açık kinematik zincir yapıdadır. Bu çalışmada tartışılan manipulatör koluda aynı yapıya sahip olacaktır.

Açık kinematik zincir yapılarda her uzuv Şekil 4-1 de görüldüğü gibi sıfır dan n 'e kadar numaralanabilir. Ana uzuv genellikle yere sabitlenmiştir ve sıfır olarak numaralandırılır. En dıştaki uzuv ise n olarak numaralandırılır. Manipulatör kol son uzuva bağlı elin hareketi vasıtasıyla bir görevi gerçekleştireceğinden burada birinci amaç son uzuvun hareketini analiz etmektir.

Elin uzaydaki konumunu ve dönmesini temsil eden son uzuva $O X_n Y_n Z_n$ eksen takımı yerleştirilir. Manipulatör elinin hareketi, ilk ve son uzuvlar arasındaki ara uzuvlarında hareket etmesine sebep olduğundan her uzuva koordinat ek-



Sekil 4-1 Açık Kinematik Zincir

sen takımı yerleştirilmesi gerekir. i . uzuvun $O_i X_i Y_i Z_i$ eksen takımının uzaydaki konumu ve dönmesi bir önceki $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ eksen takımına göre homojen dönüşüm matrisi kullanılarak belirlenir. Maniplatör elinin uzaydaki konumu ve dönmesi son eksen takımından, ana eksen takımına, ardarda yapılan homojen dönüşümler sonucunda elde edilir. Maniplatör kol açık kinematik zincir olarak düşünülendiğinden, seri halinde yapılan dönüşümler ana eksen takımı referans alınarak yapılır.

Bitişik kol uzuvlarının izafi hareketi, 2 uzuvu birleştiren eklemlerinde hareket etmesine neden olur. $(n+1)$ uzuvlu bir maniplatör kolda n adet eklem vardır.

$i-1$ ve i uzuvları arasındaki eklem, i . eklem olarak isimlendirilir. Her eklem başlıbaşına bir motor tarafından tahrik edilir. Böylelikle elin çalışma uzayındaki konumu ve dönmesi eklem verdiğimizde cinsinden belirlenir.

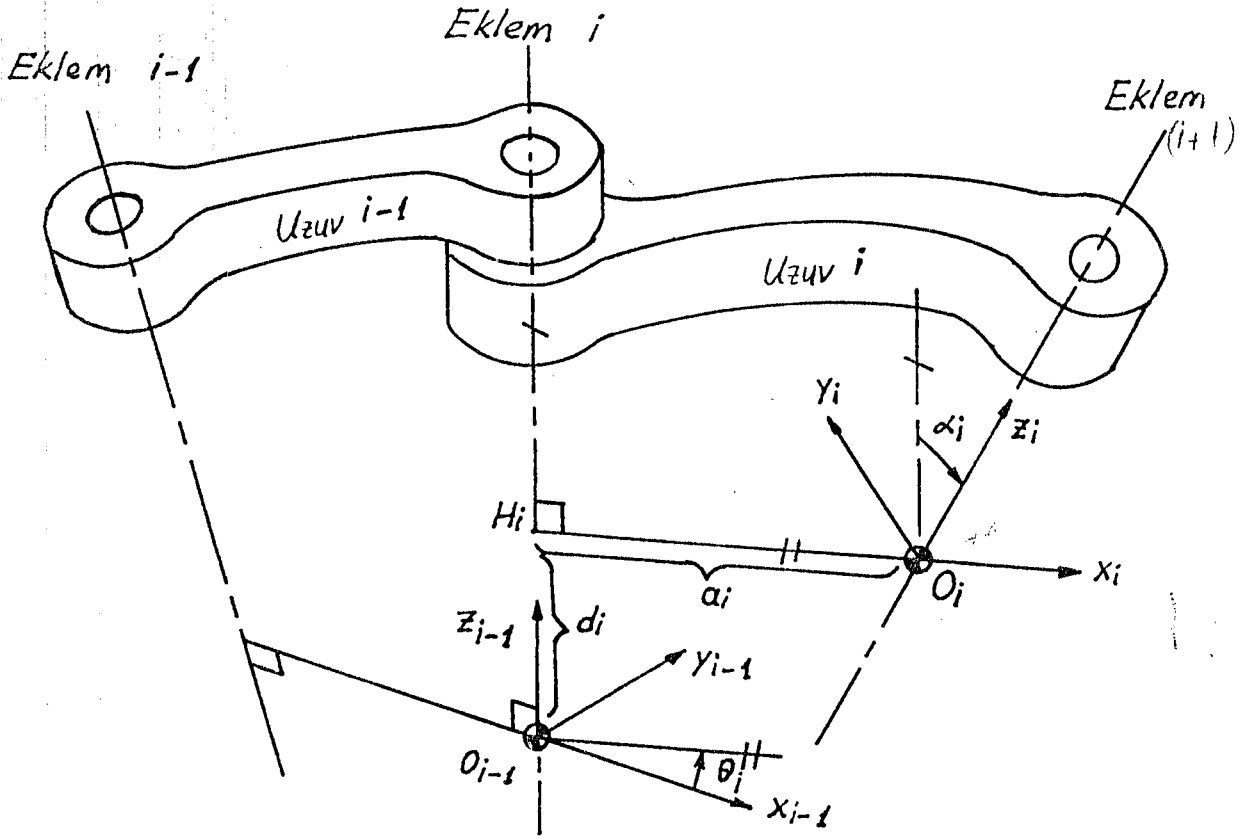
Bu çalışmanın bundan sonraki bölümlerinin amacı, maniplatör elinin uzaydaki konumu ve dönmesi ile eklem değişkenleri arasındaki fonksiyonel ilişkinin bulunmasıdır.

4.2 DENAVİT HARTENBERG GÖSTERİMİ

Bitişik uzuvlar arasındaki ötelenme ve dönme ilişkilerini tanımlamak için, Denavit ve Hartenberg mafsalı bir zincirin, her uzvuna karşılık gelen bir koordinat eksenini, sistematik olarak oluşturan bir matris metodu geliştirmişlerdir.

Böylelikle ardarda uygulanan dönüşümler vasıtasıyla

"el koordinatlarında" tanımlanan manipulatör eli, dinamik sistemin başlangıç referans eksen takımına göre tanımlanabilir.



Şekil 4-2

Denavit-Hartenberg Gösterimi

Şekil 4-2 bitişik $i-1$ ve i uzuvlarını ve aralarındaki $i-1$, i ve $i+1$ eklemlerini göstermektedir. Şekildeki $H_i O_i$ doğrusu i ve $i+1$ eklem eksenlerinin ortak normalidir. D-H gösteriminde i . eksen takımının orijini O_i , $(i+1)$ inci eklem eksenini ile i ve $(i+1)$ eklem eksenleri arasındaki ortak nor-

malin çakıştığı noktada gösterilmiştir. i . uzuv eksen takımı $(i+1)$. eklem eksenine üstündedir. x_i eksenine ortak normalin uzantısı olarak seçilirken, z_i ekseninde $(i+1)$. eklem eksenine boyunca seçilir. Son olarak y_i ekseninde sağ el kuralı ile belirlenir.

iki eksen takımının izafi konumlarını tam olarak belirleyen 4 parametre şunlardır:

a_i : ortak normal uzunluğu

d_i : O_{i-1} orijini ile H_i noktası arasındaki uzaklık

α_i : i . eklem eksenine ile z_i eksenine arasındaki açı

θ_i : x_{i-1} eksenine ile ortak normal $H_{i-1}O_i$ arasında z_{i-1} etrafında sağ el kuralına göre yapılan açı

a_i ve α_i parametreleri, kinematik yapı ile belirlenen sabit parametrelerdir. a_i uzuv uzunluğunu, α_i 'de iki eklem eksenine arasındaki sabit açıyı ifade eder. Diğer iki parametre d_i ve θ_i , eklem hareketine göre değişir.

Maniplatör kollarda 2 tip eklem mekanizması kullanılır. Dönel koordinatlar, bitişik uzuvlardan birini diğerine göre belli bir açıda döndürür. Prizmatik eklemler ise bitişik uzuvlardan birini diğerine göre öteletir. Dönel bir eklem için d_i sabit olup, θ_i parametresi eklem değişkenini temsil eder. Prizmatik bir eklem için θ_i sabit olup, eklem değişkenini d_i parametresi temsil eder.

Bitişik uzuvlar arasındaki kinematik ilişki 4×4 matrisi kullanılarak formüle edilir.

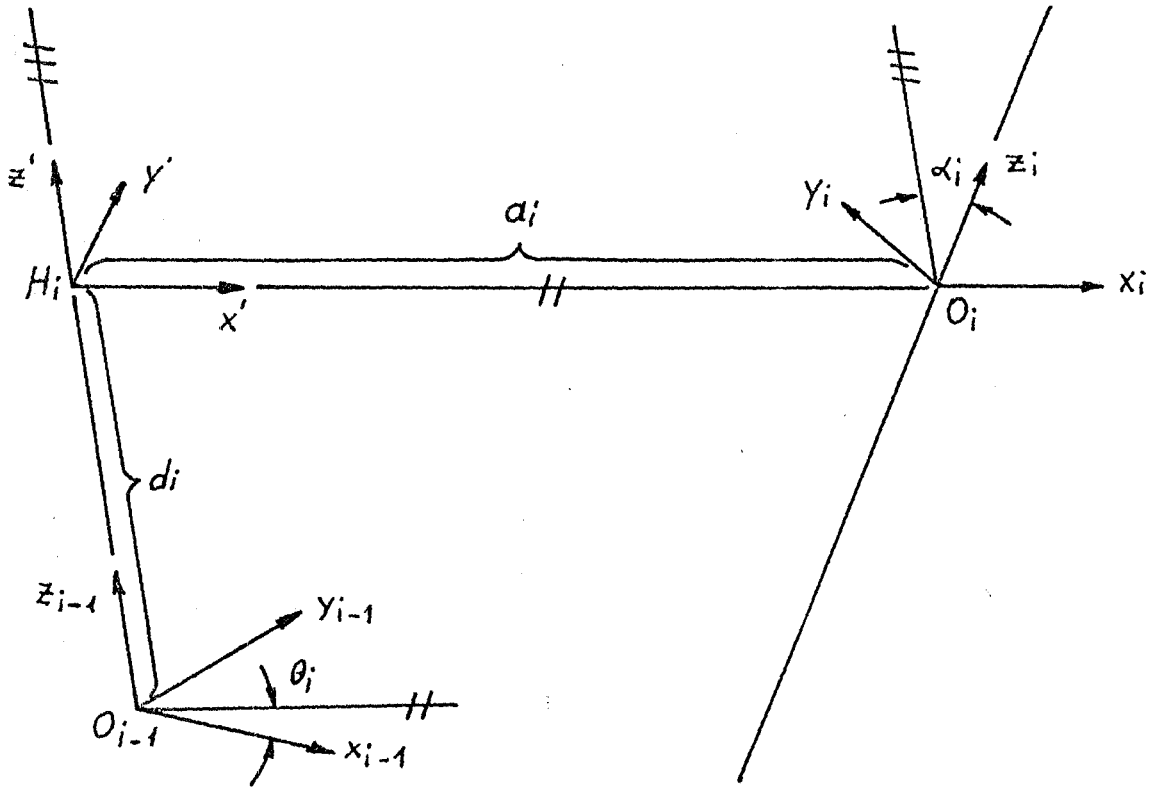
Şekil 4-3 $O_i x_i y_i z_i$ ve $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ koordinat eksenlerini ve $H_i - x_i' y_i' z_i'$ de ara koordinat eksen takımını

göstermektedir. X_i , X' ve X_{i-1} sırasıyla $O_i X_i Y_i Z_i$, $H_i - X' Y' Z'$ ve $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ eksenlerinde 4×1 'lik konum vektörleri olsun.

X_i den X' ne koordinat dönüşümü :

$$X' = A_i^{int} \cdot X_i$$

(4.1)



Sekil 4-3

D-H Gösteriminde Bitişik Koordinat Eksenleri Arasındaki İlişki

$$A_i^{int} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Benzer şekilde X' den X^{i-1} e yapılan dönüşümde:

$$X^{i-1} = A_{i-1}^{inc} \cdot X' \quad (4-3)$$

$$A_{i-1}^{inc} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

Denklem 4.1 ve 4.3 birleştirilerek

$$X^{i-1} = A_i^{i-1} \cdot X^i \quad (4-5)$$

elde edilir. (4-5) denkleminde ;

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cdot \cos \alpha_1 & \sin \theta_1 \cdot \sin \alpha_1 & a_1 \cdot \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cdot \cos \alpha_1 & -\cos \theta_1 \cdot \sin \alpha_1 & a_1 \cdot \sin \theta_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

olup. A_i^{i-1} matrisi, i ekseninin, $i-1$ eksenine göre dönme ve ötelenmesini ifade eder.

4.3. KİNEMATİK DENKLEM

Bu bölümde D-H gösterimi kullanılarak elin. eklem değişkenleri cisinden uzaydaki konumu ve dönmesi incelenecektir.

tir. Eklem değişkenleri, eklemin tipine göre θ_1 açısı veya d_1 ötelenmesidir. Genelde eklem değişkeni q_1 ile gösterilir.

$q_1 = \theta_1$ ise döneel eklem

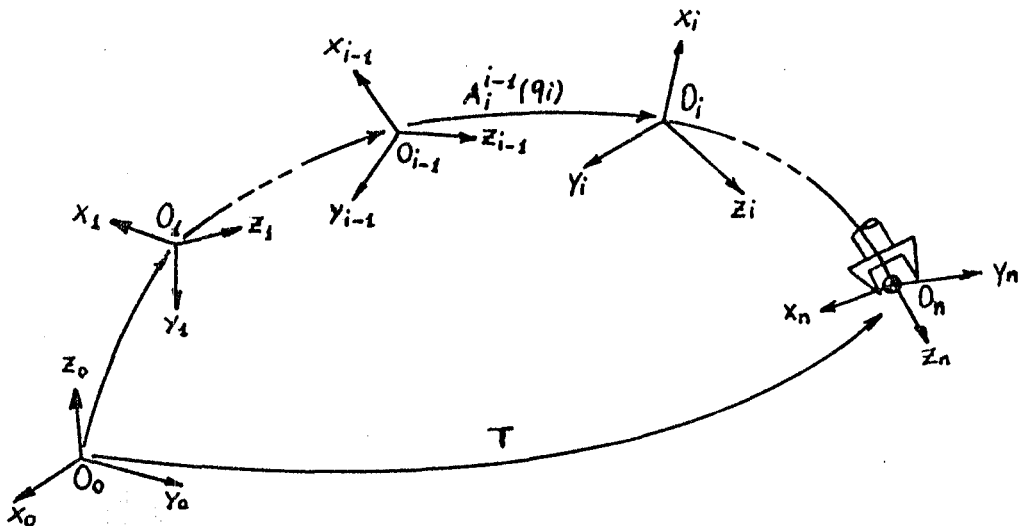
$q_1 = d_1$ ise prizmatik eklem

sözkonusudur.

i uzvunun $i-1$ uzvuna göre dönme ve ötelenmesi 4×4 matrisi $A_i^{i-1}(q_i)$ kullanmak suretiyle q_i 'nin fonksiyonu olarak belirlenir.

Şekil 4-4 te görüldüğü gibi manipulatör kolu başlanğıçtan sona kadar $(n+1)$ uzuvdan oluşmaktadır. Seri bağılı uzuvlar boyunca yapılan koordinat dönüşümleri vasıtasıyla e-lin referans eksen takımına göre veri belirlenir. Denklem 4.7 son uzuvun referans eksene göre dönme ve ötelenmesini göstermektedir.

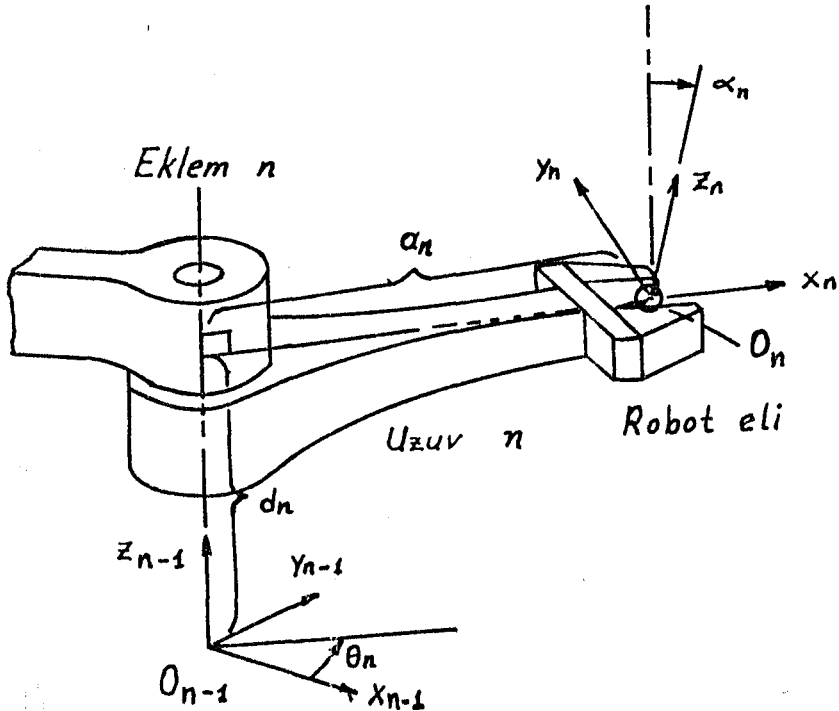
$$T = A_1^0(q_1) \cdot A_2^1(q_2) \cdot \dots \cdot A_n^{n-1}(q_n) \quad (4.7)$$



Şekil 4-4 Robot Elin Konumunun 4×4 Matrisi ile Gösterimi

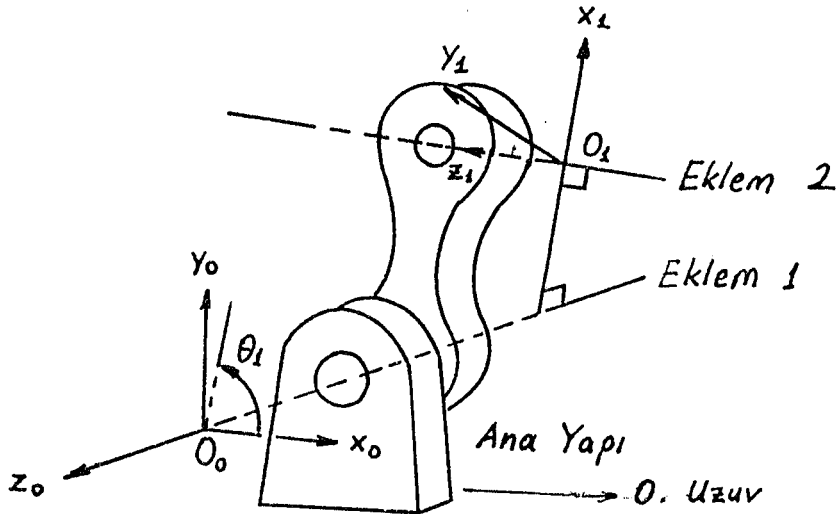
Burada T son uzuvun referans eksenine göre dönme ve ötelenmesini gösteren 4×4 bir matristir. Denklem 4.7 manipulator kolun tüm temel kinematik özelliklerini kapsar ve kolun kinematik denklemi olarak isimlendirilir.

D-H gösterim kurallarında dikkat edilecek hususlar şunlardır. Her uzuva bağlı koordinat eksenini tanımlamak için, iki eklem eksenini arasındaki ortak normal mutlaka surette belirlenmelidir. Fakat ilk ve son uzuvların sadece bir eklem eksenini olduğundan herhangi bir ortak normalleri yoktur. Bu iki uzuv için koordinat eksenleri aşağıdaki şekilde tanımlanır. Son uzuv için şekil 4-5 'de görüldüğü gibi koordinat eksenini elin herhangi uygun bir noktasında seçilebilir. Ancak koordinat eksen takımı öyle belirlenmelidir ki



Şekil 4-5 Son Koordinat Ekseninin Yeri

x_n eksenini, son eklem eksenini dik açıyla kesmelidir. Şekildeki α_n açısı keyfidir. İlk uzuv için, koordinat ekseninin orijini 1. eklem eksenini üzerinde keyfi bir nokta olarak seçilebilir. (Şekil 4-6). x ve y eksenlerinin eklem eksenini etrafında dönmesi keyfi olmasına rağmen z_0 eksenini mutlaka 1. eklem eksenine paralel olmalıdır.



Şekil 4-6 Referans Koordinat Eksen Takımının Yeri

Ayrıca 2 istisnada ara uzuvlar için vardır. Ara bir uzuvun iki eklem eksenini birbirine paralel olduğunda aralarındaki ortak normal tek değildir. Bu durumda ortak normalin seçimi keyfi yapılır. Genellikle şekil 4-2 de gösterildiği gibi d_1 mesafesini 0 yapmak için ortak normal O_{1-1} den geçirilir. Diğer istisna prizmatik eklem ile ilgilidir. Prizmatik bir eklem için sadece eklem eksenini doğrultusu önemlidir. Eklem eksenini yönü keyfi olarak seçilebilir.

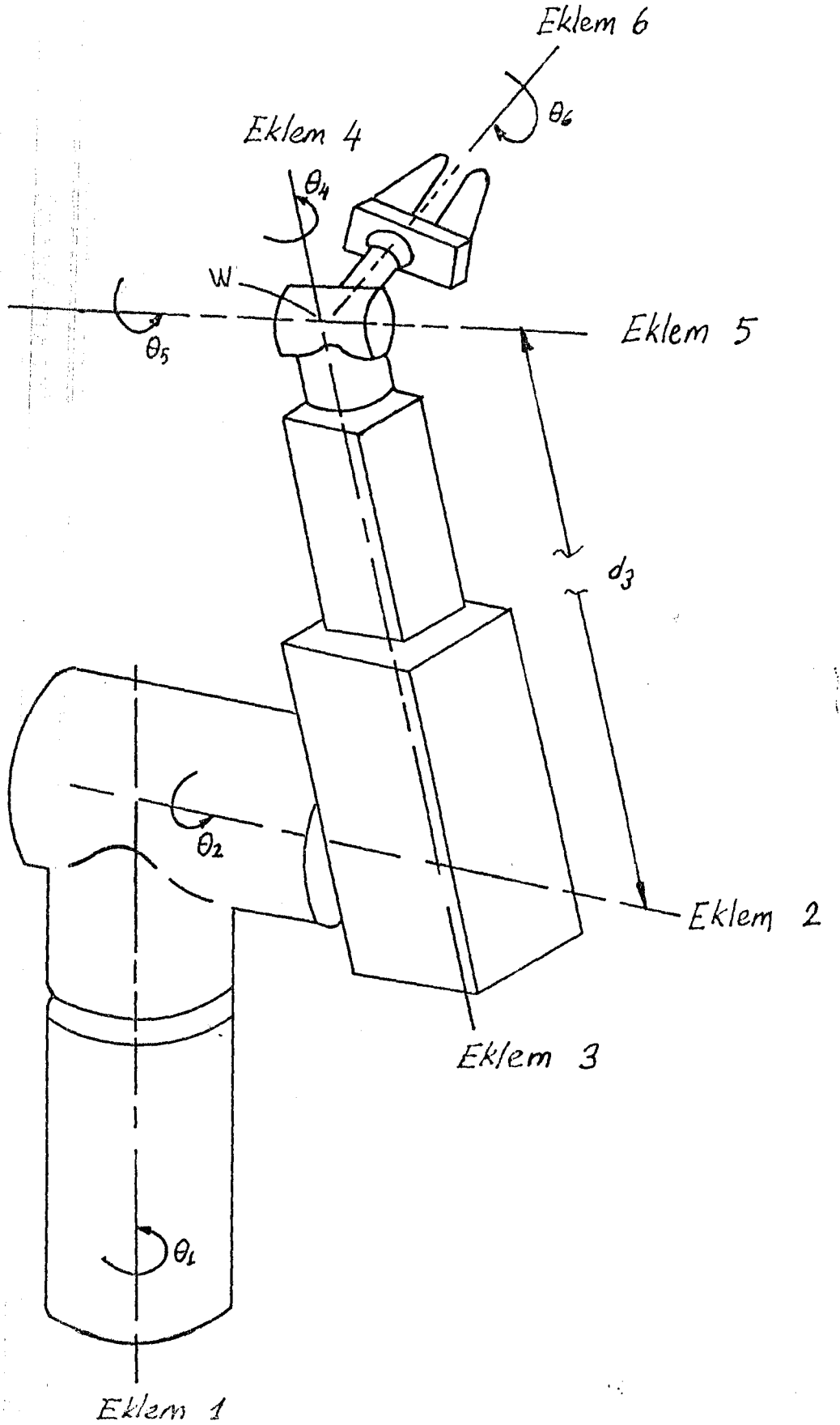
4.4 5R-1P MANİPLATÖR KOLUN KİNEMATİK MODELİ

Sekil 4-7 altı serbestlik dereceli 5 eklemi dönme hareketi yapan 1 eklemi ötelenme hareketi yapan manipulatör kolu göstermektedir. Bu tür kol yapısı geniş ölçüde ticari ve araştırma robotlarında kullanılmaktadır.

Kinematik modellemenin ilk basamağı tüm eklemleri belirlemektir. 1. eklem dönme hareketi yapan bir eklem olup tüm kütleli düşey eksen etrafında döndürmektedir. 2. eklem yatay eksen etrafında dönen bir eklemdir. 3. eklem kendinden sonraki uzuvlara ötelenme hareketi yaptıran prizmatik bir eklemdir. Burada 3. eklem eksenini 4. eklem eksenine ilecek şekilde seçilmiştir. Diğer son 3 eklemin hepsinde dönel eklemler olup tek bir noktada çakışmıştır.

Daha sonra kol uzuvlarının koordinat eksenleri belirlenir. 1. ve 2. eklem eksenleri şekilde görüldüğü gibi kesistikleri için aralarındaki ortak normal uzunluğu sıfırdır ve her iki eklem eksenine dik yönde oluşturulur. Bu yön D-H gösterimine göre x_1 eksenini olarak belirlenir. 2. koordinat eksen takımı 2. ve 3. eklemlerin eksenlerinin kesistiği noktadadır. 3. ve 4. eklemlerin eksenleri çakışık olduğundan ortak normal tek değildir, bu yüzden eksen üzerinde keyfi olarak seçilebilir. Şekilde 3. koordinat eksen takımı W noktasında seçilmiştir çünkü eklem eksenleri bu noktada kesilmektedir. Son eksenin orijini keyfi olarak seçilebilir.

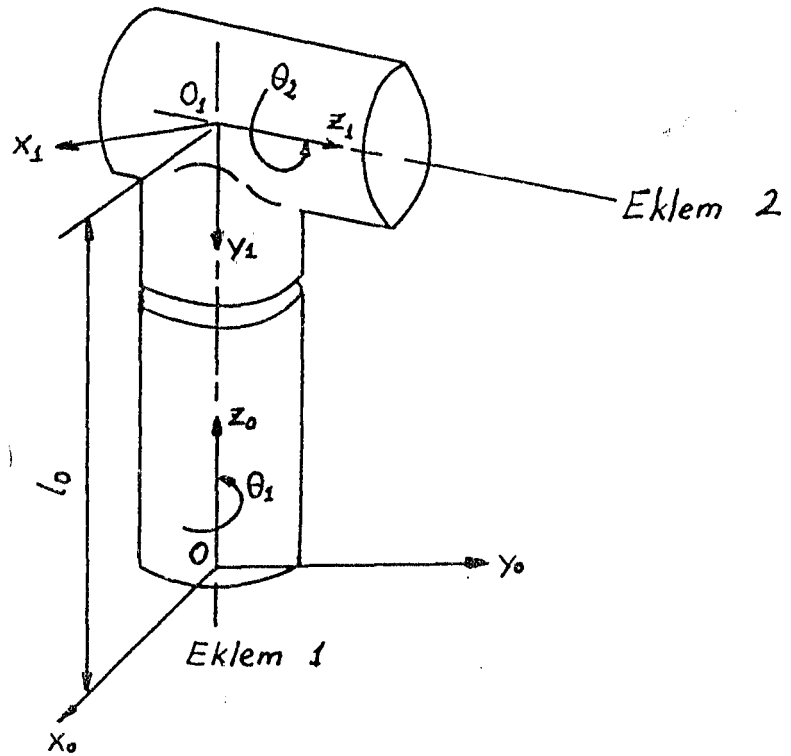
Bu koordinat eksenleri için Denavit-Hartenberg parametreleri Tablo 1 de listelenmiştir. Tablo 1 deki birçok parametrenin sıfıra eşit olduğu görülmektedir. Koordinat ek-



Sekiil 4-7 5R-1P Manipulatorü

senleri öyle bir şekilde tanımlanmalıdır ki, kinematik denklemlerin basit olması için çok az sayıda sıfır olmayan parametre olmalıdır. Tablo 1 aynı zamanda 3. eklem için eklem değişkenininin d_3 ötelenmesi, diğer eklem değişkenlerininin θ_1 açıları olduğunu göstermektedir. 4×4 $A_i^{-1}(q_i)$ matrisleri tablo veya sekilden oluşturulabilir.

Şimdi her bir uzuvu ait koordinat eksen takımının bir önceki uzuvun koordinat eksen takımına göre dönme ve ötelenmesini ifade eden dönüşüm matrislerini bulalım.



Sekil 4-8 1.Eksen Takımının Referans Eksen Takımına Göre Yeri

1. uzuvu bağlı $O_1x_1y_1z_1$ eksen takımı ana uzuvu bağlı $O_0x_0y_0z_0$ referans eksen takımına göre saatin tersi yönde θ_1 kadar döndüğünde $O_0x_0y_0z_0$ 'a göre izdüşümü (Sekil 4-8)

$$x_o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_o \end{pmatrix}$$

$$R = [n. t. b]$$

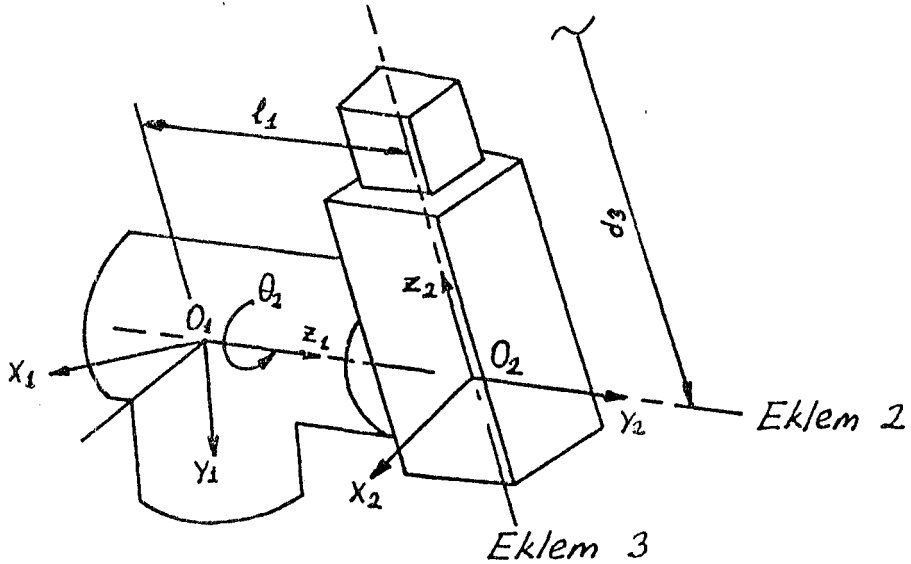
$$n = \begin{pmatrix} c_1 \\ s_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} -s_1 \\ c_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} R & x_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Böylece 1. eksen takımının referans eksen takımına göre dönme ve ötelenmesini gösteren 4x4 homojen dönüşüm matrisi A_1^0 (θ_1) bulunmuş olur.



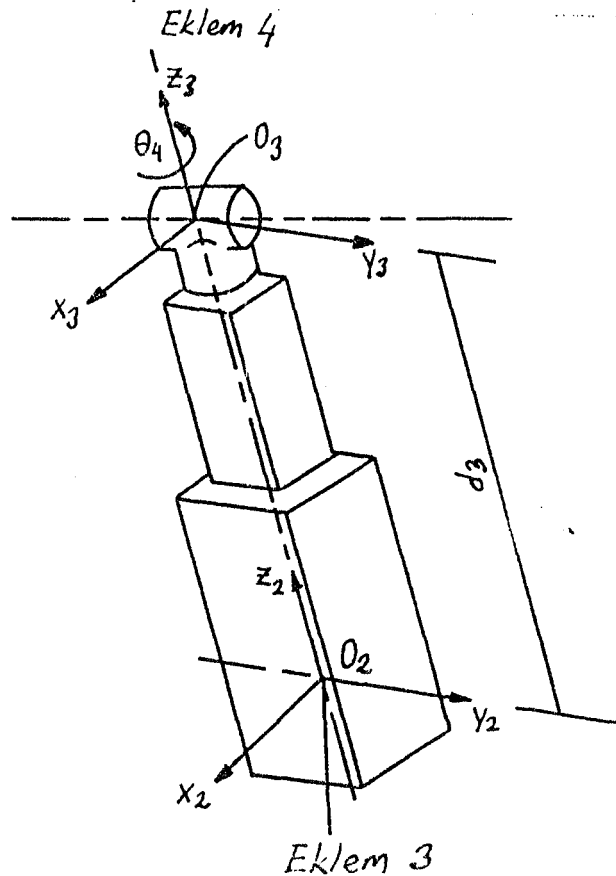
Sekil 4-9 2.Eksen Takımının 1.Eksen Takımına Göre Dönmesi

Bir önceki dönüşüme benzer olarak burada da $O_2x_2y_2z_2$ eksen takımı, z_1 eksenini etrafında θ_2 kadar döndüğünde $O_1x_1y_1z_1$ 'e göre izdüşüm (Şekil 4-9) ;

$$R = \begin{bmatrix} n & t & b \end{bmatrix} \quad x_o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix}$$

$$n = \begin{pmatrix} c_2 \\ s_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} s_2 \\ -c_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_1^4 = \begin{bmatrix} R & x_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Şekil 4-10

$O_3x_3y_3z_3$ 'ün $O_2x_2y_2z_2$ 'ye Göre
Açılması

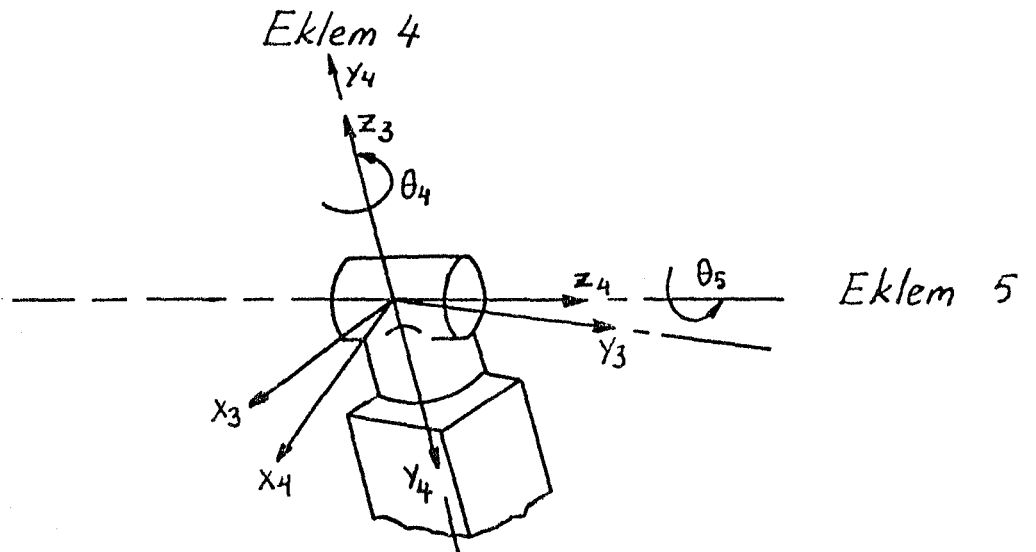
Şekil 4-10 dan da anlaşılacağı gibi $O_3X_3Y_3Z_3$ ve $O_2X_2Y_2Z_2$ eksenleri paralel olup birbirine göre d_3 kadar ötelenme hareketi yapmaktadır. Burada dönme hareketi yoktur

$$R = [n, t, b] \quad x_o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

$$n = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} R & x_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde 4×4 dönüşüm matrisi bulunur.



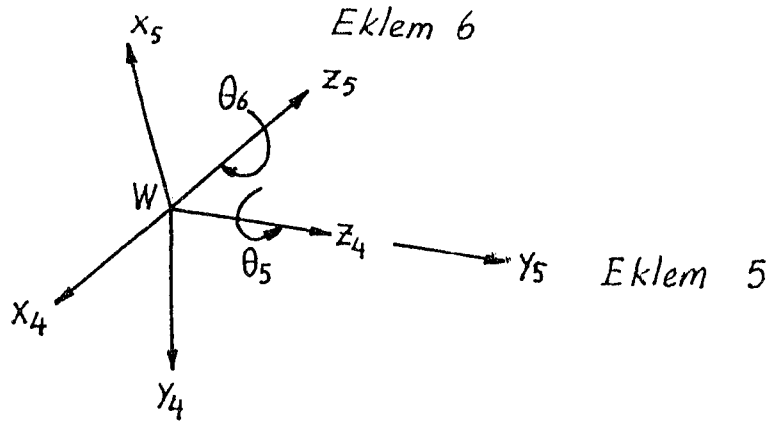
Şekil 4-11 $O_4X_4Y_4Z_4$ 'ün $O_3X_3Y_3Z_3$ 'e Göre Dönmesi

Sekil 4-11 de her iki eksen takımının birbirine göre konumları görülmektedir. $O_4X_4Y_4Z_4$, $O_3X_3Y_3Z_3$ 'e göre Z_3 eksenini etrafında θ_4 kadar dönmektedir.

$$R = \begin{bmatrix} n & t & b \end{bmatrix} \quad x_o = 0$$

$$n = \begin{pmatrix} c_4 \\ s_4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -s_4 \\ c_4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{44}^3 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Sekil 4-12 $O_5X_5Y_5Z_5$ 'in $O_4X_4Y_4Z_4$ 'e Göre Dönmesi

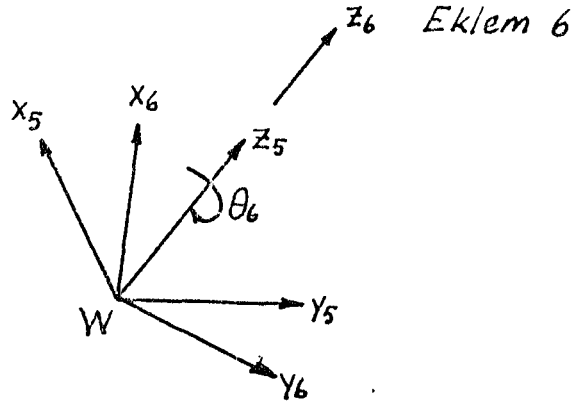
Sekil 4-12 de iki eksen takımının $O_5 = O_6$ orijinleri W noktasında çakışmaktadır. Burada $O_5X_5Y_5Z_5$ eksen takımı $O_4X_4Y_4Z_4$ 'e göre θ_5 açısı kadar dönmektedir.

$$R = [n, t, b] \quad x_o = 0$$

$$n = \begin{pmatrix} c_5 \\ s_5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} s_5 \\ -c_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_5^4 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_5^4 (\theta_5)$ dönüşüm matrisi bulunur.



Şekil 4-13 $O_6X_6Y_6Z_6$ 'nin $O_5X_5Y_5Z_5$ 'e Göre Dönmesi

Şen eksen takımının z_5 eksenini etrafında θ_6 kadar dönmesi sonucu meydana gelen açısal yer değiştirme nin $O_5X_5Y_5Z_5$ eksenine izdüşümünde:

$$R = [n, t, b] \quad x_6 = 0$$

$$n = \begin{pmatrix} c_6 \\ s_6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} -s_6 \\ c_6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_6^5 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Böylece son dönüşüm matriside bulunarak aşağıdaki kinematik denklem elde edilir.

$$T = A_1^0(\theta_1) \cdot A_2^1(\theta_2) \cdot A_3^2(d_3) \cdot A_4^3(\theta_4) \cdot A_5^4(\theta_5) \cdot A_6^5(\theta_6)$$

Burada robot elinin referans eksen takımına göre dönme ve ötelenmesini gösteren 4x4 T matrisi, eklem yerdeğiştirmeleri olan $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ 'nın fonksiyonu olarak bulunmuş olur.

4. 5 TERS KİNEMATİK ÇÖZÜM

Bölüm 4.4 de bulunan kinematik denklem eklem yerdeğiştirmeleri ile robot elin ötelenme ve dönmesi arasındaki fonksiyonel ilişkiyi belirler. Kinematik denklemin sağ tarafındaki eklem değişkenlerinin değerleri yerine konulduğunda robot elin uzaydaki dönme ve ötelenmesi bulunabilir. Bu

şekilde robot elin uzaydaki konumunun eklem değişkenleri cinsinden bulunmasına "Düz Kinematik Çözüm" denir.

Bu bölümde ise robot elin çalışma uzayında belirli bir konuma (dönme + ötelenme) gelebilmesi için gerekli eklem değişkenleri bulunacaktır. Bu önceki çözümün tersi olup "Ters Kinematik Çözüm" olarak tanımlanır. Ters kinematik çözümün zorluğu robot elin aynı konumuna karşılık gelen birden fazla çözümün bulunması ihtimalidir. Bazen de yörünge ve kol yapılarından dolayı hiç çözüm bulunmayabilir.

Bir manipulatör kol, elini çalışma uzayında keyfi bir noktaya ve keyfi bir dönme durumunda yerleştirebilmesi için en az 6 serbestlik dereceli olmalıdır.

4. 6 5R-1P MANİPLATÖRÜNÜN TERS KİNEMATİK ÇÖZÜMÜ

Bölüm 4.4 de kinematik denklem

$$T = A_1^0 . A_2^1 . A_3^2 . A_4^3 . A_5^4 . A_6^5 \quad (4-8)$$

şeklinde elde edilmisti. Bu çalışmaya konu olan manipulatörde elin çalışma uzayında keyfi bir T konumuna yerleştirilmesi durumunda kapalı çözümler mevcuttur.

$$T . (A_6^5)^{-1} = A_1^0 . A_2^1 . A_3^2 . A_4^3 . A_5^4 . A_6^5 \quad (4-9)$$

$$(A_1^0)^{-1} . T . (A_6^5)^{-1} = A_2^1 . A_3^2 . A_4^3 . A_5^4 \quad (4-10)$$

bulunur. Denklem 4-9 'un sol tarafı sadece θ_6 nin, sağ

tarafı ise diğer eklem değişkenlerinin fonksiyonudur. Benzer olarak denklem 4-10 'un sol tarafı θ_1 ve θ_6 nin, sağ tarafıda diğer eklem değişkenlerinin fonksiyonudur.

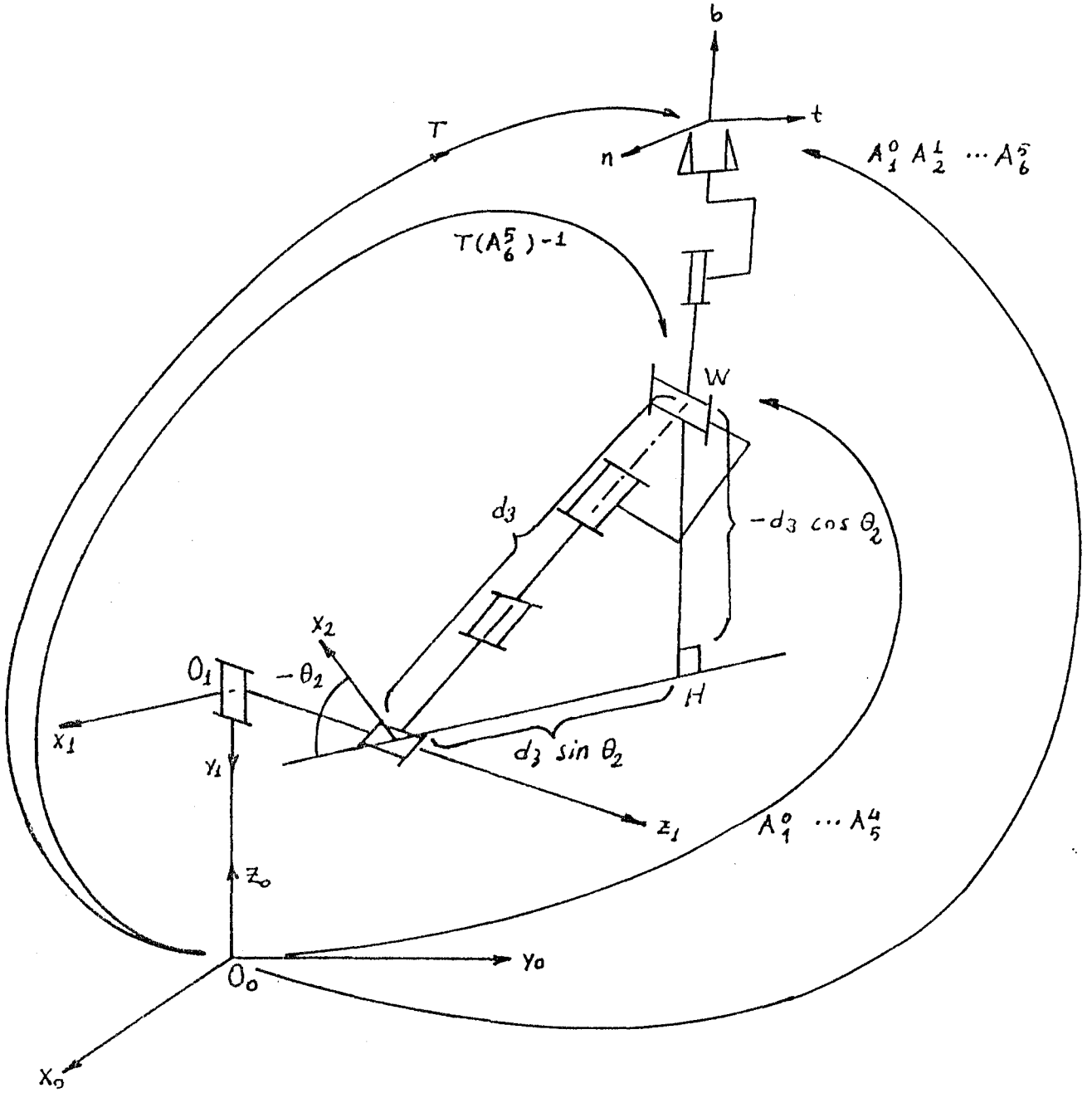
Denklem 4-9 'un her iki tarafıda iki ayrı yoldan 5. e-
lemanın referans eksen takımına göre dönme ve ötelenmesini
göstermektedir. 5. koordinat eksen takımının orijini W
noktasındadır. W noktasının ötelenmesinin ilk 3 eklem
fonksiyonu olduğu şekil 4-14 'den görülmektedir. Böylece
denklem 4-9 da her iki taraftaki 4x4 matrislerinin son sütunları karşılaştırılırsa 3 bilinmeyen elde edilebilir. Uygunluk açısından denklem 4-10 'un her iki tarafındaki 4x4 matrislerinin son sütunları karşılaştırılarak, sağ taraf için :

$$X_W^1 = \begin{pmatrix} d_3 \cdot s_2 \\ -d_3 \cdot c_2 \\ l_1 \end{pmatrix} \quad (4-11)$$

sol taraf için ;

$$T = \begin{bmatrix} n_x & t_x & b_x & p_x \\ n_y & t_y & b_y & p_y \\ n_z & t_z & b_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

olmak üzere $(A_1^0)^{-1}$ ve $(A_6^5)^{-1}$ matrisleri bulunur.



Şekil 4-14

5R-1P Maniplatörünün İskelet Yapısı

$$(A_1^0)^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & l_0 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

ve ;

$$(A_6^5)^{-1} = \begin{bmatrix} c_6 & s_6 & 0 & 0 \\ -s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

bulunur. Denklem 4-12 , 4-13 ve 4-14 yardımıyla denklem 4-10'un sol taraf matrisinin son sütunu bulunur.

$$X_W^1 = \begin{pmatrix} p_x^* \cdot c_1 + p_y^* \cdot s_1 \\ -p_z^* + l_0 \\ -p_x^* \cdot s_1 + p_y^* \cdot c_1 \end{pmatrix} \quad (4-15)$$

Burada W noktasının koordinatlarını temsil eden p_x^* , p_y^* ve p_z^* :

$$\begin{aligned} p_x^* &= p_x - l_2 \cdot b_x \\ p_y^* &= p_y - l_2 \cdot b_y \\ p_z^* &= p_z - l_2 \cdot b_z \end{aligned} \quad (4-16)$$

Denklem 4-11 ve 4-15 i birbirine eşitleyerek 3 bilinmeyen 3 denklem elde edilmiş olur.

$$d_3.s_2 = \dot{p}_x.c_1 + \dot{p}_y.s_1 \quad (4-17)$$

$$-d_3.c_2 = -\dot{p}_z + l_0 \quad (4-18)$$

$$l_1 = -\dot{p}_z.s_1 + \dot{p}_y.c_1 \quad (4-19)$$

$$t = \tan(\theta_1/2) \quad (4-20)$$

dönüşümü yapılarak :

$$c_1 = \cos \theta_1 = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{ve} \quad s_1 = \sin \theta_1 = \frac{2t}{1+t^2} \quad (4-21)$$

bulunur. Denklem 4-21'deki ifadeleri denklem 4-19'da yerine konur, düzenlenirse t ye bağlı 2. dereceden bir denklem elde edilir.

$$(l_1 + \dot{p}_y).t^2 + 2\dot{p}_x.t + l_1 - \dot{p}_y = 0 \quad (4-22)$$

Bu denklem çözülerek :

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \frac{-\dot{p}_x \pm \sqrt{\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 - l_1^2}}{l_1 + \dot{p}_y} \quad (4-23)$$

bulunur. Karekökün içindeki ifade (+) olmalıdır. Aksi takdirde çözüm yoktur. Bunun fiziksel manası robot elin pozisyonu yörünge'nin veya çalışma uzayının dışında demektir.

Denklem 4-17 ile 4-18 taraf tarafa bölünerek θ_2 açısı bulunur.

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{p_x \cdot C_1 + p_y \cdot S_1}{p_z - l_0} \quad (4-24)$$

Benzer şekilde d_3 ötelenmesinde denklem 4-17 ve denklem 4-18 in kareleri toplamı alınmak suretiyle bulunur.

$$d_3 = \pm \sqrt{(p_x \cdot C_1 + p_y \cdot S_1)^2 + (p_z - l_0)^2} \quad (4-25)$$

Prizmatik eklem d_3 ötelenmesi her zaman (+) olmak zorundadır. Bu yüzden denklem 4-25 'in negatif çözümü elimine edilir. Diğer taraftan denklem 4-23 'ün de karekökten önceki çift işaret nedeniyle iki çözümü vardır. θ_1 'in iki farklı değerinden dolayı θ_2 'de denklem 4-24 de iki farklı değer alır.

İlk üç eklem değişkeni belirlendikten sonra kinematik denklem son üç değişken için çözülür. $A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2$ matris çarpımının tersi ile denklem 4-8 in her iki tarafı çarpılırsa

$$[A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2]^{-1} \cdot T = A_4^3 \cdot A_5^4 \cdot A_6^5 \quad (4-26)$$

Denklem 4-26 da θ_1 , θ_2 ve d_3 bilindiğinden sol taraf matrisi bellidir.

$$T' = [A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2]^{-1} \cdot T = \begin{bmatrix} n_x \cdot & t_x \cdot & b_x \cdot & p_x \cdot \\ n_y \cdot & t_y \cdot & b_y \cdot & p_y \cdot \\ n_z \cdot & t_z \cdot & b_z \cdot & p_z \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

Denklem 4-26'nin her iki tarafı $(A_4^3)^{-1}$ ile çarpılarak $(A_4^3)^{-1} \cdot T'$ hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} * & * & b_{x'} \cdot c_4 + b_{y'} \cdot s_4 & * \\ -n_z \cdot & -t_z \cdot & -b_z \cdot & * \\ -n_x \cdot s_4 + n_y \cdot c_4 & -t_x' \cdot s_4 + t_y' \cdot c_4 & -b_x \cdot s_4 + b_y \cdot c_4 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

$$A_5^4 \cdot A_6^5 = \begin{bmatrix} c_5 \cdot c_6 & -c_5 s_6 & s_5 & * \\ s_5 \cdot c_6 & -s_5 s_6 & -c_5 & * \\ s_6 & c_6 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-29)$$

Denklem 4-28 ve 4-29'daki matrislerin [3,3] elemanları karşılaştırılarak ;

$$-b_{x'} \cdot s_4 + b_{y'} \cdot c_4 = 0 \quad (4-30)$$

Buradan θ_4 eklem değişkeni bulunur.

$$\theta_4 = \tan^{-1} \frac{b_{y'}}{b_{x'}} \quad (4-31)$$

[1,3] ve [2,3] elemanları karşılaştırılırsa

$$\theta_5 = \tan^{-1} \frac{b_x \cdot c_4 + b_y \cdot s_4}{b_z} \quad (4-32)$$

Benzer şekilde θ_6 eklem değişkenide [3.1] ve [3.2] elemanları karşılaştırılarak bulunur.

$$\theta_6 = \tan^{-1} \frac{-n_x \cdot s_4 + n_y \cdot c_4}{-t_x \cdot s_4 + t_y \cdot c_4} \quad (4-33)$$

Böylelikle 6 eklem yer deęistirmesinde bulunmuş olur.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada Bölüm 4.4 , 4.5 ve 4.6 da 5R-1P Manipulatorünün kinematik denklemi tam olarak çözüldü ve robot elin dönme ve ötelenmesini içeren kapalı çözümler analitik yoldan elde edildi. Artık robot elin her türlü dönme ve ötelenme konumunu sağlayan eklem yerdeğiştirmeleri basit olarak bulunabilir. Eğer kapalı çözümler bulunamasa idi, eklem değişkenleri bu şekilde analitik yoldan elde edilemezdi.

Analitik metoda alternatif olarak iteratif algoritmalara dayanan Newton-Ralpson yöntemi gibi çeşitli yöntemler vardır veya bunlara yeni çözüm metodlarında eklenebilir. Fakat iteratif yöntemlerde hesaplama analitik methoda yapılandıktan çok fazladır ve çok zaman alır. Bu nedenlerle iteratif yöntemler pek tercih edilmemektedir. Bir robot elin belirli bir yörünge boyunca hareketi düşünüldüğünde, yörünge boyunca bir çok noktanın eklem değişkenlerine dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu yüzden hızlı bir hesaplama yöntemi seçilmelidir.

Kapalı çözümün varlığı manipulator kolun kinematik yapısına bağlıdır. Bu çalışmadaki gibi uygun bir kinematik yapıda kapalı çözümler elde edilebilir. Günümüzde bir çok endüstriyel robot kapalı çözümler elde edilebilen kinematik yapılara yani Çözülebilir Yapılara sahiptir.

Fakat önemli olan kinematik yapıyı çözülebilir yapan şeyin ne olduğudur ? Pieper 1968 yılında altı serbestlik dereceli manipulatorler için son üç dönel eklem tek bir

noktada cakışmasını yeter şart olarak ileri sürmüştür. Bu çalışmaya konu olan 5R-1P Maniplatörü bu şartı sağlamaktadır yani, son 3 eklem eksenleri tek noktada cakışmaktadır. 5R-1P Maniplatörünün ters kinematik çözümü yapılırken, çözüm iki aşamaya ayrılmış, önce ilk üç eklem değişkeni, daha sonrada, son üç eklem değişkeni bulunmuştur. Bu şekilde problemi ikiye ayırma, son üç eklem ekseninin cakışması durumunda mümkün olmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan homojen dönüşümlere alternatif olarak değişik kinematik modelleme metodları kullanılmaktadır.

Düz ve ters kinematik çözümlerin geçerliliği bilgisayar simülasyonu ile gerçekleştirilebilir ve gerekli değişiklikler yapılarak, bu çalışmadaki yaklaşımla dönel ve prizmatik ekleme sahip daha başka tipte maniplatörler yapılabilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Basçuhadar İlhan, 1989. Design and Construction of a Robotic Manipulator with six Revolute Joints. A Master's Thesis, METU
- Bayless C.McInms, Chen-Kang Frank Liu, 1986, Kinematics and Dynamics in Robotics, IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. RA-2 No:4
- Denavit J. and Hartenberg R.S., 1955. A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanism based on Matrices Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, 77E, pp. 215-221
- Didari Suat, 1985, Robot Konstrüksiyonuna Sistematik Bir Yaklaşım ve Altı Serbestlik Dereceli Bir Robotun Konstrüksiyonu, Master Tezi, İTÜ
- Hartenberg R.S. and Denavit J., 1964, Kinematic Synthesis of Linkages, McGraw-Hill, Newyork
- Hunt K.H., 1986. Some Examples from Robot Kinematics, Mechanism and Machine Theory, Vol. 21 No:6 pp 481-487
- Klafter Richard D., Chmielewski Thomas A., Neqin Michael, 1989 Robotic Engineering, Prentice-Hall Int.Inc
- Kocabaş Hikmet, 1990, Bilgisayar Yardımıyla Modüler Robot Konstrüksiyonu, 4. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi, 19-21 Eylül 1990
- Lane Jack D., 1986. Robotic Technology, Van Nostrand Reinhold Company

KAYNAKLAR DİZİNİ (DEVAM)

- Paul Richard C., 1981. Robot Manipulators: Mathematics Programming and Control, Cambridge, MIT press
- Pieper D.L., 1968. The Kinematics of Manipulators Under Computer Control, Ph.D., Stanford, California
- Show C., 1987. Design A Simplified Robotic System. Engineering Materials and Design, Vol. 31 No:5 pp. 53-55

EKLER

Uzuv No	α_1	a_1	d_1	θ_1
1	-90	0	l_0	θ_1
2	+90	0	l_1	θ_2
3	0	0	d_3	0
4	-90	0	0	θ_4
5	+90	0	0	θ_5
6	0	0	l_2	θ_6

Tablo 1 5R-1P Manipatörünün uzuv parametreleri