

**NİCELİKSEL
KALİTE KONTROL GRAFİKLERİNİN
VARSAYIMLARININ SINANMASI
VE BİR UYGULAMA**

**Sevil ŞENTÜRK
Yüksek Lisans Tezi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı
Şubat 2002**

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Sevil ŞENTÜRK'ün "Niceliksel Kalite Kontrol Grafiklerinin Varsayımlarının Sınanması Ve Bir Uygulama" başlıklı İstatistik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 08/02/2002 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU

Üye : Prof. Dr. Ali Fuat YÜZER

Üye : Yrd. Doç. Dr. Berna YAZICI

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun
..13.02.2002 tarih ve.....5/2.....sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü
Prof. Dr. Orhan ÖZER
Fen Bilimleri Enstitüsü
MÜDÜRÜ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

NİCELİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİNİN VARSAYIMLARININ SINANMASI VE BİR UYGULAMA

Sevil ŞENTÜRK

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU
2002, 89 Sayfa

Kalite son yıllarda, şirketlerin öncelikli unsuru haline gelmiştir. Şirketler arasında artan rekabet şirketleri ürünlerinin kalite özellikleri hakkında daha fazla düşünmeye zorlamıştır. Kalite kavramı hakkında bir fikir edinebilmek için kalite kontrol grafikleri kullanılmakta ve kontrol grafikleri ürünün belirli bir kalite standardına uyup uymadığına karar verilmesinde yardımcı olmaktadır. İstatistik, kalite kontrolünün temelini oluşturmaktadır. Kalite kontrol sürecinin bir çok aşamasında istatistiksel teknikler kullanılmaktadır. Özellikle kalite kontrol grafikleri şirketlerde sıklıkla kullanılan bir tekniktir. Kalite kontrol grafikleri sürecin genel yapısını kolaylıkla gösterirler. Yine de, kalite kontrol grafiklerinin geçerli sonuçları verebilmesi için bazı varsayımlar bulunmaktadır. Bir çok uygulamada varsayımların kontrol edilmesi aşamasının ihmal edildiği görülebilir.

Bu çalışmanın amacı, niceliksel kontrol grafiklerinin varsayımlarının araştırılmasıdır. Varsayımların kontrolü için birçok istatistik tekniği kullanılabilir ve çalışmada teknikler açıklanmıştır. Çalışmanın uygulama aşamasında kalite kontrol grafiklerinin varsayımları piston çap ölçümleri için oluşturulmuştur. Ayrıca \bar{x} ve R kontrol grafikleri çizilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kalite Kontrolünde Varsayımlar, Otokorelasyon, İstatistiksel Süreç Kontrol, Kalite Kontrol Grafikleri.

ABSTRACT

Master of Science Thesis

THE ASSUMPTIONS OF VARIABLE QUALITY CONTROL CHARTS AND AN APPLICATION

Sevil ŞENTÜRK

**Anadolu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Statistics Program**

**Supervisor: Prof. Embiya AĞAOĞLU
2002, 89 Pages**

In recent years, quality has become a priority for companies. Increased competition among companies has made them think more intensively about the quality aspects of their products. To get an idea of quality, quality control charts can be used and are helpful to decide if a product needs a specific quality standard. Statistics is the basis of quality control. Statistical techniques are used in many stages of the quality control process. Especially, quality control charts are the most common techniques used in companies. Quality control charts can easily picture the overall structure of the process. However, quality control charts are based on some assumptions to get valid answers. In many applications, it can be seen that checking these assumptions is neglected.

The aim of this study is to investigate the assumptions of variable control charts. To check the assumptions, several statistical techniques are used and are explained in this study. In the application part of the study, the assumptions of the quality charts are carried out by the measurements of piston radius. Furthermore, \bar{x} and R quality control charts are drawn.

Keywords: Assumptions In Quality Control, Autocorrelation, Statistical Process Control, Quality Control Charts.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında ilgi ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU'na (Anadolu Üniwersitesi), en içten teőekkürlerimi bir borç bilirim.

Çalıőmamın gerçekleőmesinde katkılarıyla bana yön veren hocalarım Sayın Prof. Dr. Ali Fuat YÜZER'e (Anadolu Üniwersitesi) ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Berna YAZICI'ya (Anadolu Üniwersitesi) en içten teőekkürlerimi sunarım. Bu süre zarfında, manevi desteklerini esirgemeyen bölümdeki değerli hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Ayrıca, gösterdikleri anlayıőtan dolayı aileme ve eőim Turgay ŞENTÜRK'e sevgi ve saygılarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. KALİTE KONTROL SÜRECİNİN GELİŞİMİ.....	4
2.1. Kalite.....	4
2.2. Kalite Kontrol Kavramı.....	5
2.3. Toplam Kalite Yönetimi.....	6
3. KALİTE KONTROL SÜRECİNDE İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLERİN KULLANIMI.....	9
3.1. Kalite Kontrol Sürecinde İstatistiksel Kavramların Tanımı	9
3.2. Kalite Kontrol Sürecini Modelleme.....	10
3.2.1. Normal Dağılım.....	11
3.2.2. Standart Normal Dağılım.....	12
3.2.3. Ortalamanın Örneklem Dağılımı.....	13
3.2.4. Standart Sapmanın Örneklem Dağılımı.....	15
3.3. Kalite Kontrol Süreç Parametrelerinin Tahmini.....	17
3.3.1. Nokta Tahmini.....	17
3.3.2. Aralık Tahmini.....	18
3.4. Kalite Kontrol Sürecinde İstatistiksel Yöntemler.....	19

4. KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ.....	21
4.1. Kontrol Grafiklerinin Tanımı.....	21
4.2. Kontrol Sınırları ve Güven Aralığı İlişkisi.....	23
4.3. Kontrol Grafiği Çeşitleri.....	24
4.4. Niceliksel Kontrol Grafikleri.....	25
4.4.1. Değişim Aralığı (R) Kontrol Grafiği.....	25
4.4.2. Standart Sapma (s) Kontrol Grafiği	27
4.4.3. Ortalama (\bar{x}) Kontrol Grafiği.....	30
5. NİCELİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİNİN VARSAYIMLARI VE VARSAYIMLARININ SINANMASI.....	36
5.1. Normallik Varsayımı.....	36
5.1.1. Ki-Kare Uyum Testi İle Normallik Varsayımını Sınama.....	36
5.1.2. Shapiro Wilk Testi İle Normallik Varsayımını Sınama.....	38
5.1.3. Q-Q Grafiği İle Normallik Varsayımını Sınama.....	40
5.2. Sabit Varyanslılık Varsayımı.....	41
5.2.1. Λ_0 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	42
5.2.2. Λ_1 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	43
5.2.3. Cochran Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	44
5.2.4. Kutu Grafiği İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	45
5.3. Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımı.....	46
5.3.1. Otokorelasyon Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlığı Sınama.....	46
5.3.2. Run Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlığı Sınama.....	54
6. UYGULAMA.....	56
6.1. Piston Çap Ölçümleri İçin Normallik Varsayımını Sınama.....	56
6.1.1. Ki-Kare Uyum Testi İle Normallik Varsayımını Sınama.....	56
6.1.2. Shapiro Wilk Testi İle Normallik Varsayımını Sınama.....	59
6.1.3. Q-Q Grafiği İle Normallik Varsayımını Sınama.....	59
6.2. Piston Çap Ölçümleri İçin Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama.....	60
6.2.1. Λ_0 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	61
6.2.2. Λ_1 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	61

6.2.3. Cochran Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	62
6.2.4. Kutu Grafiği İle Sabit Varyanslılığı Sınama.....	62
6.3. Piston Çap Ölçümleri İçin Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama.....	63
6.3.1. Otokorelasyon Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama.....	63
6.3.2. Run Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama.....	65
6.4. Piston Çap Ölçümleri İçin Zaman Serisi Modeli Yaklaşımı.....	66
6.5. Modelin İşlerliliğinin Kontrolü.....	73
7. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	75
8. KAYNAKLAR.....	77
9. EKLER.....	81
EK-1 Niceliksel Kalite Kontrol Grafikleri İçin Katsayılar.....	81
EK-2 0,05 Anlam Düzeyinde Λ_0 ve Λ_1 Değerler Tablosu.....	82
EK-3 Cochran g Değerleri Tablosu.....	83
EK-4 Seçilmiş Olasılık Değerleri İçin 1 Gecikmeli Otokorelasyon Katsayıları.....	84
EK-5 Belli Bir Q Olasılığına Karşılık Gelen z_Q Değeleri.....	85
EK-6 Shapiro İstatistiği Hesaplanması.....	86
EK-7 Piston Çap Ölçümleri İçin Q-Q Grafik Değerleri : Sıralı, z_i , q_i	87
EK-8 Piston Çap Ölçümleri İçin Gözlem Değerleri ve Gerekli Hesaplamalar.....	89

ŞEKİLLER DİZİNİ

3.1. Normal Eğri ve Bazı Olasılıklar.....	12
3.2. Güven Aralığı.....	19
4.1. Kontrol Grafiği Çizimi.....	22
4.2. Güven Aralığı İle Kontrol Sınırları İlişkisi.....	24
5.1. Q-Q Grafiği Çizimi.....	41
5.2. Kutu Grafiği.....	46
6.1. Piston Çap Ölçümleri İçin Q-Q Grafiği.....	60
6.2. Piston Çap Ölçümleri İçin Kutu Grafiği.....	63
6.3. \bar{x} ve R Kontrol Grafikleri.....	65
6.4. Piston Çap Ölçüm Değerleri İçin Otokorelasyon Fonksiyonu.....	67
6.5. Piston Çap Ölçüm Değerleri İçin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	67
6.6. Ölçüm Değerlerinin Bir Gecikmeli Farkları İçin Otokorelasyon Fonksiyonu.....	68
6.7. Ölçüm Değerlerinin Bir Gecikmeli Farkları İçin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	69
6.8. Hata Terimleri İçin Q-Q Grafiği.....	70
6.9. Hata Terimleri İçin Kutu Grafiği.....	71
6.10. Hata Terimleri İçin Otokorelasyon Fonksiyonu Grafiği.....	72
6.11. Hata Terimleri İçin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu Grafiği.....	72
6.12. Hata Terimleri İçin Ortalama ve Değişim Aralığı Kontrol Grafikleri.....	73
6.13. Örnek İçin Ortalama ve Değişim Aralığı Kontrol Grafikleri.....	74

ÇİZELGELER DİZİNİ

6.1. Normal Dağılıma Göre Teorik Frekanslar.....	57
6.2. Ortalamaların Gruplandırılması.....	58
6.3. 24 Ortalamanın Frekans Dağılımı İçin χ^2 Hesaplanması.....	58
6.4. χ^2 Test İstatistiği.....	58
6.5. Shapiro Wilk Testi.....	59
6.6. Devam Süreleri.....	66
6.7. Tamamlanmış Runlar İçin χ^2 Hesaplanması.....	66
6.8. Piston Çap Ölçümü İçin MA(1) Model Parametre Tahmini.....	69
6.9. MA(1) Modelinin İşlerliliği.....	74

1. GİRİŞ

Günümüzde artan rekabet koşulları ve teknolojik gelişmeler işletmelerin önüne yaşamlarını sürdürebilmeleri için temel bir unsur olan “müşteri tatminini” çıkartmıştır. Müşteri tatmini fikri de mükemmellik kavramını gerektirmektedir. Mükemmelliğe ulaşabilmek için de ürünlerin kalitesinin ölçülmesi gerekmektedir. Ürünlerin kalitesinin ölçümü ise, süreçlerin kalitesinin de ölçümü anlamını taşımaktadır [1].

Bu bağlamda ürünlerin kalitesinin kontrolünde istatistiksel bir araç olan, İstatistiksel Süreç Kontrol (İSK) kullanılmaktadır. İSK, bir ürünün en ekonomik ve yararlı bir tarzda üretilmesini sağlamak amacıyla istatistik prensip ve teknikleri üretimin tüm aşamalarında kullanılmasını sağlayan teknik bir araçtır [2].

İstatistiksel süreç kontrolü, üretim sürecindeki değişkenliğin kontrol altında olup olmadığına cevap aramaktadır. İstatistik kavramının İSK deki önemi ise, değişkenlik ve şansın anlaşılmasını sağlamasında yatmaktadır. Uygulamada bir sürecin ürettiği birimlerin birbirinin aynısı olması imkansız olduğundan, birim özelliklerinin mutlaka bir değişkenlik taşıması kaçınılmazdır [3]. Üretim süreçleri de genel nedenler (şans nedenleri) ve özel nedenler olmak üzere iki değişkenlikten meydana gelmektedir. Süreç genel nedenler altında işlem gördüğünde, sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olduğu söylenirken, süreç özel nedenler altında işlem görüyorsa sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı söylenmektedir [4].

İSK de temel amaç, özel nedenleri veya süreç kaymalarını ortaya çıkarmak olduğundan, kontrol grafikleri de bu amaç için kullanılan süreç kontrol yöntemidir. Kontrol grafiklerinin gücü, süreçte meydana gelen ve kaliteyi etkileyen bu özel nedenleri ayırabilmesinde yatmaktadır. Söz konusu grafikler değişkenliğin azalmasında, verimliliğin geliştirilmesinde ve uygunsuz birimlerin üretilmesinin engellenmesinde etkin bir biçimde kullanılan araçlardır [5].

Bir çok geleneksel kontrol grafiği, kontrol sürecinden elde edilen ölçüm sonuçlarının birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip rassal değişkenler olduğu varsayımı altında geliştirilmişlerdir [6]. Ancak kalite kontrol çalışmalarında, niceliksel kontrol grafikleri kullanılırken, söz konusu grafiklerin

temelde taşıdığı bazı varsayımların göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Bu varsayımlar; normallik, sabit varyanslılık, korelasyon ve bağımsızlık varsayımlarıdır. Uygulamada genellikle niceliksel kontrol grafiklerinin varsayımları grafiklerin oluşturulmasında göz önünde bulundurulmamaktadır. Bu çalışmada, niceliksel kontrol grafiklerinin taşınması gereken varsayımlar ve bu varsayımları sınaama yolları üzerinde durulmuştur. İkinci bölümde kalite kontrol sürecinin gelişimi, üçüncü bölümde kalite kontrol sürecinde istatistiksel yöntemlerin kullanımı incelenmiş ve dördüncü bölümde ise kalite kontrol grafikleri anlatılmıştır. Beşinci bölümde ise niceliksel kontrol grafiklerinin varsayımları ve bu varsayımları sınaama yolları incelenmiştir. Altıncı bölüm olan uygulama aşamasında ise, niceliksel kontrol grafiklerinin varsayımlarının sınaması bir veri seti üzerinde denenmiş ve normallik ve sabit varyanslılık varsayımının sağlandığı görülürken, korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Kontrol grafikleri oluşturulurken temel varsayım süreç verilerinin bağımsız olduğudur. Fakat otokorelasyon, çoğu uygulamada kısa zaman aralıkları ile elde edilen verilerde söz konusu olmaktadır. Düşük seviyede otokorelasyona sahip olan süreçler ise, bağımsızlık varsayımına dayalı olarak oluşturulan kontrol grafiklerinin istatistiksel özellikleri üzerinde anlamlı bir etki yaratabilmektedir [7].

Kontrol grafiklerinin otokorelasyona sahip verilerde uygulanması genelde görülen bir şeydir. Ancak otokorelasyona sahip verilerde geleneksel grafiklerin uygulanması sonucunda güvenilir olmayan sonuçlara ulaşıldığı çeşitli çalışmalarla görülmüştür [6,7].

Son yıllarda, otokorelasyonlu veriyle karşılaşıldığında iki temel yaklaşımla İstatistiksel Süreç Kontrol literatüründe çalışılmaktadır. Her iki yaklaşımda da temelde bir zaman serisi modelinin varlığı söz konusu olmaktadır. Birinci yaklaşım standart kontrol grafiğinde orijinal veriyi kullanmaktadır. Fakat kontrol limitlerini otokorelasyonu hesaba katacak şekilde düzeltmektedir. İkinci yaklaşımda ise standart kontrol grafiğinde zaman serisi modelinden elde edilen artıklar üzerinden kontrol grafikleri çizimi yapılmaktadır [6-9].

Bu tez çalışmasında da altıncı bölüm olan uygulama aşamasında verilerde otokorelasyonla karşılaşılmış ve ikinci yaklaşımdan yararlanılarak sürece bir

zaman serisi modeli önerilerek artıklar üzerinden kontrol grafikleri çizimi yapılmıştır.

2. KALİTE KONTROL SÜRECİNİN GELİŞİMİ

2.1. Kalite

Hızla gelişen ve değişen günümüz dünyasında, gerek ülkeler gerekse firmalar arası rekabetin giderek yoğunlaştığı görülmektedir. İşte artan rekabet ortamı ve verimlilik ile olan ilişkisi sebebiyle de kalite günümüz işletmelerinin öncelikli unsuru haline gelmiştir [10,11].

Kalite kavramı insanın var oluşundan beri, insana seçenekler sunulduğundan beri söz konusu olmuştur. Ancak kaliteyle ilgili kavramların asıl gelişmesi özellikle sanayi devriminden sonra olmuştur. Sanayi devriminden sonra üretim hatlarının kurulması Taylor sistemlerinin gelişmesiyle birlikte belli spesifikasyonlar (şartnameler) ve testler geliştirilmiş ve standardizasyona gidilmiştir. Aynı bir kalite kontrol birimi kavramı ortaya çıkmıştır. Daha sonra ikinci dünya savaşıyla birlikte istatistiksel kalite yöntemlerine ağırlık verilmiştir. Sonunda Japonların dünya pazarlarında hızlı bir rekabete girmesi batılı işletmeleri kalite geliştirmeye zorunlu kılmış ve bu etkenlerle birlikte kalite 1980'li yıllardan itibaren yeni boyutlar kazanmaya başlamıştır [12].

Önceleri “standartlara uygunluk” olarak kabul edilen kalite, bu tanımın yeterli olmamasıyla birlikte zamanla “müşterilerin isteklerine uygunluk” olarak ifade edilmiştir. Topluma hizmet etmek, varlığını sürdürmek ve uzun dönemde kar etmek isteyen işletmeler de bu belirledikleri hedeflere ulaşabilmek için artık tüketicinin istediği ölçüleri ön planda tutmuşlardır. Kalite kavramı bu açılardan ele alındığında da bir yandan tüketicinin istekleri, öte yandan da üreticilerin amaçlarına uygun bir denge ögesi olmuştur [13,14].

Kalite bu tanımının yanında yaygın kabul görülen bir çok tanıma daha sahip olmaktadır:

Kalite, bir ürün veya hizmetin belirlenen veya olabilecek ihtiyaçları karşılama kabiliyetine dayanan özelliklerin toplamıdır.(TS-ISO 9005/1991 / ISO 8402/1986)

Kalite, bir mal ya da hizmetin belirli bir gereksinimi karşılayabilme yeteneklerini ortaya koyan karakteristiklerin tümüdür.(ASQC)

Kalite, belirli bir malın ya da hizmetin tüketicinin isteklerine uygunluk derecesidir.(EOQC)

Kalite, kullanıma uygunluktur.(J.M. JURAN)

Kalite, açık olarak belirlenmiş gereksinimlere uygunluktur.(P. CROSBY)

Kalite, beklentilerin karşılanmasıdır.

Kalite, iyileştirilebilen her şeydir[15]

Kalite farklı boyutlarda kullanılan bir kavram olarak üç temel unsurdan meydana gelmektedir. Bunlar“*tasarım kalitesi*”, “*uygunluk kalitesi*” ve “*performans kalitesi*” dir. Tasarım kalitesi(Üretim öncesi aşama), müşterilerin ürün ya da hizmetlerden olan beklentilerinin karşılanabilmesi için ürünün hangi parçalardan oluşacağını ve bunların spesifikasyonlarının belirlenmesidir. Uygunluk kalitesi (Üretim aşaması) müşteriye sunulan ürünün tasarım kalitesi ile belirlenen spesifikasyonlara uygunluğudur. Performans kalitesi (Üretim sonrası aşama) ise; işletmenin ürünlerinin ya da hizmetlerinin pazardaki performans düzeylerinin müşteri araştırmaları, satış ya da hizmet ziyaretleri ve analizleri ile belirlenmesidir [16].

Üretilen ürünlerin kalitesi, üreticileri ilgilendirdiği kadar tüketicileri de ilgilendirmektedir. Çünkü üretilen bir ürün tüketicilerin istek ve ihtiyaçlarını karşılandığında “kaliteli” bir ürün, karşılanmadığında ise “kalitesiz” bir ürün olacaktır [17]. Bu sebeple işletmeler ürettikleri ürün ve hizmetlerin belirli bir kalite düzeyinde olmasını sağlamak zorundadırlar Belirli bir kalite düzeyinin sağlanması da kalitenin kontrol edilmesi ile olacaktır [18].

2.2. Kalite Kontrol Kavramı

Kalite kontrol kavramı; kalitenin kontrol edilmesi kontrol altında tutulması anlamına gelmektedir [19]. Kalite sağlama çaba ve yöntemlerinin bir bütünü olan kalite kontrolü; gerçek kalite düzeyini ölçme, standartlarla karşılaştırma ve farklılık gösterdiği durumlarda harekete geçme çalışmalarını içeren bir düzenleme süreci olarak tanımlanmaktadır [18].

Bu kavramın temeli Dr. W. A. Shewhart tarafından oluşturulmuştur. Shewhart, 1924 yılında yaptığı çalışmalarla kalite kontrolünde modern istatistiksel metotlardan yararlanmış ve modern kontrol grafiğinin taslağını oluşturmuştur

[20]. Böylece kalite kontrolü veya günümüzdeki adıyla istatistiksel kalite kontrolü de Shewhart'ın geliştirdiği kontrol grafiklerine dayanmış olmaktadır.

İstatistiksel kalite kontrolü, istatistiksel süreç kontrolünü ve kalite kontrolü kavramı ile ilişkisi olan süreç, ve kontrol sınırları kavramlarını da içermektedir.

İSK, üretim sürecinin çıktı kalitesini gözlemede kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Uygulamada istatistiksel süreç kontrol teriminin kullanılmasının sebebi ise; amacın bitmiş ürünlerin istenen özelliklere uygunluğunun incelenmesiyle sınırlı olmadığını göstermektir. Bu yöntem, bir üretim sürecinde, yarı bitmiş ürünlerin ölçülebilir standartlara uymalarının gerektiği her aşamada gözlemin önemini vurgulamaktadır [3].

İstatistiksel süreç kontrolündeki süreç kavramı ise, üründe hedeflenen kaliteye ulaşabilmek için planlanan ve üretimde kullanılan makine, donanım, alet, malzeme, insan gücü ve çevre gibi etkenlerin bileşimi olarak tanımlanabilmektedir. Bu bileşenlerden herhangi biri beklenen değerinden uzaklaştığında ise süreç de amacından uzaklaşmış olmaktadır [21]. Sürecin amacından uzaklaşıp uzaklaşmadığını tespit etmede kullanılan, İSK'nın sahip olduğu yedi yöntem söz konusudur. Bu yöntemler içerisinde İSK'nın en etkin aracı ise sürecin istatistiksel olarak kontrol ve analizinde kullanılan kontrol grafikleridir [2]. Söz konusu grafikler, kontrol sınırlarına ve orta çizgiye sahiptir. Kontrol sınırları ise, süreç ortalaması ile süreç değişkenliğine bağlı olan doğal değişimin sınırları olarak adlandırılan sınırlardır [17].

2.3. Toplam Kalite Yönetimi

Kalite; tarihsel gelişimi içerisinde, muayene, kalite kontrol ve kalite güvencesi evrelerinden geçerek günümüzde tüm örgütün kalite faaliyetlerine katılmasıyla "Toplam Kalite Yönetimi" (TKY) aşamasına ulaşmıştır.

Toplam Kalite Yönetimi ise örgütteki tüm çalışanlar ve toplum için yararlar elde etmeyi amaçlayan müşteri tatminini göz önünde bulunduran, maliyetleri düşüren çağdaş bir yönetim anlayışıdır. Kaliteyi yükseltirken verimliliği arttırmaktadır. Kuruluşun tüm çalışmalarında kaliteyi yükseltmeyi hedefleyen TKY, her aşamada hataları önlemekte ve böylece kayıplar

azalmaktadır. Fire, ıskarta ikinci kalite ürün, gereksiz stoklar, zaman kayıpları, teslimattaki gecikmeler gibi tüm olumsuzluklar ortadan kalkmaktadır [16,22].

TKY ilkelerinin çoğu Deming, Juran ve Feigenbaum gibi kalite uzmanları tarafından ortaya atılmış ve bu öncülerin ilkeleri birlikte dikkate alınarak başarılı bir uygulama için gereken TKY unsurları oluşturulmuştur [23].

Günümüzde artan rekabet koşulları, şirketleri bu rekabete karşı korumada bir yönetim felsefesi olan TKY'ni benimsemelerini mecbur kılmıştır ve bu felsefeyi benimseyip uygulayan işletmeler de bu yarışta başarılı olmuşlardır. TKY de bir yönetim sistemi olarak kabul edilip uygulandığında, bazı temel ilkelerin yerine getirilmesi gerekmektedir. Bu ilkeler ise şunlardır [1,23]:

- Uzun vadede başarılı olabilmek için kalitenin önceliği temel bir koşul olmalıdır. Rekabet gücünün geliştirilmesinde önemli bir rol oynayan müşteri beklentileri yerine getirilmeli ve kalite güvenliği sağlanmalıdır.
- Şirket içinde üretim zinciri içerisinde bulunan her bölüm, kendine düşen görevi yerine getirmeli ve bu bölümlerdeki kişilerin satıcı-müşteri ilişkisi içinde çalışmaları gerekmektedir.
- İşletmede gerçekleşen tüm olaylardaki neden-sonuç ilişkileri, istatistiksel yöntemlerle incelenmeli; kaliteyi, hem tasarım aşamasında hem de üretim aşamasında sağlayabilmek ve hatalı ürünleri önlemek amacıyla ürünlerin kontrolü yerine, bu ürünlerin üretildiği süreçlerin kontrolleri sağlanmalıdır.
- İnsana verilen önemi ortaya koyan ve katılımcı yönetimi sağlayan bir mekanizma oluşturan kalite çemberleri, başta kalite olmak üzere, işletme ile ilgili her türlü işlevin geliştirilmesi ve sorunların çözülmesi görevini en alt kademelere indirmelidir.
- Üst yönetimin liderliğinde, yöneticilerin ana amacı; kaliteyi geliştirmek ve müşteriye tatmin etmek olmalıdır. Ayrıca yöneticiler, işletmenin görevi konusunda da görüşe sahip olmalı ve amaç tutarlılığı göstermelidir.
- TKY'de, organizasyon içindeki herkesin etkin katılımı oldukça önemlidir. Kaliteye ulaşmak ve motivasyonu sağlamak amacıyla, çalışanlar, tüm faaliyetlere katılmalıdırlar.

- Müşteri odaklılık, toplam kalite yönetiminin en önemli ögesidir ve müşteri odaklı bakış da, müşteri ihtiyaçları ile beklentilerinin, ürün tasarımına yansıtılmasını sağlayacaktır. Bu öge “Kaliteyi Müşteri Tanımlar” şeklinde ifade edilir. Yani daha ucuza ve kısa sürede, müşterilerin istedikleri mal ve hizmet, onlara ulaştırılmalı ve müşteri tatmini sağlanmalıdır.
- İşletme bünyesinde çalışanların eğitimi sağlanmalı ve üst yönetimden alt düzeye kadar tüm bireyler eğitime katılmalıdır. Toplam kalite yönetimine geçilebilmesi için kişilerin davranışlarının değişmesi gerektiğinden, eğitimin amacı da bu değişimi sağlamaktır.
- Son olarak da TKY'nin en temel faaliyeti olan “*sürekli geliştirme*” sağlanmalıdır. Sürekli geliştirme kavramı ilk kez Japonlar tarafından uygulamaya koyulmuştur ve KAIZEN olarak adlandırılmıştır. Japonca Kai: Değişim, Zen: İyi; “daha iyi” anlamındadır. Bu kavram süreçlere yönelik olup, sonuçlar iyileştirilmek istenildiğinde, o sonucu sağlayan süreçleri iyileştirmeyi gerektirir. Üst yönetimin liderliğinde, eğitilmiş personel, takımlar halinde organize edilir ve müşteri odaklılık sonucu belirlenen hedefler doğrultusunda sürekli geliştirme çalışmaları yapılmaktadır.

3. KALİTE KONTROL SÜRECİNDE İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLERİN KULLANIMI

3.1. Kalite Kontrol Sürecinde İstatistiksel Kavramların Tanımı

Kalite kontrolünün temeli istatistik bilgisine dayanmaktadır. Bazı istatistiksel yöntemlerin kullanılmasıyla kalite kontrolü istatistiksel olmaktadır. Bu nedenle kalite kontrolü açısından bazı istatistiksel kavramların tanımlanmasında yarar vardır.

Kalite kontrolü çalışmalarında üretilen malın kalitesinin önceden belirlenen standartlara uygun olup olmadığının kontrolü önem taşımaktadır. Ve bu kontrol işlemi bütün birimler için yapılamadığından örnekleme kavramına ihtiyaç duyulmaktadır[19].

“Örnekleme” ise; bir anakütleden rassal olarak seçilmiş ve daha az sayıda birimden oluşan bir örneği inceleyerek, bu anakütle hakkında genelleme yapma işlemidir [24].

Örnekleme kavramıyla birlikte ayrıca anakütle ve örnek kavramlarının bilinmesi de önem taşımaktadır.

“Anakütle” üzerinde araştırma yapılan, ölçülmüş veya ölçülebilen birimlerden meydana gelen topluluktur [24].

İçerisinden örneğin alındığı anakütle “*Örneklenen anakütle*” olarak ifade edilirken, hakkında bilgi toplanmak istenen anakütle ise “*Hedef anakütle*” olarak ifade edilmektedir [24].

“Örnek” ise; anakütlenin içinden çekilen belli ve sınırlı sayıda birimden meydana gelen ve anakütlenin karakteri hakkında bilgi sağlayan alt topluluktur [24].

Bir serideki terimlerin birbirlerinden veya ortalamadan ne ölçüde uzaklaştıklarını belirten değişkenlik, yalnızca istatistiksel terimlerle açıklanabileceğinden, istatistiksel yöntemler kalite iyileştirme çabaları bakımından merkezi bir rol oynamaktadır. İstatistiksel yöntemlerin kalite kontrolüne uygulanmasında, kalite özellikleri nitel ve nicel veriler şeklinde sınıflandırılmaktadır [5]. “Veri” kavramı ise; birimleri tartmakla, ölçmekle veya saymakla elde edilen sayı, simge ve sözcüklerdir.

Kalite kontrolünde, bir dağılımın nerede kümелendiği ve anakütle dağılımının belirli limitler içinde olma olasılığı da önemli olduğundan; ortalama ve standart sapma kavramları da bilinmelidir. “Ortalama” bir seriyi temsil etmeye yarayan tek bir rakam iken, “standart sapma” ise; bir değişkenlik ölçüsüdür ve terimlerin aritmetik ortalamadan cebirsel sapmalarının kareli ortalamasıdır.

Anakütle ortalaması ve anakütle standart sapmasının hesaplanması

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \text{ ve } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}} \quad (3.1)$$

şeklinde iken

Örnek ortalaması ve örnek standart sapmasının hesaplanması ise

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ ve } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.2)$$

şeklindedir.

3.2. Kalite Kontrol Sürecini Modelleme

İstatistik, anakütleden çekilen bir örneğin içerdiği bilginin analizine dayanan bir süreç ya da anakütle hakkında karar vermek için yararlı tekniklerin bir bütünüdür. İstatistiksel yöntemler kalite gelişiminde önemli bir rol oynamaktadır. Bu yöntemler bir ürünün örneklenmesi, test edilmesi ve değerlendirilmesindeki temel araçları sağlamasının yanında, kalite kontrol sürecinin gelişmesinde katkısı olacak bilgileri de sağlamaktadır [19].

Genelde sürecin parametreleri bilinmediğinden, bu parametreleri tahmin etmek için süreçleri geliştirmek gerekir. Bu gelişimi gerçekleştirecek olan istatistiksel yöntemler de kalite kontrol sürecinin temelinde yatmaktadır. Kalite kontrolünde, bir sürecin parametrelerini modellemek için olasılık dağılımları kullanılmaktadır [5].

Ölçülebilir kalite özelliklerinin dağılımı normal dağılıma yaklaştığından ve normal dağılımın parametreleri de ortalama(μ) ve varyans(σ^2) olduğundan, bu iki parametrenin örnekleme dağılımı da kalite kontrol çalışmalarında önemli bir yer tutmaktadır [5,19].

3.2.1. Normal Dağılım

Normal dağılım kalite kontrol sürecinin temelini oluşturan, süreçlerde etkili bir model olarak kullanılan bir dağılımdır.

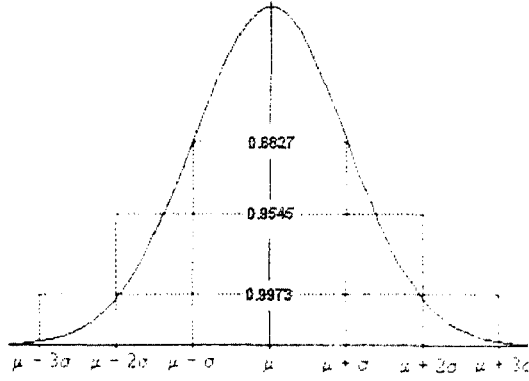
X, sürekli bir rassal değişken iken, X'in yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

ise, $f(x)$ 'e normal dağılım, X'e de normal dağılmış rassal değişken denir.

Normal dağılımın iki tane parametresi vardır. Bu parametreler ortalama(μ) ve varyans(σ^2) dir. Burada μ , merkezi eğilimi gösteren anakütle parametresi iken, σ^2 ise bu merkezi eğilim etrafındaki dağılmayı gösteren anakütle varyansıdır ve $-\infty < \mu < \infty$, $0 \leq \sigma^2 < \infty$. X normal dağılmış rassal değişken ise, kısaca $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ şeklinde gösterilir.

Söz konusu dağılımın parametrelerinin bilinmesi durumunda normal eğri altındaki alanlar kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Normal dağılımda olasılıklar, μ ile σ 'nın değerleri arasındaki uzaklıkla belirlenir. $\mu - \sigma$ ile $\mu + \sigma$ değerleri arasında eğri altında kalan alanın değeri; yani X rassal değişkeninin bu değerler arasında bulunması olasılığı 0.6827; $\mu - 2\sigma$ ile $\mu + 2\sigma$ arasında bir değer alması olasılığı 0.9545 ve $\mu - 3\sigma$ ile $\mu + 3\sigma$ arasında bir değer alması olasılığı da 0.9973 dir. Şekil 3.1 de Normal eğri ve bazı olasılıklar gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Normal Eğri ve Bazı Olasılıklar

Olasılık P ile gösterildiğinde;

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9973$$

şeklinde de ifade edilir [25-27].

3.2.2. Standart Normal Dağılım

X, ortalaması μ ve standart sapması σ iken;

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

dönüşümü ile ortalaması $\mu = 0$ ve standart sapması $\sigma = 1$ olan standart normal dağılıma dönüştürülebilir. İşte ortalaması sıfır, varyansı bir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \quad , -\infty < Z < \infty$$

olan normal dağılıma, “standart normal dağılım” adı verilir. Burada $f(z)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğundan, $f(z)$ eğrisi altında ve apsisin yukarısında kalan alan 1’e eşittir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz = 1$$

Bu fonksiyondaki Z ’ ye “standart normal değişken” adı verilir ve $Z \sim N(0,1)$ şeklinde gösterilir [26].

Normal dağılımdan yararlanılarak cevaplandırılacak sorularda, yapılması gereken ilk işlem normal dağılımdan standart normal dağılıma geçmek ve standart normal eğri alanlar tablosundan yararlanmak olmalıdır.

3.2.3. Ortalamaların Örneklem Dağılımı

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ iken X_1, X_2, \dots, X_n , bu anakütleden rassal olarak seçilmiş birimler olduğunda:

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ olmak üzere $\{ X_1, X_2, \dots, X_n \}$ örneğinin her bir birimi rassal değişken olduğuna göre, bunların μ ve σ^2 ye bağlı olmayan tüm fonksiyonları birer istatistik durumundadır ve her biri de rassal değişkenlerin fonksiyonu olan rassal değişkenlerdir.

X_1, X_2, \dots, X_n , de μ ortalaması ve σ^2 varyansı ile aynı dağılıma sahip rassal değişkenler ise

$$E(\bar{X}) = \mu \quad \text{ve} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

dir ve beklenen değer tanımından

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{1}{n}[E(X_1) + \dots + E(X_n)] = \frac{1}{n}n\mu = \mu$$

ve

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma_{\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}}^2 = \sigma_{\frac{X_1}{n}}^2 + \dots + \sigma_{\frac{X_n}{n}}^2 = \frac{1}{n^2}\sigma_{X_1}^2 + \dots + \frac{1}{n^2}\sigma_{X_n}^2 = \frac{1}{n^2}(n\sigma^2) = \frac{\sigma^2}{n}$$

olduğu görülebilir [28].

\bar{X} rassal değişkeninin dağılımı moment çıkararı fonksiyon tekniğı ile araştırılırsa

Moment çıkararı fonksiyonun özelliklerinden

$$M_{\bar{x}}(t) = M_{(x_1+x_2+\dots+x_n)/n}(t) = M_{x_1/n}(t) \dots M_{x_n/n}(t)$$

yazılabilir. Rassal değişkenler aynı dağılıma sahip olduklarından ortak moment çıkararı fonksiyon ile gösterilirse

$$M_{\bar{x}}(t) = \left[M_x\left(\frac{t}{n}\right) \right]^n$$

elde edilir. $N(\mu, \sigma^2)$ ile verilen normal dağılımın moment çıkararı fonksiyonu,

$$M_x(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$$

olduğundan moment çıkararı formülü şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} M_{\bar{x}}(t) &= \left[e^{\mu(t/n) + (1/2)(t/n)^2\sigma^2} \right]^n \\ &= e^{\mu + \frac{1}{2}t^2(\sigma^2/n)} \end{aligned}$$

Buna göre de \bar{X} 'nin ortalaması μ ve varyansı $\frac{\sigma^2}{n}$ olan normal dağılıma sahip olduğu söylenir ve $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ şeklinde gösterilir [29,30].

3.2.4. Standart Sapmanın Örneklem Dağılımı

Bir olasılık dağılımının bilinmeyen varyansı σ^2 ve bu dağılımdan alınan n birimlik örneğin ortalaması \bar{x} ise, örnek varyansı,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

bilinmeyen varyans σ^2 nin yansız bir tahmincisidir.

Ayrıca s^2 , $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımından rasgele alınan n hacimli örneklemin varyansı ise, $(n-1)s^2 / \sigma^2$, (n-1) serbestlik derecesiyle ki-kare dağılımına sahiptir [29]. Buradan

$$Y = (n-1)s^2 / \sigma^2 \sim \chi_{n-1}^2$$

şeklinde ifade edilirse

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} y^{\left(\frac{n-1}{2}\right)-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{y}{2}}$$

olur ve

$$s^2 = \frac{\sigma^2}{n-1} y$$

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} y^{1/2}$$

$$\frac{d_y}{d_s} = \frac{n-1}{\sigma^2} 2s$$

dönüşümleriyle

$$f(s) = f\left(\frac{n-1}{\sigma^2} s^2\right) \left| \frac{d_y}{d_s} \right|$$

işlemleriyle de

$$f(s) = \frac{(n-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2^{\frac{n-3}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \sigma^{n-1}} e^{-\frac{n-1}{2\sigma^2} s^2} s^{n-2} \quad s > 0$$

şeklinde elde edilir.

$$E(s^r) = \int_0^{\infty} s^r f(s) ds$$

ise ve bu eşitlikte değerler yerine konup işlemler yapılırsa

$$E(s^r) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+r-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \left(\frac{n-1}{2\sigma^2}\right)^{-r/2}$$

olur.

Ve $r=2$ olduğunda

$$E(s^2) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \left(\frac{2\sigma^2}{n-1}\right) = \sigma^2$$

$r=1$ olduğunda da

$$E(s) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \sqrt{\frac{2}{n-1}} \sigma = c_4 \sigma$$

olduğu görülür. c_4 sabiti ile örnek standart sapması s nin anakütle standart sapması σ nın $E(s) = c_4 \sigma$ olacak şekilde yansız bir tahminci olması sağlanır [31,32].

3.3 Kalite Kontrol Süreç Parametrelerinin Tahmini

Rassal değişkenler olasılık dağılımlarıyla karakterize edilirken, olasılık dağılımları da parametrelerle belirlenir. Örneğin, ortalama(μ) ve varyans(σ^2) normal dağılımın parametreleri, λ ise Poisson dağılımının parametresidir. Kalite kontrolünde de, olasılık dağılımları bazı kalite karakteristiklerini (özelliklerini) tanımlamada kullanılır. Bu tanımlamaların yapılabilmesi içinde, dağılımların parametreleri hakkında çıkarımlar yapılması gerekir. Parametreler genellikle bilinmediğinden, bunları örneklem verilerinden tahmin etmede bazı yöntemlere ihtiyaç duyulur [5].

Bilinmeyen bir parametrenin tahmincisi, o parametreye karşı gelen bir istatistik olarak tanımlanır. Belli bir anakütleden alınan örneklem yardımıyla, bu anakütlenin uyduğu dağılım şeklinin bir veya birkaç parametresinin değerini araştırmaya da tahmin adı verilir. Örnek istatistiklerinden yararlanarak da anakütle parametrelerini bir “sayı” veya “bu sayıyı kapsayan bir aralık” şeklinde tahmin etmek mümkündür.

3.3.1. Nokta Tahmini

Bilinmeyen anakütle parametresi için tek bir değer şeklinde tahmin yapmaya nokta tahmini adı verilir. Ancak tahminin isabet derecesini göstermesi bakımından aralık tahmini, nokta tahminine göre daha çok tercih edilir.

3.3.2. Aralık Tahmini

Bilinmeyen anakütle parametresi θ 'nın belirlenen bir olasılık değeri ile hangi aralıkta yer alacağına karar verilmesi işlemine aralık tahmini adı verilir. Burada θ anakütle parametresinin belirli bir olasılıkla içinde bulunacağı iki tesadüfi sınır belirlendiğinde, güven sınırları olarak adlandırılan bu değişkenler $\hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ ile gösterilir. $\hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ arasındaki aralığa da güven aralığı adı verilir. $1 - \alpha$ güven katsayısı ile θ parametresinin gerçek değerinin aralık içinde olması olasılığı ise genel olarak

$$P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha$$

şeklinde ifade edilir [27].

Normal dağılmış bir anakütlerde, anakütle ortalaması μ 'nün nokta tahmini bir anakütleden rassal olarak elde edilen n birimlik örneklerin ortalaması \bar{X} olduğundan, \bar{X} 'in dağılımı $N(\mu, \sigma^2 / n)$ iken

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

standartlaştırması yardımı ile standart normal dağılıma ulaşılmış olur.

Normal dağılımın simetri özelliği sonucunda da güven aralığının büyüklüğü, $1 - \alpha$ nın, ortalamanın iki yanına eşit şekilde dağıtılmasıyla minimum olacaktır. Dolayısıyla $0 < \alpha < 1$ için iki taraflı güven aralığı

$$P(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

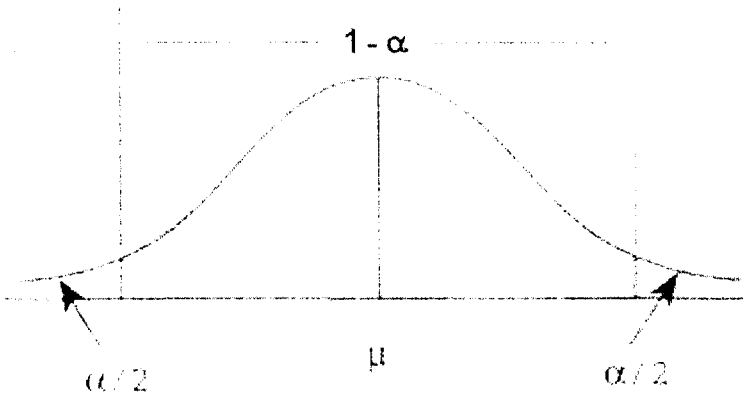
şeklinde ifade edilir.

Z yerine eşiti koyulduğunda ve μ yalnız bırakılacak şekilde işlem yapıldığında, μ 'nün aralık tahmini

$$P\left(-Z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

biçiminde düzenlenebilir.



Şekil 3.2. Güven Aralığı

Burada güven aralığının yorumu ise; n hacimli çok sayıda örnekten güven sınırları hesaplandığında, bu güven aralıklarının $1 - \alpha$ kadarı bilinmeyen anakütle ortalamasını içerecek α kadarı ise μ 'yü dışarıda bırakacaktır [27,29].

3.4. Kalite Kontrol Sürecinde İstatistiksel Yöntemler

Kalite problemlerinin çözümünde yaygın kullanım alanına sahip olan ve İSK'nın aracı olan yedi yöntem söz konusu dur. Muhteşem yedili olarak adlandırılan bu yöntemler ise şunlardır [5]:

1. Histogram
2. Kontrol kağıdı
3. Pareto diyagramı
4. Neden ve sonuç diyagramı
5. Hata yoğunluk diyagramı
6. Serpilme diyagramı
7. Kontrol grafiği

Bu yedi yöntem içerisinde en teknik olan kontrol grafiğidir ve İstatistik Bilimi'nin kalite kontrolü çalışmalarında kullanılması kontrol grafikleriyle başlamıştır. Kalite değişkenliğinin izlenmesinde büyük kolaylıklar sağlayan kontrol grafikleri basit fakat güçlü araçlardır. Süreç kontrolünün temel bileşeni ve asıl inceleme konumuz olan kontrol grafiklerine diğer bölümde kalite kontrol grafikleri başlığı altında ayrıntılı olarak yer verilecektir [2,4].

4. KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

4.1. Kontrol Grafiklerinin Tanımı

Kalite kontrol sürecinde istatistiksel yöntemler içerisindeki en önemli araçlardan bir tanesi de kontrol grafikleridir. Kontrol grafikleri, istenilen özellikte ürün veya hizmet üretebilmek için sürecin istatistiksel olarak kontrol ve analizinde kullanılan araçlardır [2].

Bu grafiklerin en önemli yararı üretim sürecini geliştirmeleridir. Üretim süreçleri de her zaman belirli bir ölçüde değişkenlik içermektedir. Üretim sürecindeki bu değişkenlik kavramı genel ve özel nedenlere bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Genel nedenleri, üretimi etkileyen faktörlerin hepsinde sürekli olarak var olan ortak nedenler olarak ifade etmek mümkündür. Söz konusu nedenlere örnek olarak; titreşim, sıcaklık, nem vb gösterilebilir. Özel nedenler ise; üretim faktörlerinden sadece bir veya bir kaçında zaman zaman araya giren değişkenliği göstermektedir. Özel nedenlere örnek olarak da, malzeme, ekipman, çevre, personel ve uygulanan yöntem vb verilebilir [20,33].

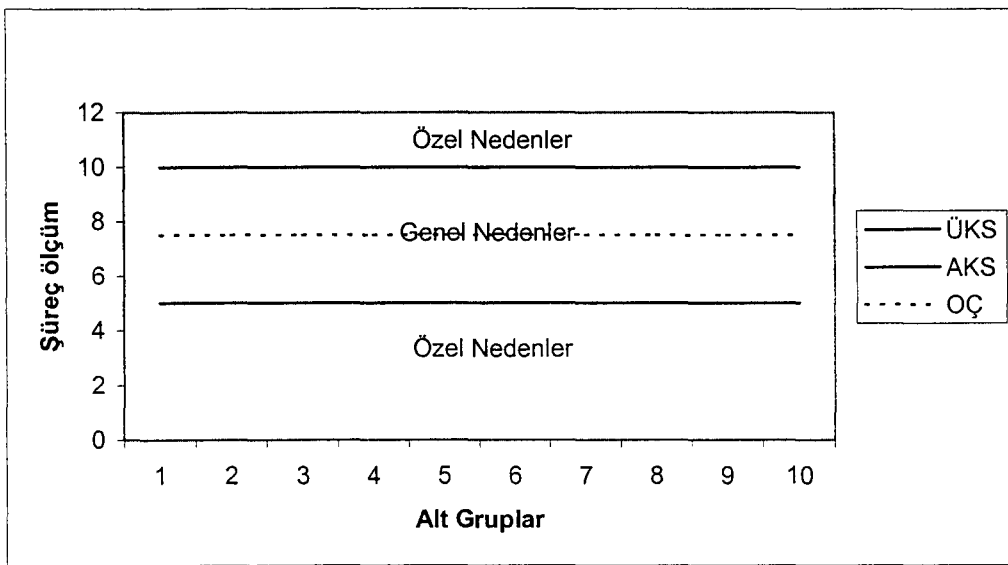
Kontrol grafiklerinin gücü, süreçte meydana gelen ve kaliteyi etkileyen bu özel nedenleri ayırabilmesinde yatmaktadır. Böylece genel nedenler altında değişkenlik gösteren süreçte istatistiksel olarak kontrol altında yer alacaktır [4]. Bu grafikler süreç de meydana gelen değişkenliği en kısa zamanda ortaya çıkarabilmelerine rağmen, sadece değişkenliğin varlığını bildirirler. Fakat bu değişkenliği bulup ortadan kaldırmaları söz konusu değildir. Özel nedenlerin bulunarak ortadan kaldırılması ise; yönetim, operatör, mühendis gibi yetkililerin alanı içinde bulunmaktadır [2,20].

Kalite kontrol sürecinde temel amaç, özel nedenleri veya süreç kaymalarını ortaya çıkarmaktır. Kontrol grafikleri de bu amaç için kullanılan süreç kontrol yöntemidir. Söz konusu grafikler, değişkenliğin azaltılmasında, verimliliğin geliştirilmesinde ve uygunsuz birimlerin üretilmesinin engellenmesinde etkin bir biçimde kullanılan araçlardır [5]

Kontrol grafikleri, bir sürece ait çıktılardan düzenli olarak küçük örnekler seçilerek, örneklenen birimler üzerinde bazı ölçümler yapılarak ve sonunda sonuçlara ait özet ölçüler çizilerek oluşturulan grafiklerdir [34].

Söz konusu grafikleri, süreçteki değişmelerin zamana göre grafik olarak kaydedilmesi şeklinde tanımlamak mümkündür. Bu grafiklerde, yatayda sırasıyla alt grup numaraları, düşeyde ise ölçülen özelliklerin gözlemlenen niteliği yer almaktadır [1].

Şekil 4.1’de gösterildiği gibi grafik üzerinde üç çizgi yer almaktadır. Sürecin ilgilenilen özelliği w olarak tanımlandığında, ilk çizgi w ’nin ortalama değerini gösteren orta çizgidir. İkinci ve üçüncü çizgiler de, örnek değerlerinin aralarına düşmesi beklenen üst ve alt kontrol sınırlarıdır [4].



Şekil 4.1. Kontrol grafiği çizimi

Kontrol sınırları üretim işleminin kontrol altında olup olmadığını sürekli olarak izlemeye yaramaktadır. Bu sınırlar, süreçteki genel nedenlerden doğan değişimin sınırlarıdır. Eğer örneklem değerlerinin tümü kontrol sınırlarının içinde yer alıyorsa, süreçte genel nedenlerin varlığından söz etmek mümkündür. Böylece istatistiksel olarak sürecin kontrol altında olduğu söylenebilir. Bununla beraber, örneklem değerlerinin birkaçı kontrol sınırlarının dışında ise; süreçte özel nedenlerin varlığından söz edilebilir. Aynı zamanda sürecin istatistiksel olarak kontrol dışında olduğunu da söylemek mümkündür.

Genel olarak bir kontrol grafiğinin modeli şöyle oluşturulmaktadır. İlgilenilen özellik w nin ortalaması μ_w ve standart sapması σ_w olmak üzere;

$$\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \mu_w + k\sigma_w \\ \text{OÇ} &= \mu_w \\ \text{AKS} &= \mu_w - k\sigma_w \end{aligned}$$

grafiğin orta çizgisi, alt ve üst kontrol sınırları elde edilir [4,5].

4.2. Kontrol Sınırları ve Güven Aralığı İlişkisi

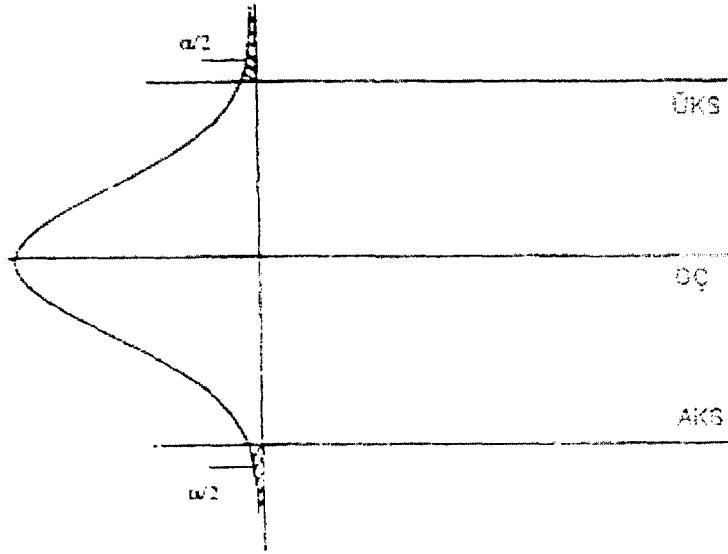
Kontrol grafikleri; üretilen birimlerin her birinin teker teker kalitesinin ölçülmesinde kullanılmayıp, örnekten örneğe veya partiden partiye veya bir günden diğerine gerçekleşen kalite değişiminin değerlendirilmesinde kullanılmaktadır.

Kontrol grafikleri üzerinde yer alan kontrol sınırları ise; ürün kalitesinin ortalama seviyesi etrafındaki değişimlerini göstermeye yaramaktadır. Bu sınırlar, bir üretim grubuna ait olan birimlerin bir kısmı üzerinde yapılan çeşitli gözlemlerin sonuçlarından hesaplanan bazı ölçüler elde etmeyi sağlamaktadır [35].

Süreç karakteristiğinin alınan örneklerden hesaplanan ortalaması normal dağılım göstereceğinden, kontrol sınırlarının belirlenmesinde normal dağılımdan yararlanılmaktadır. Kontrol grafiklerindeki orta çizgi ve kontrol sınırları, normal dağılım gösteren süreç parametrelerinin tahminine dayanmaktadır. Kalite kontrol çalışmalarında süreç parametreleri genellikle bilinmediğinden, bu parametreler örneklem verilerinden tahmin edilmektedir. Bu tahmin işlemi gerçekleştirilirken aralık tahmini yönteminden yararlanılmaktadır. Kontrol grafiklerindeki kontrol sınırları da süreç parametrelerinin içinde bulunacağı kontrol alanını belirtmektedir. Kalite kontrol sürecindeki bu iki alt ve üst sınır istatistikte bilinen güven aralığı kavramındaki güven sınırlarıyla aynı anlamda kullanılmaktadır [4,5].

Güven aralığı, $(1-\alpha)$ olasılık düzeyinin ortalamasının iki yanına eşit şekilde dağıtılmasıyla oluşmaktadır. Güven sınırlarındaki $z_{\alpha/2}$ ifadesi üst ve alt kontrol sınırlarındaki k sabitine karşı gelmektedir. Kalite kontrol sürecindeki uygulamalarda, alt ve üst kontrol sınırları $z_{\alpha/2} = 3$ olacak şekilde süreç

ortalamasından 3 standart sapma öteye simetrik olarak yerleştirilmektedir. Kontrol grafiklerindeki, 3 sigma sınırları α nın 0,0027 olduğu anlamlılık düzeyini göstermektedir. Böylece ortalamadan simetrik olarak yerleştirilen $\mp 3\sigma$ sınırları, bütün mümkün durumların %99,73 ünü kapsamaktadır. Bu da, normal bir anakütleden çekilen örneklerin sadece on bin de 27 sinin (veya binde 3 ünün) 3 sigmalık kontrol sınırlarının dışına çıktığı anlamını taşımaktadır [5,32]. Şekil 4.2 de kontrol sınırlarının güven aralığı kavramı ile olan ilişkisini göstermektedir.



Şekil 4.2. Güven aralığı ile kontrol sınırları ilişkisi

4.3. Kontrol Grafiği Çeşitleri

Sürecin ilgilenilen karakteristiğine uygun olarak geliştirilen ve uygulanan kontrol grafikleri; niceliksel ölçüler (değişkenlere ilişkin) için kontrol grafikleri ve niteliksel ölçüler için kontrol grafikleri olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır.

Değişkenlere ilişkin kullanılan \bar{x} , R ve s grafikleri ile, nitelikler için kullanılan c, u, n, np grafiklerinin prensiplerini Dr. Walter A Shewhart'ın oluşturması nedeniyle bu grafikler "Shewhart grafikleri" olarak adlandırılmaktadır. Çalışmamızın temelini oluşturan değişkenlere ilişkin kontrol grafikleri ile ilgili ayrıntılı bilgiler izleyen bölümde verilecektir.

4.4. Niceliksel Kontrol Grafikleri

Niceliksel kontrol grafikleri; değişim aralığı (R) kontrol grafiği, standart sapma (s) kontrol grafiği ve ortalama (\bar{x}) kontrol grafiğidir. Bu grafiklerde sürecin ilgilenilen özelliği bir değişken olmaktadır. Söz konusu grafikler anakütle ortalaması μ nün ve anakütle standart sapması σ nın bilinip bilinmemesine göre iki ayrı biçimde oluşturulmaktadır.

4.4.1. Değişim Aralığı Kontrol Grafiği

x_1, x_2, \dots, x_n , n hacimli bir örnek olduğunda, en küçük ve en büyük ölçüm değerleri arasındaki farka değişim aralığı denilmektedir. Değişim aralığı R ile ifade edilip

$$R = x_{enb} - x_{enk} \quad (4.1)$$

şeklinde gösterilmektedir. Her biri n birimden oluşan m tane örnek alındığında, R_1, R_2, \dots, R_m bu örneklerin değişim aralıkları olmak üzere değişim aralıkları ortalaması

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j \quad (4.2)$$

olarak hesaplanmaktadır. Böylece R kontrol grafiğinin sınırları

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_R &= \mu_R + 3\sigma_R \\ OÇ_R &= \mu_R \\ AKS_R &= \mu_R - 3\sigma_R \end{aligned} \quad (4.3)$$

şeklinde belirlenmektedir. \bar{R} , değişim aralıklarının örnekleme dağılımının ortalaması μ_R nin bir tahminidir. R_j 'lerin gösterdiği dağılımın standart sapması σ_R bilinmediğinden tahmin edilmesi gerekir. σ_R nin tahmini,

$$\hat{\sigma}_R = \frac{d_3}{d_2} \bar{R} \quad (4.4)$$

dir. Burada d_3 ve d_2 örnek büyüklüğü n 'e bağlı olan tablo değerleridir. Söz konusu tablo EK-1'de verilmiştir. μ_R ve σ_R nin tahminleri yerine konulduğunda R -kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \bar{ÜKS}_R &= \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3\frac{d_3}{d_2} \bar{R} \\ O\bar{Ç}_R &= \bar{R} \\ \bar{AKS}_R &= \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3\frac{d_3}{d_2} \bar{R} \end{aligned} \quad (4.5)$$

olarak elde edilmekte ve kontrol sınırları \bar{R} parantezine alındığında,

$$D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2} \quad D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2} \quad (4.6)$$

şeklinde tablolaştırıldığında (Ek-1) R - kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned} \bar{ÜKS}_R &= D_4 \bar{R} \\ O\bar{Ç}_R &= \bar{R} \\ \bar{AKS}_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (4.7)$$

olarak elde edilmektedir [4,5].

Sürecin ilgilenilen kalite karakteristiğine ilişkin bir standart sapma değeri σ verildiğinde ya da belirli bir değere eşit olduğu kabul edildiğinde ise, R - kontrol grafiğinin oluşturulmasında bu σ değerinden yararlanılacaktır. $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$ şeklinde tahmin edildiğinden $\bar{R} = \hat{\sigma} d_2$ olur ve $\sigma_R = d_3 \sigma$ olduğundan bu değerler yerine yazılırsa, R - kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned}
\dot{ÜKS}_R &= d_2\sigma + 3d_3\sigma \\
OÇ_R &= d_2\sigma \\
AKS_R &= d_2\sigma - 3d_3\sigma
\end{aligned}
\tag{4.8}$$

olarak elde edilmektedir ve σ parantezine alındığında,

$$D_1 = d_2 - 3d_3 \quad D_2 = d_2 + 3d_3
\tag{4.9}$$

olarak tanımlanırsa,

$$\begin{aligned}
\dot{ÜKS}_R &= D_2\sigma \\
OÇ_R &= d_2\sigma \\
AKS_R &= D_1\sigma
\end{aligned}
\tag{4.10}$$

olmaktadır [5,34,36].

4.4.2. Standart Sapma Kontrol Grafiği

Örnek hacmi n , $n > 10$ veya $n > 12$ gibi orta büyüklükte olduğu durumlarda ve örnek hacmi örnekten örneğe değişkenlik gösterdiği durumlarda değişim aralığı grafiği yerine standart sapma kontrol grafiği tercih edilebilmektedir [5].

Bir olasılık dağılımının varyansı σ^2 bilinmediğinde, standart sapma değeri, alınan örneklerden hesaplanan örnek varyansından yararlanılarak tahmin edilmektedir. Bu dağılımdan alınan n birimlik örneğin ortalaması \bar{x} olduğunda örnek varyansı,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}
\tag{4.11}$$

bilinmeyen varyans σ^2 nin yansız bir tahmincisi olmaktadır. Yansız tahminci s^2 den hesaplanan örnek standart sapması s ise, dağılımın standart sapmasının yanlış bir tahminidir. Bu yanlışlık düzeltme faktörü c_4 ile ortadan kaldırılabilir.

Üzerinde durulan dağılım normal bir dağılım ise s ile tahmin edilen değer $c_4\sigma$ dır, yani $E(s)=c_4\sigma$ ve s , $c_4\sigma$ nın yansız tahmincisidir. Buradaki c_4 değeri örnek büyüklüğünün bir fonksiyonudur ve

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1} \right)^{1/2} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad (4.12)$$

şeklinde bulunmaktadır [36]. Buradan standart sapma s nin standart sapması da

$$\sigma_s = \sigma \sqrt{1 - c_4^2} \quad (4.13)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Bu bilgilerle ve sürecin standart sapması σ nın bilindiği varsayıldığında s -kontrol grafiğinin sınırları

$$\begin{aligned} \text{ÜKS}_s &= c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \\ \text{OÇ}_s &= c_4\sigma \\ \text{AKS}_s &= c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

olacaktır ve σ parantezine alındığında,

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2} \quad (4.15)$$

EK-1'de verilen tablo değerleri elde edilir ve s -kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \text{ÜKS}_s &= B_6\sigma \\ \text{OÇ}_s &= c_4\sigma \\ \text{AKS}_s &= B_5\sigma \end{aligned} \quad (4.16)$$

şeklinde tanımlanır [4,5].

Süreç standart sapması σ bilinmediğinde ise, eşit büyüklükte örnekler alınarak örneklerin standart sapmaları yardımıyla bilinmeyen standart sapma tahmin edilebilir. s_1, s_2, \dots, s_m örnek standart sapmaları olmak üzere ortalama standart sapma

$$\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_j \quad (4.17)$$

şeklinde hesaplanır. Burada \bar{s}/c_4 istatistiği süreç standart sapması σ nın yansız bir tahmincisi olup, $E(\bar{s}/c_4) = \sigma$ dir. s -kontrol grafiğinin parametreleri ise,

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_s &= \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \\ OÇ_s &= \bar{s} \\ AKS_s &= \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

olarak elde edilmektedir. \bar{s} parantezine alındığında ise

$$B_3 = 1 - \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad B_4 = 1 + \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (4.19)$$

şeklinde ifade edilirse

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_s &= B_4 \bar{s} \\ OÇ_s &= \bar{s} \\ AKS_s &= B_3 \bar{s} \end{aligned} \quad (4.20)$$

olarak elde edilmektedir.

s -kontrol grafiği oluşturulurken sürecin varyansı, yanlış tahminci olan örnek varyansı, s'^2 kullanılarak da hesaplanabilir. Örnek varyansı

$$s'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (4.21)$$

şeklinde hesaplanır.

σ nın bilinmesi durumunda örnek standart sapma s'_j değerleri, parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKS}_s &= B_2 \sigma \\ OÇ_s &= c_2 \sigma \\ AKS_s &= B_1 \sigma \end{aligned} \quad (4.22)$$

şeklinde olmaktadır.

σ 'nın değeri bilinmiyorsa s'_j değerlerinin ortalaması \bar{s}' olmak üzere

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKS}_{s'} &= B_4 \bar{s}' \\ OÇ_{s'} &= \bar{s}' \\ AKS_{s'} &= B_3 \bar{s}' \end{aligned} \quad (4.23)$$

olarak belirlenmektedir [4,34,36].

4.4.3. Ortalama Kontrol Grafiği

Ortalama kontrol grafiği, süreç ortalamasının ya da ortalama kalite düzeyinin kontrolü için geliştirilen grafiklerdir. \bar{x} ların dağılımının ortalaması $\mu_{\bar{x}}$ ve standart sapması $\sigma_{\bar{x}}$ olmak üzere, grafiğin parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{ÜKS}_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} \\ AKS_{\bar{x}} &= \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

şeklinde belirlenmektedir.

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ örneklere ait ortalamalar olmak üzere, i inci örneğin ortalaması

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (4.25)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Buradan sürecin ortalaması yani örnek ortalamalarının ortalaması ise

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i \quad (4.26)$$

olarak belirlenmektedir [5]. Süreç parametresi μ bilinmediğinde genel ortalama $\bar{\bar{x}}$, süreç ortalaması μ nün yansız bir tahmincisi olmak üzere \bar{x} -kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned} \text{ÜKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} \\ \text{OC}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ \text{AKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

olarak bulunmaktadır. Burada $\sigma_{\bar{x}}$, süreç standart sapması σ ve örnek büyüklüğü n olmak üzere

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.28)$$

şeklinde belirlenmektedir. Süreç parametresi σ da bilinmediğinden tahmin edilmesi gerekmektedir. σ 'nın tahmin edilmesinde, örnek değişim aralığı ya da örnek standart sapması kullanılabilir.

Değişkenlik ölçüsü olarak değişim aralığı R kullanıldığında, sürecin standart sapması,

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (4.29)$$

şeklinde tahmin edildiğinde ve buradan σ yerine bu tahminci yazıldığında

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (4.30)$$

elde edilir. Buna bağlı olarak da kontrol sınırları,

$$\begin{aligned} \bar{ÜKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ \bar{AKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

olur ve

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad (4.32)$$

şeklinde belirtilirse, \bar{x} -kontrol grafiğinin sınırları

$$\begin{aligned} \bar{ÜKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ \bar{AKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (4.33)$$

olarak bulunmaktadır [4,5].

Değişkenlik ölçüsü olarak örnek standart sapması s kullanıldığında ise, sürecin bilinmeyen standart sapması, örnek standart sapmalarından hareketle ve bunların ortalaması \bar{s} olmak üzere,

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} \quad (4.34)$$

şeklinde tahmin edilir ve $\sigma_{\bar{x}}$ değerinde de yerine konursa, grafiğin kontrol sınırları,

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ AKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.35)$$

olur ve

$$A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad (4.36)$$

olarak belirtilirse, \bar{x} -kontrol grafiğinin sınırları

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ AKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} \end{aligned} \quad (4.37)$$

şeklinde bulunur.

Süreç parametreleri μ ve σ bilindiğinde ise: grafiğin parametreleri

$$\begin{aligned} \dot{ÜKS}_{\bar{x}} &= \mu + 3\sigma_{\bar{x}} \\ OÇ_{\bar{x}} &= \mu \\ AKS_{\bar{x}} &= \mu - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \quad (4.38)$$

olarak belirlenir. Sürecin standart sapması σ bilindiğinden,

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.39)$$

yazılırsa,

$$\begin{aligned} \text{ÜKS}_{\bar{x}} &= \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{OC}_{\bar{x}} &= \mu \\ \text{AKS}_{\bar{x}} &= \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.40)$$

olarak elde edilir. Burada

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad (4.41)$$

şeklinde belirtilirse, \bar{x} -kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \text{ÜKS}_{\bar{x}} &= \mu + A\sigma \\ \text{OC}_{\bar{x}} &= \mu \\ \text{AKS}_{\bar{x}} &= \mu - A\sigma \end{aligned} \quad (4.42)$$

olarak elde edilir [4,5,34].

Niceliksel kontrol grafiklerinin uygulamada kullanımı ve teorik biçimi yukarıda anlatıldığı şekilde oluşturulmaktadır. Ancak kalite kontrolü çalışmalarında kontrol grafikleri ile ilgili uygulamalar yapılırken kontrol grafiklerinin taşınması gereken bazı varsayımların göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Çoğu zaman niceliksel kontrol grafiklerinin varsayımları, grafiklerin oluşturulmasında belirtilmemektedir. Söz konusu grafikler için varsayımlar çok az farklılık göstermektedir. Ortalama kontrol grafiği için gözlemlerin bağımsız olduğu ve ortalamanın sabit varyans varsayımıyla yaklaşık olarak normal dağıldığı varsayılırken, değişim aralığı grafiği için yine gözlemlerin bağımsız olduğu varsayılır. Fakat bu durumda aynı zamanda gözlemlerin kendi

kendilerine yaklaşık olarak normal dağıldığı (ortalamanın değil) varsayılmaktadır. Grafiklerin taşıması gereken varsayımlar bu şekilde ifade edildikten sonra asıl inceleme konumuz olan varsayımlar ve varsayımları sınama yolları bir sonraki b6l6mde ayrıntılı olarak ele alınacaktır [37,38].

5. NİCELİKSEL KONTROL GRAFİKLERİNİN VARSAYIMLARI VE VARSAYIMLARININ SINANMASI

5.1. Normallik Varsayımı

Niceliksel kontrol grafiklerinin sahip olduğu ve sinanması gereken varsayımların en önemlilerinden bir tanesini (normal dağılıma dayanan) normallik varsayımı oluşturmaktadır. Kalite kontrol sürecinin temelini oluşturan, süreçlerde etkili bir model olarak kullanılan dağılım şekli normal dağılımdır. Eğer süreç normal bir dağılıma sahipse, örnek istatistiklerinden yararlanılarak anakütle parametreleri hakkında tahminde bulunulabilir [17]. Ayrıca kalite kontrol çalışmalarında, incelenilen değişkenin belli bir değerden küçük veya büyük olmaması ya da ortalamaya göre simetrik iki değer arasında kalması gibi olasılıkların bilinmesi de önem taşıdığından, bu değerlerin bulunabilmesi için standart normal dağılımdan yararlanır [20]. Sürecin ilgilenilen özelliği normal dağılıma uyduğunda süreçte genel nedenlerin varlığı söz konusuysen, süreçte özel nedenlerin varlığı söz konusu olduğunda ise, dağılımın ortalamasında ve standart sapmasında değişimler olduğu söylenebilmektedir. Niceliksel kontrol grafiklerinin düzenlenmesinde temel varsayım kontrolü yapılacak olan kalite özelliğinin normal dağılım gösterdiğidir. Her ne kadar kalite özelliklerinin normal dağıldığı varsayılsa da bu varsayımın sinanması gerekmektedir. Kalite kontrol çalışmalarında normallik varsayımın sinanması Ki-kare uyum testi, Shapiro Wilk testi ve Q-Q grafiği ile yapılabilmektedir.

5.1.1. Ki-Kare Uyum Testi İle Normallik Varsayımını Sinama

Kontrol grafiklerinin taşınması gereken varsayımların önemlilerinden bir tanesi olan normal dağılımın test edilmesinde yaygın olarak kullanılan metot χ^2 uyum testidir. Söz konusu testin amacı, m sayıda örneğin anakütleyi iyi temsil edip edemediğini veya hangi dağılıma sahip olan bir anakütleden geldiğini incelemektir.

Ki-kare uyum testinin temelini gözlenen frekanslarla (f_i) teorik frekansların (\hat{f}_i) karşılaştırılması oluşturmaktadır [19,31]. Bu testin

uygulanmasında belirli kriterlerin göz önüne alınması gerekebilir. Söz konusu kriterler,

1. Gözlenen ve beklenen dağılımlar aynı terim sayısını içermelidir
2. Sınıflar içindeki bölünme her iki dağılım için aynı olmalıdır
3. Her sınıftaki beklenen frekans en az 5 olmalıdır.
4. Gözlenen frekansların rassal örnekleme ile elde edildiği varsayılmalıdır

şekindedir [39]. Bu kriterlerle birlikte eğer gözlenen frekanslarla teorik frekanslar birbirine eşit ise dağılımın normal olduğu kabul edilir. f_1, f_2, \dots, f_k k sınıfın gözlenen frekansları ve $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_k$ k sınıfın teorik frekansları olmak üzere χ^2 test istatistiğinin hesabı

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i} \quad (5.1)$$

(5.1) eşitliğinde gösterildiği gibidir.

Kalite kontrol çalışmalarında genellikle bu test uygulanırken gözlenen frekanslarla teorik frekanslar şu şekilde elde edilebilmektedir. İncelenen kalite özelliğinin n örnek hacmi ve m örnek sayısı belli ise, öncelikle n örneğin teker teker ortalamaları bulunur. Ortalamaların dağılımının normal dağılıma uygun olup olmadığı araştırıldığı için gözlenen frekansları hesaplamada normal eğri altında kalan alandan yararlanılır ve normal eğri eşit olasılıklara sahip alanlara ayrılır. Daha sonra bu alanlar için z değerleri hesaplanır ve bu z değerleri $-\infty$ ve $+\infty$ değerleri arasında gruplandırılır. Gruplanan z değerlerinden yararlanarak da örnek ortalamalarının gruplandırılması yapılır. $-\infty$ ve $+\infty$ değerleri arasında örnek ortalamaları da gruplandırıldıktan sonra bu gruplara düşen örnek ortalamalarının sayısına göre de gözlenen frekanslar elde edilir. Daha önceden bilinen teorik frekanslarla birlikte gözlenen frekansların kullanılmasıyla χ^2 test istatistiğinin hesaplanması yapılır.

χ^2 istatistiğinin dağılımı χ^2 dağılımına çok yaklaştığı için, test istatistiği belli bir anlamlılık düzeyinde ve $k-1$ (bir dağılıma uygunluk söz konusu olduğunda $\nu=k-1-r$ olacaktır) serbestlik derecesine göre “ χ^2 değerleri tablosundan” bulunan kritik değer ile karşılaştırılmaktadır. Bu karşılaştırmalarla χ^2 uygunluk testinde kurulacak olan H_0 ve H_1 hipotezlerinin kabul ve reddine karar verilecektir. χ^2 uygunluk testinde hipotezler şu şekilde ifade edilmektedir:

H_0 : Anakütle normal dağılıma sahiptir.

H_1 :Anakütle normal dağılıma sahip değildir.

Eğer χ^2 tablo değeri hesaplanan χ^2 istatistiğinden küçük ise H_0 hipotezi ret edilir. H_0 hipotezinin reddi ve H_1 hipotezinin kabul edilmesi ise anakütlenin normal dağılıma sahip olmadığını ifade etmektedir [31,32,40].

5.1.2. Shapiro Wilk Testi İle Normallik Varsayımını Sınama

Normallik varsayımının sınanmasında kullanılan bir diğer test te Shapiro ve Wilk'in W test istatistiğidir. Bu test kalite kontrol çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Dağılımsal varsayımlardan ayrılışı özellikle normal dağılımdan ayrılışı test etmede kullanılan W test istatistiği Shapiro ve Wilk tarafından 1965 yılında geliştirilmiştir. Bu test tek değişkenli normal olup olmamayı test etmede kullanılmasının yanı sıra çok değişkenli normal olup olmamayı sınamada da kullanılmaktadır [41].

Shapiro-Wilk testi m ($3 \leq m \leq 50$) sayıda rassal bir örneğe dayalı normal bir dağılımın iki varyans tahmininin oranıdır. W test istatistiğinin payı, standart sapmanın en iyi doğrusal tahminicisinin (minimum varyansa sahip ve yansız) karesi ile orantılı iken istatistiğin paydası ise, gözlemlerden örneklerin ortalamasının farkının kareler toplamıdır. W test istatistiği ise

$$W = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^m w_i X_i' \right\}^2}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2} \quad (5.2)$$

şeklinde hesaplanabilmektedir. (5.2) formülünde $X = X_1, X_2, \dots, X_m$ test edilecek olan gözlem birimleri iken, $X_1' < \dots < X_m'$ ise bu gözlem değerlerinin küçükten büyüğe sıralanmış halidir ve örneklerin ortalaması ise $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i$ şeklinde hesaplanmaktadır.

W aynı zamanda sıralı gözlemlerle, payı hesaplamak için kullanılan tartılar $\mathbf{w}' = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ arasındaki korelasyon katsayısının karesi olarak da düşünülebilir. Bu tartıların hesaplanması ise, $\mathbf{M}' = (M_1, M_2, \dots, M_m)$, m örnek büyüklüğünde sıralı istatistiklerin standart normal değerleri ve \mathbf{V} , $m \times m$ boyutlu kovaryans matrisi olmak üzere;

$$\begin{aligned} \mathbf{w}' &= (w_1, w_2, \dots, w_m) \\ &= \mathbf{M}' \mathbf{V}^{-1} [(\mathbf{M}' \mathbf{V}^{-1})(\mathbf{V}^{-1} \mathbf{M})]^{-1/2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

(5.3) eşitliğinde gösterildiği gibidir [41,42]. W istatistiği, sıfırdan büyük ve bir'e eşit veya birden küçük değerler almaktadır. ($0 < W \leq 1$). W 'nin olasılık değeri hesaplanabilmektedir [43].

W istatistiğini hesaplamada kullanılan \mathbf{w}' tartılarının hesabı oldukça zor olmaktadır. Bu sebeple W nin başka bir çeşidi olan W' olarak adlandırılan Shapiro test istatistiği geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda hesaplamalar çok daha kolaydır. W' test istatistiği

$$W' = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^m m p_i X_i' \right\}^2}{\sum_{i=1}^m (m p_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2} \quad (5.4)$$

ile ifade edilmektedir. Bu formülde mp_i değerleri

$$mp_i = qnorm \left(\frac{srano - 0,375}{m + 0,25} \right) \quad (5.5)$$

şeklinde hesaplanmaktadır [42,44,45].

5.1.3. Q-Q Grafiği İle Normallik Varsayımını Sınama

Q-Q grafiği verilen bir değişkenin dağılımının, hangi olasılık dağılımına uyduğunu sınıamada kullanılan bir grafikdir. İncelenen kalite özelliğinin normal dağılıma uygun olup olmadığının sınıamasında Q-Q (Quantile-Quantile) grafiği de kullanılabilir. Q-Q grafiğinde noktalar x-y düzleminde 45 derecelik açı oluşturacak şekilde bir şekle sahip olduklarında kalite özelliklerinin normal dağılıma uygun olduğuna karar verilir [37].

Genel olarak Q-Q grafiği oluşturulurken şu adımlar izlenir:

1. x_1, x_2, \dots, x_M değerleri için, sıralı değerler $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(M)}$ belirlenir,

2. Gözlem birimi M'e (incelenen m sayıda n hacimli örneklerin toplam gözlem birimi M olarak ifade edilir) bağlı olarak her örnek birimi için kümülatif olasılıklar p_i değerleri

$$p_i = \frac{100(i - 0,5)}{M} \quad (i=1, \dots, M) \quad (5.6)$$

şeklinde hesaplanır. p_i kümülatif olasılıkları, normal olasılık tablosu yardımıyla, onlara karşılık gelen standart normal değerlere [$P(Z \leq z_i) = p_i$ olacak şekilde] dönüştürülür ve z_i değerleri bulunur.

3. Standartlaştırılmış değerler (q_i 'ler) hesaplanır.

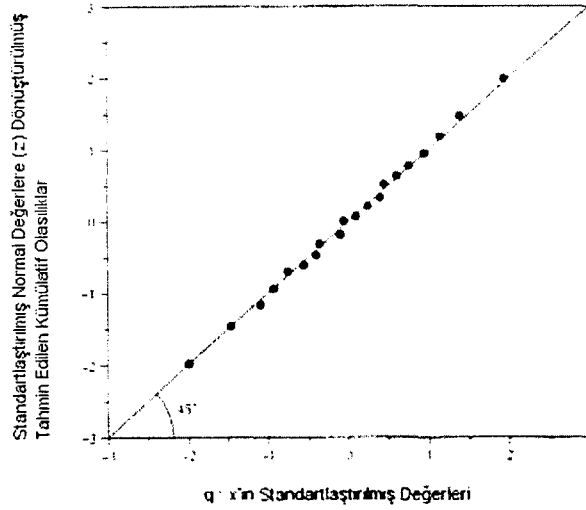
İlgilenilen kalite özelliğine ait anakütle parametre değerleri (μ, σ) biliniyorsa standartlaştırma işlemi aşağıdaki dönüşüm kullanılarak yapılabilirken,

$$q_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (i=1, \dots, M) \quad (5.7)$$

genellikle μ ve σ değerleri bilinmediğinden aşağıdaki donuşum kullanılarak da standartlaştırma işlemi yapılabilir.

$$q_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} \quad (5.8)$$

Bu işlemler tamamlandıktan sonra (q_i, z_i) çiftinin oluşturduğu grafik Q-Q grafiği olarak adlandırılır ve bir veri setinin normalliğini tahmin etmede kullanılabilir [46,47]. Normal dağılıma uygunluk gösteren bir veri setinin Q-Q grafiği çizimi aşağıda Şekil 5.1 de gösterildiği gibi elde edilir.



Şekil 5.1. Q-Q Grafiği Çizimi

Yukarıda verilen Q-Q grafiğinde x değerleri doğrusallıktan saptığında bu durum, aykırı değerleri ve normal olmamayı göstermektedir [37,46,47].

5.2. Sabit Varyanslılık Varsayımı

Niceliksel kontrol grafiklerinin taşıması gereken bir diğer önemli varsayım da sabit varyanslılık varsayımdır. Eşit varyanslılık olarak da ifade edilen sabit

varyanslılık, incelenen kalite özelliğine ilişkin hesaplanan varyansların eşit olduğu anlamına gelmektedir [48].

Kalite kontrolünde üretim işlemi, bir çok faktörün etkisi altında meydana gelmektedir. Bu faktörler de değişkenliğe sebep olmaktadır. Fakat bu değişkenliklerin tümünü ortaya çıkarmak mümkün değildir. Çünkü bir üretim işlemini etkileyen bütün faktörler bilinse bile, bu faktörler değişik durumlarda sabit tutulamazlar ve üretim sırasında farklılıklar meydana gelir. İşte böyle durumlar söz konusu olduğundan ölçümlerin homojen olacak şekilde gerçekleşip gerçekleşmemesi de bizim için önem taşımaktadır. Homojen olup olmamayı belirlemek içinde sabit varyanslılık varsayımından yararlanılmaktadır. Kontrol grafiklerinde bu varsayımın sınanması da Λ_0 testi, Λ_1 testi, Cochran testi ve kutu grafiği ile yapılabilmektedir [20,37].

5.2.1. Λ_0 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama

Λ_0 testi m sayıda örneğin aynı ortalama ve aynı varyansa sahip anakütleden gelip gelmediğini sınamada kullanılan bir testtir. Kalite kontrolü çalışmalarında, incelenen kalite özelliğine ait sürecin ortalamasının ve varyansının homojen olması önem taşıdığından genel homojenliği sınamak için Λ_0 testi kullanılabilir. Söz konusu test normal dağılmış bir süreç için, kontrol altında olup olmamayı ifade etmekte kullanılan matematiksel bir yoldur. $n_1 = n_2 = \dots = n_m$ olduğunda Λ_0 test istatistiği;

$$\Lambda_0 = \frac{s_T^2}{(s_1^2 s_2^2 \dots s_m^2)^{1/m}} \quad (5.9)$$

(5.7) eşitliğindeki gibi hesaplanabilmektedir. Λ_0 test istatistiğinde paydadaki değer örnek varyanslarının geometrik ortalaması iken, paydaki değer toplam varyans değeridir. Toplam varyans değeri

$$s_T^2 = \frac{\sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2}{M} \quad (5.10)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Test istatistiği bu şekilde belirlendikten sonra Λ_0 testine ait hipotez testleri ise

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_m \quad \text{ve} \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2$$

H_1 : En az bir ortalama ve varyans değerlerinden farklıdır.

biçiminde ifade edilmektedir. α anlamlılık düzeyinde, n örnek hacmi ve m örnek sayısına göre EK-2'de verilen kritik değer ile Λ_0 test istatistiği karşılaştırılarak da hipotezlerin kabul ve reddine karar verilmektedir [31,32].

5.2.2. Λ_1 Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama

Λ_1 testi m sayıda örneğin aynı varyansa sahip anakütleden gelip gelmediğini sınamada kullanılan bir testtir. Varyans analizindeki temel varsayımlardan bir tanesi, varyansların her sınıf için aynı olmasıdır. Söz konusu testin anlamlı olabilmesi için de örneklere ait hesaplanan varyansların eşit olması gerekmektedir. Kalite çalışmalarında varyansların homojenliğinin sınanması Λ_1 testi ile yapılabilmektedir. $n_1 = n_2 = \dots = n_m$ olmak üzere test istatistiği;

$$\Lambda_1 = \frac{(s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_m^2) / m}{(s_1^2 s_2^2 \dots s_m^2)^{1/m}} \quad (5.11)$$

şeklinde hesaplanabilmektedir. Λ_1 test istatistiğinde paydaki değer örnek varyanslarının ortalaması iken, paydadaki değer örnek varyanslarının geometrik ortalamasıdır. Belirli bir α anlamlılık düzeyinde, n örnek hacmi ve m örnek sayısına göre EK-2'de verilen kritik değer ile Λ_1 test istatistiği karşılaştırılarak da

varyansların homojen olup olmadığına karar verilmektedir. Söz konusu teste ait hipotezler ise

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2$$

H_1 : En az bir varyans diğerlerinden farklıdır

şeklindedir. Λ_1 testi farklı örneklerin normal dağıldığı varsayımı altında uygulanabilmektedir. Bu test sabit varyanslılığı sınama yollarından bir tanesidir. Eğer örnek standart sapmalarından bir tanesi kontrol limitleri dışına çıkarsa bu durumda homojenlikten ayrılışı test etmede Cochran testi kullanılabilir [31,32].

5.2.3. Cochran Testi İle Sabit Varyanslılığı Sınama

Kontrol grafiklerinde sabit varyanslılık varsayımının sınanması Cochran testi ile yapılabilmektedir. Söz konusu grafiklerde bir nokta kontrol sınırlarının dışında olduğunda grafiğin yorumu değişmektedir ve sürecin kontrol dışı olduğuna karar verilmektedir. Cochran testi de gruplar arası değişkenliği test ederek kontrol grafiklerinde meydana gelen bu değişimin rassal olup olmadığını belirlemektedir.

Cochran testinin herhangi bir veri setine uygulanabilmesi için örneklerin normal dağılmış bir anakütleden alındığı varsayılmalı ve her bir örnek eşit büyüklükte olmalıdır.

İncelenen kalite özelliğinin n örnek hacmi ve m örnek sayısı belirlendiğinde teste ait hipotezler

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2$$

H_1 : En az bir varyans diğerlerinden farklıdır

şeklinde ifade edilmektedir. Hipotezler bu şekilde belirlendikten sonra testin istatistiği ise

$$g = \frac{\text{enbüyük} \sum x^2}{\text{toplam} \sum x^2} = \frac{\text{enbüyük } s^2}{\text{toplam } s^2} \quad (5.12)$$

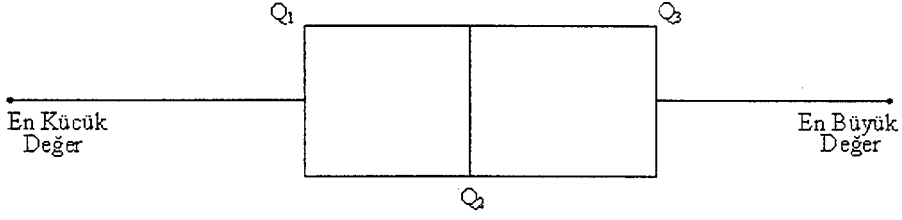
(5.7) eşitliğinde verildiği gibi hesaplanmaktadır. Bu değer belirli bir α anlamlılık düzeyinde n örnek hacmi ve m örnek sayısına bağlı olarak EK-3'den yararlanılarak bulunan tablo değeri ile karşılaştırılmaktadır. Eğer g tablo değeri hesaplanan g istatistiğinden büyükse gruplar arası varyansların homojen olduğuna karar verilmektedir [32,39].

5.2.4. Kutu Grafiği İle Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Kutu grafiği sabit varyanslılığın sağlanıp sağlanmadığının görülebilmesinde yardımcı olan bir grafik tekniğidir. Söz konusu grafik, verilerin medyan (ortanca) etrafındaki yayılışlarını ve sapan değerler varsa bunların konumlarını belirlemektedir. Kalite kontrolünde ölçümlerin heterojen olup olmadığını kontrol etmenin basit bir metodu verilerin ilk yarısıyla ikinci yarısı için paralel kutu grafiklerini karşılaştırmaktır [46].

Kutu grafiği, örnek kartilleri kullanılarak oluşturulmaktadır. Q_1 birinci kartil, Q_2 ikinci kartil ve Q_3 üçüncü kartil olmak üzere, küçükten büyüğe dizilmiş olan bir seride örnek değerlerinin, %25, %50 ve %75 inin bu değere eşit yada küçük olduğunu göstermektedir. Burada ikinci kartil medyandır yani küçükten büyüğe sıralanmış örnek değerlerinin tam ortasındaki değerdir. Örnek büyüklüğü M tek sayı olduğunda medyan değeri $(M+1)/2$ inci noktanın değeriyken eğer örnek büyüklüğü M çift sayı ise, medyan değeri $(M/2)$ ve $[(M/2)+1]$ değerlerinin ortalamasıdır.

M örnek büyüklüğü verildiğinde, kutu grafiğini oluşturmak için örnek değerlerinin en küçük ve en büyük değerleri ile birinci, ikinci ve üçüncü kartil değerlerinin hesaplanması gerekir. Bu hesaplamalar yapıldıktan sonra şekil 5.2 de gösterildiği gibi kutu grafiği oluşturulur.



Şekil 5.2. Kutu Grafiği

Söz konusu grafik, genellikle iki veya daha çok veri setini karşılaştırmak için kullanılır. Birden fazla veri setinin merkezi eğilimleri (ortalama, mod, medyan), değişkenlikleri ve dağılım şekilleri karşılaştırılmak istendiğinde, her bir veri seti için kutu grafikleri çizilerek karşılaştırma yapılabilir [37,46,47].

5.3. Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımı

Korelasyon ve bağımsızlık varsayımı, niceliksel kontrol grafiklerinin taşınması gereken varsayımlardan bir tanesidir. İncelenen kalite özelliğine ait örneklerin süreçten rassal olarak seçilmesi önemli olduğundan, kalite çalışmalarında bu varsayım son derece önem taşımaktadır. Çünkü kontrol grafikleri, kalite özellikleri korelasyona sahip olduklarında iyi sonuçlar vermeyecektir. Bazı kalite süreçlerinde korelasyon ve bağımsızlık varsayımı sağlanamamaktadır. Süreçte ölçümler ard arda geldiğinde, ürün özellikleri genellikle yüksek derecede ilişki olduğunda ve kalite özellikleri zamana göre üretimdeki her bir birim için ölçüldüğünde süreçlerde her zaman otokorelasyon söz konusu olmaktadır [5]. Süreçlerdeki bu durum kalite çalışanları için önemli olduğundan korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sınanması gerekmektedir ve bu sına otokorelasyon testi ve run (diziler) testi ile yapılabilmektedir [32].

5.3.1. Otokorelasyon Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlığı Sınama

Otokorelasyon aynı değişkenin (ya da kalite özelliğinin) birbirini takip eden değerleri arasında ilişki olması anlamına gelirken, otokorelasyon testi ile de

bu ilişkinin olup olmadığı ve ilişkinin derecesi araştırılmaktadır [48]. Kontrol grafiklerinde korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sınanması otokorelasyon testi ile yapılabilmektedir.

Kalite kontrol çalışmalarında kontrol grafikleri oluşturulurken, söz konusu varsayımlar sınıandığında ve bu sınamalar sonucunda varsayımlar sağlandığında grafiklerin kullanımı yeterli sonuçlar vermektedir. Böylece kontrol altındaki bir süreçle genelleştirilen veriler de, μ ortalama ve σ standart sapmayla normal ve bağımsız dağılıma sahip olmaktadır. Süreç böyle kontrol altında olduğunda, t zamanında incelenen kalite özelliği x_t olmak üzere

$$x_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad t=1,2,\dots \quad (5.13)$$

sürecin Shewhart modeli olarak bilinen model bu şekilde ifade edilmektedir. Burada ε_t , sıfır ortalama ve standart sapma σ ile normal ve bağımsız dağılıma sahip olmaktadır.

Söz konusu grafiklerde kontrol dışı bir durum olduğunda, bu durum ortalama ve standart sapmada değişime yol açmaktadır ve grafiklerin yorumu değişmektedir. Fakat varsayımlar sağlandığında, sürecin istatistiksel kontrol durumu ile ilgili yorumlar kolayca yapılabilmektedir ve grafikler iyi sonuçlar vermektedir.

Ancak kontrol grafikleri ile ilgili olan varsayımların en önemlisi gözlemlerin bağımsız olmasıdır. Gözlemlerin bağımsız olup olmadığı kontrol grafiklerinin yorumunu değiştireceğinden bu varsayım otokorelasyon testi ile sınanmalıdır [5].

Otokorelasyon testi uygulanırken zamana bağlı olarak elde edilen gözlemlerin bir serisi üzerindeki örnek otokorelasyon fonksiyonu, L gecikmenin büyüklüğü olmak üzere genel olarak

$$r_M^L = \frac{(X_1 X_{L+1} + X_2 X_{L+2} + \dots + X_M X_L) - \bar{X} \sum X}{\sum X^2 - \bar{X} \sum X} \quad (5.14)$$

(5.8) formülündeki gibi hesaplanmaktadır. Eğer kalite çalışmalarında gözlem değerlerinin ortalamaları ile ilgileniliyorsa örnek otokorelasyon fonksiyonu

$$r_m = \frac{(\bar{X}_1\bar{X}_{L+1} + \bar{X}_2\bar{X}_{L+2} + \dots + \bar{X}_m\bar{X}_L) - \bar{X}\sum\bar{X}}{\sum\bar{X}^2 - \bar{X}\sum\bar{X}} \quad (5.15)$$

şeklinde elde edilmektedir. Otokorelasyon fonksiyonu bu şekilde elde edildikten sonra otokorelasyon testine ait hipotezler ise,

H_0 :Otokorelasyon yoktur

H_1 :Otokorelasyon vardır

şeklinde kurulmaktadır. Hesaplanan otokorelasyon değerinin, gözlem sayısı ve belirli bir anlamlılık düzeyinde EK-4'den yararlanılarak bulunan tablo değerleri arasında kalıp kalmamasına göre hipotezlerin kabul ve reddine karar verilmektedir. Eğer gözlem sayısı 75 den büyükse söz konusu otokorelasyon değerleri tablosundan yararlanılamamaktadır [32]. Hesaplanan otokorelasyon fonksiyonunun aşağıda verilen

$$-\frac{1}{M-1} \pm 1,645 \sqrt{\frac{M(M-3)}{(M+1)(M-1)^2}}$$

güven aralığı içinde kalıp kalmamasına göre hipotezlerin kabul ve reddine karar verilmektedir [32].

Kontrol grafiklerinde otokorelasyon testi bu şekilde sınıandıktan sonra gözlemler ilişkili değilse grafikler kolayca yorumlanabilmektedir. Söz konusu grafikler bağımsızlık varsayımını sağladığından, kalite kontrol çalışmalarında yeterli sonuçlar verecektir.

Ancak kontrol grafiklerinde gözlemlerin ilişkili olduğu sonucuna varılırsa kontrol grafikleri çizimine farklı bir yaklaşım getirilebilir. Otekorelasyonlu gözlemler ele alınarak yararlılığı kanıtlanmış bir yaklaşım olan, verilerden

otokorelasyonu uzaklaştırmak amacıyla sürece bir zaman serisi modeli önerilebilir. Söz konusu sürece zaman serisi modeli önerildikten sonra da bu modelden elde edilen artıklar üzerinden kontrol grafiklerinin çizimi yapılabilir [5,37].

Kalite kontrol çalışmalarında otokorelasyonlu verilerle karşılaşıldığında verilerin yapısına göre sürece model olarak önerilebilecek zaman serisi modelleri

$$x_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.16)$$

şeklindeki birinci dereceden otoregresif model AR(1),

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \quad (5.17)$$

ikinci dereceden otoregresif model AR(2),

$$x_t = \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1} \quad (5.18)$$

birinci dereceden hareketli ortalama modeli MA(1),

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (5.19)$$

ikinci dereceden hareketli ortalama modeli MA(2),

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.20)$$

şeklindeki birinci dereceden otoregresif hareketli ortalama ARMA(1,1) modelidir. Bu modellerin tümü ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) modelleri olarak adlandırılmaktadır ve Shewhart modellerinden çok farklılık göstermektedir [5,49,50].

Yukarıda anlatılan ARIMA modellerinden, MA(1) modeli çalışmanın kapsamı açısından önemli olduğundan burada bu modeli geniş olarak açıklayacağız.

Orijinal zaman serisi, uygun farklar alınarak durağan zaman serisi haline dönüştürülür. Eğer normal zaman serisinin gözlem değerlerini x_1, x_2, \dots, x_n olarak tanımlarsak z_b, z_{b+1}, \dots, z_n durağanlaştırılmış zaman serisini gösterebilir. Burada b durağanlaştırma için alınan farka göre değişik değerler alabilir. Örneğin 1 erli farklar alınıyorsa b=2 olacaktır. Böyle bir zaman serisini modellemek için kullanılacak uygun bir model mevsimsel olmayan birinci dereceden hareketli ortalamalar MA(1) modelidir ve

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.21)$$

ile gösterilir. Bu ifade, z_t nin t zamanındaki rassal hatası ε_t , bir önceki dönemin rassal hatası ε_{t-1} ve bir katsayı bileşenlerine sahiptir. z_t değerini ε_{t-1} değerine ilişkilendiren θ_1 katsayısı bilinmeyen parametredir ve örneklem verisinden tahmin edilmesi gerekmektedir.

$$z_t = x_t - x_{t-1} \quad (5.22)$$

dönüşümü durağan zaman serisi değerlerini üretecektir.

$$z_t = x_t - x_{t-1}$$

modelinin tanımlanması için

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

kullanılması uygun olur. Dolayısıyla x_t için tanımlanacak bir model

$$x_t - x_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.23)$$

ya da

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.24)$$

olacaktır.

Bu aşamada yapılacak işlem artık θ_1 in tahmin edilmesidir. θ_1 parametresi en küçük kareler tekniğine göre hesaplanır. Buradaki en küçük kareler ifadesi şu şekilde açıklanabilir.

Varsayalım ki x_1, x_2, \dots, x_{t-1} zaman serisi gözlenmiş olsun. Ve biz gelecek zaman serisi değeri olan

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

değerini tahmin etmek istemekteyiz. Bu Box-Jenkins modeli, tahmin edilebilen bölüm ile gelecek için rassal hata (ε_t) nin toplamı olarak ifade edilebilir. Yani

$$x_t = p_t + \varepsilon_t \quad (5.25)$$

örneğin

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} = x_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.26)$$

modeli için

$$p_t = x_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.27)$$

olacaktır. t zamanı için yani şu anda tahmin etmeye çalıştığımız gelecek zaman serisi değeri için, rassal hata $E(\varepsilon_t) = 0$ olacaktır (yani sıfır ortalamaya sahip normal bir dağılımdan rasgele seçilmiştir). Ve ε_t için başka bir bilgiye sahip

olmadığımızdan dolayı ε_t 'nin nokta tahmini $\hat{\varepsilon}_t = 0$ olacaktır. Dolayısıyla \hat{p}_t, p_t için nokta tahminini ifade ediyorsa,

$$x_t = p_t + \varepsilon_t$$

nin nokta tahmini

$$\hat{x}_t = \hat{p}_t + \hat{\varepsilon}_t = \hat{p}_t + 0 = \hat{p}_t \quad (5.28)$$

olacaktır. Ayrıca

$$\varepsilon_t = x_t - p_t \quad (5.29)$$

olduğundan x_t 'yi gözlemlediğimiz andan itibaren ε_t değeri geçmişe ilişkin rassal hata durumuna gelmekte dolayısıyla geçmiş için ε_t 'nin nokta tahmini,

$$\hat{\varepsilon}_t = x_t - \hat{p}_t = x_t - \hat{x}_t \quad (5.30)$$

olacaktır. Bu değer t . artık olarak adlandırılacaktır. Eğer x_1, x_2, \dots, x_{t-1} zaman serisi değerlerini gözlemlediğimizi varsayarsak

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

in nokta tahmini

$$\hat{x}_t = x_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t - \hat{\theta}_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} \quad (5.31)$$

olacaktır. θ_1 'in en küçük kareler nokta tahmini $\hat{\theta}$ 'dır demek ile $\hat{\theta}$ 'nın

$$HKT = \sum_{t=2}^n (x_t - \hat{x}_t)^2$$

minimum eden değer olduğu söylenmiş olmaktadır.

MA(1) modelinin hata terimlerinin bulunması işlemi ise yine durağan zaman serisi üzerinden yola çıkılarak yapılmaktadır.

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

olmak üzere bu denklemde ε_t değeri yalnız bırakıldığında

$$\varepsilon_t = z_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (5.32)$$

olacaktır. Ve buradan $\varepsilon_0 = 0$ olduğundan

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= z_1 \\ \varepsilon_2 &= z_2 + \theta_1 \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 &= z_3 + \theta_1 \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ \varepsilon_n &= z_n + \theta_1 \varepsilon_{n-1} \end{aligned} \quad (5.33)$$

şeklinde hata terimi değerleri bulunabilmektedir [51,52].

Kalite kontrol çalışmalarında sürece uygun zaman serisi modeli önerilip bu modelin hata terimleri elde edildikten sonra, kontrol grafikleri artıklar üzerinden oluşturulmalıdır. Burada hata terimlerinin sıfır ortalama ve sabit varyans ile yaklaşık olarak normal ve bağımsız oldukları varsayılmaktadır. Ancak kontrol grafikleri hata terimleri üzerinden oluşturulacağından normallik varsayımı, sabit varyanslılık varsayımı ile korelasyon ve bağımsızlık varsayımı artıklar için de sınanmalıdır [5,37].

5.3.2. Run Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlığı Sınama

Korelasyon ve bağımsızlık varsayımını kontrol grafiklerinde sınamanın bir yolu da run (diziler) testidir. Ortalamanın üzerindeki ve ortalamanın altındaki gözlem değerleri devam sürelerine göre sınıflandırıldığında, run da bu şekilde sınıflandırılan aynı devam süresindeki ölçüm değerlerinin ardışıklığı olarak ifade edilmektedir [32,53].

Run testi otokorelasyon testine oldukça benzer bir testtir. Benzerliğin nedeni ise, kontrol grafiklerinde ardışık noktalar arasında sistematik bir ilişki olduğunda otokorelasyonun söz konusu olmasıdır.

Bu testte otokorelasyon, noktaların konumundaki değişim ile ilişkili olduğundan,

- noktalarda bir trend görünümü
- noktalarda periyodik bir eğilim ve
- ilk farkların işaretinin değişme eğilimi

söz konusu olduğunda ölçüm değerleri arasında otokorelasyon olduğundan söz edilebilir.

Run ların gerçek ve teorik dağılımları karşılaştırılarak, ölçüm değerlerinin ilişkili olup olmadığına karar verilebilir. Kontrol grafiklerinde run'lar, tamamlanmış run'lar ve tamamlanmamış run'lar olarak ifade edilmektedir. Eğer bir ölçüm değeri herhangi bir sınıfa ait ise bu tamamlanmış run olarak ifade edilirken, ölçüm değeri bir sınıfa ait değilse bu tamamlanmamış run olarak ifade edilir.

Run ların teorik frekansları belirlenmek istendiğinde, d tamamlanmış run ların devam süresi olmak üzere her bir teorik frekans

$$\hat{f}_i = \frac{m-d-1}{2^{d+1}} \quad (5.34)$$

formülüyle hesaplanır. Tüm d'lerin tamamlanan run'ların beklenen sayısı veya teorik frekansların toplam beklenen sayısı ise

$$E(\sum \hat{f}_i) = \frac{m-3}{2} \quad (5.35)$$

(5.18) eşitliğindeki gibi hesaplanabilir.

\hat{f}_i değerleri bu şekilde belirlenirken, gözlenen frekanslar f_i değerleri ise d değerleri ile birlikte, ortalamanın üzerindeki ve ortalamanın altındaki noktaların sayısına göre belirlenir. Elde edilen \hat{f}_i teorik frekansları ve f_i gözlenen frekansları ile χ^2 test istatistiği aşağıdaki şekilde

$$\chi^2 = \sum_d \frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i} \quad (5.36)$$

hesaplanır. Test istatistiği bu şekilde hesaplandıktan sonra, $k-1$ (sınıf sayısı-1) serbestlik derecesinde ve belirli bir anlamlılık düzeyinde χ^2 tablo değeri bulunur ve bu değer χ^2 test istatistiği ile karşılaştırılır. Daha sonra

H_0 : Ölçüm değerleri arasında otokorelasyon yoktur

H_1 : Ölçüm değerleri arasında otokorelasyon vardır

şeklinde ifade edilen hipotezlerin kabul ve reddine karar verilir [31,32].

6. UYGULAMA

Bu çalışmada kullanılan veri seti, bir işletmede üretilen motor pistonlarının üretim tezgahından çıktığında piston çaplarının ölçülmesi ile elde edilmiştir. Ölçümler, her saat başı, arka arkaya gelen beş ayrı pistondan birer ölçüm alınarak oluşturulmuştur. 24 adet örneklem, her bir örneklemde 5'er birim olmak üzere oluşturulmuştur. İlgili veri seti ve yapılan hesaplamalar EK-8'de verilmiştir.

İstatistiksel analizlerin hesaplanması, SPSS 9.0, Statistica ve Minitab paket programları yardımıyla yapılmıştır. Bu istatistiksel analizler, varsayımların sınanması, istatistiksel kalite kontrol sürecinin işletilmesi ve bunun sonucunda elde edilen sonuçların değerlendirilmesi olarak sıralanabilir.

Analizin ilk aşamasında, önceki bölümde ele alınmış olan normallik, sabit varyanslılık, korelasyon ve bağımsızlık varsayımlarının sınanması işlemleri yapılmıştır. Varsayımların sağlanıp sağlanmadığının test edilmesi, elde edeceğimiz sonuçların ve verilecek kararların güvenilirliği için önem arz etmektedir. Bu nedenle varsayımların sağlanıp sağlanmadığı test edilmiştir.

6.1. Piston Çap Ölçümleri İçin Normallik Varsayımını Sınama

Piston çap ölçümleri için sınaması yapılan ilk varsayım normallik varsayımıdır. Bu varsayım kontrol grafiklerinin çiziminde önem taşıdığından, ilgilenilen kalite özelliğinin normal dağılım göstermesi beklenir. Söz konusu varsayımı sınamak amacıyla, Ki-kare uyum testi, Shapiro Wilk testi ve Q-Q grafik tekniği kullanılmıştır.

6.1.1 Ki kare Uyum Testi İle Normallik Varsayımını Sınama

Ki kare uyum testi ile normallik varsayımının sınaması yapılırken öncelikle her biri 5 birimden oluşan örneklerin ortalamaları hesaplanmıştır. Bu örnek ortalamaları EK-8'de sunulmuştur.

Daha sonra, ortalamalar ortalaması ve ortalamaların standart hatası EK-8'deki gözlem değerlerinden yararlanılarak hesaplanmıştır.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} = \frac{130,88}{24} = 5,453$$

Ortalamalar ortalaması 5,453 olarak elde edilmiştir. Ayrıca ortalamanın standart hatası da,

$$s_w^2 = \frac{\sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \dots + \sum x_m^2}{M - m} \qquad \sum x^2 = \sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$s_w^2 = \frac{3,241}{120 - 24} = 0,034$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0,034}{5}} = 0,082$$

0,082 olarak elde edilmiştir.

Piston çap ölçümleri için Ki-kare testinin gözlenen frekanslarını hesaplayabilmek amacıyla normal eğri altındaki alandan yararlanılmış ve normal eğri eşit olasılıklara sahip 5 alana ayrılmıştır. Bu alanlara karşılık gelen z değerleri EK-5'de ki tablo değerlerinden yararlanılarak $-\infty$ ve $+\infty$ değerleri arasında Çizelge 6.1 de verildiği şekilde gruplandırılmıştır.

Çizelge 6.1. Normal Dağılıma Göre Teorik Frekanslar

Sınıf		Sınıf Aralığına Düşme Olasılığı	\hat{f}
Alt Sınır	Üst Sınır		
$-\infty$	-0,84162	0,2	4,8
-0,84162	-0,25335	0,2	4,8
-0,25335	0,25335	0,2	4,8
0,25335	0,84162	0,2	4,8
0,84162	$+\infty$	0,2	4,8
Toplam		1,0	24,0

Gruplanan z değerlerinden yararlanarak örnek ortalamalarının da gruplandırılması işlemine geçilmiştir.

Çizelge 6.2. Ortalamaların gruplandırılması

$\frac{\bar{X} - \bar{\bar{X}}}{\hat{\sigma}_{\bar{X}}}$	$\bar{X} - \bar{\bar{X}}$	\bar{X}
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
-0,84162	-0,069	5,384
-0,25335	-0,020	5,433
0,25335	0,020	5,473
0,84162	0,069	5,522
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Örnek ortalamaları Çizelge 6.2’de ki gibi gruplandırılarak χ^2 istatistiği hesaplanmıştır.

Çizelge 6.3. 24 Ortalamanın Frekans Dağılımı İçin χ^2 Hesaplaması

Teorik Sınıf Limitleri	\hat{f}	f
$-\infty - 5,384$	4,8	7
5,384 – 5,433	4,8	2
5,433 – 5,473	4,8	2
5,473 – 5,522	4,8	5
5,522 - $+\infty$	4,8	8

Hesaplanan χ^2 değeri, Çizelge 6.4’te özetlenmiştir.

Çizelge 6.4. χ^2 Test İstatistiği

χ^2 Test İstatistiği	6,417
Serbestlik Derecesi	3

Çizelge 6.4 de gösterildiği gibi elde edilen χ^2 değeri ki-kare değerleri tablosundan bulunan χ^2 değerinden küçük, yani $\chi^2_h = 6,417 < \chi^2_{3,0,05} = 7,815$ olduğundan, ortalamaların dağılımının normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir. Böylece normallik varsayımının, piston çap ölçümleri için χ^2 uyum testine göre sağlandığı kararına varılmıştır.

6.1.2. Shapiro Wilk Testi İle Normallik Varsayımını Sınama

Shapiro Wilk istatistiği (W), özellikle normal dağılımdan olan sapmaların tespitinde sıkça kullanılan bir istatistiktir. Çalışmamız için hesaplanan değerler Çizelge 6.5 de sunulmuştur.

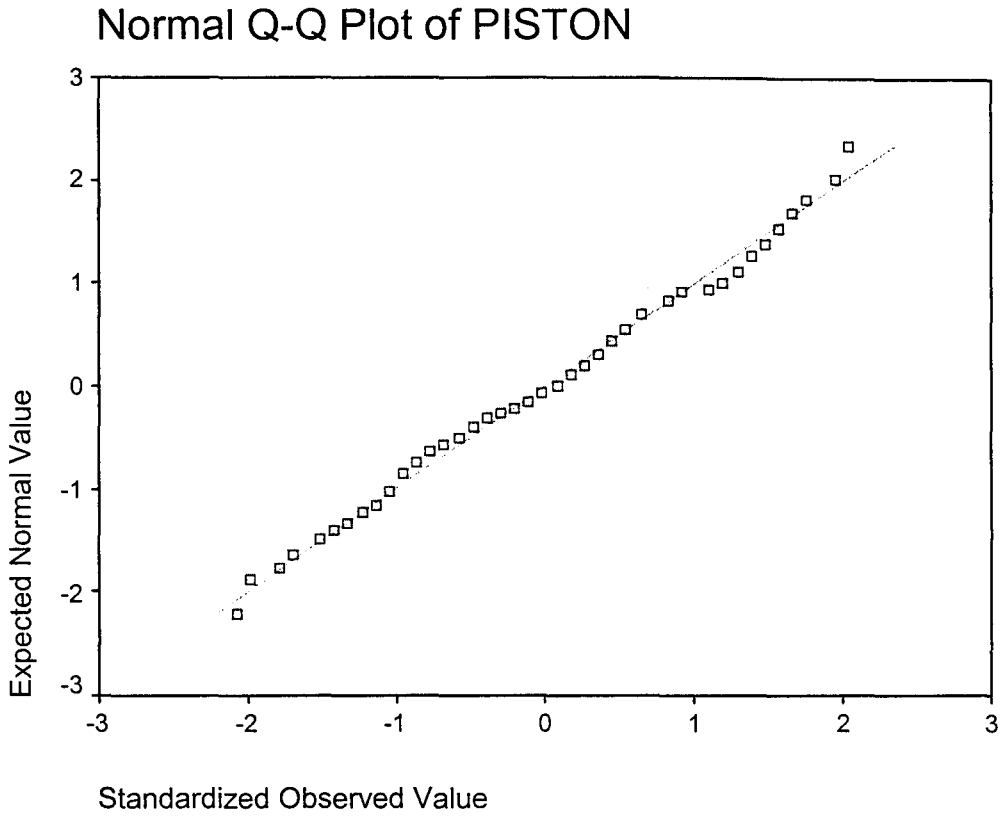
Çizelge 6.5. Shapiro Wilk Testi

	Tests of Normality		
	Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.
PISTON	,964	24	,523

Çizelge 6.5'den de kolayca görüleceği gibi W test istatistiği 0,964 olarak elde edilmiştir (Shapiro Wilk istatistiğinin çözümü de EK-6'da verilmiştir). W'nin olasılık değeri $p=0,523$ olduğu için piston çap ölçümleri için ortalamaların dağılımının normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir. Böylece normallik varsayımı sınaması Shapiro Wilk testi ile yapılarak, varsayımın sağlandığı görülmüştür.

6.1.3 Q-Q Grafiği İle Normallik Varsayımını Sınama

İncelenen kalite özelliğinin normal dağılıma uygun olup olmadığının sınaması Q-Q grafiği ile de yapılabilmektedir. Ki kare uyum testi ve Shapiro Wilk testi ile ortalamaların dağılımının normal dağılıma uygun olup olmadığı sınanmış ve ortalama kontrol grafiği için bu varsayım gerçekleştiği görülmüştür. R kontrol grafiği için gözlemlerin normal dağılıp dağılmadığı önemli olduğundan bu sınamada gözlem değerleri üzerinden Q-Q grafiği ile yapılmıştır. Şekil 6.1'de veri setimiz için Q-Q grafiği çizilmiştir (Q-Q grafiğini oluşturmada izlenen işlem sırasının aşamaları, gözlem değerlerinin sıralı değerleri, standart normal z_i değerleri ve q_i değerleri EK- 7'de verilmiştir).



Şekil 6.1. Piston Çap Ölçümleri İçin Q-Q Grafiği

Q-Q grafiğinden de görüldüğü gibi gözlem değerleri x-y düzleminde 45 derecelik açı oluşturacak şekilde bir şekle sahip olduğundan dağılımın normal dağılıma uygun olduğu görülmektedir. Böylece normallik varsayımı sınaması Q-Q grafiği ile de sağlanmış olmaktadır.

6.2. Piston Çap Ölçümleri İçin Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Üç yöntem kullanılarak normallik varsayımının sağlandığı görüldükten sonra sınanması gereken diğer bir varsayım da sabit varyanslılık varsayımıdır. Kalite kontrol çalışmalarında üretim işlemleri bir çok faktörün etkisi altında işlem görmektedir. Üretilen birimlerin birbirinin aynı olması söz konusu olmamaktadır. Çünkü süreçlerde mutlaka bir değişkenlik varolmaktadır. Sabit varyanslılık varsayımını sınanmanın amacı da üretim süreçlerindeki ölçümlerin homojen olarak gerçekleşip gerçekleşmediğini belirlemektir. Bu varsayım Λ_0 testi, Λ_1 testi, Cochran Testi ve Kutu grafiği ile sınanabilmektedir.

6.2.1. Λ_0 Testi İle Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Λ_0 Testi, kalite kontrolünde sürecin aynı ortalama ve varyansa sahip olup olmadığını test etmek amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Bu test aşağıdaki işlem sırasını izleyerek sonuca ulaşır.

Toplam varyans ve örnek varyanslarının geometrik ortalaması, EK-8'deki değerlerden yararlanılarak, sırasıyla 0,045 ve 0,029 olarak hesaplanmıştır. Bu değerlere bağlı olarak,

$$\begin{aligned}\Lambda_0 &= \frac{s_T^2}{(s_1^2 s_2^2 \dots s_m^2)^{1/m}} \\ &= \frac{s_T^2}{G(s_j^2)} \\ &= \frac{0,045}{0,029} \\ \Lambda_0 &= 1,551\end{aligned}$$

Λ_0 değeri 1,551 olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan Λ_0 değeri $\alpha = 0,05$ anlam düzeyinde $n=5$ örnek hacminde ve $m=24$ örnek sayısında EK-2'den yararlanılarak bulunan $\Lambda_{0T}=1,87$ tablo değerinden küçük olduğunda ortalamaların ve varyansların sabit olduğu söylenebilmektedir. Böylece sabit varyanslılık varsayımı Λ_0 testi ile sınanarak piston çap ölçümleri için varsayımın gerçekleştiği görülmüştür.

6.2.2. Λ_1 Testi İle Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Λ_1 testi ise kalite çalışmalarında varyansların homojenliğinin sınanmasında kullanılan bir testtir. Örnek varyanslarının ortalaması ve geometrik ortalaması EK-8'deki değerlerden yararlanılarak, sırasıyla 0,034 ve 0,029 olarak hesaplanmıştır. Bu değerlere bağlı olarak,

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= \frac{(s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_m^2)/m}{(s_1^2 s_2^2 \dots s_m^2)^{1/m}} \\ &= \frac{0,034}{0,029} \\ \Lambda_1 &= 1,172\end{aligned}$$

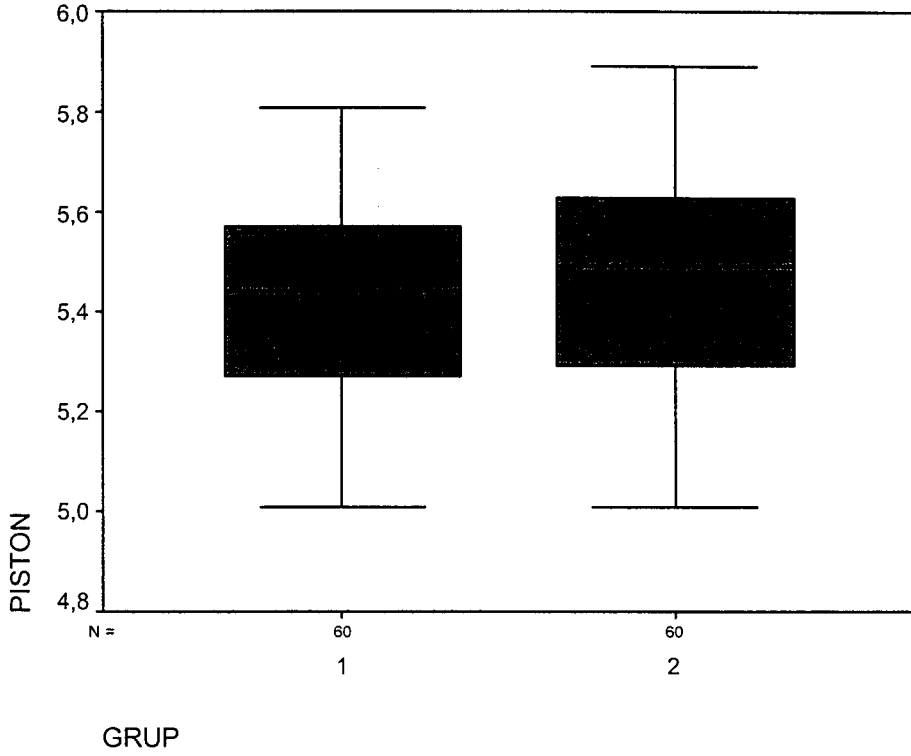
Λ_1 değeri 1,172 olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan Λ_1 değeri $\alpha=0,05$ anlam düzeyinde $n=5$ örnek hacminde ve $m=24$ örnek sayısında EK-2'den yararlanılarak bulunan $\Lambda_{1T}=1,48$ tablo değerinden küçük olduğundan varyansların sabit olduğu görülmüştür. Böylece Λ_1 testi ile sabit varyanslılık varsayımı sınanarak varsayımın sağlandığı görülmüştür.

6.2.3. Cochran Testi İle Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Bu varsayımı sınama yöntemlerinden bir diğeri olan Cochran testi, standart sapma kontrol grafiğinde, örnek standart sapmalarından bir tanesi kontrol limitleri dışına çıktığı durumda homojenlikten ayrılışı test etmede kullanılan bir yöntemdir. Standart sapma kontrol grafiğinin kullanımı $n>10$ ve $n>12$ olduğunda tercih edildiğinden ve bu çalışmada $n=5$ olduğundan standart sapma kontrol grafiği çizimi yapılmamıştır. Bu nedenle de Cochran testide uygulanmamıştır.

6.2.4. Kutu grafiği İle Sabit Varyanslılık Varsayımını Sınama

Kutu grafik yöntemi de kalite kontrolünde sabit varyanslılığın sağlanıp sağlanmadığının görülebilmesinde yardımcı olan bir grafik tekniği olarak kullanılmıştır. Ölçümlerin heterojen olup olmadığını kontrol etmek amacıyla verilerin ilk yarısı ve ikinci yarısı için paralel kutu grafikleri Şekil 6.2'deki gibi karşılaştırılmıştır. Verilerin ilk yarısı için birinci kartil değeri 5,27,medyan değeri 5,44, üçüncü kartil değeri ise 5,57 olarak bulunurken, verilerin ikinci yarısı için birinci kartil değeri 5,29, medyan değeri 5,49, üçüncü kartil değeri 5,63 olarak bulunmuştur. Örnek kartilleri kullanılarak oluşturulan kutu grafiğinde üçüncü kartille birinci kartil arasındaki fark değerleri birbirine eşit gözüktüğünden piston çap ölçümleri için sabit varyanslılık varsayımının sağlandığı bu yolla da görülmüş olmaktadır.



Şekil 6.2. Piston Çap Ölçümleri İçin Kutu Grafiği

6.3. Piston Çap Ölçümleri İçin Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama

Normallik varsayımı ve sabit varyanslılık varsayımı sınaması yapıldıktan sonra, sınanması gereken bir diğer varsayım olan korelasyon ve bağımsızlık varsayımına geçilmiştir. Gözlemlerin bağımlı olup olmaması kontrol grafiklerinin yorumunu değiştirmektedir. Bu varsayımın sınamaları Otokorelasyon ve Run testi ile aşağıda verildiği şekilde yapılmıştır.

6.3.1. Otokorelasyon Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama

Otokorelasyon testi ile, incelenen kalite değişkeninin birbirini takip eden değerleri arasında ilişki olup olmadığı test edilmektedir. Söz konusu test ile korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sınanması amacıyla, EK-8'deki gözlem değerlerinden yararlanılmıştır.

L gecikmenin büyüklüğü olmak üzere örnek otokorelasyon fonksiyonu

$${}_L r_M = \frac{(X_1 X_{L+1} + X_2 X_{L+2} + \dots + X_M X_L) - \bar{X} \sum X}{\sum X^2 - \bar{X} \sum X}$$
$${}_1 r_{120} = \frac{(3569,602) - (5,453)(654,40)}{3574,116 - (5,453)(654,40)}$$
$$= 0,204$$

olarak hesaplanmıştır. $M \geq 75$ olduğunda hesaplanan otokorelasyon katsayısı değeri

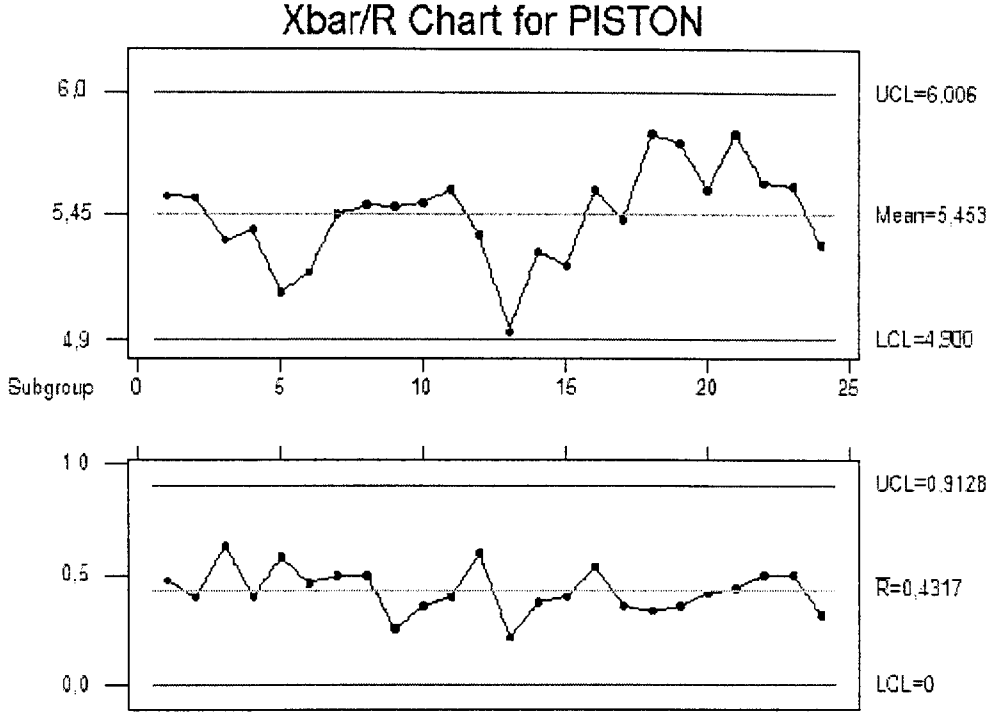
$$-\frac{1}{M-1} \pm 1,645 \sqrt{\frac{M(M-3)}{(M+1)(M-1)^2}}$$

güven aralığı içerisine düşerse otokorelasyon olmadığı, bu sınırlar dışında ise otokorelasyon olduğu söylenmektedir.

$$-\frac{1}{120-1} \pm 1,645 \sqrt{\frac{120(120-3)}{(120+1)(120-1)^2}}$$
$$0,0084 \pm 0,149$$

${}_1 r_{120} = 0,204$ değeri $-0,141$ ve $0,157$ değerleri arasında olmadığından piston çap ölçümleri için gözlem değerleri arasında otokorelasyon olduğu görülmüştür.

Her üç varsayım sınaması yapıldıktan sonra normallik ve sabit varyanslılık varsayımlarının sağlandığı, korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sağlanmadığı görülmüştür. Gözlemlerin bağımsız olup olmadığı kontrol grafiklerinin yorumunu değiştirebileceğinden, bu aşamada incelenen piston çap ölçümleri için ortalama ve değişim aralığı kontrol grafikleri oluşturulup, süreçle ilgili yorumlar yapılacaktır.



Şekil 6.3. \bar{x} ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 6.3 deki piston çap ölçümleri için ortalama ve değişim aralığı kontrol grafiklerinden de görüldüğü gibi noktalar belirli bir düzen göstermektedir. Sürecin otokorelasyona sahip olması muhtemeldir. Bu duruma, korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sınanmasına alternatif bir yöntem olan Run testi ile de dikkat çekilebilir.

6.3.2. Run Testi İle Korelasyon ve Bağımsızlık Varsayımını Sınama

Run testi, ortalama kontrol grafiğini baz alarak ortalamanın üzerindeki ve ortalamanın altındaki gözlem değerlerini devam sürelerine göre sınıflandırarak kalite özelliğinin otokorelasyon taşıyıp taşımadığını sınanan bir yöntemdir. Bu test aşağıdaki işlem sırasını izleyerek sonuca ulaşır.

Çizelge 6.6. Devam Süreleri

$\bar{\bar{X}}$ üstünde	*	1	5	1	6
$\bar{\bar{X}}$ altında		4	4	1	*

Çizelge 6.6 da ki asteriskler tamamlanmamış Runları ifade etmektedir.

Çizelge 6.7. Tamamlanmış Runlar İçin χ^2 Hesaplaması

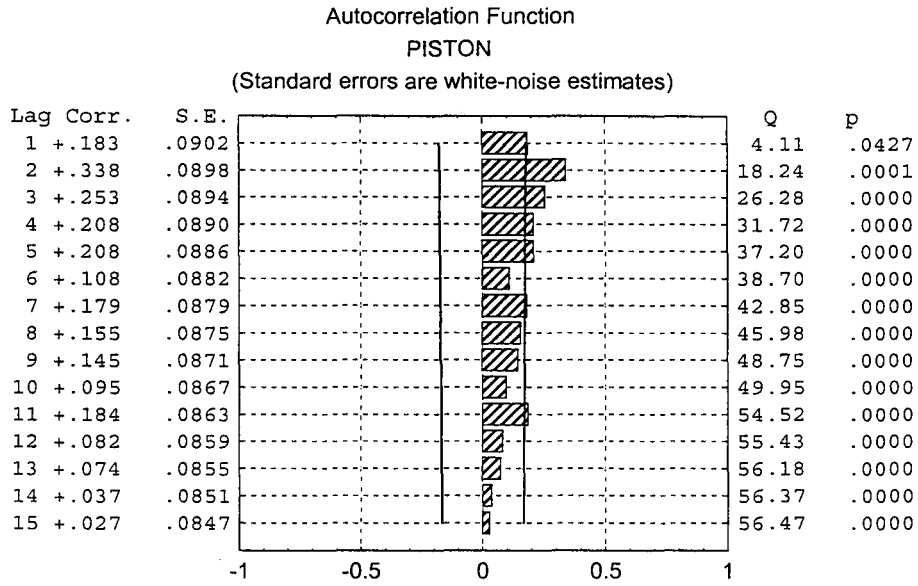
Tamamlanmamış Runların Devam Süresi	f_i	\hat{f}_i
1	3	5,500
2	0	2,625
3	0	1,250
4	2	0,594
5	1	0,281
6	1	0,133
Toplam	7	10,340

$\chi_h^2 = 15.704 > \chi_{0,05,5}^2 = 11,070$ olduğundan ölçüm değerleri arasında otokorelasyon olduğu kabul edilmiştir. Bu sonuçla da, piston çap ölçüm değerlerinin otokorelasyon içerdiği bir kez daha irdelenmiştir.

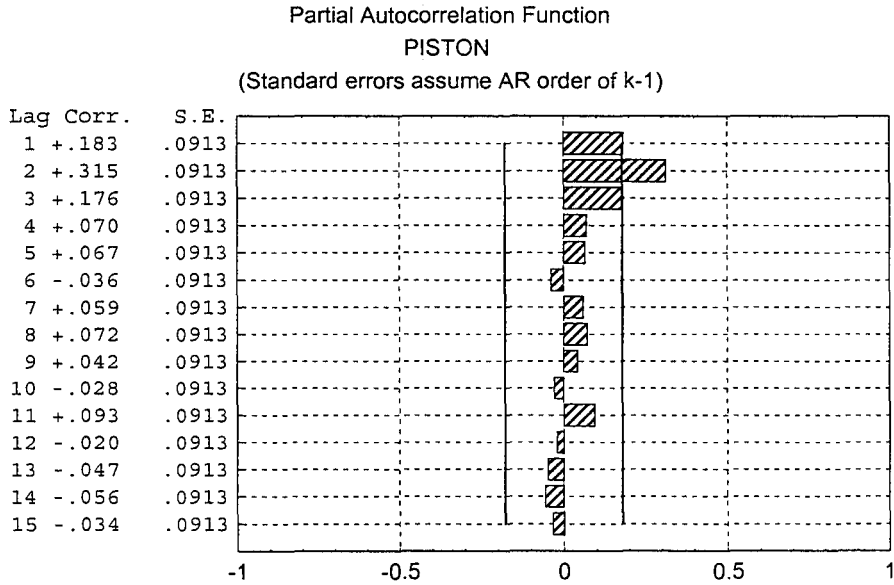
6.4. Piston Çap Ölçümleri İçin Zaman Serisi Modeli Yaklaşımı

Süreçte, otokorelasyonla karşılaşıldığında, söz konusu kalite özelliğinin ölçüm değerleri üzerinden kontrol grafiklerinin uygulanması güvenilir olmayan sonuçlara ulaşılmasına neden olabilmektedir. Bu sebeple istatistiksel süreç kontrol literatüründe otokorelasyon içeren kalite özelliği ile karşılaşıldığında sürece bir zaman serisi modeli önerilip bu modelin artıkları üzerinden standart kontrol grafiklerinin çizimi yapılmakta ve süreç bu grafikler üzerinden değerlendirilmektedir.

Bu aşamada, zaman serisi analizi çalışmaları, gözlem değerleri üzerinden otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri çizimi başlamaktadır.



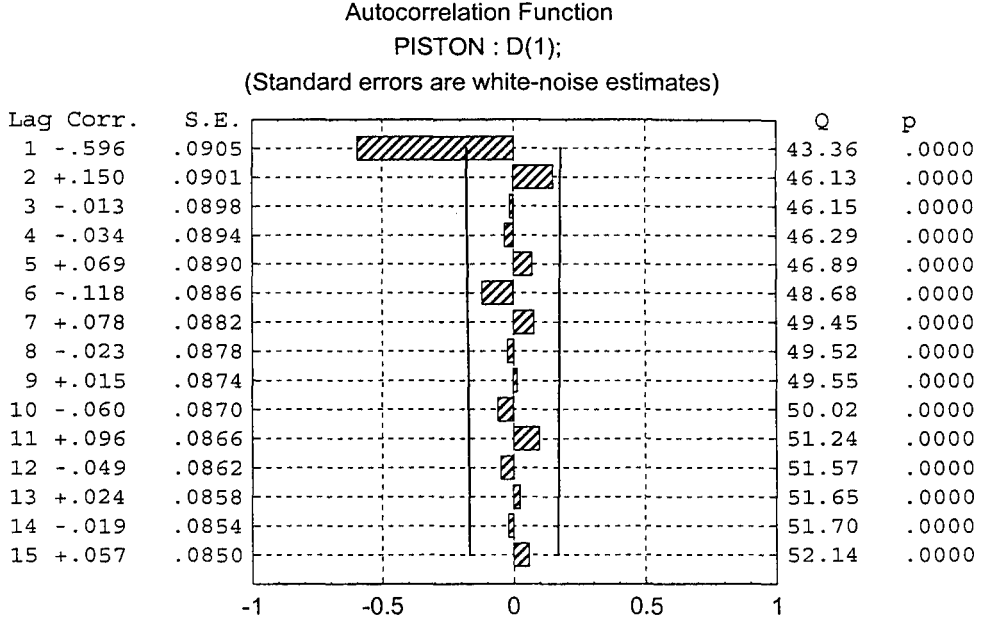
Şekil 6.4. Piston Çap Ölçüm Değerleri için Otokorelasyon Fonksiyonu



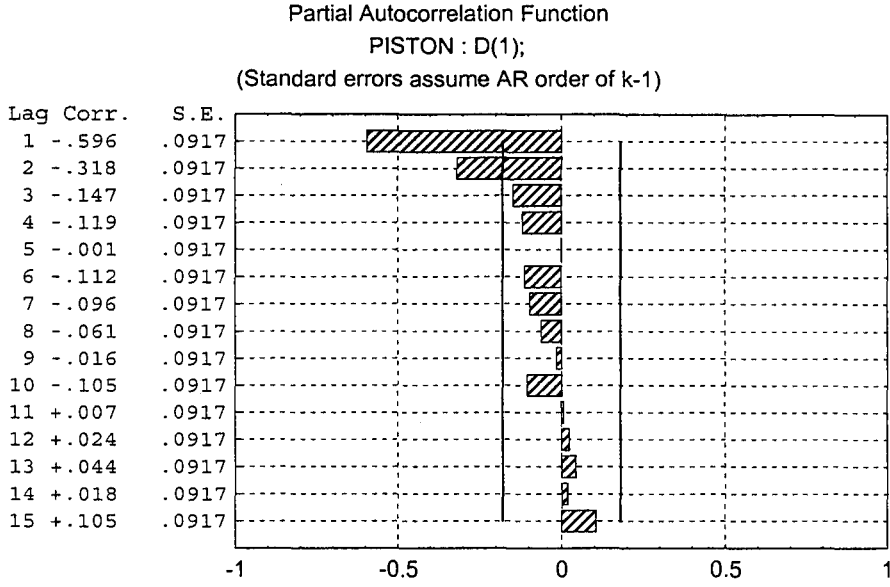
Şekil 6.5. Piston Çap Ölçüm Değerleri için Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Piston çap ölçümleri için Şekil 6.4'deki otokorelasyon grafiğinde ilk gecikmeden sonraki dört gecikmenin güven limitleri dışında olduğunu ve Şekil 6.5'deki kısmi otokorelasyon grafiğinde yine ilk gecikmeden sonra bir gecikmenin güven limitleri dışında olduğunu görmekteyiz. Analiz edilecek gözlem değerleri için ARIMA modeller grubundan model belirlemede yapılacak

ilk iş seriyi durağan hale getirmektir. Dolayısıyla, serinin bir gecikmeli farkları alınarak durağan hale getirilmesi söz konusu olmaktadır.



Şekil 6.6. Ölçüm Değerlerinin Bir Gecikmeli Farkları İçin Otokorelasyon Fonksiyonu



Şekil 6.7. Ölçüm Değerlerinin Bir Gecikmeli Farkları İçin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Gözlem değerleri için 1 gecikmeli farklar alındıktan sonra Şekil 6.6 daki otokorelasyon ve Şekil 6.7 deki kısmi otokorelasyon grafiklerine baktığımızda otokorelasyonun giderildiğini ve serinin durağan hale geldiğini görmekteyiz. Bu işlemlerden sonra sürece bir ARIMA modeli önermemiz gerektiğinden, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafiklerine göz önünde bulundurarak MA(1) modelinin bu seriye uygun olduğunu söyleyebilmekteyiz.

Çizelge 6.8. Piston Çap Ölçümü için MA(1) Model Parametre Tahmini

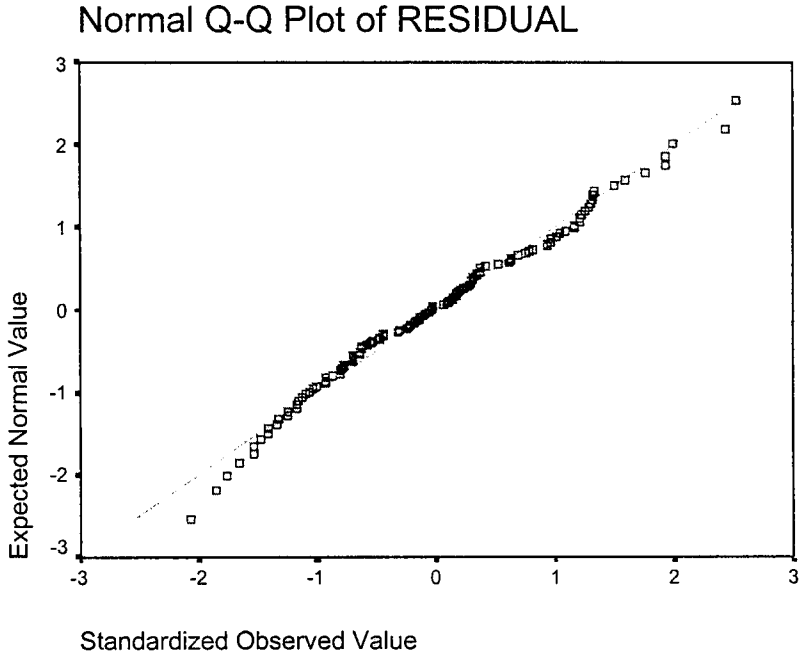
MA(q)	Değer	Asimt. t(118)	p	%95 Güven Alt Sınır	%95 Güven Üst Sınır
q(1)	0,77122	13,66035	0,000	0,659122	0,883022

Çizelge 6.8 de ki 0,77122 değeri tahmin hata kareler toplamını minimum yapacak olan, MA(1) modelinin, θ_1 parametresidir. θ_1 parametresi, $\alpha=0,05 > p=0,000$ olduğundan, katsayının anlamlı olduğuna karar verilebilir. Buna göre MA(1) modeli piston çap ölçümleri için uygun bir model olarak kabul edilebilir. MA(1) modeli matematiksel olarak,

$$z_t = \varepsilon_t - 0,77122\varepsilon_{t-1}$$

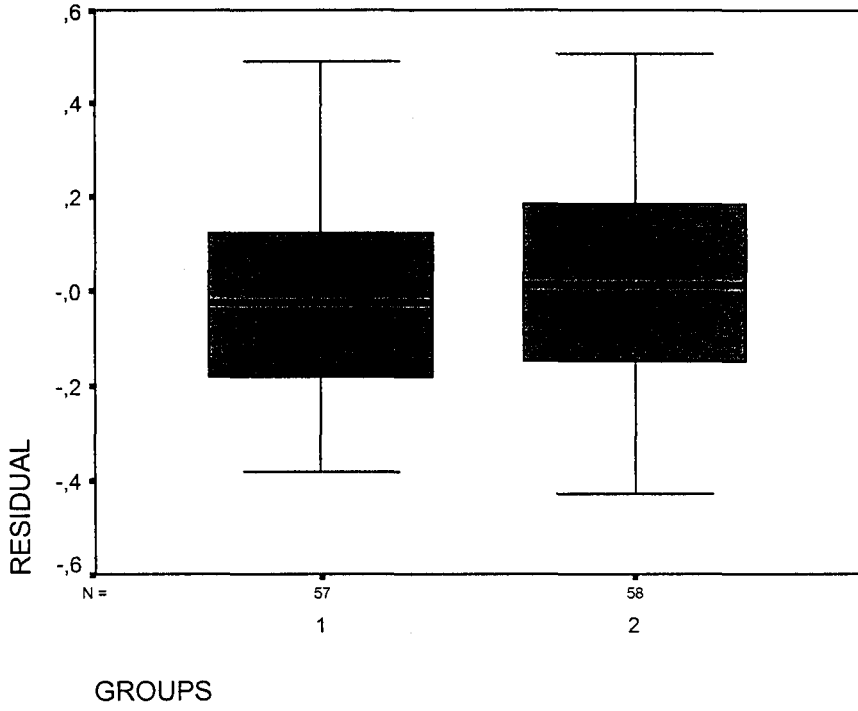
şeklinde ifade edilir.

Kontrol grafikleri oluşturmak amacıyla söz konusu modelin hata terimlerine ihtiyaç duyulmaktadır. MA(1) modelinin hata terimleri elde edilip, hata terimleri için de varsayımların sınanması gerekmektedir. Normallik sınaması için Q-Q grafiği, sabit varyanslılık sınaması için Kutu grafiği, korelasyon ve bağımsızlık sınaması için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyon grafiklerinden yararlanılmıştır.



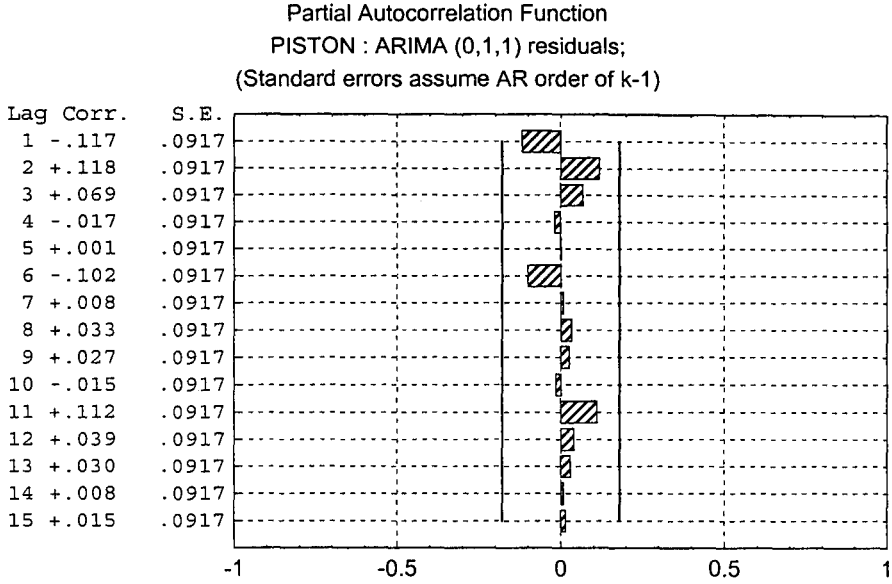
Şekil 6.8. Hata Terimleri için Q-Q Grafiği

Hata terimleri, x-y düzleminde 45 derecelik bir açığa sahip olduklarından dağılımlarının normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir.

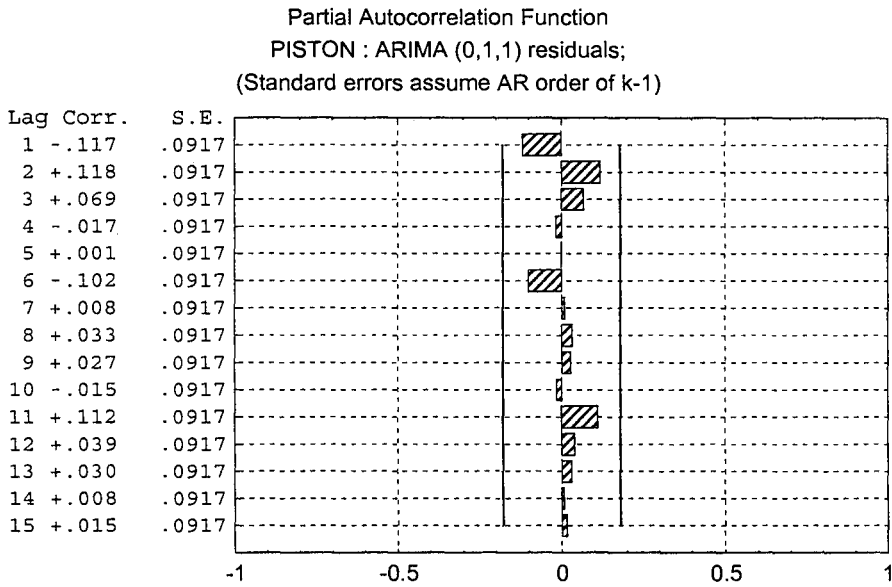


Şekil 6.9. Hata terimleri için Kutu grafiği

Hata terimleri için kartiller arası farklar bir birine eşit gözükütüğünden sabit varyanslık varsayımının sağlandığı söylenebilir.



Şekil 6.10. Hata Terimleri için Otokorelasyon Fonksiyonu Grafiği

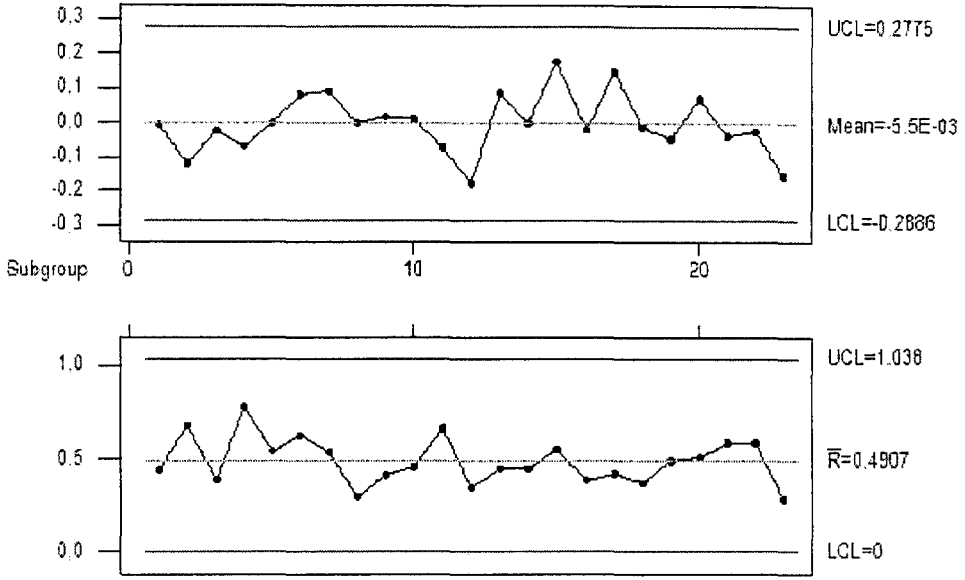


Şekil 6.11. Hata Terimleri için Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu Grafiği

Hata terimleri için oluşturulan Şekil 6.10 daki otokorelasyon ve Şekil 6.11 deki kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafiklerine baktığımızda bütün gecikmeler güven limitleri içerisinde olduğundan hata terimleri arasında otokorelasyon olmadığını, korelasyon ve bağımsızlık varsayımının sağlandığını söyleyebiliriz.

Hata terimleri için söz konusu varsayımlar sağlandıktan sonra hata terimleri üzerinden ortalama ve değişim aralığı kontrol grafiklerinin çizimine geçilir.

Xbar/R Chart for RESI



Şekil 6.12. Hata terimleri için Ortalama ve Değişim Aralığı Kontrol Grafikleri

Piston çap ölçümleri için otokorelasyon ortadan kaldırıldığında hata terimleri sadece süreçten kaynaklanan değişkenliği içermiş olacaktır. Çalışmamız için ortalama ve değişim aralığı kontrol grafikleri incelendiğinde, tüm noktaların, belirlenen kontrol sınırları içinde olduğu görülmektedir. Piston çap ölçümleri için incelenen bu veri seti süreci temsil edebilecektir.

6.5. Modelin İşlerliliğinin Kontrolü

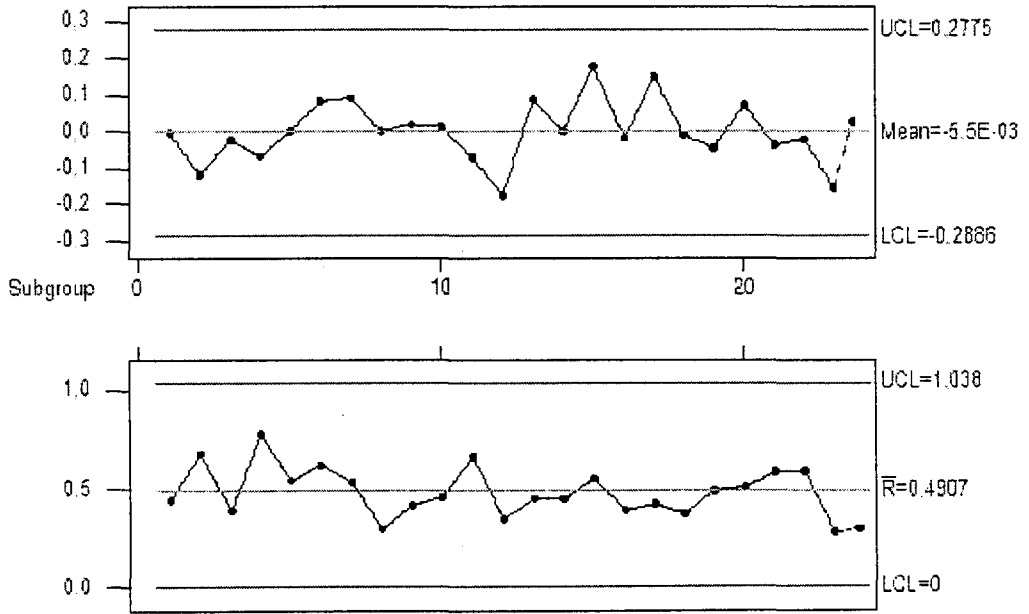
Sürece önerilen MA(1) modelinin işlerliliğini göstermek amacıyla rasgele 5 birimlik bir örnek çekilmiş, MA(1) uygulanmıştır.

Çizelge 6.9. MA(1) Modelinin İşlerliliği

Piston Çap Ölçümleri	z_t	ε_t
5.43	0.24	0.093
5.35	-0.14	-.068
5.57	0.22	0.16
5.55	-0.02	0.10
5.33	-0.22	-0.14

Çekilen örneğin hata terimleri ortalaması 0.029 ve değişim aralığı ise 0.30 olarak bulunmuştur. En son çekilen örnek Şekil 6.12' deki ortalama ve değişim aralığı kontrol grafiklerine yerleştirilerek aşağıdaki gibi oluşturulmuştur. Grafiklerden de anlaşılacağı gibi, bu örneğin ortalama ve değişim aralığı değerlerinin kontrol sınırları içinde olduğu görülmüştür.

Xbar/R Chart for RESI



Şekil 6.13. Örnek için ortalama ve değişim aralığı kontrol grafikleri

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

21. Yüzyıl içindeki hızlı değişimler şirketlerin bu teknolojiyi yakalamalarını mecbur kılmıştır. Bu mecburiyet şirketler arasındaki rekabette kalite ve kalite kontrol kavramını öncelikli unsur haline getirmiştir. Artan rekabet koşulları içerisinde üreticiler ve tüketiciler bilinçlenmiş, üretilen mal ve hizmetler daha kaliteli hale getirilmeye çalışılmıştır. Üretilen ürünlerin kaliteli olmasını sağlamada, ürünlerin kalitesinin ölçülmesi gerekmiştir. Ürünlerin kalitesinin ölçümü ise süreçlerin kalitesinin ölçümüdür. Üretim sürecinde söz konusu ürünler kontrol edilmeli ve üretim süreçlerindeki değişkenlik kontrol altında olmalıdır.

İstatistiksel süreç kontrolü de , istatistiksel yöntemlerle sürecin olağan biçimde devam edip etmediğini kontrol etmekte ve olağan dışı bir durum varsa bunun fark edilmesini, sebeplerinin belirlenerek ortadan kaldırılmasını sağlamaktadır. İSK'nın temel amacı kalite özelliklerindeki değişkenliği azaltmak olduğundan, kontrol grafikleri de bu amaç için gerçekleştirilen, sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını resmeden grafiklerdir.

Prensipieri Shewhart tarafından oluşturulan kontrol grafikleri, niceliksel ve nitel kontrol grafikleri olmak üzere iki grupta toplanmaktadır. Bu çalışmada niceliksel kontrol grafiklerinden \bar{x} ve R kontrol grafikleri piston çap ölçümleri için incelenmiş, söz konusu iki grafiğin taşınması gereken varsayımları sağlayıp sağlamadığı araştırılmıştır. Piston çap ölçümleri için iki grafiğin normallik, sabit varyanslılık, korelasyon ve bağımsızlık varsayımları istatistiksel yöntemlerle sınanmıştır.

Söz konusu ölçümler için normallik varsayımı, ki-kare uyum testi, Shapiro-Wilk Testi ve Q-Q grafik yöntemi ile sınanmış, varsayımın gerçekleştiği görülmüştür. İkinci varsayım olan sabit varyanslılık varsayımı da, Λ_0 , Λ_1 testleri ve kutu grafiği yöntemi ile sınanmış, bu varsayımında sağlandığı görülmüştür. \bar{x} ve R kontrol grafikleri için son varsayım olan korelasyon ve bağımsızlık varsayımı, otokorelasyon ve Run testi ile sınanarak varsayımın gerçekleşmediği, gözlem değerlerinin bağımlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu otokorelasyonlu verilerle karşılaşılması aşamasında sürece zaman serisi modeli olan MA(1) modeli önerilmiş ve bu modelin hata terimleri elde edilmiştir. Normallik, sabit varyanslılık, korelasyon ve bağımsızlık varsayımının hata terimleri için de

sağlandığı görülmüştür. Daha sonra, hata terimleri üzerinden \bar{x} ve R kontrol grafikleri oluşturulmuştur. Hem ortalama kontrol grafiğinden hem de değişim aralığı kontrol grafiğinde tüm değerlerin kontrol sınırları içinde olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada, \bar{x} ve R kontrol grafikleri oluşturulurken, normallik, sabit varyanslılık, korelasyon ve bağımsızlık varsayımlarının sınanması gerekliliği ortaya konmaktadır. Kaliteli ürün üretmeyi hedef edinen işletmelerin, istatistiksel süreç kontrol çalışmalarında daha etkin sonuçlara ulaşabilmeleri için, bu çalışmada incelenen varsayımları ve sınaama yöntemlerini göz önünde bulundurmaları önerilebilir. Böylece, kalite kontrol ve bunun gibi bir çok alanda istatistiksel yöntemlerin önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır.

KAYNAKLAR

1. DUMAN, G., *Ders Notları*, Tusaş Uçak Motor A.Ş. 1997.
2. AKIN, B., *ISO 9000 Uygulamasında İşletmelerde İstatistik Proses Kontrol Teknikleri*, Bilim Teknik Yayınevi, İstanbul, 1996.
3. NEWBOLD, P., *İşletme İktisat İçin İstatistik*, Literatür Yayıncılık İstanbul, 2000.
4. BURNAK, N., *Toplam Kalite Yönetimi Ders Notları*, T.C Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Eskişehir, 1996.
5. MONTGOMERY, D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 3rd ed, J.Willey, New York, 1996.
6. DYER, J.N., *Evaluation of Control Charting Techniques for Monitoring Autocorrelated Process*, PhD. Thesis, The University of Alabama, 1997.
7. STOUMBUS, Z.G., REYNOLDS Jr. M.R., RYAN, T.P ve WOODALL, W.H, *The State of Statistical Process Control as We Proceed Into The 21st Century*, Journal of the American Statistical Association, **95**, Iss.451, 992, (2000).
8. RUNGER, G.C., WILLEMAIN, T.R., Model Based and Model Free Control Of Autocorrelated Process, Journal of Quality Technology, **27**, 283-292, (1995).
9. HU, J., S ve ROAN, C., *Changed Patterns Of Time Series Based Control Charts*, Journal of Quality Technology, **28**, 302-312, (1996).
10. DENİZ, B., *Toplam Kalite Yönetimi Anlayışı ve ISO 9000'nin Ülkemiz İşletmeleri Açısından İrdelenmesi*, İstanbul Sanayi Odası Dergisi, Yıl:27, Sayı:320, s.15-20, Ekim 1992.
11. BURNAK, N., ÖZKUL, A.E., *Günümüzde Kalite Kontrol Anlayışı*, Anadolu Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt IV, No.2, 1988.
12. YETİŞ, N., *Kalite Kontrolü ve Toplam Kalite Yönetimi: Kalite Organizasyonu, Eğitimi ve İnsan Gücü Geliştirme*, ISO 900 ve Kalite Sistemleri Seminerleri, İstanbul Sanayi Odası, Yayın No:13, 1993.
13. İNAN, Ö., OKTAL, Ö ve ULUKAN, C., *İşletmelerde Sürekli Kalite Geliştirme Çalışmaları*, Açıköğretim Dergisi, Cilt 2, Sayı 3, Kış 1997.
14. KURT, G., *Kalite Kontrolünde Birikimli Toplam Kontrol Tekniği*, Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Dergisi, Sayı:2, s.203-219, 1996.
15. MULUK, Z., F., BURCU, E ve DANACI, E., *Türkiye'de Kalite Olgusunun Gelişimi*, Kalder Yayınları, No.30, 2000.

16. SEVİM, A., *Toplam Kalite Yönetiminde Bir Araç Olarak Toplam Kalite Maliyet Sisteminin Kurulması ve Bir Uygulama*, T.C Anadolu Üniversitesi Yayınları, 1999.
17. IŞIĞIÇOK, E., *İstatistiksel Proses Kontrol*, Bursa, 1999.
18. BURNAK, N., *Kalite Kontrol Maliyet Analizi*, Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt II, Sayı 1, 1985.
19. ASLAN, D., *İstatistiksel Kalite Kontrolü*, Atatürk Üniversitesi Yayınları, Ankara, 1974.
20. İŞÇİL, N., *İstatistiksel Kalite Kontrolü*, Kalite Matbaası, Ankara, 1975.
21. YAMAK, O., *Kalite Odaklı Yönetim*, 1998.
22. KAVRAKOĞLU, İbrahim. , *Toplam Kalite Yönetimi*, KalDer Yayınları, No.3, 1996.
23. EFİL, İ., *Toplam Kalite Yönetimi ve ISO 9000 Kalite Güvence Sistemi*, Alfa Basım Yayım Dağıtım, s.344, 1999.
24. ÇINGİ, H., *Örnekleme Kuramı*, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Basımevi, Beytepe, 1994.
25. FREUND, E., J., WALPOLE, R., E., *Mathematical Statistics*, 4th Edition, Prentice Hall Inc., 1987.
26. YÜZER, A F., *Olasılık ve İstatistik* Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, Eskişehir, 1996.
27. KORUM, U., *İstatistiğe Giriş*, Savaş Yayınları, Ankara, 1986.
28. AĞAOĞLU, E., *Uygulamalı Örnekleme*, Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, No.11, Eskişehir, 1998.
29. İNAL,C., GÜNAY,S., *Olasılık ve Matematiksel İstatistik*, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, Ankara, 1982.
30. KARA, İ., *Olasılık*, Bilim Teknik Yayınevi, 1994.
31. DUNCAN, A.C., *Quality Control and Industrial Statistics*, Fourt Edition, 1974.
32. COWDEN, D J., *Statistical Methods in Quality Control*, Prentice-Hall Inc, 1957.
33. GÜMÜŞOĞLU, Ş., *İstatistiksel Kalite Kontrolü ve Toplam Kalite Yönetim Araçları*, Beta Basım Yayımları A.Ş, 2000.

34. FARNUM, N.R., *Modern Statistical Quality Control and Improvement*, Duxbury Press, Belmont, California, 1994.
35. İŞÇİL, N., *Amerikan Standart Kalite Kontrolü Rehberi ve Verilerin Analizi Hakkında Amerikan Standart Kontrol Grafiği Metodu*, Bozkurt Matbaası, Eskişehir, 1963.
36. OKTAY, E., *Kalite Kontrol Grafikleri*, Şafak Yayınevi, Erzurum, 1998.
37. SPARKS, R.S., FIELD, J.B., *Using Deming's Funnel Experiment to Demonstrate Effect of Violating Assumptions Underlying Shewhart's Control Charts*, The American Statistician, November, Vol.54, No.4, 2000.
38. SPARKS, R.S., FIELD, J.B., *Why Do My Control Charts Look Funny? Check The Assumptions*, The Quality Magazine, Vol.4, p.81-84, 1995.
39. KANJI, G.K., *100 Statistical Tests*, Sage Publications, 1993.
40. TOPSEVER, Y., *Davranış Bilimleri İçin Parametrik Olmayan İstatistikler*, Ankara Üniversitesi, 1977.
41. ROYSTON, P., *A Remark on Algorithm AS 181: The W Test for Normality* Applied Statistics, Vol.44, p.547-551, 1995.
42. KOTHZ, S., JOHNSON, N.L., *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Volume 8, John Wiley & Sons, 1982.
43. SAS Institute Inc., *SAS Procedure Guide Version 6 3th Edition*, New Carolina, 1993.
44. PATRICK, R., An Extension of Shapiro and Wilk's *W* Test for Normality to Large Samples. *Applied Statistics*, Vol.31, p.115-124., 1982.
45. PATRICK, R., Algorithm AS 181: The *W* Test for Normality. *Applied Statistics*, Vol.31, p.176-180, 1982.
46. DEVOR, R.E., CHANG, T., SUTHERLAND, J.W., *Statistical Quality Design and Control*, Prentice Hall, 1992.
47. JACOBY, W.G., *Statistical Graphics for Univariate and Bivariate Data*, Sage University Paper Series, 1997.
48. KOUTSOYIANNIS, A., *Ekonometri Kuramı*, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, 1992.
49. GOERGE, E. P. B ve GWILYM, M. J., *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Holden-Day, 1970.
50. MAKRIDAKIS, S., WHEELWRIGHT, S. C ve MCGEE, V. E., *Forecasting: Methods and Applications*, 2nd Edition, John-Wiley and Sons, 1983.

51. CRYER, J., D., *Time Series Analysis*, PWS-KENT Publishing Company, Boston, 1996.
52. BOWERMAN B., O'CONNEL R.T., *Forecasting and Time Series An Applied Approach*, Duxbury, 1993.
53. SOYLU, K., SOYLU, F., SUER, A., ve SUER, E.Ö., *Toplam Kalite Yönetimi Sözlüğü*, 1998.

Örnekteki Gözlem Sayısı n	Ortalama Grafikleri				Standart Sapma Grafikleri								Değişim Aralığı Grafikleri					
	Kontrol Sınırları Katsayıları				Orta Çizgi Katsayıları		Kontrol Sınırları Katsayıları						Orta Çizgi Katsayıları		Kontrol Sınırları Katsayıları			
	A	A ₁	A ₂	A ₃	c ₄	c ₂	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	3,76	1,880	2,659	0,7979	0,5642	0	1,843	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	2,394	1,023	1,954	0,8862	0,7236	0	1,858	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,575
4	1,500	1,88	0,729	1,628	0,9213	0,7999	0	1,808	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	1,596	0,577	1,427	0,9400	0,8407	0	1,756	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,115
6	1,225	1,41	0,483	1,287	0,9515	0,8686	0,026	1,711	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	1,277	0,419	1,182	0,9594	0,8882	0,105	1,672	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	1,175	0,373	1,099	0,9650	0,9027	0,167	1,638	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	1,094	0,337	1,032	0,9693	0,9139	0,219	1,609	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	1,028	0,308	0,975	0,9727	0,9227	0,262	1,584	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,973	0,285	0,927	0,9754	0,9300	0,299	1,561	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,925	0,266	0,886	0,9776	0,9359	0,331	1,541	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,884	0,249	0,850	0,9794	0,9410	0,359	1,523	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,848	0,235	0,817	0,9810	0,9453	0,384	1,507	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,816	0,223	0,789	0,9823	0,9490	0,406	1,492	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,788	0,212	0,763	0,9835	0,9523	0,427	1,478	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,762	0,203	0,739	0,9845	0,9551	0,445	1,465	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,738	0,194	0,718	0,9854	0,9576	0,461	1,454	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,717	0,187	0,698	0,9862	0,9599	0,477	1,443	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,697	0,180	0,680	0,9869	0,9619	0,491	1,433	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,679	0,173	0,663	0,9876	0,9638	0,504	1,424	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,662	0,167	0,647	0,9882	0,9655	0,516	1,415	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,647	0,162	0,633	0,9887	0,9670	0,527	1,407	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,632	0,157	0,619	0,9892	0,9684	0,538	1,399	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,619	0,153	0,606	0,9896	0,9696	0,548	1,392	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Kaynak : BURNAK, N., *Toplam Kalite Yönetimi Ders Notları*, T.C Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, s.151.

EK – 2 0,05 Anlam Düzeyinde Λ_0 ve Λ_1 Değerler Tablosu

Λ_0 Tablosu

m	n											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
2	52,6	5,82	3,05	2,26	1,99	1,78	1,62	1,51	1,41	1,33	1,25	1,17
3	46,1	5,73	3,12	2,33	2,06	1,84	1,68	1,54	1,43	1,35	1,26	1,18
4	38,8	5,42	3,00	2,26	2,01	1,81	1,66	1,54	1,43	1,35	1,26	1,18
5	33,2	5,14	2,92	2,22	1,97	1,78	1,62	1,50	1,42	1,34	1,25	1,18
10	21,3	4,36	2,64	2,06	1,84	1,66	1,54	1,44	1,38	1,31	1,23	1,16
20	15,2	3,79	2,41	1,93	1,74	1,58	1,44	1,38	1,32	1,26	1,20	1,14
25	13,9	3,64	2,38	1,87	1,68	1,54	1,42	1,36	1,31	1,25	1,19	1,13
50	11,4	3,29	2,15	1,74	1,59	1,48	1,38	1,32	1,27	1,21	1,17	1,12

Λ_1 Tablosu

m	n											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
2	13,8	3,21	2,09	1,71	1,52	1,41	1,34	1,29	1,25	1,20	1,15	1,11
3	14,2	3,18	2,13	1,74	1,54	1,43	1,35	1,30	1,26	1,21	1,16	1,11
4	13,3	3,17	2,08	1,71	1,52	1,41	1,34	1,29	1,25	1,20	1,15	1,11
5	12,1	3,05	2,03	1,68	1,50	1,40	1,33	1,28	1,25	1,20	1,15	1,11
10	8,81	2,68	1,87	1,58	1,44	1,35	1,29	1,25	1,22	1,17	1,13	1,09
20	6,79	2,39	1,75	1,50	1,38	1,30	1,25	1,22	1,19	1,15	1,12	1,08
25	6,34	2,31	1,71	1,48	1,36	1,28	1,24	1,20	1,18	1,14	1,11	1,08
50	5,32	2,12	1,59	1,40	1,31	1,25	1,21	1,17	1,15	1,12	1,09	1,07

Kaynak: Statistical Methods in Quality Control, COWDEN, D., J., s.687.

EK – 3 Cochran g Değerleri Tablosu

m	n																	
	2		3		4		5		6		7		8		9		10	
	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
2	*	*	0,97	0,99	0,94	0,98	0,91	0,96	0,88	0,94	0,85	0,92	0,83	0,90	0,82	0,88	0,80	0,87
3	9,97	0,99	0,87	0,94	0,80	0,88	0,75	0,83	0,71	0,79	0,68	0,76	0,65	0,73	0,63	0,71	0,62	0,69
4	0,91	0,97	0,77	0,86	0,68	0,78	0,63	0,72	0,59	0,68	0,56	0,64	0,54	0,61	0,52	0,59	0,50	0,57
5	0,84	0,93	0,68	0,79	0,60	0,70	0,54	0,63	0,51	0,59	0,48	0,55	0,46	0,53	0,44	0,50	0,42	0,49
6	0,78	0,88	0,62	0,72	0,53	0,63	0,48	0,56	0,44	0,52	0,42	0,49	0,40	0,46	0,38	0,44	0,37	0,42
7	0,73	0,84	0,56	0,66	0,48	0,57	0,43	0,51	0,40	0,47	0,37	0,43	0,35	0,41	0,34	0,39	0,33	0,38
8	0,68	0,79	0,52	0,62	0,44	0,52	0,39	0,46	0,36	0,42	0,34	0,39	0,32	0,37	0,30	0,35	0,29	0,34
9	0,64	0,75	0,48	0,57	0,40	0,48	0,36	0,43	0,33	0,39	0,31	0,36	0,29	0,34	0,28	0,32	0,27	0,31
10	0,60	0,72	0,44	0,54	0,37	0,45	0,33	0,39	0,30	0,36	0,28	0,33	0,27	0,31	0,25	0,29	0,24	0,28
12	0,54	0,65	0,39	0,48	0,33	0,39	0,29	0,34	0,26	0,31	0,24	0,29	0,23	0,27	0,22	0,25	0,21	0,24
15	0,47	0,57	0,33	0,41	0,28	0,33	0,24	0,29	0,22	0,26	0,20	0,24	0,19	0,22	0,18	0,21	0,17	0,20
20	0,39	0,48	0,27	0,33	0,22	0,27	0,19	0,23	0,17	0,20	0,16	0,19	0,15	0,17	0,14	0,16	0,14	0,16
24	0,34	0,42	0,24	0,29	0,19	0,23	0,17	0,20	0,15	0,18	0,14	0,16	0,13	0,15	0,12	0,14	0,12	0,13
30	0,29	0,36	0,20	0,24	0,16	0,19	0,14	0,16	0,12	0,15	0,11	0,13	0,11	0,12	0,10	0,12	0,10	0,11
40	0,24	0,29	0,16	0,19	0,13	0,15	0,11	0,13	0,10	0,11	0,09	0,10	0,08	0,10	0,08	0,09	0,07	0,09
60	0,17	0,22	0,11	0,14	0,09	0,11	0,08	0,09	0,07	0,08	0,06	0,07	0,06	0,07	0,06	0,06	0,05	0,06
120	0,10	0,12	0,06	0,08	0,05	0,06	0,04	0,05	0,04	0,04	0,03	0,04	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03

Kaynak: Statistical Methods in Quality Control, COWDEN, D., J., s.688.

EK – 4 Seçilmiş Olasılık Değerleri İçin 1 Gecikmeli Otokorelasyon Katsayıları

m	Alt Limit		Üst Limit	
	0,01	0,05	0,05	0,01
5	-0,798	-0,753	0,253	0,297
10	-0,705	-0,564	0,360	0,525
15	-0,597	-0,462	0,328	0,475
20	-0,524	-0,399	0,299	0,432
25	-0,473	-0,356	0,276	0,398
30	-0,433	-0,324	0,257	0,370
35	-0,401	-0,299	0,242	0,347
40	-0,376	-0,279	0,229	0,328
45	-0,356	-0,262	0,218	0,313
50	-0,339	-0,248	0,209	0,300
55	-0,324	-0,236	0,201	0,288
60	-0,310	-0,226	0,193	0,277
65	-0,298	-0,217	0,186	0,267
70	-0,287	-0,209	0,180	0,258
75	-0,276	-0,201	0,174	0,250

Kaynak: Statistical Methods in Quality Control, COWDEN, D., J., s.701.

EK – 5 Belli Bir Q Olasılığına Karşılık Gelen z_Q Değerleri

Q	z_Q	Q	z_Q	Q	z_Q
0,0005	3,29053	0,005	2,57583	0,11	1,22653
0,0010	3,09023	0,010	2,32635	0,12	1,17499
0,0015	2,96774	0,015	2,17009	0,13	1,12639
0,0020	2,87816	0,020	2,05375	0,14	1,08032
0,0025	2,87703	0,025	1,95996	0,15	1,03643
0,0030	2,74778	0,030	1,88079	0,16	0,99446
0,0035	2,69684	0,035	1,81191	0,17	0,95417
0,0040	2,65207	0,040	1,75669	0,18	0,91537
0,0045	2,61205	0,045	1,69540	0,19	0,87790
0,0050	2,57583	0,050	1,64485	0,20	0,84162
0,006	2,51214	0,060	1,55477	0,25	0,67449
0,007	2,45726	0,070	1,47579	0,30	0,52440
0,008	2,40892	0,080	1,40507	0,35	0,38532
0,009	2,36562	0,090	1,34076	0,40	0,25335
0,010	2,32635	0,100	1,28155	0,45	0,12566

Kaynak: Statistical Methods in Quality Control, COWDEN, D., J., s.670.

EK – 6 Shapiro İstatistiği ve Olasılık Değeri

Serinin ortalaması
5.453333

Küçükten büyüğe sıralanmış seri					
5.118	5.226	5.286	5.306	5.346	5.366
5.378	5.394	5.406	5.438	5.454	5.478
5.482	5.486	5.502	5.506	5.526	5.526
5.526	5.534	5.546	5.662	5.694	5.694

Serinin ortalamadan farkları				
-0.3353333333	-0.2273333333	-0.1673333333	-0.1473333333	-0.1073333333
-0.0873333333	-0.0753333333	-0.0593333333	-0.0473333333	-0.0153333333
0.0006666667	0.0246666667	0.0286666667	0.0326666667	0.0486666667
0.0526666667	0.0726666667	0.0726666667	0.0726666667	0.0806666667
0.0926666667	0.2086666667	0.2406666667	0.2406666667	

$\left(\frac{sirano - 0,375}{m + 0,25}\right)$					
0.02577320	0.06701031	0.10824742	0.14948454	0.19072165	0.23195876
0.27319588	0.31443299	0.35567010	0.39690722	0.43814433	0.47938144
0.52061856	0.56185567	0.60309278	0.64432990	0.68556701	0.72680412
0.76804124	0.80927835	0.85051546	0.89175258	0.93298969	0.97422680

$mp_i = qnorm\left(\frac{sirano - 0,375}{m + 0,25}\right)$					
-1.94690278	-1.49843365	-1.23590240	-1.03864671	-0.87524006	-0.73241136
-0.60317579	-0.48332361	-0.37005675	-0.26136061	-0.15567569	-0.05170609
0.05170609	0.15567569	0.26136061	0.37005675	0.48332361	0.60317579
0.73241136	0.87524006	1.03864671	1.23590240	1.49843365	1.94690278

$\left\{ \sum_{i=1}^{24} mp_i X_i' \right\}^2$
9.183193

$\sum_{i=1}^{24} (mp_i)^2$
21.54806

$\sum_{i=1}^{24} (X - \bar{X})^2$
0.4426133

W'
0.96

EK - 7 Piston Çap Ölçümleri İçin Q-Q Grafik Değerleri : Sıralı, z_i , q_i

Gözlem Sıra	Gözlem Sıra	Gözlem Sıra	Gözlem Sıra
1	22	21	106
2	24	22	4
3	63	23	59
4	23	24	74
5	64	25	118
6	30	26	120
7	61	27	32
8	15	28	35
9	73	29	60
10	70	30	8
61	83	61	83
62	96	62	96
63	17	63	17
64	21	64	21
65	39	65	39
66	76	66	76
67	87	67	87
68	112	68	112
69	13	69	13
70	44	70	44
101	48	101	48
102	98	102	98
103	1	103	1
104	38	104	38
105	93	105	93
106	110	106	110
107	115	107	115
108	53	108	53
109	105	109	105
110	12	110	12
Gözlem Sıra	Gözlem Sıra	Gözlem Sıra	Gözlem Sıra
11	11	31	71
12	26	32	82
13	20	33	97
14	62	34	111
15	57	35	14
16	19	36	34
17	27	37	75
18	37	38	81
19	65	39	119
20	66	40	49
71	5	71	5
72	9	72	9
73	16	73	16
74	50	74	50
75	54	75	54
76	69	76	69
77	72	77	72
78	95	78	95
79	99	79	99
80	28	80	28
111	31	111	31
112	89	112	89
113	90	113	90
114	113	114	113
115	58	115	58
116	86	116	86
117	102	117	102
118	103	118	103
119	80	119	80
120	91	120	91

Sıra	q_i				
1	1.29224902	0.54492428	-0.01556927	-0.94972518	0.35809310
6	-0.10898486	0.54492428	-0.76289400	0.35809310	1.10541783
11	-1.32338755	1.47908020	0.26467751	-0.66947841	-1.51021873
16	0.35809310	0.17126192	0.63833988	-1.04314077	-1.22997196
21	0.17126192	-2.07071228	-1.97729669	-2.07071228	0.63833988
26	-1.32338755	-1.04314077	0.45150869	-0.29581604	-1.69704991
31	1.47908020	-0.85630959	0.82517106	-0.57606281	-0.85630959
36	-0.29581604	-1.04314077	1.29224902	0.17126192	0.54492428
41	-0.01556927	0.82517106	-0.38923163	0.26467751	-0.10898486
46	-0.38923163	0.07784633	1.19883342	-0.48264722	0.35809310
51	0.63833988	-0.20240045	1.38566461	0.35809310	-0.48264722
56	-0.10898486	-1.13655636	1.66591138	-0.94972518	-0.85630959
61	-1.69704991	-1.22997196	-2.07071228	-1.79046550	-1.04314077
66	-1.04314077	0.07784633	-0.48264722	0.35809310	-1.41680314
71	-0.76289400	0.35809310	-1.51021873	-0.94972518	-0.57606281
76	0.17126192	-0.48264722	0.45150869	-0.48264722	2.03957375
81	-0.57606281	-0.76289400	0.07784633	0.91858665	-0.01556927
86	1.75932697	0.17126192	0.54492428	1.57249579	1.57249579
91	2.03957375	0.54492428	1.29224902	0.63833988	0.35809310
96	0.07784633	-0.76289400	1.19883342	0.35809310	0.82517106
101	0.63833988	1.75932697	1.94615816	-0.10898486	1.38566461
106	-1.04314077	0.63833988	0.82517106	0.45150869	1.29224902
111	-0.76289400	0.17126192	1.57249579	-0.38923163	1.29224902
116	0.54492428	-0.10898486	-0.94972518	-0.57606281	-0.94972518

EK – 7 Devam

Sıra	Z_i				
1	-2.63825727	-2.24140273	-2.03683413	-1.89318453	-1.78046434
6	-1.68667082	-1.60572961	-1.53412054	-1.46961274	-1.41069918
11	-1.35631175	-1.30566453	-1.25816156	-1.21333962	-1.17083112
16	-1.13033917	-1.09162037	-1.05447245	-1.01872544	-0.98423496
21	-0.95087730	-0.91854553	-0.88714656	-0.85659877	-0.82683016
26	-0.79777685	-0.76938184	-0.74159404	-0.71436744	-0.68766039
31	-0.66143508	-0.63565701	-0.61029461	-0.58531886	-0.56070303
36	-0.53642238	-0.51245396	-0.48877641	-0.46536979	-0.44221541
41	-0.41929575	-0.39659429	-0.37409541	-0.35178434	-0.32964705
46	-0.30767015	-0.28584087	-0.26414698	-0.24257670	-0.22111871
51	-0.19976207	-0.17849616	-0.15731068	-0.13619558	-0.11514104
56	-0.09413741	-0.07317524	-0.05224518	-0.03133798	-0.01044447
61	0.01044447	0.03133798	0.05224518	0.07317524	0.09413741
71	0.22111871	0.24257670	0.26414698	0.28584087	0.30767015
76	0.32964705	0.35178434	0.37409541	0.39659429	0.41929575
81	0.44221541	0.46536979	0.48877641	0.51245396	0.53642238
86	0.56070303	0.58531886	0.61029461	0.63565701	0.66143508
91	0.68766039	0.71436744	0.74159404	0.76938184	0.79777685
96	0.82683016	0.85659877	0.88714656	0.91854553	0.95087730
101	0.98423496	1.01872544	1.05447245	1.09162037	1.13033917
106	1.17083112	1.21333962	1.25816156	1.30566453	1.35631175
111	1.41069918	1.46961274	1.53412054	1.60572961	1.68667082
116	1.78046434	1.89318453	2.03683413	2.24140273	2.63825727