

**VERİLERİN NORMAL  
DAĞILIMA SAHİP OLMAMASI  
DURUMUNDA KONTROL  
GRAFİKLERİNİN OLUŞTURULMASI**

**Betül KAN  
Yüksek Lisans Tezi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı  
Ağustos 2005**

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Betül KAN'ın “Verilerin Normal Dağılıma Sahip Olmaması Durumunda Kontrol Grafiklerinin Oluşturulması” başlıklı İstatistik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans tezi 23.08.2005 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	<u>Adı-Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Tez Danışmanı)	: Yard. Doç. Dr. Berna YAZICI	.....
Üye	: Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU	.....
Üye	: Yard. Doç. Dr. Birdal ŞENOĞLU	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### VERİLERİN NORMAL DAĞILIMA SAHİP OLMAMASI DURUMUNDA KONTROL GRAFİKLERİNİN OLUŞTURULMASI

Betül KAN

Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yard. Doç. Dr. Berna YAZICI  
2005, 105 Sayfa

İşletmelerin günümüz koşullarında yaşamlarını sürdürebilmeleri için ürün ve süreç kalitesinin ölçülmesine ve geliştirilmesine yönelik olarak yüksek disiplin ve istatistiksel tekniklerin kullanımına dayanan faaliyetler üzerinde durmaları bir gereklilik haline gelmiştir. Toplam Kalite Kontrolü, Kalite Güvence Sistemi, Toplam Kalite Yönetimi ve benzeri birçok çalışmalar son yıllarda gittikçe artan bir önem kazanmaya başlamıştır. Bu çalışma, Toplam Kalite Yönetimi modelinin teknik faaliyetlerinde yer alan İstatistiksel Süreç Kontrolüne destek olması amacıyla hazırlanmıştır.

Bu çalışmanın amacı süreçlerde normal dağılmayan veriler ile karşılaşıldığında eğiklik düzeltmesi ile Shewhart kontrol grafiklerinin oluşturulmasıdır. Çalışmada grafiklerin çizimi için teknikler açıklanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Shewhart Kontrol Grafikleri, Asimetri Ölçüleri, Eğiklik, İstatistiksel Kalite Kontrol, Birimler Kontrol Grafiği.

## **ABSTRACT**

**Master of Science Thesis**

### **CONSTRUCTING CONTROL CHARTS WHEN THE DISTRIBUTION OF THE DATA IS NOT NORMAL**

**Betül KAN**

**Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Statistics Program**

**Supervisor: Assist. Prof. Dr. Berna YAZICI  
2005, 105 pages**

**For the companies to survive in current conditions, it is a necessity that they work on activities based on high discipline and usage of statistical technics aimed at measuring the product and process quality. Total Quality Control, Quality Assurance System, Total Quality Management and many studies alike have recently gained an increasing importance. This study aims to support the Statistical Process Control which takes place in Total Quality Management technical activities.**

**The aim of this study is to construct the Shewhart Control Charts with skewness correction when the distribution of the data is not normal. The technics for constructing the charts are given in the study.**

**Keywords: Shewhart Control Charts, Asymmetry Constants, Statistical Process Control, Skewness, Control Charts For Individuals.**

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmamın her aşamasında yoğun desteğini ve teşviğini gördüğüm danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Berna YAZICI' ya (Anadolu Üniversitesi) sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın gerçekleşmesinde yapıcı görüş ve önerilerini esirgemeyen hocalarım Sayın Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU 'na (Anadolu Üniversitesi) ve Sayın Prof. Dr. Ali Fuat Yüzer'e (Anadolu Üniversitesi) en içten teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Gösterdikleri anlayışlı ve hoşgörülü davranışları için bölümdeki değerli diğer hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür eder, sevgi ve saygılarımı sunarım.

Betül KAN  
Ağustos 2005

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	<b>x</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. KALİTE KONTROL SÜRECİ İLE İLGİLİ TANIMLAR VE KAVRAMLAR</b> .....	<b>3</b>
1.1. Kalite Kontrol Grafiklerinin Tanımı .....	3
1.2. Kontrol Limitleri ve Güven Aralığı .....	5
1.3. Hata Tipleri .....	7
1.4. Kalite Kontrol Süreci ve Normal Dağılımla İlişkisi .....	9
1.4.1. Jarque-Bera Normallik Testi.....	10
2.1.1. Kolmogorov Smirnov Normallik Testi .....	12
1.5. Kalite Kontrol Süreci ve Diğer Dağılımlarla İlişkisi .....	13
2.1.2. Weibull dağılımı ve momentleri .....	13
2.1.3. Gamma dağılımı ve momentleri .....	15
2.1.4. Burr dağılımı ve momentleri.....	16
<b>3. NORMAL DAĞILMAYAN VERİLER ve EĞİKLİK DÜZELTMESİ İLE SHEWHART KONTROL GRAFİKLERİNİN OLUŞTURULMASI</b> .....	<b>18</b>
3.1. Shewhart Kontrol Grafikleri .....	20
3.1.1. $\bar{x}$ kontrol grafiği .....	20
3.1.2. R kontrol grafiği.....	24
3.1.3. x Birimler kontrol grafiği.....	26

3.2. Eğiklik Düzeltmesi.....	29
1.5.1. $\bar{x}$ Kontrol grafiği. ....	40
3.2.1.1. Weibull dağılımı ve $\bar{x}$ kontrol grafiği .....	40
3.2.1.2. Gamma dağılımı ve $\bar{x}$ kontrol grafiği. ....	42
3.2.1.3. Burr dağılımı ve $\bar{x}$ kontrol grafiği.....	43
1.5.2. $x$ Birimler kontrol grafiği .....	44
3.2.2.1. Weibull dağılımı ve birimler kontrol grafiği.....	45
3.2.2.2. Gamma dağılımı ve birimler kontrol grafiği.....	46
3.2.2.3. Burr dağılımı ve birimler kontrol grafiği .....	47
1.5.3. R Kontrol grafiği.....	48
3.2.3.1. Weibull dağılımı ve R kontrol grafiği.....	49
3.2.3.2. Gamma dağılımı ve R kontrol grafiği. ....	51
3.2.3.3. Burr dağılımı ve R kontrol grafiği .....	52
<b>4. UYGULAMA.....</b>	<b>54</b>
4.1. Uygulamanın Yapıldığı İşletmenin Tanımı .....	54
4.2. Üretim Hatlarının Şeklinin Tanımı .....	54
4.2.1. Hamur İşleme .....	54
4.2.2. Pişirme .....	55
4.2.3. Paketleme .....	55
4.3. Üretim Hattının Süreç Kontrol Sistematiğinin İncelenmesi .....	55
4.3.1. Makine başı .....	55
4.3.2. Fırın sonu .....	55
4.3.3. Paketleme sonu. ....	56
4.4. Eğiklik Düzeltmesi ile Shewhart Kontrol Grafiklerinin Oluşturulması. ....	56
4.4.1. Weibull dağılımı ve $\bar{x}$ kontrol grafiği .....	56
4.4.2. Burr dağılımı $\bar{x}$ kontrol grafiği .....	62
4.4.3. Weibull dağılımı ve R kontrol grafiği.....	67
4.4.4. Burr dağılımı ve R kontrol grafiği .....	70
4.4.5. Weibull dağılımı ve $x$ birimler kontrol grafiği.....	74
4.4.6. Burr dağılımı ve $x$ birimler kontrol grafiği .....	78
<b>5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....</b>	<b>82</b>

<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>84</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>.87</b>
EK-1 $\bar{x}$ kontrol grafiği için belirlenmiş $A_U^*, A_L^*$ değerleri.....	87
EK-2 R Kontrol Grafiği İçin Belirlenmiş $D_3^*, D_4^*$ Değerleri .....	88
EK-3 n=5 için $d_2^*, d_3^*, d_4^*$ katsayıları.....	89
EK-4 $k_3$ ve n'nin farklı değerleri için $d_2^*, d_3^*, d_4^*$ katsayıları .....	90
EK-5 Niceliksel Kalite Kontrol Grafikleri İçin Katsayılar .....	91
EK-6 Weibull Dağılan Veri Seti .....	92
EK-7 Burr Dağılan Veri Seti.....	93



## ŞEKİLLER DİZİNİ

2.1. Kontrol Grafiği.....	4
2.2. Güven aralığı ve kontrol limitleri ilişkisi .....	7
2.3. Beta tipi hata, $\theta_1 > \theta_0$ .....	8
2.4. Normal Eğri ve Bazı Olasılık Değerleri.....	10
2.5. Weibull Dağılımı Grafiği .....	14
2.6. Gamma Dağılımı Grafiği .....	15
2.7. Burr Dağılımı Grafiği.....	17
4.1. Weibull için Q-Q Grafiği, n=5 .....	57
4.2. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	58
4.3. Shewhart metoduyla Weibull $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	58
4.4. Weibull dağılımı için Q-Q Grafiği, n=7.....	60
4.5. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=7. ....	61
4.6. Shewhart metoduyla Weibull $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=7 .....	61
4.7. Eğiklik düzeltmesiyle Burr $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=5.....	63
4.8. Shewhart metoduyla Burr $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=5.....	64
4.9. Eğiklik düzeltmesiyle Burr $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=7.....	65
4.10. Shewhart metoduyla Burr $\bar{x}$ grafiği kontrol limitleri, n=7.....	66
4.11. Eğiklik metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	67
4.12. Shewhart metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	68
4.13 Eğiklik metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=7 .....	69
4.14 Shewhart metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=7 .....	70
4.15. Eğiklik düzeltmesiyle Burr R grafiği kontrol limitleri, n=5.....	71
4.16. Shewhart metoduyla Burr R grafiği kontrol limitleri, n=5.....	72
4.17. Eğiklik düzeltmesiyle Burr R grafiği kontrol limitleri, n=7.....	73
4.18. Shewhart metoduyla Burr R grafiği kontrol limitleri, n=7.....	73
4.19. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri,n=5.....	75
4.20. Shewhart metoduyla Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5.....	75
4.21. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7.....	76
4.22. Shewhart metoduyla Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7.....	77
4.23. Eğiklik düzeltmesiyle Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	78
4.24. Shewhart metoduyla Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5 .....	78

4.25. Eğiklik düzeltmesiyle Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7 .....	79
4.26. Shewhart metoduyla Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7 .....	80

## ÇİZELGELER DİZİNİ

3.1. Diğer dağılımlar altında kontrol grafikleri oluşturmanın yolları .....	19
4.1. Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları, n=5. ....	56
4.2. Weibull için $A_u^*$ , $A_L^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=5 .....	57
4.3. Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları, n=7. ....	59
4.4. Weibull için $A_u^*$ , $A_L^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=7. ....	60
4.5. Burr Dağılımı için Asimetri Ölçüleri, n=5 .....	62
4.6. Burr Dağılımı, $A_u^*$ , $A_L^*$ İçin İnterpolasyon sonuçları, n=5.....	63
4.7. Burr Dağılımı için Asimetri Ölçüleri, n=7. ....	64
4.8. Burr Dağılımı, $A_u^*$ , $A_L^*$ İçin İnterpolasyon Sonuçları, n=7 .....	65
4.9. Weibull Dağılımı, $D_3^*$ , $D_4^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=5 .....	67
4.10. Weibull Dağılımı, $D_3^*$ , $D_4^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=7. ....	69
4.11. Burr için $D_3^*$ , $D_4^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=5 .....	71
4.12. Burr için $D_3^*$ , $D_4^*$ İnterpolasyon Sonuçları, n=7.....	72
4.13. Weibull dağılımı için $A_u^{**}$ , $A_l^{**}$ Sonuçları, n=5. ....	74
4.14. Weibull dağılımı için $A_u^{**}$ , $A_l^{**}$ Sonuçları, n=7 .....	76
4.15. Burr dağılımı için $A_u^{**}$ , $A_l^{**}$ Sonuçları, n=5.....	77
4.16. Burr dağılımı için $A_u^{**}$ , $A_l^{**}$ Sonuçları, n=7.....	79

## 1.GİRİŞ

İşletmeler için şüphesiz ki “kâr” çok önemlidir. İşletmenin rekabet edebilirliğini ve kârını etkileyen birçok unsur vardır. İşletmelerin uzun vadede rekabet edebilecek koşullarda yaşamlarını sürdürebilmeleri ve büyümeleri için en önemli unsurlardan biri de “müşteri tatmini” ni sağlayabilmektir. Müşteri tatmini mükemmelere ulaşmaktır. Mükemmellik kavramını başaramamak rekabet yarışında geri kalmayı kabul etmektir. Bir işletmenin performansı, büyük oranda yüksek kaliteli süreçleri, kaliteli ürünleri zamanında ve düşük bir maliyetle üretebilmesine bağlıdır. Kalite ve maliyet her zaman birlikte değerlendirilmeleri gereken konulardır. Günümüzde işletmelerin amacı, kalite faaliyetlerini eksiksiz olarak yürütmek, kusurları yakalamak ve aynı anda müdahale ederek önlem almaktır

İstatistiksel süreç kontrolü bir ürünü, üretimin her aşamasında en ekonomik şartlarda üretilen kalite standartlarına uygunluğunu sağlamak için istatistiksel tekniklerin kullanılmasını kapsar. Seri üretimler söz konusu olduğunda, süreçlerin ve ürünlerin muayenesi ile kalitesini kontrol etmek istatistiksel tekniklerle mümkün olmaktadır.

İstatistiksel süreç kontrolünde kullanılan pek çok yöntem ve teknik vardır. Bunların içinde en temel olanları şöyle sıralanabilir: veri toplama, veri analizi, histogramlar ve kalite kontrol grafiklerdir(Shewhart kontrol grafikleri)[27].

Kontrol grafikleri istatistiksel kalite kontrolünde kullanılan güçlü araçlardır. Endüstride geniş ölçüde kabul edilmiş ve kullanılmaya başlanmıştır.

Geleneksel Shewhart kontrol grafikleri kalite karakteristiğinin dağılımının normale ya da normale yakın olması varsayımına dayandırılmıştır. Ancak uygulamada genellikle grafiklerin oluşturulmasında bu varsayımlar göz önüne alınmamaktadır.

İstatistiksel yöntemlerin birçoğunda, yapılacak analizin türüne bağlı olarak bir ya da daha fazla sayıdaki anakütlenin normal dağılıma sahip olması zorunluluğu bulunmaktadır. Ancak, bu kuramsal gerekliliğin uygulamada her zaman sağlanamadığı ve zaman zaman verilerin dağılımında normalden sapmaların ortaya çıktığı görülmektedir.

Shewhart tarafından geliştirilen bu grafikler aslında “merkezi limit teoremi” diye bilinen bir teoreme dayalıdır. Bu teorem “Bir değişkenin dağılım tipi ne olursa, anakütleden alınan yeterli büyüklükte örneklerinin ortalamaları normal dağılır.” olarak ifade edilir. Ayrıca bu teorem yardımıyla uygulamada normal olmayan (nonnormal) değişik tipteki birçok olayı normal dağılım ile incelemek mümkün olmuştur. Buna göre  $\bar{x}$  ve R grafikleri kontrolü ilgili kalite karakteristiğinin dağılımının normal olduğu varsayımına dayanır.

Bu çalışmada, uygulamada normal dağılımdan sapmalar olduğu durumlarda Shewhart kontrol grafiklerinin eğiklik düzeltmesi metoduyla nasıl oluşturulabileceği üzerinde durulmuştur. Bununla ilgili olarak Weibull, Gamma ve Burr dağılımları teorik olarak incelenmiştir. Bu dağılımlar için kontrol limitlerinin belirlenmesi konusu ele alınmış, uygulamada Weibull ve Burr dağılan farklı veri setleri için hesaplamalar gösterilmiştir.

İkinci bölümde, kalite kontrol süreciyle ilgili tanım ve kavramlar anlatılarak, kalite kontrol süreciyle normal dağılım arasındaki ilişki ile diğer dağılımlar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Normallik sınaması için iki yöntem ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde, eğiklik düzeltmesi ile Shewhart kontrol grafikleri ele alınmış,  $\bar{x}$ , R ve birimler kontrol grafikleri incelemiştir. Kontrol limitleri sabitleri için interpolasyondan yararlanılmıştır.

Dördüncü bölüm olan uygulama aşamasında, normal dağılmayan verilerde eğiklik düzeltmesi ile Shewhart kontrol grafikleri oluşturulmuş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

## **2. KALİTE KONTROL SÜRECİ İLE İLGİLİ TANIMLAR**

### **2.1. Kalite Kontrol Grafiklerinin Tanımı**

Kontrol grafikleri, bir sürecin ne zaman ayarlanmaya ihtiyaç duyduğunu ve ne zaman kendi haline bırakılacağını belirtmek ve süreç kararlılığını değerlendirmek ve arzu edilen niteliklerde ürün veya hizmet üretebilmek için sürecin istatistiksel olarak kontrol ve analiz edilmesinde ve süreçte yapılan iyileştirmeleri doğrulamak için kullanılır[1].

Kontrol grafikleri ilk olarak W.A.Shewhart tarafından 1925' te uygulanmıştır. Shewhart kontrol grafiklerini ilk olarak işletmecinin üretimi için bir standardı, amacı belirtmeye, ikinci olarak bir amaca ulaşmak için bir araç olarak kullanmaya, üçüncü olarak ise amaca ulaşıp ulaşılmadığını ölçmeye hizmet ettiğini belirtmiştir[2].

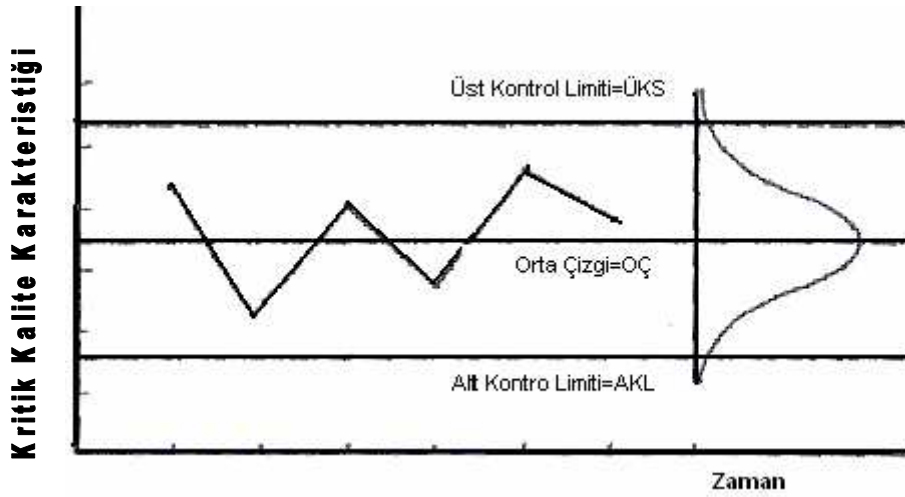
Bu grafiklerin en önemli yararı üretim sürecini geliştirmeleridir. Üretim süreçleri de her zaman belirli bir ölçüde değişkenlik içermektedir. Üretim sürecindeki bu değişkenlik kavramı genel ve özel nedenlere bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Genel nedenleri, üretimi etkileyen faktörlerin hepsinde sürekli var olan ortak nedenler olarak ifade etmek mümkündür. Özel nedenleri ise; üretim faktörlerinden sadece bir veya bir kaçında zaman zaman araya giren değişkenliği göstermektedir[3,4].

Kontrol grafiklerinin gücü, süreçte meydana gelen ve kaliteyi etkileyen bu özel nedenleri ayırabilmesinde yatmaktadır. Böylece genel nedenler altında değişkenlik gösteren süreç de istatistiksel olarak kontrol altında yer alacaktır[4]. Bu grafikler süreçte meydana gelen değişkenliği en kısa zamanda ortaya çıkarabilmelerine rağmen, sadece değişkenliğin varlığını bildirirler. Fakat bu değişkenliği bulup ortadan kaldırmaları söz konusu değildir. Özel nedenlerin bulunarak ortadan kaldırılması ise; yönetim, operatör, mühendis gibi yetkililerin alanı içinde bulunmaktadır[3,5].

Kontrol grafikleri, bir sürece ait çıktılardan düzenli olarak küçük örnekler seçilerek, örneklenen birimler üzerinde bazı ölçümler yapılarak ve sonunda sonuçlara ait özet ölçüler belirlenerek oluşturulan grafiklerdir[6].

Bir kontrol grafiği bir orta çizgi (CL- Center Line) ile alt kontrol limiti (LCL- Lower Control Line) ve üst kontrol limiti (UCL- Upper Control Line) olarak adlandırılan üç yatay çizgiden oluşur. Orta çizgi, kontrolde olan sürece ilişkin kalite karakteristiğinin ortalama değerini gösterir. Gözlenen kalite karakteristiğinin değerleri ölçekli olarak bu sistem içine yerleştirildiğinde sürecin gidişini kontrol etmek mümkündür. Bazı süreçlerde alt kontrol limiti negatif değer alır. Bu durumda alt kontrol limiti gösterilmez. Bu üç kontrol limiti sürecin istatistiksel açıdan nasıl geliştiğinin anlaşılmasını sağlar [1,7].

Söz konusu grafikleri Şekil2.1’de görüldüğü gibi, süreçteki değişmelerin zamana göre grafik olarak kaydedilmesi şeklinde tanımlamak mümkündür. Bu grafiklerde, yatayda sırasıyla alt grup numaraları, düşeyde ise ölçülen özelliklerin gözlemlenen niteliği yer almaktadır[8].



Şekil 2.1. Kontrol Grafiği

Genel olarak bir kontrol grafiğinin modeli şöyle oluşturulmaktadır. İlgilenilen özellik,  $w$  nin ortalaması  $\mu_w$  ve standart sapması  $\sigma_w$  olmak üzere;

$$\begin{aligned} \dot{U}KL &= \mu_w + k\sigma_w \\ O\dot{C} &= \mu_w \\ AKL &= \mu_w - k\sigma_w \end{aligned} \quad (2.1)$$

grafiğin üst ve alt kontrol limitleri elde edilir[9,10].

Burada k katsayısı, OÇ' den kontrol limitlerine olan mesafeyi belirlemede kullanılır. Genel bir yaklaşım olarak uyarı limitleri için k=2 ve kontrol limitleri için k=3 olarak alınır.

Kontrol limitlerinin dışındaki noktalar özel sebeplerden dolayı ortaya çıkar ve süreçte kalite sorunu olduğunu ve önlem alınması gerektiğini belirtir. Kontrol limitleri süreçteki genel sebeplerden doğan değişimin sınırlarıdır[1].

Tüm örneklem noktaları kontrol limitleri içerisine düştüğünde “süreç istatistiksel olarak kontrol altındadır” denir. Bu örneklem değerleri arasındaki ayrılıkların sadece doğal nedenlerden kaynaklandığı anlamındadır. Örneklem noktaları kontrol limitleri dışına çıktığında ise sürecin kontrol dışında olduğu söylenir. Bu durumda örneklem değerleri arasındaki değişimler doğal olmayan nedenlerdendir ve bu değişimi yaratan özel nedenlerin bulunması ve düzeltilmesi ve sürecin tekrar kontrol altına alınması gerekir[2].

Kontrol grafiklerinin birçok çeşidi bulunmaktadır. Bunlardan hangisinin kullanılacağı genellikle sürecin kalite karakteristiğine bağlıdır. Kalite karakteristikleri ölçülebilen ve nitel özelliklerle ilgili ölçülemeyen kalite karakteristiği olmak üzere iki grupta toplanır. Ölçülebilen kalite karakteristiği için yaygın olarak kullanılan kontrol grafikleri  $\bar{x}$ , R ve s kontrol grafikleridir. Bu çalışmada ilgilenilen kontrol grafikleri  $\bar{x}$ , birimler kontrol grafiği ve R olacaktır.

## 2.2. Kontrol Limitleri ve Güven Aralığı

Kontrol grafikleri; üretilen birimlerin her birinin teker teker kalitesinin ölçülmesinde kullanılmayıp, örnekten örneğe veya partiden partiye veya bir günden diğerine gerçekleşen kalite değişiminin değerlendirilmesinde kullanılmaktadır.

Kontrol grafikleri üzerinde yer alan kontrol limitleri ise; ürün kalitesinin ortalama seviyesi etrafındaki değişimlerini göstermeye yaramaktadır. Bu limitler, bir üretim grubuna ait olan birimlerin bir kısmı üzerinde yapılan çeşitli gözlemlerin sonuçlarından hesaplanan bazı ölçüler elde etmeyi sağlamaktadır[15].

Süreç karakteristiğinin alınan örneklerden hesaplanan ortalaması normal dağılım göstereceğinden, kontrol limitlerinin belirlenmesinde normal dağılımdan



yararlanılmaktadır. Kontrol grafiklerindeki orta çizgi ve kontrol limileri, normal dağılım gösteren süreç parametrelerinin tahminine dayanmaktadır. Kalite kontrol çalışmalarında süreç parametreleri genellikle bilinmediğinden, bu parametreler örneklem verilerinden tahmin edilmektedir. Kalite kontrol sürecindeki bu iki alt ve üst limit istatistikte bilinen güven aralığı kavramındaki güven sınırlarıyla aynı anlamda kullanılmaktadır[9,10].

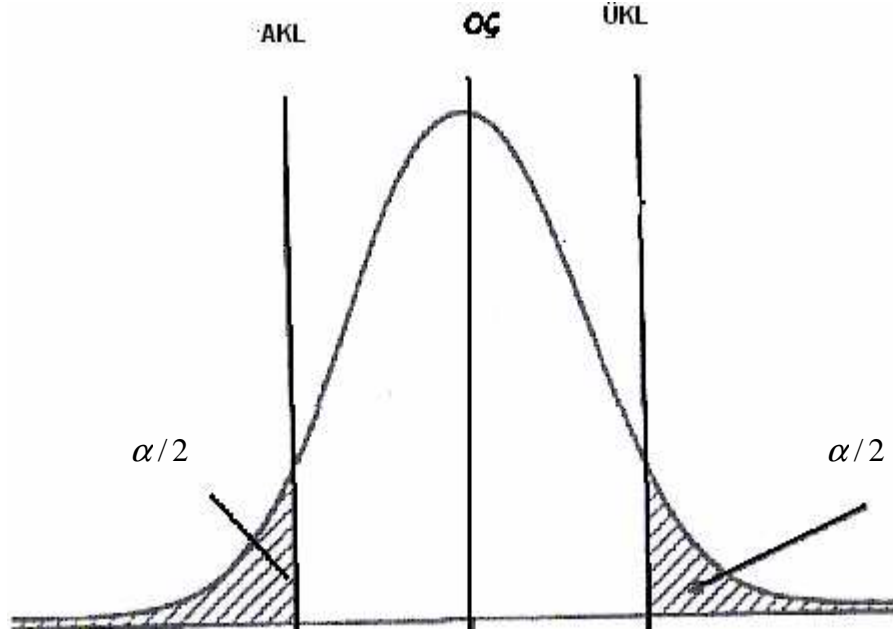
Güven aralığı,  $(1-\alpha)$  olasılık düzeyinin ortalamanın iki yanına eşit şekilde dağıtılmasıyla oluşmaktadır. Güven sınırlarındaki  $Z_{\alpha/2}$  ifadesi üst ve alt kontrol limitlerindeki  $k$  sabitine karşı gelmektedir. Kalite kontrol sürecindeki uygulamalarda, alt ve üst kontrol limitleri  $Z_{\alpha/2} = 3$  olacak şekilde süreç ortalamasından 3 standart sapma öteye simetrik olarak yerleştirilmektedir.

Eğer  $\mu$  ve  $\sigma$  biliniyorsa, bu anakütleden seçilen herhangi bir örneğe ait ortalamanın  $1 - \alpha$  'nın güven seviyesindeki güven aralıkları aşağıdaki eşitliklerle belirlenir.

$$\begin{aligned} \mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} &= \mu + Z_{\alpha/2} \left( \sigma / \sqrt{n} \right) \quad (2.2) \\ \mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} &= \mu - Z_{\alpha/2} \left( \sigma / \sqrt{n} \right) \end{aligned}$$

Bu eşitliklerdeki  $\sigma_{\bar{x}}$  yerine yazılan  $\sigma / \sqrt{n}$  ifadesi, “merkezi limit teoremi “nden ileri gelmektedir. Buna göre dağılımı bilinmeyen bir anakütleden bir örnekleme yapılıyorsa ve örnek hacmi  $n$  büyükse, örnek ortalamalarının örnekleme dağılımı, yaklaşık olarak ortalaması  $\mu$  ve varyansı  $\sigma^2 / n$  olan normal bir dağılım gösterir[33].

Kontrol grafiklerindeki, 3 sigma limitleri  $\alpha$ 'nın 0,0027 olduğu anlamlılık düzeyini göstermektedir. Böylece ortalamadan simetrik olarak yerleştirilen  $\pm 3 \sigma$  limitleri, bütün mümkün durumların %99,73 ünü kapsamaktadır. Bu da, normal dağılmış bir anakütleden çekilen örneklerin sadece on binde 27 sinin (veya binde 3 ünün) 3 sigmalık kontrol limitlerinin dışına çıktığı anlamını taşımaktadır[5,32]. Şekil 2.2 kontrol limitlerinin güven aralığı kavramı ile olan ilişkisini göstermektedir.



Şekil 2.2. Güven aralığı ve kontrol limitleri ilişkisi

### 2.3. Hata Tipleri

Bir hipotez testi sonucunda şu mümkün sonuçlar ortaya çıkar:

$\alpha$ : Gerçekte doğru olan  $H_0$  hipotezinin reddedilme olasılığını,

$\beta$ : Gerçekte yanlış olan  $H_0$  hipotezinin reddedilmeme olasılığını,

$1-\alpha$ : Gerçekte doğru olan  $H_0$  hipotezinin reddedilmeme olasılığını (*testin güvenilirlik düzeyini*),

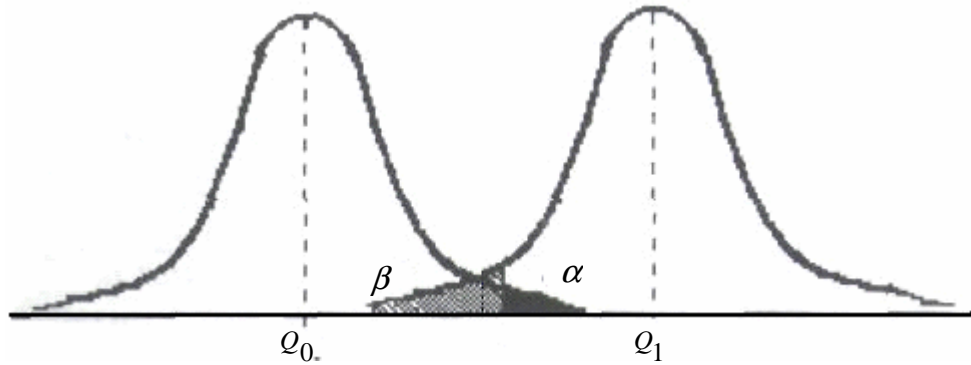
$1-\beta$ : Gerçekte yanlış olan  $H_0$  hipotezinin reddedilme olasılığını (*testin gücünü*)

ifade etmektedir.

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı gibi,  $H_0$  doğru olduğu halde test sonucunda reddedildiğinde bir hata işlenir. Bunun aksine  $H_0$  yanlış olduğu halde reddedilmezse yine bir hata işlenmiş olur. Bu iki çeşit hata önem bakımından birbirinden farklıdır. Birincisine “Birinci Tip Hata” veya “alfa tipi”, ikincisine “İkinci Tip Hata” veya “Beta Tipi Hata” denilir. Hipotez testi yapılırken, bu hataları işleme olasılıklarının mümkün olduğu kadar küçük tutulmasına çalışılır.

Bilimsel araştırmalarda 1. tip hatadan, 2. tip hataya göre daha çok sakınılır. Hatta hipotez testlerinde, genellikle sadece 1. tip hata kontrol edilir. 1. tip hatayı işleme riskine razı olabileceğiniz maksimum olasılığa “ testin anlamlılık düzeyi” denilmektedir. Bu tür hatayı azaltmak Şekil2.3’ de görüldüğü gibi mümkündür. Örneğin; % 5 yerine % 1 anlamlılık düzeyi kullanıldığında, doğru bir hipotezin reddedilmesi olasılığı azaltılmış olur. Fakat bu olasılığı küçültmek, anakütle parametresinden daha uzak olan örneklem istatistiklerini de “kabul bölgesi” içine katmak demektir ki, böyle bir davranış karşıt hipotezin doğru olduğu halde kabul edilmemesi olasılığını arttırır.

2. tip hata yapma olasılığı, sıfır hipotezi gibi karşıt hipotez de tek bir değer halinde formüle edildiğinde hesaplanabilir.



Şekil 2.3. Beta tipi hata, ( $\theta_1 > \theta_0$ )

Örneklem hacmi sabit kalırken,  $\alpha$  olasılığının azalması  $\beta$  olasılığının artmasına ve aksine  $\alpha$  olasılığının artması  $\beta$  olasılığının azalmasına neden olur. Hem 1.tip hatanın hem de 2.tip hatanın azaltılması isteniyorsa, örneklem hacminin arttırılması yoluna gidilir. Ancak, bu çoğu zaman pahalı, bazen de imkansızdır. Dolayısıyla böyle durumlarda hangi hatanın daha önemli olduğuna karar vermek gerekir[16].

## 2.4. Kalite Kontrol Süreci ve Normal Dağılımla İlişkisi

Kalite kontrolünde bir sürecin parametrelerini modellemek için olasılık dağılımları kullanılmaktadır. Matematiksel anlamda bir eğrinin üzerinde 3 önemli nokta vardır. Bunlar: aritmetik ortalama, mod, medyandır. Bu noktalar eğriyi tanımlamak için gerekli noktalar. Normal dağılımda bu 3 nokta çakışmıştır. Dolayısıyla bu noktaların çakışık ve diğer eğrileri temsil etmeye uygun olduğundan normal dağılım uygulamada en çok kullanılan dağılımdır. İlgili duyulan değişkenliklerin büyük çoğunluğu, normal dağılımın özelliklerine sahiptir[11].

Süreç karakteristiğinin, çekilen örneklerden hesaplanan ortalaması, normal dağılım göstereceğinden, kontrol grafiklerinin oluşturulması ve dolayısıyla kontrol limitlerinin bulunmasında normal dağılımdan yararlanır.

Normal dağılım kalite kontrol sürecinin temelini oluşturan, süreçlerde etkili bir model olarak kullanılan bir dağılımdır.

x, sürekli bir rassal değişken iken, x'in yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < +\infty \quad (2.3)$$

ise, f(x)'e normal dağılım, x' e de normal dağılmış rassal değişken denir.

Normal dağılımın iki tane parametresi vardır. Bu parametreler ortalama ( $\mu$ ) ve varyans ( $\sigma^2$ ) dir. Burada  $\mu$ , merkezi eğilimi gösteren anakütle parametresi iken,  $\sigma^2$  ise bu merkezi eğilim etrafındaki dağılmayı gösteren anakütle varyansıdır. x normal dağılmış rassal değişken ise, kısaca  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$  şeklinde gösterilir.

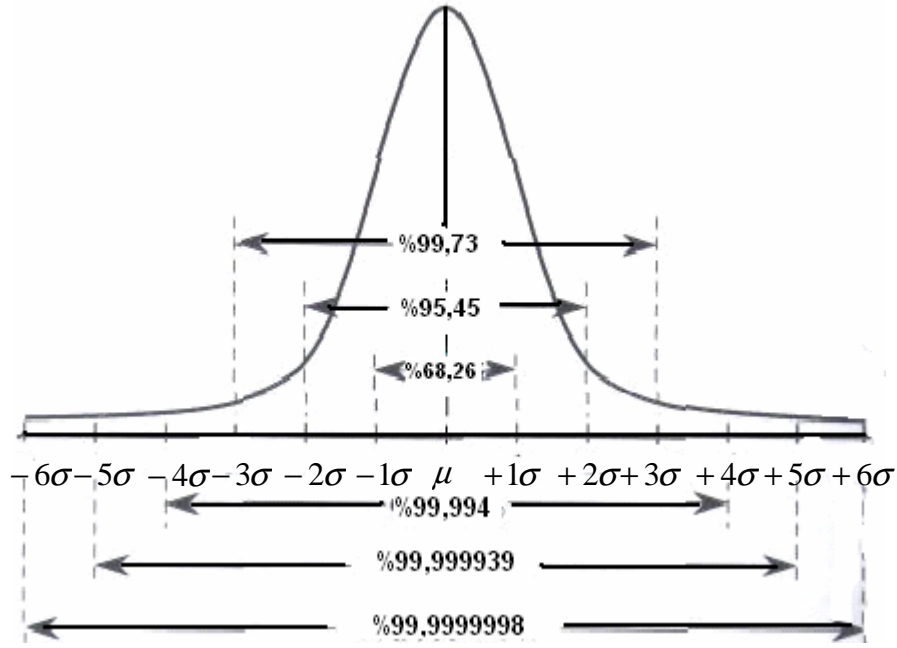
Söz konusu dağılımın parametrelerinin bilinmesi durumunda normal eğri altındaki alanlar kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Normal dağılımda olasılıklar,  $\mu$  ile  $\sigma$  'nın değerleri arasındaki uzaklıkla belirlenir.  $\mu - \sigma$  ile  $\mu + \sigma$  değerleri arasında eğri altında kalan alanın değeri; yani x rassal değişkeninin bu değerler arasında bulunması olasılığı 0,6826;  $\mu - 2\sigma$  ile  $\mu + 2\sigma$  arasında bir değer alması olasılığı 0,9545 ve  $\mu - 3\sigma$  ile  $\mu + 3\sigma$  arasında bir değer alması olasılığı da 0,9973

dir. Benzer şekilde  $\mu \pm 4\sigma$ ,  $\mu \pm 5\sigma$ ,  $\mu \pm 6\sigma$  arasındaki değerler aşağıda gösterilmiştir. Şekil 2.4 de Normal eğri ve bazı olasılık değerleri gösterilmiştir.

Olasılık P ile gösterildiğinde;

$$\begin{aligned}
 P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) &= 0,6826 \\
 P(\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) &= 0,9545 \\
 P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) &= 0,9973 \\
 P(\mu - 4\sigma < x < \mu + 4\sigma) &= 0,99994 \quad (2.4) \\
 P(\mu - 5\sigma < x < \mu + 5\sigma) &= 0,999939 \\
 P(\mu - 6\sigma < x < \mu + 6\sigma) &= 0,9999998
 \end{aligned}$$

şeklinde de ifade edilir[12,13].



Şekil 2.4. Normal Eğri ve Bazı Olasılık Değerleri

### 2.4.1. Jarque-Bera Normallik Testi

İstatistiksel yöntemlerin birçoğunda, yapılacak analizin türüne bağlı olarak bir ya da daha fazla sayıdaki anakütlenin normal dağılıma sahip olması varsayımı bulunmaktadır. Ancak, kuramsal varsayımın uygulamada her zaman

sağlanamadığı ve endüstriyel birçok süreçte verilerin dağılımında normalden sapmaların ortaya çıktığı görülmektedir. Verilerin normal dağılıma uymama nedenlerini; serbestlik derecesine bağlı olarak, dağılım biçiminin de değişime uğraması, dağılımın merkezinde çıkabilecek küçük farklılıklar ve gözlemlerin büyük bir bölümünün normal dağılmasına karşın, az sayıda da olsa bazı gözlemlerin aykırı değer (outliers) durumunda bulunması gibi olabilir[29].

Bu tür nedenlerle dağılımın normal olması varsayımının gerçekleşmediği göz önünde tutularak, istatistiksel testlerin uygulanmasına geçilmeden önce verilere normallik analizi yapmak gereği ortaya çıkmaktadır. Dağılımın normal olup olmadığı farklı yaklaşımlardan hareketle ortaya konulabilir. Bu yaklaşımlar; asimetri ve basıklık ölçüleri hesaplamak, verilerin grafiğini çizmek ve hipotez testleri yapmaktır [30] .

Yaklaşımların çoğunda normalden sapmanın şekli ve büyüklüğü belirlenmekle ve bu sapmanın, dağılımın normal kabul edilmemesi için önemli ve anlamlı bir büyüklük olup olmadığına karar verebilmek mümkün olamamaktadır. Bu nedenle de normallik analizi için hipotez testi yapmak önemlidir. Dağılımın normal olup olmadığı konusunda hipotez testi için;  $H_0$  : Normal dağılmaktadır,  $H_1$ : Normal dağılım göstermemektedir, şeklinde hipotezler formüle edilmektedir. Verilerden hesaplanan test istatistiğinden hareketle dağılıma normal olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğu kararına varıldığında istatistiksel testlerin uygulanması mümkün olmaktadır. Bu yaklaşımların birkaçının bir arada kullanılması daha sağlıklı sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Normallik Testleri verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılır. Bu testler arasında en bilinenleri Ki-Kare, Kolmogorow-Smirnov, Lilliefors, Shapiro-Wilk ve Jarque-Bera normallik testleridir. Söz konusu testlerde  $H_0$  hipotezi ile verilerin normal dağılımlı bir anakütleden geldiği ifade edilirken,  $H_1$  hipotezi ile anakütlenin dağılımının normale uymadığı ileri sürülmektedir. Aşağıda bu testlerden konuyla ilgili olarak JB ve KS normallik testleri anlatılacaktır.

JB testi bir büyük örneklem testidir. Bu test çarpıklık ve basıklık ölçülerini hesaplar ve şu test istatistiğini kullanılır.

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (2.5)$$

Burada, S; çarpıklığı, K; eğikliği simgeler.

Normal bir dağılımda çarpıklık sıfır, basıklık 3 olduğundan, yukarıdaki formüldeki (K-3) aşırı basıklığı gösterir. Jarque–Bera, JB istatistiğinin büyük örnekleme serbestlik derecesi 2 olan bir ki-kare dağılımına uyduğunu göstermiştir.

#### 2.4.2. Kolmogorov Smirnov Normallik Testi

Bu test de bir uyum iyiliği testidir. Testin temeli, gözlenen frekanslar ile beklenen frekansların birbirine ne düzeyde benzeştiğine dayanır. Ancak burada her gözlenen ve beklenen frekansın yerine, kümülatif frekansların dağılışımın birbirine benzeşimi araştırılır.

Herhangi bir x sürekli değişkeninin anakütle düzeyindeki dağılımını ve her x değerini taşıyan birimlerin kümüle edilerek( birikimli frekanslar biçiminde gösterilerek) oluşturulabilecek teorik dağılımı düşünelim. Kümülatif frekansların, her x değerine sahip(sürekli değişken için, sınıf aralıklarına düşen) frekansların üst üste toplanmasıyla oluşturulur. Böyle bir anakütleden çekilecek n birimli örneklerde de oluşturulacak birikimli dağılımın, anakütledekine(teorik dağılıma) uygun düşmesini, hatta her sınıfta yer alan birikimli frekans değerleri( gözlenen birikimli frekanslar) ile teorik birikimli frekansların birbiriyle aynı olması ya da tesadüfe bağlanabilecek kadar küçük önemsiz farklılıklar göstermesi gerekir.

Gözlenen birikimli dağılım fonksiyonunu da  $S_n(x)$  ile gösterdiğimizde,  $F(x)=F_0(x)$  eşitliği geçerli ise,  $F_0(x)=S_n(x)$  eşitliğinin geçerli olması gerekir. Her sınıf için  $S_n(x)=k/n$  ile hesaplanır. Burada k değeri, x' e eşit veya ondan küçük gözlenen frekanslardır. Test istatistiği olan D değeri, gözlenen ve beklenen birikimli frekanslar arasında belirlediğimiz en büyük D değeridir.

$$D_{\max} = |F_0(x) - S_n(x)| \quad (2.6)$$

ile hesaplanır[28].

## 2.5. Kalite Kontrol Süreci ve Diğer Dağılımlarla İlişkisi

Hipergeometrik, Binom, Poisson ve Pascal dağılımı kesikli dağılımlar, Normal, Üstel, Gamma ve Weibull dağılımı ise sürekli dağılımlardandır[10].

Montgomery ve Runger kalite uygulamalarında normallik dışı durumların önemli bir konu olmadığını savunur. Özellikle  $n > 1$  iken süreç ortalamasını izlemek için  $\bar{x}$  kontrol grafiği kullanılıyorsa, süreçteki verilerin normallik varsayımını sağlamamasının önemli olmadığını ifade ederler. Ancak bu yaklaşımların geçerliliğini tartışan başka görüşler de vardır. Buna göre; uygulamada kontrol grafikleri analizinde kullanılan veri setlerinin çoğunun önemli ölçüde normal dağılım göstermeyen anakütlelerden alındığı belirtilmektedir. Eğer böyle bir durum varsa, normal olmayan dağılımlardan elde edilmiş hatalı kontrol grafiklerinin meydana geldiğini ve bunların süreçteki değişimleri bulmadaki hassasiyetinin azaldığını ifade ederler.

Bu çalışmada amaca yönelik olarak Weibull, Gamma ve Burr dağılımları, dağılımların şekli, parametreleri, momentleri ve karakteristik özellikleri incelenmiştir.

### 2.5.1. Weibull dağılımı ve momentleri

Weibull dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$f(y) = \frac{C}{B} \left(\frac{y}{B}\right)^{C-1} e^{-\left(\frac{y}{B}\right)^C} \quad B, C > 0, y > 0 \quad (2.7)$$

Burada B;ölçek, C;şekil parametresidir. Dağılımın kümülatif olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir ve grafiği Şekil 2.5 ' de gösterilmiştir.

$$F(Y) = 1 - e^{-\left(\frac{y}{B}\right)^C} \quad y > 0 \quad (2.7.1)$$

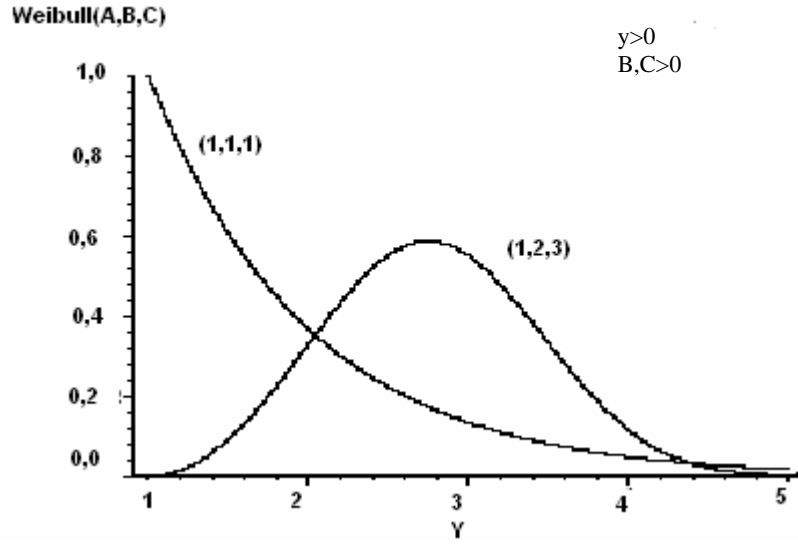


Bu dağılımın momentleri;

$$\text{Ortalama} = B\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right) \quad (2.7.2)$$

$$\text{Varyans} = B^2 \left[ \Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right) \right] \quad (2.7.3)$$

$$\text{Eğiklik} = \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \quad (2.7.4)$$



Şekil 2.5. Weibull Dağılımı Grafiği

Weibull dağılımı C parametresi 3.6' ya yakın iken kabaca simetrik bir görüntü verir. C parametresinin aldığı küçük ve büyük değerlere göre eğrinin şekli sola veya sağa doğru eğiktir. Ayrıca Weibull (B,C=1) için üstel dağılımdır[10,14].

### 2.5.2. Gamma dağılımı ve momentleri

Gamma dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanır

$$f(y) = \frac{1}{B\Gamma(C)} \left(\frac{y-A}{B}\right)^{C-1} \exp\left(-\frac{y-A}{B}\right) \quad y > A, B > 0, 0 < C \leq 100 \quad (2.8)$$

Burada A; konum, B;ölçek, C; şekil parametresidir. Dağılımın kümülatif olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir ve grafiği Şekil 2.6 ‘ da gösterilmiştir;

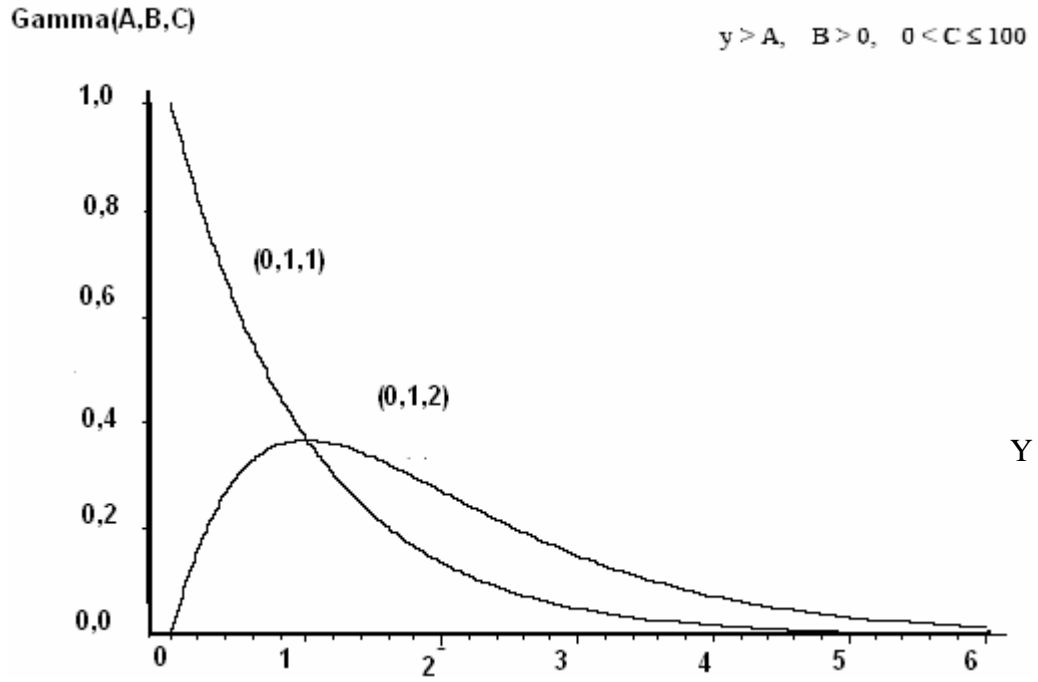
$$F(y) = \Gamma\left(C, \frac{y-A}{B}\right) \quad (2.8.1)$$

Bu dağılımın momentleri,

$$\text{Ortalama} = A + BC \quad (2.8.2)$$

$$\text{Varyans} = B^2 C \quad (2.8.3)$$

$$\text{Eğiklik} = \frac{2}{\sqrt{C}} \quad (2.8.4)$$



Şekil 2.6. Gamma Dağılımı Grafiği

Gamma dağılımı sağa eğik bir dağılımdır. C parametresi sonsuza gittikçe dağılımın şekli normale yaklaşır. Gamma (A, B, C=1) için dağılım Üstel

dağılımdır. Gamma (0, 2, v/2) için ise v serbestlik dereceli Ki-kare dağılımıdır[10,14].

### 2.5.3. Burr dağılımı ve momentleri

Burr dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$f(y) = \frac{CD}{B} \left(\frac{y-A}{B}\right)^{-C-1} \left(1 + \left(\frac{y-A}{B}\right)^{-C}\right)^{-D-1} \quad (2.9)$$

Burada A; konum, B;ölçek, C,D; şekil parametresidir. Dağılımın kümülatif olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir ve grafiği Şekil 2.7 ' te gösterilmiştir;

$$F(y) = \left(1 + \left(\frac{y-A}{B}\right)^{-C}\right)^{-D} \quad (2.9.1)$$

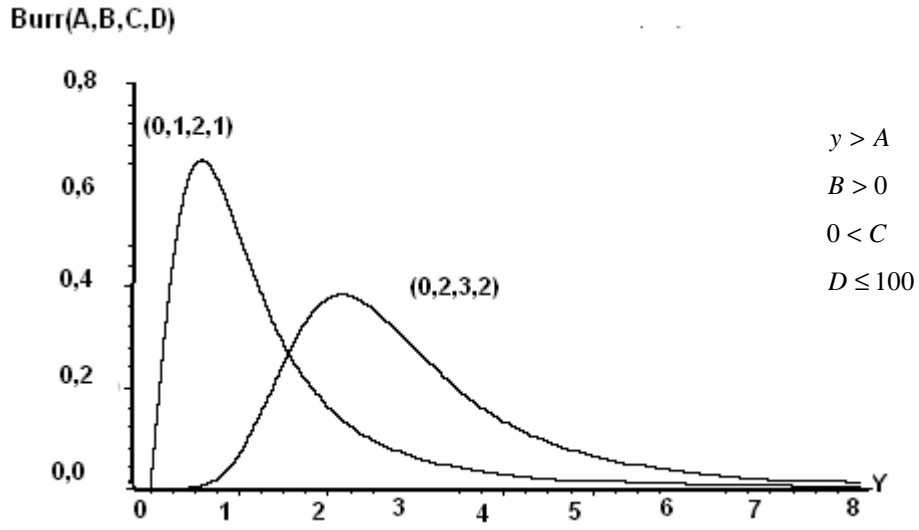
Bu dağılımın momentleri,

$$T = \Gamma(D)\Gamma\left(1 - \frac{2}{C}\right)\Gamma\left(\frac{2}{C} + D\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{C}\right)\Gamma^2\left(\frac{1}{C} + D\right) \quad (2.9.2)$$

$$\text{Ortalama} = A + \frac{B\Gamma\left(1 - \frac{1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{1}{C} + D\right)}{\Gamma(D)} \quad (2.9.3)$$

$$\text{Varyans} = \frac{TB^2}{\Gamma^2(D)} \quad (2.9.4)$$

$$\text{Eğiklik} = \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(1 - \frac{1}{C}\right)\Gamma^3\left(\frac{1}{C} + D\right)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma\left(1 - \frac{2}{C}\right)\Gamma\left(1 - \frac{1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{1}{C} + D\right)\Gamma\left(\frac{2}{C} + D\right)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma\left(1 - \frac{3}{C}\right)\Gamma\left(\frac{3}{C} + D\right)}{\Gamma(D)} \right] \quad (2.9.5)$$



**Şekil 2.7.** Burr Dağılımı Grafiği

Burr dağılımı matematikte çok kullanılan bir dağılım olmasına rağmen uygulamada çok fazla karşılaşılmaz. Burr dağılımı düzgün dağılımla doğrudan ilişkilidir[25]. Burr  $D=1$  için LogLojistik Dağılımdır[14].

### 3. NORMAL DAĞILMAYAN VERİLER VE EĞİKLİK DÜZELTMESİ İLE SHEWHART KONTROL GRAFİKLERİNİN OLUŞTURULMASI

Shewhart istatistiksel süreç kontrolüyle bir anakütlenin değişkenliğini, bu anakütleden çekilen örneklemelerin dağılımının izlenmesiyle sürecin kontrol altında olup olmadığını gözlemeyi sağlamıştır. Ancak Shewhart'ın bulmuş olduğu yöntem ile kusurlu ürüne yönelik örnekleme planları arasında farklılıklar mevcuttur. Örnekleme planları kusurlu ürünün yakalanmasına, dolayısıyla sonuca yöneliktir. İstatistiksel süreç kontrolü ise sürece, kusurlu üretimin kaynağına yöneliktir. Bu nedenle kusurlu oranı nedeniyle bir partinin daha sonra red edilmesine yol açabilecek gelişmelerin baştan görülmesini sağlayarak düzeltme fırsatı verir[11].

Shewhart kontrol grafiklerinin oluşturulması  $x$  rassal değişkeninin ya da kalite karakteristiğinin yoğunluk fonksiyonunun normal dağılım göstermesi varsayımına bağlıdır. Bununla beraber birçok uygulama çalışması göstermiştir ki, normal olmayan pek çok süreç mevcuttur. Başka dağılımlar altında kontrol grafikleri oluşturmanın daha başka yolları da vardır[17]. Bunlardan birkaçı aşağıdaki gibi maddeleştirilmiştir[18].

#### *Alt Grup Ortalama:*

Anakütleden alt gruplar seçilir. Ancak bu alt gruplar öyle büyüklükte seçmelidir ki ortalamalarının dağılımı yaklaşık olarak normal dağılıma benzesin. Bunun için her bir alt küme için 4-5 birimlik büyüklük yeterli olmaktadır.

#### *Verileri Bölme:*

Verileri batı-doğu, kuzey-güney, gece-gündüz, yerli-yabancı, A-B gibi alt gruplara bölmektir. Bu şekilde daha homojen gruplar elde edilir. Ayrıca alt gruplardaki önemli etkenlerin diğer gruplardaki önemli etkenlerden farklılık gösterebileceği göz ardı edilmemiş olur.

#### *Verileri Dönüştürme:*

Sürekli verilere:BOX-COX dönüşümü, kesikli verilere: logit ve  $\sqrt{\arcsin}$  dönüşümü yapılabilir. Ayrıca her çeşit sürekli dağılımı normal dağılıma dönüştüren Johnson Eğrileri Dönüşümü de vardır. Bunlar üç tanedir:

$S_a$ : bu eğriler sınırsız dağılımlardır t ve normal dağılımları kapsar.

$S_b$ : bu eğriler sınırlı dağılımlardır, dağılım alttan, üstten veya her ikisinden de sınırlandırılabilir. Bunlar da gamma, beta...vs dağılımları içerir.

$S_c$ : lognormal dağılımları kapsar.

#### *Başka Dağılımlar Uygulama:*

Eğer bir veri kümesi normal dağılmıyorsa başka dağılımlar düşünülmelidir. Çizelge 3.1’ de anakütlenin dağılımına göre kontrol grafikleri oluşturmak için hangi yollara başvurulacağına yer verilmiştir[18].

**Çizelge 3.1.** Diğer dağılımlar altında kontrol grafikleri oluşturmanın yolları

<b>KİM</b>	<b>YOL</b>	<b>ANAKÜTLE</b>
FERRELL	Geometrik midrange kontrol grafikleri Geometrik range kontrol grafikleri	Lognormal
NELSON	Medyan kontrol grafiği Değişim aralığı kontrol grafiği Ölçek kontrol grafiği Konum kontrol grafiği	Weibull
COOBINEH BALLARD	Ağırlıklandırılmış varyans metodu( WV metodu)	Asimetrik $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri
BAI CHOI	Heuristik WV metodu	Weibull, Lognormal ve Burr
PYZDEK	Johnson eğrileri	Herhangi bir sürekli dağılım

Bu bölümde ilk olarak Shewhart kontrol grafikleri ve daha sonra eğiklik düzeltmesi (Skewness Correction) metodunu anlatılacaktır. Eğiklik düzeltmesi metodu normal olmayan anakütleler üzerinde kontrol grafikleri çizilebilmek için  $\bar{x}$  ve R kontrol grafiği üzerinde yapılan bir düzeltmedir.

### 3.1. Shewhart Kontrol Grafikleri

Niceliklere ilişkin olarak kullanılan  $\bar{x}$ , R, birimler kontrol grafiği ve s ile niteliklere ilişkin olarak kullanılan c, u, n ve np grafikleri Walter A. Shewhart tarafından oluşturulmuştur. Bu nedenle bu grafikler “Shewhart Grafikleri” olarak bilinir. Bu bölümde çalışmamızın temelini oluşturan değişkenlere ilişkin kontrol grafiklerinden  $\bar{x}$ , R ve birimler kontrol grafiklerinin Shewhart metoduyla nasıl oluşturulacağına ilişkin bilgiler verilecektir.

Kalite kontrol çalışmaları yapılırken bazı varsayımları göz ardı etmemek gerekir. Ortalama kontrol grafiği çizilebilmesi için; gözlemlerin bağımsızlığı ve ortalamanın sabit varyans varsayımıyla yaklaşık olarak normal dağılımı varsayımı sağlanmalıdır. Değişim aralığı grafiğinin çizilebilmesi için ise gözlemlerin bağımsız olması varsayımının sağlanması gereklidir.

#### 3.1.1. $\bar{x}$ kontrol grafiği

Sürecin belirlenen kalite karakteristiğinin ortalama kontrol grafiği, süreç ortalamasının ya da ortalama kalite düzeyinin kontrolü için geliştirilen grafiklerdir. Alınan örneklemelerin aritmetik ortalamaları, süreç parametrelerinin bilinip bilinmediği durumlara göre, oluşturulan grafik üzerine işaretlenir.

Kontrol limitleri dışında bir ya da birkaç noktanın varlığı veya ortalamanın herhangi bir tarafındaki yığılma süreç ortalamasındaki bir kayma olarak değerlendirilir[33].

Örneklem ortalamalarının dağılımının parametreleri  $\mu_{\bar{x}}$  ve  $\sigma_{\bar{x}}$  olmak üzere, grafiğin parametreleri,

$$\begin{aligned}
\dot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} \\
OC_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} \\
AKL_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}}
\end{aligned} \quad (3.1)$$

şeklinde belirlenmektedir.

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_m$  örneklere ait ortalamalar olmak üzere, i' inci örneklemin ortalaması

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (3.2)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Buradan sürecin ortalaması diğer bir deyişle; örneklem ortalamalarının ortalaması ise

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i \quad (3.3)$$

olarak belirlenmektedir[10].

Süreç parametresi  $\mu$  bilinmediğinde genel ortalama  $\bar{\bar{x}}$ , süreç ortalaması  $\mu$  nün yansız bir tahmincisi olmak üzere  $\bar{x}$  kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned}
\dot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} \\
OC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\
AKL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}}
\end{aligned} \quad (3.4)$$

olarak bulunmaktadır. Burada  $\sigma_{\bar{x}}$ , süreç standart sapması  $\sigma$  ve örneklem büyüklüğü n olmak üzere

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3.5)$$



şeklinde belirlenmektedir. Süreç parametresi  $\sigma$  da bilinmediğinden tahmin edilmesi gerekmektedir.  $\sigma$  'nın tahmin edilmesinde, örneklem değişim aralığı ya da örneklem standart sapması kullanılabilir.

Değişkenlik ölçüsü olarak değişim aralığı  $R$  kullanıldığında, sürecin standart sapması;

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (3.6)$$

şeklinde tahmin edildiğinde ve buradan  $\sigma$  yerine bu tahminci yazıldığında

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (3.7)$$

elde edilir. Buna bağlı olarak da kontrol limitleri,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \\ OC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ \bar{A}KL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

olur ve

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad (3.9)$$

şeklinde belirtilirse,  $\bar{x}$  kontrol grafiğinin limitleri

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\ OC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ \bar{A}KL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (3.10)$$

olarak bulunmaktadır [9,10].

Değişkenlik ölçüsü olarak örneklem standart sapması  $s$  kullanıldığında ise, sürecin bilinmeyen standart sapması, örneklem standart sapmalarından hareketle ve bunların ortalaması  $\bar{s}$  olmak üzere,

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} \quad (3.11)$$

şeklinde tahmin edilir.  $\sigma_{\bar{x}}$  değerinde yerine konursa, grafiğin kontrol limitleri,

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} \\ OC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ AKL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

olur ve

$$A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad (3.13)$$

olarak belirtilirse,  $\bar{x}$  kontrol grafiğinin limitleri

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} \\ OC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ AKL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklinde bulunur.

Süreç parametreleri  $\mu$  ve  $\sigma$  bilindiğinde ise; grafiğin parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu + 3\sigma_{\bar{x}} \\ OC_{\bar{x}} &= \mu \\ AKL_{\bar{x}} &= \mu - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

olarak belirlenir. Sürecin standart sapması  $\sigma$  bilindiğinden (3.5) eşitliğinden,

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ OC_{\bar{x}} &= \mu \\ AKL_{\bar{x}} &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

elde edilir. Burada

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad (3.17)$$

şeklinde belirtilirse,  $\bar{x}$  kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu + A\sigma \\ OC_{\bar{x}} &= \mu \\ AKL_{\bar{x}} &= \mu - A\sigma \end{aligned} \quad (3.18)$$

olarak elde edilir[6,9,10].

### 3.1.2. R kontrol grafiği

$x_1, x_2, \dots, x_n$ , n hacimli bir örnek olduğunda, en küçük ve en büyük ölçüm değerleri arasındaki farka değişim aralığı denmektedir. Değişim aralığı R ile ifade edilir

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (3.19)$$

şeklinde gösterilmektedir. Her biri n birimden oluşan m tane örnek alındığında,  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$  bu örneklerin değişim aralıkları olmak üzere değişim aralıkları ortalaması

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j \quad (3.20)$$

olarak hesaplanmaktadır. Böylece R kontrol grafiğinin limitleri,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= \mu_R + 3\sigma_R \\ O\dot{C}_R &= \mu_R \\ AKL_R &= \mu_R - 3\sigma_R \end{aligned} \quad (3.21)$$

şeklinde belirtilmektedir.  $\bar{R}$ , değişim aralıklarının örnekleme dağılımının ortalaması  $\mu_R$ ' nin bir tahminidir.  $R_j$  'lerin gösterdiği dağılımın standart sapması  $\sigma_R$  bilinmediğinden tahmin edilmesi gerekir.  $\sigma_R$ ' nin tahmini,

$$\hat{\sigma}_R = \frac{d_3}{d_2} \bar{R} \quad (3.22)$$

dir. Burada  $d_3$  ve  $d_2$  örnek büyüklüğü  $n$ ' ye bağlı olan tablo değerleridir. Söz konusu değerler EK-5' de verilmiştir.  $\mu_R$  ve  $\sigma_R$ ' nin tahminleri yerine konulduğunda R kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3\frac{d_3}{d_2} \bar{R} \\ O\dot{C}_R &= \bar{R} \\ AKL_R &= \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3\frac{d_3}{d_2} \bar{R} \end{aligned} \quad (3.23)$$

olarak elde edilmekte ve kontrol limitleri  $\bar{R}$  parantezine alındığında,

$$D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2} \quad D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2} \quad (3.24)$$

şeklinde tablolaştırıldığında ( EK-5) R kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned}
\dot{U}KL_R &= D_4 \bar{R} \\
OC_{\zeta_R} &= \bar{R} \\
AKL_R &= D_3 \bar{R}
\end{aligned}
\quad (3.25)$$

olarak elde edilmektedir[9,10].

Sürecin ilgilenilen kalite karakteristiğine ilişkin bir standart sapma değeri  $\sigma$  verildiğinde ya da belirli bir değere eşit olduğu kabul edildiğinde ise, R kontrol grafiğinin oluşturulmasında bu  $\sigma$  değerinden yararlanılacaktır.  $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$  şeklinde tahmin edildiğinden  $\bar{R} = \hat{\sigma} d_2$  olur ve  $\sigma_R = d_3 \sigma$  olduğundan bu değerler yerine yazılırsa, R kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned}
\dot{U}KL_R &= d_2 \sigma + 3d_3 \sigma \\
OC_{\zeta_R} &= d_2 \sigma \\
AKL_R &= d_2 \sigma - 3d_3 \sigma
\end{aligned}
\quad (3.26)$$

olarak elde edilmektedir ve  $\sigma$  parantezine alındığında,

$$D_1 = d_2 - 3d_3 \quad D_2 = d_2 + 3d_3 \quad (3.27)$$

olarak tanımlanırsa,

$$\begin{aligned}
\dot{U}KL_R &= D_2 \sigma \\
OC_{\zeta_R} &= d_2 \sigma \\
AKL_R &= D_1 \sigma
\end{aligned}
\quad (3.28)$$

olmaktadır.

### 3.1.3. x Birimler kontrol grafiği

Bazı durumlarda  $\bar{x}$  kontrol grafiğinin yanı sıra, alınan örneklerdeki birimlerin kontrol limitleri arasındaki dağılımını da görmek önem taşır.

Süreçten alınan örnekler her zaman 4-5 birimden oluşturulamaz. Gözlemleri yapmanın çok zaman aldığı ve oldukça pahalıya mal olduğu durumlarda, belirli bir süreçten sadece tek bir gözlem elde edilebiliyorsa (tahribatlı testler) veya benzeri durumlardan dolayı tek birimlik örneklem almak gerekebilir. Böyle durumlarda x birimler kontrol grafiği kullanmak faydalıdır[33].

Örnek hacminin n=1 olduğu durumlar için geleneksel metot, süreç ortalamasını izlemek için Shewhart birimler kontrol grafiğini kullanmaktır. Birimler kontrol grafiğinin oluşturulması oldukça kolaydır ancak iki dezavantajı bulunmaktadır: bunlardan ilki; süreçteki ufak kaymalara karşı duyarlı olmamasıdır. İkincisi ise; gözlemler normal dağılmamış ise grafiğin performansı kötü etkilenebilir[33].

Birimler kontrol grafiği ortalama kontrol grafiği gibi yorumlanabilir.

x kontrol grafiğinin kontrol limitleri, anakütle parametrelerinin bilinip bilinmediği durumlara ve örnekteki birim sayısına bağlı olarak iki farklı biçimde belirlenebilir.

Sürecin standart sapması  $\sigma$ , süreç ortalaması  $\mu$  biliniyorsa x birimler kontrol grafiği limitleri,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_x &= \mu + 3\sigma \\ OC_x &= \mu \\ \bar{A}KL_x &= \mu - 3\sigma \end{aligned} \quad (3.29)$$

olarak belirlenir[34].

Eğer  $\mu$ ' nün ve  $\sigma$ ' nın değeri bilinmiyorsa, örnek ortalamalarından hareketle  $\bar{\bar{x}}$  değeri hesaplanır. Yine örnek ortalamalarından hareketle  $\hat{\sigma}$ ' nın R ve s' nin kullanımına bağlı olarak, iki şekilde hesaplanması da mümkündür[34]. Buna göre birinci durum için;  $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$  alınırsa birimler kontrol grafiğinin limitleri;

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \bar{x} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2} \\
\bar{OÇ}_x &= \bar{x} \\
\bar{AKL}_x &= \bar{x} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2}
\end{aligned} \quad (3.30)$$

olarak hesaplanır. İkinci durum söz konusu olduğunda ise kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \bar{x} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \\
\bar{OÇ}_x &= \bar{x} \\
\bar{AKL}_x &= \bar{x} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4}
\end{aligned} \quad (3.31)$$

olur. Süreçten bir birimlik örnekler alındığında başka bir deyişle gözlem sayısı bir tane olduğunda süreç standart sapması hareketli değişim aralığı yardımıyla tahmin edilir. Bu grafik için örnek sayısının 20-25 kadar olması önerilir. Dikkat edilmesi gereken nokta, buradaki orta çizgi değeri birimlerin ortalamasıdır.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m} \quad (3.32)$$

formülle hesaplanır. Buradaki m, örnek sayısıdır. Kontrol limitlerinin belirlenmesi için gözlem değerlerine ait hareketli değişim aralığı  $MR_i$  hesaplanır. Sonra hareketli değişim aralığı ortalaması  $\overline{MR}_i$  değeri elde edilir. Örnek sayısı m, i inci örnekteki birimi  $x_i$  iken, hareketli değişim aralığı,

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|, i=1,2,\dots,m-1 \quad (3.33)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum MR_i}{m-1} \quad (3.34)$$

biçiminde elde edilir. Burada, ÜKL ve AKL değerlerini oluşturmak için  $\overline{MR}$  değeri  $3/d_2$  çarpanıyla çarpılır. Hareketli değişim aralığı hesaplamak için ardışık iki gözlem değeri  $n=2$  alınır. Buna göre EK-5' den  $d_2=1,128$  bulunur. Buna göre kontrol limitleri hareketli değişim hesabında kullanılan birim sayısına bağlıdır ve aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_{MR} &= \bar{x} + 2,66\overline{MR} \\ OÇ_{MR} &= \bar{x} \\ AKL_{MR} &= \bar{x} - 2,66\overline{MR} \end{aligned} \quad (3.35)$$

### 3.2.Eğiklik Düzeltmesi

$x$  ; ortalaması 0, varyansı 1 ve eğikliği  $k_3$  olan standart normal dağılmış bir rassal değişken olsun. Eğiklik metoduyla,  $k_3$  ün bilindiği varsayımı altında, üst kontrol limiti, orta çizgi ve alt kontrol limiti formülleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL} &= 3 + \frac{\frac{4}{3}k_3}{1 + 0,2k_3^2} \\ OÇ &= 0 \\ AKL &= -3 + \frac{\frac{4}{3}k_3}{1 + 0,2k_3^2} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Eğiklik düzeltmesi, Cornish-Fisher [26] açılımına dayanır .  $x$ , ortalaması 0, standart sapması 1 olan standart normal dağılmış bir rassal değişken olsun.

$$x \sim N(0,1)$$

$x_\alpha$  ve  $z_\alpha$  sırasıyla  $x$  ve standart normal dağılımın  $\alpha$ 'ncı kartilleri olsunlar.  $k_r$  ,  $x$ ' in ( $r \geq 3$ )  $r$ ' inci kümülanı olsun. Böylece standart normal dağılım altında  $x_r$  nin Cournish- Fisher açılımı ,



$$x_{\alpha} = z_{\alpha} + \frac{1}{6}(z_{\alpha}^2 - 1)k_3 + \frac{1}{24}(z_{\alpha}^3 - 3z_{\alpha})k_4 - \frac{1}{36}(2z_{\alpha}^3 - 5z_{\alpha})k_3^2 + \dots \quad (3.37)$$

gibidir. Eğer

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1 - \frac{\%0,27}{2} \\ \alpha_2 &= 1 - \alpha_1 \end{aligned} \quad (3.38)$$

alırsak,

$$\begin{aligned} z_{\alpha_1} &= 3 \\ z_{\alpha_2} &= -3 \end{aligned} \quad (3.39)$$

değerlerini buluruz. Böylece (3.37) eşitliğinden

$$x_{\alpha_1} = 3 + \frac{4}{3}k_3 - \frac{13}{12}k_3^2 + \frac{3}{4}k_4 + \dots = 3 + \frac{4}{3}k_3 - \frac{13}{12}k_3^2 + Y_1 \quad (3.40)$$

$$x_{\alpha_2} = -3 + \frac{4}{3}k_3 + \frac{13}{12}k_3^2 - \frac{3}{4}k_4 + \dots = -3 + \frac{4}{3}k_3 + \frac{13}{12}k_3^2 + Y_2 \quad (3.41)$$

elde ederiz. (3.40) ve (3.41) eşitliklerinin sağ tarafları, x' in birçok yüksek dereceden kümülanlarını ifade eden karışık formdaki  $Y_1$  ve  $Y_2$  olarak gösterilmiştir. Sadece eğiklik  $k_3$  ' ün kartiller üzerindeki etkisi ile ilgilendiğimiz için basitçe her iki ifadeyi aşağıdaki gibi yaklaşık olarak ifade edebiliriz.

$\frac{4}{3}k_3 - \frac{13}{12}k_3^2 + Y_1$  ve  $\frac{4}{3}k_3 + \frac{13}{12}k_3^2 + Y_2$  ' ün yerine  $\frac{4}{3}k_3 h(k_3)$  yaklaşımını alabiliriz.

$$x_{\alpha_1} \cong 3 + \frac{4}{3}k_3 h(k_3) = \text{ÜKL} \quad (3.42)$$

$$x_{\alpha_2} \cong -3 + \frac{4}{3}k_3 h(k_3) = AKL \quad (3.43)$$

Burada  $h(\cdot)$ ,  $h(0)=1$  'i sağlayan düzgün bir fonksiyondur.  $x_{\alpha_1}$  ve  $x_{\alpha_2}$  kartileri, sırasıyla ÜKL ve AKL olarak kullanılabilir. Ancak  $x' = -x$  alınır ise,  $-x_{\alpha_1}$  'i  $k_3 = -k_3'$  olduğu için  $x'$  in kontrol grafiğinin alt kontrol limiti olarak almak doğaldır. Öyleyse  $x_{\alpha_2} = -x_{\alpha_1}$  'i elde ederiz. Bu da,

$$h(k_3) = h(-k_3) \quad (3.44)$$

alınması gerektiğini vurgular. Bu ayrıca neden  $k_3' < 0$  iken EK-1'in  $k_3 = -k_3' > 0$  ve AKL yerine  $A_L^*$  ve ÜKL yerine  $A_u^*$  koyularak (3.55) nolu eşitlikten sonraki(paragrafta da belirtildiği gibi) kullanılabileceğini açıklar. Önerilen eğiklik düzeltmesi grafiklerinin aşağıda belirtilen özellikleri sağlaması istenir.  $\frac{4}{3}k_3 h(k_3)$  ifadesini  $c_4^*$  ile gösterilir.

a)  $k_3 > 0$  küçük iken, süreç dağılımı simetriğe yakın iken, üst tip 1 riski,  $P(x \geq 3 + c_4^*)$  ve alt tip 1 riski  $P(x < -3 + c_4^*)$  nin her ikisinde (kontrol limitleri  $\pm 3$ ) Shewhart grafiklerinden % 0.27/2 'ye daha yakındır.

b)  $k_3 > 0$  büyük iken, dağılım büyük ölçüde sağa eğik iken, Shewhart ' ın üst tip 1 riski  $\alpha_U^S$  , alt tip 1 risk olan  $\alpha_L^S$  ' den daha büyüktür.  $\pm 3$  limitlerinin beraberce sağa doğru kaydırılması,  $\alpha_L^S$  ' yi artırırken,  $\alpha_U^S$  ' deki azalış aynı ölçüde değildir. Sonuç olarak, toplam tip 1 hata riski,  $\alpha$  artacaktır. Dolayısıyla, önerilen grafiklerde  $c_4^*$  küçük tutulmalıdır.  $k_3 < 0$  olduğunda ise yapılması gerekenler benzerdir. Bu da (3.45) anlamına gelir.

$$\lim_{|k_3| \rightarrow \infty} k_3 h(k_3) = 0 \quad (3.45)$$

Böylece (3.44) ve (3.45)' dan  $h(0)=1$  ile  $h(\cdot)$  nın düzgünlüğü aşağıda gösterildiği gibi fonksiyon  $h(\cdot)$  ' ın mantıklı ve basit bir seçeneğine ulaştırır.

$$h(k_3) = \frac{1}{1 + \delta k_3^2} \quad (3.46)$$

Burada  $\delta$  bir parametredir. Weibull ve Burr aileleri gibi birçok eğik dağılım için gerçekleştirilmiş simülasyonların sonuçları  $h(\cdot)$  fonksiyonundaki  $\delta$  parametresinin 0,2'ye yakın olduğunu göstermiştir[23]. Böylece bu çalışmada  $\delta=0,2$  alınacaktır. Bu da kontrol limitleri ayarlamasında seçilen  $h(\cdot)$  için uygundur.  $x'$  in standart sapması 1 iken,  $k_3$  aynı zamanda eğiklik katsayısı olarak da adlandırılır.

Yukarıdaki ifade klasik simetrik normal dağılım için oluşturulmuş ( $\pm 3$  sigma kontrol limitlerine sahip) kontrol grafiklerinden farklıdır. Bu farklılık  $\frac{4}{3} k_3 / (1 + 0,2k_3^2)$  değerinden ileri gelmektedir. Sürecin simetrik olduğunu ( $k_3=0$ ) varsayarak yukarıdaki ifadenin Shewhart kontrol grafiklerinin formüllerine dönüşeceği açıktır. Bununla beraber eğer eğri sağa eğik ise  $k_3 > 0$  dır. Böyle bir durumda üst kontrol limitiyle orta çizgi arasındaki uzaklık, orta çizgi ile alt kontrol limiti arasındaki uzaklıktan daha büyük olacaktır.  $k_3 < 0$  ise tersi geçerlidir. Süreç yeterliliği  $6\sigma$  dır[23].

Bu bölümde Skewness metodu ilk önce sürecin parametrelerinin bilindiği varsayımına dayanılarak  $\bar{x}$ , R ve birimler kontrol grafiği incelenecektir. Bu metot ile kusurlu birim kontrol grafiğinin (np grafiği) kontrol limitlerini oluşturmak da mümkündür. Ancak bu çalışmada np kontrol grafiği limitleri oluşturulması amacımız dışındadır.

Dağılımın parametrelerinin  $\mu_x$  ve  $\sigma_x$  olduğu biliniyorsa, bu durumda eğiklik düzeltilmesiyle elde edilen; ortalama( $\bar{x}$ ), birimler kontrol grafiği ve

değişim aralığı (R) kontrol grafikleri için ÜKL, OÇ ve AKL formülleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu_x + (3 + c_4^*)\sigma_x / \sqrt{n} \\ O\dot{Ç}_{\bar{x}} &= \mu_x \\ AKL_{\bar{x}} &= \mu_x + (-3 + c_4^*)\sigma_x / \sqrt{n} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_x &= \mu + (3 + c_4^*)\sigma \\ O\dot{Ç}_x &= \mu \\ AKL_x &= \mu + (-3 + c_4^*)\sigma \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{ÜKL}_R &= \mu_R + (3 + d_4^*)\sigma_R \\ O\dot{Ç}_R &= \mu_R \\ AKL_R &= \mu_R + (-3 + d_4^*)\sigma_R \end{aligned} \quad (3.49)$$

Burada  $c_4^*$  ve  $d_4^*$  sabitlerine eğiklik düzeltmesi diyoruz. Eğer dağılım simetrikse  $c_4^*=0$  olur ve çizilecek  $\bar{x}$  kontrol grafiği Shewhart kontrol grafiğidir. Eğer  $AKL_R=0$  ise eğiklik katsayısı  $d_4^* < 0$  dır. Eğer,

$$d_2^* = \frac{\mu_R}{\sigma_x} \quad d_3^* = \frac{\sigma_R}{\sigma_x} \quad (3.50)$$

ise,  $R/\sigma_x$  nin ortalama ve standart sapması ,

$$\sigma_x = \frac{\mu_R}{d_2^*} \quad \sigma_R = \frac{d_3^*}{d_2^*} \mu_R \quad (3.51)$$

olur. Düzeltme sabitleri ,

$$c_4^* = \frac{\frac{4}{3}k_3(\bar{x})}{1+0,2k_3^2(\bar{x})} \quad d_4^* = \frac{\frac{4}{3}k_3(R)}{1+0,2k_3^2(R)} \quad (3.52)$$

olarak yazılırsa  $k_3(\bar{x})$  ve  $k_3(R)$ , örneklemelerden elde edilmiş  $\bar{x}$  ve R serilerinin eğiklik katsayılarıdır.

Sürecin parametreleri bilinmiyorsa Skewness parametreleri aşağıdaki gibi bulunur.

$x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ , ler  $i=1,2,\dots,r$  iken, ortalaması  $\mu$ , varyansı  $\sigma$  ve eğiklik katsayısı  $k_3$  olan bir süreçten alınan n birimlik r adet alt gruplar (örneklem) olsun. Bu durumda eğiklik metoduyla elde edilmeye çalışılan kontrol grafikleri için gerekli katsayılar olan  $d_2^*, d_3^*$ , normal dağılım altında elde edilmeye çalışılan kontrol grafikleri için gerekli katsayılar olan  $d_2, d_3$ ' ün yerine geçer. Eğer  $k_3$  biliniyorsa,  $\bar{x}$  serisinin eğiklik katsayısı  $k_3/\sqrt{n}$  dir. Bu durumda, eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri aşağıdaki gibidir[23].

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_{\bar{x}} &= \bar{x} + \left(3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*\sqrt{n}} \equiv \bar{x} + A_u^*\bar{R} \\ O\bar{C}_{\bar{x}} &= \bar{x} \\ \bar{A}KL_{\bar{x}} &= \bar{x} + \left(-3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*\sqrt{n}} \equiv \bar{x} - A_L^*\bar{R} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Burada,

$$\begin{aligned} A_u^* &= \left(3 + \frac{4k_3/3\sqrt{n}}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{1}{d_2^*\sqrt{n}} \\ A_L^* &= \left(-3 + \frac{4k_3/3\sqrt{n}}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{1}{d_2^*\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

olduğu kolayca görülür. Buradaki  $d_2^*$  değeri R serisinin herbir elemanını veri setinin standart sapma değerine bölünerek elde edilen yeni serinin ortalamasıdır.

$d_2^*$  değeri hesaplandıktan sonra bilinen  $n$  yardımıyla (3.54)'deki katsayıları tablolardaki değerlere veya interpolasyona gerek kalmadan hesaplanabilir. Diğer taraftan eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $x$  birimler grafiği kontrol limitleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_x &= \bar{x} + \left(3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \equiv \bar{x} + A_u^{**} \bar{R} \\ O\dot{C}_x &= \bar{x} \\ AKL_x &= \bar{x} + \left(-3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1+0,2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \equiv \bar{x} - A_L^{**} \bar{R} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Buradaki  $A_u^{**}$  değeri,  $\sqrt{n}A_u^*$  değerine eşittir.  $A_u^*$  değeri hesaplandıktan sonra kolaylıkla bulunabilir. Eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $R$  grafiği kontrol limitleri aşağıdaki gibidir[23].

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= \left[1 + (3 + d_4^*) \frac{d_3^*}{d_2^*}\right] \bar{R} \equiv D_4^* \bar{R} \\ O\dot{C}_R &= \bar{R} \\ AKL_R &= \left[1 + (-3 + d_4^*) \frac{d_3^*}{d_2^*}\right] \bar{R} \equiv D_3^* \bar{R} \end{aligned} \quad (3.56)$$

EK-1 de  $A_u^*, A_L^*$  için, EK-3 ve EK-4 de ise  $d_2^*$  için değerlere yer verilmiştir. Burada  $k_3 < 0$  için  $A_u^*$  değeri ile  $k_3 > 0$  için  $A_L^*$  değeri aynıdır. Tabloda olmayan  $A_u^*, A_L^*$  değerlerini elde etmek için interpolasyon kullanılmıştır.

$A_u^*$  ve  $A_L^*$  değerlerinin hesabı polinom interpolasyon teorisi üzerinden yapılmıştır. Buna göre;

**Teorem:**  $x_0, x_1, \dots, x_n$  şeklinde  $n+1$  farklı nokta ve bu noktadaki  $n+1$  adet  $y_0, y_1, \dots, y_n$  fonksiyon değeri verilsin.  $i=0, 1, \dots, n$  için  $x = x_i$  'de  $y_i = f(x_i)$  'ye karşılık gelecek, en fazla  $n$  olan polinom kümesi içerisinde özgündür. Burada

$p(x)$ ' in özgünlüğü bulunacak polinomların kullanılan yöntemden bağımsız olarak aynı olacağı anlamına gelir.

İspat: bu ispat doğrudan interpolasyon polinomunun kurulmasına dayanır.  $0 < i \leq n$  olmak üzere bazı  $i$ ' ler için

$$\begin{aligned} y_i &= 1 \\ y_j &= 0 \\ i &\neq j \end{aligned} \quad (3.57)$$

özel polinomunu alalım. Derecesi  $\leq n$  olacak şekilde  $n$  adet  $x_j$  noktasında sıfıra eşit olan bir polinom aranır.

$$p(x) = c(x - x_0) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n) \quad (3.58)$$

polinomu herhangi bir  $c$  değeri için bu özelliği sağlar.  $c$  değerini bulmak için  $p(x_i) = 1$  olduğu dikkate alınır;

$$p(x_i) = 1 = c(x_i - x_0) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n) \quad (3.59)$$

veya

$$c = \left[ (x_i - x_0) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n) \right]^{-1} \quad (3.60)$$

olur. Bu polinomu kısa şekilde,

$$l_i = \prod_{i \neq j} \left( \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right) \quad i=0,1,\dots,n \quad (3.61)$$

olarak yazılabilir. Orijinal problemde,

$$p(x_i) = y_i \quad i=0,1,\dots,n \quad (3.62)$$

problemini çözmek için

$$p(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + \dots + y_n l_n(x) \quad (3.63)$$

olarak alınabilir.  $l_i(x)$  polinomunun özelliğinden dolayı (3.63) eşitliğini her zaman sağlayacaktır. Başka bir deyişle;  $l_0(x_0) = 1$  olduğundan  $p(x_0) = y_0$  vb. Ayrıca, tüm  $l_i(x)$  'lerin derecesi  $n$  olduğundan  $p(x)$ ' in derecesi  $\leq n$  olur.

$P(x)$ ' in özgünlüğünü kanıtlamak için  $q(x)$  gibi başka bir polinomunda (3.62) eşitliğini sağladığını ve  $\leq n$  olduğu varsayılır.

$$r(x) = p(x) - q(x) \quad (3.64)$$

olarak tanımlanır.  $r(x)$  polinomunun derecesi,  $p(x)$  ve  $q(x)$ 'in derecesinden daha yüksek olamaz, öyleyse  $\leq n$  olmalıdır. Dahası,  $p(x_i) = q(x_i)$  olduğundan

$$r(x_i) = p(x_i) - q(x_i) = 0 \quad i=0,1,\dots,n \quad (3.65)$$

olmalıdır.  $r(x)$ ,  $n+1$  noktada sıfır olduğundan  $r(x) \equiv 0$  olmalıdır. Başka bir deyişle,  $p(x) \equiv q(x)$  'dir. Öyle ise  $p(x)$  özgündür.

$p(x)$ ' in özgünlüğü bulunacak polinomların kullanılan yöntemden bağımsız olarak aynı olacağı anlamına gelir.

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x) \quad (3.66)$$

şeklindeki interpolasyon Lagrange interpolasyonu olarak bilinir.



$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$  noktalarından geçen interpolasyon polinomu interpolasyon yöntemiyle aşağıdaki gibi bulunur. Burada verilen nokta sayısı  $n+1=3$  olduğundan interpolasyon polinomunun derecesi  $n=2$  olacaktır. Öyleyse,

$$\begin{aligned}
 p_2(x) &= \sum_{i=0}^2 y_i l_i(x) \\
 &= y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + y_2 l_2(x) \\
 &= \left[ \frac{((x-x_1))(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} y_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} y_2 \right]
 \end{aligned}$$

(3.67)

elde edilir. Bulunan  $p_2(x)$  polinomuna ikinci derece Lagrange interpolasyon polinomu denir[36].

Eğiklik kontrol grafiği sabitleri olan  $d_2^*, d_3^*$  'ün, Shewhart kontrol grafiği sabitleri  $d_2, d_3$  gibi olduğunu ve bunların aslında  $R/\sigma_x$  nin ortalama ve standart sapması olduğu daha önce belirtilmişti. Bir diğer sabit (3.52) de belirtildiği gibi,

$$d_4^* = \frac{\frac{4}{3} k_3(R)}{1 + 0,2 k_3^2(R)}$$

dir. Burada  $k_3(R)$  ilgili değişim aralığı serisinin eğiklik katsayısıdır.  $d_2^*, d_3^*, d_4^*$  sabitleri süreç dağılımının ve  $n$  ' in bilindiği durumlarda nümerik integrasyonla elde edilirler. Ancak uygulamada birçok durumda, süreç ve  $R$  dağılımı bilinmemektedir. Buradaki asıl problem uygulama aşamasında kontrol grafiklerini oluşturmak için gerekli olacak  $d_2^*, d_3^*, d_4^*$  ' lerin hangi değerlerinin uygun olacağıdır. Eğer alt grup hacmi  $n$  ve eğiklik katsayısı  $k_3$  belirlenmişse, hesaplamalar göstermiştir ki; her  $i$  için ( $i=2,3,4$ ) bulunan  $d_i^*$  ' ler,  $n$  ' e bağlı olarak, Weibull ve Burr dağılımlarında birbirine oldukça yakın çıkmıştır. Bunun sonucunda aşağıdaki eğik dağılımlar için  $d_i^*$  ' ler birbirine yakındır.

$$\begin{aligned}
F_1(x) &= 1 - \exp[-(x/\lambda)^\beta] \\
F_2(x) &= 1 - (1+x^c)^{-b}
\end{aligned}
\quad x>0 \quad (3.68)$$

Burada  $F_1$ :  $\lambda, \beta$  sırasıyla Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametreleri,  $F_2$  :  $c, b$  ( $c > 1, b \geq 3$ ) Burr dağılımının parametrelerini temsil etmektedir. Dağılımların parametrelerindeki değişiklikler dağılımın şeklini değiştirmektedir. Ayrıca Weibull dağılımının eğikliği sadece  $\beta$  parametresinin değerine bağlıdır. Ancak Burr dağılımında belirlenmiş  $k_3$  için birçok  $b$  ( sonuç olarak pek çok uygun  $c$  değeri) değeri elde etmek mümkündür. Bu çalışmada  $b=3,4,6,7$  iken Weibull ve Burr dağılımları için hazırlanmış tablolardan yararlanılmıştır. Çünkü bu dağılımların şekli bilinmektedir ve nümerik olarak integralleri alınabilmektedir. EK-3 de  $n=5$  ve  $k_3$  ' ün bazı değerleri için Weibull ve Burr için hesaplanmış  $d_2^*, d_3^*, d_4^*$  değerleri yer almaktadır.  $n=5$  için bulunan sonuçlar bu dağılımlar için birbirine yakın çıktığından  $n=2,3,4,5,7,10$  ve  $k_3$  ' ün bazı değerleri için EK-4 oluşturulmuştur. Sonuç olarak, her bir  $i$  için çizelgedeki beş değerlerin ortalamasını almak uygundur[23].

Eğer  $k_3 < 0$  ise  $-k_3$  için aynı  $d_2^*, d_3^*, d_4^*$  değerleri geçerlidir.

$A_U^*, A_L^*, D_3^*, D_4^*$  değerlerini EK-1 ve EK-2' de bulmak mümkündür.

Birçok durumda eğiklik sabiti  $k_3$  ' ün tahminlenmesi gerekmektedir. Örneklerden tahminlenen  $k_3$ ;

$$k_3^* = \frac{1}{nr-3} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^n \left( \frac{x_{ij} - \bar{\bar{x}}}{S_{nr}} \right)^3 \quad (3.69)$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (3.70)$$

$$S_{nr} = \sqrt{\frac{1}{nr-1} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2} \quad (3.71)$$

dir. EK-1' den, n 'in büyük değerleri için  $k_3$ ' ün değişen değerleri için de hesaplanan katsayılar robusttur.

### 3.2.1. $\bar{x}$ Kontrol Grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_x &= \mu + (3 + c_4^*)\sigma_x / \sqrt{n} \\ \bar{OC}_x &= \mu \\ \bar{AKL}_x &= \mu + (-3 + c_4^*)\sigma_x / \sqrt{n} \end{aligned} \quad (3.72)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_x &= \bar{x} + (3 + c_4^*) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \\ \bar{OC}_x &= \bar{x} \\ \bar{AKL}_x &= \bar{x} + (-3 + c_4^*) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3.73)$$

olarak elde edilir[23].

#### 3.2.1.1. Weibull dağılımı ve ortalama kontrol grafiği

Sürecin parametrelerinin bilindiği varsayımı altında,

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \mu + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]^2} \right) \sigma / \sqrt{n} \\ O\zeta_{\bar{x}} &= \mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AKL_{\bar{x}} &= \mu + \left( -3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]^2} \right) \sigma / \sqrt{n} \end{aligned}$$

(3.74)

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{x} + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]^2} \right) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \\ O\zeta_{\bar{x}} &= \bar{x} \end{aligned}$$

$$AKL_{\bar{x}} = \bar{x} + (-3 + \frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right] \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \left( 1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right]^2 \right)^{1/n} \quad (3.75)$$

olarak elde edilir.

### 3.2.1.2. Gamma dağılımı ve ortalama kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_x &= \mu + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left( \frac{2}{\sqrt{C}} \right)}{1 + 0,2 \left( \frac{2}{\sqrt{C}} \right)^2 / n} \right) \sigma / \sqrt{n} \\ O\bar{C}_x &= \mu \\ AKL_x &= \mu + \left( -3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left( \frac{2}{\sqrt{C}} \right)}{1 + 0,2 \left( \frac{2}{\sqrt{C}} \right)^2 / n} \right) \sigma / \sqrt{n} \end{aligned} \quad (3.76)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + \left(3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2 \left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2 / n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}}$$

$$OC_{\bar{x}} = \bar{x}$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3} \left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2 \left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2 / n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}}$$

(3.77)

olarak elde edilir.

### 3.2.1.3. Burr dağılımı için ortalama kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\bar{ÜKL}_x = \mu + \left(3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \sigma / \sqrt{n}$$

$$OC_{\bar{x}} = \mu$$

$$\bar{AKL}_x = \mu + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \sigma / \sqrt{n}$$

(3.78)

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \bar{x} + \left( 3 + \frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right] \right) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \\
OC_{\bar{x}} &= \bar{x} \\
AKL_{\bar{x}} &= \bar{x} + \left( -3 + \frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right] \right) \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \\
& \left( 1 + 0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 \right)^{1/n}
\end{aligned}
\tag{3.79}$$

olarak elde edilir[23].

### 3.2.2. x Birimler Kontrol Grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \mu + (3 + c_4^*)\sigma \\
OC_{\bar{x}} &= \mu \\
AKL_{\bar{x}} &= \mu + (-3 + c_4^*)\sigma
\end{aligned}
\tag{3.80}$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \bar{x} + (3 + c_4^*) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \\
OC_x &= \bar{x} \\
AKL_x &= \bar{x} + (-3 + c_4^*) \frac{\bar{R}}{d_2^*}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

olarak elde edilir.

### 3.2.2.1. Weibull dağılımı ve birimler kontrol grafiği

Sürecin parametrelerinin bilindiği varsayımı altında,

$$\begin{aligned}
\bar{ÜKL}_x &= \mu + (3 + \frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right]) \sigma \\
OC_x &= \mu \\
AKL_x &= \mu + (-3 + \frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right]) \sigma
\end{aligned} \tag{3.82}$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,



$$\begin{aligned} \bar{ÜKL}_x = \bar{x} + & \left( 3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]^{1/n}} \right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \\ \bar{OC}_x = \bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{AKL}_x = \bar{x} + & \left( -3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]^{1/n}} \right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \end{aligned}$$

(3.83)  
olarak elde edilir.

### 3.2.2.2. Gamma dağılımı ve birimler kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_x &= \mu + \left(3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2/n}\right)\sigma \\ OC_x &= \mu \\ AKL_x &= \mu + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2/n}\right)\sigma \end{aligned} \quad (3.84)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_x &= \bar{x} + \left(3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \\ OC_x &= \bar{x} \\ AKL_x &= \bar{x} + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \end{aligned} \quad (3.85)$$

olarak elde edilir.

### 3.2.2.3. Burr dağılımı ve birimler kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_x &= \mu + \left(3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3\left(1-\frac{1}{C}\right)\Gamma^3\left(\frac{1}{C}+D\right)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma\left(1-\frac{2}{C}\right)\Gamma\left(1-\frac{1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{1}{C}+D\right)\Gamma\left(\frac{2}{C}+D\right)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma\left(1-\frac{3}{C}\right)\Gamma\left(\frac{3}{C}+D\right)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3\left(1-\frac{1}{C}\right)\Gamma^3\left(\frac{1}{C}+D\right)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma\left(1-\frac{2}{C}\right)\Gamma\left(1-\frac{1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{1}{C}+D\right)\Gamma\left(\frac{2}{C}+D\right)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma\left(1-\frac{3}{C}\right)\Gamma\left(\frac{3}{C}+D\right)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \sigma \\ OC_x &= \mu \end{aligned}$$

$$AKL_x = \mu + \left( -3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \sigma \quad (3.86)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{ÜKL}_x &= \bar{x} + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \\ O\check{C}_x &= \bar{x} \end{aligned}$$

$$AKL_x = \bar{x} + \left( -3 + \frac{\frac{4}{3\sqrt{n}} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2 / n} \right) \frac{\bar{R}}{d_2^*} \quad (3.87)$$

olarak elde edilir[23].

### 3.2.3. R kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned}\dot{U}KL_R &= \mu_R + (3 + d_4^*)\sigma_R \\ OC_{\zeta R} &= \mu_R \\ AKL_R &= \mu_R + (-3 + d_4^*)\sigma_R\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned}\dot{U}KL_R &= [1 + (3 + d_4^*)\frac{d_3^*}{d_2^*}]\bar{R} \equiv D_4^*\bar{R} \\ OC_{\zeta R} &= \bar{R} \\ AKL_R &= [1 + (-3 + d_4^*)\frac{d_3^*}{d_2^*}]\bar{R} \equiv D_3^*\bar{R}\end{aligned}$$

şeklinde hesaplandığından daha önce bahsedilmişti.

R kontrol grafiklerini oluşturmak için yukarıdaki ifadelerden yararlanılır. İlgili katsayılarla ulaşmak için EK-3 ve EK-4 kullanılır. Eklerde de bulunmayan n ve  $k_3^*$  değerleri için çalışmada kullanılan dağılımlar için formüller aşağıdaki gibi hesaplanır.

### 3.2.3.1. Weibull dağılımı ve R kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned}\dot{U}KL_R &= \mu_R + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3} \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]}{1 + 0,2 \left[ \frac{2\Gamma^3\left(\frac{C+1}{C}\right) - 3\Gamma\left(\frac{C+1}{C}\right)\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) + \Gamma\left(\frac{C+3}{C}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(\frac{C+2}{C}\right) - \Gamma^2\left(\frac{C+1}{C}\right)\right)^3}} \right]} \right)^2 \sigma_R \\ OC_{\zeta R} &= \mu_R\end{aligned}$$

$$AKL_R = \mu_R + (-3 + \frac{4}{3} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right] \frac{1+0,2}{\left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right]^2} ) \sigma_R \quad (3.88)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KL_R &= [1 + (3 + \frac{4}{3} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right] \frac{d_3^*}{d_2^*}) \bar{R}] \\ O\zeta_R &= \bar{R} \end{aligned}$$

$$AKL_R = [1 + (-3 + \frac{4}{3} \left[ \frac{2\Gamma^3(\frac{C+1}{C}) - 3\Gamma(\frac{C+1}{C})\Gamma(\frac{C+2}{C}) + \Gamma(\frac{C+3}{C})}{\sqrt{\left(\Gamma(\frac{C+2}{C}) - \Gamma^2(\frac{C+1}{C})\right)^3}} \right] \frac{d_3^*}{d_2^*}) \bar{R}] \quad (3.89)$$

olarak elde edilir.

### 3.2.3.2. Gamma dağılımı ve R kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= \mu_R + \left(3 + \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2}\right)\sigma_R \\ O\zeta_R &= \mu_R \\ AKL_R &= \mu_R + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2}\right)\sigma_R \end{aligned} \quad (3.90)$$

olarak elde edilir. Sürecin parametresi bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= \left[1 + \left(3 + \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2}\right)\frac{d_3^*}{d_2^*}\right]\bar{R} \\ O\zeta_R &= \bar{R} \\ AKL_R &= \left[1 + \left(-3 + \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)}{1 + 0,2\left(\frac{2}{\sqrt{C}}\right)^2}\right)\frac{d_3^*}{d_2^*}\right]\bar{R} \end{aligned} \quad (3.91)$$

olarak elde edilir.

### 3.2.3.3. Burr dağılımı ve R kontrol grafiği

Sürecin parametreleri biliniyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_R &= \mu_R + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2} \right) \sigma_R \\ OC_{\zeta R} &= \mu_R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AKL_R &= \mu_R + \left( -3 + \frac{\frac{4}{3} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2} \right) \sigma_R \\ & \quad (3.92) \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Sürecin parametreleri bilinmiyorsa,

$$\begin{aligned} \bar{U}KL_R &= [1 + \left( 3 + \frac{\frac{4}{3} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]}{1+0,2 \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right]^2} \right) \frac{d_3^*}{d_2^*} \bar{R} \\ OC_{\zeta R} &= \bar{R} \end{aligned}$$

$$AKL_R = [1 + (-3 + \frac{4}{3} \left[ \frac{\Gamma^3(D)}{\sqrt{T^3}} \left( \frac{2\Gamma^3(1-\frac{1}{C})\Gamma^3(\frac{1}{C}+D)}{\Gamma^3(D)} - \frac{3\Gamma(1-\frac{2}{C})\Gamma(1-\frac{1}{C})\Gamma(\frac{1}{C}+D)\Gamma(\frac{2}{C}+D)}{\Gamma^2(D)} + \frac{\Gamma(1-\frac{3}{C})\Gamma(\frac{3}{C}+D)}{\Gamma(D)} \right) \right] \frac{d_3^*}{d_2^*} \bar{R} ]^{1+0,2} \quad (3.93)$$

olarak hesaplanır[23].



## **4. UYGULAMA**

### **4.1. Uygulamanın Yapıldığı İşletmenin Tanımı**

Uygulamanın yapıldığı işletme gıda sanayinde faaliyet gösteren bir işletmedir. Bu işletmede ISO 9002 Kalite Güvence Sistemi uygulanmaktadır. Bu disiplin içerisinde gıda sektörünün en önemli ve vazgeçilmez şartı olan hijyen ve sanitasyona en büyük önceliği vermekte, üretim şartlarının temizlik ve dezenfeksiyonunu, yeterlilik ve etkinliğini mikrobiyolojik analizlerle kontrol altında tutmaktadır.

### **4.2. Üretim Hatlarının Şeklinin Tanımı**

7.ve 8. üretim hattı hamur besleme, hamur işleme noktası, fırın, soğutma bantları, ürün dizme bantları ve paketleme makinelerinden oluşmaktadır. Bu hatta bir bisküvi üretimi yapılmaktadır.

Hamur üretimi otomatik olarak gerçekleştirilmektedir. Un, yağ, kakao ve sıvı maddeler hamur mikserine otomatik olarak alınırken, hamur üretiminde kullanılan diğer küçük miktardaki toz maddeler manuel olarak tartılmakta ve hamur mikserine manuel olarak atılmaktadır.

Hamur üretimi genel olarak iki aşamalı olarak gerçekleştirilmektedir. Birinci aşamada: un haricindeki tüm maddelerin mikser içerisine atılarak karıştırılmaktadır. İkinci aşamada: birinci aşamada elde edilen karışım üzerine un ilave edilerek karıştırılmaktadır.

Hamur üretim süresi yaklaşık olarak 15-17 dakika arasında olmaktadır. Hamur kontrolünde hamur kıvamı göz yordamı ve hamurun sıcaklığı derece ile kontrol edilmektedir.

#### **4.2.1.Hamur İşleme**

Hamurhaneden otomatik alınan hamur, reon makine başı tarafından alınarak işlenmektedir. İşlenen hamur kalibrasyondan geçerek bantlar yardımıyla fırına götürülmektedir. Siyah ve beyaz hamur reon makine başı küvetlerine gelerek ağızlık grubuna beslenmektedir. Burada krema ilavesi olduktan sonra bıçak grubuna geçerek ahtapot bantlara geçer. Buradan da fırına verilir.

#### **4.2.2.Pişirme**

Bisküvi fırını makine başından hemen sonra yer almakta ve iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bisküvi alevi direkt gördüğü direkt ısıtılmalı bölüm, ikinci bölüm ise ısının ısı kanalları ile iletiildiği bölümdür. Pişirme işlemi esnasında ortalama 200-350<sup>0</sup> arasında kullanılmaktadır.

#### **4.2.3.Paketleme**

Paketleme işlemi otomatik üstten sarmalı paketleme makinesi tarafından yapılmaktadır. Paketleme işlemi paketleme türüne göre değişiklik göstermektedir. Paketleme esnasında, paket içerisine giren bisküvi adedi büyük önem taşımaktadır. Paket gramajı, paket içerisine giren bisküvinin gramajı ve bisküvi kalınlığından doğrudan etkilenmektedir. Üretim tarihi paketleme esnasında otomatik basılmaktadır.

#### **4.3. Üretim Hattının Süreç Kontrol Sistematiğinin İncelenmesi**

Hatta üretilen ürünler için ürüne ait gramaj, kabarma, rutubet, renk, boyut ve görüntü gibi performans göstergeleri farklı kontrol noktalarında izlenmektedir. Sistemde üç kontrol noktası bulunmaktadır. Bu kontrol noktaları aşağıda verilmiştir.

##### **4.3.1.Makine Başı**

Bu kontrol noktasında şekillendirme işlemi tamamlanmış bisküvilerin gramaj değerleri izlenmektedir. Gramaj değerlerini izleyebilmek için hat 8 ağızlıktan oluşmaktadır. Bu 8 ağızlıkta 20 sıra bulunmaktadır. Alınan veriler kayıt formuna kaydedilmiştir.

##### **4.3.2.Fırın Sonu**

Bu kontrol noktasında da gramaj, kalınlık ve rutubet göstergelerine ilişkin numuneler alınmıştır. Numune alma sistemi makine başındaki gibi saatte bir tekrarlanmakta ve veriler kayıt formuna kaydedilmektedir.

##### **4.3.3.Paketleme Sonu**

Bu kontrol noktasında da paketlenmiş bisküvilerin gramaj değerleri saatte bir ölçülmekte ve kaydedilmektedir. Sistemde asıl amaç paket gramajının istenilen spesifikasyonları sağlamasıdır. Ancak bunun gerçekleşmesi ve üretim hattının kararlı hale getirilebilmesi için tüm kontrol noktalarında süreç kontrolü yapılmaktadır.

#### 4.4. Eğiklik Düzeltmesi ile Shewhart Kontrol Grafiklerinin Oluşturulması

##### 4.4.1. Weibull dağılımı ve $\bar{x}$ kontrol grafiği

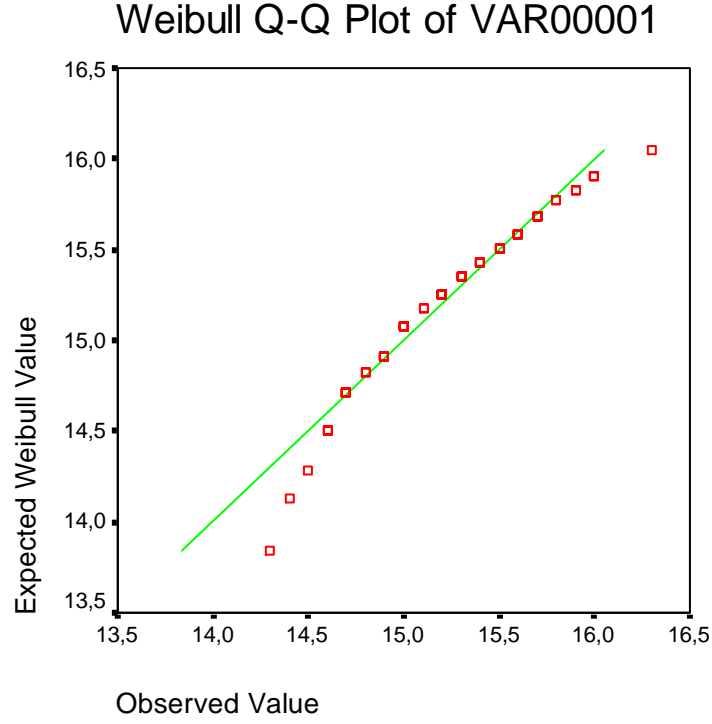
Üretim hattından 2. vardiyadan ürünün kalınlık ölçümleri incelenmiştir. Bu vardiyada 8. hat üzerinden üretim sonunda eşit zaman aralıklarıyla ilk önce 5 ve daha sonra 7 birimden oluşan örnekler alınmıştır.

Alınan 20 örnek sonunda  $n=5$  iken  $\bar{x}=15,355$  ve  $\bar{R}=0,90$  olarak hesaplanmıştır. Veri setinin, Kolmogorov–Smirnov testi ile gözlenen frekanslarıyla beklenen frekansları karşılaştırılmıştır. Bu hipotez testi sonucunda, % 95 güvenle gözlenen frekanslarla beklenen frekanslar arasında istatistiksel olarak önemli bir fark olmadığı,  $p=0,3819 > p=0,05$  olduğu ortaya konmuştur. Çizelge 4.1. de dağılımın ölçek ve şekil parametreleri değerleri ile hipotez testi sonuçları kaydedilmiştir.

**Çizelge 4.1.** Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları,  $n=5$

Alfa	Beta	N	K hesap	p
40,5420	15,4876	100	0,0908	0,3819

Başka bir deyişle ilgili “ $H_0$ =veri seti weibull dağılımına uygunluk göstermektedir” hipotezi %5 yanılma payı ile kabul edilmiştir. Dağılım için SPSS’ de oluşturulan Q-Q grafiği Şekil 4.1’ de gösterilmiştir.



**Şekil 4.1.** Weibull için Q-Q grafiği, n=5

n=5, m=20 rassal birimden elde edilen  $\bar{x}$  serisinin ortalaması, değişim aralığı ve veri setinin eğiklik katsayısı sırasıyla;  $\bar{x}=15,355$ ,  $\bar{R}=0,90$ ,  $k_3^*=0,051$  olarak bulunmuştur. Eğiklik düzeltmesi ile  $\bar{x}$  kontrol limitleri oluşturmak için EK-1' den yararlanılmıştır.  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  değerleri için interpolasyon kullanılmıştır.

$A_u^*$  ve  $A_L^*$  değerlerinin hesabı polinom interpolasyon teorisi üzerinden yapılmıştır. Bu doğrultuda (3.66) formülü yardımıyla Çizelge 4.2' deki sonuçlara ulaşılmıştır.

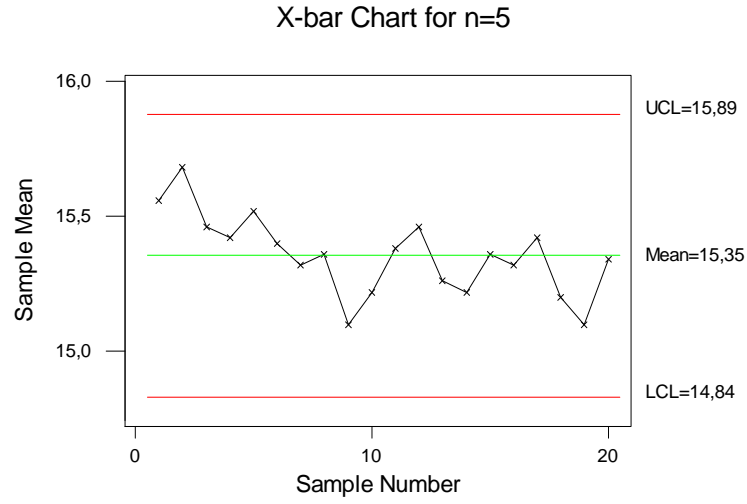
**Çizelge 4.2.** Weibull için  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  İnterpolasyon Sonuçları, n=5

$A_u^*$	$A_L^*$
0,59	0,57

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_u^* \bar{R} = 15,355 + 0,59 * 0,9 = 15,89$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,355$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_L^* \bar{R} = 15,355 - 0,57 * 0,9 = 14,84$$



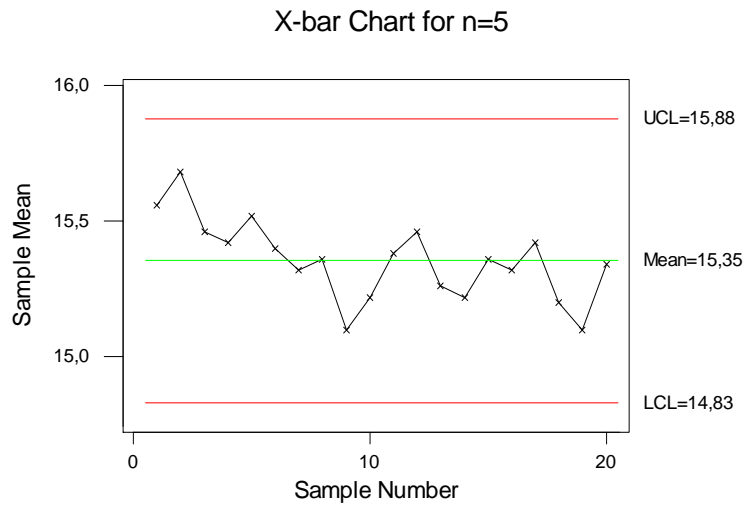
Şekil 4.2. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 için Shewhart kontrol limitleri ile ortalama kontrol grafiği sonuçları aşağıdaki gibidir. Buradaki  $A_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{U}KL_x = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 15,355 + 0,577 * 0,9 = 15,87$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 15,355$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 15,355 - 0,577 * 0,9 = 14,83$$



Şekil 4.3. Shewhart metoduyla Weibull  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=5

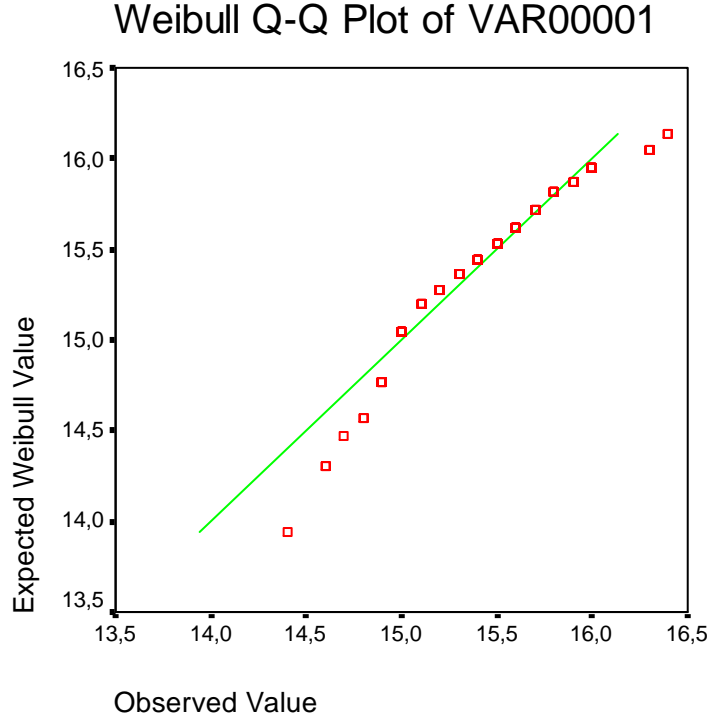
Bu sonuçlara göre, kontrol limitleri arasındaki mesafe, başka bir deyişle limit aralığı genişlemiştir. Kontrol limitleri dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. Ancak bu noktaların tamamı limitler arasında olsa bile, bu noktaların gösterdikleri dağılım önemlidir. Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 incelendiğinde, süreç ortalamasında 2. örnekten başlayarak 10. örneğe kadar bir düşüş görülmektedir. 12. örnekten 19. örneğe kadar yine ortalama bir düşüş görülmektedir. Ayrıca ilk 6 örneğin ortalamasının OÇ' nin üstünde çıkması bu grubun ortalamasının veri setinden elde edilen ortalama biraz daha büyük olduğunu göstermektedir denilebilir. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

İkinci durumda alınan 20 adet örnek ve n=7 birimden elde edilen  $\bar{x}=15,434$  ve  $\bar{R} = 1,065$  olarak hesaplanmıştır. Veri setinin, Kolmogorov–Smirnov testi ile gözlenen frekanslarıyla beklenen frekansları karşılaştırılmıştır. Bu hipotez testi sonucunda, % 95 güvenle gözlenen frekanslarla beklenen frekanslar arasında istatistiksel olarak önemli bir fark olmadığı,  $p=0,0637 > p=0,05$  olduğu ortaya konmuştur. Çizelge 4.3' de dağılımın ölçek ve şekil parametreleri değerleri ile hipotez testi sonuçları kaydedilmiştir.

**Çizelge 4.3.** Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları, n=7

Alfa	Beta	N	K hesap	p
40,5686	15,6248	140	0,1109	0,0637

Başka bir deyişle ilgili “H<sub>0</sub>=veri seti weibull dağılımına uygunluk göstermektedir” hipotezi %5 yanılma payı ile kabul edilmiştir. Dağılım için oluşturulan Q-Q grafiği Şekil 4.4' de gösterilmiştir.



**Şekil 4.4.** Weibull dağılımı için Q-Q grafiği, n=7

n=7, m=20 birimden elde edilen  $\bar{x}$  serisinin sırasıyla ortalaması, değişim aralığı ve eğiklik katsayısı;  $\bar{x}=15,434$ ,  $\bar{R} = 1,065$ ,  $k_3^* = 0,056$  olarak bulunmuştur. Eğiklik düzeltmesi ile  $\bar{x}$  kontrol limitleri oluşturmak için EK-1' den yararlanarak  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  değerleri interpolasyon ile Çizelge 4.4' deki sonuçlara ulaşılmıştır.

**Çizelge 4.4.** Weibull için  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  İnterpolasyon Sonuçları, n=7

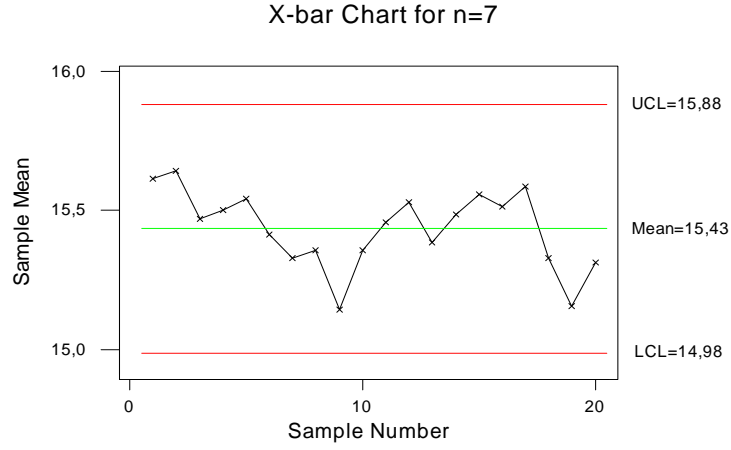
$A_u^*$	$A_L^*$
0,42	0,42

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesi yaptığımız veri seti için kontrol grafiği limitleri aşağıdaki gibidir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_u^* \bar{R} = 15,434 + 0,42 * 1,065 = 15,88$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,434$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_L^* \bar{R} = 15,434 - 0,42 * 1,065 = 14,98$$



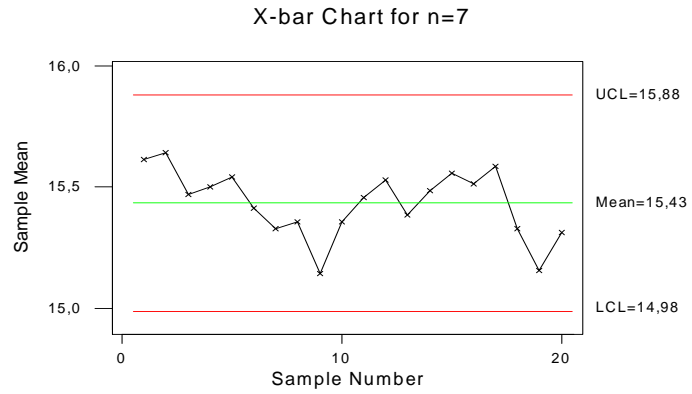
Şekil 4.5. Eğiklik düzeltmesiyle Weibull  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=7

n=7 için Shewhart kontrol limitleri ve ortalama kontrol grafiği sonuçları aşağıdaki gibidir. Buradaki  $A_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 15,434 + 0,419 * 1,065 = 15,88$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,434$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 15,434 - 0,419 * 1,065 = 14,98$$



Şekil 4.6. Shewhart metoduyla  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=7

olarak bulunmuştur. Bu sonuçlara göre, kontrol limitleri arasındaki mesafe, başka bir deyişle limit aralığında değişme olmamıştır. Kontrol limitleri dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. Ancak bu noktaların tamamı limitler arasında olsa bile, bu



noktaların gösterdikleri dağılım önemlidir. Şekil 4.5. ve Şekil 4.6 incelendiğinde, süreç ortalamasında 2. örnekten başlayarak 9. örneğe kadar bir düşüş görülmektedir. 17. örnekten 19. örneğe kadar yine ortalama bir düşüş görülmektedir. İlk 9 örneğin ortalamasında kararlı bir şekilde azaldığı ve daha sonra tekrar yükseliş gösterdiği görülür. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

n=7 durumunda elde edilen sonuçlar hakkında; eğiklik düzeltmesiyle elde edilen ÜKL ve AKL değerlerinin Shewhart metoduyla elde edilen ÜKL ve AKL değerlerine göre değişmediği durumu söylenebilir.

Weibull dağılımı için eğiklik düzeltmesiyle elde edilen grafiklerde kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir[35]

#### 4.4.2. Burr dağılımı $\bar{x}$ kontrol grafiği

Analizler aynı işletmenin 1.vardiya kalınlık verilerinden derlenmiştir. Dağılımın n=5 ve n=7 durumları için JB istatistiği ile normal dağılıma uygunluk göstermediği test edilmiştir. Buna göre n=5 için;  $\chi^2=30,68$ , n=7 için  $\chi^2=45,36$  bulunmuştur. İlgili tablo değeri 0,05 anlam düzeyinde  $\chi^2=5,991$ ' dir ve  $H_0$  hipotezi reddilmiştir. Burr dağılımı için farklı bir uyum yöntemi kullanılmıştır[31]. Süreçten eşit zaman aralıklarıyla ilk önce 5 ve daha sonra 7 birimden oluşan 20' şer adet örnek alınmıştır.

İlk durumda dağılımın öncelikle eğiklik ve basıklık asimetri ölçüleri hesaplanmıştır. Bunlar Çizelge 4.5' de verilmiştir. Hesaplanan asimetri ölçüleri doğrultusunda Burr dağılımı için uygun parametreler c=3 ve k=4 olarak bulunmuştur[32].

Çizelge 4.5. Burr Dağılımı için Asimetri Ölçüleri, n=5

$\alpha_3$	$\alpha_4$
0.67	0,64

n=5 ve m=20 olmak üzere eşit zaman aralıklarında toplanan verilerden elde edilen örneklem ortalamaları ortalaması,  $\bar{x}=14,599$  değişim aralığı  $\bar{R}=0,74$  ve

$k_3^*=0,67$  olarak hesaplanmıştır. Eğiklik düzeltmesi ile  $\bar{x}$  kontrol limitleri oluşturmak için EK-1.den  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  değerleri için interpolasyon ile Çizelge 4.6' deki sonuçlara ulaşılmıştır.

**Çizelge 4. 6.** Burr Dağılımı,  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  İçin İnterpolasyon Sonuçları, n=5

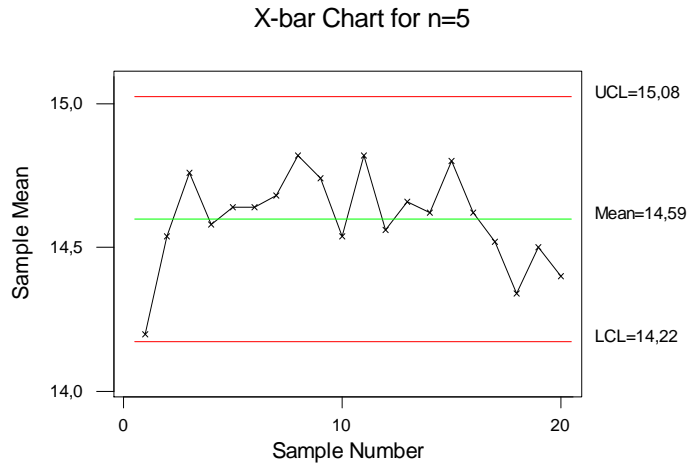
$A_u^*$	$A_L^*$
0,66	0,51

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesi ile elde edilen kontrol limitleri ve Şekil 4.7 aşağıdaki gibidir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_u^* \bar{R} = 14,599 + 0,66 * 0,74 = 15,08$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 14,599$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_L^* \bar{R} = 14,599 - 0,51 * 0,74 = 14,22$$



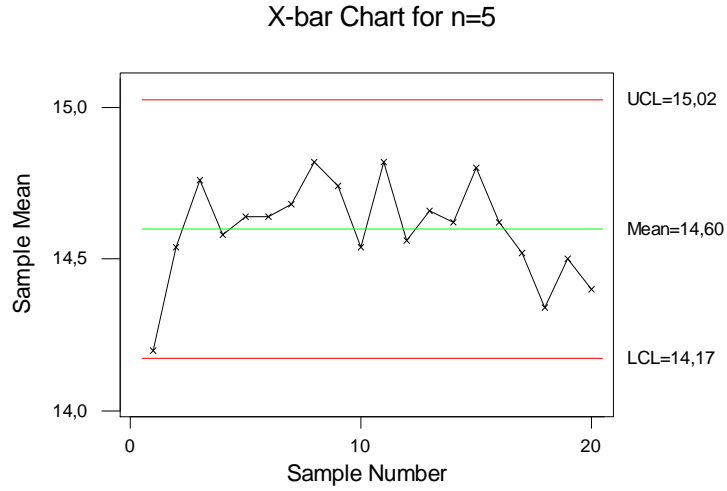
**Şekil 4.7.** Eğiklik düzeltmesiyle Burr  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 durumunda Shewhart kontrol limitleri ile ilgili grafik, Şekil4.8. ise aşağıdaki gibidir. Buradaki  $A_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 14,599 + 0,577 * 0,74 = 15,02$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 14,599$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 14,599 - 0,577 * 0,74 = 14,17$$



Şekil 4.8. Shewhart metoduyla Burr  $\bar{X}$  grafiği kontrol limitleri, n=5

Bu sonuçlara göre, kontrol limitleri arasındaki mesafede, başka bir deyişle limit aralığında genişleme olmuştur. Şekil 4.7 ve Şekil 4.8 incelendiğinde, ilk örnek AKL değerine çok yakın çıkmıştır. Bu değer kendinden sonra gelen örnek değerlerinden oldukça farklıdır. Bu değer alındığı zamandaki koşulların gözden geçirilmesi gerekmektedir. Ayrıca 15. örnekten 20. örneğe kadar ortalamadaki belirgin düşüşün sebebi araştırılmalıdır. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

Her iki grafikten elde edilen sonuçlar hakkında; eğiklik düzeltmesiyle elde edilen ÜKL ve AKL değerlerinin Shewhart metoduyla elde edilen ÜKL ve AKL değerlerinden daha büyük olduğu durumu söylenebilir.

İkinci durumda da dağılımın eğiklik ve basıklık asimetri ölçüleri hesaplanmıştır. Bu sonuçlar Çizelge 4.7' de verilmiştir. Hesaplanan asimetri ölçüleri doğrultusunda Burr dağılımı için uygun parametreler  $c=3$  ve  $k=6$  olarak bulunmuştur[32].

Çizelge 4.7. Burr Dağılımı için Asimetri Ölçüleri, n=7

$\alpha_3$	$\alpha_4$
0,484	0,384

n=7 ve m=20 olmak üzere eşit zaman aralıklarında toplanan verilerden örneklem ortalamaları ortalaması  $\bar{x} = 14.646$ , değişim aralığı ortalaması  $\bar{R} = 0,855$  ve  $k_3^* = 0,484$  olarak hesaplanmıştır. Eğiklik düzeltmesi ile  $\bar{x}$  kontrol limitleri oluşturmak için EK-1.den  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  değerleri için interpolasyon ile Çizelge 4.8' deki sonuçlara ulaşılmıştır.

**Çizelge 4.8.** Burr Dağılımı,  $A_u^*$ ,  $A_L^*$  İçin İnterpolasyon Sonuçları, n=7

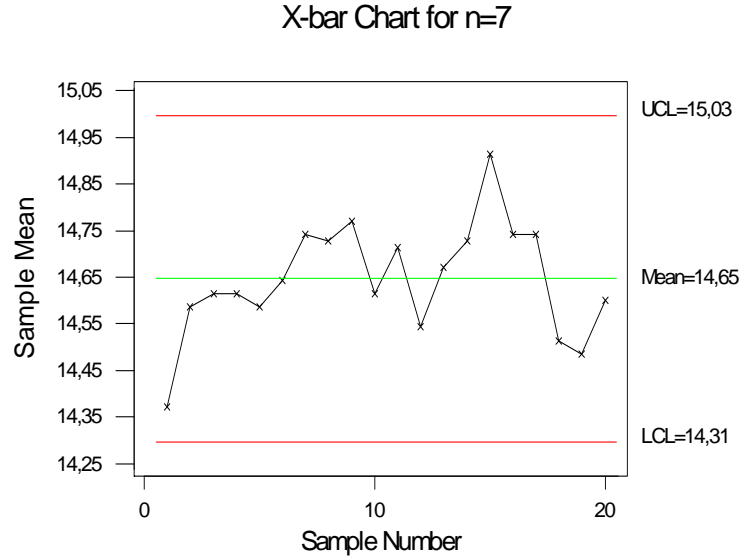
$A_u^*$	$A_L^*$
0,456	0,385

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesi yapılmış kontrol limitleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\bar{U}KL_x = \bar{x} + A_u^* \bar{R} = 14,646 + 0,456 * 0,855 = 15,03$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 14,646$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_L^* \bar{R} = 14,646 - 0,385 * 0,855 = 14,31$$



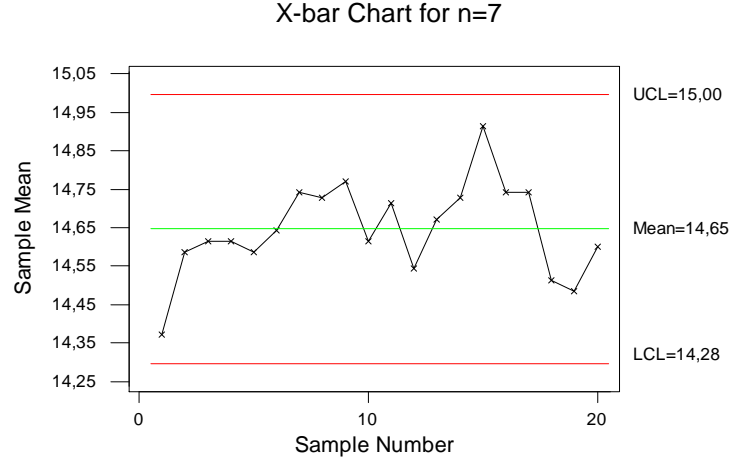
**Şekil 4.9.** Eğiklik düzeltmesiyle Burr  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=7

n=7 iken Shewhart metoduyla elde edilen kontrol limitleri ve Şekil 4.10 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $A_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 14,646 + 0,419 * 0,855 = 15,00$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 14,646$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 14,646 - 0,419 * 0,855 = 14,28$$



Şekil 4.10. Shewhart metoduyla Burr  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri, n=7

Bu sonuçlara göre, kontrol limitleri arasındaki mesafede, başka bir deyişle limit aralığında değişme olmamıştır. Kontrol limitleri dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. Şekil 4.9 ve Şekil 4.10 incelendiğinde, süreç ortalamasında 2. örnekten başlayarak 9. örneğe kadar bir artış görülmektedir. Ayrıca ilk 6 örneğin ortalamasının  $OC_x$ 'nin altında çıkması bu grubun ortalamasının veri setinden elde edilen ortalamadan biraz daha küçük olduğunu göstermektedir denilebilir. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

Her iki grafikten elde edilen sonuçlar hakkında; eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $\bar{ÜKL}$  ve  $\bar{AKL}$  değerlerinin Shewhart metoduyla elde edilen  $\bar{ÜKL}$  ve  $\bar{AKL}$  değerlerinden daha büyük olduğu söylenebilir. n=5 durumunda eğiklik düzeltmesiyle elde edilen kontrol limitlerinde Shewhart'ınkilerle kıyasla bir genişleme görülmüştür. Ancak n=7 durumu için bir genişleme olmamıştır.

Burr dağılımı için eğiklik düzeltmesiyle elde edilen grafiklerde kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir[35].

Burr dağılımı için yapılan analizde, eğiklik düzeltmesiyle oluşturulan kontrol limitleri ile Shewhart' ınkiler arasında n=7 durumunda bir değişme olmamıştır. Hesaplanan değerler birbirlerine oldukça yakın çıkmıştır.

#### 4.4.3. Weibull dağılımı ve R kontrol grafiği

Eğiklik düzeltmesi kontrol grafiği sabitleri  $d_2^*$  ve  $d_3^*$ , normal dağılım için Shewhart kontrol grafiklerindeki  $d_2$  ve  $d_3$  gibi, ilgili değişim aralığı  $R/\sigma_x$  'ın ( $\sigma_x$ , x in standart sapması olmak üzere) ortalama ve standart sapması olarak tanımlanır. Eğik dağılımlar için  $d_2^*$  ve  $d_3^*$  katsayılarının hesaplanması gerekmektedir. Bu katsayılar yardımıyla oluşturulan  $D_3^*, D_4^*$  Çizelge 4.9' de gösterilmiştir.

**Çizelge 4.9.** Weibull Dağılımı,  $D_3^*, D_4^*$  İnterpolasyon Sonuçları, n=5

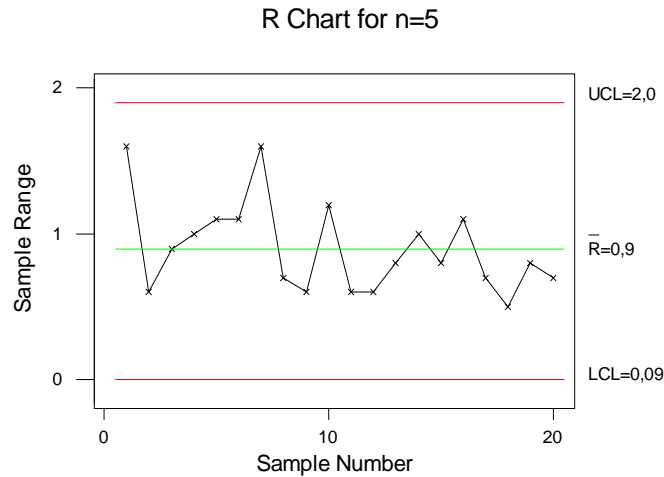
$D_3^*$	$D_4^*$
0,11	2,31

Bu katsayılarına göre eğiklik düzeltmesiyle elde edilen R kontrol limitleri ve ilgili grafik, Şekil 4.11' deki gibidir.

$$\bar{ÜKL}_R = D_4^* \bar{R} = 2,31 * 0,9 = 2,079$$

$$OÇ_R = \bar{R} = 0,9$$

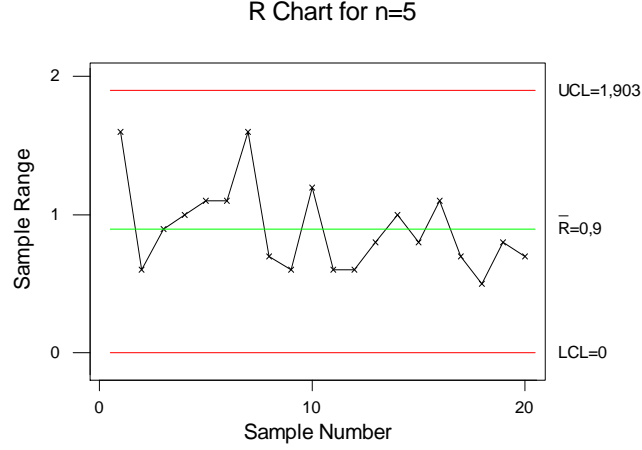
$$AKL_R = D_3^* \bar{R} = 0,11 * 0,9 = 0,099$$



**Şekil 4.11.** Eğiklik metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 durumunda Shewhart metoduyla elde edilen kontrol limitleri ve ilgili grafik, Şekil 4.12 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $D_3$ ,  $D_4$  katsayılarının değerleri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\begin{aligned} \dot{U}KL_R &= D_4 \bar{R} = 2,11 * 0,9 = 1,9 \\ OC_R &= \bar{R} = 0,9 \\ AKL_R &= D_3 \bar{R} = 0 \end{aligned}$$



Şekil 4.12. Shewhart metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=5

olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre, kontrol limitleri arasındaki mesafede, başka bir deyişle limit aralığında genişleme olmuştur. Kontrol limitleri dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. Birinci ve 7. örnek ortalaması değerleri  $O\dot{C}$ 'nin çok üstünde çıkmıştır. Bu örneklerin alındığı zamandaki koşulların gözden geçirilmesi gerekir. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

Her iki grafik karşılaştırıldığında eğiklik düzeltmesiyle elde edilen grafiklerin kontrol limitleri aralığının Shewhart metoduyla elde edilen grafiklerin kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir.

İkinci durumda ise n=7 , m=20 birimlik örneklem alınarak yapılan analizde  $\bar{R}=1,065$  bulunmuştur. EK-2' den ilgili katsayılar interpolasyon yoluyla Çizelge 4.10' da verilmiştir.

**Çizelge 4.10.** Weibull Dağılımı,  $D_3^*$ ,  $D_4^*$  İnterpolasyon Sonuçları,  $n=7$

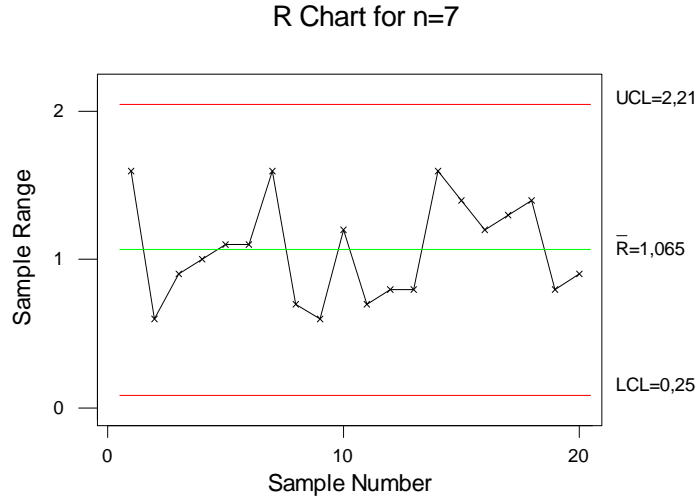
$D_3^*$	$D_4^*$
0,24	2,07

Bu sonuçlar doğrultusunda, eğiklik düzeltmesiyle elde edilen kontrol limitleri ilgili grafik Şekil 4.13' de gösterilmiştir.

$$\dot{U}KL_R = D_4^* \bar{R} = 2,07 * 1,065 = 2,21$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 1,065$$

$$AKL_R = D_3^* \bar{R} = 0,24 * 1,065 = 0,25$$



**Şekil 4.13** Eğiklik metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri,  $n=7$

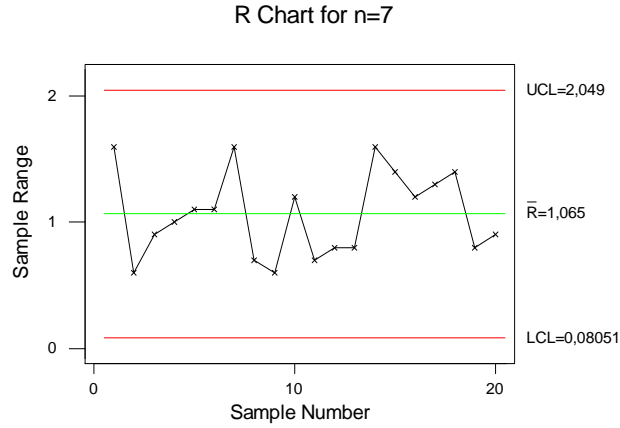
$n=7$  için Shewhart kontrol limitleri ve R grafiği sonuçları, Şekil 4.14 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $D_3$ ,  $D_4$  katsayılarının değerleri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\dot{U}KL_R = D_4 \bar{R} = 1,924 * 1,065 = 2,04$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 1,065$$

$$AKL_R = D_3 \bar{R} = 0,07 * 1,065 = 0,08$$





**Şekil 4.14** Shewhart metoduyla Weibull R grafiği kontrol limitleri, n=7

olarak bulunmuştur. Kontrol limitleri aralığı değişmemiştir. Kontrol limitleri dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. 2.örnek ile 7. örnek değerleri arasındaki artışın sebebi araştırılmalıdır ya da o zamanki koşullar gözden geçirilmelidir. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

Her iki grafik incelendiğinde, Weibull dağılımı için eğiklik düzeltmesiyle elde edilen R grafiklerinde kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir[35].

#### 4.4.4. Burr dağılımı ve R kontrol grafiği

Burada, Burr dağılımı için n=5 ve n=7 birimlik 20'şer adet örnek değer için elde edilen verilerden eğiklik düzeltmesi metoduyla değişim aralığı grafikleri limitleri hesaplanacak ve ilgili grafikler şekiller halinde sunulacaktır.

İlk olarak n=5 ve m=20 adet örnekten alınan verilerden  $\bar{R}=0,74$  hesaplanmıştır. Kontrol limitleri oluşturmak için gerekli katsayılar EK-2' deki katsayılardan interpolasyon yardımıyla  $D_3^*, D_4^*$  hesaplanmış ve bunlar Çizelge 4.11' de sunulmuştur.

Çizelge 4.11. Burr için  $D_3^*$ ,  $D_4^*$  Sonuçları, n=5

$D_4^*$	$D_3^*$
2,54	0,16

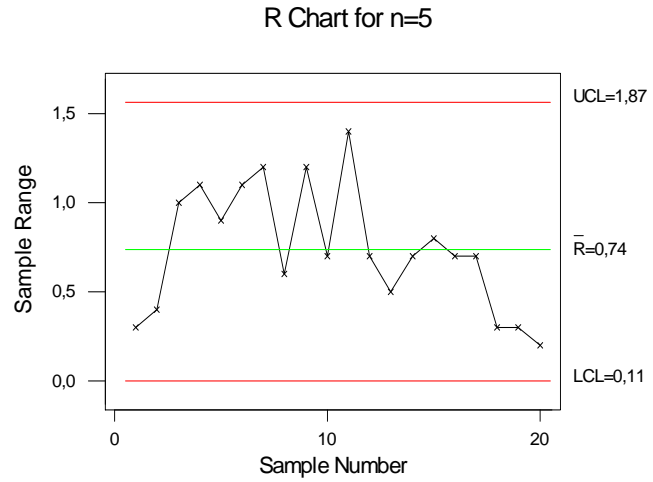
Buna göre R için oluşturulan kontrol limitleri ve ilgili Şekil 4.15 ise aşağıdaki gibidir.

$$\dot{U}KL_R = D_4^* \bar{R} = 2,54 * 0,74 = 1,87$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 0,74$$

$$AKL_R = D_3^* \bar{R} = 0,16 * 0,74 = 0,11$$

bulunmuştur.



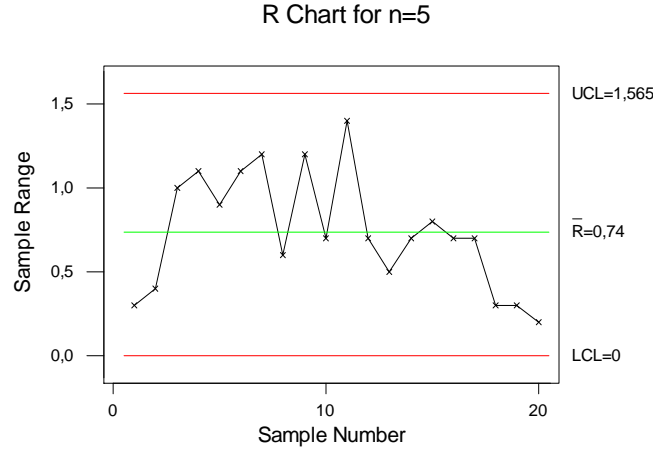
Şekil 4.15. Eğiklik düzeltmesiyle Burr R grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 için Shewhart metoduyla elde edilen kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.16 aşağıdadır. Buradaki  $D_3$ ,  $D_4$  katsayılarının değerleri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\dot{U}KL_R = D_4 \bar{R} = 2,115 * 0,74 = 1,565$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 0,74$$

$$AKL_R = D_3 \bar{R} = 0$$



**Şekil 4.16** Shewhart metoduyla Burr R grafiği kontrol limitleri, n=5

Bu sonuçlar karşılaştırıldığında, eğiklik düzeltmesiyle elde edilen kontrol limitleri aralığının Shewhart kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu durumu söylenebilir. Bununla beraber grafikte kontrol limitleri dışına çıkan herhangi bir örnek değeri yoktur. Ancak bununla  $R_i$  değerlerinin 2. örnekten 11. örneğe kadar ortalamanın üzerinde değerler aldığı, 12. örnekten sonra ise ortalamanın altında değerler aldığı gözlenmektedir. Süreçte beş noktadan ardışık dört tanesi orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenebilir.

Sözkonusu grafikler incelendiğinde, eğiklik düzeltmesiyle elde edilmiş grafiklerin kontrol limitleri aralığının Shewhart metoduyla elde edilen grafiklerin kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu durumu söylenebilir.

İkinci durumda, n=7 ve m=20 adet veri üzerinden hesaplanmış verilerden faydalanılacaktır. Buna göre  $\bar{R} = 0,855$  hesaplanmıştı. Kontrol limitleri oluşturmak için gerekli katsayılar EK-2' deki katsayılardan interpolasyon yardımıyla  $D_3^*, D_4^*$  hesaplanmış ve bunlar Çizelge 4.12' de sunulmuştur.

**Çizelge 4.12.** Burr için  $D_3^*, D_4^*$  Sonuçları, n=7

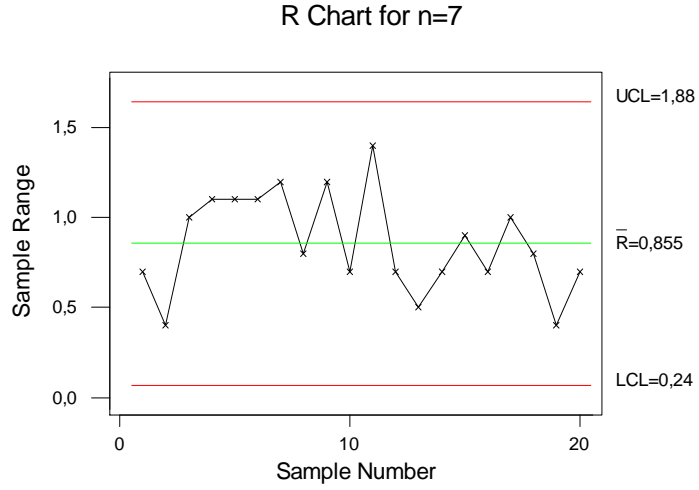
$D_4^*$	$D_3^*$
2,2	0,28

Bu katsayılar yardımıyla eğiklik düzeltmesi yapılmış kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.17' deki gibidir.

$$\dot{U}KL_R = D_4^* \bar{R} = 2,2 * 0,855 = 1,88$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 0,855$$

$$AKL_R = D_3^* \bar{R} = 0,28 * 0,855 = 0,24$$



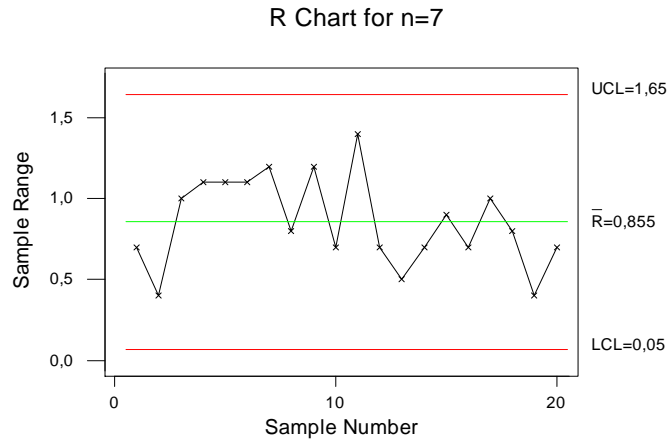
Şekil 4.17. Eğiklik düzeltmesiyle Burr R grafiği kontrol limitleri, n=7

n=7 iken Shewhart metoduyla elde edilmiş kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil4.18 ise aşağıdaki gibidir. Buradaki  $D_3$ ,  $D_4$  katsayılarının değerleri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\dot{U}KL_R = D_4 \bar{R} = 1,924 * 0,855 = 1,65$$

$$O\check{C}_R = \bar{R} = 0,855$$

$$AKL_R = D_3 \bar{R} = 0,07 * 0,855 = 0,05$$



Şekil 4.18 Shewhart metoduyla Burr R grafiği kontrol limitleri, n=7

Bu sonuçlar doğrultusunda, limitler dışına çıkan nokta bulunmamaktadır. Ancak noktaların dizilişi incelendiğinde 3. örnekten itibaren 11. örneğe kadar  $R_i$  değerlerinin ortalamasının üzerinde olduğu ve 12. örnekten itibaren ortalamasının altında kaldığı gözlenmektedir. Ayrıca ikinci örneğin kendinden sonra gelen değerlerden çok farklı bir değer alması, bu değer in alındığı koşulların incelenmesini gerektirmektedir. Süreçte özel nedenlerin varlığı söz konusudur.

Söz konusu grafikler incelendiğinde, eğiklik düzeltmesiyle elde edilmiş grafiklerin kontrol limitleri aralığının Shewhart metoduyla elde edilen grafiklerin kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu durumu söylenebilir.

Ayrıca Burr dağılımı için eğiklik düzeltmesiyle elde edilen R grafiği kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir[35].

#### 4.4.5. Weibull dağılımı ve x birimler kontrol grafiği

n=5 ve m=20 olan veri setinden elde edilen ortalamaların ortalaması  $\bar{x}=15,355$  ve değişim aralığı değerlerinin ortalaması  $\bar{R}=0,90$  olarak bulunmuştu. Eğiklik düzeltmesiyle x birimler grafiği kontrol limitleri için (3.81) formülünden yararlanılır. Hesaplanan katsayılar Çizelge 4.13’de verilmiştir.

**Çizelge 4.13.** Weibull dağılımı için  $A_u^{**}, A_l^{**}$  Sonuçları, n=5

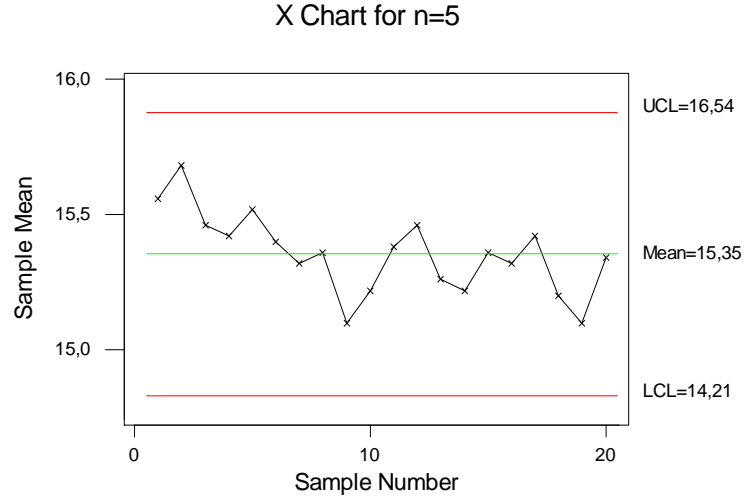
$A_u^{**}$	$A_l^{**}$
1,32	1,27

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesiyle hesaplanan x birimler grafiği kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.19’da verilmiştir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_u^{**} \bar{R} = 15,355 + 1,32 * 0,90 = 16,54$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,355$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_l^{**} \bar{R} = 15,355 - 1,27 * 0,90 = 14,21$$



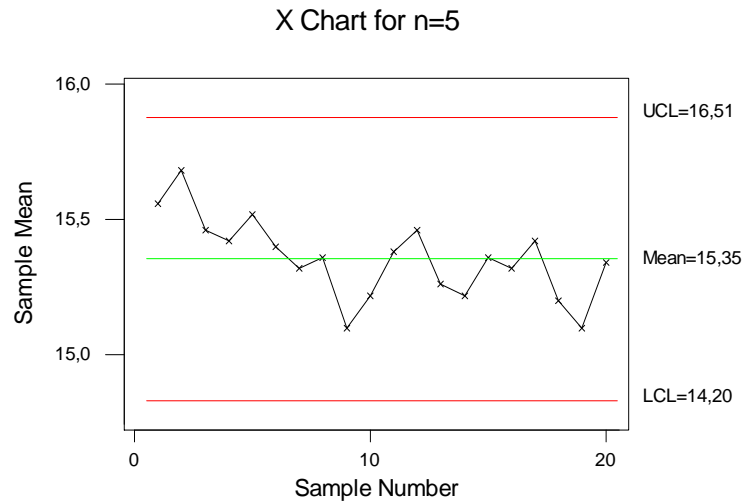
Şekil 4.19 Eğiklik düzeltmesiyle Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 için Shewhart metoduyla elde edilmiş x birimler kontrol limitleri ve ilgili grafik aşağıdaki gibidir (Şekil4.20). Buradaki  $d_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + 3\bar{R}/d_2 = 15,355 + (3/2,326) * 0,90 = 16,51$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,355$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - 3\bar{R}/d_2 = 15,355 - (3/2,326) * 0,90 = 14,20$$



Şekil 4.20. Shewhart metoduyla Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5

Eğiklik düzeltmesiyle elde edilen x birimler kontrol grafiği limit aralığı Shewhart metoduyla bulunan limit aralığına göre daha genişlemiştir.

İkinci durumda n=7 ve m=20 adet veriden elde edilen örneklem ortalamalarının ortalaması  $\bar{\bar{x}}=15,434$  ve değişim aralığı değerlerinin ortalaması  $\bar{R}=1,065$  hesaplanmıştır. Eğiklik düzeltmesiyle x birimler grafiği kontrol limitleri için (3.81) formülünden yararlanılır. Hesaplanan katsayılar Çizelge 4.14’de verilmiştir.

**Çizelge 4.14.** Weibull dağılımı için  $A_u^{**}, A_l^{**}$  Sonuçları, n=7

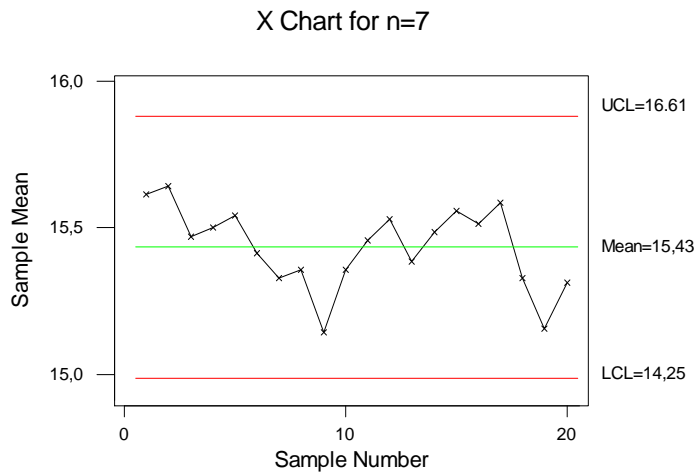
$A_u^{**}$	$A_l^{**}$
1,11	1,11

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesiyle hesaplanan x birimler grafiği kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.21’de verilmiştir.

$$\bar{U}KL_x = \bar{\bar{x}} + A_u^{**} \bar{R} = 15,434 + 1,11 * 1,065 = 16,61$$

$$\bar{OC}_x = \bar{\bar{x}} = 15,434$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{\bar{x}} - A_l^{**} \bar{R} = 15,434 - 1,11 * 1,065 = 14,25$$



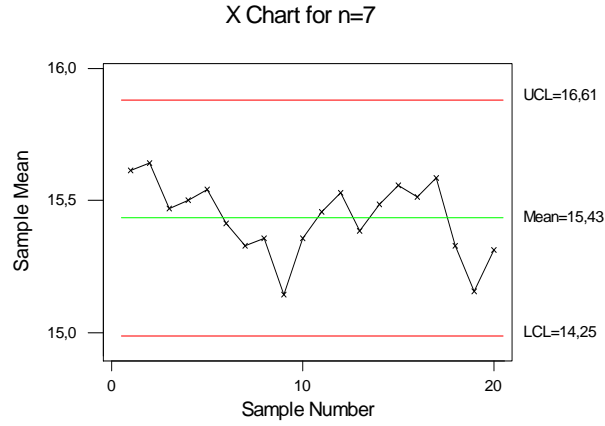
**Şekil 4.21.** Eğiklik düzeltmesiyle Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7

n=7 için Shewhart metoduyla kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.22 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $d_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\dot{U}KL_x = \bar{x} + 3\bar{R}/d_2 = 15,434 + (3/2,704) * 1,065 = 16,61$$

$$OC_x = \bar{x} = 15,434$$

$$AKL_x = \bar{x} - 3\bar{R}/d_2 = 15,434 - (3/2,704) * 1,065 = 14,25$$



Şekil 4.22. Shewhart metoduyla Weibull x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7

İkinci durumda eğiklik düzeltmesiyle elde edilen x birimler kontrol grafiği limit aralığı Shewhart metoduyla bulunan limit aralığına göre değişme olmamıştır.

#### 4.4.6. Burr dağılımı ve x birimler kontrol grafiği

n=5 ve m=20 olan veri setinden elde edilen ortalamaların ortalaması  $\bar{x}=14,599$  ve değişim aralığı değerlerinin ortalaması  $\bar{R}=0,74$  olarak bulunmuştu. Eğiklik düzeltmesiyle x birimler grafiği kontrol limitleri için (3.81) formülünden yararlanılır. Hesaplanan katsayılar Çizelge 4.15’de verilmiştir.

Çizelge 4.15. Burr dağılımı için  $A_u^{**}$ ,  $A_l^{**}$  Sonuçları, n=5

$A_u^{**}$	$A_l^{**}$
1,475	1,14

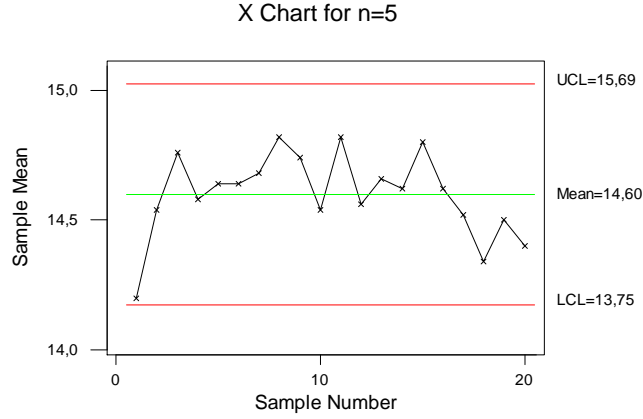
Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesiyle hesaplanan x birimler grafiği kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.23’da verilmiştir.



$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + A_u^{**} \bar{R} = 14,599 + 1,475 * 0,74 = 15,69$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 14,599$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - A_L^{**} \bar{R} = 14,599 - 1,14 * 0,74 = 13,75$$



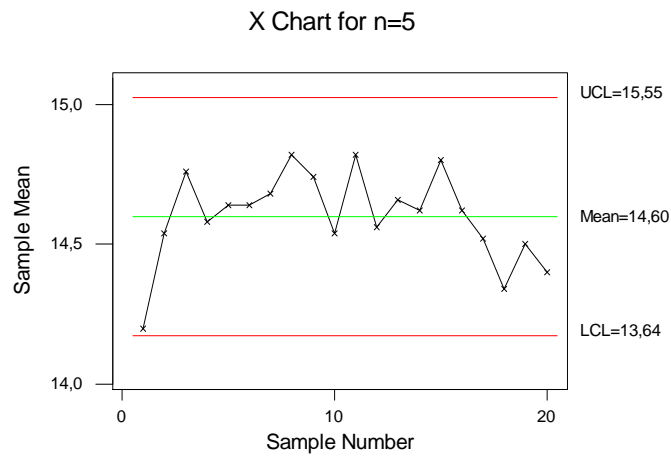
Şekil 4.23. Eğiklik düzeltmesiyle Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5

n=5 için Shewhart metoduyla elde edilmiş x birimler kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.24 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $d_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + 3\bar{R} / d_2 = 14,599 + (3 / 2,326) * 0,74 = 15,55$$

$$\bar{OÇ}_x = \bar{x} = 15,499$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - 3\bar{R} / d_2 = 15,355 - (3 / 2,326) * 0,74 = 13,64$$



Şekil 4.24. Shewhart metoduyla Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=5

Sözkonusu grafikler incelendiğinde, eğiklik düzeltmesiyle elde edilmiş grafiklerin kontrol limitleri aralığının Shewhart metoduyla elde edilen grafiklerin kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu durumu söylenebilir.

İkinci durumda  $n=7$  ve  $m=20$  adet veriden elde edilen örneklem ortalamalarının ortalaması  $\bar{\bar{x}}=15,646$  ve değişim aralığı değerlerinin ortalaması  $\bar{R}=0,855$  hesaplanmıştır. Eğiklik düzeltmesiyle  $x$  birimler grafiği kontrol limitleri için (3.81) formülünden yararlanılır. Hesaplanan katsayılar Çizelge 4.16'de verilmiştir.

**Çizelge 4.16.** Burr dağılımı için  $A_u^{**}, A_l^{**}$  Sonuçları,  $n=7$

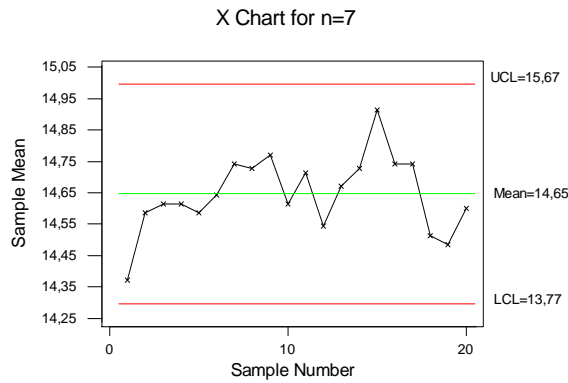
$A_u^{**}$	$A_l^{**}$
1,20	1,01

Bu sonuçlar doğrultusunda eğiklik düzeltmesiyle hesaplanan  $x$  birimler grafiği kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.25'de verilmiştir.

$$\bar{U}KL_x = \bar{\bar{x}} + A_u^{**} \bar{R} = 14,646 + 1,2 * 0,855 = 15,67$$

$$\bar{O}Ç_x = \bar{\bar{x}} = 14,646$$

$$\bar{A}KL_x = \bar{\bar{x}} - A_l^{**} \bar{R} = 14,646 - 1,01 * 0,855 = 13,78$$



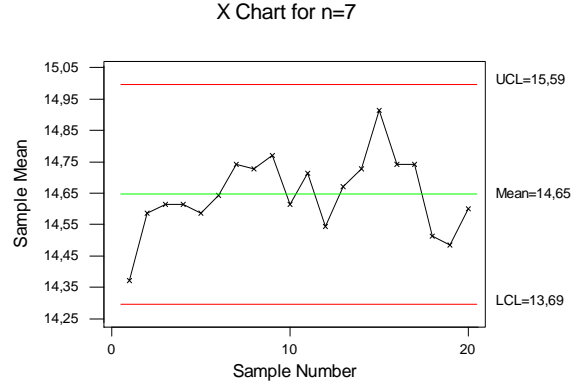
**Şekil 4.25.** Eğiklik düzeltmesiyle Burr  $x$  birimler grafiği kontrol limitleri,  $n=7$

$n=7$  için Shewhart metoduyla elde edilmiş  $x$  birimler kontrol limitleri ve ilgili grafik Şekil 4.26 aşağıdaki gibidir. Buradaki  $d_2$  katsayısının değeri EK-5 yardımıyla bulunabilir.

$$\bar{ÜKL}_x = \bar{x} + 3\bar{R}/d_2 = 14,646 + (3/2,704) * 0,855 = 15,59$$

$$\bar{OC}_x = \bar{x} = 14,646$$

$$\bar{AKL}_x = \bar{x} - 3\bar{R}/d_2 = 14,646 - (3/2,704) * 0,855 = 13,70$$



**Şekil 4.26.** Shewhart metoduyla Burr x birimler grafiği kontrol limitleri, n=7

Bu sonuçlar doğrultusunda, kontrol limitleri aralığında bir değişme olmamıştır. Burr dağılımı için eğiklik düzeltmesiyle elde edilen x birimler grafiği kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, günümüzde önemi gittikçe artan “değişken nicelikler için kontrol grafikleri” üzerinde durulmuştur. Bunlardan özellikle  $\bar{x}$ , R ve x birimler grafikleri üzerinde durulmuştur.

Bu grafiklerin uygulamadaki, Shewhart tarafından geliştirilen kontrol grafikleri yaklaşımının “merkezi limit teoremi” ne dayandığı bilinmektedir. Ancak bu yaklaşımın yeterli bulunmadığı yapılacak literatür araştırmalarında görülebilir. Karşı görüşler arasında normal dağılımın dışında dağılım gösteren veriler için kontrol grafikleri oluşturmada Shewhart kontrol grafiklerine yardımcı olması amacıyla bir eğiklik düzeltmesi(Skewness Correction) önerilmiştir.

Eğiklik metodu asimetri ölçümlerine dayanan bir metottur. Eğik dağılımlar için kontrol limitleri asimetriktir. Süreç dağılımı simetrik olduğunda eğiklik metoduyla elde edilen kontrol grafikleri Shewhart kontrol grafikleriyle elde edilenlerin aynısı olur.

Süreç dağılımının şekli ve parametre değerleri hakkında çok az bilgiye ihtiyaç olduğunda bu metot ile çizilecek kontrol grafikleri sürecin başlangıç aşamalarında yararlıdır.

Süreç dağılımının şekli hakkında bilgiye gerek duymadan eğiklik düzeltmesi(Skewness Correction) metodu ile  $\bar{x}$  ve R kontrol grafikleri için incelenmiştir. Söz konusu grafiklerin normallik varsayımını taşımadığı (n’in çok büyük olmaması) durumlarda Shewhart kontrol grafiklerinin güvenilir sonuçlar vermediği bilinmektedir. Bu amaca yönelik olarak bu çalışmada, Weibull ve Burr dağılımları için parametrelerin bilinmediği durumlar söz konusu olduğunda Shewhart kontrol grafiklerinin eğiklik metoduyla oluşturulması ve geleneksel metotla karşılaştırılması yapılmıştır. Bu iki dağılıma ilişkin veriler gerçek verilerdir. Her iki dağılım için eğiklik düzeltmesi metoduyla x birimler grafiği için kontrol limitleri önerilmiştir.

Bu çalışmadaki amaç, normal olmayan bu iki dağılıma ilişkin eğiklik düzeltmesi metodunu  $\bar{x}$  ve R kontrol grafikleri için incelemek ve bu düzeltmeyi x birimler kontrol grafiği için limitlerini hesaplayacak şekilde formüle etmektir. Elde edilen bu grafikler karşılaştırılmış ve değerlendirilmiştir.

Yapılan çalışmadaki sonuçlara göre, Weibull dağılımlı veriler için özellikle, şekil parametresi büyük olduğunda normal dağılıma çok yakın bir durum söz konusudur. Karşılaştırılan grafiklerde n’ in büyük değerleri için eğiklik düzeltmesi metoduyla elde edilen kontrol limitlerin Shewhart metoduyla elde edilenlere yakınlığı dikkat çekmiştir. Aynı durum Burr dağılımı için de gözlenmiştir.

Her iki dağılım için de eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $\bar{x}$  ve R grafikleri kontrol limitleri karşılaştırıldığında; n=5 durumundaki kontrol limitleri aralığının n=7 durumundaki kontrol limitleri aralığından daha geniş olduğu söylenebilir. Bu durum n değeri büyüdükçe daha belirginleşmektedir. Eğiklik düzeltmesiyle elde edilen  $\bar{x}$  grafiği kontrol limitleri ile Shewhart kontrol limitleri karşılaştırıldığında n=5 durumu için limit aralığında bir genişleme olurken n=7 durumu için böyle bir durum sözkonusu değildir. Bu durumda n' in büyük değerleri için eğiklik düzeltmesi ile Shewhart metodu kontrol limitleri yakın sonuçlar verir denilebilir.

x birimler grafiği için ise, her iki dağılım için n=5 durumunda eğiklik düzeltmesiyle elde edilen kontrol limitleri Shewhart kontrol limitlerinden daha büyük çıkmıştır. n=7 durumu için kontrol limitleri değerlerinde bir değişiklik olmamıştır.

Yukarıda karşılaştırılması yapılan yorumlar sadece bir örnek olarak değerlendirilebilir. Gerçeğe yakın sonuçlara ulaşmak için simülasyon çalışması yapılması gerekir.

## KAYNAKLAR

- [1] ÇETİN, C., AKIN B., EROL V., *Toplam Kalite Yönetimi ve Kalite Güvence Sistemi*, Beta Yayınları, 2. Baskı, İstanbul, Şubat-2001.
- [2] HAMURKAROĞLU, C., *Kalite Kontrol Ders Notları*, H.Ü. Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, 2002.
- [3] İŞÇİL, N., *İstatistiksel Kalite Kontrolü*, Kalite Matbaası, Ankara, 1975.
- [4] GÜMÜŞOĞLU, Ş., *İstatistiksel Kalite Kontrolü ve Toplam Kalite Yönetim Araçları*, Beta Basım Yayım, A.Ş., 2000.
- [5] AKIN, B., *ISO 9000 Uygulamasında İşletmelerde İstatistik Proses Kontrol Teknikleri*, Bilim Teknik Yayınevi, İstanbul, 1996.
- [6] FARNUM, N. R., *Modern Statistical Quality Control and Improvement*, Duxbury Pres, Belmont, California, 1994.
- [7] KAVRAKOĞLU, İ., *Kalite Cep Kitabı*, 4. Basım, Kalder, İstanbul, 1996.
- [8] DUMAN, G., *Ders Notları*, Tusaş Uçak Motor A.Ş., 1997.
- [9] BURNAK, N., *Toplam Kalite Yönetimi Ders Notları*, T.C. Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Eskişehir, 1996.
- [10] MONTGOMERY D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 3<sup>rd</sup> ed, J. Willey, New York, 1996.
- [11] ESİN, A., *ISO 9000 Işığında Toplam Kalite*, Pan Matbaacılık, Ankara, Nisan 1999.
- [12] FREUND, E., J., WALPOLE, R., E., *Mathematical Statistics*, 4<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall Inc. 1987.
- [13] KORUM, U., *İstatistiğe Giriş*, Savaş Yayınları, Ankara, 1986.
- [14] MCLAUGHLIN, M.P., *Regress+ -A Compendium of Common, Probability Distributions*, Version 2.3, 1999.
- [15] İŞÇİL, N., *Amerikan Standart Kalite Kontrolü Rehberi ve Verilerin Analizi Hakkında Amerikan Standart Kontrol Grafiği Metodu*, Bozkurt Matbaası, Eskişehir, 1963.
- [16] ÖZER, S., *Uygulamalı İstatistik 2*, Filiz Kitabevi, 1996.

- [17] PHAM, H., *Recent Advances in Reliability and Quality Engineering*, Rutgers University, 2001.
- [18] STANARD, C.,L., OSBORN,B.,E., *Six Sigma Quality Beyond the Normal*, Technical Information Series, GE, 2002.
- [19] SPARKS, R.,S., FIELD, J.,B., *Using Deming's Funnel Experiment to Demonstrate Effect of Violating Assumptions Underlying Shewhart's Control Charts*, The American Statistician, November, (54),4, 2000.
- [20] SPARKS, R.,S., FIELD, J.,B., *Why Do My Control Charts Look Funny? Check the Assumptions*, The Quality Magazine, 4, p.81-84, 1995.
- [21] OKTAY, E., *Kalite Kontrol Grafikleri*, Şafak Yayınevi, Erzurum, 1998.
- [22] BURNAK, N., *Toplam Kalite Yönetimi*, Eskişehir, Eylül,1997.
- [23] CHAN, L.,K., CUI, H.,J., *Skewness Correction Xbar and R Charts for Skewed Distributions*, Naval Research Logistics, Wiley Periodicals, Inc, 50, 2003.
- [24] YÜZER, A. F., *Olasılık ve İstatistik*, Eskişehir, 1996
- [25] DEVROYE, L., *Non –Uniform Random Variate Generation*, Springer-Verlag New York Inc,1986.
- [26] CORNISH, E.,A., FISHER, R.,A., *Moments and cumulants in the specifications of distributions*, Rev Int Stat Inst 4, 1937.
- [27] Arçelik A.Ş., *İstatistiksel Süreç Kontrolü El Kitabı*, 1997.
- [28] CANKÜYER, E., AŞAN, Z., *Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler*, Eskişehir, 2001.

- [29] MOSTELLER, F., TUKEY, J.W., *Data Analysis and Regression*. AddisonWesley, 1977.
- [30] AKGÜL,A., *Tıbbi Araştırmalarda İstatistiksel Analiz Teknikleri "SPSS Uygulamaları"*, Yök Matbaası, Ankara, 1997.
- [31] BURR, I., W., *Parametres For A General System of Distributions to Match A Grid Of  $\alpha_3$  and  $\alpha_4$* , Communications in Statistics, **2(1)**, 1973.
- [32] BURR, I., W., *The Effect Of Non-Normality On Constants For  $\bar{x}$  ve R Charts*, Industrial Quality Control, 1967.
- [33] BORROR, C., M., MONTGOMERY, D., C., RUNGER, G., C., *Robustness of the EWMA Control Chart to Non Normality*, Journal of Quality Technology, **(31)3**, 1999.
- [34] KOBU, B., *Endüstriyel Kalite Kontrolü*, İ.Ü.Fak. Yay, **113**, İstanbul, 1981.
- [35] ŞAHİN, S., *İstatistiksel Kalite Kontrolünde Üstel ve Weibull Dağılımların x Kontrol Grafiklerine Uygulanması Üzerine Teorik Bir Yaklaşım*, Doktora Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, 2000.
- [36] ERYİĞİT,R.,*İnterpolasyon Teorisi*,  
<http://www.physics.ibu.edu.tr/Webders/Mat432/mat432bolum3.pdf>



EK-1  $\bar{x}$  kontrol grafiği için belirlenmiş  $A_U^*, A_L^*$  değerleri

$K_3$	$\frac{n=2}{A_U^* A_L^*}$		$\frac{n=3}{A_U^* A_L^*}$		$\frac{n=4}{A_U^* A_L^*}$		$\frac{n=5}{A_U^* A_L^*}$		$\frac{n=7}{A_U^* A_L^*}$		$\frac{n=10}{A_U^* A_L^*}$	
	0,0	1,88	1,88	1,03	1,03	0,73	0,73	0,58	0,58	0,42	0,42	0,31
0,4	2,14	1,67	1,13	0,92	0,82	0,69	0,63	0,53	0,45	0,39	0,33	0,29
0,8	2,37	1,47	1,25	0,84	0,87	0,61	0,68	0,50	0,48	0,37	0,35	0,28
1,2	2,61	1,32	1,37	0,77	0,95	0,57	0,74	0,46	0,52	0,35	0,37	0,26
1,6	2,83	1,22	1,49	0,72	1,03	0,54	0,79	0,44	0,56	0,33	0,39	0,25
2,0	3,02	1,15	1,60	0,68	1,10	0,51	0,85	0,42	0,59	0,32	0,42	0,25
2,4	3,19	1,12	1,69	0,65	1,18	0,49	0,91	0,40	0,63	0,30	0,44	0,23
2,8	3,32	1,13	1,78	0,64	1,24	0,47	0,95	0,39	0,66	0,29	0,46	0,22
3,2	3,45	1,16	1,86	0,64	1,29	0,47	1,00	0,38	0,69	0,29	0,48	0,22
3,6	3,52	1,20	1,92	0,65	1,34	0,47	1,04	0,37	0,72	0,28	0,50	0,21
4,0	3,59	1,52	1,97	0,66	1,39	0,47	1,07	0,37	0,75	0,27	0,51	0,21

EK-2 R Kontrol Grafiği İçin Belirlenmiş  $D_3^*, D_4^*$  Değerleri

$K_3$	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 7$		$n = 10$	
	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$	$\overline{D_4^* D_3^*}$
0,0	4,12	0,00	2,93	0,00	2,53	0,00	2,30	0,10	2,06	0,24	1,88	0,35
0,4	4,21	0,00	3,06	0,00	2,69	0,01	2,40	0,14	2,16	0,27	1,98	0,38
0,8	4,41	0,00	3,28	0,00	2,85	0,07	2,61	0,17	2,36	0,29	2,17	0,39
1,2	4,70	0,00	3,58	0,00	3,13	0,09	2,88	0,17	2,61	0,28	2,41	0,37
1,6	5,03	0,00	3,90	0,00	3,44	0,07	3,17	0,15	2,88	0,26	2,65	0,34
2,0	5,32	0,00	4,20	0,00	3,71	0,03	3,44	0,11	3,12	0,21	2,90	0,28
2,4	5,60	0,00	4,46	0,00	3,97	0,00	3,69	0,06	3,37	0,16	3,11	0,24
2,8	5,85	0,00	4,71	0,00	4,21	0,00	3,92	0,05	3,58	0,11	3,31	0,19
3,2	6,09	0,00	4,93	0,00	4,42	0,00	4,13	0,00	3,78	0,00	3,50	0,14
3,6	6,27	0,00	5,12	0,00	4,61	0,00	4,31	0,00	3,96	0,00	3,67	0,09
4,0	6,44	0,00	5,30	0,00	4,79	0,00	4,48	0,00	4,11	0,00	3,81	0,04

EK-3 n=5 için  $d_2^*, d_3^*, d_4^*$  katsayıları

$K_3$	Weibull	Burr	
0,0	(2.33,0.83,0.42)	(2.32,0.85,0.54)	(2.32,0.86,0.57)
		(2.31,0.87,0.59)	(2.33,0.86,0.61)
0,4	(2.32,0.83,0.53)	(2.32,0.86,0.67)	(2.32,0.87,0.70)
		(2.31,0.88,0.77)	(2.31,0.91,0.89)
1,2	(2.22,0.99,1.02)	(2.24,1.00,1.14)	(2.23,1.00,1.17)
		(2.24,1.01,1.22)	(2.24,1.02,1.30)
2,0	(2.08,1.19,1.31)	(2.11,1.18,1.39)	(2.12,1.17,1.40)
		(2.12,1.16,1.43)	(2.14,1.15,1.46)
2,8	(1.94,1.35,1.45)	(1.99,1.32,1.48)	(1.99,1.31,1.48)
		(2.01,1.29,1.49)	(2.05,1.25,1.49)
3,6	(1.81,1.48,1.49)	(1.87,1.42,1.49)	(1.89,1.40,1.49)
		(1.92,1.38,1.49)	(1.98,1.32,1.48)

$K_3$	$n=2 d_2^*, d_3^*, d_4^*$	$n=3 d_2^*, d_3^*, d_4^*$	$n=4 d_2^*, d_3^*, d_4^*$	$n=5 d_2^*, d_3^*, d_4^*$	$n=7 d_2^*, d_3^*, d_4^*$	$n=10 d_2^*, d_3^*, d_4^*$
0,0	(1.12,0.88,0.99)	(1.68,0.90,0.66)	(2.06,0.88,0.59)	(2.32,0.85,0.55)	(2.70,0.82,0.50)	(3.07,0.78,0.47)
0,4	(1.12,0.87,1.12)	(1.68,0.90,0.86)	(1.99,0.89,0.78)	(2.31,0.87,0.71)	(2.69,0.85,0.68)	(3.05,0.81,0.68)
0,8	(1.11,0.88,1.27)	(1.66,0.93,1.07)	(2.02,0.94,0.99)	(2.28,0.93,0.96)	(2.66,0.92,0.95)	(3.02,0.90,0.96)
1,2	(1.08,0.91,1.39)	(1.62,0.98,1.25)	(1.98,1.00,1.20)	(2.24,1.01,1.18)	(2.60,1.01,1.16)	(2.98,1.01,1.16)
1,6	(1.05,0.95,1.46)	(1.57,1.04,1.38)	(1.92,1.08,1.34)	(2.18,1.09,1.32)	(2.55,1.11,1.30)	(2.93,1.13,1.29)
2,0	(1.02,0.98,1.49)	(1.52,1.10,1.45)	(1.86,1.14,1.42)	(2.12,1.17,1.41)	(2.49,1.21,1.39)	(2.88,1.25,1.37)
2,4	(0.98,1.01,1.48)	(1.48,1.14,1.48)	(1.81,1.20,1.47)	(2.06,1.24,1.46)	(2.43,1.30,1.44)	(2.82,1.35,1.42)
2,8	(0.95,1.04,1.46)	(1.43,1.18,1.49)	(1.76,1.26,1.48)	(2.00,1.31,1.48)	(2.38,1.38,1.47)	(2.77,1.44,1.45)
3,2	(0.92,1.06,1.43)	(1.39,1.22,1.48)	(1.70,1.30,1.48)	(1.95,1.36,1.48)	(2.32,1.44,1.48)	(2.72,1.52,1.47)
3,6	(0.90,1.08,1.39)	(1.35,1.25,1.46)	(1.66,1.34,1.47)	(1.90,1.40,1.48)	(2.27,1.50,1.48)	(2.68,1.60,1.48)
4,0	(0.88,1.10,1.35)	(1.31,1.27,1.43)	(1.62,1.38,1.46)	(1.86,1.45,1.47)	(2.23,1.55,1.47)	(2.63,1.65,1.47)

ÖRNEKTEKİ GÖZLEM SAYISI	ORTALAMA GRAFİKLERİ				STANDART SAPMA GRAFİKLERİ								DEĞİŞİM ARALIĞI GRAFİKLERİ							
	KONTROL LİMİTLERİ KATSAYILARI				ORTA ÇİZGİ KATSAYILARI		KONTROL LİMİTLERİ KATSAYILARI						ORTA ÇİZGİ KATSAYILARI		KONTROL LİMİTLERİ KATSAYILARI					
	A	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>2</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>		
2	2,121	3,76	1,880	2,659	0,7979	0,5642	0	1,843	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267		
3	1,732	2,394	1,023	1,954	0,8862	0,7236	0	1,858	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,575		
4	1,500	1,88	0,729	1,628	0,9213	0,7999	0	1,808	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282		
5	1,342	1,596	0,577	1,427	0,9400	0,8407	0	1,756	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,115		
6	1,225	1,41	0,483	1,287	0,9515	0,8686	0,026	1,711	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004		
7	1,134	1,277	0,419	1,182	0,9594	0,8882	0,105	1,672	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924		
8	1,061	1,175	0,373	1,099	0,9650	0,9027	0,167	1,638	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864		
9	1,000	1,094	0,337	1,032	0,9693	0,9139	0,219	1,609	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816		
10	0,949	1,028	0,308	0,975	0,9727	0,9227	0,262	1,584	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777		
11	0,945	0,973	0,285	0,927	0,9754	0,9300	0,299	1,561	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744		
12	0,866	0,925	0,266	0,886	0,9776	0,9359	0,331	1,541	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717		
13	0,832	0,884	0,249	0,850	0,9794	0,9410	0,359	1,523	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693		
14	0,802	0,848	0,235	0,817	0,9810	0,9453	0,384	1,507	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672		
15	0,775	0,816	0,223	0,789	0,9823	0,9490	0,406	1,492	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653		
16	0,750	0,788	0,212	0,763	0,9835	0,9523	0,427	1,478	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637		
17	0,728	0,762	0,203	0,739	0,9845	0,9551	0,445	1,465	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622		
18	0,707	0,738	0,194	0,718	0,9854	0,9576	0,461	1,454	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608		
19	0,688	0,717	0,187	0,698	0,9862	0,9599	0,477	1,443	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597		
20	0,671	0,697	0,180	0,680	0,9869	0,9619	0,491	1,433	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	6,921	0,415	1,585		
21	0,655	0,679	0,663	0,663	0,9876	0,9638	0,504	1,424	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	6,951	0,425	1,575		
22	0,640	0,662	0,647	0,647	0,9882	0,9655	0,516	1,415	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	6,979	0,434	1,566		
23	0,626	0,647	0,633	0,633	0,9887	0,9670	0,527	1,407	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	5,006	0,443	1,557		
24	0,612	0,632	0,619	0,619	0,9892	0,9684	0,538	1,399	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	5,031	0,451	1,548		
25	0,600	0,619	0,606	0,606	0,9896	0,9696	0,548	1,392	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	5,056	0,459	1,541		

EK-6 Weibull dağılan veri seti, n=5 ve m=20 .

x1 x2 x5 x6 x7 xbar R  
m=1 15,2 14,7 16,3 16,0 15,6 15,561,6  
m=2 15,4 16,0 15,5 15,9 15,6 15,680,6  
m=3 15,0 15,2 15,5 15,9 15,7 15,460,9  
m=4 15,0 15,0 15,7 16,0 15,4 15,421,0  
m=5 14,9 15,7 16,0 15,3 15,7 15,521,1  
m=6 16,0 15,4 14,9 15,5 15,2 15,401,1  
m=7 16,0 15,6 14,4 15,6 15,0 15,321,6  
m=8 15,5 15,5 15,7 15,1 15,0 15,360,7  
m=9 15,0 14,9 15,0 15,5 15,1 15,100,6  
m=10 14,9 15,5 14,6 15,8 15,3 15,221,2  
m=11 15,4 15,0 15,3 15,6 15,6 15,380,6  
m=12 15,7 15,5 15,7 15,1 15,3 15,460,6  
m=13 15,5 15,0 15,0 15,8 15,0 15,260,8  
m=14 15,8 15,2 14,8 15,3 15,0 15,221,0  
m=15 15,8 15,2 15,4 15,0 15,4 15,360,8  
m=16 15,9 14,9 15,1 15,9 14,8 15,321,1  
m=17 15,7 15,5 15,0 15,7 15,2 15,420,7  
m=18 15,3 15,4 15,0 15,4 14,9 15,200,5  
m=19 15,4 15,0 15,4 15,1 14,6 15,100,8  
m=20 15,8 15,3 15,3 15,1 15,2 15,340,7

Weibull dağılan veri seti, n=7 ve m=20

x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7  
m=1 15,2 14,7 15,7 15,8 16,3 16,0 15,6  
m=2 15,4 16,0 15,6 15,5 15,5 15,9 15,6  
m=3 15,0 15,2 15,5 15,5 15,5 15,9 15,7  
m=4 15,0 15,0 15,6 15,8 15,7 16,0 15,4  
m=5 14,9 15,7 15,6 15,6 16,0 15,3 15,7  
m=6 16,0 15,4 15,3 15,6 14,9 15,5 15,2  
m=7 16,0 15,6 15,7 15,0 14,4 15,6 15,0  
m=8 15,5 15,5 15,4 15,3 15,7 15,1 15,0  
m=9 15,0 14,9 15,3 15,2 15,0 15,5 15,1  
m=10 14,9 15,5 15,7 15,7 14,6 15,8 15,3  
m=11 15,4 15,0 15,6 15,7 15,3 15,6 15,6  
m=12 15,7 15,5 15,9 15,5 15,7 15,1 15,3  
m=13 15,5 15,0 15,7 15,7 15,0 15,8 15,0  
m=14 15,8 15,2 15,9 16,4 14,8 15,3 15,0  
m=15 15,8 15,2 15,7 16,4 15,4 15,0 15,4  
m=16 15,9 14,9 16,0 16,0 15,1 15,9 14,8  
m=17 15,7 15,5 16,3 15,7 15,0 15,7 15,2  
m=18 15,3 15,4 15,0 16,3 15,0 15,4 14,9  
m=19 15,4 15,0 15,2 15,4 15,4 15,1 14,6  
m=20 15,8 15,3 14,9 15,6 15,3 15,1 15,2

**EK-7 Burr dağılan veri seti, n=5 ve m=20.**

x1 x5 x6 x7 x8 xbar R

14,1 14,1 14,4 14,3 14,1 14,200,3  
14,4 14,8 14,4 14,4 14,7 14,540,4  
14,5 14,9 15,3 14,3 14,8 14,761,0  
13,8 14,6 14,9 14,7 14,9 14,581,1  
14,3 14,7 15,2 14,6 14,4 14,640,9  
14,2 14,6 15,3 14,6 14,5 14,641,1  
14,1 14,6 15,3 14,7 14,7 14,681,2  
14,5 14,8 15,1 14,9 14,8 14,820,6  
14,7 14,7 15,5 14,3 14,5 14,741,2  
14,5 14,3 15,0 14,5 14,4 14,540,7  
14,2 14,9 15,6 14,7 14,7 14,821,4  
14,3 15,0 14,7 14,3 14,5 14,560,7  
14,7 14,6 14,9 14,4 14,7 14,660,5  
14,5 15,0 14,7 14,3 14,6 14,620,7  
14,4 15,1 15,2 14,6 14,7 14,800,8  
14,7 14,8 15,0 14,3 14,3 14,620,7  
14,5 15,0 14,5 14,3 14,3 14,520,7  
14,4 14,4 14,5 14,2 14,2 14,340,3  
14,7 14,5 14,5 14,4 14,4 14,500,3  
14,5 14,3 14,5 14,4 14,3 14,400,2

**Burr dağılan veri seti, n=5 ve m=20.**

x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 xbar R

m1 14,1 14,5 14,4 14,8 14,1 14,4 14,3 14,37140,7  
m2 14,4 14,7 14,6 14,8 14,8 14,4 14,4 14,58570,4  
m3 14,5 14,4 14,4 14,5 14,9 15,3 14,3 14,61431,0  
m4 13,8 14,9 14,7 14,7 14,6 14,9 14,7 14,61431,1  
m5 14,3 14,5 14,1 14,7 14,7 15,2 14,6 14,58571,1  
m6 14,2 14,7 14,6 14,5 14,6 15,3 14,6 14,64291,1  
m7 14,1 14,6 14,6 15,3 14,6 15,3 14,7 14,74291,2  
m8 14,5 14,3 14,8 14,7 14,8 15,1 14,9 14,72860,8  
m9 14,7 14,7 14,9 14,6 14,7 15,5 14,3 14,77141,2  
m10 14,5 14,5 15,0 14,5 14,3 15,0 14,5 14,61430,7  
m11 14,2 14,7 14,6 14,3 14,9 15,6 14,7 14,71431,4  
m12 14,3 14,5 14,7 14,3 15,0 14,7 14,3 14,54290,7  
m13 14,7 14,7 14,8 14,6 14,6 14,9 14,4 14,67140,5  
m14 14,5 14,9 14,7 15,0 15,0 14,7 14,3 14,72860,7  
m15 14,4 14,7 15,3 15,1 15,1 15,2 14,6 14,91430,9  
m16 14,7 15,0 15,0 14,4 14,8 15,0 14,3 14,74290,7  
m17 14,5 14,7 14,9 15,3 15,0 14,5 14,3 14,74291,0  
m18 14,4 14,6 15,0 14,5 14,4 14,5 14,2 14,51430,8  
m19 14,7 14,7 14,3 14,3 14,5 14,5 14,4 14,48570,4  
m20 14,5 14,8 14,7 15,0 14,3 14,5 14,4 14,60000,7