

**PANEL VERİLERLE REGRESYON  
MODELLERİ**

Gökhan UYAR  
Yüksek Lisans Tezi

İstatistik Anabilim Dalı  
Haziran - 2015

**Bu tez çalışması Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri  
Komisyonu Başkanlığı tarafından desteklenmiştir. Proje No: 1308F307**

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

**Gökhan UYAR**'ın "**Panel Verilerle Regresyon Modelleri**" başlıklı **İstatistik** Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 25.06.2015 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	<b>Adı Soyadı</b>	<b>İmza</b>
<b>Üye (Danışman)</b>	<b>: Prof. Dr. Memmedağa MEMMEDLİ</b>	.....
<b>Üye</b>	<b>: Prof. Dr. Aladdin ŞAMİLOV</b>	.....
<b>Üye</b>	<b>: Prof. Dr. Zeki YILDIZ</b>	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

**Enstitü Müdürü**

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **PANEL VERİLERLE REGRESYON MODELLERİ**

**Gökhan UYAR**

**Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. Memmedağa MEMMEDLİ**

**İkinci Danışman: Yrd. Doç. Dr. Rabia Ece OMAV**

**2015, 116 sayfa**

Panel veri zaman serisi ve kesit serisinin birleşmesinden oluşan bir veri setidir. Panel veri genellikle ekonometrik problemlerde sıklıkla ortaya çıkan ve kullanılan veri türüdür. Bu tez çalışmasında, panel verilerle çeşitli regresyon modelleri: birleştirilmiş en küçük kareler uygulanan model, doğrusal tek yönlü ve çift yönlü regresyon modelleri ve doğrusal olmayan lojistik regresyon modelleri ele alınmıştır. Ayrıca, doğrusal tek yönlü ve çift yönlü modellerin her biri sabit etkili ve rassal etkili modeller olarak incelenmiştir. Sabit ve rassal etkili modellerin tahminlenmesinde kullanılan çeşitli yöntemler ele alınmıştır. Doğrusal tek yönlü ve çift yönlü modellerin belirlenmesinde gerekli olan önemli hipotez testleri araştırılmıştır. Panel verilerle lojistik regresyon modeli için de sabit ve rassal etkili lojistik regresyon modelleri ele alınmıştır. Sabit etkili lojistik regresyon modelinin tahmininde koşullu en çok olabilirlik yöntemi kullanılmıştır. Teorik incelemeler sonucunda elde edilen bilgiler temelinde iki uygulama problemi ele alınmış ve analiz sonuçları yorumlanmıştır. Birinci uygulamada Türkiye’ de 15 yaş üstü kadınların işgücüne katılım oranlarını etkileyen faktörler, ikinci uygulamada ise doğrudan yabancı yatırımları etkileyen faktörler panel veri regresyon modelleri olarak araştırılmıştır. Doğrusal panel veri regresyon modeller için uygulamalar R paket programı, lojistik regresyon modelleri için ise uygulamalar STATA paket programı yardımıyla yapılmış ve analiz edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Panel veri, Tek yönlü modeller, Çift yönlü modeller, Sabit etkili model, Rassal etkili model, Lojistik regresyon modeli.

## **ABSTRACT**

**Master of Science Thesis**

### **REGRESSION MODELS WITH PANEL DATA**

**Gökhan UYAR**

**Anadolu Univerity  
Graduate Schools of Sciences  
Statistical Department**

**Supervisor: Prof. Dr. Memmedağa MEMMEDLİ**

**Second Supervisor: Assist. Prof. Dr. Rabia Ece OMA Y**

**2015, 116 pages**

Panel data is a data set that composed with time series and cross-section series. Panel data is data set which usually uses in ecomometric problems. According to this thesis, various regression models with panel data was mentioned by applied model with pooling least squares, linear one way and two way regression models and non linear logistic regression models. Also, one way and two way models was examined as fixed effect and random effect. Various methods were mentioned for estimation of fixed and random effect models. Linear one way and two way model investigated in identifying important hypothesis testing. Fixed and random effect logistic regression models were mentioned in logistic regression model with panel data. Conditional likelihood method was used in the estimation fixed effect logistic regression model. Theoretical investigations based on information, obtained as a result, two application problems was mentioned and the analysis results was interpreted. In first application, effecting factors in labor force participation of women over the age of fifteen in Turkey, in the second application effecting factors about foreign direct investment was researched as regression models with panel data. Applications for linear panel data regression models analysed with R package program. Applications for logistic regression models are made with the help of STATA package program.

**Keywords:** Panel data, One way models, Two way models, Fixed effect model, Random effect model, Logistik regression model.

## TEŞEKKÜR

Lisans ve Yüksek Lisans çalışmam boyunca sürekli yanımda olan, bana her türlü konuda bilgi ve deneyimi ile desteklerini esirgemeyen, her konuda çok şey öğrendiğim çok değerli hocam ve tez danışmanım **Prof. Dr. Memmedağa MEMMEDLİ**'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmam boyunca bana destek olup özellikle “Panel Veri” konusunda ve diğer konularda da bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, tez çalışmamın oluşmasında katkısı bulunan değerli hocam ve ikinci tez danışmanım **Yrd. Doç. Dr. Rabia Ece OMAV**'a teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında bana yardımcı olan, sürekli yanımda olan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, çok sevgili **annem, babam** ve **kardeşime** en içten teşekkürlerimi sunarım.

**Gökhan UYAR**

**Haziran 2015**

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET.....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR .....</b>	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER .....</b>	<b>iv</b>
<b>TABLolar DİZİNİ .....</b>	<b>vii</b>
<b>GRAFİKLER DİZİNİ .....</b>	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. PANEL VERİ MODELLERİ</b>	<b>5</b>
2.1. Panel Veri Modellerine Genel Bakış.....	5
2.2. Birleştirilmiş En Küçük Kareler Uygulanan Model.....	8
2.3. Tek Yönlü Modeller .....	9
2.3.1. Tek yönlü sabit etkili model .....	15
2.3.2. Tek yönlü rassal etkili model.....	18
2.4. Çift Yönlü Modeller .....	23
2.4.1. Çift yönlü sabit etkili model .....	27
2.4.2. Çift yönlü rassal etkili model.....	28
<b>3. PANEL VERİLERDE MODEL YAPISININ TESBİTİ</b>	<b>40</b>
3.1. Verinin Birleştirilebilirliği için Test.....	40
3.2. Bireysel ve Zaman Etkileri için Testler.....	46
3.2.1. Breusch-Pagan testi .....	47

3.2.2. Honda testi.....	48
3.2.3. King-Wu testi.....	49
3.2.4. Gourieroux-Holly-Monfort testi .....	50
3.3. Hausman Testi .....	51
<b>4. PANEL VERİLERLE LOJİSTİK REGRESYON MODELLERİ</b>	<b>52</b>
4.1. Sabit Etkili Lojistik Model .....	53
4.2. Rassal Etkili Lojistik Model .....	58
<b>5. VERİ SETLERİ ÜZERİNDE UYGULAMALAR.</b>	<b>60</b>
5.1. Türkiye’de Kadınların İşgücüne Katılım Oranı .....	60
5.1.1. Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranı için doğrusal panel veri modelleri.....	63
5.1.2. Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranları için lojistik panel regresyon modelleri .....	72
5.2. Doğrudan Yabancı Yatırımların Belirleyicileri .....	78
5.2.1. Doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri için doğrusal panel veri modelleri.....	78
5.2.2. Doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri için lojistik panel veri modelleri.....	87
5.3. Uygulamada Kullanılan Paket Programlar Hakkında Kısa Bilgiler .....	91
<b>6. SONUÇ ve ÖNERİLER.</b>	<b>93</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>95</b>

<b>Ek-1 5.1 Uygulamasý için R ve STATA program çıktıları .....</b>	<b>99</b>
<b>Ek-2 5.2 Uygulamasý için R ve STATA program çıktıları .....</b>	<b>106</b>
<b>Ek-3 İBBS Düzey1'e göre 2008-2012 periyodunda kadınların işgücüne katılım oranları garfikleri .....</b>	<b>111</b>



## TABLÖLAR DİZİNİ

1.1. Grunfeld yatırım denklemleri verisi örneği.....	2
5.1. 5.1 modeli için kesite göre $\delta$ katsayısı için Chow testi sonuçları.....	64
5.2. 5.1 modeli için zamana göre $\delta$ katsayısı için Chow testi sonuçları .....	65
5.3. 5.1 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar .....	65
5.4. 5.1 modeli için Breusch Pagan, Honda, King-Wu ve Gouriéroux-Holly-Monfort testleri sonuçları.....	66
5.5. Denklem 5.1 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri.....	67
5.6. Denklem 5.1 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri .....	68
5.7. Denklem 5.1 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri...	69
5.8. Denklem 5.1 için otokorelasyon testi sonuçları .....	70
5.9. Denklem 5.1 için değişen varyanslılık testi sonuçları.....	70
5.10. Denklem 5.1 için robust tahminci sonuçları .....	71
5.11. Denklem 5.3 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	73
5.12. Denklem 5.3’de <i>eiimko</i> değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	74
5.13. Denklem 5.3’de <i>ücaio</i> değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	74
5.14. Denklem 5.3 için rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	75
5.15. Denklem 5.3’de <i>eiimko</i> değişkeni çıkarıldıktan sonra rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	76
5.16. Stata paket programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	77
5.17. R paket programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	78
5.18. 5.4 modeli için kesite göre $\delta$ katsayısı için Chow testi sonuçları.....	79
5.19. 5.4 modeli için zamana göre $\delta$ katsayısı için Chow testi sonuçları .....	80

5.20. 5.4 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar .....	80
5.21. 5.4 modeli için Breusch Pagan, Honda, King-Wu ve Gourieroux-Holly-Monfort testleri sonuçlar.....	81
5.22. Denklem 5.4 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri.....	82
5.23. Denklem 5.4 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri .....	83
5.24. Denklem 5.4 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri.	84
5.25. Denklem 5.4 için otokorelasyon testi sonuçlar .....	85
5.26. Denklem 5.4 için değişen varyanslılık testi sonuçları.....	85
5.27. Denklem 5.4 için robust tahminci sonuçları .....	86
5.28. Denklem 5.6 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	88
5.29. Denklem 5.6'da <i>growth</i> değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	89
5.30. Denklem 5.6'da <i>trade</i> değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	89
5.31. Denklem 5.6 için rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar .....	90

## **GRAFİKLER DİZİNİ**

- 5.1. 2004-2012 yılları arasında kadınların işgücüne katılım oranları .....60
- 5.2. 2012 yılında Düzey1 bölgeleri için kadınların işgücüne katılım oranları .....62

## 1. GİRİŞ

Ekonometrik çalışmalarda verilerin belirlenmesi, elde edilmesi ve derlenmesi çalışmanın önemli bir aşamasını kapsamaktadır. Çünkü bu aşama kullanılan modelin verilere uygun olmasını ve tahminlerin güvenilirliğini etkilemektedir. Ekonometrik çalışmalarda genellikle üç veri türü söz konusudur. Bu veri türleri zaman serisi verisi, kesit verisi ve panel veri olarak sıralanabilir. Zaman serisi verisi, değişkenlerin belirli bir zaman aralığı boyunca gözlenmesi sonucunda elde edilen veridir. Örneğin, Türkiye'nin 2000-2010 yılları arasındaki ihracat oranı verisi zaman serisi olarak gösterilebilir. Kesit verisi, tek bir zaman dilimi için farklı kesitlerden (bireylerden) toplanan veri setidir. Avrupa Birliği ülkelerinin 2010 yılı için işsizlik oranı kesit verisine örnektir. Panel veri, belirli örneklem birimlerinin belirli bir zaman periyodunda izlenmesidir (Hsiao 2003). Kısaca panel veri, kesit verileri ile zaman serisi verilerinin birleştirilmesi ve birlikte değerlendirilmesidir. Türkiye'de 7 bölge için 2006-2012 yılları arasında kadınların işgücüne katılım oranı verisi panel veri örneği olarak gösterilebilir. Panel veri sıklıkla iktisadi problemlerde karşılaşılan bir veri türü olduğu için, ekonometrik çalışmalarda yaygın olarak tercih edilmektedir. Panel veri ilk olarak Hildreth (1950), Kuh (1959), Grunfeld-Griliches (1960), Zellner (1962), Balestra-Nerlove (1966), Swamy (1970) tarafından yapılan çalışmalarda ele alınmaya başlamıştır (Tatoğlu 2013a). Son yıllarda panel verilerle ilgili çalışmalar yaygınlaşmaya başlamıştır. Bunun nedeni panel verilerin daha fazla sayıda gözlem içermesi, bu tür verilerde kapsamlı bilgiler toplanması, zaman ve kesit verilerinin kolay bir şekilde birleştirilebilir olmasıdır.

Panel verinin tanımında anlaşıldığı gibi panel veride hem kesit (bireysel), hem de zaman etkisi söz konusudur. Kesitlerin kendilerine ait özelliklerini yansıtan değişkenler *kesit etkisi*, zaman diliminin kendine has özelliklerini yansıtan değişken ise *zaman etkisi* değişkeni olarak ifade edilir. Kesit etkisi zamana göre sabit ancak kesite göre farklılık gösterirken, zaman etkisi kesite göre sabit ancak zamana göre değişiklik göstermektedir. Örneğin, panel verideki kesit boyutu ülkeleri, bölgeleri, firmaları vb. ifade ederken, zaman boyutu ise incelenen zaman dönemini kapsamaktadır. Panel veride  $N$  sayıda kesit ve her bir kesite karşılık gelen  $T$  sayıda zaman olduğunda, veri  $NT$  sayıda gözlem

içermektedir. Bu nedenle her bir kesite karşılık bir zaman serisi mevcuttur. Tablo 1.1’de literatürde sıklıkla karşılaşılan gerçek bir panel veri seti örneği gösterilmiştir.

**Tablo 1.1.** Grunfeld yatırım denklemleri verisi örneği

$i$	$t$	$Y_{it}$	$X_{1it}$	$X_{2it}$
1	1935	317.60	3078.50	2.80
1	1936	391.80	4661.70	52.60
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
1	1954	1486.70	5593.60	2226.30
2	1935	209.90	1362.40	53.80
2	1936	335.30	1807.10	50.50
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
2	1954	459.30	2115.50	669.70
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
10	1935	2.54	70.91	4.50
.	1936	2.00	87.94	4.71
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
10	1954	5.12	58.12	14.33

Tabloda  $i$  ile gösterilen sütun panel verinin kesit boyutunu,  $t$  ile gösterilen sütun ise panel verinin zaman boyutunu ifade etmektedir. Burada  $Y_{it}$  bağımlı,  $X_{1it}$  ve  $X_{2it}$  bağımsız değişkenleri göstermektedirler.

Panel veri çalışmalarında sıklıkla dengeli ve dengesiz panel ifadeleriyle karşılaşılmaktadır. Herbir kesit için eşit sayıda zaman aralığının mevcut olduğu panellere *dengeli panel*, kesitler için zaman aralıkları farklı olan panellere ise *dengesiz panel* denir. Bu çalışmada dengeli panel verileri incelenmiştir.

Tez çalışmasının ikinci bölümünde, panel veri tanımı ve özelliklerinden kısaca bahsedilerek, farklı doğrusal panel veri modelleri: birleştirilmiş en küçük

kareler, tek yönlü ve çift yönlü modeller incelenmiştir. Ayrıca, tek ve çift yönlü modellerin sabit etkili ve rassal etkili türleri ele alınmıştır. Bu modellerde kullanılan matris işlemleri açık bir şekilde yazılarak ifade edilmiştir. Ayrıca bu modellerin tahminlenmesinde çeşitli yöntemler kullanılmış, rassal etkiler modelinde ise yer alan farklı varyans bileşen tahmincileri incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, ikinci bölümde ele alınan modellerin sınanması için farklı hipotez testleri anlatılmıştır. İlk olarak verinin panel veri olup olmadığını belirlemek için Chow testi incelenmiştir (Chow 1960). Chow testi sonucunda sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda verinin panel olduğu sonucuna ulaşılır. İkinci olarak eğer veri panel veriyse modelin sabit veya rassal etkiler modeli olup olmadığını belirlemek için Hausman testi kullanılmıştır (Hausman 1978). Bu test sonucunda sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda modelin sabit etkiler modeli olduğu sonucuna varılır. Daha sonra ise modelin tek yönlü veya çift yönlü model olduğunu belirlemek için sırasıyla Breusch-Pagan (1980), Honda (1985), King-Wu (1997), Gouriéroux-Holly-Monfort (1982) testleri anlatılmıştır. Bu testlerle kesit, zaman ve hem kesit hem de zaman etkileri ayrı ayrı test edilmektedir. Bu testler için de sıfır hipotezlerinin reddedilmesi durumunda uygun olarak kesit, zaman ve hem kesit hem de zaman etkilerinin mevcudluğu sonucuna ulaşılır.

Dördüncü bölümde, panel verilerle doğrusal olmayan lojistik regresyon modelleri (sabit ve rassal etkiler) lojistik regresyon modelleri incelenmiştir. Sabit etkiler lojistik regresyon modelinde en çok olabilirlik yöntemiyle yapılan tahminlerde katsayıların tutarsız olması nedeniyle, koşullu en çok olabilirlik yöntemi uygulanmıştır. Rassal etkiler lojistik regresyon modelinde ise  $\mu_i$  kesit etkileri ve  $x_{it}$  açıklayıcı değişkenleri arasında ilişki olmadığı durumda tahminin yapılma yaklaşımı açıklanmıştır. Ayrıca  $\mu_i$  ve  $x_{it}$  arasında bir ilişki olduğu durumlarında da tahminin yapılma yaklaşımı incelenmiştir (Chamberlain 1980).

Beşinci bölümde, önceki bölümlerde incelenen modelleri ve hipotez testlerini kapsayacak şekilde iki farklı uygulama yapılmıştır. Birinci uygulamada Türkiye’de 15 yaş üstü kadınların işgücüne katılım oranlarını etkileyen faktörler incelenmiştir. Bu uygulama iki kısımda gerçekleştirilmiştir. Her iki kısımda da bağımlı değişken olarak, kadınların işgücüne katılım oranı (*iko*); bağımsız

değişkenler olarak ev işleri ile meşgul kadınların oranı (*eiimko*), ücretsiz aile işçisi oranı (*ücaio*) ve emekli kadınların oranı (*eo*) kullanılmıştır. İlk kısımda doğrusal panel veri modelleri araştırılmıştır. İncelemeler sonucunda uygun modelin tek yönlü rassal etkili model olduğu belirlenmiştir. İkinci kısımda ise doğrusal olmayan panel veri modelleri, yani lojistik regresyon modelleri incelenmiştir. Bu kısımda lojistik regresyon modeli için koşullu sabit etkili ve rassal etkili lojistik modeller belirlenerek, katsayıların odds oranı tahminleri üzerinden yorumlar yapılmıştır. Bu uygulamanın sonucu koşullu sabit etkili lojistik model için *eo* değişkeninin, rassal etkili lojistik model için *ücaio* ve *eo* değişkenini *iko* üzerinde etkisi olduğu belirlenmiştir.

İkinci uygulamada ise doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri incelenmiştir. Benzer olarak bu uygulamada iki kısımda, yani doğrusal panel veri modelleri ve lojistik regresyon modelleri olarak incelenmiştir. Her iki kısımda da bağımlı değişken *fdi*, doğrudan yabancı yatırımları, bağımsız değişkenler ise *trade*, Gayri Safi Yurtiçi Hasıla'nın (GSYİH) yüzdesi olarak yıllık dış ticaret miktarını; *growth*, GSYİH'nin yüzdesi olarak ekonomik büyüme oranını ve *gfcf*, GSYİH'nin yüzdesi olarak Gayri Safi Sabit Sermaye Oluşumu'nu ifade etmektedir. İlk kısımda doğrusal panel veri modelleri incelenerek uygun modelin tek yönlü rassal etkili model olduğu belirlenmiştir. İkinci kısımda lojistik regresyon modeli için koşullu sabit etkili ve rassal etkili lojistik modeller belirlenerek, katsayıların odds oranlı tahminlerinin hesaplanmasıyla bu tahminler üzerinden yorum yapılmıştır. Bu uygulamanın sonucu ise sabit etkili lojistik modeli için *gfcf* değişkeninin, rassal etkili lojistik model için ise *gfcf* ve *trade* değişkenlerinin, *fdi* üzerinde etkisi olduğu bulunmuştur.

Sonuç bölümünde ise beşinci bölümdeki uygulamalardan elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve çalışmanın geneli değerlendirilmiştir.

## 2. PANEL VERİ MODELLERİ

### 2.1. Panel Veri Modellerine Genel Bakış

İstatistiksel veriler genellikle yatay kesit verisi, zaman serisi verisi ve panel veri olmak üzere üçe ayrılır. Genel anlamıyla panel veri, belirli bir örneklem birimlerinin, belirli bir zaman boyunca izlenmesidir (Hsiao 2003). Panel veri kullanmanın bazı avantajları bulunmaktadır. Bu avantajlar aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

- i. Veri seti heterojenliğe karşı kontrol edilmektedir. (Panel veriler kapsadığı kesitlerin heterojen olduğu bilgisini içinde barındırmaktadır.)
- ii. Çoklu bağlantı sorunuyla daha az karşılaşılmaktadır.
- iii. Küçük boyutlu zaman serisi ve kesit gözlemlerinin var olduğu durumlarda da analiz yapılmasını sağlamaktadır.
- iv. Panel veri yaklaşımı, kesit ve zaman serisi gözlemlerini birleştirdiği için gözlem sayısı fazladır.
- v. Panel veri analizinde tahmincilerin etkinliği artmaktadır.
- vi. Daha kapsamlı bilgilerin elde edilmesi sağlanmaktadır.

Diğer taraftan, panel veri kullanımında bazı dezavantajlar da ortaya çıkmaktadır. Bu dezavantajlar şu şekilde ifade edilebilir. Zaman serisi modelindeki otokorelasyon sorunu ve yatay kesitte meydana gelen değişen varyans sorununun ikisi birden panel veri analizinde ortaya çıkabilmektedir. Bu sorunları gidermek için farklı yöntemler bulunmaktadır. Değişen varyans sorunu, verilere logaritmik dönüşüm uygulayarak veya White düzeltme testi kullanılarak ortadan kaldırılabilir. Otokorelasyon sorunu ise, verilerin birer gecikmeli değerleri alınarak çözülebilir. Ayrıca bu sorunlar robust (sağlam) tahminciler kullanılarak da ortadan kaldırılabilir. Panel veri çalışmalarında dikkat edilmesi gereken bir diğer husus ise aşağıda değinilmiş olan, heterojenlik ve örneklem seçimi yanlılığıdır.

**Heterojenlik Yanlılığı:** Belirli bir model ile çalışırken, bireylere özgü önemli etkenlerin önemsizmiş gibi ihmali sonucu bütün gözlemlerin her birey ve her zaman dönemi için aynı parametrik dağılımdan türediği varsayımı gerçekçi olmamaktadır



(Hsiao 2003). Bireysel özelliklerden kaynaklanan farklı kitle parametrelerinin bu durumuna parametre heterojenliği denir.

**Örneklem Seçimi Yanlılığı:** Seçim yanlılığı, seçimde kitlenin tamamını dikkate almayarak, örneklemin ait olduğu kitleden rasgele seçilmediği veya kitleyi iyi temsil etmediği durumlarda karşılaşılan bir sorundur. Seçim yanlılığı ya örneklem birimleri ya da araştırmacı kaynaklıdır (Heckman 1979).

Heterojenlik ve örneklem seçimi durumları dikkate alınmazsa yapılan tahminler genellikle yanlı olur.

Panel veri için dikkate alınması gereken diğer bir husus ise panelin dengeli olması veya dengeli olmaması durumlarıdır. Her bir yatay kesit için eşit uzunlukta zaman serisi olması durumu dengeli panel; zaman serisi uzunluklarının yatay kesite göre değişmesi durumu ise dengeli olmayan panel olarak adlandırılır. (Wooldridge 2001). Bu çalışmanın tamamında dengeli panel veriler incelenmiştir.

Genel olarak panel veri yaklaşımında eğim katsayıları ve sabit terimleri (kesim noktaları) dikkate alındığında dört farklı model ortaya çıkmaktadır (Hsiao 2003). Bu modeller aşağıda sıralanmıştır.

- 1) Eğim katsayıları sabit, sabit terimleri ise bireylere göre değişen model:

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.1)$$

- 2) Eğim katsayıları sabit, sabit terimleri bireylere ve zamana göre değişen model:

$$y_{it} = \alpha_{it} + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.2)$$

- 3) Eğim katsayıları ve sabit terimleri bireylere göre değişen model:

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.3)$$

- 4) Eğim katsayıları ve sabit terimleri bireylere ve zamana göre değişen model:

$$y_{it} = \alpha_{it} + \sum_{k=1}^K \beta_{itk} x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.4)$$

Yukarıda ifade edilen (2.1)–(2.4) modellerinde  $i$ , kesit boyutunu;  $t$ , zaman boyutunu ve  $K$  açıklayıcı değişken sayısını ifade etmektedir.  $y_{it}$ , bağımlı değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için gözlem değerini;  $\alpha_i$ ,  $i$ . kesit için sabit terimi;  $\alpha_{it}$ ,  $t$  zamanında  $i$ . kesit için sabit terimi;  $\beta_k$ ,  $k$ . değişkenin eğim parametresini;  $\beta_{ik}$ ,  $k$ . değişkenin  $i$ . kesit için eğim parametresini;  $\beta_{itk}$ ,  $k$ . değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için eğim parametresini;  $x_{kit}$ ,  $k$ . açıklayıcı değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için değerini;  $u_{it}$  ise  $t$  zamanında  $i$ . kesit için hata terimini göstermektedir. Denklem (2.1)–(2.4) modellerinde yer alan  $u_{it}$  hata terimi (değişim kaynağı) sıfır ortalamaya ( $E(u_{it})=0$ ) ve sabit varyansa ( $Var(u_{it})=\sigma_u^2$ ) sahip olma, tüm zaman döneminde ve tüm birimler için bağımsız olma, normal dağılıma [ $N(0, \sigma_u^2)$ ] sahip olma varsayımlarını sağlamaktadır.

Panel veri analizlerinde genellikle eğim katsayılarının sabit olduğu ve sabit terimlerin değişken olduğu modeller tercih edilmektedir. Bu nedenle yukarıda ifade edilen modellerden özellikle (2.1) ve (2.2) panel veri uygulamalarında sıklıkla kullanılan modellerdir.

Denklem (2.1)–(2.4) modellerinde hata terimi olarak ifade edilen  $u_{it}$ 'nin bileşenlerine ayrışımına göre panel veri modelleri farklı şekillerde sınıflandırılabilir. Hata teriminde zamana göre değişmeyen ancak kesite göre değişen bir bileşen mevcut ise uygun model, tek yönlü hata bileşen modeli olarak adlandırılır ve hata terimi aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$u_{it} = \mu_i + \mathcal{G}_{it}$$

Burada,  $\mu_i$  gözlenemeyen kesit etkisini ve  $\mathcal{G}_{it}$  kalan pürüzü (hatayı) göstermektedir.

Benzer olarak hata teriminde zamana ve kesite göre değişen bileşenler söz konusu olduğunda uygun model, çift yönlü hata bileşen modeli olarak adlandırılır ve hata terimi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$u_{it} = \mu_i + \lambda_t + \mathcal{G}_{it}$$

Burada,  $\mu_i$  gözlenemeyen kesit etkisini,  $\lambda_t$  gözlenemeyen zaman etkisini,  $\mathcal{G}_{it}$  ise kalan pürüzü ifade etmektedir.

Yukarıda ifade edilen  $u_{it}$ 'lerin ayrışımına bağlı olarak, panel veri modelleri aşağıdaki başlıklarda incelenebilir.

- i.* Birleştirilmiş En Küçük Kareler Uygulanan Model
- ii.* Tek Yönlü Hata Bileşen Modelleri
  - Tek yönlü sabit etkili model
  - Tek yönlü rassal etkili model
- iii.* Çift Yönlü Hata Bileşen Modelleri
  - Çift yönlü sabit etkili model
  - Çift yönlü rassal etkili model

Kolaylık için tezin kalan kısmında, tek yönlü ve çift yönlü hata bileşen modelleri yerine kısaca tek yönlü ve çift yönlü model ifadeleri kullanılacaktır.

## 2.2. Birleştirilmiş En Küçük Kareler Uygulanan Model

Bazı durumlarda, kesit verileri arasında bir fark olmaz, bir başka ifadeyle her bir kesit için tek bir sabit terim mevcuttur. Bu durumda, veri kesite göre birleştirilir ve kesit verisi gibi düşünülerek tahminleme yapılır. Benzer şekilde eğer zaman verileri arasında bir fark yoksa veya her bir zaman için tek bir sabit terim varsa bu durumda da veri zamana göre birleştirilir ve zaman serisi verisi gibi düşünülerek tahminleme yapılır. Söz konusu modellerde birleştirilmiş en küçük kareler (BEKK) kullanılarak modelin tahminlenmesi yapılır ve uygun model olup olmadığına karar vermek için kesit ve zaman boyutlarını ayrı ayrı değerlendiren Chow testi kullanılır. Bölüm 3'de Chow testinin uygulanması daha ayrıntılı bir şekilde anlatılacaktır.

BEKK uygulanan model aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$y_{it} = \alpha + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it} \quad , i = 1, 2, \dots, N ; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.5)$$

(2.1)-(2.4) modellerinde değinildiği gibi  $i$  kesit boyutunu,  $t$  zaman boyutunu ve  $K$  açıklayıcı değişken sayısını ifade etmektedir.  $y_{it}$ , bağımlı değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için değerini;  $\beta_k$ ,  $k$ . değişkenin eğim parametresini;  $x_{kit}$ ,  $k$ . açıklayıcı

değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için değerini;  $u_{it}$  ise  $t$  zamanında  $i$ . kesit için hata terimini göstermektedir. (2.5) modelinde, (2.1)–(2.4) modellerinden farklı olarak,  $\alpha$  kesite veya zamana göre değişmeyen sabit terimdir. Dolayısıyla BEKK uygulanan model kesit ve zaman etkilerinin olmadığı, sabit terim ve eğim parametrelerinin sabit olduğu durumlarda tahminleme yapmaktadır. (2.5) modelindeki hata terimi,  $u_{it} \sim N(0, \sigma^2)$  dağılımına sahip olma, her bir yatay kesit için gözlemler arasında ilişki olmama ve değişen varyans içermeme varsayımlarını sağlamaktadır.

### 2.3. Tek Yönlü Modeller

Tek yönlü modeller, hata terimi ayrışımında sadece kesite veya sadece zamana bağlı değişkenlerin mevcut olduğu modellerdir. Denklem (2.1)-(2.4) modellerinden (2.1) denklemini üzerinden tek yönlü model tanımlanmaktadır. (2.1) modelini yeniden yazalım;

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.6)$$

Burada önceden bahsedildiği gibi  $i$ , kesit boyutunu;  $t$ , zaman boyutunu ve  $K$  açıklayıcı değişken sayısını ifade etmektedir.  $y_{it}$ , bağımlı değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için gözlem değerini;  $\alpha_i$ ,  $i$ . kesit için sabit terimi;  $\beta_k$ ,  $k$ . değişkenin eğim parametresini;  $x_{kit}$ ,  $k$ . açıklayıcı değişkenin  $t$  zamanında  $i$ . kesit için değerini;  $u_{it}$  ise  $t$  zamanında  $i$ . kesit için hata terimini göstermektedir. Çoğu panel veri uygulamalarında sıklıkla tek yönlü modeller kullanılır. Tek yönlü modellerde hata terimi aşağıdaki gibi bileşenlere ayrılır:

$$u_{it} = \mu_i + \mathcal{G}_{it} \quad (2.7)$$

Burada, zamandan bağımsız  $\mu_i$  gözlenemeyen kesit etkisini ve  $\mathcal{G}_{it}$  kalan pürüzü (hatayı) göstermektedir.  $\mathcal{G}_{it}$  kesit ve zamana göre değişmektedir ve regresyonda bilinen hata terimi gibi düşünülebilir.

Bu çalışmada incelenen modellerde bulunan sabit terimin kesite göre homojen, yani  $\alpha_i = \alpha$  şeklinde olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda incelenen model türü hata terimi  $u_{it}$ 'nin ayrışımı ile belirlenir. Örneğin, (2.7) ayrışımı ile tek yönlü model tanımlanır.

Sabit terimin homojen olduğu durum için (2.6) denkleminin matris-vektör notasyonu aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$y = \alpha \iota_{NT} + X\beta + u = Z\delta + u \quad (2.8)$$

Burada,  $y$ ,  $NT \times 1$  boyutlu vektör;  $\alpha$ , sabit terim;  $\iota_{NT}$ , 1'lerden oluşan  $NT \times 1$  boyutlu vektör;  $\beta$ ,  $K \times 1$  boyutlu vektör;  $X$ ,  $NT \times K$  boyutlu matris;  $u$ ,  $NT \times 1$  boyutlu vektördür.  $Z = [\iota_{NT}, X]$  ve  $\delta^T = (\alpha^T, \beta^T)$  şeklinde yazılabilir. Benzer olarak (2.7) eşitliği aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$u = Z_\mu \mu + \mathcal{G} \quad (2.9)$$

Burada,  $Z_\mu$   $NT \times N$  boyutlu 1'lerden ve sıfırlardan oluşan bir selektör matris,  $\mu^T = (\mu_1, \dots, \mu_N)$  ve  $\mathcal{G}^T = (\mathcal{G}_{11}, \dots, \mathcal{G}_{1T}, \dots, \mathcal{G}_{N1}, \dots, \mathcal{G}_{NT})$  vektörleridir. Denklem (2.9)'da gösterilen  $u$  hata terimi ise aşağıdaki şekilde vektördür:

$$u^T = (u_{11}, \dots, u_{1T}, u_{21}, \dots, u_{2T}, \dots, u_{N1}, \dots, u_{NT}).$$

Denklem (2.9)' da ki  $Z_\mu$  matrisi,  $Z_\mu = I_N \otimes \iota_T$  eşitliği ile yazılabilir. Burada,  $I_N$ ,  $N \times N$  boyutlu birim matris;  $\iota_T$ ,  $T \times 1$  boyutlu birlerden oluşan vektör ve  $\otimes$  sembolü ise kronoker çarpımını ifade etmektedir.  $Z_\mu$  matrisi açık bir şekilde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$Z_\mu = I_N \otimes I_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}_{N \times N} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix}_{T \times 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix}_{NT \times N}$$

$Z_\mu$  matrisinin açık ifadesini kullanmakla (2.9) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\begin{pmatrix} u_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{1T} \\ u_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{2T} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{N1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{NT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathcal{G}_{11} \\ \mathcal{G}_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{G}_{1T} \\ \mathcal{G}_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{G}_{2T} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{G}_{N1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{G}_{NT} \end{pmatrix}$$

$J_T$ ,  $T \times T$  boyutlu birlerden oluşan matris olmakla  $Z_\mu Z_\mu^T = I_N \otimes J_T$  olduğunu gösterelim:





$Z_\mu$  üzerinde  $P = Z_\mu (Z_\mu^T Z_\mu)^{-1} Z_\mu^T$  izdüşüm matrisi  $I_N \otimes \bar{J}_T$  matrisine indirgenir;

$P = Z_\mu (Z_\mu^T Z_\mu)^{-1} Z_\mu^T = I_N \otimes \bar{J}_T$ . Burada,  $\bar{J}_T = \frac{1}{T} J_T$  eşitliğine sahiptir.  $P = I_N \otimes \bar{J}_T$

olduğunugösterelim:

$$Z_\mu^T Z_\mu = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} T & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & T & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & T \end{pmatrix} \Rightarrow (Z_\mu^T Z_\mu)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/T & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1/T & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1/T \end{pmatrix} = \frac{1}{T} I_N$$

Bu nedenle:

$$P = Z_\mu (Z_\mu^T Z_\mu)^{-1} Z_\mu^T = \frac{1}{T} Z_\mu I_N Z_\mu^T = \frac{1}{T} (I_N \otimes J_T)$$

$$\Rightarrow P = I_N \otimes \left( \frac{1}{T} J_T \right) = I_N \otimes \bar{J}_T$$

elde edilir.

$Q = I_{NT} - P$  şeklinde tanımlanmış matris ise bireysel ortalamalardan sapmaları ifade eden matristir.  $P$  ve  $Q$  simetrik idempotent matrislerdir:

$$P^2 = P \cdot P = Z_{\mu} \left( Z_{\mu}^T Z_{\mu} \right)^{-1} Z_{\mu}^T Z_{\mu} \left( Z_{\mu}^T Z_{\mu} \right)^{-1} Z_{\mu}^T = Z_{\mu} \left( Z_{\mu}^T Z_{\mu} \right)^{-1} Z_{\mu}^T = P$$

$$Q^2 = Q \cdot Q = (I_{NT} - P)(I_{NT} - P) = P^2 - 2PI_{NT} + I_{NT} = P - 2P + I_{NT} = Q$$

Bu matrisler idempotent oldukları için

$$\text{rank}(P) = \text{tr}(P) = N \quad \text{ve} \quad \text{rank}(Q) = \text{tr}(Q) = N(T-1).$$

Ayrıca,  $P$  ve  $Q$  matrislerinin ortogonal oldukları açıktır:

$$PQ = P(I_{NT} - P) = PI_{NT} - P^2 = P - P = 0.$$

### 2.3.1. Tek yönlü sabit etkili model

Sabit etkiler modelinde,  $\mu_i$ 'lerin tahmin edilmesi gereken sabit parametreler olduğu ve geriye kalan pürüz terimlerinin yani  $\mathcal{G}_{it}$ 'lerin bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu  $\mathcal{G}_{it} \sim IID(0, \sigma_{\mathcal{G}}^2)$  varsayılmıştır. Bununla birlikte  $X_{it}$ 'lerin tüm  $i$  ve  $t$ 'ler için  $\mathcal{G}_{it}$ 'den bağımsız olduğu varsayılmıştır. Sabit etkiler modeli için (2.6) denkleminde görüldüğü gibi eğim parametreleri her bir kesit için sabitken, sabit terim kesit etkisini içerdiğinden dolayı kesitten kesite değişmektedir yani kesitler arasındaki değişiklikler sabit terimdeki değişikliklerle ifade edilmektedir.

(2.9) denkleminde ifade edilen hata terimi (2.8) denkleminde yerine koyulursa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$y = \alpha I_{NT} + X\beta + Z_{\mu}\mu + \mathcal{G} = Z\delta + Z_{\mu}\mu + \mathcal{G} \quad (2.10)$$

Burada;  $Z$ ,  $NT \times (K+1)$  boyutlu matris;  $Z_{\mu}$ ,  $NT \times N$  boyutlu bireysel gölge değişken matrisidir. (2.10) denkleminde sıradan en küçük kareler uygulandığında  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\mu$  tahmin edilebilir. Fakat eğer  $N$  çok büyük ise (2.10) denkleminde çok

sayıda bireysel gölgeler yer alacaktır. Bu durumda, en küçük karelerde matrisin tersinin bulunması işlemleri çok büyüyecektir. Bu nedenle (2.10) modelinin tahmini için gölge değişkenli en küçük kareler (LSDV) uygulanmalıdır.  $N$  sayıda yatay kesit olduğunda, sabit etkiler modelinde kesit etkilerini modele dahil etmek ve bununla birlikte gölge değişken tuzağına düşmemek amacıyla, kesit sayısının bir eksiği sayıda gölge değişken kullanılmalıdır veya kesit sayısı kadar gölge değişken kullanıldığında sabit terim modele alınmamalıdır.  $\alpha$  ve  $\beta$  ilgilenilen parametreler olduğundan (2.10) denkleminde LSDV tahmincileri elde edilebilir.

Büyük paneller için (2.10) denkleminde ifade edilen regresyon modelleri  $(N-1)$  sayıda gölge değişken içermesi nedeniyle uygun değildir. Bu durumda LSDV yöntemini kullanmak büyük miktarda serbestlik derecesi kaybına yol açmakta ve  $\beta$  sapmalı olarak tahmin edilebilmektedir. Bununla birlikte tahminlenmesi gereken parametre sayısı  $(N-1)$  kadar artacak ve dolayısıyla fazla sayıda olan bu gölge değişkenler arasında çoklu bağlantı problemleri ortaya çıkabilmektedir. Ayrıca, bu yöntem sonrasında belirlilik katsayısı  $(R^2)$  net bilgi sağlamamaktadır (Tatoğlu 2013a). Bundan dolayı, LSDV yöntemi fazla tercih edilmemekte ve yerine aşağıda ifade edilen dönüşüm yardımıyla parametreler tahminlenmektedir.

(2.10) denklemi  $Q$  matrisi ile çarpılırsa;

$$Qy = Q\alpha_{NT} + QX\beta + QZ_{\mu}\mu + Qg \quad (2.11)$$

eşitliği elde edilir. Ayrıca

$$P = Z_{\mu}(Z_{\mu}^T Z_{\mu})^{-1} Z_{\mu}^T \Rightarrow PZ_{\mu} = Z_{\mu} \underbrace{(Z_{\mu}^T Z_{\mu})^{-1} Z_{\mu}^T Z_{\mu}}_I = Z_{\mu},$$

dolayısıyla  $PZ_{\mu} = Z_{\mu}$  olur. Buradan

$$Q = I_{NT} - P \Rightarrow QZ_{\mu} = (I_{NT} - P)Z_{\mu} = Z_{\mu} - \underbrace{PZ_{\mu}}_{Z_{\mu}} = 0$$

ve  $Q\alpha_{NT} = QZ_{\mu} = 0$  olduğu için (2.11) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$Qy = QX\beta + Q\mathcal{G} \quad (2.12)$$

$\tilde{y} = Qy$ ,  $\tilde{X} = QX$  ve  $\tilde{\mathcal{G}} = Q\mathcal{G}$  yazarak (2.12) denklemini aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\tilde{y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\mathcal{G}} \quad (2.13)$$

(2.13) denklemine en küçük kareler yöntemi uygulanarak  $\beta$ 'nin tahmincisi aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\hat{\beta} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{y}$$

$\tilde{y} = Qy$ ,  $\tilde{X} = QX$  eşitliklerini dikkate alarak

$$\hat{\beta} = (X^T \underset{Q}{Q}^T \underset{Q}{Q} X)^{-1} X^T \underset{Q}{Q}^T \underset{Q}{Q} Xy$$

$$\hat{\beta} = (X^T QX)^{-1} X^T Qy \quad (2.14)$$

eşitliği elde edilir.  $\hat{\beta}$  katsayı vektörünün varyansı ise şu şekilde hesaplanır:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma_g^2 (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} = \sigma_g^2 (X^T QX)^{-1}.$$

Bu dönüşüm kullanıldığında sabit etkiler tahmincileri zamandan bağımsız değişkenlerin  $(\alpha, \mu_i)$  etkilerini tahmin edemeyecektir. Çünkü bu değişkenler yukarıda ifade edilen  $Q$  dönüşümü ile yok edilmektedir. Bu parametreleri tahmin etmek için aşağıdaki yaklaşım kullanılabilir.

Panel veri modelinin şu şekilde verilmiş olduğu varsayalım

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \mu_i + \mathcal{G}_{it} \quad (2.15)$$

(2.15) denkleminde zamana göre ortalama alındığında;

$$\bar{y}_i = \alpha + \beta \bar{x}_i + \mu_i + \bar{\mathcal{G}}_i \quad (2.16)$$

modeli elde edilir.

(2.15) denkleminde (2.16) denklemini çıkarılarak

$$y_{it} - \bar{y}_i = \beta(x_{it} - \bar{x}_i) + (\mathcal{G}_{it} - \bar{\mathcal{G}}_i) \quad (2.17)$$

denklemini elde edilir. Denklem (2.17)'den görüldüğü gibi sabit terim ( $\alpha$ ) ve gözlenemeyen kesit etkisi ( $\mu_i$ ) modelden düşmüştür.

(2.15) denkleminde tüm gözlemlere göre ortalama alındığında;

$$\bar{y}_{..} = \alpha + \beta\bar{x}_{..} + \bar{\mathcal{G}}_{..} \quad (2.18)$$

elde edilir. (2.18) denkleminde gölge değişken tuzağından ya da çoklu doğrusal bağlantı sorunundan kaçınmak için  $\sum_{i=1}^N \mu_i = 0$  sınırlamasından faydalanılmıştır.

(2.15) denkleminde  $\beta$  ve  $(\alpha + \mu_i)$  değişkenleri tahmin edilebilir. Eğer  $\sum_{i=1}^N \mu_i = 0$  gibi bir kısıtlama olmaz ise  $\alpha$  ve  $\mu_i$  değişkenleri ayrı ayrı tahmin edilemez. Bu durumda, (2.17) denkleminde en küçük kareler uygulayarak  $\hat{\beta}$  bulunur. Sonra ise (2.18) denkleminde  $\tilde{\alpha} = \bar{y}_{..} - \hat{\beta}\bar{x}_{..}$  ve son olarak (2.16) denkleminde de  $\tilde{\mu}_i = \bar{y}_i - \tilde{\alpha} - \hat{\beta}\bar{x}_i$  tahminleri elde edilebilir. Genellikle sabit etkiler modelinde parametreleri tahmin etmek söz konusu yöntem tercih edilmektedir. Dönüşüm yardımıyla tahmin edilen sonuçlarla, son yaklaşımla tahmin edilen sonuçlar yaklaşık olarak aynı olur.

### 2.3.2. Tek yönlü rassal etkili model

Sabit etkiler modeli çok sayıda parametre içerdiğinden ve büyük miktarda serbestlik derecesi kaybına neden olduğundan dolayı,  $\mu_i$  rassal olarak seçilebilir. Eğer büyük bir kitleden  $N$  sayıda kesit rassal olarak seçilirse bu model için rassal etkiler modeli uygun olacaktır. Bu durumda  $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$  ve  $\mathcal{G}_{it} \sim IID(0, \sigma_g^2)$  dağılır ve  $\mu_i$  ve  $\mathcal{G}_{it}$  bağımsızdırlar. Ayrıca bütün  $i$  ve  $t$ 'ler için  $X_{it}$   $\mu_i$ 'den ve  $\mathcal{G}_{it}$ 'den bağımsızdır.

(2.9) denklemini kullanılarak varyans kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
\Omega &= E(uu^T) = Z_\mu \underbrace{E(\mu\mu^T)}_{\sigma_\mu^2} Z_\mu^T + \underbrace{E(\mathcal{G}\mathcal{G}^T)}_{\sigma_g^2 I_{NT}} \\
\Omega &= E(uu^T) = \sigma_\mu^2 \underbrace{Z_\mu Z_\mu^T}_{I_N \otimes J_T} + \sigma_g^2 \underbrace{I_{NT}}_{I_N \otimes I_T} \\
\Omega &= E(uu^T) = \sigma_\mu^2 (I_N \otimes J_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes I_T) \tag{2.19}
\end{aligned}$$

(2.19) ifadesindeki  $\Omega$  matrisi açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_\mu^2 + \sigma_g^2 & \sigma_\mu^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_\mu^2 \\ \sigma_\mu^2 & \sigma_\mu^2 + \sigma_g^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_\mu^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_\mu^2 & \sigma_\mu^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_\mu^2 + \sigma_g^2 \end{pmatrix}$$

Bu matrisin köşegen elemanları, yani  $Var(u_{it}) = \sigma_\mu^2 + \sigma_g^2$  sabittir. Böylece,  $\Omega$  varyans kovaryans matrisini şöyle verilebilir:

$$cov(u_{it}, u_{js}) = \begin{cases} \sigma_\mu^2 + \sigma_g^2 & , i = j, t = s \\ \sigma_\mu^2 & , i = j, t \neq s \\ 0 & , d.d \end{cases}$$

$u_{it}$  ve  $u_{js}$  arasındaki korelasyon katsayısı ise

$$\rho = \begin{cases} 1 & , i = s, t = s \\ \sigma_\mu^2 / (\sigma_\mu^2 + \sigma_g^2) & , i = s, t \neq s \\ 0 & , d.d. \end{cases}$$

şeklinde hesaplanabilir.

Regresyon katsayılarının tahmincilerini elde etmek için  $\Omega^{-1}$  matrisine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu panel  $NT \times NT$  boyutlu büyük bir matris olduğundan dolayı  $\Omega^{-1}$  matrisinin elde edilmesi oldukça zordur. Burada, Wansbeek ve Kapteyn (1982, 1983) tarafından önerilen yöntem ile  $\Omega^{-1}$  ve  $\Omega^{-1/2}$  matrisleri bulunabilir. Bu

yaklaşım kullanılarak  $E_T = I_T - \bar{J}_T$  olmakla,  $J_T$  yerine  $T\bar{J}_T$  ve  $I_T$  yerine  $(E_T + \bar{J}_T)$  yazarak,  $\Omega$  matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\Omega &= \sigma_\mu^2 (I_N \otimes T\bar{J}_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes (E_T + \bar{J}_T)) \\ \Omega &= T\sigma_\mu^2 (I_N \otimes \bar{J}_T) + \sigma_g^2 ((I_N \otimes E_T) + (I_N \otimes \bar{J}_T)) \\ \Omega &= T\sigma_\mu^2 (I_N \otimes \bar{J}_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes E_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes \bar{J}_T)\end{aligned}\quad (2.20)$$

(2.20) denklemini elde ederken kronoker çarpımın özelliklerinden yararlanılmıştır (Harville 1997). (2.20) denklemi aynı çarpan parantez dışına çıkarılmakla

$$\Omega = (T\sigma_\mu^2 + \sigma_g^2)(I_N \otimes \bar{J}_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes E_T) = \sigma_1^2 P + \sigma_g^2 Q \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_g^2$  ve  $P = I_N \otimes \bar{J}_T$ ,  $Q = I_N \otimes E_T$  eşitlikleri kullanılmıştır. İfade edilen (2.21) denklemi  $\Omega$ 'nın spektral ayrışımıdır (özdeğer ve özvektörleri yardımıyla yapılan ayrışımıdır). Burada,  $\sigma_1^2$   $\Omega$ 'nın  $N$  katlı birinci karakteristik kökünü (özdeğerini),  $\sigma_g^2$  ise  $N(T-1)$  katlı ikinci karakteristik kökünü ifade etmektedir.

$Q$  ve  $P$  matrislerinin özelliklerinden faydalanarak  $\Omega^{-1} = \frac{1}{\sigma_1^2} P + \frac{1}{\sigma_g^2} Q$  olduğunu gösterelim.  $\Omega = \sigma_1^2 P + \sigma_g^2 Q$  olduğunu ve  $P^2 = P$ ,  $Q^2 = Q$ ,  $PQ = 0$  ve  $P + Q = I$  eşitliklerini dikkate alarak

$$\begin{aligned}(\sigma_1^2 P + \sigma_g^2 Q) \times \left( \frac{1}{\sigma_1^2} P + \frac{1}{\sigma_g^2} Q \right) &= P^2 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_g^2} PQ + \frac{\sigma_g^2}{\sigma_1^2} QP + Q^2 \\ &= P^2 + Q^2 = P + Q = I\end{aligned}$$

olduğu bulunur. Buradan,  $\Omega^{-1}$  matrisinin

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{\sigma_1^2} P + \frac{1}{\sigma_g^2} Q \quad (2.22)$$

olduğu kanıtlanmış olur. Benzer olarak  $\Omega^{-1/2}\Omega^{-1/2} = \Omega^{-1}$  eşitliği ile tanımlanan

$\Omega^{-1/2} = \frac{1}{\sigma_1}P + \frac{1}{\sigma_g}Q$  olduğu aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\sigma_1}P + \frac{1}{\sigma_g}Q\right) \times \left(\frac{1}{\sigma_1}P + \frac{1}{\sigma_g}Q\right) &= \frac{1}{\sigma_1^2}P^2 + \frac{1}{\sigma_1\sigma_g}PQ + \frac{1}{\sigma_1\sigma_g}QP + \frac{1}{\sigma_g^2}Q^2 \\ &= \frac{1}{\sigma_1^2}P + \frac{1}{\sigma_g^2}Q \end{aligned}$$

Burada  $P^2 = P$ ,  $Q^2 = Q$  ve  $PQ = 0$  eşitliklerinden faydalanılmıştır. Dolayısıyla  $\Omega^{-1/2}$  matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Omega^{-1/2} = \frac{1}{\sigma_1}P + \frac{1}{\sigma_g}Q \quad (2.23)$$

Bu matrisler elde edildikten sonra Fuller ve Battese (1973, 1974) tarafından önerilmiş olan dönüşüm yöntemi ile genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincileri elde edilebilir. Bu amaçla (2.8)  $y = \alpha\iota_{NT} + X\beta + u = Z\delta + u$  denklemi  $\sigma_g\Omega^{-1/2}$  ile çarpılır:

$$\sigma_g\Omega^{-1/2}y = \sigma_g\Omega^{-1/2}(\alpha\iota_{NT} + X\beta + u)$$

Bu denklemde  $\tilde{y} = \sigma_g\Omega^{-1/2}y$  vektörü,  $y_{it} - \theta\bar{y}_i$  elemanlarına sahip olmaktadır ve bu eşitlik yeniden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y_{it} - \theta\bar{y}_i = (1 - \theta)\alpha + (X_{it} - \theta\bar{X}_i)\beta + (u_{it} - \theta\bar{u}_i) \quad (2.24)$$

Burada,  $\theta = 1 - (\sigma_g/\sigma_1)$  olarak tanımlanır. Sonra ise dönüştürülmüş regresyonda sıradan en küçük kareler uygulanarak katsayılar tahmin edilebilir.  $\sigma_1^2$  ve  $\sigma_g^2$ 'nin ise en iyi karesel yansız tahmincileri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{u^T Pu}{tr(P)} = T \sum_{i=1}^N \bar{u}_i^2 / N \quad (2.25)$$



$$\hat{\sigma}_g^2 = \frac{u^T Qu}{tr(Q)} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (u_{it} - \bar{u}_i)^2}{N(T-1)} \quad (2.26)$$

(2.25) ve (2.26) eşitliklerinde bilinmeyen gerçek  $u_{it}$  hatalarının yerine onların tahminçileri kullanılabilir ve bu nedenle çeşitli varyans bileşen tahminçileri elde edilebilir. İlk olarak, gerçek hata vektörünün yerine sıradan en küçük kareler artıkları olan  $\hat{u}_{OLS}$  kullanılabilir (Wallace ve Hussain 1969). Ancak sıradan en küçük kareler tahminçileri yansız ve tutarlı olsalar da, etkin bir tahminci değildirler. İkinci bir yaklaşım olarak, sıradan en küçük karelerin artıkları yerine gölge değişkenli en küçük karelerin artıkları kullanılabilir (Amemiya 1971). Bu durumda, hata terimi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\tilde{u} = y - \tilde{\alpha} \mathbf{1}_{NT} - X \hat{\beta}$$

burada,  $\tilde{\alpha} = \bar{y} - \bar{X}^T \hat{\beta}$  olarak alınır ve  $\bar{X}^T$   $1 \times K$  boyutlu tüm açıklayıcı değişkenlerin ortalamalarının vektörüdür.

Üçüncü yaklaşım olarak, regresyonun ortalama hata karelerine karşılık gelen varyans bileşenlerinin tahminçilerini elde etmek için iki regresyon önerilmiştir (Swamy ve Arora 1972). Önerilmiş olan birinci regresyon, (2.10) denkleminde verilen Within regresyonudur. Bu regresyonda  $\sigma_g^2$  tahmini aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\hat{\sigma}_g^2 = \frac{\left[ y^T Qy - y^T QX (X^T QX)^{-1} X^T Qy \right]}{[N(T-1) - K]} \quad (2.27)$$

Önerilen ikinci regresyon ise, zamana göre ortalamaların regresyonundan oluşan Between regresyonudur. Burada ise  $\sigma_1^2$  tahminçisi şu şekilde elde edilmektedir:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\left[ y^T Py - y^T PZ (Z^T PZ)^{-1} Z^T Py \right]}{[N - K - 1]} \quad (2.28)$$

Varyans bileşen tahmincileri elde edildikten sonra  $\beta$  katsayısının genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincisi:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{GLS} &= \left[ \left( X^T Q X / \sigma_g^2 \right) + X^T (P - \bar{J}_{NT}) X / \sigma_1^2 \right]^{-1} \left[ \left( X^T Q y / \sigma_g^2 \right) + X^T (P - \bar{J}_{NT}) y / \sigma_1^2 \right] \\ &= \left[ W_{XX} + \phi^2 B_{XX} \right]^{-1} \left[ W_{Xy} + \phi^2 B_{Xy} \right]\end{aligned}\quad (2.29)$$

şeklinde elde edilmektedir (Baltagi 2005). Burada,  $W_{XX} = X^T Q X$ ,  $B_{XX} = X^T (P - \bar{J}_{NT}) X$  ve  $\phi^2 = \sigma_g^2 / \sigma_1^2$  dir.

Yukarıda ifade edilen varyans bileşen tahmincileri yardımıyla  $\hat{\sigma}_1^2$  ve  $\hat{\sigma}_g^2$  değerleri bulunduktan sonra bu değerler (2.29) eşitliğinde yerine yazılarak  $\beta$  katsayısı tahmin edilebilir.

#### 2.4. Çift Yönlü Modeller

Çift yönlü modeller hem zaman hem de kesit boyutunu içeren modellerdir. Çift yönlü modelde tek yönlü modelden farklı olarak hata terimi aşağıdaki gibi ayrıştırılır:

$$u_{it} = \mu_i + \lambda_t + \mathcal{G}_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.30)$$

Burada,  $\mu_i$ , gözlenemeyen bireysel etkiyi;  $\lambda_t$ , gözlenemeyen zaman etkisini ve  $\mathcal{G}_{it}$  ise geriye kalan pürüzü göstermektedir. (2.30) denklemi kullanılarak çift yönlü model şu şekilde ifade edilebilir:

$$y_{it} = \alpha + X_{it}^T \beta + \mu_i + \lambda_t + \mathcal{G}_{it} \quad (2.31)$$

Bu denklemde  $\lambda_t$  terimi bireysel etki içermez, sadece zaman etkisinden oluşur. Hata terimi  $u_{it}$  (2.31) denkleminde matris-vektör notasyonu ile  $u = Z_\mu \mu + Z_\lambda \lambda + \mathcal{G}$  şeklinde yazılabilir. Bu durumda (2.31) denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$y = \alpha \mathbf{1}_{NT} + X \beta + Z_\mu \mu + Z_\lambda \lambda + \mathcal{G} \quad (2.32)$$

(2.32) denkleminde kullanılan  $Z_\mu$  matrisi ve  $\mu, \mathcal{G}$  vektörleri tek yönlü modellerde tanımlandığı gibidir.  $\iota_N$ ,  $N \times 1$  boyutlu birlerden oluşan vektör;  $I_T$ ,  $T \times T$  boyutlu birim matris olmakla,  $Z_\lambda = \iota_N \otimes I_T$  şeklinde  $NT \times T$  boyutlu, sıfır ve birlerden oluşan zaman gölge değişken matrisi olarak gösterilebilir. Bu eşitlik aşağıdaki gibi kanıtlanır:

$$Z_\lambda = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix}$$

Bu nedenle  $Z_\lambda Z_\lambda^T = J_N \otimes I_T$  eşitliği kolayca elde edilebilir. Burada  $J_N$ ;  $N \times N$  boyutlu tüm elemanları birlerden oluşan matristir.

$$Z_\lambda Z_\lambda^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = J_N \otimes I_T$$

$Z_\lambda$  üzerinde  $Z_\lambda (Z_\lambda^T Z_\lambda)^{-1} Z_\lambda^T$  izdüşüm matrisi ise  $\bar{J}_N \otimes I_T$  matrisine indirgenir.

Dolayısıyla  $Z_\lambda (Z_\lambda^T Z_\lambda)^{-1} Z_\lambda^T = \bar{J}_N \otimes I_T$ 'dir. Burada,  $\bar{J}_N = \frac{1}{N} J_N$ 'dir.

$Z_\lambda (Z_\lambda^T Z_\lambda)^{-1} Z_\lambda^T = \bar{J}_N \otimes I_T$  eşitliği aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$Z_\lambda^T Z_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$Z_\lambda^T Z_\lambda = \begin{pmatrix} N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & N \end{pmatrix} \Rightarrow (Z_\lambda^T Z_\lambda)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/N & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/N \end{pmatrix} = \frac{1}{N} I_T$$

Bu nedenle de

$$Z_\lambda (Z_\lambda^T Z_\lambda)^{-1} Z_\lambda^T = \frac{1}{N} Z_\lambda I_T Z_\lambda^T = \frac{1}{N} (J_N \otimes I_T) = \left( \frac{1}{N} J_N \right) \otimes (I_T) = \bar{J}_N \otimes I_T$$

eşitliği elde edilir.

### 2.4.1. Çift yönlü sabit etkili model

Çift yönlü sabit etkiler modelinde,  $\mu_i$  ve  $\lambda_t$  tahmin edilmesi gereken sabit parametrelerdir. Burada  $\mathcal{G}_{it}$ 'lerin bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılmıştır ( $\mathcal{G}_{it} \sim IID(0, \sigma_g^2)$ ).  $X_{it}$  tüm  $i$  ve  $t$  için  $\mathcal{G}_{it}$ 'den bağımsızdır. Söz konusu modelin tahmini için çeşitli yöntemler kullanılabilir. Gölge değişkenli en küçük kareler bu yöntemlerden biridir. Modele  $\{(N-1)+(T-1)\}$  sayıda bağımsız değişken olarak gölge değişkenler eklenir, sonra ise sıradan en küçük kareler uygulanarak katsayılar tahmin edilir. Bu durumda tahmin edilen parametrelerin sayısı daha fazla ve serbestlik derecesinde azalma olacaktır. Ayrıca açıklayıcı değişkenler arasındaki çoklu bağlantı sorunu da ortaya çıkabilmektedir. Bu nedenlerden dolayı gölge değişkenli en küçük kareler yöntemi gerekli olmadıkça fazla tercih edilmemektedir. Diğer bir yaklaşım olarak Wallace ve Hussain (1969) tarafından önerilen dönüşüm yöntemi kullanılarak  $\beta$  katsayıları tahmin edilebilir. Aşağıdaki gibi bir  $Q$  matrisi tanımlanır:

$$\begin{aligned} Q &= E_N \otimes E_T = (I_N - \bar{J}_N) \otimes (I_T - \bar{J}_T) \\ Q &= (I_N \otimes I_T) - (I_N \otimes \bar{J}_T) - (\bar{J}_N \otimes I_T) + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \end{aligned} \quad (2.33)$$

(2.33) denkleminde kronoker çarpımın özelliklerinden faydalanılmıştır (Harville 1997). (2.32) denkleminin

$$y = \alpha_{NT} + X\beta + Z_\mu\mu + Z_\lambda\lambda + \mathcal{G}$$

denklemini  $Q$  ile çarpıldığında  $\alpha$ ,  $\mu_i$  ve  $\lambda_t$  değişkenleri yok edilebilir. Dolayısıyla model aşağıdaki şekle dönüşür:

$$Qy = QX\beta + Q\mathcal{G}$$

$\tilde{y} = Qy$ ,  $\tilde{X} = QX$  ve  $\tilde{\mathcal{G}} = Q\mathcal{G}$  yazarak denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\tilde{y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\mathcal{G}}$$

Bu denkleme en küçük kareler yöntemi uygulanarak  $\beta$ 'nin tahmincisi aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$\hat{\beta} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{y}$$

$\tilde{y} = Qy$ ,  $\tilde{X} = QX$  eşitliklerini dikkate alarak

$$\hat{\beta} = (X^T \underset{Q}{Q^T} \underset{Q}{Q} X)^{-1} X^T \underset{Q}{Q^T} \underset{Q}{Q} Xy$$

$$\hat{\beta} = (X^T QX)^{-1} X^T Qy$$

bulunur.

$\hat{\beta}$  katsayısı tahmin edildikten sonra  $\alpha$ ,  $\mu_i$  ve  $\lambda_t$  katsayıları aşağıdaki eşitlikler kullanılarak tahmin edilir:

$$\hat{\alpha} = \bar{y}_{..} - \hat{\beta} \bar{x}_{..}$$

$$\hat{\mu}_i = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - \hat{\beta} (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})$$

$$\hat{\lambda}_t = (\bar{y}_{.t} - \bar{y}_{..}) - \hat{\beta} (\bar{x}_{.t} - \bar{x}_{..})$$

Burada  $\bar{y}_{..} = \sum \sum y_{it} / NT$ ,  $\bar{x}_{..} = \sum \sum x_{it} / NT$ ,  $\bar{y}_{i.} = \sum y_{it} / T$ ,  $\bar{x}_{i.} = \sum x_{it} / T$ ,  $\bar{y}_{.t} = \sum y_{it} / N$ ,  $\bar{x}_{.t} = \sum x_{it} / N$ . Böylece, çift yönlü sabit etkiler modelinde söz konusu katsayıları yukarıdaki gibi tahmin edilir.

#### 2.4.2. Çift yönlü rassal etkili model

Büyük miktardaki bir kitleden  $N$  sayıda kesit rassal olarak seçilirse bu durumda rassal etkiler modeli uygun olmaktadır.  $\mu_i$ ,  $\lambda_t$  ve  $\mathcal{G}_{it}$  parametrelerinin birbirlerinden bağımsız ve  $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$ ,  $\lambda_t \sim IID(0, \sigma_\lambda^2)$  ve  $\mathcal{G}_{it} \sim IID(0, \sigma_g^2)$  dağılıma sahip oldukları varsayılır. Ayrıca,  $i$  ve  $t$ 'lerin tüm değerleri için  $X_{it}$ 'ler  $\mu_i$ ,  $\lambda_t$  ve  $\mathcal{G}_{it}$ 'den bağımsızdırlar. Bu koşullar sağlandığında model çift yönlü rassal etkiler modeli olarak ifade edilir.

Modeli tahmin etmek için varyans kovaryans matrisinin bulunması gerekir.  $u = Z_\mu \mu + Z_\lambda \lambda + \mathcal{G}$  eşitliğini dikkate alarak varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\begin{aligned}\Omega &= E(uu^T) = Z_\mu \underbrace{E(\mu\mu^T)}_{\sigma_\mu^2} Z_\mu^T + Z_\lambda \underbrace{E(\lambda\lambda^T)}_{\sigma_\lambda^2} Z_\lambda^T + \underbrace{E(\mathcal{G}\mathcal{G}^T)}_{\sigma_g^2 I_{NT}} \\ \Omega &= E(uu^T) = \underbrace{\sigma_\mu^2 Z_\mu Z_\mu^T}_{I_N \otimes J_T} + \underbrace{\sigma_\lambda^2 Z_\lambda Z_\lambda^T}_{J_N \otimes I_T} + \underbrace{\sigma_g^2 I_{NT}}_{I_N \otimes I_T}\end{aligned}$$

Son olarak

$$\Omega = E(uu^T) = \sigma_\mu^2 (I_N \otimes J_T) + \sigma_\lambda^2 (J_N \otimes I_T) + \sigma_g^2 (I_N \otimes I_T) \quad (2.34)$$

olduğu bulunur. Burada  $(I_N \otimes J_T)$  kronoker çarpımı şu şekildedir:

$$I_N \otimes J_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & . & . & . & 1 \end{pmatrix}$$



$$I_N \otimes J_T = \left( \begin{array}{ccc} \left. \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \\ \left. \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$$

Benzer şekilde  $(J_N \otimes I_T)$  kronker çarpımı şu şekilde bulunabilir:

$$J_N \otimes I_T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$J_N \otimes I_T = \left( \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \dots \dots \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \dots \dots \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \dots \dots \left\{ \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right\} \end{array} \right)$$

Aynı şekilde  $(I_N \otimes I_T)$  kronoker çarpımı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$I_N \otimes I_T = \left( \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right) \otimes \left( \begin{array}{c} (1 \ 0 \ \dots \ 0) \\ (0 \ 1 \ \dots \ 0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (0 \ 0 \ \dots \ 1) \end{array} \right)$$

$$I_N \otimes I_T = \begin{pmatrix} \left. \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \\ \left. \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \right\} \end{pmatrix}$$

Her bir  $i$  ve  $t$  için hata varyansları sabittir ve  $\text{var}(u_{it}) = \sigma_\mu^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2$  olur, kovaryanslar ise aşağıdaki şekildedir:

$$\text{cov}(u_{it}, u_{js}) = \begin{cases} \sigma_\mu^2 & , i = j, t \neq s \\ \sigma_\lambda^2 & , i \neq j, t = s \\ 0 & , d.d \end{cases} \quad (2.35)$$

Buna göre de  $u_{it}$  ve  $u_{js}$  hataları arasındaki korelasyon katsayısı şu şekilde olur:

$$\rho(u_{it}, u_{js}) = \begin{cases} 1 & , i = j, t = s \\ \sigma_\mu^2 / (\sigma_\mu^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2) & , i = j, t \neq s \\ \sigma_\lambda^2 / (\sigma_\mu^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2) & , i \neq j, t = s \\ 0 & , d.d. \end{cases} \quad (2.36)$$

Çift yönlü rassal etkiler modelini tahmin etmek için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan biri Fuller ve Battese (1974) tarafından önerilen dönüşüm yöntemidir. Bu yöntemle regresyon katsayılarının genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincilerini elde etmek için  $\Omega^{-1/2}$  matrisi kullanılır.

$E_N = I_N - \bar{J}_N$  ve  $E_T = I_T - \bar{J}_T$  olmakla, (2.34) denkleminde  $J_N$  matrisini  $N \bar{J}_N$  ile,  $I_N$  matrisini  $E_N + \bar{J}_N$  ile,  $J_T$  matrisini  $T \bar{J}_T$  ile,  $I_T$  matrisini ise  $E_T + \bar{J}_T$  ile yer değiştirmekle  $\Omega$  matrisi için aşağıdaki formül elde edilir:

$$\begin{aligned}\Omega &= \sigma_\mu^2 (E_N + \bar{J}_N \otimes T \bar{J}_T) + \sigma_\lambda^2 (N \bar{J}_N \otimes E_T + \bar{J}_T) + \sigma_\theta^2 (E_N + \bar{J}_N \otimes E_T + \bar{J}_T) \\ \Omega &= T \sigma_\mu^2 (I_N \otimes \bar{J}_T) + N \sigma_\lambda^2 (\bar{J}_N \otimes I_T) + \sigma_\theta^2 (I_N \otimes I_T)\end{aligned}\quad (2.37)$$

Ayrıca,  $\lambda_1 = \sigma_\theta^2$ ,  $\lambda_2 = T \sigma_\mu^2 + \sigma_\theta^2$ ,  $\lambda_3 = N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2$ ,  $\lambda_4 = T \sigma_\mu^2 + N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2$  ve  $Q_1 = E_N \otimes E_T$ ,  $Q_2 = E_N + \bar{J}_T$ ,  $Q_3 = \bar{J}_N \otimes E_T$ ,  $Q_4 = \bar{J}_N \otimes \bar{J}_T$  sembolleri kullanılarak  $\Omega$  matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir (Baltagi 2005).

$$\Omega = \sum_{i=1}^4 \lambda_i Q_i \quad (2.38)$$

(2.38) denkleminin (2.37) denklemine denk olduğu şöyle gösterilir

$$\begin{aligned}\Omega &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i Q_i = [\sigma_\theta^2 (E_N \otimes E_T)] + [(T \sigma_\mu^2 + \sigma_\theta^2) (E_N \otimes \bar{J}_T)] + [(N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes E_T)] \\ &\quad + [(T \sigma_\mu^2 + N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \\ &= [\sigma_\theta^2 (I_N \otimes I_T) - \sigma_\theta^2 (I_N \otimes \bar{J}_T) - \sigma_\theta^2 (\bar{J}_N \otimes I_T) + \sigma_\theta^2 (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \\ &\quad + [(T \sigma_\mu^2 + \sigma_\theta^2) (I_N \otimes \bar{J}_T) - (T \sigma_\mu^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \\ &\quad + [(N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes I_T) - (N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \\ &\quad + [(T \sigma_\mu^2 + N \sigma_\lambda^2 + \sigma_\theta^2) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)]\end{aligned}$$

ve son ifadenin kronoker çarpımlarına göre ayrılışı ile (2.37) denklemini elde edilir:

$$\Omega = T \sigma_\mu^2 (I_N \otimes \bar{J}_T) + N \sigma_\lambda^2 (\bar{J}_N \otimes I_T) + \sigma_\theta^2 (I_N \otimes I_T).$$

(2.38) denklemindeki  $\lambda_i, i=1,2,3,4$ ,  $\Omega$  varyans kovaryans matrisinin farklı özdeğerlerini göstermekte iken,  $Q_i, i=1,2,3,4$ , ise bu özdeğerlere karşılık gelen uygun izdüşüm matrislerdir.  $Q_i$  matrisleri simetrik ve idempotenttirler. Bunun doğruluğu, örneğin  $Q_4$  matrisi için şöyle gösterilebilir. Kolaylık sağlanması açısından  $Q_4 = \bar{J}_N \otimes \bar{J}_T$  matrisinin simetrik ve idempotent olduğunu  $N=2$  ve  $T=2$  için şöyle gösterilebilir:

$$Q_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$Q_4$  matrisine bakıldığında  $Q_4 = Q_4^T$  olduğu kolaylıkla görülmektedir. Bu  $Q_4$  matrisinin simetrik bir matris olduğunu göstermektedir. Benzer olarak,

$$Q_4^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = Q_4$$

olduğu için  $Q_4$  matrisi idempotenttir. Ayrıca  $Q_i$  matrisleri ikili ortogonaldirler, yani  $Q_1Q_2 = O, Q_1Q_3 = O, \dots, Q_4Q_3 = O$  sıfır matrislerdir. Bunun doğruluğu  $Q_3Q_4 = 0$  için kolaylık sağlanması açısından  $N=2$  ve  $T=2$  alınarak şöyle gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
Q_3 Q_4 &= [(\bar{J}_N \otimes I_T) - (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \times [(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)] \\
&= \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right] \times \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right] \\
&= \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \right] \times \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \right] \\
&= \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \right] \times \left[ \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ek olarak,  $Q_i$  matrislerinin toplamının birim matris olduğu aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\begin{aligned}
Q_i &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \\
&= (E_N \otimes E_T) + (E_N \otimes \bar{J}_T) + (\bar{J}_N \otimes E_T) + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \\
&= [(I_N - \bar{J}_N) \otimes (I_T - \bar{J}_T)] + [(I_N - \bar{J}_N) \otimes \bar{J}_T] + [\bar{J}_N \otimes (I_T - \bar{J}_T)] + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \\
&= (I_N \otimes I_T) - (I_N \otimes \bar{J}_T) - (\bar{J}_N \otimes I_T) + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) + (I_N \otimes \bar{J}_T) - (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \\
&\quad + (\bar{J}_N \otimes I_T) - (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \\
&= (I_N \otimes I_T) = I_{NT}
\end{aligned}$$

(2.38) denklemindeki  $\Omega = \sum_{i=1}^4 \lambda_i Q_i$  eşitliği kullanılarak ve  $Q_i$  matrislerinin yukarıda gösterilen özelliklerinden faydalanarak aşağıdaki eşitlik elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
\Omega^2 &= (\lambda_1 Q_1 + \lambda_2 Q_2 + \lambda_3 Q_3 + \lambda_4 Q_4)(\lambda_1 Q_1 + \lambda_2 Q_2 + \lambda_3 Q_3 + \lambda_4 Q_4) \\
&= \lambda_1^2 Q_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 Q_1 Q_2 + \lambda_1 \lambda_3 Q_1 Q_3 + \lambda_1 \lambda_4 Q_1 Q_4 \\
&\quad + \lambda_2^2 Q_2^2 + \lambda_2 \lambda_1 Q_2 Q_1 + \lambda_2 \lambda_3 Q_2 Q_3 + \lambda_2 \lambda_4 Q_2 Q_4 \\
&\quad + \lambda_3^2 Q_3^2 + \lambda_3 \lambda_1 Q_3 Q_1 + \lambda_3 \lambda_2 Q_3 Q_2 + \lambda_3 \lambda_4 Q_3 Q_4 \\
&\quad + \lambda_4^2 Q_4^2 + \lambda_4 \lambda_1 Q_4 Q_1 + \lambda_4 \lambda_2 Q_4 Q_2 + \lambda_4 \lambda_3 Q_4 Q_3 \\
&= \lambda_1^2 Q_1 + \lambda_2^2 Q_2 + \lambda_3^2 Q_3 + \lambda_4^2 Q_4
\end{aligned}$$

Tümevarım yöntemiyle genel olarak aşağıdaki eşitlik kanıtlanabilir:

$$\Omega^r = \sum_{i=1}^4 \lambda_i^r Q_i \quad (2.39)$$

Burada  $r$  keyfi reel bir sayıdır. (2.39) eşitliğinden  $\Omega^{-1/2}$  matrisi için aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\Omega^{-1/2} = \sum_{i=1}^4 \lambda_i^{-1/2} Q_i \quad (2.40)$$

Katsayıların tahmini için gerekli olan  $\sigma_g \Omega^{-1/2}$  çarpımı aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
\sigma_g \Omega^{-1/2} &= \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_1^{1/2}} \right) (E_N \otimes E_T) \right] + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_2^{1/2}} \right) (E_N \otimes \bar{J}_T) \right] + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_3^{1/2}} \right) (\bar{J}_N \otimes E_T) \right] \\
&\quad + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_4^{1/2}} \right) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \right] \\
&= \left[ (I_N \otimes I_T) - (I_N \otimes \bar{J}_T) - (\bar{J}_N \otimes I_T) + (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \right] \\
&\quad + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_2^{1/2}} \right) ((I_N - \bar{J}_N) \otimes \bar{J}_T) \right] + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_3^{1/2}} \right) (\bar{J}_N \otimes (I_T - \bar{J}_T)) \right] \\
&\quad + \left[ \left( \frac{\sigma_g}{\lambda_4^{1/2}} \right) (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_g \Omega^{-1/2} = & (I_N \otimes I_T) - \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\lambda_2^{1/2}} \right) (I_N \otimes \bar{J}_T) \right] - \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\lambda_3^{1/2}} \right) (\bar{J}_N \otimes I_T) \right] \\ & + \left[ \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\lambda_2^{1/2}} \right) + \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\lambda_3^{1/2}} \right) + \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\lambda_4^{1/2}} \right) - 1 \right] (\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T) \right] \end{aligned}$$

$y = Z\delta + u$  denklemini  $\sigma_g \Omega^{-1/2}$  ile çarparak ve (2.40) eşitliğini dikkate alarak elde edilen denkleme sıradan en küçük kareler uygulanabilir. Bu işlemler sonucunda denklem

$$\tilde{y} = \tilde{Z}\delta + \tilde{u}$$

denkleme dönüşür. Burada  $\tilde{y} = \sigma_g \Omega^{-1/2} y$  olarak ifade edilmiştir ve  $\tilde{y}$  vektörünün bileşenleri  $y_{it} - \theta_1 \bar{y}_i - \theta_2 \bar{y}_{.t} + \theta_1 \bar{y}_{..}$  şeklinde olur. Ayrıca  $\theta_1 = 1 - (\sigma_g / \lambda_2^{1/2})$ ,  $\theta_2 = 1 - (\sigma_g / \lambda_3^{1/2})$ ,  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 + (\sigma_g / \lambda_4^{1/2}) - 1$  olarak tanımlanır. Rassal etkiler modelini tahmin etmek için kullanılan yöntemlerden biri de genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemidir.  $\beta$  katsayılarının genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincisi aşağıdaki gibi bulunabilir (Baltagi 2005).

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{GLS} = & \left[ (X^T Q_1 X) / \sigma_g^2 + (X^T Q_2 X) / \lambda_2 + (X^T Q_3 X) / \lambda_3 \right]^{-1} \\ & \times \left[ (X^T Q_1 y) / \sigma_g^2 + (X^T Q_2 y) / \lambda_2 + (X^T Q_3 y) / \lambda_3 \right] \\ = & \left[ W_{XX} + \phi_2^2 B_{XX} + \phi_3^2 C_{XX} \right]^{-1} \left[ W_{Xy} + \phi_2^2 B_{Xy} + \phi_3^2 C_{Xy} \right] \quad (2.41) \end{aligned}$$

(2.41) denkleminde  $W_{XX} = X^T Q_1 X$ ,  $B_{XX} = X^T Q_2 X$ ,  $C_{XX} = X^T Q_3 X$ ,  $\phi_2^2 = \sigma_g^2 / \lambda_2$  ve  $\phi_3^2 = \sigma_g^2 / \lambda_3$ .

(2.41) denkleminde ifade edilen  $\sigma_\mu^2$ ,  $\sigma_\lambda^2$  ve  $\sigma_g^2$  varyansları farklı varyans bileşen tahmincileriyle tahminlenebilir. Bu tahminciler aşağıda ifade edilmektedir. Söz konusu varyans bileşenlerinin en iyi karesel yansız tahmincisi aşağıdaki gibi elde edilir (Baltagi 2005).



$$\hat{\lambda}_i = \frac{u^T Q_i u}{tr(Q_i)} \quad i=1,2,3 \quad (2.42)$$

$\lambda_1 = \sigma_g^2$ ,  $\lambda_2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_g^2$ ,  $\lambda_3 = N\sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2$ ,  $\lambda_4 = T\sigma_\mu^2 + N\sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2$  ifadelerini dikkate alarak ve (2.42) eşitliklerini kullanarak  $\sigma_\mu^2$ ,  $\sigma_\lambda^2$  ve  $\sigma_g^2$  varyanslarının tahmincileri elde edilebilir.

Wallace ve Hussain (1969) varyans bileşen tahmincisinde (2.42) denkleminde bilinmeyen hata terimlerinin yerine onların  $\hat{u}_{OLS}$  sıradan en küçük kareler tahmincilerini yazarak  $\sigma_\mu^2$ ,  $\sigma_\lambda^2$  ve  $\sigma_g^2$  varyanslarının tahminleri hesaplanır. Ancak sıradan en küçük kareler tahmincileri yansız ve tutarlı tahminciler olmalarına karşılık, etkin bir tahminci değildirler.

Amemiya (1971) varyans bileşen tahmincisinde ifade edilen varyans bileşen tahmincisinde ise (2.42)'deki hata terimlerinin yerine gölge değişkenli en küçük kareler tahmincileri kullanılır ve  $\hat{\sigma}_\mu^2$ ,  $\hat{\sigma}_\lambda^2$  ve  $\hat{\sigma}_g^2$  tahmincileri bulunabilir. Gölge değişkenli en küçük kareler yönteminde hatalar

$$\tilde{u} = y - \tilde{\alpha}1_{NT} - X\hat{\beta}$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada,  $\hat{\beta}$  sabit etkiler modelinden tahmin edilmektedir ve  $\tilde{\alpha} = \bar{y} - \bar{X}^T \hat{\beta}$  eşitliği yardımıyla bulunur.

Swamy ve Arora (1972) varyans bileşenlerinin tahmincilerini elde etmek için üç farklı en küçük kareler regresyonu önerilmiştir. Önerilmiş olan birinci regresyon modeli yardımıyla  $\sigma_g^2$ 'nin tahmincisi aşağıdaki şekilde verilir:

$$\hat{\lambda}_1 = \hat{\sigma}_g^2 = \frac{[y^T Q_1 y - y^T Q_1 X (X^T Q_1 X)^{-1} X^T Q_1 y]}{[(N-1)(T-1) - K]} \quad (2.43)$$

İkinci regresyon modelinden ise  $\lambda_2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_g^2$  ifadesi için tahminci

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{\left[ y^T Q_2 y - y^T Q_2 X (X^T Q_2 X)^{-1} X^T Q_2 y \right]}{\left[ (N-1) - K \right]} \quad (2.44)$$

olarak belirlenir. Sonra ise  $\hat{\sigma}_\mu^2 = \left( \hat{\lambda}_2 - \hat{\sigma}_g^2 \right) / T$  olarak elde edilir. Önerilen üçüncü regresyon modelinden de  $\lambda_3 = N\sigma_\lambda^2 + \sigma_g^2$  aşağıdaki gibi tahmin edilir:

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{\left[ y^T Q_3 y - y^T Q_3 X (X^T Q_3 X)^{-1} X^T Q_3 y \right]}{\left[ (T-1) - K \right]} \quad (2.45)$$

Buradan  $\hat{\sigma}_\lambda^2 = \left( \hat{\lambda}_3 - \hat{\sigma}_g^2 \right) / N$  tahmincisi bulunur.

İfade edilen üç farklı varyans bileşenlerinin tahmincilerini (2.41) denkleminde dikkate alarak  $\beta$  katsayılarının rassal etkiler tahmincisi elde edilir. Örneğin Amemiya varyans bileşen tahmincileri ile  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  ve  $\lambda_3$  tahmin edildikten sonra bu tahminciler (2.41) denkleminde yerine yazılarak  $\beta$  katsayılarının Amemiya rassal etkiler tahmincisi elde edilir.

### 3. PANEL VERİLERDE MODEL YAPISININ TESBİTİ

Bu bölümde kullanılan verinin panel veri olup olmadığı; eğer veri panel veri ise bu verinin zamana göre mi yoksa kesite göre mi birleştirildiği; tahmin edilecek modelin tek yönlü veya çift yönlü olup olmadığı; son olarak da modelin sabit etkili mi yoksa rassal etkili mi olduğunu belirlemek için geliştirilmiş hipotez testleri incelenmiştir.

#### 3.1. Verinin Birleştirilebilirliği için Test

Bir verinin birleştirilebilir veya birleştirilemeyen veri olduğu sorusu genel olarak panel veri analizinde ortaya çıkmaktadır. Bilindiği üzere panel veri, zaman ve kesit verilerinin birleşiminden oluşan veri türüdür. Ancak panel veri analizi yapılırken verinin zamana göre mi yoksa kesite göre mi birleştirildiği bilgisi çok önemlidir. Eğer veri zamana ve kesite göre birleştirilemiyorsa, bu durumda veri ya zaman serisi ya da kesit serisi gibi düşünülür ve uygun analizler yapılır. Bunun için verinin bireylere veya zamana göre farklılık gösterip göstermediği test edilmelidir. Eğer veri bireylere veya zamana göre farklılık gösteriyorsa panel veri modeli, veri bireylere veya zamana göre farklılık göstermiyorsa klasik model uygulanır.

Her bir kesit için farklı  $\delta_i$  değeri olan kısıtsız model aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y_i = Z_i \delta_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.1)$$

Burada;  $Z_i = [1, X_i]$   $T \times (K + 1)$  ve  $X_i$   $T \times K$  boyutlu matrisler;  $\delta_i : (K + 1) \times 1$  ve  $u_i$   $T \times 1$  boyutlu vektörlerdir. Tüm kesitlerde  $H_0 : \delta_i = \delta$  hipotezinin geçerli olduğu durumda, (3.1) modeli, yani kısıtlı model şu şekilde yazılabilir:

$$y = Z\delta + u \quad (3.2)$$

Burada,  $y$ ,  $NT \times 1$  boyutlu vektör;  $Z$ ,  $NT \times (K + 1)$  boyutlu matris;  $\delta$ ,  $(K + 1) \times 1$  ve  $u$ ,  $NT \times 1$  boyutlu vektörlerdir. İfade edilen sıfır hipotezi kabul edilirse veri panel veri değildir. Sıfır hipotezi reddedilirse verinin panel veri olduğu yorumu yapılmaktadır.

(3.1) modeli matris notasyonu ile aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y = Z^* \delta^* + u \quad (3.3)$$

Burada,  $(\delta^*)^T = (\delta_1^T, \delta_2^T, \dots, \delta_N^T)$ ,  $Z = Z^* I^*$ ,  $I^* = \iota_N \otimes I_{K'}$  olmakla  $NK' \times K'$  boyutlu matristir ( $K' = K + 1$  dir).  $I^*$  matrisi açık olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$I^* = \iota_N \otimes I_{K'} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Hatanın  $u \sim N(0, \sigma^2 I_{NT})$  dağıldığı varsayımı altında (3.2) eşitliğinde verilen kısıtlı modelin sıradan en küçük kareler tahmincisi

$$\hat{\delta}_{OLS} = (Z^T Z)^{-1} Z^T y \quad (3.4)$$

şeklinde elde edilir.  $\delta$  tahmincisinin (3.4) denklemindeki ifadesini dikkate alarak

$$y = Z\hat{\delta}_{OLS} + e$$

ve buradan da

$$e = y - Z\hat{\delta}_{OLS} = \left( I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \right) y \quad (3.5)$$

elde edilir.  $\left( I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \right)$  matrisi  $M$  olarak gösterildiğinde

$$\begin{aligned} e &= \left( I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \right) y \\ &= My = M(Z\delta + u) = MZ\delta + Mu \\ &= Mu \end{aligned}$$

olduğu bulunur, çünkü  $MZ = 0$ 'dır. Bunun doğruluğu aşağıda gösterilmiştir:

$$\begin{aligned} MZ &= \left( I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \right) Z \\ &= I_{NT}Z - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T Z \\ &= I_{NT}Z - Z \underbrace{(Z^T Z)^{-1} Z^T Z}_{I_{NT}} \\ &= I_{NT}Z - ZI_{NT} \\ &= I_{NT}Z - I_{NT}Z = 0 \end{aligned}$$

Benzer olarak (3.1)'le verilen kısıtsız modelin sıradan en küçük kareler tahmincisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\hat{\delta}_{i,OLS} = \left( Z_i^T Z_i \right)^{-1} Z_i^T y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.6)$$

Buradan yola çıkarak

$$y_i = Z_i \hat{\delta}_{i,OLS} + e_i$$

ve artık terimi aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} e &= \left( I_T - Z_i(Z_i^T Z_i)^{-1} Z_i^T \right) y_i \\ &= M_i y_i = M_i (Z_i \delta_i + u_i) = M_i Z_i \delta_i + M_i u_i \\ &= M_i u_i \end{aligned} \quad (3.7)$$

(3.7)'yi elde ederken  $M_i = I_T - Z_i(Z_i^T Z_i)^{-1} Z_i^T$  ve  $M_i Z_i = 0$  eşitliklerinden faydalanılmıştır. (3.1) kısıtsız modelinin matris notasyonu olan (3.3) modeli için sıradan en küçük kareler tahmincisi:

$$\hat{\delta}^* = (Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} y \quad (3.8)$$

olarak bulunur. Bu nedenle  $e^*$  artık terimini göstermekle

$$y = Z^* \hat{\delta}^* + e^*$$

ve

$$e^* = M^* y = M^* u$$

yazılabilir. Burada  $M^* = I_{NT} - Z^* (Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}$ .  $M$  ve  $M^*$  matrisleri simetrik ve idempotenttirler. Bu matrislerin simetrik oldukları açıktır, idempotent oldukları ise aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\begin{aligned} (I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T)(I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T) &= I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \\ &\quad + Z(Z^T Z)^{-1} \underbrace{Z^T Z(Z^T Z)^{-1} Z^T}_I \\ &= I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T})(I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}) &= I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} \\ &\quad + Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} \underbrace{Z^{*T} Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}}_I \\ &= I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} \end{aligned}$$

$MM^* = M^*$  eşitliği de şu şekilde gösterilir:

$$\begin{aligned} (I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T)(I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}) &= I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \\ &\quad + Z(Z^T Z)^{-1} \underbrace{Z^T Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}}_{I^* Z^* T} \\ &= I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T} \end{aligned}$$

Hatanın  $u \sim N(0, \sigma^2 I_{NT})$  dağıldığı varsayımı altında kısıtlı model için artık kareler toplamı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} e^T e &= (Mu)^T Mu \\ &= u^T \underbrace{M^T M}_M u \\ &= u^T M u \end{aligned} \quad (3.9)$$

Benzer olarak kısıtsız model için artık kareler toplamı;

$$\begin{aligned} e^{*T} e^* &= (M^* u)^T M^* u \\ &= u^T \underbrace{M^{*T} M^*}_{M^*} u \\ &= u^T M^* u \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir. Denklem (3.9) ve (3.10) artık kareler toplamı birbirinden çıkarılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} e^T e - e^{*T} e^* &= u^T M u - u^T M^* u \\ &= u^T (M - M^*) u \end{aligned}$$

$(M - M^*)M^* = 0$  olduğundan dolayı  $e^T e - e^{*T} e^*$  ve  $e^{*T} e^*$  kare formları birbirinden bağımsızdırlar.  $(M - M^*)$  ve  $M^*$  idempotent oldukları için bu iki kare formun  $\sigma^2$ 'ye oranı  $\chi^2$  dağılır (Akdeniz ve Öztürk 1996). Bu dağılımları uygun serbestlik derecelerine bölerek oranları alındığında aşağıdaki F istatistiği elde edilir:

$$\begin{aligned} F &= \frac{(e^T e - e^{*T} e^*) / (tr(M) - tr(M^*))}{e^{*T} e^* / tr(M^*)} \\ F &= \frac{(e^T e - e_1^T e_1 - e_2^T e_2 - \dots - e_N^T e_N) / (N-1)K'}{(e_1^T e_1 + e_2^T e_2 + \dots + e_N^T e_N) / N(T-K')} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$H_0 : \delta_i = \delta$  hipotezinin geçerli olduğu durumda  $F$  dağılımı  $((N-1)(K+1), N(T-K+1))$  serbestlik derecesine sahiptir. (3.11) denkleminde elde edilen değer,  $\alpha$  anlamlılık düzeyi olmakla, serbestlik derecesine uygun gelen

tablo değeri ile karşılaştırılarak sıfır hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilir (Chow testi).

(3.11) denklemi için ifade edilen test istatistiği hatanın  $u \sim N(0, \sigma^2 I_{NT})$  dağıldığı varsayımı altında geçerlidir.  $\Omega$  varyans kovaryans matrisi olmakla, eğer hata  $u \sim N(0, \Omega)$  şeklinde dağılırsa bu durumda (3.11) test istatistiği geçerli değildir. Bu istatistiğinin kullanılması için  $\Omega$  varyans kovaryans matrisinin  $\sigma^2 I_{NT}$  varyansına indirgenmesi gerekir. İndirgeme işlemi aşağıda verilen dönüşüm yardımıyla yapılır.  $\Omega$  varyans kovaryans matrisinin  $\Omega = \sigma^2 \Sigma$  şeklinde olduğu varsayılın (Baltagi 2005). Kısıtlı model olarak ifade edilen (3.2) denklemi  $\Sigma^{-1/2}$  matrisi ile çarpılması sonucunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\Sigma^{-1/2} y = \Sigma^{-1/2} Z \delta + \Sigma^{-1/2} u \quad (3.12)$$

$\hat{y} = \Sigma^{-1/2} y$ ,  $\hat{Z} = \Sigma^{-1/2} Z$  ve  $\hat{u} = \Sigma^{-1/2} u$  olmakla (3.12) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\hat{y} = \hat{Z} \delta + \hat{u} \quad (3.13)$$

(3.13)'deki hata teriminin varyansı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} E(\hat{u}\hat{u}^T) &= E\left(\Sigma^{-1/2} u (\Sigma^{-1/2} u)^T\right) \\ E(\hat{u}\hat{u}^T) &= E\left(\Sigma^{-1/2} u u^T (\Sigma^{-1/2})^T\right) \\ E(\hat{u}\hat{u}^T) &= \Sigma^{-1/2} \underbrace{E(uu^T)}_{\sigma^2 \Sigma} (\Sigma^{-1/2})^T \\ E(\hat{u}\hat{u}^T) &= \sigma^2 \Sigma^{-1/2} \Sigma (\Sigma^{-1/2})^T \\ E(\hat{u}\hat{u}^T) &= \sigma^2 I_{NT} \end{aligned}$$

Benzer olarak kısıtsız modelin yeniden yazılması sonucu elde edilen (3.3) denkleminin de  $\Sigma^{-1/2}$  matrisiyle çarpılması sonucunda;

$$\Sigma^{-1/2} y = \Sigma^{-1/2} Z^* \delta^* + \Sigma^{-1/2} u \quad (3.14)$$



eşitliği elde edilir. Denklem (3.14)'de  $\hat{y} = \Sigma^{-1/2}y$ ,  $\hat{Z}^* = \Sigma^{-1/2}Z^*$  ve  $\hat{u} = \Sigma^{-1/2}u$  olarak yazılmakla bu eşitlik aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\hat{y} = \hat{Z}^* \delta^* + \hat{u} \quad (3.15)$$

(3.15)'deki hata terimi için de  $E(\hat{u}\hat{u}^T) = \sigma^2 I_{NT}$  eşitliği elde edilir. Bu dönüşüm gerçekleştirildikten sonra (3.13) ve (3.15) modelleri kullanılarak Chow testi yapılabilir. Bu test istatistiği aşağıdaki gibi yazılabilir (Baltagi 2005).

$$\begin{aligned} \hat{F}_{obs} &= \frac{(\hat{e}^T \hat{e} - \hat{e}^{*T} \hat{e}^*) / (tr(\hat{M}) - tr(\hat{M}^*))}{\hat{e}^{*T} \hat{e}^* / tr(\hat{M}^*)} \\ \hat{F}_{obs} &= \frac{(\hat{e}^T \hat{e} - \hat{e}^{*T} \hat{e}^*) / (N-1)K^t}{\hat{e}^{*T} \hat{e}^* / N(T-K^t)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Bu  $F$  dağılımı  $((N-1)(K+1), N(T-K+1))$  serbestlik derecesine sahiptir.

Denklem (3.16)'da  $\hat{e} = \hat{y} - \hat{Z} \hat{\delta}_{OLS}$  ve  $\hat{\delta}_{OLS} = (\hat{Z}^T \hat{Z})^{-1} \hat{Z}^T \hat{y}$  olmakla  $\hat{e} = \hat{M} \hat{y} = \hat{M} \hat{u}$

eşitliği elde edilir. Benzer olarak  $\hat{e}^* = \hat{y} - \hat{Z}^* \hat{\delta}_{OLS}^*$  ve  $\hat{\delta}_{OLS}^* = (\hat{Z}^{*T} \hat{Z}^*)^{-1} \hat{Z}^{*T} \hat{y}$  olmakla

$\hat{e}^* = \hat{M}^* \hat{y} = \hat{M}^* \hat{u}$  eşitliği elde edilir. Burada  $\hat{M}$  ve  $\hat{M}^*$  matrisleri simetrik,

idempotent matrislerdir ve ayrıca  $\hat{M} = I_{NT} - \hat{Z} (\hat{Z}^T \hat{Z})^{-1} \hat{Z}^T$ ,

$\hat{M}^* = I_{NT} - \hat{Z}^* (\hat{Z}^{*T} \hat{Z}^*)^{-1} \hat{Z}^{*T}$ . Denklemi (3.16)'dan elde edilen test istatistiği değeri

ile  $\alpha$  güven düzeyi olmakla serbestlik derecesine karşılık gelen tablo değeri karşılaştırılarak sıfır hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilebilir.

### 3.2. Bireysel ve Zaman Etkileri için Testler

Bu bölümde ele alınan panel veride bireysel etkinin, zaman etkisinin veya hem bireysel hem de zaman etkisinin olup olmadığını belirlemek için kullanılan önemli testler, sırasıyla; Breusch-Pagan, Honda, King-Wu, Gourieroux-Holly-Monfort testleri incelenmiştir.

### 3.2.1. Breusch-Pagan testi

Breusch-Pagan testi bireysel ve zaman etkilerini belirlemek için kullanılan testler içerisinde en popüler olanıdır. Bu kadar popüler olmasının nedeni testte sıradan en küçük kareler kalıntılarının kullanılmasıdır. Bu kalıntıları hesaplamak kolay olduğundan dolayı genellikle bu test tercih edilmektedir. Breusch-Pagan testlerine ilişkin hipotezler sırasıyla aşağıda verilmiştir:

$$\left. \begin{array}{l} H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0 \\ H_1^a : \sigma_\mu^2 \neq 0 \end{array} \right\} (a) \quad \left. \begin{array}{l} H_0^b : \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^b : \sigma_\lambda^2 \neq 0 \end{array} \right\} (b) \quad \left. \begin{array}{l} H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 \neq 0 \end{array} \right\} (c)$$

(a) ile ifade edilen hipotezler bireysel etkiyi, (b) ile ifade edilen hipotezler zaman etkisini ve son olarak (c) ile ifade edilen hipotezler ise hem bireysel hem de zaman etkisini test etmek için kurulan hipotezlerdir. Burada sıfır hipotezlerine karşı kurulmuş olan alternatif hipotezler çift taraflıdır.

Bireysel etkiyi test etmek için kullanılan istatistik aşağıda verilmiştir.

$$LM_1 = \frac{NT}{2(T-1)} \left[ 1 - \frac{\tilde{u}^T (I_N \otimes J_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (3.17)$$

Denklem (3.17)'de  $N$  ; kesit sayısını,  $T$  ; zaman sayısını ve  $\tilde{u}$  ise sıradan en küçük kareler kalıntılarını göstermektedir.

$LM_1$  rassal değişkeni  $\chi_1^2$  olarak dağılmaktadır. Dolayısıyla bu test sonucunda elde edilen  $LM_1$  örneklem değeri ile  $\chi_1^2$  tablo değeri belirli bir anlamlılık düzeyinde karşılaştırılarak  $H_0^a$  hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilmektedir.

Zaman etkisini test etmek için aşağıdaki istatistik kullanılır:

$$LM_2 = \frac{NT}{2(N-1)} \left[ 1 - \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes I_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (3.18)$$

$LM_2$  de  $\chi_1^2$  olarak dağılmaktadır. Bu nedenle bir örnekleme uygun elde edilen  $LM_2$  değeri ile  $\chi_1^2$  tablo değeri ile karşılaştırılarak  $H_0^b$  hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilmektedir.

Hem bireysel ve hem de zaman etkisinin varlığını test etmek için (3.17) ve (3.18) denklemlerinin toplanması ile elde edilen ve aşağıda verilen istatistik kullanılır:

$$LM = LM_1 + LM_2$$

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[ 1 - \frac{\tilde{u}^T (I_N \otimes J_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 + \frac{NT}{2(N-1)} \left[ 1 - \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes I_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (3.19)$$

Burada  $LM$  değişkeni  $\chi_2^2$  olarak dağılmaktadır. Örnekleme uygun elde edilen  $LM$  değeri ile  $\chi_2^2$  tablo değeri karşılaştırılarak  $H_0^c$  hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilmektedir.

### 3.2.2. Honda testi

Breusch-Pagan testine alternatif olarak ortaya çıkan bir testtir. Bu testte sıfır hipotezlerine karşıt olan hipotezler tek taraflı olarak kurulmaktadır. Varyans bileşenlerinin negatif olmaması durumunda bu testlerin kullanılması uygundur. Honda testine ilişkin hipotezler sırasıyla aşağıda verilmiştir:

$$\left. \begin{array}{l} H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0 \\ H_1^a : \sigma_\mu^2 > 0 \end{array} \right\} (d) \quad \left. \begin{array}{l} H_0^b : \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^b : \sigma_\lambda^2 > 0 \end{array} \right\} (e) \quad \left. \begin{array}{l} H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 > 0 \end{array} \right\} (f)$$

(d) ile ifade edilen hipotezler bireysel etkiyi, (e) ile ifade edilen hipotezler zaman etkisini, (f) ile ifade edilen hipotezler ise hem bireysel hem de zaman etkisini test etmek için kurulan hipotezlerdir.

$$A = \sqrt{\frac{NT}{2(T-1)}} \left[ \frac{\tilde{u}^T (I_N \otimes J_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} - 1 \right] \rightarrow N(0,1) \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlanan istatistik bireysel etkinin test edilmesi için kullanılan test istatistiğidir. (3.20) eşitliğindeki  $A$  istatistiğinin karesi Breusch-Pagan testindeki  $LM_1$  istatistiğine eşittir.

$$B = \sqrt{\frac{NT}{2(N-1)}} \left[ \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes I_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} - 1 \right] \rightarrow N(0,1) \quad (3.21)$$

ile tanımlanan istatistik zaman etkisinin test edilmesi için kullanılır. Breusch-Pagan testindeki  $LM_2$  istatistiğinin karekökü alındığında (3.21) eşitliğinde verilmiş olan istatistik elde edilir.

Hem bireysel ve hem de zaman etkisini test etmek için Honda testinde aşağıdaki istatistik kullanılır:

$$\frac{(A+B)}{\sqrt{2}} \rightarrow N(0,1) \quad (3.22)$$

Burada  $A$  (3.20)  $B$  ise (3.21) formülleri ile tanımlanır. Honda testleri de varyans bileşenlerinin negatif olmadığı durumlarda tercih edilebilirler.

### 3.2.3. King-Wu testi

Bireysel ve zaman etkisinin test edilmesinde kullanılan diğer bir test de King-Wu testidir. Bu test bireysel ve zaman etkisinin ayrılıkta test edilmesi durumlarında Honda testi ile aynıdır. Sadece hem bireysel ve hem de zaman etkisinin birlikte test edilmesi durumunda Honda testinden farklılık gösterir. Böylece, sırasıyla bireysel ve zaman etkisini ayrılıkta test etmek için kullanılan istatistik Honda testinde tanımlanan  $A$  ve  $B$  istatistikleridir. Bu durumlarda hipotezler Honda testine ilişkin hipotezler ile aynı şekilde kurulmaktadır. King-Wu testinde hem bireysel hem de zaman etkisini test ederken aşağıdaki istatistik kullanılır.

$$KW = \frac{\sqrt{T-1}}{\sqrt{N+T-2}} A + \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N+T-2}} B \quad (3.23)$$

Burada  $A$  ve  $B$  olarak ifade edilen eşitlikler Honda testindeki  $A$  ve  $B$  eşitlikleridir. (3.23) istatistiği de standart normal ( $N(0,1)$ ) olarak dağılmaktadır. Bu istatistik sonucunda elde edilen değer ile standart normal dağılım tablosundan anlamlılık düzeyine uygun değer karşılaştırılarak sıfır hipotezin reddine veya kabulüne karar verilmektedir.

### 3.2.4. Gourioux-Holly-Monfort testi

Bu testte bireysel veya zaman etkisinin birlikte olup olmadığı test edilmektedir. Test için hipotezler aşağıdaki gibi kurulur:

$$H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0$$

$$H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 > 0$$

$H_0^c$  için test istatistiği aşağıda verilmiştir (Baltagi ve ark. 1992).

$$\chi_m^2 = \begin{cases} A^2 + B^2 & A > 0, B > 0 \\ A^2 & A > 0, B \leq 0 \\ B^2 & A \leq 0, B > 0 \\ 0 & A \leq 0, B \leq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Burada  $A$  ve  $B$  Honda testindeki uygun olarak (3.20), (3.21) formülleri ile tanımlanır.  $\chi_m^2$  olarak ifade edilen dağılım mixed  $\chi^2$  dağılımıdır. Sıfır hipotezi altında;

$$\chi_m^2 \sim \left(\frac{1}{4}\right)\chi^2(0) + \left(\frac{1}{2}\right)\chi^2(1) + \left(\frac{1}{4}\right)\chi^2(2)$$

Bu test Honda ve King-Wu testine göre daha avantajlıdır. Çünkü  $A$  ve  $B$ 'nin negatif değerlerinden etkilenmez. Burada,  $\chi_m^2$ 'nin kritik değerleri  $\alpha = 0.01, 0.05$  ve  $0.1$  anlamlılık düzeyleri için sırasıyla 7.289, 4.321 ve 2.952'dir.

### 3.3. Hausman Testi

Hausman testi özellikle modelin sabit etkili veya rassal etkili bir model olup-olmadığına karar vermek için kullanılır. Bu teste uygun istatistik şöyle tanımlanır:

$$H = (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})^T [Var(\hat{\beta}_{FE}) - Var(\hat{\beta}_{RE})]^{-1} (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}) \quad (3.25)$$

(3.25) eşitliği  $\chi_k^2$  olarak dağılmaktadır. Serbestlik derecesi  $k$  modelde bulunan açıklayıcı değişkenlerin sayısına eşittir.  $\hat{\beta}_{FE}$  sabit etkili modelden tahmin edilen katsayılar,  $\hat{\beta}_{RE}$  ise rassal etkili modelden tahmin edilmiş olan katsayılar vektörleridir.  $Var(\hat{\beta}_{FE})$  sabit etkiler modelinden tahmin edilen katsayıların varyans-kovaryans matrisi,  $Var(\hat{\beta}_{RE})$  ise rassal etkiler modelinden tahmin edilmiş olan katsayıların varyans-kovaryans matrisidir. Hausman testine ilişkin hipotezler aşağıdaki gibi kurulmaktadır:

$H_0$  : Model rassal etkili bir modeldir.

$H_1$  : Model sabit etkili bir modeldir.

Belirli anlamlılık düzeyi için, test istatistiğinin hesaplanan değeri ile uygun tablo değeri karşılaştırıldıktan sonra sıfır hipotezinin reddine veya kabulüne karar verilebilir.

#### 4. PANEL VERİLERLE LOJİSTİK REGRESYON MODELLERİ

Sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri (örneğin, lojistik regresyon) genelde doğrusal olmayan panel veri modelleri olarak ifade edilmektedir. Birçok ekonomik çalışmalarda kesikli panel veri modelleri tercih edilir. Bu tür modellerde bağımlı değişkenler genel olarak ikili değişken ile temsil edilmektedir. Yani bağımlı değişken  $t$  zamanında  $i$ . birey için olay gerçekleşmişse 1 değerini ( $y_{it} = 1$ ) olay gerçekleşmemişse 0 değerini ( $y_{it} = 0$ ) almaktadır.  $y_{it}$ 'nin 1 değerini alma olasılığı (olay gerçekleşmişse)  $p_{it}$  ile,  $y_{it}$ 'nin 0 değerini alma olasılığı (olay gerçekleşmemişse)  $(1 - p_{it})$  ile gösterilmektedir. Bu durumda  $y_{it}$ 'nin beklenen değeri aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$E(y_{it}) = 1 \cdot p_{it} + 0 \cdot (1 - p_{it}) = p_{it}$$

Genellikle açıklayıcı değişkenlerin fonksiyonu olarak  $i$ . birey için  $t$  zamanında olayın gerçekleşme olasılığı;

$$p_{it} = Prob(y_{it} = 1) = E(y_{it} | x_{it}) = F(\beta^T x_{it}) \quad (4.1)$$

şeklinde ifade edilir.

Doğrusal olasılık modelinde  $F(\beta^T x_{it}) = \beta^T x_{it}$  olur. Doğrusal olasılık modelinde bu değer  $(0,1)$  arasında sınırlanmaz (Tatoğlu 2013b). Ancak söz konusu panel veri modelleri olasılık modelleri olmakla bu değerler  $(0,1)$  arasında sınırlanmalıdır. Bu nedenden panel veri analizinde doğrusal olmayan olasılık modelleri tercih edilmektedir. Özellikle lojistik ya da normal dağılım fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu olasılık modelleri sırasıyla logit ve probit olarak adlandırılır. Bu çalışmada lojistik model incelenecektir. Sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinde bir eşik değeri söz konusudur. Eğer beklenti değeri bu eşik değerini aşarsa ikili seçim değişkeni ( $y_{it}$ ) 1, eğer beklenti değeri eşik değerinin altında veya bu eşik değerine eşit ise bu durumda ikili seçim değişkeni ( $y_{it}$ ) 0 değerini alacaktır. Örneğin, öğretmen okulda ders vermek için bir ücret sınırı belirler. Eğer okulun teklifi

öğretmenin belirlediği ücretten fazla ise bu durumda öğretmen okulda ders vermeye başlar, aksi durumda ise öğretmen okulda ders vermeyecektir. Bu durum aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\begin{aligned} y_{it} &= 1, \text{ eğer } y_{it}^* > 0 \\ y_{it} &= 0, \text{ eğer } y_{it}^* \leq 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

(4.2) eşitliğinde  $y_{it}^* = \beta^T x_{it} + u_{it}$  şeklinde tanımlanmıştır. Bu modelde  $y_{it} = 1$  değerini alma olasılığı

$$Prob[y_{it} = 1] = Prob[y_{it}^* > 0] = Prob[u_{it} > -\beta^T x_{it}] = F(\beta^T x_{it}) \quad (4.3)$$

olarak bulunur. (4.3) eşitliği  $F$  dağılım fonksiyonu simetrik olasılık yoğunluk fonksiyonunu tanımladığı için yazılabilir.

#### 4.1. Sabit Etkili Lojistik Model

Panel veride bireysel etkinin olması tahmini zorlaştırmaktadır. Bireysel etkinin sabit olduğu varsayımı altında sabit etkili panel veri modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$y_{it}^* = \beta^T x_{it} + \mu_i + \mathcal{G}_{it} \quad (4.4)$$

(4.4) modelinde  $y_{it}^*$ 'in sıfırdan büyük olma olasılığı;

$$\begin{aligned} Prob[y_{it} = 1] &= Prob[y_{it}^* > 0] = Prob[\mathcal{G}_{it} > -\beta^T x_{it} - \mu_i] \\ Prob[\mathcal{G}_{it} > -\beta^T x_{it} - \mu_i] &= \int_{-\infty}^{\beta^T x_{it} + \mu_i} f(\mathcal{G}_{it}) d\mathcal{G}_{it} \\ Prob[y_{it} = 1] &= F(\beta^T x_{it} + \mu_i) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Son eşitlik  $f$  olasılık yoğunluk fonksiyonunun simetrik olduğu durumlarda yazılabilir. (4.4) eşitliğinde  $\mu_i$  ve  $\beta$  bilinmeyen parametrelerdir. Bu parametrelerin tahmini için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Ancak genellikle en çok olabilirlik yöntemi tercih edilmektedir.



Zaman aralığı boyutu  $T$  sabit olduğunda  $\mu_i$  parametrelerinin sayısı, kesit sayısı olan  $N$  arttıkça artmaktadır. Bu durumda  $\mu_i$ 'nin en çok olabilirlik tahmincisi, sabit  $T$  için tutarsız tahminci olacaktır (Hsiao 2003). Bu durum ise istatistikte Neyman ve Scott'ın (1948) ifade ettiği *tesadüfi parametre problemi* olarak ifade edilir. Doğrusal regresyon modellerinde  $\mu_i$  ve  $\beta$  ilişkisiz olduğundan dolayı  $\mu_i$ 'deki tutarsızlık  $\beta$ 'yi etkilemediği için  $\beta$ 'nin tutarlı tahmincisi elde edilebilecektir. Ancak doğrusal olmayan modellerde  $\mu_i$  ve  $\beta$ 'nin tahminleri birbirleri ile ilişkili olduklarından dolayı  $\hat{\mu}_i$ 'da olan tutarsızlık  $\hat{\beta}$ 'yi da etkiler (Tatoğlu 2013b). Lojistik model için log en çok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Hsiao 2003).

$$\text{Log}L = -\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \log \left[ 1 + e^{\beta^T x_{it} + \mu_i} \right] + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{it} (\beta^T x_{it} + \mu_i) \quad (4.6)$$

(4.6) eşitliğinin maksimizasyonu ile  $\mu_i$  ve  $\beta$  bilinmeyenleri tahmin edilebilir. (4.6) eşitliğini maksimize etmek için bilinmeyen parametrelere göre 1. mertebeden türev alınarak

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L}{\partial \beta} &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[ -\frac{e^{\beta^T x_{it} + \mu_i}}{1 + e^{\beta^T x_{it} + \mu_i}} + y_{it} \right] x_{it} = 0 \\ \frac{\partial \log L}{\partial \mu_i} &= \sum_{t=1}^T \left[ -\frac{e^{\beta^T x_{it} + \mu_i}}{1 + e^{\beta^T x_{it} + \mu_i}} + y_{it} \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

denklemleri elde edilir. Kolaylaştırmak amacıyla  $T=2$  ve  $x_{i1}=0$ ,  $x_{i2}=1$  olarak alınırsa ve (4.7) eşitlikleri çözümlerse olasılığa göre limit  $\underset{N \rightarrow \infty}{\text{plim}} \hat{\beta} = 2\beta$  olarak bulunur (Hsiao 2003). Buradan lojistik model için en çok olabilirlik yöntemiyle elde edilen tahmincinin tutarlı olmadığı sonucu elde edilir. Böylelikle sabit etkiler varsayımında en çok olabilirlik tahmincileri tutarsız olduklarından dolayı parametrelerin tahmini koşullu olabilirlik fonksiyonu yardımıyla bulunur. Koşullu en çok olabilirlik yönteminde  $\mu_i$  ortadan kaldırılarak  $\beta$ 'nin tutarlı tahmincisi elde edilir. Bunun için bireysel etkiyi ifade eden  $\mu_i$  için minimum yeterli bir istatistik

gereklidir. Bu istatistik  $y_i$ 'nin aşağıdaki ortak olasılığının yardımıyla elde edilebilir:

$$Prob(y_i) = \frac{\exp\left\{\mu_i \sum_{t=1}^T y_{it} + \beta^T \sum_{t=1}^T x_{it} y_{it}\right\}}{\prod_{t=1}^T \left[1 + \exp(\beta^T x_{it} + \mu_i)\right]}$$

Buradan lojistik model için  $\mu_i$ 'nin minimum yeterli istatistiği  $\sum_{t=1}^T y_{it}$  olarak bulunur (Chamberlain 1980).  $\beta$ 'nin koşullu lojistik tahminini elde etmek için koşullu olabilirlik fonksiyonu aşağıda verilmiştir (Baltagi 2005):

$$L_c = \prod_{i=1}^N Prob\left(y_{i1}, \dots, y_{iT} / \sum_{t=1}^T y_{it}\right) \quad (4.8)$$

Bu fonksiyon yardımıyla  $\beta$ 'nin  $\mu_i$ 'ye bağımlılığı artık ortadan kalkmış olacaktır ve böylece  $\beta$ 'nin tutarlı tahminicisi elde edilebilecektir.

Kolaylık için  $T=2$  olarak alınsın. Her iki periyot ve bütün kesitler için gözlemlerin bağımsız olması durumunda koşulsuz en çok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$L = \prod_{i=1}^N Prob(y_{i1}) Prob(y_{i2}) \quad (4.9)$$

Burada  $y_{i1} + y_{i2}$  toplamı 0, 1 ve 2 değerlerini alabilir. Eğer  $y_{i1} + y_{i2} = 0$  ise hem  $y_{i1}$  ve hem de  $y_{i2}$  0'a eşit olur. Bu durumda koşullu olasılık:

$$Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 0] = 1 \quad (4.10)$$

olur. Benzer bir şekilde  $y_{i1} + y_{i2} = 2$  ise hem  $y_{i1}$  ve hem de  $y_{i2}$  1'dir. Bu durumda da koşullu olasılık aşağıdaki gibidir.

$$Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 2] = 1 \quad (4.11)$$

(4.10) ve (4.11) olasılıklarının,  $\log 1 = 0$  olduğundan dolayı koşullu en çok olabilirlik fonksiyonuna katkısı bulunmaz. Sadece  $y_{i1} + y_{i2} = 1$  durumunun koşullu

olabilirlik fonksiyonuna katkısı bulunacaktır.  $y_{i1} + y_{i2} = 1$  için iki durum söz konusudur: ya  $y_{i1} = 0, y_{i2} = 1$  yada  $y_{i1} = 1, y_{i2} = 0$ . Bu iki farklı durum için koşullu olasılık sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 1]$$

ve

$$Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1]$$

$$Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1] = Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1] + Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0] \quad (4.12)$$

(4.12) eşitliğinde ifade edilen olaylar karşılıklı ayırık olduğundan dolayı toplam şeklinde yazılabilir. (4.5)  $Prob[y_{it} = 1] = F(\beta^T x_{it} + \mu_i)$  eşitliğindeki dağılım fonksiyonu için lojistik model aşağıdaki gibidir.

$$Prob = [y_{it} = 1] = \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{it}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{it}}} \quad (4.13)$$

ve

$$Prob = [y_{it} = 0] = 1 - \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{it}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{it}}} = \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{it}}} \quad (4.14)$$

Bu iki durum için koşulsuz olasılıklar;

$$Prob = [y_{i1} = 1, y_{i2} = 0] = \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}} \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}$$

ve

$$Prob = [y_{i1} = 0, y_{i2} = 1] = \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}} \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}$$

şeklindedir. Buradan;

$$\begin{aligned}
Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1] &= Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0] + Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1] \\
Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}} \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}} + \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}} \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}} \\
Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}} + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}{(1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}})(1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}})}
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Böylece koşullu olasılıklar aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0]}{Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1]} \\
Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{\frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}}} \frac{1}{1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}}{\frac{e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}} + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}}}{(1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i1}})(1 + e^{\mu_i + \beta^T x_{i2}})}}
\end{aligned}$$

Son ifadeyi sadeleştirerek

$$Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1] = \frac{e^{\mu_i} e^{\beta^T x_{i1}}}{e^{\mu_i} (e^{\beta^T x_{i1}} + e^{\beta^T x_{i2}})} = \frac{e^{\beta^T x_{i1}}}{e^{\beta^T x_{i1}} + e^{\beta^T x_{i2}}} = \frac{1}{1 + e^{\beta^T (x_{i2} - x_{i1})}}$$

veya

$$Prob[y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1] = \frac{1}{1 + e^{\beta^T (x_{i2} - x_{i1})}}$$

elde edilir. Benzer olarak;

$$\begin{aligned}
Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1]}{Prob[y_{i1} + y_{i2} = 1]} \\
Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 1] &= \frac{e^{\beta^T x_{i2}}}{e^{\beta^T x_{i1}} + e^{\beta^T x_{i2}}} = \frac{e^{\beta^T (x_{i2} - x_{i1})}}{1 + e^{\beta^T (x_{i2} - x_{i1})}} \\
Prob[y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 1] &= F[\beta^T (x_{i2} - x_{i1})]
\end{aligned}$$

bulunur. Yukarıda ifade edilen koşullu olasılıkların hiçbiri  $\mu_i$ 'yi içermez.  $y_{i1} + y_{i2}$  koşulu kullanılarak bireysel etkiyi ifade eden  $\mu_i$  ortadan kalkmaktadır. Tutarsız

tahminci olan  $\mu_i$  ortadan kalktığı için  $\beta$ 'nin tutarlı tahmincisi koşullu olabilirlik fonksiyonu yardımıyla elde edilebilir.

$$\begin{aligned} (y_{i1}, y_{i2}) &= (0,1) & \text{durumu } w_i &= 1 \\ (y_{i1}, y_{i2}) &= (1,0) & \text{durumu ise } w_i &= 0 \end{aligned}$$

ağırlıkları ile gösterilirse, koşullu log en çok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir (Tatoğlu 2013b).

$$\log L^* = \sum_{i \in \tilde{B}_1} \left\{ w_i \log F[\beta^T (x_{i2} - x_{i1})] + (1 - w_i) \log (1 - F[\beta^T (x_{i2} - x_{i1})]) \right\} \quad (4.15)$$

Burada,  $\tilde{B}_1 = \{i \mid y_{i1} + y_{i2} = 1\}$ 'dir. (4.15) eşitliğinin maksimizasyonu ile  $\beta$ 'nin tutarlı tahmincisi elde edilebilir.

#### 4.2. Rassal Etkili Lojistik Model

Bireysel etkinin rassal olduğu varsayımı altında rassal etkili panel veri modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$y_{it} = \beta^T x_{it} + \mu_i + \mathcal{G}_{it} \quad (4.16)$$

(4.16) eşitliğinde ifade edilen rassal etkili modelde  $\mu_i$  ve  $x_{it}$  ilişkisiz olduğu varsayılır. Tek değişkenli bir dağılım olan  $G$ 'den elde edilen rassal bir örneklem için log en çok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir (Tatoğlu 2013b).

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \int \prod_{t=1}^T F(\beta^T x_{it} + \mu_i)^{y_{it}} [1 - F(\beta^T x_{it} + \mu_i)]^{1-y_{it}} dG(\beta, \mu_i) \quad (4.17)$$

(4.17) fonksiyonunun maksimizasyonu yardımıyla  $\beta$  ve  $\mu_i$ 'nin tahmincileri elde edilebilir. Genel olarak  $\mu_i$  ve  $x_{it}$  arasında bir ilişki varsa,  $\beta$  ve  $\mu_i$  tahmincileri tutarsız olabilir. Ancak rassal etkili model  $\mu_i$  ve  $x_{it}$  ilişkisiz olduğu varsayımı altında yapılmaktadır. Ayrıca, eğer  $\mu_i$  ve  $x_{it}$  arasında

$$\mu_i = \sum_{t=1}^T b_t^T x_{it} + \eta_i = b^T x_i + \eta_i \quad (4.18)$$

şeklinde bir ilişki olduğu durumda  $\beta$  için tutarlı tahminci elde edilebilir (Chamberlain 1980). (4.18) ifadesinde,  $b^T = (b_1^T, b_2^T, \dots, b_T^T)$ ,  $x_i^T = (x_{i1}^T, x_{i2}^T, \dots, x_{iT}^T)$  ve  $\eta_i$  artık terimidir. (4.17) ifadesinde (4.18) eşitliği dikkate alındığında log en çok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir (Hasio 2003).

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \prod_{t=1}^T F(\beta^T x_{it} + b^T x_i + \eta) \left[ 1 - F(\beta^T x_{it} + b^T x_i + \eta) \right]^{1-y_{it}} dG^*(\eta) \quad (4.19)$$

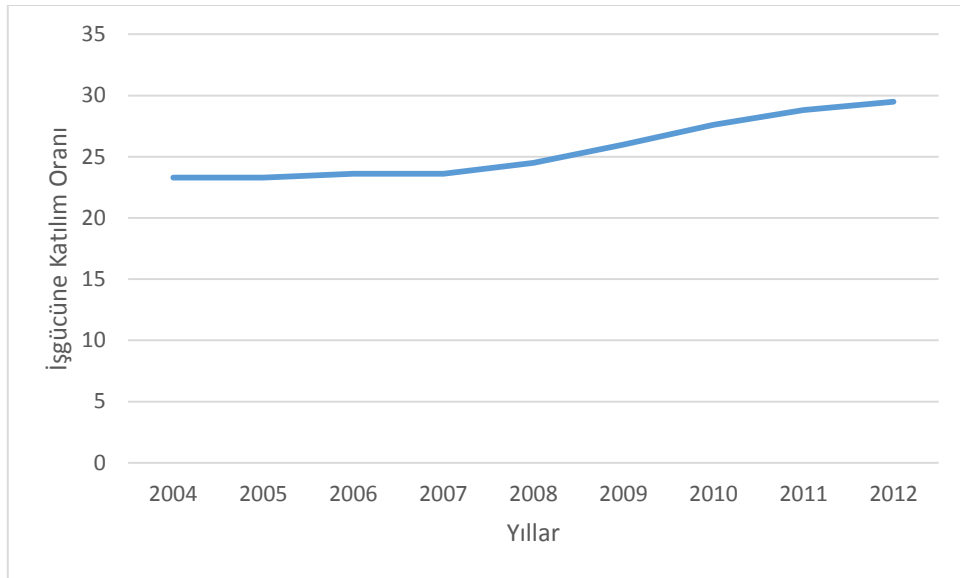
(4.18) eşitliğindeki  $G^*$  fonksiyonu  $\eta$  için tek değişkenli bir dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. (4.19) eşitliğinin maksimizasyonu ile  $\beta$ 'nin tutarlı tahmincisi elde edilebilir. (4.17) denklemi  $\mu_i$  ile  $x_{it}$  arasında bir ilişki olmaması varsayımıyla, (4.19) denklemi ise  $\mu_i$  ile  $x_{it}$  arasında bir doğrusal ilişki olması durumunda geçerli olan denklemlerdir. Her iki denklem içinde hesaplanan  $\beta$  katsayılarının tahmincileri tutarlıdır. Denklem (4.17), (4.19) kullanılarak en çok olabilirlik tahmincisini elde etmek için  $T$  boyutlu integrallerin çözülmesi gereklidir. Bu integrallerin çözülmesi karışıktır ancak bazı paket programları yardımıyla bu integraller kolaylıkla hesaplanabilir.

## 5. VERİ SETLERİ ÜZERİNDE UYGULAMALAR

Bu bölümde teorik incelemeler sonucunda elde edilen bilgiler temelinde ele alınan regresyon modelleri için iki farklı veri seti kullanılarak uygulamalar yapılmıştır. İlk uygulamada Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranını etkileyen faktörler araştırılmıştır. İkinci uygulamada ise doğrudan yabancı yatırımlarının belirleyicileri doğrusal ve doğrusal olmayan panel veri modelleri kullanılarak incelenmiştir. Doğrusal panel veri modelleri, yani tek ve çift yönlü modeller için analizler R paket programı yardımıyla, doğrusal olmayan panel veri modelleri için yani lojistik modeller için ise uygulamalar STATA paket programları yardımıyla yapılmıştır. R paket programında `plm`, `pglm`, `lmtest` ve `car` paketleri kullanılmıştır.

### 5.1. Türkiye’de Kadınların İşgücüne Katılım Oranı

Bu bölümde Türkiye’de 15 yaş üstü kadınlar için işgücüne katılım oranlarını etkileyen faktörler panel veriler kullanılarak araştırılmıştır. Türkiye’de 15 yaş üstü kadınların işgücüne katılım oranları son yıllarda artış göstermektedir. Grafik 5.1’de 2004-2012 yılları arasındaki kadınların işgücüne katılım oranları gösterilmiştir (TUİK 2012).



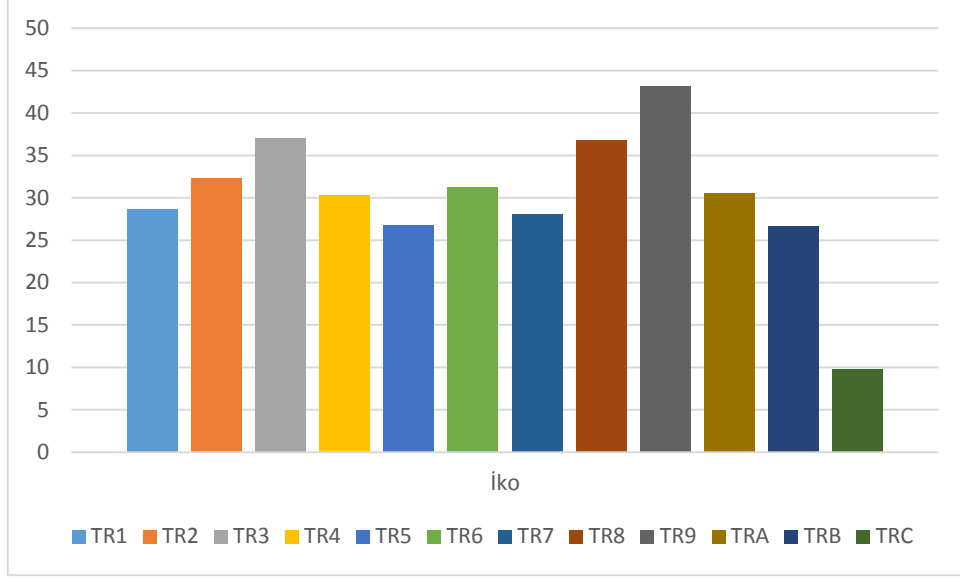
**Grafik 5.1.** 2004-2012 yılları arasında kadınların işgücüne katılım oranları

Grafik 5.1'e bakıldığında 2004 yılından 2012 yılına kadar her yıl için kadınların işgücüne katılım oranlarının yükselme eğiliminde olduğu görülmektedir. Ancak Dünya genelindeki ülkelere bakıldığında Türkiye'de kadınların işgücüne katılım oranı artmasına rağmen hala bu ülkelerin gerisindedir (Üçler ve Kızılkaya 2014).

Kadınların işgücüne katılım oranlarını belirleyen birçok faktör söz konusudur. Kılıç ve Öztürk (2014)'e göre, eğitim düzeyi kadınların işgücüne katılımlarını etkileyen en önemli faktörlerden birisidir. Bununla birlikte, eğitim düzeyi kadınların işgücüne katılımını teorik açıdan iki yönden etkilemektedir. Birinci olarak, eğitim düzeyi yüksek olan çalışanlar emek piyasasında yüksek gelir elde etme olasılığına sahip olduğundan dolayı iş piyasasının dışında kalmanın maliyeti yükselecektir, dolayısıyla işgücüne katılım oranı artacaktır. İkinci olarak eğitim doğrudan veya dolaylı olarak maliyetli bir yatırım olduğunda bu maliyeti karşılamak, işgücü piyasasına katılmakla gerçekleşmektedir (Özer ve Biçerli 2003). Hamilelik ve doğum kadınların işgücüne katılım oranını düşürmektedir (Uraz ve ark. 2010). Boşanma olayı kadınların işgücüne katılım oranlarını artırmaktadır (Üçler ve Kızılkaya 2014).

Türkiye açısından kadınların işgücüne katılım oranı perspektifine bakıldığında, genel olarak bu oranın yıllar içerisinde artış göstermesine karşın, İstatistiki Bölge Birimleri Sınıflandırmasına (İBBS) göre Düzey1'de bazı bölgelerde düşüşler, bazı bölgelerde ise yükselişler göze çarpmaktadır. 2008-2012 periyodunda Düzey1'e göre tüm bölgelerin izlediği seyir EK3'deki grafiklerde yer almaktadır. Söz konusu grafiklere göre kadınların işgücüne katılım oranları 2012 yılında İstanbul, Batı Marmara, Ege, Batı Anadolu, Orta Anadolu, Kuzeydoğu Anadolu ve Ortadoğu Anadolu'da artmış, buna karşın Doğu Marmara, Akdeniz, Batı Karadeniz, Doğu Karadeniz ve Güneydoğu Anadolu bölgelerinde azalmıştır. Buna ek olarak Grafik 2'de görülmektedir ki, 2012 yılında kadın işgücüne katılım oranı en yüksek olan bölge, Doğu Karadeniz (TR9) iken katılım oranı en düşük olan bölge Güneydoğu Anadolu (TRC) bölgesidir.





**Grafik 5.2.** 2012 yılında Düzey1 bölgeleri için kadınların işgücüne katılım oranları

Kadınların işgücüne katılımlarını etkileyen çeşitli faktörlerin mevcut olduğuna daha önce de değinilmişti. Ancak bu çalışmada kadınların işgücüne katılım oranlarını etkileyen temel faktörler olarak *ev işleri ile meşgul kadınların oranı*, *ücretsiz aile işçisi oranı*, *emeklilerin oranı* ve *işsizlik oranı* değişkenleri kullanılmıştır. Ancak kurulan modellerde işsizlik oranı değişkeninin kadınların işgücüne katılım oranı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı etkileri gözlenmediği için modellerden çıkarılmıştır.

*Ev işleri ile meşgul kadınlar* genellikle çocuk bakmak, temizlik, yemek vb. gibi işlerle uğraşan kadınları kapsamaktadır. Kadınlar için *ücretsiz aile işçiliği* genellikle kırsal yerlerde veya küçük bölgelerde yaygın olarak görülür. Bu bölgelerdeki kadınlar ya kendi tarım arazilerinde ya da aileye ait küçük işyerlerinde çalışan kadınları ifade eder. *Emekli kadınların oranı* daha önce çalışan ancak sonrasında emekli olan kadınların oranını gösterir. Bu uygulama için kullanılan veriler Türkiye İstatistik Kurumu'nun (TÜİK) internet sitesinde ([www.tuik.gov.tr](http://www.tuik.gov.tr)) bulunan *İşgücü İstatistikleri* kısmından alınarak derlenmiştir.

Panel veri için, zaman boyutu olarak 2006-2012 yılları arası alınmış ve kesit boyutu olarak ise İstatistiki Bölge Birimleri Sınıflandırmasına (İBBS) göre Düzey1'de yer alan 12 bölge seçilmiştir. Avrupa Birliği kriterleri gereği istatistiki bilgilerin toplanması ve derlenmesi amacıyla Türkiye Düzey1, Düzey2 ve Düzey3 olarak üç

bölgeye ayrılmıştır. Türkiye, Düzey1 ile nüfus, coğrafya, gelişmişlik sıralaması vb. gibi faktörler yardımıyla 12 farklı bölgeye bölünmüştür. Bu bölgeler sırasıyla İstanbul, Batı Marmara, Ege, Doğu Marmara, Batı Anadolu, Akdeniz, Orta Anadolu, Batı Karadeniz, Doğu Karadeniz, Kuzeydoğu Anadolu, Orta Anadolu ve Güneydoğu Anadolu şeklindedir. Bölgeler yine sırasıyla TR1, TR2, TR3, TR4, TR5, TR6, TR7, TR8, TR9, TRA, TRB ve TRC olarak kodlanmıştır.

Bu uygulama iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda doğrusal panel veri modelleri, ikinci kısımda ise doğrusal olmayan panel veri modelleri incelenmiştir.

### 5.1.1. Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranı için doğrusal panel veri modelleri

Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranlarını etkileyen faktörleri belirlerken tahminlenecek regresyon modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$iko = \beta_0 + \beta_1 eiimko + \beta_2 ücaio + \beta_3 eo + u_{it} \quad i = 1, \dots, 12; t = 1, \dots, 7 \quad (5.1)$$

Burada  $iko$ , işgücüne katılım oranını;  $eiimko$ , ev işleri ile meşgul kadınların oranını;  $ücaio$ ; ücretsiz aile işçisi oranını,  $eo$ , emeklilerin oranını ve  $u_{it}$ , hata terimini ifade etmektedir.

(5.1) modeli için yapılan istatistiksel analizlerin R ve STATA program çıktıları EK1’de listelenmiştir.

**Birinci adımda**, verinin kesite veya zamana göre panel veri olup olmadığını incelemek için *Chow testi* yapılmıştır. İlk olarak veri kesite göre incelenmiştir. Bu amaçla  $\delta_i$  katsayısı için Chow testi uygulanmıştır. Burada  $\delta_i$  her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıyı ifade etmektedir. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıdaki gibi kurulur.

$$H_0 : \delta_i = \delta$$

$$H_1 : \delta_i \neq \delta$$

Sıfır hipotezi her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olduğunu ifade ederken, alternatif hipotez her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıların

birbirine eşit olmadığını ifade etmektedir. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilirse veri kesite göre panel veri olarak dikkate alınmalıdır. Bu teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.1’de verilmiştir.

**Tablo 5.1.** 5.1 modeli için kesite göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

F	sd1	sd2	P-değeri
20.7476	44	36	7.673e <sup>-16</sup>
<b>Alternatif hipotez: unstability (Veri, panel veri olarak dikkate alınmalı)</b>			

Tablo 5.1’e göre  $p = 7.673e^{-16}$  olarak elde edilir. Anlamlılık düzeyi olan  $\alpha$  değeri 0.05 olarak alındığında,  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir. Yani veri kesite göre  $\delta$  katsayısı için panel veridir. Buradan *verinin kesite göre panel veri* olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Sonraki aşamada veri zamana göre incelenerek  $\delta_t$  katsayısı için Chow testi yapılmıştır. Burada  $\delta_t$  her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıyı ifade etmektedir. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$$H_0 : \delta_t = \delta$$

$$H_1 : \delta_t \neq \delta$$

Sıfır hipotezi her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olduğunu ifade ederken, alternatif hipotez her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olmadığını ifade etmektedir. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilirse verinin zamana göre panel veri olduğu sonucuna varılacaktır. Bu teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.2’de listelenmiştir. Tablo 5.2’ye göre  $p = 0.9913$  iken  $p > \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilemez. Bu sonuca göre *veri zamana göre panel veri değildir*.

Sonuç olarak, verinin kesite göre panel veri iken, zamana göre panel veri olmadığı ortaya çıkmıştır. Diğer bir ifadeyle veri, kesite göre birleştirilerek panel veri elde edilir. Bu nedenle mevcut veri setinde her bir kesit için 7 farklı zaman dilimi

bulunur. Dolayısıyla uygulamanın bundan sonraki tüm aşamalarında analizler kesite göre birleştirilen veriler kullanılarak yapılmıştır.

**Tablo 5.2.** 5.1 modeli için zamana göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

F	sd1	sd2	P-değeri
0.4056	24	56	0.9913
<b>Alternatif hipotez: unstability (Veri, panel veri olarak dikkate alınmalı)</b>			

**İkinci adımda** modelin sabit veya rassal etkili bir model olduğunu belirlemek için *Hausman testi* yapılmıştır. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$H_0$  : Model rassal etkili bir modeldir.

$H_1$  : Model sabit etkili bir modeldir.

**Tablo 5.3.** 5.1 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar

$\chi^2$	sd	P-değeri
2.2034	3	0.5313
<b>Alternatif hipotez: one model is inconsistent (Model sabit etkilidir)</b>		

Tablo 5.3'e göre  $p = 0.5313$  olarak hesaplanmıştır. Yani  $p > \alpha$  olması nedeniyle sıfır hipotezi reddedilemez. Dolayısıyla kurulacak model *rassal etkili modeldir*.

**Üçüncü adımda**, incelenen verinin panel veri olduğuna ve modelin rassal etkiler modeli olduğuna karar verdikten sonra, modelin tek yönlü veya çift yönlü olduğuna karar vermek için sırasıyla *Breusch Pagan*, *Honda*, *King-Wu* ve *Gourieroux-Holly-Monfort* testleri yapılmıştır. Bu testlere ilişkin hipotezler Bölüm 3.2'de ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu dört teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.4'de verilmiştir.

Tablo 5.4'deki testlere ilişkin değerler,  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyine karşılık gelen uygun tablo değerleriyle karşılaştırıldıklarında dört test için de  $H_0^b$  hipotezi reddedilememekte iken  $H_0^a$  ve  $H_0^c$  hipotezleri reddedilmektedir. Dolayısıyla incelenen modelde kesit etkisinin olduğu ancak zaman etkisinin olmadığı

belirlenmiştir. Buradan modelin *tek yönlü rassal etkili model* olduğu ortaya çıkmaktadır.

**Tablo 5.4.** 5.1 modeli için Breusch Pagan, Honda, King-Wu ve Gouriéroux-Holly-Monfort testleri sonuçları

	$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$	$H_0^b : \sigma_\lambda^2 = 0$	$H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0$
<b>Breusch Pagan</b>	152.222	2.3601	154.5821
<b>Honda</b>	12.3378	-1.5362	7.6379
<b>King- Wu</b>	12.3378	-1.5362	6.094
<b>Gouriéroux, Holly-Monfort</b>	–	–	152.222

**Dördüncü adımda**, incelenen verinin panel veri olduğuna ve modelin tek yönlü rassal etkili model olduğuna karar verdikten sonra, (5.1) denklemi dikkate alınarak üç adet tek yönlü rassal etkili model kurulmuştur.

*Model 1:* Swamy-Arora tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.5)

*Model 2:* Amemiya tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.6)

*Model 3:* Wallace-Hussain tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.7)

Tablo 5.5-5.7’de söz konusu üç modelin tahmin sonuçları ve özet istatistikleri verilmiştir.

Tablo 5.5’e bakıldığında *Etkiler* kısmında, kalan hatanın ( $\mathcal{Q}_i$ ) ve kesit etkisinin ( $\mu_i$ ) varyansını, standart hatasını ve toplam varyans içerisindeki oranının değerleri yer almaktadır. Ayrıca bu kısımda ifade edilen *theta* değeri ise  $(1 - (\sigma_g/\sigma_1))$  eşitliği ile bulunmuş olan değerdir. Bu değer 1’e yaklaşırsa katsayı tahmincileri, sabit etkili katsayı tahmincilerine yaklaşacaktır. *Katsayılar* bölümünde, modelde bulunan bağımsız değişkenlerin tahminleri, standart hataları, *t* değerleri ve bu *t* değerlerine ilişkin *p* değerleri yer almaktadır. Söz konusu *p* değerleri  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında tüm katsayıların anlamlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca Tablo 5.5’de genel kareler toplamı, kalıntı kareler toplamı,  $R^2$ , düzeltilmiş

$R^2$ ,  $F$  istatistiği, bu istatistiğe ilişkin serbestlik derecesi ve bu istatistiğin  $p$  değeri bulunmaktadır. Buradan  $F$  istatistiğinden elde edilen  $p$  değeri anlamlılık düzeyi  $\alpha = 0.05$  ile karşılaştırıldığında modelin anlamlı bir model olduğu sonucuna ulaşılır. Tablo 5.5’de gösterilmiş olan düzeltilmiş  $R^2$  değeri açıklayıcı değişkenlerin açıklanan değişkenin %57’sini açıkladığını göstermektedir.

**Tablo 5.5.** Denklem 5.1 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkiler Modeli</b>				
<b>(Swamy-Arora Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_\theta^2$ )	3.807	1.951	0.14	
Kesit etkisi ( $\sigma_\mu^2$ )	23.402	4.838	0.86	
theta: 0.8493				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	23.4945	4.7753	4.9200	4.548e <sup>-06</sup>
eiimko	-27.4173	4.8300	-5.6765	2.128e <sup>-07</sup>
ücaio	30.4760	5.0569	6.0266	4.878e <sup>-08</sup>
eo	255.5535	40.6192	6.2914	1.570e <sup>-08</sup>
Genel Kareler Toplamı: 761.53				
Artık Kareler Toplamı: 302.09				
$R^2$ : 0.60331				
Düzeltilmiş $R^2$ : 0.57458				
F-istatistiği: 40.5557 (3 ve 80 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 4.8914e <sup>-16</sup>				

**Tablo 5.6.** Denklem 5.1 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkiler Modeli</b>				
<b>(Amemiya Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_{\eta}^2$ )	3.807	1.951	0.155	
Kesit etkisi ( $\sigma_{\mu}^2$ )	20.738	4.554	0.845	
theta: 0.8401				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	23.6455	4.7541	4.9737	3.682e <sup>-06</sup>
eiimko	-27.6897	4.8349	-5.7271	1.724e <sup>-07</sup>
ücaio	30.4988	5.0024	6.0969	3.616e <sup>-08</sup>
eo	255.8156	40.4431	6.3253	1.357e <sup>-08</sup>
Genel Kareler Toplamı: 778.82				
Artık Kareler Toplamı: 306.88				
R <sup>2</sup> : 0.60597				
Düzeltilmiş R <sup>2</sup> : 0.57712				
F-istatistiği: 41.0105 (3 ve 80 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 3.7431e <sup>-16</sup>				

Tablo 5.6 ve 5.7’de ise sırasıyla Amemiya ve Wallace-Hussain varyans bileşen tahmincisi kullanılarak tek yönlü rassal etkili modelin istatistiksel tahminleri ve özet istatistikleri yer almaktadır.

Tablo 5.6 ve Tablo 5.7’ye bakıldığında, Tablo 5.5’e paralel olarak, *theta* değerleri 1’e yaklaşmakta ve katsayıların olasılık değerleri ile  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi karşılaştırıldığında tüm katsayıların anlamlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Tabloların *F* istatistiğinden elde edilen *p* değerlerine bakıldığında modellerin anlamlı bir model olduğu sonucuna ulaşılır.

**Tablo 5.7.** Denklem 5.1 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkiler Modeli (Wallace-Hussain Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_{\eta}^2$ )	4.430	2.105	0.223	
Kesit etkisi ( $\sigma_{\mu}^2$ )	15.453	3.931	0.777	
theta: 0.8017				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	24.3276	4.6966	5.1799	1.623e <sup>-06</sup>
eiimko	-28.9076	4.8558	-5.9533	6.659e <sup>-08</sup>
ücaio	30.6030	4.7999	6.3757	1.091e <sup>-08</sup>
eo	256.7362	39.7876	6.4527	7.819e <sup>-09</sup>
Genel Kareler Toplamı: 862.64				
Artık Kareler Toplamı: 329.69				
R <sup>2</sup> : 0.61781				
Düzeltilmiş R <sup>2</sup> : 0.58839				
F-istatistiği: 43.1064 (3 ve 80 serbestlik derecesi ile), p-değeri: < 2.22e <sup>-16</sup>				

Kurulmuş olan üç model içinde hata kareler toplamı en küçük olan, kesit etkisinin varyans içerisindeki oranı en yüksek olan modelin Swamy-Arora modeli (Model1) olması nedeniyle bundan sonraki adımlarda yapılan analizlerde Model1 dikkate alınmıştır. Bununla birlikte R programı da otomatik olarak Swamy-Arora modelini kullanmaktadır.

**Beşinci adımda**, *Durbin-Watson* ve *Breusch-Pagan* testleri kullanılarak sırasıyla modelin otokorelasyon ve değişen varyanslılık durumları incelenmiştir.

Otokorelasyon testine ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.



$H_0$  : Modelde seri korelasyon yok.

$H_1$  : Modelde seri korelasyon var.

**Tablo 5.8.** Denklem 5.1 için otokorelasyon testi sonuçları

Durbin-Watson değeri	P değeri
1.2182	$< 2.2e^{-16}$
<b>alternative hypothesis: serial correlation in idiosyncratic errors (otokorelasyon var)</b>	

Tablo 5.8'e bakıldığında,  $p < 2.2e^{-16}$  iken  $\alpha = 0.05$  olarak alındığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir. Yani modelde *otokorelasyon vardır*. Fakat eklemek gerekir ki, otokorelasyon testleri uzun periyotlu zaman serilerine sahip makro panellerde uygulanırken, oldukça küçük periyotlu zaman serilerine sahip mikro panellerde bir problem teşkil etmemektedir (Torres ve Reyna 2010).

Değişen varyanslılığa ilişkin hipotezler ise aşağıdaki gibidir.

$H_0$  : Model sabit varyanslıdır.

$H_1$  : Model değişen varyanslıdır.

**Tablo 5.9.** Denklem 5.1 için değişen varyanslılık testi sonuçları

Breusch-Pagan değeri	sd	P-değeri
10.5516	3	0.01442
<b>Alternatif hipotez: one model is inconsistent (Model değişen varyanslıdır)</b>		

Tablo 5.9'a bakıldığında  $p = 0.01442$  iken  $\alpha = 0.05$ 'dir.  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir. Buradan model *değişen varyanslıdır*.

Modelde değişen varyans ve otokorelasyon olması durumunda *robust tahminciler* kullanılır. Tablo 5.10'da incelenen model için robust tahmincilerin sonuçları listelenmiştir.

**Tablo 5.10.** Denklem 5.1 için robust tahminci sonuçları

Katsayıların t istatistik değerleri				
	Tahmin	Standat hata	t değeri	P-değeri
Sabit terim	23.4945	9.8243	2.3915	0.019129
eiimko	-27.4173	10.9358	-2.5071	0.014198
ücaio	30.4760	8.9871	3.3911	0.001084
eo	255.5535	41.5488	6.1507	2.873e <sup>-08</sup>

Tablo 5.10’da ifade edilen robust tahminci sonuçları bulunurken *White1*, *White2* ve *Arellano* methodları içerisinde *Arellano* seçilmiştir. Çünkü *Arellano* methodu modelde hem otokorelasyon hem de değişen varyans olması durumunda kullanılmaktadır. Ayrıca robust tahmincileri bulunurken *HC0*, *HC1*, *HC2*, *HC3* ve *HC4* türlerinden *HC0* seçilmiştir. Çünkü bu model için *HC0* uygundur (Torres ve Reyna 2010).

Tablo 5.10’a bakıldığında tahmin edilmiş katsayılar değerleri ile Tablo 5.5’den tahminlenmiş katsayı değerleri aynıdır. Sadece bu katsayılar için hesaplanan standart hatalar, *t* değerleri ve bu değerlere karşılık olasılık değerlerinde değişiklikler vardır. Tablo 5.10’dan görüldüğü üzere katsayıların olasılık değerleri ile anlamlılık düzeyi karşılaştırıldığında bütün katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır ve bu model denklem (5.2)’de verilmiştir.

$$\widehat{iko} = 23.4945 - 27.4173eiimko + 30.4760ücaio + 255.5535eo \quad (5.2)$$

Denklem (5.2)’ye bakıldığında, kadınların işgücüne katılım oranlarını ev işleri ile meşgul kadınların oranı negatif yönde etkilerken, ücretsiz aile işçisinin oranı ve emekli kadınların oranı pozitif yönde etkilemektedir. (5.2) denkleminden görüldüğü gibi kadınların işgücüne katılım oranını en çok emekli kadınların oranı etkilemektedir. Yani emekli kadınların oranı bir birim artarsa kadınların işgücüne katılım oranı 255.5535 kadar artacaktır.

Özer ve Biçerli (2003)’nin Türkiye’deki kadınların işgücüne katılım oranı ile ilgili yapmış oldukları benzer bir çalışmada *eiimko* değişkeninin negatif işaretli, *ücaio*

değişkeni pozitif işaretli, son olarak *eo* değişkeninin ise negatif işaretli iken, bu uygulama çalışmasında Özer ve Bıçerli (2003)'ye paralel olarak, *eimko* değişkeninin işareti negatif ve *ücaio* değişkeninin işareti ise pozitif olarak bulunmuştur. Ancak beklenenin aksine *eo* değişkeninin işareti ise pozitif olarak bulunmuştur.

### 5.1.2. Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranları için lojistik panel regresyon modelleri

Uygulama çalışmasının bu aşamasında Türkiye’de kadınların işgücüne katılım oranları için lojistik regresyon kullanılarak panel veri modelleri oluşturulmuştur. Bu amaçla kullanılan lojistik panel veri modeli denklem 5.3’ de yer almaktadır.

$$g(E(iko)) = \beta_0 + \beta_1 eimko + \beta_2 ücaio + \beta_3 eo + u_{it}, \quad i = 1, \dots, 12; t = 1, \dots, 7 \quad (5.3)$$

Burada tıpkı doğrusal panel veri modellerinde olduğu gibi, *iko*, işgücüne katılım oranını; *eimko*, ev işleri ile meşgul kadınların oranını; *ücaio*; ücretsiz aile işçisi oranını, *eo*, emeklilerin oranını ve  $u_{it}$ , hata terimini ifade etmektedir.  $g(E(iko))$  terimi ise bağımlı değişkenin beklenen değeri için seçilen link fonksiyonudur. Söz konusu fonksiyon, binom dağılımına uygun olarak logit fonksiyondur ve bu şekilde kanonik bir link seçilmiş olur.

Uygulama çalışmasının bu bölümünde, bağımlı değişken *iko* için, ortalama alınarak, ortalamanın altındaki değerlere sıfır (0), ortalamanın üstündeki değerlere ise bir (1) verilerek yeni bir *iko* verisi oluşturulmuştur. Daha sonra, yeni elde edilen *iko* verisi kullanılarak sabit etkili ve rassal etkili lojistik panel veri analizler gerçekleştirilmiştir. Lojistik regresyon modellerinde, parametreler odds oranlı tahminleri üzerinden yorumlanmaktadır. Bu nedenle aşağıdaki analizlerde modellerin odds oranlı tahminleri hesaplanmıştır.

İlk olarak sabit etkili panel lojistik model incelenmiştir. Bu modele ilişkin sonuçlar Tablo 5.11’de verilmiştir.

**Tablo 5.11.** Denklem 5.3 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
ücaio	7.46e <sup>+28</sup>	2.85e <sup>+30</sup>	1.74	0.082
eiimko	1.74e <sup>-20</sup>	5.49e <sup>-19</sup>	-1.44	0.150
eo	1.6e <sup>+288</sup>	6.1e <sup>+290</sup>	1.68	0.094

Grupların Sayısı: 5  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 35  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -5.231431  
LR ki-kare istatistiği: 20.85 (3 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0001  
Not: 7 grup dolayısıyla 49 gözlem düşmüştür.

Tablo 5.11'in en alt kısmında 7 grup dolayısıyla 49 gözlemin düştüğü ifade edilmektedir. Bu durum *iko* verisinden kaynaklanmaktadır. *iko* verisi 7 grup için (49 gözlem) 7 zaman periyodu boyunca, her bir grubun tamamında sıfır ya da tamamında bir değerini almıştır. Dolayısıyla bu gruplarda herhangi bir değişiklik olmamaktadır ve bu gruplar analizden çıkarılmaktadır. Modelin anlamlılığı LR (olabilirlik oranı) 3 serbestlik dereceli ki-kare ( $\chi^2_{(3)}$ ) değerine karşılık gelen  $p = 0.0001$  olasılık değeri ile yorumlanır. Bu değer  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı modelin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılır. Ancak burada katsayılara karşılık gelen olasılık değerlerine bakıldığında katsayıların anlamsız olduğu görülür. Bu durumda adimsal regresyon ile en anlamlı model elde edilir.

İlk olarak, modelden *eiimko* değişkeni çıkarılması sonucunda Tablo 5.12'de verilen sonuçlar elde edilir. Tablo 5.12'de model anlamlı iken *ücaio* değişkeninin yine anlamsız olduğu görülmektedir. Buradan *ücaio* değişkeninin modelden çıkarılması sonucunda Tablo 5.13'de verilen sonuçlar elde edilir.

**Tablo 5.12.** Denklem 5.3’de *eiimko* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
<i>ücaio</i>	1.71e <sup>+20</sup>	4.55e <sup>+21</sup>	1.75	0.081
<i>eo</i>	6.7e <sup>+152</sup>	1.2e <sup>+155</sup>	1.97	0.049

Grupların Sayısı: 5  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 35  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -7.6409946  
LR ki-kare istatistiği: 16.03 (2 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0003  
Not: 7 grup dolayısıyla 49 gözlem düşmüştür.

**Tablo 5.13.** Denklem 5.3’de *ücaio* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
<i>eo</i>	3.0e <sup>+141</sup>	4.3e <sup>+143</sup>	2.27	0.023

Grupların Sayısı: 5  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 35  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -9.8346296  
LR ki-kare istatistiği: 11.64 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0006  
Not: 7 grup dolayısıyla 49 gözlem düşmüştür.

Tablo 5.13’e bakıldığında hem modelin hem de bağımsız değişkenin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılır. Tablo 5.13’deki bağımsız değişkenin odds oranı değeri 1’den büyük olduğu için bağımlı değişken olan *iko* üzerinde bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılır. Katsayıların anlamlı olması koşuluyla 1’den büyük bulunan odds

oranlı tahminin bağımlı değişken üzerinde önemli bir etkisinin olduğu görülür (Tatoğlu 2013b).

İkinci olarak rassal etkili panel lojistik model incelenmiştir. Bu modele ilişkin sonuçlar Tablo 5.14’de verilmiştir.

**Tablo 5.14.** Denklem 5.3 için rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Rassal Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	6.57e <sup>-09</sup>	8.00e <sup>-08</sup>	-1.55	0.121
ücaio	8.02e <sup>+25</sup>	1.99e <sup>+27</sup>	2.40	0.016
eiimko	8.92e <sup>-18</sup>	1.47e <sup>-16</sup>	-2.38	0.017
eo	7.5e <sup>+236</sup>	1.8e <sup>+239</sup>	2.31	0.021
Insig2u	3.032358	1.017179		
sigma u	4.554787	2.316517		
rho	0.8631272	0.1201681		

Grupların Sayısı: 12  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 84  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -20.667675  
Wald ki-kare istatistiği: 6.53 (3 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0883  
rho'nun en çok olabilirlik oranı ki-kare istatistiği: 13.49 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri < 0.001

Tablo 5.14’e bakıldığında modelin anlamlılığı 3 serbestlik dereceli Wald ki-kare değerine karşılık gelen  $p = 0.0883$  olasılık değeri ile test edilir. Bu değer  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında  $p > \alpha$  olduğundan dolayı modelin istatistiksel olarak anlamlı olmadığı sonucuna ulaşılır. Burada da adimsal regresyon ile en anlamlı model Tablo 5.15’de verilen model olarak bulunmuştur. Tablo 5.15’deki sonuçlara bakıldığında hem modelin hem de katsayıların anlamlı olduğu sonucuna ulaşılır. Ayrıca Tablo 5.15’de ifade edilen *Insig2u* ifadesi kesit etkisinin

varyansının logaritmasını,  $\sigma u$  ise kesit etkisinin standart hatasını gösterir.  $\rho$  sayısı ise kesit etkisine ait varyansın toplam varyans içerisindeki payını ifade eder.

**Tablo 5.15.** Denklem 5.3’de  $eiimko$  değişkeni çıkarıldıktan sonra rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Rassal Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	4.18e <sup>-15</sup>	5.19e <sup>-14</sup>	-2.67	0.008
ücaio	1.01e <sup>+20</sup>	1.75e <sup>+21</sup>	2.66	0.008
eo	8.2e <sup>+183</sup>	1.3e <sup>+186</sup>	2.59	0.010
Insig2u	3.358823	0.9280266		
$\sigma u$	5.362399	2.488224		
$\rho$	0.8973366	0.0854932		
Grupların Sayısı: 12 Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7 Toplam Gözlemlerin Sayısı: 84 Log En Çok Olabilirlik Değeri: -25.745527 Wald ki-kare istatistiği: 7.33 (2 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0256 $\rho$ 'nun en çok olabilirlik oranı ki-kare istatistiği: 25.28 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri < 0.001				

Tablo 5.15’in en altında yer alan değer ( $\chi^2$ ),  $\rho$  sayısının test edilmesinde kullanılan değerdir.  $\rho$  sayısını test etmek için kurulan hipotezler

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

şeklindedir. Burada sıfır hipotezinin reddedilememesi durumunda, panel veri dikkate alınmadan lojistik regresyon modelinin; sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda panel veri ile lojistik regresyon modelinin yapılması gerektiği ifade edilir. Tablo 5.15’e bakıldığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir ve *panel veri ile lojistik regresyon modeli yapılması gerektiği* sonucuna ulaşılır.

Tablo 5.15’de yer alan anlamlı değişkenlerin odds oranları 1’den büyük olduğu için bağımlı değişken olan *iko* üzerinde bir etkiye sahip olduğu sonucuna varılır. Tablo 5.15’de verilen tahminler *mean and variance adaptive Gauss-Hermite quadrature integrasyon metoduyla* yapılmıştır.

Bu uygulama çalışmasının logistik panel veri modelleri STATA programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bununla birlikte rassal etkili lojistik panel veri modelleri R programındaki pglm paketi kullanılarak da yapılabilmektedir. Tablo 5.16 ve Tablo 5.17’de, sözkonusu programları karşılaştırmak amacıyla, sırasıyla STATA ve R paket programları kullanılarak elde edilen sonuçlar listelenmiştir. R paket programı odds oranlı tahminleri hesaplamadığı için STATA programında da tahminler odds oransız yapılmıştır. R paket programında tahminler *Gauss-Hermite quadrature* intergrasyon metoduyla yapıldığı için STATA paket programında da önceki kullanımdan farklı olarak, bu integrasyon metodu seçilmiştir.

**Tablo 5.16.** Stata paket programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Rassal Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	8.872408	3.460539	2.56	0.010
ücaio	8.806447	3.297268	2.67	0.008
eiimko	-21.98723	7.216164	-3.05	0.002
lnsig2u	2.313088	0.7811557		
sigma u	3.178929	1.241619		
rho	0.7544042	0.1447314		
Grupların Sayısı: 12 Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 7 Toplam Gözlemlerin Sayısı: 84 Log En Çok Olabilirlik Değeri: -31.568296 Wald ki-kare istatistiği: 10.39 (2 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0055 rho’nun en çok olabilirlik oranı ki-kare istatistiği: 15.22 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri < 0.001				



Tablo 5.16 ve Tablo 5.17'ye bakıldığında katsayıların neredeyse aynı sonuçları verdiği görülmektedir. Benzer olarak log en çok olabilirlik değerleride aynı sonuçları vermektedir. Tablo 5.16 incelendiğinde bir çok argüman yer alırken Tablo 5.17 ise sadece tahmin ve log en çok olabilirlik değerleri bulunmaktadır. Çünkü R paket programında lojistik regresyon modelleri için kullanılan pglm paketi çok kısıtlıdır. Bu paketle analiz yapıldığında katsayıların standart hatalarını, olasılık değerlerini, modelin anlamlılık değeri vb. gibi değerler elde edilememektedir.

**Tablo 5.17.** R paket programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Rassal Etkili Lojistik Model</b>	
<b>Katsayılar</b>	<b>Tahmin</b>
Sabit Terim	8.872407
ücaio	8.806447
eiimko	-21.98723
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -31.5683	

## **5.2. Doğrudan Yabancı Yatırımların Belirleyicileri**

Bu bölümde 15 OECD ülkesi açısından 2002-2010 periyodu için doğrudan yabancı yatırımları etkileyen faktörler incelenmiştir. Bu uygulama da iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısım doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri açısından doğrusal panel veri modeli, ikinci kısım doğrusal olmayan panel veri modeli analizlerini kapsamaktadır. Kullanılan veriler World Bank World Development Indicator'dan alınmıştır ([www.dataworldbank.org](http://www.dataworldbank.org)).

### **5.2.1. Doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri için doğrusal panel veri modelleri**

Doğrudan yabancı yatırımları etkileyen faktörleri belirlerken kurulan modelin genel yapısı denklem (5.4)'de verilmiştir.

$$fdi = \beta_0 + \beta_1 gfcf + \beta_2 trade + \beta_3 growth + u_{it}, i = 1, \dots, 15; t = 1, \dots, 9 \quad (5.4)$$

Burada *fdi*, doğrudan yabancı yatırımları; *trade*, Gayri Safi Yurtiçi Hasıla'nın (GSYİH) yüzdesi olarak yıllık dış ticaret miktarını; *growth*, GSYİH'nin yüzdesi olarak ekonomik büyüme oranını ve *gfcf*, GSYİH'nin yüzdesi olarak Gayri Safi Sabit Sermaye Oluşumu'nu ifade etmektedir. (5.4) modeli için yapılan istatistiksel analizlerin R ve STATA program çıktıları EK2'de listelenmiştir.

**Birinci adımda**, verinin kesite veya zamana göre panel veri olup olmadığını belirlemek için *Chow testi* yapılmıştır. İlk olarak veri kesite göre incelenerek  $\delta_i$  katsayısı için Chow testi uygulanmıştır. Burada  $\delta_i$  her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıyı ifade etmektedir. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıdaki gibi kurulur.

$$H_0 : \delta_i = \delta$$

$$H_1 : \delta_i \neq \delta$$

Sıfır hipotezi her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olduğunu ifade ederken, alternatif hipotez her bir kesit için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olmadığını ifade etmektedir. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilirse veri kesite göre panel veri olarak dikkate alınmalıdır. Bu teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.18'de verilmiştir.

**Tablo 5.18.** 5.4 modeli için kesite göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

F	sd1	sd2	P-değeri
1.7498	56	75	0.01193
<b>Alternatif hipotez: unstability(Veri, panel veri olarak dikkate alınmalı)</b>			

Tablo 5.18'e göre  $p = 0.01193$  olarak elde edilir. Anlamlılık düzeyi olan  $\alpha$  değeri 0.05 olarak alındığında,  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir. Yani veri kesite göre  $\delta$  katsayısı için panel veridir. Buradan *verinin kesite göre panel veri* olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Sonraki aşamada veri zamana göre incelenerek  $\delta_t$  katsayısı için Chow testi yapılmıştır. Burada  $\delta_t$  her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıyı ifade etmektedir. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$$H_0 : \delta_t = \delta$$

$$H_1 : \delta_t \neq \delta$$

Sıfır hipotezi her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olduğunu ifade ederken, alternatif hipotez her bir zaman için tahmin edilmiş katsayıların birbirine eşit olmadığını ifade etmektedir. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilirse verinin zamana göre panel veri olduğu sonucuna varılacaktır. Bu teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.19'da verilmiştir.

**Tablo 5.19.** 5.4 modeli için zamana göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

F	sd1	sd2	P-değeri
1.0148	32	99	0.4602
<b>Alternatif hipotez: unstability (Veri, panel veri olarak dikkate alınmalı)</b>			

Tablo 5.19'a göre  $p = 0.4602$  iken  $p > \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilemez. Bu sonuca göre *veri zamana göre panel veri değildir*.

Sonuç olarak, verinin kesite göre panel veri iken, zamana göre panel veri olmadığı ortaya çıkmıştır. Diğer bir ifadeyle veri, kesite göre birleştirilerek panel veri elde edilir. Bu nedenle mevcut veri setinde her bir kesit için 9 farklı zaman dilimi bulunur. Dolayısıyla uygulamanın bundan sonraki tüm aşamalarında analizler kesite göre birleştirilen veriler kullanılarak yapılmıştır.

**İkinci adımda** modelin sabit veya rassal etkili bir model olduğunu belirlemek için *Hausman testi* yapılmıştır. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$$H_0 : \text{Model rassal etkili bir modeldir.}$$

$$H_1 : \text{Model sabit etkili bir modeldir.}$$

**Tablo 5.20.** 5.4 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar

$\chi^2$	sd	P-değeri
4.0599	3	0.2551
<b>Alternatif hipotez: one model is inconsistent (Model sabit etkilidir)</b>		

Tablo 5.20'ye göre  $p = 0.2551$  olarak hesaplanmıştır. Yani  $p > \alpha$  olması nedeniyle sıfır hipotezi reddedilemez. Dolayısıyla kurulacak model *rassal etkili modeldir*.

**Üçüncü adımda**, incelenen verinin panel veri olduğuna ve modelin rassal etkiler modeli olduğuna karar verdikten sonra, modelin tek yönlü veya çift yönlü olduğuna karar vermek için sırasıyla *Breusch Pagan, Honda, King-Wu ve Gouriéroux-Holly Monfort* testleri yapılmıştır. Bu testlere ilişkin hipotezler Bölüm 3.2'de ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu dört teste ilişkin sonuçlar Tablo 5.21'de verilmiştir.

**Tablo 5.21.** 5.4 modeli için Breusch Pagan, Honda, King-Wu ve Gouriéroux-Holly-Monfort testleri sonuçları

	$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$	$H_0^b : \sigma_\lambda^2 = 0$	$H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0$
<b>Breusch Pagan</b>	24.23	0.6888	24.9189
<b>Honda</b>	4.9224	0.83	4.0675
<b>King- Wu</b>	4.9224	0.83	3.6304
<b>Gouriéroux, Holly-Monfort</b>	–	–	24.9189

Tablo 5.21'deki testlere ilişkin değerler,  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyine karşılık gelen uygun tablo değerleriyle karşılaştırıldıklarında dört test için de  $H_0^b$  hipotezi reddedilememekteyken  $H_0^a$  ve  $H_0^c$  hipotezleri reddedilmektedir. Dolayısıyla incelenen modelde kesit etkisinin olduğu ancak zaman etkisinin olmadığı belirlenmiştir. Buradan modelin *tek yönlü rassal etkili model* olduğu ortaya çıkmaktadır.

**Dördüncü adımda**, incelenen verinin panel veri olduğuna ve modelin tek yönlü rassal etkili model olduğuna karar verdikten sonra, (5.4) denklemi dikkate alınarak üç adet tek yönlü rassal etkili model kurulmuştur

Model 1: Swamy-Arora tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.22)

Model 2: Amemiya tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.23)

Model 3: Wallace-Hussain tek yönlü bireysel rassal etkili model (Tablo 5.24)

Tablo 5.22-5.24'de söz konusu üç modelin tahmin sonuçları ve özet istatistikleri verilmiştir.

**Tablo 5.22.** Denklem 5.4 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkili Model (Oneway Individual Effect Random Model)</b>				
<b>(Swamy-Arora Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_g^2$ )	29.197	5.403	0.726	
Kesit etkisi ( $\sigma_{\mu}^2$ )	11.026	3.321	0.274	
theta: 0.5232				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	-17.5922	25.6730	-0.6852	0.4944026
gfcf	29.7840	7.2936	4.0836	7.672e <sup>-05</sup>
trade	21.3477	5.7890	3.6876	0.0003305
growth	-29.5929	7.2286	-4.0939	7.376e <sup>-05</sup>
Genel Kareler Toplamı: 4841.60				
Artık Kareler Toplamı: 3853				
R <sup>2</sup> : 0.20419				
Düzeltilmiş R <sup>2</sup> : 0.19814				
F-istatistiği: 11.2043 (3 ve 131 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 1.3589e <sup>-06</sup>				

Tablo 5.22'ye bakıldığında *Etkiler* kısmında, kalan hatanın ( $\mathcal{G}_{it}$ ) ve kesit etkisinin ( $\mu_i$ ) varyansını, standart hatasını ve toplam varyans içerisindeki oranının değerleri yer almaktadır. Ayrıca bu kısımda ifade edilen *theta* değeri ise  $(1 - (\sigma_g / \sigma_1))$  eşitliği ile bulunmuş olan değerdir. Bu değer 1'e yaklaşırsa katsayı tahmincileri, sabit etkili katsayı tahmincilerine yaklaşacaktır. *Katsayılar* bölümünde, modelde bulunan

bağımsız değişkenlerin tahminleri, standart hataları,  $t$  değerleri ve bu  $t$  değerlerine ilişkin  $p$  değerleri yer almaktadır. Söz konusu  $p$  değerleri  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında sabit terim hariç diğer katsayıların anlamlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca Tablo 5.22’de genel kareler toplamı, kalıntı kareler toplamı,  $R^2$ , düzeltilmiş  $R^2$ ,  $F$  istatistiği, bu istatistiğe ilişkin serbestlik derecesi ve bu istatistiğin  $p$  değeri bulunmaktadır. Buradan  $F$  istatistiğinden elde edilen  $p$  değeri anlamlılık düzeyi  $\alpha = 0.05$  ile karşılaştırıldığında modelin anlamlı bir model olduğu sonucuna ulaşılır. Tablo 5.22’de gösterilmiş olan düzeltilmiş  $R^2$  değeri açıklayıcı değişkenlerin açıklanan değişkenin yaklaşık olarak %20’sini açıkladığını göstermektedir.

**Tablo 5.23.** Denklem 5.4 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkili Model (Oneway Individual Effect Random Model)</b>				
<b>(Amemiya Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_\eta^2$ )	29.197	5.403	0.513	
Kesit etkisi ( $\sigma_\mu^2$ )	27.761	5.269	0.487	
theta: 0.6765				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	-25.6843	34.4219	-0.7462	0.456907
gfcf	32.6585	7.4761	4.3684	2.522e <sup>-05</sup>
trade	23.5957	7.4892	3.1506	0.002019
growth	-31.9701	7.6231	-4.1939	5.017e <sup>-05</sup>
Genel Kareler Toplamı: 4449				
Artık Kareler Toplamı: 3634.30				
R <sup>2</sup> : 0.1831				
Düzeltilmiş R <sup>2</sup> : 0.17768				
F-istatistiği: 9.78775 (3 ve 131 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 7.1648e <sup>-06</sup>				

Tablo 5.23 ve 5.24’de ise sırasıyla Amemiya ve Wallace-Hussain varyans bileşen tahmincisi kullanılarak tek yönlü rassal etkili modelin istatistiksel tahminleri ve özet istatistikleri yer almaktadır.

**Tablo 5.24.** Denklem 5.4 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri

<b>Bireysel Tek Yönlü Rassal Etkili Model (Oneway Individual Effect Random Model) (Wallace-Hussain Dönüşümü)</b>				
<b>Etkiler</b>				
	Varyans	Standart Sapma	Varyans İçerisindeki Oran	
Kalan hata ( $\sigma_\eta^2$ )	29.698	5.450	0.788	
Kesit etkisi ( $\sigma_\mu^2$ )	7.981	2.825	0.212	
theta: 0.4592				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	-15.7606	23.3006	-0.6764	0.4999767
gfcf	28.4930	7.2072	3.9534	0.0001254
trade	20.7989	5.2912	3.9308	0.0001364
growth	-28.4452	7.1018	-4.0053	0.0001032
Genel Kareler Toplamı: 5050.10				
Artık Kareler Toplamı: 3964.30				
R <sup>2</sup> : 0.215				
Düzeltilmiş R <sup>2</sup> : 0.20863				
F-istatistiği: 11.9599 (3 ve 131 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 5.6828e <sup>-07</sup>				

Katsayıların olasılık değerleri ile  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi karşılaştırıldığında sabit terim hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Tabloların  $F$  istatistiğinden elde edilen  $p$  değerlerine bakıldığında modellerin anlamlı bir model olduğu sonucuna ulaşılır. Kurulmuş olan üç model içinde hata kareler toplamı en küçük olan, kesit etkisi en yüksek olan model Amemiya

(Model2)'dir. Bu nedenle, bundan sonraki adımlarda yapılan analizlerde Model2 dikkate alınmıştır.

**Beşinci adımda**, *Durbin-Watson* ve *Breusch-Pagan* testleri kullanılarak sırasıyla modelin otokorelasyon ve değişen varyanslılık durumları incelenmiştir.

Otokorelasyon testine ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$$H_0 : Modelde seri korelasyon yok.$$

$$H_1 : Modelde seri korelasyon var.$$

**Tablo 5.25.** Deklem 5.4 için otokorelasyon testi sonuçları

Durbin-Watson değeri	P değeri
2.067	0.7628

**alternative hypothesis: serial correlation in idiosyncratic errors (Otokorelasyon var)**

Tablo 5.25'e bakıldığında,  $p = 0.7628$  iken  $\alpha = 0.05$  olarak alındığında  $p > \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilemez. Yani modelde *otokorelasyon yoktur*. Fakat eklemek gerekir ki, otokorelasyon testleri uzun periyotlu zaman serilerine sahip makro panellerde uygulanırken, oldukça küçük periyotlu zaman serilerine sahip mikro panellerde bir problem teşkil etmemektedir (Torres ve Reyna 2010).

Değişen varyanslılığa ilişkin hipotezler ise aşağıdaki gibidir.

$$H_0 : Model sabit varyanslıdır.$$

$$H_1 : Model değişen varyanslıdır.$$

**Tablo 5.26.** Deklem 5.4 için değişen varyanslılık testi sonuçları

Breusch-Pagan değeri	sd	P-değeri
43.3441	3	2.08e <sup>-09</sup>

**Alternatif hipotez: one model is inconsistent (Model değişen varyanslıdır)**

Tablo 5.26'ya bakıldığında  $p = 2.08e^{-09}$  iken  $\alpha = 0.05$ 'dir.  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir. Buradan model *değişen varyanslıdır*.



Modelde değişen varyans olması durumunda *robust tahminciler* kullanılır. Tablo 5.27’de incelenen model için robust tahmincilerin sonuçları listelenmiştir.

**Tablo 5.27.** Deklem 5.4 için robust tahminci sonuçları

<b>Katsayıların t istatistik değerleri</b>				
	Tahmin	Standat hata	t değeri	P-değeri
<b>Sabit terim</b>	-25.6843	41.1576	-0.6240	0.5336805
<b>gfcf</b>	32.6585	8.5161	3.8349	0.0001943
<b>trade</b>	23.5957	9.2236	2.5582	0.0116594
<b>growth</b>	-31.9701	9.7122	-3.2917	0.0012799

Tablo 5.27’de ifade edilen robust tahminci sonuçları bulunurken *White1*, *White2* ve *Arellano* methodları içerisinde *White1* seçilmiştir. Çünkü *White1* methodu modelde otokorelasyon olmaması ancak değişen varyanslı olması durumunda kullanılmaktadır. Ayrıca robust tahmincileri bulunurken *HC0*, *HC1*, *HC2*, *HC3* ve *HC4* türlerinden *HC0* seçilmiştir. Çünkü bu model için *HC0* uygundur (Torres ve Reyna 2010).

Tablo 5.27’ye bakıldığında tahmin edilmiş katsayılar değerleri ile Tablo 5.23’de tahminlenmiş katsayı değerleri aynıdır. Sadece bu katsayılar için hesaplanan standart hatalar, *t* değerleri ve bu değerlere karşılık olasılık değerlerinde değişiklikler vardır. Tablo 5.27’den görüldüğü üzere katsayıların olasılık değerleri ile anlamlılık düzeyi karşılaştırıldığında sabit terim hariç diğer bütün katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır. Tablo 5.27’den tahmin edilmiş olan regresyon modeli aşığıdaki şekilde yazılabilir.

$$fdi = -25.6843 + 32.6585 \text{ gfcf} + 23.5957 \text{ trade} - 31.9701 \text{ growth} \quad (5.5)$$

Denklem (5.5)’e bakıldığında, doğrudan yabancı yatırımları, GSYİH’nın yüzdesi olarak Gayri Safi Sabit Sermaye Oluşumu ve Gayri Safi Yurtiçi Hasıla’nın (GSYİH) yüzdesi olarak yıllık dış ticaret miktarı pozitif yönde etkilerken GSYİH’nın yüzdesi olarak ekonomik büyüme oranını negatif yönde etkilemektedir. Denklem (5.5)’e bakıldığında GSYİH’nın yüzdesi olarak Gayri Safi Sabit

Sermaye Oluşumu bir birim artarsa doğrudan yabancı yatırımlar 32.6585 kadar artacaktır.

### 5.2.2. Doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri için lojistik panel veri modelleri

Uygulama çalışmasının bu aşamasında doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri için lojistik regresyon kullanılarak panel veri modelleri oluşturulmuştur. Bu amaçla kullanılan lojistik panel veri modeli denklem 5.6'da yer almaktadır.

$$g(E(fdi)) = \beta_0 + \beta_1 gfcf + \beta_2 trade + \beta_3 growth + u_{it}, i = 1, \dots, 15; t = 1, \dots, 9 \quad (5.6)$$

Burada tıpkı doğrusal panel veri modellerinde olduğu gibi, *fdi*, doğrudan yabancı yatırımları; *trade*, Gayri Safi Yurtiçi Hasıla'nın (GSYİH) yüzdesi olarak yıllık dış ticaret miktarını; *growth*, GSYİH'nin yüzdesi olarak ekonomik büyüme oranını ve *gfcf*, GSYİH'nin yüzdesi olarak Gayri Safi Sabit Sermaye Oluşumu'nu ifade etmektedir.  $g(E(fdi))$  terimi ise bağımlı değişkenin beklenen değeri için seçilen link fonksiyonudur. Sözkonusu fonksiyon, binom dağılımına uygun olarak logit fonksiyondur ve bu şekilde kanonik bir link seçilmiş olur.

Uygulama çalışmasının bu bölümünde, bağımlı değişken *fdi* için, ortalama alınarak 6,8 olarak bulunmuştur. Bu ortalamanın altındaki değerlere sıfır (0), ortalamanın üstündeki değerlere ise bir (1) verilerek yeni bir *fdi* verisi oluşturulmuştur. Daha sonra, yeni elde edilen *fdi* verisi kullanılarak sabit etkili ve rassal etkili lojistik panel veri analizler gerçekleştirilmiştir. Lojistik regresyon modellerinde, parametreler odds oranlı tahminleri üzerinden yorumlanmaktadır. Bu nedenle aşağıdaki analizlerde modellerin odds oranlı tahminleri hesaplanmıştır.

İlk olarak sabit etkili panel lojistik model incelenmiştir. Bu modele ilişkin sonuçlar Tablo 5.28'de verilmiştir. Tablo 5.28'in en alt kısmında 6 grup dolayısıyla 54 gözlemin düştüğü ifade edilmektedir. Bu durum *fdi* verisinden kaynaklanmaktadır. *fdi* verisi 6 grup için (54 gözlem) 9 zaman periyodu boyunca, her bir grubun tamamında sıfır ya da tamamında bir değerini almıştır. Dolayısıyla bu gruplarda herhangi bir değişiklik olmamaktadır ve bu gruplar analizden çıkarılmaktadır.

Modelin anlamlılığı LR (olabilirlik oranı) 3 serbestlik dereceli ki-kare ( $\chi^2_{(3)}$ ) değerine karşılık gelen  $p = 0.0018$  olasılık değeri ile yorumlanır. Bu değer  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı modelin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılır. Ancak burada *gfcf* haricindeki katsayıların anlamsız olduğu görülür. Bu aşamada adımsal regresyon yapılarak en anlamlı model elde edilir. İlk olarak modelden *growth* değişkeni çıkarılarak Tablo 5.29'da verilen sonuçlar elde edilir.

**Tablo 5.28.** Denklem 5.6 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
<i>gfcf</i>	65730.1	323386.6	2.25	0.024
<i>trade</i>	7383901	7.36e <sup>+07</sup>	1.59	0.113
<i>growth</i>	6.263757	75.83478	0.15	0.880

Grupların Sayısı: 9  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 9  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 81  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -21.720125  
LR ki-kare istatistiği: 14.98 (3 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0018  
Not: 6 grup dolayısıyla 54 gözlem düşmüştür.

**Tablo 5.29.** Denklem 5.6’da *growth* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
gfcf	102159.7	410056	2.87	0.004
trade	1.38e <sup>+07</sup>	1.26e <sup>+08</sup>	1.80	0.072

Grupların Sayısı: 9  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 9  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 81  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -21.731508  
LR ki-kare istatistiği: 14.96 (2 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0006  
Not: 6 grup dolayısıyla 54 gözlem düşmüştür.

Tablo 5.29’da *trade* değişkeninin yine anlamsız olduğu görülmektedir. Buradan *trade* değişkeninin modelden çıkarılması sonucunda Tablo 5.30’da verilen sonuçlar elde edilir.

**Tablo 5.30.** Denklem 5.6’da *trade* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Koşullu Sabit Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Odds Oranı	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
gfcf	108583.5	459515.4	2.74	0.006

Grupların Sayısı: 9  
Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 9  
Toplam Gözlemlerin Sayısı: 81  
Log En Çok Olabilirlik Değeri: -23.497782  
LR ki-kare istatistiği: 11.43 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0007  
Not: 6 grup dolayısıyla 54 gözlem düşmüştür.

Tablo 5.30’a bakıldığında hem modelin hem de bağımsız değişkenin anlam olduğu sonucuna ulaşılır. Tablo 5.30’daki bağımsız değişkenin odds oranı değeri 1’den büyük olduğu için bağımlı değişken olan *fdi* üzerinde bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılır.

İkinci olarak rassal etkili panel lojistik model incelenmiştir. Bu modele ilişkin sonuçlar Tablo 5.31’de verilmiştir.

**Tablo 5.31.** Denklem 5.6 için rassal etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

<b>Rassal Etkili Lojistik Model</b>				
<b>Katsayılar</b>				
	Tahmin	Standart Hata	z-değerleri	Pr(> t )
Sabit Terim	4.45e <sup>-06</sup>	0.0000675	-0.81	0.417
gfcf	90304.86	431692.4	2.39	0.017
trade	820000.7	3617753	3.09	0.002
growth	5.46e <sup>-06</sup>	0.0000258	-2.56	0.010
lnsig2u	0.9692516	0.7518366		
sigma u	1.623567	0.6103287		
rho	0.4448266	0.1856705		

Grupların Sayısı: 15  
 Her bir Gruptaki Gözlem Sayısı: 9  
 Toplam Gözlemlerin Sayısı: 135  
 Log En Çok Olabilirlik Değeri: -46.140526  
 Wald ki-kare istatistiği: 14.87 (3 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.0019  
 rho'nun en çok olabilirlik oranı ki-kare istatistiği: 12.63 (1 serbestlik derecesi ile), p-değeri: 0.001

Tablo 5.31’e bakıldığında modelin anlamlılığı 3 serbestlik dereceli Wald ki-kare değerine karşılık gelen  $p = 0.0019$  olasılık değeri ile test edilir. Bu değer  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyi ile karşılaştırıldığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı modelin istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılır. Bağımsız değişkenlere karşılık gelen olasılık değerlerine bakıldığında sabit terim hariç diğer katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülür. Ayrıca Tablo 5.31’de ifade edilen *lnsig2u* ifadesi kesit etkisinin varyansının logaritmasını, *sigma u* ise kesit etkisinin standart hatasını gösterir. *rho* sayısı ise kesit etkisine ait varyansın toplam varyans içerisindeki payını ifade eder. Tablo 5.31’in en altında yer alan değer ( $\chi^2$ ), *rho* sayısının test edilmesinde kullanılan değerdir. *rho* sayısını test etmek için kurulan hipotezler

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

şeklindedir. Burada sıfır hipotezinin reddedilmemesi durumunda panel veri dikkate alınmaksızın lojistik regresyon modelinin; sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda panel veri ile lojistik regresyon modelinin yapılması gerektiği ifade edilir. Tablo 5.31'e bakıldığında  $p < \alpha$  olduğundan dolayı sıfır hipotezi reddedilir ve *panel veri ile lojistik regresyon modeli yapılması gerektiği* sonucuna ulaşılır. Tablo 5.31'de yer alan anlamlı değişkenlerin odds oranı 1'den büyük olduğu için bağımlı değişken olan *fdi* üzerinde bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılır.

### 5.3. Uygulamada Kullanılan Paket Programlar Hakkında Kısa Bilgiler

Uygulama 5.1 ve 5.2'de doğrusal panel modeller için analizler R paket programı yardımıyla, doğrusal olmayan panel modeller için ise analizler STATA paket programı yardımıyla yapılmıştır. R paket programı kullanılarak analizler yapılırken çeşitli paketlerden yararlanılmıştır. Bunlar `plm`, `pglm`, `lmtest` ve `car` paketleridir. `plm` paketi lineer panel modellerini kapsayan pakettir. `plm` ifadesi panel lineer modelin kısaltılmasıdır. Bu paket lineer panel modellerin incelenmesinde gerekli olan birçok testi içermektedir. `plm` paketi ile incelenen veri kesit veya zaman boyutu olarak kolaylıkla incelenebilir. Ayrıca modellerin belirlenmesinde kullanılan çeşitli hipotez testleri yapılabilir ve belirlenen modeller tahminlenebilir. Bu paket yardımıyla yapılan testler ve tahminlenen modeller için kapsamlı sonuçlar elde edilir. Uygulamalarda kullanılan diğer paket ise `pglm` paketidir. Bu paket genelleştirilmiş lineer panel modelleri yani doğrusal olmayan panel modellerini içermektedir. Örneğin lojistik, probit, poisson vb. gibi modellerin tahmininde gerekli olan ve kullanılan pakettir. `pglm` paketi kısıtlı bir pakettir. Yani tahminlenen modeller için çok kapsamlı bilgiler vermemektedir. Kullanılan bir sonraki paket ise `lmtest` paketidir. Bu paket lineer regresyon modelleri için gerekli olan testleri içermektedir. `lmtest` ile lineer regresyon modellerinin kontrolü için testler, model tahminleri vb. gibi işlemler yapılabilir. Son olarak kullanılan paket ise `car` paketidir. Bu paket `plm` paketi içerisinde yer alan robust tahmincilerin belirlenmesinde ihtiyaç duyulan bir pakettir. Bu nedenle bu paketin içeriği çok fazla incelenmemiştir. Yukarıda ifade edildiği gibi `pglm` paketi lojistik,

probit, poisson vb. gibi modelleri için kısıtlı bilgiler verdiğinden dolayı bu modellerin analizleri için STATA paket programı kullanılmıştır. Çalışmada sadece lojistik regresyon incelendiği için *logit* ifadesi kullanılmıştır. Panel veri ile lojistik regresyon olması sebebiyle *xtlogit* ifadesinden yararlanılmıştır. *xt* incelenen verinin panel veri olduğunu ifade etmektedir. *xtlogit* ifadesi rassal etkili, koşullu sabit etkili ve kitle ortalamalı lojistik modellerini içermektedir. Burada rassal ve koşullu sabit etkili modeller incelenmiştir. STATA programında analizler hem kodlar yazılarak hem de programda bulunan menüler kullanılarak yapılabilir.

## 6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasının amacı, zaman ve kesit serilerinin birleşmesinden oluşan panel veriyi kullanarak çeşitli regresyon modellerinin incelenmesidir. Çalışmada tek yönlü ve çift yönlü doğrusal regresyon modelleri ve doğrusal olmayan lojistik regresyon modelleri ele alınmıştır. Tek yönlü ve çift yönlü modellerin herbiri sabit ve rassal etkili modeller olarak incelenmiştir. Bu modellerde parametrelerin tahmini için çeşitli yöntemler ele alınmıştır. Ayrıca farklı yaklaşımlarda farklı varyans bileşen tahmincileri kullanıldığı için, tek ve çift yönlü rassal etkiler modelleri farklı varyans bileşen tahmincileri için incelenmiştir. Doğrusal tek ve çift yönlü modellerin belirlenmesinde kullanılan hipotez testleri kullanılarak uygun modelin belirlenmesi incelenmiştir. Doğrusal olmayan lojistik regresyon modeli için sabit etkiler durumunda en çok olabilirlik yöntemiyle bulunan tahminciler tutarsız oldukları için, katsayıların koşullu en çok olabilirlik yöntemiyle tahminlenmesi gerektiği ifade edilmiştir. Bu teorik incelemeleri kapsayacak şekilde iki farklı uygulama yapılmıştır. İlk uygulamada Türkiye’de 15 yaş üstü kadınların işgücüne katılım oranları problemi ele alınmıştır. Bu problem hem doğrusal panel veri modelleri ve hem de lojistik panel veri modelleri olarak iki kısımda incelenmiştir. Doğrusal panel veri modelleri kısmında verinin kesite göre panel veri olduğu ve uygun modelin tek yönlü rassal etkili bir model olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, bulunan uygun tek yönlü rassal etkiler modelinde otokorelasyon ve değişen varyanslılık sorununun ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu sorunları ortadan kaldırmak için robust tahminciler kullanılmış ve sonuçlar yorumlanmıştır. Lojistik model kısmında ise bağımlı değişkenini ortalama değerinin altındaki değerlere sıfır, kalan değerlere ise bir verilerek sabit etkili ve rassal etkili lojistik panel veri analizleri yapılmıştır. Koşullu en çok olabilirlik yöntemiyle tahminlenen sabit etkili lojistik regresyon modelinde katsayıların tahmincilerinin istatistiksel olarak anlamsız olduğu belirlenmiştir. Bu sorunu ortadan kaldırmak için en anlamsız tahminler sırasıyla çıkarılmakla adimsal olarak en uygun model belirlenmiştir. Lojistik regresyon modellerinde yorumlar odds oranlı tahminler üzerinden yapıldığından dolayı, bu süreçte katsayıların odds oranlı tahminleri hesaplanmıştır. Katsayıların anlamlı olması şartıyla, odds oranı tahmin değeri 1’den büyük olan katsayıların bağımlı değişken üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu



bilinmektedir. Uygulamada anlamlı katsayıların odds oranlı tahmini 1'den büyük olduğu tespit edilerek bağımlı değişken üzerinde önemli bir etkiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Sonra ise rassal etkili lojistik model için de odds oranlı tahminler hesaplanarak, odds oranları 1'den büyük anlamlı katsayıların bağımlı değişken üzerinde etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. Rassal etkili modelin analizi sonucunda *rho* katsayısının (kesite ait varyans ögesinin toplam varyans içindeki oranı) test edilmesi sonucunda bir olasılık değeri bulunmuştur. Bu test sonucunda lojistik modelin tahmininde panel verinin dikkate alınması veya dikkate alınmaması incelenmiştir. Anlamlılık düzeyi elde edilen *rho* olasılık değeri ile karşılaştırılarak, panel veriyle lojistik regresyon modelinin yapılması gerektiği sonucuna varılmıştır. İkinci uygulamada ise doğrudan yabancı yatırımların belirleyicileri problemi incelenmiştir. Bu uygulamanın doğrusal panel veri modelleri kısmında verinin kesite göre panel veri ve uygun modelin tek yönlü rassal etkili model olduğu tespit edilmiştir. Bulunan modelde otokorelasyon sorunu ortaya çıkmaz iken, değişen varyanslılık durumuyla karşılaşılmıştır. Burada da robust tahmincileri kullanmakla sorun ortadan kaldırılmıştır. Ancak her iki uygulamada robust tahmincilerin hesaplanması için farklı metodlar seçilmiştir. İkinci uygulamada da lojistik regresyon modeli için koşullu sabit etkili ve rassal etkili lojistik modeller belirlenerek, odds oranı tahminleri 1'den büyük olan katsayıların bağımlı değişken üzerinde önemli bir etkisi olduğu gözlemlenmiştir. Rassal etkiler modelinde *rho* katsayısının test edilmesi sonucunda elde edilen olasılık değeriyle anlamlılık düzeyi karşılaştırılarak panel veriyle lojistik regresyon modelinin yapılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Yapılan bu tez çalışmasının devamında, özellikle mikro panellerle çalışılırken, model varsayımları daha ayrıntılı şekilde incelenmelidir. Bununla birlikte, bu tez çalışmasında, koşullu bağımlı değişken için yanıt değişkeninin binom dağılımı gösterdiği durumun incelenmesine karşın, farklı istatistiksel dağılımlara sahip yanıt değişkenleri içeren modeller de incelenebilir. Ayrıca doğrusal olmayan regresyon modellerinde normal dağılıma karşılık gelen probit modeller de incelenmelidir.

## KAYNAKLAR

- Akdeniz, F. ve Öztürk, F. (1996), *Lineer Modeller*, A.Ü.F.F Döner Sermaye İşletmesi Yayınları No:38, Ankara.
- Amemiya, T. (1971), “The Estimation of the Variances in a Variance-Components Model”, *International Economic Review*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-13.
- Baltagi, B. H., Chang, Y. J. ve Li, Q. (1992), “Monte Carlo results on several new and existing tests for the error component model”, *Journal of Econometrics*, 54, pp. 95-120.
- Baltagi, B. H. ve Raj, B. (1992), “A Survey of Recent Theoretical Developments in the Econometrics of Panel Data”, *Empirical Economics*, 17, 85-109.
- Baltagi, B. H. (2005), *Econometric Analysis of Panel Data*, England.
- Björklund, A. (1985), “Unemployment and Mental Health: Some Evidence from Panel Data”, *The Journal of Human Resources*, Vol. 20, No. 4, pp. 469-483.
- Breusch, T. S. ve Pagan, A. R. (1980), “The Lagrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specification in Econometrics”, *The Review Economic Studies*, Vol. 47, No.1, pp. 239-253.
- Chamberlain, G. (1980), “Analysis of Covariance with Qualitative Data”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 47, No. 1, pp. 225-238.
- Chow, G. C. (1960), “Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions”, *Econometrica*, Vol. 28, No. 3, pp. 591-605.
- Croissant, Y. ve Millo, G. (2013), *Panel Data Econometrics in R: The plm Package*, <http://cran.r-project.org/web/packages/plm/vignettes/plm.pdf>.
- Fuller, W. A. ve Battese, G.E. (1973), “Transformations for Estimation of Linear Models with Nested Error Structure”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 68, No. 343, pp. 626-632.
- Fuller, W. A. ve Battese, G.E. (1974), “Estimation of Linear Models with Cross Error Structure”, *Journal of Econometrics*, 2, 67-78.

- Gourieroux, C., Holly, A. ve Monfort, A. (1982), “Likelihood Ratio Test, Wald Test, and Kuhn-Tucker Test in Linear Models with Inequality Constraints on the Regression Parameters”, *Econometrica*, Vol. 50, No. 1, pp. 63-80.
- Graybill, F.A. (1961), *An Introduction to Linear Statistical Models Volume 1*, McGraw-Hill, New York.
- Harville, D. A. (1997), *Matrix Algebra from a Statistician’s Perspective*, 2. Cilt, New York.
- Hsiao, C. (2003), *Analysis of Panel Data*, Cambridge University Press, United Kingdom.
- Hausman, J. A. (1978), “Specification Tests in Econometrics”, *Econometrica*, 46, 1251-1271.
- Heckman, J. J. (1979), “Sample Selection Bias as a Specification Error”, *Econometrica*, Vol. 47, No.1, pp. 153-161.
- Honda, Y. (1985), “Testing the Error Components Model with Non-Normal Disturbances”, *The Review Economic Studies*, Vol. 52, No. 4, pp. 681-690.
- Kılıç, D. ve Öztürk, S. (2014), “Türkiye’ de Kadınların İşgücüne Katılımı Önündeki Engeller ve Çözüm Yolları: Bir Ampirik Uygulama”, *Amme İdaresi Dergisi*, Cilt 47, Sayı 1, sayfa 107-130.
- King, M. L. ve Wu, P. Z. (1997), “Locally optimal One-Sided Tests for Multiparameter Hypotheses”, *Econometric Reviews*, 16(2), 131-156.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A. ve Vining, G. G. (2001), *Introduction to Linear Regression Analysis*, A Wiley Interscience Publication, United States of America.
- Neyman, J. ve Scott, E. L. (1948), “Consistent Estimates Based on Partially Consistent Observations”, *Econometrica*, Vol. 16, No.1, pp. 1-32.
- Özer, B. ve Biçerli, K. (2003), “Türkiye’ de Kadın İşgücünün Panel Veri Analizi”, *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 3 (1), sayfa 55-85.

- Swamy, P. A. V. B. ve Arora, S. S. (1972), “The Exact Finite Sample Properties of the Estimator of Coefficient in the Error Components Regression Models”, *Econometrica*, Vol. 40, No. 2, pp. 261-275.
- Tatoğlu, F.Y. (2013a), *Panel Veri Ekonometrisi Stata Uygulamalı*, Beta, Türkiye.
- Tatoğlu, F.Y. (2013b), *İleri Panel Veri Analizi Stata Uygulamalı*, Beta, Türkiye.
- Torres, O. ve Reyna (2010), *Getting Started in Fixed/Random Effect Models Using R*, <http://dss.princeton.edu/training/>
- Türkiye İstatistik Kurumu, *İşgücü İstatistikleri*, [www.tuik.gov.tr](http://www.tuik.gov.tr).
- Türkiye İstatistik Kurumu (2012), *İstatistiklerle Kadın*, [http://www.tuik.gov.tr/Kitap.do?metod=KitapDetay&KT\\_ID=11&KITAP\\_ID=238](http://www.tuik.gov.tr/Kitap.do?metod=KitapDetay&KT_ID=11&KITAP_ID=238).
- Uraz, A., Aran, M., Hüsamoğlu, M., Şanalımış, D. O. ve Çapar, S. (2010), *Türkiye’de Kadınların İşgücüne Katılımında Son Dönemde Gözlenen Eğilimler*, Türkiye Cumhuriyeti Devlet Planlama Teşkilatı ve Dünya Bankası Refah ve Sosyal Politika Analitik Çalışma Programı, No:2, Ankara.
- Üçler, K. ve Kızılkaya, O. (2014), “Kadın İstihdamının Boşanma ve Doğurganlık Üzerine Etkileri: Türkiye Üzerine Bölgesel Panel Veri Analizi”, *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, Yıl:2, Sayı: 2/2, sayfa 28-43.
- Wallace, T. D. ve Hussain, A. (1969), “The Use of Error Components Models in Combining Cross Section with Time Series Data”, *Econometrica*, Vol. 37, No. 1, pp. 55-72.
- Wansbeek, T. ve Kapteyn, A. (1982), “A Simple Way to Obtain the Spectral Decomposition of Variance Components Models for Balanced Data”, *Communications in Statistics*, A11, 2105-2112.
- Wansbeek, T. ve Kapteyn, A. (1983), “A Note on Spectral Decomposition and Maximum Likelihood Estimation in ANOVA Models with Balanced Data”, *Statistics & Probability Letters*, 1, 213-215.

Winkelmann, L. ve Winkelmann, R. (1998), "Why are the Unemployed so Unhappy?", *Economica*, 65, 1-15.

Wooldridge, J. M. (2001), *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press Cambridge, London England.

[www.dataworldbank.org](http://www.dataworldbank.org).

## EKLER

### Ek-1 5.1 Uygulaması için R ve STATA program çıktıları

**Tablo 5.1.** 5.1 modeli için kesite göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

```
F statistic
data: iko ~ eiimko + ücaio + eo
F = 20.7476, df1 = 44, df2 = 36, p-value = 7.673e-16
alternative hypothesis: unstability
```

**Tablo 5.2.** 5.1 modeli için zamana göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

```
F statistic
data: iko ~ eiimko + ücaio + eo
F = 0.4056, df1 = 24, df2 = 56, p-value = 0.9913
alternative hypothesis: unstability
```

**Tablo 5.3.** 5.1 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar

```
Hausman Test
data: iko ~ eiimko + ücaio + eo
chisq = 2.2034, df = 3, p-value = 0.5313
alternative hypothesis: one model is inconsistent
```

**Tablo 5.5.** Denklem 5.1 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model (Swamy-Arora's
transformation)
Call:
plm(formula = iko ~ eiimko + ücaio + eo, data = iko.data, model
= "random")
Balanced Panel: n=12, T=7, N=84
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 3.807  1.951 0.14
individual    23.402  4.838 0.86
theta: 0.8493
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept)  23.4945    4.7753  4.9200 4.548e-06
eiimko       -27.4173    4.8300 -5.6765 2.128e-07
ücaio        30.4760    5.0569  6.0266 4.878e-08
eo           255.5535   40.6192  6.2914 1.570e-08
Total Sum of Squares: 761.53
Residual Sum of Squares: 302.09
R-Squared      : 0.60331
Adj. R-Squared : 0.57458
F-statistic: 40.5557 on 3 and 80 DF, p-value: 4.8914e-16
```

**Tablo 5.6.** Denklem 5.1 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model (Amemiya's
transformation)
Call:
plm(formula = iko ~ eiimko + ücaio + eo, data = iko.data, model
= "random", random.method = "amemiya")
Balanced Panel: n=12, T=7, N=84
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 3.807  1.951 0.155
individual    20.738  4.554 0.845
theta: 0.8401
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept)  23.6455    4.7541  4.9737 3.682e-06
eiimko       -27.6897    4.8349 -5.7271 1.724e-07
ücaio        30.4988    5.0024  6.0969 3.616e-08
eo           255.8156   40.4431  6.3253 1.357e-08
Total Sum of Squares: 778.82
Residual Sum of Squares: 306.88
R-Squared    : 0.60597
Adj. R-Squared : 0.57712
F-statistic: 41.0105 on 3 and 80 DF, p-value: 3.7431e-16
```

**Tablo 5.7.** Denklem 5.1 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model (Wallace-
Hussain's transformation)
Call:
plm(formula = iko ~ eiimko + ücaio + eo, data = iko.data,
model = "random", random.method = "walhus")
Balanced Panel: n=12, T=7, N=84
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 4.430  2.105 0.223
individual    15.453  3.931 0.777
theta: 0.8017
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept)  24.3276    4.6966  5.1799 1.623e-06
eiimko       -28.9076    4.8558 -5.9533 6.659e-08
ücaio        30.6030    4.7999  6.3757 1.091e-08
eo           256.7362   39.7876  6.4527 7.819e-09
Total Sum of Squares: 862.64
Residual Sum of Squares: 329.69
R-Squared    : 0.61781
Adj. R-Squared : 0.58839
F-statistic: 43.1064 on 3 and 80 DF, p-value: < 2.22e-16
```

**Tablo 5.8.** Denklem 5.1 için otokorelasyon testi için sonuçlar

```
Durbin-Watson test for serial correlation in panel models
data: iko ~ eiimko + ücaio + eo
DW = 1.2182, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: serial correlation in idiosyncratic
errors
```

**Tablo 5.9.** Denklem 5.1 için değişen varyanslılık için sonuçlar

```
Breusch-Pagan test
data: iko ~ eiimko + ücaio + eo
BP = 10.5516, df = 3, p-value = 0.01442
```

**Tablo 5.10.** Denklem 5.1 için robust tahminci sonuçları

```
t test of coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  23.4945     9.8243   2.3915 0.019129 *
eiimko       -27.4173    10.9358  -2.5071 0.014198 *
ücaio        30.4760     8.9871   3.3911 0.001084 **
eo           255.5535    41.5488  6.1507 2.873e-08 ***
Signif. Codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

**Tablo 5.11.** Denklem 5.3 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
note: multiple positive outcomes within groups encountered.
note: 7 groups (49 obs) dropped because of all positive or
      all negative outcomes.
```

```
Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =   35
Group variable: blge                          Number of groups =    5

Obs per group: min =    7
                  avg =   7.0
                  max =    7

LR chi2(3) = 20.85
Prob > chi2 = 0.0001

Log likelihood = -5.231431
```

iko	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
cratil	7.46e+28	2.85e+30	1.74	0.082	.0002165 2.57e+61
evileriilemegul	1.74e-20	5.49e-19	-1.44	0.150	2.19e-47 1.38e+07
emeklilerinoran	1.6e+288	6.1e+290	1.68	0.094	1.90e-49 .



**Tablo 5.12.** Denklem 5.3’de *eimko* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

note: multiple positive outcomes within groups encountered.  
 note: 7 groups (49 obs) dropped because of all positive or  
 all negative outcomes.

```

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =       35
Group variable: blge                          Number of groups =        5

                                                Obs per group: min =        7
                                                avg =           7.0
                                                max =           7

                                                LR chi2(2)      =       16.03
Log likelihood = -7.6409946                    Prob > chi2     =       0.0003
    
```

iko	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
cratil	1.71e+20	4.55e+21	1.75	0.081	.0034273 8.49e+42
emeklilerinoran	6.7e+152	1.2e+155	1.97	0.049	9.364476 4.8e+304

**Tablo 5.13.** Denklem 5.3’de *ücaio* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

note: multiple positive outcomes within groups encountered.  
 note: 7 groups (49 obs) dropped because of all positive or  
 all negative outcomes.

```

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =       35
Group variable: blge                          Number of groups =        5

                                                Obs per group: min =        7
                                                avg =           7.0
                                                max =           7

                                                LR chi2(1)      =       11.64
Log likelihood = -9.8346296                    Prob > chi2     =       0.0006
    
```

iko	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
emeklilerinoran	3.0e+141	4.3e+143	2.27	0.023	1.48e+19 6.1e+263

**Tablo 5.14.** Denklem 5.3 için rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
Random-effects logistic regression          Number of obs   =      84
Group variable: blge                      Number of groups =      12

Random effects u_i ~ Gaussian              Obs per group:  min =      7
                                           avg =      7.0
                                           max =      7

                                           Wald chi2(3)    =      6.53
Log likelihood = -20.667675                Prob > chi2     =      0.0883
```

iko	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
cratil	8.02e+25	1.99e+27	2.40	0.016	56284.49 1.14e+47
evileriilemegul	8.92e-18	1.47e-16	-2.38	0.017	8.11e-32 .0009808
emeklilerinoran	7.5e+236	1.8e+239	2.31	0.021	3.43e+35 .
_cons	6.57e-09	8.00e-08	-1.55	0.121	2.90e-19 149.0423
/lnsig2u	3.032358	1.017179			1.038724 5.025992
sigma_u	4.554787	2.316517			1.680955 12.34185
rho	.8631272	.1201681			.4620423 .9788584

Likelihood-ratio test of rho=0: `chibar2(01) = 13.49 Prob >= chibar2 = 0.000`

**Tablo 5.15.** Denklem 5.3’de *eimko* değişkeni çıkarıldıktan sonra rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
Random-effects logistic regression          Number of obs   =      84
Group variable: blge                      Number of groups =      12

Random effects u_i ~ Gaussian              Obs per group:  min =      7
                                           avg =      7.0
                                           max =      7

                                           Wald chi2(2)    =      7.33
Log likelihood = -25.745527                Prob > chi2     =      0.0256
```

iko	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
cratil	1.01e+20	1.75e+21	2.66	0.008	192942.7 5.33e+34
emeklilerinoran	8.2e+183	1.3e+186	2.59	0.010	4.13e+44 .
_cons	4.18e-15	5.19e-14	-2.67	0.008	1.12e-25 .0001553
/lnsig2u	3.358823	.9280266			1.539924 5.177722
sigma_u	5.362399	2.488224			2.159685 13.31459
rho	.8973366	.0854932			.5863937 .9817805

Likelihood-ratio test of rho=0: `chibar2(01) = 25.28 Prob >= chibar2 = 0.000`

**Tablo 5.16.** Stata programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
Random-effects logistic regression      Number of obs      =      84
Group variable: blge                   Number of groups   =      12

Random effects u_i ~ Gaussian          Obs per group: min =      7
                                         avg =      7.0
                                         max =      7

                                         Wald chi2(2)      =     10.39
Log likelihood = -31.568296             Prob > chi2       =     0.0055
```

iko	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
cratil	8.806447	3.297268	2.67	0.008	2.343921	15.26897
evileriilemegul	-21.98723	7.216164	-3.05	0.002	-36.13065	-7.843812
_cons	8.872408	3.460539	2.56	0.010	2.089877	15.65494
/lnsig2u	2.313088	.7811557			.7820515	3.844125
sigma_u	3.178929	1.241619			1.478497	6.835043
rho	.7544042	.1447314			.3992009	.9342127

Likelihood-ratio test of rho=0: `chibar2(01) = 15.22 Prob >= chibar2 = 0.000`

**Tablo 5.17.** R programı yardımıyla rassal etkiler panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
Initial function value: -32.88405
Initial gradient value:
(Intercept)      eiimko      ücaio
-0.2649231 -0.3058540  0.1042088  0.5282592
----- Initial parameters: -----
fcv value: -32.88405
      parameter initial gradient free
(Intercept)  6.090414      -0.2649231  1
eiimko      -13.197486     -0.3058540  1
ücaio       4.268271      0.1042088  1
sigma       2.427097      0.5282592  1
Condition number of the (active) hessian: 138.3356
-----Iteration 1 -----
lambda 0 step 1 fcv value: -32.05736534
      amount new param new gradient active
(Intercept) -1.4740392  7.564453  0.17504787  1
eiimko      4.5968486 -17.794334  0.10230409  1
ücaio      -2.6338751  6.902147  0.05505837  1
sigma      -0.3732924  2.800389  0.62568702  1
Condition number of the hessian: 189.4169
-----Iteration 2 -----
lambda 0 step 1 fcv value: -31.98071586
      amount new param new gradient active
(Intercept)  0.9102647  6.654188  0.6524281  1
eiimko      0.6818526 -18.476187  0.1857316  1
ücaio      -1.7319249  8.634071  0.2112946  1
sigma      -1.7183390  4.518728 -0.4685096  1
Condition number of the hessian: 567.6211
-----Iteration 3 -----
lambda 0 step 1 fcv value: -31.56895856
      amount new param new gradient active
(Intercept) -2.2132496  8.867438  0.023948477  1
eiimko      3.5970958 -22.073283  0.011469959  1
ücaio      -0.2771597  8.911231 -0.000996113  1
sigma      -0.0154688  4.534197 -0.003022198  1
Condition number of the hessian: 601.2207
-----Iteration 4 -----
lambda 0 step 1 fcv value: -31.56829638
      amount new param new gradient active
(Intercept) -0.004558829  8.871996  4.107439e-04  1
eiimko      -0.086351883 -21.986931  2.186756e-04  1
ücaio       0.104495189  8.806736  1.165603e-04  1
sigma       0.038437765  4.495759  4.722913e-05  1
Condition number of the hessian: 594.1067
-----Iteration 5 -----
lambda 0 step 1 fcv value: -31.56829635
      amount new param new gradient active
(Intercept) -4.109537e-04  8.872407  1.257182e-08  1
eiimko      3.020313e-04 -21.987233  5.156824e-09  1
ücaio      2.887476e-04  8.806447  1.799989e-09  1
sigma      7.529966e-05  4.495684 -4.317407e-09  1
Condition number of the hessian: 594.1086
-----
gradient close to zero
5 iterations
estimate: 8.872407 -21.98723 8.806447 4.495684
Function value: -31.5683
```

## Ek-2 5.2 Uygulaması için R ve STATA program çıktıları

**Tablo 5.18.** 5.4 modeli için kesite göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

```
F statistic
data:  fdi ~ gfcf + trade + growth
F = 1.7498, df1 = 56, df2 = 75, p-value = 0.01193
alternative hypothesis: unstability
```

**Tablo 5.19.** 5.4 modeli için zamana göre  $\delta$  katsayısı için Chow testi sonuçları

```
F statistic
data:  fdi ~ gfcf + trade + growth
F = 1.0148, df1 = 32, df2 = 99, p-value = 0.4602
alternative hypothesis: unstability
```

**Tablo 5.20.** 5.4 modeli için hausman testine ilişkin sonuçlar

```
Hausman Test
data:  fdi ~ gfcf + trade + growth
chisq = 4.0599, df = 3, p-value = 0.2551
alternative hypothesis: one model is inconsistent
```

**Tablo 5.22.** Denklem 5.4 için Swamy-Arora modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model
(Swamy-Arora's transformation)
Call:
plm(formula = fdi ~ gfcf + trade + growth, data = fdi.data,
     model = "random")
Balanced Panel: n=15, T=9, N=135
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 29.197   5.403 0.726
individual    11.026   3.321 0.274
theta: 0.5232
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept) -17.5922    25.6730 -0.6852 0.4944026
gfcf         29.7840     7.2936  4.0836 7.672e-05
trade        21.3477     5.7890  3.6876 0.0003305
growth       -29.5929     7.2286 -4.0939 7.376e-05
Total Sum of Squares:    4841.6
Residual Sum of Squares: 3853
R-Squared      : 0.20419
Adj. R-Squared : 0.19814
F-statistic: 11.2043 on 3 and 131 DF, p-value: 1.3589e-06
```

**Tablo 5.23.** Denklem 5.4 için Amemiya modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model
(Amemiya's transformation)
Call:
plm(formula = fdi ~ gfcf + trade + growth, data = fdi.data,
     model = "random", random.method = "amemiya")
Balanced Panel: n=15, T=9, N=135
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 29.197   5.403 0.513
individual     27.761   5.269 0.487
theta: 0.6765
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept) -25.6843    34.4219 -0.7462 0.456907
gfcf         32.6585     7.4761  4.3684 2.522e-05
trade        23.5957     7.4892  3.1506 0.002019
growth       -31.9701     7.6231 -4.1939 5.017e-05
Total Sum of Squares: 4449
Residual Sum of Squares: 3634.3
R-Squared      : 0.1831
Adj. R-Squared : 0.17768
F-statistic: 9.78775 on 3 and 131 DF, p-value: 7.1648e-06
```

**Tablo 5.24.** Denklem 5.4 için Wallace-Hussain modeli tahminleri ve özet istatistikleri

```
Oneway (individual) effect Random Effect Model
(Wallace-Hussain's transformation)
Call:
plm(formula = fdi ~ gfcf + trade + growth, data = fdi.data,
     model = "random", random.method = "walhus")
Balanced Panel: n=15, T=9, N=135
Effects:
              var std.dev share
idiosyncratic 29.698   5.450 0.788
individual      7.981   2.825 0.212
theta: 0.4592
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
(Intercept) -15.7606    23.3006 -0.6764 0.4999767
gfcf         28.4930     7.2072  3.9534 0.0001254
trade        20.7989     5.2912  3.9308 0.0001364
growth       -28.4452     7.1018 -4.0053 0.0001032
Total Sum of Squares: 5050.1
Residual Sum of Squares: 3964.3
R-Squared      : 0.215
Adj. R-Squared : 0.20863
F-statistic: 11.9599 on 3 and 131 DF, p-value: 5.6828e-07
```

**Tablo 5.25.** Denklem 5.4 için otokorelasyon testi sonuçlar

```
Durbin-Watson test for serial correlation in panel models
data: fdi ~ gfcf + trade + growth
DW = 2.067 p-value = 0.7628
alternative hypothesis: serial correlation in idiosyncratic
errors
```

**Tablo 5.26.** Denklem 5.4 için değişen varyanslılık sonuçlar

```
Breusch-Pagan test
data: fdi ~ gfcf + trade + growth
BP = 43.3441, df = 3, p-value = 2.08e-09
```

**Tablo 5.27.** Denklem 5.4 için robust tahminci sonuçları

```
t test of coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -25.6843    41.1576 -0.6240 0.5336805
gfcf1        32.6585     8.5161  3.8349 0.0001943 ***
trade1       23.5957     9.2236  2.5582 0.0116594 *
growth1     -31.9701     9.7122 -3.2917 0.0012799 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

**Tablo 5.28.** Denklem 5.6 için sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
. xtlogit fdi gfcf1 trade1 growth1, fe nolog or
note: multiple positive outcomes within groups encountered.
note: 6 groups (54 obs) dropped because of all positive or
      all negative outcomes.

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =      81
Group variable: ulke                          Number of groups =       9

Obs per group: min =       9
               avg =      9.0
               max =       9

LR chi2(3) =      14.98
Log likelihood = -21.720125                    Prob > chi2     =      0.0018
```

fdi	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
gfcf1	65730.1	323386.6	2.25	0.024	4.265049 1.01e+09
trade1	7383901	7.36e+07	1.59	0.113	.0241837 2.25e+15
growth1	6.263757	75.83478	0.15	0.880	3.10e-10 1.27e+11

**Tablo 5.29.** Denklem 5.6’da *growth* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
. xtlogit fdi gfcf1 trade1 , fe nolog or
note: multiple positive outcomes within groups encountered.
note: 6 groups (54 obs) dropped because of all positive or
      all negative outcomes.

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =       81
Group variable: ulke                           Number of groups =        9

Obs per group: min =        9
              avg =       9.0
              max =        9

LR chi2(2) =       14.96
Prob > chi2 =       0.0006

Log likelihood = -21.731508
```

fdi	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
gfcf1	102159.7	410056	2.87	0.004	39.14413 2.67e+08
trade1	1.38e+07	1.26e+08	1.80	0.072	.2310211 8.24e+14

**Tablo 5.30.** Denklem 5.6’da *trade* değişkeni çıkarıldıktan sonra sabit etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
. xtlogit fdi gfcf1 , fe nolog or
note: multiple positive outcomes within groups encountered.
note: 6 groups (54 obs) dropped because of all positive or
      all negative outcomes.

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs   =       81
Group variable: ulke                           Number of groups =        9

Obs per group: min =        9
              avg =       9.0
              max =        9

LR chi2(1) =       11.43
Prob > chi2 =       0.0007

Log likelihood = -23.497782
```

fdi	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
gfcf1	108583.5	459515.4	2.74	0.006	27.1367 4.34e+08



**Tablo 5.31.** Denklem 5.6 için rassal etkili panel lojistik modele ilişkin sonuçlar

```
. xtlogit fdi gfcf1 tradel growth1, re nolog or

Random-effects logistic regression          Number of obs   =       135
Group variable: ulke                      Number of groups =        15

Random effects u_i ~ Gaussian              Obs per group:  min =         9
                                           avg =         9.0
                                           max =         9

                                           Wald chi2(3)    =       14.87
Log likelihood = -46.140526                Prob > chi2     =       0.0019
```

fdi	OR	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
gfcf1	90304.86	431692.4	2.39	0.017	7.702575	1.06e+09
tradel	820000.7	3617753	3.09	0.002	144.0147	4.67e+09
growth1	5.46e-06	.0000258	-2.56	0.010	5.18e-10	.0575286
_cons	4.45e-06	.0000675	-0.81	0.417	5.34e-19	3.70e+07
/lnsig2u	.9692516	.7518366			-.5043211	2.442824
sigma_u	1.623567	.6103287			.77712	3.391974
rho	.4448266	.1856705			.1550973	.7776419

```
Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) = 12.63 Prob >= chibar2 = 0.000
```

**Ek-3 İBBS Düzey1'e göre 2008-2012 periyodunda kadınların işgücüne katılım oranları grafikleri**

