

**MEKANSAL İSTATİSTİKTE  
NOKTA ÖRÜNTÜ TEKNİKLERİ  
VE BİR UYGULAMA**

Halil ERYILMAZ

Doktora Tezi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Ağustos – 2010

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

**Halil ERYILMAZ**'ın **Mekansal İstatistikte Nokta Örüntü Teknikleri ve Bir Uygulama** başlıklı **İstatistik** Anabilim Dalındaki, Doktora tezi 27/07/2010 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	<b>Adı-Soyadı</b>	<b>İmza</b>
Üye (Tez Danışmanı)	: Yard. Doç. Dr. Fikret ER	.....
Üye	: Prof. Dr. Ali Fuat YÜZER	.....
Üye	: Prof. Dr. Hasan DURUCASU	.....
Üye	: Doç. Dr. Zeki ÇAKMAK	.....
Üye	: Yard. Doç. Dr. Harun SÖNMEZ	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

**Enstitü Müdürü**

## ÖZET

**Doktora Tezi**

### **MEKANSAL İSTATİSTİKTE NOKTA ÖRÜNTÜ TEKNİKLERİ VE BİR UYGULAMA**

**Halil ERYILMAZ**

**Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı**

**Danışman: Yard. Doç. Dr. FİKRET ER  
2010, 127 sayfa**

Mekansal istatistik, mekansal olarak düzenlenmiş verileri dikkate alan istatistiksel yöntemlerle ilgilidir. Mekansal verinin içinde mevcut olan mekansal bağımlılık varsayımı yüzünden mekansal istatistik, klasik istatistik yöntem ve tekniklerini kullanma eğiliminde değildir. Klasik istatistikte olduğu gibi, mekansal veri için tanımlayıcı ve çıkarsamalı yaklaşımlara sahip olmakla birlikte kendine özgü yöntem ve tekniklere sahiptir. Mekansal istatistikte kullanılan yöntemler genellikle analiz edilmekte olan mekansal verinin türlerine göre üç kategoriye ayrılmaktadır. Mekansal verinin bu türlerinden biri de mekansal nokta örüntü verileridir. Mekansal nokta örüntü verileri, nokta olayların konumlarından elde edilmiş verilerdir. Birbirleriyle ilişkili konumların, anlamlı bir örüntüyü temsil edip etmediği ile ilgilenilmektedir. Mekansal nokta örüntüler analiz edilirken, temel olarak tam mekansal rassallığa karşılık örüntülerin kümelenme ve düzenlilik gösterip göstermediği ile ilgilenilmektedir. Tam mekansal rassallıktan herhangi bir sapmanın değerlendirilmesine olanak sağlayan dağılım fonksiyonlarının tahminlerinin, tam mekansal rassallık altında bir dağılım ile karşılaştırılmasında bazı simülasyon teknikleri kullanılmaktadır.

Bu çalışmada mekansal istatistik yöntem ve tekniklerinin deprem verisi üzerinde uygulanması ele alınmaktadır ve bu amaçla ülkemizin yakın geçmişte büyük bir deprem ile sarsılmış olan Gölcük bölgesi seçilmiştir. Bu bölgede meydana gelmiş depremler yalnızca istatistiksel veri olarak ele alınarak, mekansal istatistik yöntem ve teknikler aracılığıyla bu bölgede olabilecek depremler için benzetim çalışması 1900 yılından 01 Ocak 2010 tarihine kadar elde edilen deprem verileri yardımıyla türetilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Mekansal Veri, Mekansal İstatistik, Nokta Süreçler,  
Mekansal Nokta Örüntü, Deprem

## **ABSTRACT**

**Master of PhD Thesis**

### **POINT PATTERN TECHNIQUES IN SPATIAL STATISTICS AND AN APPLICATION**

**HALİL ERYILMAZ**

**Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Statistics Program**

**Supervisor: Asst. Prof. Fikret ER  
2010, 127 pages**

Spatial statistics is about statistical methods that regard spatially arranged data. Owing to spatial dependence theory which is present within spatial data, spatial statistics does not tend to use classical statistics methods or techniques. As in classical statistics, it has descriptive and deductive approaches as well as distinctive methods and techniques for spatial data. Methods employed in spatial statistics are generally divided into three groups based on the nature of the analysed spatial data. One type of the spatial data is spatial point pattern data. Spatial point pattern data are gathered from locations of point events. It deals with whether interrelated locations represent a meaningful pattern or not. When spatial point patterns are analysed, it is basically questioned whether the patterns display clustering and regularity in response to complete spatial randomness. Certain simulation techniques are used to compare distribution function predictions that make it possible to evaluate any deviation from complete spatial randomness to a distribution under complete spatial randomness.

In this study, an application of spatial statistics methods and techniques on earthquake data is studied; therefore, the region of Gölcük, which was devastated by a major earthquake in the recent past has been chosen. Using the earthquakes that have happened in the region as mere statistical data, by means of spatial statistics methods and techniques, the simulation study for the earthquakes that may happen in the region in future has been derived with the help of earthquake data gathered between the year 1900 and January 01, 2010.

**Keywords:** Spatial Data, Spatial Statistics, Point Processes, Spatial Point Pattern, Earthquake

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın konusunun belirlenmesi, oluşturulması, geliştirilmesi ve ortaya çıkmasında büyük rol oynayan, bilgisini, tecrübesini, değerli vaktini, maddi ve manevi desteğini benden esirgemeyen danışman hocam Sayın Yard. Doç. Dr. Fikret ER'e; çalışmamın gerçekleşmesinde katkılarıyla bana yön veren, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen hocalarım Sayın Prof Dr. Ali Fuat YÜZER, Sayın Prof. Dr. Hasan DURUCASU ve Sayın Yard. Doç. Dr. Harun SÖNMEZ'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora öğrenimim boyunca ayırdığı zaman ve bilimsel gelişimime katkılarından dolayı Sayın Doç. Dr. Zeki ÇAKMAK'a teşekkür ederim.

Bu bilimsel sürecin her aşamasında idari ve bilimsel desteğini esirgemeyen bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU'na teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca çalışmalarımnda manevi desteklerini esirgemeyen Yard. Doç. Dr. K. Özgür PEKER, Öğr. Gör. Dr. Levent TERLEMEZ, istatistik bölümündeki değerli hocalarıma ve sevgili arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Beni yetiştiren ve bugünlere ulaşmamı sağlayan sevgili aileme sonsuz destekleri için sonsuz teşekkürlerimi hayatımın en büyük borcu bilirim.

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>

<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. MEKANSAL İSTATİSTİK</b>	<b>6</b>
2.1. Mekansal Veri.....	6
2.2. Mekansal Veri Türleri.....	7
2.2.1. Mekansal nokta örüntü verileri.....	9
2.2.2. Jeostatistiksel veriler.....	9
2.2.3. Lattice veri.....	10
2.3. Mekansal Veri Matrisi.....	11
2.4. Mekansal Veri Analizi.....	16
2.4.1. Mekansal veri analizinin bileşenleri.....	17
2.4.1.1. Mekansal verinin görselleştirilmesi.....	18
2.4.1.2. Mekansal verinin araştırılması.....	19
2.4.1.3. Mekansal verinin modellenmesi.....	20
2.5. Mekansal İstatistik.....	21
2.5.1. Mekansal istatistiğin tarihçesi.....	22
2.5.2. Mekansal istatistiğin uygulama alanları.....	23
2.5.3. Coğrafi bilgi sistemleri (CBS) ve mekansal istatistik.....	25

<b>3. MEKANSAL NOKTA ÖRÜNTÜ ANALİZİ</b>	<b>28</b>
3.1. Nokta Süreçler.....	28
3.1.1. $\mathbb{R}^d$ (d-boyutlu Öklid uzayı) üzerindeki nokta süreçler.....	28
3.1.2. İşaretlenmiş nokta süreçler .....	29
3.1.3. Poisson nokta süreçler.....	29
3.1.3.1. Poisson nokta süreçlerinin temel özellikleri.....	30
3.1.3.2. Poisson nokta süreçlerinin dağılım özellikleri.....	33
3.1.3.3. Slivnyak-Mecke Teoremi .....	35
3.1.3.4. Poisson nokta süreçlerinin simülasyonu.....	36
3.1.3.5. Poisson nokta süreçlerinin yoğunlukları.....	37
3.1.3.6. İşaretlenmiş Poisson nokta süreçleri.....	38
3.1.3.7. Çok değişkenli Poisson nokta süreçleri.....	40
3.1.4. Mekansal nokta süreçler .....	42
3.2. Mekansal Nokta Örüntüleri.....	42
3.3. Mekansal Nokta Örüntülerde Tam Mekansal Rassallık (TMR) .....	45
3.4. Mekansal Nokta Örüntülerin Tanımlayıcı İstatistikleri.....	47
3.4.1. Mekansal nokta örüntülerde merkezi eğilim.....	48
3.4.1.1. Ortalama merkez.....	48
3.4.1.2. Ağırlıklandırılmış ortalama merkez.....	51
3.4.1.3. Medyan merkez.....	54
3.4.1.4. En kısa yol merkezi.....	56
3.4.2. Mekansal nokta örüntülerde saçılım.....	57
3.4.2.1. Standart uzaklık.....	57
3.4.2.2. Standart ıraksak elips.....	59
3.5. Mekansal Şeklin İncelenmesi.....	64
3.6. Mekansal Otokorelasyonun Araştırılması.....	68
3.6.1. Bağ sayısı istatistiği.....	68
3.6.2. Moran'ın mekansal otokorelasyon katsayısı ( $I$ ).....	74
3.6.3. Mekansal otokorelasyonda daha ileri konular.....	77
3.6.4. Variogram.....	79
3.6.5. Kriging tahmini.....	82
3.6.5.1. Ordinary Kriging yöntemi.....	83

3.6.5.2. Simple Kriging yöntemi.....	83
3.7. Mekansal Nokta Örüntülerin Görselleştirilmesi.....	84
3.8. Mekansal Nokta Örüntülerin Birinci-Sıra ve İkinci-Sıra Özelliklerin İncelenmesi.....	84
3.8.1. Yoğunluğun tahmin edilmesi.....	85
3.8.2. Mekansal bağımlılığın tahmin edilmesi.....	86
3.8.2.1. En yakın komşuluk uzaklıkları – G ve F dağılımları.....	87
3.8.2.2. K-Fonksiyonu.....	89
3.8.2.3. L-Fonksiyonu.....	90
3.9. Mekansal Nokta Örüntülerin Modellenmesi.....	91
3.9.1. En yakın komşuluk uzaklıklarına dayalı modelleme.....	91
3.9.2. K-Fonksiyonuna dayalı modellenme.....	94
3.10. Mekansal Nokta Süreçlerin Simüle Edilmesi.....	96
3.10.1. Homojen Poisson süreci.....	96
3.10.2. Binom süreci.....	97
3.10.3. Poisson küme süreci.....	98
3.10.4. Engelleme süreci.....	99
3.10.5. Strauss süreci.....	99
<b>4. UYGULAMA</b>	<b>101</b>
4.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	101
4.2. Yöntem.....	102
4.2.1. Araştırmanın modeli.....	102
4.2.2. Araştırmanın evreni ve örnekleme.....	102
4.2.3. Araştırmanın değişkenleri ve veri derleme yöntemi.....	102
4.3. Uygulama.....	103
<b>5. SONUÇ ve ÖNERİLER</b>	<b>122</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>124</b>
<b>Ek-1 Standart normal dağılımın Kritik Değerler Tablosu</b> .....	<b>127</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

2.1. Noktalar söz konusu olduğunda mekansal nesnelerin konumlarının tayin edilmesi .....	13
2.2. Alanlar söz konusu olduğunda mekansal nesnelerin konumlarının tayin edilmesi.....	14
2.3. Kare pikseller söz konusu olduğunda mekansal nesnelerin konumlarının tayin edilmesi.....	15
3.1. $S = [0;1] \times [0;0,7]$ üzerinde Poisson süreçlerin simülasyonları.....	32
3.2. Homojen bir Boolean modelinin simülasyonu.....	39
3.3. İki değişkenli bir Poisson sürecin simülasyonu.....	41
3.4. Bir TMR nokta süreç.....	46
3.5. Kümelenme gösteren bir nokta süreç.....	46
3.6. Düzenlilik gösteren bir nokta süreç.....	46
3.7. Ortalama merkez.....	49
3.8. Ağırlık merkezi olarak ortalama merkezin gösterimi.....	50
3.9. Ağırlıklandırılmış ortalama merkez.....	51
3.10. Ağırlık merkezi olarak ağırlıklandırılmış ortalama merkez.....	53
3.11. Medyan merkez.....	55
3.12. En kısa yol merkezi.....	56
3.13. Standart uzaklık.....	58
3.14. Standart bir ıraksak elipsin bulunmasındaki adımlar.....	61
3.15. Standart ıraksak elips.....	63
3.16. Şekil katsayıları.....	66
3.17. Şekil katsayıları için örnekler.....	67
3.18. Mekansal otokorelasyonun araştırılmasına ilişkin örnek.....	70
4.1. Türkiye siyasi haritası.....	104
4.2. Türkiye’de meydana gelen depremler (1900 – 01 Ocak 2010).....	105
4.3. Çalışma coğrafi sınırları.....	116
4.4. Depremlerin çalışma coğrafi sınırları içindeki dağılımı.....	116
4.5. Depremlerin oluş saatlerine göre dairesel histogramı.....	117
4.6. Depremlerin oluş zamanları için kantil grafiği.....	117

4.7. Tam mekansal rassalık F fonksiyonu grafiği.....	118
4.8. Deprem verileri için dış hatlar grafikleri.....	119
4.9. Deprem verileri için üç boyutlu yoğunluk grafiği.....	120
4.10. Deprem verileri için imaj görüntüsü.....	120
4.11. Gölcük bölgesi için deprem benzetimi.....	121

## ÇİZELGELER DİZİNİ

2.1. Mekansal veri tipolojisi.....	8
3.1. Bazı teorik variogram modelleri.....	81
4.1. Veri seti.....	106

## 1. GİRİŞ

Günümüzde bilimsel araştırma topluluklarında mekansal veriye olan ilgi oldukça artmaktadır. Hızlı bir şekilde artmakta olan bu ilgi, konunun bir rol oynadığı hipotezlerin, yeterli nitelikteki mekansal verinin ve uygun istatistiksel metodolojinin varlığını yansıtmaktadır.

İngilizce de “*spatial*” olarak tanımlanan “*mekansal*” kelimesi, verideki her bir birimin, her bir olayın veya her bir durumun ilgili harita üzerinde nerede meydana geldiğinin bilinmesini sağlayan coğrafi bir referansa sahip olduğu anlamına gelmektedir. Verinin analizi ile ilgili bilgiyi taşıdığından dolayı bu mekansal indeksleme önemlidir.

Mekansal veri analizi, çalışma altındaki sistem içinde belirtilmiş her bir nesne veya veri değeri ile ilişkili olan mekansal referansları açıkça kullanan modeller ve teknikler topluluğudur.

“*Mekansal istatistik*”, mekansal olarak düzenlenmiş verileri dikkate alan istatistiksel yöntemlerle ilgilidir. Mekansal istatistik, mekansal veri analizin bir parçası olarak düşünülebilir. Mekansal veriye uygulanan diğer yöntemleri de içerdiğinden dolayı mekansal veri analizi daha geneldir.

Mekansal verinin içinde mevcut olan mekansal bağımlılık varsayımı yüzünden mekansal istatistik, klasik istatistik yöntem ve tekniklerini kullanma eğiliminde değildir. Mekansal istatistik, klasik istatistikte olduğu gibi mekansal veri için tanımlayıcı ve çıkarısal yaklaşımlara sahip olmakla birlikte kendine özgü yöntem ve tekniklere sahiptir.

Mekansal istatistiğin çok geniş uygulama alanları vardır ve bir çok farklı alanla ilgilidir. İstatistikçiler, coğrafyacılar, ekonomistler, sosyologlar, yerbilimciler, deprem bilimcileri, salgın bilimciler, şehir plancıları, biyologlar, çevre bilimciler, v.b... , mekansal bir yapıya sahip ya da mekansal veri içeren problemlerle sık sık karşılaşmaktadırlar. Günümüzde mekansal istatistik, heyecan verici bir araştırma alanıdır ve uygulamalı alanlarda kullanımı gün geçtikçe daha genel bir hale gelmektedir.

Mekansal istatistikte kullanılan yöntemler genellikle analiz edilmekte olan mekansal verinin türlerine göre üç kategoriye ayrılmaktadır. Mekansal verinin bu türleri; *mekansal nokta örüntüleri*, *jeoistatistiksel veri* ve *lattice veri* olarak adlandırılmaktadır.

Mekansal nokta örüntü verileri, nokta olayların konumlarından elde edilmiş verilerdir. Birbirleriyle ilişkili konumların, anlamlı bir örüntüyü temsil edip etmediği ile ilgilenilir. Örneğin, kümeleme veya düzenlilik gibi örüntüler aranabilir. Bazı nokta örüntü verilerinde bir olaya bir nitelik ilişkilendirilebilirken, temelde olayların konumlarıyla ilgilenilir.

Mekansal olgular genellikle mekansal ilişkinin bir derecesini sergilemektedirler ve mekansal analiz yapan kişi, eğer kullandığı modeller böyle bir olgunun gerçeğe uygun gösterimlerini sağlıyor ise, mekansal bağımlılığın olasılığını kendi modelleri ile birleştirme gereği duymaktadır. Mekansal olgunun genel davranışı genellikle, birinci sıra ve ikinci sıra etkilerinin bir birleşiminin sonucudur. Birinci sıra etkileri, uzaydaki sürecin ortalama değerindeki değişimi ile ilişkili iken, ikinci sıra etkiler mekansal ilişki yapısından veya süreçteki mekansal bağımlılığın bir sonucudur.

Mekansal nokta örüntüler, genellikle birinci ve ikinci sıra özelliklerin bir karışımından ortaya çıktığından, mekansal bir stokastik süreç gösteren rassal değişkenlerdeki bağımsızlık, mekansal modelleyici için çok zor bir varsayımdır. Böyle bir varsayım ikinci sıra etkileri ortadan kaldırmaktadır ve bu nedenle, bir kovaryans yapısına izin veren daha esnek bir alternatifi ile değiştirilmelidir. Genel bir yaklaşım ilgilenilen değişkenin iki bileşenden oluştuğunu düşünmektir. Birinci sıra bileşeni, ortalama değerdeki mekansal değişimin geniş ölçeklerini sunmaktadır. Bu, ortalama ve konum arasındaki ilişkinin doğrusal olma zorunluluğu olmamasına ve “birlikte değişimler”in konum yerine bu ilişki içinde olabileceğine rağmen, klasik istatistikte basit doğrusal regresyon modelindeki önerilen bağımlılığa benzerdir. İkinci sıra bileşeni ise, ortalamadan stokastik sapmaların davranışları ile ilgilidir ve genellikle, durağan bir mekansal süreç olarak modellenmektedir.

Nokta süreçler, genellikle iki veya üç boyutlu bir bölge içindeki nesnelerin pozisyonları veya merkezleri olan noktaların olduğu durumlarda nokta örüntüleri modellemek için kullanılmaktadırlar. Bu noktalar, işaretlenmiş nokta süreçlere uygun olarak nesnelerin boyutları veya türleri gibi işaretler ile donatılmış olabilmektedirler. Nokta süreçlerin uygulama alanları çoğalmakla birlikte, son yıllarda mekansal istatistik araştırmalarının temel bir alanını oluşturmaktadırlar.

Poisson nokta süreçleri, mekansal nokta örüntü analizinde temel bir rol oynamaktadırlar. Mekansal nokta örüntüleri içinde “*etkileşim olmadığı*”nın veya “*tam mekansal rassallık*” mevcut olduğunun tespiti için kolay çözümlenebilir bir model sınıfı olarak kullanılmaktadırlar. Ayrıca özetleyici istatistikler ile çalışıldığı ve daha ileri derecedeki nokta süreçler yapılandırıldığı durumlarda da kullanılmaktadırlar.

Mekansal nokta örüntü istatistiklerinin kullanım amacı, bir, iki veya üç boyutlu uzayda rassal olarak dağılmış nesnelere tarafından oluşturulmuş örüntülerin geometrik yapısını analiz etmektir. Örneğin; bir ormandaki ağaçların, bir cam levhanın üzerindeki kan parçacıklarının, evren içinde galaksilerin konumlarını içeren örneklerde ilgili nesnelere noktalar ve işaretler ile gösterilmektedir. Noktalar nesnelerin konumlarını, işaretler ise, bu nesnelerin türlerini, boyutlarını veya şekillerini karakterize eden ek bir bilgiyi sağlamaktadırlar. Bu veri yapısına dayalı olarak nokta süreç istatistikleri, mekansal istatistiğin en etkili ve önemli bölümünü oluşturmaktadırlar.

Mekansal nokta örüntü istatistikleri, genellikle bağımsız gözlemleri analiz eden ve ortalama, varyans ve dağılım fonksiyonu gibi kavramlar uygulayan klasik istatistiklerden temel olarak farklılık göstermektedirler. Mekansal nokta örüntü istatistiklerinin istatistiksel teorisi daha çok Gaussian veya normal dağılımın varsayımlarına ya da merkezi limit teoreminin sonucuna dayanmaktadır. Buna dayalı olarak, istatistiksel testler ve güven aralıklarının bulunması istatistiğin tüm alanlarında olduğu gibi elde edilmektedir. Böyle olmakla birlikte, nokta örüntü istatistikleri, örüntüler içindeki çeşitli ilişkiler ile karşı karşıya kalmaktadır.

Otokorelasyon, bir regresyon doğrusu boyunca artıkların ardışık değerleri arasındaki ilişki ile ilgilenmektedir. Güçlü otokorelasyon, ardışık değerlerin yüksek derecede ilişkili olduğu ve sistematik olarak değişkenlik gösterdiği anlamına gelmektedir. Mekansal otokorelasyon bu kavramın iki boyut için genişletilmiş halidir. Güçlü mekansal otokorelasyon, birbirine yakın olan noktaların veya değerlerin yüksek derecede ilişkili oldukları anlamına gelmektedir. Eğer değerler yüzey üzerine rassal olarak yerleşmişse, mekansal otokorelasyon gözükmeyecektir. Mekansal otokorelasyonun nokta örüntülerin rassallık kavramının mantıksal bir uzantısı olduğu söylenebilir. Bu aşamada uygulanacak testler, değerlerin bir kümesinin mekansal düzeninin rassal olup olmadığını araştırmaktadır.

Mekansal bir nokta örüntünün ikinci-sıra özelliklerinin araştırılması, **R** çalışma bölgesi içindeki olayların arasındaki uzaklıklar kullanılarak yapılmaktadır. Bu amaç için genellikle olaylar arasındaki veya noktalar ve olaylar arasındaki en yakın komşuluk özelliklerine dayalı yöntemler kullanılmakla birlikte, alternatif yaklaşımlar da mevcuttur. Eşyönlü bir sürecin ikinci-sıra özellikleri ile ilişkili olan K-fonksiyonunun ve K-fonksiyonuna dayalı bir yaklaşım olan L-fonksiyonunun tahminleri de kullanılmaktadır (Ripley, 1981).

Mekansal nokta örüntüler analiz edilirken, temel olarak tam mekansal rassallığa karşılık örüntülerin kümelenme veya düzenlilik gösterip göstermediği ile ilgilenilmektedir. Tam mekansal rassalıktan herhangi bir sapmanın değerlendirilmesine olanak sağlayan dağılım fonksiyonlarının tahminlerinin tam mekansal rassallık altında bir dağılım ile karşılaştırılmasında bazı simülasyon teknikleri kullanılmaktadır. Bunlar, en yakın komşuluk uzaklıkları ve K-fonksiyonuna dayalı testlerdir.

Bu çalışmada, mekansal veri analizi tekniklerini deprem verisinin üzerinde uygulanması ele alınacaktır. Bu amaç ile ülkemizin yakın geçmişinde büyük bir deprem ile sarsılmış olan Gölcük bölgesi seçilmiştir. Deprem bilimciler ve jeologlar, depremleri incelerken yalnızca depremin olduğu konum bilgisine değil, toprak ve yer hareketleri bilgisine de başvurumaktadırlar. Bu tez çalışmasında, depremler yalnızca istatistiksel veri olarak ele alınarak, Gölcük bölgesinde olabilecek depremler için benzetim çalışması 1900 yılından 01 Ocak 2010 tarihine

kadar elde edilen deprem verileri yardımıyla türetilmiştir. Gölcük bölgesi adı altında tanımlanan alan koordinatları (29.65<sup>0</sup>, 30.28<sup>0</sup>) enlemleri ve (40.62<sup>0</sup>, 40.86<sup>0</sup>) boylamları ile sınırlandırılmıştır.



## 2. MEKANSAL İSTATİSTİK

### 2.1. Mekansal Veri

“*Mekansal*” kelimesi, verideki her bir birimin, her bir olayın veya her bir durumun ilgili harita üzerinde nerede meydana geldiğinin bilinmesini sağlayan coğrafi bir referansa sahip olduğu anlamına gelmektedir. Verinin analizi ile ilgili ek bilgiyi taşıdığından dolayı mekansal indeksleme tahmin ya da çıkarsama işlemlerinde önem arz etmektedir.

Mekansal veri, bir yüzeyden veya nesnelere elde edilmiş olabilir. Bir yüzeyden elde edilen veri, sürekli bir yüzey üzerindeki sabit (veya önceden verilmiş) konumların bir kümesinden alınmaktadır. Bu sürekli yüzey, toprak karakteristikleri, hava kirliliği, kar derinliği veya yağış seviyeleri ile ilgili olabilir. Ölçülmekte olan nitelik genellikle sürekli değerlidir. Nitelik değerinin bir ölçümünü elde etmek için, bu niteliklerin bazıları (örneğin hava kirliliği) için bir alan önemli iken, bazıları (örneğin kar derinliği) için bir nokta gözlem yeterli olmaktadır.

Ölçülen niteliğin her zaman sürekli değerli olması zorunlu değildir, kategorik de olabilir. Örneğin toprak kullanımı sürekli bir yüzey oluşturmaktadır. Bu yüzey küçük parsellere bölünebilir ve her bir toprak parseli için toprak kullanım türü kaydedilebilir.

Bir yüzey üzerinden elde edilen mekansal veri, yüzey üzerindeki noktaların (ya da küçük parsellerin) bir kümesinden meydana gelebileceği gibi, yüzeyin ayrıntılı bir şekilde parçalara bölünmesi ve her bir parçanın niteliğinin temsili bir değerinin kaydedilmesi ile de meydana gelebilir.

Verinin nesnelere elde edildiği durumlarda ise mekansal veri, coğrafi uzayda konumlanmış nokta veya alansal nesnelere ifade eder. Örneğin bir şehirdeki perakende satış yerleri noktalarla gösterilebilir iken, bir bölge içinde dağılmış noktaların bir kümesi olarak da düşünülebilir.

Nesnelere elde edilen mekansal veride nitelikler, sürekli veya kesikli, nicel veya nitel olabilecekleri gibi, daha geniş gruplamalar için birleştirilebilir. Örneğin, nüfuslar nüfus sayım bölgeleri ile birleştirilebilir. Böylece nitelik değerleri, birleştirilmiş nüfusun bir temsili olmaktadır (Haining, 2003).

## 2.2. Mekansal Veri Türleri

Mekansal istatistikte kullanılan yöntemler genellikle analiz edilmekte olan mekansal verinin türlerine göre üç kategoriye ayrılmaktadır. Mekansal verinin bu türleri; *mekansal nokta örüntüleri*, *jeoistatistiksel veri* ve *lattice veri* olarak adlandırılmaktadır. Gözlemlerin konumu noktalar veya alan ölçü birimleri olarak belirlenmiş olabilir. Örneğin, nokta konumları enlem-boylam veya x-y koordinat değerleri ile gösterilebilir. Alansal konumlar ise nüfus sayımı alanları, iller, ilçeler, devletler, eyaletler, v.b... olabilir.

Mekansal verinin türlerine göre sınıflandırılması, kullanılacak uygun istatistiksel tekniği belirlemede önemli bir ilk adım olmakla birlikte, bu sınıflandırma “yeterli” değildir. Çünkü aynı mekansal nesnelere tamamen farklı coğrafi uzayları temsil edebilir. Örneğin, noktalar alanları göstermede de kullanılır. Buna ek olarak, mekansal nesnelere ve bu nesnelere ilişkilendirilmiş nitelik değerleri deterministik ve stokastik süreçlerin bir sonucu da olabilir.

Mekansal verilerin bir tipolojisi Çizelge 2.1’de verilmektedir. Çizelge 2.1’de verilen tabloda, Cressie (1991) tarafından farklı mekansal istatistiksel modellerin sınıflandırılması için kullanılan terminolojiyle bir bağlantı kurulmaktadır.

Mekansal verinin doğasını açıklamada, değişkenlerin üzerinde ölçüldüğü uzayların kesikliği veya sürekliliği ile değişkenlerin kendi değerlerindeki kesikliği ve sürekliliğini ayırt etmek önemlidir. Eğer uzay sürekli (bir alan) ise, bu durumda alanın sürekliliği kesikli değişkenler altında korunmadığından dolayı, değişken değerleri sürekli değerler olmalıdır. Eğer uzay kesikli (nesne uzay) veya eğer bir sürekli uzay kesikli yapıda ise değişken değerleri sürekli değerler veya kesikli değerler (isimsel veya sırasal değerler) olabilir.

Çizelge 2.1. Mekansal veri tipolojisi (Haining, 2003)

Veri Türleri		Model ya da "Tasarı"		Örnek	
Coğrafi Bilgi Sistemleri	Cressie (1991)	Değişken Değeri	Mekansal İndeksi	Değişken	Uzay
Nokta veya alan nesne veri	Lattice	Değişkenler, (kesikli veya sürekli) rassal değişkenlerdir.	Değişkenlerin ilişkilendirildiği nokta veya alan nesnelere sabittir.	Suç oranları Toprak kullanımı Hastalık oranları Fiyatlar	Ülke Şehir alanları Sayım alanları Perakende siteleri
Sürekli değerli alan veri	Jeostatistiksel	Değişkenler, konum fonksiyonunun sürekli değerleridir.	Değişken, (iki-boyutlu) araştırma bölgesinin her yerinde tanımlıdır.	Toprak pH'ı Yüzey Isı (°C)	İki nehri ayıran araziler Su alanları
Rassal olarak konumlandırılmış nokta-nesne veri	Nokta Örüntü	(i) verilen nitelik (ii) değişken rassal değişkendir.	Nokta-nesnelere araştırma bölgesinde rassal olarak konumlandırılmışlardır.	(i) ağaçlar (ii) ağaçlar: hastalıklı olanlar ve olmayanlar (i) Hill forts (ii) Hill Forts: türe göre sınıflandırılmış	Orman alanı Orman alanı Arkeolojik kazı alanları Arkeolojik kazı alanları
Rassal alan-nesne veri	Nesneler	Her bir alan nesnenin mekansal büyüklüğü rassal bir değişkendir.	Araştırma bölgesindeki alan nesnelere konumları (örneğin merkezleri veya orijin noktaları), rassal bir değişkendir.	Liken parçaları Bitki örtüsü kümeleri	Bozkır Tarla, çayır, otlak, mera gibi alanlar

### **2.2.1. Mekansal nokta örüntü verileri**

Mekansal nokta örüntü verileri, nokta şeklinde tanımlanabilen olayların konumlarından elde edilmiş verilerdir. Birbirleriyle ilişkili konumların, anlamlı bir örüntüyü temsil edip etmediği ile ilgilenilir. Örneğin, kümeleme veya düzenlilik gibi örüntüler aranabilir. Bazı nokta örüntü verilerinde bir olaya bir nitelik ilişkilendirilebilirken, temelde olayların konumlarıyla ilgilenilir. Mekansal istatistik yöntemlerinin nokta örüntülere uygulanabildiği bazı örnekler aşağıda verilmiştir:

- Yanardağ kraterlerinin konumlarını gösteren bir veri setinde, mekansal nokta örüntüler mekansal istatistik yöntemleri ile analiz edilerek kraterlerin dağılımı incelenip modellenebilir.
- İki farklı suçlu grubu tarafından gerçekleştirilmiş hırsızlık olayları ile ilgili bilgileri içeren bir veri setinde, her iki suçlu grubu tarafından işlenen suçlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı mekansal istatistik yöntemleri kullanılarak araştırılabilir.
- Deprem bilimciler, bir bölgede gerçekleşmiş depremlerin dağılımını gösteren verilere sahiptirler. Bu verilerden hareketle, gerçekleşmesi olası depremler hakkında tahminde bulunmada onlara yol gösterecek herhangi bir örüntü olup olmadığını araştırmada mekansal istatistik yöntemlerden yararlanabilirler.
- Salgın bilimciler, hastalıkların olduğu yerlerde veri toplarlar. Hastalığın diğer bireylere nasıl bulaştığını gösterebilecek herhangi bir örüntü olup olmadığını araştırmada mekansal istatistik yöntemlerden yararlanabilirler.

### **2.2.2. Jeostatistiksel veriler**

Jeostatistiksel veri (veya mekansal sürekli veri) setlerinde gözlenmiş olayların konumlarına bağlı bir ölçüm mevcuttur. Konumlar mekansal bölge boyunca sürekli olarak değiştiği halde uygulamalarda ölçümler (veya nitelikler)

sadece konumların sonlu bir sayısında alınmaktadır. Konumların kendileriyle ilgilenilmez. Bunun yerine ölçümlerin yapılmadığı konumlardaki değişken değerlerinin tahmini için modelleme yapmak amacıyla niteliklerdeki örüntüler modellenmek ve anlamak istenilir. Jeostatistiksel veri analizinin bazı örnekleri aşağıda verilmiştir:

- Bir bölgede çeşitli noktalardaki yağış miktarları kaydedilmesi ile oluşturulmuş bir veri seti, o bölgenin bütünü üzerindeki yağış miktarını modellemede kullanılabilir.
- Yerbilimciler, bir bölgedeki bazı konumlarda maden cevheri örnekleri alırlar. Bu örneklerin oluşturduğu veri seti, o bölgenin bütünündeki mineral tortusunun derecesini tahmin etmek için kullanılabilir.
- Çevre bilimciler, bir bölgedeki bazı konumlarda kirletici bir maddenin seviyesini ölçerler ve bu veriyi bölgedeki diğer konumlardaki kirletici madde seviyesini tahmin etmede kullanabilirler.

### **2.2.3. Lattice (kafes) veri**

Lattice veri, genellikle düzenli veya düzensiz olarak ayrılabilmiş alanlarla ilişkilidir. Lattice veri söz konusu olduğunda, analizin amacı sabit (belirlenmiş) alanlarla ilişkili niteliklerdeki mekansal örüntüleri modellemektir. Bazı lattice veri örnekleri aşağıda verilmiştir:

- Bir sosyolog, bir ülkedeki bazı bölgeler için sosyo-ekonomik ölçümlerden oluşan bir veri setine sahip olabilir. Bu durumda analizin amacı, bölgeler arasındaki ekonomik eşitsizliğin örüntülerini anlamak ve açıklamak olabilir.
- Pazar araştırmacıları, nüfus sayımından elde ettikleri sosyo-ekonomik veriyi, kendi ürünlerini pazarlamak için geleceği parlak olan bir bölgeyi hedef almak için kullanabilirler.

- Siyasi bir parti, adayları için bir kampanya programı belirlemek için önceki seçimlerdeki coğrafi oy verme örüntülerini gösteren veriyi kullanabilirler (Martinez ve Martinez, 2002).

### 2.3. Mekansal Veri Matrisi

Mekansal veri, mekansal nesnelere ifade eden değişkenlerin türlerine ve bu değişkenlerin ölçüm düzeylerine göre sınıflandırılmaktadır.  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$   $k$  adet değişkeni ve  $S$  de nokta veya alan konumlarını ifade etsin. Mekansal veri matrisi genel olarak,

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{k adet deęişkene ait veriler} & \text{Konum} & & & & \\
 \left[ \begin{array}{cccc}
 z_1(1) & z_2(1) & \cdots & z_k(1) \\
 z_1(2) & z_2(2) & \cdots & z_k(2) \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 z_1(n) & z_2(n) & \cdots & z_k(n)
 \end{array} \right] & \begin{array}{c}
 s(1) \\
 s(2) \\
 \vdots \\
 s(n)
 \end{array} & \begin{array}{c}
 \text{1.durum} \\
 \text{2.durum} \\
 \vdots \\
 \text{n.durum}
 \end{array}
 \end{array} \quad (2.1)$$

şeklinde gösterilir. Ayrıca bu ifade,

$$\{z_1(i), z_2(i), \dots, z_k(i) | s(i)\}_{i=1, \dots, n} \quad (2.2)$$

şeklinde kısaltılmış şekilde de gösterilebilir.  $z$  ve  $s$ 'ye ait alt indeksler mevcut bir veri değerini gösterirken, parantez içindeki gösterimler belirli bir olayı belirtmektedirler.  $(i)$  olayına ilişkilendirilmiş bir  $s(i)$  değeri, mekansal nesnenin konumunu belirtmektedir. Zaman, belirtimin içinde saklıdır; çünkü tüm gözlemler sahip oldukları zaman aralığına uygun olmalıdırlar. Farklı zaman aralığını temsil eden birkaç veri matrisi olabilir.

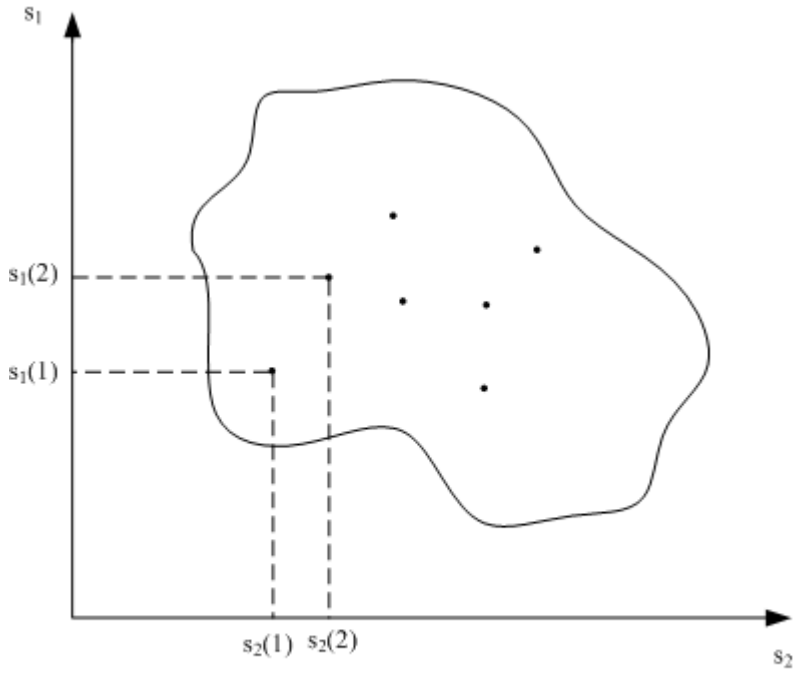
Mekansal bir referansa ek olarak veri, zamansal bir referansa da sahip olabilir. Bu durumda veri,

$$\{z_1(i, t), z_2(i, t), \dots, z_k(i, t) | s(i), t\}_{i=1, \dots, n} \quad (2.3)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada  $t$ , zamanı göstermektedir. Tüm veri değerlerinin zaman içinde aynı noktayı ifade etmesinden dolayı,  $t$  ifadesi notasyondan kaldırılabilir. Ancak aynı zaman periyoduna işaret eden farklı niteliklere ait veriye her zaman sahip olmak mümkün olmayacağından, bu varsayımın belirli analizlerde göz önüne alınması gerekmektedir.

Verilerin nokta nesnelere oluşturduğu durumlarda,  $i$ . noktanın konumu Şekil 2.1’de gösterildiği gibi bir koordinat çifti ile verilir. Koordinat sisteminin eksenleri genellikle veri setine özgü yapılandırılır. Bazı modelleme uygulamalarında eksenler birim kare olarak ölçeklendirilmiştir. Bu sistem, hem kesikli bir uzayın noktalarının konumları hem de sürekli bir yüzey üzerindeki örnek noktalarının konumları için uygun olmaktadır.

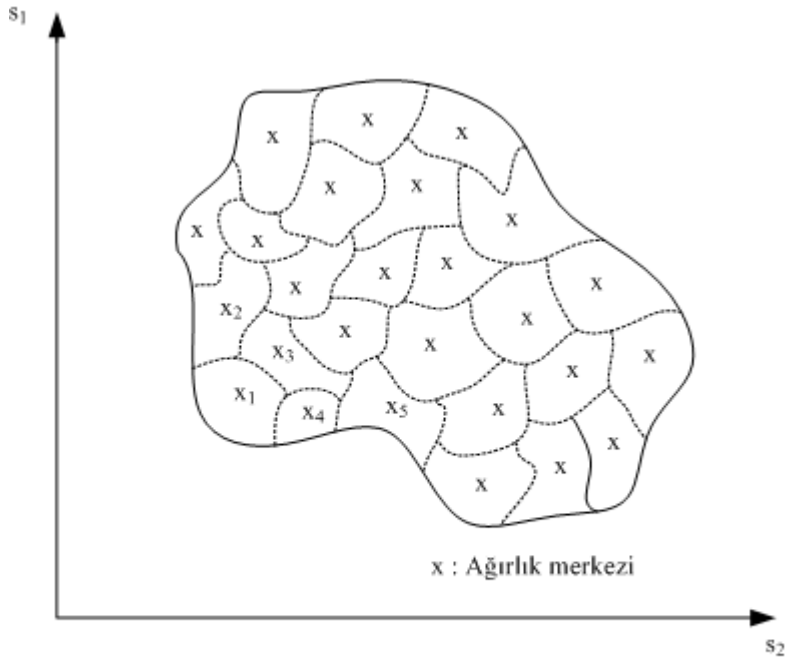
Verilerin alanlardan oluşturduğu durumda her bir nesnenin konumunun tayin edilmesi için, eğer alanlar düzensiz şekiller ise, bu durumda uygulanabilecek bir seçenek, alan veya ağırlıklandırılmış yoğunluk merkezi gibi temsili bir nokta seçmek ve  $s(i)$ ’leri elde etmek için nokta nesnelere için olan aynı süreci kullanmaktır. Buna alternatif olarak, her bir alan etiketlenir ve veri matrisinin satırlarını harita üzerindeki alanlarla eşleştirmek için bir arama tablosu bulunur (Şekil 2.2). Eğer alanlar uzaktan algılanmış bir şekil durumundaki gibi kare pikseller ise Şekil 2.3’deki gibi etiketlendirilebilir (Haining, 2003).



Durum ( $i$ )	$s(i)$		Değişkenler			
	$s_1$	$s_2$	$Z_1$	$Z_2$	$\dots$	$Z_k$
1	$s_1(1)$	$s_2(1)$	$z_1(1)$	$z_2(1)$	$\dots$	$z_k(1)$
2	$s_1(2)$	$s_2(2)$	$z_1(2)$	$z_2(2)$	$\dots$	$z_k(2)$
3	$s_1(3)$	$s_2(3)$	$z_1(3)$	$z_2(3)$	$\dots$	$z_k(3)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$n$	$s_1(n)$	$s_2(n)$	$z_1(n)$	$z_2(n)$	$\dots$	$z_k(n)$

**Şekil 2.1.** Noktalar söz konusu olduğunda mekansal nesnelerin konumlarının tayin edilmesi

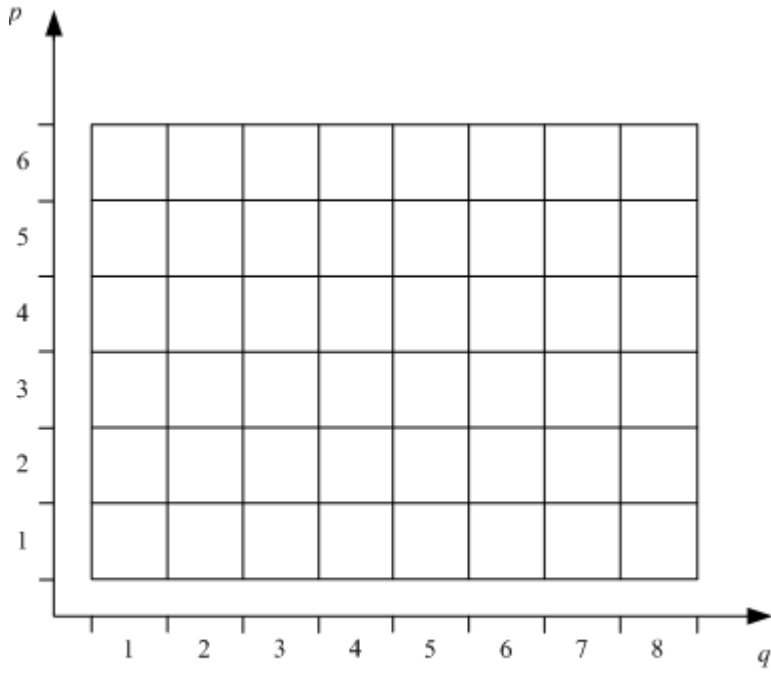




↓  
1, 2, ..., n

Durum ( $i$ )	$s(i)$	Değişkenler			
		$Z_1$	$Z_2$	...	$Z_k$
1	1	$z_1(1)$	$z_2(1)$	...	$z_k(1)$
2	2	$z_1(2)$	$z_2(2)$	...	$z_k(2)$
3	3	$z_1(3)$	$z_2(3)$	...	$z_k(3)$
·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·
$n$	$n$	$z_1(n)$	$z_2(n)$	...	$z_k(n)$

**Şekil 2.2.** Alanlar söz konusu olduğunda mekansak nesnelerin konumlarının tayin edilmesi



Durum ( $i$ )	$s(i)$		Değişkenler			
	$p$	$q$	$Z_1$	$Z_2$	. . .	$Z_k$
1	1	1	$z_1(1)$	$z_2(1)$	. . .	$z_k(1)$
2	1	2	$z_1(2)$	$z_2(2)$	. . .	$z_k(2)$
3	1	3	$z_1(3)$	$z_2(3)$	. . .	$z_k(3)$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
$n$	7	8	$z_1(n)$	$z_2(n)$	. . .	$z_k(n)$

Şekil 2.3. Kare pikseller söz konusu olduğunda mekansak nesnelerin konumlarının tayin edilmesi

## 2.4. Mekansal Veri Analizi

Günümüzde bilimsel araştırmalarda mekansal veriye olan ilgi oldukça artmaktadır. Hızlı bir şekilde artan bu ilgi, konumun bir rol oynadığı hipotezlerin, yeterli nitelikteki mekansal verinin ve uygun istatistiksel metodolojinin varlığını yansıtmaktadır.

Mekansal veri analizi, üzerinde çalışılan sistem içinde her bir nesne veya veri değeri ile ilişkili olan mekansal referansları kullanan modeller ve teknikler topluluğudur. Mekansal veri analizi yöntemleri, olaylar arasındaki mekansal ilişkiler veya mekansal etkileşimleri tanımlamak için verinin görsel olarak gösterimini veya hakkında varsayımlar yapma gereksinimi duymaktadırlar.

Mekansal veri içindeki değişimin iki yönü vardır. Birincisi, konum indeksi tarafından elde edilen bilgiyi göz önüne almaksızın veri değerlerindeki değişkenliktir. İkincisi ise, veri değerlerinde üzerinde çalışılan harita boyunca gözlemlenmiş değişkenlik, bir başka ifadeyle mekansal değişkenliktir. Bir nitelik içindeki değişkenliği göz önünde bulunduran bir model, mekansal değişkenliğin iyi bir açıklamasını sağlayabilmekle birlikte, nitelik değişkenliğini çok iyi açıklayan bir model, mekansal değişimin önemli yönlerini açıklayamayabilir. Bu yüzden bu iki birbirinden farklı değişkenlik, iki farklı terminolojiyi gerektirmektedir ve farklı stratejiler ile yöntemler içermektedir.

Mekansal veri analizinin sonuçlarını anlama sürecinin bir parçası olarak, coğrafi gerçeklik ile bu gerçekliğin, hem nitelik verisini hem de konum verisini içeren bir veri matrisi formundaki sayısal bir veritabanından nasıl ele alındığı arasındaki ilişkiyi tanımlamak önemlidir. Veri matrisi üzerinde gerçekleştirilen işlemlerin yararlılığı, gösterilmekte olunan gerçekliğin veri matrisinden ne kadar iyi derecede alındığına bağlı olacaktır.

Mekansal veri analizinin amaçlarından biri, çalışma alanı boyunca nitelik değerlerindeki mekansal değişimi tanımlamak ve diğer nitelikler bakımından değişkenliğin mekansal örüntüsünü açıklamaktır. Mekansal değişimi tanımlama, ele alınan veri setindeki yüksek (veya düşük) değerlerin kümelerini ve yığılmalarını belirlemede kullanılan özellikleri belirlemektir. Mekansal değişim tanımlandıktan sonra analizdeki diğer adım, üzerinde çalışılan haritanın belirli

alanlarının neden yüksek (veya düşük) değerlerin bir kümesine veya yığılmasına sahip olduğunu anlamaya çalışmaktır.

Jeostatistik gibi bazı mekansal analiz alanlarında ise amaç, henüz örneklenmemiş konumlardaki nitelik değerlerinin tahminlerini elde etmek veya örnek veriler göz önüne alınarak niteliğin bir haritasını yapmaktır (Haining, 2003).

Mekansal veri analizinin çok geniş uygulama alanları mevcuttur, dolayısıyla çok farklı alanlarla ilişkilidir. Coğrafyacılar, istatistikçiler, iktisatçılar, sosyologlar, epidemiyoloji uzmanları, şehir planlamacıları, biyologlar veya çevre bilimciler, mekansal veri veya mekansal bir boyut içeren problemlerle sık sık karşılaşmaktadırlar.

#### **2.4.1. Mekansal veri analizinin bileşenleri**

Mekansal veri analizi, uzay içinde işleyen bir süreç ile ilişkili verinin doğru şekilde tanımlanmasını, böyle bir verideki örüntüler ile ilişkilerin araştırılmasını, örüntü ile ilişkilerin tanımlanması çalışmalarını kapsamaktadır. Mekansal veri analizi konusu, bu faaliyetlerin sonuçlarına yönelik analiz yöntemlerinin bir topluluğunu içermektedir. Uygulamalarda hangi teknik ve yöntemlerin kullanılacağını belirlemek için, mekansal verinin görselleştirilmesi ile ilgili yöntemler, harita örüntü ve ilişkilerini özetleyen ve araştıran yöntemler ile parametrelerin tahmini ve istatistiksel bir modelin belirlenmesine dayalı yöntemleri birbirlerinden ayırmak gerekmektedir. İlk başta görselleştirilen veri, araştırılan ilginç özellikler ve bu özelliklerin yol açabileceği bazı modellemeler arasında yakın bir etkileşim söz konusudur. Modelleme sonuçları daha sonra tekrar gösterilebilir, daha ileri araştırmalar yapılabilir ya da model bir sonuç olarak geliştirilebilir. Bu yüzden bu üç yaklaşım, birbirlerinden ayrı ayrı düşünülmemelidir. Ayrıca analizlerde veri ile olası modeller arasındaki etkileşim de çok önemlidir.

### 2.4.1.1. Mekansal verinin görselleştirilmesi

Herhangi bir veri analizinde, analiz edilmekte olan verinin görsel olarak gösterilebilmesi temel bir gereksinimdir. Verilerin grafiği ve çeşitli tanımlamaların diğer grafiksel gösterimleri, veri içerisindeki örüntüleri araştıran, hipotezler oluşturup önerilen bir modele uygunluğunu değerlendiren veya bunlardan ürettiği tahminlerin geçerliliğini değerlendiren kişi için temel araçlardır. Veri analizinde uygulanan yolların son günlerde interaktif bilgisayar paketlerinin kullanılmasıyla geliştirilmesi, bu şekildeki gösterimlerin hızlı, kolay ve esnek şekilde elde edilmesine olanak sağlamıştır. Gerçekten son günlerdeki veri analizindeki metodolojik gelişimler, dinamik, grafiksel hesaplama çevrelerinin bu türlerinden şiddetli şekilde etkilenmektedir.

Mekansal veri analizinde de istisnai bir durum yoktur. Mekansal verinin görselleştirilmesi, haritalamayı ifade etmektedir. Bir anlamda, mekansal olmayan analiz yapan kişi için saçılma diyagramı ne kadar değerli ise, mekansal analiz yapan kişi için de harita aynı anlama gelmektedir. Dijital haritalama, bilgisayar haritacılığı ve coğrafi bilgi sistemleri alanlarında son günlerdeki hızlı gelişimler, bu şekilde haritalar yaratan ve mekansal örüntülerin ve ilişkilerin en hızlı şekilde, kolayca ve etkileşimli olarak araştırılması için uygun bir ortam sağlamıştır.

Verinin görselleştirilmesi için kullanılan herhangi bir grafiksel tekniğe benzer olarak haritalar da, her biri mekansal verinin farklı türleri için kullanılabilecek çeşitli şekillerdedir. Örneğin, basit bir nokta harita, bir nokta örüntünün görselleştirilmesi için uygun bir araç iken, bölgesel olarak gölgelendirilmiş veya renk tonlu haritalar alansal veriler için aynı görevi üstlenmektedir. Bu şekildeki haritalama teknikleri, çok az dikkat gerektirecek şekilde sezgisel iken, bazıları ise daha ileri açıklamalar gerektirebilir.

Mekansal veri analizinde haritaya olan talep, haritacılık bilimini bu konuda çok değerli yapmamasına rağmen bu, mekansal veri analizinde harita kullanımında haritacılık ile bilgi ve dikkatin önemsiz olduğunu ifade etmemektedir. Harita türünün veya veri değerleri için kullanılan ölçeğin yanlış seçilmesi, gösterimden elde edilecek yanlış sonuçlara ve kararlara, dolayısıyla üzerinde çalışılan süreç için uygun olmayan modeller önerilmesine yol açabilir.

#### 2.4.1.2. Mekansal verinin araştırılması

Veri analizindeki açıklayıcı teknikler, analiz yapan kişiye veri hakkında çeşitli hipotezlerin ve böyle bir veri için uygun modellerin geliştirilmesine yardımcı olacak verinin en iyi tanımlamalarının araştırılmasını içermektedir. Bu teknikler, veri hakkında birkaç önsel varsayımlar yapılarak karakterize edilmektedir ve bazıları, uç veri değerleri ve artıkların olası etkilerine karşı dayanıklı anlamına gelen sağlamlılık için özel şekilde tasarlanmaktadır. Bu yüzden, belirli özellikleri belirtmek için tasarlanan ve analiz yapan kişiye örüntüleri, ilişkileri, normal olmayan değerleri, v.b... belirlemeye izin veren verinin grafiksel gösterimlerini vurgulayan yöntemler hakkında bilgi sahibi olmak gerekmektedir.

Mekansal veri analizinde, açıklayıcı yöntemlerden elde edilen sonuçlar geleneksel grafiklerle gösterilebilirken, farklı harita şekillerinde görsel olarak da sunulabilir. Örneğin, bazı açıklayıcı teknikler, nokta olayların gözlenmiş örüntülerine uygulandığında sonuçlar, çalışma alanının bütünü üzerindeki olayların oluşumunun tahmin edilen yoğunluğunun bir dış hatlar haritası içinde sonuçlar verirken, aynı olaylar kümesine uygulanan bazı açıklayıcı teknikler, olay konumları arasındaki mekansal bağımlılığı aydınlatan bir grafik içinde sonuçlar vermektedir.

Açıklayıcı mekansal teknikler ile görselleştirme tekniklerini birbirinden ayıran çizgi, yöntemlerin içerdiği veri kullanımı ile ilişkilidir. Örneğin, birkaç yönetsel bölge içindeki standartlaştırılmış yaş ve nedeni belli ölüm oranlarına sahip olduğu varsayılınsın. Bu ham oranların bir haritası veya bunların basit dönüşümleri görsel bir tekniktir. Eğer bölgesel değişimlerin düzgülleştirilmesi ve daha global eğilimlerin görülmesi istenirse, oranların, her bir oranın kendi ve “komşu” bölgelerin ortalaması ile yer değiştirilmesi suretiyle, bir “mekansal hareketli ortalaması”nın bir haritası çizilebilir. Bu işlem, değer ilaveli veri kullanımının anlamlı bir derecesini içerdiğinden açıklayıcı bir teknik olarak sınıflandırılabilir.

Açıklayıcı teknikler ile mekansal modelleme tekniklerini de birbirinden ayırmada da benzer bir belirsizlik söz konusudur. En basit şekilde, açıklayıcı tekniklerin, üzerinde çalışılan veri için herhangi bir açık model içermediğinden mekansal modelleme tekniklerinden ayrıldığını söylemek doğru olacaktır. Bu büyük ölçüde doğru olmakla birlikte bütün açıklayıcı teknikleri kapsamamaktadır. Birkaç açıklayıcı teknik, üzerinde çalışılan verinin bazı özetlerinin belirli bir modele uyan verinin parametrelerine benzer olup olmadığının karşılaştırmalarını içermektedir. Bu gibi modeller, açıklayıcı teknikler içine girmektedir.

### **2.4.1.3. Mekansal verinin modellenmesi**

Açıklayıcı analizin isabetli bir seçiminin uygun görselleştirme yöntemleriyle birleştirilmesi, bir araştırmacı için ilgilendiği mekansal verinin belirli bir kümesi hakkında sorabileceği soruları cevaplaması için yeterli olabilecektir. Ancak diğer durumlarda, belirli hipotezlerin test edilmesi veya ilgilenilen ilişkilerin şekilleri hakkında duyarlı tahminlerde bulunulmaya gereksinim duyulabilir. Bu gibi durumlarda verinin belli istatistiksel modellerinin göz önüne alınması gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Mekansal olgular genellikle mekansal ilişkinin bir derecesini sergilemektedirler ve mekansal analiz yapan kişi, eğer kullandığı modeller böyle bir olgunun gerçeğe uygun gösterimlerini sağlıyorsa mekansal bağımlılığın olasılığını modelleri ile birleştirme gereği duymaktadır. Mekansal olgunun genel davranışı genellikle, birinci sıra ve ikinci sıra etkilerinin bir birleşiminin sonucudur. Birinci sıra etkileri, uzaydaki sürecin ortalama değerindeki değişimi ile ilişkili iken, ikinci sıra etkiler mekansal ilişki yapısından veya süreçteki mekansal bağımlılığın bir sonucudur.

Mekansal örüntüler, genellikle, birinci ve ikinci sıra etkilerin bir karışımından ortaya çıktığından, mekansal bir stokastik süreç gösteren rassal değişkenlerdeki bağımsızlık, mekansal modelleyici için çok zor bir varsayımdır. Böyle bir varsayım ikinci sıra etkileri ortadan kaldırmaktadır ve bu nedenle, bir kovaryans yapısına izin veren daha esnek bir alternatifi ile değiştirilmelidir. Genel bir yaklaşım ilgilenilen değişkenin iki bileşenden oluştuğunu düşünmektir. Birinci

sıra bileşeni, ortalama değerdeki mekansal değişimin geniş ölçeklerini sunmaktadır. Bu, ortalama ve konum arasındaki ilişkinin doğrusal olma zorunluluğu olmamasına ve “birlikte değişimler”in konum yerine bu ilişki içinde olabileceğine rağmen, basit doğrusal regresyon modelindeki önerilen bağımlılığa benzerdir. İkinci sıra bileşeni ise, ortalamadan stokastik sapmaların davranışları ile ilgilidir.

İkinci sıra bileşen, genellikle, *durağan bir mekansal süreç* olarak modellenmektedir. Mekansal bir süreç  $\{Y(\mathbf{s}), \mathbf{s} \in \mathbb{R}\}$ , eğer istatistiksel özellikleri  $\mathbb{R}$  içinde kesin konumlardan bağımsız ise, durağan veya homojendir. Özellikle bu, ortalama  $E(Y(\mathbf{s}))$ , ve varyans  $Var(Y(\mathbf{s}))$ 'in  $\mathbb{R}$  içinde sabit olduğunu ve bu nedenle konum  $\mathbf{s}$ 'ye bağımlı olmadığını ifade etmektedir. Ayrıca durağanlık, herhangi iki bölgedeki değerler arasındaki kovaryans  $Kov(Y(\mathbf{s}_i), Y(\mathbf{s}_j))$ 'in sadece bu bölgelerin ilişkili konumlarına, aralarındaki uzaklık ve yöne bağlı olduğunu ifade etmektedir.

İkinci sıra etkilerde ortalamadaki durağanlık ile birleşen heterojenlik, çalışılan bölge içindeki alanlar aynı yapıya sahip süreçlerin birlikte değişimini ifade ettiğinden dolayı daha makul ve kabul edilebilir ayrıca yararlı bir mekansal modelleme varsayımdır.

Mekansal modellemede; durağanlık, birinci ve ikinci sıra özelliklerin gerçekliğini değil modelleyicinin ölçüm nesnelere olduğu kavramı kabul edilir. Uygulamada, bu özellikler gözlenmiş verilerde karmaşıklığa yol açmaktadır ve aralarındaki farkı anlamak zordur. Her iki özellik türü de benzer mekansal örüntülere yol açmaktadır (Bailey ve Gatrell, 1995).

## 2.5. Mekansal İstatistik

“*Mekansal istatistik*”, mekansal olarak düzenlenmiş verileri dikkate alan istatistiksel yöntemlerle ilgilidir.

Çoğu uygulamalarda kesikli zaman aralıklarında ölçülmüş gözlemlerden oluşan zaman serisi verileri kullanılmaktadır. Bu tür serilerde gözlem değerlerinin önceki gözlem değerlerine bağlı olabileceği olasılığı bilinmektedir. Bu gibi verilerle analiz yapılırken, veriyi oluşturan geçici veri sürecini araştırmayla da



ilgilenilmelidir. Bu süreç, önceki değerlere ilişkin oluşturulmuş tahmin edilmek istenilen model olarak da düşünülebilir.

Zaman serisi verilerine benzer olarak mekansal verilere, iki boyutlu bir bölgede kesikli konumlarda gözlenmiş ölçümler gözüyle de bakılabilir. Zaman serisi verilerinde olduğu gibi gözlemler, mekansal olarak (iki boyutta) ilişkilendirilebilir. Bu ilişki, analiz esnasında da göz önünde tutulmalıdır (Martinez ve Martinez, 2002).

Bailey ve Gatrell (1995), mekansal istatistiğin tanımını ve amacını aşağıdaki şekilde özetlemiştir:

*“... uzay içinde gerçekleşen bazı süreçlerde elde edilen gözlemsel veriler ve bu süreçlerin davranışları ile diğer mekansal olgularla olası ilişkilerini tanımlamak ve açıklamak için kullanılan yöntemler topluluğudur. Mekansal istatistiğin amacı ise, bu süreçlerin temel anlayışını arttırmak, onlar hakkındaki çeşitli hipotezleri değerlendirmek veya henüz gözlemlerin yapılmadığı alanlardaki değerleri tahmin etmektir.”*

Mekansal istatistik, mekansal veri analizin bir parçası olarak düşünülebilir. Mekansal veriye uygulanan diğer yöntemleri de içerdiğinden dolayı mekansal veri analizi daha geneldir.

Mekansal verinin içinde mevcut olan mekansal bağımlılık varsayımı yüzünden mekansal istatistik, klasik istatistik yöntem ve teknikleri kullanma eğiliminde değildir. Klasik istatistikte olduğu gibi, mekansal veri için tanımlayıcı ve çıkarımsal yaklaşımlara sahip olmakla birlikte kendine özgü yöntem ve tekniklere sahiptir.

### **2.5.1. Mekansal istatistiğin tarihçesi**

Mekansal istatistiğe olan ilk yaklaşımlar daha çok betimsel yaklaşımlardır.

1920 ve 1930'larda Ronald A. Fisher, rassallaştırmayı kullanarak mekansal bağımlılığı kontrol etmek için yöntemler geliştirmiştir. Daha sonraki yıllarda mekansal bağımlılığın biçimsel olarak modellenmesi, istatistik, matematik, maden mühendisliği, jeoloji ve istatistiksel fizik gibi bir çok bilim dallarında ortaya çıkmıştır.

1980 ve 1990’larda mekansal istatistik, istatistik bilim dalının bir alt dalı olarak kabul görmeye başlamıştır. Ek olarak, 1990’lar öncesinde çoğu mekansal modelleme, doğrusal regresyon modelinde yapılan bazı modifikasyonlara dayalı iken, 1990’lardan itibaren mekansal verinin modellenmesi alanında Bayes yaklaşımı da kullanılmaya başlanılarak, mekansal bağımlılığın etkilerini modelleme de farklı yollar ortaya çıkmıştır.

Günümüzde mekansal istatistik, heyecan verici bir araştırma alanı olarak kabul edilmektedir ve uygulamalı alanlarda kullanımı gün geçtikçe daha genel bir hale gelmektedir.

### **2.5.2. Mekansal istatistiğin uygulama alanları**

Mekansal istatistiğin çok geniş uygulama alanları vardır ve bu konu bir çok farklı alanla ilgilidir. İstatistikçiler, coğrafyacılar, ekonomistler, sosyologlar, yerbilimciler, deprem bilimcileri, salgın bilimciler, şehir plancıları, biyologlar, çevre bilimciler, v.b... , mekansal bir yapıya sahip ya da mekansal veri içeren problemlerle sık sık karşılaşmaktadırlar.

Deprem bilimcileri, depremlerin bölgesel dağılımı üzerindeki veriyi toplamaktadırlar. Bu dağılımın, uzay üzerinde herhangi bir örüntü veya tahmin edilebilirlik gösterip göstermediğini araştırmada mekansal istatistik yöntemlerden faydalanmaktadırlar (Veen ve Schoenberg, 2005).

Salgın bilimciler, hastalıkların meydana gelmesi ile ilgili verileri topladıktan sonra, mekansal istatistik yöntemlerden faydalanarak, inceldikleri hastalığın belirli durumlarının dağılımının uzayda bir örüntü oluşturup oluşturmadıklarını, çevresel kirliliğin olası kaynakları ile ilişkili olup olmadığını ya da bu hastalığın bir bireyden diğerine geçmesiyle ilgili herhangi bir önsel bilginin olup olmadığını araştırmaktadırlar (Anderson ve Titteringotni, 1992).

Suç istatistikleri ile ilgilenen birimler, örneğin gerçekleşmiş hırsızlık olaylarının dağılımı için herhangi bir mekansal örüntü olup olmadığını araştırmak istediklerinde mekansal istatistik yöntemlerini kullanmaktadırlar. Ayrıca belirli alanlardaki hırsızlık oranlarının, bu alanların sosyo-ekonomik karakteristikleri ile olan ilişkisi de araştırılabilir.

Yer bilimciler, belirli bir alan boyunca dağılmış konumlardan çekilmiş sondaj deliği örnekleri üzerinde verilmiş veri seti ile, belirli bir bölge üzerindeki bir maden damarının genişletmeyi istediklerinde mekansal istatistik yöntemleri kendileri için çok önemli araçlar olmaktadır (Parker ve ark., 2003)

Bir yer altı su bilim adamı, bir sıra su kuyusundan toplamış olduğu örnekler içindeki herhangi bir zehirli kimyasalın konsantrasyonu ile ilgili veriyi topladıktan sonra, olası bir kirlenmenin bölgesel bir haritasını yapılandırma da mekansal istatistik yöntemlerden faydalanmaktadır.

Çevresel bilim adamları, uydulardan elde edilmiş verilerle de çalışmaktadırlar. Bu tür veriler parazitli olabilmektedir. Örüntünün temelinde ortaya çıkmış olan paraziti süzmek için mekansal istatistik yöntemlerini kullanmaktadırlar (Fortin ve ark., 2002).

Perakendeciler, bir satış yeri açıp açmayacaklarına veya mevcut satış yerlerini genişletip genişletmeyeceklerini karar vermek için ürünlerine olan olası talebi değerlendirmede, nüfus sayımından elde edilmiş mevcut küçük alanlardaki soyo-ekonomik veriyi kullanmaktadırlar. Bu alanları sınıflandırmayı istemektedirler. Ayrıca aynı perakendeciler, müşterilerinin ikamet edilen bölgelerden satış yerlerine olan hareketleri ile ilgili veriyi toplar ve bu tip akışların modelini kurarak, satış yerlerini genişlettiklerinde veya yeni bir tane açtıklarında bu tür akışlardaki değişiklikleri tahmin etmeyi de isteyebilmektedirler. Bu durumlarda, mekansal istatistik yöntemlerinin kullanılması, bu perakendecilerin amaçlarına ulaşmasında önemli bir araç olmaktadır.

Ayrıca mekansal istatistik yöntemleri kullanılarak, birbirine bağlı olan pazarlardaki fiyat değişkenliği de modellenmektedir.

Mekansal istatistiğe olan gün geçtikçe artan ilgi ve disiplinler arasındaki etkileşimlerin çeşitlenmesinden dolayı yukarıda verilen alanlar ve uygulama örneklerin sayısı daha da arttırılabilir.

### 2.5.3. Coğrafi bilgi sistemleri (CBS) ve mekansal istatistik

Coğrafi bilgi sistemleri (CBS), bir çok farklı alanda kullanılmaktadır. Kullanıcıların çok farklı disiplinlerden olması nedeniyle, bu kavram değişik şekillerde tanımlanmaktadır. CBS'nin dünyada konumsal bilgi ile ilgilenen kişi, kurum ve kuruluşlar arasında geniş bir merak uyandırması, gelişimindeki hızlı değişiklikler, özellikle ticari beklentiler, ele alınan farklı uygulama ve fikirler, CBS'nin standart bir tanımının yapılmasına henüz izin vermemiştir. CBS, bazı araştırmacılara göre konumsal bilgi sistemlerin tümünü içeren ve coğrafi bilgiyi irdeleyen bir bilimsel kavram, bazılarına göre konumsal bilgileri dijital yapıya kavuşturan bilgisayar tabanlı bir araç, bazılarına göre de organizasyona yardımcı olan bir veri tabanı yönetim sistemi olarak nitelendirilmektedir.

CBS, bilgi teknolojisine dayalı bir veri toplama, işleme ve sunma aracı ya da yoğun ve karmaşık konum bilgilerinin etkin bir şekilde denetlenebildiği bir yönetim tarzı ya da coğrafi verilerin daha verimli kullanılmasına olanak sağlayan bir sistem ya da bunların bir bütünü olarak algılanmaktadır. CBS kavramı ile ilgili yapılan farklı tanımlarda, coğrafyaya konu olan bilgilerin toplanmasından bu bilgilerin üretilmesine kadar geçen süreçte bir takım mekansal analitik işlemlerin gerçekleşmesi için bilgisayarın bir araç olarak kullanılması ve tüm bunların ancak bir sistem dahilinde sağlanabileceği vurgulanmaktadır. Buna göre CBS özetle; *“konuma dayalı işlemlerle elde edilen grafiksel ve grafiksel-olmayan verilerin toplanması, saklanması, analizi ve kullanıcıya sunulması işlevlerinin bir bütünlük içerisinde gerçekleştirilen bir bilgi sistemidir.”* şeklinde tanımlanabilir (Yomralıoğlu, 2005).

Teknolojik gelişmelerin insan hayatının her alanında kullanıldığı bilgi ve teknoloji çağında, artan ve çeşitlilik gösteren beklentilerin karşılanması amacıyla verilerin bilgiye dönüştürülüp hızla insan hayatını kolaylaştırmak üzere insan hayatına dahil edilmesi ve her kesim tarafından basit ve anlaşılır bir şekilde kullanılmasının sağlanması oldukça önemlidir.

Bilgiye dönüştürülecek verilerin göz ardı edilemeyecek bir miktarının mekansal olması, diğer bir ifadeyle uzaydaki yeri  $x$ ,  $y$  ve  $z$  koordinatlarıyla ifade edilen veriler olması, günümüzde mekansal verilerle işlem yapılmasını sağlayacak sistem ve araçların geliştirilmesindeki en önemli etken olmuştur. Bu bağlamda CBS, günümüzde özellikle mekansal verinin kullanımını gerektiren sektörlerin tamamında kullanılan bir araç haline gelmiştir (Çabuk ve ark., 2007).

CBS'nin geniş bir uygulama alanı bulmasındaki en önemli etkenlerden biri de konumsal olarak elde edilen yığın halindeki karmaşık verileri kullanarak bu verilere ait istatistiksel analizleri de gerçekleştirme yeteneğine sahip olmasıdır. Bilhassa veri tabanlarında coğrafi detaylara ilişkin çok fazla veri bulunması halinde herhangi bir öznitelik alanı bünyesindeki kayıtların toplam değeri, en büyük ve en küçük değeri veya bu kayıtların ortalaması ya da standart sapması sorgulanabilir. Bununla birlikte verilerin sıklık derecesi, normal dağılıp dağılmadıkları incelenebilir. İstatistiksel sonuçlar rapor çıktılar halinde elde edilebileceği gibi, histogram gibi grafik gösterimler halinde de olabilmektedir.

CBS, mekansal olarak öğelerin kendileri ile ilgili veya birbirleri ile ilişkili ölçümlerini de rahatlıkla yapabilmektedir. Mekansal ölçüm ile iki noktanın birbirleri arasındaki uzaklıklar ölçülebildiği gibi, belli bir öğenin alanı veya öğelerin toplam alanları hesaplanabilmektedir (Yomralıoğlu, 2005).

Haritacılık teknolojilerindeki hızlı gelişim istatistiksel analizler ve bunların kullanımını da gözle görülür bir şekilde geliştirmiştir. Mekansal boyuta ve çeşitli uzaktan algılama yöntemlerine odaklanmasıyla CBS, geleneksel alanlar karşısında istatistiksel verinin değerlendirilmesine olanak sağlayan, istatistiklerin sınırsızlığı ile istatistiksel analizlerin bütünleşmesini daha değerli hale getirmiştir. Sosyo-ekonomik ve coğrafi bilginin bütünleşmesinin CBS ile birleştiğinde, eğitim, sağlık, çevrenin korunması, belediye hizmetleri, ekonomik gelişim ve temel altyapının konumu etkileyen alanlar içinde karar vermede yardımcı olmaktadır.

İstatistikte haritacılık teknolojisi halen bir çok ülkede kullanılmaktadır ve istatistiksel ve coğrafi bilginin karar vericiler ve gelişim yöneticilerine yardım etmedeki etkinliği kanıtlanmıştır. CBS ve diğer haritacılık teknolojilerin kullanımları, doğal olmayan format çeşitliliği içindeki verinin okunmasına olanak sağlayan, böylece verinin girişi ve birleştirilmesi için gerekli kaynakları azaltan araçlar ile gittikçe kolay olmaktadır. Analiz için gerekli araçlar yüksek bir kalite de olmalıdır ve iletişimin kuvvetli yayılması böyle analizler için verinin toplanması, üretilmesi ve saçılması için imkanları anlamlı şekilde geliştirmiştir. Bununla birlikte, böyle projelerin başarılı şekilde gerçekleştirilebilmesi için bir ön koşul, analiz edilecek ve değerlendirilecek bağlantı ve modellerin, veri kaynaklarının çok dikkatli bir şekilde yapılacak metodolojik planıdır (Longley ve Batty, 1996).

### 3. MEKANSAL NOKTA ÖRÜNTÜ ANALİZİ

#### 3.1. Nokta Süreçler

Nokta süreçler, genellikle iki veya üç boyutlu bir bölge içindeki nesnelerin pozisyonları veya merkezleri olan noktaların olduğu durumlarda nokta örüntüleri modellemek için kullanılmaktadırlar. Bu noktalar, işaretlenmiş nokta süreçlere uygun olarak nesnelerin boyutları veya türleri gibi işaretler ile donatılmış olabilmektedirler. Nokta süreçlerin uygulama alanları çoğalmakla birlikte, son yıllarda mekansal istatistik araştırmalarının temel bir alanını oluşturmaktadırlar.

##### 3.1.1. $\mathbb{R}^d$ (d-boyutlu Öklid uzayı) üzerindeki nokta süreçler

Bir  $X$  mekansal nokta süreci  $S$  uzayının sayılabilir bir rassal alt kümesidir.  $S$  uzayının  $S \subseteq \mathbb{R}^d$  ( $\mathbb{R}^d$ ;  $d$ -boyutlu öklid uzayı) olduğu varsayılabilir. Sıklıkla  $S$ ,  $d$ -boyutlu bir çerçeve ile sınırlandırılabilir gibi  $\mathbb{R}^d$ 'nin tamamı da olabilir. Ayrıca,  $(d-1)$ -boyutlu bir birim küre de göz önüne alınabilir. Pratik uygulamalarda  $W \subseteq S$  olacak şekilde bir sınırlandırılmış gözlem penceresi içerisinde yer alan gözlem noktaları ile çalışılır.  $W$ , bir dikdörtgen olabileceği gibi, birçok dikdörtgenin birleşimi de olabilir.

Bu çalışmada  $S$ 'nin sonlu altkümelerinde bölgesel olarak gerçekleşen  $X$  nokta süreçleri göz önüne alınacaktır. Herhangi bir  $x$  ( $x \subseteq S$ ) altkümesi için,  $n(x)$ :  $x$  kümesinin eleman sayısı iken,  $x$  sonlu değil ise  $n(x) = \infty$  şeklinde gösterilmektedir.

$$x_B = x \cap B \quad (3.1)$$

denklemini, bir  $x$  nokta düzeninin herhangi bir  $B$  kümesine olan kısıdı ve benzer şekilde  $X_B$ 'de  $X$ 'in  $B$ 'ye olan kısıdı iken, her  $B \subseteq S$  sınırlaması yapıldığında  $n(x_B) < \infty$  ise  $x$ 'in bölgesel olarak sonlu olduğu söylenmektedir. Böylece  $X$  nokta süreçleri,

$$N_{\text{if}} = \{x \subseteq S : n(x_B) < \infty ; \text{ tüm } B \subseteq S \text{ sınırlandırmaları için}\} \quad (3.2)$$

denklemleri ile tanımlanan uzaydaki değerleri almaktadır.  $N_{if}$  kümesinin elemanları bölgesel olarak sonlu nokta düzenleri olarak adlandırılmaktadır ve  $S$ 'deki noktalar  $\xi, \eta, \dots$  sembolleri ile gösterilirken, bu kümenin elemanları  $x, y, \dots$  sembolleri ile gösterilmektedir. Ayrıca boş bir nokta düzeni ise  $\emptyset$  sembolü ile gösterilmektedir.

### 3.1.2. İşaretlenmiş nokta süreçleri

$Y, T$  ( $T \subseteq \mathbb{R}^d$ ) uzayında bir nokta süreci olsun. Eğer önceden tanımlanmış bir  $M$  uzayında rassal bir "işaret"  $m_\xi$  ( $m_\xi \in M$ ), her bir  $\xi$  ( $\xi \in Y$ ) noktasına ekli ise,

$$X = \{(\xi, m_\xi) : \xi \in Y\} \quad (3.3)$$

denklemleri,  $T$  içindeki noktalar ve işaret uzayı ile işaretlenmiş bir nokta süreci olarak adlandırılmaktadır. Bu çalışmada  $M$  uzayının sonlu bir küme veya  $\mathbb{R}^p$  ( $p \geq 1$ ) uzayının bir alt kümesi olarak göz önüne alınmaktadır.

Benzer şekilde işaretlenmiş nokta süreçleri,  $\mathbb{R}^p$  içindeki noktalarla birlikte tanımlanmış diğer bazı geometrik nesnelere (doğru parçaları, elipsler, vb.) ile elde edilebilmektedir. Bu gibi süreçler,  $\xi$  (germ)'nin  $m_\xi$  (grain) nesnesinin konumunu belirlediği *germ-grain modelleri* olarak adlandırılmaktadır (Lawson ve Denison, 2002).

### 3.1.3. Poisson nokta süreçleri

Poisson nokta süreçleri, mekansal nokta örüntü analizinde temel bir rol oynamaktadırlar. Mekansal nokta örüntüleri içinde "etkileşim olmadığı"nın veya "tam mekansal rassallık" mevcut olduğunun tespiti için kolay çözümlenebilir bir model sınıfı olarak kullanılmaktadırlar. Ayrıca özetleyici istatistikler ile çalışıldığı ve daha ileri derecedeki nokta süreçleri yapılandırıldığı durumlarda da kullanılmaktadırlar.



### 3.1.3.1. Poisson nokta süreçlerinin temel özellikleri

Bir  $S \subseteq \mathbb{R}^d$  uzayında tanımlanmış ve bölgesel olarak integrallenebilir, başka bir ifadeyle tüm sınırlandırılmış  $B \subseteq S$  kümeleri için  $\int_B \rho(\xi) d\xi < \infty$  olan  $\rho: S \rightarrow [0, \infty)$  yoğunluk fonksiyonu ile belirtilmiş bir Poisson nokta süreç göz önüne alınsın. Bu durumda ilgilenilen Poisson nokta süreci,

$$\mu(B) = \int_B \rho(\xi) d\xi, \quad B \subseteq S \quad (3.4)$$

denklemleri ile tanımlanabilir. Bu süreçte sadece  $\mu$  yoğunluk ölçümü kullanılmaktadır. Bu ölçüm, *bölgesel olarak sonlu*, başka bir ifadeyle tüm sınırlandırılmış  $B \subseteq S$  kümeleri için  $\mu(B) < \infty$  ve *yayınık*, başka bir ifadeyle  $\xi \in S$  için  $\mu(\{\xi\}) = 0$  'dır.

$f$ , bir  $B \subseteq S$  kümesi üzerinde tanımlı bir yoğunluk fonksiyonu ve  $n \in \mathbb{N}$  ( $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ ) olsun.  $f$  yoğunluklu  $n$  adet birbirlerinden bağımsız dağılmış noktalardan oluşan bir  $X$  nokta süreci,  $B$  içinde  $f$  yoğunluklu  $n$  noktanın bir *binomial nokta süreci* olarak adlandırılmaktadır ve  $X \sim \text{binomial}(B, n, f)$  şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $|B| > 0$  ve  $\int_B \rho(\xi) d\xi = 1$  'dir.

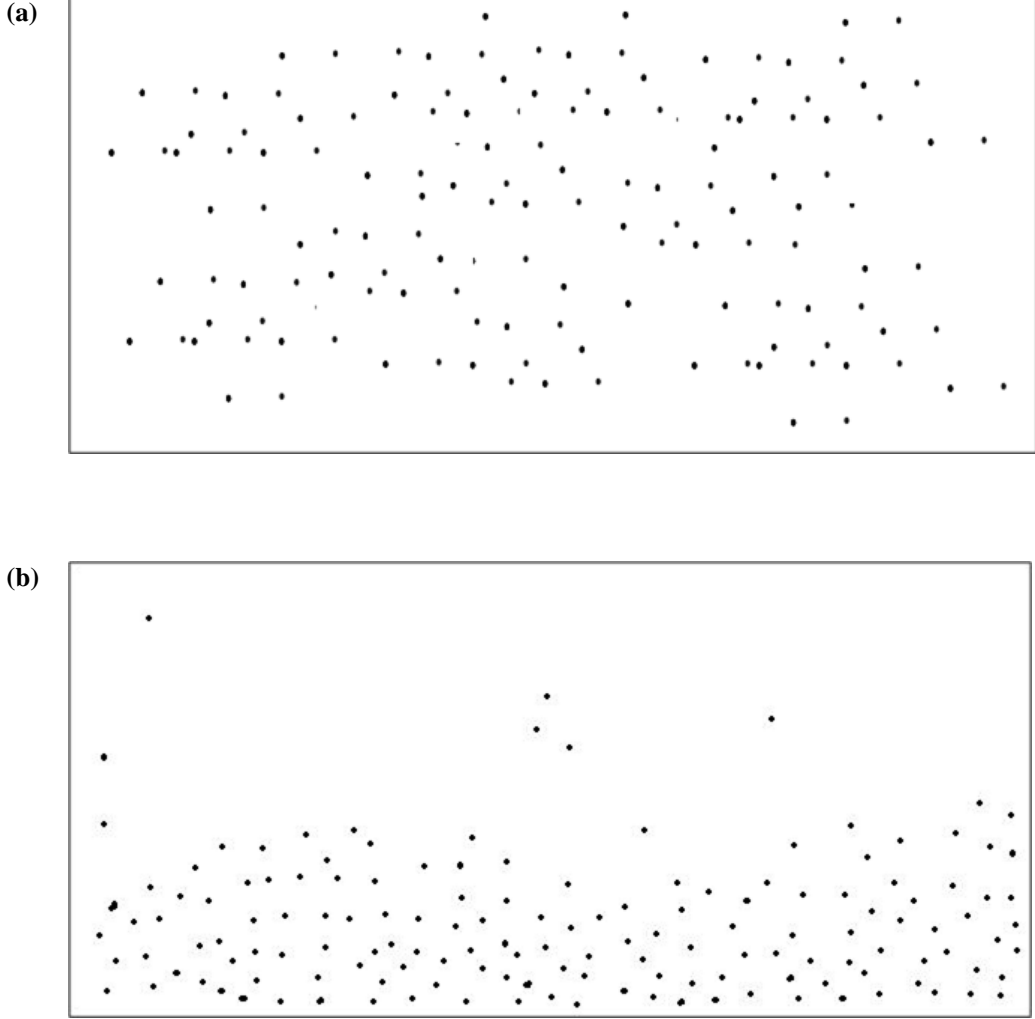
$S$  üzerinde tanımlı bir nokta süreci,

- $\mu(B) < \infty$  ile herhangi bir  $B \subseteq S$  için,  $N(B) \sim \text{po}(\mu(B))$  'dır. Başka bir ifadeyle  $N(B)$ ,  $\mu(B)$  ortalamalı Poisson dağılımı göstermektedir. Ayrıca eğer  $\mu(B) = 0$  ise,  $N(B) = 0$  olacaktır,
- $0 < \mu(B) < \infty$  ile herhangi bir  $B \subseteq S$  ve  $n \in \mathbb{N}$  için,  $N(B) = n$  olmak koşulu ile,  $f(\xi) = \rho(\xi) / \mu(B)$  ile  $X_B \sim \text{binomial}(B, n, f)$  'dir

koşullarını sağlıyor ise,  $\rho$  yoğunluk fonksiyonlu bir Poisson nokta sürecidir ve  $X \sim \text{Poisson}(S, \rho)$  şeklinde ifade edilmektedir.

Herhangi bir sınırlandırılmış  $B \subseteq S$  için  $\mu$ ,  $B$  içindeki noktaların beklenen sayısını belirlemektedir. Başka bir ifadeyle,  $\mathbb{E}N(B) = \mu(B)$ 'dir. Ayrıca  $\rho(\xi)d\xi$ ,  $\xi$  merkezli ve  $d\xi$  hacimli çok küçük bir daire içinde bir noktanın ortaya çıkma olasılığıdır.

Eğer  $\rho$  bir sabit ise,  $Poisson(S, \rho)$  süreci  $S$  üzerinde  $\rho$  yoğunluklu bir *homojen Poisson süreci*, aksi halde  $S$  üzerinde *heterojen Poisson süreci* olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca  $Poisson(S, 1)$  de, *standart Poisson nokta süreci* olarak adlandırılmaktadır. Homojen ve heterojen Poisson süreçler için  $S = [0; 1] \times [0; 0, 7]$  üzerinde homojen Poisson süreci için bir simülasyon Şekil 3.1a'da ve heterojen Poisson süreci için bir simülasyon Şekil 3.1b'de verilmiştir. Şekil 3.1'de gösterilen her iki durum içinde noktaların beklenen sayısı 150'dir.



**Şekil 3.1.**  $S = [0; 1] \times [0; 0, 7]$  üzerinde Poisson süreçlerin simülasyonları. (a) homojen bir Poisson süreci ve (b) heterojen bir Poisson süreci

$\mathbb{R}^d$  üzerinde bir  $X$  nokta süreci, eğer bu sürecin dağılımı yer değiştirildiğinde değişmiyor, başka bir ifadeyle  $X + s = \{\xi + s : \xi \in X\}$  dağılımı herhangi bir  $s \in \mathbb{R}^d$  için  $X$ 'in dağılımı ile aynı ise,  $X$  nokta süreci *durağandır*. Ayrıca  $X$  nokta sürecinin dağılımı  $\mathbb{R}^d$  eksenini etrafında döndürüldüğünde değişmiyor, başka bir ifadeyle orijin etrafında herhangi bir  $\Theta$  dönüşümü yapıldığında  $\Theta X = \{\Theta \xi : \xi \in X\}$ 'in dağılımı  $X$ 'in dağılımı ile aynı ise,  $X$  nokta süreci *eşyönlüdür*.

### 3.1.3.2. Poisson nokta süreçlerinin dağılım özellikleri

Bir  $X$  nokta süreci,  $\mu(B) = \int_B \rho(\xi) d\xi < \infty$  ile tüm  $B \subseteq S$  ve  $F \subseteq N_{\mathcal{Y}}$  için Poisson dağılmış ( $X \sim Poisson(S, \rho)$ ) ise,

$$P(X_B \in F) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-\mu(B))}{n!} \int_B \dots \int_B \mathbf{1}[\{x_1, \dots, x_n\} \in F] \prod_{i=1}^n \rho(x_i) dx_1 \dots dx_n \quad (3.5)$$

ve  $\mu(B) < \infty$  ile tüm  $B \subseteq S$  ve  $h: N_{\mathcal{Y}} \rightarrow [0, \infty)$  fonksiyonları için,

$$\mathbb{E}[h(X_B)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-\mu(B))}{n!} \int_B \dots \int_B h(\{x_1, \dots, x_n\}) \prod_{i=1}^n \rho(x_i) dx_1 \dots dx_n \quad (3.6)$$

olacaktır. Eğer  $S$  sınırlı (veya  $\int_S \rho(\xi) d\xi < \infty$ ) ise  $Poisson(S, \rho)$  süreci,  $n \in \mathbb{N}$  için  $n(X) \sim po(\mu(S))$  ve  $X|n(X)=n \sim binomial(S, n, \rho/\mu(S))$  olacaktır. Sınırlandırılmamış bir  $S$  için  $Poisson(S, \rho)$  süreci ise, Teorem 3.1 ile doğrulanmaktadır.

**Teorem 3.1.**  $X \sim Poisson(S, \rho)$  nokta süreci mevcut ve yokluk olasılıkları tarafından belirlenmiş ise sınırlandırılmış  $B \subseteq S$  için,

$$\nu(B) = \exp(-\mu(B)) \quad (3.7)$$

olacaktır.

**İspat 3.1.** Keyfi bir nokta  $\xi \in S$  ve  $i \in \mathbb{N}$  için  $B_i = \{\eta \in S : i-1 \leq \|\eta - \xi\| < i\}$  kümesi mevcut olsun.  $S$ , ayrık sınırlandırılmış  $B_i$  kümelerinin birleşimi olduğu açıktır.  $X_i \sim \text{Poisson}(B_i, \rho_i)$ ;  $i = 1, 2, \dots$ , bağımsız ve  $\rho_i, \rho$ 'nin  $B_i$  için olan kısıtlanması iken  $X = \bigcup_1^\infty X_i$  olsun. Bu durumda sınırlandırılmış  $B \subseteq S$  için,

$$\begin{aligned} P(X \cap B = \emptyset) &= \prod_{i=1}^{\infty} P(X_i \cap B = \emptyset) = \prod_{i=1}^{\infty} \exp(-\mu(B \cap B_i)) \\ &= \exp\left(-\sum_{i=1}^{\infty} \mu(B \cap B_i)\right) = \exp(-\mu(B)) \end{aligned}$$

olacaktır. Bu,  $\mu$  yoğunluk ölçümlü bir Poisson sürecinin yokluk olasılığıdır. ■

Aslında “sınırlandırılmış” ifadesi yerine “tam” veya “dikdörtgenlerin sonlu birleşimi” şeklinde de ifade edilebilir. Bu durumda Teorem 3.1, bağımsız Poisson süreçler için genişletilebilir:  $X_1$  ve  $X_2$ ,  $S$  üzerinde sırasıyla  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  yoğunluk ölçümlü birbirlerinden bağımsız Poisson süreçler ise,  $(X_1, X_2)$ 'nin dağılımı sınırlandırılmış  $A, B \subseteq S$  için yokluk olasılıkları,

$$P(X_1 \cap A = \emptyset, X_2 \cap B = \emptyset) = \exp(\mu_1(A) - \mu_2(B)) \quad (3.8)$$

denklemleri ile belirlenmektedir.

Bazı durumlarda, Poisson nokta süreçlerde  $N(B) = n$  koşulu yerine,  $B_1, \dots, B_n$  ayrık kümeleri ve  $n \geq 2$  için  $N(B_1), \dots, N(B_n)$ 'lerin bağımsız olduğu koşulu ile karşılaşılmaktadır. Bu özellik, “bağımsız dağılıma” özelliğidir. Bu, “eğer  $X$ ,  $S$  üzerinde bir Poisson süreci ise,  $B_1, B_2, \dots \subseteq S$  ayrık kümeleri için  $X_1, X_2, \dots$  Poisson süreçleri bağımsızdır” şeklinde genelleştirilebilir. Bunun için  $n \geq 2$  iken  $X_{B_1}, X_{B_2}, \dots, X_{B_n}$ 'lerin  $B_1, B_2, \dots, B_n \subseteq S$  ayrık kümeleri için

bağımsız olduğu doğrulanmalıdır. Bu,  $n=2$  için  $B_1, B_2 \subseteq S$  kümelerinin ( $B = B_1 \cup B_2$  ile) sınırlı ve ayrık olduğu, (3.5) ve (3.6)'dan açık olarak görülebilir ve böylece  $B_1, B_2, \dots, B_n \subseteq S$  kümelerinin de sınırlı ve ayrık olduğu sonucu çıkarılabilir. Bu nedenle  $X_{B_1}, X_{B_2}, \dots$ 'ler  $B_i \subseteq S (i=1, 2, \dots)$  sınırlı ayrık kümeleri için bağımsızdırlar.  $S$  uzayının alt kümeleri,  $S$ 'nin sınırlı alt kümelerinin sayılabilir birleşimleri olduğundan,  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere herhangi  $B_1, B_2, \dots, B_n \subseteq S$  ayrık kümeleri içinde bu özellik için geçerlidir. Dağılımın bu özelliği, Poisson sürecin içinde etkileşim olmadığı ve tam mekansal rassallık olduğu durumları açıklamaktadır.

### 3.1.3.3. Slivnyak-Mecke Teoremi

Bir Poisson nokta süreci karakterize etmenin en basit yolu kendi yokluk olasılıkları ile karakterize etmektir. Bir Poisson nokta sürecini karakterize etmenin az bilinen fakat çok faydalı bir yolu ise Slivnyak-Meckete teoremidir.

**Teorem 3.2.**  $X \sim \text{Poisson}(S, \rho)$  nokta süreci mevcut ise,  $h: S \times N_{ff}$  fonksiyonları için,

$$\mathbb{E} \sum_{\xi \in X} h(\xi, X \setminus \xi) = \int_S \mathbb{E} h(\xi, X) \rho(\xi) d\xi \quad (3.9)$$

olacaktır. Burada sol taraf, ancak ve ancak sağ taraf sonlu ise sonludur.

**İspat 3.2.** Bazı  $B \subseteq S$  kümeleri için  $\int_B \rho(\xi) d\xi < \infty$  olmak üzere  $X_B$  boyunca sadece  $X$ 'e bağlı olan  $\sum_{\xi \in X} h(\xi, X \setminus \xi)$  durumu için (3.6) uygulandığında,

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \sum_{\xi \in X} h(\xi, X \setminus \xi) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu(B))}{n!} \int_B \dots \int_B \sum_{i=1}^n h(x_i, \{x_1, \dots, x_n\} \setminus x_i) \prod_{i=1}^n \rho(x_i) dx_1 \dots dx_n \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu(B))}{(n-1)!} \int_B \dots \int_B h(x_n, \{x_1, \dots, x_{n-1}\}) \prod_{i=1}^n \rho(x_i) dx_1 \dots dx_n \\
&= \int_S \mathbb{E} h(\xi, X) \rho(\xi) d\xi
\end{aligned}$$

elde edilir.

Genel durum göz önüne alındığında ise, bir  $h(\xi, x) = \mathbf{1}[(\xi, x) \in F]$  ( $F \subseteq S \times N_{lf}$ ) gösterge fonksiyonu için, (3.9) herhangi bir pozitif  $h$  fonksiyonu için kullanılabilir. Bu durumda (3.9)'un hem sol hem de sağ tarafı  $S \times N_{lf}$  uzayında ölçümler olmaktadır ve sınırlı  $B \subseteq S$  kümeleri için  $h(\xi, x) = \mathbf{1}[(\xi, x) \in B \times N_{lf}]$  ise, her iki tarafta  $\mathbb{E}N(B) = \int_B \rho(\xi) d\xi$  denkleminde eşit olmaktadır.

■

### 3.1.3.4. Poisson nokta süreçlerinin simülasyonu

Bir Poisson nokta süreci  $X \sim \text{Poisson}(\mathbb{R}^d, \rho)$ 'in sınırlı bir  $B \subset \mathbb{R}^d$  kümesi içinde simüle edilmesi için ilk olarak, tüm  $\xi \in B$  için  $\rho(\xi) = \rho_0 > 0$  değerinin bir sabit olduğu homojen durum göz önüne alınır.  $d = 1$  için, eğer  $B$  bir aralık ise, Poisson sürecin  $B$ 'ye olan sınırlandırılması simüle edilebilir.  $d \geq 2$  için ise üç durum söz konusudur:

1. Eğer  $B = b(0, r)$  bir küre ise,  $X_B$ 'nin simülasyonu için,  $R_{m-1} \leq r < R_m$  ile  $m$  değeri verildiğinde  $S_1, \dots, S_m$  ve  $U_1, \dots, U_{m-1}$  simüle edilir ve  $X_B = \{R_1 U_1, \dots, R_{m-1} U_{m-1}\}$  sonucu elde edilir.

2. Eğer  $B = [0, a_1] \times \cdots \times [0, a_d]$  bir kutu ise, ilk olarak  $N(B) \sim po(\rho_0 a_1 \cdots a_d)$  noktalarının sayısı ve daha sonra  $B$  içinde bağımsız olarak tekdüze dağılmış  $N(B)$  noktalarının konumları üretilir.
3. Eğer  $B$  sınırlı fakat bir küre veya bir kutu olmadığı durumlarda  $X$ ,  $B$ 'yi içeren bir  $B_0$  küresi veya kutusu üzerinde simüle edilir ve  $B_0/B$  içine düşen noktalar yok sayılır.

$X_B$ 'nin bir  $\rho_0 > 0$  sabiti tarafından sınırlı  $\rho(\xi), \xi \in B$  ile homojen olmadığı durum göz önüne alındığında, ilk olarak  $B$  üzerinde  $\rho_0$  yoğunluğu ile homojen bir Poisson süreci  $Y$  üretilebilir. Daha sonra  $p(\xi) = \rho(\xi)/\rho_0$  tutma olasılıkları ile  $Y_B$ 'nin bağımsız bir inceltmesi olarak  $X_B$  elde edilir.

### 3.1.3.5. Poisson nokta süreçlerinin yoğunlukları

Eğer  $X_1$  ve  $X_2$  aynı  $S$  uzayında tanımlanmış iki nokta süreci ise, ancak ve ancak  $F \subseteq N_f$  için  $P(X_1 \in F) = 0$  anlamına gelen  $P(X_2 \in F) = 0$  için  $X_1$ ,  $X_2$ 'ye göre kesinlikle süreklidir (ya da daha çabuk olarak  $X_1$ 'in dağılımı,  $X_2$ 'nin dağılımına göre kesinlikle süreklidir). Bir  $f : N_f \rightarrow [0, \infty]$  fonksiyonu için,

$$P(X_1 \in F) = \mathbb{E}[\mathbf{1}[X_2 \in F] f(X_2)], \quad F \subseteq N_f \quad (3.10)$$

denkleminin sağ tarafı  $f$ 'ye,  $X_1$ 'in  $X_2$ 'ye göre yoğunluğu denilmektedir.

Poisson süreçleri her zaman birbirlerine göre kesinlikle sürekli değildir; ancak  $S$  sınırlı ise standart Poisson sürecine göre her zaman kesinlikle süreklidirler.

Herhangi  $\rho_1 > 0$  ve  $\rho_2 > 0$  sayıları için  $Poisson(\mathbb{R}^d, \rho_1)$  süreci ancak ve ancak  $\rho_1 = \rho_2$  ise  $Poisson(\mathbb{R}^d, \rho_2)$  sürecine göre kesinlikle süreklidir.  $i = 1, 2$ ,



için  $\rho_i : S \rightarrow [0, \infty)$  ise,  $\mu_i(S) = \int_S \rho_i(\xi) d\xi$  sonludur ve  $\rho_1(\xi) > 0$  olduğunda  $\rho_2(\xi) > 0$ 'dir. Bu durumda,  $x \subset S$  sonlu nokta düzenleri için  $Poisson(S, \rho_1)$  süreci  $Poisson(S, \rho_1)$  sürecine göre,

$$f(x) = \exp(\mu_2(S) - \mu_1(S)) \prod_{\xi \in x} \rho_1(\xi) / \rho_2(\xi) \quad (3.11)$$

yoğunluğu ile kesinlikle süreklidir.

$\rho_1 \neq \rho_2$  durumunda,  $A_i \subseteq \mathbb{R}^d$  ( $|A_i| = 1, i = 1, 2, \dots$ ) ayrık kümeler ve  $F = \{x \in N_{\mathcal{F}} : \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m n(x \cap A_i) / m = \rho_i\}$  iken, hem  $Poisson(\mathbb{R}^d, \rho_1)$  hem de  $Poisson(\mathbb{R}^d, \rho_2)$  altında  $N(A_i)$ 'ler sırasıyla  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  ortalamaları ile birbirlerinden bağımsızdırlar. Bu nedenle, büyük sayılar kanununa göre  $P(X_1 \in F) = 1$  fakat  $P(X_2 \in F) = 0$  olmaktadır.

### 3.1.3.6. İşaretlenmiş Poisson nokta süreçleri

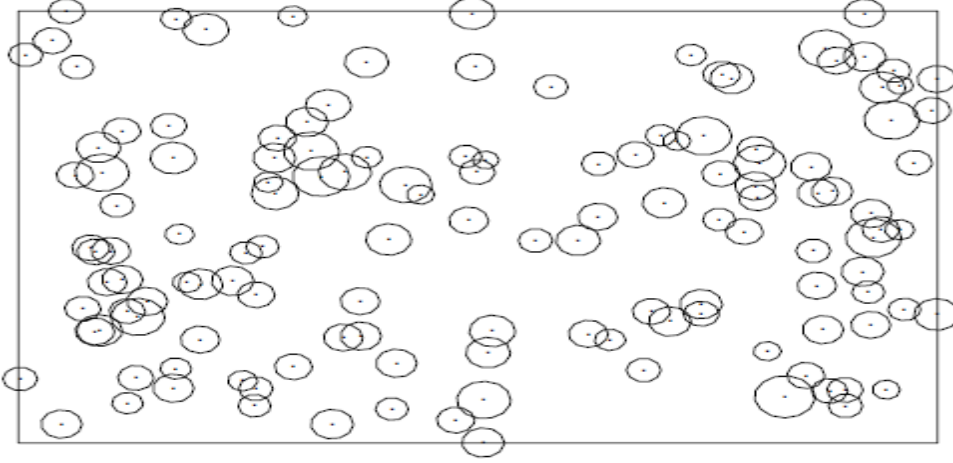
$Y$ , bölgesel olarak integrallenebilir ve  $Y$ 'ye koşullu bir  $\phi$  yoğunluk fonksiyonu ile  $Poisson(T, \phi)$  dağılmış ve  $\{m_\xi : \xi \in Y\}$  işaretleri karşılıklı olarak birbirlerinden bağımsız olsun. Bu durumda  $T$  içindeki noktalar ve  $M$  işaret uzayı ile,

$$X = \{(\xi, m_\xi) : \xi \in Y\} \quad (3.12)$$

şeklinde tanımlanmış sürece işaretlenmiş Poisson nokta süreci ve eğer işaretler genel bir  $Q$  dağılımı ile aynı şekilde dağılmışlar ise,  $Q$ 'ya işaret dağılımı denilmektedir.

İşaretler, tam sayı, reel sayılar, geometrik şekiller olabileceği gibi nokta süreçlerin kendileri de olabilirler. Eğer  $M = \{1, \dots, k\}$  ise  $X$ , çok türlü Poisson nokta süreç olarak adlandırılmaktadır. Eğer  $M = \{K \subseteq S : K \text{ kompakt}\}$  ise Boolean modeli olarak adlandırılan model elde edilir.

$T = [0,56] \times [0,38]$  için 134 noktaya dayalı ve daire yarıçaplarının gözlemsel dağılımından örneklenmiş daire yarıçapları ile homojen bir Boolean modelinin simülasyonu Şekil 3.2’de gösterilmiştir. Üst üste gelen dairelerin çok sayıda olması, bu düzen için Boolean modelinin uygun bir model olmadığı anlamına gelmektedir.



Şekil 3.2. Homojen bir Boolean modelinin simülasyonu

$X, M \subseteq \mathbb{R}^p$  ( $p \geq 1$ ) ile  $Y$ 'ye koşullu ve her bir  $m_\xi$  işaretin  $Y / \xi$ 'ye bağlı olmayan kesikli veya sürekli  $p_\xi$  yoğunluk fonksiyonu sahip olduğu işaretlenmiş bir nokta süreci olsun.  $\rho(\xi, m) = \phi(\xi) p_\xi(m)$  olarak ele alınırsa,  $X \sim \text{Poisson}(T \times M, \rho)$  ve  $\kappa(m) = \int_T \rho(\xi, m) d\xi$  ile tanımlanan  $M$  üzerindeki yoğunluk bölgesel olarak integrallenebilir ise,  $\{m_\xi : \xi \in Y\} \sim \text{Poisson}(M, \kappa)$  olacaktır.

Sürekli durumda  $\int_M \rho(\xi, m) dm$  ve kesikli durumda  $\sum_{\xi \in M} \rho(\xi, m)$  ile verilen  $\phi(\xi)$ 'nin bölgesel integrallenebilirliğini gerektirdiğinden  $\text{Poisson}(T \times M, \rho)$ -süreçlerinin hepsi işaretlenmiş poisson süreci değildirler. Ayrıca, bir işaretlenmiş Poisson süreci için  $m_\xi$ 'nin koşullu dağılımı  $Y / \xi$ 'e bağlı olabileceğinden, Poisson süreci olmayan işaretlenmiş Poisson süreçlerini yapılandırmak kolaydır.

$Y^* = \{\xi + m_\xi : \xi \in Y\}$ ,  $Y$ 'ye koşullu ve  $m_\xi$ 'lerin birbirlerinden bağımsız ve her birinin  $Y / \xi$ 'e bağlı olmayan  $\mathbb{R}^d$  üzerindeki bir  $p_\xi$  yoğunluğu ile dağıldığı  $Y \sim \text{Poisson}(\mathbb{R}^d, \rho)$  içindeki noktaların rassal bağımsız yer değiştirme ile elde edilmiş olsun.  $X^*$ ,  $(\xi, \xi + m_\xi)$  işaretlenmiş noktalar ile işaretlenmiş Poisson nokta süreç olarak tanımlanırsa  $Y^*$ ,

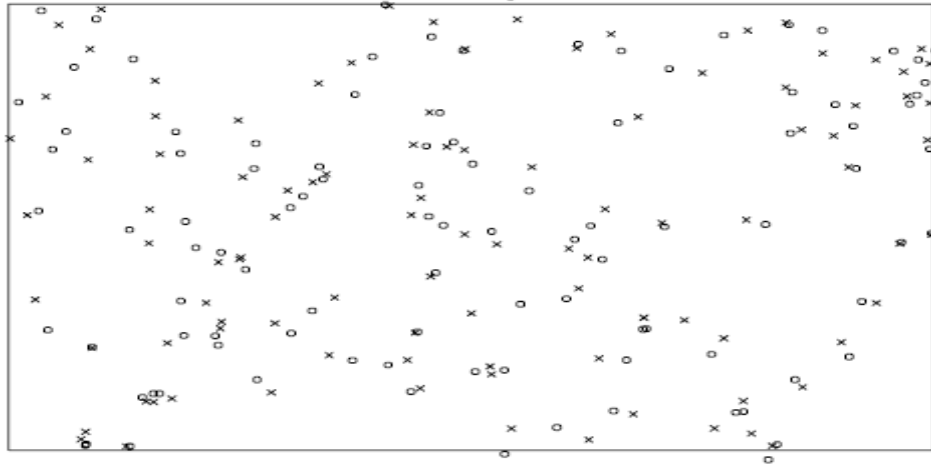
$$\rho^*(\eta) = \int \rho(\xi) p_\xi(\eta - \xi) d\xi \quad (3.13)$$

yoğunluk fonksiyonu ile bir Poisson süreçtir. Burada  $\rho^*$ , bölgesel integrallenebilirdir. Eğer  $\rho$ , bir sabit ve  $p_\xi$ ,  $\xi$ 'ye bağımlı değil ise  $Y^*$ ,  $\rho^* = \rho$  yoğunluğu ile durağan bir Poisson süreç olacaktır.

### 3.1.3.7. Çok değişkenli Poisson nokta süreçleri

Çok değişkenli Poisson nokta süreci (ya da eğer  $k = 2$  ise iki değişkenli Poisson nokta süreci), genellikle her bir  $X_i$  ( $i = 1, \dots, k$ )'nin  $0 < \rho_i < \infty$  yoğunluğu ile  $\mathbb{R}^d$  üzerinde durağan bir Poisson süreci olduğu anlamına gelmektedir [Dieggle, 1983]. Bileşenleri arasında pozitif korelasyon olan iki değişkenli bir Poisson sürecinin bir örneği,  $Y$ 'nin durağan bir Poisson süreci ve  $Y^*$ 'nin,  $Y$  içindeki noktaların rassal yer değiştirilmesi ile elde edildiği  $(Y, Y^*)$  durumudur.

Noktaların bir türünün (daireler) diğer tür noktaların (çarpı işaretleri) rassal yer değiştirmelerinin olduğu ve  $\text{Poisson}([0, 56] \times [0, 38], 100)$  sürecine uyan iki değişkenli Poisson sürecinin bir simülasyonu Şekil 3.3'de gösterilmektedir. Burada yer değiştirmeler, bağımsız iki değişkenli standart normal dağılımlar ile verilmektedir.



**Şekil 3.3.** İki değişkenli bir Poisson sürecin simülasyonu

$M = \{1, \dots, k\}$  ile bir çok türlü Poisson nokta süreci  $X$ , çok değişkenli bir Poisson nokta süreci ile tanımlanabilir.  $P(m_\xi = i | Y = y) = p_\xi(i)$ , sadece  $Y$ 'nin  $y$  gerçekleştirmeleri için  $\xi$  ( $\xi \in y$ )'ye bağlı olduğu ve  $(X_1, \dots, X_k)$ 'nin  $\rho_i(\xi) = \phi(\xi) p_\xi(i)$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) olduğu  $X_i \sim Poisson(T, \rho_i)$  bileşenleri ile çok değişkenli bir Poisson süreci olduğu özellikleri arasında bir denklik mevcuttur. Buna göre, örneğin  $k = 2$  için,  $X_1 = \{\xi \in Y : m_\xi = 1\}$ 'in  $\xi \in Y$  için  $p_\xi(1)$  tutma olasılığı ile  $Y$ 'nin bağımsız bir inceltmesi olarak düşünülebilir.  $(X_1, \dots, X_k)$ 'nin  $\rho_i(\xi) = \phi(\xi) p_\xi(i)$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) olduğu  $X_i \sim Poisson(T, \rho_i)$  bileşenleri ile çok değişkenli bir Poisson süreci olması,  $P(m_\xi = i | Y = y) = p_\xi(i)$  eşitliğinin sadece  $Y$ 'nin  $y$  gerçekleştirmeleri için  $\xi$  ( $\xi \in y$ )'ye bağlı olmasının,  $k$  adet bağımsız Poisson değişkeninin toplamına bağlı olan çok terimli bir dağılımın elde edilebilirliğinin bir sonucu olduğunu ifade etmektedir.

### 3.1.4. Mekansal nokta süreçler

Bir mekansal nokta süreci  $\mathbf{X}$ , verilen bir sınırlandırılmış  $S$  bölgesinin ( $S \subset \mathbb{R}^2$ ) sonlu rassal bir alt kümesidir ve böyle bir sürecin gerçekleşmesi ise  $S$  bölgesinde içerilen  $n$  sayıdaki ( $n \geq 0$ ) noktalarının mekansal bir nokta örüntüsüdür ( $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ). Bir nokta süreç,  $S$  bölgesi üzerinde tanımlanmaktadır ve boş bir nokta örüntü  $\mathbf{x} = \emptyset$  olarak gösterilmektedir. Noktaların sayısı rassal bir değişkendir ve eşdeğer bir yaklaşım,  $\mathbf{X}_B = \mathbf{X} \cap B$  olduğunda  $B$  ( $B \subseteq S$ ) alt kümeleri için  $N(B) = n(\mathbf{X}_B)$  değişkenlerinin dağılımını belirlemektir.

Nokta sürecin hangi bölgede tanımlanmış olduğu bilinmediği veya nokta sürecin çok geniş bir bölgede gerçekleşmiş olduğu veya durağanlık gibi belirli değişmezlik varsayımlarının etkisinde kaldığı durumlarda,  $\mathbb{R}^2$  uzayı üzerinde sonsuz bir nokta süreci göz önüne almak uygun olmaktadır. Mekansal bir nokta süreç  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbb{R}^2$  uzayında,  $\mathbb{R}^2$  uzayının bölgesel olarak sonlu rassal bir alt kümesi olarak tanımlanmaktadır. Başka bir ifadeyle,  $B$  ( $B \subset \mathbb{R}^2$ ) bölgesinin sınırlandırılmış bir bölge olduğu durumlarda,  $N(B)$  sonlu bir rassal değişkendir.

### 3.2. Mekansal Nokta Örüntüleri

Mekansal bir nokta örüntü, bir  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi içindeki  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n$  nokta konumların bir kümesidir. Her bir  $\mathbf{s}_i$  nokta konumu,  $i$ . olayın koordinatlarını içeren bir vektördür:

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

*Olay* terimi, bir nokta konumda meydana gelen herhangi bir mekansal olguyu ifade etmektedir. Örneğin olaylar, bir orman içinde yetişen ağaçların konumları, bir doku içindeki hücrelerin pozisyonları ya da bir topluluktaki belirli konumlarda bir hastalığın ortaya çıkışı olabilir. Çalışma alanının ölçeği, nokta

konumlarda ortaya çıkan olaylar ile ilgili varsayımların kabul edilebilirliğini etkilemektedir.

İlgilenilen olgunun henüz gözlemlenmediği  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesindeki diğer konumlar da, gözlemlerin alındığı konumlardan ayırmak için, bölge içindeki “*noktalar*” olarak ifade edilmektedir.

En basit anlamıyla, analiz edilmekte olan veri sadece olayların konumlarının koordinatlarından oluşmaktadır. Bunlar bir nitelik ya da değişken ile ilişkilendirilmiştir olabilmektedir. Örneğin bu nitelik, hastalığın başlangıç tarihi, yetişen ağaçların türü ve ya suç türü olabilir. Mekansal verinin bu türü genellikle “*işaretlendirilmiş nokta örüntü*” olarak adlandırılmaktadır.  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesindeki ölçülmüş tüm ilgili olayların olduğu veri türü ise “*haritalandırılmış nokta örüntü*” olarak adlandırılmaktadır.

$\mathbf{R}$  çalışma bölgesi herhangi bir şekil görünümünde olabilmekle birlikte, mekansal istatistiğin çoğu yönteminde bir sorun olarak ortaya çıkabilmektedir. Bazı durumlarda, hala  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi içinde yer alacak şekilde çalışma bölgesinin kenarı etrafında belirli bir koruma alanı ele alınarak kenar etkilerinin üstesinden gelinebilmektedir. Nokta örüntülerin analizi,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin tanımına duyarlıdır, bu yüzden farklı koruma alanları veya farklı çalışma alanları için analiz tekrar edilmelidir.

Mekansal nokta örüntüler,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin keyfi bir alt kümesi içinde meydana gelmiş olayların sayısı bakımından da göz önüne alınabilir. Bir  $\mathbf{A}$  alt kümesi içindeki olayların sayısı  $\gamma(\mathbf{A})$  ile gösterilecek olursa, bir mekansal süreç  $\mathbf{A} \subset \mathbf{R}$  olmak üzere,  $\gamma(\mathbf{A})$  rassal değişkenleri ile ifade edilebilir. Rassal bir süreç söz konusu olduğundan birinci-sıra ve ikinci-sıra özellikler bakımından bu sürecin davranış biçimine bakılabilmektedir. Bu özellikler,  $\gamma(\mathbf{A})$  rassal değişkeninin beklenen değeri ve kovaryansı ile ilişkilidir (Bailey ve Gatrell, 1995).  $\gamma(\mathbf{A})$  rassal değişkeninin ortalaması ve kovaryansı, keyfi  $\mathbf{A}$  alt kümelerinin içindeki olayların sayısına ve  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi ile alanların boyutlarına bağlıdır. Bu nedenle, birinci ve ikinci-sıra özelliklere birim alan başına davranışları sınırlandırarak bakmak daha faydalı olmaktadır.

Birinci-sıra özellik yoğunluk  $\lambda(\mathbf{s})$  ile tanımlanmaktadır. Yoğunluk,  $\mathbf{s}$  noktasında birim alan başına düşen ortalama olay sayısını ifade etmektedir ve matematiksel olarak,

$$\lambda(\mathbf{s}) = \lim_{ds \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[\gamma(\mathbf{ds})]}{ds} \right\} \quad (3.15)$$

denklemleri ile gösterilmektedir. Burada  $\mathbf{ds}$  :  $\mathbf{s}$  noktası etrafındaki küçük bir bölgeyi ve  $ds$  : bu bölgenin alanını ifade etmektedir. Eğer süreç durağan bir nokta süreci ise, (3.15) çalışma bölgesi üzerinde bir sabit olacaktır. Bu durumda yoğunluk,  $A$  : alt bölgenin alanı ve  $\lambda$  : yoğunluk değeri olmak üzere,

$$E[\gamma(\mathbf{A})] = \lambda A \quad (3.16)$$

denklemleri ile ifade edilebilmektedir.

Bir mekansal nokta sürecin ikinci-sıra özelliği, süreç içindeki mekansal bağımlılığı yansıtmaktadır. Bu nedenle ikinci-sıra özelliğinin araştırılmasında,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin alt bölge çiftleri göz önüne alınmalıdır. İkinci-sıra yoğunluk  $\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ , birinci-sıra yoğunluğunun araştırılmasında olduğu gibi, birim alan başına düşen olaylar kullanılarak,

$$\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \lim_{ds_i, ds_j \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[\gamma(\mathbf{ds}_i)\gamma(\mathbf{ds}_j)]}{ds_i, ds_j} \right\} \quad (3.17)$$

denklemleri ile tanımlanmaktadır. Eğer süreç durağan ise  $\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \gamma(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j)$  olacaktır. Bu ifade, ikinci-sıra yoğunluğun sadece iki nokta arasında vektör farkına bağlı olduğu anlamına gelmektedir. Eğer ikinci-sıra yoğunluk sadece  $s_i$  ve  $s_j$  arasındaki uzaklığa bağlı ise, sürecin ikinci-sıra ve eşyönlü olduğu söylenebilir. Başka bir ifadeyle yöne bağlı olmamaktadır.

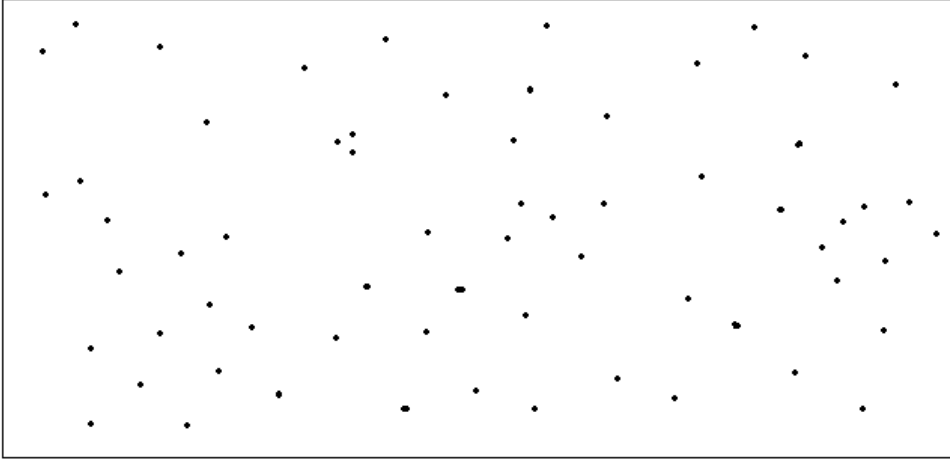
### 3.3. Mekansal Nokta Örüntülerde Tam Mekansal Rassallık (TMR)

Mekansal nokta örüntüler için ölçüt model, tam mekansal rassallık veya TMR olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde olaylar, çalışma bölgesi üzerinde homojen bir Poisson sürecini takip etmektedir. TMR, aşağıdaki şekilde tanımlanabilir (Diggle, 1983) :

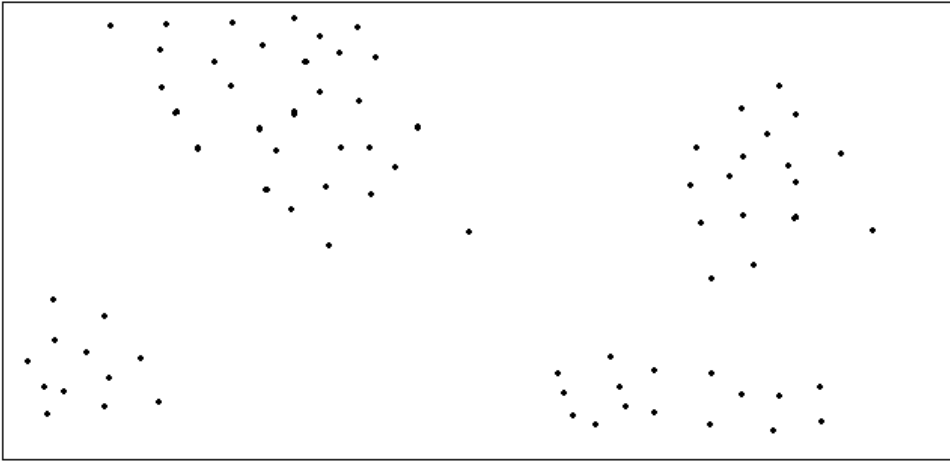
- Yoğunluk, bölge üzerinde değişmemektedir. Bu nedenle  $\gamma(\mathbf{A})$ ,  $\lambda A$  ortalamalı Poisson dağılımına uymaktadır ( $A$  :  $\mathbf{A}$ 'nın alanı ve  $\lambda$  : sabit bir değeri ifade etmektedir).
- Olaylar arasında herhangi bir etkileşim yoktur. Olaylar arasında herhangi bir etkileşim olmaması,  $\mathbf{R}$  içindeki olayların toplam sayısını ifade eden önceden verilmiş bir  $n$  sayısı için, olaylar çalışma bölgesi üzerinde tek düze ve bağımsız olarak dağıldığı anlamına gelmektedir.

Bir TMR modelinde, bir olayın  $\mathbf{R}$  içinde herhangi bir konumda ortaya çıkma olasılığı aynıdır ve olaylar birbirlerini etkilemezler. Nokta süreç analizlerin temeli, düzenlilik ve kümelenme gibi TMR modelden sapmaları keşfetmek ve modellemektir. Nokta süreçlerin üç türü, Şekil 3.4-6'da gösterilmiştir. Şekil 3.4'de TMR model gösteren bir mekansal nokta süreci gösterilmiştir. Bu süreçte, sistematik bir düzenlilik ve kümelenme gözlenmemiştir. Şekil 3.5'te gösterilen nokta örüntü de açıkça mevcut olan kümelerin ortaya çıktığı bir kümelenme süreci gerçekleşmiştir. Şekil 3.6'da ise düzenliliği gösteren bir mekansal nokta sürecinin bir örneği gösterilmiştir.

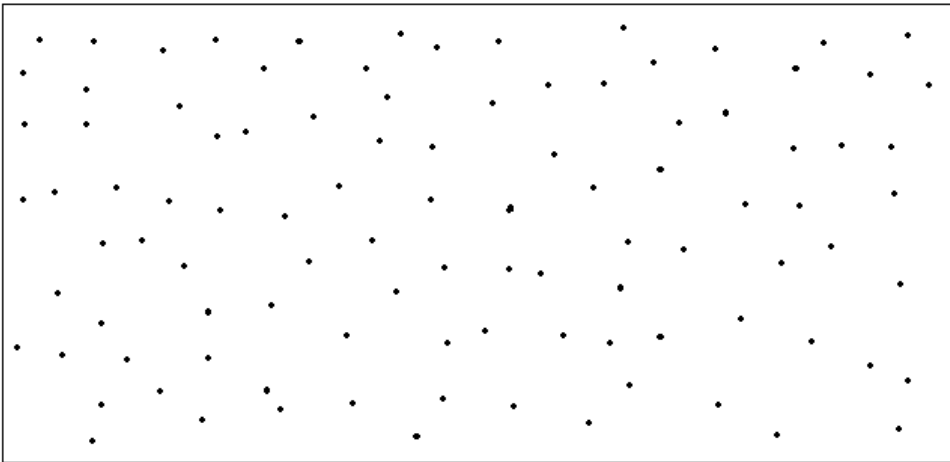




**Şekil 3.4.** Bir TMR nokta süreci



**Şekil 3.5.** Kümelenme gösteren bir nokta süreci



**Şekil 3.6.** Düzenlilik gösteren bir nokta süreci

### 3.4. Mekansal Nokta Örüntülerin Tanımlayıcı İstatistikleri

Mekansal nokta örüntü istatistiklerinin kullanım amacı, bir, iki veya üç boyutlu uzayda rassal olarak dağılmış nesnelere tarafından oluşturulmuş örüntülerin geometrik yapısını analiz etmektir. Örneğin; bir ormandaki ağaçların, bir cam levhanın üzerindeki kan parçacıklarının, evren içinde galaksilerin konumlarını içeren örneklerde ilgili nesnelere noktalar ve işaretler ile gösterilmektedir. Noktalar nesnelere konumlarını, işaretler ise, bu nesnelere türlerini, boyutlarını veya şekillerini karakterize eden ek bir bilgiyi sağlamaktadırlar. Bu veri yapısına dayalı olarak nokta süreç istatistikleri, mekansal istatistiğin en etkili ve önemli bölümünü oluşturmaktadırlar.

Nesnelere örüntülerinin bir nokta haritası olarak grafiksel olarak gösterimi, özelliklerini anlamak için faydalı bir başlangıç adımı olabilmektedir. Görsel kontrol, başlangıç tanımlanmasında kullanılan belirsiz terimlerin (kümelenmiş, düzenli, tek düze, düzgün gibi) aksine örüntü türlerinin nitelikli bir karakterizasyonunu sağlamaktadır. Ayrıca işaretlerin veya noktaların arasındaki korelasyonları ve mekansal birlikte değişimi, başka bir ifadeyle toprak özelliği veya fiziksel etkiler gibi nokta dağılımını etkileyen diğer rassal yapıları da gösterebilmektedir. Bununla birlikte, mekansal davranışların sayısallaştırılması ve daha standart tanımlaması ve mekansal davranışların türleri arasındaki iyi bir ayırım için, uygun istatistiksel yöntemin uygulanması gerekmektedir. Bu yöntemler, çıplak gözle kolayca anlaşılabilen mekansal yapılarıdaki farklılıklar hakkında bilgiyi sağlamaktadırlar.

Mekansal nokta örüntü istatistikleri, genellikle bağımsız gözlemleri analiz eden ve ortalama, varyans ve dağılım fonksiyonu gibi kavramları uygulayan klasik istatistiklerden temel olarak farklılık göstermektedirler. Mekansal nokta örüntü istatistiklerinin istatistiksel teorisi daha çok Gaussian veya normal dağılımın varsayımlarına ya da merkezi limit teoreminin sonucuna dayanmaktadır. Buna dayalı olarak, istatistiksel testler ve güven aralıklarının bulunması istatistiğin tüm alanlarında olduğu gibi elde edilmektedir. Böyle olmakla birlikte, nokta örüntü istatistikleri, örüntüler içindeki çeşitli ilişkiler ile karşı karşıya kalmaktadır.

### **3.4.1. Mekansal nokta örüntülerde merkezi eğilim**

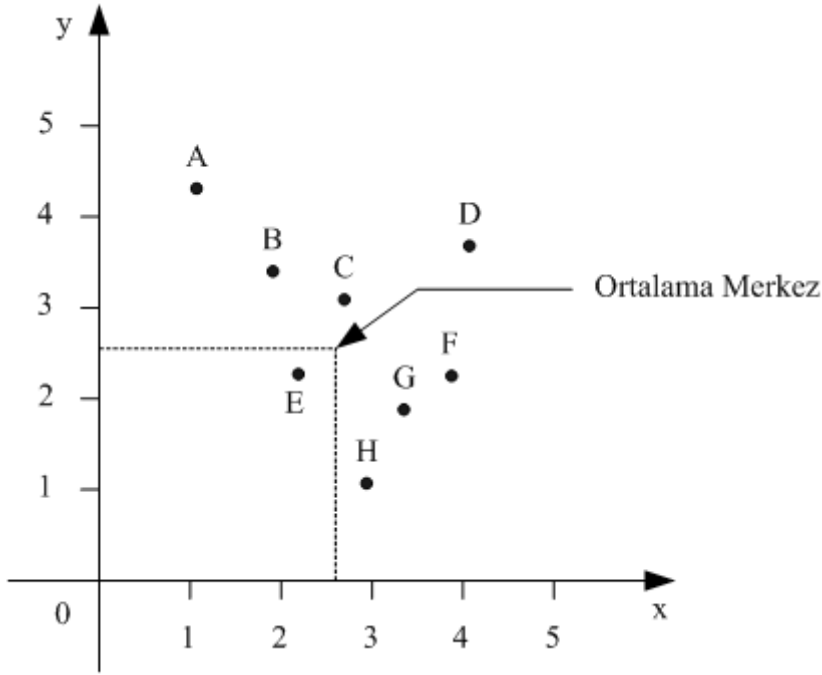
Mekansal dağılımlarla ilgilenilirken, “merkez” kavramı sezgisel olarak mantıklıdır, ancak böyle bir merkezin konumunun hesaplandığı ve farklı sonuçlar veren yollar mevcuttur. Bir mekansal dağılımın merkezini bulma probleminde tek bir “doğru” cevabın olmadığı farkında olunmalıdır. Her bir ölçüm farklı yorumlara sahiptir ve problemin yapısına göre seçilmelidir.

#### **3.4.1.1. Ortalama merkez**

Ortalama merkez, bir mekansal dağılımın en basit ölçümüdür. Aritmetik ortalamaya benzemektedir ve benzer şekilde hesaplanmaktadır.

Şekil 3.7’de noktaların bir mekansal dağılımı verilmiştir. Bu, kasabaların veya tepelerin veya herhangi diğer bir coğrafi olgunun dağılımı olabilir. Ortalama merkezi hesaplarırken ilk olarak, noktaların konumlarını ölçmek için bazı yollar tasarlanmalıdır. Bu, keyfi bir sisteme göre her bir noktanın koordinatları hesaplanarak elde edilebilir. Çoğu mekansal istatistiğin hesaplanması için, noktaların konumlarının belirli koordinat sistemlerine göre ölçülmesi gereklidir. Coğrafyacılara, ölçümlerini doğu ve kuzey doğrultusunda yapmaktadırlar, fakat neden bu şekilde yaptıklarının hiçbir sebebi yoktur. Benzer şekilde koordinatların ölçüldüğü sistemin başlangıç noktası keyfi olarak seçilmektedir. Mekansal istatistiklerin hesaplanmasında kullanılacak bir koordinat sisteminin ön koşulları aşağıdaki gibidir:

- Koordinat eksenleri birbirlerine dik açılı olmalıdır, başka bir ifadeyle dik açılı eksenler olmalıdır.
- İki eksen arasındaki ölçümler aynı birime sahip olmalıdır.



Şekil 3.7. Ortalama merkez

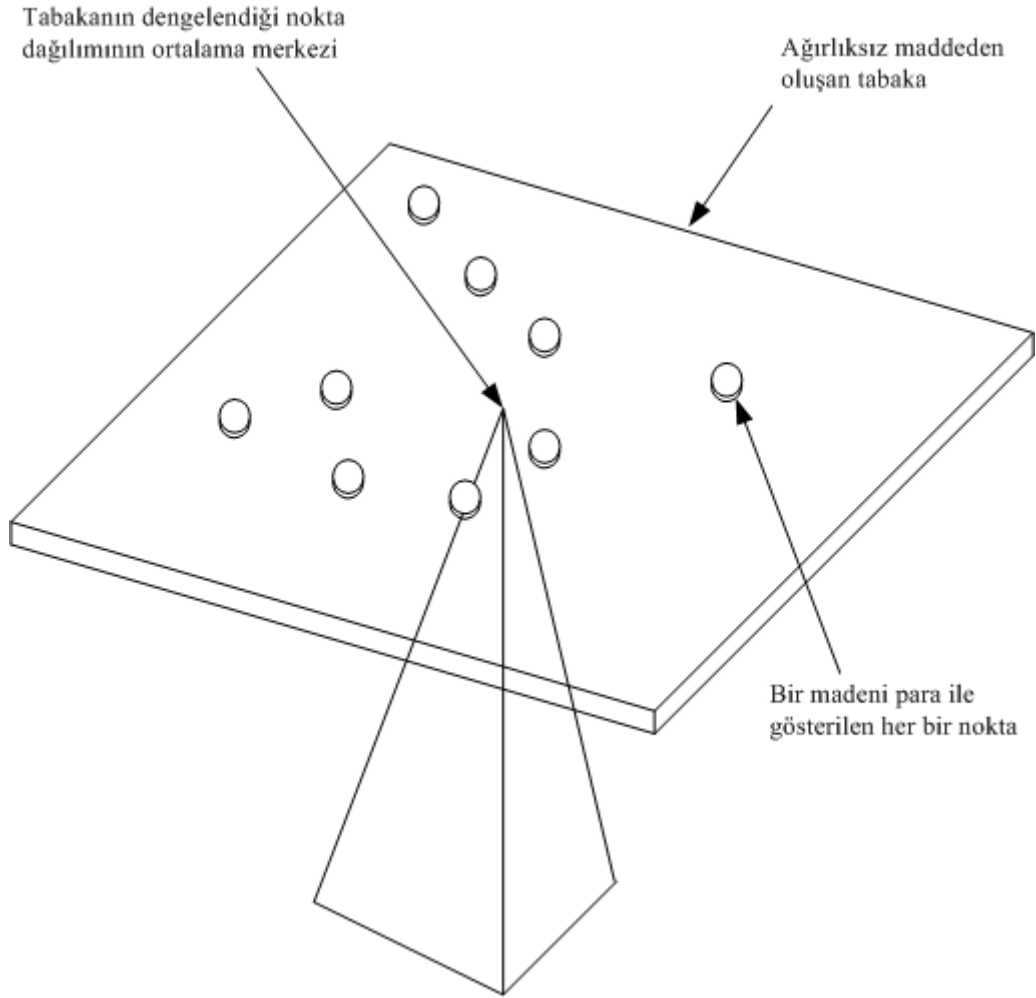
Şekil 3.7’de başlangıç noktası sol alt köşede olacak şekilde keyfi bir koordinat sistemi oluşturulmuştur. Daha anlaşılır olması açısından doğu yönü  $x$  ile, kuzey yönü ise  $y$  ile etiketlenmiştir. Eksenler keyfi uzaklık birimleri ile sınırlandırılmıştır.

Ortalama merkez,  $x$  koordinatlarının (doğu yönü) aritmetik ortalaması ve  $y$  koordinatlarının (kuzey yönü) aritmetik ortalaması alınarak hesaplanabilir. Bu iki ortalama koordinat değeri, ortalama merkezin konumunu işaret etmektedir. Ortalama merkez,

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad (3.18)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $x$  ve  $y$  noktaların koordinatları,  $\bar{x}$  ve  $\bar{y}$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  noktaların koordinatlarının ortalama değerleri ve  $n$  ise nokta sayısını göstermektedir. Şekil 3.7 için ortalama merkez aynı şekil üzerinde işaretlenmiştir.

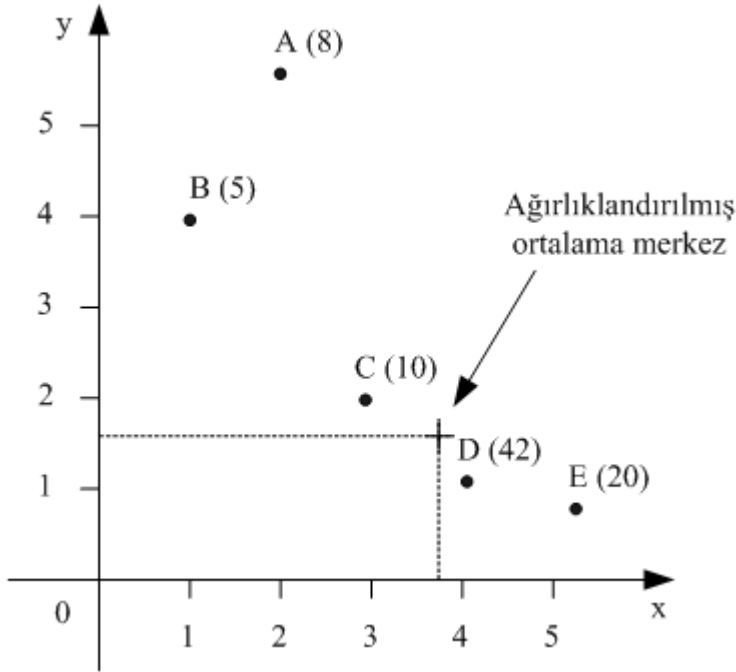
Mekansal olmayan verilerde ortalama verinin ağırlık merkezi olarak da tanımlanmaktadır. Mekansal verilerde de benzer şekilde ortalama merkez noktaların mekansal bir dağılımının ağırlık merkezi olarak düşünülebilir. Şekil 3.7’de gösterilen alan kare şeklinde ağırlıksız bir materyal ve her bir nokta küçük birer madeni para olarak düşünülürse, ortalama merkez karenin dengede kalacağı noktadır. Bu Şekil 3.8’de gösterilmiştir.



Şekil 3.8. Ağırlık merkezi olarak ortalama merkezin gösterimi

### 3.4.1.2. Ağırlıklandırılmış ortalama merkez

Ortalama merkezin hesaplanmasında her bir nokta eşit ağırlık ile verilmektedir. Ancak bazı durumlarda, dağılımın merkezinin hesaplanmasında her bir noktanın eşit ağırlığa sahip olamayacağı açıkça görülmektedir. Şekil 3.9’da birkaç araba fabrikasının dağılımı gösterilmiştir. Nokta örüntünün ortalama merkezi yukarıdaki anlatılmış olduğu gibi kolayca hesaplanabilir. Bu, araba fabrikalarının ortalama merkezini verecektir. Eğer her bir fabrikada üretilen araba sayıları biliniyorsa, araba üretiminin ortalama merkezini de hesaplamak mümkündür. Her bir fabrika için üretilen araba sayısına uygun ağırlıklar verilirse, diğerine göre iki kat üretim yapan fabrika, ona göre ortalama merkezin son konumunda iki kat daha etki sahibi olacaktır. Bu şekilde hesaplanan ortalama merkeze *ağırlıklandırılmış ortalama merkez* adı verilmektedir.



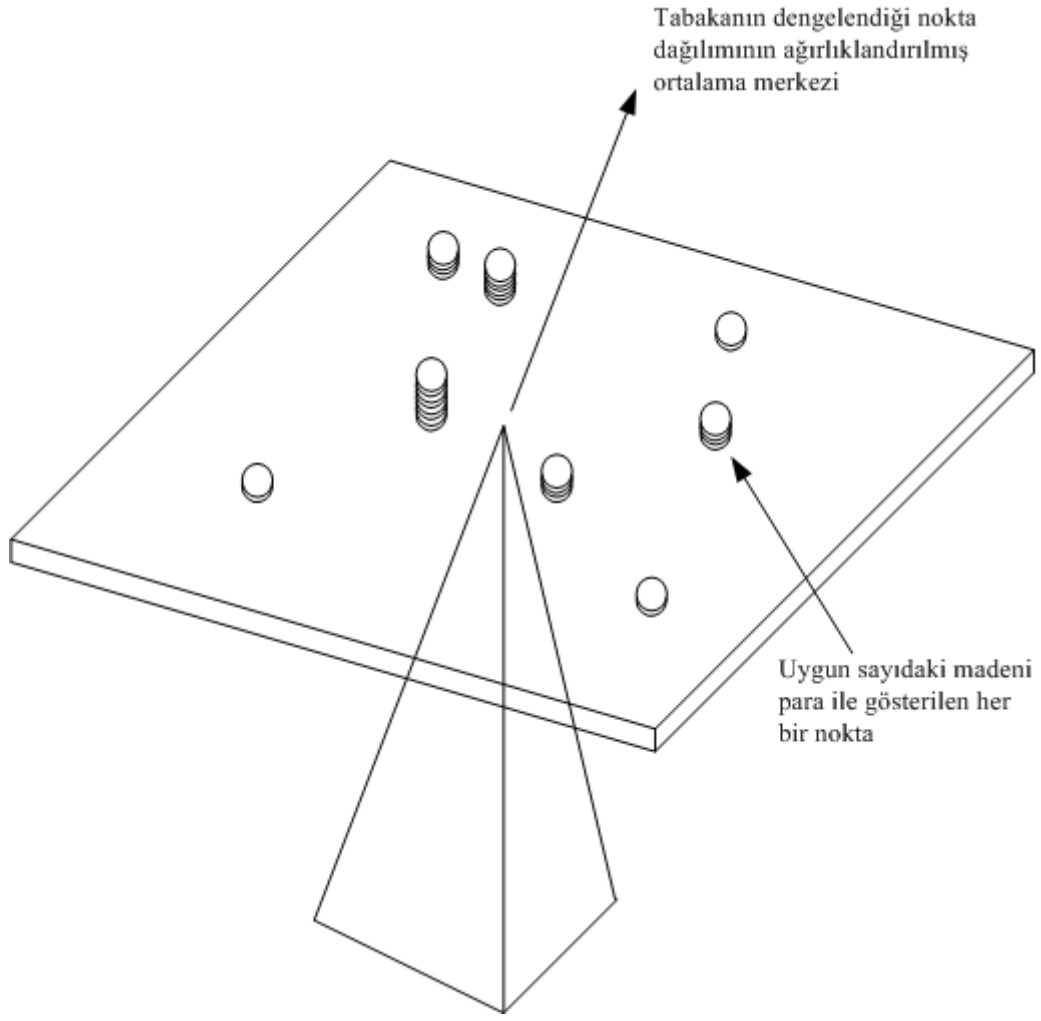
Şekil 3.9. Ağırlıklandırılmış ortalama merkez

Şekil 3.9’da her bir nokta yanındaki parantezler içinde yer alan sayılar, her bir fabrikanın ortalama yıllık araba üretimine orantılı ağırlıklardır. Dağılımın ağırlıklandırılmış ortalama merkezi, her bir nokta için  $x$  ve  $y$  koordinatlarının bu noktalara atanmış olan ağırlıklar ile çarpılmasıyla hesaplanabilir. Ağırlıklandırılmış  $x$  koordinatlarının ortalaması ve ağırlıklandırılmış  $y$  koordinatlarının ortalaması, ağırlıklandırılmış ortalama merkezin konumunu tanımlamaktadır. Ağırlıklandırılmış ortalama merkez,

$$\bar{x}_w = \frac{\sum xw}{\sum w}, \quad \bar{y}_w = \frac{\sum y}{\sum w} \quad (3.19)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $x$  ve  $y$  noktaların koordinatları iken,  $\bar{x}_w$  ve  $\bar{y}_w$  bu koordinatların ağırlıklandırılmış ortalamalarını ve  $w$  ise her bir noktaya atanmış sayısal ağırlıkları göstermektedir. Şekil 3.9’da gösterilen araba fabrikalarının dağılımın ağırlıklandırılmış ortalama merkezi aynı şekil üzerinde işaretlenmiştir.

Ağırlıklandırılmış ortalama merkez de ağırlık merkezi kavramına uygundur. Şekil 3.9.’da gösterilen araba fabrikaları dağılımı, her bir fabrikanın kendisine atanmış olan ağırlıklara uygun gelecek şekilde küçük madeni paraların bir yığını olarak üzerinde gösterildiği ağırlıksız bir tabaka olarak düşünülürse, ağırlıklandırılmış ortalama merkez dağılımın dengede kalacağı noktadır. Bu, Şekil 3.10’da gösterilmiştir.



**Şekil 3.10.** Ağırlık merkezi olarak ağırlıklandırılmış ortalama merkez

Ortalama merkez hesaplanmasında noktalara eşit derecede önem verilirken, ağırlıklandırılmış ortalama merkez hesaplanmasında her bir noktaya kendisine atanmış ağırlığa orantılı olarak önem verilmektedir. Ağırlıklar, fabrika durumunda olduğu gibi üretim miktarını veya çalışan sayısını gösterdiği gibi, şehir söz konusu ise nüfusu gösterebilir. Ortalama merkez sadece noktaların dağılımının ağırlık merkezini verebilirken, ağırlıklandırılmış ortalama merkez ağırlıkların sunmuş olduğu karakteristiklerin dağılımının da ağırlık merkezini vermektedir.

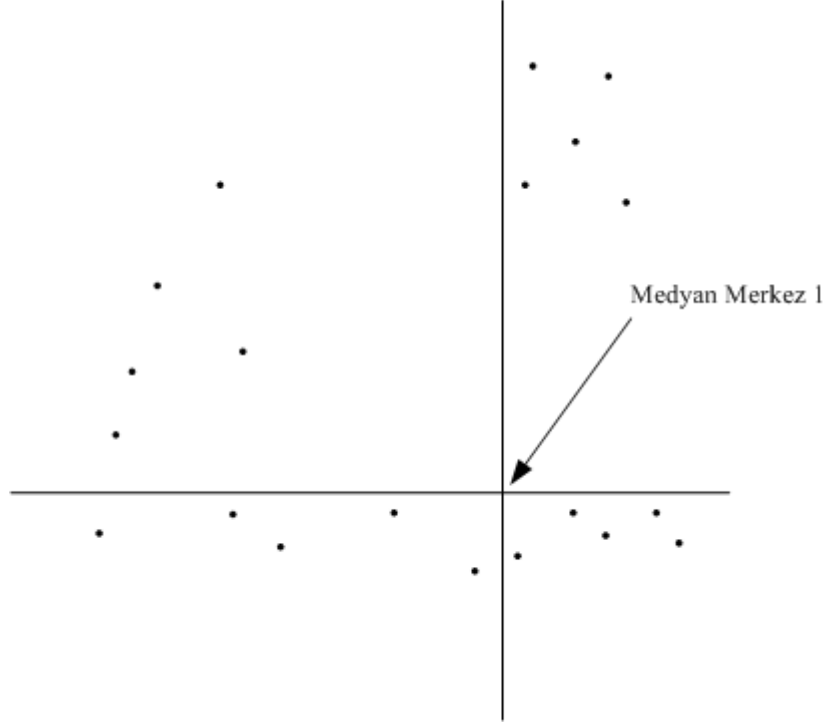


### 3.4.1.3. Medyan merkez

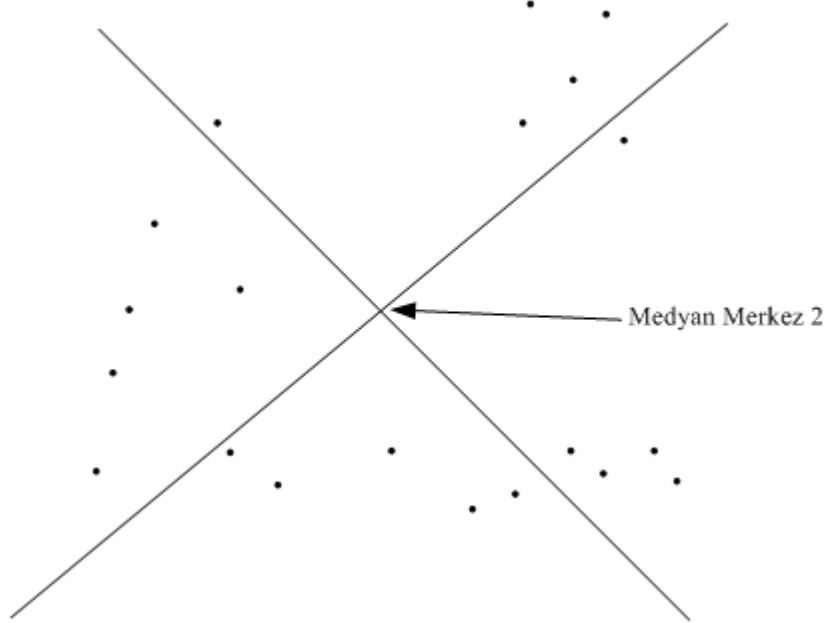
*Medyan merkez*, her iki tarafta da aynı sayıda nokta olacak şekilde iki dik eksenini birbirinden ayıran ara kesit şeklinde tanımlanmaktadır. Mekansal olmayan verinin medyanına benzerdir. Medyan merkez, kuzeyinde ne kadar nokta varsa güneyinde de aynı sayıda nokta ve batıda ne kadar nokta varsa doğuda da aynı sayıda nokta olacak şekilde konumlanmıştır. Bu birbirine dik açılı iki doğru tarafından bölünmüş dağılımın olduğu Şekil 3.11a'da gösterilmiştir. Yatay doğrunun ve aynı şekilde dikey doğrunun her iki tarafında 10'ar nokta bulunmaktadır.

Medyan merkezinin avantajı, noktaları saymaktan başka herhangi bir matematiksel işleme başvurmaya gerek kalmadan konumu hızlıca hesaplanabilmektedir. Medyan merkezinin dezavantajı ise konumu nokta dağılımını bölmek için kullanılan iki çizginin yönlendirmesine bağlıdır. Bu, şekil 3.11b'de gösterilmiştir. Şekil 3.11b'de aynı nokta dağılımının medyan merkezi aynı şekilde birbirlerine dik açılı olan fakat bu sefer dağılıma çapraz olacak şekilde yerleştirilen iki doğru kullanılarak bulunmuştur. Birden fazla medyan merkezi olabileceğinden dolayı kullanımı sadece, örneğin hızın kesinlikten daha önemli olduğu coğrafi araştırmalar ile sınırlandırılmalıdır.

(a)



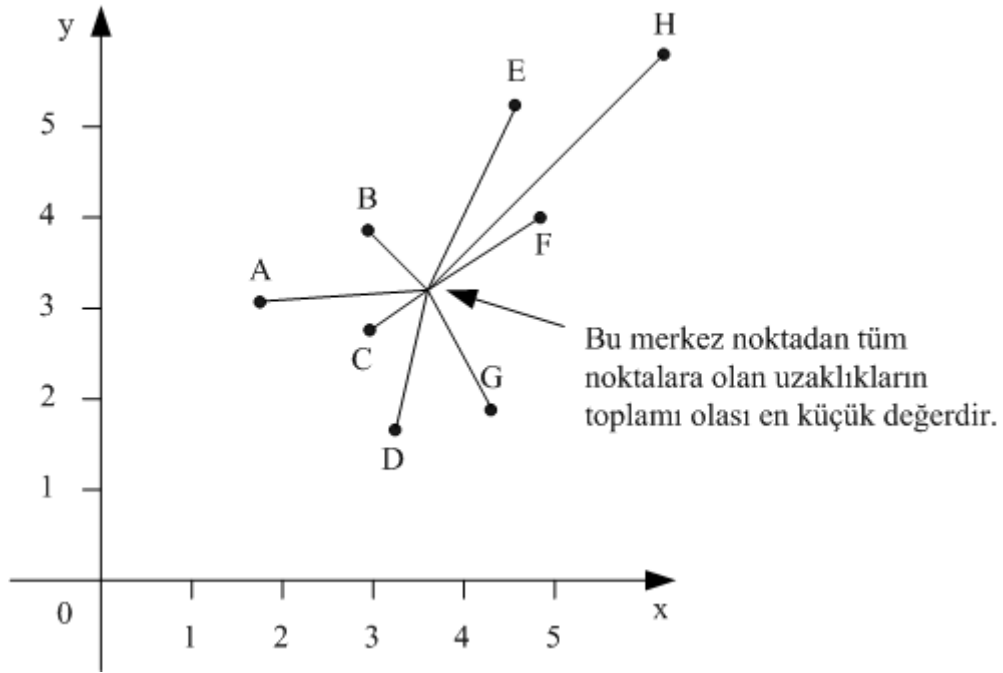
(b)



Şekil 3.11. Medyan merkez. (a) medyan merkez 1 ve (b) medyan merkez 2

#### 3.4.1.4. En kısa yol merkezi

*En kısa yol merkezi* kavramı, çoğu Amerikan istatistik yayınlarında medyan merkezini ifade etmektedir, fakat kullanımları birbirlerinden tamamen farklıdır. En kısa yol merkezi, bir dağılım içindeki tüm noktalara olan uzaklıkların toplamının minimum olduğu noktadır ve şekil 3.12’de gösterilmiştir.



Şekil 3.12. En kısa yol merkezi

Bu merkezin konumu, deneme yanılma yoluyla elle açık bir şekilde bulunabilir. Birkaç alternatif deneme konumlarının seçilmesi ve her bir deneme merkezinin tüm noktalara olan uzaklıklarının toplamının hesaplanması ile doğru en kısa yol merkezi bulunabilir. Çoğu durumda ortalama merkez, medyan merkez ve en kısa yol merkezi birbirlerine oldukça yakındır. Bu nedenle ortalama merkez ve medyan merkez, en kısa yol merkezinin bulunmasında bir başlangıç noktası olarak kullanılmaktadırlar. Bu tekrarlayıcı süreç (her biri bir çok kere tekrarlanmış adımlar serisi içermektedir) elle uygulandığında çok zaman gerektireceğinden, bir bilgisayar programı yardımıyla kolayca yapılabilir.

### 3.4.2. Mekansal nokta örüntülerde saçılım

Ortalama etrafındaki değerlerin yayılımını tanımlayan saçılım ölçülerine benzer şekilde mekansal saçılım ölçüleri de bir merkez çevresindeki noktaların alansal yayılımı hakkında bilgi vermektedirler. Ortalama merkez çevresindeki noktaların yayılımını ölçmekte en yaygın şekilde kullanılan iki teknik; standart uzaklık ve standart ıraksak elips teknikleridir.

#### 3.4.2.1. Standart uzaklık

*Standart uzaklık*, standart sapmanın mekansal karşılığıdır. Standart uzaklık sapma veya kök kare ortalamalarının uzaklık sapması olarak da bilinmektedir. Ortalama merkez çevresindeki noktaların yayılımının en iyi kısa ve öz tanımını yapmaktadır. Standart uzaklık için en basit denklem,

$$\text{standart uzaklık} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \quad (3.20)$$

şeklindedir. Burada  $d$  her bir noktanın ortalama merkezden olan uzaklığı ve  $n$  ise noktaların sayısıdır. Ortalama merkezin yeri belirlendiğinde, tüm uzaklıkları harita üzerinde direkt olarak ölçmek, karelerini almak, tüm kareleri toplamak, daha sonra nokta sayısına bölmek ve en son olarak da kare kökünü almak mümkündür. Çoğu harita dağılımları için bu, standart uzaklığın hesaplanması için en basit ve en hızlı yol olmaktadır.

Uzaklıkların diğer bir hesaplama yöntemi ise Pisagor yöntemiyle hesaplanmasıdır. Bu yöntem özellikle eğer standart uzaklık bir bilgisayar programı yardımıyla yapılıyorsa yararlıdır. Denklem (3.20)'de hesaplanan uzaklıklar karesi, ortalama merkez ve noktaların koordinatlarından direkt olarak hesaplanabilir. Bu nedenle (3.20),

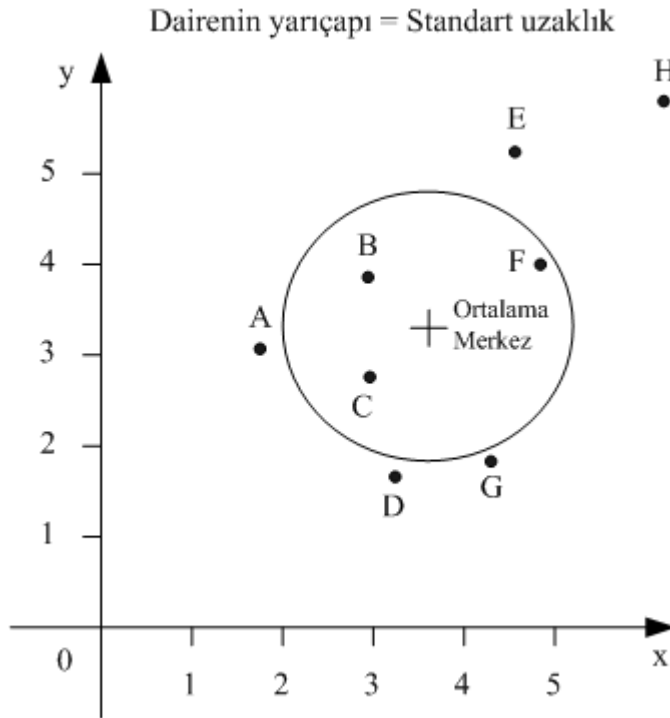
$$\text{standart uzaklık} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 + \sum (y - \bar{y})^2}{n}} \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.21)'i kullanmak daha çok hesaplama işlemi gerektireceğinden, işlemleri azaltmak için,

$$\text{standart uzaklık} = \sqrt{\left(\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2\right) + \left(\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2\right)} \quad (3.22)$$

şeklinde tekrar düzenlenebilir. Denklem (3.22), (3.21)'in cebirsel bir dönüşümüdür. Her iki denklem de aynı veri setine uygulandığında aynı sonuçları verecektir. Ancak standart uzaklığın hesaplanmasındaki adım sayısını azalttığından dolayı (3.22) tercih edilmektedir.

Şekil 3.13'de standart uzaklık, ortalama merkez etrafında noktaların dağılımının coğrafik bir gösterimini sağlayan bir dairenin yarıçapı olarak kullanılmıştır.



Şekil 3.13. Standart uzaklık

Standart uzaklığın hesaplanmasında dikkat edilmesi gereken bir konu, bir dağılım içindeki ortalama merkezden çok uzak olan uç noktalardan aşırı derece etkilendiğidir. Ortalama uzaklıktan olan tüm uzaklıkların karesi alındığından uç noktalar, standart uzaklık değeri üzerinde aşırı etki sahibi olacaklardır. Bu nedenle, standart uzaklığın dağılımdaki “serseri” noktalar olarak göz önüne alınabilecek noktalara karşı hassas olduğunun farkında olunmalı ve bu konuya dikkat edilmelidir.

Standart uzaklık, noktaların yayılımını tek bir değerde özetlediğinden dolayı nokta örüntülerde saçılımın kullanışlı bir ölçümüdür, ancak farklı **yönlere** farklı olacak ortalama merkezle ilgili yayılımın etkisini hesaba katmamaktadır. Örneğin Şekil 3.13’de standart uzaklık, ortalama merkezi etrafındaki bir daire bakımından saçılımı tanımlamaktadır. Bu saçılımın kuzeydoğu-güneybatı yönünde, güneydoğu-kuzeybatı yönünde olandan daha büyük olduğu görülmektedir.

#### **3.4.2.2. Standart ıraksak elips**

*Standart ıraksak elips*, adından da anlaşılacağı üzere bir nokta örüntü içindeki saçılımı bir daire ile değil bir elips ile özetleyen bir ölçümdür. Bu elips, maksimum saçılım yönündeki uzun eksen ve minimum saçılım yönündeki kısa eksen ve ortalama merkez merkezi olacak şekilde yerleştirilmiştir. Bir nokta örüntü içindeki maksimum saçılımın ekseninin minimum saçılımın eksenine dik açılı olduğu matematiksel olarak gösterilebilir, dolayısıyla bir elips nokta örüntü içindeki saçılımın ölçülmesi için uygun bir ölçümdür.

Bir nokta sürecin ortalama merkezi ile ilgili en iyi elipsi elde etmek için aşağıdakileri bilmek önemlidir :

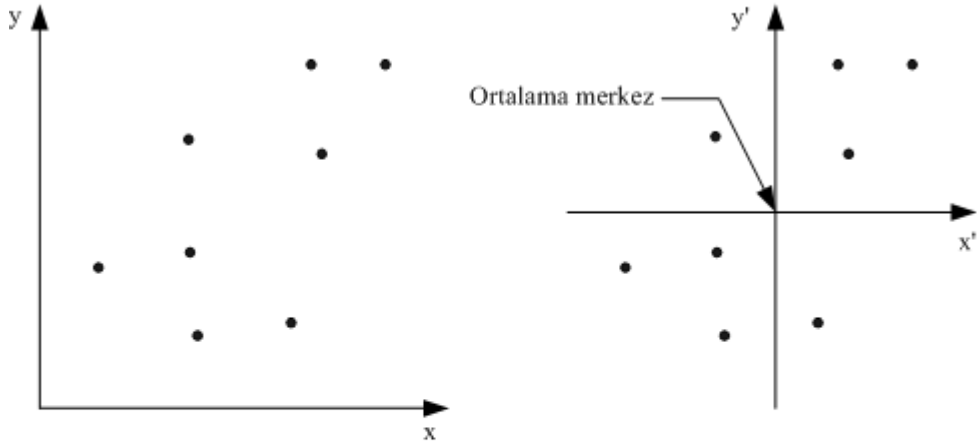
- kısa eksenin uzunluğu,
- uzun eksenin uzunluğu,
- elipsin yönelimi.

Bir nokta örüntü için standart ıraksak elips elde etmekte uygulanan adımlar şekil 3.14.'te gösterilmiştir. Bu adımlarda gerekli olan matematiksel hesaplamalar birkaç eşitlikte özetlenebilir. Koordinat sistemini,

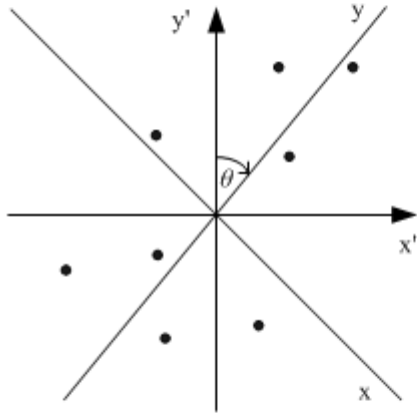
$$x' = x - \bar{x} \quad y' = y - \bar{y} \quad (3.23)$$

şeklinde dönüştürülür. Başka bir ifadeyle, orijinal  $x$  ve  $y$  koordinatlarından ortalamalar çıkartılarak  $x'$  ( $x$  başlangıç) ve  $y'$  ( $y$  başlangıç) ile gösterilen dönüştürülmüş  $x$  ve  $y$  koordinatları elde edilir.

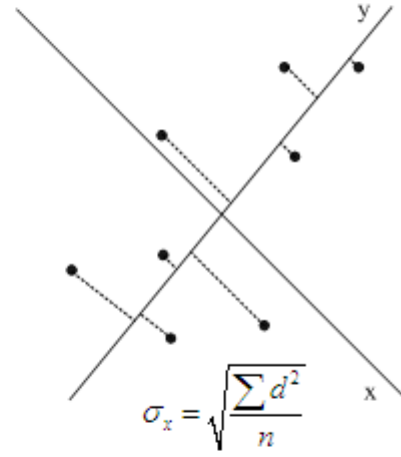
1. Koordinatlar dönüştürülür (orijin ortalama merkeze kaydırılır).



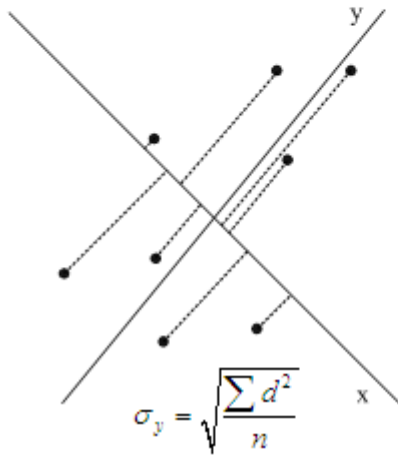
2. Dönüşümün açısı hesaplanır.



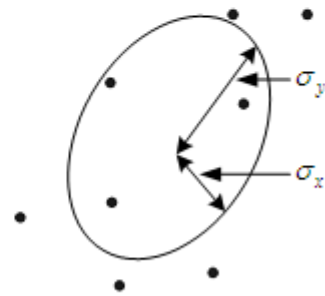
3. x eksenine paralel standart sapma hesaplanır.



4. y eksenine paralel standart sapma hesaplanır.



5. Standart iraksak elips uydurulur.



Şekil 3.14. Standart bir iraksak elipsin bulunmasındaki adımlar



Döndürme açısını elde etmek için,

$$\tan \theta = \frac{(\sum x'^2 - \sum y'^2) + \sqrt{(\sum x'^2 - \sum y'^2)^2 + 4(\sum x'y')^2}}{2\sum x'y'} \quad (3.24)$$

denklemini kullanılmaktadır. Burada  $\tan \theta$  döndürme açısının tanjantını,  $x'$  ve  $y'$  ise dönüştürülmüş  $x$  ve  $y$  koordinatlarını göstermektedir. Elipsin  $x$  ekseninde bulunan standart sapmayı hesaplamak için ise,

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x' \cos \theta - y' \sin \theta)^2}{n}} \quad (3.25)$$

Denklemini kullanılmaktadır.. Burada  $\sigma_x$  elipsin  $x$  eksenine paralel standart sapmayı,  $\theta$  döndürme açısını,  $x'$  ile  $y'$  noktalarının dönüştürülmüş koordinatlarını ve  $n$  nokta sayısını göstermektedir. Denklem (3.25), cebirsel olarak özdeş fakat daha az hesaplama işlemi gerektiren

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(\sum x'^2) \cos^2 \theta - 2(\sum x'y') \sin \theta \cos \theta + (\sum y'^2) \sin^2 \theta}{n}} \quad (3.26)$$

denklemini şeklinde tekrar düzenlenebilir. Burada  $\cos^2 \theta$ ,  $(\cos \theta)^2$ 'nin geleneksel yazma şeklidir, başka bir ifadeyle açının kosinüsünün karesidir. Aynı şekilde  $\sin^2 \theta$  de aynı şekilde  $(\sin \theta)^2$ 'nin geleneksel yazım şeklidir. Denklem (3.26) daha karmaşık görünüyor olmasına rağmen, her  $x'$  ve  $y'$  ile  $\cos \theta$  ve  $\sin \theta$  ile tek tek çarpma zorunluluğunu ortadan kaldırdığından dolayı, (3.25)'den oldukça daha hızlı bir kullanıma sahiptir.

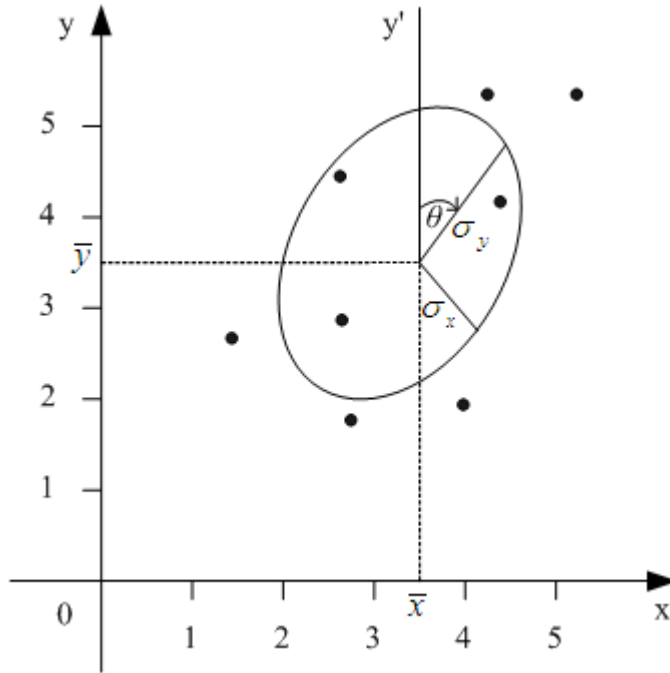
Elipsin  $y$  ekseninde bulunan standart sapmayı hesaplamak için,

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (x' \sin \theta + y' \cos \theta)^2}{n}} \quad (3.27)$$

veya daha hızlı kullanımı olan

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(\sum x'^2) \sin^2 \theta + 2(\sum x'y') \sin \theta \cos \theta + (\sum y'^2) \cos^2 \theta}{n}} \quad (3.28)$$

denklemini kullanılmaktadır. Şekil 3.12'de gösterilen nokta örüntüye bu eşitliklerin uygulanması sonucu elde edilen standart ıraksak elips Şekil 3.15'de konumlandırılmıştır. Eksenlerin uzunlukları  $2\sigma_x$  ve  $2\sigma_y$  olarak verilmiştir. Ayrıca (3.24)'de verilen  $\theta$  açısı ise elipsin dönüştürülmüş  $x$  ve  $y$  eksenleri arasındaki açıdır. Bu açı dönüştürülmüş  $y$  ekseninden saat yönünde ölçülmüştür. Denklem (3.24) negatif bir  $\tan \theta$  değeri üretebilir. Bu durumda, tanjant tablolarına bakılırken negatif işaret göz ardı edilir, ancak doğru  $\theta$  değerini bulmak için tablolardan bulunan açı  $90^\circ$ 'den çıkartılmalıdır.



Şekil 3.15. Standart ıraksak elips

### 3.5. Mekansal Şeklin İncelenmesi

Şeklin ölçümü, istatistikçilerin coğrafyacılar yardım edebileceği bir alandır. İnsan ve hatta hayvan beyninin çok temel bir kavramı olan “şekil”, sezgisel bir kavramdır ve ölçmek oldukça zordur. Beyin tarafından işlenen görsel görüntüler, birkaç şekil kategorisine toplanma eğilimindedir. Daire, üçgen, kare, dikdörtgen temel şekiller kolaylıkla anlaşılmalıdır ve daha karmaşık şekiller, bu “basit” şekil kategorilerine göre algılanmaktadır. Ancak bu, şekli sürekli bir değişken olarak ölçen bir coğrafyacı için aradığı az ve özlü istatistikleri bulmada pek yararlı olmamaktadır. Şeklin sadece belirli özel karakteristikleri ölçülebilmektedir. Bir dairenin veya bir karenin ya da bir üçgenin nasıl bir şekil olduğu söylemek mümkündür, fakat belirli bir coğrafi alanın birçok “şekil birimi”nden hangisine sahip olduğu söylemek pek mümkün değildir.

Şeklin en çok kullanılan ölçülmüş karakteristiği “doluluğu”dur. Bu bir şeklin mümkün en derli toplu şekilden örneğin bir daireden ne kadar sapsmış olduğunun etkili bir ölçümüdür. Bir daire, içerdiği alan için olası en küçük çevre uzunluğuna sahip olması bakımından en derli toplu şekildir. Bu nedenle doluluğun bir ölçümü, bir şeklin çevre uzunluğunun alanına olan oranı olacaktır. Bu Pounds (1963) tarafından önerilmiş olan,

$$S_1 = \frac{P}{A} \quad (3.29)$$

katsayısıdır. Burada  $S_1$  ilk şekil katsayısını,  $P$  çevre uzunluğunu ve  $A$  alanı ifade etmektedir.

Düzgün bir geometrik şeklin çevre uzunluğunun ve alanının hesaplanabilmesinin mümkün olmasına rağmen, düzgün olmayan coğrafik birimlerin çevre uzunluğunun ve alanlarının doğru olarak ölçülmesi oldukça zordur. Alan bilgileri, özellikle idari birimler söz konusu olduğunda genellikle resmi kaynaklardan elde edilir, fakat bir düzgün olmayan birimin sınırlarının uzunluğunu ölçmek çok zordur. Farklı ölçeklerdeki haritalarla çalışıldığında, sınırın uzunluğunun birbirinden farklılık gösteren birçok tahminini elde etmek

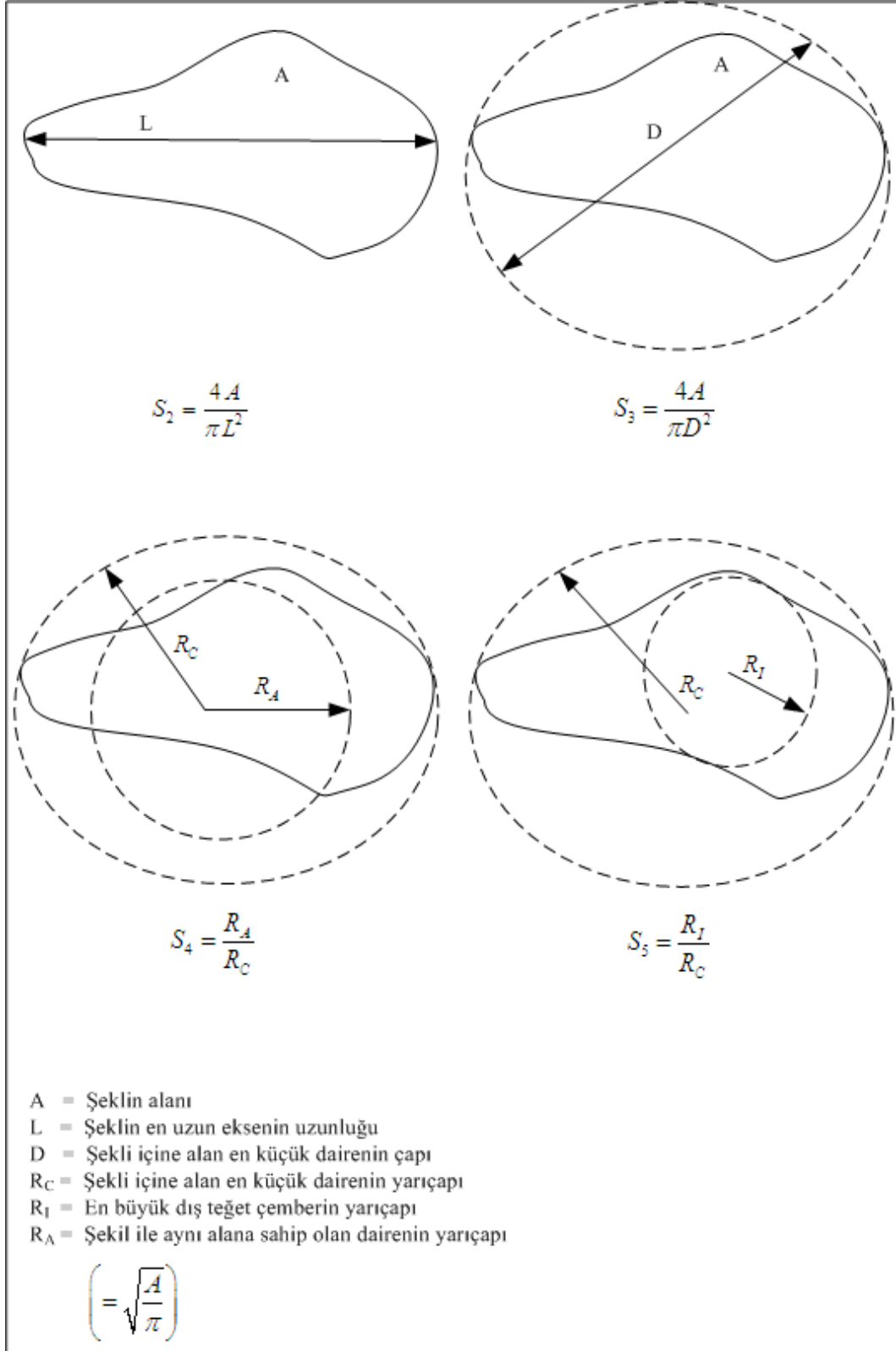
mümkündür. Bir şekil katsayısındaki çevre uzunluğunun kullanımı, katsayıyı şeklin çevresinin kıvrımlılığına karşı hassas yapmaktadır. Bir İngiltere şehri gibi fazlaca tasarlanmış bir alan A.B.D.'lerinin Ortabatı eyaletlerinden herhangi biri gibi düzgün çizgilerle tasarlanmış alanlardan göze göre şekillerin benzer olmasına rağmen daha yüksek bir  $S_1$  değerine sahip olacaktır.

Bu katsayının değerinin, ölçüm birimlerine veya ele alınan şeklin gerçek boyutuna bağlı olmaması ciddi bir sorundur. Alanları ve çevre uzunlukları aynı birimlerde ölçülmüş olsa bile, geniş bir daire daha küçük bir daireden daha farklı bir  $S_1$  değerine sahip olabileceklerdir. Bunun aksine, iki aynı daire, biri feet veya feet kare, diğeri ise metre ve metre kare cinsinden ölçülmüş olsa bile farklı  $S_1$  değerleri üretebilecektir.

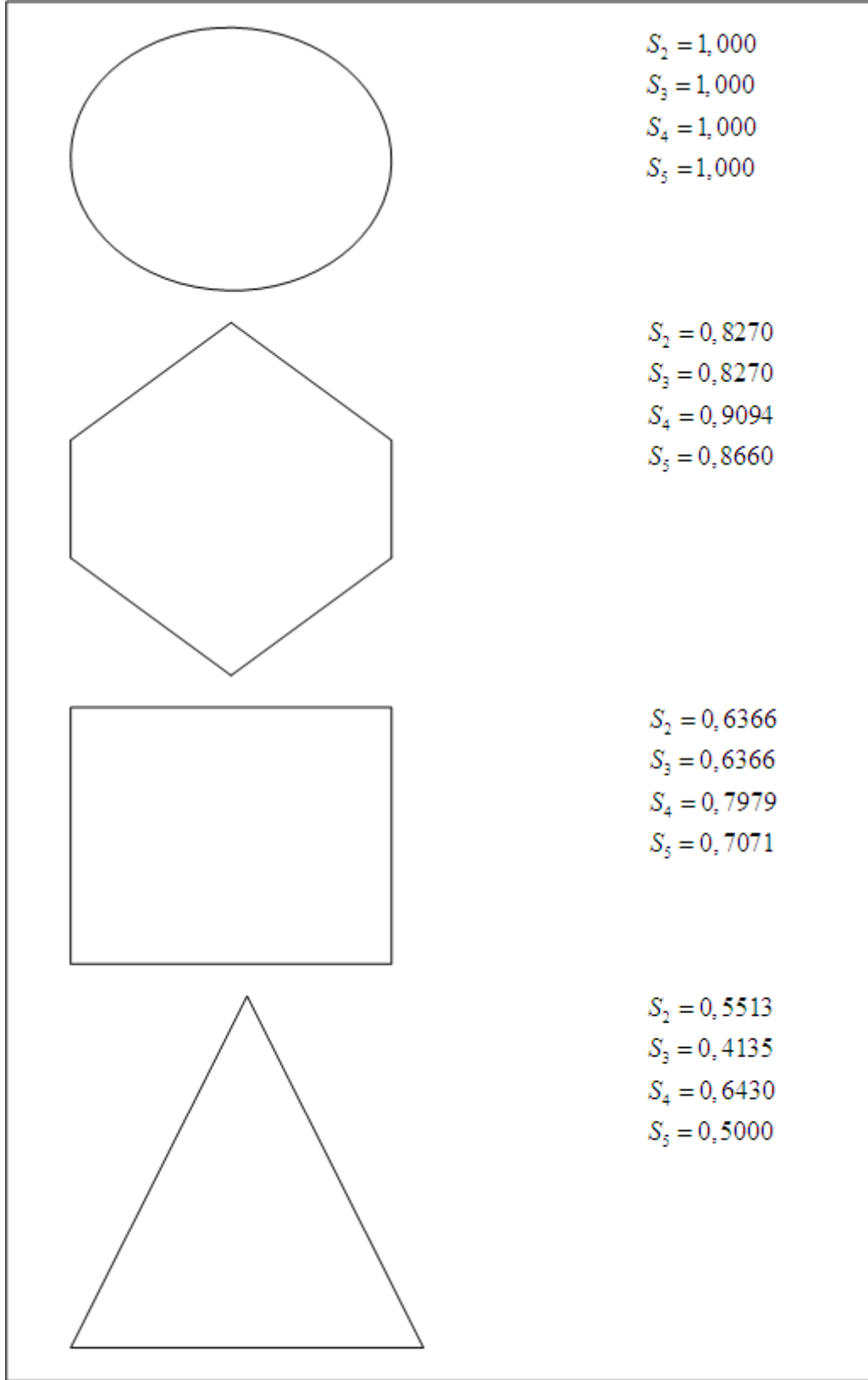
Bu iki zorluktan dolayı,  $S_1$  geniş şekilde kullanılan bir şekil katsayısı değildir. Oldukça doğru cevaplar veren şekil katsayıları Şekil 3.16'da gösterilmiştir. Şekil 3.17'de ise bu katsayılar, ürettikleri değerlerin aralığını göstermek için bazı örnek şekillere uygulanmışlardır. Her bir katsayı, en derli toplu şekil, bir daire, 1,0 katsayısı olacak şekilde ölçeklendirilir. Şeklin derli topluluğu azaldıkça her bir durumda katsayı azalır.

Boyce ve Clark (1964), Bunge (1966) ve Taylor (1971) tarafından daha karışık şekil katsayıları da önerilmiştir. Bu katsayıların her biri, ölçümlerin keyfi bir sayısını içerir ve verilmiş herhangi bir şekil için katsayı değeri, yapılmış ölçümlerin sayısına göre oldukça çok çeşitlik gösterebilir. Katsayıların uygulanabilir olması için yeterli olması ve en azından farklı coğrafik birimler arasında temel karşılaştırmalar yapabilmeye izin vermelidir.

Şekil, tanımlaması ve ölçülmesi zor bir özelliktir. Burada tanımlanan şekil katsayıları sadece, şeklin bir karakteristiği olan derli topluluğun gerçek ölçümleridir.



Şekil 3.16. Şekil katsayıları



**Şekil 3.17.** Şekil katsayıları için örnekler

### 3.6. Mekansal Otokorelasyonun Araştırılması

Son günlerde coğrafi istatistiğin en çok gelişen ve en çok ilgilenilen dalı, uzay boyunca değişim ile ilgilenmektedir. İki veya daha fazla boyutlu yüzeyde bir değişkenin değişimini ölçmede kullanılan teknikler, isimsel, sırasal ve aralıksal veriler ve noktalar veya alanlar ile ilgili veriler için mevcuttur.

İstatistiğin bu dalı mekansal otokorelasyon ile ilgilenmektedir. Otokorelasyon, bir regresyon doğrusu boyunca artıkların ardışık değerleri arasındaki ilişki ile ilgilenmektedir. Güçlü otokorelasyon, ardışık değerlerin yüksek derecede ilişkili olduğu ve sistematik olarak değişkenlik gösterdiği anlamına gelmektedir. Mekansal otokorelasyon bu kavramın iki boyut için genişletilmiş halidir.

Güçlü mekansal otokorelasyon, birbirine yakın olan noktaların veya değerlerin yüksek derecede ilişkili oldukları anlamına gelmektedir. Eğer değerler yüzey üzerine rassal olarak yerleşmişse, mekansal otokorelasyon gözükmeyecektir. Mekansal otokorelasyonun nokta örüntülerin rassallık kavramının mantıksal bir uzantısı olduğu söylenebilir. Bu aşamada uygulanacak testler, değerlerin bir kümesinin mekansal düzeninin rassal olup olmadığını araştırmaktadır.

#### 3.6.1. Bağ sayısı istatistiği

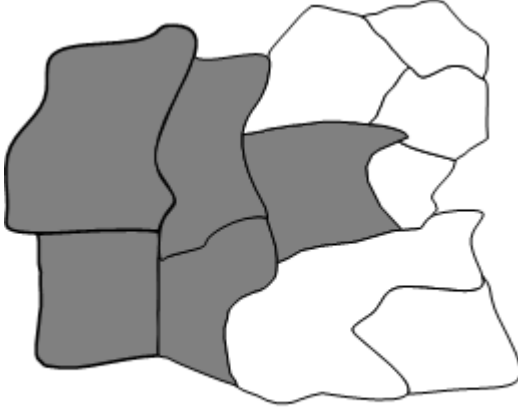
Mekansal otokorelasyonun en basit şekli, iki farklı türün alanlarının mekansal düzeni ile ilgilenmektedir. Şekil 3.18'de, 5 tanesi bir türün geri kalan 6 tanesinin diğer türün olduğu 11 alanın olası üç düzeni gösterilmektedir (bu türler “siyah” ve “beyaz” olarak ifade edilmiştir).

Şekil 3.18(a)'da beş beyaz alan birlikte kümelenmiştir, Şekil 3.18(b)'de dağınık bir düzen mevcuttur ve Şekil 3.18(c)'de örüntünün durumu rassallık göstermektedir. Bu üç mekansal düzen sırasıyla, “kümelenmiş”, “dağınık” ve “rassal” olarak isimlendirilebilir. Her bir durumda temel mekansal yapı aynıdır.

Kümelenmenin dağılmanın derecesini ölçmek için basit ve hızlı bir yöntem, başka bir ifadeyle bu mekansal düzenlerde mekansal otokorelasyonu ölçmek, siyah ve beyaz bölgeler arasındaki bağları saymaktır. Eğer benzer alanlar kümelenmiş ise, daha az sayıda bağ, eğer dağınık haldeler ise daha çok sayıda bağ olacaktır. Alanların rassal bir düzeni orta derecede beyaz/siyah bağ sayısı üretecektir. Şekil 3.18(d)'de ise bu düzenlerin bağ yapıları gösterilmiştir.

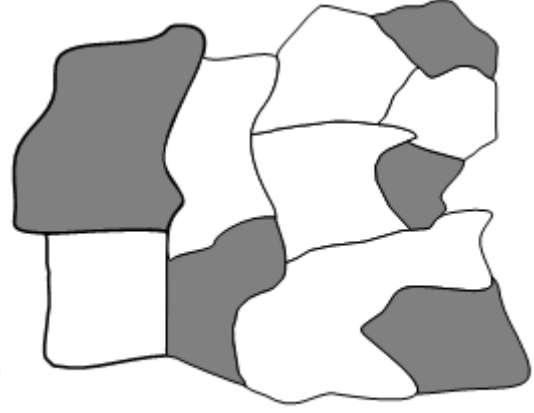


(a) “Kümelenmiş” bir düzen



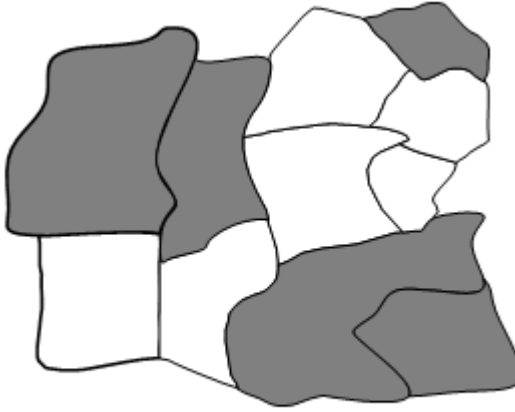
6 adet siyah / beyaz bağ

(b) “Dağınık” bir düzen



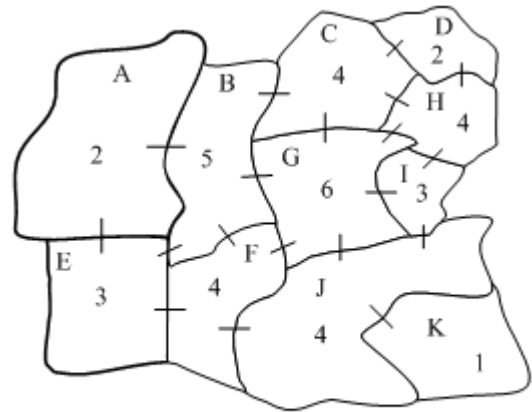
12 adet siyah / beyaz bağ

(c) “Rassal” bir düzen



10 adet siyah / beyaz bağ

(d) Bağ yapıları



**Şekil 3.18.** Mekansal otokorelasyonun araştırılmasına ilişkin örnek. (a) kümelenme gösteren bir düzen, (b) dağınıklık gösteren bir düzen, (c) rassallık gösteren bir düzen ve (d) bağ yapıları

Sayımlar, **isimsel** bir ölçek üzerinde ölçülen ya da dönüştürülebilen herhangi bir değişkenin mekansal dağılımına uygulanabilir. Söz konusu bağ sayımı ölçümleri iki kategoriden oluşan isimsel değişkenlere, başka bir ifadeyle ikili değişkenlere, uygulanabilir. Böyle olmakla birlikte, ikiden daha fazla kategoriden oluşan değişkenler için de genişletilebilirler. Coğrafyacıların ilgilendiği çoğu değişken doğal olarak değişkenler ikilidir. Örneğin seçim coğrafyasında “sosyalist” seçmenlerin “diğer” seçmenlerle karşılaştırılmasının mekansal dağılımı ile ilgilenilmektedir. Tarıma elverişli yada elverişli olmayan çiftlikler, veya nüfusun azaldığı veya çoğaldığı mahallelerin mekansal düzeni bağ sayımı ile ölçülebilir.

Diğer değişkenler de kolayca ikili forma dönüştürülebilir. Örneğin tıbbi coğrafyacılar, çeşitli hastalıklardan oluşan ölüm oranlarının mekansal örüntüleri ile ilgilenmektedirler. Bağ sayım ölçümleri kullanılarak, herhangi bir hastalık türü için ortalamanın üstünde veya altındaki ölüm oranları ile şehirlerin yada hastane bölgeleri arasında mekansal otokorelasyon olup olmadığını araştırmak mümkündür. Bağ sayımı uygulamalarının temel gereksinimleri şunlardır:

- Alanlar ile ilgili veri (nokta veya doğrularla değil)
- İkili formda ölçülmüş veri.

Siyah/beyaz bağların sayısını saymak basit bir görev olmakla birlikte, mekansal otokorelasyonun anlamlılığını test etmek için gözlenmiş siyah/beyaz bağ sayısının hangi olasılıkla tesadüfen ortaya çıktığının bilinmesi gereklidir. Bu olasılık değerini tahmin etmek için rassal bir örüntü için beklenen siyah/beyaz bağ sayısını ve bu beklenen değerın standart sapmasını bilmek gerekmektedir. Gözlenen düzenlerin rassal olarak oluşup oluşmadığına karar vermek için bir anlamlılık testi uygulamak mümkündür. Bu durumda sıfır hipotezi, gözlenen alanların noktaların çalışma alanı içinde rassal olarak konumlanması sonucu olduğudur.

Anlamlılık testinin sıfır hipotezinin iki farklı alternatifi mevcuttur:

- *Serbest örnekleme (veya iadeli örnekleme)* : Sıfır hipotezinin bu şekli, sadece çalışma alanını hesaba katmadan bir alanın siyah veya beyaz olma olasılığının bilindiği durumlarda uygulanabilmektedir. Örneğin, “bir çalışma bölgesi içindeki “sosyalist” seçmenlerin diğer seçmenlerle karşılaştırıldığı bir çalışmada ulusal şekillere bakarak bir seçmenin “sosyalist” olma veya bunun aksine “sosyalist olmama” olasılığının hesaplanması mümkündür.
- *Serbest olmayan örnekleme (veya iadesiz örnekleme)* : Sıfır hipotezinin bu şeklinde, sadece çalışma alanı içindeki durumlarla ilgilenilmektedir. Dış faktörlere atıfta bulunulmaz. Sıfır hipotezinin bu şekli de yukarıda bahsedilen seçim örneğine uygulanabilir. Ulusal oylama örüntüsünün belirli çalışma bölgesi içinde uygulanmasının beklenemeyeceği göz önüne alınmalıdır. Bu durumda, ulusal şekillere dayalı olasılıkları uygulamak yanlış olacaktır.

Her iki durumda da sıfır hipotezinin genel şekli, siyah ve beyaz alanların mekansal düzeninin rassal olduğu şeklindedir. Alternatif hipotez, yönsel olabilir veya olmayabilir. Yönsel bir alternatif hipotez, mekansal örüntünün kümelenmiş ya da dağınık olarak düşünüp düşünülmeceğini belirlemektedir. Yönsel olmayan alternatif hipotez ise en basit haliyle düzenin rassal olup olmadığıdır. Yönsel bir alternatif hipotez kurulması durumunda tek yönlü test uygun iken, yönsel olmayan alternatif hipotez durumunda çift yönlü bir test uygun olmaktadır.

Bağ sayımı uygulamalarında sıfır hipotezin seçimi önemli bir etkidir. Çalışma alanı içinde uygulanması beklenen daha geniş bir alana ilişkin hesaplanmış olasılıkların ne olup olmadığına hakkında herhangi bir belirsizlik yoksa serbest olmayan örnekleme yaklaşımını kullanılması mantıklıdır. Tüm durumlarda, serbest olmayan sıfır hipotezi benimsendiğinde yapılan varsayımlar serbest örnekleme yaklaşımının doğasında olanlardan daha azdır. Sıfır hipotezinin şekli kullanıldıktan sonra, siyah/beyaz bağların beklenen sayısının uygun eşitlikleri ve standart sapması uygulanır.

Serbest örnekleme yaklaşımında siyah/beyaz bağların beklenen sayısı,

$$E_{SB} = 2Jpq \quad (3.30)$$

denklemini ile hesaplanmaktadır. Burada  $E_{SB}$  siyah/beyaz bağların beklenen sayısı,  $J$  çalışma alanındaki toplam bağ sayısı,  $p$  siyah olan alanların olasılığı ve  $q$  beyaz alanların olasılığıdır ( $p + q = 1,0$ ). Standart sapması ise,

$$\sigma_{SB} = \sqrt{\left[2J + \sum L(L-1)\right]pq - 4\left[J + \sum L(L-1)\right]p^2q^2} \quad (3.31)$$

denklemini ile hesaplanmaktadır. Burada  $\sigma_{SB}$  siyah ve beyaz bağ sayısının standart sapması,  $J$  çalışma alanındaki toplam bağ sayısı,  $p$  siyah olan alanların olasılığı ve  $q$  beyaz alanların olasılığı ve  $L$  her bir alan için alan ve bitişik alanları arasındaki bağların sayısıdır.

Çalışma alanındaki toplam bağ sayısı  $J$ , basit şekilde sayarak elde edilir. Fakat sayma işleminde iki alanın bir doğru ile değil de tek bir noktada birleştiği durumlarda problem ortaya çıkmaktadır. Çoğu durumda, aslında bir sınırı paylaşmalar da iki alan bitişik olduğundan bir bağ gibi göz önüne almak mantıklı gözükmeyle birlikte bu bağları ele alıp almamak araştırmacıya kalmıştır. Bu tür bir bağ hesaba katıldığında, bu tür bağlarının hepsinin hem bağların toplam sayısı hem de siyah/beyaz bağların sayısı içine katılması kaçınılmazdır.

Test istatistiği ise,

$$z = \frac{O_{SB} - E_{SB}}{\sigma_{SB}} \quad (3.32)$$

denklemini ile hesaplanmaktadır. Burada  $O_{SB}$  siyah/beyaz bağların gözlenen sayısıdır.  $z$  test istatistiği normal dağılım göstermektedir.  $z$  test istatistiği ve en yakın komşuluk analizinde kullanılan  $c$  istatistiği birbirlerine çok yakın paralellik göstermektedir. Belirli bir bağ sayımının anlamlılığını bulmak için,  $z$  değeri

Ek-1'de verilen standart normal dağılım tablosundan elde edilen uygun kritik değerle karşılaştırılabilir. Hesaplanan  $z$  değeri kritik değere eşit veya küçükse sıfır hipotezi ret edilir ve gözlenen düzenin rassal olarak oluşmuş olduğu sonucuna varılır. Başak bir ifadeyle, siyah ve beyaz alanların gözlenen mekansal düzeninin rassal bir düzenden anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir.

Serbest olmayan örnekleme yaklaşımında ise siyah/beyaz bağların beklenen sayısı ( $E_{SB}$ ),

$$E_{SB} = \frac{2JSB}{n(n-1)} \quad (3.33)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $J$  çalışma alanındaki toplam bağ sayısı,  $S$  çalışma alanı içindeki siyah alanların sayısı ve  $B$  çalışma alanı içindeki beyaz alanların sayısı ve  $n$  toplam alan sayısıdır ( $n = S + B$ ). Siyah/beyaz bağ sayısının standart sapması ( $\sigma_{SB}$ ) ise,

$$\sigma_{SB} = \sqrt{E_{SB} + \frac{\sum L(L-1)SB}{n(n-1)} + \frac{4[J(J-1) - \sum L(L-1)]S(S-1)B(B-1)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} - E_{SB}^2} \quad (3.34)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır.  $z$  test istatistiği serbest örnekleme yaklaşımının da olduğu gibi (3.32) kullanılarak hesaplanmaktadır.

### 3.6.2. Moran'ın mekansal otokorelasyon katsayısı ( $I$ )

Verinin ikili forma indirildiği çoğu coğrafik durumda birçok bilgi kaybı olmaktadır. Alan ve noktalarla ilişkili sırasal veya aralıksal değerler arasındaki mekansal otokorelasyonu ölçen birkaç test mevcuttur. Bu testlerden biri Moran (1950) tarafından geliştirilen Moran'ın mekansal otokorelasyon katsayısıdır.

Alansal veri için durum, siyah ve beyaz kategorilerin sayısal değerlere dönüştürülmesi dışında bağ sayımı ile benzerdir. Moran'ın mekansal otokorelasyon katsayısı ( $I$ ),

$$I = \frac{\sum_{(c)} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{J \sum (x - \bar{x})^2} \quad (3.35)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $n$  çalışma bölgesindeki alanların sayısı,  $J$  bağların sayısı,  $x$  bir alanın (sırasal veya aralıksal) bir değeri,  $\bar{x}$   $x$  değişkeninin tüm değerlerinin ortalaması,  $x_i$  ve  $x_j$  iki bitişik alanın (bir ağın her iki tarafındaki alanlar) değerlerini göstermektedir.  $\sum_{(c)}$  toplam işareti,  $(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})$  değerinin bitişik alanların her çifti için hesaplanıp toplamlarının alacağını ifade etmektedir.

Moran'ın katsayısı tek başına bir değişken içindeki mekansal otokorelasyonu tanımlamak için yeterli değildir.  $I$  katsayı olası tüm değerlerinin aralığı, belirli çalışma bölgesi içindeki mekansal yapıya bağlıdır.  $I$  katsayı değerinin neyi ifade ettiğini anlamak için bir anlamlılık testi uygulamak gereklidir. Bağ sayım ölçümlerinde olduğu gibi gerekli olan anlamlılık testi, hesaplanmış  $I$  değerlerinden standart bir normal sapma,  $I$ 'nin beklenen değeri ve standart sapmasının hesaplanmasını gerektirmektedir. Bu durumda da sıfır hipotezinin iki tane alternatifi vardır:

- *Normallik* : Sıfır hipotezi,  $x$  değişkeninin gözlenen değerleri, normal dağılmış değerlerin ana kütesinden rassal olarak alınmış  $n$  adet değer bir sonucudur.
- *Rassallaştırma* : Değişkenin  $n$  adet değeri verildiği gibi alınır, ancak bu değerlerin belirli mekansal düzeni, çalışma bölgesi içinde muhtemel tüm düzenlemeleri içinde olduğu göz önüne alınmaktadır. Bu durumda sorulması gereken soru şudur: “ $x$  değerlerinin verilmiş olan belirli kümesi için rassal olarak gözlemlendiği şekilde düzenlenmiş olma olasılığı nedir?”.

Normallik durumunda  $I$  'nın beklenen değeri ( $E_I$ ),

$$E_I = -\frac{1}{n-1} \quad (3.36)$$

ve bu değer in standart sapması ( $\sigma_I$ )

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{n^2 J + 3J^2 - n \sum L^2}{J^2 (n^2 - 1)}} \quad (3.37)$$

denkle mi ile hesaplanmaktadır. Burada  $n$  çalışma bölgesindeki alanların sayısı,  $J$  bağların sayısı ve  $L$  bir alanın birleştiği alanların sayısıdır.

$I$  'nın hesaplanmış değeri,

$$z = \frac{I - E_I}{\sigma_I} \quad (3.38)$$

denkle mi kullanılarak standart bir normal dağılıma dönüştürülebilir. Bu dönüştürme işleminden sonra, karar verilen bir anlamlılık düzeyinde Ek-1'de verilen standart normal dağılımın kritik değerleri kullanılarak anlamlılığı değerlendirilebilir. Burada da diğer testlerde olduğu gibi rassallıktan sapmanın yönünün belirtilip belirtilmemesine göre tek yönlü veya çift yönlü test uygulanmalıdır.

Rassallaştırma durumunda ise  $I$  'nın beklenen değeri ( $E_I$ ) normallik varsayımındaki ile aynı olmakla birlikte, bu değer in standart sapması ( $\sigma_I$ ),

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{n \left[ J(n^2 + 3 - 3n) + 3J^2 - n \sum L^2 \right] - k \left[ J(n^2 - n) + 6J^2 - 2n \sum L^2 \right]}{J^2 (n-1)(n-2)(n-3)}} \quad (3.39)$$

denkle mi ile hesaplanmaktadır. Burada  $n$  çalışma bölgesindeki alanların sayısı,  $J$  bağların sayısı ve  $L$  bir alanın birleştiği alanların sayısı ve  $k$ ,  $x$  değişkeninin basıklık değeridir ve

$$k = \frac{\sum (x - \bar{x})^4}{n\sigma^4} \quad (3.40)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $\sigma$ ,  $x$  değişkeninin standart sapmasıdır.

Gerekli hesaplamalar elde edildikten sonra normallik durumunda olduğu gibi  $I$ 'nin gözlenmiş değerleri (3.38) kullanılarak standart normal dağılıma dönüştürülür. Aynı şekilde bu dönüştürme işleminden sonra, karar verilen bir anlamlılık düzeyinde Ek-1'de verilen standart normal dağılımın kritik değerleri kullanılarak anlamlılığı değerlendirilebilir. Hesaplanan  $z$  değeri kritik değere eşit veya küçük ise, sıfır hipotezi kabul edilir ve gözlenen düzenin rassal olandan farklı olmadığı, başka bir ifadeyle rassallık sıfır hipotezi altında tesadüfen olduğu sonucuna varılabilir (Griffith, 1993).

### 3.6.3. Mekansal otokorelasyonda daha ileri konular

Bağ sayım ölçümleri, ikiden fazla kategoriden oluşan isimsel verilere de uygulanabilmektedir. Bu durumda uygulanabilecek bir yaklaşım, çeşitli türlerin farklı bağ sayıları ile ilgili alanların frekans dağılımları ile çalışmak ve sonra bir ki-kare testi uygulamaktır. Bu tür mekansal otokorelasyon testinin uygulaması Cliff, Martin ve Ord (1975) ve Decay (1968) tarafından üzerinde tartışılmıştır. İki'den fazla kategoriden oluşan isimsel veriye uygulanan mekansal otokorelasyon hakkında iki farklı kaynak da Cliff ve Ord (1973), ve Krishna Iyer (1949) tarafından sunulmuştur.

Mekansal otokorelasyon, nokta değerler içeren durumlar içinde genişletilebilir. Bu durumda, bitişik alan değerleri çiftleri arasındaki ilişkiyi göz önüne almak yerine, noktaları birbirinden ayıran uzaklıkları hesaba katarak nokta çiftleri arasındaki ilişkileri ölçmek gereklidir. Eğer  $n$  adet nokta mevcut ise olası  $n(n-1)/2$  adet nokta çifti mevcuttur. Noktalar söz konusu iken mekansal otokorelasyonun ölçülmesi için Moran'ın  $I$  katsayısının yeniden düzenlenmiş bir şekli önerilmiştir:



$$I = \frac{n \sum_{(p)} w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\left( \sum_{(p)} w_{ij} \right) \sum (x - \bar{x})^2} \quad (3.41)$$

Burada  $w_{ij}$   $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki ilişki için verilen ağırlıktır. Kullanılan ağırlık genellikle iki nokta arasındaki uzaklığın tersidir ve  $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki uzaklık  $d_{ij}$  olmak üzere,

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (3.42)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır.

Alansal veri için olan  $I$  testinde olduğu gibi noktalar için olan  $I$  testinde de, sıfır hipotezinin iki türü uygulanmaktadır. Normallik durumunda  $n$  nokta çiftlerinin sayısı olmak üzere  $I$ 'nin beklenen değeri ( $E_I$ ),

$$E_I = -\frac{1}{n-1} \quad (3.43)$$

ve bu değer için standart sapması ( $\sigma_I$ )

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{n^2 \sum_{(p)} w_{ij}^2 + 3 \left( \sum_{(p)} w_{ij} \right)^2 - n \sum_i \left( \sum_j w_{ij} \right)^2}{(n^2 - 1) \left( \sum_{(p)} w_{ij} \right)^2}} \quad (3.44)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Rassallaştırma durumunda ise  $I$ 'nin beklenen değeri ( $E_I$ ) normallik varsayımındaki ile aynı olmakla birlikte,  $k$  nokta değerlerin basıklığı olmak üzere bu değer için standart sapması ( $\sigma_I$ ) ise,

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{n \left[ (n^2 + 3 - 3n) \sum_{(p)} w_{ij}^2 + 3 \left( \sum_{(p)} w_{ij} \right)^2 - n \sum_i \left( \sum_j w_{ij} \right)^2 \right] - k \left[ (n^2 - n) \sum_{(p)} w_{ij}^2 + 6 \left( \sum_{(p)} w_{ij} \right)^2 - 2n \sum_i \left( \sum_j w_{ij} \right)^2 \right]}{(n-1)(n-2)(n-3) \left( \sum_{(p)} w_{ij} \right)^2}} \quad (3.45)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır.

Nokta veriler söz konusu olduğunda da sıfır hipotezinin uygun türünü seçme işleminde dikkat edilmelidir. Rassallaştırma sıfır hipotezi, sadece çalışma bölgesindeki belirli noktalar kümesini hesaba katarken, normallik sıfır hipotezi çalışma bölgesi içindeki nokta değerlerin normal olarak dağılmış bir ana küleden alınmış değerlerin rassal bir örneği olarak kabul etmeyi içermektedir. Veri hakkında daha az varsayım içerdiğinden dolayı rassallaştırma genelde en güvenli seçimdir.

Dikkat edilmesi gereken bir konuda ağırlıkların kullanımıdır. Her bir ağırlık, bir noktanın diğeri üzerindeki etkisinin bir ölçümü olarak tasarlanmıştır. Ağırlık olarak uzaklığın tersi ( $1/d_{ij}$ )'nin kullanımı, bu etkinin uzaklıkla azaldığını ifade etmektedir. Yerçekim kuvvetine benzer olarak, bu etkinin uzaklığın karesi ile azalacağı düşünülebilir. Bu durumda uygun bir ağırlık  $1/d_{ij}^2$  olabilir. Araştırmacıya anlamlar sağlayan ve teorik olarak doğrulanabilir başka ağırlıklar da kullanılabilir. Böyle olmakla birlikte, “tatmin edici” sonuçlar veren bir ağırlıklar kümesi akla geldiği durumlarda olabilir. Ancak bu yaklaşım bilimsel değildir ve bu durumdan titizlikle kaçınılmalıdır.

### 3.6.4. Variogram

*Variogram*, mekansal otokorelasyonun değerlendirilmesi için kullanılan analitik bir araçtır. Bu terimin yerine benzerlik kelimesinin kullanılması ilişkiyi anlamak için yararlı bir yoldur. İki sayının benzerliğini ölçmek için en doğal yol farklarını hesaplamaktır. Bu, bir variogram ile yapılan analizin altında yatan temel prensiptir.

İstatistiksel varyans, iki sayısal nicelik, başka bir ifadeyle gözlem değeri ve ortalamanın benzerliğinin bir ölçümüdür. Veri değerleri ve ortalama arasındaki farkı pozitif veya sıfır nicelik durumuna getirmesi nedeniyle bir ikinci sıra ölçümdür. Varyans, tüm veri değerleri üzerinden yapılan bir toplama işlemidir. Eğer ham farklar kullanılırsa, bu farklar iptal olma eğiliminde olacaktırlar ve toplam sifıra çok yakın yada sıfır olacaktır. Farkların kareleri, pozitif, sıfır olmayan bir sonuçta toplanmaktadır.

Variogram da benzer yolla hesaplanmaktadır. Fark, benzerliğin temel ölçümüdür ve pozitif veya sıfır sonucu elde etmek için kareleri alınır. Birikimli bir değerlendirmeyi elde etmek için de bir toplam kullanılmaktadır:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (3.46)$$

Denklem (3.46)'da  $\gamma(h)$  semivaryansı,  $N(h)$  belirli mesafe  $h$  ile ayrılmış deneysel örnek çiftleri sayısını,  $z(x_i)$ ,  $x_i$  noktasındaki örnek değerini ve  $z(x_i + h)$  ise  $x_i + h$  noktasında belirlenmiş örnek değerini göstermektedir (Armstrong, 1988; Carr, 2002; Olea, 2002)

Bölgesel bir değişkenin değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri variogram fonksiyonu ile ortaya konur. Variografi ve Kriging mekansal istatistik analizinde kullanılan araçlardır. Variografi, örnek noktalar arasındaki konumsal korelasyonu niceliği, miktarı hesaplama ve modelleme olanağı sağlar. Ayrıca, kriging variografide olduğu gibi ölçülen değerlerden ve onların konumsal ilişkilerinden enterpolasyon yapma olanağı sağlar.

Yarıvariogram sabit bir mesafe bölümlerine ayrılmış olası noktalar arasındaki farkların varyanslarının yarısıdır. Teorik olarak, elde edilen deneysel variogram yapısını temsil eden variogram modelinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için öncelikle teorik variogram modelleri ve parametreleri iyi bilinmelidir. Yarıvariogram değeri,  $s_{ij}$   $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki yatay uzaklık olmak üzere,

$$\gamma(s) = \frac{1}{2n(s)} \sum_{hij}^{n(s)} (N(x_i, y_i) - N(x_j, y_j))^2 \quad (3.47)$$

ve

$$s_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.48)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada  $n(s)$ ,  $s$  mesafedeki nokta çiftleri sayısı,  $N_i$ ;  $i$  noktasındaki geoit ondülasyonu,  $N_j$ ;  $j$  noktasındaki geoit ondülasyonu ve  $\gamma(s)$ ;  $s$  mesafedeki yarıvariogram değerini göstermektedir (Olea, 1999).

**Çizelge 3.1.** Bazı teorik variogram modelleri

Variogram Modeli	Denklemi
Küresel Model	$\gamma(s)=C_0+C[3/2(s/a)^2-(s/2a)^3]$
Üssel Model	$\gamma(s)= C_0+C(1-e^{-(s/a)})$
Gauss Modeli	$\gamma(s)= C_0+C(1-e^{-(3s^2/a^2)})$
Doğrusal Model	$\gamma(s)= C_0+C(s/a)$
Hole Effect Model	$\gamma(s)= C_0+C(1-e^{-\theta s})$

Küresel model en çok kullanılan teorik model olup aşağıdaki eşitlikler ile hesaplanmaktadır:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & ; h = 0 \\ C_0 + C \left[ 1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & ; h \leq a \\ C_0 + C & ; h > a \end{cases} \quad (3.49)$$

Burada,  $C_0$  külçe etkisini;  $C$ , partial sill,  $C_0+C$ , sill değerini ve  $a$ , örneklerin ilişkili olduğu maksimum mesafeyi göstermektedir.

Her  $x_0$  noktası için Kriging kestirim değeri  $z^*(x_0)$  ve kestirim hatası varyansı ( $\sigma_k^2$ ),

$$z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \quad (3.50)$$

ve

$$\sigma_k^2 = \mu + \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) \quad (3.51)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır.

Teorik variogramlar, (3.47) ile hesap edilen deneysel variogramlardan yararlanarak belirlenir ya da Kriging ile variogram fonksiyonu arasında çapraz doğrulama tekniği kullanılır. Çapraz doğrulama analizi, kriging metodu içerisinde yer alan ölçüm noktalarındaki değerleri çevresindeki değerlerle tahmin ederek, gerçek değerlerle tahmin değerlerini karşılaştıran, seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir yöntemdir. Gerçek yarıvariogram fonksiyonuna ilişkin bir model ve bu modele ilişkin parametreler seçilir. Daha sonra veri setinden gerçek değeri bilinen bir örnek uzaklaştırılır ve bu değer gerçek değeri bilinmiyormuş gibi, noktasal kriging kestirim tekniği ile tahmin edilir. Gerçek değerle kestirim değeri arasındaki fark hesaplanır. Bulunan indirgenmiş hataların beklenen değerlerinin 0'a ve varyansların da 1'e yakın olup olmadığına bakılır. Kestirim hatalarının kareler ortalaması, kriging varyanslarının ortalamasına eşit ya da küçük olmalıdır. Diğer bir karar verme tekniği ise, gerçek değerlerin, kestirilen değerler üzerindeki doğrusal regresyonu orijinden geçen 45 derece eğimli bir doğru olmasıdır. (Carr, 2002).

### 3.6.5. Kriging tahmini

Kriging tekniği diğer tahmin tekniklerine göre daha yansız sonuçların yanı sıra minimum varyanslı ve tahmine ait standart sapmanın hesaplanmasına olanak vermektedir. Kriging yöntemini diğer enterpolasyon yöntemlerinden ayıran en önemli özellik; tahmin edilen her bir nokta veya alan için bir varyans değerinin hesaplanabilmesidir. Yöntemin diğer bir üstünlüğü, kriging varyansı aracılığı ile

kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir olanak sunmasıdır. Eğer bir nokta veya alan için hesaplanan varyans değeri kesin değerler arasındaki varyanstan daha küçük ise ölçülmeyen nokta veya alan için tahmin edilen değer güvenilir olduğu kabul edilir (Armstrong, 1998).

Bugün yaygın olarak kullanılan Kriging yöntemleri; Ordinary Kriging, Simple Kriging, Universal Kriging, Block Kriging, Indicator Kriging, Disjunctive Kriging ve Cokriging yöntemleridir.

### 3.6.5.1. Ordinary Kriging yöntemi

Ordinary Kriging yönteminin ilk adımı enterpole edilecek noktalar kümesinden variogram oluşturmaktır. İkinci aşamada deneysel variogramdaki trendi modelleyen basit matematiksel fonksiyon olan teorik variogram bulunur. Ordinary Kriging yönteminde bilinmeyen değerlerin belirlenmesi değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayımına göre gerçekleştirilir. Variogram fonksiyonundan ağırlıkların belirlenmesinde tahmin ağırlıkları variogram modellerine dayanır. Ordinary Kriging yönteminde kullanılan temel denklem,

$$N_p = \sum_{i=1}^n P_i * N_i \quad (3.52)$$

'dir. Burada;  $n$ , modeli oluşturan nokta sayısı,  $N_i$ ,  $N$ 'in hesabında kullanılan noktaların ondülasyon değerleri,  $N_p$ , aranan ondülasyon değeri ve  $P_i$ ,  $N$ 'in hesabında kullanılan her  $N_i$  değerine karşılık ağırlık değerleridir.

### 3.6.5.2. Simple Kriging yöntemi

Simple Kriging yöntemi, Ordinary Kriging yöntemine benzer bir yöntemdir ancak, ağırlıkların toplamının 1'e eşit olması yerine burada ağırlık, veri setlerinin ortalaması ile bulunmaktadır. Simple Kriging yönteminde ortalama değer bilinmektedir ve noktaların enterpolasyonu genelleştirilmiş doğrusal regresyon altında 2. derece durağanlık varsayımı ve bilinen ortalamaya dayanmaktadır (Olea, 1999).

### 3.7. Mekansal Nokta Örüntülerin Görselleştirilmesi

Bir mekansal nokta sürecin görselleştirilmesinin en sezgisel yolu, verinin bir nokta haritası olarak çizilmesidir. Bir **nokta haritası**, olayların gösterilmesinde kullanılan çizim sembollerini (genellikle nokta) ve üzerinde olayların gözlemlendiği bölgeyi göstermektedir. Sınır bölgesinin veri setinin bir parçası olmadığı durumlarda nokta haritası, bir dağılım grafiği ile aynı olacaktır.

Bir niteliğin ekli olduğu nokta örüntüler ise, bu nitelik için niteliğin değerlerini gösteren farklı renkler veya çizim sembolleri kullanılarak görselleştirilebilir. Bu tür nokta örüntülerin görselleştirilmesi için diğer bir yol ise, olay konumlarındaki nitelik değerini belirten metni çizmektir. Örneğin, eğer veri seti depremleri gösteriyor ise, her bir olay konumundaki depremlerin düzeyleri çizilebilir. Böyle olmakla birlikte, çok sayıda gözlem mevcut ise bunu yorumlamak zor olabilir ve karışık bir hal alabilir.

Bazı durumlarda, çalışma bölgesi üzerindeki nüfus ile ilgili istatistikler (insan sayısı, yaş, gelir vb.) önemli olabilmektedir. Örneğin, veri bir hastalık türünün ortaya çıkışını gösteriyorsa, bu durumda yüksek nüfus yoğunluğuna sahip bölgelerde olayların kümelenmesi beklenebilir. Bunu görselleştirmenin bir yolu, nokta haritasının niteliği gösteren bir yüzey ile birleştirilmesidir.

### 3.8. Mekansal Nokta Örüntülerin Birinci-Sıra ve İkinci-Sıra Özelliklerin İncelenmesi

Mekansal nokta örüntüler,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin keyfi bir alt kümesi içinde meydana gelmiş olayların sayısı bakımından da göz önüne alınabilir. Bir  $\mathbf{A}$  alt kümesi içindeki olayların sayısı  $\gamma(\mathbf{A})$  ile gösterilecek olursa, bir mekansal süreç  $\mathbf{A} \subset \mathbf{R}$  olmak üzere,  $\gamma(\mathbf{A})$  rassal değişkenleri ile ifade edilebilir. Rassal bir süreç söz konusu olduğundan birinci-sıra ve ikinci-sıra özellikler bakımından bu sürecin davranış biçimine bakılabilmektedir.

### 3.8.1. Yoğunluğun tahmin edilmesi

Mekansal bir nokta örüntü içindeki olayların özetlemek için kullanılan bir yol, çalışma bölgesinin eşit alanlara sahip alt bölgelere ayırma işlemidir. Ayrılan bu alt bölgelere, örnekleme alanında kullanılan kare örneklemenin tarihsel kullanımından ortaya çıkmış bir isim olan “kare alanlar” adı verilmektedir. Bu her bir kare alana düşen olayların sayısı sayılarak, mekansal örüntüyü özetleyen bir histogram veya frekans dağılımının elde edilmesi ile işlem sonuçlandırılır. Eğer kare alanlar örtüşmüyor ve tamamen ilgilenilen mekansal bölgeyi kapsıyor ise, kare alanların sayısı nokta örüntüyü alan veya kafes veriye dönüştürmektedir. Bu nedenle bu yöntemler, kafes verinin kullanılmasında da uygundur.

Yoğunluğun bir tahmininin elde edilmesi için, çalışma alanı düzgün kılavuz çizgileri ile bölünür, oluşan her bir kare alan içine düşen olaylar sayılır ve elde edilen her bir sayı karelerin alanlarına bölünür.

Ayrıca, eğer kenar etkileri göz ardı edilirse, frekans poligonları veya ortalama değiştirilmiş histogramlar da mekansal bir nokta sürecin birinci-sıra etkilerinin tahmin edilmesinde kullanılabilir.

Kare alanlar yönteminden daha düzgün yoğunluk tahmini elde edilmesinde kernel tahmini kullanılabilir. Kernel yöntemi kullanılarak yoğunluğun bir tahmini,

$$\hat{\lambda}_h(\mathbf{s}) = \frac{1}{\delta_h(\mathbf{s})} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h^2} k\left(\frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}_i}{h}\right) \quad (3.53)$$

Denklemleri ile elde edilir. Burada  $k$  kernel ve  $h$  bant aralığını ifade etmektedir. Kernel, iki değişkenli bir olasılık yoğunluk fonksiyonudur.  $\delta_h(\mathbf{s})$  kenar-düzeltilme faktörü,

$$\delta_h(\mathbf{s}) = \int_{\mathbf{R}} \frac{1}{h^2} k\left(\frac{\mathbf{s} - \mathbf{u}}{h}\right) d\mathbf{u} \quad (3.54)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Eşitlik (3.54),  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi içinde merkezleştirilmiş ölçekli kernel altındaki hacmi göstermektedir. Kare alan



yönteminde olduğu gibi, nokta sürecin yoğunluğunu anlamak için  $\hat{\lambda}(\mathbf{s})$ 'nin nasıl değiştiğine bakılabilir.

Bant genişliği  $h$ 'nin seçiminde ise dikkat edilmesi gereken konu, aşırı geniş bir  $h$  seçimi, büyük bir olasılıkla yoğunluğun içindeki değişkenliği saklayarak çok düzgün bir tahmin sağlamakla birlikte, küçük bir  $h$  seçimi ise yoğunluk içindeki bütün örüntüyü görmeyi zorlaştıracığından garanti edilenden daha çok değişkenliğe neden olabilmektedir. Bant genişliğinin önerilen iyi bir seçimi  $\mathbf{R}$  birim kare iken,  $h = 0,68n^{-0,2}$ 'dir (Diggle, 1981). Bu değer, üzerinde çalışına çalışma bölgesinin boyutu için uygun bir şekilde ölçeklenebilir.

Bailey ve Gatrell (1995) ,

$$k(\mathbf{u}) = \frac{3}{\pi} (1 - \mathbf{u}^T \mathbf{u})^2 ; \mathbf{u}^T \mathbf{u} \leq 1 \quad (3.55)$$

dördüncü dereceden kerneli önermişlerdir. Denklem (3.55), (3.53)'de yerine konursa yoğunluk için,

$$\hat{\lambda}_h(\mathbf{s}) = \sum_{d_i \leq h} \frac{1}{\pi h^2} k \left( 1 - \frac{d_i^2}{h^2} \right)^2 \quad (3.56)$$

tahmini elde edilir. Burada  $d_i$  :  $\mathbf{s}$  noktası ile  $\mathbf{s}_i$  olay konumu arasındaki uzaklıktır ve ayrıca kenar etkilerinin düzeltilmesi  $\delta_h(\mathbf{s})$  kullanılmamıştır.

### 3.8.2. Mekansal bağımlılığın tahmin edilmesi

Mekansal bir nokta örüntünün ikinci-sıra özelliklerinin araştırılması,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi içindeki olayların arasındaki uzaklıklar kullanılarak yapılmaktadır. Bu amaç için genellikle olaylar arasındaki veya noktalar ve olaylar arasındaki en yakın komşuluk özelliklerine dayalı yöntemler kullanılmakla birlikte, alternatif yaklaşımlar da mevcuttur.

### 3.8.2.1. En yakın komşuluk uzaklıkları – G ve F dağılımları

*Olay-olay en yakın komşuluk uzaklığı*, rassal olarak seçilen bir olay ile ona en yakın olan komşu nokta arasındaki uzaklık olarak tanımlanmaktadır ve  $W$  ile gösterilmektedir. *Nokta-olay en yakın komşuluk uzaklığı* ise, çalışma bölgesi içinden rassal olarak seçilen bir nokta ile olan en yakın olan olay arasındaki uzaklık olarak tanımlanmaktadır ve  $X$  ile gösterilmektedir. En yakın komşuluk uzaklıkları,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi üzerindeki yoğunluk içinde değişkenlik olduğunda uygun bir yaklaşım olan küçük ölçeklerde bilgi sağlamaktadır.

Mekansal bir nokta süreç TMR modeline uyuyor ise, olay-olay uzaklığı  $W$  'nin kümülatif dağılım fonksiyonu,

$$G(w) = P(W \leq w) = 1 - e^{-\lambda\pi w^2} ; w \geq 0 \quad (3.57)$$

olmaktadır. Nokta-olay uzaklığı  $X$  'in kümülatif dağılım fonksiyonu ise,

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda\pi x^2} ; x \geq 0 \quad (3.58)$$

olmaktadır (Bailey ve Gatrell, 1995; Cressie, 1993).

Mekansal bir nokta örüntünün ikinci-sıra özellikleri,  $X$  ve  $W$  'nin gözlenen kümülatif dağılım fonksiyonlarına bakılarak araştırılabilir. Olay-olay uzaklıkları  $W$  için deneysel kümülatif dağılım fonksiyonu,

$$\hat{G}(w) = \frac{\#(w_i \leq w)}{n} \quad (3.59)$$

denklemleri ile verilmektedir. Burada  $n$ , çalışma bölgesinden rassal olarak çekilmiş olayların sayısıdır. Bezer şekilde, nokta-olay uzaklıkları  $X$  için deneysel kümülatif dağılım fonksiyonu,

$$\hat{F}(x) = \frac{\#(x_i \leq x)}{m} \quad (3.60)$$

denklemleri ile verilmektedir. Burada  $m$ , çalışma bölgesinden rassal olarak çekilmiş noktaların sayısıdır.

$\hat{G}(w)$  ve  $\hat{F}(x)$  grafikleri, olaylar arasındaki etkileşimin olası belirtilerini göstermektedir. Örneğin nokta örüntü içinde bir kümelenme söz konusu ise, çok sayıda kısa komşuluk uzaklıklarının olması beklenmelidir. Bu,  $\hat{G}(w)$ 'nin  $w$ 'nin küçük değerleri için dik bir şekilde tırmanması ve  $w$ 'nin değerleri büyüdükçe düzleşeceği anlamına gelmektedir. Diğer taraftan, eğer nokta örüntü içinde bir düzenlilik söz konusu ise, daha uzun komşuluk uzaklıkları olacaktır ve  $\hat{G}(w)$  kısa uzaklıklarda yatay biçimde ve daha geniş  $w$  veya  $x$  uzaklıklarında dik bir şekilde tırmanacaktır.  $\hat{F}(x)$ 'in grafiği incelendiğinde ise bunun tersi yorumlar olacaktır. Örneğin,  $\hat{F}(x)$  içinde çok sayıda uzun uzaklık değerleri var ise, kümelenmenin olduğunun kanıtıdır.

$\hat{G}(w)$ 'nin,  $\hat{F}(x)$ 'e karşı grafiği de çizilebilir. Bu durumda, eğer ilişki doğru bir çizgiyi takip ediyor ise, mekansal bir etkileşimin olmadığını kanıtıdır. Eğer kümelenme söz konusu ise  $\hat{G}(w)$ 'nin,  $\hat{F}(x)$ 'i geçmesi, nokta örüntüler bir düzenlilik gösteriyor ise tam tersi bir durum beklenmektedir.

Denklem (3.57)'den, TMR'dan sapmaları belirlemek için daha basit bir gösterim yapılandırılabilir. TMR altında,  $w$ 'ye karşı

$$\left\{ \frac{-\log(1-\hat{G}(w))}{\hat{\lambda}\pi} \right\}^{1/2} \quad (3.61)$$

'nin grafiği doğru bir çizgi olması beklenmektedir. Denklem (3.61)'de yoğunluğun uygun bir tahmini  $\hat{\lambda}$ 'ye gereksinim duyulmaktadır. Bunun için  $\hat{\lambda} = n/r$  eşitliği kullanılabilir. Burada  $r$ ,  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin alanını ifade etmektedir.

Şimdiye kadar anlatılanlara ek olarak kenar etkileri sorunundan bahsedilebilir.  $\mathbf{R}$  bölgesinin sınırlarına yakın olan olaylar, sınırlar dışında olan en yakın bir komşuluğa sahip olabilirler. Bu nedenle, sınıra yakın en yakın komşuluk uzaklıkları etkilenebilir. Bu sorundan kurtulmak için olası bir çözüm,  $\mathbf{R}$  bölge çevresi içinde kalacak şekilde bir koruma alanına sahip olmak olabilir. Bu koruma alanı içindeki nokta veya olayların en yakın komşuluk uzaklıkları hesaplanmaz, fakat bu olaylar  $\mathbf{R}$ 'nin geri kalanı içindeki nokta veya olayların en yakın komşuluklarının hesaplanmasında kullanılırlar. Kenar etkileri düzeltmesi için diğer çözümler, Bailey ve Gatrell (1995) ve Cressie (1993) tarafından incelenmiştir.

### 3.8.2.2. K-Fonksiyonu

$\hat{G}(w)$  ve  $\hat{F}(x)$  deneysel dağılım fonksiyonları, en yakın komşuluklara olan uzaklıkları kullanmaktadırlar, bu yüzden en küçük ölçekler üzerindeki mekansal nokta örüntüyü göz önüne alırlar. Birkaç ölçek üzerinde örüntünün anlaşılmasında yararlı olabilirler. Eşyönlü bir sürecin ikinci-sıra özellikleri ile ilişkili olan K-fonksiyonunun bir tahmini kullanılmaktadır (Ripley 1981). Geniş ölçekler üzerinde birinci-sıra etkiler söz konusu iken K-fonksiyonu kullanılır ise, K-fonksiyonu tarafından belirtilen mekansal bağımlılık, birinci-sıra etkilerden dolayı olabilir (Bailey ve Gatrell, 1995). Böyle bir durumda, birinci-sıra homojenliğin geçerli olduğu  $\mathbf{R}$ 'nin alt bölgeleri ile çalışılmak istenilebilir.

K-fonksiyonu,

$$K(d) = \lambda^{-1} E[\# \text{Keyfi bir olayın } d \text{ uzaklığı içindeki ekstra olaylar}]$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada,  $\lambda$  : bölge üzerindeki yoğunluğu gösteren bir sabit ve  $E[.]$  : beklenen değeri ifade etmektedir.

K-fonksiyonu için kenar düzeltilmiş bir tahmini,

$$\hat{K}(d) = \frac{r}{n^2} \sum_{i \neq j} \sum \frac{I_d(d_{ij})}{w_{ij}} \quad (3.62)$$

denklemini ile verilebilir. Burada,  $r$   $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinin alanını,  $n$  olayların sayısını,  $d_{ij}$   $i$ . ve  $j$ . olaylar arasındaki uzaklığı ve  $I_d$   $d_{ij} \leq d$  iken bir değeri, diğer durumlarda sıfır değeri alan bir gösterge fonksiyonunu ifade etmektedir. Denklem (3.62)'de yer alan  $w_{ij}$  değeri ise, kenar etkilerinin bir düzeltme faktörüdür.  $i$  olayı merkez olacak şekilde bir daire çizildiğinde, bu daire  $j$  olayı içinden geçiyor ise  $w_{ij}$ ,  $\mathbf{R}$  bölgesi içindeki dairenin uzunluğunun oranıdır.

K-fonksiyonun tahmini, verinin elde edildiği süreç tamamen mekansal olarak rassal ise, beklenen değeri ile karşılaştırılabilir. Bir TMR mekansal nokta süreç için teorik K-fonksiyonu,

$$K(d) = \pi d^2 \quad (3.63)$$

denklemini ile verilmektedir. Eğer gözlenmiş süreç, önceden verilmiş bir  $d$  değeri için düzenlilik sergiliyor ise, K-fonksiyonun tahmininin  $\pi d^2$ 'den daha küçük olması beklenmektedir. Buna alternatif olarak, eğer mekansal örüntü bir kümelenme sergiliyor ise  $\hat{K}(d) > \pi d^2$  olacaktır.  $\hat{K}(d)$  ile TMR altındaki  $K(d)$ 'nin grafiği, mekansal sürecin ikinci-sıra özelliklerini incelemeye olanak sağlamaktadır (Veen, 2006).

### 3.8.2.3. L-Fonksiyonu

K-fonksiyonuna dayalı diğer bir yaklaşım,

$$\hat{L}(d) = \sqrt{\frac{\hat{K}(d)}{\pi}} - d \quad (3.64)$$

eşitliğini kullanarak  $\hat{K}(d)$ 'ye bir dönüşüm uygulanmasıdır. Uygun  $d$  ölçeği için  $\hat{L}(d)$ 'nin grafiğindeki en yüksek pozitif değerler kümelenmeyi, en düşük negatif değerler ise düzenliliği gösterecektir.  $\hat{K}(d)$  ve  $\hat{L}(d)$  ile bir dizi  $d$  ölçeğinde mekansal bağımlılık araştırılmaktadır. Ayrıca,

$$L(d) \equiv \sqrt{\frac{K(d)}{\pi}} - d \quad (3.65)$$

niceliği L-fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır ve (3.64), L-fonksiyonun bir tahminidir.

### 3.9. Mekansal Nokta Örüntülerin Modellenmesi

Mekansal nokta örüntüler analiz edilirken, temel olarak tam mekansal rassallığa karşılık örüntülerin kümelenme veya düzenlilik gösterip göstermediği ile ilgilenilmektedir. Şimdiye kadar bahsedilen açıklayıcı yöntemler, mekansal nokta örüntüyü ortaya çıkaran süreci açıklaması mümkün bir model hakkında bilgiyi elde etmek için kullanılmaktadır. TMR'dan sapmaların istatistiksel anlamlılığını test etmek için Monte Carlo hipotezleri kullanılmaktadır. Bunlar, en yakın komşuluk uzaklıkları ve K-fonksiyonuna dayalı testlerdir.

#### 3.9.1. En yakın komşuluk uzaklıklarına dayalı modelleme

Denklem (3.57)'de gösterilmiş olan en yakın komşuluk olay-olay uzaklığının teorik kümülatif dağılım fonksiyonu  $G(w)$  ve (3.58)'de gösterilmiş olan en yakın komşuluk nokta-olay uzaklığının teorik kümülatif dağılım fonksiyonu  $F(w)$ , gözlenen en yakın komşuluk uzaklıklarının özetleyici istatistiklerini kullanan istatistiksel hipotez testlerinin uygulanmasında kullanılabilirler. Bu fonksiyonların tahmin edilmiş dağılımları,  $\hat{G}(w)$  ya da  $\hat{F}(w)$ 'nin TMR altındaki uygun teorik dağılımlara karşı grafiği çizilebilir. Eğer gözlenen mekansal nokta süreç için TMR modeli geçerli ise, düz bir doğruyu

takip etmesi beklenmektedir.  $\hat{G}(w)$  ya da  $\hat{F}(w)$ 'nin grafiğinde görülen TMR'dan herhangi bir sapmanın sadece grafikten bakılarak değerlendirilmesi oldukça zordur.

$\hat{G}(w)$  veya  $\hat{F}(w)$ 'nin grafikleri incelenirken, hayali ve tam doğru olmayan  $\hat{G}(w)$  ve  $\hat{F}(w)$  eğrilerinin genel şekline karar vermek gerekmektedir. Bu fonksiyonları grafiksel olarak göstermenin daha yararlı ve etkili olan diğer bir yolu da bulunmaktadır. Buna göre, gözlenen en yakın komşuluk uzaklıkların deneysel dağılımının teorik dağılımına karşı grafiği çizilirse, eğer nokta örüntü bir TMR sürece uyuyor ise düz bir çizginin ortaya çıkması beklenmektedir. Kümelenme gösteren bir süreçte,  $\hat{F}(w)$  deneysel dağılım fonksiyon eğrisi  $45^0$ 'lik doğrunun altında, düzenlilik gösteren bir süreçte ise, bu doğrunun altında yer almalıdır.  $\hat{G}(w)$  deneysel dağılım fonksiyonu için ise tam tersi bir durum olmalıdır.

TMR'dan herhangi bir sapmanın değerlendirilmesine olanak sağlayan dağılım fonksiyonlarının tahminlerinin TMR altındaki bir dağılım ile karşılaştırılmasında bazı simülasyon teknikleri kullanılmaktadır. Kenar etkileri simülasyon işlemi tarafından dikkate alındığından düzeltme işlemi yapılması gerekmemektedir ve bu nedenle oldukça faydalı tekniklerdir. Böyle olmakla birlikte, düzeltilmiş kenar etkileri istatistikleri, kenar etkilerinin dahil edilmediği durumdakilerden daha güçlü testlere neden olacaktır.

$\hat{G}(w)$  ve  $\hat{F}(w)$  tahmin edilmiş dağılımlar, kenar düzeltmesi yapılmadan  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi için elde edilirler. TMR altında dağılımın tahmini, belirli bir  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi için simülasyon yolu ile elde edilir. Başka bir ifadeyle verilen bir  $n$  için, bölge üzerinde tek düze ve bağımsız olarak dağılmış olaylar üreten bir süreç uygulanmaktadır. Bu nedenlerle kenar etkileri hesaba katılmaktadır.

TMR altındaki  $F(x)$ 'in tahminin simülasyonun elde edilmesi için ilk olarak  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi üzerindeki tek düze ve bağımsız olarak dağılmış  $n$  boyutlu  $B$  mekansal nokta örüntünün üretilmesiyle elde edilir. Daha sonra her bir simüle edilmiş nokta örüntü için kenar etkilerini düzeltilmeksizin deneysel kümülatif dağılım fonksiyonu belirlenir. Bu fonksiyon,  $\hat{F}_b$  ;  $b = 1, \dots, B$  ile gösterilmektedir.

$$F_{TMR}(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{F}_b(x) \quad (3.66)$$

denklemleri ile bu fonksiyonların ortalamasını almak, TMR altındaki bir süreç için nokta-olay en yakın komşuluk uzaklıkları dağılımının bir tahmini vermektedir.  $\hat{F}_g(x)$  gözlenen mekansal nokat örüntü için deneysel kümülatif dağılım fonksiyonunu göstermek üzere,  $\hat{F}_g(x)$ 'in  $\hat{F}_{TMR}(x)$ 'e karşı grafiği çizilebilir. Bu durumda, eğer veri TMR modeli takip ediyorsa, grafiğin düz bir doğru olmalıdır. Eğer veri kümelenme sergiliyorsa bu doğrunun üstünde, eğer düzenlilik sergiliyorsa bu doğrunun altında olmalıdır.

TMR'dan sapmaların anlamlılığı ise üst ve alt simülasyon sınırları yapılandırılarak değerlendirilebilir. Bu simülasyon  $U(x)$  üst simülasyon sınırı ve  $L(x)$  alt simülasyon sınırı olmak üzere,

$$U(x) = \max_b \{ \hat{F}_b(x) \} \quad (3.67)$$

ve

$$L(x) = \min_b \{ \hat{F}_b(x) \} \quad (3.68)$$

şeklinde verilmektedir. TMR'dan sapmaların anlamlılığı ise,

$$P(\hat{F}_g(x) > U(x)) = P(\hat{F}_g(x) < L(x)) = \frac{1}{B+1} \quad (3.69)$$

denklemleri kullanılarak bulunmaktadır. Örneğin,  $\alpha = 0,05$  anlamlılık düzeyinde kümelenmenin belirlenmesi istenirse, (3.69)'dan 19 adet simülasyona gereksinim duyulmaktadır.  $\hat{F}_g(x)$ 'in  $\hat{F}_{TMR}(x)$ 'e karşı olan grafiğine üst ve alt simülasyon sınırları eklenirse, kümelenmenin anlamlı olup olmadığı belirlenebilir. Eğer  $\hat{F}_g(x)$  üst sınırın altında olması kümelenmenin anlamlı olduğunu gösterecektir. Denklem (3.69) sabit bir  $x$  için olduğundan,  $\hat{F}_g(x)$  eğrisindeki her bir noktaya bakılmalıdır.



### ***En Yakın Komşuluk Uzaklıklarını Kullanan Monte Carlo Testi'nin İşleyişi:***

1. Gözlenen mekansal nokta örüntüyü kullanarak deneysel kümülatif dağılım fonksiyonu  $\hat{F}_g(x)$  (veya  $\hat{G}_g(w)$ ) elde edilir. Kenar etkileri düzeltilmesi yapılmaz.
2. Bir TMR süreçten  $n$  boyutlu çalışma bölgesi üzerinde bir mekansal nokta örüntü simüle edilir.
3. Deneysel kümülatif dağılım fonksiyonu  $\hat{F}_b(x)$  (veya  $\hat{G}_b(w)$ ) bulunur. Kenar etkileri düzeltilmesi yapılmaz.
4. 2. ve 3. adımlar  $B$  [(3.69)'den hesaplanmaktadır] kere tekrar edilir.
5. TMR altında en yakın komşuluk uzaklıkların tahmin edilmiş dağılımı  $\hat{F}_{TMR}(x)$  (veya  $\hat{G}_{TMR}(w)$ )'i elde etmek için, (3.66) kullanılarak  $B$  dağılımların ortalaması alınır.
6. Denklem (3.67) ve (3.68) kullanılarak üst ve alt simülasyon sınırları bulunur.
7.  $\hat{F}_g(x)$  (veya  $\hat{G}_g(w)$ ) 'in  $\hat{F}_{TMR}(x)$  (veya  $\hat{G}_{TMR}(w)$ )'e karşı olan grafiği çizilir.
8. Testin anlamlılığın değerlendirilmesi için üst ve alt simülasyon sınırları grafiğe eklenir.

### **3.9.2. K-Fonksiyonuna dayalı modellenme**

Gözlenmiş K-fonksiyonu ile TMR altındaki K-fonksiyonunun bir tahmininin karşılaştırılması ile benzer bir yaklaşım kullanılabilir. Bu durumda, üst ve alt sınırlar,

$$U(d) = \max_b \left\{ \hat{K}_b(d) \right\} \quad (3.70)$$

ve

$$L(d) = \min_b \left\{ \hat{K}_b(d) \right\} \quad (3.71)$$

denklemleri ile belirlenmektedir.  $\hat{K}_b(d)$ , TMR altında  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinde  $n$  boyutlu olaylardan oluşan mekansal nokta örüntülerin simüle edilmesiyle elde edilmektedir.

Alternatif olarak, TMR'dan sapmaların değerlendirilmesi için L-fonksiyonu da kullanılmaktadır. L-fonksiyonu için üst ve alt simülasyon sınırları aynı şekilde elde edilmektedir. L-fonksiyonu ile, (sabit bir  $d$  için) inişler ve çıkışların anlamlılığı,

$$P\left(\hat{L}_g(d) > U(d)\right) = P\left(\hat{L}_g(d) < L(d)\right) = \frac{1}{B+1} \quad (3.72)$$

denklemleri kullanılarak değerlendirilebilir.

#### ***K-Fonksiyonu Kullanan Monte Carlo Testi'nin İşleyişi:***

1.  $\hat{K}_g(d)$ 'yi elde etmek için gözlenmiş mekansal nokta örüntüyü kullanarak K-fonksiyonu tahmin edilir.
2. Bir TMR süreçten  $\mathbf{R}$  bölgesi üzerinde  $n$  boyutlu bir mekansal nokta örüntü simüle edilir.
3.  $\hat{K}_b(d)$ 'yi elde etmek için simüle edilmiş örüntüyü kullanarak K-fonksiyonu tahmin edilir.
4. 2. ve 3. adımlar  $B$  [(3.72)'den hesaplanmaktadır] kere tekrar edilir.
5. Denklem (3.70) ve (3.71) kullanılarak üst ve alt simülasyon sınırları bulunur.
6.  $\hat{K}_g(d)$  ve simülasyon sınırlarının grafiği çizilir.

### 3.10. Mekansal Nokta Süreçlerin Simüle Edilmesi

Bir TMR süreçten bir modelin simüle edilmesi yerine, kümelenme veya düzenlilik gösteren bir süreçten de bir model simüle edilebilir. Bunun için belirli bir yoğunluğa sahip homojen Poisson süreci, binom süreci, engelleyici süreç ve Strauss süreçleri gibi diğer mekansal nokta süreçlerin simüle edilmesi ile ilgili yöntemler aşağıda verilmiştir.

Bu süreçlerin simülasyonu, ilgili tüm parametrelerin belirtilmesini gerektirmektedir. Simülasyon ile elde edilmiş bir modelin yeterliliğini kontrol etmek için, simülasyon içine giren parametrelerin tahmin edilmesiyle, simülasyon veriye kalibre edilmelidir.

#### 3.10.1. Homojen Poisson süreci

Bir Poisson süreci,  $\lambda$  yoğunluğuna bağlıdır. Bu nedenle, olayların sayısı  $n$ , her bir simüle edilmiş örüntü de değişmektedir. Ross (1997) tarafından önerilen ve dairesel bir bölge için bir süreç üreten dairesel yayılım işleyişi aşağıda verilmiştir. Bu teknik, orijinden bir  $r$  yarıçapına doğru dairesel yayılım şeklinde düşünülebilir. Bu yayılım boyunca, olaylarla karşılaşılan ilave alanlar ile ilgili birbirini izleyen yarıçaplar  $\lambda$  oranı ile üssel dağılmıştır.

#### *Bir Poisson Sürecinin Simülasyonu:*

1.  $N = \min \{n : X_1 + \dots + X_n > \pi r^2\}$  iken,  $\lambda$  oranı ile bağımsız üssel değişkenler  $X_1, X_2, \dots$  elde edilir.
2. Eğer  $N = 1$  ise durulur (çünkü dairesel bölge içinde herhangi bir olay yoktur).
3. Eğer  $N > 1$  ise,  $i = 1, \dots, N - 1$  için  $R_i = \sqrt{\frac{X_1 + \dots + X_i}{\pi}}$  bulunur.
4.  $N - 1$  adet tek düze  $(0,1)$  değişkenler  $U_1, \dots, U_{N-1}$  elde edilir.
5. Kutupsal koordinatlar içinde, olaylar  $(R_i, 2\pi U_i)$  ile verilir.

Ross (1997), bir dereceye kadar keyfi olabilen bölge söz konusu olduğu durumlar içinde bir teknik önermiştir. Örneğin, Kartezyen koordinatlarında, bölge  $x$  eksenine ile  $x = 0$  noktasından başlayan ve negatif olmayan bir  $f(x)$  fonksiyonu arasında tanımlanmalıdır.

### 3.10.2. Binom süreci

Eğer olayların sayısı  $n$  koşulu getirilirse, konumlar çalışma bölgesi üzerinde tekdüze ve bağımsız olarak dağılmaktadırlar. Bu tür bir süreç genellikle bir *binom süreci* olarak adlandırılmaktadır (Ripley, 1981). Bu süreci, homojen Poisson sürecinden ayırt etmek için aşağıdaki konulara dikkat edilmesi gerekmektedir :

- Homojen Poisson sürecinden değişkenler elde ederken, yoğunluk belirtilmiştir. Bu nedenle, sürecin bir gerçekleştirilmesi içindeki olayların sayısı, her elde dileden değişken için değişebilmektedir.
- Bir binom sürecinden değişkenler elde ediliyor ise, bölge içindeki olayların sayısı belirtilmiştir.

Bir binom sürecinden simülasyon işlemi yapmak için ilk olarak  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi,

$$\{(x, y) : x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max}\} \quad (3.73)$$

denklemleri ile verilen bir dikdörtgen ile çevrelendirilmelidir.  $(x_{\min}, x_{\max})$  aralığı üzerinde tekdüze bir dağılımdan bir olay konumunun  $x$  koordinatları elde dileyebilir. Benzer şekilde,  $(y_{\min}, y_{\max})$  aralığı üzerinde tekdüze bir dağılımdan  $y$  koordinatları elde edilir. Eğer olay  $\mathbf{R}$  çalışma alanı içinde ise, konum alınmaktadır, aksi durumda ise göz ardı edilmektedir.

### ***Bir Binom Sürecinin Simülasyonu:***

1.  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi (3.73) ile elde edilen bir dikdörtgen ile çevrelendirilir.
2.  $(x_{\min}, x_{\max})$  üzerinde tekdüze dağılmış bir  $x$  koordinatı ve  $(y_{\min}, y_{\max})$  üzerinde tekdüze dağılmış bir  $y$  koordinatı üreterek bir aday konum  $s_i$  elde edilir.
3. Eğer  $s_i$   $\mathbf{R}$  çalışma bölgesi içinde ise, olay elde tutulur.
4. Örnekte  $n$  sayıda olay oluncaya kadar 2. ve 3. adımlar tekrar edilir.

### **3.10.3. Poisson küme süreci**

Modele mekansal bir kümelenme süreç katılarak Poisson küme süreci üretilebilir. İlk olarak homojen bir Poisson sürecinden kaynak olaylar elde edilir. Her bir kaynak olay, bazı olasılık fonksiyonu  $f$ 'e uygun olarak rassal bir sayıda ürün olaya neden olur. Bu ürün olayların kendi kaynak olaylarına ilişkin konumları, iki değişkenli bir dağılım  $g$ 'ye uygun olarak bağımsız dağılırlar. Son örüntüde tutulmuş olaylar sadece ürün olaylar olacaktır. İşlemler sonucu elde edilecek son süreç, eğer  $g$  fonksiyonu yarıçap boyunca simetrik ise eşyönlüdür.

Bu tür bir mekansal örüntünü simüle etmek için, ilk olarak homojen bir Poisson sürecinden kaynaklar simüle edilir. Kaynaklar, çalışma alanından daha büyük bir alan üzerinde simüle edilmelidir. Böylece kaçınılan kenar etkileri garanti altına alınmış olacaktır. Çalışma bölgesinin dışında yer alan kaynaklar,  $\mathbf{R}$  içinde olan ürünlere sahip olabilirler, bu nedenle bu olaylarda hesaba katılmak istenilir. Her bir kaynak olay için,  $f$ 'den rassal olarak örneklenmiş ürünlerin sayısı belirlenir. Bir sonraki adım da ise,  $g$ 'ye göre her bir kaynak olay etrafındaki belirtilen ürün olaylar konumlandırılır.

### ***Bir Poisson Küme Sürecinin Simülasyonu:***

1.  $\mathbf{R}$  çalışma bölgesinden çok az daha büyük bir bölge üzerinde istenilen sayıda kaynak simüle edilir.
2. Bir  $f$  olasılık dağılımına göre her bir kaynağın birkaç ürünü üretilir. Kabul edilebilir bir seçim, ürünlerin Poisson sayısına sahip olmaktır.
3. İki değişkenli bir olasılık dağılımı  $g$ 'ye göre kaynak etrafındaki her bir ürün için konumlar üretilir.
4. Sadece çalışma bölgesi içindeki ürün olaylar saklanır.

#### **3.10.4. Engelleme süreci**

Bir engelleme süreci, genellikle düzenlilik gösteren bir süreçtir. Bu tür bir süreci simüle etmek için, model içine iki olay arasındaki minimum bir uzaklık koşulu getiren bir süreç katılır. Bu uzaklığa  $\delta$  *engelleme uzaklığı* adı verilmektedir.

Böyle bir sürecin elde edilmesi için, ilk olarak bölge üzerinde homojen bir Poisson süreci üretilir. Daha sonra olaylar,  $\delta$ 'dan daha yakın olan tüm olay çiftlerinin silinmesiyle azaltılır. Diğer bir yol ise, bir olay herhangi bir önceden tutulmuş olayın  $\delta$  uzaklığı içindeki ise o aday olayın çıkartılmasıdır. Bu tür bir süreç *ardışık mekansal engelleme* olarak adlandırılmaktadır (Ripley, 1981). Ayrıca, eğer engelleme uzaklığı  $\mathbf{R}$  bölgesi için çok büyük ise, noktaların gerekli sayısını üretmek çok zor hatta imkansız olabilecektir.

#### **3.10.5. Strauss süreci**

Strauss süreci (Ripley, 1981), verilen herhangi bir olayın  $\delta$  uzaklığı içinde olayların belirtilmiş bir kesitine izin verilen bir nokta örüntüdür. Böyle bir örüntüyü üretmek için, ilk olay  $\mathbf{R}$  içinde tekdüze olarak konumlandırılır. Diğer olay konumları, ardışık mekansal engelleme sürecine benzer olarak sırayla üretilir. Eğer aday konumun  $\delta$  yarıçapı içinde mevcut olaylar var ise,  $c^m$  olasılığı ilse

kabul edilir. Burada  $m$ :  $\delta$ 'den daha yakın olayların sayısını göstermektedir.  $[0,1]$  aralığında değerler alan **engelleme parametresi** ise  $c$  ile verilmiştir.

Engelleme parametresi engelleme uzaklığı içinde izin verilen olayların kesitini belirler. Eğer  $c=0$  ise, elde edilen süreç, ardışık mekansal engelleme süreci ile aynı olacaktır. Ardışık mekansal süreçlerde olduğu gibi, üretilen olayların gerekli sayısını bulmak için sürecin parametrelerini belirlerken dikkat edilmelidir.

### ***Bir Strauss Sürecinin Simülasyonu:***

1.  $n$ ,  $c$  ve  $\delta$  parametreleri seçilir.
2. Başlangıç olay konumu  $s_1$ ,  $\mathbf{R}$  üzerinde (bir TMR süreçten) tek düze olarak üretilir.
3.  $\mathbf{R}$  üzerinde bir aday konum  $s_i$  üretilir.
4. Eğer  $m=0$  ise  
     $s_i$  aday konumu kabul edilir.  
    Başka eğer  $U \leq c^m$  ise  
     $s_i$  aday konumu kabul edilir.
5. rnek içinde  $n$  sayıda konum oluncaya kadar 3. ve 4. adımlar tekrar edilir.

Bölge içindeki noktaların sayısını  $n$ 'in bilinmesi gerektiğinden bu bir koşullu Strauss sürecidir.

## 4. UYGULAMA

Bu çalışmada, mekansal istatistik tekniklerini deprem verisinin üzerinde uygulanması ele alınacaktır. Bu amaç ile ülkemizin yakın geçmişinde büyük bir deprem ile sarsılmış olan Gölcük bölgesi seçilmiştir. Deprem bilimciler ve jeologlar, depremleri incelerken yalnızca depremin olduğu konum bilgisine değil, toprak ve yer hareketleri bilgisine de başvurumaktadırlar. Bu tez çalışmasında, depremler yalnızca istatistiksel veri olarak ele alınarak, Gölcük bölgesinde olabilecek depremler için benzetim çalışması 1900 yılından 01 Ocak 2010 tarihine kadar elde edilen deprem verileri yardımıyla türetilmiştir. Gölcük bölgesi adı altında tanımlanan alan koordinatları ( $29.65^0$ ,  $30.28^0$ ) enlemleri ve ( $40.62^0$ ,  $40.86^0$ ) boylamları ile sınırlandırılmıştır.

### 4.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Depremlerin tahmin edilmesi üzerinde yoğunlukla çalışılan bir konudur. Deprem tahmini süreci, bir çok bilim dalından gelen bilim insanlarının ortak çalışmasını gerektirmektedir. Günümüzde bir çok yerleşim yerinin aktif fay hatları üzerinde yer aldıkları tespit edilmiştir. Bir çok büyük şehirde fay hattının tam üzerinde yer alan yüksek katlı ve eski teknoloji ile üretilmiş binalar yer almaktadır. Deprem, Dünyamızın jeoteknik hareketlerinin durmaksızın devam etmesinden dolayı insanların birlikte yaşamayı öğrenmesi gereken bir olgu olarak karşımıza çıkmaktadır. Herhangi bir bölgede meydana gelen depremlerin modellenmesinin yapılabilmesi, bu bölge için yapılacak her türlü yatırım işinde faydalı olacaktır. Bu çalışmada, deprem oluş yerleri bilgisi (konumlar) istatistiksel veri olarak ele alınmış ve deprem modellenmesi yapılmaya çalışılmıştır. Depremlerin modellenmesi yardımıyla, insan ve mal hayatının kurtulabilme olasılığından dolayı probleme farklı açılardan bakılabilmesi her zaman diğer bilim insanları içinde faydalı olacaktır. Bu çalışmada bu amaç ile yakın geçmişte (17 Ağustos 1999) büyük bir depremle sarsılan ve 17 bin insanın ölümüyle sonuçlanan depremin gerçekleştiği bir bölge üzerinde çalışma yapılmıştır.



## 4.2. Yöntem

### 4.2.1. Araştırmanın modeli

Bu araştırma deprem modellemesi yapılabilmesi için mekansal istatistik tekniklerinin uygulanışını gösteren betimsel bir istatistik çalışmasıdır. İlk olarak, üzerinde çalışılacak olan bölge tespit edilmiştir. Bu bölge Gölcük bölgesidir. İkinci olarak, Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi deprem istatistik değerleri derlenmiştir. Veri toplamada ikinci el veri derleme yöntemi kullanılmış ve verinin tam ve eksiksiz olarak Kandilli Rasathanesi tarafından derlendiği varsayılmıştır (Anonim, 2009).

### 4.2.2. Araştırmanın evreni ve örneklemi

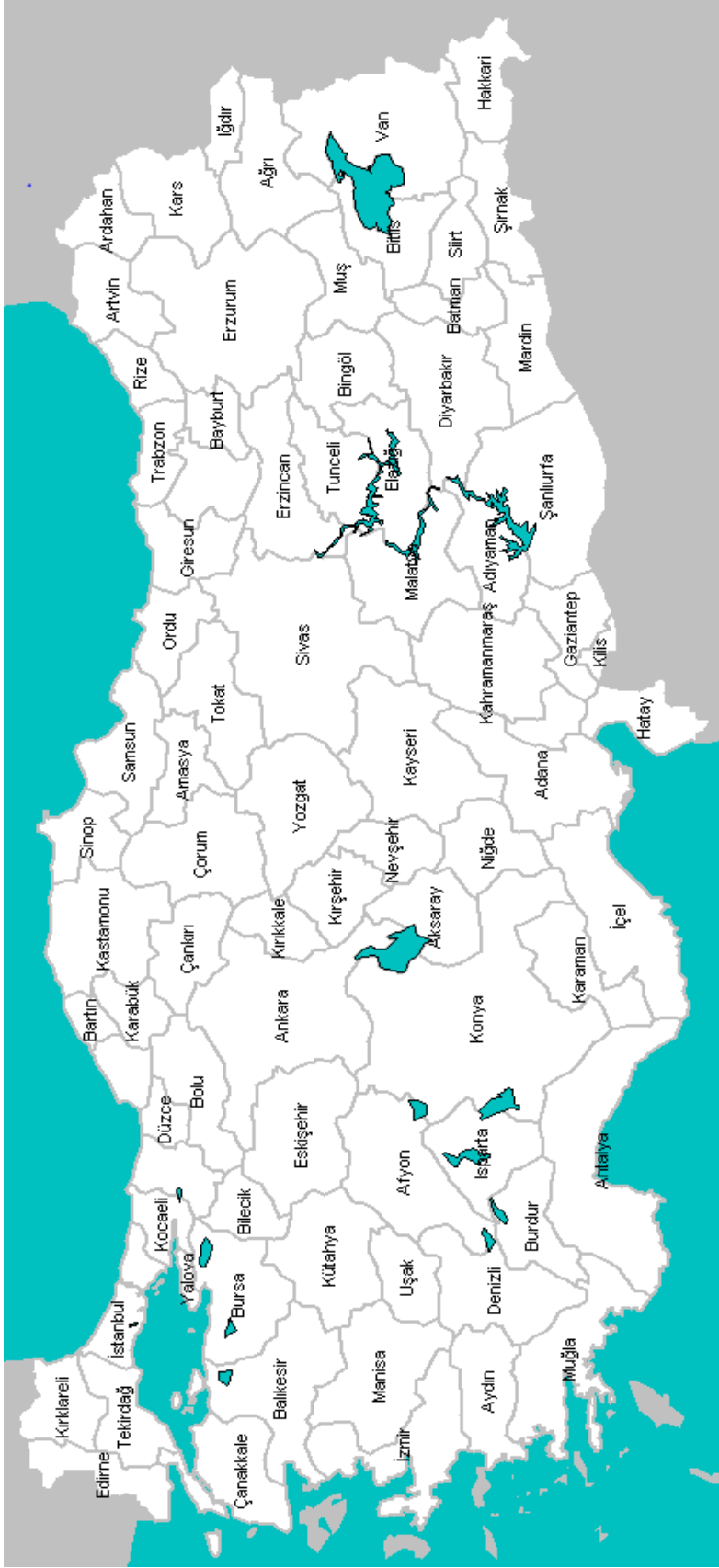
Bu çalışmada evren, klasik istatistiksel analizlerde yapılan evren tanımlama yapısına uygun değildir. Bu çalışmada evren, belirli coğrafi kısıtlara tabiidir. Bu coğrafi kısıtlar, Gölcük bölgesinin tanımlanması ile verilmektedir. Araştırma evreni coğrafi bölgesi koordinatları ( $29.65^0$ ,  $30.28^0$ ) enlemleri ve ( $40.62^0$ ,  $40.86^0$ ) boylamları ile sınırlandırılmıştır. Üzerinde çalışılan ana değişken, depremlerin meydana geldiği konumdur. Dolayısıyla klasik anlamda evren tanımı, belirlenen koordinat sınırları içerisinde bugüne kadar meydana gelmiş ve gelecekte de ortaya çıkabilecek tüm depremleri kapsamakta olan bir evrendir. Araştırmanın örneklemi ise, 1900 yılının başından 01 Ocak 2010 tarihine kadar meydana gelmiş olan 354 adet Richter ölçeğine göre 3 ve 3'ün üzerinde şiddete sahip olan depremlerdir.

### 4.2.3. Araştırmanın değişkenleri ve veri derleme yöntemi

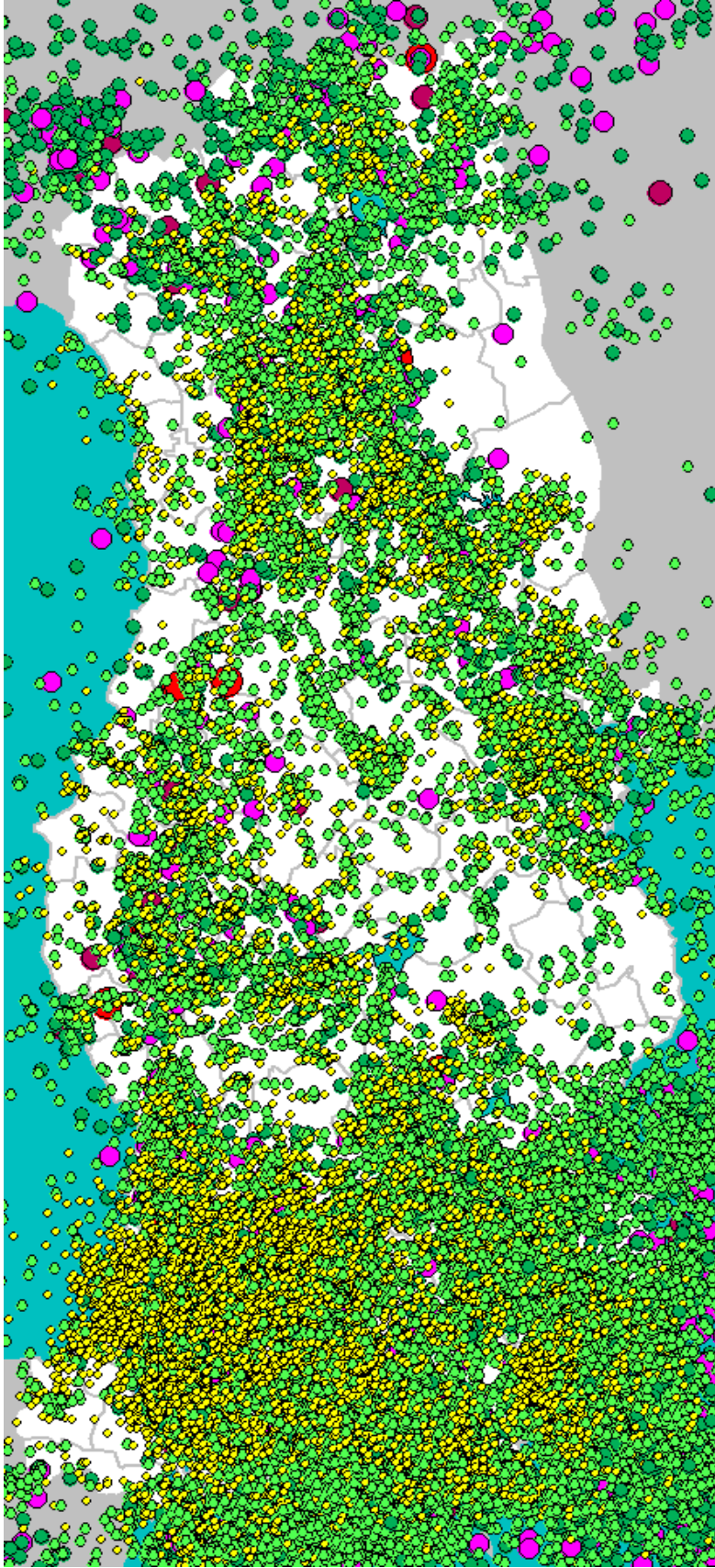
Bu çalışmada, Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi internet sayfası yardımıyla yayınlanan deprem istatistiklerinin kullanılması yöntemi izlenmiştir. İlgilenilen değişken depremlerin konumlarıdır. Ancak Kandilli Rasathanesi verileri yardımıyla depremlerin oluş anları (saat), derinlik bilgisi (km.) ve şiddet bilgileri (Richter ölçeği) elde edilmiştir.

### 4.3. Uygulama

Türkiye üzerinde birçok fay hattı bulunmaktadır. Bunlardan en etkin olanlarından bir tanesi Doğu Anadolu bölgesinde Erzurum ili civarından başlayıp Marmara bölgesine kadar uzanan Kuzey Anadolu fay hattıdır. Bu fay hattı üzerinde son yüzyıl içerisinde çok sayıda deprem meydana gelmiştir. Bu depremlerin bazılarında sayıları binlerle ifade edilebilecek kayıplar yaşanmıştır. Türkiye coğrafyasında aktif faylardan dolayı birçok deprem meydana gelmektedir. Şekil 4.1’de Türkiye siyasi haritası sunulmuştur. Şekil 4.2’de ise Türkiye üzerinde 1900 yılından 01 Ocak 2010 tarihine kadar 3 ve 3’ün üzerinde meydana gelen depremler sunulmuştur.



Şekil 4.1. Türkiye siyasi haritası (Anonim, 2010)



Şekil 4.2. Türkiye’de meydana gelen depremler [1900 – 01 Ocak 2010] (Anonim, 2010)

Çizelge 4.1’de bu çalışmada kullanılan veri seti sunulmuştur.

**Çizelge 4.1.** Veri seti

<b>Tarih</b>	<b>Saat (GMT)</b>	<b>Enlem</b>	<b>Boylam</b>	<b>Derinlik (km)</b>	<b>Büyüklik</b>
10.09.2009	14:03	40.73	29.65	10	3.5
18.07.2009	09:59	40.73	29.80	5	3.6
28.06.2009	18:11	40.71	30.12	4	3.0
28.06.2009	16:22	40.70	30.11	7	3.0
07.01.2009	06:05	40.79	30.08	7	3.0
27.12.2008	11:46	40.74	30.20	5	3.0
12.12.2008	20:46	40.77	30.20	5	3.1
08.05.2008	01:48	40.74	29.99	5	3.1
02.08.2007	01:40	40.75	30.05	5	3.1
01.08.2007	19:03	40.78	30.09	5	3.9
17.03.2007	00:22	40.73	29.76	6	3.1
24.10.2005	18:09	40.71	30.25	21	3.0
21.08.2005	16:09	40.74	29.87	5	3.3
23.03.2005	13:55	40.64	30.18	9	3.0
24.09.2003	11:15	40.75	30.18	5	3.0
28.07.2003	12:51	40.69	30.13	5	3.0
18.11.2002	18:49	40.74	29.96	7	3.1
18.05.2002	20:39	40.72	30.19	9	3.2
28.06.2001	20:38	40.77	30.22	5	3.0
26.02.2001	06:57	40.76	30.26	12	3.2
15.01.2001	13:52	40.80	30.27	5	3.2
22.12.2000	02:51	40.72	30.21	13	3.0
07.11.2000	12:21	40.77	29.94	8	3.1
18.08.2000	05:18	40.75	30.03	10	3.1
08.08.2000	14:03	40.75	29.97	15	3.1
31.07.2000	00:35	40.77	30.09	8	3.0
29.06.2000	20:48	40.77	29.82	19	3.2
14.06.2000	16:26	40.84	30.22	5	3.3
22.05.2000	21:43	40.82	30.03	7	3.2
20.05.2000	04:37	40.82	30.04	7	3.5
19.05.2000	11:31	40.75	29.74	12	3.1
18.05.2000	15:28	40.82	30.27	8	3.0
14.05.2000	00:46	40.75	29.65	11	3.0

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

06.04.2000	17:49	40.82	30.28	9	3.1
03.04.2000	11:17	40.77	29.74	13	3.2
02.04.2000	19:57	40.79	30.23	11	4.5
26.03.2000	20:19	40.72	29.96	6	3.0
22.03.2000	17:51	40.83	30.20	7	3.0
13.03.2000	20:00	40.80	29.96	13	3.0
12.03.2000	08:44	40.81	29.74	19	3.0
10.03.2000	20:01	40.84	30.11	10	3.1
06.03.2000	10:27	40.82	30.03	10	3.1
09.02.2000	16:40	40.78	29.95	23	4.2
25.01.2000	06:05	40.64	29.91	19	3.3
21.01.2000	01:47	40.74	29.89	7	3.2
13.01.2000	06:53	40.79	30.01	7	3.4
06.01.2000	05:55	40.81	30.11	13	3.5
22.12.1999	20:15	40.74	29.97	7	3.2
12.12.1999	17:07	40.73	30.09	13	3.2
01.12.1999	17:15	40.73	29.89	5	3.2
17.11.1999	13:16	40.74	29.95	13	3.3
11.11.1999	18:51	40.76	30.27	13	3.0
11.11.1999	14:49	40.82	30.23	8	3.3
11.11.1999	14:41	40.74	30.27	22	5.7
10.11.1999	05:04	40.71	30.05	11	3.1
07.11.1999	11:15	40.71	30.05	7	3.5
07.11.1999	09:06	40.68	29.97	8	3.5
02.11.1999	07:19	40.80	29.81	6	3.2
17.10.1999	10:39	40.81	30.19	9	3.3
11.10.1999	07:12	40.68	30.00	8	3.0
09.10.1999	21:32	40.72	30.06	8	3.3
08.10.1999	17:43	40.71	29.99	5	3.0
05.10.1999	04:10	40.79	29.85	11	3.6
03.10.1999	18:17	40.69	29.99	9	3.1
03.10.1999	16:19	40.77	29.90	13	3.1
01.10.1999	08:11	40.71	29.94	1	3.0
30.09.1999	07:55	40.78	29.87	5	3.4
29.09.1999	17:36	40.78	29.73	5	3.0
29.09.1999	00:09	40.85	29.82	1	3.3

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

27.09.1999	18:00	40.76	30.21	16	3.0
27.09.1999	15:41	40.78	29.84	5	3.0
26.09.1999	23:44	40.75	29.73	5	3.3
26.09.1999	03:34	40.78	29.98	4	3.1
26.09.1999	01:54	40.81	29.97	6	3.1
23.09.1999	06:24	40.74	29.81	7	3.3
23.09.1999	03:20	40.79	29.79	7	3.1
19.09.1999	15:42	40.72	30.02	16	3.0
19.09.1999	06:02	40.77	30.08	11	3.3
17.09.1999	19:49	40.72	30.10	15	4.5
16.09.1999	01:27	40.74	29.95	17	3.2
14.09.1999	21:31	40.83	29.95	5	3.2
14.09.1999	05:56	40.75	30.01	4	3.0
13.09.1999	11:55	40.77	30.10	19	5.8
12.09.1999	21:37	40.75	29.73	31	3.2
12.09.1999	16:20	40.71	29.65	10	3.1
09.09.1999	20:21	40.75	29.95	14	4.1
09.09.1999	19:18	40.80	30.04	5	3.4
09.09.1999	08:41	40.74	30.07	9	3.1
08.09.1999	04:51	40.78	30.06	11	3.5
08.09.1999	04:26	40.78	29.76	7	3.1
08.09.1999	02:41	40.83	30.07	3	3.1
07.09.1999	23:25	40.80	29.90	10	3.0
06.09.1999	18:53	40.76	30.10	13	3.6
06.09.1999	06:38	40.78	29.78	10	3.1
06.09.1999	06:33	40.73	29.79	12	4.0
05.09.1999	10:59	40.68	30.23	6	3.0
04.09.1999	16:46	40.72	29.97	5	3.5
04.09.1999	15:39	40.72	29.91	1	3.4
04.09.1999	10:44	40.63	30.07	7	3.4
04.09.1999	10:30	40.74	30.03	17	4.2
03.09.1999	22:39	40.66	29.94	8	3.2
03.09.1999	16:45	40.76	29.69	12	3.0
02.09.1999	16:29	40.72	29.73	15	3.4
02.09.1999	05:03	40.80	30.07	16	3.0
01.09.1999	23:11	40.80	29.91	4	3.0

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

01.09.1999	13:57	40.81	29.96	11	3.7
31.08.1999	15:37	40.77	30.02	1	3.0
31.08.1999	15:14	40.72	29.80	20	3.2
31.08.1999	08:33	40.78	29.96	10	4.6
31.08.1999	08:10	40.75	29.92	17	5.2
30.08.1999	13:15	40.81	30.01	5	3.0
28.08.1999	08:27	40.85	30.03	9	3.6
27.08.1999	15:39	40.81	30.13	10	3.8
26.08.1999	21:49	40.83	30.08	5	3.6
26.08.1999	17:49	40.84	30.26	3	4.1
26.08.1999	02:43	40.80	30.18	2	3.1
25.08.1999	10:34	40.81	29.98	7	3.3
25.08.1999	09:21	40.71	29.99	12	3.8
24.08.1999	18:58	40.74	30.03	16	3.7
22.08.1999	10:09	40.66	30.06	1	4.0
21.08.1999	23:30	40.78	30.10	1	3.4
21.08.1999	10:01	40.72	29.96	8	4.1
20.08.1999	09:48	40.73	29.76	12	3.8
20.08.1999	00:03	40.71	29.79	11	4.3
19.08.1999	11:41	40.70	29.71	10	3.0
18.08.1999	21:17	40.86	30.04	1	4.0
18.08.1999	09:30	40.65	29.67	5	4.0
17.08.1999	18:14	40.74	30.25	6	4.0
17.08.1999	15:17	40.75	29.75	10	4.1
17.08.1999	00:01	40.76	29.97	18	7.4
10.07.1999	11:27	40.68	29.99	8	3.1
05.07.1999	22:30	40.75	29.84	8	3.4
28.06.1999	13:53	40.69	29.87	7	3.3
20.05.1999	05:42	40.75	29.80	14	3.0
01.01.1999	16:21	40.71	29.96	12	3.5
11.11.1998	12:36	40.70	29.99	10	3.1
11.11.1998	11:50	40.74	29.99	10	3.0
11.11.1998	11:36	40.73	30.01	14	3.4
11.11.1998	11:33	40.70	30.00	16	3.5
05.09.1998	12:07	40.77	30.03	4	3.2
07.08.1998	07:33	40.80	30.11	9	3.2



**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

25.05.1998	17:37	40.66	29.98	9	3.0
19.05.1998	01:01	40.78	30.08	11	3.3
18.04.1998	15:39	40.73	29.87	13	3.2
04.04.1998	01:45	40.74	29.89	16	3.1
17.03.1998	21:17	40.78	29.95	7	3.1
05.11.1997	13:17	40.72	30.13	6	3.0
05.11.1997	12:37	40.69	30.08	5	3.3
05.11.1997	12:17	40.77	30.14	9	3.1
24.10.1997	00:11	40.74	30.14	5	3.5
22.10.1997	15:59	40.81	30.16	9	3.2
16.08.1997	19:13	40.68	30.22	5	3.0
16.07.1997	20:13	40.74	29.91	16	3.2
28.06.1997	00:57	40.63	29.70	9	3.2
16.06.1997	07:32	40.71	29.90	8	3.3
08.06.1997	16:39	40.76	29.99	8	3.1
04.06.1997	10:39	40.67	29.90	9	3.1
14.05.1997	05:10	40.66	29.96	9	3.4
29.03.1997	21:20	40.76	29.99	13	3.5
28.03.1997	04:01	40.72	29.96	17	3.0
04.03.1997	01:27	40.75	29.97	9	3.1
27.02.1997	08:25	40.70	29.95	17	3.1
22.02.1997	19:39	40.71	29.94	14	3.1
19.02.1997	10:57	40.73	29.98	17	3.4
19.02.1997	10:55	40.77	29.98	17	3.0
12.02.1997	21:07	40.74	30.00	9	3.1
12.02.1997	19:45	40.74	30.00	10	3.0
12.02.1997	15:49	40.72	29.94	17	3.0
12.02.1997	15:47	40.73	29.94	14	3.0
12.02.1997	15:27	40.74	29.95	14	3.0
12.02.1997	14:21	40.68	29.96	14	3.1
12.02.1997	13:57	40.71	29.98	12	3.4
12.02.1997	13:16	40.72	29.95	14	3.1
12.02.1997	13:08	40.73	29.97	11	3.2
11.02.1997	17:39	40.72	29.97	16	3.3
11.02.1997	04:19	40.71	29.95	20	3.0
10.02.1997	21:54	40.74	29.97	11	3.1

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

27.01.1997	08:55	40.71	29.89	8	3.0
29.09.1996	18:13	40.70	29.99	9	3.1
12.09.1996	13:03	40.72	29.93	5	3.1
09.09.1996	09:52	40.72	30.00	5	3.0
09.09.1996	09:50	40.70	29.99	7	3.4
28.08.1996	00:04	40.78	30.13	17	3.5
23.04.1996	02:03	40.64	29.94	5	3.5
18.04.1996	20:44	40.74	29.99	8	3.0
30.03.1996	11:44	40.71	29.70	7	3.5
16.03.1996	00:11	40.76	29.77	5	3.1
05.03.1996	05:56	40.65	30.02	12	3.2
29.02.1996	22:22	40.72	30.04	10	3.2
29.02.1996	18:11	40.74	30.05	11	3.2
16.02.1996	04:37	40.68	29.92	4	3.1
15.02.1996	02:10	40.79	30.06	5	3.1
14.02.1996	01:35	40.72	30.01	12	3.5
08.02.1996	03:33	40.74	29.78	5	3.3
30.01.1996	18:08	40.73	29.99	9	3.0
17.01.1996	15:28	40.70	29.81	7	3.0
27.05.1995	23:08	40.72	30.22	5	3.0
09.05.1995	12:13	40.72	29.95	0	3.1
09.05.1995	07:15	40.66	29.98	5	3.0
25.02.1995	11:25	40.69	29.91	9	3.0
25.12.1994	23:00	40.72	30.11	5	3.3
19.10.1994	04:16	40.72	30.16	7	3.4
03.08.1994	17:06	40.72	29.87	7	3.5
06.07.1994	16:55	40.69	29.82	6	3.1
03.07.1994	01:06	40.72	30.28	6	3.0
22.06.1994	19:10	40.69	29.99	5	3.4
22.06.1994	19:06	40.76	30.18	1	3.6
15.06.1994	10:53	40.68	29.99	5	3.2
15.06.1994	02:08	40.67	29.87	2	3.1
14.06.1994	13:29	40.70	29.96	5	3.1
12.06.1994	11:01	40.65	29.90	7	3.5
05.06.1994	14:50	40.73	30.02	5	3.3
05.06.1994	08:32	40.72	29.92	6	3.1

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

05.06.1994	06:37	40.72	29.90	9	3.3
29.05.1994	22:51	40.73	29.88	9	3.1
28.05.1994	18:01	40.67	29.85	14	3.9
11.01.1994	10:40	40.70	30.01	5	3.0
11.01.1994	03:23	40.69	29.87	4	3.1
09.01.1994	20:19	40.71	29.93	5	3.4
09.01.1994	19:47	40.66	29.89	7	3.4
09.01.1994	18:15	40.69	29.88	9	3.0
30.12.1993	19:29	40.77	29.91	8	3.3
23.12.1993	02:47	40.76	29.97	8	3.3
09.12.1993	11:15	40.73	29.80	10	3.9
08.12.1993	12:12	40.70	29.75	20	3.6
05.12.1993	07:13	40.71	29.86	5	3.2
25.10.1993	19:04	40.79	29.93	5	3.0
20.10.1993	15:07	40.74	29.94	8	3.0
14.10.1993	12:02	40.82	30.03	9	3.0
09.10.1993	21:50	40.72	29.90	9	3.3
06.10.1993	16:48	40.68	29.89	14	3.1
28.09.1993	00:07	40.64	29.81	10	3.6
22.01.1993	05:55	40.75	29.97	8	3.0
11.12.1992	21:43	40.70	29.89	5	3.1
27.09.1992	09:29	40.75	29.96	8	3.2
25.09.1992	05:49	40.78	30.02	6	3.4
25.05.1992	08:51	40.77	29.68	15	3.5
19.05.1992	11:17	40.65	29.87	9	3.1
12.05.1992	15:57	40.84	30.05	9	3.0
19.04.1992	07:42	40.69	30.18	4	3.1
07.03.1992	00:12	40.79	30.01	6	3.1
06.03.1992	05:56	40.81	30.05	9	3.2
24.02.1992	02:04	40.64	30.03	7	3.3
23.02.1992	12:41	40.76	30.20	0	3.0
12.12.1991	15:42	40.64	29.96	5	3.5
28.10.1991	00:34	40.68	29.81	3	3.4
26.10.1991	04:16	40.67	29.88	10	3.3
05.10.1991	21:24	40.69	29.84	5	3.1
28.09.1991	00:34	40.69	29.82	10	3.2

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

26.08.1991	13:18	40.80	30.20	12	3.1
08.07.1991	23:08	40.70	30.20	21	3.1
03.06.1991	11:02	40.74	29.99	10	3.2
25.05.1991	22:17	40.68	30.12	5	3.0
14.05.1991	13:35	40.74	29.78	4	3.1
05.05.1991	03:16	40.69	29.93	10	3.2
29.04.1991	07:53	40.73	29.94	7	3.3
07.03.1991	18:52	40.73	29.90	2	3.3
07.01.1991	18:42	40.71	30.00	10	3.1
04.11.1990	08:07	40.78	30.03	9	3.1
19.10.1990	05:28	40.68	30.00	7	3.0
08.10.1990	05:50	40.70	30.20	4	3.1
05.10.1990	10:16	40.70	30.00	7	3.0
03.10.1990	01:51	40.69	30.00	5	3.0
29.09.1990	00:02	40.70	29.80	12	3.0
01.09.1990	17:27	40.70	30.00	8	3.0
06.05.1990	22:09	40.72	29.70	13	3.1
11.04.1990	08:02	40.70	29.90	7	3.0
13.10.1989	04:10	40.67	29.77	10	3.4
29.09.1989	08:30	40.70	29.90	16	3.0
14.04.1989	12:33	40.69	29.90	10	3.1
21.03.1989	06:15	40.67	29.87	9	3.9
15.02.1989	12:14	40.63	29.80	2	3.3
09.12.1988	14:24	40.75	30.26	10	3.8
22.09.1988	06:11	40.75	29.67	10	3.7
08.09.1988	17:07	40.70	30.00	10	3.2
08.09.1988	02:13	40.73	29.65	12	3.4
06.09.1988	19:48	40.70	30.00	10	3.2
06.09.1988	15:34	40.70	29.90	2	3.0
06.09.1988	15:04	40.67	29.85	19	3.7
01.09.1988	18:08	40.81	30.11	10	3.2
25.07.1988	03:26	40.62	29.66	8	3.6
18.07.1988	12:24	40.80	30.00	10	3.0
01.06.1988	13:41	40.80	30.20	6	3.1
07.02.1988	16:02	40.70	29.67	11	3.3
14.12.1987	14:50	40.70	30.00	10	3.0

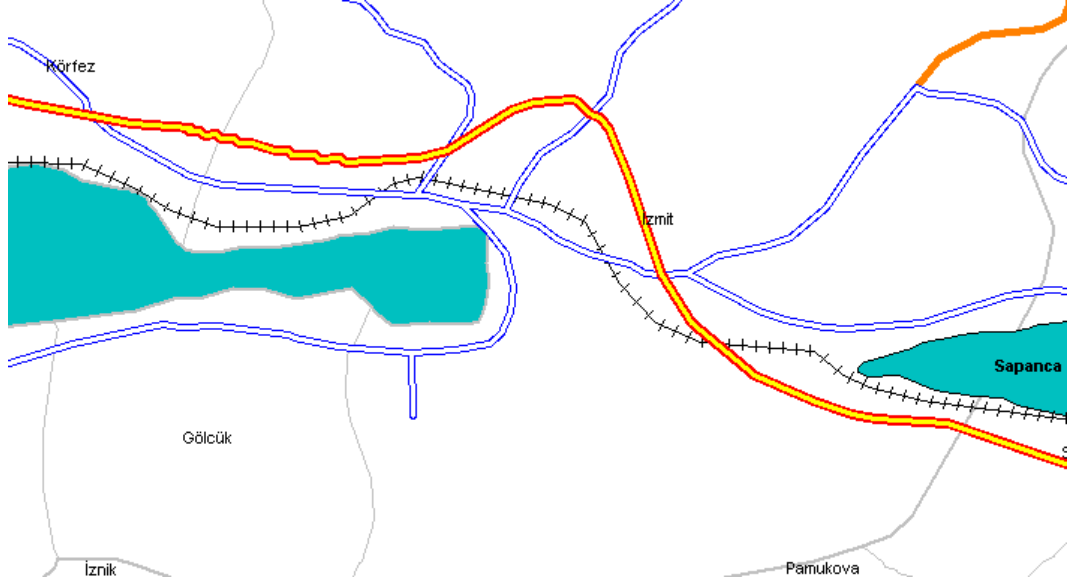
**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

14.12.1987	01:00	40.66	29.68	9	3.2
08.11.1987	04:18	40.64	29.76	13	3.0
02.10.1987	06:08	40.69	30.17	10	3.2
01.10.1987	21:33	40.70	29.70	10	3.2
13.09.1987	16:52	40.64	29.71	10	3.3
13.09.1987	12:27	40.71	29.72	10	3.0
08.09.1987	12:34	40.66	29.84	7	3.5
08.09.1987	12:13	40.67	29.65	6	3.2
07.09.1987	17:01	40.70	29.92	8	3.2
07.09.1987	16:46	40.75	29.69	10	3.2
14.08.1987	07:55	40.70	30.07	8	3.0
13.08.1987	04:04	40.69	30.25	11	3.6
19.07.1987	12:30	40.64	29.74	0	3.0
24.12.1986	16:39	40.70	30.10	10	3.0
12.11.1986	02:21	40.66	29.84	10	3.8
14.10.1986	01:45	40.70	29.90	6	3.0
28.08.1986	23:55	40.65	29.72	4	3.1
08.08.1986	01:51	40.76	29.90	2	3.1
23.07.1986	12:11	40.69	29.79	7	3.2
07.03.1986	09:47	40.65	29.71	0	3.2
31.12.1985	18:19	40.63	29.98	6	3.6
02.08.1985	09:26	40.65	30.03	6	3.3
30.05.1985	10:50	40.64	29.91	10	3.1
27.08.1984	06:32	40.74	30.00	27	3.9
02.08.1984	15:00	40.78	30.28	0	3.0
28.06.1984	20:32	40.70	29.91	6	3.0
25.06.1984	08:19	40.76	30.14	12	3.3
26.05.1984	08:39	40.67	30.27	6	4.0
27.04.1984	16:05	40.74	29.95	3	3.1
26.04.1984	08:43	40.82	30.12	8	3.0
26.04.1984	05:47	40.77	30.06	10	3.4
26.04.1984	05:15	40.74	30.00	6	3.4
20.04.1984	20:48	40.83	30.11	4	3.7
05.11.1983	08:01	40.75	29.93	10	3.0
05.05.1983	12:43	40.82	30.22	1	3.1
05.09.1982	11:15	40.68	29.82	0	3.0

**Çizelge 4.1. (Devam) Veri seti**

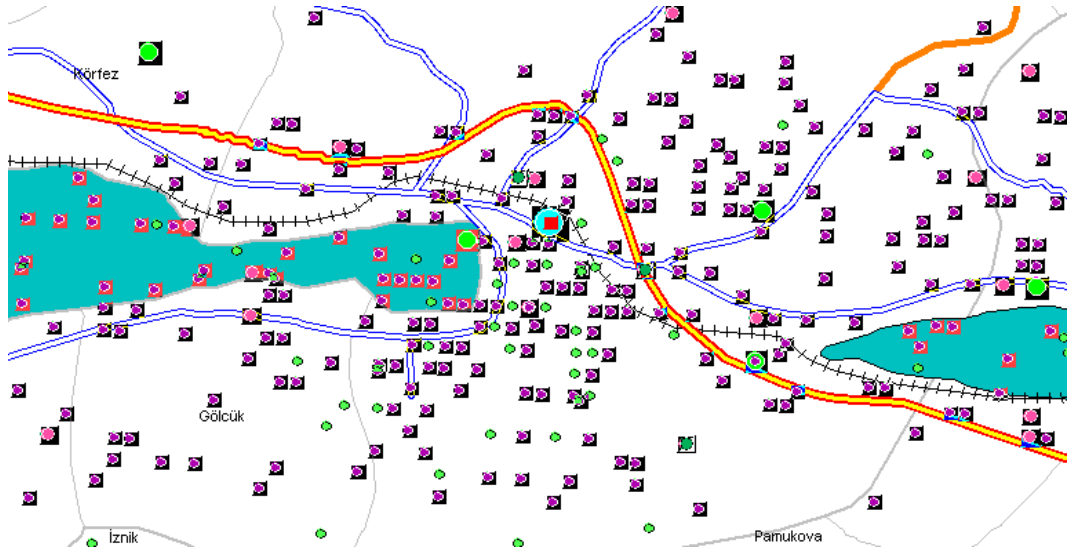
15.07.1982	17:25	40.76	29.88	5	3.2
17.04.1982	01:58	40.75	29.72	10	3.4
16.04.1982	08:01	40.79	29.84	0	4.0
16.07.1981	10:06	40.75	30.27	5	3.1
05.02.1981	08:36	40.66	30.00	10	3.4
27.01.1981	16:53	40.71	30.20	2	3.0
17.12.1980	17:26	40.86	30.23	0	3.6
25.10.1980	16:57	40.72	29.81	0	3.5
25.10.1980	00:23	40.82	29.99	0	3.1
03.07.1980	12:02	40.78	30.25	0	3.2
24.02.1980	16:40	40.79	30.11	0	3.0
16.11.1979	01:48	40.68	30.11	9	3.0
12.11.1979	14:10	40.80	30.10	0	3.0
14.09.1979	10:50	40.79	30.21	0	3.1
21.06.1979	23:50	40.63	29.91	10	3.2
06.04.1979	13:22	40.74	30.23	0	3.2
14.03.1979	18:55	40.78	30.24	4	3.1
10.03.1979	14:48	40.67	30.28	10	3.0
10.03.1979	09:38	40.67	30.20	10	3.3
01.09.1978	02:09	40.64	29.99	0	3.5
06.03.1978	02:01	40.70	30.10	33	3.2
18.02.1977	20:55	40.64	29.86	0	3.2
15.09.1976	13:36	40.70	29.99	5	3.1
01.01.1974	09:20	40.66	29.94	0	3.0
24.02.1973	16:18	40.66	30.06	0	3.8
21.02.1973	16:12	40.70	29.95	0	3.4
15.04.1972	03:32	40.80	29.80	0	3.7
05.02.1972	12:45	40.80	29.90	0	3.6
16.01.1972	14:31	40.80	30.00	0	3.6
14.08.1967	11:34	40.68	30.27	33	4.0
07.01.1961	01:07	40.80	29.90	0	3.9
26.12.1957	15:01	40.83	29.72	10	5.2
21.08.1907		40.70	30.10	15	5.5

Bu çalışmada ele alınan veri setinin elde edildiği Gölcük bölgesi daha önceden verilen coğrafi sınırlara göre Şekil 4.3’de sunulmuştur.



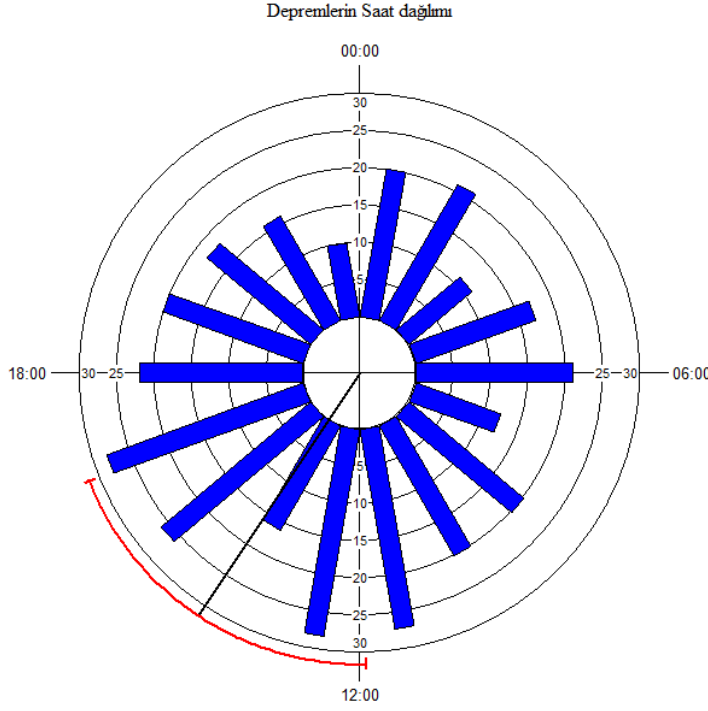
Şekil 4.3. Çalışma coğrafi sınırları (Anonim, 2010)

Şekil 4.3’de yer alan coğrafi bölge için Çizelge 4.1’de verilen depremlerin dağılımı Şekil 4.4’de sunulmuştur.



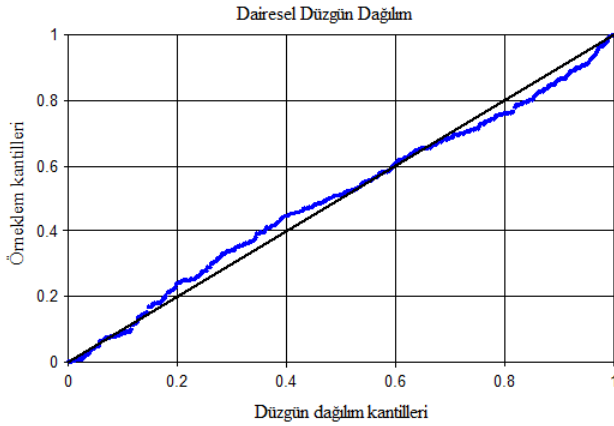
Şekil 4.4. Depremlerin çalışma coğrafi sınırları içindeki dağılımı (Anonim, 2010)

İlk olarak depremlerin oluş saatleri üzerinde dairesel veri analiz teknikleri yardımıyla (Peker, 2002; Upton ve Fingleton, 1989) verinin ön analizi yapılmıştır. Depremlerin oluş saatlerine göre dairesel histogram Şekil 4.5’de sunulmuştur.



Şekil 4.5. Depremlerin oluş saatlerine göre dairesel histogramı

Depremlerin farklı saat dilimlerinde düzgün dağılıma sahip olup olmadıklarını test etmek amacı ile, Şekil 4.6’da yer alan dairesel düzgün dağılım kantil grafiği oluşturulmuştur. Şekil 4.6’dan da görüleceği üzere, deprem saatleri düzgün dağılıma sahiptirler.

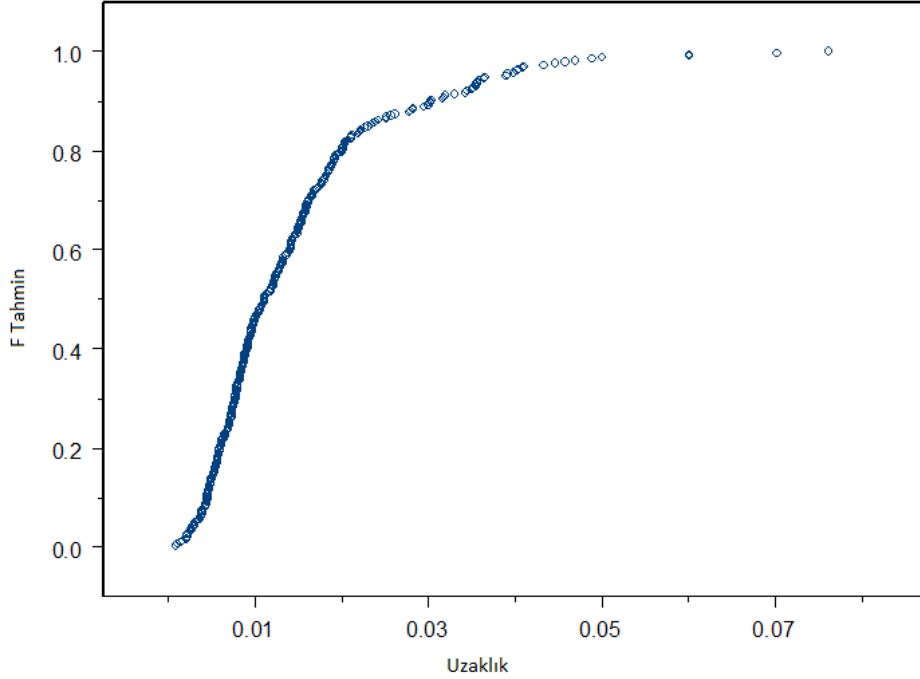


Şekil 4.6. Depremlerin oluş zamanları için kantil grafiği



Deprem oluş saati ile deprem derinliği arasında bir korelasyon analizi yürütülmüş ve istatistiksel olarak anlamlı bir korelasyon olmadığı gözlenmiştir ( $r = 0,029$ ). Ek olarak deprem oluş saati ile depremin şiddeti arasında bir korelasyon analizi yürütülmüş ve istatistiksel olarak anlamlı bir korelasyon olmadığı gözlenmiştir ( $r = 0,023$ ).

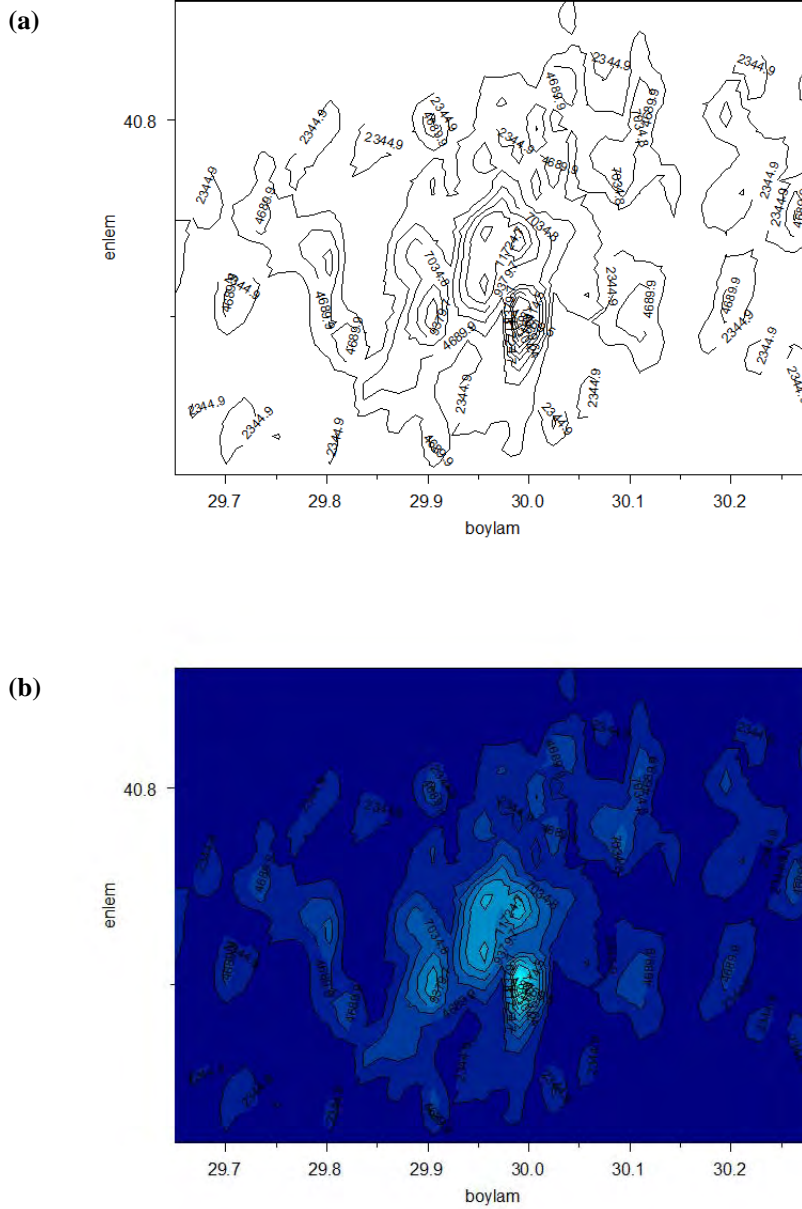
Bu ilk analizlerden sonra, ele alınan veri setinde tam mekansal rassallık olup olmadığı araştırması en yakın uzaklıklarından olan F fonksiyonu (3.66) yardımıyla araştırılmıştır. Bu fonksiyonun diğer bir adı da boş alan fonksiyonudur. Çünkü olaylar arasında ortalama olarak ortaya çıkan alanı ölçmeye yarayan bir fonksiyondur. Deprem verisi için oluşturulan F fonksiyonu grafiği Şekil 4.7’de sunulmuştur.



Şekil 4.7. Tam mekansal rassallık F fonksiyonu grafiği

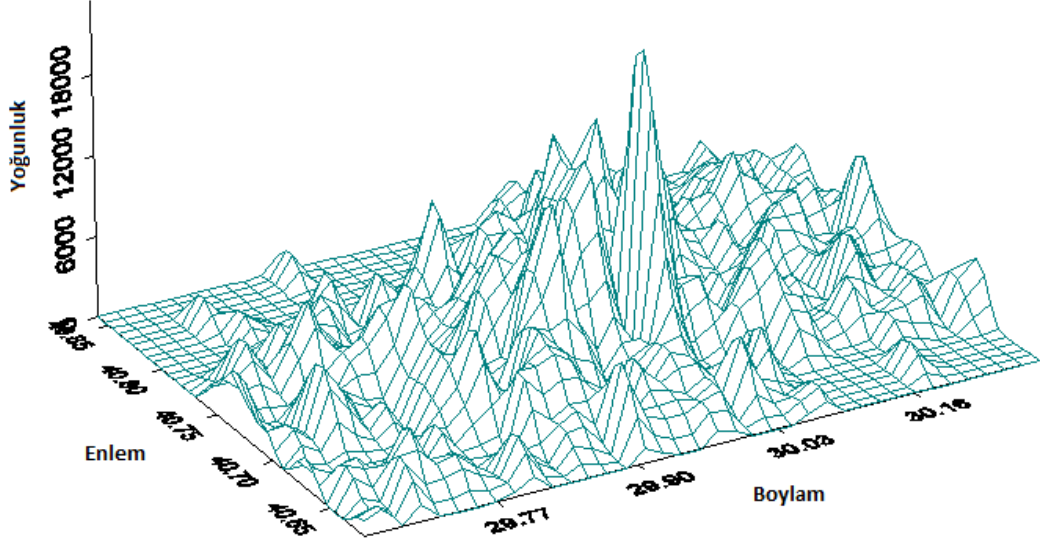
Şekil 4.7 yorumlanırken, grafik üzerinde 45 derece açı oluşturan varsayımsal bir doğru düşünülür. F fonksiyonu grafiği bu varsayımsal doğrunun altında yer alıyor ise mekansal veride kümelenmeler olduğu ifade edilirken fonksiyonun varsayımsal doğrunun üzerinde yer alması tam mekansal rassallığın göstergesi olarak ele alınmaktadır. Şekil 4.7 incelendiğinde, veri setinin tam mekansal rassal bir veri seti olduğu söylenebilir.

Bir sonraki adımda noktaların yoğunlukları (3.53) ve (3.56) denklemleri yardımıyla incelenmiştir. Bu amaç ile her ne kadar tam mekansal rassallık olduğu söylene de veri setinde yer alan noktaların nerelerde diğer noktalara göre daha yoğun olarak yer aldıkları grafiksel olarak gösterilebilir. Şekil 4.8a’da yüzey şekil dış hatları iki boyutlu düzlemde yer alırken, Şekil 4.8b’de Şekil 4.8a’da gösterilen değerlerin yoğunluklarını da temsil eden grafikler yer almıştır.



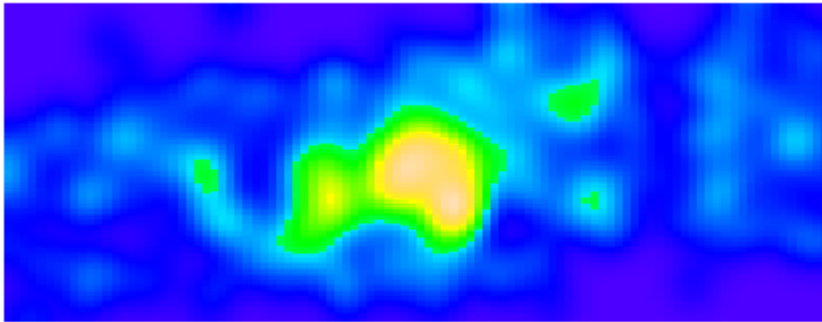
Şekil 4.8. Deprem verileri için dış hatlar grafikleri

Şekil 4.9’da ilgilenilen veri setinden (3.53) ve (3.56) denklemleri ile elde edilen yoğunluk değerleri için üç boyutlu bir grafik oluşturulmuştur. Bu grafik incelendiğinde her ne kadar tam mekansal rassal bir dağılım olsa da Gölcük etrafında ortaya çıkan kümelenmeler görülebilmektedir.



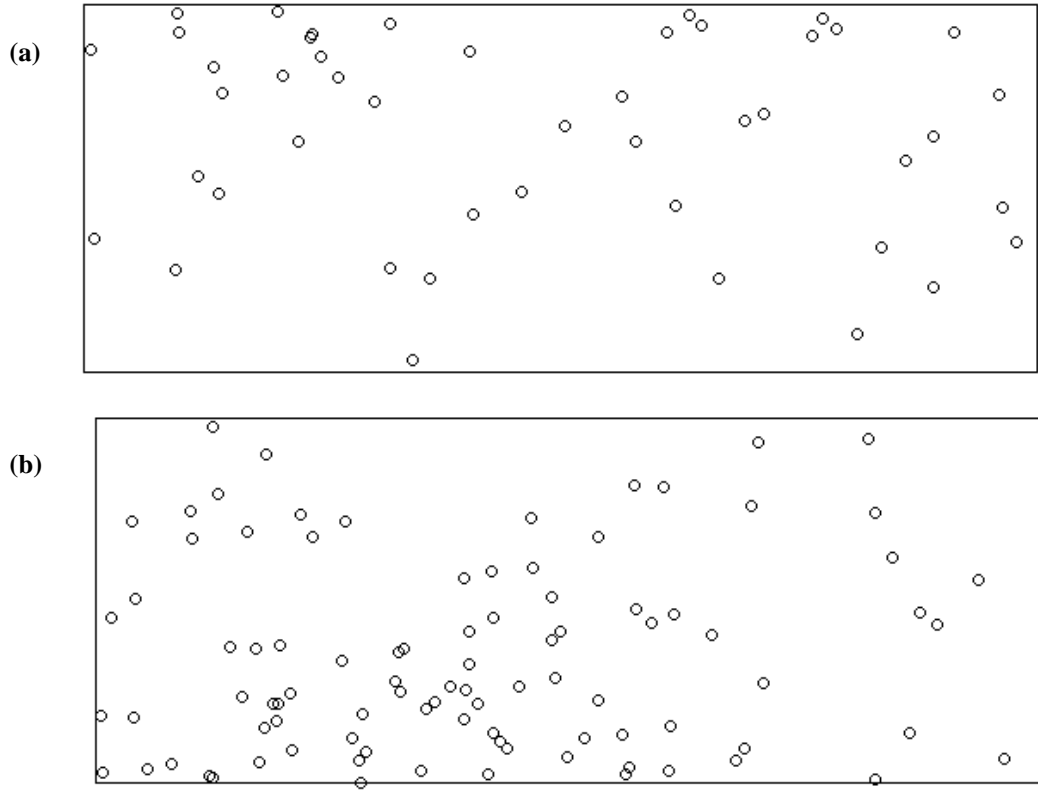
Şekil 4.9. Deprem verileri için üç boyutlu yoğunluk grafiği

Şekil 4.9’da verilen üç boyutlu yoğunluk grafiği iki boyutlu uzayda da gösterilebilir. Şekil 4.10’da, Şekil 4.9’un imaj görüntüsü verilmiştir. Şekil 4.10 incelendiğinde Gölcük bölgesinde yer alan yoğunlaşmalar kolaylıkla görülebilmektedir.



Şekil 4.10. Deprem verileri için imaj görüntüsü

Bu çalışmaya konu olan deprem veri seti için Poisson süreci (3.4) ele alınarak bir modelleme çalışması da yürütülmüştür. (Harte, 2006). Bu modelleme çalışması sonucunda Poisson sürecinde kullanılacak olan parametre tahminleri sırasıyla  $\kappa = 1,2467$ ,  $\sigma = 0,289$  ve  $\mu = 1747,4456$  olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu parametre değerlerinden yararlanarak ilgilene coğrafi bölge için deprem benzetimi de yapılması mümkündür. Deprem benzetimi yapılması ile halihazırda bilinen modele göre yeni depremlerin nerede olabileceği gözlemlenerek bu bölgelerde alınabilecek olan tedbirlerin geliştirilmesinde yardımcı olunabilir. İlgilenilen coğrafi bölge için oluşturulan iki adet benzetim sonuçları Şekil 4.11a ve Şekil 4.11b’de sunulmuştur.



**Şekil 4.11.** Gölcük bölgesi için deprem benzetimi

## 5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, mekansal veri analizi tekniklerinin deprem verisi üzerinde uygulanabilirliği araştırılmıştır. Bu amaç ile ülkemizin yakın geçmişinde büyük bir deprem ile sarsılmış olan Gölcük bölgesi araştırma bölgesi olarak belirlenmiştir. Deprem bilimciler ve jeologlar, depremleri incelerken yalnızca depremin olduğu konum bilgisine değil, toprak ve yer hareketleri bilgisine de başvurumaktadırlar. Bu tez çalışmasında, depremler yalnızca istatistiksel veri olarak ele alınmış, Gölcük bölgesinde olabilecek depremler için benzetim çalışması 1900 yılından 1 Ocak 2010 tarihine kadar elde edilen deprem verileri yardımıyla türetilmiştir. Gölcük bölgesi adı altında tanımlanan alan koordinatları ( $29.65^0$ ,  $30.28^0$ ) enlemleri ve ( $40.62^0$ ,  $40.86^0$ ) boylamları ile sınırlandırılmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuç ve öneriler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. Mekansal verinin ortaya çıktığı durumlarda klasik açıklayıcı veri analizi tekniklerinin uygulanabilirliği incelenmiştir.
2. Farklı mekansal veri türleri incelenerek çözüm aşamalarında kullanılacak uygun teknikler önerilmiştir.
3. Deprem verilerinin açıklayıcı mekansal veri analizi ile de incelenebileceği gösterilmiştir. Depremlerin oluş saatleri üzerinde dairesel veri analizi teknikleri kullanılarak verinin ön analizi yapılmıştır. Bu analiz sonucunda deprem oluş saatlerinin düzgün dağılıma sahip olduğu ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca, deprem oluş saati ile deprem derinliği arasında bir ilişki olup olmadığı korelasyon analizi sonucunda ortaya çıkartılmış ve anlamlı bir ilişki olmadığı gözlenmiştir. Ek olarak, deprem oluş saati ile depremin şiddeti arasında bir ilişki olup olmadığı korelasyon analizi sonucunda ortaya çıkartılmış ve anlamlı bir ilişki olmadığı gözlenmiştir.

4. Mekansal veri setinde tam mekansal rassallık olmasına rağmen kimi bölgelerde kümelenmelerin varlığının olabileceği de gösterilmiştir. Tam mekansal rassalıktan herhangi bir sapmanın değerlendirilmesine olanak sağlayan dağılım fonksiyonlarının tahminlerinin tam mekansal rassallık altında bir dağılım ile karşılaştırılmasında bazı simülasyon tekniklerinin kullanılabilirliği de gösterilmiştir.
5. Bu çalışmada Kuzey Anadolu fay hattında yer alan depremler için küçük bir pencere de analizler yürütülmüştür. Çalışmanın bir sonraki aşamasında Kuzey Anadolu fay hattı boyunca ilerleyebilecek ve hem konum, hem zaman, hem de pencere büyüklüğü değişkenlerini ele alarak deprem verisi modellemesi yapan bir fonksiyonun geliştirilmesi önerilmektedir.

## KAYNAKLAR

- Anderson, N.H. ve Titteringotni, D.M. (1992), “*Some methods for investigating spatial clustering with epidemiological applications*”, Journal of the Royal Statistical Society, A 160, 87-105.
- Anonim (2009), Boğaziçi Üniversitesi, Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü, Ulusal Deprem İzleme Merkezi (UDİM),  
<http://www.koeri.boun.edu.tr/sismo/default.htm>.
- Anonim (2010), “*Türkiye deprem sitesi*”, <http://www.sayisalgrafik.com.tr/deprem/index.html>.
- Armstrong, M. (1998), "*Basic linear geostatistics*", Springer, Berlin.
- Baddeley, A. ve Turner, R. (2005) “*Spatstat: An R package for analyzing spatial point patterns*”, Journal of Statistical Software, Vol:12, Issue:6.
- Bailey, T.C. ve Gatrell, A.C. (1995), "*Interactive spatial data analysis*", Addison Wesley Longman Limited, Harlow.
- Carr, J.R. (2002), "*Data vizualization in the geosciences*", Prentice Hall, New Jersey.
- Chilès, J.P. ve Delfiner, P. (1999), "*Geostatistics: modeling spatial uncertainty*", John Wiley & Sons Ltd, New York.
- Crawley, J.C. (2007), "*The R book*", John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
- Cressie, N.A.C. (1993), "*Statistics for spatial data*", revised ed., John Wiley & Sons Ltd, New York.
- Çabuk, A. ve ark. (2007), "*Odunpazarı kentsel site alanı koruma-yenileme örneğinde yerel fotogrametri yöntemi ve coğrafi bilgi sistemi uygulaması*", Proje Ana 2005/0205, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Dale, M.R.T. (1999), "*Spatial pattern analysis in planet ecology*", Cambridge University Press, Cambridge.
- Diggle, P.J., (1981), “*Some graphical methods in the analysis of spatial point patterns*” in *interpreting multivariate data*”, V. Barnett, ed., John Wilwy & Sons, New York.
- Diggle, P.J., (1983), “*Statistical analysis of spatial point patterns*”, Academic Press, New York.

- Ebdon, D. (1977), "*Statistics in geography: a practical approach*", Blackwell Publishing Ltd, Oxford.
- Faetan, C. ve Guyon, X. (2010), "*Spatial statistics and modeling*", Science+Business Media, LLC, New York.
- Fortin, M.J., Dale, M.R.T. ve Hoef, J.V. (2002), "*Spatial Analysis in Ecology*", Encyclopedia of Environmetrics, Vol:4, 2051-2058.
- Fotheringham, A.S., Brundson, C. ve Charlton, M. (2000), "*Qualitative geography: perspectives on spatial data analysis*", Sage Publications Ltd, London.
- Griffith, D.A. (1993), "*Spatial regression analysis on the PC: spatial statistics using SAS*", Association of American Geographers, Washington.
- Haining, R. (2003), "*Spatial data analysis: theory and practice*", Cambridge University Press, Cambridge.
- Haining, R. (1990), "*Spatial data analysis in the social and environmental sciences*", Cambridge University Press, Cambridge.
- Harte, D. (2006), "*Users guide for the statistical seismology library*", Statistical Research Associates Limited, Wellington.
- Illian, J., Penttinen, A., Stoyan, H. ve Stoyan, D. (2008), "*Statistical analysis and modelling of spatial point patterns*", John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
- Lawson, A.B. ve Denison D.G.T. (2002), "*Spatial cluster modelling*", Chapman & Hall / CRC, Boca Raton.
- Lee, J. ve Wong, D.W.S. (2001), "*Statistical analysis with ArcView GIS*", John Wiley & Sons Ltd, New York.
- Longley, P. Ve Batty, M. (1996), "*Spatial analysis: modelling in a GIS environment*", Geoinformation International, Cambridge.
- Martinez, W.L. ve Martinez A.R. (2002), "*Computational statistics handbook with MATLAB*", Chapman & Hall / CRC, Boca Raton.
- Millard, S.P. ve Neerchal, K.N. (2000), "*Environmental Statistics with S-Plus*", CRC Press, A.B.D.
- Møller, J. ve Waagepetersen, R.P. (2004), "*Statistical inference and simulation for spatial point processes*", Chapman & Hall / CRC, Boca Raton.



- Olea, R.A. (1999), "*Geostatistics for engineers and earth scientists*", Kluwer Academic, Boston.
- Parker, D.C., Manson, S.M., Janssen, M.A., Hoffmann M.J. ve Deadman, P. (2003), "*Multi-agent systems for the simulation of land-use and land-cover change: a review*", *Annals of the Association of American Geographers*, 93, 314-337.
- Peker, K.Ö. (2002), "*Dairesel veriler ve ardışık testlerde kullanımı*", Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Pierce, F.J. ve Clay, D. (2007), "*GIS application in agriculture*", Chapman & Hall / CRC, Boca Raton.
- Reimann, C. Filzmoser, P., Garrett, R.G. ve Dutter, R. (2008), "*Statistical data analysis explained : applied environmental statistics with R*", John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
- Ripley, B.D. (1981), "*Spatial statistics*", John Wiley & Sons, New York.
- Ripley, B.D. (1988), "*Statistical inference for spatial data*", Cambridge University Press, Cambridge.
- Ripley, B.D. (1981), "*Spatial statistics*", John Wiley & Sons Ltd, New York.
- Roger S. Bivand, R. S., Pebesma, E. J. ve Gómez-Rubio, V. (2008), "*Applied spatial data analysis with R*", Science+Business Media, LLC, New York.
- Ross, S. (1977), "*Simulation*", Second edition, Academic Press, New York.
- Upton, G.J.G ve Fingleton, B. (1989), "*Spatial data analysis by example, vol.2: categorical and directional data*", John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
- Veen, A. ve Schoenberg, F.P. (2005), "*Assessing spatial point process models using weighted K-functions: analysis of California earthquakes*", *Case Studies in Spatial Point Process Modeling, Lecture Notes in Statistics 185*, Springer, Berlin.
- Veen, A. (2006), "*Some methods of assessing point process models for earthquake occurrences*", Doktora Tezi, University of California, Los Angeles.
- Waller, L.A. ve Gotway, C.A. (2004), "*Applied spatial statistics for public health data*", John Wiley & Sons Ltd, New Jersey.
- Yomralıoğlu, T. (2005), "*Coğrafi bilgi sistemleri: temel kavramlar ve uygulamalar*", 3. baskı, Akademi Kitapevi, Trabzon.

**Ek – 1 Standart normal dağılımın Kritik Değerler Tablosu**

	<b>Anlamlılık düzeyi (tek taraflı)</b>				
	<b>0,1</b>	<b>0,05</b>	<b>0,01</b>	<b>0,005</b>	<b>0,001</b>
<b>z</b>	1,282	1,645	2,326	2,576	3,090
<b>-z</b>	-1,282	-1,645	-2,326	-2,576	-3,090
<b>Anlamlılık düzeyi (çift taraflı)</b>					
	<b>0,1</b>	<b>0,05</b>	<b>0,01</b>	<b>0,005</b>	<b>0,001</b>
<b>z</b>	1,645	1,960	2,576	2,813	3,291
<b>-z</b>	-1,645	-1,960	-2,576	-2,813	-3,291