

39826

t  
11

ESKİŞEHİR DEVLET MÜHENDİSLİK VE MİMARLIK AKADEMİSİ  
MAKİNA FAKÜLTESİ

KAM MEKANİZMALARINDA TİTREŞİMLER VE  
ÖZFREKANSLARIN HESAPLANMASI.

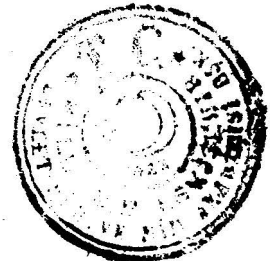
T.C.  
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
Merkez Kütüphanesi

DOKTORA TEZİ

Yük. Müh. Soner ALANYALI  
E. D. M. M. Akademisi  
Makina Fakültesi Asistanı

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
MERKEZ KÜTÜPHANESİ

Haziran - 1979



## ÖNSÖZ

Titreşimler ve bunların frekanslarının hesaplanması Makina Dinamiğinin problemleri arasında önemli bir yer tutar. Bu çalışmada, Kam Mekanizmasındaki titreşimler ele alınmış, özfrekanslarının hesaplanması amaç edinilmiştir.

Çalışmamı yöneten sayın hocam Prof.Dr. Muzaffer Dalmaz'a, her türlü desteğini, yardımlarını benden esirgemeyen sayın Prof. Selim Palavan'a, çalışmamla yakından ilgilenen sayın Prof. Dr. Hâmit Öztepe'ye, çalışmanın basılmasında yardımcı olan sayın Doç. Dr. İnan Özalp'e ve çalışmamda emeği geçen akademimizin değerli personeline içten teşekkür ederim.

Eskişehir, Haziran/1979

S.A.

T. G.  
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
MERKEZ KÜTÜPHANESİ



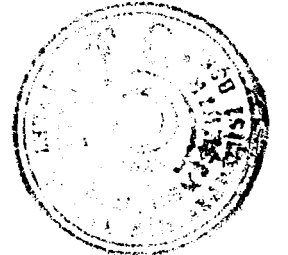
## ÖZET

Kam mekanizmaları, motorlarda supapların açılmasını, supap yayları ise kapanmasını sağlarlar. Her silindirin bir de kam mekanizması mevcuttur.

Bu çalışmada kam mekanizması ve supap beraberce düşünülmüştür. Öncelikle hareketi sağlayan kam mekanizmasının kinematigi yapılmış, daha sonra supap yayına devamlı titreşim veren krank-biyel mekanizması ilave edilerek supap yayının titreşim denklemi çıkarılmıştır.

Son olarakta kam mekanizması ile supap yayı ve bir elastik çubuğun oluşturduğu sistemde titreşimlerin öz frekansları bilgi sayarda hesaplanmıştır. Bu hesaplarda harmonik kam formu kullanılmıştır.

Sonuç olarak; kam mekanizmalarında supap yayları titreşimleri hesabı için (43) no'lu diferansiyel denklem kullanılmalıdır. Kam mekanizmaları titreşimlerinin öz frekanslarının hesabında ise elastik elemanlar bir boyutlu ve sürekli ortamlar olarak düşünülmelidir. Bulunan (79) no'lu denklem kökleri öz frekans değerleridir.





## KULLANILAN NOTASYONLAR

- $a$  : Yay telinin titreşim amplitüdü  
 $d_n$  : Yay telinin çapı  
 $D_n$  : Yay çapı  
 $E$  : Elastisite modülü  
 $f$  : Yay sıkıştırma miktarı  
 $F$  : Çubuk enine kesit alanı  
 $G$  : Kayma modülü  
 $G_n$  : Yayın aktif siperlerinin ağırlığı  
 $g$  : Yer çekimi ivmesi ( $\text{cm/sn}^2$ )  
 $h_o$  : Yayın serbest yüksekliği  
 $i$  : Siper sayısı  
 $j_k$  : Supapın belli bir andaki ivmesi  
 $j_m$  : İtıcinin belli bir andaki ivmesi  
 $l$  : Elastik çubuğun uzunluğu  
 $m$  : Keyfi bir tam sayı  
 $n_e$  : Yayın serbest titreşimleri sayısı ( $1/\text{dk}$ )  
 $r$  : İtici yüzeyinin mümkün olabilecek en küçük yarıçapı  
 $R_o$  : Kam diskinin başlangıç yarıçapı  
 $s_k$  : Supapın belli bir andaki kalkması  
 $s_{km}$  : Supapın belli bir andaki maksimum kalkması  
 $s_m$  : İtıcinin belli bir andaki yer değiştirmesi  
 $s_{mm}$  : İtıcinin belli bir andaki maksimum yer değiştirmesi  
 $v_k$  : Supapın belli bir andaki hızı  
 $v_m$  : İtıcinin belli bir andaki hızı

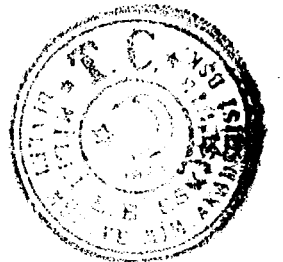


- $\alpha$  : Helisel çizgisinin(vida çizgisi) kalkma açısı  
 $\beta$  : Kam diskinin  $s_k$  açılmasına uyan dönme açısı  
 $\beta_0$  : Kam diskinin  $s_{km}$  maksimum açılmasına uyan dönme açısı  
 $\beta'$  : Kam diskinin verilen konumdan maksimum kalkması anına kadarki dönme açısı  
 $\gamma$  : Yay telinin özgül ağırlığı  
 $\rho$  : Çubuk malzemesi yoğunluğu  
 $\rho_1$  : Profilin ilk parçasının yarıçapı  
 $\rho_2$  : Profilin ikinci parçasının yarıçapı  
 $\tau$  : Gerilme  
 $\alpha_s$  : Verilen bir  $\beta$  açısı için boyutsuz sabit bir sayı  
 $\alpha_j$  : Verilen bir  $\beta'$  açısı için boyutsuz sabit bir sayı  
 $\omega_p$  : Kam milinin açısal hızı



## İÇİNDEKİLER

Önsöz	II
Özet	III
Abstract	IV
Kullanılan Notasyonlar	V
İçindekiler	VII
I. Giriş	1
II. Kam Mekanizmasının Kinematığı	3
II.1. Mantar Şeklinde İtici Olan Kam Mekanizmasının Kinematığı	3
II.2. Toparlak Şeklinde İtici Olan Kam Mekanizmasının Kinematığı	8
III. Supap Yaylarının Titreşimi	22
IV. Kam Mekanizmasında Titreşimlerin Özfrekanslarının Hesaplanması	35
IV.1. Sınır Şartları	36
IV.2. Titreşim Denklemlerinin Adi Diferansiyel Denklemlere Dönüşümü	36
IV.3. Özfrekansların Hesaplanması	38
V. Sonuçlar	41
Bibliyografya	42
Ekler	43
Tablolar	44
Bilgisayar Programı	48
Biyografi	49



## I. GİRİŞ

Motor yapımında emme ve egzost organı olarak mantar şeklindeki supaplar kullanılmaktadır [6]\*. Bu supaplar termik deformasyonlara ve aşınmalara karşı en az hassastırlar. Hava sızdırmayacak şekilde kolayca alıştıırılabilirler. Motorlardaki mantar ve toparlak şeklindeki supaplar Kam Mekanizmaları vasıtasile açılırlar ve supap yayı vasıtası ile de kapanırlar. Bu sebepten dolayı kam mekanizmaları ve supap yayları beraberce düşünölmelidirler. Normal sıra motorlarında yani silindirleri sıra halinde tertiplenmiş motorlarda her silindirin birde kam takımı vardır.

İçten yanmalı motorların devir sayılarının devamlı olarak arttırılması için supap yaylarının titreşimleri ne olmalıdır sorusu Makina Dinamiği problemleri arasında önemli bir yer tutar. Hızı fazla olan motorlarda, supap yaylarının kırılmalarına oldukça sık rastlanır. Bu kırılma olayı supap yayının serbest titreşimleri periyodunun, aynı yaya etki eden dış kuvvetlerin periyodu ile intibakı anında oluşan malzemenin dinamik gerilmelerinin büyümesinden ortaya çıkar.

Şu halde supap yaylarının titreşim hesabı, yayların serbest titreşimlerinin periyodunun belirlenmesi ve bundan sonra bulunan büyüklüğün, dış kuvvetin harmoniklerinin periyotları ile karşılaştırılmasından ibarettir.

Yayların serbest titreşimlerinin incelenmesi esnasında, bunların muhtelif noktalarının hareketi bir çok pa-

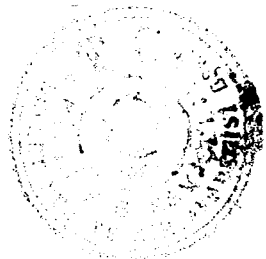
(\*) : Köşeli parantez içi sayılar referans numarasını gösterir.





rametreye ( yayın yapıldığı malzemenin elastik özellikleri, yayın kütlesi, yaya etki eden kuvvetlerin şiddeti v.s. gibi) bağlı olduğu göz önünde tutulmalıdır.

Öte yandan kam mekanizmasının tertiplenmesi bakımından supapın kalkması, hız ve ivmesinin bilinmesi gerekir. Bunun içinde çeşitli supap tiplerine ve kam profillerine göre kam mekanizmasının kinematığını bilmek gerekir. Bulunan sonuçlara göre de kam mekanizması için supap kalkışı, hızı ve ivmesi hesaplanabilir.





(1) formülü, itici yüzeyinin,  $\rho_1$  yarıçapı ile çizilmiş olan kam diskinin, birinci kısım üzerinde kayması periyodu için geçerlidir. Yani  $O_1$  ve  $O_2$  eğrilik yarıçapları merkezleri aynı düşey çizgi üzerinde bulunduğu ana kadar geçerlidir.

Şimdi kam diskinin bu ana uyan dönme açısını bulalım :

(Şekil 1)'den :

$$\sin\beta_1 = \sin\beta_0 \frac{R_0 + S_{mm} - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \dots\dots\dots(2)$$

yazılır. (2) formülünde :

$2\beta_0$  : Kam diskinin merkez açısı

$S_{mm}$  : İtici nin maksimum değişimi

dir. İtici yüzeyinin mümkün olabilecek en küçük yarıçapı :

$$r = (\rho_1 - R_0) \sin\beta_1 \dots\dots\dots(3)$$

formülü ile bulunur.  $\sin\beta_1$  yerine (2) formülündeki değeri yerine konursa :

$$r = \frac{(\rho_1 - R_0)(R_0 + S_{mm} - \rho_2) \sin\beta_0}{\rho_1 - \rho_2} \dots\dots\dots(4)$$

formülü bulunur.

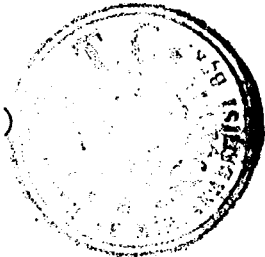
Mantar şeklindeki iticinin hız ve ivmesini bulmak içinde (1) formülünde her iki tarafın birinci ve ikinci türevleri hesaplanmalıdır. Yani :

$$v_m = \frac{dS_m}{dt} = (\rho_1 - R_0) \sin\beta \cdot \frac{d\beta}{dt} \quad \text{den,}$$

$$v_m = (\rho_1 - R_0) \omega_p \sin\beta \dots\dots\dots(5)$$

$$j_m = \frac{dv_m}{dt} = (\rho_1 - R_0) \omega_p \cos\beta \cdot \frac{d\beta}{dt} \quad \text{den}$$

$$j_m = (\rho_1 - R_0) \omega_p^2 \cos\beta \dots\dots\dots(6)$$



bulunur.(5) ve (6) formüllerinde :

$\omega_p$ :Kamın açısal hızıdır.

(5) ve (6) formüllerinden görülmüştür ki iticinin, kam diskinin birinci kısmı üzerinde kayması esnasında ivmeli bir hareketi mevcuttur (Eğer  $\beta < \pi/2$  ise).

En büyük ivme ise  $\beta = 0$  iken mevcuttur. Yani :(6) formülünde  $\cos\beta = 1$  iken

$$j_m \max = (\rho_1 - R_0) \cdot \omega_p^2$$

dir.  $j_m = f(S_m)$  fonksiyonunun diyagramı bir doğru ile gösterilebilir. Çünkü (1) formülünden :

$$\cos\beta = 1 - \frac{S_m}{\rho_1 - R_0}$$

yazılır. Bu ifade (6) nolu formülde yerine konursa :

$$j_m = (\rho_1 - R_0) \omega_p^2 \cos\beta = (\rho_1 - R_0) \omega_p^2 \left(1 - \frac{S_m}{\rho_1 - R_0}\right)$$

$$j_m = j_m \max \left(1 - \frac{S_m}{\rho_1 - R_0}\right)$$

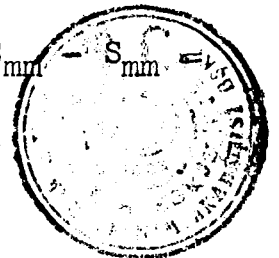
bulunur. Bu son formül görüldüğü gibi,  $j_m$ ' nin,  $S_m$ ' ye bağlı olarak lineer bir bağıntısını vermektedir.

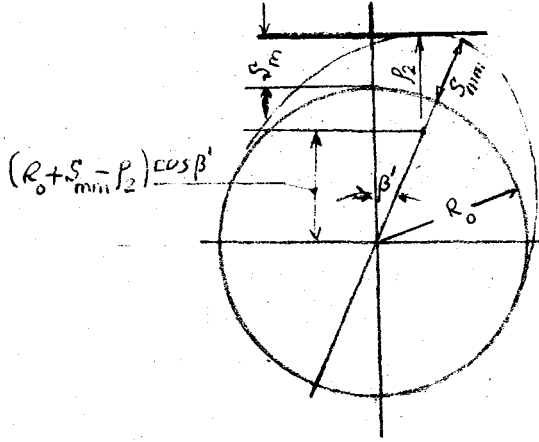
(Şekil 2) de itici yüzeyinin, kam diskinin ikinci kısmı üzerinde kayması konumlarından birisi görülmektedir. Şimdi, iticinin bu ikinci kısım üzerinde kayması esnasında hızını ve ivmesini hesaplıyalım.

(Şekil 2) den :

$$S_m = \rho_2 + (R_0 + S_{mm} - \rho_2) \cos\beta' - R_0 =$$

$$= \rho_2 + (R_0 + S_{mm} - \rho_2) \cdot \cos\beta' - R_0 + S_{mm} - S_{mm}$$





Şekil 2. Kam diski

$$S_m = S_{mm} - (R_0 + S_{mm} - \rho_2)(1 - \cos\beta') \quad \dots\dots\dots(7)$$

yazılır. (7) formülünde :

$S_{mm}$  : İtıcının maksimum kalkma büyüklüğü,

$\beta'$  : Kam diskinin, verilen konumdan maksimum kalkması anına kadar olan dönme açısı

dır. (7) formülü ancak hareketin ikinci periyodu için geçerlidir.  $\beta'$  açısının maksimum değeri kolayca görüldüğü gibi

$$\beta'_{max} = \beta_0 - \beta_1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

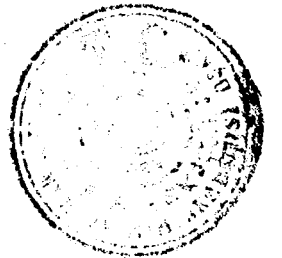
dır. Hareketin ikinci periyodu için itıcının hızı ve ivmesi (7) formülünün birinci ve ikinci türevleri alınarak bulunur.

Yani :

$$v_m = \frac{dS_m}{dt} = - (R_0 + S_{mm} - \rho_2) \sin\beta' \frac{d\beta'}{dt}$$

dır. Öte yandan (8) denkleminin her iki yanının diferansiyelini alırsak :

$$\frac{d\beta'}{dt} = - \frac{d\beta}{dt} = -\omega_p$$



bulunur. Bu deęer,  $v_m$  de yerine konursa :

$$v_m = (R_o + S_{mm} - \rho_2) \omega_p \sin \beta' \quad \dots\dots\dots(9)$$

şeklinde hız formülü bulunmuş olur.

İtıcinin ivmesi ise :

$$j_m = \frac{dv_m}{dt} = (R_o + S_{mm} - \rho_2) \omega_p \cos \beta' \frac{d\beta'}{dt}$$

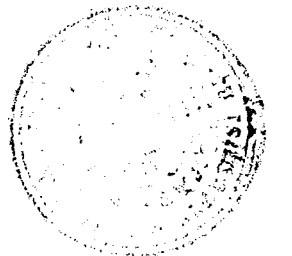
$$j_m = - (R_o + S_{mm} - \rho_2) \omega_p^2 \cos \beta' \quad \dots\dots\dots(10)$$

şeklinde bulunur.

Kam diskinin ikinci kısmındaki hareketinde ,  $j_m = f(S_m)$  bağıntısının diyagramı da bir doğru ile gösterilebilir.

Şu halde sonuç olarak :

(5) ve (6) ile (9) ve (10) formülleri, kam diskinin profili, açısal hızı ve profili yani  $2\beta_o$  merkez açısı,  $S_{mm}$  maksimum kalkmasının büyüklüğü,  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  eğrilik yarıçapları ve ayrıca başlangıç dairesinin  $R_o$  yarıçapı bilindiğine göre mantar şeklindeki iticinin hareketini verirler.





yazılır. (14) formülünde :

$$\frac{\rho_1 + r}{\rho_1 - R_0}$$

oranı  $\delta_1$  ile gösterilirse :

$$S_m = (R_0 + r) \left[ \frac{\sqrt{\delta_1^2 - \sin^2 \beta} - \cos \beta}{\delta_1 - 1} - 1 \right] \quad \text{veya}$$

$$S_m = \chi_s (R_0 + r) \quad \dots\dots\dots(15)$$

bulunur. (15) formülünde:

$\chi_s$ : verilen bir  $\beta$  açısı için ve  $\delta_1$  oranı için sabit ve boyutsuz bir sayıdır.

İtıcinin hızı ise :

$$v_m = \frac{dS_m}{dt} = \left[ (\rho_1 - R_0) \sin \beta - \frac{(\rho_1 - R_0)^2 \sin 2\beta}{2 \sqrt{(\rho_1 + r)^2 - (\rho_1 - R_0)^2 \sin^2 \beta}} \right] \cdot \omega_p \quad \dots\dots\dots(16)$$

İtıcinin ivmesi ise :

$$j_m = \frac{dv_m}{dt} = (R_0 + r) \frac{\omega_p^2}{\delta_1 - 1} \left[ \cos \beta - \frac{\cos 2\beta}{(\delta_1^2 - \sin^2 \beta)^{1/2}} - \frac{\sin^2 2\beta}{4(\delta_1^2 - \sin^2 \beta)^{3/2}} \right]$$

$$j_m = \chi_j (R_0 + r) \omega_p^2 \quad \dots\dots\dots(17)$$

şeklinde bulunur. (17) formülünde :

$\chi_j$ : Verilen bir  $\beta$  açısı için ve  $\delta_1$  oranı için sabit ve boyutsuz bir sayıdır.







(19 formülünde :

$\chi_s$ : Verilen bir  $\beta$  açısı ve  $\delta_1$  oranı için  
sabit ve boyutsuz bir sayıdır.

İtıcinin hızı ise :

$$v_m = \frac{dS_m}{dt} = \left[ -(\beta_1 + R_0) \sin \beta + \frac{(\beta_1 + R_0)^2 \sin 2\beta}{2 \sqrt{(\beta_1 - r)^2 + (\beta_1 + R_0)^2 \sin^2 \beta}} \right] \cdot \omega_p$$

.....(20)

İtıcinin ivmesi ise :

$$j_m = (R_0 + r) \frac{\omega_p^2}{1 - \delta_1} \left[ \frac{\cos 2\beta}{(\delta_1^2 - \sin^2 \beta)^{1/2}} + \frac{\sin^2 2\beta}{4(\delta_1^2 - \sin^2 \beta)^{3/2}} - \cos \beta \right]$$

.....(21)

$$j_m = \chi_j (R_0 + r) \cdot \omega_p^2 \quad \text{.....(22)}$$

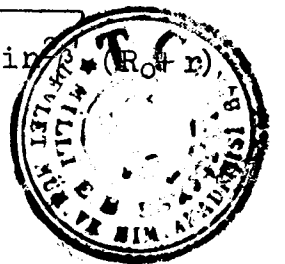
şeklinde bulunur. (22) formülünde :

$\chi_j$ : verilen bir  $\beta$  açısı için ve  $\delta_1$  oranı  
için sabit ve boyutsuz bir sayıdır.

Şimdi, Toparlağın profilin ikinci parçası yani B noktasından geçen daire yayının üzerindeki hareketini inceleyelim:

Toparlağın profilin ikinci parçası üzerindeki hareketi için (Şekil 6) ten :

$$S_m = (R_0 + S_{mm} - \beta_2) \cos \beta' + \sqrt{(r + \beta_2)^2 - (R_0 + S_{mm} - \beta_2)^2 \sin^2 \beta'} \quad (R_0 + r)$$



İtıcinin hızı ise :

$$v_m = \frac{dS_m}{dt} = - \frac{R_0 + S_m + r}{\delta_2 + 1} \omega_p \left[ \sin \beta' - \frac{\sin 2\beta'}{2 \sqrt{\delta_2^2 - \sin^2 \beta'}} \right] \dots\dots\dots(24)$$

İtıcinin ivmesi ise :

$$j_m = - \frac{R_0 + S_{mm} + r}{\delta_2 + 1} \omega_p^2 \left[ \cos \beta' + \frac{\cos 2\beta'}{(\delta_2^2 - \sin^2 \beta')^{1/2}} + \frac{\sin^2 2\beta'}{4(\delta_2^2 - \sin^2 \beta')^{3/2}} \right]$$

$$j_m = -\chi_j (R_0 + S_{mm} + r) \omega_p^2 \dots\dots\dots(25)$$

şeklinde bulunur.(24) ve (25) formüllerinde :

$\chi_j$ : verilen  $\beta'$  açısı ve  $\delta_2$  oranı için sabit ve boyutsuz sayılar olup

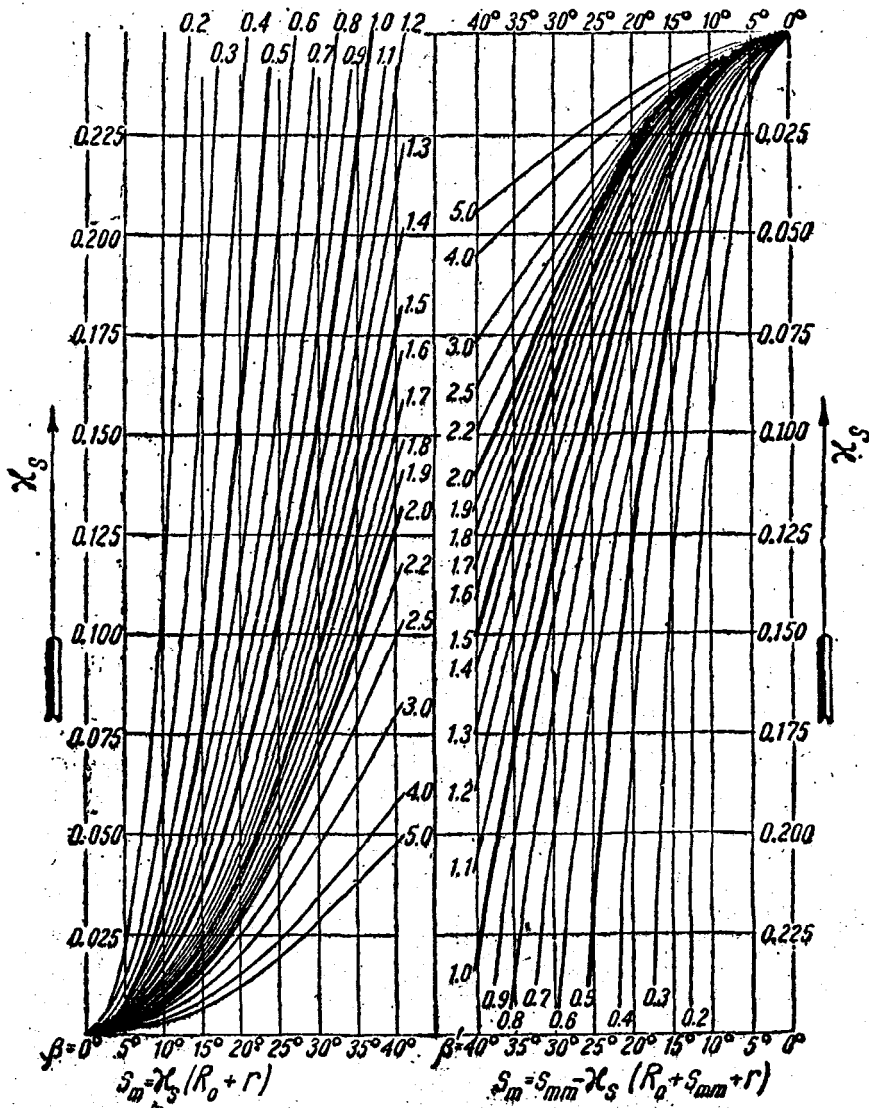
$$\delta_2 = \frac{r + \rho_2}{R_0 + S_{mm} - \rho_2}$$

değerindedir.

(Şekil 7) ve (Şekil 8) deki diyagramlardaki  $\chi_s$  ve  $\chi_j$ ,  $\beta$  açısı ve  $\delta$  oranının fonksiyonu olarak verilmiştir. Absis ekseninde  $\beta$  ve  $\beta'$  açıları alınmıştır. Ordinat ekseninde, her bir eğrinin ucunda gösterilmiş olan  $\delta$  oranları için,  $\chi_s$  ve  $\chi_j$  katsayılarının uyan değerleri verilmiştir. [1]

(Şekil 9) deki diyagramlarda aynı şekildedir. Diyagramlar küçük  $\beta$  açıları için  $\chi_s$  ve  $\chi_j$  katsayılarının değerlerini büyük ölçekte göstermektedir. [1]

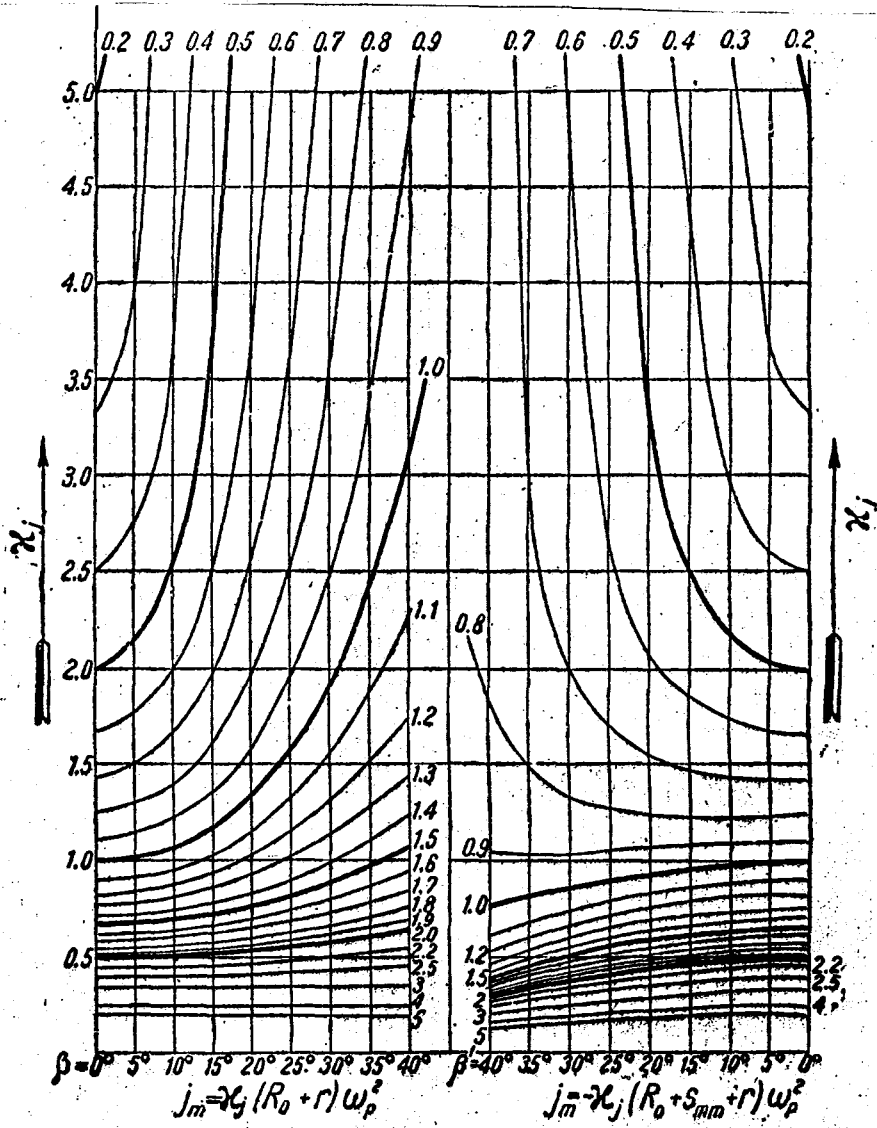




Şekil 7.  $\chi_s$  katsayısı diyagramı.[1]

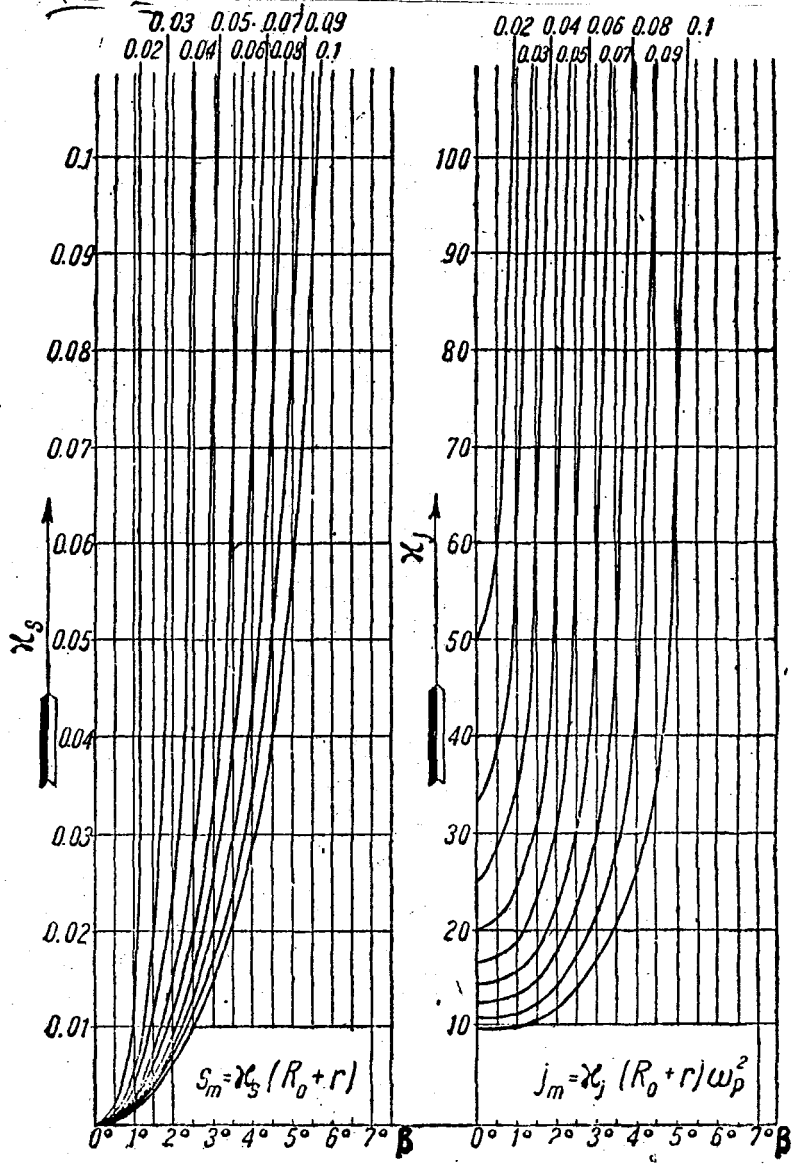
AİM...  
 Merkez...





Şekil 8.  $\chi_s$  katsayısı diyagramı [1].





Şekil 9.  $\chi_s$  ve  $\chi_j$  katsayıları diyagramı [1]



İtıcinin yer değişiminin hesaplanmasına ait olan (15) nolu formülü yeniden yazalım :

$$S_m = (R_0 + r) \cdot \frac{\sqrt{\delta_1^2 - \sin^2 \beta} - \cos \beta}{\delta_1 - 1} - 1$$

$\delta_1$  değerini yerine koyar ve yeniden düzenlersek :

$$\delta_1 = \frac{\rho_1 + r}{\rho_1 - R_0}$$

$$S_m = -(\rho_1 - R_0) \cos \beta + (\rho_1 + r) \left[ 1 - \left( \frac{\rho_1 - R_0}{\rho_1 + r} \right)^2 \sin^2 \beta \right]^{1/2} - (R_0 + r)$$

şeklını alır. Bu son yazdığımız formülde, ikinci terimdeki kareköklü ifadeyi Newton Binomuna göre sonsuz seriye açarsak ve

$$\frac{\rho_1 - R_0}{\rho_1 + r}$$

oranının yüksek üslerini ihmal edersek :

$$S_m = -(\rho_1 - R_0) \cos \beta + (\rho_1 + r) \left[ 1 - \frac{1}{2 \delta_1^2} \sin^2 \beta \right] - (R_0 + r)$$

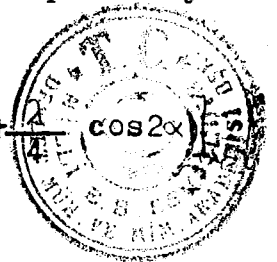
$$S_m = (\rho_1 - R_0) \left[ 1 - \cos \beta - \frac{1}{2 \delta_1} \sin^2 \beta \right]$$

$$S_m = 2(\rho_1 - R_0) - (\rho_1 - R_0) \left[ 1 - \cos(\pi - \beta) + \frac{1}{2 \delta_1} \sin^2(\pi - \beta) \right]$$

$$S_m = (2 - A)(\rho_1 - R_0) \dots \dots \dots (26)$$

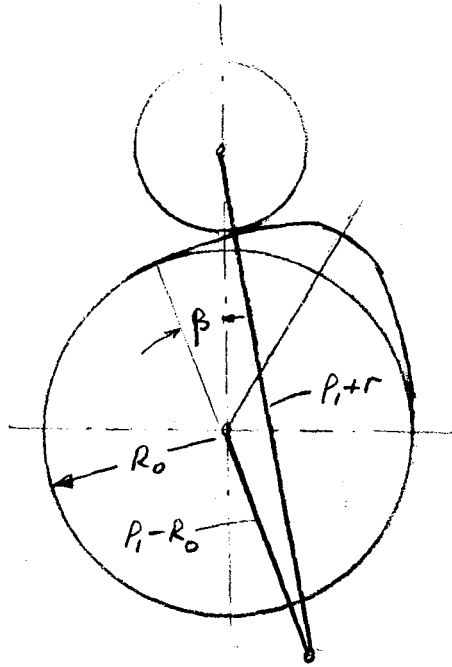
Bulunur. (26) formülündeki A katsayısının değerleri Tablo I de verilmiştir. Öte yandan krank-biyel mekanizmasındaki piston yolları formülü :

$$S = R \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha \right] = R \left[ \left( 1 + \frac{\lambda}{4} \right) - (\cos \alpha + \frac{\lambda}{4} \cos 2\alpha) \right]$$



şeklindedir [1] . O halde biz, Kam mekanizması ile Krank-Biyel mekanizması arasında bir benzerlik kurabiliriz. Şöyleki :

Krankın R yarıçapına,  $(\rho_1 - R_0)$  uyar. Krankın  $\alpha$  dönmesine kam diskinin  $(\pi - \beta)$  dönmesi ve  $l/\delta_1$  oranına da, krank yarıçapının biyel uzunluğuna oranı olan  $\lambda$  ( $\lambda = R/l$ ) uyar. Bu benzerlik (Şekil 10) da da gösterilmiştir.



Şekil 10. Kam mekanizması ile Krank-Biyel mekanizması arasındaki benzerlik

Aynı şekilde iticinin hızı ve ivmesi için krank-biyel mekanizmasındaki

$$v = R \omega_a \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) = BR \omega_a$$

$$j = \frac{dv}{dt} = R \omega_a^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) = CR \omega_a^2$$

hız ve ivme formüllerine benzer şekilde aşağıdaki formülleri yazabiliriz : [1]





$$S_m = S_{mm} - (R_o + S_{mm} - \rho_2) \left( 1 - \cos\beta' + \frac{1}{2\delta_2} \sin^2\beta' \right)$$

$$S_m = S_{mm} - A (R_o + S_{mm} - \rho_2) \dots\dots\dots(29)$$

$$v_m = (R_o + S_{mm} - \rho_2) \left( \sin\beta' + \frac{1}{2\delta_2} \sin 2\beta' \right) \omega_p$$

$$v_m = B (R_o + S_{mm} - \rho_2) \omega_p \dots\dots\dots(30)$$

$$j_m = -(R_o + S_{mm} - \rho_2) \left( \cos\beta' + \frac{1}{\delta_2} \cos 2\beta' \right) \omega_p^2$$

$$j_m = C (R_o + S_{mm} - \rho_2) \omega_p^2 \dots\dots\dots(31)$$

(29), (30) ve (31) formüllerindeki A, B, C katsayılarının değerleri Tablo I, II ve III den alınacaktır. Ayrıca yine (29), (30), (31) nolu formüllerin uygulanışı sırasında :

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{\rho_1 - R_o}{\rho_1 + r} \quad \text{ve} \quad \frac{1}{\delta_2} = \frac{R_o + S_{mm} - \rho_2}{r + \rho_2}$$

değerlerinin birden küçük olmaları gerekmektedir.



$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{h_0 - f}{\pi \cdot D_n \cdot i} \dots \dots \dots (33)$$

ile bulunur. Dolayısıyla yayın  $f$  miktarı kadar sıkıştırılması anında helisel çizgisinin kalkma açısının değişimi :

$$\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_1 = \frac{f}{\pi \cdot D_n \cdot i} \dots \dots \dots (34)$$

olur. (34) formülünde  $f$  sıkıştırma miktarı için : [1]

$$f = \frac{\pi \cdot D_n^2 \cdot i}{d_n \cdot G} \cdot \tau$$

değeri yerine konursa :

$$\Delta\alpha = \frac{D_n^2 \cdot i}{d_n \cdot G} \cdot \frac{\tau}{D_n \cdot i} \quad \text{den}$$

$$\Delta\alpha = \frac{D_n}{d_n \cdot G} \cdot \tau \dots \dots \dots (35)$$

elde edilir. (35) formülü yayın sıkıştırılması anında helisel çizgisinin kalkma açısının değişimi olup burada:

$D_n$  : Yayın çapı

$d_n$  : Yay telinin çapı

$G$  : Kayma modülü

dir.

Şimdi, yay telinin herhangi bir noktasının,  $r$  krankının çeşitli  $\omega_p$  açısal hızlarının olması halinde, hareketinin kanununu belirtelim :



veya

$$\tau = \frac{d_n \cdot G}{D_n} \sin \alpha_0 \cdot \frac{\partial X}{\partial Z} \dots\dots\dots (38)$$

elde edilir.

(38) formülünden görülmüştür ki, yayın muhtelif noktalarındaki  $\tau$  gerilmeleri  $(\partial X) / (\partial Z)$  kısmi türevi ile orantılı olarak değişmektedirler.

Diğer taraftan atılmış olan yay kısımlarının göz önüne alınan  $dl$  elemanına olan etkisi, telin bu elemanın uclarına tatbik edilen ve yayın eksenine paralel olmak üzere ters olarak yöneltilmiş  $P_1$  ve  $P_2$  gibi iki kuvvet şeklinde düşünülebilir. Yayın statik sıkıştırılması halinde, adı geçen kuvvetleri, yayı sıkıştıran dış eksen kuvvetine eşittirler. Yayın dinamik sıkıştırılması halinde ise telin göz önüne alınan kesitlerinde  $\tau_1$  ve  $\tau_2$  burulma gerilmeleri bilindiği takdirde :

$$P_1 = \frac{\pi \cdot d_n^3}{8D_n} \tau_1 \quad \text{ve} \quad P_2 = \frac{\pi \cdot d_n^3}{8D_n} \tau_2$$

formülleri  $P_1$  ve  $P_2$  kuvvetlerini verir. [1]

$P_1$  ve  $P_2$  kuvvetleri yayın dinamik sıkıştırılmasında genel olarak birbirine eşit değildir. Böylece,  $P_1$  ve  $P_2$  kuvvetlerinin farkına eşit ve yay eksenine paralel doğrultuda tesir eden, telin  $dl$  elemanına tatbik edilen serbest bir  $P$  kuvveti ortaya çıkar. Yani :

$$P = P_1 - P_2 = \frac{\pi \cdot d_n^3}{8D_n} (\tau_1 - \tau_2) \dots\dots\dots (39)$$



kabul ederek

$$C_F^2 h_0^2 \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(43)$$

bulunur. (43) nolu denklemde

$h_0$  : Yayın serbest yüksekliğidir.

Öte yandan zorlanmış titreşimlerin açısal frekansı, dış zorlayıcı kuvvetin  $\omega_p$  açısal frekansına eşittir.[5] . Bunun için X büyüklüğünün t zamanına göre

$$X = a \cos \omega_p t \quad \dots\dots\dots(44)$$

bağıntısını kabul etmek mümkündür. (44) nolu formülde

$a$  : yay telinin gözönüne alınan elemanın

titreşim hareketinin bilinmeyen amplitütü

dür. (44) formülünü (43) nolu denklemde yerine koyarsak :

$$C_F^2 h_0^2 \cdot \frac{\partial^2 a}{\partial Z^2} \cos \omega_p t + a \omega_p^2 \cos \omega_p t = 0 \quad \dots\dots\dots(45)$$

bulunur. (45) nolu diferansiyel denklemin genel çözümü

$$a = A \sin \frac{\omega_p}{C_F h_0} \cdot Z + B \cos \frac{\omega_p}{C_F h_0} \cdot Z \quad \dots\dots\dots(46)$$

dır. (46) eşitliğindeki A ve B katsayılarının değerleri aşağıdaki sınır değerlerine göre tayin edilebilir.

Yayın üst dayanma ucu daima hareketsiz yüzeye bastırılır-



$$\sin \frac{\omega_p}{C_F h_0} Z = 1 \quad \dots\dots\dots(49)$$

için yani yayın hareketsiz üst ucuna uzaklığı

$$Z = \frac{\pi}{2} \frac{C_F h_0}{\omega_p} \quad \dots\dots\dots(50)$$

olduğu noktada meydana gelmektedir. (48) nolu formüldeki  $a$  büyüklüğünün değerini (44) nolu formülde yerine koyarsak

$$X=r \cdot \frac{\sin \frac{\omega_p}{C_F h_0} Z}{\sin \frac{\omega_p}{C_F}} \cdot \cos(\omega_p t) \quad \dots(51)$$

buluruz. (51) nolu formüle göre titreşim amplitüdüleri, dış zorlayıcı kuvvetin  $\omega_p$  açısal frekansının

$$\omega_e = m \pi C_F \quad \dots\dots\dots(52)$$

ye eşit olan  $\omega_e$  büyüklüğüne ( ki burada  $m$  keyfi bir tam sayıdır) yaklaştığı zaman sınırsız olarak büyümektedir. Şunuda belirtmek yerinde olurki bu sonuç hiçbir sürtünme direncinin olmaması haline göre elde edilmiştir. Buradaki  $\omega_e$  büyüklüğü yayın serbest titreşimlerinin açısal frekansını göstermektedir.

Diğer taraftan



ifadesinden

$$n_e = \omega_e \frac{30}{\pi} = 2,148 \cdot 10^6 \cdot \frac{a_n}{D_n^2 \cdot i} \quad m \quad \dots (55)$$

yazılır. (55) nolu formüle yayın verilen ana boyutlarını koy-  
makla, yayın serbest titreşimlerinin sayısı için

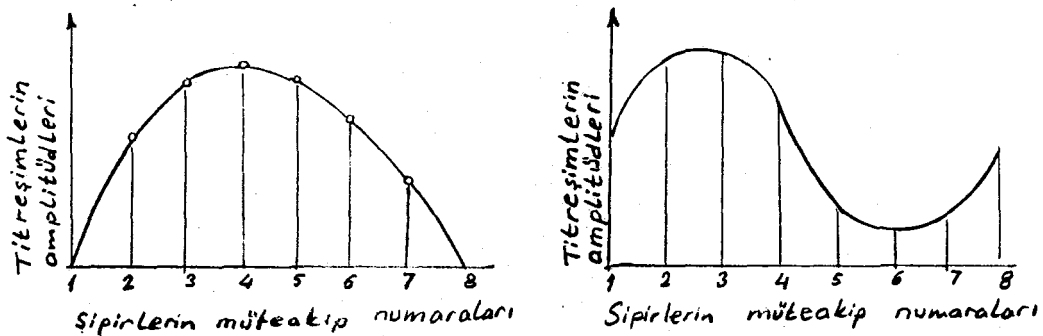
$$n_e = 2,148 \cdot 10^6 \cdot \frac{0,2}{8^2 \cdot 10} \quad m = 670m \quad 1/dk.$$

bulunur. Burada

$m$  : keyfi bir tam sayı

dır. Bu sonuçtan anlaşılıyor ki verilen yayın serbest titreşimi  
670, 1340, 2680, ...v.s. gibi dakikadaki titreşim sayıları ile  
meydana gelebilir.

Birinci haldeki titreşimlerde, titreşim amplitüdlerinin  
değişimi diyagramı (Şekil 13) de gösterildiği şekildedir (apsis  
ekseninde sırası ile sipir numaraları, ordinat ekseninde bunla-  
ra uyan amplitüd büyüklükleri gösterilmiştir).



Şekil 13 ve 14. Yay sipirleri titreşimlerinin  
amplitüdüleri diyagramları. [1]



Yayın böyle titreşimlerine birinci mertebeden serbest titreşimler denir.

İkinci haldeki titreşimlerin amplitüdlerinin değişimi diyagramı (Şekil 14) gösterildiği gibidir. Yayın böyle titreşimlerine de ikinci mertebeden serbest titreşimler denir

Genellikle yayların ikinci ve daha yüksek mertebeden titreşimlerine pratikte nadiren rastlanılmaktadır.

Kam milinin dakikada 335 e eşit olan devir sayılarında, birinci mertebeden serbest titreşimlerinin periyodunun ikinci mertebeden zorlayıcı kuvvetinin periyodu ile intibakı ve ayrıca ikinci mertebeden serbest titreşimlerinin periyodunun dördüncü mertebeden zorlayıcı kuvvetinin periyodu ile intibakı meydana gelmektedir .

Yay sağlamlığı (dayanıklılığı) için kam milinin en tehlikeli devir sayıları rezonansa giren kuvvetin bir titreşim periyodu esnasında en büyük işi meydana getirdiği devir sayılarıdır.

Çeşitli kritik devir sayılarının tehlike karşılaştırılması değerlendirilmesinde kriter olarak supap kalkmaları eğrisinin amplitüdlere alınabilir. [1]



dır.[3] Burada

$$c^2 = \frac{E}{\rho} \dots\dots\dots(57)$$

olup

E : Elastisite modülü

$\rho$  : Çubuk malzemesi yoğunluğu

dur.

#### IV.1. Sınır Şartları

(Şekil 15) e göre sınır şartları şöyledir :

$$X(0, t) = 0 \dots\dots\dots(58)$$

$$Y(0, t) = 0 \dots\dots\dots(59)$$

$$S(t) + X(h_0, t) + Y(l, t) = 0 \dots\dots\dots(60)$$

$$M \left( \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \right)_{z=h_0} + C_F h_0 \left( \frac{\partial X}{\partial z} \right)_{z=h_0} = EF \left( \frac{\partial Y}{\partial z} \right)_{z=l} \dots\dots\dots(61)$$

Yukarıdaki sınır şartlarında

$h_0$  : Yayın serbest yüksekliği

l : Elastik çubuğun uzunluğu

E : Elastisite modülü

F : Çubuk enine kesit alanı

dır. (61) nolu sınır şartı sistemi M kütesinden kesilmiş kabul ederek bu kütleyle etkiyen kuvvetlerin statik dengesinden faydalanılarak yazılmıştır.

#### IV.2. Titreşim Denklemlerinin Adi Diferansiyel Denklemlere Dönüşümü

(43) ve (56) nolu diferansiyel denklemlerin çözümleri





$$X(Z,t) = x(Z) \cos \omega_p t \quad \dots\dots\dots(62)$$

$$Y(z,t) = y(z) \cos \omega_p t \quad \dots\dots\dots(63)$$

olsun. Öte yandan kamın kalkması

$$S = a(1 - \cos \omega_p t) \quad \dots\dots\dots(64)$$

harmonik hareketi ile verilmiş olsun. (62), (63) ve (64) nolu formüller (43) ve (56) nolu diferansiyel denklemlerde yerlerine konursa

$$C_F h_o^2 \cdot \frac{d^2 x}{dz^2} + \omega_p^2 x = 0 \quad \dots\dots\dots(65)$$

$$C^2 \frac{d^2 y}{dz^2} + \omega_p^2 y = a \quad \dots\dots\dots(66)$$

bulunur. (58)-(61) sınır şartları ise

$$x(0) = 0 \quad \dots\dots\dots(67)$$

$$y(0) = 0 \quad \dots\dots\dots(68)$$

$$y(l) + x(h_o) = a \quad \dots\dots\dots(69)$$

$$C_F h_o \left( \frac{dx}{dz} \right)_{z=h_o} - M \omega_p^2 x(h_o) - EF \left( \frac{dy}{dz} \right)_{z=l} = 0 \quad \dots\dots\dots(70)$$

şeklini alır.



$$x(h_0) + y(l) = -a \cos ql + D \sin ql + a + B \sin ph_0 = a$$

dan

$$B \sin ph_0 + D \sin ql = a \cdot \cos ql \quad \dots\dots\dots(77)$$

bulunur. Yine (76) daki değerler ile (74) ve (75) nolu çözümler ve (70) nolu sınır şartından

$$B(-M \omega_p \sin ph_0 + p C_F h_0 \cos ph_0) - D E F q \cdot \cos ql = E F a q \cdot \sin ql \quad \dots\dots\dots(78)$$

bulunur. (77) ve (78) denklem sisteminde katsayılar determinantı sıfıra eşit olduğunda rezonans meydana gelir. Dolayısıyla öz frekanslar bulunabilir. Yani

$$\begin{vmatrix} \sin ph_0 & \sin ql \\ -M \sin ph_0 + C_F h_0 p \cos(ph_0) & E F q \cdot \cos ql \end{vmatrix} = 0$$

olmalıdır. Determinantı açarak ve gerekli düzeltmeleri yaparak sonuçta

$$\theta \operatorname{tg} \theta = \mu + \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg}(\eta \cdot \theta)} \mu \varphi \quad \dots\dots\dots(79)$$

bulunur. (79) ifadesinin özfrekansı  $\omega_e$  olmak üzere

$$\theta = \frac{l}{c} \omega_e, \quad \mu = \frac{m c^2}{M}$$



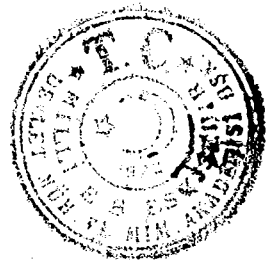
lerine göre üç kesim noktası için  $\theta_1, \theta_2$  ve  $\theta_3$  değerleri hesaplanmıştır

#### V. SONUÇLAR

Motorların inşasında kam mekanizmaları ve supap yayları beraberce düşünölmelidir. Kam mekanizmasını tertiplenmesi bakımından da supapın kalkması, hız ve ivmesi bilinmelidir. Harmonik hareket bu bakımdan en iyi sonucu verir.

Supap yaylarını titreşim hesabı için (43) nolu diferansiyel denklem çözümü bulunmalıdır.

Kam mekanizmalarında titreşimlerin özfrekanslarının hesabında elastik elemanlar, tek boyutlu ve sürekli ortamlar olarak kabul edilmeli, özfrekans değerlerini bulmak için de (79) nolu Transandant denklem sonuçları alınmalıdır.



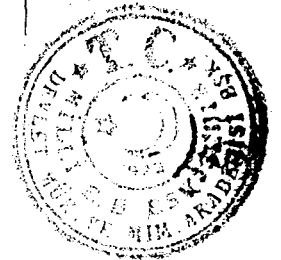
EKLER



TABLO II.

Pistonun hızlarının tayini için  $B = \sin\alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha$   
katsayıları [1]

$\lambda$ $\alpha$	1/3,5	1/3,7	1/3,9	1/4,1	1/4,3	1/4,5
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,112	0,111	0,109	0,108	0,107	0,106
10	0,223	0,220	0,218	0,215	0,213	0,211
15	0,330	0,326	0,323	0,320	0,317	0,314
20	0,434	0,429	0,424	0,420	0,417	0,414
25	0,532	0,526	0,521	0,516	0,512	0,508
30	0,624	0,617	0,611	0,606	0,601	0,596
35	0,708	0,701	0,694	0,688	0,683	0,678
40	0,784	0,776	0,769	0,763	0,757	0,752
45	0,850	0,842	0,835	0,829	0,823	0,818
50	0,907	0,899	0,892	0,886	0,881	0,876
55	0,953	0,946	0,940	0,934	0,928	0,923
60	0,990	0,983	0,977	0,972	0,967	0,962
65	1,016	1,010	1,005	1,000	0,995	0,991
70	1,032	1,027	1,022	1,018	1,014	1,011
75	1,037	1,034	1,030	1,027	1,024	1,022
80	1,034	1,031	1,029	1,027	1,025	1,023
85	1,021	1,020	1,019	1,017	1,016	1,016
90	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
95	0,971	0,973	0,974	0,975	0,976	0,977
100	0,936	0,939	0,941	0,943	0,945	0,946
105	0,895	0,898	0,902	0,905	0,908	0,911
110	0,849	0,853	0,857	0,861	0,865	0,868
115	0,797	0,803	0,808	0,813	0,817	0,821
120	0,742	0,749	0,755	0,760	0,765	0,770
125	0,685	0,692	0,699	0,705	0,710	0,715
130	0,625	0,633	0,640	0,646	0,652	0,657
135	0,564	0,572	0,579	0,585	0,591	0,596
140	0,502	0,510	0,517	0,523	0,528	0,533
145	0,439	0,447	0,453	0,459	0,464	0,469
150	0,376	0,383	0,389	0,394	0,399	0,403
155	0,313	0,319	0,324	0,329	0,334	0,338
160	0,250	0,255	0,260	0,264	0,267	0,270
165	0,187	0,191	0,195	0,198	0,201	0,203
170	0,125	0,127	0,130	0,132	0,134	0,136
175	0,062	0,064	0,065	0,066	0,067	0,067
180	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000





```
10 DIM B(3,1)
20 DIM A(3,2)
30 MAT READ A
35 FOR J=1 TO 3 STEP 1
40 READ B1,D1,G1
45 E=3.14159/G1
50 FOR I=1 TO 3 STEP 1
60 A=(I-1)*E+.1E-4
70 B=I*E-.1E-4
80 H=(B-A)/10
90 Y=100
100 A1=A
110 Y1=B1+B1*D1*TAN(A1)/(TAN(G1*A1))
120 Y2=A1*TAN(A1)
125 PRINT Y1,Y2
130 IF ABS(Y1-Y2)<.1E-3 GOTO 230
140 A1=A1+H
150 IF (Y1-Y2)<0 GOTO 180
160 IF Y1>Y GOTO 130
170 GOTO 210
180 B=A1-H
190 A=A1-2*H
200 GOTO 80
210 Y=Y1
220 GOTO 110
230 B(I,1)=A1
240 PRINT A1
250 NEXT I
260 MAT PRINT B
265 NEXT J
270 DATA .1E-4,.5,.4,.7,.6,.9
280 DATA .5,.1,10
282 DATA .5,.2,5,.5,.2,10,.5,.4,2,.2,.2,10
284 DATA .2,.4,5,.1,.4,2,.1,.1,10
290 END
BASIC 03-00
```

