

**DENEY PLANLAMASINDA  
BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI**

Sevil ŞENTÜRK  
Doktora Tezi

Fen Bilimleri Enstitüsü  
Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı  
Mayıs-2006

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Sevil ŞENTÜRK' ün "Deney Planlamasında Bulanık Mantık Yaklaşımı" başlıklı İstatistik Anabilim Dalındaki, Doktora tezi ..... tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	İmza
Üye(Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. Ersoy CANKÜYER	.....
Üye(2.Tez Danışmanı)	: Yrd. Doç. Dr Nihal ERGİNEL	.....
Üye	: Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN	.....
Üye	: Yrd. Doç. Dr Zerrin AŞAN	.....
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Güvenç ARSLAN	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .....tarih ve .....sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

## ÖZET

**Doktora Tezi**

### **DENEY PLANLAMASINDA BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI**

**Sevil ŞENTÜRK**

**Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. Ersoy CANKÜYER  
2006, 85 sayfa**

Bulanık mantık da istatistiksel yöntemlerin kullanıldığı çalışmalar bulanık istatistik olarak adlandırılmaktadır. Bulanık mantık ve istatistiksel yöntemler birbirini tamamlayıcı yöntemler olarak ifade edilmektedir.

Bu çalışmada Deney planlaması ile Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi (ANFIS) arasındaki ilişkileri belirlemek üzere, uygun veri kümelerine her iki yaklaşım kullanılarak analizler oluşturulmuştur. ANFIS modeli ile deney planlamasından elde edebileceğimiz bilgilere ulaşmanın mümkün olup olmayacağını görebilmek amacıyla, seramik sektöründen ve literatürde gerçekleştirilen üç araştırma verilerinden elde edilen dört ayrı çalışma üzerinde analizler gerçekleştirilmiştir.

Bu tezde bulanık mantık kavramı detaylı olarak incelenmiş, deney planlaması ile çözümlenebilecek problemlere farklı bir yaklaşım olan ANFIS modellemesi yapılmış, benzer sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür. Oldukça yakın bir geçmişe dayanan bu tekniğin uygulamaları başka alanlarda da gerçekleştirildiğinde bulanık mantık anlayışının, bilimsel ve teknik alanlarda kabulü sağlanmış olacaktır. Benzer çalışmalarla bulanık mantık yaklaşımının istatistikte önemli bir yer kazanması mümkün olacaktır.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık mantık(Fuzzy logic), Deney planlaması, Varyans analizi, Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi (ANFIS), Üyelik fonksiyonu, Sugeno bulanık model.

## **ABSTRACT**

**PhD Thesis**

### **FUZZY LOGIC APPROACH IN EXPERIMENTAL DESIGN**

**Sevil ŞENTÜRK**

**Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Statistics Program**

**Supervisor: Prof. Dr. Ersoy CANKÜYER  
2006, 85 pages**

In fuzzy logic, studies which apply statistical methods are called fuzzy statistics. Fuzzy logic and statistical methods can be used interchangeably.

In this study; in order to determine the relationships between experimental design and adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS), four suitable data sets analyzed. In order to see whether the same information can be obtained as from the experimental design using the ANFIS model, a data set obtained from the ceramic sector and three literature studies are analyzed in detail.

In this thesis, fuzzy logic concept is studied in detail, and problems that can be solved with experimental design are modeled with ANFIS. It is seen that similar results are obtained. When ANFIS, a relatively recent technique, is applied to a wide range of areas, fuzzy logic will receive a better acceptance from Science and Engineering areas. Similar studies will ensure the importance of fuzzy logic in statistics.

**Keywords:** Fuzzy logic, Experimental design, Analysis of variance, Adaptive neuro fuzzy inference systems (ANFIS), Membership functions, Sugeno fuzzy model.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında katkılarını ve yardımlarını esirgemeyen çalışmamın her aşamasında güven ve huzurla ilerlememi sağlayan danışman hocam Sayın Prof. Dr Ersoy CANKÜYER'e; çalışmalarımda beni destekleyen, bana yön veren, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Yard. Doç. Dr Nihal ERGİNEL'e; değerli katkılarıyla araştırmama yön veren tez izleme komitesi üyesi hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN'e; manevi desteğini, yardımlarını ve anlayışını esirgemeyen tez izleme komitesi üyesi hocam Sayın Yard. Doç. Dr. Zerrin AŞAN'a ve Sayın Yard. Doç. Dr. Güvenç ARSLAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu bilimsel sürecin her aşamasında yakın ilgisini, idari ve bilimsel desteğini gördüğüm, bölümümüz başkanı Sayın Prof. Dr Embiya AĞAOĞLU'na en derin şükran duygularımı ve saygılarımı sunarım.

Çalışma konumda deneyim ve bilgileriyle beni destekleyen, önemli bilimsel katkılar sağlayan hocam Sayın Yard. Doç. Dr. Yusuf OYSAL'a; yardımlarını ve desteklerini hep yanımda bulduğum hocalarım Sayın Yard. Doç. Dr. Fikret ER'e, Sayın Yard. Doç. Dr. Harun SÖNMEZ'e, Sayın Yard. Doç. Dr. K. Özgür PEKER'e ve sevgili arkadaşlarım Sayın Öğr. Gör. Levent TERLEMEZ'e, Sayın Arş. Gör. Halil ERYILMAZ'a ve Sayın Arş.Gör. Fatih Onur HOCAOĞLU'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarımda manevi desteklerini esirgemeyen bölümdeki değerli hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Sevil ŞENTÜRK  
Mayıs-2006

**Sabırla anlayışla ve sevgiyle beni destekleyen eşim Turgay ŞENTÜRK'e,  
biricik kızım Gizem ŞENTÜRK'e ve aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.**

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. ALANYAZINDA BULANIK MANTIK YAKLAŞIMLARI VE UYGULAMALARI</b> .....	<b>4</b>
<b>3. BULANIK MANTIK YAKLAŞIMINA İLİŞKİN AÇIKLAMALAR</b> .....	<b>12</b>
3.1. Bulanık Mantığa Giriş .....	12
3.2. Bulanık Mantık ve Belirsizlik .....	16
3.3. Bulanık Mantık Küme Teorisi .....	16
3.3.1. Bulanık Kümelerin Temel Özellikleri .....	24
3.4. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonları .....	24
3.4.1. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonu Şekilleri .....	25
3.4.1.1. Üçgen Üyelik Fonksiyonu .....	26
3.4.1.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu .....	26
3.4.1.3. Gauss Üyelik Fonksiyonu .....	27
3.4.1.4. Genelleştirilmiş Çan Üyelik Fonksiyonu .....	27
3.4.2. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonlarının Kısımları .....	29
3.5. Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi .....	30
3.5.1. Mamdani Bulanık Model .....	32
3.5.1.1. Ağırlık Merkezi Yöntemi .....	33
3.5.1.2. Ağırlık Ortalaması Yöntemi .....	34

3.5.1.3. Mean-Max Üyelik Yöntemi .....	34
3.5.1.4. Min Üyelik Yöntemi .....	35
3.5.1.5. Max Üyelik Yöntemi .....	36
3.5.2. Sugeno Bulanık Model .....	37
3.5.3. Tsukamoto Bulanık Model .....	39
3.6. Adaptif Ağ Tabanlı Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi .....	40
3.6.1. Geri Yayılmalı Öğrenme Algoritması .....	44
<b>4. DENEY PLANLAMASI YAKLAŞIMINA İLİŞKİN</b>	
<b>AÇIKLAMALAR.....</b>	<b>46</b>
4.1. Tek Faktörlü Deneyler ve Tek Yönlü Varyans Çözümlemesi .....	47
4.2. Çok Faktörlü Deneyler ve Varyans Çözümlemesi.....	49
4.3. Faktöriyel Tasarımlar .....	49
<b>5. BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI İLE DENEY</b>	
<b>PLANLAMASI YAKLAŞIMININ KARŞILAŞTIRILMASI .....</b>	<b>54</b>
5.1 Yer Karosundaki Renk Problemi İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı .....	54
5.2. Bir Fizikokimyasal Deney (HICP) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı .....	60
5.3. Beyaz Eşya Üretiminde (Sk-daire) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı .....	64
5.4. Beyaz Eşya Üretiminde (Dy-daire) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı .....	68
5.5. Uygulama Sonuçlarına İlişkin Değerlendirmeler.....	72
<b>6. SONUÇ VE YORUMLAR .....</b>	<b>76</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>82</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

3.1.	Sıcaklık değişkeni için klasik küme örneği .....	20
3.2.	Sıcaklık değişkeni için bulanık küme örneği .....	20
3.3.	Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu parametre değişimleri .....	28
3.4.	Üyelik fonksiyonu çeşitleri .....	28
3.5.	Üyelik fonksiyonu kısımları .....	29
3.6.	Bulanık mantık kontrol algoritması .....	31
3.7.	Ağırlık merkezi yöntemi .....	33
3.8.	Ağırlık ortalaması yöntemi .....	34
3.9.	Mean-Max üyelik yöntemi .....	35
3.10.	Min üyelik yöntemi .....	36
3.11.	Max üyelik yöntemi .....	36
3.12.	Mamdani bulanık modele arındırma yöntemlerinin yamuk bir A bulanık kümesi üzerinde ifade edilmesi .....	37
3.13.	Mamdani bulanık model .....	37
3.14.	Sugeno bulanık model .....	39
3.15.	Tsukamoto bulanık model .....	40
3.16.	Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi .....	41
5.1.	Yer karosundaki renk problemi için etkin faktörlerin pasta diyagramı	56
5.2.	Yer karosundaki renk problemi için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulduğu veriler (+) .....	57
5.3.	Yer karosundaki renk problemi için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	58
5.4.	Yer karosundaki renk problemi için etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	59
5.5.	HICP verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı .....	61
5.6.	HICP verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulduğu veriler (+) .....	62
5.7.	HICP verileri için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	63
5.8.	(Sk-daire) verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı .....	65

5.9.	(Sk-daire) verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulunduğu veriler (+) .....	66
5.10.	(Sk-daire) verileri için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	67
5.11.	(Sk-daire) verileri için etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	68
5.12.	(Dy-daire) verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı .....	69
5.13.	(Dy-daire) verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulunduğu veriler (+) .....	70
5.14.	(Dy-daire) verileri için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	71
5.15.	(Dy-daire) verileri için etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları .....	72

## ÇİZELGELER DİZİNİ

3.1.	Klasik küme ve bulanık küme notasyonları .....	21
3.2.	Klasik küme ve bulanık küme işlemleri .....	23
3.3.	Klasik küme ve bulanık küme özellikleri .....	23
3.4.	Melez öğrenme algoritması .....	44
4.1.	Varyans çözümlemesi tablosu .....	49
4.2.	2 <sup>2</sup> Tasarımda etkilerin hesaplanması için cebirsel işaretler .....	51
4.3.	2 <sup>3</sup> Tasarımda etkilerin hesaplanması için cebirsel işaretler .....	53
5.1.	Yer karosundaki renk problemi için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri .....	55
5.2.	Yer karosundaki renk problemi için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu .....	56
5.3.	HICP verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri	61
5.4.	HICP verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu .....	61
5.5.	(Sk-daire) verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri .....	64
5.6.	(Sk-daire) verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu .....	65
5.7.	(Dy-daire) verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri.....	69
5.8.	(Dy-daire) verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu.....	69
5.9.	Deney planlaması ve ANFIS için performans karşılaştırması.....	73
5.10.	Yer karosundaki renk problemi için GBÜF [a,b,c] parametreleri.....	74
5.11.	HICP verileri için GBÜF [a,b,c] parametreleri.....	74
5.12.	(Sk-daire) verileri için GBÜF [a,b,c] parametreleri.....	75
5.13.	(Dy-daire) verileri için GBÜF [a,b,c] parametreleri.....	75

# 1. GİRİŞ

Bilimsel çalışmalarda incelenen olaylar ve sistemler matematiksel modellerle tanımlanmaktadır. Oluşturulan matematiksel modellerle o olayın veya sistemin gelecekte alacağı durum ve göstereceği davranış biçimi de ortaya konulmaktadır. Ancak günlük yaşantıda karşı karşıya kalınan problemlerin bir çoğu çeşitli sebeplerden dolayı modellenememekte yada kesin bir durumu ifade edememektedir. İşte bu tip problemlerin incelenmesinde ve çözümlenmesinde “Bulanık Mantık Yaklaşımı” kullanılabilir.

Bulanık mantık yaklaşımı, bulanık küme teorisi üzerine kurulmuş bir yaklaşımdır. Bulanık mantık tam olmayan bilgiyi ve uzman sistemlerdeki yaklaşık yargılamayı elde etmek için kullanılmaktadır. Esas olarak insan düşünme ve algılarındaki belirsizliklerle ilgilenmekte ve bu belirsizliği sayısallaştırmaya çalışmaktadır. Bir başka ifadeyle, bulanık mantık “insanların tam ve kesin olmayan bilgiler ışığında tutarlı ve doğru kararlar vermelerini sağlayan düşünme ve karar mekanizmalarının modellenmesi” olarak tanımlanabilmektedir [1].

Ele alınan bir sistem hakkında daha fazla bilgiye sahip olursak o sistemi daha iyi kavrayabilir ve o sistem hakkındaki karmaşıklıkları azaltabilir ancak tümüyle yok edemeyiz. Sistemlerin karmaşıklığı az sayıdaki veriden veya yeterli miktarda veri bulunmamasından kaynaklanmakta bu durumda da bulanıklık etkili olmaktadır. Bulanık girdi ve çıktı bilgilerinden, bulanık mantık kurallarından yararlanılarak da sistemler için anlamlı ve yararlı çözüm yollarına gidilebilmektedir [2].

Endüstriyel bir sürecin işleminde, sistemin güvenilirliği ve kararlılığının sağlanması, tahmin edilebilir ve değiştirilebilir olması, sistemin performansının istenilen seviyeye çıkarılması istenen durumlar arasındadır. Bu koşulların gerçekleştirilmesi için de sistemin dinamik modelinin bilinmesi ve matematiksel modelinin ortaya konulmuş olması gerekmektedir. Ancak bazen sistemler modellenememekte, sistemin değişkenleri matematiksel modelleme yapacak kadar kesin olarak bilinmeyebilmektedir. Bu gibi durumlarda sistemi bilen bir uzman kişinin bilgi ve deneyimlerinden yararlanılabilmektedir. Uzman kişi ilgili dilsel değişkenin az, çok, pek az, pek çok gibi günlük hayatta sıkça kullanılan

sözel şıklarını kullanarak bir sistemin denetimini sağlayabilmektedir. Böylece bir kişi bir sistemi bulunduğu gerçek durumdan istenilen duruma ulaştırmak için sezgi ve deneyimlerine bağlı olarak bir denetim stratejisi gerçekleştirebilmektedir. İşte bulanık mantık, bu tür mantık ilişkileri üzerine kurulmuştur ve matematiğin gerçek dünyaya aktarılması olarak da ifade edilebilmektedir.

Bulanık mantığın temeli sözel ifadeler ve bunlar arasındaki mantıksal ilişkiler üzerine kurulmuştur. Sözel ifadeler ise matematiksel bir temele dayandırılmaktadır. Bu matematiksel temel de bulanık küme teorisi ve bulanık mantık olarak ifade edilmektedir. Bulanık mantık ise bilinen klasik mantık gibi 0 veya 1 olmak üzere iki seviyeli değil,  $[0,1]$  aralığında çok seviyeli işlemleri ifade etmektedir [3].

Bulanık mantık, bulanık mantık küme teorisi, bulanık mantık üyelik fonksiyonları ve bulanık mantık çıkarım sisteminin bir bütünü olarak işlemektedir. Bu çalışmada, ikinci bölümde bilimsel kaynaklarda bulanık mantık uygulamalarına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde bulanık mantık yaklaşımı başlığı altında, bulanık mantık, bulanık mantık küme teorisi, bulanık mantık üyelik fonksiyonları, bulanık mantık çıkarım sistemi ve adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi ele alınmıştır. Dördüncü bölümde ise deney planlaması yaklaşımından bahsedilmiş ve beşinci bölümde uygulama bölümü olarak deney planlaması ile bulanık mantık yaklaşımının karşılaştırılması üzerinde durulmuştur.

Bu çalışmanın amacı, deney planlamasında kullanılan verileri, adaptif ağ tabanlı bulanık mantık yaklaşımı olan ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inference System) sistemi ile modelleyebilmek ve ANFIS sonucunda elde edilen çıktıların, deney planlaması sonucunda elde edilen çıktılar ile ne düzeyde uyuşabileceğini gösterebilmektir. Bu amaçla beşinci bölümde bir karo fabrikasında üretilen yer karolarının, üretim sürecinde ortaya çıkan renk farklılaşmaları sorunu ele alınarak  $2^{6-1}$  kesirli faktör tasarımı verileri, adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi ile modellenmiştir. Bu çalışma sonucunda elde ettiğimiz sonuçların ve yorumlamaların başka çalışmalarda yapılacak uygulamalarla da elde edilip edilemeyeceğini denemek amacıyla da, literatürde gerçekleştirilen üç araştırma verilerine bu analizler uygulanmıştır. Sonuç olarak dört uygulamada da deney planlamasında kullanılan verilerin, ANFIS sistemi ile modellenebileceği sonucuna

ulaşılmıştır. Böylece, deney planlaması tekniklerinin uygulanabildiği verilerin ANFIS ile modelleme için de elverişli olduğu ve ANFIS modelinin hedeflenen amaçlara ulaşmada tutarlı sonuçlar verdiği gözlenerek, örneklem verilerinin eğitiminin gereği ve olanakları üzerinde durulmuştur.

## 2. ALANYAZINDA BULANIK MANTIK YAKLAŞIMLARI VE UYGULAMALARI

1965 yılında bulanık küme teorisinin ortaya çıkmasıyla bulanık küme teorisi ile bilinen istatistiksel yöntemler, yapılan çalışmalarda birlikte kullanılmaya başlanmıştır. Bulanık mantık ve istatistiksel yöntemler birbirini tamamlayıcı yöntemler olarak da ifade edilmektedir. Bulanık mantıkta istatistiksel yöntemlerin kullanıldığı çalışmalar “bulanık istatistik” (fuzzy statistics) olarak adlandırılmaktadır [4]. Bulanık mantık teknikleri istatistikte, deney planlamasında, zaman serileri analizinde, regresyon çözümlemesinde, olasılık teorisinde, konjoint analizinde, hipotez testlerinde ve bir çok istatistiksel çalışmada kullanılmaktadır. Ayrıca bulanık mantık yaklaşımının kalite kontrol çalışmalarında da mümkün olduğu literatürde yer almaktadır. Bu bölümde bilimsel literatürde yayımlanmış olan bazı istatistiksel analizler ve bulanık mantık uygulamaları ile ilgili çalışmaların özetleri üzerinde durulacaktır.

Kim ve Park (2002) bu çalışmada istatistiksel bir model olan cevap yüzeyi modeli (Response Surface Models) ile yapay sinir ağları ve bulanık mantığın bir arada kullanıldığı model olan ANFIS modelini karşılaştırmışlardır. Bu iki modelin karşılaştırılmasında ve birbirlerine göre üstünlüklerinin ölçülmesinde ise, RSM modelinin standart sapma değerinden ve ANFIS modelinin standart sapma değeri olan RMSE (Root Mean-Squared Error) değerinden yararlanmışlardır. Çalışmada kullanılan veriler plazma aşındırma sürecinden (plasma etching process) elde edilmiş ve süreci karakterize etmede ise, istatistiksel bir yöntem olan  $2^{6-1}$  kesirli faktör tasarımı kullanılmıştır. Etch girdi değişkenleri RF gücü, basınç, manyetik alan gücü,  $Cl_2$ ,  $BCl_3$  ve  $N_2$  değişkenleri iken, çıktı değişkenleri ise; etch oranı, eş yönsüzlük (anisotropy) ve kritik boyut (CD bias) değişkenleridir. Burada toplam 42 deney verisi Etch sürecini oluşturmada kullanılmıştır. 32 deney verisi eğitim için kullanılırken, diğer 10 tane deney verisi test için kullanılmıştır. Uygulamada ilk olarak ANFIS modelinin performans karşılaştırması üyelik fonksiyonun şeklinin seçiminde kullanılmıştır. Üç tip üyelik fonksiyonu denenip en küçük hata değerini veren üyelik fonksiyonu şeklinin bu sistem için uygun olduğu söylenmiştir. Daha sonraki aşamada ise kesirli faktör tasarımından bir aşama

ilerleyerek cevap yüzeyi analizi yapılmış ve çıktı değişkenleri için ANFIS modeli ile cevap yüzeyi analizinin hata değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuçta ANFIS modelinin daha küçük hata değerine ulaştığı görülmüştür [5].

Lee, Majahan ve Su (1994), çalışmalarında bulanık mantığın kullanıldığı yeni bir cevap yüzeyi analizini ortaya koymuşlar ve bulanık mantık-cevap yüzeyi yöntemi (FL-RSM) olarak adlandırmışlardır. Önerilen FL-RSM, RSM ye benzemekte ancak cevap yüzeyinden farklı olarak lineer ve lineer olmayan regresyon modellerinin bir kombinasyonu olmaktadır. Çalışmada bir bulanık mantık algoritması oluşturmuşlardır. Oluşturdukları algoritma öncelikle deney tasarımı ve analizi (DOE) ile elde edilmiş veriye, bulanık mantık uygulanmasıyla başlamıştır. Algoritmanın aşamalarında gradyan yöntemine yer vererek her adımda yeni veri seti ile eski veri setini birleştirmişlerdir. Uygulanan FL-RSM algoritması CVD (vertical chemical vapor deposition) sürecini optimize etmek için gerçekleştirilmiştir. Sonuçta söz konusu süreç optimum sonuçlar vermiş ve önerilen algoritmanın çoğu uygulamada daha etkin olduğunu ileri sürmüşlerdir [6].

Bulanık mantık çıkarım sistemlerinin etkin bir şekilde sonuç vermesinde bulanık işlem operatörleri önemli bir yer tutmaktadır. En uygun bulanık işlem operatörünün seçimi, bulanık sistemin uygulanmasında karşımıza çıkan ana sorundur. 72 den fazla bulanık mantık işlem operatörü bulunmaktadır. Rojas ve diğerleri(1998) çalışmalarında etkin bulanık mantık işlem operatörünü ortaya koyabilmek için bu amaçla varyans analizi (ANOVA) çalışması yapmışlardır [7].

Yılmaz, Alparslan ve Jain (2004) çalışmalarında bir zamansal öğrenme algoritması ve zamansal ağ tabanlı bulanık model kullanarak, zaman serisi verilerinin tahmini için bir ağ tabanlı bulanık sistemi modellemişlerdir. Söz konusu ağ tabanlı bulanık sistemi ise “ANFIS-unfolded-in-time” olarak adlandırmışlardır. Bu sistem ANFIS modelinin değiştirilmiş halidir ve kural tabanında zamansal Sugeno bulanık mantık çıkarım sistemi kurallarını temel almaktadır. Zamansal öğrenme aşamasında ise geri yayımlı öğrenme algoritması kullanılmıştır. Uygulama sonucunda ise deneysel sonuçlar önerilen modelin zamansal verinin tahminini ve adım adım zamansal öğrenmeyi başardığını



göstermiştir. Önerilen modelden elde edilen sistemin hata değeri ile ANFIS sisteminin hata değeri karşılaştırılarak yorumlamalara gidilmiştir [8].

Tseng ve diğerleri (2001), çalışmalarında zaman serisi modeli ARIMA(p,d,q) ve bulanık regresyon modelini göz önüne alarak yeni bir bulanık ARIMA modeli geliştirmişlerdir. Bulanık zaman serisi modeli (FARIMA)olarak adlandırdıkları bu modeli Amerikan doları (US dollars) ile Taiwan dolarının (taiwan dollars) değişim oranlarını tahmin etmede kullanmışlardır. Bu model aralık parametreleri ile aralık modellerini ve gelecek değerlerin olasılık dağılımlarını içermektedir. Uygulama sonucunda ise, FARIMA modelinin az gözleme dayanan olası en iyi ve en kötü durumları tahmin etmede ARIMA modelinden daha olanaklı olduğunu görmüşlerdir [9].

Elkateb, Solaiman ve Al-Turki (1998), yaptıkları çalışmada elektrik yük tahminlemesine yönelik çalışmalarında bu tahminlemeyi zaman serisi analizi, adaptif yapay sinir ağları ve bulanık mantık analizleri ile gerçekleştirmişler ve üç sistemin hata değerini karşılaştırmışlardır. Uygulama sonucunda ARIMA modelinin %11.7 hata değerine, adaptif yapay sinir ağları (ANN) modelinin %6.8 hata değerine ve bulanık sinir ağları (FNN) modelinin %4.7 hata değerine ulaştığını görmüşlerdir [10].

Hem kesikli hem de sürekli değişkenlerin istatistiksel analizinde verilerin korelasyona sahip olması muhtemeldir. Chiang ve Lin (1999), çalışmalarında bulanık veriler için korelasyon katsayısının hesaplanmasına ilişkin bir yöntem yer vermişlerdir. Bu yöntem, matematiksel istatistikten yola çıkılarak adapte edilmiştir. Bulanık veriler için hesaplanan korelasyon katsayısı bulanık kümelerin arasındaki ilişkinin gücünü ortaya koymasının yanı sıra bulanık kümelerin pozitif veya negatif ilişkili olup olmadığını da ortaya koymaktadır [11].

Bulanık verilerle gerçekleştirilen regresyon analizi “bulanık regresyon” olarak adlandırılmaktadır. Bulanık regresyon analizi ilk defa Tanaka ve diğerleri (1980) tarafından çalışmalarında ortaya atılmıştır. Bulanık doğrusal sistemi bir regresyon modeli gibi kullanmışlardır. Değişkenler arasındaki ilişkinin bulanıklığa konu olduğu (örneğin crisp girdili ve bulanık parametrelili) bir model önermişlerdir [12].

Bulanık regresyon analizi klasik regresyon analizinin bir bulanık değişimi gibi dūřunūlmektedir. Çeřitli alanlarda geniş uygulamaya ve çalışmalara sahiptir. Genelde bulanık regresyon analizi modelleri iki sınıfta incelenmektedir. İlki Tanaka'nın bulanık doğrusal programlama sistemi, ikincisi ise bulanık en kūuk kareler yaklaşımıdır. Yang ve Liu (2003), çalışmalarında interaktif bulanık doğrusal model için robust bulanık en kūuk kareler algoritmasını önermişlerdir. Bu algoritma u noktaları göz nūnde bulundurmaktadır. Sayısal rneklerle bu yaklaşımın etkin olduğu detaylı olarak verilmiştir [13].

Yen, Ghoshray ve Roing (1999), yaptıkları çalışmada simetrik olmayan bulanık ūgensel katsayılar ile simetrik ūgensel katsayıları kullanarak bir bulanık doğrusal regresyon modelinin sonuçlarını vermişlerdir. Bu alışma var olan bulanık doğrusal regresyon modellerinin esneksizliğini ortadan kaldırmaktadır [14].

Bu makalede Chang (2001), melez bulanık en kūuk kareler regresyon için bir yöntem geliřtirmiřtir. İlk olarak asimetrik ūgensel bulanık deęiřkenleri kullanarak bir iki deęiřkenli regresyon modeli tūretilmiř daha sonra ise yöntem çoklu regresyon analizi için geliřtirilmiřtir. Ū örnekle önerilen metodun uygulaması gösterilmiřtir. Her bir örnekte melez regresyon eřitlikleri ve onların gūvenirliklik lūmleri hesaplanmıřtır. Melez regresyon sonuçları klasik regresyon sonuçları ve dięer bulanık regresyon yöntemleri ile karřılařtırılmıřtır. Böylece melez bulanık en kūuk kareler regresyonu doęrusal olmayan modeller için geniřletilmiřtir [15].

Cheng ve Lee (2001), çalışmalarında radyan tabanlı ağ fonksiyonu RBFN (Radial basis function network) bulanıklaştırarak bulanık parametrik olmayan regresyonda kullanmışlardır. Oluşan bu bulanık ağ melez öğrenme algoritması ile eğitilmiştir. Önerilen söz konusu yaklaşımın performansını test etmek için sayısal örneklere yer verilmiştir [16].

Bu makalede Kim ve dięerleri (2004), plazma ařındırma (plasma etch) sūrecini tahmin etmede yeni bir deneysel teknik ileri sūrmūřlerdir. Bu teknik bir rassal ūrete ve genelleřtirilmiř regresyon sinir aęlarının birleřtirilmesiyle oluřturulmuřtur. Plasma etch sūreci  $2^3$  kesirli faktör tasarımı ile modellenerek veriler elde edilmiřtir. Önerilen rassal genelleřtirilmiř regresyon sinir aęları

modelinin sonuçları istatistiksel regresyon analizi sonuçları ile karşılaştırılmıştır [17].

Kim ve Park (2005), çalışmalarında Plasma etch sürecinin yeni bir modelini RBFN kullanarak oluşturmuşlardır. RBFN eğitmede kullanılacak olan deneysel veri ise  $2^4$  kesirli faktör tasarımı kullanılarak elde edilmiştir. Sonuçta ise Etch çıktı değerleri için RBFN nin hata değeri ile istatistiksel regresyon analizinin hata değerleri karşılaştırılarak yorumlamalara gidilmiştir [18].

Olasılık teorisi ve bulanık mantık arasındaki ilişki bazı tartışmalara ve tartışma konularına sebep olmuştur. Zadeh (1995) çalışmasında bu durumu göz önünde bulundurmıştır. Gerçek dünya çerçevesinde olasılık teorisinin kesinsizlik ve belirsizlik ile başa çıkmada tek başına yeterli olamayacağı söylenebilmektedir. Olasılık teorisi kesinsizlik ve belirsizlikle başa çıkmada gücünü artırabilmek için bulanık if-then kuralları ve dilsel değişkenleri içeren bulanık mantığın konularına ihtiyaç duymaktadır. Bu sebeple olasılık teorisi ve bulanık mantığın birbirini tamamlayıcı yöntemler olduğu söylenebilmektedir [19].

Bir başka çalışmada Naes ve diğerleri (2001), konjoint analizinde pazar payını tanımlama ve yorumlamada iki farklı metodolojik yaklaşım üzerinde durmuşlardır. Yöntemlerden birincisi tüketici tutumlarına karşı üyelik değerlerinin bir lojistik regresyon ile birleştirilen bulanık kümelemeyle ayrımıdır. İkinci yaklaşım ise benzer olarak tüketici ve konjoint değişkenlerinin her ikisinin karma bir ANOVA modeline dayanmaktadır. Bu iki yöntem kullanılarak tüketicilerin farklı margarinlere ilişkin tercihlerindeki üç tutumsal davranışı konjoint çalışması ile karşılaştırılmıştır. Sonuçta iki metodun benzer olduğu görülmüştür [20].

Grzegorzewski (2000), çalışmasında belirsiz veri (vague data) ile istatistiksel hipotezlerin test edilmesi için bulanık testlerin bir tanımlaması üzerinde durmuştur. Tek veya iki yönlü alternatif hipotezlere karşı bilinmeyen parametreyle ilgili hipotezler için bulanık testlerin oluşturulması için genel bir yöntem gösterilmiştir. Bu bulanık testler klasik yaklaşımların aksine verilen sıfır hipotezini kabul veya ret etmek gibi ikili kararlara ilişkin değildir ancak sıfır ve alternatif hipotezin kabul edilebilirlik derecesini gösteren bulanık karara ilişkin olmaktadır. Buna rağmen bulanık testler geleneksel testin doğal bir genelleştirilmesidir. Örneğin eğer veri belirsiz değil de kesinse ikili kararlı klasik

istatistiksel test elde ederiz. Sonuçta burada, dikkate alınan bulanık testin bulanıklık ölçüsü önerilmiştir ve ayrıca testin robust yapısı da tartışılmıştır [21].

İstatistiksel hipotez testleri, uygulama problemlerinde kararlar almak için çok önemlidir. Genellikle temel alınan verinin kesin sayılardan olduğu varsayılır, ancak genelde kesin olmayan sayılar olan bulanık değerleri dikkate almak çok daha gerçekçidir. Bu durumda test istatistiği de kesin olmayan bir sayı çıktısı verecektir. Çalışmalarında Filmoser ve Viertl (2004), bulanık-p değerini tanıtarak bulanık değerleri temel alan istatistiksel test için bir yaklaşım sunmuşlardır [22].

Benzer bir çalışmada Montenegro ve diğerleri (2001), iki bulanık rassal değişkeni ilgilendiren ortalamalar için, iki örneklem hipotez testlerini göz önüne almaktadır. Bu amaçla bulanık sayılar için geliştirilmiş bir metrik kullanılmış ve normal bulanık rassal değişkenler için kesin bir çalışma ve basit genel bulanık rassal değişkenler için de asimtotik bir çalışma geliştirilmiştir [23].

Arnold (1998), çalışmasında orijinalin de keskin (crisp) hipotezlerin araştırılması için oluşturulan istatistiksel testlerin ayrıca bulanık formüle edilmiş hipotezlerde nasıl uygulanacağını göstermiştir. Genelde  $\alpha$  ve  $\beta$  kriterleri I.tip ve II.tip hataların olasılıklarının geliştirilmesini göstermektedir. Genel yaklaşım tek ve iki yönlü Gauss testlerine uygulanmıştır. Burada verilen diyagramlar en çok tercih edilen durumlar olan  $\alpha = 0,01$  ve  $\alpha = 0,05$  durumlarındaki kritik değerleri belirlemek için verilmiştir [24].

Moore ve Lodwick (2003) çalışmalarında aralık analizinin geliştirilmesine ve bulanık küme teorisi ile ilişkisine genel bir bakış sunmuşlardır. Olası ileri sonuç verici araştırma alanlarının altı çizilmiştir [25].

Bodjanova (2000), çalışmasında n bulanık sayının örnekleminin dağılımını k bulanık aralığında gösteren geliştirilmiş histogramın oluşturulmasını önermiştir. Keskin sayılar örneklemini keskin aralıklara bölümünü gösteren klasik histogramın, geliştirilmiş histogramın özel bir durumu olduğu gösterilmiştir [26].

Mekansal (spatial) istatistik, olasılık ve klasik istatistiğe dayanarak geliştirilmiş olmakla birlikte, ele alınan veriler çoğu kez olasılık kavramına uygun olmayacak şekilde yaklaşık değerlerdir ve dilseldir. Ayrıca, geleneksel mekansal istatistik yöntemleri madencilik çalışmaları için geliştirilmektedir. Bu yaklaşım

hava ve su kirliliği gibi problemlere uygulandığında, bazı temel varsayımlar değiştirilmelidir. Bu konudaki çalışmasında Lee (2000), kovaryans korelasyonu olan variogram ve kayıp veriyi tahmin etmek için yansız bir yöntem olan kriging'i ele almak için bulanık gösterim ile sinirsel öğrenmeyi birleştirmeyi önermektedir. Mekansal olarak dağılmış problemleri çözmek için bulanık adaptif ağa dayanan çeşitli işlemsel yöntemler önerilmektedir [27].

Uygulamalı bir çalışmada El-Shal ve Morris (2000), kalite kontrol sürecinde meydana gelen normal dışı durum olarak adlandırılan runs, eğilim ve ortalamalardaki değişimleri ortaya koyarak gerçek hataları enbüyüklerken yanlış alarmları minimize etmeye çalışmaktadır. Bulanık mantık algoritmasının İstatistiksel Süreç Kontrolün (İPK) araçları ile birlikte kullanılmasıyla gerçek hatalar zaman kaybı olmadan yakalanabilmektedir. İPK, süreçlerde meydana gelen hatayı belirleyebilmekte ancak hatanın çeşidini teşhis edememektedir. Bu çalışmada bulanık mantık algoritması ile İPK'nün üç aracı olan, sapma ve birikimli toplam, değişim ve birikimli toplam, ortalama ve birikimli toplam birlikte kullanılarak süreçte meydana gelen "gerçek hata" ve "yanlış alarm" arasındaki ayrım ortaya konulmuştur. Uygulamalarda İPK araçları ayrı ayrı işlem görebilirken burada bulanık mantık algoritmasında söz konusu üç araç birleştirilmiştir [28].

Hata Ağaç Analizi (Fault Tree Analysis) de kalite yönetiminde kullanılan yöntemlerden biridir. Geleneksel hata ağaç analizi belirsizlik ve kesinsizlik içeren olaylara (insandan kaynaklanan hatalar gibi) etkili çözümler getirememektedir. Lin ve Wang (1998), bu dezavantajın üstesinden gelebilmek için anormal olayları değerlendirmede, bulanık küme değerlendirmesi uygulayan melez bir yaklaşım ve HAA için olasılıksal tahminleme önermişlerdir. Önerilen yöntem uçak kanadı delme sistemindeki beklenmedik robot hareketlerinin emniyet problemi için kullanılmış ve analiz edilmiştir. Sonuçlar önerilen yöntemin bir insan-makine sisteminin güvenilirliğini analiz etmede oldukça etkili olduğunu göstermiştir [29].

Kalite güvence ve güvenilirlik geliştirme Hata Türü Etkileri Analizi (Failure Mode Effect Analysis) ile gerçekleştirildiğinde, kesin olmayan ve belirsiz bilgiler ile çeşitli hata biçimleri arasındaki bağımlılığı, hata analiziyle ortaya koymak oldukça zor olmaktadır. Bu nedenle elde edilen sonuçların geçerliliği

tartışmaya açıktır. Xu ve diğerleri (2002), HTEA için bulanık mantık tabanlı bir yöntem önermişlerdir. Bu tekniğin uygunluğunu göstermek için turbo kompresör sistemi için HTEA uygulanmıştır [30].

Kalite Fonksiyon Yayılımı (Quality Function Deployment), müşteri tatminini arttırmak için pazarlama, tasarım mühendisliği, imalat ve bir organizasyonun ilişkili tüm diğer fonksiyonlarını birleştirerek yeni ve iyileştirilmiş ürünler geliştirmek için kullanılan müşteri odaklı tasarım aracıdır. KFY müşteri tatminini enbüyüklemeyi amaçlar; buna rağmen maliyet bütçesi, teknik zorluklar ve bunun gibi bir üründe birleştirilebilecek mümkün tasarım gereksinimlerinin sayısını ve genişlemesini sınırlandırabilir. Bu çalışmada Karsak (2004), KFY planlama sürecindeki tasarım gereksinimlerinin yerine getirme seviyesini belirlemek için kesinsizlik ve doğasında var olan subjektif bilgiyi birleştiren bulanık çok kriterli hedef programlama yaklaşımını sunmuştur. Dilsel değişkenler tasarım bilgisini ve her tasarım parametresinin önem derecesini belirtmek için uygulanmıştır [31].

### **3. BULANIK MANTIK YAKLAŞIMINA İLİŞKİN AÇIKLAMALAR**

#### **3.1. Bulanık Mantığa Giriş**

Doğru ve düzgün bir biçimde düşünmenin bilgisi olarak tanımlanabilen mantık, akıl yürütme olarak da ifade edilebilmektedir. Akıl yürütme kavramı ise; var olan bilgi veya bilgileri kullanarak yeni bilgilere ulaşmaktır. Akıl yürütmede kullanılan bilgilerin mantığın konusuna girebilmesi için de bilgiler dilsel olarak ifade edilmeli ve ifade edilen cümleler de bir yargı şeklinde olmalıdır [32].

İnsanın elde ettiği bilginin türü ne olursa olsun, insan var olan bilgilerden yeni bilgiler elde etmede mantığını kullanmaktadır. Bilim adamı da yaptığı çalışmalarda ve incelemelerde teoriler kurmakta ve bu teorileri de deneyler vasıtasıyla gerçeklemeye çalışmaktadır. Bilim, akılla gerçeklik arasında mutlaka birebir uygunluk olduğunu kabul etmekte, aklın nasıl çalıştığı ise Aristo tarafından konulan prensiplerle ortaya konulmaktadır. Aristo mantığında kesin bilgi anlayışı sorgulanmasına karşın iki bin yıldır bilimin üzerine inşaa edildiği bu mantık sistemine karşı alternatif mantık sistemleri de geliştirilmiştir [32,33].

Söz konusu olan mantık sistemleri, belirsizliği ortaya koymakta ve bilimde bundan kaçınılmasının mümkün olmadığını iddia eden alternatif bir bakış açısı getirmektedir. Bu yaklaşımın ortaya atılmasıyla bilimde belirsizliği istenilmeyen bir durum olarak gören ve mümkün bütün durumlarda bundan kaçınılması gerektiğine inanan geleneksel mantık sisteminden alternatif mantık sistemine bir geçiş olmuştur. Alternatif bakış açısına göre de belirsizlik, sadece kaçınılması mümkün olmayan bir durum değil, aynı zamanda büyük bir fayda alanı açan ve üzerinde çalışılması gereken önemli bir durumdur.

Bilimde bu bakış açısının değişmesi 19.yüzyılda da fizikçilerin moleküler düzeydeki fizik çalışmalarında başlamış ve moleküler düzeydeki fizik çalışmalarına farklı bir yaklaşım getirilmiştir. Bu çalışmalar birbirinden bağımsız istatistik yöntemlerin de gelişimine yol açmış ve Newton fiziğinde belirsizliğe yer vermeyen matematiksel analizin rolü olasılık teorisi ile karşılanarak belirli tipteki belirsizliklerin giderilmesi amaçlanmıştır [33].

Yapılan çalışmalarda amaç bir model kurmak olduğundan, bir model kurarken de her zaman faydaların en yüksek olması istenilmektedir. Bu amaçla kurulan modellerde her zaman karmaşıklık, güvenilirlik ve belirsizlik söz konusu olmaktadır. Optimum düzeyde faydayı sağlamakta ise belirsizlik bu nitelikler arasında en önemli rolü oynamaktadır. Belirsizliğin artmasına izin vermenin, karmaşıklığın azalmasına sebep olurken güvenilirliğin artmasına da yol açtığı öne sürülmektedir.

İşte geleneksel mantık sisteminden alternatif mantık sistemine geçişle birlikte belirsizliği temel alan modern anlayış bilim dünyasına hakim olmaya başlamış ve belirsizlikle ilgili bir çok teorenin yer aldığı, olasılık teorisinin de bu belirsizlik türlerinden biriyle ilgilendiği görülmüştür.

19. yüzyılda bilime yeni bir bakış açısı getirilmesiyle, belirsizlik kavramı ve bununla birlikte “Bulanık Mantık” kavramı hızla gelişmiştir[2,33].

Dünyada hızla gelişen teknoloji ve gitgide mükemmelere yaklaşma isteği ve belki de doğanın bir gün aynısının yapay yollarla ortaya çıkarılması arzusu yapay zeka, yapay sinir ağları ve bulanık mantık kavramlarını gündeme getirmektedir. Bulanık mantık, temelde çok değerli mantık, olasılık kuramı ve yapay zeka alanları üzerine oturturulmuş bir kavramdır.

Yapay zeka araçlarından biri olan bulanık mantık kavramı, her gün kullandığımız ve davranışlarımızı yorumladığımız bir sisteme ulaşmamızı sağlayan matematiksel bir disiplin olarak karşımıza çıkmaktadır [34].

Günlük hayatta değişik biçimlerde ortaya çıkan karmaşıklık ve belirsizlik gibi tam ve kesin olmayan bilgi kaynakları ise bulanık kaynaklar olarak adlandırılmaktadır. İngilizcede “fuzzy” kelimesine karşı gelen “bulanık” kelimesi genel anlamıyla kesin olmayan, belirsiz, kafa karıştıran ve kesinlikle ayırt edilemeyen cümleleriyle ifade edilebilmektedir.

Bulanık mantık, incelenen olayın çok karmaşık olması ve bununla ilgili yeterli bilginin bulunmaması durumunda kişilerin görüş ve değer yargılarına yer verilmesine ihtiyaç gösteren durumlarda geçerli olmaktadır. Belirsizlik anlamına gelen bulanık mantık bu prensipten yola çıkarak kesin olmayan bir bilgiyi basit ve kullanışlı bir hale getirmektedir [35].



Bulanık mantık yaklaşımı, makinelere insanların özel verilerini işleyebilme ve onların deneyimlerinden ve önsözlerinden yararlanılarak çalışabilme yeteneği verebilmektedir. Bu yetenek kazandırılırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanılabilen ve bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması ise matematiksel bir temele dayandırılmaktadır. İşte bu matematiksel temel bulanık küme kuramı ve buna dayanan bulanık mantık olmaktadır. Genel özellikleriyle bulanık mantık ifade edilmek istenirse,

-Bulanık mantıkta kesin değerlere dayanan düşünme yerine yaklaşık düşünme kullanılmaktadır.

-Bulanık mantıkta her şey  $[0,1]$  aralığında belirli bir derece ile gösterilmektedir.

-Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.

-Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılmaktadır.

-Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilmektedir.

-Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için oldukça uygun olmaktadır.

-Bulanık mantık tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir [3].

Söz konusu kavramın temelini bulanık küme kuramı oluşturmaktadır. Bu kavrama hayattan kesin olmayan bir örnek verecek olursak, sıcak ve soğuk gibi kesin ifadelerin arasında kalan “az soğuk” veya “soğuğa yakın” gibi belirsizlikleri matematiksel olarak ifade etmede kullanılan bir teoremdir. Geleneksel mantık anlayışında olduğu gibi bulanık küme kuramında da (1) ve (0) değerleri vardır ancak bulanık mantık bu değerlerin yanı sıra, ara değerleri de kullanmaktadır. Bulanık küme kuramının temellerini 1965 yılında Azerbaycanlı matematikçi Prof Dr. Lotfi A.Zadeh oluşturmuştur. Daha sonra hızla gelişen bu kuram modern denetim alanında bir çok bilim adamının ilgisini çekmiş ve araştırmaya açık yeni bir bilim dalı haline gelmiştir [36].

Bulanık küme teorisi hakkındaki ilk bilgilerin Zadeh tarafından literatüre mal edilmesine karşın aslında bulanık mantığı oluşturacak ilk temel düşünceyi

Plato oluşturmuş daha sonra 1900 lerde Polonyalı mantıkçı Jan Lukasiewicz, 1930 larda kuantum filozofu Marx Black bu düşünceyi desteklemiştir. Lukasiewicz ilk kez Aristo'nun iki değerli mantığına sistematik bir alternatif geliştirerek çok değerli ya da bulanık mantık küme sistemlerini geliştirirken, Black ise bulanık küme üyelik fonksiyonlarından bahseden ilk kişi olmuştur [33].

1930'lu yıllarda Black tarafından bulanık küme ve belirsizliği açıklayıcı kavramlar ortaya atılmış olsa da, 1965 yılında Zadeh tarafından yayımlanan makale ile, modern anlamda belirsizlik kavramının değerlendirilmesine yer verilmiştir. Lotfi A.Zadeh bu makalede belirsizliği  $[0.0,1.0]$  aralığında ifade ederek bunu "Bulanık Kümeler" adlı çalışmasıyla ortaya koymuştur. Söz konusu makale iki değerli küme teorisine karşı çok değerli küme teorisini ortaya koymuş ve bulanık kelimesini teknik terimlere dahil etmiştir [37].

Temeli Zadeh tarafından atılan bulanık mantık kavramı, bir çok uygulama alanına sahiptir. 1970'lerde doğuda ve özellikle de Japonya'da bulanık mantık sistemlerine önem verilmiş, teknolojik cihaz yapımı ve işleyişinde kullanılmıştır. 1975'lerde Mamdani ve Assilian tarafından bir çalışma ile de bu kavram adını dünyanın değişik araştırma merkezlerinde duyurmuştur.

Bulanık mantık elektrikli ev aletlerinden, oto elektriğine, gündelik kullandığımız iş makinelerinden üretim mühendisliğine, endüstriyel teknolojilerden otomasyona kadar bir çok alanda uygulama alanına sahiptir. Ayrıca çeşitli beyaz eşya, tren, asansör, trafik kontrolü ve otomobil sanayisinde kullanılabilir.

Söz konusu kuramın endüstriyel uygulaması ise ilk kez çimento sanayisinde gerçekleşmiştir. Bulanık mantık sisteminin bir çimento fabrikasında uygulanmasıyla birlikte bulanık kavramlar dünyanın bir çok yerinde kullanılmaya başlanmıştır. Kronolojik sırada sonraki önemli bir uygulama da 1987 yılında Japonya da gerçekleşmiş, Sendai Metro sisteminde çalışan trenlerin otomatik olarak denetimi için bulanık mantık kullanılmıştır. 1987'den sonraki yıllarda da elektrikli süpürgeler, çamaşır makineleri, asansörler vb gibi konularda bulanık mantık uygulamaları yapılarak günümüze kadar bu çalışmalar taşınmıştır [2].

### **3.2. Bulanık Mantık ve Belirsizlik**

Günlük hayatta kesin olarak bilinmeyen, önceden kesinmiş gibi düşünülen ancak sonuçta kesinlik göstermeyen bir çok durumla karşılaşmaktadır. Bu sistem davranışı, genel olarak belirsizlik, kesin düşünceden uzaklık ve karar verememekten kaynaklanmaktadır. İnsan düşüncesinin tam olarak olgunlaşmaması sosyal, iktisadi ve teknik konularda belirsizlik kavramını karşımıza çıkarmaktadır. İnsanın düşünce sisteminde ve zihninde bazı olayların tam olarak kavranılmaması bu olayları yaklaşık olarak canlandırmasıyla birlikte belirsizlikler doğmaktadır.

Belirsizliğin göstergesi olan bulanıklık kavramı, mantık sistemi ve küme işlemlerinin bir bütünü olmaktadır. İncelenen bir konunun araştıran kişi tarafından tam kesinlikle bilinmemesi durumunda sahip olunan eksik ve belirsiz bilgilerin tümünü, bulanık olarak ifade edebilmekteyiz [2].

Söz konusu belirsiz bilgiler, rasgele karakterde olaylar ve rasgele karakterde olmayan olaylar olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmaktadır. Rasgele karakterde olan belirsizlikler istatistik yöntemlerle ortaya konulabilmektedir. Rasgeleliğin en önemli özelliği, sonuçların ortaya çıkmasında tamamen şans faktörlerinin etkin olmasında yatmaktadır. Ancak bir gerçek vardır ki, bilinen tüm belirsizlikler rasgele karakterde olmamaktadır. Rasgele karakterde olmayan olaylar için, özellikle sözel belirsizlikler söz konusu olduğunda bulanık mantık teorisinden yararlanılırken sayısal belirsizlikleri ortaya koymada istatistik ve olasılık teorisinden yararlanılmaktadır [35].

### **3.3. Bulanık Mantık Küme Teorisi**

Matematik ve mantık kavramlarının esaslarını teşkil eden kümeler insan düşüncesinin en temel öğelerini meydana getirmektedir. Düşünce sisteminde mantığın ve matematiğin kullanılmasıyla küme kavramı gündeme gelmektedir.

Küme kavramı klasik kümeler ve bulanık kümeler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bulanık mantık, insan düşüncesinin getirdiği sözel olan bilgileri işleyebilmekte ve bulanık küme teorisi ile açıklayabilmektedir [2,32,35].

Klasik kümeler üye olma ve üye olmama ilişkisi çerçevesinde geliştirilmişlerdir. Bu yaklaşıma göre istediğimiz özelliğe sahip olan bir birey, eleman veya çalışma alanı içerisindeki ölçümler tanımlanmış olan bir kümeye ya aittir ya da değildir. Bu tür kümeleri ifade etmekte ise karakteristik fonksiyonlardan yararlanılmaktadır. Karakteristik fonksiyon her bir elemana 1 ve 0 değerlerinden birini üyelik durumuna göre atayarak evrensel küme üzerinde tanımlanan ve bizim ilgilendiğimiz özelliğe sahip elemanların oluşturduğu kümeyi belirlemektedir. Klasik küme kavramında, bir  $X$  kümesindeki  $A$  alt kümesi kendisine ait karakteristik fonksiyon olan  $\chi_A$  ile ifade edilmektedir. Buradaki karakteristik fonksiyon  $X$ 'in elemanlarını  $\{0,1\}$  kümesine dönüştürmektedir. Klasik bir  $A$  kümesini karakteristik ifadesi yardımıyla aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkündür [33]:

$$\chi_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

$$\forall x \in X, \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

Söz konusu fonksiyonda görüldüğü gibi  $A$  kümesine ait elemanlar 1 değerini alırken, ait olmayan elemanlar ise 0 değerini almaktadır.

Klasik kümelerde bir eleman birden fazla kümeye ait olabilmekte ve ait olduğu kümelere de aynı üyelik derecesi ile yani üyelik derecesi 1 olarak bağlı olabilmektedir. Burada 1 değerini alan elemanlar oluşturulan kümeyi belirlemekte ve klasik kümelerde bir eleman için üyelikten üye olmamaya geçişin çok kesin olduğu görülmektedir [2,33,38].

Görüldüğü gibi klasik küme teorisinde kümelerin sınırları ve küme elemanlarının sıfatları kesin olmaktadır. Oysa ki gerçek hayatta her kümenin sınırları ve bu kümelere ait her elemanın sıfatı o kadar kesin olmamaktadır. Böylece klasik küme anlayışının gerçek hayatta karşılaşılan bazı durumlarda yetersiz olduğu görülebilmektedir.

Klasik küme teorisine karşın, bulanık küme teorisi ise bize gerçek hayatta belirsizliklerin ölçülmesinde güçlü ve anlamlı araçlar sunmakta ve doğal dildeki belirsiz kavramların anlamlı bir şekilde ifade edilmesini de sağlamaktadır [32,33].

Bulanık küme teorisinde, bulanık kümeleri içeren bir evrensel küme içerisindeki elemanların üyelik geçişi dereceli olmaktadır. Eğer bir eleman herhangi bir kümeye ait olacaksa, o elemanın o kümeye ait olma derecesi de söz konusu olmaktadır. Bu derecelendirme bulanık kümelerin sınırlarına belirsizlik özelliğini katmaktadır. Bu sebeple bir elemanın bu kümeye aitliği belirsizliğini ölçmeye yarayan bir fonksiyonla tanımlayabilmektedir. Söz konusu fonksiyon evrensel kümenin elemanlarını belirli bir aralıktaki reel sayılara karşılık getirerek elemanlar arasındaki derecelendirmeyi gerçekleştirmektedir. Küme içerisinde değişkenlerin aldığı yüksek değerler de üyelik derecesinin yüksekliğini göstermektedir. Buradaki fonksiyon üyelik fonksiyonu ve bu fonksiyonun oluşturduğu küme de “Bulanık Küme” olarak ifade edilebilmektedir [33].Bulanık bir A kümesini aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkün olmaktadır:

X boş olmayan bir küme olmak üzere; X’ deki bir bulanık A kümesi

$$\forall x \in X \text{ için ; } \mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \quad (3.2)$$

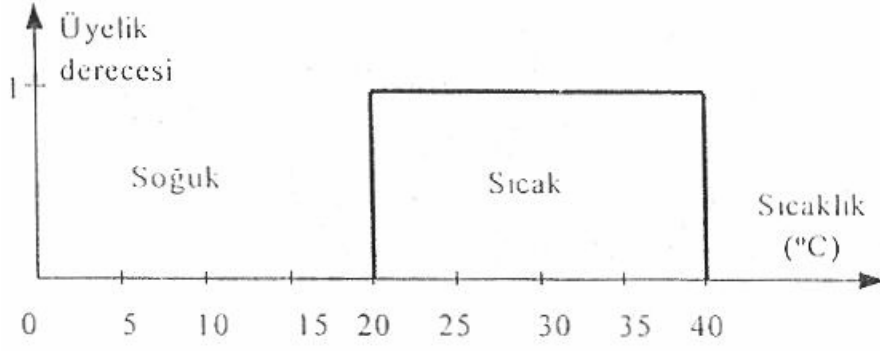
olarak ifade edilebilmektedir. Burada  $\mu_A(x)$ ’e, bulanık kümeye karşılık gelen üyelik fonksiyonu adı verilmektedir.  $\mu_A(x)$ ; A’nın elemanlarının istenilen özelliği hangi ölçüde sağladığının ifadesi olmaktadır [33,37].

Bulanık küme teorisinde bir eleman bir kümeye 0 ve 1 dahil olmak üzere, 0 ile 1 arasında değişen üyelik dereceleri ile ait olmaktadır. Başka bir deyişle bulanık kümelerde bir bulanık küme elemanı bir kümeye biraz aittir veya biraz değildir denilebilmektedir. Aynı zamanda da bir bulanık küme elemanı aynı anda birbirinin aynısı veya farklı üyelik dereceleri ile iki kümeye de aitliği söz konusu olmaktadır. Klasik küme anlayışında olduğu gibi ya hep ya hiç anlayışı bulanık kümelerde geçerli olmamaktadır. Bulanık mantıkta kümenin sınırları ve elemanlarının sıfatları kesin olmadığından bulanık küme anlayışının gerçek hayatın ruhuna daha yakın olduğu söylenebilmektedir [32].

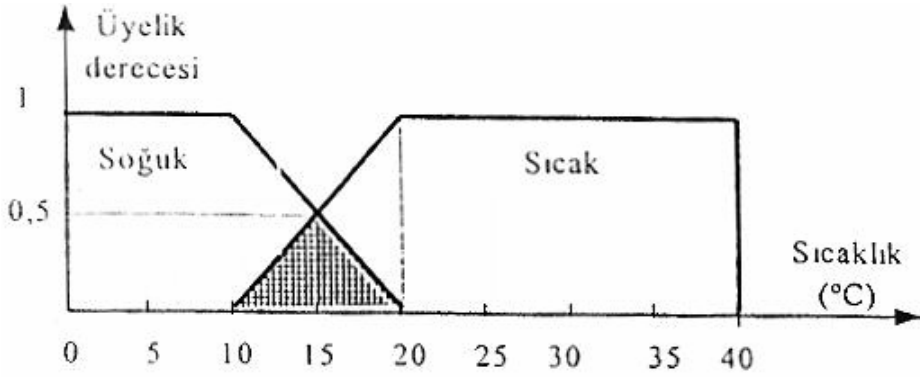
Bulanık kümeler daha öncede ifade edildiği gibi doğal dildeki belirsiz ve bulanık kavramları temsil etmeyi ve onları matematiksel olarak ifade etmeyi mümkün kılmaktadır. Bu temsil işlemi sadece kavramın kendisine değil aynı zamanda kavramın kullanıldığı alana da bağlı olmaktadır. Bulanık küme teorisine göre bir küme elemanının o kümenin elemanı olduğunun bilinmesi, o elemanın tanımlanması için yeterli olmamaktadır. Söz konusu elemanın hangi üyelik derecesi ile söz konusu kümeye ait olduğunun da bilinmesi gerekmektedir. Bu durumu bir örnek ile açıklamak gerekirse,  $40^{\circ}C$  lik bir sıcaklık, Diyarbakır yazı için “sıcaklık” uzayının bir alt kümesi olan “sıcak” bulanık kümesinin 0.9’luk bir üyelik derecesi ile elemanı iken aynı zamanda “çok sıcak” bulanık kümesinin 0.2’lik bir üyelik derecesi ile elemanı olabilmektedir. Oysaki aynı sıcaklık derecesi ( $40^{\circ}C$ ) İstanbul yazı için “sıcaklık” uzayının bir alt kümesi olan “çok sıcak” bulanık kümesinin ise 1.0’lık bir üyelik derecesi ile elemanı olabilmektedir. Böylece değerlerin bir bulanık kümeye aitlik ölçüsünü gösteren “üyelik dereceleri” her zaman her yerde aynı olamayabilmektedir. Buradan da açıkça görülmektedir ki bulanık kümelerin kullanışlılığı büyük oranda farklı kavramlara uygun üyelik derecesinin oluşturulabilmesine bağlı olmaktadır [32,33].

Günlük yaşamda kullanılan düşük, orta seviye, yüksek, sıcak, çok sıcak, ve bunun gibi kavramları temsil eden çeşitli bulanık kümeler bir değişkenin durumlarını tanımlamak amacıyla kullanılmaktadır. Bu değişkenlere bulanık değişkenler ve bu değişkenlerin alt durumlarına da bulanık terimler denilmektedir. Bulanık kümeye ait olacak bulanık değişkenler belirsizlikleri deneysel verilerin bir parçası olarak ele aldıklarından gerçeğe daha uygundur ve bilgiler hakkında klasik değişkenlere dayanan bilgilerden daha doğru bilgiler verebilmektedirler [3].

Şekil 3.1. ve Şekil 3.2.’ de sıcaklık değişkeni için klasik ve bulanık küme örneğine yer verilmiştir:



Şekil 3.1. Sıcaklık değişkeni için klasik küme örneği



Şekil 3.2. Sıcaklık değişkeni için bulanık küme örneği

Şekil 3.1.' de klasik küme örneğinde, 20°C ile 40°C arasındaki değerler 1 üyelik derecesi ile sıcak kümesine ait olmaktadır. Eğer sıcaklık 20°C nin altına düşerse söz konusu değerler sıcak kümesine ait olmayacaklardır.

Şekil 3.2. de bulanık küme örneğinde ise, 20°C ile 40°C arasındaki değerler 1 üyelik derecesi ile sıcak kümesine ait olmaktadır. 0°C ile 10°C arasındaki değerler 1 üyelik derecesi ile soğuk kümesine aittirler. 10°C ile 20°C arasındaki değerler ise hem sıcak kümesine hem de soğuk kümesine ait olmaktadır [2,3].

Bulanık küme teorisinin üyelikten üye olmamaya dereceli geçişi ifade etmesindeki yeteneği, bize belirsizliğin ölçülmesinde güçlü ve anlamlı araçları sunmakta ve doğal dilde ifade edilen belirsiz kavramların anlamlı bir şekilde temsilini de vermektedir.

Klasik kümeler üzerine kurulan matematiksel yapı ve bulanık kümeler üzerine kurulan matematiksel yapı ve her iki küme teorisinde gerçekleşen işlemler bu iki küme teorisinin karşılaştırılarak bilinmesi açısından önem taşımaktadır. Gerek bulanık küme ve klasik küme işlemleri, gerekse klasik küme ve bulanık küme özelliklerinin tanımlanması için bazı notasyonlara gereksinim duyulmaktadır. Söz konusu kümelerin hangi notasyonlarla ifade edildiği Çizelge 3.1.' de gösterilerek özetlenmiştir:

**Çizelge 3.1.** Klasik küme ve bulanık küme notasyonları

Klasik Kümeler	Bulanık Kümeler
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x \in X \Rightarrow x, X</math> uzay kümesine ait bir elemandır.</li> <li>• <math>x \in A \Rightarrow x, A</math> kümesine ait bir elemandır.</li> <li>• <math>x \notin A \Rightarrow x, A</math> kümesine ait bir eleman değildir.</li> <li>• <math>A \subset B \Rightarrow B</math> kümesi <math>A</math> kümesinin tümünü içerir. (Eğer <math>x \in A</math> ise <math>x \in B</math>'dir).</li> <li>• <math>A \subseteq B \Rightarrow B</math> kümesi <math>A</math> kümesinin tümünü içerir veya <math>A</math> kümesi <math>B</math> kümesine denktir.</li> <li>• <math>A = B \Rightarrow A \subseteq B</math> ve <math>B \subseteq A</math></li> <li>• <math>A = \emptyset \Rightarrow A</math> kümesinin hiç bir elemanı yoktur. <math>A</math> kümesi boş kümedir.</li> <li>• <math>X = \{a, b, c\}</math> ise <math>X</math> kardinali <math>P(X) = \left\{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \right\}</math> kümesi olur ki bu küme, <math>X</math> kümesinin olabilecek tüm alt kümelerinin kümesidir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x \in X \Rightarrow x, X</math> uzayına ait bir elemandır.</li> <li>• <math>x \in \tilde{A} \Rightarrow x, \tilde{A}</math> kümesine ait bir elemandır.</li> <li>• <math>x \notin \tilde{A} \Rightarrow x, \tilde{A}</math> kümesine ait bir eleman değildir.</li> <li>• <math>\tilde{A} \subset \tilde{B} \Rightarrow \tilde{B}</math> kümesi <math>\tilde{A}</math> kümesinin tümünü içerir. (Eğer <math>x \in \tilde{A}</math> ise <math>x \in \tilde{B}</math>'dir).</li> <li>• <math>\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Rightarrow \tilde{B}</math> kümesi <math>\tilde{A}</math> kümesinin tümünü içerir veya <math>\tilde{A}</math> kümesi <math>\tilde{B}</math> kümesine denktir.</li> <li>• <math>\tilde{A} = \tilde{B} \Rightarrow \tilde{A} \subseteq \tilde{B}</math> ve <math>\tilde{B} \subseteq \tilde{A}</math></li> <li>• <math>\tilde{A} = \emptyset \Rightarrow \tilde{A}</math> kümesinin hiç bir elemanı yoktur. <math>\tilde{A}</math> kümesi boş kümedir.</li> </ul>

Yukarıda Çizelge 3.1.' den de görüldüğü üzere  $A$  kümesinin bulanık kümedeki karşılığı  $\tilde{A}$  olarak gösterilmektedir.  $X$ 'in üyelik derecesi ise daha önce ifade edildiği gibi  $\mu_A(x)$  olarak ifade edilecektir [33,35,38].

Bulanık kümeler, karşımıza kesikli ve sürekli bulanık kümeler olarak çıkmaktadır.



$$X = \{x_1, x_2, \dots\} \quad (3.3)$$

olmak üzere kesikli bir bulanık A kümesi,

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\} \quad (3.4)$$

olarak ifade edilirken sürekli bir bulanık A kümesi

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_A(x)}{x} \right\} \quad (3.5)$$

olarak ifade edilebilmektedir.

Kesikli ve sürekli bulanık küme gösterimlerinde yukarıdaki bölme işareti asla bölmeyi göstermemekte, küme elemanları ile o elemanların üyelik derecesini birbirinden ayırmak için kullanılmaktadır. Buradaki (+) işareti de toplama işaretini göstermeyip, küme elemanlarının topluluğunu ifade etmektedir. Aynı şekilde integral işareti de yine topluluğu gösteren bir işaret olarak kullanılmaktadır [35,36].

Klasik kümeler ve bulanık kümelerde gerçekleşen küme işlemleri ise yine birbirine benzer notasyonlarla ifade edilebilmektedir. İki klasik kümenin birleşimi  $\cup$  ile gösterilirken iki bulanık kümenin birleşimi ise  $\vee$  ile gösterilmektedir. İki klasik kümenin kesişimi  $\cap$  ile gösterilirken iki bulanık kümenin kesişimi ise  $\wedge$  ile gösterilmektedir. Burada  $\cup$  ve  $\vee$  işaretleri “VEYA” anlamına gelirken  $\cap$  ve  $\wedge$  işaretleri “VE” anlamına gelmektedir. Klasik ve bulanık küme işlemlerinin nasıl gerçekleştiği ile klasik küme ve bulanık küme özellikleri Çizelge 3.2.’de ve Çizelge 3.3.’de sırasıyla özetlenmiştir [35,36,38]:

**Çizelge 3.2.** Klasik küme ve bulanık küme işlemleri

Klasik Kümeler	Bulanık Kümeler
<p><b><u>Birleşim:</u></b>  <math>A \cup B = \{x / x \in A \text{ veya } x \in B\}</math>                      (A veya B kümesine ait olan elamanların kümesi)</p> <p><b><u>Kesişim:</u></b>  <math>A \cap B = \{x / x \in A \text{ veya } x \in B\}</math>                      (Hem A hem B kümesine ait olan elamanların kümesi)</p> <p><b><u>Tamlama:</u></b>  <math>\bar{A} = \{x / x \notin A \text{ ve } x \in X\}</math>                      (X uzay kümesinde A kümesinin dışında kalan elamanların kümesi)</p> <p><b><u>Fark:</u></b>  <math>A/B = \{x / x \in A \text{ ve } x \notin B\}</math>                      (A kümesinin B kümesinden farkı)</p>	<p><b><u>Birleşim:</u></b>  <math>\mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x) \vee \mu_{\underline{B}}(x)</math>                      (<math>\underline{A}</math> ve <math>\underline{B}</math> gibi iki bulanık alt kümenin birleşimi durumunda ortak olmayan elemanlarının tümü ve ortak elemanlardan ise üyelik derecesi en büyük olanlar alınır)</p> <p><b><u>Kesişim:</u></b>  <math>\mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x) \wedge \mu_{\underline{B}}(x)</math>                      (<math>\underline{A}</math> ve <math>\underline{B}</math> gibi iki bulanık kümenin kesişimi durumunda, sadece <math>\underline{A}</math> ve <math>\underline{B}</math>'nin ortak elemanlarından üyelik derecesi en küçük olanlar alınır.)</p> <p><b><u>Tamlama:</u></b>  <math>\mu_{\underline{A}}(x) = 1 - \mu_{\bar{\underline{A}}}(x)</math>  <math>\underline{A} \subseteq X \Rightarrow \mu_{\underline{A}}(x) \leq \mu_x(x)</math></p>

**Çizelge 3.3.** Klasik küme ve bulanık küme özellikleri

Klasik Küme Özellikleri	Bulanık Küme Özellikleri
<p><b><u>Değişme Özelliği:</u></b>  <math>A \cup B = B \cup A</math> ve <math>A \cap B = B \cap A</math></p> <p><b><u>Birleşme Özelliği:</u></b>  <math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C</math> ve  <math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C</math></p> <p><b><u>Dağılma Özelliği:</u></b>  <math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)</math> ve  <math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)</math></p> <p><b><u>Tek Kuvvet Özelliği:</u></b>  <math>A \cup A = A</math> ve <math>A \cap A = A</math></p> <p>Ayrıca  <math>A \cup \emptyset = A</math>, <math>A \cup X = X</math>, <math>A \cap X = A</math>,  <math>A \cap \emptyset = \emptyset</math></p>	<p><b><u>Değişme Özelliği:</u></b>  <math>\underline{A} \cup \underline{B} = \underline{B} \cup \underline{A}</math> ve <math>\underline{A} \cap \underline{B} = \underline{B} \cap \underline{A}</math></p> <p><b><u>Birleşme Özelliği:</u></b>  <math>\underline{A} \cup (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cap \underline{C}</math> ve  <math>\underline{A} \cap (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cup \underline{C}</math></p> <p><b><u>Dağılma Özelliği:</u></b>  <math>\underline{A} \cup (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{C})</math> ve  <math>\underline{A} \cap (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cup (\underline{A} \cap \underline{C})</math></p> <p><b><u>Tek Kuvvet Özelliği:</u></b>  <math>\underline{A} \cup \underline{A} = \underline{A}</math> ve <math>\underline{A} \cap \underline{A} = \underline{A}</math></p> <p>Ayrıca  <math>\underline{A} \cup \emptyset = \underline{A}</math>, <math>\underline{A} \cup X = X</math>, <math>\underline{A} \cap X = \underline{A}</math>,  <math>\underline{A} \cap \emptyset = \emptyset</math></p>

### 3.3.1. Bulanık Kümelerin Temel Özellikleri

Bulanık kümelerin sahip olması gereken temel bazı özellikler söz konusudur. Bulanık kümeler karşımıza normal bulanık kümeler, normal olmayan bulanık kümeler ve konveks bulanık kümeler olarak üç farklı yapıda çıkmaktadır.

**Normal bulanık küme:** Bulanık kümede genellikle üyelik derecesi 1'e eşit olan en az bir eleman bulunması gerekmektedir. İşte en azından bir tane üyelik derecesi 1'e eşit olan öge bulunduran bu tür kümelere normal bulanık kümeler denmektedir.

**Normal olmayan bulanık küme:** Elemanlarının tümünün üyelik derecesi 1'den küçük olan bulanık kümelere ise normal olmayan ya da dış bükey bulanık kümeler denmektedir.

**Konveks bulanık küme:**  $x < y < z$  bağıntısını sağlayan A bulanık kümesinin x,y,z elemanları için  $\mu_A(y) \geq \min[\mu_A(x), \mu_A(z)]$  oluyorsa A kümesi bulanık konveks küme olarak adlandırılmaktadır.

Normal ve konveks olan bir bulanık küme ise "bulanık sayı" olarak adlandırılmaktadır [3,21].

### 3.4. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonları

Bulanık kümeler üzerine kurulan matematiksel yapı, klasik matematikten daha fazla açıklayıcı bir güce sahip olmasına karşın bulanık kümelerin kullanılabilirliği, uygulama alanlarında ortaya çıkan kavramlar için uygun üyelik fonksiyonlarının belirlenebilmesine bağlı olmaktadır [33].

Bulanık bir kümeyi ifade etmede üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu sebeple üyelik fonksiyonlarının şekilleri ve bu fonksiyonların geliştirilmesi bulanık küme teorisi içinde önemli bir yer tutmaktadır.

Bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonlarının değer aralığı daha önce de belirtildiği üzere [0,1] aralığı olmaktadır. İşte bir bulanık kümenin elemanlarını bu aralıktaki bir sayıya karşılık getiren fonksiyon da "üyelik fonksiyonu" olarak adlandırılmaktadır. Başka bir tanımla ifade etmek gerekirse, 0 ile 1 arasındaki değişimin her bir öge için değeri üyelik derecesi olarak adlandırılırken, üyelik

derecelerinin bir alt küme içindeki değişimleri ise üyelik fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Böylece üyelik fonksiyonu altında toplanan öğeler önem derecelerine göre birer üyelik derecesine sahip olmaktadır [33,39].

Küme kavramı kesikli ve sürekli kümeler olarak ikiye ayrılabilir. Gerek kesikli gerekse sürekli kümelerde bulunan elemanların o kümeye olan üyelik derecelerinin  $[0,1]$  aralığında belirlenmesi ile de her iki kümede bulanık kesikli küme veya bulanık sürekli küme haline gelebilmektedir. Herhangi bir elemanın, hem kesikli bulanık küme hem de sürekli bir bulanık kümeye “üyelik derecesi” söz konusu olmaktadır. Ve bir  $x$  değeri için bir üyelik derecesi atanabilmektedir. Kesikli verilerde değerler kümesinin her bir elemanı için ayrı ayrı üyelik derecesi atanırken, değerler kümesi sürekli olduğunda ise üyelik dereceleri  $x$  değerlerine bağlı olarak  $f(x)$  gibi bir fonksiyon halini alabilmektedirler [32].

Klasik kümelerin üyelik fonksiyonları ya bir nokta ya da bir doğru şeklinde iken bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları nokta veya doğru olabildiği gibi doğrusal veya eğrisel bir fonksiyon şeklinde de olabilmektedir. Klasik kümelerin üyelik fonksiyonları arasında bir geçiş bölgesi söz konusu değilken, bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları içiçe geçebilmektedir. Uygulanacak üyelik fonksiyonlarının seçimi, uygulayacak olan kişi tarafından bulanık küme elemanlarının bulanık kümeye aitlik derecesine göre belirlenebilmektedir. Başka bir ifadeyle üyelik fonksiyonunun türünü uygulayacak olan kişinin görüşü belirleyebilmektedir [32,35].

Uygulamalarda kullanılan üyelik fonksiyonu şekillerine izleyen bölümde sırasıyla yer verilmiştir.

### **3.4.1. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonu Şekilleri**

Üyelik fonksiyonları denetlenen sürecin özelliklerine göre uygulamalarda en çok kullanılan fonksiyonlar olan, Üçgen üyelik fonksiyonu, Yamuk üyelik fonksiyonu, Gauss üyelik fonksiyonu ve Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu olarak karşımıza çıkabilmektedir [39].

### 3.4.1.1. Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Üçgen üyelik fonksiyonu, bulanık mantıkta hem giriş (input) hem de çıkış (output) parametrelerini tanımlamak için kullanılabilir ve  $\{a,b,c\}$  olmak üzere üç parametre ile özelleştirilmiştir. Söz konusu üyelik fonksiyonunun denklemi ise,

$$\text{üçgen}(x; a, b, c) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b. \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c. \\ 0, & c \leq x. \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilmektedir [3,39].

### 3.4.1.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu, üçgen üyelik fonksiyonu gibi hem giriş hem de çıkış parametrelerini tanımlamak için kullanılabilir.  $\{a,b,c,d\}$  olmak üzere dört parametre ile özelleştirilmiştir. Yamuk üyelik fonksiyonunun denklemi ise,

$$\text{yamuk}(x; a, b, c, d) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b. \\ 1, & b \leq x \leq c. \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d. \\ 0, & d \leq x. \end{array} \right\} \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir [39].

### 3.4.1.3 Gauss Üyelik Fonksiyonu

Gauss üyelik fonksiyonu,  $\{c, \sigma\}$  gibi iki parametre ile özelleştirilmiştir. Denetlenecek olan süreçlerde hem giriş hem de çıkış parametrelerini tanımlamak için kullanılabilir. Gauss üyelik fonksiyonunun ifadesi ise,

$$gauss(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \quad (3.8)$$

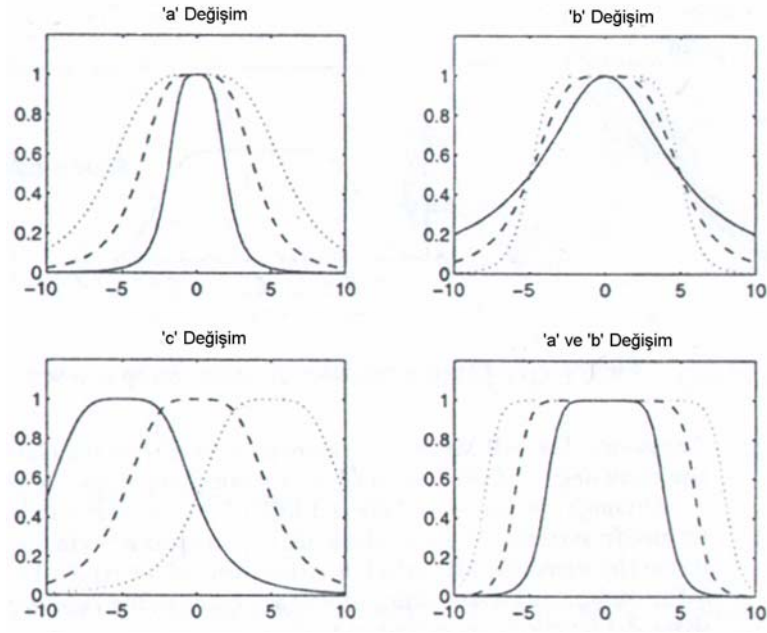
şeklindedir [3,39].

### 3.4.1.4 Genelleştirilmiş Bell Üyelik Fonksiyonu

Genelleştirilmiş bell üyelik fonksiyonu ise, bulanık mantık uygulamalarında hem giriş hem de çıkış parametrelerini tanımlamak için kullanılabilir.  $\{a, b, c\}$  olmak üzere üç parametre ile özelleştirilmiştir. Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu “Cauchy dağılımının” genelleştirilmiş hali olduğundan “Cauchy üyelik fonksiyonu” olarak da adlandırılmaktadır. Bell üyelik fonksiyonunun denklemi ise[39],

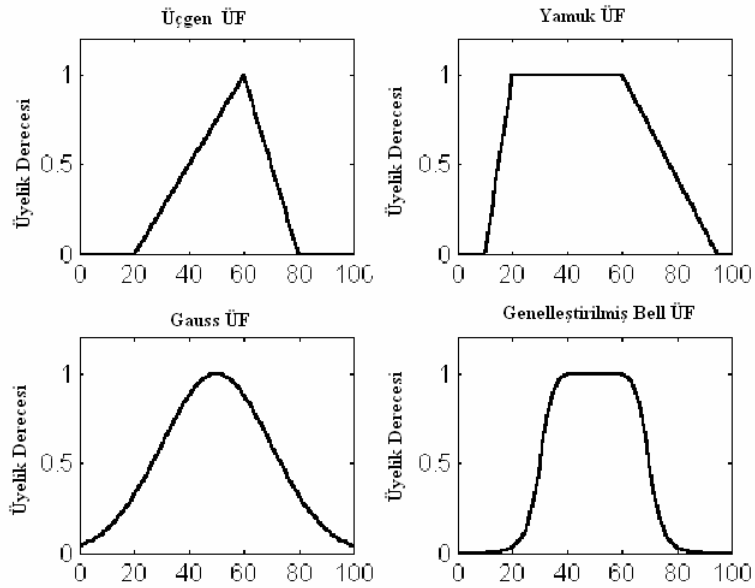
$$Bell(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Söz konusu dağılımda a şekil parametresi olup fonksiyonun şeklinin değişmesini gerçekleştirirken, c konum parametresi olup fonksiyonun merkezini belirlemekte ve b parametresi ise a parametresi ile birlikte değişmektedir. Dağılımda b parametresi geçiş noktalarını a parametresiyle birlikte kontrol etmektedir. Bu parametreler değiştiğinde dağılım da bu parametrelere bağlı olarak değişmektedir [39,40]. Şekil 3.3. de  $[a, b, c]$  parametrelerinin değişiminden fonksiyonun nasıl etkilendiğine ilişkin grafiksel gösterimlere yer verilmiştir:



Şekil 3.3. Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu parametre değişimleri [39]

Özelliklerine kısaca değinilen söz konusu üyelik fonksiyonlarından üçgen üyelik fonksiyonun, yamuk üyelik fonksiyonun, Gauss üyelik fonksiyonun ve Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu anlatıldıktan sonra söz konusu bu dört üyelik fonksiyonun şekilleri ise Şekil 3.4. de gösterildiği gibi olmaktadır.

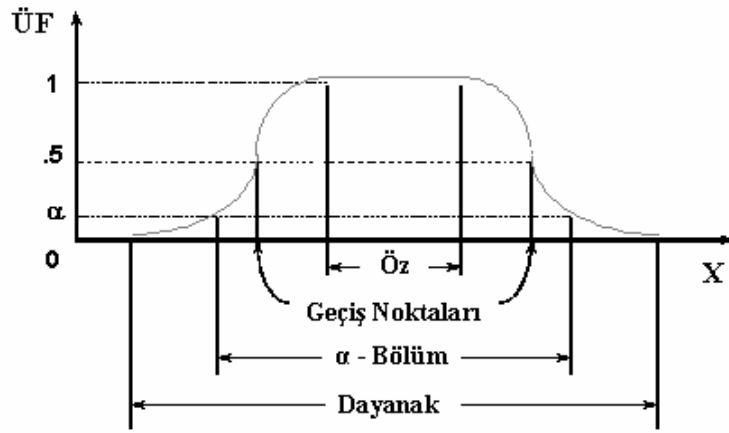


Şekil 3.4. Üyelik fonksiyonu çeşitleri [39]

### 3.4.2. Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonlarının Kısımları

Üyelik fonksiyonlarının alabileceği şekiller böylece ifade edildikten sonra, üyelik fonksiyonlarının kısımları, dolayısıyla söz konusu üyelik fonksiyonlarına ait bulanık kümelerin özellikleri önem taşımaktadır.

Genel olarak üyelik fonksiyonları, öz, geçiş noktaları,  $\alpha$ -bölüm ve dayanak olmak üzere dört kısımdan oluşmaktadır. Bir örnek olmak üzere Şekil 3.5’ de Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonunun kısımları gösterilmiştir [3,21]:



Şekil 3.5. Üyelik fonksiyonu kısımları [39]

Üyelik fonksiyonu kısımları aşağıda verildiği şekilde tanımlanabilir [3,21,41]:

**Öz:** Üyelik dereceleri 1’e eşit olan elemanların toplandığı A alt küme kısmı, o alt kümenin özü olarak adlandırılmaktadır. Buradaki elemanlar bulanık bir kümede tam üyeliğe sahip olan elemanlardır. Bir bulanık kümenin özü matematiksel olarak,

$$\text{Öz}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilmektedir.



**Geçiş noktaları:** Üyelik dereceleri 0.5'e eşit olan elemanların toplandığı A alt küme kısmı, o alt kümenin geçiş noktaları olarak adlandırılmaktadır. Geçiş noktaları,

$$\text{Geçiş noktası}(A)=\{x \in X \mid \mu_A(x)=0.5\} \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

**$\alpha$  -Bölüm:**  $\alpha$  -bölüm kümesi,  $A_\alpha$  olarak gösterilir ve X evrensel kümesinin A kümesindeki bütün elemanlarından üyelik derecesi  $\alpha$  özel değerinden büyük veya eşit olanları içermektedir. Matematiksel olarak,

$$\alpha\text{-bölüm: } A_\alpha=\{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (3.12)$$

şeklinde gösterilmektedir.

**Dayanak:** Bir A alt kümesinin tüm elemanlarını içeren aralığa o alt kümenin dayanağı denmektedir. Dayanakta bulunan her eleman 1 dahil olmak üzere 0 ile 1 arasında üyelik derecelerine sahiptir. Dayanağın matematiksel gösterimi,

$$\text{Dayanak (A)}=\{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (3.13)$$

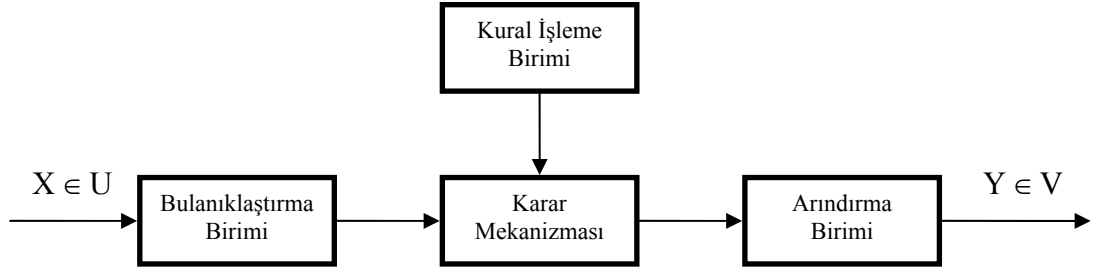
şeklindedir.

### 3.5. Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi

Bulanık mantık çıkarım sistemleri, insanların ortaya koyduğu sözel bilgileri sayısal hale getirmede ve bilgilerin bilgisayarlar veya algoritmalar tarafından algılanarak hesaplanmasında kullanılan sistemlerdir. Bir bulanık sistem, bulanık kural tabanlı sistem, bulanık mantık kontrol algoritması, bulanık model şeklinde farklı ifadelerle de anlatılabilmektedir.

Bulanık mantık kontrol algoritmaları kontrol sistemini ayarlamak için dilsel kuralları kullanan bir kontrol tekniği olarak ifade edilebilmektedir. Söz

konusu algoritmalar matematiksel karmaşıklık ve belirsizlik içeren bir süreci çözümlenmede kullanılabilir. Bulanık bir süreç, bulanıklaştırma birimi, kural işleme birimi ve karar mekanizması ve arındırma birimi olmak üzere üç ayrı birimden oluşmaktadır. Bulanık mantık kontrol algoritması başka bir ifadeyle bulanık bir sürecin işleyişi Şekil 3.6.' da gösterildiği gibi ifade edilebilmektedir [39,42].



Şekil 3.6. Bulanık mantık kontrol algoritması [43]

Burada X sistem giriş bilgisi olup Y de sistem çıkış bilgisi olmaktadır. U ve V ise sistem giriş ve çıkış tanım uzaylarıdır.

Bu akış düzeninin ilk birimi olan bulanıklaştırma birimi, bulanık işlem sisteminin ilk birimi olarak devreye girmekte ve bu birime gelen bilgiler ölçek değişikliğine uğrayarak bulanıklaştırılmaktadır. Buraya gelen bilgilerin her birine bir üyelik değeri atanarak bilgiler dilsel bir yapıya dönüştürülmekte buradan da kural işleme birimine gönderilmektedir.

Sistemin ikinci birimi olan kural işleme birimi ise, fiziksel veya sezgisel verilerden hareketle sistem uzmanının bilgisiyle yapılan bir kural tabanından oluşmaktadır. Buraya gelen bilgiler “if and then else” gibi kural işleme bilgileri ile birleştirilmektedir. Bu önermeler incelenen olayın yapısına göre sayısal değerlerle de kurulabilmektedir. Daha sonra kural işleme birimindeki bilgiler karar mekanizmasına gönderilip, uygun karar önermeleri ile elde edilen sonuçlar arındırma birimine gönderilmektedir.

Sistemin son birimi olan arındırma birimi ise, bulanık haldeki bilgileri bir ölçek değişikliğine uğratarak gerçel sayılara dönüştürmektedir [39,43].

Bulanık mantık algoritmasının işleyişini özetle ifade etmek gerekirse, bulanık mantık yaklaşımıyla bir problemi çözümlenme süreci üç aşamada

gerçekleşmektedir. Birinci aşamada olayları temsil eden gerçel sayılar bir ölçek değişikliğine uğrayarak bulanık bir uzaya dönüştürülmektedir. İkinci aşamada, olaylar arasındaki ilişkiler bulanık uzayda belirlenmiş bir kural tabanına göre irdelenip çözüm olabilecek uygun bulanık sonuçlar elde edilmektedir. Son aşamada ise, elde edilen bulanık sonuçlara tekrar bir ölçek değişikliği uygulanarak her bir bulanık değer gerçel sayılara dönüştürülmektedir. Elde edilen gerçel sayılar yorumlanarak da incelenen olay hakkında bir karara varılmaktadır [43].

İşleyişi yukarıda kısaca anlatıldığı gibi gerçekleşen bulanık mantık çıkarım sistemlerini uygulayabilmek için üç tip model kullanılabilir. Bu modeller, kural tabanında, karar verme mekanizmasında ve arındırma işlemlerinde birbirinden farklılık göstermektedir. Söz konusu modeller; Mamdani bulanık model, Sugeno bulanık model ve Tsukamoto bulanık modeldir. Bu modeller izleyen bölümde açıklanacaktır.

### **3.5.1. Mamdani Bulanık Model**

Mamdani bulanık çıkarım sistemi min-max yöntemi olarak da ifade edilebilmekte ve karar verme aşamasında, yani kuralların birleştirilmesi kısmında minimum (T-norm) ve maximum (T-conorm) operatörlerini birlikte kullanmaktadır. Min operatörü kullanılarak ilgili kurallardaki giriş değerlerinden üyelik derecesi en küçük olan seçilirken, max operatörü kullanılarak da söz konusu kurallar birleştirilip elde edilen bölgenin max olduğu kısım alınmaktadır. Max bölge oluşturulduktan sonra da arındırma işlemine geçilmektedir. Kurallar birleştirildikten sonra elde edilen çıkış değeri ise, Mamdani modelde üyelik fonksiyonu olarak gerçekleşmektedir. Max ve min operatörlerinin kullanılması, kuralları oluşturma kısmında ise, bize giriş değerlerinin VEYA (or) veya VE (and) bağlaçları ile birbirine bağlanabileceğini göstermektedir [39,44].

X ve Y gibi iki girişli Z gibi tek çıkışlı bir Mamdani bulanık model için kuralları ise aşağıdaki şekilde oluşturmak mümkün olmaktadır:

Eğer X küçük ve Y küçük ise Z negatif büyük  
Eğer X küçük ve Y büyük ise Z negatif küçük  
Eğer X büyük ve Y küçük ise Z pozitif küçük  
Eğer X büyük ve Y büyük ise Z pozitif büyük

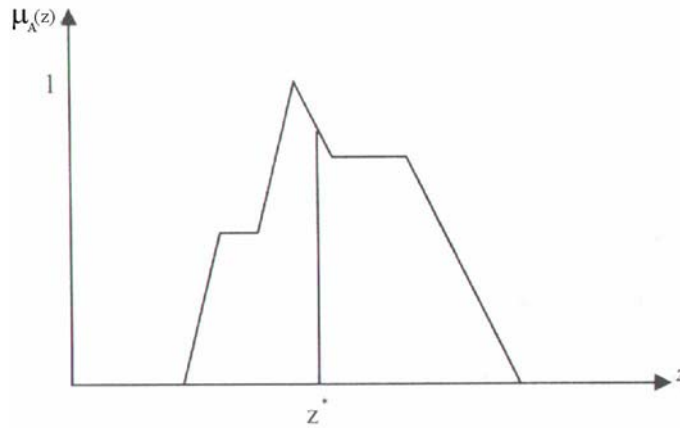
Mamdani bulanık model, kural işleme biriminde ve karar verme mekanizmasında max ve min operatörlerini kullanabilirken, arındırma biriminde beş farklı yöntem ile arındırma işlemini gerçekleştirebilmektedir. Söz konusu yöntemlere aşağıda sırasıyla yer verilmiştir [39,40].

### 3.5.1.1. Ağırlık Merkezi Yöntemi

Ağırlık merkezi veya alan merkezi olarak da bilinen bu yöntem, yaygın olarak kullanılan bir arındırma yöntemidir.  $z^*$  arındırılmış değeri ve  $\mu_A(z)$  birleştirilmiş çıktı üyelik derecesini göstermek üzere, arındırma işleminin matematiksel ifadesi aşağıda gösterildiği gibi olmaktadır [3,39]:

$$z^* = \frac{\int \mu_A(z) z dz}{\int \mu_A(z) dz} \quad (3.14)$$

Bu ifadeye bağlı olarak ağırlık merkezi yönteminin şekilsel gösterimine Şekil 3.7.' de yer verilmiştir:



Şekil 3.7. Ağırlık merkezi yöntemi [3]

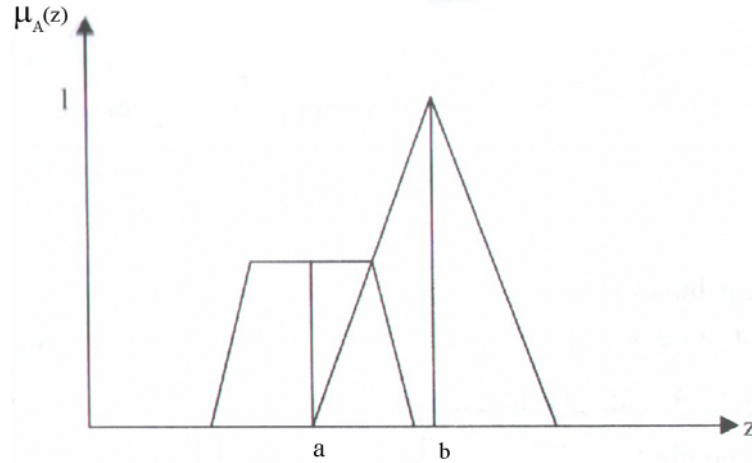
### 3.5.1.2. Ağırlık Ortalaması Yöntemi

Ağırlık ortalaması giriş değerlerine ait tüm bulanık değerler ve bu bulanık değerlerin üyelik dereceleri kullanılmaktadır. Matematiksel olarak;

$$z^* = \frac{\sum \mu_A(z)z}{\sum \mu_A(z)} \quad (3.15)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Söz konusu arındırma işlemi sadece simetrik olan üyelik fonksiyonlarında kullanılabilir. Şekil 3.8’de ağırlık ortalaması yöntemine yer verilmiştir. Buradaki a ve b değerleri temsil ettikleri kümenin ortalamaları olmaktadır [2,39].



Şekil 3.8. Ağırlık ortalaması yöntemi [2]

### 3.5.1.3. Mean-Max Üyelik Yöntemi

En büyüklerin ortası olarak da bilinen bu yöntem, üyelik fonksiyonunda en büyük üyelik derecesine sahip olan değerlerin ortalaması alınarak bulunmaktadır. Buradaki maksimum üyelik derecesi tek bir nokta olmayıp düz olabilen sistemler için kullanılabilir [39]. Matematiksel olarak,

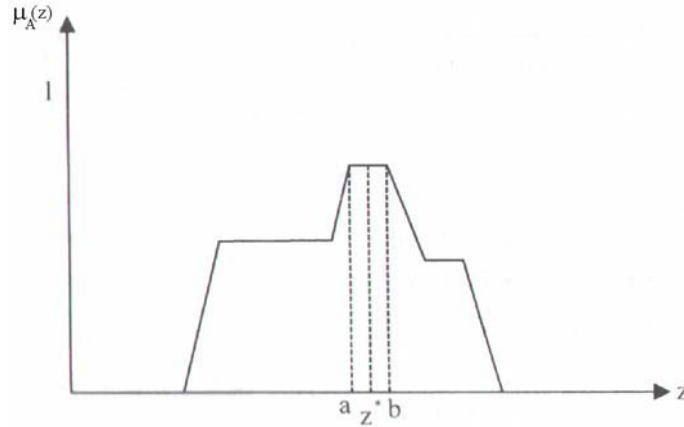
$$z^* = \frac{\int z dz}{\int_{z'} dz} \quad (3.16)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $\mu'$  maksimum üyelik fonksiyonunu göstermek üzere  $z' = \{z \mid \mu_A(z) = \mu'\}$  olmaktadır.

Mean-Max üyelik yönteminin arındırılmış değerini matematiksel olarak,

$$z' = \frac{a+b}{2} \quad (3.17)$$

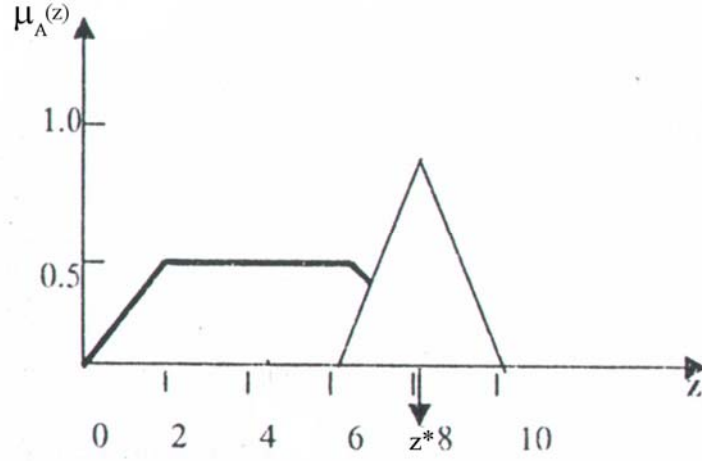
şeklinde de hesaplamak mümkün olmaktadır [3]. Şekil 3.9'da Mean-Max üyelik yönteminin grafiksel gösterimine yer verilmiştir:



Şekil 3.9. Mean-Max üyelik yöntemi [3]

#### 3.5.1.4. Min Üyelik Yöntemi

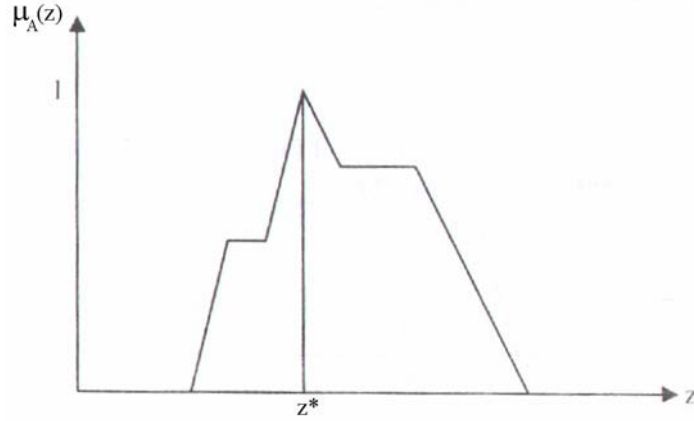
Min üyelik yöntemi tüm çıktıların birleşimi olarak elde edilen bulanık kümede en büyük üyelik derecesine sahip olan en küçük bulanık küme değerini seçme esasına dayanmaktadır [2,39]. Şekil 3.10'da min üyelik yöntemine yer verilmiştir.



Şekil 3.10. Min üyelik yöntemi [2]

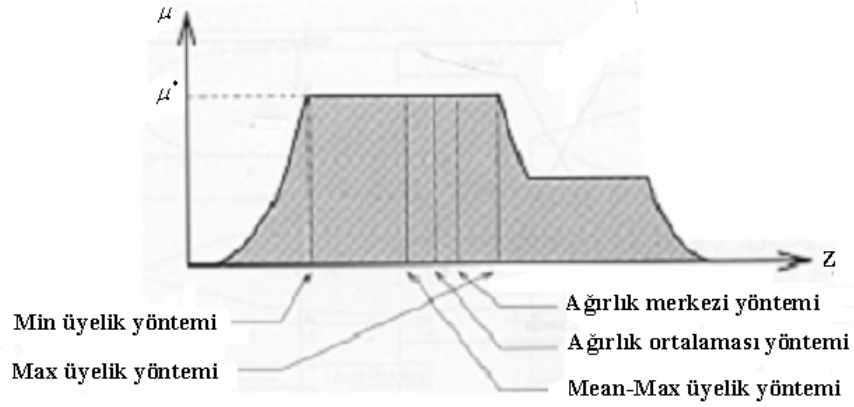
### 3.5.1.5. Max Üyelik Yöntemi

Max üyelik yöntemi ise, tüm çıktıların birleşimi olarak elde edilen bulanık kümede en büyük üyelik derecesine sahip olan en büyük bulanık küme değerini seçme esasına dayanmaktadır [3,39]. Max üyelik yöntemine Şekil 3.11.' de yer verilmiştir:



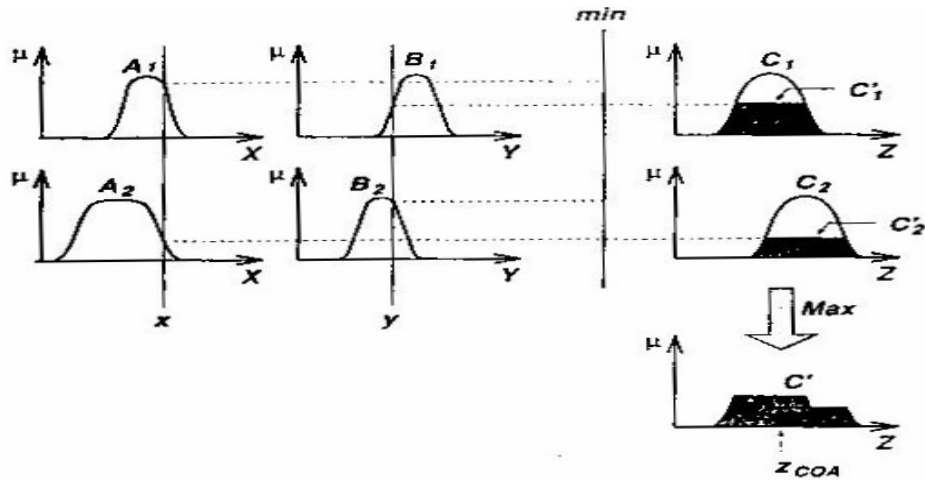
Şekil 3.11. Max üyelik yöntemi [3]

Yukarıda anlatılan beş üyelik yönteminin yamuk bir A bulanık kümesi üzerinde ifade edilmesi ise Şekil 3.12.'de gösterildiği gibi olmaktadır.



Şekil 3.12. Mamdani bulanık modelde arındırma yöntemlerinin yamuk bir A bulanık kümesi üzerinde ifade edilmesi [39]

İki girişli tek çıkışlı bir Mamdani modelde min ve max operatörlerinin kullanılması ve verilen iki kuralın birleştirilmesinden sonra arındırma aşamasına geçilmesi işlemi Şekil 3.13.'deki gibi ifade etmek mümkündür [39]:



Şekil 3.13. Mamdani bulanık model [39]

### 3.5.2. Sugeno Bulanık Model

Sugeno bulanık çıkarım sistemi, karar verme aşamasında minimum ve çarpım operatörlerini kullanabilmektedir. Sugeno tipi bulanık modelde minimum operatörü kullanılacaksa ilgili kuralların üyelik derecelerinin en küçük değerleri



alınırken, çarpım operatörü kullanıldığında ise ilgili kuralların üyelik dereceleri birbiri ile çarpılmaktadır [39].

Kuralların birleştirilmesi ise, ağırlıklı ortalama ve ağırlıklı toplam yöntemleri ile gerçekleştirilmektedir. Ağırlıklı ortalama değeri;

$$z = \frac{w_1 z_1 + w_2 z_2}{w_1 + w_2} \quad (3.18)$$

şeklinde hesaplanırken, ağırlıklı toplam yöntemi ise,

$$z = w_1 z_1 + w_2 z_2 \quad (3.19)$$

şeklinde hesaplanarak, sistemin gerçel çıkış değerine ulaşmak mümkün olmaktadır [44,45].

Sugeno bulanık model, arındırma işlemi gerektirmemektedir. Kuralların iki yöntemden biri ile birleştirilmesi ile elde edilen değer, bulanık çıkarım sisteminin gerçel sonucu olmaktadır.

Mamadani modelde kuralların çıkışı üyelik fonksiyonu olarak elde edilirken Sugeno modelde oluşturulan kuralların ise (then) kısmından sonrası ise birer polinom olarak ifade edilmektedir [39].

X ve Y gibi iki girişli Z gibi tek çıkışlı bir Sugeno bulanık model için kurallar ise aşağıdaki şekilde oluşturmak mümkün olmaktadır [39,44]:

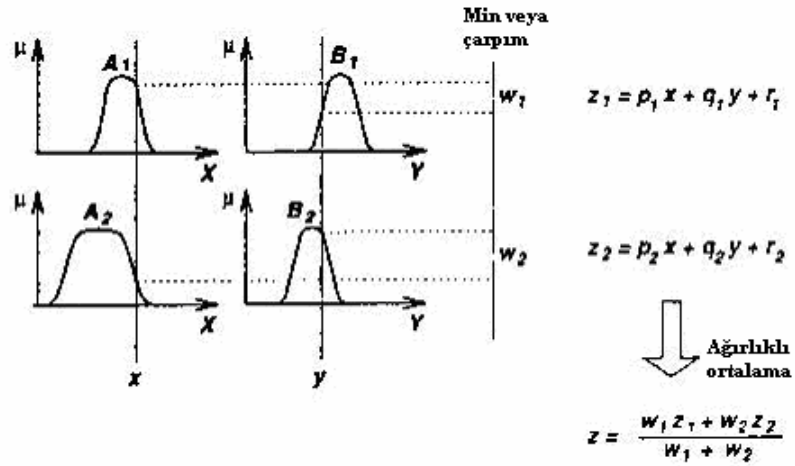
Eğer X küçük ve Y küçük ise  $z = -x + y + 1$

Eğer X küçük ve Y büyük ise  $z = -y + 3$

Eğer X büyük ve Y küçük ise  $z = -x + 3$

Eğer X büyük ve Y büyük ise  $z = x + y + 2$

İki girişli tek çıkışlı bir Sugeno model için kuralların birleştirilmesi ve çıkış değerinin elde edilmesi işlemi Şekil 3.14.'deki gibi ifade edilmiştir [39]:



Şekil 3.14. Sugeno bulanık model [39]

### 3.5.3. Tsukamoto Bulanık Model

Tsukamoto bulanık çıkarım sistemi, Sugeno modeli gibi karar verme aşamasında minimum ve çarpım operatörlerini kullanabilmektedir.

Kuralların birleştirilmesinde ise, sadece ağırlıklı ortalama yöntemi kullanılabilir. Tsukamoto modelde oluşturulan kuralların ise kısmından sonrası birer monotonik fonksiyon olarak ifade edilmektedir [39,44].

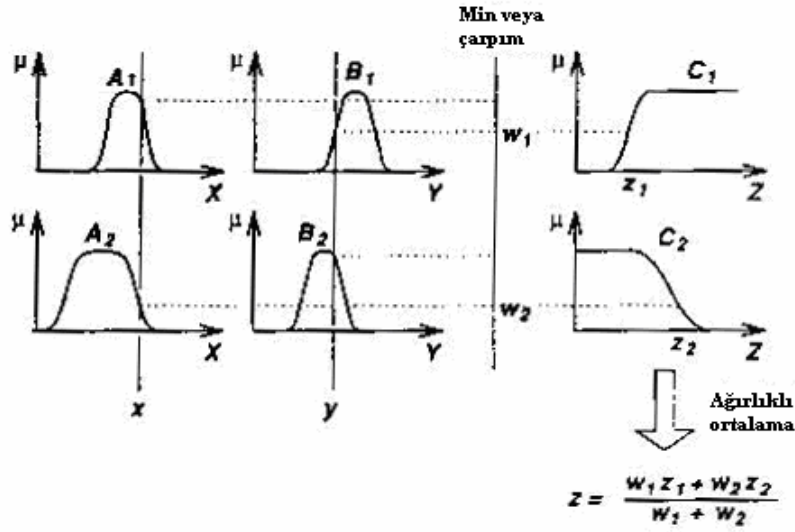
X ve Y gibi iki girişli Z gibi tek çıkışlı bir Tsukamoto bulanık model için kurallar ise aşağıdaki şekilde oluşturmak mümkün olmaktadır:

Eğer X küçük ve Y küçük ise Z C1

Eğer X orta ve Y küçük ise Z C2

Eğer X büyük ve Y küçük ise Z C3

İki girişli tek çıkışlı bir Tsukamoto model için kuralların birleştirilmesi ve çıkış değerinin elde edilmesi işlemi Şekil 3.15.'de gösterilmiştir [39]:



Şekil 3.15. Tsukamoto bulanık model [39]

İzleyen bölümde Adaptif ağların konusuna giren ve işlevsel olarak bulanık mantık çıkarım sistemlerine eşdeğer olan; Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemine yer verilecektir.

### 3.6. Adaptif Ağ Tabanlı Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi

Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi, yapay sinir ağlarının öğrenme yeteneği ve bulanık mantığın insan gibi karar verme ve uzman bilgisi sağlama kolaylığı gibi üstünlüklerinin birleştirilmesi fikrine dayanmaktadır [3].

Böylece, bulanık mantık çıkarım sistemlerine yapay sinir ağlarının öğrenme ve hesaplama gücü verilebilirken, yapay sinir ağlarında bulanık mantık çıkarım sistemlerinin insan gibi karar verme ve uzman bilgisi sağlama yeteneği kazandırılmış olmaktadır.

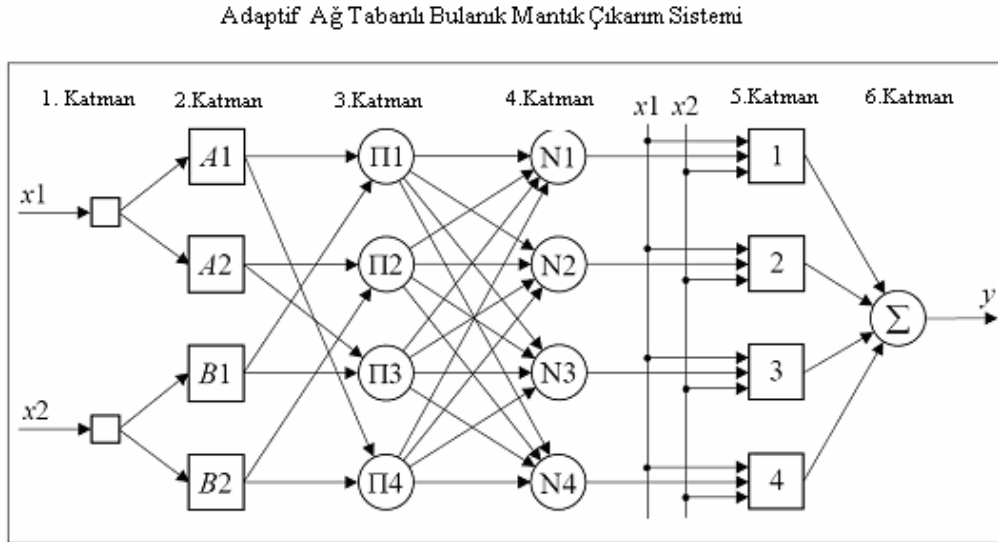
Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sisteminin asıl amacı, ANFIS sisteminin yapısını, değişkenlerini ayarlamak ve bulmak için yapay sinir ağlarını kullanmaktır [3,39].

Ağ tabanlı çıkarım sistemlerinde yapısal ayarlama ve değişken ayarlama olmak üzere iki önemli ayarlama söz konusudur. Yapısal ayarlama hesaplanacak değişkenlerin sayısını, kuralların sayısını, her bir giriş çıkış değişkeninin tanım uzaylarının bulanık kümelerce ifade edilmesini ve kuralların yapısının

oluşturulmasını içerirken, değişken ayarlama ise üyelik fonksiyonlarının merkezleri, eğimleri, genişlikleri ve bulanık mantık kurallarının ağırlıklarının hesaplanmasını içermektedir [3].

ANFIS, 1993 yılında Jang tarafından ortaya atılmıştır ve Jang'ın ANFIS modeli olarak adlandırılmaktadır. Jang'ın ANFIS modeli, insan gibi karar verme ve uzman bilgisi sağlama yeteneğini uygulamada Sugeno bulanık mantık çıkarım sistemini temel alırken, yapay sinir ağlarının öğrenme yeteneğini uygulamada ise Geri Yayılmalı Öğrenme Algoritmasını (Backpropagation Learning Algorithm) kullanmaktadır [40].

$x_1$  ve  $x_2$  gibi iki girişli,  $y$  tek çıkışlı ve dört kuraldan oluşan bir ANFIS mimarisi Şekil 3.16.'da gösterildiği gibi olmaktadır:



Şekil 3.16 :Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi [40]

Her katmana ait düğüm işlevleri ve katmanların işleyişi ise sırasıyla şöyledir [5,8,39,40]:

**1.Katman:** Giriş katmanı olarak adlandırılmaktadır.

Bu katmandaki her düğüm, giriş sinyallerinin diğer katmanlara aktarıldığı giriş düğümleridir.

**2.Katman:** Bulanıklaştırma katmanıdır.

Bu katmandaki her bir düğüm  $A_j$  ve  $B_j$  ( $j=1,2$ ) gibi bulanık kümeleri ifade etmektedir. Giriş değerlerini bulanık kümelere ayırmada Jang'ın ANFIS modeli, üyelik fonksiyonu şekli olarak Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonunu kullanmaktadır. Burada her bir düğümün çıkışı, giriş değerlerine ve kullanılan üyelik fonksiyonuna bağlı olan üyelik dereceleri olmaktadır, 2. katmandan elde edilen üyelik dereceleri  $\mu_{A_j}(x)$  ve  $\mu_{B_j}(y)$  değerleridir.

**3.Katman:** Kural katmanıdır.

Bu katmandaki her bir düğüm, Sugeno bulanık mantık çıkarım sistemine göre oluşturulan kuralları ve sayısını ifade etmektedir. Her bir kural düğümünün çıkışı  $\mu_i$  ise, 2. katmandan gelen üyelik derecelerinin çarpımını ifade etmektedir. Buradaki her bir düğümün çıkışı aynı zamanda bir kuralın ateşleme seviyesini (firing strength) göstermektedir.  $\mu_i$  değerlerinin elde edilişi ise,

$$y_i^3 = \Pi_i = \mu_{A_j}(x) \times \mu_{B_j}(y) = \mu_i \quad (j=1,2) \quad (i=1,n) \quad (3.20)$$

şeklinde olmaktadır. Buradaki  $y_i^3$  3. katmanın çıkış değerlerini ifade ederken  $n$  ise bu katmandaki düğüm sayısını göstermektedir.

**4.Katman:** Normalizasyon katmanıdır.

Bu katmandaki her bir düğüm, kural katmanından gelen tüm düğümleri giriş değeri olarak kabul etmekte ve bu katmanda her bir kuralın normalleştirilmiş ateşleme seviyesi hesaplanmaktadır. Normalleştirilmiş ateşleme seviyesi,  $i$  düğüm için  $i$ . kuralın ateşleme seviyesinin, bütün kuralların ateşleme seviyesine oranı olarak ifade edilmektedir.  $i$ . düğümün çıkışı yani  $i$ . düğümün normalleştirilmiş ateşleme seviyesi  $\bar{\mu}_i$  nin hesaplanması ise,

$$y_i^4 = Ni = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \bar{\mu}_i \quad (i=1,n) \quad (3.21)$$

şeklindedir.

**5.Katman:** Arındırma katmanıdır.

Bu katmandaki her bir düğüm, giriş değerleri  $x_1$  ve  $x_2$  ile normalizasyon katmanının her bir düğümünün çıkış değerleriyle ilişkilidir. Arındırma katmanındaki her bir düğümde verilen bir kuralın ağırlıklandırılmış sonuç değerleri hesaplanmaktadır. Kuralların ise kısımlarından sonraki ifadelerin ağırlıklandırılmış değerleri hesaplanmaktadır. 5. katmandaki  $i$ . düğümün çıkış değeri ise,

$$y_i^5 = \bar{\mu}_i [p_i x_1 + q_i x_2 + r_i] \quad (i=1,n) \quad (3.22)$$

şeklinde olmaktadır. Buradaki  $(p_i, q_i, r_i)$  değişkenleri,  $i$ . kuralın sonuç parametreleri kümesidir.

**6.Katman:** Toplam katmanıdır.

Bu katmanda sadece bir düğüm vardır ve  $\Sigma$  ile etiketlenmiştir. Burada 5. katmandaki her bir düğümün çıkış değerleri toplanır ve sonuçta ANFIS sisteminin gerçek değeri elde edilmiş olunur. Sistemin çıkış değeri  $y$  nin hesaplanması ise,

$$y = \sum_{i=1}^n \bar{\mu}_i [p_i x_1 + q_i x_2 + r_i] \quad (3.23)$$

şeklinde olmaktadır.

ANFIS mimarisinin işleyişinde görüldüğü üzere, giriş değişkenleri  $(x_1, x_2)$  ve sonuç değişkenlerinin  $(p_i, q_i, r_i)$  değerlerinin bilinebilmesi önem taşımaktadır.

ANFIS'in öğrenme algoritması, hem giriş değişkenlerini hem de sonuç değişkenlerini optimize etmektedir. Söz konusu öğrenme işlemi gerçekleşirken ANFIS melez öğrenme algoritmasını kullanmaktadır.

Melez öğrenme algoritması, en küçük kareler yöntemi ile geri yayımlı öğrenme algoritmasının bir arada kullanılmasından oluşmaktadır. Melez öğrenme algoritması, ileri besleme ve geri besleme olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. İleri beslemede, giriş parametreleri sabit alınarak sonuç parametrelerinin değerleri

en küçük kareler yöntemi ile hesaplanırken, geri beslemede ise sonuç parametreleri sabit alınarak giriş parametreleri geri yayımlı öğrenme algoritması ile hesaplanmaktadır. İleri besleme ve geri besleme işlemlerinin nasıl gerçekleştiğini Çizelge 3.4. ile özetlemek mümkün olmaktadır [39,40]:

**Çizelge 3.4.** Melez öğrenme algoritması [40]

Melez Öğrenme Algoritması	İleri Besleme	Geri Besleme
Giriş Parametreleri	Sabit	Geri Yayımlı Öğrenme
Sonuç Parametreleri	En küçük Kareler Yöntemi	Sabit

Buradaki ileri besleme ve geri besleme işleyiş döngüsü, tüm sistem hatası belirlenen bir hata değerinden küçük olana kadar veya fazla bir değişim göstermeyinceye kadar devam etmektedir. Hesaplanacak olan hata değeri ise, hata kareler ortalamasının karekök değerine bir anlamda sistemin standart sapma değerine eşit olmaktadır. RMSE değerinin formülü ise;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i - y_i)^2}{N}} \quad (3.24)$$

şeklindedir. Formülde  $T_i$  gerçek değerleri,  $y_i$  ANFIS’den elde edilen değerleri, N ise örnek büyüklüğünü göstermektedir [5,39,40].

### 3.6.1. Geri Yayımlı Öğrenme Algoritması

Geri yayımlı öğrenme algoritması, ANFIS’ in melez öğrenme algoritması içinde geri besleme kısmında giriş parametrelerinin hesaplanabilmesi için kullanılmaktadır.

Standart geriye yayılım algoritması olarak da adlandırılan bu yöntem, hata kareler toplamını geriye yayılım yöntemi ile küçültmektedir. Her adımda hatanın küçültülmesi içinde “gradyan” azalış yöntemi kullanılmaktadır [3].

Söz konusu öğrenme algoritması, kendi içinde de ileri besleme, hatanın hesaplanması ve geriye yayılması ve ağırlıkların güncellenmesi olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır.

Geri yayımlı öğrenme algoritmasında ağırlık çıkışından elde edilen hata değeri giriş katmanına kadar geriye doğru yansıtılarak gerekli ağırlık değişkenlerinin ayarlanması gerçekleştirilmektedir. Buradaki amaç ise hata ölçütünü öğrenme işlemi sonunda tüm giriş değerleri için sıfıra götürebilmektir [3,40].



## 4. DENEY PLANLAMASI YAKLAŞIMINA İLİŞKİN AÇIKLAMALAR

Bir araştırma sürecinde gerekli olan veriler belli bir konuyla ilgili olarak yapılan deney veya gözlemler yardımıyla elde edilmektedir. Deneyler anlamlı veriler elde edebilmek amacıyla düzenlenen özel süreçler olarak tanımlanabilir. Deney planlaması ise, ilgilenilen olay veya olguların oluşmasında rol oynayan faktör veya faktörler grubunu, etkilerinin tahminine ve yapılan tahminlerin güvenilirliğini ölçmeye imkan verecek şekilde düzenleme çalışmasıdır. Burada bağımlı değişkendeki değişkenliğin nedeni olarak ele alınan bağımsız değişkenlerin etkilerinin ölçülmesi işlemini yürütmesi için düzenlenen plana da deney planı adı verilmektedir [46].

Deney planlamasında bağımsız değişken faktör, bağımsız değişkenin aldığı değerler de faktör düzeyleri olarak adlandırılmaktadır. Deney planı faktörlerin bağımlı değişken üzerindeki etki düzeylerini ortaya koyması sebebiyle önem taşımaktadır [47].

Deney planlaması, tekrar etme, rassallaştırma ve bloklara ayırma olmak üzere üç temel prensip üzerine kurulmuştur. Tekrar etme aşaması, deneyin aynı koşullarda birden çok kez gerçekleştirilmesidir. Rassallaştırma ile deneyin gerçekleştirilecek her bir işleminin veya denemesinin rasgele belirlenme sırası ifade edilmektedir. İstatistiksel yöntemler gözlemlerin (veya hataların) bağımsız olarak dağılmış rassal değişkenler olmasını gerektirmektedir. Bu prensip genellikle bu varsayımdan yola çıkmaktadır. Rassallaştırma, göz önüne alınmayan faktörler yüzünden oluşabilecek etkilerin deneylerin sonuçlarına rasgele dağıtılmasını sağlamaktadır. Bloklara ayırma deneyde ilgilenilen faktörler arasında yapılan karşılaştırmanın kesinliğini ortaya koymak için kullanılan bir tasarım tekniğidir. Bu teknik gürültü faktörlerinden kaynaklanan değişkenliğin azaltılması ve elimine edilmesi için kullanılmaktadır. Söz konusu faktörler bizim doğrudan ilgilenmediğimiz deney sonucuna etki edebilecek faktörler olmaktadır. Burada gürültü faktörünün her düzeyi bir bloğu ifade etmektedir [48].

#### 4.1. Tek Faktörlü Deneyler ve Tek yönlü Varyans Çözümlemesi

Tek yönlü varyans analizinde tek faktör ve bu faktörün çeşitli düzeyleri yada denemeleri söz konusu olmaktadır. Burada amaç denemelerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini incelemektir. Varyans analizinin esası deney sonucunda elde edilen verilerin genel ortalamadan olan sapmalarının kareleri toplamının, söz konusu sapmalara neden olan unsurlara göre kısımlara ayırmak ve analiz etmektir [47].

Her gözlem değerinin genel ortalamadan olan sapması iki nedenden ileri gelmektedir. Birincisi gözlem değerinin ait olduğu grubun ortalamasının genel ortalamadan farklı olması, ikincisi ise aynı gruptaki gözlemler arasında bir farklılık söz konusu olduğundan her terimin kendi grup ortalamasından bir sapma göstermesidir [46].

Deney sonucu elde edilen verileri, deney planlamasında göz önüne alınan faktörler ve bunların etkileşimlerinin bir fonksiyonu olarak tanımlamak mümkündür [47,48].

$y_{ij}$  : i. düzeyin j. tekrarındaki gözlem değeri,

$\mu_i$  : i. düzeyin ortalaması,

$\varepsilon_{ij}$  : i. gözlemin j. tekrarındaki rassal hata

olmak üzere model denklemini,

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $a$  düzey sayısını ve  $n$  gözlem sayısını göstermektedir. Hatalar sıfır ortalamaya sahiptir ve  $E[y_{ij}] = \mu_i$ ' dir. Eşitlik (4.1) ortalamalar modeli olarak adlandırılmaktadır.

$$\mu_i = \mu + \tau_i, \quad i = 1, 2, \dots, a \quad (4.2)$$

olmak üzere ortalamalar modelini

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4.3)$$

şeklinde tanımlamak da mümkün olmaktadır.

Modelin bu formunda,  $\mu$  genel ortalama olarak adlandırılan tüm işlemlerde ortak parametredir.  $\tau_i$   $i$ . düzey etkisi olarak adlandırılan  $i$ . işleme ait bir parametredir. Eşitlik (4.2) etkiler modeli olarak adlandırılmaktadır.

Ortalamalar modeli tek yönlü veya tek faktörlü varyans analizi modeli olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde sadece tek bir faktörün etkisi incelenmektedir. İşlemlerin (sıklıkla deneysel birimler olarak adlandırılır) uygulandığı çevrenin mümkün olduğunca tekdüze olması için deneylerin rassal sırada gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Böylece, uygulanan deneysel tasarım tamamen rassallaştırılmış tasarım olacaktır. Burada amaç, işlem ortalamaları ile ilgili uygun hipotezleri test ve tahmin etmektir. Hipotezleri test etmek için gerekli temel varsayım, model hatalarının normal dağılımlı, sıfır ortalamalı ve  $\sigma^2$  varyanslı bağımsız dağılmış rassal değişkenler olduğu varsayılmaktadır.

Modelin hatalarının normal dağılımlı,  $\sigma^2$  varyanslı bağımsız dağılmış rassal değişkenler olduğu varsayımını sınamak üzere model yeterlilik kontrolüne başvurulur. Normal dağılım varsayımında eğer hataların üzerinde  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  olması varsayımı geçerliyse, örneklem, sıfır ortalamalı normal bir dağılımdan elde edilmiş bir örneklem olacaktır [48].

İlgilenilen faktör düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı testi F dağılımı yardımıyla yürütülür. Faktör düzeyleri için meydana gelen değişkenliklerin ölçülmesi amacı ile grup içi değişkenlikler ve gruplar arası değişkenlikler hesaplanır. Daha sonra bu değerler Çizelge 4.1.'de gösterildiği gibi bir tabloda bir araya getirilir. Bu tablo varyans analizi tablosu olarak adlandırılır. Tabloda hesaplanan F istatistiği daha sonra teorik F istatistiği değeri ile karşılaştırılarak karar verilir.

Tek faktörlü varyans analizi modeli için oluşturulan varyans çözümlemesi tablosuna Çizelge 4.1.'de yer verilmiştir:

**Çizelge 4.1** Varyans Çözümlemesi Tablosu [47]

Değişim Kaynağı DK	Serbestlik Derecesi SD	Kareler Toplamı KT	Kareler Ortalaması KO	F
Gruplar Arası	$a - 1$	$GAKT = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2$	$GAKO = GAKT / a - 1$	$F = \frac{GAKO}{GIKO}$
Gruplar İçi	$N - a$	$GIKT = GnKT - GAKT$	$GIKO = GIKT / N - a$	
Toplam	$N - 1$	$GnKT = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$		

Çizelge 4.1.'de  $\bar{y}_i$  : i.düzeyin altındaki gözlemlerin ortalamasını,  $\bar{y}_{..}$  : tüm gözlemlerin genel ortalamasını,  $y_{ij}$  : i.düzeyin j.tekrarındaki gözlem değerini, N: toplam birim sayısını,  $a$  : düzey sayısını, n: her gruptaki gözlem sayısını ifade etmektedir.

#### 4.2. Çok Faktörlü Deneyler ve Varyans Çözümlemesi

Bazı araştırmalarda yalnızca bir faktörle ilgilenilmeyebilir. Olayın kendi doğası elde edilen gözlem birimleri üzerinde ikinci bir faktörün etkisini de taşıyor olabilir. Örneğin ampul üreten bir fabrikada üretilen ampullerin ömrü ampullerin üretildiği üç farklı makineye bağlı olabileceği gibi, üretimin farklı vardiyalarda yapılmasından da etkileniyor olabilir. Dolayısıyla ampulün ömrü iki farklı faktör tarafından etkilenmektedir. Bu tür durumlar için iki yönlü varyans analizi çözümü yapılması söz konusu olmaktadır. Böylece iki faktörün çeşitli düzeylerinin bir bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin incelendiği modele, iki yönlü varyans çözümü modeli denilmektedir.

Bu model için oluşturulacak olan varyans analizi tablosu verinin genel değişkenliğinin temel sebepleri olarak görülen faktör düzeyi, faktör alt düzeyleri ve ikinci faktör etkilerini içerecek şekilde düzenlenmektedir [49].

#### 4.3. Faktöriyel Tasarımlar

Deney planlamasında aynı anda birden fazla bağımsız değişkenin etkilerinin araştırılması söz konusu olduğunda faktöriyel tasarımlar uygulama ve hesaplama kolaylığı açısından etkindir. Faktöriyel tasarım ile deneyin her bir

denemesindeki veya tekrarındaki faktör düzeylerinin tüm kombinasyonları göz önünde bulundurulmaktadır. Örneğin,  $A$  faktörünün  $a$  düzeyi ve  $B$  faktörünün  $b$  düzeyi varsa, tekrar etme tüm  $ab$  işlem kombinasyonlarını içerecektir.

Faktöriyel tasarımda bir faktörün etkisi söz konusu ise, faktör düzeyindeki her bir değişme, çıktıdaki değerlerin değişimine sebep olacaktır. Burada söz konusu faktör ana etki olarak adlandırılmaktadır. Her iki tasarım faktörünün iki düzeyli olduğu bir deney, iki faktörlü bir faktöriyel tasarım olarak adlandırılmaktadır. Bu düzeyler “alçak” ve “yüksek” olarak adlandırılır ve sırasıyla “-“ ve “+” olarak sembolize edilebilir.  $A$  faktörünün bu iki düzeyli tasarımdaki ana etkisi  $A$  ’nın düşük düzeyindeki ortalama cevap ile  $A$  ’nın yüksek düzeyindeki ortalama cevap arasındaki fark olarak düşünülebilmektedir [48].

Bazı deneylerde, bir faktörün düzeyleri arasındaki farklılığın diğer faktörlerin tüm düzeylerinde aynı olmadığı görülebilir. Böyle bir durumda karşılaşıldığında, faktörler arasında etkileşimin söz konusu olduğu söylenebilmektedir.

Faktörler arasındaki etkileşim kavramını regresyon modeli yoluyla göstermek de mümkündür. İki faktörlü faktöriyel deneyin regresyon model gösterimini,  $y$  çıktı değişkeni,  $\beta$  ’lar ilgili faktörün etki derecesini ve yönünü gösteren parametreler,  $x_1$   $A$  faktörünü temsil eden değişken,  $x_2$   $B$  faktörünü temsil eden değişken ve  $\varepsilon$  rassal hata terimi olmak üzere;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon, \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $x_1 x_2$ ,  $x_1$  ve  $x_2$  arasındaki etkileşimi ortaya koymaktadır.

Faktöriyel tasarımların, incelenen değişkenlerin hangisinin etkin olduğunu ya da hangi değişkenler arasında etkileşimin olduğunu ortaya koyabildiği ifade edilmişti. Bunun yanı sıra faktöriyel tasarımların bir çok üstünlüğü de söz konusu olmaktadır. Tek faktörlü deneylerden daha etkindirler. Faktöriyel tasarımlar faktörler arasındaki etkileri ortaya koyabilmesinin yanı sıra bir faktörün bir çok düzeyli diğer faktörlerdeki etkilerinin tahmin edilmesine de imkan sağlamaktadırlar [48,50].

Faktöriyel tasarım, bir çok faktörü içeren deneylerde her bir faktörün etkisinin ve etkileşimlerinin önemli olduğu durumlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Genel faktöriyel tasarımın önemli olan bir çok özel durumu söz konusu olmaktadır. Bu özel durumların en önemlisi, her biri iki düzeyde,  $k$  faktörlü deneylerdir. Burada sözü edilen düzeyler, ısının, basıncın veya zamanın iki değeri gibi nicel olabileceği gibi, iki makinenin, iki operatörün, bir faktörün “yüksek” ve “düşük” düzeyleri gibi nitel de olabilmektedir. Böyle bir tasarımın tekrar edilerek çoğaltması  $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$  gözlem gerektirmekte ve  $2^k$  faktöriyel tasarım olarak adlandırılmaktadır.

$2^k$  faktöriyel tasarım belirli varsayımlar altında gerçekleştirilmektedir. Hatalar ortalaması sıfır, varyansı  $\sigma^2$  olan ancak varyansı bilinmeyen normal ve  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  bağımsız dağıldığı ifade edilebilmektedir.

$2^k$  tasarımı incelenecek birçok faktörün olduğu deneysel çalışmalarda önemli bir yer tutmaktadır.  $2^k$  faktöriyel tasarımın en yaygın kullanılanları  $2^2$  ve  $2^3$  faktöriyel tasarımlarıdır [48].

$2^2$  tasarımı dört işlem kombinasyonu ile gerçekleştirilmektedir. Tasarımdaki dört işlem kombinasyonu genellikle küçük harflerle gösterilmektedir. Burada  $a$ ,  $A$  yüksek düzeyi ve  $B$  düşük düzeyinin işlem kombinasyonunu temsil ederken,  $b$ ,  $A$  düşük düzeyini,  $B$  yüksek düzeyini temsil ederken,  $ab$  her iki faktörün de yüksek düzeyini temsil etmektedir.

Etkileşim etkisinin tahmini için oluşturulan katsayılar sadece iki ana etki için ilgili katsayıların çarpımı olmaktadır. Bu katsayılar her zaman +1 veya -1'dir. Çizelge 4.2'deki gibi artı ve eksi işaretler tablosu her işlem kombinasyonu için düzgün işaretin belirlenmesinde kullanılmaktadır.

**Çizelge 4.2**  $2^2$  Tasarımda etkilerin hesaplanması için cebirsel işaretler [48]

İşlem Kombinasyonları	Faktöriyel Etki			
	$I$	$A$	$B$	$AB$
(1)	+	-	-	+
$a$	+	+	-	-
$b$	+	-	+	-
$ab$	+	+	+	+

Çizelge 4.2.'de,  $A$  ve  $B$  ana etkileri,  $AB$  etkileşimi,  $I$  ise tüm deneyin çarpımını toplamını veya ortalamasını temsil etmektedir.  $I$  ile ilgili sütun sadece artı işaretlere sahip olmaktadır. Her bir satır işlem kombinasyonlarını göstermektedir. Herhangi bir etkiyi tahmin edebilmek için, sadece tablonun uygun sütunundaki işaretleri, ilgili işlem kombinasyonu ile çarpmak ve toplamak yeterli olmaktadır [48,50].

$2^3$  faktör tasarımında ise, her biri iki düzeyde olan  $A$ ,  $B$  ve  $C$  gibi üç faktörün iki seviyesi ile ilgilenilmektedir.  $2^3$  faktöriyel tasarımı sekiz işlem kombinasyonuna sahiptir. Faktörlerin yüksek ve düşük düzeylerini temsil etmek için burada da “+” ve “-” gösterimi kullanarak Çizelge 4.2.'ye benzer şekilde  $2^3$  tasarımındaki sekiz işlem kombinasyonu gösterilebilmektedir. Bu gösterim bazen tasarım matrisi olarak adlandırılmaktadır. İşlem kombinasyonlarını standart sırada (1),  $a$ ,  $b$ ,  $ab$ ,  $c$ ,  $ac$ ,  $bc$ , ve  $abc$  olarak yazmak mümkündür Bu semboller o işlem kombinasyonuna özel tüm  $n$  gözlemin toplamını temsil etmektedir [48].

$2^k$  tasarımındaki işlemler için çokça kullanılan üç farklı gösterim söz konusudur. Birincisi, sıklıkla geometrik gösterim olarak adlandırılan “+” ve “-“ gösterimidir. İkincisi işlem kombinasyonlarını tanımlamak için küçük harf etiketlerinin kullanımınıdır. Sonuncu gösterim ise, yüksek ve düşük faktör düzeylerini belirtmek için “+” ve “-“ yerine sırasıyla “1” ve “0” değerlerinin kullanımınıdır.

$2^3$  tasarımındaki sekiz işlem kombinasyonu arasında yedi serbestlik derecesi söz konusudur. Üç serbestlik derecesi  $A$ ,  $B$  ve  $C$  ana etkileri ile ilişkilendirilmiştir. Dört serbestlik derecesi ise etkileşimlerle ilişkilendirilmiştir ve bu etkileşimler sırasıyla  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  ve  $ABC$  olmaktadır.

$2^3$  faktöriyel tasarımında artı ve eksi işaretler tablosu Çizelge 4.3.'de gösterilmiştir. Ana etkiler için işaretler yüksek düzeyle artı ve düşük düzeyle eksi ile ilişkilendirilerek belirlenmektedir. Örneğin,  $AB$  sütunundaki işaretler her satırdaki  $A$  ve  $B$  sütunlarındaki işaretlerin çarpımı olmaktadır [48,50].

**Çizelge 4.3.**  $2^3$  Tasarımında etkilerin hesaplanması için cebirsel işaretler [48]

İşlem Kombinasyonu	Faktöriyel Etkiler							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	<i>C</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>ab</i>	+	+	+	+	-	-	-	-
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>ac</i>	+	+	-	-	+	+	-	-
<i>bc</i>	+	-	+	-	+	-	+	-
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+



## **5. BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI İLE DENEY PLANLAMASI YAKLAŞIMININ KARŞILAŞTIRILMASI**

Çalışmanın uygulamaya ayrılmış bu bölümünde, bazı endüstriyel problemlerin çözümünde başvurulan deney planlaması verileri bulanık mantık yaklaşımıyla yeniden ele alınıp düzenlenerek yeni bir analize tabi tutulmuştur. Bu veriler bulanık mantık tekniklerinden ANFIS ile modellenmiştir. Bu amaçla deney planlaması sonucunda çıktı üzerine etkin faktör olarak belirlenen değişkenlerin ANFIS modeli kullanarak saptanan üyelik fonksiyonları yardımı ile tespit edilebileceği araştırılmak istenmiştir.

ANFIS modeli ile deney planlamasından elde edebileceğimiz sonuçlara ulaşmanın mümkün olup olmayacağını görebilmek amacıyla dört ayrı çalışma üzerinde analizler gerçekleştirilmiştir. Söz konusu dört çalışmanın verileri ise, biri seramik sektöründen, ikincisi kimya endüstrisindeki bir çalışmadan ve diğerleri beyaz eşya üreten bir işletmeden elde edilmiş verilerdir.

Uygulamada deney planlaması analizleri MINITAB paket programı ile gerçekleştirilirken, bulanık mantık analizleri ise MATLAB paket programı ile gerçekleştirilmiştir.

Deney planlaması tekniği ile çözümlenmiş araştırmalara ait analizler ve daha sonra bu sistemlere ANFIS modelinin uygulanması işlemlerine aşağıda sırasıyla yer verilecektir

### **5.1. Yer Karosundaki Renk Problemi İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı**

Seramik sektöründe en çok karşılaşılan problemlerden biri olan yer karosunda üretim aşamasındaki renk farklılığı problemi daha önceki çalışmalarda deney planlaması yöntemi ile araştırılmıştır [51]. Söz konusu çalışmadaki bu veriler çalışmamızda ANFIS mimarisi ile modellenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Yer karosundaki renk farklılığı, karoların renklerinin gözün algılayabileceği kadar farklı olması olarak tanımlanabilmektedir. Renk parametreleri ise;  $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  değerlerinden oluşmaktadır. Burada,

L\*: parlaklığı,  
a\*: pozitif iken kırmızı, negatif iken yeşil rengi,  
b\*: pozitif iken sarı, negatifken mavi rengi  
temsil etmektedir.

Delta çıktı değeri ise, üç boyutlu uzayda iki nokta arasındaki mesafe olarak tanımlanmaktadır ve delta değeri eşitlik (5.1)' de verildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \quad (5.1)$$

Çalışmada ele alınan yer karolarının renkleri, pembe ve gri renklerin karışımından oluşmaktadır. Çıktı parametresi ise, yer karosu üzerinde tanımlanmış bir koordinattan ölçülen L\*, a\*, b\* değerlerinden elde edilen  $\Delta E^*$ 'dir.

Söz konusu verilere, deney planlaması çalışmasında  $2^{6-1}$  kesirli faktör tasarımı yöntemi uygulanmıştır. Altı tane girdi faktörü ve bunların düzeylerine Çizelge 5.1'de yer verilmiştir.

**Çizelge 5.1.** Yer karosundaki renk problemi için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri

Faktörler	Düzeyler	
	Düşük	Yüksek
Elek	-1	1
1.baskı gramaj	0,6	1,0
2.baskı gramaj	0,6	1,0
Üst sır gramaj	16	19
Sır viskozite	10	12
1.baskı viskozite	210	420

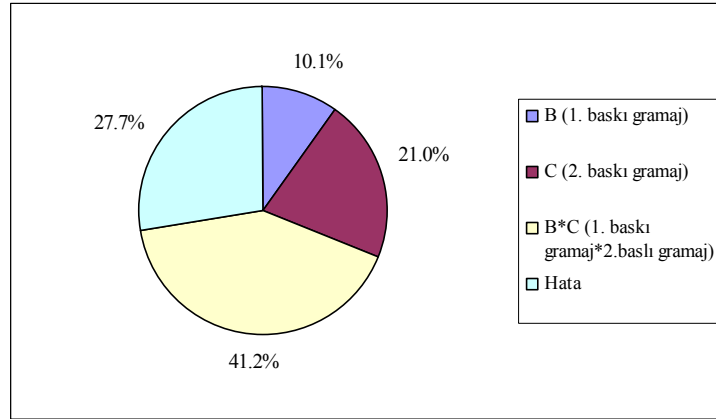
Üretim sürecinde yer alan 32 deney rassal sıra ile yapılmıştır. Deney sonuçları Çizelge 5.2.'deki sonuç ANOVA tablosunda gösterildiği gibi elde edilmiştir.

**Çizelge 5.2.** Yer karosundaki renk problemi için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu

Değişim Kaynağı	SD	KT	KO	F	p
B (1. baskı gramaj)	1	0,33620	0,33620	10,24	0,003
C (2. baskı gramaj)	1	0,69620	0,69620	21,21	0,000
B*C (1. baskı gramaj*2.baskı gramaj)	1	1,36951	1,36951	41,72	0,000
Hata	28	0,91918	0,03283		
Toplam	31	3,32109			

ANOVA tablosundan pembe rengin ağırlığı (1. baskı gramaj) ve gri rengin ağırlığı (2. baskı gramaj) değişkenlerinin ve bunların etkileşimlerinin istatistiksel olarak anlamlı ve önemli değişkenler olduğu ve dolayısıyla etkin faktörler olduğu görülebilmektedir.

Aynı sonuçlara pasta grafiğinden de ulaşmak mümkün olabilmektedir. Karo rengi için etkin faktörler Şekil 5.1.'den de görüldüğü gibi, 1. baskı gramaj, 2. baskı gramaj ve bunların etkileşimleridir. En yüksek etkiye %41 ile etkileşim sahipken 1. baskı gramaj %10 oranında, 2. baskı gramaj ise %21 oranında bir etkiye sahiptir.



**Şekil 5.1.** Yer karosundaki renk problemi için etkin faktörlerin pasta diyagramı

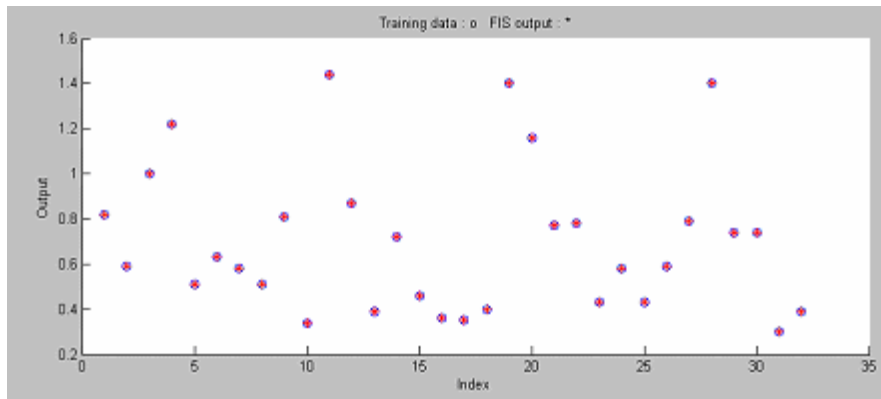
Çalışmada deney planlamasından elde edilen bu verilere Jang'ın ANFIS modeli uygulanmıştır. ANFIS modelinin oluşturulmasında, 6 tane giriş değişkeni ve tek bir çıkış değeri kullanılmıştır. Buradaki 6 tane giriş değişkeni deney tasarımında kullanılan faktörler olan, elek, 1. baskı gramaj, 2. baskı gramaj, üst sır gramaj, sır viskozite ve 1. baskı viskozite iken çıkış değişkeni ise  $\Delta E$  \* değeridir.

Jang'ın ANFIS modeli üyelik fonksiyonu olarak Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonunu kullandığından, her bir giriş değişkeni Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonuna uygun olarak iki bulanık kümeye ayrılmıştır. Söz konusu iki bulanık küme ise, deney planlamasında kullanılan iki seviyeye karşılık gelmektedir.

Sonraki aşamada, ANFIS editörü altında bulanık mantık çıkarım sistemi çalıştırılarak giriş değişkenlerine ve çıkış değişkenine ait 64 tane kural oluşturulmuştur. Söz konusu 64 kural Sugeno bulanık mantık çıkarım sistemine uygun olarak oluşturulmakta ve bu kurallar 6 faktörün 2 seviyesinin kombinasyonu şeklinde gerçekleşmektedir.

Üyelik fonksiyonları belirlenip kurallar oluşturulduktan sonra ise, 6 giriş değişkenine ve tek çıktı değerine ait veri seti 100 devirde eğitilmiştir. Eğitim sonucunda ANFIS modelinin RMSE değerinin  $9.0339e^{-007}$  gibi çok küçük bir değere ulaştığı görülmüştür. Elde edilen hata değerini yani sistemin performans ölçütünün oldukça küçük olması bize, ANFIS modelinin bu sisteme uygun olduğunu göstermektedir.

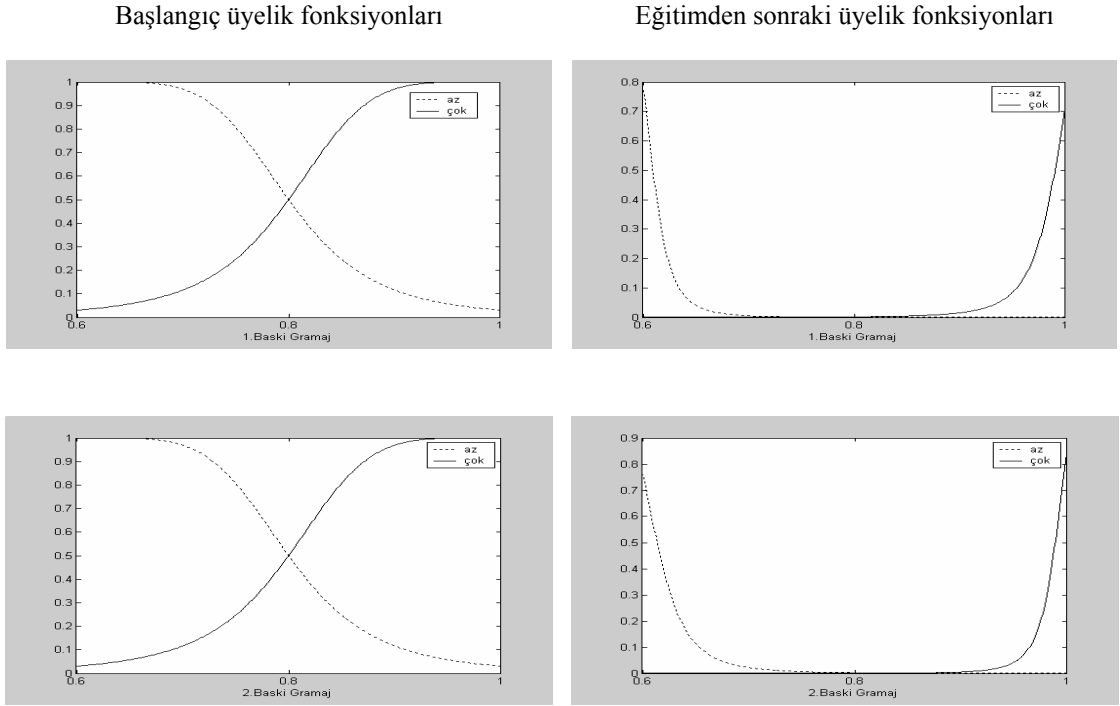
Şekil 5.2. incelendiğinde ANFIS modelinin bu sisteme uygun olduğu anlaşılmaktadır. Bu da ANFIS modelinin analizleri sonucunda elde edilen çıktı değerleri ile, kesirli faktör tasarımında kullanılan ve gerçek çıktı değerleri olarak kabul edilen  $\Delta E^*$  değişkenine ait değerlerin çakıştığını ifade etmektedir.



Şekil 5.2. Yer karosundaki renk problemi için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulduğu veriler (+)

$2^{6-1}$  kesirli faktör tasarımı ile elde edilen hata değeri 0.18 olarak bulunmuşken, ANFIS modelindeki hata değeri ise  $9.0339e^{-007}$  olarak elde edilmiştir. Bu değerlerden görüldüğü gibi ANFIS modeli  $2^{6-1}$  deney planlamasına göre çok daha küçük bir hata değerine ulaşmıştır.

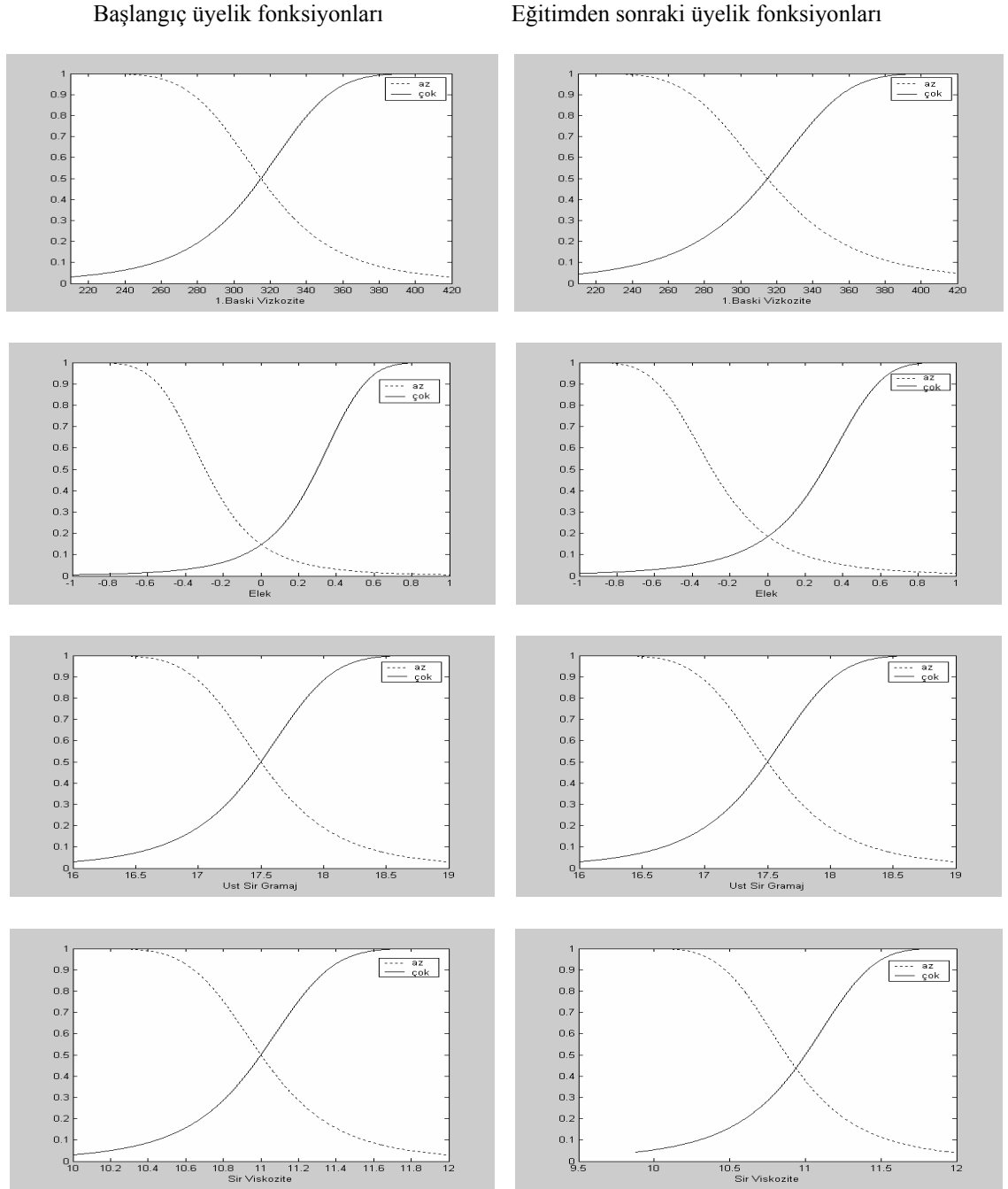
Şekil 5.3.'de etkin ana faktörler olan “1. baskı gramaj” ve “2. baskı gramaj” değişkenlerinin başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarına yer verilmiştir. 1. baskı gramaj değişkeni ve 2. baskı gramaj değişkeni iki bulanık kümeye sahiptir. Her iki değişkenin grafiğinde (...az) eğrisi değişkenin birinci üyelik fonksiyonunu, (-çok) eğrisi değişkenin ikinci üyelik fonksiyonunu göstermektedir. İncelenen değişkenlere ait olan üyelik fonksiyonları genelleştirilmiş bell üyelik fonksiyonuna aittir ve bu fonksiyonun parametrelerini içermektedir. Eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarındaki değişimler fonksiyonun parametrelerine bağlı olarak gerçekleşmektedir.



**Şekil 5.3.** Yer karosundaki renk problemi için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

Etkin faktörlerin başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları arasında farkın oldukça büyük olduğu görüldüğü halde, deney planlamasında etkisi olmadığı belirlenen faktörler olan, 1. baskı viskozite,

elek, üst sır gramaj ve sır viskozitenin Şekil 5.4.'de de verildiği gibi başlangıç üyelik fonksiyonu ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonu arasında önemli bir fark olmadığı görülmüştür. Bu durum söz konusu faktörlerin sistemin performans ölçütü RMSE değerini minimize edebilmede etkin olmadıkları şeklinde yorumlanabilmektedir.



Şekil 5.4. Yer karosundaki renk problemi için etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

Sonuç olarak yapılan analizler ANFIS modelinde çıktı üzerine etkin faktörlerin, üyelik fonksiyonları yardımıyla tespit edilebileceğine işaret etmektedir. Dolayısıyla ANFIS modeli ile deney planlamasından elde edebilecek bilgilere ulaşmanın mümkün olabileceği anlaşılmaktadır.

## **5.2. Bir Fizikokimyasal Deney (HICP) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı**

Bu araştırmada bir deney planlaması düzenlenmiş ve bu amaçla da HICP (hemispherical inductively coupled plasma) ve MICP (multipole inductively coupled plasma) değerlerinin sınırları oluşturulmuştur. Böyle bir çalışmanın orijinal verilerinin deney planlaması ve ANFIS analizi için uygun olabileceği düşüncesiyle yazarından talep edilen ve onun göndermiş olduğu orijinal HICP verileri çalışmanın materyalini oluşturmuştur.

Yarım küresel elektriksel indirgenmeyle birleştirilmiş plazma (HICP) verisi Etch sistemini oluşturmaktadır. Sistem; plazma, uzay ve reaksiyon odası olmak üzere üç odadan meydana gelmektedir. HICP, 35,6 cm iç çaplı, birbirleriyle 4 mm uzaklıkta 10 turluk bakır sarımlı plazma odasında oluşturulmuştur. Odanın üstünde, gazların odaya bırakıldığı hareketsiz bir gaz yolu yerleştirilmiştir. Uzay odasından viton o-halkasıyla vakumla mühürlenmiş bir sonda eklenmiştir. Plazmanın yonga plakası ile reaksiyona girdiği reaksiyon odası yonga transfer yolunu ve bir vakum yolunu içermektedir [52].

Bu deney ile ilgili veriler  $2^4$  faktör tasarımı şeklinde yeniden düzenlenerek MINITAB paket programında varyans analizi gerçekleştirilmiştir. Dört adet girdi değişkeni ve bunların düzeylerine ise Çizelge 5.3.'de yer verilmiştir. Çıktı değişkeni olarak da elektron yoğunluğu (her plazma özelliğinin ortalamasından oluşan Electron density  $N_e$ ) değişkeni ele alınmıştır.

**Çizelge 5.3.** HICP verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri

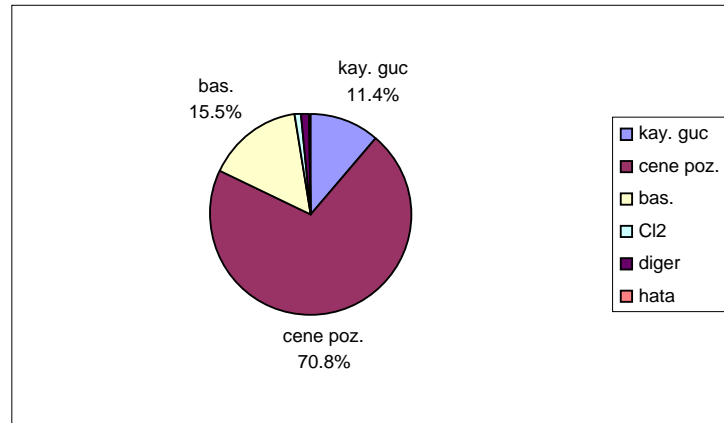
Faktörler	Düzeyley	
	Düşük	Yüksek
Kaynağın gücü	700	900
Çene pozisyonu	-30	90
Basınç	5	10
C12 akış hızı	60	120

Burada gerçekleştirilen 16 deney rassal sıra ile yapılmıştır. Deney sonuçları Çizelge 5.4'deki sonuç ANOVA tablosunda gösterildiği gibi elde edilmiştir.

**Çizelge 5.4.** HICP verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu

Değişim Kaynağı	SD	KT	KO	F	p
Kaynağın gücü	1	18,771	18,771	285,16	0,000
Çene pozisyonu	1	117,018	117,018	1777,72	0,000
Basınç	1	25,68	25,68	390,12	0,000
C12 Akış hızı	1	1,283	1,283	19,48	0,002
Kaynağın gücü*Çene poz.	1	0,66	0,66	10,03	0,013
Çene poz.*Basınç	1	0,995	0,995	15,12	0,005
Çene poz.*C12 Akış hızı	1	0,339	0,339	5,15	0,053
Hata	8	0,527	0,066		
Toplam	15	165,272			

$2^4$  faktör tasarımı sonucunda Çizelge 5.4.'deki sonuç ANOVA tablosundan ve Şekil 5.5.'deki pasta grafiğinden görüldüğü gibi 4 faktör de etkin faktör olarak elde edilmiştir. En yüksek etkiye çene pozisyonu sonrasında basınç ve kaynağın gücü değişkenleri sahiptir. Dördüncü değişken olan C12 akış hızı değişkeninin etkisi ise, diğerlerine göre oldukça düşüktür.



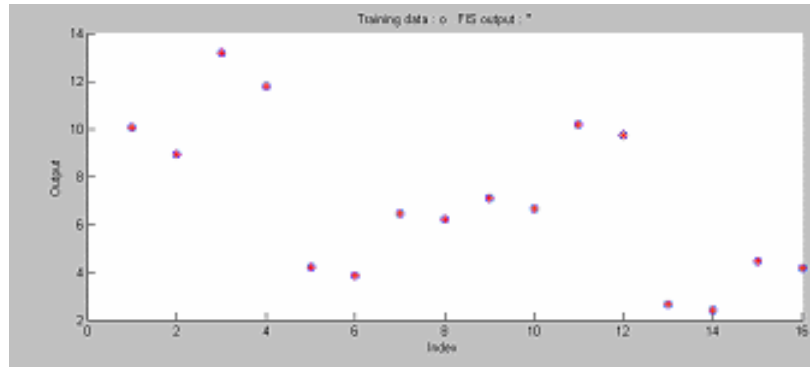
**Şekil 5.5.** HICP verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı



Deney planlamasından elde edilen bu verilere ANFIS modeli uygulanmıştır. Burada, ANFIS modelinin oluşturulmasında, 4 tane giriş değişkeni ve tek bir çıkış değeri kullanılmıştır. Söz konusu 4 tane giriş değişkeni deney planlamasında kullanılan faktörler iken çıkış değeri ise elektron yoğunluğu değişkenidir.

Her bir giriş değişkeni Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonuna uygun olarak iki bulanık kümeye ayrılmıştır. Söz konusu iki bulanık küme ise yine deney tasarımında iki seviyeye karşılık gelmektedir. ANFIS editörü altında bulanık mantık çıkarım sistemi çalıştırılarak giriş değişkenlerine ve çıkış değişkenine ait 16 tane kural oluşturulmuştur. Bu kurallar 4 faktörün 2 seviyesinin kombinasyonu şeklinde gerçekleşmektedir.

Üyelik fonksiyonları belirlenip kurallar oluşturulduktan sonra veri seti 100 devirde eğitilmiş ve eğitim sonucunda ANFIS modelinin RMSE değerinin  $7.4275e^{-006}$  gibi çok küçük bir değere ulaştığı görülmüştür. Şekil 5.6.'da ANFIS modelinin bu sisteme uygun olduğu görülmekte ve uygulamada yine ANFIS çıktı değerleri ile gerçek çıktı değerleri çakışmaktadır.



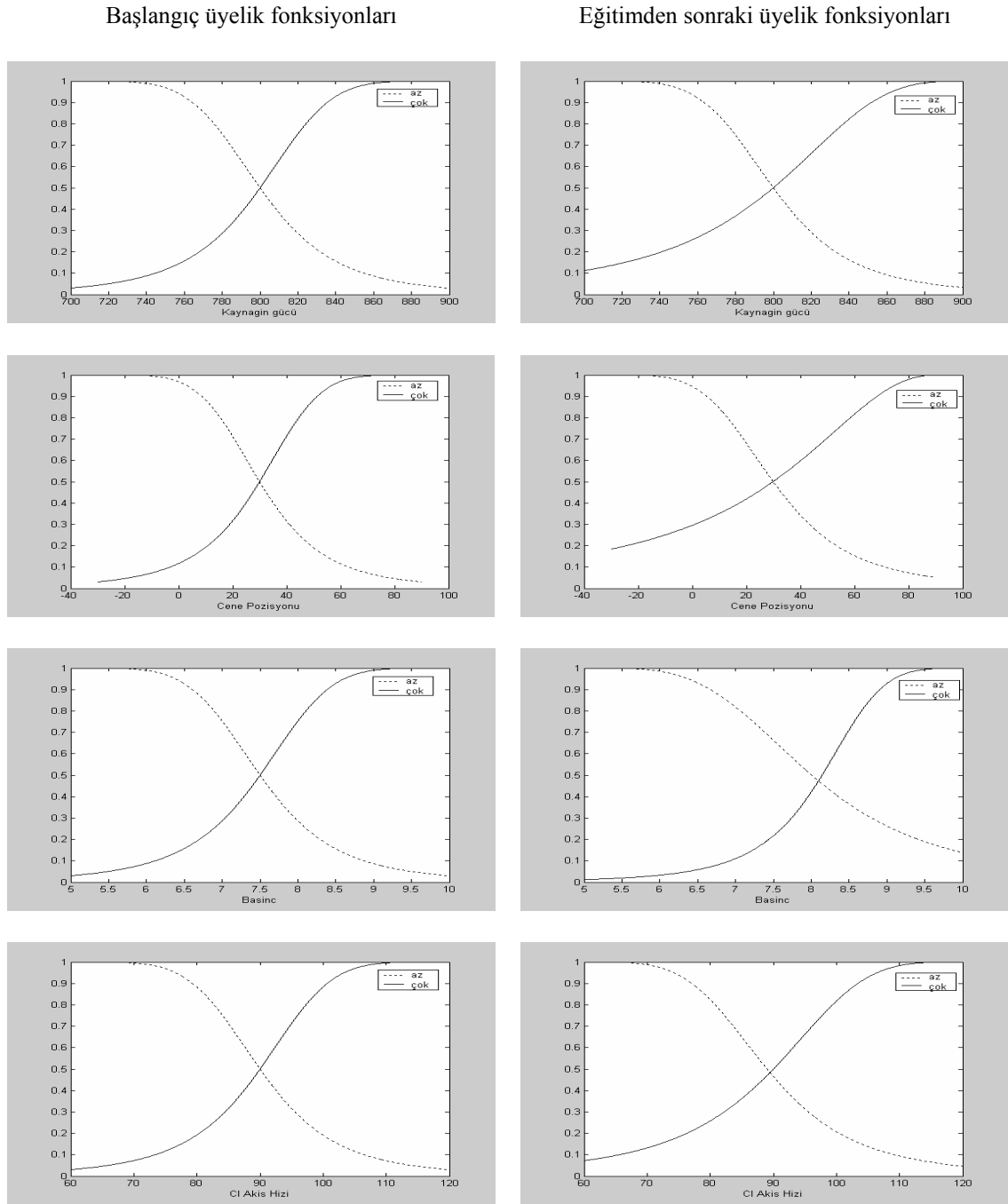
Şekil 5.6. HICP verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS'in bulduğu veriler (+)

$2^4$  faktör tasarımı ile elde edilen hata değeri 0.25 olarak elde edilirken ANFIS modelindeki sistemin performans ölçütü olan hata değeri ise  $7.4275e^{-006}$  olarak bulunmuştur. Elde edilen değerlerden ANFIS modelinin bu çalışmada da deney planlamasına göre çok daha küçük bir hata değerine ulaştığı görülmüştür.

$2^4$  faktör tasarımına göre çene pozisyonu, basınç, kaynağın gücü ve CI2 akış hızı değişkenlerinin etkin faktörler olduğu görülmüştü. Söz konusu bu dört faktörün ANFIS modelinde de etkin olduğunun, başlangıç üyelik fonksiyonları ile

eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarının karşılaştırılması ile de saptanabilmesi bu çalışmada da mümkün olmaktadır.

Şekil 5.7.' de Etkin ana faktörleri olan “çene pozisyonu”, “basınç,” “kaynağın gücü” ve “CI2 akış hızı” değişkenlerine ait başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarına yer verilmiştir:



Şekil 5.7. HICP verileri için Etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

Sonuçta çalışmada yapılan analizler sonucunda ANFIS modelinde çıktı üzerine etkin faktörlerin, üyelik fonksiyonları yardımıyla tespit edilebileceği görülmüştür. Şekil 5.7’de CI2 akış hızı değişkeninin üyelik fonksiyonunda fazla bir değişim görülmemiştir. HICP verileri için çizilen pasta diyagramına bakıldığında bu faktörün etki yüzdesinin diğerlerine göre çok az olduğu görülmektedir. Dolayısıyla etki yüzdesi fazla olan faktörlerin üyelik fonksiyonunda eğitimden önce ve sonraki değişimler de daha fazla olmaktadır.

### 5.3. Beyaz Eşya Üretiminde (Sk-daire) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı

Bu çalışma beyaz eşya üretimi yapan ve adının açıklanmasını istemeyen bir işletmeden elde edilen verilere uygulanmıştır. Bir beyaz eşya sektöründe, bir parçada silindir deliği deformasyonu adı verilen bir bozuluma sebep olan faktörlerin Sk-daire üzerine etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Uygulamada ele alınan girdi değişkenleri 1. çıkışlı susturucu, 2. çıkışlı susturucu, sk (silindir kafasının torklanması), dy (dış yatağın torklanması) ve stator değişkenleri olmak üzere beş adettir. Çıktı değişkeni ise Sk-daire değişkenidir. Deney planlaması yöntemi olarak iki tekrarlı  $2^5$  faktör tasarımı kullanılmıştır. Beş adet girdi değişkeni ve bunların düzeyleri Çizelge 5.5.’de verilmiştir:

**Çizelge 5.5.** (Sk-daire) verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri

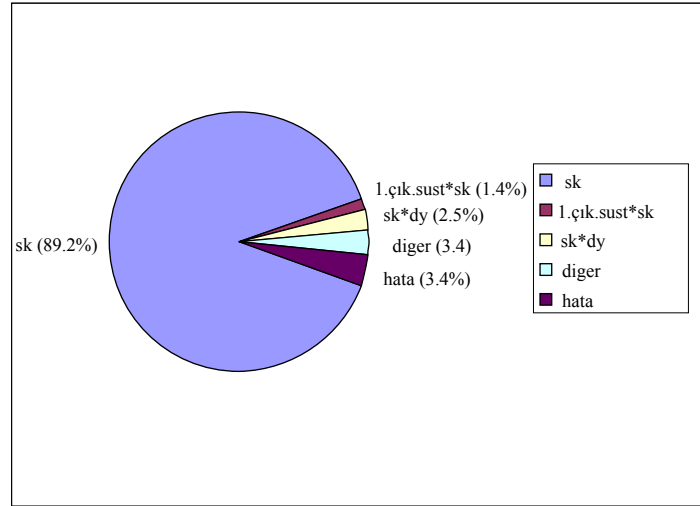
Faktörler	Düzeyler	
	Düşük	Yüksek
1.çık.susturucu	Sıkılı(0)	Boşta(110)
2.çık.susturucu	Sıkılı(0)	Boşta(110)
sk	Sıkılı(0)	Boşta(80)
dy	Sıkılı(0)	Boşta(60)
Stator	Sıkılı(0)	Boşta(80)

$2^5$  faktör tasarımına ait deney sonuçları Çizelge 5.6.’ da verilmiştir.

**Çizelge 5.6.** (Sk-daire) verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu

Değişim Kaynağı	SD	KT	KO	F	p
1.çık.sust	1	0,391	0,391	3,95	0,052
sk	1	127,126	127,126	1284,10	0,000
dy	1	0,601	0,601	6,07	0,017
stator	1	1,102	1,102	11,13	0,002
1.çık.sust*sk	1	1,960	1,960	19,80	0,000
1.çık.sust*stator	1	0,856	0,856	8,65	0,005
sk*dy	1	3,610	3,610	36,46	0,000
sk*stator	1	0,951	0,951	9,61	0,003
dy*stator	1	0,456	0,456	4,61	0,036
Hata	54	5,399	0,099		
Toplam	63	142,45			

Sk-daire çıktı değeri üzerine uygulanan  $2^5$  faktör tasarımı sonucunda Çizelge 5.6'daki ANOVA tablosundan görüldüğü gibi 1. çık.susturucu, sk, dy ve stator değişkenlerinin etkin faktörler olduğu 0.05 anlam düzeyinde belirlenmiştir. Burada sk değeri olan silindir kafasının torklanması değişkeninin deformasyonu etkileyen en büyük unsur olduğu görülmüştür. Pasta grafiğinde de en yüksek etkiye sk değişkeninin sahip olduğu görülmekte olup diğer değişkenlerin etki yüzdesinin çok düşük olması nedeniyle grafikte yer almadığı söylenebilir.



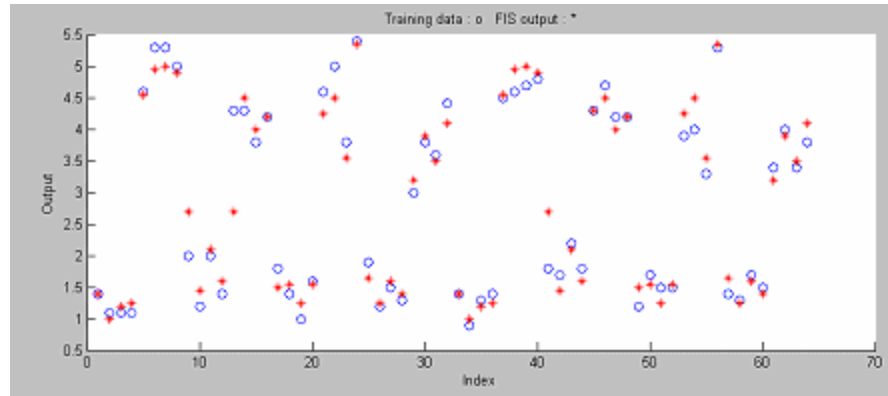
**Şekil 5.8.** (Sk-daire) verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı

ANFIS modelinin oluşturulmasında ise, 5 tane giriş değişkeni ve tek bir çıkış değeri kullanılmıştır. Söz konusu 5 tane giriş değişkeni deney planlamasında kullanılan faktörler iken çıkış değeri ise Sk-daire değişkenidir. Her bir giriş değişkeni Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonuna uygun olarak iki bulanık

kümeye ayrılmıştır. Söz konusu iki bulanık küme ise yine deney planlamasındaki seviyeye karşılık gelmektedir. ANFIS editörü altında bulanık mantık çıkarım sistemi çalıştırılarak giriş değişkenlerine ve çıkış değişkenine ait 32 tane kural oluşturulmuştur. Bu kurallar 5 faktörün 2 seviyesinin kombinasyonu şeklinde gerçekleştirilmektedir.

Üyelik fonksiyonları belirlenip kurallar oluşturulduktan sonra veri seti 100 devirde eğitilmiş ve eğitim sonucunda ANFIS modelinin RMSE değerinin 0.2875 değerine ulaştığı görülmüştür. Elde edilen hata değerinin küçük olması bize, ANFIS modelinin bu sisteme uygun olduğunu göstermektedir.

Şekil 5.9. incelendiğinde ise, ANFIS çıktı değerlerinin gerçek çıktı değeri olarak kullanılan Sk-daire çıktı değerleri etrafında toplandığını bazı değerlerde ise bire-bir çakıştığı görülmektedir. ANFIS çıktı değerlerinin gerçek çıktı değeri etrafında toplanmasını ise, gerçek çıktı değerlerinin deneysel olarak iki tekrarlı denemeye elde edilmesine ve fiziksel olarak gerçekleşen kontrol edilemeyen faktörlerden meydana gelen değişkenliğin deney sonuçlarına yansımından ileri gelmesi şeklinde açıklanabilmektedir.

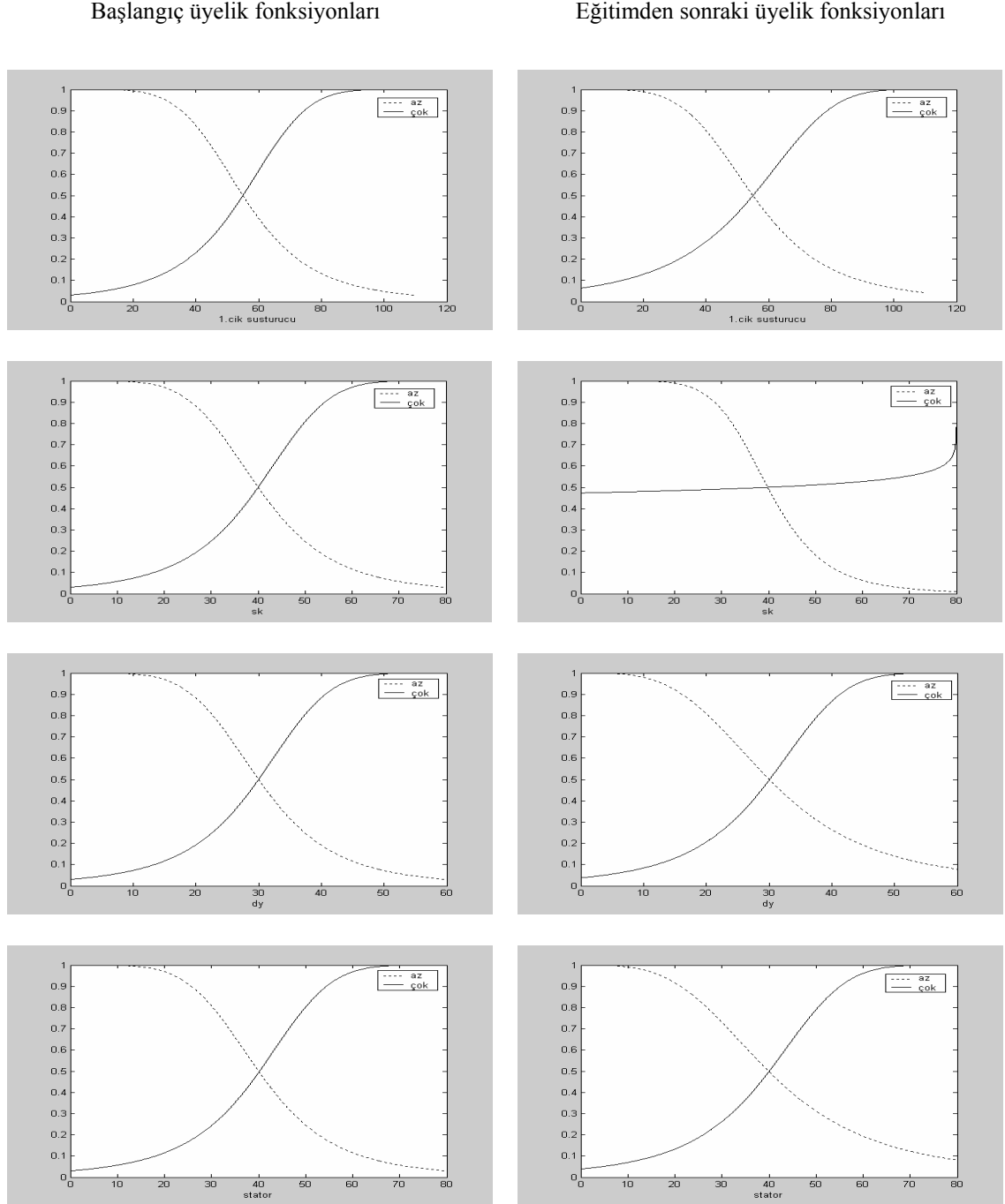


Şekil 5.9. (Sk-daire) verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulduğu veriler (+)

Deney planlaması ile elde edilen hata değeri ise, 0.31 olarak elde edilirken ANFIS modelinin RMSE değeri 0.2875 olarak bulunmuştur. ANFIS modelinin bu çalışmada da deney planlamasına göre daha küçük bir hata değerine ulaştığı görülmüştür.

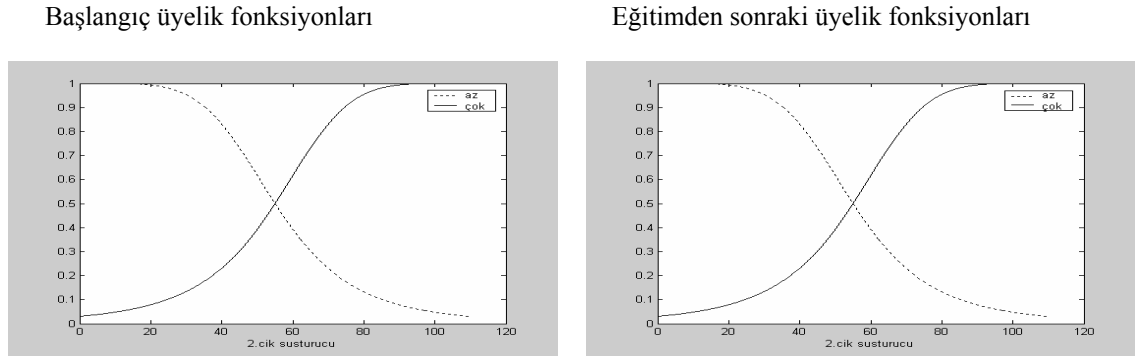
$2^5$  faktör tasarımı sonucunda “1. çık. susturucu”, “sk”, “dy” ve “stator” değişkenlerinin etkin faktörler olduğu belirlenmiştir. Aynı faktörlerin ANFIS

modelinde de etkin faktörler olduğu başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarından görebilmek mümkün olmaktadır. Şekil 5.10.'da söz konusu faktörlerin grafiklerine yer verilmiştir. Bu uygulamada da etkin faktörlerin üyelik fonksiyonlarında değişmelerin olduğu görülmüştür.



Şekil 5.10. (Sk-daire) verileri için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

Etkin faktörlerin başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları arasında farkın oldukça büyük olduğu görüldüğü halde, deney planlamasında etkisi olmadığı belirlenen faktör olan 2. çık. susturucunun Şekil 5.11.'de de verildiği gibi başlangıç üyelik fonksiyonu ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonu arasında önemli bir fark olmadığı görülmüştür.



**Şekil 5.11** (Sk-daire) verileri için, etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

#### 5.4. Beyaz Eşya Üretiminde (Dy-daire) Verileri İçin Deney Planlaması ve Bulanık Mantık Yaklaşımı

Bu çalışma beyaz eşya üretimi yapan ve adının açıklanmasını istemeyen bir işletmeden elde edilen verilere uygulanmıştır. Bir beyaz eşya sektöründe bir parçada silindir deliği deformasyonu adı verilen bir bozuluma sebep olan faktörlerin Dy-daire üzerine etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Uygulamada ele alınan girdi değişkenleri 1. çıkışlı susturucu, 2. çıkışlı susturucu, sk (silindir kafasının torklanması), dy (dış yatağın torklanması) ve Sator değişkenleri olmak üzere beş adettir. Çıktı değişkeni ise Dy-daire değişkenidir. Beş adet girdi değişkeni ve bunların seviyeleri Çizelge 5.7.'de verilmiştir:

**Çizelge 5.7.** (Dy-daire) verileri için deney planlamasındaki girdi faktörleri ve düzeyleri

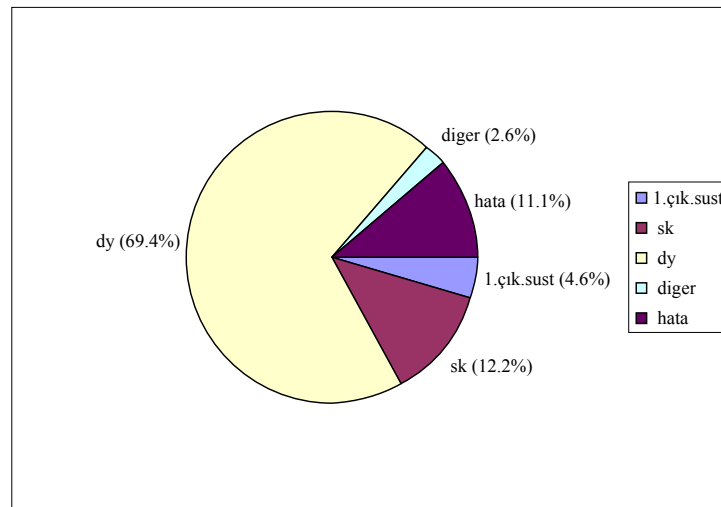
Faktörler	Düzeyler	
	Düşük	Yüksek
1. çık.susturucu	Sıkılı(0)	Boşta(110)
2. çık.susturucu	Sıkılı(0)	Boşta(110)
sk	Sıkılı(0)	Boşta(80)
dy	Sıkılı(0)	Boşta(60)
Stator	Sıkılı(0)	Boşta(80)

2<sup>5</sup> faktör tasarımına ait deney sonuçları Çizelge 5.8. de verilmiştir:

**Çizelge 5.8.** (Dy-daire) verileri için deney planlamasındaki sonuç ANOVA tablosu

Değişim Kaynağı	SD	KT	KO	F	P
1. çık.sust	1	5,8202	5,8202	20,25	0,000
sk	1	15,3077	15,3077	53,26	0,000
dy	1	87,1889	87,1889	303,37	0,000
Hata	60	17,2447	0,2874		
Toplam	63	125,5611			

Dy-daire çıktı değeri üzerine uygulanan 2<sup>5</sup> faktör tasarımı sonucunda Çizelge 5.8'deki ANOVA tablosundan, 1. çık.susturucu, sk, ve dy değişkenlerinin etkin faktörler olduğu 0.05 anlam düzeyinde belirlenmiştir. Şekil 5.12.' deki pasta grafiğinde de dy dış yatağın torklanması deformasyonu etkileyen en büyük unsur olarak görülmektedir. Burada deformasyona etki eden sebepler olarak sk ve 1. çık.susturucu değişkenlerinin olduğu da söylenebilmektedir.



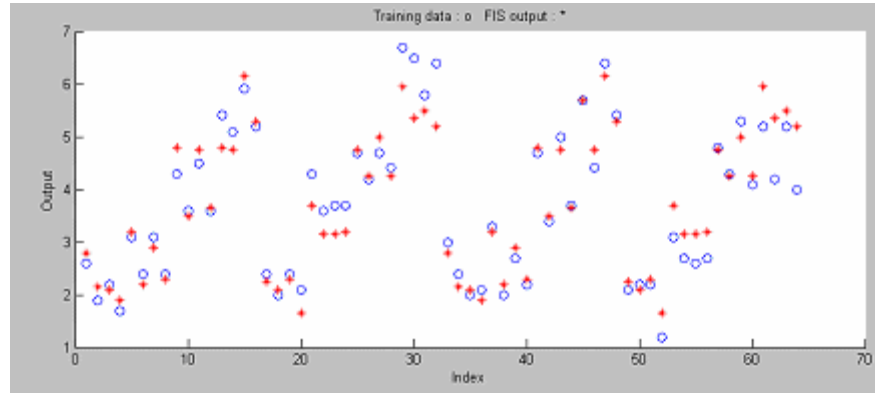
**Şekil 5.12.** (Dy-daire) verileri için etkin faktörlerin pasta diyagramı



ANFIS ile modelinin oluşturulması aşamasında her bir giriş değişkeni Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonuna uygun olarak iki bulanık kümeye ayrılmıştır. ANFIS editörü altında bulanık mantık çıkarım sistemi çalıştırılarak giriş değişkenlerine ve çıkış değişkenine ait 32 tane kural oluşturulmuştur.

Üyelik fonksiyonları belirlenip kurallar oluşturulduktan sonra veri seti 100 devirde eğitilmiş ve eğitim sonucunda ANFIS modelinin RMSE değerinin 0.4297 değerine ulaştığı görülmüştür. Burada da elde edilen hata değerinin küçük olması, ANFIS modelinin bu sisteme uygun olduğunu göstermektedir.

Şekil 5.13. de ise, ANFIS çıktı değerlerinin gerçek çıktı değeri olarak kullanılan Dy-daire çıktı değerleri etrafında toplandığını bazı değerlerde ise birebir çakıştığı bu çalışmada da görülebilmektedir.



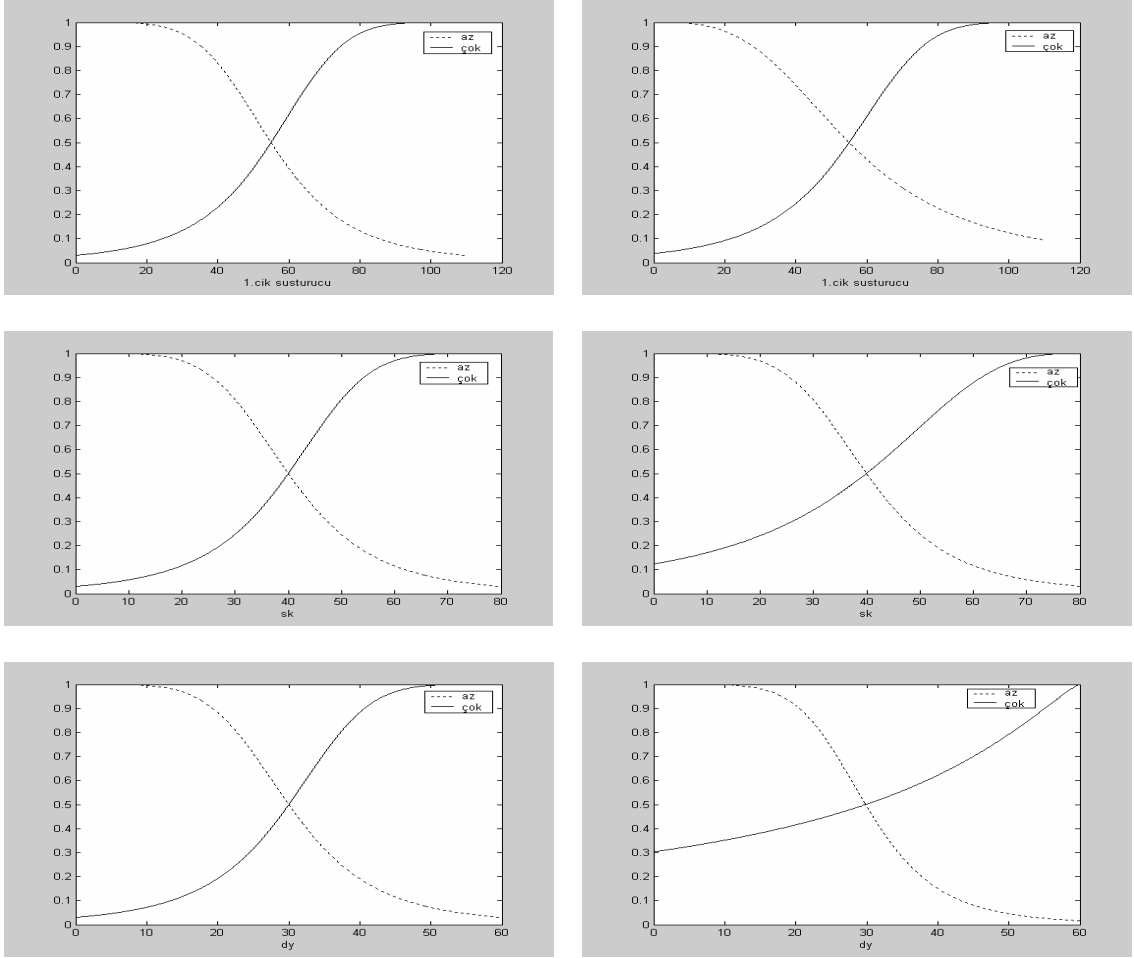
**Şekil 5.13.** (Dy-daire) verileri için gerçek veriler (o) ve eğitim sonucunda ANFIS in bulduğu veriler (+)

Deney planlaması ile elde edilen hata değeri 0.53 olarak elde edilirken ANFIS den hesaplanan sistemin performans ölçütü değeri ise 0.4297 olarak bulunmuştur. ANFIS modelinin bu çalışmada da deney planlamasına göre daha küçük bir hata değerine ulaştığı görülmüştür.

Dy daire çıktı değişkeni üzerine  $2^5$  faktör tasarımı sonucunda “1. çık. susturucu”, “sk ”ve “dy” değişkenlerinin etkin faktörler olduğu belirlenmişti. Aynı faktörlerin ANFIS modelinde de etkin faktörler olduğu başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarından görebilmek bu çalışmada da mümkün olmaktadır. Şekil 5.14.’de söz konusu faktörlerin grafiklerine yer verilmiştir:

Başlangıç üyelik fonksiyonları

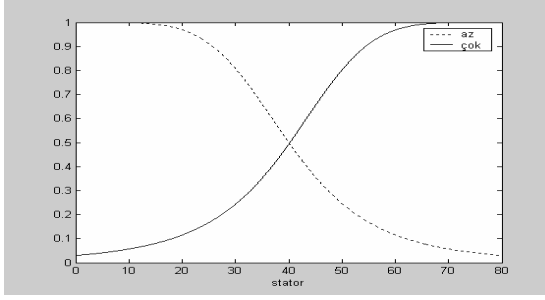
Eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları



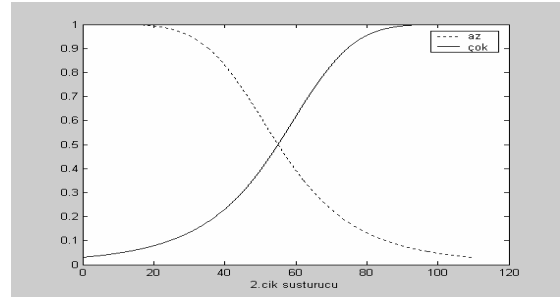
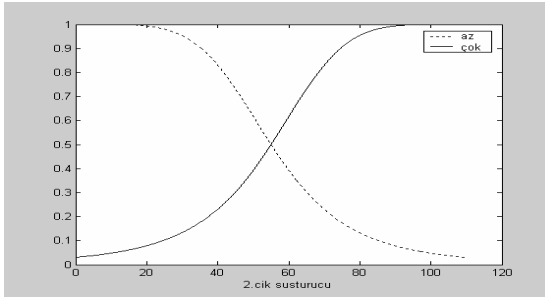
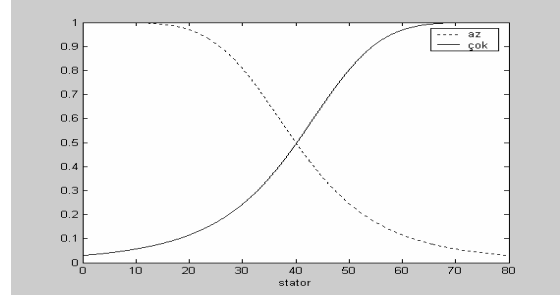
Şekil 5.14. (Dy-daire) verileri için etkin ana faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

Etkin faktörlerin başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları arasındaki farkın oldukça büyük olduğu görüldüğü halde, deney tasarımında etkisi olmadığı belirlenen faktörlerin başlangıç üyelik fonksiyonu ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonu arasında önemli bir fark olmadığı Şekil 5.15.'den görülebilmektedir.

Başlangıç üyelik fonksiyonları



Eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları



Şekil 5.15. (Dy-daire) verileri için etkin olmayan faktörlerin başlangıç ve eğitimden sonraki üyelik fonksiyonları

## 5.5. Uygulama Sonuçlarına İlişkin Değerlendirmeler

Uygulamada incelen dört çalışma için yapılan istatistiksel analizler ve bulanık mantık çalışmaları sonucunda, ANFIS ile deney planlaması yöntemlerinin benzer sonuçlara ulaştıran yöntemler olduğu söylenebilmektedir. Deney planlamasında faktör tasarımları ile elde edilen verilerin ANFIS ile de modellenebileceği ve benzer sonuçların elde edilebileceği görülmüştür. Ayrıca bu dört sistem için hesaplanan ANFIS in RMSE değerinin faktör tasarımları sonucunda elde edilen hata değerinden daha küçük olduğu sonucuna da varılmıştır. ANFIS sonucunda elde edilen hata değeri sistemin performansını göstermektedir. Çizelge 5.9.'da dört çalışma için deney planlaması ve ANFIS sistemine ait çıktı değişkenleri için performans karşılaştırmalarına yer verilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi ANFIS sistemi daha küçük hata değeri ile çalışmaktadır. ANFIS e ait hata değerinin oldukça küçük hesaplanması etkin ana faktörler olarak bulunan değişkenlerin RMSE değerini minimize etmede daha etkin olduğunu göstermektedir.

**Çizelge 5.9.** Deney planlaması ve ANFIS için performans karşılaştırması

<i>Çıktı Değişkeni</i>	<i>Deney planlaması(RMSE)</i>	<i>ANFIS(RMSE)</i>
$\Delta E^*$	0.18	$9.0339e^{-007}$
$N_e$	0.25	$7.4275e^{-006}$
Sk-daire	0.31	0.2875
Dy-daire	0.53	0.4297

Deney planlaması sonucunda etkin faktörler olarak bulunan değişkenler, ANFIS modelinden de başlangıç üyelik fonksiyonları ile eğitimden sonraki üyelik fonksiyonlarının değişmesi ile belirlenebilmekteydi. Üyelik fonksiyonlarının eğitimden sonraki değişimini istatistiksel açıdan incelenen dağılımın şekil ve konum parametrelerini göz önünde bulundurarak açıklamak da mümkün olmaktadır. İstatistiksel dağılımları konum ve şekil parametreleri belirlemektedir. Konum parametresi bir dağılımın merkezini belirlerken şekil parametresi ise dağılımın şeklini belirlemektedir.

Ele alınan uygulamalarda kullanılan üyelik fonksiyonu, Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonuydu ve Cauchy dağılımının genelleştirilmiş hali olduğundan Cauchy üyelik fonksiyonu olarak da adlandırılmaktaydı. Söz konusu üyelik fonksiyonunun denklemi ise,

$$Bell(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$

şeklinde ifade edilmekteydi. Bu dağılımda  $a$  şekil parametresini,  $c$  konum parametresini göstermektedir ve  $b$  parametresi ise  $a$  parametresi ile birlikte değişmektedir.

Gerçekleştirilen dört çalışmada etkin ana faktörlerin üyelik fonksiyonlarındaki değişim dağılımın şekil parametresi olan  $a$  parametresinin değişimine bağlanabilmektedir ve bu değişkenler için hem birinci hem de ikinci üyelik fonksiyonlarında  $a$  parametresinin değiştiği görülmektedir. Ancak etkin faktörlerin üyelik fonksiyonlarının  $a$  parametresi değişirken etkin olmayan diğer faktörlerin  $a$  parametrelerinin ise değişmediği de söylenebilmektedir. Söz konusu

incelenen dört çalışmanın etkin faktörleri ve etkin olmayan faktörleri için a, b, c parametrelerine sırasıyla aşağıda düzenlenen tablolarda yer verilmiştir.

**Çizelge 5.10.** Yer karosundaki renk problemi için GBÜF [a,b,c] parametreleri

Değişken	Gerçek değerler[a,b,c]	Eğitimden sonraki değerler[a,b,c]
<i>1.baskı gramaj (etkin faktör)</i>	Üf1[0.2 2.5 0.6] Üf2[0.2 2.5 1]	Üf1[0.03425 2.013 0.5752] Üf2[0.04983 2.011 1.04]
<i>2.baskı gramaj (etkin faktör)</i>	Üf1[0.2 2.5 0.6] Üf2[0.2 2.5 1]	Üf1[0.05476 2.011 0.5591] Üf2[0.03318 2.013 1.022]
<i>1.baskı viskozite</i>	Üf1[105 2.5 210] Üf2[105 2.5 420]	Üf1[105 2.151 210] Üf2[105 2.22 420]
<i>Elek</i>	Üf1[0.7057 2.5 -1.037] Üf1[0.7015 2.5 1.28]	Üf1[0.7057 2.107 -1.122] Üf1[0.7015 2.109 1.123]
<i>Üst sır gramaj</i>	Üf1[1.5 2.5 16] Üf1[1.5 2.5 19]	Üf1[1.5 2.133 15.89] Üf1[1.5 2.146 19.12]
<i>Sır viskozite</i>	Üf1[1 2.5 10] Üf1[1 2.5 12]	Üf1[1 2.11 9.876] Üf2[1 2.07 12.12]

**Çizelge 5.11.** HICP verileri için GBÜF [a,b,c] parametreleri

Değişken	Gerçek değerler[a,b,c]	Eğitimden sonraki değerler[a,b,c]
<i>Kaynağın gücü (etkin faktör)</i>	Üf1[100 2.5 700] Üf2[100 2.5 900]	Üf1[99.99 2.428 700] Üf2[100 1.497 900]
<i>Çene pozisyonu (etkin faktör)</i>	Üf1[60 2.5 -30] Üf2[60 2.5 90]	Üf1[59.95 2.902 -30.03] Üf2[60.031 1.076 89.98]
<i>Basınç (etkin faktör)</i>	Üf1[2.5 2.5 5] Üf2[2.5 2.5 10]	Üf1[2.83 1.71 5.179] Üf2[2.057 2.371 10.2]
<i>Cl<sub>2</sub> akış hızı (etkin faktör)</i>	Üf1[30 2.5 60] Üf1[30 2.5 120]	Üf1[29.91 2.077 60] Üf1[30.01 1.85 120]

Çizelge 5.12. (Sk-daire) verileri için GBÜF  $[a,b,c]$  parametreleri

Değişken	Gerçek değerler $[a,b,c]$	Eğitimden sonraki değerler $[a,b,c]$
<i>1.çık susturucu</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>55</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>55</b> 2.5 110]	Üf1[ <b>54.99</b> 2.253 -0.0007058] Üf2[ <b>55</b> 1.947 110]
<i>2.çık susturucu</i>	Üf1[ <b>55</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>55</b> 2.5 110]	Üf1[ <b>55</b> 2.057 -0.001503] Üf2[ <b>55</b> 2.007 110]
<i>sk</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>40</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>40</b> 2.5 80]	Üf1[ <b>39.88</b> 3.306 -0.06219] Üf2[ <b>40.06</b> 0.7752 79.97]
<i>dy</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>30</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf1[ <b>30</b> 2.5 60]	Üf1[ <b>30.02</b> 1.779 0.01003] Üf1[ <b>29.93</b> 2.333 60.02]
<i>Stator</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>40</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf1[ <b>40</b> 2.5 80.2]	Üf1[ <b>40</b> 1.75 -0.0943] Üf1[ <b>39.98</b> 2.316 80.01]

Çizelge 5.13. (Dy-daire) verileri için GBÜF  $[a,b,c]$  parametreleri

Değişken	Gerçek değerler $[a,b,c]$	Eğitimden sonraki değerler $[a,b,c]$
<i>1.çık susturucu</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>55</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>55</b> 2.5 110]	Üf1[ <b>55.02</b> 1.63 0.008819] Üf2[ <b>54.98</b> 2.328 110]
<i>2.çık susturucu</i>	Üf1[ <b>55</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>55</b> 2.5 110]	Üf1[ <b>55</b> 2.007 -0.0001793] Üf2[ <b>55</b> 2.03 110]
<i>sk</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>40</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf2[ <b>40</b> 2.5 80]	Üf1[ <b>39.96</b> 2.477 -0.01921] Üf2[ <b>40.04</b> 1.418 79.98]
<i>dy</i> ( <i>etkin faktör</i> )	Üf1[ <b>30</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf1[ <b>30</b> 2.5 60]	Üf1[ <b>29.89</b> 2.949 -0.05621] Üf1[ <b>30.09</b> 0.6043 59.96]
<i>Stator</i>	Üf1[ <b>40</b> 2.5 -8.882e <sup>-016</sup> ] Üf1[ <b>40</b> 2.5 80.2]	Üf1[ <b>40</b> 2.13 -0.18] Üf1[ <b>40</b> 1.925 80]

## 6. SONUÇ VE YORUMLAR

İnsan yaşamında “gerçek” olarak nitelenen pek çok sosyal, ekonomik ve teknik olaylar ve olgular aslında az yada çok belirsizlikler içerebilmektedirler. Bu belirsizlik, o olay veya olguya ilişkin bilgiler bakımından, kesin olmayan düşüncelerden veya kararsızlıklardan kaynaklanır. Gözlemlenen bir olayın tam anlamıyla kavranılıp yorumlanabilmesi için gerekli olan bilgiler, her durumda yeterli, kesin, değişmez olmadığı için, çoğunlukla yaklaşık bilgi ve düşünme yoluyla sonuca ulaşmak zorunluluğu doğar. Eldeki bilginin ve verilerin istenen düzeyde yeterliliği bulunmadığı durumlarda kararsız kalmak yerine, bunları kullanan uzmanın deneyim ve düşüncelerini de sürece dahil ederek karar verme aşamasına ulaşmak mümkündür. Böylesi karmaşık, belirsizlik içeren, kesin olmayan veriler ve bilgiler için “bulanık veriler” nitelemesi uygun düşmektedir. Bu nitelikteki veriler ile sonuca ulaşmak üzere izlenen bilimsel süreç ise, “bulanık mantık süreci” olarak adlandırılmıştır.

İstatistikte izlenen konvansiyonel karar alma süreçleri içerisinde, belli yanılma payları ile yani belli olasılıklar dahilinde verilen kararlar geçerli olmaktadır. Bu süreçteki belirsizlik olgusu, “bulanık mantık” anlayışı ile örtüşmemekte, kabul edilen yanılma payları ile sınırlanmaktadır. Buna karşılık bulanık mantık yaklaşımı, belirsiz verilerle karar vermede araştırmacıya olanaklar tanımakta, istatistiksel karar sürecinde avantajlı bir teknik olarak işlev kazanmaktadır.

Bulanık mantık kavramı, belirsizlik olgusunun bir açılımıdır ve belirli bir mantık sistemini ve küme işlemlerini içerir. Belirsizlik, rasgele veya rasgele olmayan durumlara bağlı olarak ortaya çıkar. Rasgele durumlarla ilgili analizler istatistik ve olasılık teknikleri kullanılarak gerçekleştirilebilirken, rasgele olmayan ve sözel nitelikteki verilere ilişkin belirsizlikler de bulanık mantık yaklaşımı ile çözümlenebilmektedir. Söz konusu iki yaklaşımın birbiriyle ilişkilendirilebileceği düşüncesiyle, “bulanık istatistik” adı verilen bu çalışmalar, deney planlaması, zaman serileri, regresyon çözümlenmeleri, konjoint analizi, hipotez testleri gibi alanlarda ortaya konmaya başlanmıştır.

Açıklayıcı ve açıklanan değişkenler arasındaki ilişki düzeylerini ortaya koymak üzere uygulanan istatistiksel yöntemlerle birlikte, bulanık mantık yaklaşımından da yararlanılıp yararlanılamayacağı hususu, araştırmacılar için birer araştırma konusu olmuştur. Örneğin Deneysel Planlaması ve analizi tekniği ile bulanık mantık tekniğinin araştırmacıyı ulaştıracağı sonuçlar arasında nasıl bir ilişki olacağı hususu incelemeye değer tutulmaktadır. Bu noktadan hareketle, bu çalışmada Deneysel planlaması ile Adaptif ağ tabanlı bulanık mantık çıkarım sistemi (ANFIS) arasındaki ilişkileri belirlemek üzere, aynı verileri her iki yaklaşımla ele alan analizler yapılarak varılan sonuçlar üzerinde durulmuştur.

Deneysel planlaması-varyans analizi uygulanmış dört çalışma ele alınarak, bunlara ait veriler ANFIS yaklaşımı altında yeniden değerlendirilip analiz edilerek, aynı girdilerle fakat farklı bir süreçle, yeni çıktılara ulaşılmıştır.

Bir seramik fabrikasında üretilen yer karolarının renk problemini ele alan ilk çalışmada renk değişkenini belirleyen 6 girdi değişkeni için uygulanan varyans analizi verileri Jang'ın ANFIS modeli üyelik fonksiyonu olan Genelleştirilmiş Bell üyelik fonksiyonu yardımıyla kümelere ayrılarak ve Sugeno bulanık mantık çıkarım sistemine uygun olacak şekilde 64 kural oluşturularak 100 devirde eğitilmiş bir ANFIS modeli kurularak çıktılara ulaşılmıştır. Süreç içinde, eldeki gerçek veriler ile eğitim sonunda oluşan ANFIS verilerinin birbirleri ile çok yakın/çakışan değerlerde olduğu gözlemlenmiş, buna karşılık  $2^{6-1}$  kesirli faktör tasarımı ile elde edilen hata değeri 0.18 iken, ANFIS' e ait hata değeri  $9.0339e^{-007}$  gibi çok küçük bir düzeyde gerçekleşmiştir. Ayrıca, varyans analizinde etkin faktörler ile etkisi olmayan faktörlerin, bulanık mantık yaklaşımıyla da saptanabildiği görülmüştür.

Bir endüstri problemi olan hemispherical inductively coupled plasma (HICP) çalışması verileri, araştırmacının izni ile kullanılarak  $2^4$  faktörlü bir deneysel planlaması ile varyans analizinde kullanılmış, sonrada ANFIS modellemesi ile bulanık istatistik uygulamasına geçilmiştir. 16 kural oluşturularak 100 devirde eğitilen bu verilerle elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, her iki teknikte elde edilen çıktılarının yakınsak/çakışmakta olduğu, etkin değişkenlerin aynı değişkenler olarak belirlendiği, hata değeri 0.25 olan varyans analizi sonuçlarına karşılık,



ANFIS modeli hata değerinin  $7.4275e^{-006}$  gibi küçük bir değer taşıdığı saptanmıştır.

Bir beyaz eşya sektöründe, adının açıklanmasını istemeyen bir işletmeden elde edilen ve bir parçaya ait silindir deliği deformasyonu ile ilgili (Sk-daire) ve (Dy-daire) adı verilen çıktı verilerini gerçekleyen değişkenlere ait veriler kullanılarak uygulamalar yapılmıştır.

Her iki çalışmada da önce varyans analizi tekniği uygulanmış,  $2^5$  faktör tasarımı ile ANOVA tabloları oluşturulmuştur. Devamında, veriler uygulayageldiğimiz ANFIS modelleri ile modellenerek sonuçlar elde edilmiştir.

Her iki çalışmada da orjinal veri-eğitilmiş veri dağılım grafiklerinde, bunların çok yakın yada çakışık oluşu dikkat çekmektedir. Etkin açıklayıcı değişkenler ile etkin olmayan açıklayıcı değişkenler birbirine uygun düşmüştür. ANFIS modellemesinde hata değerleri, varyans analizine göre daha küçük çıkmıştır (0.31'e karşı 0.2875 ve 0.53'e karşı 0.4297).

Uygulanan dört çalışmada etkin ana faktörler üyelik fonksiyonlarının değişmesi ile belirlenebilmekteydi. Üyelik fonksiyonlarındaki bu değişimi, incelenen dağılımın şekil ve konum parametresini değerlendirerek açıklamak mümkündür. ANFIS modelinde kullanılan üyelik fonksiyonu genelleştirilmiş bell üyelik fonksiyonudur ve bilinen Cauchy dağılımının özel bir halidir. Genelleştirilmiş üyelik fonksiyonu üç parametreye sahiptir. a şekil parametresini, c konum parametresini ve b ise eğimi göstermektedir. Yer karosundaki renk problemi çalışması ve diğer üç çalışmada da etkin ana faktörlerin üyelik fonksiyonundaki değişim dağılımının şekil parametresi olan a parametresinin değişimine bağlanabilmektedir. Uygulamada etkin ana faktörlerin a parametresi değişirken etkin olmayan faktörlerin a parametresinin değişmediği gözlenmiştir.

Aristo mantığının 0 ve 1 anlayışlı yapısından hareket eden bilim, giderek bu kesin bilgi gereksiniminden belirsizliğin de kullanılabileceği bir sürece sıçramış ve bu yönde gelişerek 19. yüzyılda bulanık mantık kavramına ulaşmıştır. Böylece yaklaşık düşünme yöntemiyle olay ve olgular  $[0,1]$  arasındaki derecelerle de değerlendirilebilir hale gelmiştir. Böylece bilimin yalnızca rakamsal verilerden değil, dilsel verilerden de beslenebileceği kabul edilmiştir. 1965 yılında A. Zadeh tarafından "Bulanık Kümeler" kavramının yerleştirilmesi ile ve 1975'de Mamdani

ve Assilian'ın çalışmaları ile bu yaklaşım bilimde yerini bulmuş ve pek çok çalışmaya konu edilmiştir.

Bu çalışmanın bilimsel kaynaklar bölümünde bulanık mantık yaklaşımı ile gerçekleştirilmiş bilimsel araştırmalara yer verilmiştir. Bunlar arasında RSM (respose surface models) ile bulanık mantık sistemi, zaman serileri için uygulanan ve bilinen istatistik analiz teknikleri ile bulanık mantık yaklaşımları, korelasyon katsayısının hesaplanmasında bulanık mantık tekniklerinden yararlanma olanakları, regresyon katsayılarının bulanık mantık yaklaşımı ile alacağı değerler, konjoint analizi tekniğine uygulanabilecek metodolojik yaklaşım, belirsiz (vague) verilerle hipotez testlerinin yapılabilirliği ve karşılaştırılması ile ilgilidir.

Araştırmada, tek yönlü varyans analizi uygulanan verilere, bulanık mantık yaklaşımı ile işlem yapıldığında ve ANFIS modellemesi uygulandığında nasıl bir sonuca ulaşılabileceği hususu incelenmiştir. Deney tasarımı, faktörlerin “düşük” ve “yüksek” düzeyleri üzerine kurulmuştur. Ele alınan 4 uygulamada,  $2^{6-1}$ ;  $2^4$ ;  $2^5$ ; ve  $2^5$  faktör tasarımı düzenlenmiştir. Böylece farklı tasarımlar için gözlenen sonuçların durumu da ortaya konulabilmektedir.

Varyans analizindeki eşit aralıklı ya da oranlı ölçek yapısına uyan gözlem değerleri, ölçek değişikliğine uğratarak bulanık bir uzaya dönüştürülmektedir. Araştırmacı bundan sonra bu bulanık uzaya ait kurallar oluşturularak bulanık sonuçlara ulaşmakta, son aşamada bunlar tekrar ölçek değişikliğine uğratarak gerçel sayılara dönüştürülmektedir. Bu çıktılara dayanarak olayın yada olgunun durumu hakkında bir karar alınabilmektedir.

Varyans analizi tekniği, uzun yıllardan beri istatistikte yaygın olarak kullanılan, yerleşik bir tekniktir. Uygulanabilmesi için belirli varsayımların yerine getirilmiş olması gerekir. Bunlar, bağımlı değişken ölçümlerinin en az aralıklı ölçekle gerçekleştirilmiş olması, anakütlelerin normal dağılıma uygunluk göstermesi, varyanslarının homojen olması ve örneklemin kurallarına uygun olarak yapılmış olması hususlarıdır. Ayrıca deney düzenlemesiyle ortaya çıkan sıralardan ve sütunlardan doğan etkilerin doğrusal bileşkesi anakütle ortalamasını oluşturmalıdır. Bulanık mantık yaklaşımına ait bir teknik olan ANFIS modellemesi ise oldukça yeni bir tekniktir. Bu modelin, varyans analizi verilerine uygulanabilirliğini göstermek üzere Kim ve Park'ın [5]  $2^{6-1}$  kesirli faktör

tasarımına ait verilere uygulama çalışmasında, ANFIS modelinin performansının yeterli bulunduğu belirtilmiştir. Bu tez çalışmasında yapılan uygulamalarda da benzer bir durum ortaya çıkmış, ANFIS modellemesi ile etkin faktörlerle etkin olmayan faktörlerin saptanmasının mümkün olduğu sonucuna ulaşılmıştır. İlginç olan husus, Kim ve Park'ın gösterdiği ve bu tez çalışmasındaki uygulamalarda da saptadığı gibi hata değerlerinin, varyans analizi ile ulaşılandan daima daha düşük çıkmasıdır. ANFIS sistemi uygulanırken kurallar oluşturulmakta ve oluşturulan kural sayısı kadar model elde edilmektedir. Deney planlamasının dayandığı modele karşın ANFIS sisteminde denenen model sayısı çok sayıda olduğundan ANFIS' e ait hata değeri daha düşük olarak elde edilmektedir. ANFIS hata değerini hesaplarken melez öğrenme algoritmasını kullanmakta, ileri besleme ve geri besleme işleyiş döngüsünde, ANFIS' de oluşturulan kuralların “ise (then)” kısmından sonraki polinomların sayısı kadar modeli sınamaktadır. Söz konusu polinomlara ait giriş ve sonuç parametrelerinin değerlerini hesaplamaktadır. Bu işlemi hata değerini öğrenme işlemi sonunda tüm giriş değerleri için sıfıra götürene kadar devam ettirmektedir. Bu durum, ANFIS uygulaması için olumlu bir gösterge olup, gereksinim halinde varyans analizine alternatif bir yöntem olarak bulanık mantık yaklaşımından yararlanabileceğini göstermektedir.

İstatistik biliminde, aynı veriler ile aynı problemi çözmeye yönelik pek çok istatistiksel yöntem yan yana ya da bir diğerinin yerine kullanılarak araştırmalarda bilimsel boşluk bırakmadan sonuca ulaşmaya çalışıldığı görülür. Böylece yöntemin karakterinden doğan sonuç farklılıkları araştırmacının geniş bir perspektif ile değerlendirme yapmasına olanak sağlar.

Bulanık istatistik teknikler, belirsizlik kavramı üzerine bina edilmiş olduğundan, bir yandan da dilsel/sözel ifadelerin kullanılmasına olanak sağladığından, bilimin “kesinlik” anlayışının uzağına düştüğü gibi bir kanı uyandırabilmektedir. Ayrıca böylesi verilerin işleme alınma aşamasında işlemcinin-araştırmacının kişisel bilgi ve deneyimlerinin sürece dahil edilmesinin bu kanıyı kuşku düzeyine taşıyacağı düşünülebilir.

Ancak endüstriden ekonomiye, pazarlamadan işletmeciliğe pek çok alanda matematiksel modelleme için elverişli olmayan verilerle çalışmak zorunluluğu doğmakta, bu durumda bulanık mantık yaklaşımının sorunu çözmek için

kullanımı kaçınılmaz hale gelmektedir. Bu tekniklerin oldukça sağlam temellere oturan teorik yapısının uygulamalara aktararak, pratikte yaygın kullanılabilirliğinin sağlanması, bu yöndeki bilimsel çalışmaların çoğalıp-çeşitlenmesi ile mümkündür.

Bu amacı içeren bir araştırma olan bu çalışmada bulanık mantık kavramı ele alınarak incelenmiş ve deney planlaması-varyans analizi ile çözümlenebilecek problemlerin farklı bir yaklaşım olan ANFIS modellemesi ile nasıl incelenip-sonuçlanabileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Oldukça yakın bir geçmişe dayanan bu tekniğin uygulamaları başka alanlarda da gerçekleştirildiğinde bulanık mantık anlayışının bilimsel ve teknik uzayda yerleşmesi sağlanmış olacaktır. Benzer çalışmalarla bulanık mantık yaklaşımının istatistikte önemli bir yer kazanması mümkün olacaktır.

## KAYNAKLAR

- [1] Türkbey, O., *Makina sıralama problemlerinde çok amaçlı bulanık küme yaklaşımı*, Gazi Üniversitesi, Müh. Mim. Fakülte Dergisi, **18**, No: 2, Ankara, 63-77, 2003.
- [2] Şen, Z., *Bulanık (fuzzy) mantık modelleme ilkeleri*, Bilge Sanat Yapım Yayınları, İstanbul, 2001.
- [3] Elmas, Ç., *Bulanık mantık denetleyiciler*, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 2003.
- [4] Taheri, S.M., Trends in fuzzy statistics, Austrian Journal of Statistics, 32, No: 3, 239-257, 2003.
- [5] Kim, B., Park, J.H., Qualitative fuzzy logic model of plasma etching process, IEEE Transactions on Plasma Science, 30, 673-678, 2002.
- [6] Xie, H., Lee, Y.C., Mahajan, R.L. ve Su, R., Process optimization using response surface method, IEEE Transactions on Components Packaging and Manufacturing Technology Part-A, 17, 202-211, 1994.
- [7] Rojas, I., Valenzuela, O., Anguita, M. ve Prieto, A., Analysis of the operators involved in the definition of implication functions and in the fuzzy inference process, International Journal of Approximate Reasoning, 19, 367-389, 1998.
- [8] Yılmaz, N.A.Ş., Alparslan, F.N. ve Jain, L., ANFIS-unfolded –in-time for multivariate time series forecasting, Neurocomputing, 61, 139-168, 2004.
- [9] Tseng, F.M., Tzeng, G.H., Yu, H.C. ve Yuan, B.J.C., Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market, Fuzzy Sets and Systems, 118, 9-19, 2001.
- [10] Elkateb, M.M., Solaiman, K. ve Turki, Y.S., A comparative study of medium-water-depent load forecasting using enhanced artificial/fuzzy neural network and statistical techniques, Neurocomputing, 23, 3-13, 1998.
- [11] Chiang, D.A. ve Lin, N.P., Correlation of fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 102, 221-226, 1999.
- [12] Tanaka, S.U. ve Asai, K., Fuzzy linear regression model, IEEE Trans.System Man Cybernet, 10, 2993-2938, 1980.
- [13] Yang, M.S. ve Liu, H.H., Fuzzy least squares algorithms for interactive fuzzy linear models, Fuzzy Sets and Systems, 135, 305-316, 2003.

- [14] Yen, K.K., Ghosray, S. ve Roing, G., A linear regression model using triangular fuzzy number coefficients, *Fuzzy Sets and Systems*, 106, 167-177, 1999.
- [15] Chang, Y.H.O., Hybrid fuzzy least squares regression analysis and its reliability measures, *Fuzzy Sets and Systems*, 119, 225-246, 2001.
- [16] Cheng, C.H. ve Lee, E.S., Fuzzy regression with radial basis function network, *Fuzzy Sets and Systems*, 119, 291-301, 2001.
- [17] Kim, B., Lee, D.W., Park, K., Choi, S.R. ve Choi, S., Prediction of plasma etching using a randomized generalized regression neural networks, *Vacuum*, 76, 37-43, 2004.
- [18] Kim, B. ve Park, K., Modeling plasma etching process using a radial basis function network, *Micro Electronic Engineering*, 77, 150-157, 2005.
- [19] Zadeh, L.A., Probability theory and fuzzy logic are complementary rather than competitive, *Technometrics*, 37, No: 3, 271-276, 1995.
- [20] Naes, T., Kubberod, E. ve Siverten, H., Identifying and interpreting market segments using conjoint analysis, *Food Quality and Preference*, 12, 133-143, 2001.
- [21] Grezegorzewski, P., Testing statistical hypotheses with vague data, *Fuzzy Sets and Systems*, 112, 501-510, 2000.
- [22] Filmoser, P. ve Viertl, R., Testing hypotheses with fuzzy data: the fuzzy p-value, *Metrika*, 59, 21-29, 2004.
- [23] Montenegro, M., Casals, M.R., Lubiano, M.A. ve Gil, M.A., Two-sample hypothesis tests of means of a fuzzy random variable, *Information Sciences*, 133, 89-100, 2001.
- [24] Arnold, B.F., Testing fuzzy hypothesis with crisp data, *Fuzzy Sets and Systems*, 94, 323-333, 1998.
- [25] Lodwick, W. ve Moore, R., Interval analysis and fuzzy set theory, *Fuzzy Sets and Systems*, 135, 5-9, 2003.
- [26] Bodjanova, S., A generalized histogram, *Fuzzy Sets and Systems*, 116, 155-166, 2000.
- [27] Lee, E.S., Neuro-fuzzy estimation in spatial statistics, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 249, 221-231, 2000.

- [28] El-Shal, S.M. ve Morris, A.S., A fuzzy rule based algorithm to the performance of statistical process control in quality systems, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 9, 207-223, 2000.
- [29] Lin, C.T. ve Wang, M.J.J., Hybrid fault tree analysis using fuzzy sets, *Reliability Engineering and System Safety*, 58, 205-213, 1997.
- [30] Xu, K., Tang, L.C., Xie, M., Ho, S.L. ve Zhu, M.L., Fuzzy assesment of FMEA for engine systems, *Reliability Engineering and System Safety*, 75, 17-19, 2002.
- [31] Karsak, E.E., Fuzzy multiple objective programming framework to prioritize design requirements in quality function deployment, *Computers & Industrial Engineering*, 47, 149-163, 2004.
- [32] Öztürk, C.A., Mercan, D.E., Toprak, F., Kişi, Ö. ve Şahin, U., Bulanık mantık kurs notları, İTÜ Bulanık Mantık ve Teknoloji Kulübü, İstanbul, 2003.
- [33] Klir, J.G. ve Yuan, B., Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications, Prentice Hall , New Jersey, 1995.
- [34] Şenol, F., Bulanık mantık kontrolcüsü, Gazi Üniversitesi Lisans Tezi, Ankara, 2000.
- [35] Timothy, J.R., Fuzzy logic with engineering applications, Mc Graw-Hill, Newyork, 1995.
- [36] Kirschfink, H. ve Lieven, K., Basic tools for fuzzy modelling, <http://www.erudit.de/erudit/events/tcc/tut990803.htm>, 2005.
- [37] Zadeh, L.A., Fuzzy sets, *Information and Control*, No: 8, 338-353, 1965.
- [38] Tanaka, K., An introduction to fuzzy logic for practical applications, Springer-Verlag, New York, 1997.
- [39] Jang, J.S.R., Sun, C.T. ve Mizutani, E., Neuro fuzzy and soft computing a computational approach to learning and machine intelligence, Prentice Hall, USA, 1997.
- [40] Jang, J.S.R., ANFIS: Adaptive-network based fuzzy inference systems, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 23, 665-685, 1993.
- [41] Karanfil, S., Fuzzy logic problemlerinde üyelik fonksiyonunun belirlenmesinde deneysel verilere dayanarak bir yöntem geliştirilmesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Doktora Tezi, İstanbul, 1997.

- [42] Oysal, Y., Fero modelleme ve optimal bulanık kontrol, Sakarya Üniversitesi, Doktora Tezi, Sakarya, 2002.
- [43] Öztürk, E., Konar, H. ve Dilaver, A., Bulanık mantık (fuzzy logic) ve jeodezik uygulamalardaki yeri, Harita Mühendisliği Dergisi, No: 87, Ankara, 2000.
- [44] Babuska, R. ve Verbruggen, H., Neuro-fuzzy methods for linear system identification, Annual Reviews in Control, 27, 73-85, 2003.
- [45] Verniewe, H., Georgieva, O., Baets, B.D., Pauwels, V.R.N., Verhoest, N.E.C. ve Troch, F.P.D., Comparison of data-driven takagi-sugeno models of rainfall-discharge data, Journal of Hydrology, 302, 173-186, 2005.
- [46] Çömlekçi, N., Deneş tasarımı ve çözümlenmesi, TC Anadolu Üniversitesi Eğitim, Sağlık ve Bilimsel Araştırma Çalışmaları Vakfı Yayınları, No: 58, Eskişehir, 1988.
- [47] Apaydın, A., Kutsal, A. ve Atakan, C., Uygulamalı istatistik, Ankara, 1994.
- [48] Montgomery, D.C., Design and analysis of experiments, 5th Edition, John Wiley & Sons Inc., USA, 2001.
- [49] Muluk, Z., Kurt, S., Toktamış, Ö.ve Karaağaoğlu, E., Deneş düzenlemede istatistiksel yöntemler, Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, No: 146, Ege Üniversitesi Basım Evi, İzmir, 1994.
- [50] Cochran, W.G. ve Cox, G.M., Experimental designs, Wiley Classics Library Edition Published, USA 1992.
- [51] Erginel, N. ve Doğan, B., Yer-duvar karosu üreten bir işletmede istatistiksel kalite kontrol teknikleri ile renk problemine etki eden faktörlerin belirlenmesi, AÜAF-01-02-75 nolu Proje, 2002.
- [52] Kim, B., Park, J.H. ve Kim, B.S., Fuzzy logic model probe discharge data, Computer & Chemistry, 26, 573-581, 2002.