

166574

**ARCH MODELLERİ İLE DEĞİŞKENLERDEKİ  
OYNAKLIĞIN ARAŞTIRILMASI VE  
BAZI İKTİSADİ DEĞİŞKENLER ÜZERİNE  
BİR UYGULAMA DENEMESİ**

Serpil TÜRKYILMAZ

Doktora Tezi

Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı  
Mart-2002

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Serpil TÜRKYILMAZ' ın "ARCH Modelleri ile Değişkenlerdeki Oynaklığın Araştırılması ve Bazı İktisadi Değişkenler Üzerine Bir Uygulama Denemesi" başlıklı İstatistik Anabilim Dalındaki, Doktora tezi 13.03.2002 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN	
Üye	Prof. Dr. Yaşar HOŞCAN	
Üye	Prof. Dr. Emel ŞIKLAR	
Üye	Doç. Dr. Mustafa ÖZER	
Üye	Doç. Dr. Erkan IŞIĞIÇOK	

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun  
13.03.2002 tarih ve ....9/2..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü  
Prof. Dr. Orhan ÖZER  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
M Ü D Ü R Ü

## ÖZET

Doktora Tezi

### ARCH MODELLERİ İLE DEĞİŞKENLERDEKİ OYNAKLIĞIN ARAŞTIRILMASI VE BAZI İKTİSADİ DEĞİŞKENLER ÜZERİNE BİR UYGULAMA DENEMESİ

SERPİL TÜRKYILMAZ

Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN

2002, 156 sayfa

Geleneksel ekonometrik modellerde tahmin hatalarının varyansının sabit olduğu varsayılmaktadır. Ancak pek çok ekonomik zaman serisinin oynaklık dönemlerine sahip olduğu görülmektedir. Bu durum, sabit varyans varsayımının geçerli olmadığını göstermektedir. Zaman serilerinde değişen varyans söz konusu olduğunda çözümlene imkanı veren ARCH modelleri günümüzde yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır. ARCH modelleri Maksimum Olabilirlik Tekniği ile ortalama ve varyansı birlikte modelleme olanağı vermektedir. Bilindiği gibi tahmin hatalarının ARCH etkisi gösterip göstermediğinin belirlenmesinde Maksimum Olabilirlik Tekniği ile Lagrange Çarpanı testi kullanılır. Bu çalışmada Dolar Kuru, Repo Faizi ve IMKB-100 Endeksi değişkenleri üzerinde ARCH modelleri uygulaması yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Oynaklık, Değişen Varyanslılık, Koşullu Değişen Varyans Modelleri

**ABSTRACT****PhD Thesis****AN APPLIED STUDY ON THE EXAMINATION OF VOLATILITY OF  
SOME SELECTED ECONOMIC VARIABLES USING ARCH MODELS****SERPİL TÜRKYILMAZ****Anadolu University  
Graduate School of Natural and Applied Science  
Statistics Program****Supervisor: Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN****2002, 156 pages**

**In traditional econometric modelling, error variance is supposed to be constant. However, most of economic time series exhibit unexpected volatility periods. Therefore, the assumption of a constant variance (homoskedasticity) is not valid. In these cases, ARCH models allow to deal with heteroskedasticity. With ARCH models, using the Maximum Likelihood Techniques, one can model the mean and the variance together. As is known, to determine whether or not errors are under the influence of the ARCH, Maximum Likelihood Techniques and the Lagrange Multiplier Test are used. In this study, the ARCH modelling was applied to some of Turkish financial statistics such as US\$ Exchange Selling Price, Interest Rates for Repurchase Agreement and Index of Istanbul Stock Exchange series.**

**Keywords: Volatility, Heteroskedasticity, Conditional Heteroskedasticity  
Models**

## TEŞEKKÜR

Çalışmamın gerçekleşmesinde sonsuz anlayış yardım ve ilgilerini esirgemeyen, her aşamada değerli katkılarıyla beni yönlendiren Sayın Hocam Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN'e (Anadolu Üniversitesi) en içten teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Bu çalışmada değerli katkılarıyla yardımlarını esirgemeyen Doç. Dr. Mustafa ÖZER (Anadolu Üniversitesi), Doç. Dr. Erkan IŞIĞIÇOK (Uludağ Üniversitesi) hocalarıma, jürime katılmak lütfunda bulunan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Emel ŞIKLAR (Anadolu Üniversitesi) ile Prof. Dr. Yaşar HOŞCAN'a (Anadolu Üniversitesi) ve emeği geçen diğer tüm değerli hocalarım ile arkadaşlarıma da sonsuz şükranlarımı sunarım.

Çalışmalarımın her aşamasında sağladığı huzurlu çalışma ortamı, gösterdiği destek ve anlayıştan dolayı sevgili eşim Öğr. Gör. Telat TÜRKYILMAZ'a (Anadolu Üniversitesi) teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. KONUYA İLİŞKİN TANIMLAR VE AÇIKLAMALAR.....	3
2.1. Zaman Serisi ve Zaman Serisi Çözümlemesi Tanımı.....	3
2.2. Zaman Serisi Özellikleri.....	3
2.2.1. Dört Bileşenden Meydana Gelme Özelliği.....	4
2.2.2. Bağımlılık Özelliği.....	4
2.2.3. Stokastik Süreç Olma Özelliği.....	4
2.3. Zaman Serisi Çözümlemesinde Durağanlık Kavramı.....	5
2.3.1. Tam Durağanlık (Strictly Stationary).....	5
2.3.2. Zayıf Durağanlık (Weak Stationary).....	6
2.3.3. Durağan Olmama.....	7
2.4. Durağanlığın Araştırılması.....	7
2.4.1. Kartezyen Grafik ve Otokorelasyon Fonksiyonunun İrdelenmesi....	7
2.4.2. Durağanlık Testleri.....	8
2.4.2.1 Dickey Fuller(DF) Birim Kök Testi.....	9
2.4.2.2 Geliştirilmiş Dickey-Fuller(ADF) Testi.....	10
2.4.2.3 Hegy Testi.....	11
2.5. Durağanlaştırma Yöntemleri.....	12
2.6. Değişen Varyanslılık, Otokorelasyon ve Oynaklık Kavramlarının	

Tanımları .....	14
2.6.1. Değişen Varyanslılık .....	14
2.6.2. Otokorelasyon .....	16
2.6.2.1 Genel Açıklamalar .....	16
2.6.2.2 Otokorelasyonun Araştırılmasında Kullanılan Testler .....	17
2.6.3. Oynaklık Kavramı .....	20
3. ZAMAN SERİSİ ÇÖZÜMLEMESİNDE KULLANILAN ORTALAMA MODELLERİ-ARIMA MODELLERİ .....	22
3.1. Doğrusal Durağan Stokastik Modeller –ARMA Modelleri .....	23
3.1.1. Otoregresif (AR) Modelleri .....	23
3.1.2. Hareketli Ortalama(MA) Modelleri .....	23
3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri .....	24
3.2. Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller-ARIMA Modelleri .....	25
3.3. Mevsimsel ARIMA Modelleri .....	26
3.4. Model Belirleme Sürecinde Kullanılan Araçlar .....	27
3.4.1. Ortalama .....	27
3.4.2. Varyans .....	28
3.4.3. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	28
3.5. ARIMA Modellerinde Model Belirleme Sürecinin Aşamaları .....	30
3.5.1. Geçici Uygun Model Grubunun Belirlenmesi .....	31
3.5.2. Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi .....	32
3.5.2.1 Durağan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi .....	32
3.5.2.2 Durağan Olmayan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi .....	33
3.5.2.3 Mevsimsel Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi .....	34
3.5.3. Belirlenen Geçici Uygun Modelin Parametrelerinin Tahmini .....	35
3.5.4. Geçici Uygun Modelin Uygunluğunun Testi .....	35
4. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS (ARCH) MODELLERİ .....	37
4.1. ARCH Modeli .....	39

4.1.1. ARCH Modelinin Teorik Yapısı .....	39
4.1.2. ARCH Modelinde Hata Sürecinin Özellikleri .....	41
4.1.3. ARCH Modelinde Hata Sürecinin Dağılımı .....	42
4.2. GARCH Modeli .....	43
4.3. GARCH-M Modeli .....	47
4.4. EGARCH Modeli .....	48
4.5. TARARCH Modeli .....	49
4.6. ARCH Türü Modellerde Çözümleme Sürecinin Aşamaları .....	50
4.6.1. Serinin Özelliklerinin Belirlenmesi .....	51
4.6.2. İncelenen Seri İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi .....	51
4.6.3. İncelenen Seride ARCH Etkilerinin Araştırılması .....	52
4.6.3.1 Tahmin Edilen ARIMA Modeli Hatalarının Doğrusallık Testi .....	52
4.6.3.2 Seçilen Uygun ARIMA Modeli Hataları İçin ARCH-LM Testi .....	53
4.6.3.3 ARCH Modeli Parametrelerinin Maksimum Olabilirlik Tahmini .....	56
4.6.3.4 İncelenen Seri İçin En Uygun ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi .....	58
4.6.3.5 Belirlenen Uygun Koşullu Varyans Modelinin Öngörü Hatalarının Normallik Testi .....	58
4.6.3.6 Varyans Öngörülerinin Değerlendirilmesi .....	59
4.7. Seçilen Uygun ARCH Modelinin Öngörü Amaçıyla Kullanılması .....	63
<b>5. İMKB-100 ENDEKSİ, REPO FAİZİ VE DOLAR KURU İKTİSADİ DEĞİŞKENLERİNİN OYNAKLIKLARININ ARCH MODELLERİ YARDIMIYLA ARAŞTIRILMASI .....</b>	<b>64</b>
5.1. Amaç .....	64
5.2. Serilerin Tanıtılması .....	65
5.3. İMKB-100 Endeksi Serisinde Oynaklığın Araştırılması .....	66
5.3.1. İMKB-100 Endeksi Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi .....	66
5.3.2. İMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin	



Belirlenmesi.....	68
5.3.3. IMKB-100 Endeksi Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması .....	73
5.3.3.1 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model	
Tipinin Hatalarının Doğrusallık Testi .....	74
5.3.3.2 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model	
Tipinin Hatalarının ARCH-LM Testi.....	75
5.3.4. Çözümlemede Kullanılacak ARCH Türü Model Tipinin	
Belirlenmesi.....	76
5.3.4.1 ARCH(p) Model Tipi .....	76
5.3.4.2 GARCH(p,q) Model Tipi .....	78
5.3.4.3 TARCH(p,q) Model Tipi.....	81
5.3.4.4 EGARCH(p,q) Model Tipi .....	90
5.3.4.5 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Tahmin Edilen Modellerden	
En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Belirlenmesi.....	92
5.3.4.6 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu	
Varyans Modelinin Değerlendirilmesi .....	94
5.3.4.7 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu	
Varyans Modelinin Hatalarının Normallik Testi .....	101
5.3.4.8 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Öngörü Amacıyla	
Kullanılacak Ortalama Modeli.....	102
5.4. Repo Faizi Serisinde Oynaklığın Araştırılması.....	102
5.4.1. Repo Faizi Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi .....	102
5.4.2. Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin	
Belirlenmesi.....	105
5.4.3. Repo Faizi Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması.....	107
5.4.3.1 Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin	
Hatalarının Doğrusallık Testi.....	108
5.4.3.2 Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin	
Hatalarının ARCH-LM Testi .....	109
5.4.4. Çözümlemede Kullanılacak ARCH Türü Model Tipinin	
Belirlenmesi.....	110
5.4.4.1 ARCH(p) Model Tipi .....	110

5.4.4.2 GARCH(p,q) Model Tipi .....	112
5.4.4.3 TARARCH(p,q) Model Tipi .....	115
5.4.4.4 EGARCH(p,q) Model Tipi .....	118
5.4.4.5 Repo Faizi Serisi İçin Tahmin Edilen Modellerden En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Belirlenmesi .....	123
5.4.4.6 Repo Faizi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Değerlendirilmesi .....	125
5.4.4.7 Repo Faizi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Hatalarının Normallik Testi .....	132
5.4.4.8 Repo Faizi Serisi İçin Öngörü Amacıyla Kullanılacak Ortalama Modeli .....	133
5.5. Dolar Kuru Serisinde Oynaklığın Araştırılması .....	133
5.5.1. Dolar Kuru Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi.....	133
5.5.2. Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi.....	135
5.5.3. Dolar Kuru Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması.....	139
5.5.3.1 Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının Doğrusallık Testi.....	140
5.5.3.2 Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının ARCH-LM Testi .....	141
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	143
7. KAYNAKLAR DİZİNİ.....	145
8. EKLER .....	151

## ŞEKİLLER DİZİNİ

2.1 Sabit Varyanslılık Durumu .....	15
2.2 Değişen Varyanslılık Durumu .....	15
2.3 İç İlişkili Seri Durumları .....	17
2.4 Seride Otokorelasyon Durumu .....	19
2.5 Düşük ve Yüksek Oynaklık Durumları .....	21
3.1 Model Belirleme Aşamaları .....	31
4.1 Eviews Programının Varyans Öngörüsü Dialog Kutusu .....	60
4.2 Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü .....	61
4.3 Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü .....	62
5.1 IMKB-100 Hisse Senetleri Kapanış Fiyat Endeksleri .....	67
5.2 IMKB-100 Endeksi Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu .....	68
5.3 $\nabla \log$ IMKB-100 Serisinin Grafiği .....	69
5.4 $\nabla \log$ IMKB-100 Serisinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	70
5.5 ARIMA(1,1,1) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	73
5.6 TARARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hataları Serisinin Kartezyen Grafiği .....	94
5.7 TARARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	96
5.8 TARARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Karelerinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	97
5.9 TARARCH(1,1) Modelinin Koşullu Standart Sapması .....	98
5.10 TARARCH(1,1) Modelinin Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü .....	99
5.11 TARARCH(1,1) Modelinin Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü .....	100

## ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

5.12 TARÇH(1,1) Modelinin Hatalarının Normallik Testi	
Sonuçları .....	101
5.13 Repo Faizi Serisinin Kartezyen Grafiği .....	103
5.14 Ortalama Basit Repo Faizi Serisinin Otokorelasyon ve Kısmi	
Otokorelasyon Fonksiyonu .....	104
5.15 ARMA(2,0) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve	
Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	107
5.16 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü	
Hataları Serisinin Kartezyen Grafiği .....	125
5.17 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü	
Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon	
Fonksiyonu .....	127
5.18 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü	
Hatalarının Karelerinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon	
Fonksiyonu .....	128
5.19 EGARCH(1,1) Modelinin Koşullu Standart Sapması .....	129
5.20 EGARCH(1,1) Modelinin Statik Yöntemle Varyans	
Öngörüsü .....	130
5.21 EGARCH(1,1) Modelinin Dinamik Yöntemle Varyans	
Öngörüsü .....	131
5.22 EGARCH(1,1) Modelinin Hatalarının Normallik Testi .....	132
5.23 Dolar Kur Fiyatı Serisinin Kartezyen Grafiği .....	134
5.24 Dolar Kur Fiyatı Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu .....	135
5.25 $\nabla \log$ Dolar Serisinin Grafiği .....	136
5.26 $\nabla \log$ Dolar Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu .....	137
5.27 ARIMA(1,1,1) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve	
Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	139

## ÇİZELGELER DİZİNİ

3.1 Durağan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri .....	33
3.2 Durağan Olmayan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri .....	34
5.1 IMKB-100 Endeksi Serisinin Birinci Dereceden Farklar Serisi İçin ADF Testi .....	70
5.2 ARIMA (1,1,1) Modeline İlişkin Çözümleme Sonuçları .....	71
5.3 ARIMA(1,1,1) Hatalar Serisine Uygulanan Doğrusal ve Kareli Trend Modellerinin MAPE ve MSD İstatistikleri .....	74
5.4 ARCH-LM Testi Sonuçları .....	75
5.5 ARCH(1) Modeli Sonuçları .....	76
5.6 ARCH(1)-M Modeli Sonuçları .....	77
5.7 GARCH(1,1) Modeli Sonuçları .....	79
5.8 GARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları .....	80
5.9 TARARCH(1,1) Modeli Sonuçları .....	81
5.10 TARARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları .....	82
5.11 TARARCH(1,3) Modeli Sonuçları .....	84
5.12 TARARCH(1,3)-M Modeli Sonuçları .....	85
5.13 TARARCH(3,3) Modeli Sonuçları .....	86
5.14 TARARCH(3,3)-M Sonuçları .....	88
5.15 EGARCH(1,1) Sonuçları .....	90
5.16 EGARCH(1, 1)-M Modeli Sonuçları .....	91
5.17 Uygulanan Modellerin AIC, SWC ve Log Olabilirlik Kriterleri .....	93
5.18 ARCH-LM Testi Sonuçları .....	95
5.19 Repo Faizi Serisi İçin ADF Testi Sonuçları .....	104
5.20 ARMA (2,0) Modeline İlişkin Parametre Tahminleri .....	105
5.21 ARMA(2,0) Modeli Hatalarının Doğrusal Trend Modeli ve Kareli Trend Modeli için Doğruluk Kriterleri .....	108
5.22 ARCH-LM Testi Sonuçları .....	109

## ÇİZELGELER DİZİNİ (Devam)

5.23 ARCH(1) Modeli Sonuçları.....	110
5.24 ARCH(1)-M Modeli Sonuçları.....	111
5.25 GARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	112
5.26 GARCH(2,2) Modelinin Sonuçları.....	113
5.27 GARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları.....	114
5.28 GARCH(2,2) -M Modeli Sonuçları.....	115
5.29 TARARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	116
5.30 TARARCH(1,0) Modeli Sonuçları.....	116
5.31 TARARCH(1,0)-M Modeli Sonuçları.....	117
5.32 EGARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	118
5.33 EGARCH(1,0) Modeli Sonuçları.....	119
5.34 EGARCH(2,0) Modeli Sonuçları.....	119
5.35 EGARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları.....	120
5.36 EGARCH(1,0) Modeli Sonuçları.....	121
5.37 EGARCH(2,0)-M Modeli Sonuçları.....	122
5.38 Uygulanan Modellerin AIC, SWC ve Log Olabilirlik Kriterleri.....	124
5.39 ARCH-LM Testi Sonuçları.....	126
5.40 Dolar Kuru Serisinin Birinci Dereceden Farklar Serisi İçin ADF Testi.....	137
5.41 ARIMA (1,1,1) Modeline İlişkin Çözümleme Sonuçları.....	138
5.42 ARIMA(1,1,1) Hatalar Serisine Uygulanan Doğrusal ve Kareli Trend Modellerinin MAPE ve MSD İstatistikleri.....	140
5.43 ARCH-LM Testi Sonuçları.....	141

## 1. GİRİŞ

Son yirmi yılda politika yapıcıları ile finansal piyasalarda çalışan piyasa profesyonellerinin kaygı ile izledikleri en önemli gelişme finansal piyasalarda görülen oynaklıklardır. Başta hisse senedi olmak üzere, repo ve döviz piyasalarında oynaklığın artması, finansal piyasalarda istikrarı sağlama ve bu piyasalardaki oynaklığın ekonomi üzerindeki etkileri konusunda çeşitli kamu politikalarında düzenlemeler yapma konusunu da beraberinde getirmiştir. Kamu politikaları alanında bu gelişmeler yaşanırken, aynı zamanda tasarruf sahipleri, yatırımcılar ve diğer piyasa katılımcıları da oynaklıklar karşısında kendilerine göre çeşitli zorluk derecelerinde riskten korunma teknikleri geliştirmişlerdir.

Finansal piyasalarda oynaklığın artmasının yatırımcılar ve politika yapıcıları için önemli sonuçları vardır. Yatırımcılar artan oynaklığı artan getiriler ile bertaraf etmeye çalışabilirler veya yatırım kararlarını artan oynaklığa göre değiştirebilirler.

Politika yapıcılarına gelince; politika yapıcıları finansal piyasalarda artan oynaklığın bütün ekonomiye yayılmasından ve reel ekonomiye zarar vermesinden korkarlar. Ayrıca finansal piyasalarda artan oynaklık, finansal kurumların güvenilirliğini ve finansal piyasaların düzenli işlemlerini de kesintiye uğratabilir. Bu noktada yanıt aranması gereken sorular şunlardır,

- Hisse senedi, repo faizleri ve döviz kurları getirilerinde son yıllarda artan bir oynaklık söz konusu mudur?
- Eğer sorunun yanıtı evet ise, bu oynaklığın yapısı nedir?
- Oynaklığın büyüklüğü nedir?
- Bu oynaklık farklı piyasalarda süreklilik arz etmekte midir?

Bunlar arasında özellikle faiz oranlarındaki oynaklığın artmasını aşağıdaki olası sonuçları nedeniyle, modellemek önemlidir. Her şeyden önce faiz oranlarındaki oynaklığın artması, ekonomiye zarar verir ve finansal sistemin işleyişini büyük ölçüde aksatır. Bu öncelikle yatırım harcamalarındaki azalmayla kendini gösterir. Çünkü artan faiz oranı oynaklığı, elde bono ve diğer borç araçlarını tutma riskini artırır. Böylece yatırımcılar yatırımlarını daha düşük riske

sahip araçlara kaydırırlar. Bu da firmalar açısından yatırımların maliyetini arttıracığı için yatırım harcamalarının azalmasına ve ekonomik büyümenin düşmesine neden olur. Faiz oranlarındaki oynaklık, aynı zamanda para politikası üzerinde de doğrudan etkiye sahiptir. Eğer faiz oranlarındaki oynaklığın artması nedeniyle yatırımcılar portföylerini değiştirirlerse, bu para talebini etkiler. Oysa para talebiyle ekonomik faaliyetler arasındaki istikrarlı ilişki üzerinde inşa edilen para politikası uygulaması daha karmaşık hale gelir.

Faiz oranlarındaki oynaklığın artması, finansal sistemi zayıflatır. Özellikle artan oynaklık periyodik olarak likidite krizlerine yol açabilir. Buna göre çalışmamızın amacı; Dolar Kuru, Repo Faizi ve IMKB-100 endeksi iktisadi değişkenlerin oynaklık gösterip göstermediklerinin, gösteriyorsa oynaklıklarının yapısının, büyüklüğünün ve sürekliliğinin incelenmesi olmuştur. Ayrıca bu iktisadi değişkenler için, eğer oynaklık söz konusu ise oynaklığının yapısını belirleyen en uygun koşullu varyans modelinin tahminlenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaçla çalışmamızın birinci bölümünde zaman serilerinde oynaklığın incelenmesinin önemi üzerinde durulmuş, ikinci bölümde zaman serisi çözümlemesinin teorik yapısı açıklanmıştır. Üçüncü bölümde zaman serisi çözümlemesinde kullanılan stokastik modeller tanıtılmış, dördüncü bölümde oynaklıkların modellenmesine izin veren simetrik ve asimetrik koşullu varyans modellerinin teknik özelliklerine yer verilmiştir. Çalışmamızın son bölümünde Dolar Kuru, Repo Faizi ve IMKB-100 endeksi değişkenlerinin oynaklıklarının ARCH modelleri yardımıyla incelenmesine ilişkin bir uygulama yapılmıştır.



## 2. KONUYA İLİŞKİN TANIMLAR VE AÇIKLAMALAR

Bu bölümde Zaman Serisi ve Zaman Serisi Çözümlemesi Tanımı, Zaman Serisinin Özellikleri, Zaman Serisi Çözümlemesinde Durağanlık Kavramı, Durağanlığın Araştırılması, Durağanlaştırma Yöntemleri ile Değişen Varyanslılık, Otokorelasyon ve Oynaklık Kavramları hakkında bilgi verilecektir.

### 2.1. Zaman Serisi ve Zaman Serisi Çözümlemesi Tanımı

Politika yapıcılar ve sosyal bilimciler sık sık zaman içinde değişen süreçlerle ilgilenmek durumunda kalırlar. Zaman aralıklarıyla ard arda elde edilen gözlem değerlerinden oluşan seriye "zaman serisi" adı verilir.

Gözlem değerlerinin elde edilmiş biçimine göre zaman serileri sürekli ve kesikli seriler şeklinde sınıflandırılmaktadır. Zaman içinde devamlı olarak eşit olmayan aralıklarda elde edilen gözlem değerlerinin ard arda sıralanması suretiyle oluşan serilere sürekli zaman serisi adı verilir. Eğer gözlem değerleri belirli bir zaman değişkeninin şıkları(gün, ay, mevsim, yıl) itibariyle elde ediliyorsa, böyle serilere kesikli zaman serileri denir. Bu durumda zaman serisi tanımı: Bir süreçte eşit aralıklı zaman noktalarında elde edilen  $n$  sayıdaki  $y_1, y_2, \dots, y_n$  gözlem değerinin ard arda sıralanmasıyla oluşturulan seridir, şeklinde tanımlanmaktadır. Uygulamada üzerinde en çok çalışılan zaman serileri kesikli zaman serileri olduğundan zaman serisi tanımı olarak kesikli zaman serisi tanımı benimsenmektedir. Gözlemlerin sürekli yapıldığı hallerde bile, belirlenen zaman aralıkları için gözlem değerlerinin ya toplamı alınarak, ya da örnekleme yoluyla sürekli seriler kesikli hale dönüştürülmektedir(Box ve Jenkins 1976).

Bu çalışmada zaman serisi, kesikli zaman serisi anlamında kullanılacaktır.

### 2.2. Zaman Serisi Özellikleri

Zaman serileri bazı özelliklere sahiptirler. Söz konusu özellikler aşağıda açıklanmıştır.

### 2.2.1. Dört Bileşenden Meydana Gelme Özelliği

Zamana bağlı bir değişkenin zaman içerisinde aldığı değerlerin eğiliminde gözlenen bazı dalgalanmalar ekonomik, sosyal, psikolojik gibi çeşitli sebeplerin bu değişken üzerindeki tesir yön ve şiddetinin farklı olmasından ileri gelir. Dört başlık altında toplanan bu dalgalanmalar (bileşenler) trend, mevsimsel dalgalanmalar, konjonktürel(döngüsel) dalgalanmalar ve rassal dalgalanmalar olarak sayılabilir.

Bir zaman serisinin en önemli özelliği seriyi oluşturan gözlem değerlerinin ve bu değerlerdeki değişmelerin rassal dalgalanmaların yanında trend, mevsimsel dalgalanma ve konjonktürel dalgalanmaların etkisinde, bunların değişen kombinasyondaki müşterek bir neticesi niteliğinde olmasıdır. Bu özellik nedeniyle zaman serisi çözümlemesi tanımı, bir serinin rassal dalgalanmaların yanında diğer bileşenlerden hangilerinin etkisi altında olduğunun belirlenmesi çalışmalarıdır, şeklinde yapılmaktadır.

### 2.2.2. Bağımlılık Özelliği

Gözlem değerlerinin birbirine bağımlı olması zaman serilerinin bir başka özelliğidir. Bu bağımlılığa otokorelasyon (iç bağımlılık) adı verilir. Zaman serilerinin çözümlenmesini, bağımsız gözlem değerlerinden oluşan serilerin çözümlenmesinden ayıran en önemli özellik otokorelasyon özelliğidir.

Bu özellik nedeniyle öngörü amacıyla çözümleme zaman serilerinin çözümlenmesinde en önemli amaç olmaktadır<sup>1</sup>.

### 2.2.3. Stokastik Süreç Olma Özelliği

İktisadi olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin gelecek dönemdeki seyrini açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, bu olayları açıklayacak bütün değişkenlerin yer alması her zaman mümkün değildir. Ayrıca böyle bir durum modelin uygulanabilir olmasını da güçleştirebilir.

Zamana bağlı olaylar rassal karakterdedir. Bu tip serilerin gelecek

---

<sup>1</sup> Diğer çözümleme amaçları hakkında bilgi için bkz., Chatfield, s.7-9.

dönemdeki seyrini bugünkü ve geçmiş dönem değerlerine dayanarak incelemek için değişik bir yaklaşım gereklidir. Buna deterministik olmayan stokastik veya istatistik yaklaşım denmektedir. Stokastik süreç olarak zaman serileri; bir rassal değişkenler  $\{y_t\}$  topluluğudur. Zamana göre ard arda sıralanan rassal değişkenler topluluğuna "stokastik süreç" adı verilir. Sıralı  $\{y_t\}$  rassal değişkenlerinin olasılık yapısı bir stokastik sürecin bileşik olasılık dağılımı ile açıklanır. Bu konudaki açıklama çok genel bir açıklamadır. Alışlagelmiş açıklama, bu değişkenin zamana bağlı olan birinci ve ikinci momentleriyle;

$$\text{Ortalama } \mu_t = E(y_t)$$

$$\text{Varyans } \sigma_t^2 = \text{Var}(y_t)$$

$$\text{Otokovaryans } r_{t_1, t_2} = \text{Cov}(y_{t_1}, y_{t_2})$$

biçiminde açıklanır (Özmen 1986).

Rassal değişkenle ilgili alışlagelmiş gösterim değişken sürekli olduğunda  $y(t)$  ve kesikli olduğunda  $y_t$  şeklindedir. Bu çalışmada kesikli süreçlerle ilgilenilecektir.

Zaman serileri çözümlenirken bu serilere bir stokastik süreç olarak bakılması, tanımlanması ve analiz için stokastik modeller kullanılması gereği ortaya çıkmaktadır. Bu da zaman serilerinin analiz edilmesinde göz önünde bulundurulacak önemli özelliklerden birisidir.

### 2.3. Zaman Serisi Çözümlemesinde Durağanlık Kavramı

Daha önce ifade edildiği gibi zaman serisi bir stokastik süreç, durağanlık ise stokastik süreçlerle ilgili önemli bir kavramdır. Stokastik süreç olarak bir zaman serisinin bütün özellikleri yani ortalaması, varyansı, kovaryansı ve daha yüksek dereceden momentleri zaman içinde değişmiyorsa seri durağan zaman serisi, bu durum ise durağanlık olarak adlandırılmaktadır (Maddala 1978).

Durağanlık incelenirken "Tam Durağanlık", "Zayıf Durağanlık" tanımlarına yer verilmektedir.

#### 2.3.1. Tam Durağanlık (Strictly Stationary)

Bir zaman serisinin bütün özelliklerinin zamana göre değişmezliği, bu serinin tam durağan olduğunu gösterir.

İlgilenilen zaman serisinin eğer  $t_1, t_2, \dots, t_n$  zaman noktalarındaki  $y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_n}$  gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılımı ile  $t_{1+k}, t_{2+k}, \dots, t_{n+k}$  zaman noktalarındaki  $y_{t_{1+k}}, y_{t_{2+k}}, \dots, y_{t_{n+k}}$  gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılımları değişmiyorsa, seri tam durağan seri, bu durum ise tam durağanlık olarak ifade edilir (Maddala 1978). Bu sürecin dağılımını belirten parametreler zamana değil, sadece  $k$  gecikmesine bağlıdır. Durağanlık bu dağılım fonksiyonu ile tanımlanmasına rağmen, uygulamada bunu gerçekleştirmek oldukça zordur. Bu nedenle durağanlığın momentler bağlamında tanımlanması tercih edilen bir tanımlama olmaktadır.

### 2.3.2. Zayıf Durağanlık (Weak Stationary)

İlgilenilen zaman serisinin bütün özellikleri değil, sadece birinci momenti zamana göre değişmiyorsa bu seri birinci dereceden durağan seri, bu duruma da birinci dereceden durağanlık adı verilir. Eğer zaman serisinin birinci momenti olan aritmetik ortalama ile ikinci momenti olan varyans ve kovaryans zamana göre değişmiyorsa bu seriye ikinci dereceden durağan seri, bu özellikteki durağanlığa da ikinci dereceden durağanlık veya zayıf durağanlık denir.

Zaman serileri çözümlemesinde genellikle serinin ilk iki momentiyle ilgilenildiği için, zayıf durağanlık varsayımı yeterli sayılmaktadır. Bu çalışmada durağanlık sözcüğüyle zayıf durağanlığı ifade etmiş olacağız. Ayrıca yukarıda sözü edilen kovaryans, zaman serisinin farklı gözlem değerleri arasındaki değişkenliğin bir ölçüsü olduğu için kovaryans yerine otokovaryans kavramını kullanmak uygun olacaktır (Maddala 1978).

Zayıf durağan bir  $\{y_t\}$  sürecinin ortalaması ve varyansı sabit ve otokovaryansı zamana değil gecikmeye bağlıdır. Bu durum

$$E[y_t] = E[y_{t+k}] = \mu \text{ bir sabit}$$

$$\text{Var}(y_t) = E[(y_t - \mu)^2] = \text{Var}(y_{t+k}) = \sigma^2 \text{ bir sabit}$$

$$\text{Otocov}[y_{t_1}, y_{t_2}] = \text{Otocov}[y_{t_1+k}, y_{t_2+k}] = \gamma_{t_1, t_2} = \gamma_k$$

şeklinde ifade edilir (Maddala 1978).

### 2.3.3. Durağan Olmama

Gerçek yaşamda özellikle ekonomik ve finansal yaşamda karşılaşılan zaman serilerinin çoğu durağan olmayan serilerdir. Bu serilerin gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının ileriye veya geriye kaydırılmasıyla oluşturulan kısmi serilerde değişikliğe uğrar. Serinin oluşturulan bölümleri arasında farklılıklar söz konusu olur. Böyle farklılıklara sahip bir serinin bileşik olasılık dağılım fonksiyonu için  $n$  tane ortalama,  $n$  tane varyans ve  $(n^2-n)/2$  tane kovaryans olmak üzere toplam  $(n^2-3n)/2$  tane parametre tahminlenmesi gerekir (Özmen 1986). Bu iş oldukça güç ve bazen olanaksızdır. Bu nedenle uygulamada sıkça karşılaşılan durağan olmayan seriler bir takım dönüşüm yöntemleriyle durağan hale getirilir, daha sonra çözümleme yapılır. Bu dönüşüm zorunludur. Çünkü zaman serisi çözümlemesi için geliştirilen ve kullanılan stokastik modeller durağan zaman serilerine uygulanabilmektedir.

### 2.4. Durağanlığın Araştırılması

Bu bölümde Kartezyen Grafik ve Otokorelasyon Fonksiyonunun İrdelenmesi ve bazı Durağanlık Testleri konuları ele alınacaktır.

#### 2.4.1. Kartezyen Grafik ve Otokorelasyon Fonksiyonunun İrdelenmesi

Bir serinin durağan olup olmadığının belirlenmesi için başvurulacak basit yol serinin kartezyen grafiğini incelemektir. Kartezyen grafikte gözlem değerlerinin genel serpilme eğilimi zaman ilerledikçe devamlı artma ya da devamlı azalma yönünde ise veya bu eğilim gözlem değerleri üzerinde rassal dalgalanmaların yanında öteki zaman serisi bileşenlerinin etkisinin olduğunu gösteriyorsa bu seri durağan olmayan seridir denir. Ancak bu belirleme yaklaşımı görsel yönlü olduğu için güvenilirliği zayıf bir yaklaşımdır.

Zaman serilerinin durağanlığının irdelenmesinde güvenilir bir araç serilerin otokorelasyon fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyon serinin farklı zaman aralıklarındaki gözlem değerleri arasındaki ilişkinin derecesini belirler. Bu amaçla kullanılan istatistik otokorelasyon katsayısıdır. Örnekleme için otokorelasyon katsayısı  $r_k$  ile gösterilir ve aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.1)$$

dir. Burada

$$\bar{y} = \sum_{t=1}^n y_t / n \quad (2.2)$$

dir(Johnston ve Dinardo 1997).  $k$  gecikmesinin simetrik bir fonksiyonu olan otokorelasyon fonksiyonu(ACF)  $\pm 1$  değerleri arasında değerler alır.

Rassal bir serinin  $k=0, 1, 2, \dots$  gecikme değerleri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının örnekleme dağılımının ortalaması sıfır, standart hatası yaklaşık olarak  $1/\sqrt{n}$ 'dir. Otokorelasyon katsayılarının örnekleme dağılımı hakkında ortaya konan bu bilgiler zaman serisinin rassal bir seri olup olmadığını ortaya koymada yardımcı olabileceği gibi, otokorelasyon katsayılarının hangi  $k$  gecikmesine kadar istatistiksel olarak anlamlı olduğuna karar vermede yardımcı olur.

Eğer çeşitli  $k$  gecikmeleri için hesaplanan örneklem otokorelasyon katsayılarının değerleri  $0 \mp Z_{\alpha/2} / \sqrt{n}$  güven sınırları içinde ise  $r_k$  değerlerinin istatistiksel olarak sıfır ve serinin rassal seri olduğuna karar verilir.

Eğer incelenen zaman serisi durağan ise, bu seri için hesaplanan  $r_k$  katsayılarının değerleri  $k > 2$  için istatistiksel olarak sıfır veya  $0 \mp Z_{\alpha/2} / \sqrt{n}$  güven sınırları içinde kalır. Otokorelasyon fonksiyonu  $k > 2$  gecikmelerde  $0 \mp Z_{\alpha/2} / \sqrt{n}$  güven sınırları dışında değerler alıyorsa, bu gecikmelerdeki otokorelasyon katsayıları istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu nedenle de seri durağan olmayan seridir.

#### 2.4.2. Durağanlık Testleri

Durağanlığın araştırılması amacıyla çeşitli testler geliştirilmiştir. Burada bu testlerden önemli üçü hakkında açıklamalar yapılmıştır.

### 2.4.2.1 Dickey Fuller(DF) Birim Kök Testi

Bu test zaman serilerinde durağanlığın araştırılması amacıyla Dickey ve Fuller(1979) tarafından geliştirilmiştir. Birim kök testi bir zaman serisinin otoregresif bir süreç tarafından türetilmiş olduğu varsayımına dayanır.

Dickey –Fuller (DF) testi ile ilgili açıklamalar için en basit otoregresif model biçimi olan

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad u_t \sim \text{iid} (0, \sigma^2) \text{(Independent, Identically Distributed)} \quad (2.3)$$

süreci ele alınmakta ve  $\rho$  parametresine ilişkin olarak,

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_1: \rho \neq 1$$

hipotezleri test edilmektedir(Işığışok 1994).

Buna göre;  $y_t = \rho y_{t-1} + u_t$  eşitliği en küçük kareler tekniği ile tahminlendiğinde  $\rho = 1$  bulunursa,  $\{y_t\}$  serisinin birim köke sahip olduğu söylenebilir. Aynı test bir başka ifadeyle (2.3) nolu eşitliğin her iki tarafından  $y_{t-1}$  çıkartılarak elde edilen

$$\nabla y_t = r y_{t-1} + u_t \quad (2.4)$$

eşitliği ve

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

hipotezinin test edilmesi ile yapılır. Bu testte bir kuru gürültü modeli test edilmektedir(Johnston ve Dinardo 1997, Dickey ve Fuller 1979). Burada  $r = \rho - 1 = 0$ 'dır. Sıfır hipotezi kabul edilirse  $\{y_t\}$  serisi birim köke sahiptir ve bir kuru gürültü serisidir. Eşitlik (2.3) ve eşitlik (2.4) En Küçük Kareler Tekniği ile tahminlenir. Daha sonra  $r$ (veya  $\rho$ ) için  $t$  istatistiği hesaplanır. Fakat durağansızlığın varlığında hesaplanan istatistik bir  $t$  dağılımı göstermez, bir Dickey-Fuller dağılımı gösterir. Bu dağılımla ilgili kritik değerler farklı örneklem

hacimleri için Monte Carlo benzetimi ile hesaplanmaktadır.

Dickey ve Fuller durağanlığın araştırılmasında yukarıdaki eşitliklerin yanında

$$\nabla y_t = \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + u_t \quad (2.5)$$

ve

$$\nabla y_t = \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 t + u_t \quad (2.6)$$

eşitliklerini de incelemiştir.

2.5 ve 2.6 nolu eşitliklerde  $\rho_0$  ve  $\rho_2 t$  deterministik terimlerdir. Eşitlik (2.6)'da hem sabit terim hem de zamana bağlı doğrusal trende yer verilmiştir. Bu eşitlik ile serinin trend durağanlığı anlamına gelen bir deterministik trend veya serinin fark durağanlığı anlamına gelen bir stokastik trende sahip olup olmadığı test edilebilir. Eşitlik (2.5) ve (2.6) kullanıldığında deterministik bileşenlerin kritik test değerini etkilediği unutulmamalıdır(Johnston ve Dinardo 1997).

#### 2.4.2.2 Geliştirilmiş Dickey-Fuller(ADF) Testi

$y_t$  bir AR(p) sürecine uygun ve AR(1) DF modeli kullanılırsa bu uygulama hata terimlerinde otokorelasyona neden olur. Bu da DF dağılımlarının daha fazla geçerli olamayacağını gösterir. Çünkü bu dağılımlar hata terimlerinin kuru gürültü olduğu varsayımına dayanır.

Dickey- Fuller testi  $\nabla y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \rho y_{t-1} + u_t$  regresyonu için de uygulanabilir. Burada  $t$  zaman ya da trend değişkenidir. Bu eşitlikteki hata terimi otokorelasyonlu ise denklem aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir(Gujarati 1995).

$$\nabla y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \rho y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m \nabla y_{t-i} + u_t \quad (2.7)$$

Bu modele göre test edilecek hipotezler,

$$H_0: \rho = 1, \beta_1 = 0, \beta_2 = 0$$

$$H_1: \rho \neq 1, \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0$$



şeklinde kurulur. Tanımlanan sıfır hipotezi "birim kök olduğunu, y'nin durağan olmadığını" ifade eder. Test bu şekilde uygulandığı zaman Geliştirilmiş Dickey-Fuller (ADF) testi adını alır. Aynı kritik değerler bu test için de kullanılır.

### 2.4.2.3 Hegy Testi

Hegy testi mevsimsel birim kök testidir. Daha önce belirtilen DF ve ADF testlerinden hiç birisi mevsimsel köklerle ilgilenmez. Bu nedenle Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo(1990), Hegy olarak adlandırılan, tüm mevsimsel frekanslardaki birim köklerin varlığını belirleyen bir test sürecini geliştirmişlerdir.

Hegy testinde;

$$(1-L^4)y_t = \varepsilon_t$$

süreci ele alınır. Burada  $(1-L^4)$ ;

$$\begin{aligned} (1-L^4) &= (1-L)(1+L+L^2+L^3) \\ &= (1-L)(1+L)(1+L^2) \\ &= (1-L)(1+L)(1-iL)(1+iL) \end{aligned}$$

şeklinde olup, 0,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  ve  $\frac{3}{4}$  frekansları ile ilişkili +1, -1, +i ve -i köklerini gösterir. Burada +1 kökü mevsimsel olmayan birim kökü diğerleri ise mevsimsel kökleri gösterir(Hylleberg ve ark. 1990). Test sürecinin aşamaları aşağıda verilmiştir.

i)  $y_t$  orjinal seriyi göstermek üzere

$$\begin{aligned} y_{1t} &= (1+L)(1+L^2)y_t \\ &= (1+L+L^2+L^3)y_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{2t} &= -(1-L)(1+L^2)y_t \\ &= -(1-L+L^2-L^3)y_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{3t} &= -(1-L)(1+L)y_t \\ &= -(1-L^2)y_t \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} y_{4t} &= (1-L^4)y_t \\ &= \nabla_4 y_t \end{aligned}$$

hesaplanır.

$$\text{ii) } y_{4t} = \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \varepsilon$$

denklemini Olağan En Küçük Kareler Tekniği ile tahmin edilir.  $\pi_1$ 'in sıfır olması sıfır frekansında bir birim kökün varlığı anlamına gelen +1 kökünün varlığını gösterir.  $\pi_2$ 'nine sıfır olması, -1 kökünün varlığını ayrıca bileşik bir test olan  $\pi_3=\pi_4=0$  olması da kompleks köklerin varlığını gösterir. Buna göre eğer  $\pi_2$  veya  $\pi_3$  ya da  $\pi_4$  sıfırdan farklı ise mevsimsel birim kök yoktur;  $\pi$  lerin herbiri sıfırdan farklı ise seri birim köke sahip değildir, durağandır(Hylleberg ve ark. 1990).

## 2.5. Durağanlaştırma Yöntemleri

İktisadi zaman serileri genellikle durağan değildirler ve çözümleme sürecinde bu serilerin durağan hale getirilmeleri gerekir. Bunun için çeşitli dönüşüm işlemlerine başvurulur. Söz konusu dönüşümler;

- 1) Logaritma alma,
- 2) Fark alma,
- 3) Filtreleme,
- 4) Trendden arındırma

şeklinde sayılabilir. İktisadi zaman serileri gerçek değerleri üzerinde doğrusal değil genellikle logaritmik değerleri üzerinde doğrusaldır. Bu nedenle serilerin gerçek değerleri yerine logaritmik değerlerinin kullanılması önerilir. Sürecin ortalaması arttıkça gözlemlerin değişkenliğinin de arttığı gözlemlerdeki oransal değişmelerin ortalamadan bağımsız olduğu gözlenir. Bu gibi durumlarda logaritma almanın yararı vardır(Işığışık 1993).

Seriye durağan hale getirmek için kullanılan bir başka dönüşüm fark almadır. Fark alma dönüşümü seriyi ortalama durağan, logaritmik dönüşüm ise seriyi varyans durağan hale getirmektedir. Ortalama durağansızlık var ise öncelikle orjinal zaman serisinin logaritması alınır daha sonra birinci dereceden farkı alınır. Farklar serisinin otokorelasyon katsayıları tahmin edilir. Eğer otokorelasyon katsayıları birinci ve ikinci gecikmeden sonra hızlıca sıfıra yaklaşıyorsa veya  $\pm Z/\sqrt{n}$  güven sınırları içinde kalıyorsa bu katsayılar istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bu durum söz konusu serinin durağan olduğu anlamına gelir. Eğer meydana gelen farklar serisinin otokorelasyon katsayıları ilk iki gecikmeden sonra sıfıra yaklaşmıyorsa yani seri istatistiksel olarak anlamlı ise

seride durağanlığa ulaşamadığı anlaşılır. Durağanlığın sağlanması için birinci dereceden farklar serisinin tekrar farkının alınması gerekmektedir. Fark alma derecesini gösteren  $d$  durağan serilerde sıfır, birinci dereceden fark alınan serilerde 1, ikinci dereceden fark alınan serilerde 2 olur.

$y_t$  bir zaman serisini göstermek üzere birinci dereceden fark alma  $\nabla y_t = y_t - y_{t-1}$  şeklinde tanımlanır.  $\nabla$ ; fark alma operatörü,  $L$ ; gecikme operatörü (B (Backshift) de gecikme operatörü olarak kullanılmaktadır) olmak üzere fark alma dönüşümleri;

$$\nabla = 1 - L \quad (\text{birinci dereceden fark})$$

$$\nabla^2 = (1 - L)^2 \quad (\text{ikinci dereceden fark})$$

.....

$$\nabla^d = (1 - L)^d \quad (d. \text{ dereceden fark})$$

şeklinde ifade edilebilir (Işığışık 1993).

Bir serinin mevsimlik hareketlerden etkilenip etkilenmediği araştırılırken, aylık veriler kullanılıyorsa  $k = 12, 24, 36$  gecikmelerdeki ACF katsayılarının anlamlılığına bakılır. Çeyrek yıllık veriler kullanılıyorsa  $k = 4, 8, 12$  gecikmelerindeki otokorelasyon katsayılarının anlamlı olup olmadığına bakılır. Eğer bu gecikmelerde katsayılar istatistiksel olarak anlamlı değilse ( $\pm Z/\sqrt{n}$  sınırları arasında kalıyorsa) seri üzerinde mevsimlik dalgalanma unsurunun etkisi yoktur, eğer katsayılar anlamlı ise mevsimlik dalgalanma unsurunun etkisi vardır. Bu durumda da serinin mevsim etkisinden arındırılarak durağan hale getirilmesi gerekmektedir.

Mevsimsel serilerin durağan hale getirilmesi için mevsimsel fark ( $y_t - y_{t-s}$ ) ( $s$ ; mevsimlik dönem genişliği) esas alınır. Aylık zaman serilerinde dalga uzunluğu  $s = 12$ , çeyrek yıllık serilerde  $s = 4$  olduğu için  $s$  dereceden fark alınması durağanlığın sağlanması için uygun olabilir (Özmen 1986).

Durağanlığın sağlanması için yapılan dönüşümlerden birisi de serileri filtrelemedir. Fark alma dönüşümü aslında  $(1 - L)^d$  dir.  $L$  gecikme operatörüdür. Kullanılan bu filtrede  $d$  kaçınıcı dereceden fark alındığını göstermektedir. Genellikle  $d$ , 1 ya da 2 olmaktadır. Bahsedilen bu filtre de fark alma filtresidir. Marc Nerlove ise mevsimsel olarak ayarlanmış seriye uygulamak için  $(1 - kL)^p$  filtresini kullanmayı önermiştir. Böylece trendin ortadan kalkacağını savunmuştur. Ekonomik zaman serilerinde filtredeki  $k$  değerini  $k = 3/4$ ,  $p$  gecikme

değerini ise 1,2,3 olarak ele almıştır(Nerlove 1964).

Durağan olmayan bir seriyi fark alma yoluyla her zaman durağan seriye dönüştürmek söz konusu olmayabilir. Zaman serilerinde serinin ortalaması büyüdükçe gözlemlerin değişkenlikleri de artar. Bu gibi durumlarda serinin logaritmik değerlerini kullanmak daha yararlı olabilir. Ayrıca seriyi trend, konjonktürel dalgalanmalar ve düzensiz hareketlerden arındırmak için yararlanılabilecek bazı teknikler de söz konusudur. Bunlar Aylık Ortalamalar Tekniği, Trende Oranlama Tekniği ve Hareketli Ortalamalara Oranlama Tekniğidir.

## 2.6. Değişen Varyanslılık, Otokorelasyon ve Oynaklık Kavramlarının Tanımları

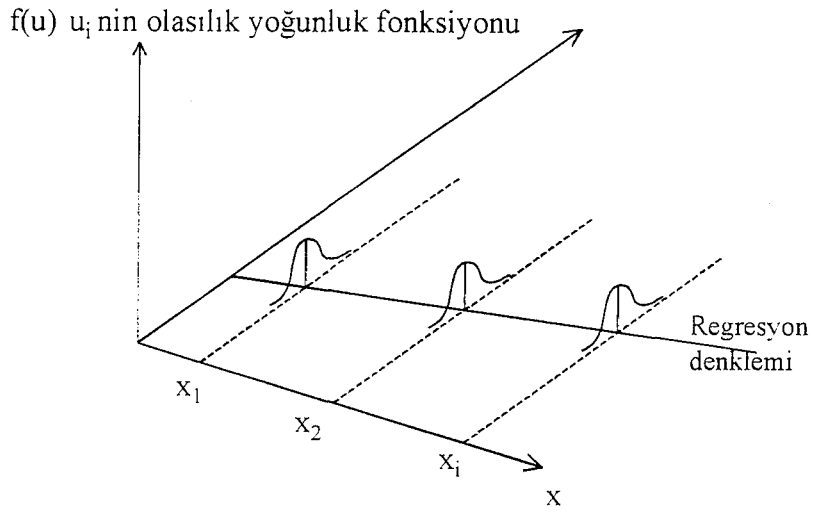
Bu bölümde kısaca değişen varyans durumu, otokorelasyon ve oynaklık kavramları ile ilgili bilgi verilecektir.

### 2.6.1. Değişen Varyanslılık

Klasik regresyon modeli varsayımlarından “Sabit Varyanslılık (Homoskedasticity) Varsayımı” ; verilen tüm gözlem değerleri ( $x_i$ ) için  $u_i$ 'nin koşullu varyanslarının aynı olduğudur(Koutsoyiannis 1973). Sembolik olarak;

$$\begin{aligned} \text{Var}(u_i | x_i) &= E(u_i - E(u_i) | x_i)^2 \\ &= E(u_i^2 | x_i) \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

şeklinde gösterilir. Yukarıdaki denklem her bir  $x_i$  için  $u_i$ 'nin varyansının  $\sigma^2$ 'ye eşit pozitif bir sabit sayı olduğunu göstermektedir. Bu duruma sabit varyanslılık (homoscedasticity) denir. Farklı bir ifade ile sabit varyanslılık;  $y$  değişkeninin değerlerinin, aynı varyansa sahip olan çeşitli  $x$  değerleri ile ilişkili olduğu anlamına gelir. Sabit varyanslılık durumu Şekil 2.1'deki gibi bir grafikte gösterilebilir.



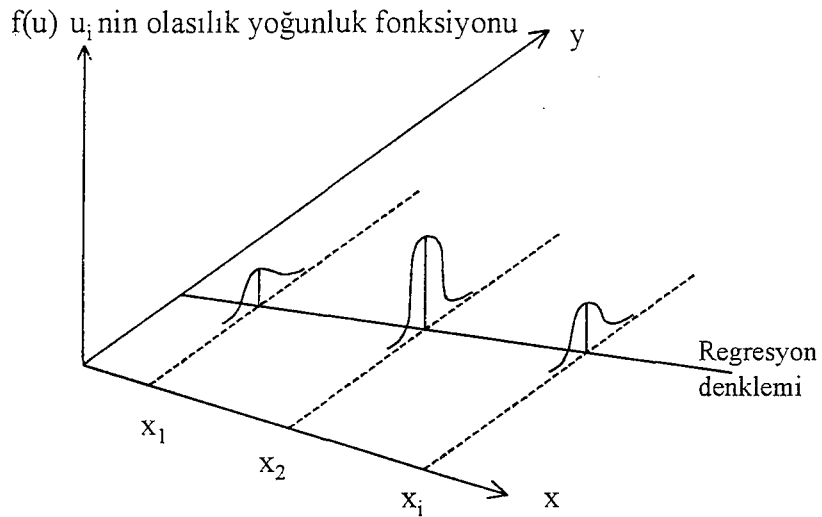
**Şekil 2.1** Sabit Varyanslılık Durumu

y'nin koşullu varyansının x değerlerine bağlı olarak değiştiği durum ise değişen varyanslılık (heteroscedasticity) olarak bilinir (Koutsoyiannis 1973). Bu ;

$$\text{Var}(u_i | x_i) = \sigma_i^2 \quad (2.9)$$

olarak yazılır.

Değişen varyanslılık durumunu gösteren grafik Şekil 2.2'de verilmiştir.



**Şekil 2.2** Değişen Varyanslılık Durumu

## 2.6.2. Otokorelasyon

Bu bölümde otokorelasyonla ilgili bilgi verilecek ve otokorelasyonun araştırılmasında kullanılacak testlere değinilecektir.

### 2.6.2.1 Genel Açıklamalar

Değişen varyanslılık ile birlikte ele alınan otokorelasyon (iç ilişki), korelasyonun özel bir durumudur ve aynı değişkenin ardışık değerleri arasındaki ilişkiyle ilgilidir. Klasik regresyon modeli bu tür otokorelasyonun  $u_i$  hata terimlerinde varolmadığını varsayar ve;

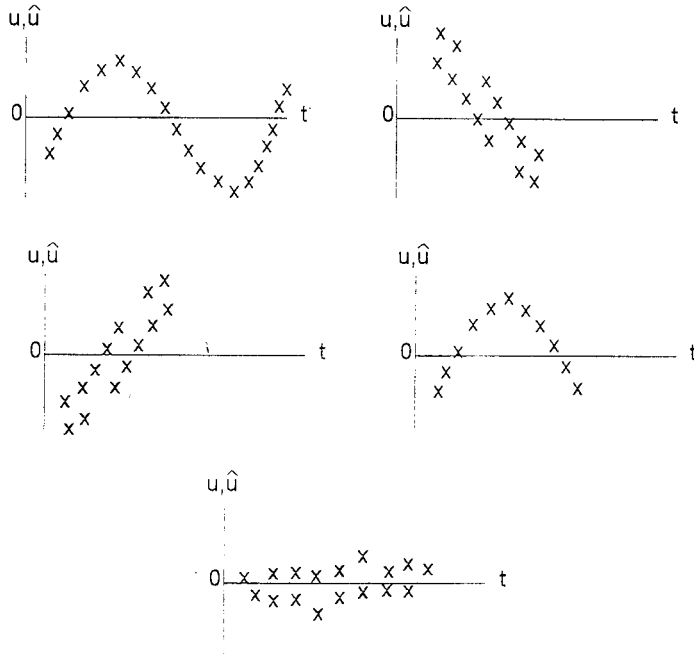
$$E(u_i u_j) = 0 \quad i \neq j$$

şeklinde gösterilmektedir. Geleneksel model herhangi bir gözlem değerine ait hata teriminin başka bir gözlem değerine ait hata teriminden etkilenmediğini varsaymaktadır. Fakat otokorelasyonun varolduğu durumlar da söz konusudur. Sembolik olarak otokorelasyonun varlığı;

$$E(u_i u_j) \neq 0 \quad i \neq j$$

şeklinde gösterilmektedir.

Ekonometrik araştırmalarda otokorelasyonun ortaya çıkarılmasında en yaygın olarak kullanılan yöntemlerden birisi hata terimlerinin değerlerini zaman eksenine göre işaretlemektir. Yani hata terimlerinin zaman üzerindeki serpilme diyagramına bakılabilir. Eğer hata terimlerinin değerleri ardışık dönemlerde düzenli bir yol izliyorsa (çevrimsel dalgalanma vb..) otokorelasyonun varlığından söz edilebilir. Şekil 2.3'de otokorelasyonun olduğu grafik örnekleri verilmiştir(Koutsoyiannis 1973).



Şekil 2.3 Otokorelasyonlu Seri Durumları

Bir seride otokorelasyonun ortaya çıkmasının çeşitli sebepleri söz konusudur.

- i. Dışlanmış açıklayıcı değişkenin varlığı,
- ii. Modelin matematiksel kalıbının yanlış kurulması,
- iii. İstatistik gözlemlerinde ara boşlukların doldurulması,
- iv. Gerçek rassal hata terimi  $u$ 'nun yanlış belirlenmesi

Bu durumda çözüm; korelasyonun sebebine bağlı olarak ele alınmaktadır.

Otokorelasyonun belirlenmesinde kullanılan testlerden bazıları Durbin-Watson Testi, Breusch-Godfrey Testi ve Box-Pierce Ljung Testi'dir.

### 2.6.2.2 Otokorelasyonun Araştırılmasında Kullanılan Testler

#### *Durbin-Watson Testi*

Durbin-Watson testi bir serideki otokorelasyonun kontrolü için en uygun olarak kullanılan testlerden birisidir. Durbin ve Watson adlı istatistikçiler tarafından geliştirildiği için Durbin-Watson  $d$  istatistiği olarak bilinir.

Durbin Watson testi, olağan en küçük kareler regresyon sürecinden elde edilen hatalara dayalı bir test istatistiğinin hesaplanmasını içerir. Test istatistiği;

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} \quad (2.10)$$

olarak hesaplanır (Durbin ve Watson 1951, Pindyck ve Rubinfeld 1991, Gujarati 1995, Johnston and Dinardo 1997, Koutsoyiannis 1973).

Durbin Watson istatistiğinin düşük olması pozitif otokorelasyonun varlığını gösterir.  $d$  istatistiği 0 ile 4 arasında değerler alır. 2'ye yakın bir değer birinci dereceden otokorelasyonun olmadığını göstergesidir.  $d$  istatistiği, eğer regresyon denklemini gecikmeli bir bağımlı değişkeni içeriyorsa kullanılamaz. Farklı yaklaşımlar yapılarak  $d=2(1-\hat{\rho})$  olduğunu göstermek mümkündür. Burada  $\hat{\rho}$ ,  $\rho$ 'nun bir tahmincisi olan birinci dereceden örneklem otokorelasyon katsayısını göstermek üzere,

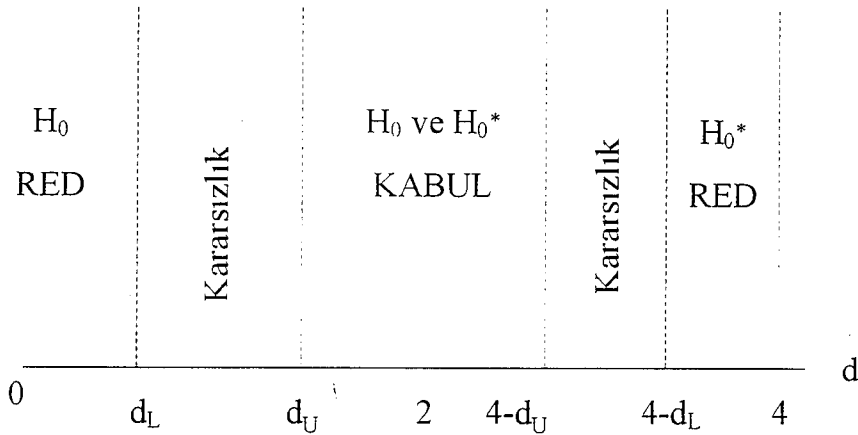
$$\hat{\rho} = \frac{\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_t^2} \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir (Gujarati 1995). Buna göre,  $d$  istatistiğinin 2'ye yakın olması otokorelasyonun olmadığını ( $\hat{\rho}=0$ ) gösterir.  $d$  istatistiği 2'den daha küçük değerler alıyorsa pozitif otokorelasyon, 2'den daha büyük değerler alıyorsa negatif otokorelasyon söz konusudur.

Test istatistiğinin değerlerini içeren tablolara göre, iki limit verilir. Bunlar genellikle  $d_L$  ve  $d_U$  olarak gösterilir. Eğer pozitif otokorelasyon olasılığı inceleniyorsa,  $d_L$ 'den daha küçük bir değer, otokorelasyon olmadığı sıfır hipotezinin reddedilmesini sağlar. Eğer  $d$  istatistiği  $d_U$ 'dan daha büyükse sıfır hipotezi kabul edilir.

$d_L$  ve  $d_U$  arasındaki alan yorumlamanın yapılamadığı alandır. Bu yorumlar Şekil 2.4'de gösterilmiştir (Koutsoyiannis 1973).





Şekil 2.4 Seride İç İlişki Durumu

Bu testte  $H_0$  hipotezleri

$H_0$ : Pozitif Otokorelasyon Yok

$H_0^*$ : Negatif Otokorelasyon Yok

gibi ifade edilir.

### **Breusch-Godfrey Testi**

Breusch-Godfrey testi daha yüksek dereceden otokorelasyon testidir.  $u_t$ 'nin aşağıdaki gibi bir otoregresif süreçten oluştuğu varsayalım.

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

Buna göre (2.12)'deki  $\varepsilon_t$  sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı rassal dağılım terimidir.

Test edilecek sıfır hipotezi  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$  (Herhangi bir dereceden otokorelasyon yoktur.) şeklindedir.

Breusch ve Godfrey bu sıfır hipotezinin aşağıdaki iki aşamada test edilebildiğini göstermişlerdir (Godfrey 1978).

1. Olağan En Küçük Kareler ile regresyon modeli tahmin edilir ve  $\hat{u}_t$ 'lar bulunur,

2.  $\hat{u}_t$  değerleri ile geçmiş dönem değerleri olan  $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \dots, \hat{u}_{t-p}$ 'ler arasındaki ilişki araştırılır. Bu regresyonla  $(n-p)$  adet gözleme sahip olunacaktır. Bu aşamadan sonra regresyonun  $R^2$  değeri elde edilir. Breusch ve Godfrey, örneklem hacminin büyük olduğu durumlarda  $(n-p)R^2$  değerinin  $p$  serbestlik dereceli  $\chi^2$  dağılımına yaklaştığını göstermiştir. Eğer uygulamada  $(n-p)R^2$  değeri seçilen anlam seviyesindeki kritik  $\chi^2$  değerinden büyükse sıfır hipotezi

reddedilir(Gujarati 1995).

### **Box-Pierce Ljung Testi**

Box-Pierce Q istatistiği, en küçük kareler hatalarının ilk p otokorelasyon katsayısının karelerine dayalı olarak

$$Q = n \sum_{j=1}^p r_j^2 \quad (2.13)$$

şeklinde hesaplanır. Burada

$$r_j = \frac{\sum_{t=j+1}^n e_t e_{t-j}}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (2.14)$$

olarak hesaplanır. Hatalar için otokorelasyonların sıfır olduğu hipotezi altında Q istatistiği büyük örneklerde p gecikme genişliğine eşit serbestlik derecesi ile  $\chi^2$  dağılır(Gujarati 1995).

Sınanacak hipotez, tüm otokorelasyonların sıfır olduğu, otokorelasyonun olmadığı şeklindedir. Eğer hesaplanan Q istatistiği, seçilmiş anlam seviyesindeki  $\chi^2$  tablo değerindeki Q kritik değerinden büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

Box-Pierce Q istatistiğinin farklı bir şekli Ljung-Box (LB) istatistiğidir. Bu istatistik;

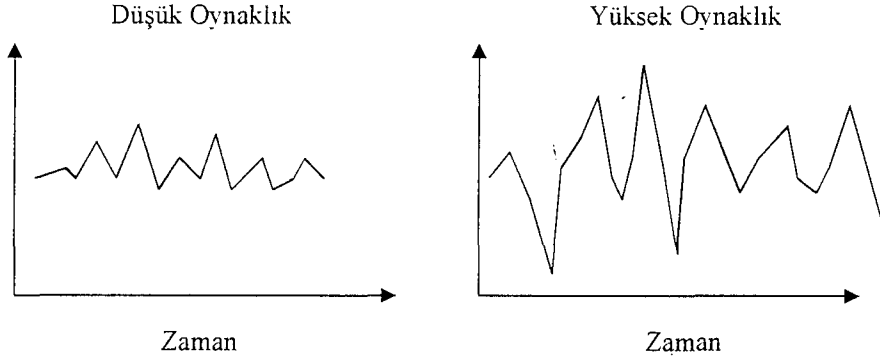
$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^p \left( \frac{r_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_p^2 \quad (2.15)$$

şeklinde hesaplanır. Büyük örneklerde Q ve LB istatistiği her ikisi de p serbestlik derecesiyle  $\chi^2$  dağılır ve yorumları aynıdır(Gujarati 1995).

### **2.6.3. Oynaklık Kavramı**

Oynaklık ise en temel istatistiksel risk ölçüsüdür. Oynaklık çok farklı şekillerde ifade edilirken finansmancılar için en yaygın olarak kullanılan tanımlama; "bir rassal değişkenin oynaklığı onun standart sapmasıdır" şeklindedir. Oynaklık, faiz oranları, stok fiyatları gibi finansal değişkenlerin rassal değişkenliğini ölçer.

Oynaklık tahminleri yakın zamanda gözlemlenen piyasa değeri denilen iniş çıkışlara dayalıdır. Bazı tahmin teknikleri oynaklığı bir değişken olarak almaktadır. Bu teknikler yakın zamandaki trende dayalı olarak gelecekteki oynaklığı öngörebilmektedirler.



**Şekil 2.5** Düşük ve Yüksek Oynaklık Durumları

Şekil 2.5'de görüldüğü gibi düşük oynaklık durumunda, seride gözlem değerlerinde birbirine yakın düşük düzeyde iniş-çıkışlar söz konusu iken yüksek oynaklık durumunda bu iniş-çıkışlar birbirinden farklı yüksektedir.

### 3. ZAMAN SERİSİ ÇÖZÜMLEMESİNDE KULLANILAN ORTALAMA MODELLERİ-ARIMA MODELLERİ

İktisadi olaylar zaman değişkeninin yanında çeşitli unsurların etkisi altında olduğundan bu tür olaylarla ilgili zaman serileri sadece zamanın deterministik bir fonksiyonu değildir. Söz konusu bu olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin gelecek dönemlerde göstereceği seyri tam olarak açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, olayı açıklayacak tüm değişkenlere yer vermek gerekir. Bu her zaman mümkün değildir. Modelde tüm değişkenlere yer vermek modeli karmaşıklaştırır ve uygulanabilirliğini güçleştirir.

Zamana bağlı olaylar rassal karakterde oldukları için söz konusu olaylarla ilgili serilerin gelecek dönemdeki seyrini, bugünkü ve geçmiş dönem değerlerine dayanarak incelemek için değişik bir yaklaşım gerekir. Buna deterministik olmayan stokastik veya istatistik yaklaşım denmektedir(Özmen 1986). Bu nedenle zaman serileri analiz edilirken bu serilere bir stokastik süreç olarak bakılması, tanımlanması ve analiz için stokastik modeller kullanılması gereği ortaya çıkmaktadır. Bu amaçla çalışmamızda deterministik modellere yer verilmeyecektir.

Uygulamada sıkça kullanılan stokastik modeller doğrusal stokastik modeller ARIMA modelleridir. Doğrusal stokastik modeller incelenen zaman serilerinin durağan olup olmamasına göre doğrusal durağan stokastik modeller ve doğrusal durağan olmayan stokastik modeller olarak sınıflandırılabilir. Otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelleri olarak bilinen durağan olmayan doğrusal stokastik modeller de zaman serilerinin mevsim unsurunu içerip içermemesine göre "mevsimsel ARIMA " ve "mevsimsel olmayan ARIMA" modelleri olarak sınıflandırılırlar. Bu modeller koşullu değişen varyans modeli belirleme sürecinde de uygulanacağı için bu bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

### 3.1. Doğrusal Durağan Stokastik Modeller –ARMA Modelleri

Doğrusal durağan stokastik modellere ilişkin model tipleri, otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modelleri olarak isimlendirilmektedir.

#### 3.1.1. Otoregresif (AR) Modelleri

Bir zaman serisinin herhangi bir dönemdeki gözlem değerini aynı serinin ondan önceki belirli sayıda geçmiş dönemin gözlem değerlerine ve hata terimine bağlı olarak açıklayan modelleridir. AR modelleri içerdikleri geçmiş dönem gözlem değeri sayısına göre isimlendirilirler.

$y_t$ , t zamanındaki gözlem değerlerini göstermek üzere örneğin AR modeli(Gujarati 1995, Maddala 1978, Greene 1997).

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t \quad (3.1)$$

olduğu gibi bir tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa birinci dereceden AR(1),

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + u_t \quad (3.2)$$

modelinde olduğu gibi iki tane geçmiş dönem gözlem değerine yer veriliyorsa ikinci dereceden AR modeli AR(2) modeli ve p tane geçmiş dönem gözlem değeri modelde yer alıyorsa p'inci dereceden AR modeli AR(p) modeli olarak isimlendirilir. AR(p) model tipinin genel yazılımı,

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t \quad (3.3)$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi p otoregresif model tipinin derecesini göstermektedir.

Bu modellerde  $u_t$  ortalaması 0 ve varyansı,  $\sigma_u^2$ , sabit olan ilişkisiz rassal hata terimidir.

#### 3.1.2. Hareketli Ortalama(MA) Modelleri

Hareketli ortalama modelleri, bir zaman serisinin herhangi bir dönemdeki gözlem değerinin aynı dönemdeki hata terimi ve belirli sayıdaki geçmiş dönem hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edildiği modellerdir(Özmen

1986).

MA modelleri içerdikleri geçmiş dönem hata terimi sayısına göre isimlendirilir.

$y_t$ 'nin modelinin

$$y_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} \quad (3.4)$$

olduğu durumda bir tane geçmiş dönem hata terimi içeriyorsa birinci dereceden MA(1) modeli,

$$y_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} \quad (3.5)$$

modelinde olduğu gibi iki tane geçmiş dönem hata terimine yer veriliyorsa ikinci dereceden MA modeli, MA(2) modeli ve  $q$  tane geçmiş dönem hata terimi modelde yer alıyorsa  $q$ . dereceden MA( $q$ ) modeli olarak isimlendirilir. MA( $q$ ) model tipinin genel yazılımı,

$$y_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (3.6)$$

şeklindedir(Gujarati 1995, Özmen 1986). Görüldüğü gibi  $q$  hareketli ortalama model tipinin derecesini göstermektedir. Bu modellerde  $u_t$  ortalaması 0 ve varyansı,  $\sigma_u^2$ , sabit olan ilişkisiz rassal hata terimidir. Bir hareketli ortalama modeli için, geçmiş dönem kuru gürültü hata terimlerinin basitçe doğrusal bir kombinasyonu olduğunu söyleyebiliriz.

### 3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri

Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri, AR ve MA modellerinin bir kombinasyonudur. Bir zaman serisinin herhangi bir döneme ait gözlem değeri, ondan önceki belirli sayıda gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edilir. ARMA modeli  $p$  terimli AR ve  $q$  terimli MA modelinin bir kombinasyonu ise  $p+q$  terim içerir ve ARMA( $p,q$ ) şeklinde yazılır.

ARMA ( $p,q$ ) modelinin genel gösterimi fark denklemi biçiminde(Gujarati 1995),

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_0 u_t - \theta_1 u_{t-1} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,  $y_t$ ,  $t$ 'inci döneme ait gözlem değeridir.  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q$  ve  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  ARMA( $p,q$ ) modelinin parametreleridir.

ARMA (p,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı  $p+q+2$  tanedir. p tanesi  $\phi$  parametreleri, q tanesi  $\theta$  parametreleri sayısı, bir tanesi  $\mu$  ve bir tanesi  $\sigma_u^2$ 'dur.

Uygulamada en sık karşılaşılan ARMA model türü ARMA(1,1)'dir. Bu model tipi aşağıdaki gibi yazılır.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t - \theta_1 u_{t-1} \quad (3.8)$$

İlgilenilen zaman serisi durağan olmadığında Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller olan ARIMA modelleri kullanılmaktadır.

### 3.2. Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller-ARIMA Modelleri

ARMA modelleri, ele alınan zaman serisinin durağan olduğu varsayımına dayanır. Kısaca bir zayıf durağan zaman serisi için ortalama, varyans ve kovaryans zaman içinde sabittir. Fakat uygulamada karşılaşılan ekonomik zaman serilerinin çoğu durağan değildir. İlgilenilen seri orijinal değerlerde durağan değilse ve durağanlığı bozan unsur trend unsuru ise, serinin uygun d dereceden ( $d=1, 2$  için) sıralı farkları alınır. Durağan olmayan ancak d dereceden fark alma işlemiyle durağan hale dönüştürülmüş serilere uygulanan modellere “entegre modeller” veya “durağan olmayan doğrusal stokastik modeller” adı verilir ve ARIMA(p,d,q) modelleri olarak isimlendirilir. Burada p, modelde yer alacak geçmiş dönem gözlem değeri sayısını, d fark alma derecesini ve q modelde yer alacak geçmiş dönem hata terimi sayısını gösterir.

Genel ARIMA (p, d, q) modelinin genel ifadesi(Özmen 1986),

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (3.9)$$

olur. Burada,

$\{w_t\}$  =farkı alınmış seridir.

d=Fark alma derecesidir.

$\nabla$ =Fark alma operatörü

ise  $\nabla^d y_t = w_t$  şeklinde yazmak mümkündür.

Eğer birinci farklar seriyi durağanlaştırırsa, fark operatörünün yazılımı;

$\nabla y_t = y_t - y_{t-1} = (1-L)y_t$  şeklinde olur.

Eğer seri d. farkı alındığında durağan hale geliyorsa fark operatörünün yazılımı;

$\nabla^d y_t = w_t = (1-L)^d y_t$  şeklinde olur (Leuthold ve ark. 1970).

Mevsimsel dalgalanma göstermeyen serilerin öngörü amacıyla çözümlenmesinde kullanılan genel ARIMA (p,d,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı ARMA (p,q) modelindeki parametre sayısı kadardır.

### 3.3. Mevsimsel ARIMA Modelleri

Aylık veya mevsimlik gözlem değerlerinden oluşan zaman serilerinin birbirini izleyen yılların aynı aylarında, dönemlerinde gözlenen bir maksimuma ve bir minimuma ulaşma eğilimi mevsim dalgalanmalarının etkisinin olduğunu gösterir. Sosyal ve doğal nedenler sonucu ortaya çıkan ve her yıl düzenli olarak tekrar eden devri ve periyodik özellikteki bu dalgalanmaları içeren serilere "mevsimsel zaman serileri" adı verilir. Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğu s ile gösterilir. Aylık gözlem değerlerinden meydana gelen serilerde genellikle s=12'dir. Ancak 6 aylık (s=6) periyoda sahip mevsimsel dalgalanmalara da rastlanabilir. Üçer aylık aralıklarda yapılan gözlem değerlerinden oluşan serilerde s=4'tür (Özmen 1986).

Zaman serilerinin durağanlığını bozan unsurlardan birisi de mevsimsellikdir. Gözlem değerlerinin s'inci dereceden mevsimsel farklarının alınması ile seri mevsim etkisinden arındırılmış olur.

Bir zaman serisinde rassal dalgalanmaların yanında hem trend hem de mevsimsel dalgalanmaların etkisi birlikte gözlenebilir. Böyle bir zaman serisinin gözlem değerleri arasında iki türlü ilişkiden bahsedilebilir.

- a) Birbirini izleyen gözlem değerleri arasındaki ilişki (Otokorelasyon)
- b) Birbirini izleyen yılların aynı aylarına ait gözlem değerleri arasındaki ilişki. (Mevsimsel ilişki)

Mevsimsel zaman serilerinin analizinde bu iki ilişki bir çarpım modeli olan ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub> modeli ile açıklanır. Mevsimsel ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub> modelinin genel ifadesi (Özmen 1986).

$$\phi_p(L)\phi_p(L^s)\nabla^d \nabla_s^D y_t = \theta_q(L)\Theta_\phi(L^s)u_t \quad (3.10)$$

gibidir. Burada;

$\phi$ : Mevsimsel otoregresyon parametresi



$\Theta$ : Mevsimsel hareketli ortalama parametresi

s: Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğu

D: Mevsimsel fark alma derecesi

p: Mevsimsel otoregresif model derecesi

q: Mevsimsel hareketli ortalama derecesi

$\phi_p(L^s)$  ve  $\theta_q(L^s)$ : p ve q dereceden L'nin polinomları

$\nabla_s^D$ : Mevsimsel fark alma operatörleri

$\nabla^d$ : d. dereceden fark alma operatörünü gösterir.

Mevsimsel bir modelin derecesi mevsimsel ve mevsimsel olmayan modellerin derecelerinin çarpımıdır. [(p,d,q)x(P,D,Q)]

Örneğin, derecesi (0,1,1)(0,1,1)<sub>12</sub> olan ARIMA modeli;

$\nabla \nabla_{12} y_t = (1 - \theta L)(1 - \theta L^{12}) u_t$  şeklinde, daha açık olarak

$$(y_t - y_{t-1}) - (y_{t-12} - y_{t-13}) = u_t - \theta u_{t-1} - \theta u_{t-12} - \theta u_{t-13} \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilebilir.

### 3.4. Model Belirleme Sürecinde Kullanılan Araçlar

Model belirleme sürecinde sıfır orijinine göre birinci moment (ortalama), ortalama orijinine göre ikinci moment (varyans), otokovaryans, otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu gibi araçlar kullanılmaktadır.

#### 3.4.1. Ortalama

Ortalama; serinin etrafında dalgalanma gösterdiği düzeyi ifade eder ve  $E(y_t) = E(y_{t-k}) = \mu$  ile gösterilir.  $\mu$ , incelenen zaman serisine dayanarak ;

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t = \mu \quad (3.12)$$

şeklinde tahminlenir.

### 3.4.2. Varyans

Serinin gözlem değerlerinin ortalama değerden sapmalarının ölçüsü olan varyans;

$$\sigma_y^2 = E(y_t - \mu)^2 \quad (3.13)$$

ile gösterilir. Varyansın incelenen zaman serisine göre tahmini de

$$s_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 = \hat{\sigma}_y^2 \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

### 3.4.3. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Bir zaman serisinin  $y_t$  ile  $y_{t-k}$  gibi belirli bir  $k$  zaman aralığıyla birbirinden ayırık iki değeri arasındaki ilişkiye “otokovaryans” bu ilişkinin derecesini ölçen ve  $\sqrt{k}$  ile gösterilen katsayıya da “otokovaryans katsayısı” denir. Bu katsayıları  $k$  gecikmesine bağlayan fonksiyona da “otokovaryans fonksiyonu” adı verilir. Otokovaryans fonksiyonu zaman serilerinin analizinde önemli bir araç olmasına rağmen farklı ölçü birimleriyle ifade edilmiş olabileceği veya terimleri farklı büyüklüklerde olan serilerin karşılaştırılmasında yanıltıcı olabileceği için yetersiz kalmaktadır. Otokovaryans fonksiyonunun bu yetersizliği hesaplanan  $\sqrt{k}$ 'ların standartlaştırılması yani  $\sigma_y^2$  değerine bölünmesi suretiyle giderilebilir. Standartlaştırılmış otokovaryans fonksiyonuna “otokorelasyon fonksiyonu” denir.

Otokorelasyon aynı değişkenin farklı zaman aralıklarıyla aldığı değerler arasındaki ilişkinin derecesini belirler. Zamana göre elde edilmiş gözlem kümesindeki gözlemler arasındaki ilişkinin ölçülmesinde kullanılan bu katsayıya “otokorelasyon katsayısı” denir ve  $\rho(k)$  ile gösterilir (Özmen 1986).

$k$  gecikmesi ( $k=0, 1, 2, \dots$ ) için hesaplanan  $\{\rho(k)\}$  değerlerini  $k$  gecikmelerine bağlayan fonksiyon olan otokorelasyon fonksiyonu anakütle için

$$\rho(k) = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]}{E[(y_t - \mu)^2]} = \frac{\sqrt{k}}{\sigma_y^2} \quad (3.15)$$

gibi yazılır.

İncelenen zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayısına "örneklem

otokorelasyon katsayısı" denir,  $r(k)$  ile gösterilir ve

$$r(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} [(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})]}{\sum_{t=1}^n [(y_t - \bar{y})^2]} \quad (3.16)$$

şeklinde yazılır.

Faydalı ve yeterli bir otokorelasyon fonksiyonunun belirlenebilmesi için, uygulamada gözlem sayısının en az 50 olması gerekir. Ayrıca hesaplanacak örneklem otokorelasyon katsayısının da en çok  $n-4$  kadar olması başarılı bir analiz için yeterli kabul edilebilir (Özmen 1986).

Otokorelasyon fonksiyonu bazı özelliklere sahiptir. Bu özellikler;

- i. Otokorelasyon fonksiyonu  $(k)$  gecikmesinin  $\rho(k)=\rho(-k)$  şeklinde simetrik bir fonksiyonudur. Ayrıca  $\gamma(k)=\text{cov}(y_t, y_{t+k})=\text{cov}(y_{t-k}, y_t)$  dir.
- ii. Otokorelasyon katsayıları  $\pm 1$  arasında değerler alır.
- iii. Aynı otokovaryans fonksiyonuna sahip yalnızca bir durağan normal süreç olmasına karşın aynı otokorelasyon fonksiyonuna sahip normal olmayan bir çok süreç mümkündür (Jenkins ve Watts 1968).

Kısmi otokorelasyon, diğer gecikmeli değişkenlerin etkisi sabit kalmak şartıyla bir  $x_t$  değişkeni ile bu değişkenden gecikmeli olarak türetilen  $y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+n}$  değişkeni arasındaki ilişki ile ilgilidir. Kısmi otokorelasyon katsayısı ise bu ilişkinin derecesini belirleyen istatistiksel bir ölçüdür. Otokorelasyon katsayısında olduğu gibi kısmi otokorelasyon katsayısı da  $\pm 1$  arasında değer alır ve otokorelasyon katsayısı gibi yorumlanır. Gecikmeli olarak hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayıları  $k=1,2,3,\dots$  değerleri için  $\phi_{11}, \phi_{22}, \dots, \phi_{kk}$  Yule-Walker denklem sistemiyle tahmin edilir. Bu denklem sistemi aşağıdaki gibi yazılır (Özmen 1986).

$$P_j = \phi_{k1}P_{j-1} + \dots + \phi_{k(k-1)}P_{j-k+1} + \phi_{kk}P_{j-k} \quad , j=1,2,\dots,k \quad (3.17)$$

Uygulamada (3.17) nolu denklemler sisteminden yararlanılarak kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmin edilebilmesi için, denklemlerdeki genellikle bilinmeyen  $P_j$ 'lerin yerine onların tahmin değerleri olan  $r_j$ 'ler konulur.  $P_j$  yerine  $r_j$  konulunca (3.17) nolu denklemler sistemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\Gamma_j = \phi_{k1}\Gamma_{j-1} + \dots + \phi_{k(k-1)}\Gamma_{j-k+1} + \phi_{kk}\Gamma_{j-k} \quad j=1,2,\dots,k \quad (3.18)$$

Bu duruma göre kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmini (3.18) nolu denklemler sisteminin aşamalı olarak  $\phi_{kk}$  için çözümü yapılarak elde edilir (Özmen 1986).

Kısmi otokorelasyon katsayısı AR modellerinin derecesinin belirlenmesinde kullanıldığından AR modelleri için büyük önem taşır. AR modelleri derecesini belirleyebilmek için hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayılarının hangi gecikmeden sonra 0'dan istatistiksel olarak farklı olmayan değerler aldığına karar vermek gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayısının standart hatası verilecek karar için bir ölçüdür. Söz konusu katsayı uygun model tipinin belirlenmesinde yardımcıdır.

Model belirleme aşamasında yardımcı araç olarak kullanılan korelogram; otokorelasyon katsayıları ile k gecikme değerlerinin ( $k=0, 1, 2, \dots$ ) karşılıklı işaretlenmesiyle elde edilen grafiklerdir. Uygulamada anakütleyle ilişkin  $\{\rho(k)\}$  otokorelasyon katsayıları bilinmediği için korelogram,  $\{\rho(k)\}$ 'ların tahmini olan  $r(k)$ 'lar kullanılarak çizilir. Eğer korelogramın çiziminde örneklem otokorelasyon katsayıları kullanılırsa, bu grafiğe "örneklem korelogramı" adı verilir.  $r(k)$ 'ların sıfırdan anlamlı olarak farklı olup olmadıklarının saptanmasında, zaman serisinin etkisi altında kaldığı unsurların belirlenmesinde ve ilgilenilen zaman serisi için uygun olabilecek bir modelin belirlenmesinde "korelogram" dan yararlanır.

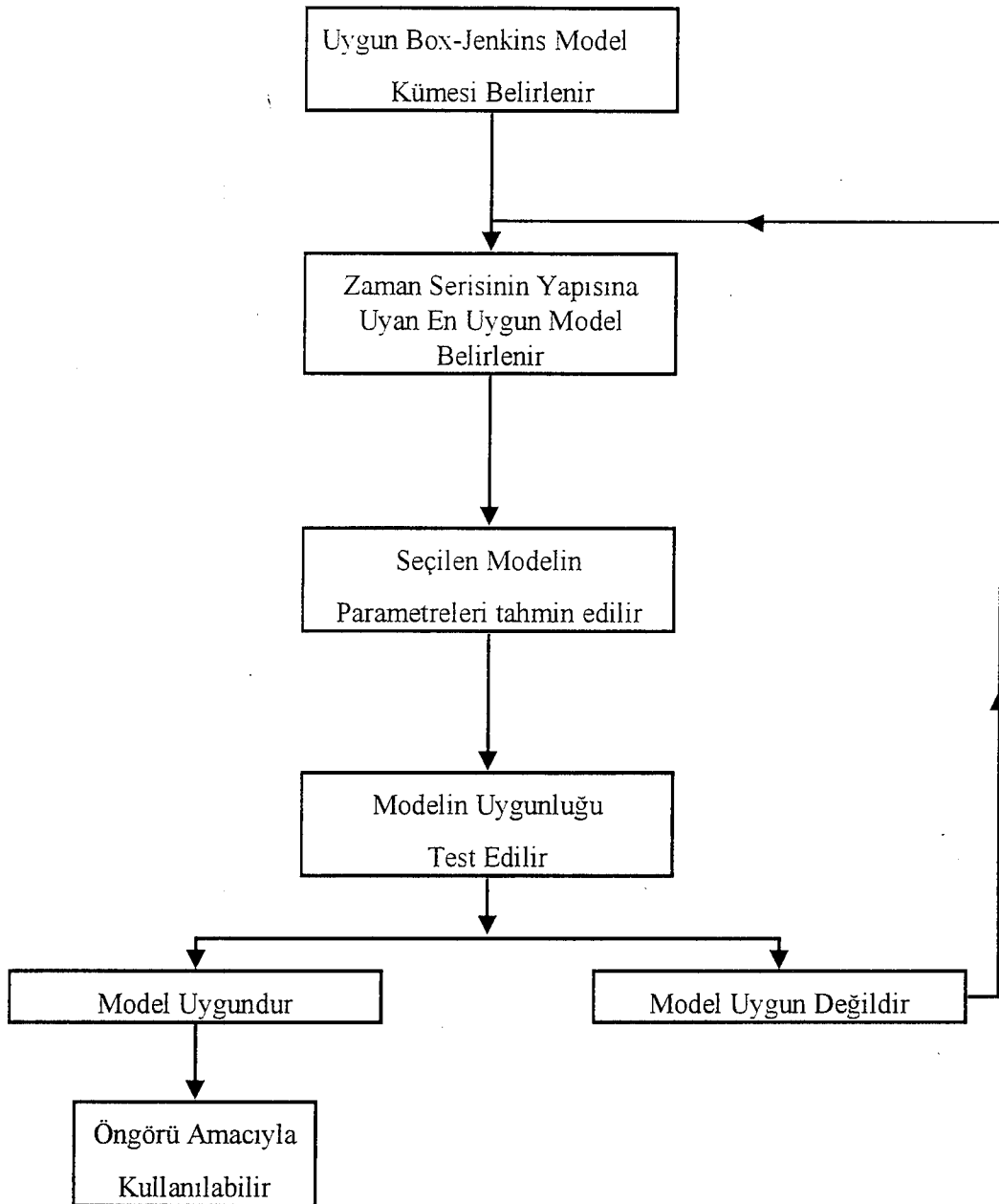
### 3.5. ARIMA Modellerinde Model Belirleme Sürecinin Aşamaları

Durağan zaman serilerini modellemede kullanılan popüler modeller Otoregresif Entegre Edilmiş Hareketli Ortalama (ARIMA) modelleridir. Bu modellere Box-Jenkins yöntemine ilişkin modeller de denmektedir. Bu modeller kesikli zaman serilerinin modellenmesinde yaygın şekilde kullanıma sahiptirler.

Box-Jenkins yönteminin esası, söz konusu zaman serisinin yapısına uygun olarak Box ve Jenkins grubu (B.J) modeller arasından en uygun olan ARIMA model grubunun ve tipinin seçilmesine dayanır. Bu modeller kümesinden geçici olarak seçilen modelin parametreleri tahmin edilerek modelin uygunluğu test

edilir. Model uygunsa öngörü amacıyla kullanılabilir. Eğer uygun değilse B.J. grubu modellerinden yeniden uygun bir model grubu ve tipi seçilerek bu süreç tekrarlanır.

Box-Jenkins yönteminde Model Belirleme Aşamaları şematik olarak Şekil 3.1'deki gibi verilebilir.



Şekil 3.1 Box-Jenkins Yönteminde Model Belirleme Aşamaları

### 3.5.1. Geçici Uygun Model Grubunun Belirlenmesi

Bir zaman serisinin ARIMA modelleri ile analiz edilmesi için önce hangi

ARIMA model grubunun uygun olduğunun belirlenmesi gerekmektedir.

Bu amaçla serinin önce durağan olup olmadığı, durağan değilse durağanlığı hangi zaman serisi bileşeninin etkisinin bozduğu belirlenir. Eğer seri durağan ise seri için önerilecek model grubu doğrusal durağan ARMA(p,q) model grubu olacaktır. Eğer seri durağan değilse ve durağanlık trend unsurunun etkisiyle bozuluyorsa uygun model grubu doğrusal durağan olmayan ARIMA(p,d,q) model grubu olacaktır. Seri değerleri rassal unsurların yanında hem trend hem de mevsim unsurunun etkisi altında ise uygun model grubu mevsimsel ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub> model grubu olmalıdır. Model grubunun belirlenebilmesi için daha önce açıklanmış olduğu gibi serinin kartezyen grafiğinden ve ACF fonksiyonundan yararlanılır.

### **3.5.2. Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi**

Bu aşamada belirlenen model gruplarından hangi model tipinin uygun olacağına karar verilir. Başka bir ifadeyle yukarıda açıklanan modellerde p,d,q,P,D,Q değerlerinin ne olacağını belirlemesine çalışılır.

#### **3.5.2.1 Durağan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi**

Seri için uygun model tipine karar verirken serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının eğilimleri birlikte değerlendirilir. Değerlendirmede teorik ACF ve PACF fonksiyonlarıyla ilgili Çizelge 3.1'de verilen bilgiler kullanılır.

**Çizelge 3.1** Durağan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri (Abraham ve Ledolter 1983)

Model	Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)
AR(p)	Üstel veya Sinüsoidal biçimde gittikçe azalır	p gecikmesinden sonra kısmi otokorelasyon katsayısı aniden düşerek istatistiksel olarak anlamsız olur
MA(q)	q gecikmesinden sonra otokorelasyon katsayısı aniden düşerek istatistiksel olarak anlamsız olur.	Üstel veya Sinüsoidal biçimde gittikçe azalır
ARMA(p,q)	(q-p)gecikmesinden sonra üstel ve/veya sinüsoidal bir biçimde azalır	p-q gecikmesinden sonra üstel ve/veya sinüsoidal bir biçimde azalır.

### 3.5.2.2 Durağan Olmayan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi

Durağan olmayan stokastik modeller IAR(d,p), IMA(d,q) ve ARIMA(p,d,q) model tiplerinde hangisinin seri için uygun olduğuna ve model derecesine karar verirken serinin durağanlığının sağlandığı aşamadaki değerleri için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarından yararlanır. Bu fonksiyonlarla ilgili değerlendirme için Çizelge 3.2 kullanılır.

**Çizelge 3.2** Durağan Olmayan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri (Özmen 1986)

Model	Otokorelasyon Fonksiyonu ACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu PACF
IAR(1,d,0)	Üstel olarak azalır	Yalnız $\phi_{11}$ için anlamlıdır
IMA(0,d,1)	Yalnız $\rho_1$ için anlamlı	Üstel olarak azalır
IAR(2,d,0)	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüsoidal biçimindedir.	Yalnız $\phi_{11}$ ve $\phi_{22}$ için anlamlıdır
IMA(0,d,2)	Yalnız $\rho_{(1)}$ ve $\rho_{(2)}$ için anlamlıdır	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüsoidal biçimindedir
ARIMA(1,d,1)	$\rho_{(k)}$ birinci gecikmeden sonra üstel olarak azalır. ( $k>2$ )	$\phi_{kk}$ birinci gecikmeden sonra ( $k>2$ ) üstel olarak azalır

Not: Çizelgede otokorelasyon katsayıları için  $\rho$ , kısmi otokorelasyon katsayıları için  $\phi$  sembelleri kullanılmıştır.

### 3.5.2.3 Mevsimsel Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi

Analiz edilen zaman serisi için uygun modelin mevsimsel model olacağına karar verilirse, mevsimsel modeller grubunda hangi modelin seri için seçileceği araştırılmalıdır. Daha önce de belirtildiği gibi mevsimsel model tipleri IAR(d,p)(D,P), IMA(d,q)(D,Q) ve ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modelleridir.

Mevsimsel model tipine karar verebilmek için serinin durağanlığının sağlandığı aşamadaki değerleri için hesaplanan ACF ve PACF fonksiyonlarından yararlanılır. Değerlendirme hem sıralı k gecikmelerindeki ACF ve PACF katsayılarının genel eğilimi hem de s, 2s, 3s.. gecikmelerindeki ACF ve PACF



katsayılarının eğilimi birlikte değerlendirilerek yapılır. Değerlendirmelerde yine Çizelge 3.2'den yararlanılır.

### 3.5.3. Belirlenen Geçici Uygun Modelin Parametrelerinin Tahmini

Uygulamada önerilen geçici uygun ARIMA model tipinin parametrelerinin tahminlenmesi amacıyla geliştirilmiş paket programlar kullanılmaktadır. MINITAB, SPSS, EViews gibi paket programlar bu amaçla kullanılan önemli programlardır.

### 3.5.4. Geçici Uygun Modelin Uygunluğunun Testi

Geçici uygun bir ARIMA model tipi ve bu model tipinin parametreleri tahminlendikten sonra seçilen modelin uygunluğunun test edilmesine sıra gelir.

Uygunluk testleri için önce nihai parametre değerlerinin geçici uygun modelde yerine konulmasıyla tahminler yapılır. Tahmin hataları  $u_t = y_t - \bar{y}$  serisi oluşturulur. Sonra hatalar serisi için otokorelasyon katsayıları hesaplanır ve bu katsayılar incelenir. Eğer tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının seyri bir zaman serisi unsurunu göstermiyorsa ve bu katsayılar belirli bir anlam seviyesinde standart hata limitleri ile kıyaslandığında sıfırdan anlamlı olmadığı anlaşılırsa geçici modelin uygun ve nihai model olduğuna karar verilir. Eğer bunun tersi söz konusu ise model uygun değildir. Bu durumda yapılacak işlem yeniden geçici uygun modeli aramak olacaktır.

Her hata otokorelasyon katsayısının kendi standart hatasıyla karşılaştırılması, küçük gecikmelerde otokorelasyon katsayılarının sıfırdan anlamlı şekilde farklı olup olmadığını, yani modelin uygunluğunu açıkça ortaya koyamaz. Bu nedenle otokorelasyon katsayılarını tek tek incelemek yerine belirli sayıda hata otokorelasyon katsayısını bir arada incelemek modelin uygunluğunu daha açık ortaya koyabilir.

Bu amaçla modelin uygunluğunun testi için, Box ve Pierce tarafından elde edilen istatistiksel sonuçlara dayalı bir test kullanılabilir ve bu test örneklem otokorelasyon fonksiyonu için uygulanabilir. Eğer model doğru olarak

belirlenirse, hata otokorelasyonları  $\hat{r}_k$ 'lar ilişkisizdir. Ayrıca hata otokorelasyonları 0 ortalamalı ve  $1/T$  varyanslı normal dağılmış tesadüfi değişkenlerdir. Burada  $T$  zaman serilerindeki gözlem sayısıdır.

Buna göre uygunluk testinde kullanılan  $Q$  istatistiği;

$$Q = T \sum_{k=1}^K \hat{r}_k^2 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.19)$$

olarak hesaplanır (Pindyck ve Rubinfeld 1991). Burada

$\hat{r}_k$ : Örneklem tahmin hatalarının çeşitli gecikmelerdeki otokorelasyon katsayılarını,

$T$ : Farkı alınmış örneklem hacmini ( $d$  Fark alma derecesi olmak üzere,  $T=N-d$ 'dir)

$K$ : Hesaplanan otokorelasyon katsayısının miktarını gösterir.

$Q$  istatistiği  $K-p-q$  serbestlik derecesi ile  $\chi^2$  dağılımına sahiptir.

Sınanacak  $H_0$  hipotezi;

" $H_0$ : Hatalar serisi rassaldır" şeklindedir. Söz konusu sıfır hipotezi belirlenen modelin uygun olduğu ve hatalar serisinin otokorelasyon katsayılarının değerlerinin belirlenen güven düzeyinde  $\pm Z_{\alpha} \sqrt{n}$  sınırları arasında yer aldığı anlamına gelmektedir.

Eğer hesaplanan  $Q$  istatistiği,  $\chi^2_{\alpha}(K-p-q)$  tablo değerinden büyükse  $H_0$  hipotezi reddedilir ve hatalar serisinin rassal olmadığına ve uygulanan modelin uygun olmadığına, hatalar serisinin otokorelasyon katsayılarının değerlerinin belirlenen güven düzeyiyle  $\pm Z_{\alpha} \sqrt{n}$  sınırları arasında olmadığına karar verilir.

#### 4. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS (ARCH) MODELLERİ

Daha önce açıklanmış olduğu gibi zaman serileri genellikle tek bir zaman serisi unsurunun etkisi altında olmayıp, düzensiz dalgalanmaların yanında öteki unsurların değişik kombinasyonlarında veya tamamının etkisi altında olabilir. Bu nedenle en iyi bir tek öngörü modeli mevcut değildir. Çünkü, öngörü sürecinde çözümlenecek en önemli problem ilgilenilen zaman serisi verilerinin yapısını en iyi açıklayan öngörü modelini bulmaya çalışmaktır.

Modeller demeti olarak ARIMA modelleri zaman serilerinin öngörü amacıyla çözümlenmesinde yakın geçmişte ve hatta günümüzde sıkça kullanılan stokastik modellerdir. Durağan zaman serilerine uygulanan bu modellerde herhangi bir zaman dönemine ilişkin öngörü değeri kendinden önceki belirli sayıdaki geçmiş dönem  $\{y_t\}$  gözlem değerinin veya  $\{u_t\}$  hata teriminin (random shocks) doğrusal bir fonksiyonu olarak açıklanmaktadır. Burada herbir rassal hata teriminin (öngörü hatası-random shocks) ortalaması sıfır ve zamana göre varyansı değişmeyen bir normal dağılımdan rassal olarak seçildiği varsayılır. Varyansının sabit olduğu varsayılan bu dağılımda ayrıca  $\{u_t\}$  hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır.

Açıklanan varsayımlar altında ARIMA modellerinde örneğin durağan ARMA  $y_t = c + \phi y_{t-1} + u_t$  modelinin tahminlendiğini varsaydığımızda  $t+1$  öndönemine ilişkin  $y_{t+1}$  öngörü değeri bir koşullu ortalamadır.  $y_{t+1}$ 'in koşullu öngörüsü

$$E_t y_{t+1} = c + \phi y_t,$$

öngörü hatasının koşullu varyansı ise,

$$E_t [(y_{t+1} - c - \phi y_t)^2] = E_t u_{t+1}^2 = \sigma^2$$

olur (Enders 1995).

Eğer koşullu öngörüler yerine koşulsuz öngörüler kullanılmış olsaydı, koşulsuz öngörü  $\{y_t\}$  serisinin daima ortalamasına yani  $c/(1 - \phi_1)$ 'e eşit olurdu.

Koşulsuz öngörü hatalarının varyansı ise

$$E_t \left\{ [(y_{t+1} - c/(1 - \phi_1))]^2 \right\} = E \left\{ (u_{t-1} - \theta_1 u_t + \theta_1^2 u_{t-1} + \theta_1^3 u_{t-2} + \dots)^2 \right\}$$

$$= \sigma^2 / (1 - \theta_1^2)$$

olur.

$1/(1 - u_1^2) > 1$  olduğu için koşulsuz öngörü koşullu öngöründen daha büyük bir varyansa sahiptir. Bu nedenle koşullu öngörüler tercih edilmektedir.

Zaman serileri çözümlemesinde ilk iki momentle ilgilenilmektedir. ARIMA modellerinde yukarıda açıklandığı gibi birinci moment olan aritmetik ortalama ile ilgilenilmiştir ve varyansın sabit olduğu zaman içinde gözlem değerlerinde meydana gelen değişikliğin varyans üzerinde bir değişikliğe neden olmadığı varsayılmıştır.

Oysa trend düzeyleri etrafında devri fakat periyodik olmayan aşağı ve yukarı yönde dalgalanmalar gözlenmektedir. Bu tür dalgalanmaların en önemlisi iş döngüsü(business cycle)'dür. İş döngüsü refah dönemlerini durgunluk dönemlerinin izlemesi nedeniyle zaman serilerinde meydana gelen dalgalanmalar ile gösterilir. Trend etrafında gözlenen bu dalgalanmalara oynaklık kümeleri adı verilmektedir. Sadece ekonomik faktörlerden değil sosyal kültürel faktörler ve iklim dalgalanmaları ve beklenmedik şokların etkisiyle meydana gelebilen bu oynaklıklar nedeniyle varyansın değişmezliği varsayımı her zaman geçerli olmayabilir. Öngörü hataları varyansının sabit olmadığı, değişen varyansa sahip olduğu zaman serisinin çözülmesinde serilerin bu özelliğini de dikkate alacak modellere gereksinim duyulmuştur. Engle (1982), geçerliliği olamayan yukarıda belirtilen varsayımı genelleştirmiş ve Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity=ARCH) süreçleri olarak adlandırılan stokastik süreçlerin yeni bir sınıfını önermiştir.

Engle'e göre sıfır ortalamaya sahip olan ARCH süreçleri, koşulsuz varyansa değil, geçmiş dönem öngörü hatalarına bağlı olarak değişen varyansa sahip olup serisel korelasyonsuz(otokorelasyonsuz) süreçlerdir(Engle 1983). Engle' in yukarıda açıklanan katkılarıyla bir stokastik süreç olan zaman serilerinin öngörü amacıyla çözülmesinde kullanılacak modellerde, hem koşullu ortalamaya hem de koşullu varyansa(ARCH etkisine) birlikte yer verme imkanı sağlanmıştır. Pek çok uygulamalı çalışmada kullanılan ARCH modelleri, bu modellerin dayandığı değişen varyans konusuna yapılan önemli katkılarla zaman içinde geliştirilmiş ve ARCH türü modeller olarak bilinen modeller demeti ortaya çıkmıştır. İzleyen bölümlerde bu model türleri ayrı ayrı açıklanacaktır.

Öngörü hatalarındaki oynaklığı bir başka ifadeyle değişen koşullu varyansı öngörmenin çeşitli nedenleri vardır. Birincisi; eğer öngörü güven aralıkları zamana göre değişiyorsa, öngörü hatalarının varyansını modellemek suretiyle daha güvenilir(tutarlı) güven aralıkları tahminlenebilir. İkincisi; eğer öngörü hatalarında varolan değişen varyanslılık uygun bir şekilde ele alınırsa daha etkin tahminleyiciler elde edilebilir. Üçüncüsü risk getiri ilişkisini gösterir.

#### 4.1. ARCH Modeli

Bu bölümde ARCH Modelinin Teorik Yapısı, ARCH Modelinde Hata Sürecinin Özellikleri ve ARCH Modelinde Hata Sürecinin Dağılımı konuları ele alınacaktır.

##### 4.1.1. ARCH Modelinin Teorik Yapısı

Yukarıda belirtildiği gibi ARCH modelleri koşullu varyansın modellenmesine imkan veren modellerdir. Bu modellerde  $y_t = c + \sum_{i=1}^k \phi_i y_{t-i} + u_t$  ARMA (veya OEKK) modeli yardımıyla türetilen öngörü hataları  $\{u_t\}$  serisinin, örneğin t dönemine ilişkin koşullu varyansı  $h_t$ , belirli sayıda geçmiş dönem öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir(Engle 1995, Bera ve Higgins 1993, Diebold ve Lopez 1995, Akgiray 1989). Örneğin p geçmiş dönem için ARCH (p) genel modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (4.1)$$

şeklinde yazılır. Burada p modelin derecesini gösterir.  $\alpha_i$  ise modelin parametrelerini ifade etmektedir. t+1 ön dönemi için koşullu varyans öngörü modeli ;

$$h_{t+1} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t+1-i}^2 \quad (4.2)$$

olur.

ARCH(p) modeli,  $p=1$  için ARCH(1) modeli olarak ifade edilir ve  $t+1$  ön dönem için

$$h_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 u_t^2$$

şeklinde gösterilir.

Gerçekte yukarıda verilen ARCH(p) genel doğrusal en uygun model değildir. Çünkü  $\{y_t\}$  ve koşullu varyans birlikte en iyi şekilde maksimum olabilirlik teknikleri kullanılarak modellenmektedir. ARCH(p) genel doğrusal modeli yerine  $v_t$ 'yi bir çarpımsal hata terimi olarak belirlemek daha uygun olmaktadır.

En basit koşullu değişen varyanslı model türü Engle(1982) tarafından önerilmiş olan

$$u_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2} \quad (4.3)$$

modelidir (Enders 1995, Bollerslev ve ark. 1994).

Burada  $v_t \sim \text{i.i.d.}(0,1)$ (Independent, Identically Distributed) 'dir.  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  sabit olup  $\alpha_0 > 0$  ve  $0 < \alpha_1 < 1$  değerine sahiptir.

Yukarıdaki ARCH modellerinde  $\alpha_i$  parametrelerine ilişkin bazı kısıtlamalar söz konusudur. Örneğin  $u_t$ 'nin türetilen bütün değerleri için koşullu  $\sigma_t^2$  varyansı pozitif olmak durumundadır. Bu durumun sağlanabilmesi için  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  parametreleri negatif olmamalıdır. Yani  $\alpha_0 > 0$  ve  $i=1, 2, \dots, p$  olmak üzere  $\alpha_i \geq 0$  koşulları sağlanmalıdır. Öte yandan söz konusu modellerdeki  $\alpha_i$  parametrelerinin sıfıra eşit olması durumunda tahmin edilen varyans  $\alpha_0$  değerine eşit olur. Bu koşul minimum koşullu varyans değerinin  $\alpha_0$ 'a eşit olduğunu gösterir. Diğer bir kısıtlama ise,  $\alpha_i$ 'lerin her birinin veya toplamının 1'den küçük olmasıdır. Bu kısıtlama ARCH sürecinin durağanlığının sağlanması için de gereklidir. Tersi durumda süreç sonsuz varyansa sahip olur.

ARCH sürecinde yeralan varyans denkleminin ilişkin alternatif modeller de dikkate alınabilir (Işığışok 1999).

$$h_t = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2) \quad (4.4)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |u_{t-1}^2| \quad (4.5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (0,4u_{t-1}^2 + 0,3u_{t-2}^2 + 0,2u_{t-3}^2 + 0,1u_{t-4}^2) \quad (4.6)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=1}^8 (9-i)u_{t-i}^2 / 36 \quad (4.7)$$

ARCH(1) modeli ile ilgili çalışmalar için, enflasyon oynaklığını inceleyen (Coulson ve Robins 1985), faiz oranlarının yapısı ile ilgili çalışan (Engle 1985) ve döviz piyasalarını inceleyen (Domowitz ve Hakkie 1985) gibi daha pek çok kaynak referans olarak verilebilir.

#### 4.1.2. ARCH Modelinde Hata Sürecinin Özellikleri

$u_t$  süreci geçmişe göre ortogonalite  $E(u_t | u_{t-h}) = 0$  koşulunu sağlamak zorundadır.  $t-h$  dönemindeki  $u$  değeri biliniyorken,  $t$  dönemindeki  $u$ 'nun beklenen değerinin sıfır olması,  $u$ 'nun ortogonal olduğu anlamına gelir. Bu sınırlama bazı sonuçlara sahiptir.

i.) Hata süreci herhangi bir gecikmedeki geçmiş değerler için de ortogondur (Gouriéroux 1997).

$$E(u_t | u_{t-h}) = 0, \quad h > 0 \quad (4.8)$$

$u_{t-h}$ 'in bilgi yönünden memnuniyeti  $u_{t-1}$ 'den daha küçüktür. Buna göre,

$$E(u_t | u_{t-h}) = E(E(u_t | u_{t-1}) | u_{t-h}) = E(0 | u_{t-h}) = 0 \quad (4.9)$$

ii.) Bu ortogonalite özelliği bazı koşullu korelasyonların sıfıra eşit olduğunu gösterir (Gouriéroux 1997).

$h$  ve  $k$  birer pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\begin{aligned} \text{Cov}(u_t, u_{t+k} | u_{t-h}) &= E[u_t u_{t+k} | u_{t-h}] - E[u_t | u_{t-h}] E[u_{t+k} | u_{t-h}] \\ &= E[u_t u_{t+k} | u_{t-h}] \\ &= E[E(u_t u_{t+k} | u_{t+k-1}) | u_{t-h}] \\ &= E[u_t E(u_{t+k} | u_{t+k-1}) | u_{t-h}] \end{aligned} \quad (4.10)$$

( $u_t, u_{t+k-1}$  bilgisine sahip olduğu için)

=0 olur (Gouriéroux 1997).

Bu durum herhangi bir  $h$  gecikmesinde hata sürecinin bugünkü ve gelecek dönem değerleri arasında korelasyon olmadığını ifade eder.

iii) Hata sürecinin diğer özellikleri <sup>2</sup>

$u_t^2 = c + au_{t-1}^2 + v_t$  otoregresif sürecinden türetilen ve koşullu varyansla ilgili olan

$$u_t^2 = c[1 + a + \dots + a^{h-1}] + a^h u_{t-h}^2 + v_t + av_{t-1} + \dots + a^{h-1}v_{t-h+1} \quad (4.11)$$

eşitliğinin her iki tarafının  $u_{t-h}$  bilgisi üzerine koşullu olarak beklenen değerleri alınır,

$$E(u_t^2 | u_{t-h}) = c[1 + a + \dots + a^{h-1}] + a^h u_{t-h}^2 \quad (4.12)$$

$$= c \frac{1 - a^h}{1 - a} + a^h u_{t-h}^2 \quad (4.13)$$

olarak bulunur. Buna göre koşullu varyanslar;

$$\text{Var}(u_t | u_{t-h}) = c \frac{1 - a^h}{1 - a} + a^h u_{t-h}^2 \quad (4.14)$$

olarak tanımlanır(Gouriéroux 1997).

$h$  gecikme değeri sonsuza yaklaştıkça bu koşullu varyanslar da koşulsuz varyanslara yaklaşır.

$$\text{Var}(u_t) = E\text{Var}(u_t | u_{t-h}) = \frac{c}{1 - a} \quad (4.15)$$

olur.

Varyans zamandan bağımsız olduğu için  $u$  hata sürecinin zayıf bir kuru gürültü olduğu söylenebilir. Koşullu ve koşulsuz varyans arasındaki fark ortalamadan olan kareli sapmaların basit bir fonksiyonudur.

$$\text{Var}(u_t | u_{t-h}) - \text{Var}(u_t) = a^h [u_{t-h}^2 - E(u_{t-h}^2)], \quad a > 0 \quad (4.16)$$

Eğer hataların modülleri büyükse o zaman koşullu varyans koşulsuz varyanstan daha küçük değerler alır.

### 4.1.3. ARCH Modelinde Hata Sürecinin Dağılımı

Engle (1982) koşullu normal dağılımlı bir  $u$  hata sürecini kullanmıştır.

$$(u_t | u_{t-1}) \sim N(0, c + au_{t-1}^2)$$

Bu süreç, eğer  $3a^2 < 1$  ise durağanlık özelliğine sahip 2. ve 4. momentlere

<sup>2</sup> Bu bölümde modellerde  $c: \alpha_0, a: \alpha_1$  yerine kullanılmıştır.



sahiptir. Bu momentler(Gouriéroux 1997),

$$E(u_t^2) = \frac{c}{1-a}, \quad E(u_t^4) = \frac{3c^2}{(1-a)^2} \frac{1-a^2}{1-3a^2} \quad (4.17)$$

olarak hesaplanır. Buna göre basıklık ölçüsü aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$k = \frac{E(u_t^4)}{[E(u_t^2)]^2} = 3 \frac{1-a^2}{1-3a^2} \quad (4.18)$$

k değeri, formülden de anlaşılacağı gibi normal dağılımın basıklık değeri olan 3'den genellikle daha büyüktür. Böyle bir dağılım hata sürecinin sivri "leptokurtic" olarak adlandırılmasını sağlar.

## 4.2. GARCH Modeli

ARCH modelinin uygulanmasında, koşullu varyans denklemindeki parametrelere bazı kısıtlamalar getirilmiştir. Bu kısıtlamalar, nisbi olarak uzun gecikmeler kullanılmak istenmesi ve ARCH modelinde sabit gecikme yapısının önerilmesinden dolayıdır. Söz konusu durumdan dolayı ve negatif varyanslı parametre tahminlerine ulaşılması sakıncasını gidermek amacıyla, ARCH modellerinin genişletilmiş hali olan, daha fazla geçmiş bilgiye dayanan daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan bir model yapısı geliştirilmiştir. Söz konusu modele genelleştirilmiş ARCH veya GARCH adı verilmiştir.

GARCH(p,q) modeli varyansın, geçmiş dönem oynaklıkların ve bağımlı değişkenin geçmiş dönem varyanslarına bağlı olarak açıklandığı modellerdir. Değişen varyans için GARCH(p,q) modeli aşağıdaki gibi yazılır(Bollerslev 1986, Bollerslev 1990, Chou 1988, Demos ve Sentana 1998, Drost ve Nijman 1993).

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (4.19)$$

Burada,  $p > 0$ ,  $q \geq 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  ( $i=1,2,\dots,p$ ) ve  $\beta_i \geq 0$  ( $i=1,2,\dots,q$ ) eşitsizlikleri geçerlidir. (4.19) nolu modelden anlaşılacağı gibi GARCH(p,q) modeli, ARCH(p) modeline q sayıda geçmiş dönem koşullu varyans modelinin doğrusal formu ilave edilerek genelleştirilmiştir. Burada herhangi bir döneme ilişkin varyans örneğin t dönemine ilişkin varyans ilk q sayıdaki geçmiş dönem koşullu varyansın doğrusal bir fonksiyonu olarak açıklanmıştır. GARCH(p,q) modelinde p ve q modelde p sayıda ARCH terimi ve q sayıda GARCH terimi olduğunu gösterir.  $q=0$  için bu

modelin bir ARCH(p) modeli olacağı açıktır.

GARCH(1,1) model tipi uygulamada sıkça karşılaşılan bir model tipidir. Bu model tipine ilişkin değişen varyans modeli,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (4.20)$$

İyi tanımlanmış bir GARCH(1,1) sürecini elde edebilmek için bütün parametrelerin ,  $(\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0$  ve  $\beta_1 \geq 0)$  negatif olmayan değerlere sahip olması gerekir. Ayrıca  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  koşulunu sağlamalıdır. Bu koşul, söz konusu sürecin durağan bir süreç olduğunu gösterir.

GARCH model parametrelerinin tahminlenmesi için Maksimum Olabilirlik Tekniği kullanılır. Uygulanan model tipinin uygunluğunun araştırılması için karesel hataların otokorelasyon fonksiyonundan yararlanılır.

GARCH modellerinin en önemli özelliği  $\{y_t\}$  zaman serisinin hatalarının koşullu varyansının bir ARMA süreci oluşturmasıdır. Bu sonuç beklenen bir sonuçtur. Çünkü GARCH modeli koşullu varyansın bir ARMA sürecine imkan verecek şekilde geliştirilmiştir ve burada hata süreci(Enders 1995),

$$u_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (4.21)$$

dir ve  $\sigma_u^2 = 1$  olduğu düşüncesinden hareket edilmiştir. Bu durumu açıklamak için, diyelim ki  $\{y_t\}$  serisini açıklamak için bir ARMA modeli önerdiniz. Önerilen model uygun model ise hataların ACF ve PACF fonksiyonları bir kuru gürültü sürecini gösterir. Bunun yanında karesel hataların ACF fonksiyonu GARCH modelinin derecesini yani q'nun değerini belirlemeye imkan verir.

$E_{t-1} u_t^2 = h_t$  olduğu için (4.19) nolu eşitliği aşağıdaki gibi yeniden yazmak mümkündür.

$$E_{t-1} u_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (4.22)$$

(4.22) nolu eşitlikten  $\{u_t^2\}$ 'ler elde edilir. Sonra örneklem varyansı

$$\sigma_{u_t}^2 = \sum_{t=1}^T u_t^2 / T \quad (4.23)$$

hesaplanır. Burada T= hata terimi sayısıdır. Daha sonra karesel hataların ACF

fonksiyonu aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır ve korelogramı çizilir.

$$r(i) = \frac{\sum_{t=1}^T (u_t^2 - \sigma_u^2)(u_{t-1}^2 - \sigma_u^2)}{\sum_{t=1}^T (u_t^2 - \sigma_u^2)^2} \quad (4.24)$$

Yeterli örneklem hacimleri için  $r_i$ 'lerin standart hatası  $1/\sqrt{T}$  değerine yaklaşır. Anlamlı  $r_i$  değerleri GARCH hatalarının varlığını gösterir.  $r_i$ 'lerin tek tek anlamlılığının araştırılması yerine Ljung-Box Q istatistiği

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^n r_i^2 / T - i \quad (4.25)$$

kullanılarak da  $r_i$ 'lerin anlamlılık sınaması yapılabilir. Eğer  $u_t^2$ 'ler ilişkisiz ise  $r_i$ 'ler  $n$  serbestlik derecesinde  $\chi^2$  dağılımı gösterir.  $u_t^2$  değerlerinin ilişkisiz olduğu sıfır hipotezinin reddedilmesi, ARCH veya GARCH hatalarının olmadığı hipotezinin reddedilmesi ile aynı anlama gelir. Uygulamada  $n$ 'nin değeri  $T/4$ 'den az olmamalıdır(Enders 1995).

ARIMA modelleri koşullu ortalama modelleri için nasıl esnek bir yaklaşım sağlıyorsa GARCH modeli de koşullu varyans dinamikleri için esnek bir yaklaşım sağlamaktadır.

### **GARCH Sürecinin Özellikleri:**

GARCH modelleri, koşullu varyansın otokorelasyonlu bir tesadüfi değişken olması,  $u_t^2$ 'nin bir ARMA modeline sahip olması, hataların koşulsuz dağılımının simetrik ve sivri olması gibi özelliklere sahiptir.

i. *Koşullu Varyans Otokorelasyonlu Bir Tesadüfi Değişkendir.*

GARCH modelinin koşullu varyansı daha önce belirtildiği gibi

$$h_t = w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \quad (4.26)$$

şeklinde yazılabilir. (Burada  $w = \alpha_0$  olarak alınmıştır).

Sürecin koşulsuz varyansı,

$$\sigma_y^2 = \frac{w}{1 - \alpha(1) - \beta(1)} \text{ ile verilsin} \quad (4.27)$$

GARCH modeli denkleminde  $w$  yerine  $\sigma_y^2(1 - \alpha(1) - \beta(1))$  yazılırsa;

$$\begin{aligned} h_t &= \sigma_y^2(1 - \alpha(1) - \beta(1)) + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \\ h_t - \sigma_y^2 &= \alpha(L)u_t^2 - \sigma_y^2\alpha(1) + \beta(L)h_t - \sigma_y^2\beta(1) \\ &= \alpha(L)(u_t^2 - \sigma_y^2) + \beta(L)(h_t - \sigma_y^2) \end{aligned}$$

Bu sonuçtan da anlaşılacağı gibi koşullu varyans kendi geçmiş değerleri ile otokorelasyonlu bir tesadüfi değişkendir (Diebold ve Lopez 1995). Koşullu varyansın yüksek derecede sürekliliği  $\alpha$  ve  $\beta$  katsayılarının toplamınının 1'e yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

ii.  $u_t^2$  bir ARMA Modeline Sahiptir:

Eğer  $u_t$  bir GARCH(p,q) süreci gösteriyorsa,  $u_t^2$  bir ARMA modeline sahiptir (Diebold ve Lopez 1995).

$$u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)v_t + v_t \quad (4.28)$$

Burada  $v_t = u_t^2 - h_t$ ; kareli hata terimi ve  $t$  anındaki koşullu varyans arasındaki farktır.

Bu farkı daha iyi açıklayabilmek için koşullu varyansın;

$$h_t = w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \quad (4.29)$$

ifadesinin sağ tarafına  $\beta(L)u_t^2$  eklenip çıkarılırsa,

$$\begin{aligned} h_t &= w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)u_t^2 - \beta(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \\ &= w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)[u_t^2 - h_t] \end{aligned} \quad (4.30)$$

elde edilir.

Her iki tarafa  $u_t^2$  eklenirse,

$$h_t + u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)[u_t^2 - h_t] + u_t^2, \quad (4.31)$$

olur.

Buradan;

$$u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)[u_t^2 - h_t] + [u_t^2 - h_t], \quad (4.32)$$

$$= w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)u_t^2 - \beta(L)v_t + v_t$$

Burada  $u_t^2$ ,  $v_t$  hatalı bir ARMA([max(p,q)],p) sürecidir. Eğer  $\alpha(L) + \beta(L) = 1$ 'in kökleri birim çemberin dışında ise  $u_t^2$  kovaryans durağandır.

iii. *İlgilenilen Koşulsuz Dağılım Simetrik ve Sivridir.* GARCH modellerinin moment yapısı karmaşıktır. Bu konularla ilgili olarak Milhoj(1985) ve Bollerslev (1988)'in çalışmalarından yararlanılabilir. Doğru olarak yapılan bazı hesaplamalar bir GARCH modelinin koşulsuz dağılımının simetrik ve sivri olduğunu göstermektedir. Bir GARCH modelinin koşulsuz sivriliği, koşulsuz dağılımının kuyruklarındaki ve merkezindeki gözlemlerle birleştirilen düşük oynaklık(Low Volatility) ve yüksek oynaklık(High Volatility) kümelerini gösteren koşullu varyanstaki değişmelerin tekrarlanmasından anlaşılmaktadır.

GARCH modelleri Bollerslev (1986)'de gösterildiği gibi, sonlu koşulsuz momentlere sahip olmayla sınırlı değildir.

Tüm derecelerdeki koşulsuz momentli, koşullu normal GARCH dağılımı yalnızca  $\alpha(L) = \beta(L) = 0$  olduğu zaman meydana gelir. Finansal veriler için çoğu parametre tahminleri sonsuz 4. moment, hatta bazıları sonsuz 2. moment gösterir. Örnek bir GARCH dağılımında anakütle ortalaması 0 varyansı 10 ve sivrilik 5.2 bulunmuştur(Diebold ve Lopez 1995).Bu örnekten de GARCH dağılımının normale göre daha sivri olduğunu söyleyebiliriz.

### 4.3. GARCH-M Modeli

GARCH-M modelleri koşullu ortalamadaki oynaklık etkisini tanımlamak için en iyi modeldir. İlk kez Engle, Liliën ve Robbins (1987) tarafından tartışılmıştır(Salman 1999).

Bu modellerde koşullu varyans veya koşullu standart sapma, koşullu ortalama modelinde bir açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır. Sırasıyla koşullu varyansın ve koşullu standart sapmanın açıklayıcı değişken olarak yer aldığı modeller aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$y_t = x_t\beta + \lambda h_t + u_t \quad (4.33)$$

$$y_t = x_t\beta + \lambda\sqrt{h_t} + u_t \quad (4.34)$$

$$u_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

Buradaki  $u_t$  bir GARCH modeli ile açıklanmaktadır(Gouriéroux 1997).

$$u_t = (c + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j})^{1/2} v_t \quad (4.35)$$

$$h_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (4.36)$$

Modeldeki  $v_t$  bir kuru gürültüdür.

Bu GARCH-M modeli koşullu varyans tarafından ölçüldüğü için risk değiştiği zaman risk ve dönüşüm arasındaki ilişkiyi modellemede yararlıdır. Engle, Lillien ve Robbins (1987) faiz oranlarının yapısındaki zamana bağlı olarak değişen risk durumunu incelemek için çalışmalarında GARCH-M modelini kullanmışlardır.

#### 4.4. EGARCH Modeli

Buraya kadar ele alınan ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmıştır. Ayrıca bu modellerde oynaklığın sadece büyüklüğü ile ilgilenilmiştir; oynaklığın işareti ile ilgilenilmemiştir. Oysa, azalan yöndeki dalgalanmaların artan yöndeki dalgalanmalardan daha yüksek oynaklıklara neden olduğu sık sık gözlenmektedir. Bu durum, varyans etkilerinin asimetric olarak pozitif ve negatif hataların gerçekleşmesine neden olmuş olabilir. Bu nedenle belirtilen özelliklerin varlığında zaman serilerinin daha uygun çözümlenmesine imkan veren ve Üssel (exponential) GARCH (EGARCH) modeli Nelson(1991) tarafından geliştirilmiştir. Bu model oynaklıklardaki asimetric yapıyı dikkate alır.

Geçmiş dönem hata terimlerinin sadece büyüklüğüne değil aynı zamanda onların işaretine de bağlı olarak açıklanan varyans modeli EGARCH modelidir.

Koşullu varyans ve geçmiş dönem hataları  $u_{t-i}$ 'ler arasındaki bağımlılığı ortaya koyan ve negatif olmama sınırlamalarından kaçınmak için logaritmik olarak ifade edilen EGARCH(1,1) modeli,

$$\log(h_t) = w + \delta_1 \left| \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \delta_2 \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta \log(h_{t-1}) \quad (4.37)$$

şeklinde geliştirilir(Nelson 1991).

Burada eğer  $\delta_2 = 0$  ise varyans simetriktir, aksi durumda asimetri vardır. Log dönüşümünden dolayı negatif varyans durumu yoktur. En son hatanın etkisi bu modele göre üsteldir.

Azalan yöndeki oynaklıklar(bad news) ( $u_{t-1} < 0$ ),  $(\delta_1 - \delta_2)/\sqrt{h_{t-1}}$  etkisine sahipken, artan yöndeki oynaklıklar(good news) ( $u_{t-1} > 0$ ),  $(\delta_1 + \delta_2)/\sqrt{h_{t-1}}$  etkisine sahiptir.  $\delta_2$  negatif ve istatistiksel olarak anlamlı ise, bu durum oynaklık üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif hatalarla ilgili bir asimetrinin varlığının göstergesidir(Hamori 2000). Eğer  $\delta_2 = 0$  ise simetriktir. Koşullu varyans için şokların sürekliliği  $\beta$  ile ifade edilmektedir.

Aynı şekilde EGARCH modeli, Nelson'ın farklı gösterimi ile aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\ln(h_t) = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i g(Z_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \gamma_j \ln(h_{t-j}) \quad (4.38)$$

$$g(Z_t) \equiv \theta Z_t + \gamma [|Z_t| - E|Z_t|] \quad Z_t = u_t / \sqrt{h_t} \quad (4.39)$$

Burada  $\{\alpha_i\}$ , ya deterministik ya da önceden tanımlanmış değişkenlerin bir fonksiyonudur. Bu model normalleştirilmiş hatalar  $\{Z_t\}$ 'nin doğrusal olmayan dönüşümlü gecikme dağılımını  $\ln(h_t)$ 'ye eşitler. Eğer  $\gamma > 0$  ise  $h_t$ 'nin;  $|Z_t|$  beklenenden daha büyük olduğu zaman artma eğilimi, beklenenden daha küçük olduğu zaman da azalma eğilimi göstermesi beklenir. Eğer  $\theta < 0$  ise,  $h_t$  koşullu varyansı,  $Z_t$  negatif olduğu zaman artma, pozitif olduğu zaman azalma eğilimi gösterir(Nelson 1989, Laurent ve Peters 2001). EGARCH modelinin parametreleri de GARCH modelinde olduğu gibi Maksimum Olabilirlik Tekniği ile tahminlenir.

#### 4.5. TARARCH Modeli

Bu modelde EGARCH modelinde olduğu gibi hata varyanslarındaki asimetriyi açıklayan modeldir. Zakoian (1990) tarafından "Threshold Heteroskedastic Model" veya TARARCH modeli olarak isimlendirilen modelin açık

yazılımı Threshold ARCH (TARCH) modelidir(Koutmos 1988, Engle ve Victor1993a, Zakoian 1994).

Bağımsız olarak 1993'de de Glosten, Joganathan ve Runkle tarafından, TARCH modelleri kullanılarak "Relationship between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess return on Stocks" adlı bir çalışma yapılmıştır.

Koşullu varyans için TARCH(1,1) modeli,

$$h_t = w + \alpha u_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} u_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (4.40)$$

şeklinde verilir(Hamori 2000).

Modeldeki  $\gamma$  terimi (leverage effect), dürtü etkisi terimidir. Asimetriğin göstergesidir. Burada eğer  $u_t < 0$  ise  $d_t = 1$ , diğer durumlarda  $d_t = 0$ 'dir. TARCH modeli, işaretine bağlı olarak oynaklık üzerindeki farklı etkiye sahip olan kareli hataların ilk gecikmesinin etkisini ortaya çıkarabilir.

Bu modelde, azalan yöndeki oynaklıklar(bad news)( $u_{t-1} < 0$ ),  $\alpha + \gamma$  etkisine sahipken, artan yöndeki oynaklıklar(good news)( $u_{t-1} > 0$ ),  $\alpha$  etkisiyle tanımlanır. İstatistiksel olarak anlamlı bir  $\gamma$ , asimetriğin kanıtıdır. Eğer  $\gamma > 0$  ise oynaklık üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif şoklu bir asimetri, eğer  $\gamma < 0$  ise oynaklık üzerinde daha büyük etkiye sahip pozitif şoklu bir asimetri söz konusudur(Hamori 2000, Eviews 2.0 Help, Engle ve Patton, 2001).

TARCH modelinin daha yüksek dereceleri için kullanılan model aşağıdaki gibidir. \*

$$h_t = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \gamma u_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (4.41)$$

#### 4.6. ARCH Türü Modellerde Çözümleme Sürecinin Aşamaları

Bu bölümde ARCH modelleri ile oynaklığın araştırılması aşamaları ayrı ayrı ele alınacaktır.

---

\*  $\gamma$  burada daha önce belirtildiği gibi dürtü etkisi terimi olarak adlandırılır. (Leverage effect term) Dürtü etki terimi  $\gamma$ . Eviews programının çıktısında (RESID<0)\*ARCH(1) gb. şeklinde yer alır. İstatistiksel anlamlı olarak pozitif değilse bu durum asimetrik etki olmadığı anlamına gelir.



#### 4.6.1. Serinin Özelliklerinin Belirlenmesi

Bir zaman serisinin rassal dalgalanmaların yanında hangi zaman serisi bileşenlerinin etkisi altında olduğunun belirlenmesi, serinin durağan olup olmadığının araştırılması çalışmalarına serinin özelliklerinin belirlenmesi adı verilir. Zaman serilerinin bu özellikleri serinin kartezyen grafiği ve otokorelasyon fonksiyonu yardımıyla belirlenebilir.

Kartezyen grafikte gözlem değerlerinin genel serpilme eğilimi zaman ekseninden gittikçe uzaklaşan(yaklaşan) bir eğilim gösteriyorsa seri trend unsurunun etkisindedir. Eğilim zaman ekseninden uzaklaşma yönünde ise trend artan, yaklaşma yönünde ise trend azalandır. Söz konusu trend etkisi ister artan isterse azalan olsun doğrusal olabileceği gibi eğrisel ve üssel de olabilir. Bu durum serinin kartezyen grafiğinden görsel olarak belirlenebilir.

Gözlem değerlerinin genel serpilme eğilimi bir doğru etrafında serpiştiği görüntüsü veriyorsa trend doğrusal aksi halde eğriseldir. Gözlem değerleri sabit bir oranda artma eğilimine sahipse trend üsseldir denir.

Serinin ACF fonksiyonu  $k > 2$  için gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı değerler alıyorsa ve fonksiyon gittikçe üssel olarak azalan düzgün bir eğilim gösteriyorsa seri durağan değildir. Durağanlığı bozan unsur trend unsurudur. Trendin artan mı azalan mı olduğu veya doğrusal mı, eğrisel mi olduğu ACF fonksiyonundan belirlenemez.

Bir zaman serisinin kartezyen grafiğinde gözlem değerlerinin birbirini izleyen yılların aynı aylarında (mevsimlerinde) bir maksimuma ve minimuma gitme yönünde periodik ve devri dalgalanma gözleniyorsa veya serinin ACF fonksiyonunda  $s, 2s, 3s, \dots$  gecikmelerdeki otokorelasyon katsayıları istatistiksel olarak anlamlı ise seri mevsim unsurunun etkisi altındadır denir.  $k > 2s$  den sonraki  $s$  gecikmelerde ACF fonksiyonu istatistiksel olarak anlamlı değerler alıyorsa mevsim unsurunun etkisi de durağanlığı bozan unsurdur.

#### 4.6.2. İncelenen Seri İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi

Bu aşamada ARIMA modelleriyle çözümlenme sürecinin bütün aşamaları sırasıyla izlenecektir. Yapılacak çalışmalar sonunda uygun veya daha uygun ARIMA model tipi belirlenecektir. Belirlenen uygun veya daha uygun model tipi

serinin çözümlenmesi amacıyla uygulanacak ve hatalar serisi ( $u_t=y_t-\bar{y}$ ) türetilecektir.

#### 4.6.3. İncelenen Seride ARCH Etkilerinin Araştırılması

Bu aşamanın amacı, ilgilenilen serinin zaman içindeki değişen oynaklığının yapısının belirlenmesidir. Söz konusu aşamada, ilgilenilen serinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik gösteriyorsa, bu değişkenliğin tahmin edilebilir bir yapıda olup olmadığı, istatistiksel anlamlılığı, pozitif ve negatif şokların oynaklığa olan etkisinin ne olduğu sorularına cevap aranmaktadır.

İncelenen serinin ARCH etkilerinin araştırılması için aşağıdaki aşamalar izlenmektedir.

##### 4.6.3.1 Tahmin Edilen ARIMA Modeli Hatalarının Doğrusallık Testi

Çalışmamıza konu olan doğrusal ARCH modellerinin çözümlenme aşamasında kullanılabilmesi için tahmin edilen ARIMA modeli hatalarının doğrusal olması gerekmektedir. Hataların doğrusallığının kontrolü için hatalar serisine sırasıyla kareli ve doğrusal trend modelleri uygulanır. Uygulanan her iki trend modelinin karşılaştırılması MAPE ve MSD doğruluk kriterleri ile yapılır. Küçük değerli MAPE ve MSD'ye sahip model uygun olarak kabul edilir. Eğer doğrusal trend modelinin MAPE ve MSD değerleri diğer modele göre daha küçükse uygun ARIMA model tipinin hatalarının doğrusal olduğu kabul edilir.

MSD(Mean Square Deviation) ve MAPE(Mean Absolute Percent Error) istatistikleri aşağıdaki gibi hesaplanır (Özmen 1992).

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n}, \quad MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{u_i}{y_i} \right| \quad (4.42)$$

Yukarıda da belirtildiği gibi bu istatistikler itibariyle küçük değerleri veren trend modeli en uygun model olarak seçilir. Ancak MSD kriterinin iki dezavantajını göz önünde bulundurmamak gerekir. Birincisi öngörü amacıyla çözümlenme için uygulanan farklı teknikler öngörü sürecinin model kurma aşamasında farklı yaklaşımlar kullanırlar. İkincisi MSD kriteri hesaplanırken büyük değerli öngörü hatalarına büyük tartı, küçük değerli olanlara ise küçük

tartı(kareleri alındığı için) verilmektedir. Bu nedenlerden dolayı modellerin karşılaştırmasını sadece bu tekniklere dayanarak hesaplanan MSD değerlerine bakarak yapmak sınırlı kalır. MAPE kriteri, bu dezavantajları ortadan kaldırdığı için, en uygun öngörü modelinin seçiminde kullanılması daha fazla benimsenen bir ölçü durumundadır.

#### 4.6.3.2 Seçilen Uygun ARIMA Modeli Hataları İçin ARCH-LM Testi

Araştırmacıların en sık karşılaştıkları sorulardan birisi "bir zaman serisinin hatalarında ARCH etkisinin olup olmadığını nasıl belirleriz?" sorusudur. Bu sorunun çözümü için bir yaklaşım, değişen varyanslılığın testi için toplu olarak gözlemleri kullanan testlerden birisi olan Goldfeld-Quandt testini kullanmaktır. Ancak bu testler zaman serisi verilerinde ARCH etkilerinin varlığının kontrolü için yeterli değildir.

Goldfeld-Quandt yaklaşımı, değişen varyanslılık hakkında bazı varsayımlara dayalı olup gözlemleri gruplara ayırarak ve sonra herbir gözlem grubu için tahmin edilen benzer modellerden elde edilen hataların varyanslarını karşılaştırarak çalışmaktadır.

Fakat zaman serileri için gözlemler doğal bir zamana bağlı sıra izlemektedir. Öyle ki analistler verileri gruplandırmak için zamanın aynı noktasını seçmek durumundadırlar. Eğer koşulsuz varyans değişen varyanslı ise bu yaklaşım, hataların varyansı zaman içinde tutarlı olarak arttığı ya da azaldığı için ve farklı gruplardaki hatalar belirgin şekilde farklı olacakları için iyi sonuç verebilir.

Bu tip testler, zaman serisi hata varyansı, koşulsuz değişen varyanslılıktan ziyade koşullu değişen varyanslılık sergiledikleri zaman güç kaybederler. Bir ARCH sürecinde uzun dönem varyansı (koşulsuz varyans) sabittir. Fakat koşullu değişen varyanslılığın derecesi tüm seri için bazı dönemlerde artma ve azalma göstererek değişir.

Koşulsuz varyans zamana bağlı olarak değişmediği için zamana bağlı olarak sıralanan gözlemlerin iki grubu için varyansın beklenen değeri benzerdir. Bu

durum, Goldfeld-Quandt gibi bir ayrı örneklem testindeki sabit varyanslılık sıfır hipotezinin reddini mümkün kılmayacaktır.

Engle(1982) hata varyansının otoregresif doğasını kesin olarak kabul eden alternatif bir yaklaşım düşünmüştür(Maestas ve Preuhs 2000). Koşullu normallik varsayımı ile ARIMA modelinden elde edilen kareli hataların regresyonuna dayalı bir Lagrange Çarpanı testini önermiştir(Engle 1984).

Engle'in Lagrange Çarpanı testi,  $TR^2$  test istatistiğine dayanır. Buradaki  $R^2, u_t^2$ 'nin bir sabit üzerine ve  $u_{t-1}^2, \dots, u_{t-q}^2$  üzerine regresyonundan hesaplanmaktadır. T farkı alınmış örneklem mevcuttur. ARCH etkilerinin olmadığı sıfır hipotezi altında test istatistiği q serbestlik derecesi ile bir  $\chi^2$  dağılımı gösterir(Bollerslev ve ark. 1994).

Burada q regresyondaki hataların karelerinin gecikme sayısıdır. ARCH için LM testinin küçük bir kısıtı, bazen zorunlu olan koşullu normallik varsayımı altında çalışıyor olmasıdır. [Bollerslev ve Wooldridge (1992), normal olmayan koşullu dağılımlar için güçlü, değiştirilen bir LM testini tanıtmışlardır.] Daha önemli bir sınırlama testin GARCH durumu için genelleştirilmesinin güç olmasıdır. Lee(1991) ve Lee-King(1993) böyle bir genelleştirme üzerinde çalışmışlardır. Ancak Bollerslev, Engle ve Nelson (1994) de tartışıldığı gibi GARCH parametreleri, derecesi sıfıra yakın modellerde farklı olarak tanımlanamamışlardır.

GARCH(1,1) için LM testi ARCH(1) için de aynı sonuçları vermektedir. Böylece sıklıkla kareli hataların örneklem otokorelasyon fonksiyonu gibi daha sade formülle ifade edilebilen tanımlayıcılar kullanılır.

McLeod ve Li(1983), bir ARMA modelinden elde edilen hatalar arasında doğrusal olmayan bağımlılık olmadığına ilişkin sıfır hipotezi altında, hataların karelerinin normalleştirilmiş örneklem otokorelasyonlarının vektörünü aşağıdaki gibi tanımlamışlardır;

$$\sqrt{T}\hat{\rho}_{u^2}(\tau) = \sqrt{T} \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (\hat{u}_t^2 - \hat{\sigma}^2)(\hat{u}_{t-\tau}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=1}^T (\hat{u}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2} \quad (4.43)$$

Burada  $\hat{\sigma}^2$  tahmin edilen hata varyansıdır ve  $\tau = 1, \dots, m$  dir. Örneklem

otokorelasyonları ortalaması sıfır ve birim kovaryans matrisi ile çok değişkenli normal dağılıma sahiptir(Diebold ve Lopez 1995).

Katsayıların anlamlılığını test etmek için Ljung-Box Q istatistiği kullanılmaktadır. Bu otokorelasyon katsayılarını kullanarak hesaplanan Ljung-Box Q istatistiği;

$$\hat{Q}_{u^2}(m) = T(T+2) \sum_{\tau=1}^m \frac{\hat{\rho}_{u^2}(\tau)^2}{T-\tau} \quad (4.44)$$

olarak hesaplanmaktadır(Diebold ve Lopez 1995). Bu istatistik asimptotik olarak, m (otokorelasyon sayısı) serbestlik derecesi ile  $\chi^2$  dağılımına uyar. Hesaplanan  $\hat{Q}_{u^2}$  istatistiği, m serbestlik dereceli  $\chi^2$  tablo değerinden büyükse, ARCH hatalarının olmadığı sıfır hipotezi reddedilir.

ARCH hataları için daha farklı bir Lagrange çarpanı testi Engle (1982) tarafından önerilmiştir. Engle'in yaklaşımına göre, ilgilenilen seri için, örneğin  $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_n y_{t-n} + u_t$  şeklindeki en uygun ARIMA ya da regresyon modelini tahmin etmek için olağan en küçük kareler tekniği kullanılır (Enders 1995). Bu regresyon (ya da ARIMA) modelinin hatalarının kareleri elde edilir. Bu hata karelerin, bir sabit ve q gecikmeli hata kareleri  $\hat{u}_{t-1}^2, \hat{u}_{t-2}^2, \dots, \hat{u}_{t-q}^2$  ile regresyonu oluşturulur ve

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{u}_{t-q}^2 \quad (4.45)$$

şeklinde tahmin edilir.

Eğer ARCH etkileri yoksa  $\alpha_1$ 'den  $\alpha_q$ 'ya kadar tahmin edilen parametre değerleri sıfır olacaktır. Bundan dolayı regresyonun belirlilik katsayısı  $R^2$ 'de sıfır olacaktır.

T örneklem hatalarının sayısı olmak üzere  $TR^2$  istatistiği hesaplanır. q serbestlik dereceli  $\chi^2$  dağılımı gösteren bu istatistik, tablo değerinden büyük olduğunda, ARCH etkilerinin olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Eğer  $TR^2$  değeri küçükse hatalarda ARCH etkisi olmadığı sonucu çıkartılır.

#### 4.6.3.3 ARCH Modeli Parametrelerinin Maksimum Olabilirlik Tahmini

Maksimum Olabilirlik Tahminlerinin Olağan En Küçük Kareler tahminlerine göre bazı avantajları söz konusudur(Işığışık 1999).

a) Ortalama ve varyans denklemindeki parametrelerin bileşik olarak tahminini sağlar.

b)  $\beta \geq 0$  ve  $h_t > 0$  kısıtlamalarını yerine getirir.

c) Modelin kısıtlamalarını ilişkin olabilirlik oran (LR) testlerinin uygulanmasına izin verir.

d) Varyans parametreleri için maksimum olabilirlik tahmincisinin tutarlılığı, verilerin dördüncü ve daha yüksek momentlerinin varlığını gerektirmez.

Bu sebeplerden dolayı Maksimum Olabilirlik Tahminleri'ne başvurulmaktadır.

$\{y_t\}$  serisinin gözlem değerlerinin  $\mu$  ortalamalı ve sabit  $\sigma^2$  varyanslı bir normal dağılımdan çekildiği varsayalım. Standart dağılım teorisinden, T bağımsız gözlemi kullanan log olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = -(T/2) \ln(2\pi) - (T/2) \ln \sigma^2 - (1/2\sigma^2) \sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^2 \quad (4.46)$$

Burada  $\log L$ =Olabilirlik fonksiyonunun logaritmasıdır(Enders 1995).

Maksimum olabilirlik tahmininde süreç, gözlemlenen örnekleme seçme olasılığını maksimize eden dağılımlı parametreleri seçmektir. Bu amaçla  $\mu$  ve  $\sigma^2$ 'ye göre  $\log L$  maksimize edilmeye çalışılır.  $\mu$  ve  $\sigma^2$ 'ye göre türevler alınır,

$$[(\partial \log L) / \partial \mu] = (1/\sigma^2) \sum_{t=1}^T (y_t - \mu) \quad (4.47)$$

ve

$$[(\partial \log L) / \partial \sigma^2] = -(T/2\sigma^2) + (1/2\sigma^4) \sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^2 \quad (4.48)$$

elde edilir. Bu kısmi türevler sıfıra eşitlenerek  $\mu$  ve  $\hat{\sigma}^2$  değerleri aşağıdaki gibi bulunur(Enders 1995).

$$\hat{\mu} = \Sigma y_t / T \quad (4.49)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \Sigma (y_t - \mu)^2 / T \quad (4.50)$$

(4.49) ve (4.50) ifadelerinin tekrar  $\mu$  ve  $\sigma^2$ 'ye göre türevleri alındığında işaretlerinin negatif olması nedeniyle,  $\log L$  fonksiyonunun  $\hat{\mu}$  ve  $\hat{\sigma}^2$ 'nin değerlerinde maksimuma ulaştığı söylenebilir.

Bu işlemler bir regresyon denkleminde de uygulanabilir.

$$u_t = y_t - \beta x_t \quad (4.51)$$

olsun.  $u_t$  klasik regresyon modeli varsayımlarını sağlamaktadır. (Ortalaması sıfır, varyansı sabit ve bağımsızdır.)

ARCH tipi modellerin tahmini için, regresyon modeline ARCH(1) hata sürecinin de dahil edilmesi gerekmektedir. Buna göre  $u_t$ 'nin koşullu varyansı;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \text{ 'dir,} \quad (4.52)$$

ve

$$u_t = v_t (\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2)^{1/2} \quad (4.53)$$

$$u_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (4.54)$$

olur.

$u_t$ 'nin koşullu varyansı sabit olmamasına rağmen gerekli ayarlamaların yapılması kolaydır.  $u_t$ 'nin gerçekleşen her değeri  $h_t$  koşullu varyansına sahip olduğu için uygun log olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = -(T/2) \ln(2\pi) - (1/2) \sum_{t=1}^T \ln h_t - (1/2) \sum_{t=1}^T h_t (y_t - \beta x_t)^2 \quad (4.55)$$

olarak tanımlanır. Burada T, örneklem mevcudu ve

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (4.56)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (y_t - \beta x_t)^2 \quad (4.57)$$

'dir. p. dereceden bir model için  $h_t$ 'yi genelleştirirsek;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 \quad (4.58)$$

olur.

Sonuç olarak tüm bu işlemler birleştirilerek  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta$  için,  $\log L$ 'yi maksimize eden değerleri bulmak amacıyla kısmi türevler alınarak sıfıra eşitlenmelidir (Enders 1995, Engle 1982).

#### 4.6.3.4 İncelenen Seri İçin En Uygun ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi

Koşullu ortalama modelinin hata karelerinin dağılımında asimetrilik olması durumu, simetrik ARCH türü modeller yerine asimetrik ARCH türü modellerin seçimi için kriter olmaktadır. Ayrıca hata kareler toplamındaki azalmayı esas alan çeşitli model seçim kriterleri söz konusudur. Yaygın olarak kullanılan iki model seçim kriteri; Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Schwartz Bayesian Kriteri (SWC)'dir. Söz konusu bilgi kriterleri;

$$AIC = T \ln(\sum u^2) + 2n \quad (4.59)$$

$$SWC = T \ln(\sum u^2) + n \ln(T) \quad (4.60)$$

şeklinde hesaplanmaktadır(Enders 1995 ). Burada  
 $n$ =Tahmin edilen parametre sayısı ( $p+q$ +varsa sabit terim)  
 $T$ =Kullanılabilir gözlemlerin sayısıdır. (Gecikmeli değişkenlerin oluşturulmasında bazı gözlemler kaybolur. Alternatif modellerin doğru olarak karşılaştırılabilmesi için  $T$  uygun şekilde belirlenmelidir.)

AIC ve SWC bilgi kriterlerinin mümkün olduğu kadar küçük olması idealdir. En uygun modelin seçiminde bu özellik kullanılmaktadır. Yani modeller arasında AIC ve SWC bilgi kriterleri en küçük olan seçilmektedir.

#### 4.6.3.5 Belirlenen Uygun Koşullu Varyans Modelinin Öngörü Hatalarının Normallik Testi

İlgilenilen seriler için uygun koşullu değişen varyans modellerinin hatalarının normallik testi Jarque-Bera (JB) Normallik Testi ile yapılabilmektedir.

$y_t$  ilgilenilen seriyi gösterebilir. Buna göre Çarpıklık Ölçüsü;

$$S = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^3}{\sigma^3} \quad (4.61)$$

olarak tanımlanır. Normal dağılım gibi simetrik bir dağılımın çarpıklık ölçüsü sıfırdır.



Basıklık Ölçüsü ise;

$$K = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^3}{\sigma^3} \quad (4.62)$$

olarak hesaplanır. Normal dağılımın basıklık ölçüsü 3'dür. Eğer dağılım normale göre sivri(leptocurtic-aşırı basık) ise basıklık ölçüsü 3'ü geçer.

Hataların normal dağılıp dağılmadığını test eden Jarque-Bera(JB) test istatistiği(Jarque ve Bera 1987);

$$JB = \frac{T-k}{6} \left( S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2 \right) \quad (4.63)$$

ile verilir. Burada T farkı alınmış serinin gözlem sayısıdır. k(regressor sayısı) sıradan bir seri için sıfırdır. S çarpıklık, K basıklık ölçüsüdür. Test için sınanacak hipotezler;

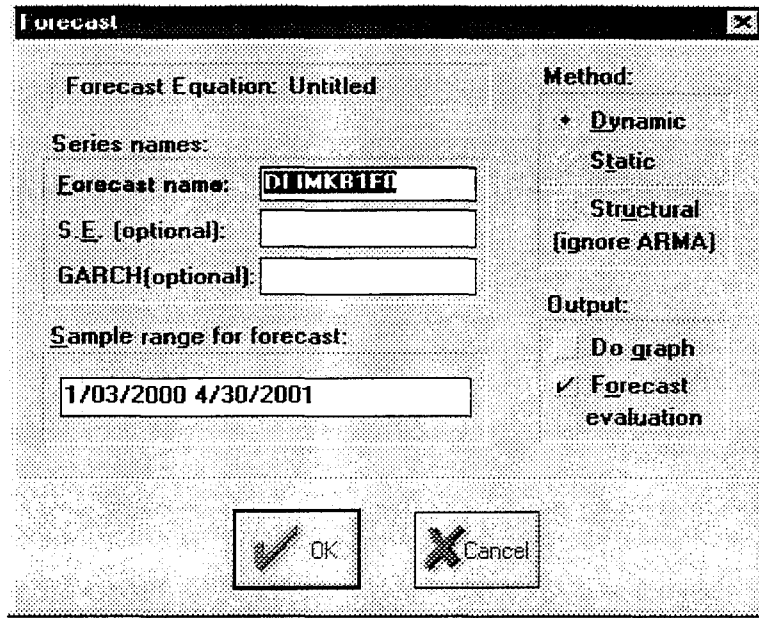
$H_0$ : Hatalar normal dağılır

$H_1$ : Hatalar normal dağılmaz

şeklindedir. JB test istatistiği 2 serbestlik dereceli  $\chi^2$  dağılımı gösterir. Eğer hesaplanan JB istatistiği iki serbestlik dereceli  $\chi^2$  değerinden küçük ise sıfır hipotezi reddedilemez ve hataların normal dağıldığına karar verilir.

#### 4.6.3.6 Varyans Öngörülerinin Değerlendirilmesi

Seçilen uygun koşullu değişen varyans modelinin varyans öngörüsü için uygulama bölümünde kullanıldığı gibi Eviews programından yararlanılabilir. Bu bölümde programın söz konusu amaçla kullanımından bahsedilecektir. Programda iki öngörü metodu kullanılmaktadır. Bunlar Dinamik Öngörü Metodu ve Statik Öngörü Metodudur. Programda en uygun seçilen koşullu varyans modelinin sonuçları alındıktan sonra girilen Forecast seçeneğinin dialog kutusu aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.1 Eviews Programının Varyans Öngörüsü Dialog Kutusu

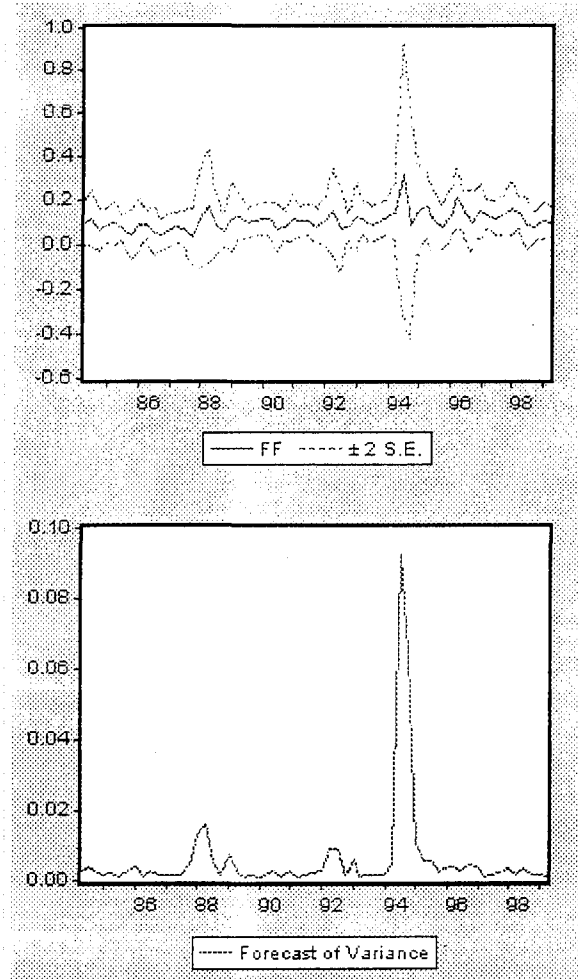
Şekil 4.1’de görülen Metod bölümündeki Dinamik Öngörü Metodu seçeneği önceki döneme ait gecikmeli öngörü değerlerini kullanarak serideki ilk dönemden sonraki dönemler için öngörülerini hesaplar.

Statik Öngörü Metodu seçeneği ise, Dinamik Öngörü Metodu’ndan farklı olarak gerçek gözlem değerlerini kullanır. Varyans öngörüsünde bu metodların her ikisinden de yararlanılmaktadır. Programda öngörü sonuçlarını görmek için, Forecast seçeneği ile grafik(Do Graph) ya da sayısal öngörü(Forecast Evaluation) değerlendirmesi bölümleri uygulanabilir. Sayısal öngörü değerlendirmesi, seçilen koşullu varyans modeline ilişkin bazı istatistikleri tablo halinde verir. Genellikle bu istatistikler uygun olan birden fazla koşullu değişen varyans modeli arasında seçim yapmada kullanılır. Çalışmamızda böyle bir durum söz konusu olmadığı için uygulama bölümünde bu istatistiklere yer verilmemiştir.

Eviews programı, öngörü dialog kutusunda standart hata(S.E. Optional) seçeneğine bir isim verildiğinde bu isimle öngörü standart hatalarının bir serisini, Garch (Optional) seçeneği ile de koşullu varyans öngörü değerlerinin bir serisini oluşturur. Şekil 4.1’de görülen Forecast/Do Graph seçeneği ile koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin  $\pm 2\sigma$  güven aralıkları statik ve dinamik yöntemle hesaplanabilir. Yukarıda belirtildiği gibi Statik yöntemde öngörüler

gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanırlar.

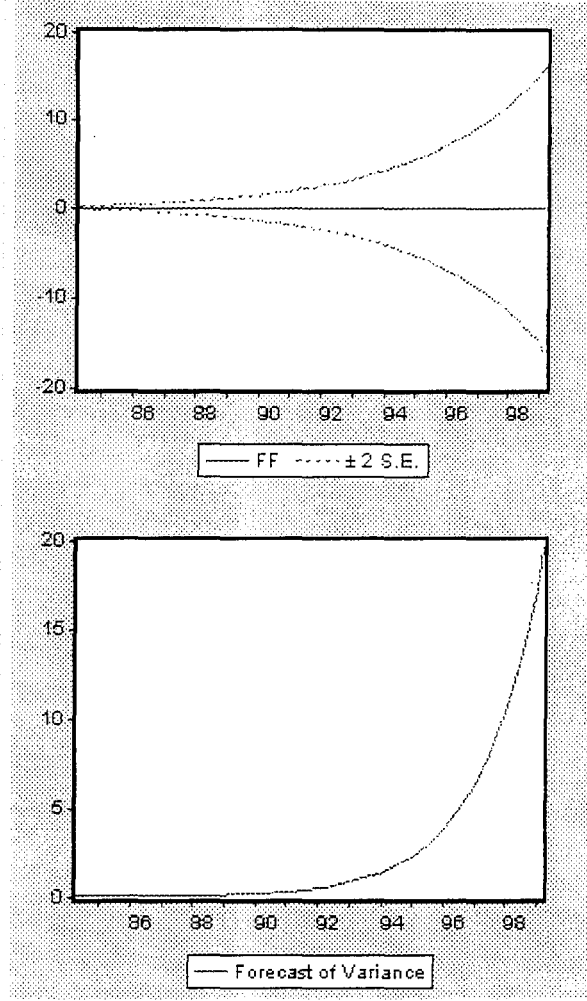
İlgili değişken için örneğin Statik yöntemle varyans öngörüsü aşağıdaki gibi sonuç verebilir.



Şekil 4.2 Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü

Şekil 4.2'deki 1. grafik serinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Ortadaki seri ilgilenilen durağan seriyi, üst ve alttaki kesikli çizgi grafikleri %95 güven sınırlarını gösterir. 2. grafik ise varyans öngörüleridir. Uygun koşullu varyans modelinin koşullu standart sapmalarının kareleridir. Belirtilen dönemde koşullu varyans öngörü değerlerini gösterir. Grafikteki maksimum ve minimum değerler koşullu varyanstaki yüksek ve düşük oynaklıkları ifade eder.

İlgili değişken için örneğin dinamik yöntemle varyans öngörüsü aşağıdaki gibi sonuçlar verebilir.



Şekil 4.3 Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü

Şekil 4.3'deki 1. grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörülerini göstermektedir. Grafikten güven sınırlarının gittikçe genişlediğini görüyoruz. 2. grafik olan varyans öngörüsü grafiğinden de koşullu varyansın sabit kalmadığını, seçilen koşullu varyans modelinin uygun olmadığını söyleyebiliriz.

Uygulama bölümünde IMKB-100 Endeksi, Repo Faizi ve Dolar Kuru değişkenlerinin oynaklıkları araştırıldıktan sonra, ARCH etkisi olan seriler için varyans öngörülerini Eviews programı yardımıyla Statik ve Dinamik yöntemle elde edilmiştir.

#### **4.7. Seçilen Uygun ARCH Modelinin Öngörü Amacıyla Kullanılması**

Bu aşamada belirlenen uygun değişen koşullu varyans modeli ile belirlenen uygun koşullu ortalamâ modellerini toplam modeli biçiminde yazmak suretiyle öngörü modeli türetilir. Bu model öngörü amacıyla kullanılır.

## 5. IMKB-100 ENDEKSİ, REPO FAİZİ VE DOLAR KURU İKTİSADİ DEĞİŞKENLERİNİN OYNAKLIKLARININ ARCH MODELLERİ YARDIMIYLA ARAŞTIRILMASI

### 5.1. Amaç

Son yıllarda iktisatçıların, finansçıların ve tasarruf sahiplerinin kaygı ile takip ettikleri en önemli gelişme ekonomik ve finansal zaman serilerindeki oynaklıklardır. Bu serilerde gözlemlenen oynaklıkların nedeni ekonomideki belirsizlikler ve istikrarsızlıklardır. Bir zaman serisinde oynaklığın olması, yani  $t$  dönemindeki büyük(küçük) gözlem değerinin  $t+1$  dönemindeki büyük(küçük) gözlem değeri tarafından izlenme eğilimi göstermesi durumunda, bu zaman serisi gözlem değerlerine dayanarak elde edilen öngörü hatalarının herhangi bir zaman dönemi için koşullu varyansı da pozitif otokorelasyona sahiptir. Buna göre bir zaman serisi yardımıyla öngörü hataları serisinin oynaklık dönemleri açıklanabilir. Yatırımcılar tasarruf sahipleri ve diğer piyasa katılımcıları zaman serilerinde oynaklığın olup olmadığını, varsa oynaklığın yapısını belirlemek suretiyle piyasalarda söz konusu olabilecek riskten korunma tekniklerini geliştirebilirler ve daha güvenilir öngörüler türetebilirler. IMKB-100 Endeksi, Dolar Kuru ve Repo Faizleri değişkenlerine ilişkin zaman serileri tasarruf sahiplerinin, yatırımcıların en çok ilgilendiği değişkenler ve seriler olduğu için çalışmamızda incelemeye alınmıştır. Bu serilere ilişkin çözümlemenin ilk amacı seriler için uygun koşullu ortalama model tipini belirlemek, ikinci amacı serilerin yapısında oynaklık bulunup bulunmadığını araştırmaktır. Üçüncü amaç oynaklık etkisi (ARCH etkisi) bulunuyorsa, bu etkinin yapısı büyüklüğü ve sürekliliği hakkında bilgi elde etmek ve çözümlemede bu değişkenler için öngörü amacıyla kullanılabilen en uygun varyans model (ARCH türü model) tipini belirlemeye çalışmaktır. Çalışmanın dördüncü amacı ise, serilerin oynaklık yapılarının mukayese edilmesi suretiyle bu değişkenler arasındaki ilişkinin yapısı hakkında bilgi üretebilmektir.

Çözümleme tanımlanan her bir seri için izleyen kısımlarda ayrı ayrı ve

(ARCH) modellerindeki çözümlene sürecinin aşamalarını sırasıyla izlemek suretiyle yapılacaktır.

## 5.2. Serilerin Tanıtılması

**Dolar Kuru:** (Dolar Kuru olarak satış fiyatı kullanılmaktadır. ) ABD Doları değişkenine ilişkin örneklem zaman serisi gün zaman değişkeni şikkına göre oluşturulmuş olup 3/01/2000 – 21/05/2001 dönemini kapsayan bir seridir. Günlük veriler haftanın 5 iş gününe aittir ve 361 veriden oluşmaktadır.

**Repo Faizi:** Ortalama Basit Repo Faizi Oranlarına ilişkin örneklem zaman serisi gün zaman değişkeni şikkına göre oluşturulmuş olup 3/01/2000 – 25/04/2001 dönemini kapsayan bir seridir. Günlük veriler haftanın 5 iş gününe aittir ve 343 veriden oluşmaktadır.

**IMKB-100 Endeksi:** IMKB-100 kapanış fiyat endeksleri örneklem zaman serisi gün zaman değişkeni şikkına göre oluşturulmuş olup 3/01/2000 – 30/04/2001 dönemini kapsayan bir seridir. Günlük veriler haftanın 5 iş gününe aittir ve 346 veriden oluşmaktadır.

Oluşturulan söz konusu üç zaman serisinde 10 Ocak 2000, 13-14-15-16-17 Mart 2000, 19 Mayıs 2000, 30 Ağustos 2000, 1 Ocak 2001, 5-6-7-8-9 Mart 2001 ve 23 Nisan 2001 tarihlerinde varolan eksik gözlemler enterpolasyon tekniği kullanılarak tamamlanmıştır. Söz konusu değişkenlerden IMKB-100 Endeksi değerleri ve Repo Faizleri ESTİM(Ekonometrik Sistemlerle Tahmin İşlemleri Merkezi)'den, Dolar Satış Fiyatları T.C. Merkez Bankası'ndan sağlanmıştır.

İncelenen makro ekonomik değişkenler için ele alınan dönemin belirlenmesindeki neden, bu dönemin Türkiye'deki finansal piyasalarda yaşanan iki önemli ekonomik krizin (17 Kasım 2000- 26 Şubat 2001) oynaklıklar üzerindeki etkilerinin incelenmesidir. Böylece, çalışmamızda belirtilen bu dönem içerisinde Doları Kuru, Repo Faizi ve IMKB-100 endeksi iktisadi değişkenlerinin oynaklık yapılarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi mümkün olacaktır.

### 5.3. İMKB-100 Endeksi Serisinde Oynaklığın Araştırılması

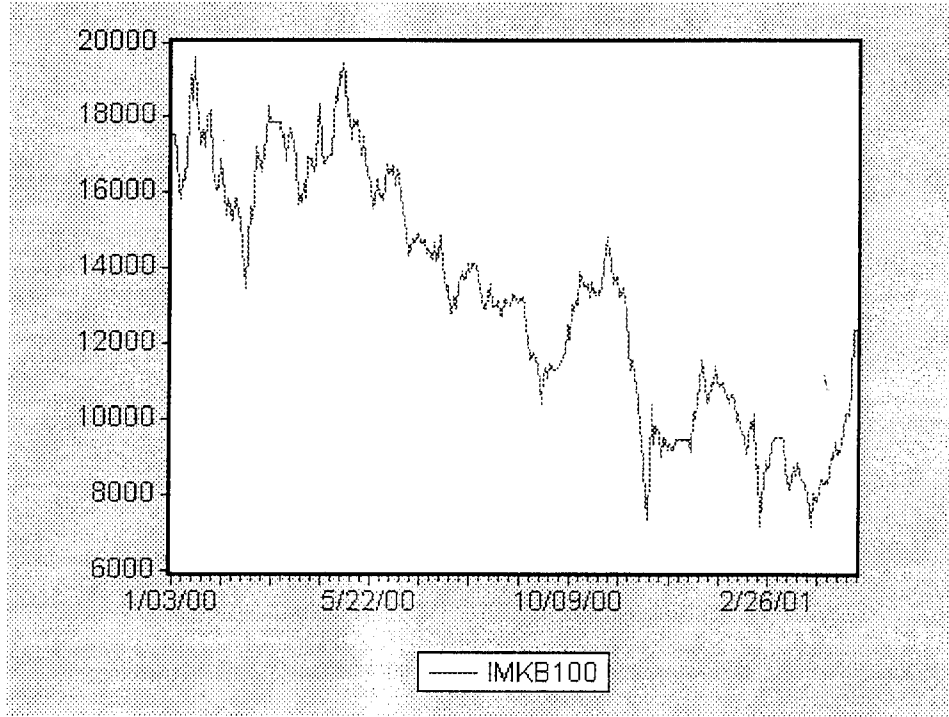
Oynaklığın araştırılması ile ilgili çalışmalar, incelemeye alınan her değişken için ayrı ayrı yapılmıştır. İlk aşamada her değişkene ilişkin seri için uygun ARIMA model tipi belirlenmiş ve bu serilerde oynaklığın varlığının incelenmesine ilişkin ARCH modellerinin kullanılmasına gereksinim olup olmadığı araştırılmıştır. Bu aşamadaki işlemler için Minitab 13.2 paket programı kullanılmıştır.

İktisadi zaman serilerinin çoğunun ekonomideki belirsizliklere ve istikrarsızlıklara bağlı olarak önemli ölçüde oynaklık gösterdiği söylenebilir. Bir zaman serisindeki oynaklık, serinin kartezyen grafiğinin ve belirlenen uygun ARIMA model tipinin uygulanması sonucu türetilen öngörü hatalarının kartezyen grafiğinin incelenmesi ile belirlenebilir. İncelenen serilerde oynaklığın olduğu, bu serilerde değişen varyans ve otokorelasyon problemlerinin yer aldığı tesbit edildiği için serilerin incelenmesi amacıyla ARCH modellerinin kullanılmasının daha uygun olduğu düşünülmüştür. ARCH modelleriyle çözümleme sürecinde Econometric Views (Eviews) paket programı kullanılmıştır.

#### 5.3.1. İMKB-100 Endeksi Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi

Bir zaman serisinin kartezyen grafiği ve otokorelasyon fonksiyonu o serinin özelliklerinin belirlenmesinde kullanılan araçlardır. İMKB-100 endeksi serisinin kartezyen grafiği Şekil 5.1'e göre, serinin zaman içinde düzgün azalan doğrusal genel bir eğilim gösterdiği, bu nedenle de serinin ortalama durağan olmadığı söylenebilir. Ayrıca Şekil 5.1 incelendiğinde 3/01/2000-30/04/2001 döneminde belirgin düzenli olmayan iniş çıkışlar görülmekte ve bu iniş çıkışlar seride değişen varyans olabileceği izlenimini vermektedir.





Şekil 5.1 IMKB-100 Hisse Senetleri Kapanış Fiyat Endeksleri

IMKB-100 endeksi serisinin  $k=1, 2, \dots, 24$  gecikme için hesaplanan örneklem otokorelasyon fonksiyonu (ACF) Şekil 5.2 incelendiğinde fonksiyonun yüksek  $k$  gecikmelerde ( $k>3$  için) istatistiksel olarak anlamlı değerler aldığı, yani  $k>3$ 'üncü gecikmeden sonraki  $k$  gecikmeleri için hesaplanan ACF değerlerinin örneğin  $\alpha=0,05$  için  $\pm 2/\sqrt{346} = \mp 0,11$  güven sınırları dışında kaldığı görülmektedir. Bu durum da IMKB-100 endeksi serisinin durağan olmadığını göstermektedir. IMKB-100 endeksi serisinin özellikleriyle ilgili elde edilen yukarıdaki bilgilere bağlı olarak serinin durağan olmadığı söylenebilir.

Included observations: 346

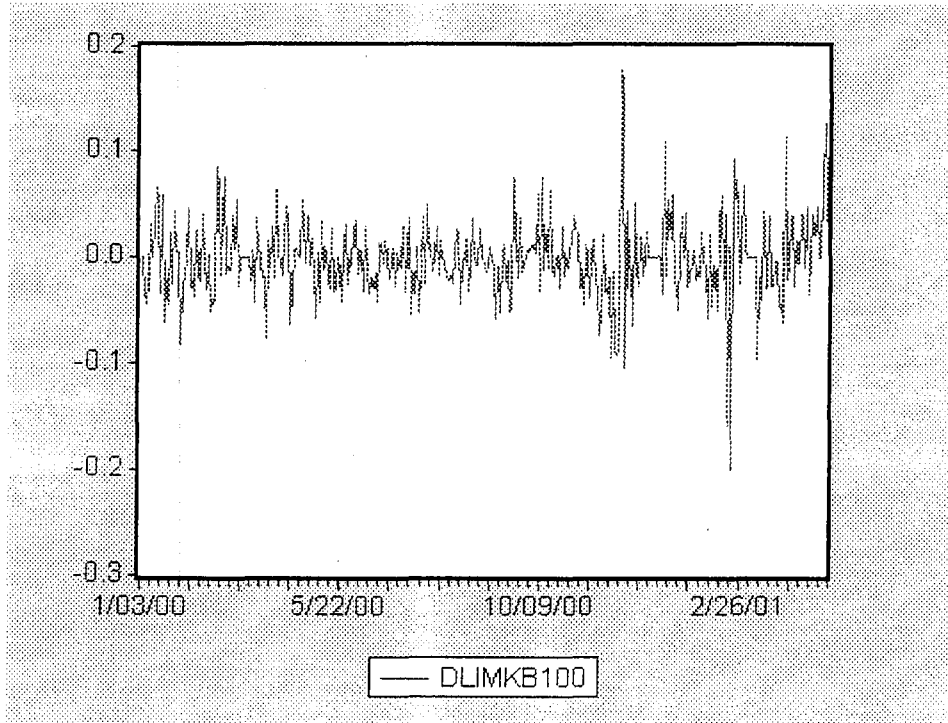
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.986	0.986	339.59
		2	0.973	0.007	671.11
		3	0.959	-0.056	993.72
		4	0.946	0.077	1309.1
		5	0.934	-0.006	1617.1
		6	0.923	0.049	1919.1
		7	0.913	0.012	2215.2
		8	0.901	-0.058	2504.6
		9	0.887	-0.109	2785.6
		10	0.871	-0.033	3057.8
		11	0.855	-0.054	3320.4
		12	0.838	-0.016	3573.7
		13	0.824	0.052	3818.9
		14	0.810	0.009	4056.7
		15	0.796	-0.013	4287.1
		16	0.782	-0.019	4510.0
		17	0.768	0.053	4726.1
		18	0.754	-0.019	4935.0
		19	0.741	0.010	5137.0
		20	0.729	0.060	5333.1
		21	0.719	0.074	5524.6
		22	0.711	0.054	5712.5
		23	0.703	0.004	5896.9
		24	0.696	0.015	6078.0
		25	0.687	-0.060	6255.1

Şekil 5.2 IMKB-100 Endeksi Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

### 5.3.2. IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi

Serinin özellikleri ile ilgili yukarıda yapılan açıklamalar seri için önerilecek ARIMA model tipinin doğrusal durağan olmayan ARIMA(p,d,q) model grubunda aranması gerektiğini ortaya koymaktadır.

IMKB-100 endeksi serisi için ARIMA(p,d,q) model tipinin önerilebilmesi için serinin durağanlaştırılması gerekir. Bu amaçla serinin özelliklerinin daha iyi belirlenebilmesi amacıyla önce doğal logaritması sonra ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla da d=1' inci dereceden farkları alınmıştır. Böylece  $\nabla \log \text{IMKB-100}$  olarak tanımlanan yeni serinin kartezyen grafiği Şekil 5.3'de verilmiştir.



Şekil 5.3  $\nabla\log\text{IMKB-100}$  Serisinin Grafiği

Bu grafik incelendiğinde birinci dereceden farkların durağanlığı sağlamış olduğu görsel olarak söylenebilir. Ancak durağanlığın sağlanıp sağlanmadığının tesbiti Şekil 5.4' deki otokorelasyon fonksiyonu yardımıyla daha sağlıklı bir biçimde ortaya konabilir. Bu otokorelasyon fonksiyonu incelendiğinde fonksiyonun bütün  $k$  gecikmelerde  $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{345} = \mp 0,11$  sınırları içinde kalan değerler aldığı görülmektedir. Bu durum otokorelasyon fonksiyonunun bütün gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı olmayan değerler aldığını göstermektedir. Otokorelasyon fonksiyonunun bu özelliği  $\nabla\log\text{IMKB-100}$  Endeksi serisinin durağan olduğu anlamına gelir.

Durağanlaştırılan IMKB-100 Endeksi serisi için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi  $\nabla\log\text{IMKB-100}$  Endeksi serisinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon fonksiyonlarının birlikte değerlendirilmesi suretiyle belirlenir.  $\nabla\log\text{IMKB-100}$  Endeksi serisi için hesaplanan Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu Şekil 5.4' de verilmiştir.

Included observations: 345

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	-0.027	-0.027	0.2574
		2	0.054	0.053	1.2675
		3	-0.081	-0.079	3.5856
		4	0.036	0.029	4.0290
		5	-0.087	-0.078	6.7120
		6	-0.027	-0.041	6.9764
		7	0.040	0.053	7.5459
		8	0.042	0.034	8.1712
		9	0.006	0.003	8.1844
		10	0.069	0.070	9.8863
		11	-0.035	-0.037	10.337
		12	-0.019	-0.023	10.463
		13	-0.015	0.007	10.548
		14	0.023	0.016	10.743
		15	0.036	0.045	11.202
		16	-0.029	-0.032	11.501
		17	-0.007	-0.022	11.517
		18	-0.039	-0.036	12.072
		19	-0.061	-0.065	13.449
		20	-0.049	-0.043	14.323
		21	-0.031	-0.030	14.670
		22	-0.004	-0.016	14.675
		23	-0.062	-0.073	16.109
		24	0.044	0.027	16.828

Şekil 5.4  $\nabla \log$ IMKB-100 Serisinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

IMKB-100 Endeksi serisinin birinci dereceden farklarda durağan olduğu sonucunu desteklemek amacıyla Geliştirilmiş Dickey-Fuller Testi(ADF) sonuçları da aşağıda verilmiştir.<sup>3</sup>

Çizelge 5.1 IMKB-100 Endeksi Serisinin Birinci Dereceden Farklar Serisi İçin ADF Testi

<b>ADF Test Statistic</b>	<b>-12.41887</b>	<b>1% Critical Value*</b>	<b>-3.4513</b>
		<b>5% Critical Value</b>	<b>-2.8702</b>
		<b>10% Critical Value</b>	<b>-2.5713</b>

Çizelge 5.1'e göre ADF Test istatistiği  $-12.41887$  , %1, %5 ve %10 anlam

<sup>3</sup> IMKB-100 Endeksi serisi için mevsimsellik etkisi söz konusu değildir. Bu nedenle durağanlığın kontrolü için Geliştirilmiş Dickey-Fuller Testi(ADF) seçilmiştir.

seviyelerindeki  $-3.4513$ ,  $-2.8702$ ,  $-2.5713$  MacKinnon kritik değerlerinden daha büyük olduğu için serinin durağan olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Buna sonuca göre de İMKB-100 Endeksi serisinin birinci dereceden farklarda durağan olduğu kabul edilir.

$\nabla \log \text{İMKB-100}$  Endeksi serisinin Şekil 5.4'de verilen otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri incelendiğinde bütün otokorelasyon katsayılarının  $\pm 0.11$  güven aralığı içinde kaldığı, istatistiksel olarak anlamlı olmadığı ve her iki fonksiyonun benzer eğilim gösterdiği söylenebilir. Bu eğilim benzerliği nedeniyle serinin çözümlenmesi için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi ARIMA (1,1,1) olarak önerilmiştir.

İMKB-100 endeksi serisinin ARIMA(1,1,1) modeli "koşullu ortalama modeli" olarak değerlendirilmiştir. Bir başka ifadeyle İMKB-100 endeksi serisinin koşullu ortalama modeli bir otoregresif terim ile bir hareketli ortalama teriminden oluşmaktadır. Bu ortalama modeli;

$(1 - \phi_1 L) \nabla y_t = (1 - \theta_1 L) u_t$  eşitliğiyle ifade edilebilir. Bu modelin hata terimleri İMKB-100 endeksi serisinin koşullu varyansını modellemede kullanılmıştır.

Modele ilişkin çözümlenme sonuçları Çizelge 5.2'de verilmiştir. Bu sonuçlara bakarak geçici uygun ARIMA(1,1,1) modelinin uygun model olduğuna karar verilebilir.

**Çizelge 5.2** ARIMA (1.1,1) Modeline İlişkin Çözümlenme Sonuçları

	KATSAYILAR	STD. SAPMALARI	t	p
AR(1)	-0,8734	0,1926	-4,54	0,000
MA(1)	-0,8268	0,2196	-3,77	0,000
SABİT TERİM	-0,0019	0,0039	-0,48	0,628
<b>MODELİN ORTALAMA HATA KARESİ: 0,001568</b>				

Çizelge 5.2'de görüldüğü gibi ARIMA(1,1,1) modelinin parametreleri için

hesaplanan t değerleri sırasıyla -4,54 ve -3,77'dir. Bu t değerleri  $\alpha=0,05$  için mutlak değerce  $t_{0,05,345} = 1,96$  tablo değerinden büyük olduklarından ARIMA(1,1,1) model parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğuna karar verilir. Kuşkusuz p değerlerinin tümünün  $p=0,05$  değerinden küçük olması da bu sonucu desteklemektedir.

ARIMA(1,1,1) geçici modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen öngörü hatalarının otokorelasyon fonksiyonuna ve bu fonksiyondan yararlanılarak hesaplanan  $Q=n\sum r_i^2$  istatistiğine dayanarak da yapılabilir. Öngörü hatalarının otokorelasyon katsayıları Şekil 5.5'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi öngörü hatalarının tamamı  $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{345} = \mp 0,11$  güven sınırları içinde kalmaktadır. Bu durum hatalar serisinin rassal seri olduğunu ve ARIMA(1,1,1) modelinin IMKB-100 endeksi serisi için uygun olduğunu gösterir. IMKB-100 endeksi serisi için hesaplanan hata otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak Q istatistiğinin değerinin  $Q=345*0,0383=13,213$   $K-p-q=24-1-1=22$  serbestlik derecesinde  $Q=13,213 < \chi_{0,05,22}^2=33,925$  olduğu için öngörü hatalarının rassal olarak dağıldığı yönündeki yukarıda yapılan değerlendirme, ARIMA(1,1,1) modelinin IMKB-100 endeksi serisi için %5 anlam düzeyinde uygun olduğu sonucunu desteklemektedir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.014	0.014	0.0706
		2	0.015	0.015	0.1507
		3	-0.046	-0.047	0.9014
		4	0.002	0.003	0.9025
		5	-0.058	-0.057	2.0867
		6	-0.058	-0.059	3.2770
		7	0.072	0.076	5.1120
		8	0.017	0.011	5.2113
		9	0.031	0.024	5.5576
		10	0.050	0.054	6.4556
		11	-0.018	-0.027	6.5741
		12	-0.038	-0.032	7.0823
		13	0.000	0.017	7.0823
		14	0.011	0.008	7.1228
		15	0.049	0.054	7.9896
		16	-0.039	-0.041	8.5490
		17	0.002	-0.013	8.5502
		18	-0.048	-0.045	9.4079
		19	-0.059	-0.059	10.687
		20	-0.056	-0.048	11.830
		21	-0.028	-0.026	12.123
		22	-0.006	-0.020	12.137
		23	-0.061	-0.070	13.540
		24	0.042	0.027	14.190

Şekil 5.5 ARIMA(1,1,1) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

### 5.3.3. IMKB-100 Endeksi Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması

Çalışmanın bu bölümünde, IMKB-100 Endeksi zaman serisinde ARCH türü etki olup olmadığının belirlenmesine çalışılacaktır. ARCH etkilerinin araştırılması ile;

- IMKB-100 endeksi serisinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik göstermekte midir? Eğer gösteriyorsa bu değişkenlik tahmin edilebilir bir yapıda mıdır, yani koşullu değişen varyanslılık istatistiksel olarak anlamlı mıdır?
- Pozitif ve negatif şokların oynaklık durumundaki etkisi nedir?
- IMKB-100 getirilerinde pozitif risk-getiri ilişkisi mevcut mudur?

sorularına yanıt aranmaktadır.

ARCH etkilerinin araştırılması, uygun ARIMA(1,1,1) model tipini

uygulamak suretiyle türetilen öngörü hatalarının doğrusallık testi ve ARCH-LM testi aşamalarını içermektedir. Bu aşamalar sırasıyla ele alınmıştır.

### 5.3.3.1 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının Doğrusallık Testi

Doğrusal ARCH türü modellerin çözümlene aşamasında kullanılabilmesi için önerilen ARIMA model tipine ilişkin hataların dağılımının doğrusal olması gerekmektedir. Bu amaçla ARIMA(1,1,1) modelinin uygulanması sonucu türetilen öngörü hataları serisine önce doğrusal sonra kareli trend modelleri uygulanmıştır. Her iki trend modelinin öngörü performansları karşılaştırılmıştır. Bu modeller sırasıyla

$$Y_t = (-2,5E - 0,3) + (1,43E - 0,5)t \text{ ve} \quad (5.1)$$

$$Y_t = (4,44E - 0,3) - (1,04E - 04)t + (3,40E - 0,7)t^2 \quad (5.2)$$

şeklinde tahminlenmiştir. Uygun modelin belirlenebilmesi için Ortalama Karesel Hata (MSD) ve Ortalama Mutlak Nisbi Hata (MAPE) istatistikleri karşılaştırılır. Tahminlenen her iki trend modelinin MAPE ve MSD istatistikleri aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

**Çizelge 5.3** ARIMA(1,1,1) Hatalar Serisine Uygulanan Doğrusal ve Kareli Trend Modellerinin MAPE ve MSD İstatistikleri

Doğruluk Kriteri	Doğrusal Trend Modeli	Kareli Trend Modeli
MAPE	221,793	439,489
MSD	0,002	0,002

Çizelge 5.3 incelendiğinde MSD istatistiklerinin her iki model için aynı MSD=0,002 değerine sahip olduğu, ancak Doğrusal Trend Modeli için MAPE=221,793 değerinin daha küçük olduğu görülmektedir. Bu sonucu daha iyi açıklayan modelin doğrusal model olduğu söylenebilir.



### 5.3.3.2 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının ARCH-LM Testi

IMKB-100 endeksi serisi için uygun bulunan ARIMA(1,1,1) modelinde ARCH etkisinin olup olmadığının araştırılması için ARCH-LM testi kullanılmaktadır. Bu testte şınanacak hipotezler;

$H_0$ : ARCH etkisi yoktur

$H_1$ : ARCH etkisi vardır

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(1,1,1) Modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin söz konusu olmadığı ifade edilir. Karşıt hipotez de ise  $H_0$  hipotezi çürütölmeye çalışılır.

ARCH-LM testi sonuçları aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

**Çizelge 5.4** ARCH-LM Testi Sonuçları<sup>4</sup>

	$\chi^2_{0,05}$ (Tablo)	T.R <sup>2</sup>	p
<b>ARCH(1)</b>	3,841455	37.38350	0.0000000001
<b>ARCH(2)</b>	5,991476	57.84837	0.0000000001
<b>ARCH(4)</b>	9,487728	59.66489	0.0000000001
<b>ARCH(8)</b>	15,50731	64.90173	0.0000000001

Çizelge 5.4 incelendiğinde üçüncü sütundaki TR<sup>2</sup> değerleri<sup>5</sup> %5 anlam düzeyinde örneğin 1, 2, 4 ve 8 serbestlik dereceleri için belirlenen ikinci sütundaki  $\chi^2$  tablo değerlerinden büyük olduğu için  $H_0$  hipotezi reddedilir. Bu karara göre 8 gecikmeli ARCH etkisi bile %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu, hatalarda güçlü bir ARCH etkisinin olduğu anlamına gelir.  $H_0$  hipotezinin

<sup>4</sup> Tablodaki 1, 2, 4 ve 8 ARCH dereceleri araştırmacı tarafından belirlenmektedir. Burada daha yüksek gecikmelerde bile ARCH etkisinin olduğunu göstermek amacıyla bu şekilde kullanılmıştır. 1 gecikme değeri de karar vermede yeterli kabul edilebilir.

<sup>5</sup> ARCH-LM testinde kullanılan TR<sup>2</sup> değerindeki  $T=n-d$ (fark alma derecesi) olarak hesaplanmaktadır.

sınanmasında p olasılık değerleri de kullanılır. Bütün gecikmeler için p olasılıkları %5 değerinden küçüktür. Bu sonuç da hatalarda ARCH etkisinin olmadığı yönündeki sıfır hipotezinin reddedilmesine ilişkin bir başka kanıttır.

### 5.3.4. Çözümlemede Kullanılacak ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi

Bu bölümde IMKB-100 Endeksi serisi için incelenen ARCH(1), GARCH(1,1), TARCH(1,1), TARCH(1,3), TARCH(3,3), EGARCH(1,1), ARCH(1)-M, GARCH(1,1)-M, TARCH(1,1)-M, TARCH(1,3)-M, TARCH(3,3)-M, EGARCH(1,1)-M model tiplerinin tahmin sonuçları ayrı ayrı ele alınacaktır.

#### 5.3.4.1 ARCH(p) Model Tipi

Çözümlemeye ARCH(1) model tipi ile başlanmıştır. Önce modelin koşullu varyansı açıklamadaki istatistiksel anlamlılığı incelenecek, ayrıca koşullu varyansın ortalama modeline katkısı değerlendirilecektir. Model tahminine ilişkin bilgiler Çizelge 5.5’de verilmiştir.<sup>6</sup>

Çizelge 5.5 ARCH(1) Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli		Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	AR(1)	MA(1)
<b>ARCH(1)</b>	0.001053 (11.17473)	0.323182 (4.173749)	-0.706146 (-4.184880)	0.567168 (2.807951)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.421695			
<b>SWC Kriteri</b>	-6.365872			
<b>Log Olabilirlik</b>	643.0118			

Çizelge 5.5 incelendiğinde ARCH etkisini gösteren  $\alpha$  parametre tahmini değerlerinin altında parantez içinde verilen t istatistiklerine göre,  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  için hesaplanan t test istatistiklerinin değerleri sırasıyla (11.17473) ve (4.173749)

<sup>6</sup> Çözümleme aşamasında ARCH türü modellerin parametre tahminlerinin anlamlılık sınavında öncelikle  $\alpha=0,05$  alınmış, modellerin anlamlı bulunmadığı durumda  $\alpha=0,10$  için anlamlılık testi yapılmıştır.

dur. Bu değerler  $\alpha=0,05$  anlamlılık düzeyinde  $t_{0,05;345}=1,96$  tablo değerinden büyük oldukları için ARCH(1) modeli parametreleri ( $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ )'in, %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu bulunmaktadır.  $\alpha_0 > 0$  ve  $0 < \alpha_1 < 1$  olması, ARCH(1) modelinin durağanlık özelliğini de sağladığının göstergesidir. ARCH(1) varyans modelinin parametrelerinin negatif olmama koşulu da sağlanmaktadır. Ayrıca ARCH(1) koşullu varyans modeli ile birlikte düşünüldüğünde, koşullu ortalama modelinin katsayıları için hesaplanan t istatistikleri de sırasıyla (-4.184880) ve (2.807951)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tahmin edilen koşullu varyansın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde istatistiksel olarak anlamlı olup olmayacağını araştırılması ARCH(1)-M modeli ile yapılır. ARCH-M modellerine ilişkin sonuç çizelgelerindeki ARCH-MS (ARCH in Mean – Standart Deviation) terimi, koşullu standart sapmanın koşullu ortalama modelinde açıklayıcı değişken olarak yer aldığını, ARCH-MV (ARCH in Mean – Variance) terimi ise, koşullu varyansın koşullu ortalama modelinde açıklayıcı değişken olarak yer aldığını göstermektedir. Her iki ARCH-M modeli için  $\lambda$  parametresi ortak kullanılmıştır.

Buna göre ARCH(1)-M Modeli tahminine ilişkin bilgiler Çizelge 5.6'da verilmiştir.

**Çizelge 5.6 ARCH(1)-M Modeli Sonuçları**

	Varyans Modeli		Ortalama Modeli		
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
<b>ARCH(1)-MS</b>	0.000922 (10.27893)	0.408308 (4.956590)	0.901424 (4.528868)	-0.636075 (-2.734591)	0.545783 (2.028511)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.394241				
<b>SWC Kriteri</b>	-6.327253				
<b>Log Olabilirlik</b>	650.2980				
	Varyans Modeli		Ortalama Modeli		
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
<b>ARCH(1)-MV</b>	0.000870	0.449522 (5.166103)	7.018290	-0.736856	0.674432

	(10.17889)	(5.166103)	(3.342034)	(-3.245774)	(2.529770)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.404661				
<b>SWC Kriteri</b>	-6.337674				
<b>Log Olabilirlik</b>	653.9416				

Çizelge 5.6 incelendiğinde koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın  $\lambda$  katsayılarının t istatistikleri sırasıyla (3.342034) ve (4.528868)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı oldukları görülmektedir. Buna göre koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın ortalama modele katkısı vardır yani koşullu varyansın veya koşullu standart sapmanın modele eklenmesi, IMKB-100 serisi tahmin sürecini olumlu etkilemektedir. Ayrıca ARCH(1)-M modeli sonuçlarına göre ARCH(1)-MS ortalama modelinin parametrelerinin (-2.734591) ve (2.028511), ARCH(1)-MV ortalama modelinin parametrelerinin de (-3.245774) ve (2.529770) t istatistikleri  $t_{0,05;345}=1,96$  tablo değerinden büyük oldukları için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Her iki varyans modelinin  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametreleri de sırasıyla (10.27893), (4.956590), (10.17889) ve (5.166103) t istatistikleri ile %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametrelerinin toplamlarının 1' den küçük olması yine durağan bir varyansın göstergesidir. Varyans modeli parametrelerinin tümü negatif olmama koşulunu da sağlamaktadırlar. Bu sonuçlara göre ARCH(1)-M modelinin IMKB-100 serisi için uygun bir model olduğunu söyleyebiliriz.

#### 5.3.4.2 GARCH(p,q) Model Tipi

Koşullu varyansın gecikmeli değerlerinin ve gecikmeli hata karelerinin bugünkü koşullu varyansın tahminine olan etkisini araştırmak amacıyla GARCH(p,q) model tipleri incelenmiştir. Çözümlemeye literatürde yaygın olarak kullanılan GARCH(1,1) model tipi ile başlanmıştır. Model tahminine ilişkin bilgiler Çizelge 5.7'de verilmiştir.

Çizelge 5.7 GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli			Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	AR(1)	MA(1)
<b>GARCH(1,1)</b>	0.000327 (3.073797)	0.257513 (4.060658)	0.529020 (4.651965)	-0.728235 (-2.692373)	0.659740 (2.168451)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.427602				
<b>SWC Kriteri</b>	-6.360614				
<b>Log Olabilirlik</b>	656.6703				

Çizelge 5.7 incelendiğinde ARCH etkisini gösteren  $\alpha$  parametreleri ile GARCH etkisini gösteren  $\beta_1$  parametresi ve bu parametrelere ilişkin t istatistikleri sırasıyla (3.073797), (4.060658) ve (4.651965) olarak tahminlenmiştir. Her iki parametre tahminine ilişkin hesaplanan t istatistikleri  $t_{0,05;345}=1,96$  tablo değerinden büyük olduğu için söz konusu parametrelerin %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Ayrıca  $\alpha$  ve  $\beta$  parametrelerinin toplamının 1'den küçük olması koşullu varyansın durağanlık koşulunun sağlandığını göstermektedir. Varyans modelinin parametrelerinin tümü pozitif işaretli olduğu için varyansın negatif olmama koşulu da sağlanmaktadır. Ayrıca koşullu ortalama modelinin parametre tahminlerinin t istatistikleri (-2.692373) ve (2.168451) de  $t_{0,05;345}=1,96$  tablo değerinden büyüktür. Bu %5 anlam düzeyinde GARCH(1,1) modelinin istatistiksel olarak anlamlı bir model olduğunu gösterir. Buna göre koşullu varyansın gecikmeli değerleri ve gecikmeli hata kareleri bugünkü koşullu varyansın tahmininde etkili görülmektedir. GARCH(1,1) modelinin gecikme yapısının genişletilmesi ile denenen diğer GARCH modeli tipleri için ortalama ve varyans modellerinin parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmadıkları için çalışmada bu model sonuçlarına yer verilmemiştir.

Bu sonuçlara göre IMKB-100 endeksi serisi için GARCH(1,1) model tipinin uygun bir model olduğuna karar verilmiştir. GARCH(1,1) modeli ile tahmin edilen koşullu varyansın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde öngörü modelinin istatistiksel anlamlılığını araştırmak amacıyla GARCH(1,1)-M modeli tahmin edilmiş ve bu modelin sonuçları incelenmiştir. Sonuçlar Çizelge 5.8'de verilmiştir.

Çizelge 5.8 GARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları

GARCH(1,1)-MS	Varyans Modeli			Ortalama Modeli		
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
	0.000312 (3.37460)	0.246709 (4.21268)	0.545761 (5.44040)	0.391720 (1.736937)	-0.701576 (-2.35350)	0.633488 (1.91474)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.433012					
<b>SWC Kriteri</b>	-6.354860					
<b>Log Olabilirlik</b>	657.9047					
GARCH(1,1)-MV	Varyans Modeli			Ortalama Modeli		
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
	0.000329 (3.38184)	0.258112 (4.19893)	0.523180 (4.97022)	2.956165 (1.208798)	-0.707443 (-1.33317)	0.629043 (1.13903)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.433570					
<b>SWC Kriteri</b>	-6.355418					
<b>Log Olabilirlik</b>	657.7427					

Çizelge 5.8 incelendiğinde GARCH(1,1)-MV modelinde  $\lambda$  parametresinin t istatistiği  $(1.208798) < t_{0,05;345}=1,96$  ayrıca  $(1.208798) < t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan parametre %5 ve %10 anlam düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. GARCH(1,1)-MS modelinde ise  $\lambda$  katsayısının t istatistiği  $(1.736937) < t_{0,05;345}=1,96$  fakat  $(1.736937) > t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan parametre %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca GARCH(1,1)-MV ortalama modelinin parametrelerinin t istatistikleri  $(-1.33317)$  ve  $(1.13903) < t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan %5 ve %10 anlam düzeylerinde düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı

değildirler. GARCH(1,1)-MS ortalama modelinin parametrelerinin t istatistikleri ise,  $(-2.35350)$  ve  $(1.91474) > t_{0.10;345}=1,65$  olduğundan parametreler %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca her iki model için de varyans modeli parametreleri pozitif olma ve toplamlarının 1' den küçük olma koşullarını sağlamaktadır. Buna göre, tahmin edilen koşullu standart sapmanın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde modelin %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olacağını ve koşullu standart sapmanın tahmin performansını arttırdığını söylemek mümkündür.

### 5.3.4.3 TARARCH(p,q) Model Tipi

İMKB-100 endeksi serisindeki olası oynaklık asimetrisinin belirlenmesi için TARARCH ve EGARCH modelleri olmak üzere iki ARCH türü model ele alınmıştır. TARARCH modelinde; olumsuz haberlerin etkisinin (varyansdaki negatif oynaklıkların etkisi) karesel olacağı varsayılmaktadır. Buna göre modeldeki asimetrisini gösteren  $\gamma$  parametresinin anlamlılığı incelenmiştir. Sonuçlar Çizelge 5.9'daki gibidir.

Çizelge 5.9 TARARCH(1.1) Modeli Sonuçları

TARARCH(1,1)	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta$	$\gamma$	AR(1)	MA(1)
	0.000315 (3.091999)	0.160361 (3.166257)	0.546940 (5.167057)	0.182071 (1.815646)	-0.765959 (-3.416276)	0.704511 (2.734170)
AIC Kriteri	-6.422203					
SWC Kriteri	-6.344050					
Log Olabilirlik	658.3280					

Çizelge 5.9 incelendiğinde TARARCH(1,1) modeli çerçevesinde, ARCH parametreleri  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in t istatistikleri  $(3.091999)$  ve  $(3.166257) > t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametresi  $\beta$ 'nin t istatistiği de  $(5.167057) > t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH ve GARCH etkileri belirginliğini sürdürmektedir,  $\gamma$  parametresinin t istatistiği  $(1.815646) > t_{0,10;345}=1,65$  olduğu için parametre %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca ortalama modelinin parametrelerinin t

değerleri de  $(-3.416276)$  ve  $(2.734170) > t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan söz konusu parametrelerin de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğuna karar verilir. Buna göre IMKB-100 serisinin asimetrik bir oynaklığa sahip olduğunu, olumsuz etkilerin (varyans üzerindeki negatif oynaklıkların etkisinin) olumlu etkilerden (varyans üzerindeki pozitif oynaklıkların etkisinden) daha fazla oynaklığa neden olduğunu söyleyebiliriz.

TARCH(1,1) modelinden elde edilen koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın ortalama modele olan katkısının incelenmesi için TARCH(1,1)-M modeli uygulanmıştır. Sonuçlar Çizelge 5.10'da yer almaktadır.

**Çizelge 5.10 TARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları**

TARCH(1,1)- MS	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta$	$\gamma$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
	0.000317 (3.423544)	0.167376 (3.204767)	0.544511 (5.616086)	0.156409 (1.662983)	0.336532 (1.487422)	-0.759106 (-3.117122)	0.703537 (2.540679)
AIC Kriteri	-6.427564						
SWC Kriteri	-6.338247						
Log Olabilirlik	659.1644						
TARCH(1,1)- MV	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta$	$\gamma$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
	0.000322 (3.397304)	0.165610 (3.241862)	0.539669 (5.495415)	0.164965 (1.732334)	3.397920 (1.390129)	-0.775568 (-3.442421)	0.722107 (2.797268)
AIC Kriteri	-6.432262						
SWC Kriteri	-6.342944						
Log Olabilirlik	659.1809						

Çizelge 5.10'a göre, TARCH(1,1)-MS ve TARCH(1,1)-MV ortalama modellerinin t istatistikleri sırasıyla  $(-3.117122)$ ,  $(2.540679)$ ,  $(-3.442421)$  ve  $(2.797268) > t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. TARCH(1,1)-MS modelinde ARCH etkisini gösteren  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametrelerinin t değerleri  $(3.423544)$ ,  $(3.204767)$  ile GARCH etkisini



gösteren  $\beta$  parametresinin t değeri (5.616086)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan tüm bu parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Aynı model için asimetriklik etki parametresi  $\gamma$  'nın t değeri (1.662983)  $> t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. TARARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapmasının ortalama modeline açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin katkısını kontrol eden  $\lambda$  parametresinin t değeri ise (1.487422)  $< t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan %10 anlam düzeyinde bile istatistiksel olarak anlamlı değildir. Buna göre TARARCH(1,1) etkisi %5 anlam düzeyinde anlamlı iken koşullu standart sapmanın ortalama modelinin tahmin performansına etkisi yoktur.

TARARCH(1,1)-MV modeli ele alınırsa, ARCH etkisini gösteren  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametrelerinin t değerleri (3.397304), (3.241862) ile GARCH etkisini gösteren  $\beta$  parametresinin t değeri (5.495415)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan tüm bu parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Aynı model için asimetriklik etki parametresi  $\gamma$  'nın t değeri (1.732334)  $> t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. TARARCH(1,1) modelinin koşullu varyansının ortalama modeline açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin katkısını kontrol eden  $\lambda$  parametresinin t değeri ise (1.390129)  $< t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan %10 anlam düzeyinde bile istatistiksel olarak anlamlı değildir. Buna göre TARARCH(1,1) etkisi %5 anlam düzeyinde anlamlı iken koşullu varyansın ortalama modelinin tahmin performansına etkisi yoktur. Tüm bu sonuçlara bağlı olarak TARARCH(1,1)-M modelinin IMKB-100 endeksi serisi için uygun bir koşullu varyans modeli olmadığı söylenebilir.

TARARCH(1,1) modelinin gecikme yapısı genişletildiğinde TARARCH(1,3) ve TARARCH(3,3) modellerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu bulunmuştur. Öncelikle TARARCH(1,3) modelinin sonuçları incelenmiştir. Sonuçlar Çizelge 5.11' de verilmiştir.

Çizelge 5.11 TARÇH(1,3) Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	AR(1)	MA(1)
TARÇH(1,3)	0.000275 (3.524655)	0.115178 (3.791857)	0.541908 (12.52172)	-0.617354 (-14.4266)	-0.895226 (-9.822835)	0.863927 (7.998926)
	$\beta_3$	$\gamma$				
	0.627848 (12.31525)	0.256045 (4.703550)				
AIC Kriteri	-6.413477					
SWC Kriteri	-6.312995					
Log Olabilirlik	666.6181					

Çizelge 5.11'e göre sonuçlar TARÇH(1,1) modelinin sonuçlarını desteklemektedir. Bu sonuçlara göre TARÇH(1,1) modeli çerçevesinde, ARCH parametreleri  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in t istatistikleri (3.524655) ve (3.791857)  $> t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametreleri  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  t istatistikleri de sırasıyla (12.52172), (-14.4266), (12.31525)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH-GARCH etkileri belirginliğini sürdürmektedir,  $\gamma$  parametresinin t istatistiği (4.703550)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğu için parametre %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca ortalama modelinin parametrelerinin t değerleri de (-9.822835) ve (7.998926)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan söz konusu parametrelerin de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğuna karar verilir. Buna göre IMKB-100 serisinin asimetrik bir oynaklığa sahip olduğunu, olumsuz etkilerin (varyans üzerindeki negatif oynaklıkların etkisinin) olumlu etkilerden (varyans üzerindeki pozitif oynaklıkların etkisinden) daha fazla oynaklığa neden olduğunu söyleyebiliriz. Sonuçlara göre TARÇH(1,3) modelinin IMKB-100 endeksi serisi

için uygun bir koşullu varyans modeli olduğu söylenebilir.

TARCH(1,3) modelinden elde edilen koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın ortalama modele olan katkısının incelenmesi için TARCH(1,3)-M modeli ele alınmıştır. Sonuçlar Çizelge 5.12' de verilmiştir.

**Çizelge 5.12 TARCH(1,3)-M Modeli Sonuçları**

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	AR(1)	MA(1)
<b>TARCH(1,3)-MS</b>	0.000297 (3.095689)	0.160471 (2.777026)	0.606426 (1.658388)	-0.054167 (-0.12615)	-0.771667 (-3.382719)	0.719035 (2.777825)
	$\beta_3$	$\gamma$	$\lambda$			
	0.020469 (0.092913)	0.133334 (1.170800)	0.343123 (1.402912)			
	<b>AIC Kriteri</b>					
<b>SWC Kriteri</b>						-6.304590
<b>Log Olabilirlik</b>						659.1874
	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	AR(1)	MA(1)
<b>TARCH(1,3)-MV</b>	0.000304 (3.603698)	0.139362 (3.392220)	0.524042 (12.40778)	-0.595305 (-15.6170)	-0.872561 (-7.287633)	0.851256 (6.421234)
	$\beta_3$	$\gamma$	$\lambda$			
	0.600949 (11.87510)	0.254055 (3.541305)	1.333212 (0.880144)			
	<b>AIC Kriteri</b>					
<b>SWC Kriteri</b>						-6.300599
<b>Log Olabilirlik</b>						667.1927

Çizelge 5.12'e göre TARCH(1,3)-MS modeli çerçevesinde, ARCH parametreleri  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in t istatistikleri (3.095689) ve (2.777026) >  $t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametreleri  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  t istatistikleri de sırasıyla (1.658388), (-0.12615), (0.092913) <  $t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH-GARCH

etkileri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Aynı şekilde  $\lambda$  ve  $\gamma$  parametreleri de t istatistiklerine bağlı olarak %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir.

Aynı şekilde TARARCH(1,3)-MV modelini inceleyelim. ARCH parametreleri  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in t istatistikleri (3.603698) ve (3.392220)  $> t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametreleri  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  t istatistikleri de sırasıyla (12.40778), (-15.6170), (11.87510)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH-GARCH etkileri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Aynı şekilde  $\gamma$  parametresinin t istatistiği (3.541305)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan asimetriklik %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ancak koşullu varyansın ortalama modele açıklayıcı değişken olarak girmesinin katkısını gösteren  $\lambda$  parametresinin t değeri (0.880144)  $< t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bütün bu sonuçlara göre koşullu standart sapmanın veya koşullu varyansın ortalama modele açıklayıcı değişken olarak eklenmesi modelin tahmin performansını etkilemeyecektir. Bu nedenle TARARCH(1,3)-M modeli IMKB-100 serisi için uygun bir model değildir.

Aynı şekilde TARARCH(3,3) modelinin sonuçları incelenmiş ve Çizelge 5.13'de verilmiştir.

**Çizelge 5.13 TARARCH(3,3) Modeli Sonuçları**

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	AR(1)	MA(1)
TARARCH(3,3)	0.000356	0.174900	-0.084911	0.162746	-0.871409	0.846302
	(3.683559)	(3.237265)	(-2.50526)	(3.918310)	(-7.950595)	(6.907635)
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\gamma$		
	0.631288	-0.708970	0.457291	0.363889		
	(10.82155)	(-13.2768)	(7.61038)	(3.795684)		
AIC Kriteri	-6.400895					
SWC Kriteri	-6.278084					
Log Olabilirlik	668.4803					

Çizelge 5.13'e göre ARCH, GARCH etkisi belirgin olarak ortaya çıkmıştır. Çünkü ARCH etkisini gösteren  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  ve  $\alpha_3$  parametrelerinin t istatistikleri sırasıyla (3.683559), (3.237265), (-2.50526) ve (3.918310)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan söz konusu parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ortalama modelinin parametrelerinin t istatistikleri (-7.950595) ve (6.907635) ile  $\gamma$  parametresinin t istatistiği de (3.795684)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre gecikme genişliğinin artırılması TARARCH(1,1) modeli sonuçlarını değiştirmemektedir. Buna göre IMKB-100 serisinin asimetrik bir oynaklığa sahip olduğunu, olumsuz etkilerin (varyans üzerindeki negatif oynaklıkların etkisinin) olumlu etkilerden (varyans üzerindeki pozitif oynaklıkların etkisinden) daha fazla oynaklığa neden olduğunu söyleyebiliriz. TARARCH(3,3) modelinin koşullu standart sapma ve koşullu varyansının ortalama modelinin tahmin performansına etkisini de kontrol etmek için TARARCH(3,3)-MS ve TARARCH(3,3)-MV modelleri de incelenmiştir. Sonuçlar Çizelge 5.14'deki gibidir.

Çizelge 5.14 TARÇH(3,3)-M Sonuçları

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	AR(1)	MA(1)
TARÇH(3,3)- MS	0.000355 (3.618613)	0.163046 (3.168933)	-0.086610 (-2.31394)	0.149860 (3.486494)	-0.916891 (-12.84229)	0.881853 (9.556203)
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\gamma$		
	0.642989 (9.903264)	-0.711922 (-11.8452)	0.455222 (7.512389)	0.344741 (3.960230)		
	$\lambda$					
	0.191038 (1.325089)					
	AIC Kriteri	-6.403379				
SWC Kriteri	-6.269404					
Log Olabilirlik	668.1645					
	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	AR(1)	MA(1)
TARÇH(3,3)- MV	0.000356 (2.868532)	0.209659 (2.957873)	-0.186988 (-2.89721)	0.197300 (3.967346)	-0.611725 (-1.331076)	0.553030 (1.117632)
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\gamma$		
	1.224500 (8.605936)	-1.137523 (-6.99531)	0.399119 (3.369320)	0.128534 (1.878077)		
	$\lambda$					
	3.351766 (1.545711)					
	AIC Kriteri	-6.401896				
SWC Kriteri	-6.267920					
Log Olabilirlik	663.0052					

Çizelge 5.14'e göre TARÇH(3,3)-MS modeli çerçevesinde, ARCH

parametreleri  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 'ün t istatistikleri sırasıyla (3.618613), (3.168933), (-2.31394), (3.486494)  $> t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametreleri  $\beta_1, \beta_2$  ve  $\beta_3$ 'ün t istatistikleri de sırasıyla (9.903264), (-11.8452), (7.512389)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH-GARCH etkileri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. TARARCH(3,3)-MS ortalama modelinin parametreleri için hesaplanan t istatistikleri (-12.84229) ve (9.556203)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan söz konusu parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.  $\gamma$  asimetriklik parametresinin t değeri (3.960230)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan TARARCH etkisinin devam ettiğini söyleyebiliriz. TARARCH(3,3) modelinin koşullu standart sapmasının ortalama modeline açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin tahmin performansına etkisini gösteren  $\lambda$  parametresinin t istatistiği (1.325089)  $< t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan parametrenin %10 anlam düzeyinde bile istatistiksel olarak anlamlı olmadığına karar verilir.

Aynı şekilde TARARCH(3,3)-MV modelini incelersek, ARCH parametreleri  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 'ün t istatistikleri sırasıyla (2.868532), (2.957873), (-2.89721), (3.967346)  $> t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH parametreleri  $\beta_1, \beta_2$  ve  $\beta_3$  t istatistikleri de sırasıyla (8.605936), (-6.99531), (3.369320)  $> t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan ARCH-GARCH etkileri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır şeklinde yorumlayabiliriz. TARARCH(3,3)-MV ortalama modelinin parametreleri için hesaplanan t istatistikleri (-1.331076) ve (1.117632)  $< t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan söz konusu parametreler %10 anlam düzeyinde bile istatistiksel olarak anlamlı değildirler.  $\gamma$  asimetriklik parametresinin t değeri (1.878077)  $> t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan TARARCH etkisinin devam ettiğini ve %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu söyleyebiliriz. TARARCH(3,3) modelinin koşullu varyansının ortalama modeline açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin tahmin performansına etkisini gösteren  $\lambda$  parametresinin t istatistiği (1.545711)  $< t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan parametrenin %10 anlam düzeyinde bile istatistiksel olarak anlamlı olmadığına karar verilir. Aslında TARARCH(3,3)-MV ortalama modelinin parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olmadığı için diğer parametrelerini kontrol etmeden de IMKB-100 serisi için uygun bir model olmadığına karar verebiliriz. Aynı şekilde TARARCH(3,3)-MS modelinin

TARCH etkisini desteklediği ancak koşullu standart sapmanın ortalama modele açıklayıcı değişken olarak girmesinin tahmin performansına hiç bir etkisi olmadığı görülmektedir. Bütün bu sonuçlar IMKB-100 endeksi serisi için TARCH(3,3)-M modelinin uygun olmadığını söylemektedir.

Genel olarak incelenen gecikmelerdeki anlamlı TARCH modellerine göre, IMKB-100 endeksi serisinin oynaklığının asimetrik olduğu, koşullu varyansın oynaklığa etkisinin karesel olduğu fakat TARCH modelinin koşullu standart sapma ve koşullu varyansının ARIMA(1,1,1) modeline bir açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin modelin tahmin performansını arttırmayacağı sonucu çıkarılmaktadır.

#### 5.3.4.4 EGARCH(p,q) Model Tipi

Daha önce belirtildiği gibi TARCH modelinin yanında asimetri modeli olarak EGARCH modeli de incelenmiştir. Anlamlı bulunan EGARCH(1,1) modeli sonuçları Çizelge 5.15'de verilmiştir.

Çizelge 5.15 EGARCH(1,1) Sonuçları

EGARCH(1,1)	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta$	$\delta_1$	$\delta_2$	AR(1)	MA(1)
	-1.692293 (-4.09222)	0.787957 (13.67842)	0.391213 (5.991988)	-0.095762 (-2.55053)	-0.747271 (-2.552124)	0.701288 (2.161671)
AIC Kriteri	-6.420163					
SWC Kriteri	-6.342010					
Log Olabilirlik	654.6101					

Çizelge 5.15'deki sonuçlara göre ARCH etkisini gösteren  $\alpha_0$  parametresinin t değeri (-4.09222) >  $t_{0,05;345}=1,96$ , GARCH etkisini gösteren  $\beta$  parametresinin t değeri (13.67842) >  $t_{0,05;345}=1,96$  olduğundan her iki parametre de istatistiksel olarak anlamlıdır. ARCH - GARCH etkisi belirgindir. Ortalama modeli parametrelerinin t değerleri de sırasıyla (-2.552124), (2.161671) >  $t_{0,05;345}=1,96$ , dürtü(leverage) terimi olan  $\delta_2$ ' nin t istatistiği de (-2.55053) >  $t_{0,05;345}=1,96$



olduğundan ortalama modeli parametreleri ve dürtü terimi de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre IMKB-100 serisinin oynaklığının asimetrik olduğunu negatif oynaklıkların varyansa etkisinin pozitif oynaklıklardan daha fazla olduğunu söyleyebiliriz. EGARCH(1,1) modelinin sonuçları TARARCH modelleri sonuçlarını desteklemektedir. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyans ve koşullu standart sapmasının bir açıklayıcı değişken olarak ortalama modele dahil edilmesinin, ortalama modelinin tahmin performansına olan katkısını araştırmak için EGARCH(1,1)-M modeli incelenmiştir.

Çizelge 5.16 EGARCH(1, 1)-M Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
<b>EGARCH(1,1)-MS</b>	-1.728153 (-4.35810)	0.784904 (14.33075)	0.400644 (6.011886)	-0.071473 (-1.75968)	0.446089 (2.138248)	-0.647450 (-1.741706)	0.582053 (1.430761)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.421642						
<b>SWC Kriteri</b>	-6.332324						
<b>Log Olabilirlik</b>	656.1480						
	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	MA(1)
<b>EGARCH(1,1)-MV</b>	-1.933296 (-4.48061)	0.757283 (12.64798)	0.429523 (6.501089)	-0.081453 (-2.12609)	5.617558 (1.845287)	0.591439 (0.558320)	-0.615779 (-0.59622)
<b>AIC Kriteri</b>	-6.421287						
<b>SWC Kriteri</b>	-6.331969						
<b>Log Olabilirlik</b>	656.0238						

Çizelge 5.16'da dürtü terimi  $\delta_2$ 'nin t istatistikleri sırasıyla (-1.75968) ve (-2.12609)  $t_{0,10;345}=1,65$  olduğundan her iki EGARCH(1,1)-M modeli için de %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu durum asimetriğin göstergesidir. Ancak her iki EGARCH(1,1)-M modeli için ortalama modeli parametrelerinin t istatistiklerine dikkat edilirse parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Ayrıca EGARCH(1,1)-MV modelinin  $\lambda$  parametresinin t değeri (1.845287) %10 anlam düzeyinde istatistiksel olarak

anlamli iken EGARCH(1,1)-MS modelinin  $\lambda$  parametresinin t değeri (2.138248) %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlidir. Aslında EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyans ve koşullu standart sapmasının bir açıklayıcı değişken olarak ortalama modele dahil edilmesinin, ortalama modelinin tahmin performansına olan katkısının olumlu olacağını söylemek mümkünse de ortalama modelinin parametrelerinin istatistiksel olarak anlamli olmaması nedeniyle bu sonuç kabul edilemez. EGARCH modelinin gecikme yapısının genişletilmesi varyans denklemi parametrelerinin anlamlılıklarını bozmaktadır. Bu nedenle farklı gecikmelerdeki EGARCH modeli sonuçlarına yer verilmeyecektir.

Buna göre incelenen gecikmelerdeki anlamli EGARCH modellerine göre, İMKB-100 serisinin oynaklığının asimetrik olduğu, koşullu varyansın oynaklığa etkisinin üssel olacağı fakat EGARCH modelinin koşullu standart sapma ve koşullu varyansının ARIMA(1,1,1) modeline bir açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin modelin tahmin performansını arttırmayacağı sonucu çıkarılmaktadır. Bu sonuçlar TARCH modelleri sonuçlarını da destekler niteliktedir.

#### **5.3.4.5 İMKB-100 Endeksi Serisi İçin Tahmin Edilen Modellerden En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Belirlenmesi**

İMKB-100 serisi için incelenen ARCH(1), GARCH(1,1), TARCH(1,1), TARCH(1,3), TARCH(3,3), EGARCH(1,1), ARCH(1)-M, GARCH(1,1)-M, TARCH(1,1)-M, TARCH(1,3)-M, TARCH(3,3)-M, EGARCH(1,1)-M modeli sonuçlarına göre, seriyi açıklayacak en uygun modelin seçiminde AIC, SWC ve Log Olabilirlik kriterlerinden yararlanılmaktadır. Parametrelerin anlamlılıklarından sonra en kk AIC ve SWC kriteri ile en büyük Log Olabilirlik kriterine sahip olan modelin seri için en uygun model olduğuna karar verilmektedir.<sup>7</sup> Uygulanan modeller için değerlendirme yapmaya imkan veren bu kriterlerle ilgili bilgiler izelge 5.17'de verilmiştir.

<sup>7</sup> Bu konuda daha fazla bilgi için bkz. Enders 1995

Çizelge 5.17 Uygulanan Modellerin AIC, SWC ve Log Olabilirlik Kriterleri

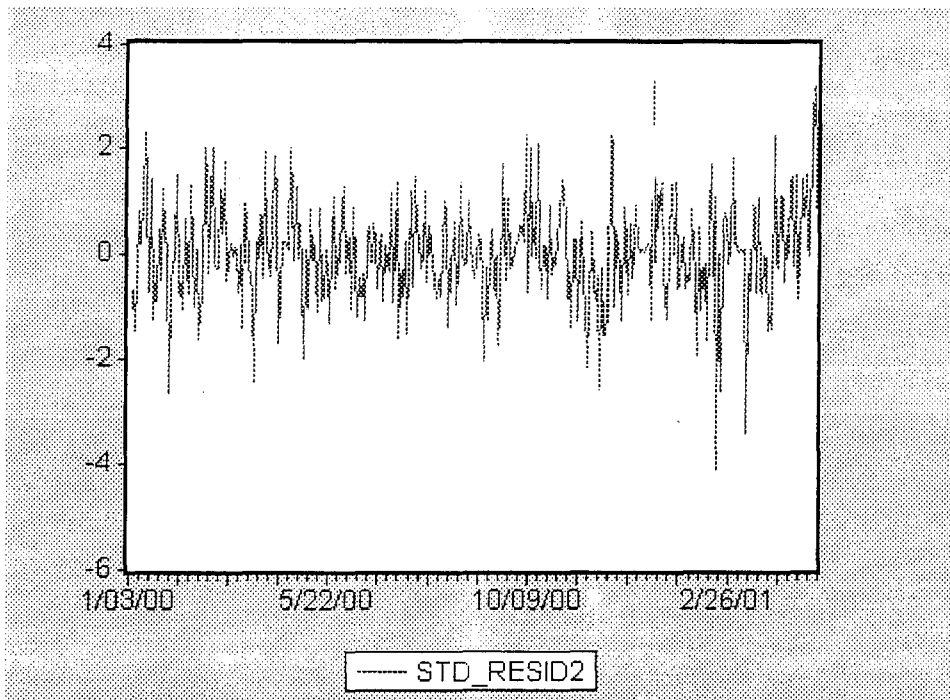
Kriterler	ARCH(1)*	GARCH(1,1)*	TARCH(1,1)**	TARCH(1,3)*	TARCH(3,3)*	EGARCH(1,1)*
AIC	-6.421695	-6.427602	-6.422203	-6.413477	-6.400895	-6.420163
SWC	-6.365872	-6.360614	-6.344050	-6.312995	-6.278084	-6.342010
Log Ola.	643.0118	656.6703	658.3280	666.6181	668.4803	654.6101
STANDART SAPMALI						
	ARCH(1)-M*	GARCH(1,1)-M**	TARCH(1,1)-M	TARCH(1,3)-M	TARCH(3,3)-M	EGARCH(1,1)-M
AIC	-6.394241	-6.433012	-6.427564	-6.416237	-6.403379	-6.421642
SWC	-6.327253	-6.354860	-6.338247	-6.304590	-6.269404	-6.332324
Log Ola.	650.2980	657.9047	659.1644	659.1874	668.1645	656.1480
VARYANSLI						
	ARCH(1)-M*	GARCH(1,1)-M	TARCH(1,1)-M	TARCH(1,3)-M	TARCH(3,3)-M	EGARCH(1,1)-M
AIC	-6.404661	-6.433570	-6.432262	-6.412246	-6.401896	-6.421287
SWC	-6.337674	-6.355418	-6.342944	-6.300599	-6.267920	-6.331969
Log Ola.	653.9416	657.7427	659.1809	667.1927	663.0052	656.0238

(Tabloda \* ile gösterilen modeller %5, \*\* ile gösterilen modeller %10 anlam düzeyinde anlamlıdır.)

Çizelge 5.17'ye göre en düşük AIC, SWC kriterlerine ve en büyük log olabilirlik değerine sahip olduğu için en uygun modelin GARCH(1,1) modeli olduğu görülmektedir. Ancak varyanstaki asimetriğin anlamlı olması IMKB-100 endeksi serisi için, GARCH(1,1) modelinden sonra en düşük AIC, SWC kriterlerine ve en büyük log olabilirlik değerine sahip olan TARCH(1,1) modelinin en uygun koşullu varyans modeli olarak kabul edilmesini destekler niteliktedir.

#### 5.3.4.6 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Değerlendirilmesi

Seçilen TARCH(1,1) koşullu varyans modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları  $u_t / \sqrt{h_t}$  ile elde edilmiştir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.6'daki gibidir.



Şekil 5.6 TARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hataları Serisinin Kartezyen Grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.052	0.052	0.9271
		2	0.067	0.064	2.4774
		3	0.001	-0.005	2.4779
		4	-0.008	-0.013	2.5027
		5	-0.006	-0.005	2.5158
		6	-0.019	-0.018	2.6486
		7	0.025	0.027	2.8629
		8	0.073	0.074	4.7718
		9	0.003	-0.008	4.7751
		10	0.077	0.067	6.8631
		11	-0.003	-0.009	6.8666
		12	-0.010	-0.018	6.9046
		13	-0.026	-0.022	7.1396
		14	0.007	0.015	7.1552
		15	0.041	0.041	7.7559
		16	-0.038	-0.047	8.2853
		17	-0.009	-0.014	8.3132
		18	-0.079	-0.086	10.618
		19	-0.074	-0.065	12.611
		20	-0.041	-0.028	13.244
		21	-0.078	-0.063	15.461
		22	-0.021	-0.016	15.627
		23	-0.065	-0.061	17.191
		24	0.030	0.037	17.525

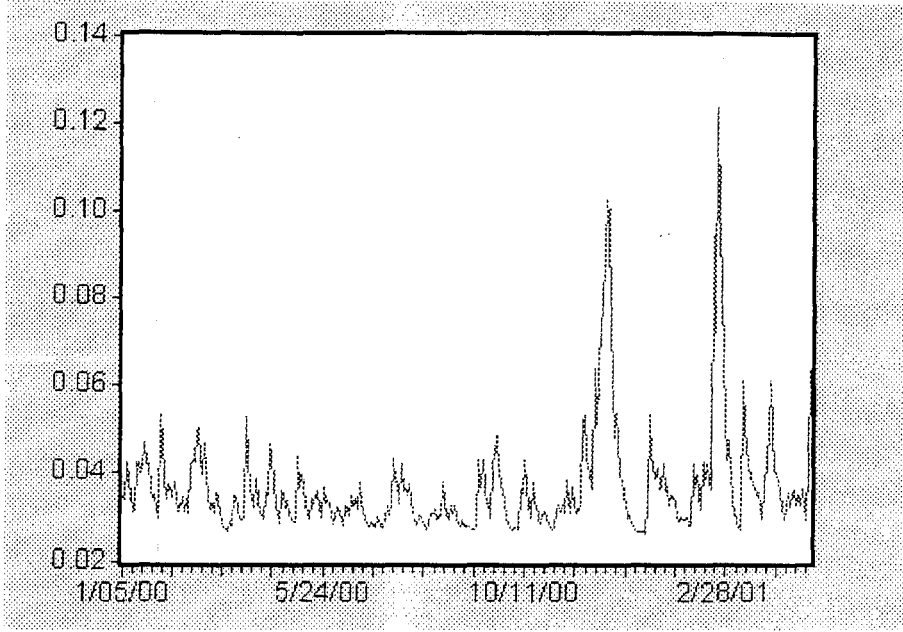
Şekil 5.7 TARCH(1.1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat
		1 -0.020	-0.020	0.1442
		2 0.054	0.054	1.1631
		3 -0.002	0.001	1.1640
		4 -0.016	-0.019	1.2511
		5 0.032	0.031	1.5995
		6 0.013	0.016	1.6575
		7 -0.004	-0.007	1.6631
		8 -0.007	-0.009	1.6810
		9 -0.042	-0.040	2.2992
		10 -0.041	-0.043	2.9052
		11 0.031	0.033	3.2412
		12 -0.003	0.002	3.2450
		13 0.027	0.023	3.5143
		14 -0.061	-0.059	4.8383
		15 0.109	0.110	9.1047
		16 -0.044	-0.036	9.7986
		17 -0.066	-0.082	11.398
		18 0.006	0.003	11.411
		19 -0.024	-0.012	11.629
		20 0.025	0.018	11.849
		21 0.047	0.050	12.662
		22 0.033	0.041	13.067
		23 0.008	0.004	13.094
		24 -0.041	-0.044	13.727

**Şekil 5.8** TARÇH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Karelerinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Bu sonuçlar, İMKB-100 endeksi serisi için koşullu ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin TARÇH(1,1) modeli ile giderildiğinin göstergesidir.

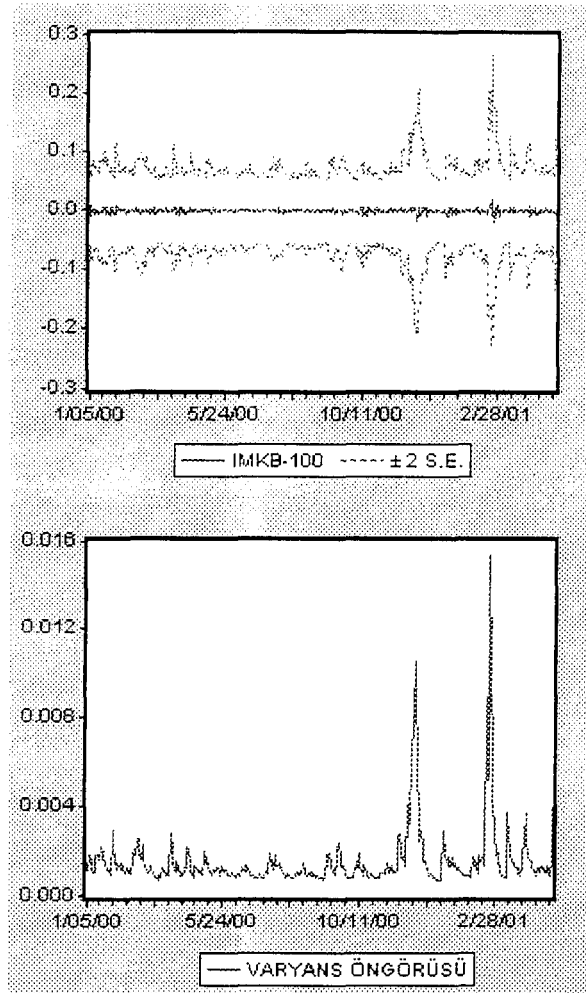
Uygun olarak seçilen TARÇH(1,1) modelinin koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler elde edilmiştir. Koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 5.9 TARCH(1,1) Modelinin Koşullu Standart Sapması

Şekil 5.9'daki grafik incelendiğinde, modelin koşullu standart sapmalarına göre, ekonomimizde yaşanan istikrarsızlık dönemlerinde IMKB-100 endekslerinin oynaklığının artmakta olduğu görülmektedir. Grafikten de anlaşılacağı gibi oynaklıkların sıfıra yakın olduğu dönemler istikrarsızlıkların en az olduğu dönemlerdir. Ekonomide yaşanan istikrarsızlıkların göstergesi olan oynaklıklar özellikle 17 Kasım 2000 ve 26 Şubat 2001 tarihlerinde yaşanan iki önemli ekonomik krizin kanıtıdır. Bu dönemler içinde ekonominin oldukça değişken iniş-çıkışlar yaşadığını grafiğe bakarak da söyleyebiliriz. Ayrıca IMKB-100 Serisi İçin Uygun ARIMA Modelinin Belirlenmesi bölümünde Şekil 5.3'de verilen logaritmik birinci dereceden farkı alınmış IMKB-100 endeksi serisinin kartezyen grafiği ile Şekil 5.9'da verilen grafik karşılaştırıldığında, Şekil 5.3'den de çok belirgin olmasa da aynı dönemlerde oynaklıkların söz konusu olduğu görülmektedir. Bu sonuç Şekil 5.9 için yapılan yorumları destekler niteliktedir.

TARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin  $\pm 2\sigma$  güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, grafiksel gösterimler Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.

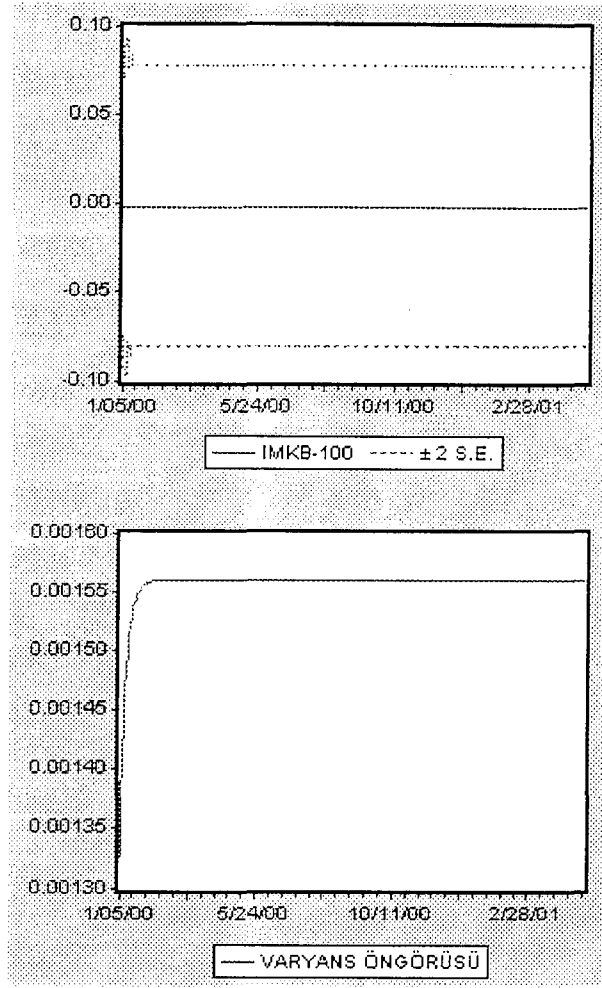


Şekil 5.10 TARCH(1.1) Modelinin Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü

Şekil 5.10'daki birinci grafik IMKB-100 endeksi serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri logaritmik birinci farkı alınmış durağan IMKB-100 serisini, üst ve alttaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir.

Şekil 5.10'daki ikinci grafik ise varyans öngörüleridir. Şekil 5.9'daki değerlerin kareleridir.





Şekil 5.11 TARCH(1,1) Modelinin Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü

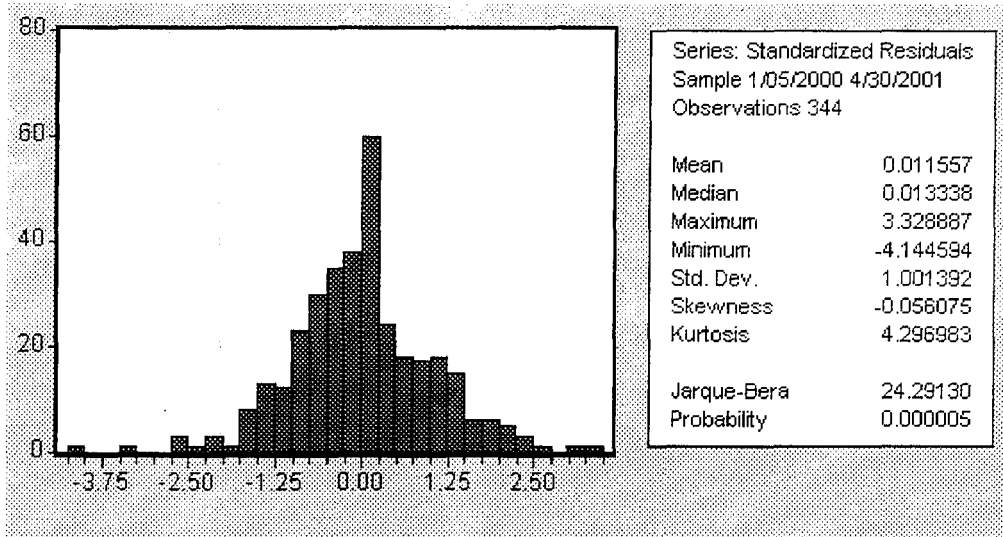
Şekil 5.11'deki birinci grafikteki düz çizgili grafik IMKB-100 serisinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörülerini göstermektedir. Ayrıca Şekil 5.11'deki grafiklerden koşullu varyansın sabit kaldığını söyleyebiliriz. Bu nedenle IMKB-100 endekslerinin öngörülmesinde TARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceğini söylemek mümkündür. Ayrıca TARCH(1,1) modelinin maksimum koşullu varyansı 0.015288 'dir. Bu değer de 22/02/2001 tarihine aittir. Bu durum belirtilen tarihte varyansta oldukça belirgin bir artışın söz konusu olduğunu gösterir. Ayrıca Ek-1' de verilen koşullu varyanslara dikkat edilirse Kasım 2000 ve Mayıs 2001 tarihleri arasında önceki dönemlerde sabit gibi görünen oynaklıklar belirgin olarak artmıştır ve devam etmektedir.

Buna göre IMKB-100 endeksi serisinin zamana bağlı olarak değişen oynaklığının yapısı TARCH(1,1) modeli ile belirlenmiştir. Koşullu varyans

modeli ile ilgili bulgular finansal piyasalarda oynaklığın şoklara karşı asimetrik olarak cevap verdiği sonucunu desteklemiştir.

### 5.3.4.7 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Hatalarının Normallik Testi

ARCH türü modellerin hatalarının dağılımının normale göre daha sivri olduğunun kontrolü Normallik Testi ile yapılmaktadır. IMKB-100 endeksi serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli TARARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları histogram ve Jarque-Bera test istatistiği ile Şekil 5.12'de verilmiştir.



Şekil 5.12 TARARCH(1,1) Modelinin Hatalarının Normallik Testi Sonuçları

Jarque Bera Test İstatistiği normallik testi için kullanılan bir istatistiktir ve iki serbestlik dereceli  $\chi^2$  dağılımı gösterir. Sonuçlardan görüldüğü gibi IMKB-100 Endeksi serisi için uygun TARARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test İstatistiği sonucu 24,29 bulunmuştur. Çarpıklık ve basıklık ölçüleri sırasıyla -0,056 ve 4,297'dir. Sınanacak hipotezler aşağıda verilmiştir.

$H_0$ : Hatalar normal dağılır

$H_1$ : Hatalar normal dağılmaz

Bu sonuçlara göre Jarque-Bera test istatistiği=24,291 >  $\chi^2_{0,05}=5,991$  olduğundan sıfır hipotezi reddedilir hatalar normal dağılmaz. Çarpıklık ve basıklık ölçülerine göre hataların dağılımı sola çarpık ve normale göre sivridir.

### 5.3.4.8 IMKB-100 Endeksi Serisi İçin Öngörü Amacıyla Kullanılacak Ortalama Modeli

IMKB-100 Endeksi serisi için uygun ARIMA(1,1,1) modeli<sup>8</sup>;

$$y_t = -0,765959y_{t-1} - 0,704511u_{t-1} + u_t \text{ şeklindedir.}$$

Seri için uygun koşullu varyans modeli ise;

$$h_t = 0,000315 + 0,160361u_{t-1}^2 + 0,182071u_{t-1}^2d_{t-1} + 0,546940h_{t-1}$$

şeklindedir. Burada  $u_{t-1} < 0$  ise  $d_{t-1} = 1$ 'dir.

Buna göre öngörü amacıyla kullanılacak, koşullu varyansı da gözönünde bulunduran ortalama modeli aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y_t = -0,765959y_{t-1} - 0,704511u_{t-1} +$$

$$\sqrt{0,000315 + 0,160361u_{t-1}^2 + 0,182071u_{t-1}^2d_{t-1} + 0,546940h_{t-1}}$$

## 5.4. Repo Faizi Serisinde Oynaklığın Araştırılması

Oynaklığın araştırılması ile ilgili IMKB-100 Endeksi serisi için yapılan çalışmalar aynı şekilde Repo Faizi serisi için de gerçekleştirilmiştir.

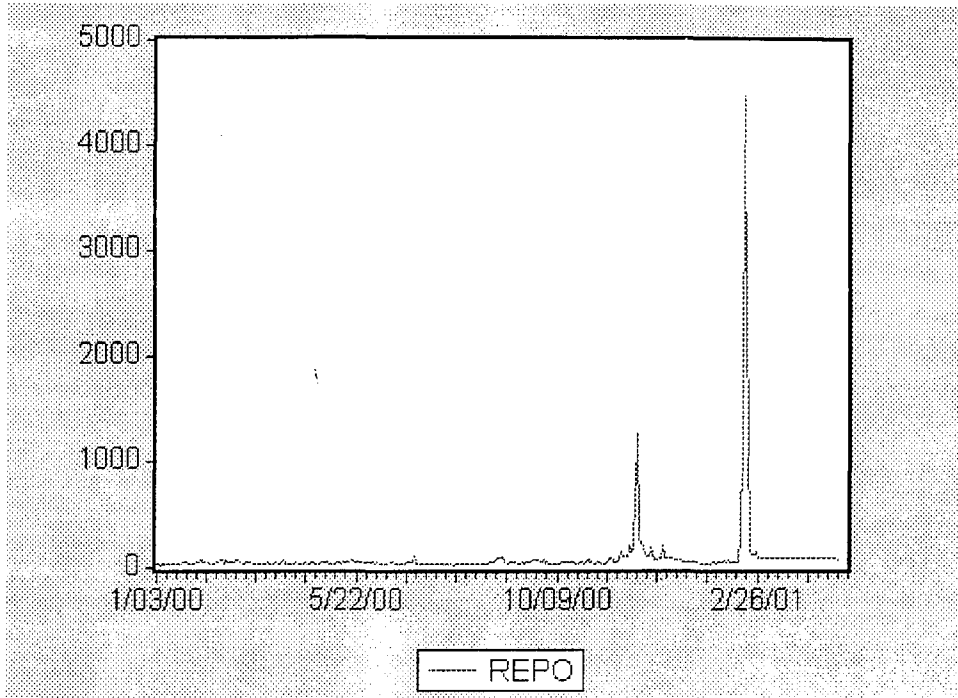
### 5.4.1. Repo Faizi Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi

Serinin özelliklerinin belirlenmesi aşamasında öncelikle söz konusu serinin kartezyen grafiği incelenmiştir.

Şekil 5.13'de verilen orjinal Repo Faizi serisi incelendiğinde, 4/12/2000 dönemine kadar çok az düzgün bir artış gözlenmektedir. Fakat 4/12/2000 ve 26/02/2001 tarihlerinde maksimum yaptığı ve bu tarihler etrafında gözle görünür oynaklıklar olduğu görülmektedir. Bu tesbitlerden serinin ortalama durağan olabileceğini söyleyebiliriz.

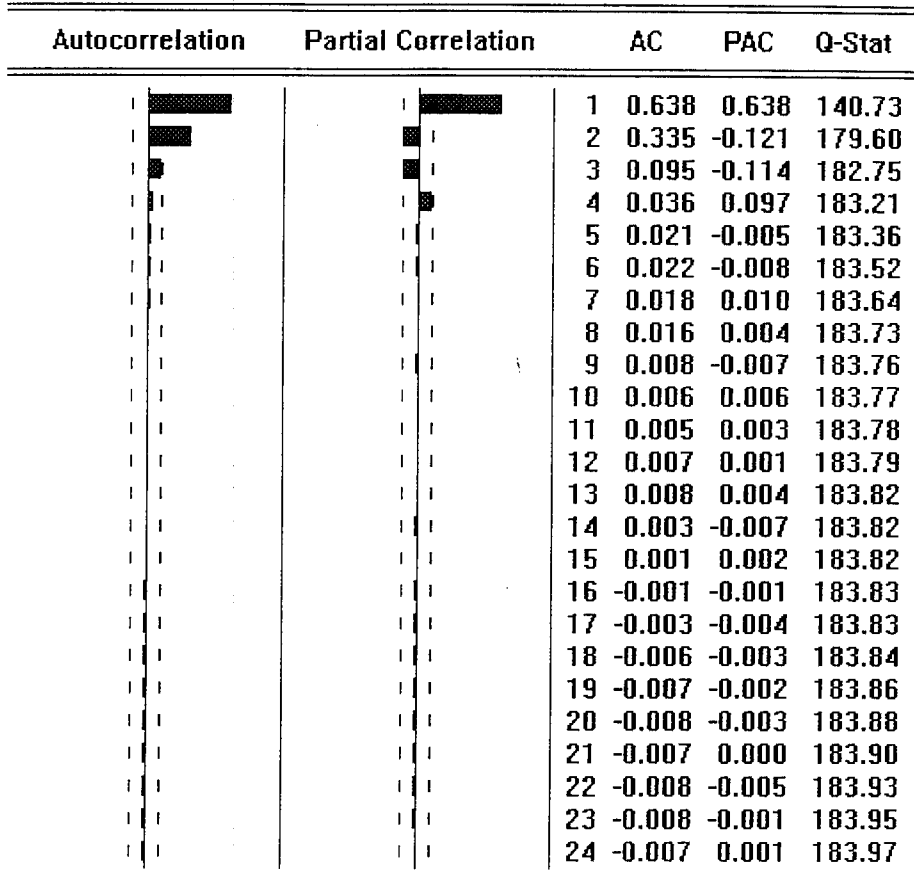
---

<sup>8</sup> Bu bölümde kullanılan ortalama, koşullu varyans ve öngörü amacıyla kullanılacak ortalama modelindeki  $y_t$  değerleri logaritmik birinci dereceden farkı alınmış IMKB-100 Endeksi serisinin değerlerini ifade etmektedir.



Şekil 5.13 Repo Faizi Serisinin Kartezyen Grafiği

Söz konusu serinin durağanlığının kontrolü için otokorelasyon fonksiyonu incelenmiştir. Şekil 5.14'de verilen grafiğe bakıldığında,  $k=1$  ve  $k=2$  olmak üzere ilk iki gecikme için hesaplanan otokorelasyon katsayıları dışındaki bütün  $k$  gecikmeleri için hesaplanan değerlerin %5 anlam düzeyinde  $\pm 2/\sqrt{N} = \pm 2/\sqrt{343} = \pm 0,11$  güven sınırları içinde yer aldığı görülmektedir. Bu durum,  $k>2$  için hesaplanan otokorelasyon fonksiyonu katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı olmadığını ve böylece Repo Faizi serisinin zayıf durağan özelliğe sahip olduğunu gösterir.



Şekil 5.14 Ortalama Basit Repo Faizi Serisinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Repo Faizi serisinin durağan olduğu sonucunu desteklemek amacıyla Geliştirilmiş Dickey-Fuller Testi(ADF) sonuçları incelenmiş ve bulgular Çizelge 5.19’da verilmiştir.

Çizelge 5.19 Repo Faizi Serisi İçin ADF Testi Sonuçları

ADF Test Statistic	-8.840402	1% Critical Value*	-3.4514
		5% Critical Value	-2.8702
		10% Critical Value	-2.5714

Çizelge 5.19’a göre ADF Test İstatistiği  $-8,840402$  değeri, %1, %5 ve %10 anlam düzeyinde  $-3.4514$ ,  $-2, 8702$  ve  $-2.5714$  MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğu için serinin durağan olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Buna göre Repo Faizi serisinin durağan olduğu kabul edilir.

### 5.4.2. Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi

Repo Faizi serisi için uygun ARIMA modelinin belirlenebilmesi amacıyla serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının birlikte değerlendirilmesi gerekir.

Bu amaçla Şekil 5.14'de verilen Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları birlikte incelendiğinde, otokorelasyon fonksiyonunun ilk gecikmeden sonra hızla azalan değerler aldığı ve  $k > 2$  den sonraki gecikmelerde de hızla sıfıra giden bir eğilim gösterdiği görülmektedir. Kısmi otokorelasyon fonksiyonunun birinci gecikmeden sonra ekseni kestiği, ikinci gecikmeden sonra da hızla sıfıra gittiği görülmektedir. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon fonksiyonlarının belirtilen bu özellikleri nedeniyle Repo Faizi serisi için ARMA(2,0) model tipi geçici uygun model tipi olarak önerilmiştir.

Repo Faizi serisinin ARMA(2,0) modeli "koşullu ortalama modeli" olarak değerlendirilmektedir. Bir başka şekilde Repo Faizi serisinin koşullu ortalama modeli iki otoregresif terimden oluşmaktadır. Bu durumda ortalama modeli;

$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + u_t$  eşitlikleriyle ifade edilebilir. Bu modelin hata terimleri Repo Faizi serisinin koşullu varyansını modellemede kullanılacaktır.

ARMA(2,0) Modeline ilişkin tahmin sonuçları Çizelge 5.20'de verilmiştir.

**Çizelge 5.20** ARMA (2,0) Modeline İlişkin Parametre Tahminleri

	KATSAYILAR	STD. HATALAR	T	P
AR(1)	0,7152	0,0538	13,29	0,000
AR(2)	-0,1213	0,0538	-2,25	0,025
SABİT TERİM	34,81	12,06	2,89	0,004
<b>MODELİN ORTALAMA HATA KARESİ: 49847</b>				

Çizelge 5.20'deki sonuçlara göre ARMA(2,0) modelinin parametreleri %5

anlam düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur.

Parametreleri hesaplanan ARMA(2,0) geçici uygun modelin seri için uygun olup olmadığı uygunluk testi ile belirlenmektedir.

ARIMA(2,0) geçici modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen öngörü hatalarının otokorelasyon fonksiyonuna ve bu fonksiyondan yararlanılarak hesaplanan  $Q=n\sum r_1^2$  test istatistiğine dayanarak da yapılabilir. Tahmin hatalarının otokorelasyon katsayıları Şekil 5.15'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi öngörü hatalarının tamamı  $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{343} = \mp 0,11$  güven sınırları içinde kalmaktadır. Bu durum hatalar serisinin rassal seri olduğunu ve ARIMA(2,0) modelinin Repo Faizi serisi için uygun olduğunu gösterir. Repo Faizi serisi için hesaplanan hata otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak belirlenen Q istatistiğinin değeri  $Q=343*0,0233=7,983$  ,  $K-p-q=24-2-0=22$  serbestlik derecesindeki  $\chi^2_{0,05,22}=33,925$  tablo değerinden küçük olduğu için bu sonuç hataların rassal olarak dağıldığı yönündeki yukarıda yapılan değerlendirmeyi ve ARIMA(2,0) modelinin IMKB-100 endeksi serisi için %5 anlam düzeyinde uygun olduğu sonucunu desteklemektedir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	-0.014	-0.014	0.0667
		2	0.084	0.083	2.4790
		3	-0.124	-0.123	7.8339
		4	0.010	0.002	7.8716
		5	-0.003	0.018	7.8740
		6	0.014	-0.002	7.9433
		7	0.002	0.002	7.9447
		8	0.011	0.012	7.9861
		9	-0.004	-0.003	7.9904
		10	0.001	0.000	7.9910
		11	0.000	0.003	7.9910
		12	0.000	-0.001	7.9911
		13	0.009	0.009	8.0214
		14	-0.003	-0.003	8.0249
		15	0.001	0.000	8.0255
		16	-0.001	0.001	8.0261
		17	0.000	-0.001	8.0261
		18	-0.003	-0.003	8.0292
		19	-0.002	-0.002	8.0300
		20	-0.005	-0.005	8.0389
		21	0.001	0.000	8.0392
		22	-0.004	-0.003	8.0443
		23	-0.004	-0.005	8.0494
		24	0.000	0.001	8.0495

Şekil 5.15 ARMA(2,0) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

### 5.4.3. Repo Faizi Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması

Bu bölümde Repo Faizi zaman serisinde ARCH türü etki olup olmadığının belirlenmesine çalışılacaktır. ARCH etkilerinin araştırılması ile;

- Ortalama Basit Repo Faizi serisinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişmekte midir?
- Eğer zamana bağlı olarak farklılık gösteren bir değişkenlik söz konusu ise bu koşullu değişkenlik tahmin edilebilir nitelikte midir? Koşullu değişkenlik istatistiksel olarak anlamlı mıdır?

sorularına da yanıt aranmaktadır.

Bu amaçla öncelikle Repo Faizi serisi için önerilen ARMA(2,0) modelinin



hatalarının doğrusallık testi yapılacaktır.

#### 5.4.3.1 Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının Doğrusallık Testi

Çözümleme aşamasında doğrusal ARCH türü modellerin kullanılabilmesi için ARMA(2,0) modelinin hatalarının dağılımının doğrusal olması gerekmektedir. Bu amaçla elde edilen modelin öngörü hatalarına doğrusal ve kareli trend modeli uygulayarak MAPE ve MSD kriterleri karşılaştırılmıştır. ARIMA(2,0,0) modelinin uygulanması sonucu türetilen hatalar serisine önce doğrusal sonra kareli trend modelleri uygulanmıştır. Bu modeller sırasıyla,

$$Y_t = -37,1686 + 0,216819t \quad (5.3)$$

$$Y_t = -21,6392 - (5,33E - 02)t + (7,85E - 0,4)t^2 \quad (5.4)$$

şeklinde tahminlenmiştir. Tahminlenen her iki trend modelinin MAPE ve MSD istatistikleri aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

**Çizelge 5.21** ARMA(2,0) Modeli Hatalarının Doğrusal Trend Modeli ve Kareli Trend Modeli için Doğruluk Kriterleri

Doğruluk Kriteri	Doğrusal Trend Modeli	Kareli Trend Modeli
MAPE	459,2	493,0
MSD	48949,8	48902,4

Çizelge 5.21 incelendiğinde doğrusal trend MSD istatistiğinin 48949,8 değeri, kareli trend MSD istatistiğinin 48902,4 değerinden daha büyük olmasına rağmen fark oldukça küçük ve MAPE kriteri 459,2 değeri ile doğrusal trend modeli için daha küçük olduğu için, daha iyi açıklayan modelin, doğrusal model olduğu söylenebilir.

### 5.4.3.2 Repo Faizi Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının ARCH-LM Testi

Repo Faizi serisi için uygun bulunan ARMA(2,0) modelinin hatalarında ARCH etkisinin olup olmadığının araştırılmasında ARCH-LM testi kullanılmaktadır. Bu testte sınanacak hipotezler;

$H_0$ : ARCH etkisi yoktur

$H_1$ : ARCH etkisi vardır

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde, ARIMA(2,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin söz konusu olmadığı ifade edilir. Karşıt hipotezde ise  $H_0$  hipotezi çürütülmeye çalışılır.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.22'de verilmiştir.

Çizelge 5.22 ARCH-LM Testi Sonuçları

	$\chi^2_{0,05}$ (Tablo)	T.R <sup>2</sup>	p
ARCH(1)	3,841455	3,847842	0,05
ARCH(2)	5,991476	3,817222	0,14
ARCH(4)	9,487728	3,932260	0,42
ARCH(8)	15,50731	3,900133	0,87

Çizelge 5.22 incelendiğinde üçüncü sütundaki TR<sup>2</sup> değerlerinden sadece birincisi %5 anlam düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen ikinci sütundaki  $\chi^2$  tablo değerinden büyük olduğu için  $H_0$  hipotezi reddedilir. Diğer gecikmelerde TR<sup>2</sup> değerleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Buna göre hatalarda düşük de olsa ARCH etkisinin olduğunu söyleyebiliriz.  $H_0$  hipotezinin sınanmasında p olasılık değerlerini kullanılırsa, ilk p değeri dışında diğer gecikmeler için p olasılıkları 0,05 değerinden büyük olduğu için hatalarda ARCH etkisinin olmadığı sıfır hipotezi reddedilir.

#### 5.4.4. Çözümlemede Kullanılacak ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi

Bu bölümde Repo Faizi serisi için incelenen ARCH(1), GARCH(1,1), GARCH(2,2), TARCH(1,1), TARCH(1,0), EGARCH(1,1), EGARCH(1,0), EGARCH(2,0), ARCH(1)-M, GARCH(1,1)-M, GARCH(2,2)-M, TARCH(1,1)-M, TARCH(1,0)-M, EGARCH(1,1)-M, EGARCH(1,0)-M, EGARCH(2,0)-M modellerinin ayrı ayrı tahmin sonuçlarına yer verilmiştir.

##### 5.4.4.1 ARCH(p) Model Tipi

Çözümlemeye yaygın olarak kullanılan ARCH(1) model tipi ile başlanmıştır. Önce koşullu varyansın modeli açıklamadaki istatistiksel anlamlılığı incelenecek, ayrıca koşullu varyansın ortalama modeline katkısı değerlendirilecektir. Modele ilişkin bilgiler Çizelge 5.23'de verilmiştir.

Çizelge 5.23 ARCH(1) Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli		Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	AR(1)	AR(2)
<b>ARCH(1)</b>	55264.93 (9.160564)	2.606477 (2.875833)	0.494638 (1.292400)	-0.000227 (-0.00112)
<b>AIC Kriteri</b>	10.89809			
<b>SWC Kriteri</b>	10.95427			
<b>Log Olabilirlik</b>	-2201.544			

Çizelge 5.23 incelendiğinde ARCH etkisini gösteren  $\alpha$  parametre değerlerinin, parantez içinde verilen t istatistiklerine göre %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu söylenebilir.  $\alpha_0 > 0$  fakat  $\alpha_1 > 1$  olması modelin durağanlık özelliğini sağlamadığını göstermektedir. Diğer taraftan varyans modelinin parametreleri, negatif olmama koşulunu sağlamaktadırlar. Aynı şekilde koşullu varyans modeli ile birlikte düşünülen koşullu ortalama modelinin katsayıları da %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bu

sonuçlara göre, ARCH(1) modeli söz konusu seri için uygun bir koşullu varyans modeli değildir. ARCH(1) modelinin gecikme genişliğinin arttırılması koşullu varyans model parametrelerini anlamsız kıldığı için bu model sonuçlarına çözümleme aşamasında yer verilmeyecektir. ARCH(1) modeli sonuçlarının incelenmesinden sonra, tahmin edilen koşullu varyansın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde istatistiksel olarak anlamlı olup olmayacağını belirlemek için ARCH-M modelleri incelenecektir.

**Çizelge 5.24** ARCH(1)-M Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli		Ortalama Modeli		
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
<b>ARCH(1)-MS</b>	41361.51 (9.666977)	0.321516 (6.151755)	1.839526 (1.539341)	0.217568 (0.673877)	-0.080746 (-0.176611)
<b>AIC Kriteri</b>	10.97098				
<b>SWC Kriteri</b>	11.03840				
<b>Log Olabilirlik</b>	-2172.458				

Çizelge 5.24 incelendiğinde  $\lambda$  katsayısının %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmektedir. Buna göre koşullu standart sapma  $\sqrt{h_t}$ 'nin ortalama modele katkısı yoktur yani koşullu standart sapmanın modele eklenmesi Repo Faizi serisi tahmin sürecini olumlu etkilememektedir. Ayrıca ARCH(1)-MS modeli sonuçlarına göre ortalama modelinin AR(1), AR(2) parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Varyans modelinin  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametreleri ise %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.  $\alpha_0 > 0$  ve  $0 < \alpha_1 < 1$  olması durağan bir varyansın göstergesidir. Varyans modeli parametrelerinin tümü negatif olmama koşulunu da sağlamaktadırlar. Bu durum ARCH etkisinin varlığını desteklemektedir. Ayrıca koşullu varyans  $h_t$ 'nin de ortalama modele katkısı anlamlı değildir. Buna göre Repo Faizi serisinde ARCH(1)-M etkisi söz konusu değildir. ARCH(1)-M modelinin gecikme genişliği arttırıldığında koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın koşullu ortalama modeline katkısının olmaması yanında koşullu varyans modeli parametreleri de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı

bulunmamaktadır. Bu nedenle sonuçlarına yer verilmemiştir.

#### 5.4.4.2 GARCH(p,q) Model Tipi

Koşullu varyansın gecikmeli değerlerinin ve gecikmeli hata karelerinin bugünkü koşullu varyansın tahminine olan etkisini araştırmak amacıyla GARCH(1,1) modeli incelenecektir. Modele ilişkin bilgiler Çizelge 5.25'de verilmiştir.

Çizelge 5.25 GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli			Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	AR(1)	AR(2)
<b>GARCH(1,1)</b>	55259.40 (8.476932)	0.407066 (13.48450)	-0.411366 (-12.0967)	1.106601 (21.70900)	-0.427088 (-9.24079)
<b>AIC Kriteri</b>	10.99812				
<b>SWC Kriteri</b>	11.06554				
<b>Log Olabilirlik</b>	-2166.028				

Çizelge 5.25 incelendiğinde ARCH etkisini gösteren  $\alpha$  parametreleri ile GARCH etkisini gösteren  $\beta_1$  parametresinin %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Ayrıca  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1$  ve  $\beta_1$  parametrelerinin toplamının 1'den küçük olması koşullu varyansın durağanlık koşulunun sağlandığını göstermektedir. Varyans modelinin parametrelerinin tümü pozitiftir. Buna göre koşullu varyansın gecikmeli değerleri ve gecikmeli hata kareleri bugünkü koşullu varyansın tahmininde etkilidirler. Koşullu ortalama modelinin parametreleri de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre Repo Faizi serisi için GARCH(1,1) modeli uygun bir koşullu varyans modeli olarak değerlendirilebilir. GARCH(1,1) modelinin gecikme yapısının genişletilmesi ile parametrelerin istatistiksel anlamlılıkları değişmektedir. GARCH(2,1) modelinde ortalama modelinin AR(2) parametresi %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. GARCH(1,2) modelinde hem ortalama hem de varyans modeli parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel

olarak anlamlı değildir. Ortalama ve varyans modeli parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olan GARCH(2,2) modelinin sonuçları da incelenecektir. Modele ilişkin bilgiler Çizelge 5.26'da verilmiştir.

Çizelge 5.26 GARCH(2,2) Modelinin Sonuçları

GARCH(2,2)	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	AR(1)	MA(1)
	57809.13 (11.53701)	0.276253 (37.38459)	0.255605 (18.85744)	-1.009002 (-69.9508)	-0.055453 (-2.09999)	1.187845 (24.10754)	-0.457895 (-11.9030)
AIC Kriteri	11.06676						
SWC Kriteri	11.15666						
Log Olabilirlik	-2119.149						

Çizelge 5.26'ya göre ARCH etkisini gösteren  $\alpha$  parametreleri ile GARCH etkisini gösteren  $\beta$  parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1$  ve  $\beta_1$  parametrelerinin toplamı 1'den küçüktür. Bu durum varyansın durağanlık koşulunun sağlandığını göstermektedir. Varyans modelinin parametrelerinin de tümü pozitiftir. Koşullu ortalama modelinin parametreleri de %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre koşullu varyansın gecikmeli değerleri ve gecikmeli hata kareleri bugünkü koşullu varyansın tahmininde etkilidirler. Yani GARCH(2,2) modeli de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. GARCH(1,1) ve GARCH(2,2) modelleri ile tahmin edilen koşullu varyansın veya koşullu standart sapmanın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde istatistiksel anlamlılığını araştırmak amacıyla, GARCH(1,1)-M ile GARCH(2,2)-M modellerinin sonuçları incelenecektir.

Çizelge 5.27 GARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları

GARCH(1,1)-MS	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
	40967.46	0.208225	-0.720386	3.927320	-0.176385	0.342293
	(8.867201)	(21.99833)	(-7.4098)	(26.74187)	(-2.42589)	(6.253601)
<b>AIC Kriteri</b>	11.12754					
<b>SWC Kriteri</b>	11.20620					
<b>Log Olabilirlik</b>	-2115.713					

Çizelge 5.27 incelendiğinde, GARCH(1,1)-MV modeli %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. GARCH(1,1)-MS modelinde ise  $\sqrt{h_t}$  için  $\lambda$  katsayısı, ortalama modelinin parametreleri ve varyans modeli parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca varyans denklemi parametreleri pozitif olma ile  $\alpha_1$  ve  $\beta_1$  parametrelerinin toplamının 1'den küçük olma koşullarını sağlamaktadır. Buna göre, tahmin edilen koşullu standart sapmanın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde modelin %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olacağını söylemek mümkündür. Aynı şekilde GARCH(2,2)-M modeli sonuçları da aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.28 GARCH(2,2) -M Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	AR(1)	AR(2)
<b>GARCH(2,2)- MS</b>	42854.76 (15.32452)	0.208939 (17.92353)	0.328009 (10.90133)	-0.569646 (-8.270903)	0.274265 (8.202282)	-0.318421 (-5.28475)
	$\beta_2$	$\lambda$				
	-0.454532 (-11.0731)	2.714889 (58.7763)				
<b>AIC Kriteri</b>	11.30751					
<b>SWC Kriteri</b>	11.40865					
<b>Log Olabilirlik</b>	-2092.675					

Çizelge 5.28'e göre GARCH(2,2)-MS modelinde  $\sqrt{h_t}$  için  $\lambda$  katsayısı, ortalama modelinin parametreleri ve varyans modeli parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca varyans denklemi parametreleri pozitif olma ile  $\alpha_1$  ve  $\beta_1$  parametrelerinin toplamının 1'den küçük olma koşullarını sağlamaktadır. Buna göre, tahmin edilen koşullu standart sapmanın ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak girmesi halinde, GARCH(2,2) modelinin %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olacağını söylemek mümkündür.

#### 5.4.4.3 TARARCH(p,q) Model Tipi

Repo Faizi serisindeki olası oynaklık asimetrisinin belirlenmesi için TARARCH ve EGARCH modellerinden yararlanılmaktadır. Buna göre, ilk olarak TARARCH(1,1) modelindeki asimetrisini gösteren  $\gamma$  parametresinin anlamlılığı incelenecektir. Modele ilişkin tahmin sonuçları Çizelge 5.29'da verilmiştir.



Çizelge 5.29 TARÇH(1,1) Modeli Sonuçları

TARÇH(1,1)	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	AR(1)	AR(2)
	55259.31 (8.327517)	0.452755 (13.43037)	-0.091927 (-4.50051)	-7.938481 (-1.67869)	-0.118936 (-0.657187)	0.024990 (0.182012)
AIC Kriteri	11.52816					
SWC Kriteri	11.60682					
Log Olabilirlik	-2137.114					

Çizelge 5.29 incelendiğinde TARÇH(1,1) modeli çerçevesinde ARCH ve GARCH etkileri belirginliğini sürdürmekle birlikte,  $\gamma$  parametresinin yaklaşık %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Buna göre Repo Faizi serisinin asimetrik bir oynaklığa sahip olduğu söylenebilir. Ancak ortalama modeli parametreleri %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bu nedenle TARÇH(1,1) modeli ilgili seri için uygun bir koşullu varyans modeli olmamaktadır. TARÇH(1,1) modelinden elde edilen koşullu varyans ve koşullu standart sapmanın ortalama modele olan katkısının incelenmesi için TARÇH(1,1)-M modeli ele alınmış olup bu model için de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Buna bağlı olarak anlamlı bulunan TARÇH(1,0) modeli sonuçları incelenecektir.

Çizelge 5.30 TARÇH(1,0) Modeli Sonuçları

TARÇH(1,0)	Varyans Modeli			Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\gamma$	AR(1)	AR(2)
	55866.29 (7.875857)	1.073365 (7.498480)	-7.953462 (-2.09558)	0.176911 (9.023699)	-0.049169 (-3.35897)
AIC Kriteri	11.20789				
SWC Kriteri	11.27531				
Log Olabilirlik	-2124.174				

Çizelge 5.30 incelendiğinde TARARCH(1,0) modeli çerçevesinde ARCH etkisi belirginliğini sürdürmekle birlikte  $\gamma$  parametresinin de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Ayrıca ortalama modeli parametreleri de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre Repo Faizi serisinin asimetrik bir oynaklığa sahip olduğunu, olumsuz etkilerin olumlu etkilerden daha fazla oynaklığa neden olduğunu söyleyebiliriz. Bu nedenle TARARCH(1,0) modeli ilgili seri için uygun bir koşullu varyans modelidir.

TARARCH(1,0) modelinden elde edilen koşullu standart sapmanın ortalama modele olan katkısının incelenmesi için TARARCH(1,0)-M modeli ele alınmıştır.

Çizelge 5.31 TARARCH(1,0)-M Modeli Sonuçları

TARARCH(1,1)-MS	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\gamma$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
	41422.13 (9.736344)	0.300677 (7.008349)	-0.276187 (-2.79343)	3.188921 (2.748734)	0.035230 (0.126397)	0.015247 (0.073335)
AIC Kriteri	11.17129					
SWC Kriteri	11.24995					
Log Olabilirlik	-2170.338					

Çizelge 5.31'e göre, ARCH etkileri devam etmektedir. Ayrıca TARARCH(1,1)-MS modelinin  $\gamma$  parametresine göre Repo Faizi serisi %5 anlamlılık düzeyinde asimetrik bir oynaklığa sahiptir. Standart sapmanın ortalama modele katkısını gösteren  $\lambda$  parametresi de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu için, TARARCH(1,0) modelinden elde edilen koşullu standart sapmanın ortalama modelinin tahmin performansını arttırdığını söyleyebiliriz. Ancak varyans modeli parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde tümü istatistiksel olarak anlamlı iken, ortalama modeli parametreleri söz konusu anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Buna göre TARARCH(1,0)-M modeli Repo Faizi serisi için uygun bir koşullu varyans modeli değildir. TARARCH(1,0) modelinin gecikme yapısı genişletildiğinde %5 anlamlılık düzeyinde

istatistiksel olarak anlamlı modeller bulunamamıştır.

#### 5.4.4.4 EGARCH(p,q) Model Tipi

İkinci bir asimetri modeli olarak EGARCH modeli sonuçları da incelenecektir. İlk olarak incelenen EGARCH(1,1) modeli sonuçları aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 5.32 EGARCH(1,1) Modeli Sonuçları

EGARCH(1,1)	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta_1$	$\delta_1$	$\delta_2$	AR(1)	AR(2)
	8.266755 (56.73717)	0.083319 (6.575575)	-0.780278 (-66.0169)	1.477427 (218.1679)	0.405665 (51.35659)	0.020763 (11.46758)
AIC Kriteri	10.95369					
SWC Kriteri	11.03235					
Log Olabilirlik	-1928.206					

Çizelge 5.32'deki sonuçlara göre ARCH ve GARCH etkisi belirgindir. Çünkü ARCH ve GARCH parametreleri olan  $\alpha_0$  ve  $\beta_1$  parametreleri, parantez içinde verilen sırasıyla (56.73717) ve (6.575575) olan t istatistikleri, 1.96 değerinden büyük olduğu için, %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ortalama modeli parametreleri ile dürtü(leverage) terimi olan  $\delta_2$  de (218.1679) t istatistiği ile %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre Repo Faizi serisinin oynaklığının asimetrik olduğunu söyleyebiliriz. EGARCH(1,1) modelinin gecikme yapısının genişletilmesiyle ortalama ve varyans modeli parametrelerinin anlamlılıkları bozulmaktadır. EGARCH(1,0) ve EGARCH(2,0) modelleri dışındaki diğer gecikmelerde EGARCH modelleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bu nedenle sırasıyla EGARCH(1,0) ve EGARCH(2,0) modellerinin sonuçları da incelenecektir.

Çizelge 5.33 EGARCH(1,0) Modeli Sonuçları

EGARCH(1,0)	Varyans Modeli			Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	AR(1)	AR(2)
	9.015735 (1355.721)	-1.146014 (-63.5697)	1.741673 (46.83351)	0.314830 (54.35209)	0.036504 (10.00945)
AIC Kriteri	11.01901				
SWC Kriteri	11.08643				
Log Olabilirlik	-1942.801				

Çizelge 5.33'deki sonuçlara göre, ARCH etkisi belirgindir. Ortalama modeli parametreleri ile dürtü(leverage) terimi olan  $\delta_2$  de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre Repo Faizi serisinin oynaklığının asimetrik olduğunu söyleyebiliriz. Bu sonuçlar EGARCH(1,1) modelinin sonuçlarını desteklemektedir.

Çizelge 5.34 EGARCH(2,0) Modeli Sonuçları

EGARCH(2,0)	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	AR(1)	AR(2)
	5.577783 (61.32827)	1.228955 (12.57342)	1.682424 (14.46228)	-0.302637 (-2.33747)	0.274265 (8.202282)	-0.318421 (-5.28475)
	$\delta_4$					
	1.038932 (7.654146)					
AIC Kriteri	10.94015					
SWC Kriteri	11.03005					
Log Olabilirlik	-1658.492					

Çizelge 5.34 incelendiğinde, ARCH etkisinin anlamlı olduğu görülmektedir. Koşullu ortalama modeli parametreleri ile EGARCH modelinin parametreleri de %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Buna göre yine Repo Faizi serisinin oynaklığının asimetrik olduğunu söyleyebiliriz. EGARCH(1,1), EGARCH(1,0) ve EGARCH(2,0) modellerinin sonuçları birbirini

destekler niteliktedir.

Anlamalı EGARCH modellerinin koşullu varyans ve koşullu standart sapmasının bir açıklayıcı değişken olarak ortalama modele dahil edilmesinin, ortalama modelinin tahmin performansına olan katkısını araştırmak için EGARCH-M modelleri sırasıyla incelenecektir.

Çizelge 5.35 EGARCH(1,1)-M Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(1,1)-MS</b>	8.735780 (39.81172)	0.031990 (1.814961)	0.308352 (11.17948)	0.212839 (9.112998)	4.361408 (12.24028)	-0.497045 (-10.13811)	0.151208 (5.857887)
<b>AIC Kriteri</b>	12.06036						
<b>SWC Kriteri</b>	12.15026						
<b>Log Olabilirlik</b>	-2048.031						
	Varyans Modeli					Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\beta$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(1,1)-MV</b>	0.202486 (1.577683)	0.903017 (42.39460)	0.533495 (8.587886)	0.413879 (6.112459)	0.000266 (1.238543)	0.632757 (5.213054)	-0.322375 (-3.16155)
<b>AIC Kriteri</b>	13.20096						
<b>SWC Kriteri</b>	13.29086						
<b>Log Olabilirlik</b>	-1602.060						

Çizelge 5.35'e göre EGARCH(1,1)-MS modelinde ARCH, GARCH etkisi, ortalama modelinin parametreleri ile asimetriklik parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca  $\lambda$  katsayısının %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olmasına bağlı olarak, EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapmasının ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin tahmin performansını arttırdığını söyleyebiliriz. Ancak EGARCH(1,1)-MV modelinin parametreleri incelendiğinde,  $\lambda$  parametresinin %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmektedir. Bu nedenle EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansının ortalama modele açıklayıcı değişken olarak eklenmesinin hiçbir katkısı

olmayacağını söylemek mümkündür.

**Çizelge 5.36 EGARCH(1,0) Modeli Sonuçları**

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(1,0)-MS</b>	8.455876 (110.2806)	0.291398 (6.326076)	0.169931 (4.152624)	3.007144 (16.22550)	-0.352191 (-8.239977)	0.247602 (15.76245)
<b>AIC Kriteri</b>	12.52355					
<b>SWC Kriteri</b>	12.60221					
<b>Log Olabilirlik</b>	-2030.122					
	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(1,0)-MV</b>	8.543180 (337.7767)	1.055610 (6.905029)	-0.505475 (-3.35739)	-0.000770 (-4.56452)	0.343932 (5.216876)	0.155996 (2.901228)
<b>AIC Kriteri</b>	13.26749					
<b>SWC Kriteri</b>	13.34615					
<b>Log Olabilirlik</b>	-1986.130					

Çizelge 5.36'daki sonuçlara göre EGARCH(1,0)-MS ve EGARCH(1,0)-MV modellerinin her ikisinde de ortalama modeli parametreleri, asimetriklik parametreleri, ARCH etkisi ve  $\lambda$  parametreleri %5 anlamlık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. EGARCH(1,0) modelinin koşullu standart sapması ve koşullu varyansının ortalama modele bir açıklayıcı değişken olarak eklenmesi tahmin performansını arttırmaktadır.

Çizelge 5.37 EGARCH(2,0)-M Modeli Sonuçları

	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(2,0)-MS</b>	8.051158 (180.3638)	-0.604627 (-16.8940)	1.127309 (23.42362)	-0.461446 (-10.5834)	0.274265 (8.202282)	-0.318421 (-5.28475)
	$\delta_4$	$\lambda$				
	1.001152 (21.24465)	1.747605 (18.59640)				
<b>AIC Kriteri</b>	11.29381					
<b>SWC Kriteri</b>	11.39494					
<b>Log Olabilirlik</b>	-1658.690					
	Varyans Modeli				Ortalama Modeli	
	$\alpha_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	AR(1)	AR(2)
<b>EGARCH(2,0)-MV</b>	9.371271 (141.5333)	0.121177 (1.049208)	0.229705 (2.029192)	-0.458645 (-9.65931)	-0.345751 (-6.329785)	-0.002732 (-0.12923)
	$\delta_4$	$\lambda$				
	0.357226 (8.497263)	0.005244 (10.03774)				
<b>AIC Kriteri</b>	11.17125					
<b>SWC Kriteri</b>	11.27238					
<b>Log Olabilirlik</b>	-2079.246					

Çizelge 5.37'deki sonuçlara göre, EGARCH(2,0)-MS modelinin ARCH etkisi, ortalama modeli parametreleri, asimetriklik parametreleri ve koşullu standart sapmanın ortalama modele katkısını gösteren  $\lambda$  parametresi %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı iken EGARCH(2,0)-MV modelinin  $\delta_1$  ile AR(2) parametreleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildirler. Bu nedenle sadece EGARCH(2,0)-MS modelinin Repo Faizi serisi için uygun olduğunu söyleyebiliriz.

#### **5.4.4.5 Repo Faizi Serisi İçin Tahmin Edilen Modellerden En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Belirlenmesi**

Repo Faizi serisi için incelenen ARCH(1), GARCH(1,1), GARCH(2,2), TARCH(1,1), TARCH(1,0), EGARCH(1,1), EGARCH(1,0), EGARCH(2,0), ARCH(1)-M, GARCH(1,1)-M, GARCH(2,2)-M, TARCH(1,1)-M, TARCH(1,0)-M, EGARCH(1,1)-M, EGARCH(1,0)-M, EGARCH(2,0)-M modeli sonuçlarına göre, seriye en uygun modelin seçiminde AIC, SWC ve Log Olabilirlik kriterlerinden yararlanılmaktadır. Parametrelerin anlamlılıklarından sonra en küçük AIC ve SWC kriteri ile en büyük Log Olabilirlik kriterine sahip olan modelin seri için en uygun model olduğuna karar verilmektedir. Bu kriterleri söz konusu modeller için Çizelge 5.38'deki gibi yazabiliriz.



Çizelge 5.38 Uygulanan Modellerin AIC, SWC ve Log Olabilirlik Kriterleri

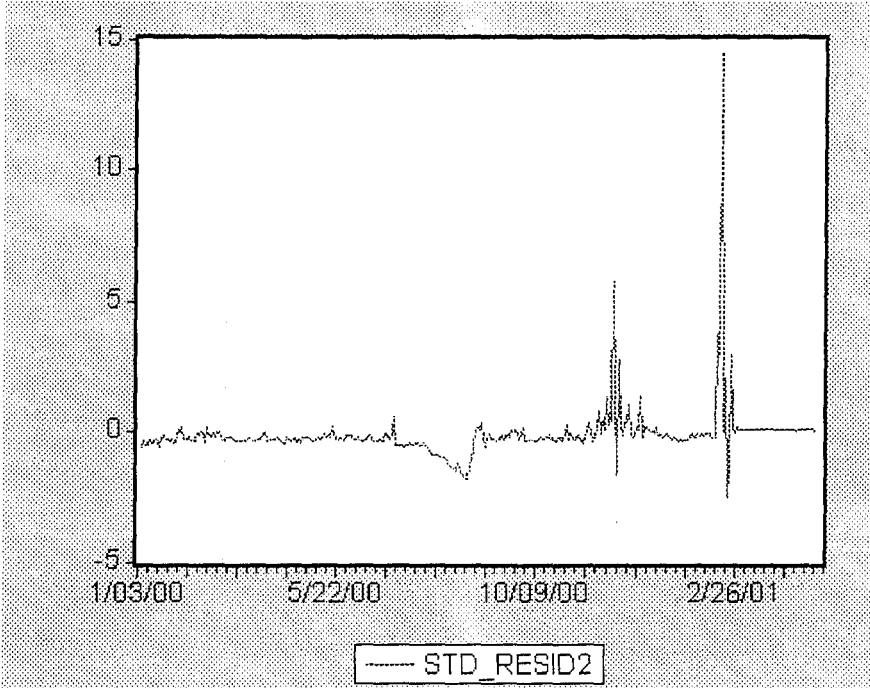
Modeller	Kriterler		
	AIC	SWC	Log Olabilirlik
ARCH(1)	10,89809	10,95427	-2201,544
<b>GARCH(1,1)*</b>	10,99812	11,06554	-2166,028
<b>GARCH(2,2)*</b>	11,06676	11,15666	-2119,149
TARCH(1,1)	11,52816	11,60682	-2137,114
TARCH(1,0)*	11,20789	11,27531	-2124,174
<b>EGARCH(1,1)*</b>	10,95369	11,03235	-1928,206
<b>EGARCH(1,0)*</b>	11,01901	11,08643	-1942,801
<b>EGARCH(2,0)*</b>	10,94015	11,03005	-1658,492
<b>STANDART SAPMALI</b>			
Modeller	Kriterler		
	AIC	SWC	Log Olabilirlik
ARCH(1)-M	10,97098	11,03840	-2172,458
<b>GARCH(1,1)-M*</b>	11,12754	11,20620	-2115,713
<b>GARCH(2,2)-M*</b>	11,30751	11,40865	-2092,675
TARCH(1,0)-M	11,17129	11,24995	-2170,338
<b>EGARCH(1,1)-M*</b>	12,06036	12,15026	-2048,031
<b>EGARCH(1,0)-M*</b>	12,52355	12,60221	-2030,122
<b>EGARCH(2,0)-M*</b>	11,29381	11,39494	-1658,690
<b>VARYANSLI</b>			
Modeller	Kriterler		
	AIC	SWC	Log Olabilirlik
<b>EGARCH(1,1)-M</b>	13,20096	13,29086	-1602,060
<b>EGARCH(1,0)-M*</b>	13,26749	13,34615	-1986,130
<b>EGARCH(2,0)-M</b>	11,17125	11,27238	-2079,246

(Tabloda \* ile gösterilen modeller %5, \*\* ile gösterilen modeller %10 anlam düzeyinde anlamlıdır.)

Çizelge 5.38'e göre, en düşük AIC, SWC kriterlerine ve en büyük log olabilirlik değerine sahip, ARCH-GARCH etkisinin ve varyanstaki asimetriğin anlamlı olduğu EGARCH(1,1) modelinin Repo Faizi serisi için en uygun varyans modeli olduğuna karar verilmiştir.

#### 5.4.4.6 Repo Faizi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans Modelinin Değerlendirilmesi

Seçilen EGARCH(1,1) koşullu varyans modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları  $u_t / \sqrt{h_t}$  ile elde edilmiştir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 5.16 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hataları Serisinin Kartezyen Grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

$H_0$ : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

$H_1$ : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.279	0.279	26.745
		2	0.313	0.255	60.473
		3	0.104	-0.037	64.208
		4	0.050	-0.052	65.071
		5	0.183	0.194	76.781
		6	0.129	0.069	82.598
		7	0.144	0.005	89.857
		8	0.130	0.050	95.832
		9	0.089	0.029	98.592
		10	0.091	0.006	101.49
		11	0.098	0.041	104.92
		12	0.083	0.017	107.36
		13	0.081	-0.001	109.70
		14	0.085	0.030	112.28
		15	0.073	0.018	114.18
		16	0.062	-0.011	115.55
		17	0.062	0.011	116.92
		18	0.045	0.002	117.66
		19	0.042	-0.010	118.30
		20	0.040	0.002	118.90
		21	0.045	0.016	119.65
		22	0.032	-0.013	120.03
		23	0.037	0.002	120.53
		24	0.036	0.016	121.02

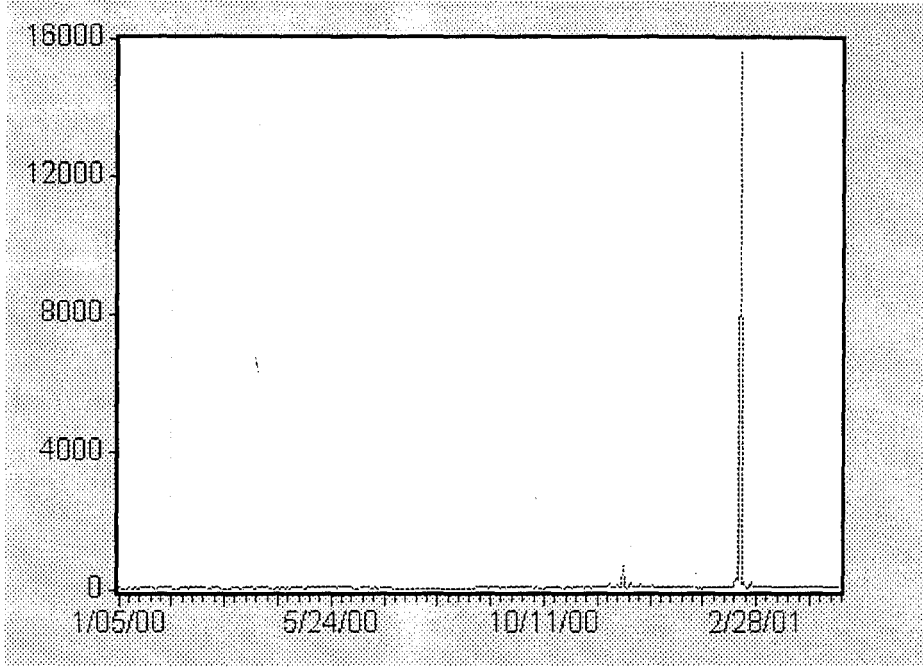
Şekil 5.17 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.037	0.037	0.4768
		2	0.081	0.079	2.7252
		3	0.031	0.025	3.0551
		4	0.009	0.001	3.0859
		5	0.036	0.031	3.5343
		6	-0.004	-0.008	3.5412
		7	-0.004	-0.010	3.5479
		8	-0.007	-0.007	3.5648
		9	-0.008	-0.006	3.5856
		10	-0.008	-0.007	3.6066
		11	-0.008	-0.005	3.6270
		12	-0.008	-0.006	3.6492
		13	-0.008	-0.006	3.6714
		14	-0.006	-0.004	3.6860
		15	-0.008	-0.006	3.7096
		16	-0.008	-0.006	3.7327
		17	-0.008	-0.006	3.7550
		18	-0.008	-0.006	3.7773
		19	-0.008	-0.006	3.8003
		20	-0.008	-0.006	3.8228
		21	-0.008	-0.006	3.8477
		22	-0.008	-0.006	3.8713
		23	-0.008	-0.006	3.8960
		24	-0.009	-0.007	3.9227

Şekil 5.18 EGARCH(1,1) Modelinin Standartlaştırılmış Varyans Öngörü Hatalarının Karelerinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Bu sonuçlar, Repo Faizi serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiğinin göstergesidir.

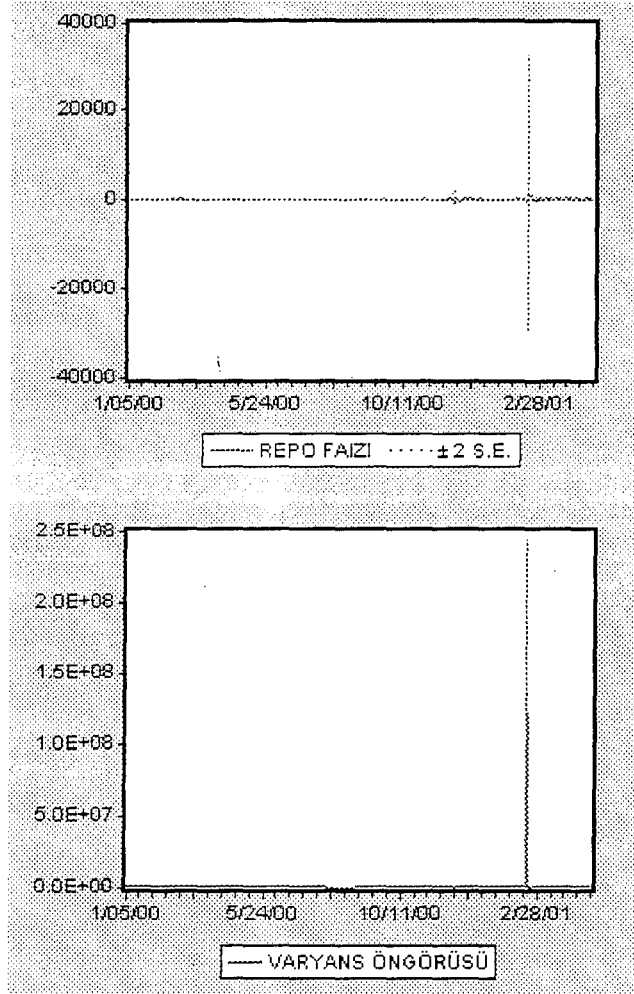
Uygun olarak seçilen EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler elde edilmiştir. Koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.19'daki gibidir.



**Şekil 5.19** EGARCH(1.1) Modelinin Koşullu Standart Sapması

Şekil 5.19'daki grafik incelendiğinde, modelin koşullu standart sapmalarına göre, ekonomimizde yaşanan istikrarsızlık dönemlerinde Repo Faizlerinin oynaklığının artmakta olduğu görülmektedir. Grafikten de anlaşılacağı gibi oynaklıkların sıfıra yakın olduğu dönemler, istikrarsızlıkların olmadığı ya da en az olduğu dönemlerdir. Ekonomide yaşanan istikrarsızlıkların göstergesi olan oynaklıklar özellikle 17 Kasım 2000 ve 26 Şubat 2001 tarihlerinde yaşanan iki önemli ekonomik krizin kanıtıdır. Bu dönemler içinde ekonominin oldukça değişken iniş - çıkışlar yaşadığını grafiğe bakarak da söyleyebiliriz.

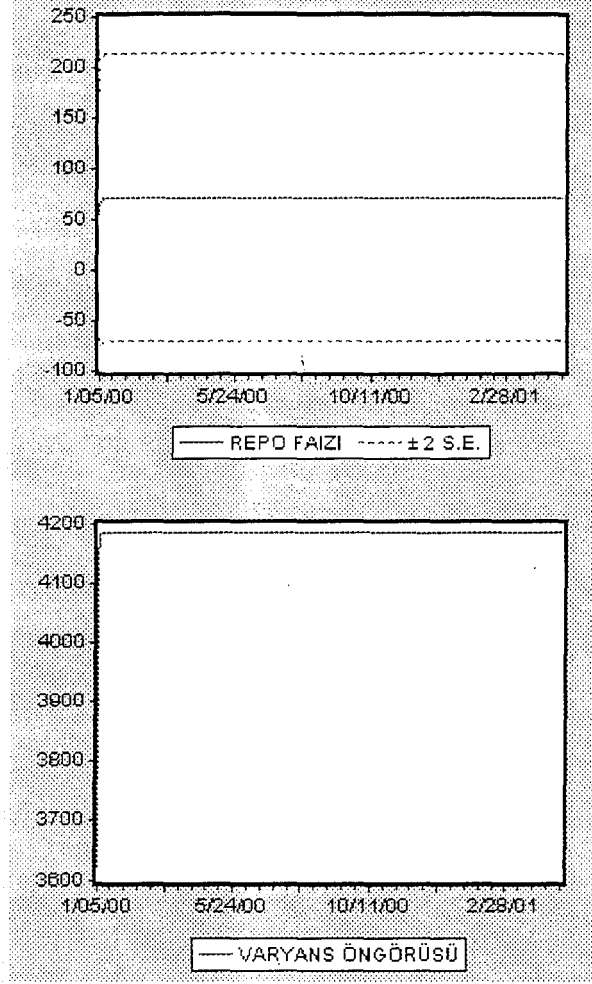
EGARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin  $\pm 2\sigma$  güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.20 ve Şekil 5.21'de verilmiştir. Daha önce belirtildiği gibi Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.20 EGARCH(1.1) Modelinin Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü

Şekil 5.20'deki birinci grafik Repo Faizi serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Repo Faizi serisini, hemen üst ve alttaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir.

Şekil 5.20'deki ikinci grafik ise varyans öngörüleridir. Şekil 5.19'daki değerlerin kareleridir.



Şekil 5.21 EGARCH(1,1) Modelinin Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü

Şekil 5.21'deki birinci grafikteki düz çizgili grafik Repo Faizi serisinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörülerini göstermektedir. Ayrıca Şekil 5.21'deki grafiklerden koşullu varyansın sabit kaldığını söyleyebiliriz. Bu nedenle Repo Faizi serisinin öngörülmesinde EGARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceğini söylemek mümkündür. Ayrıca EGARCH(1,1) modelinin maksimum koşullu varyansı 243140382,5'dir. Bu değer de 19/02/2001 tarihine aittir. Bu durum belirtilen tarihte varyansta oldukça belirgin bir artışın söz konusu olduğunu gösterir. Ayrıca Ek-2'de verilen koşullu varyanslara dikkat edilirse Şubat 2001 döneminde önceki dönemlerde sabit gibi görünen oynaklıklar belirgin olarak artmıştır.

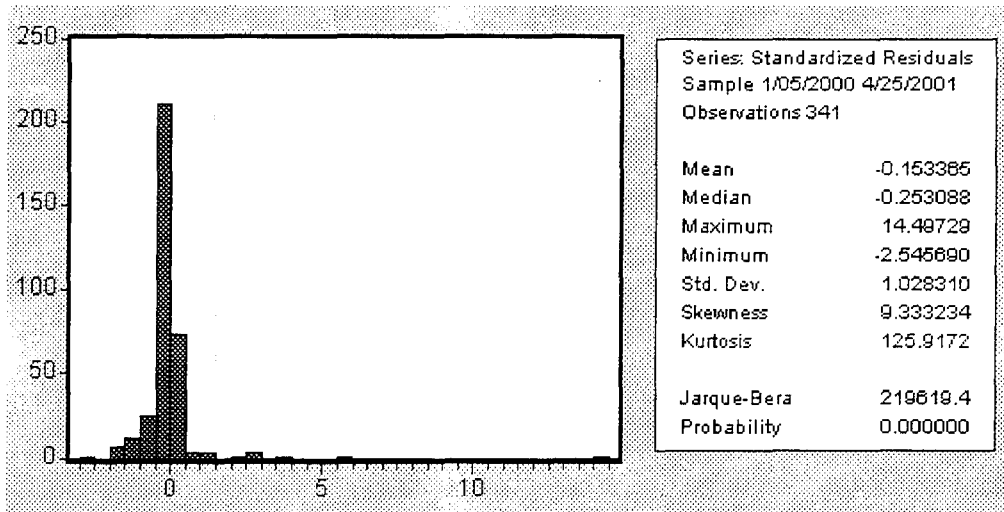
Buna göre Repo Faizi serisinin zamana bağlı olarak değişen oynaklığının yapısı EGARCH(1,1) modeli ile belirlenmiştir. Koşullu varyans modeli ile ilgili

bulgular finansal piyasalarda oynaklığın şoklara karşı asimetrik olarak tepki verdiği ve negatif şokların varyans üzerindeki etkilerinin daha fazla olduğu sonucunu desteklemiştir.

#### 5.4.4.7 Repo Faizi Serisi İçin Seçilen En Uygun Koşullu Varyans

##### Modelinin Hatalarının Normallik Testi

Repo Faizi serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları histogram ve Jarque-Bera test istatistiği ile Şekil 5.22’de verilmiştir.



Şekil 5.22 EGARCH(1,1) Modelinin Hatalarının Normallik Testi

Sonuçlardan görüldüğü gibi Repo Faizi serisi için uygun EGARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test İstatistiği sonucu 219619,4 bulunmuştur. Çarpıklık ve basıklık ölçüleri sırasıyla 9,333 ve 125,917’dir. Sınanacak hipotez takımları aşağıda verilmiştir.

$H_0$ : Hatalar normal dağılır

$H_1$ : Hatalar normal dağılmaz

Bu sonuçlara göre Jarque-Bera test istatistiği=219619,4  $> \chi^2_{0,05,2}=5,991$  olduğundan sıfır hipotezi reddedilir hatalar normal dağılmaz. Çarpıklık ve basıklık ölçülerine göre hataların dağılımı sağa çarpık ve normale göre sivridir.



#### 5.4.4.8 Repo Faizi Serisi İçin Öngörü Amacıyla Kullanılacak Ortalama Modeli

Repo Faizi serisi için uygun ARMA(2,0) modeli<sup>9</sup>;

$$y_t = 0,405665y_{t-1} + 0,020763y_{t-2} + u_t \text{ şeklindedir.}$$

Seri için uygun koşullu varyans modeli ise;

$$\log(h_t) = 8,266755 - 0,780278 \left| \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + 1,477427 \left( \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} \right) + 0,083319 \log(h_{t-1})$$

şeklindedir. Buna göre öngörü amacıyla kullanılacak, koşullu varyansı da gözönünde bulunduran ortalama modeli aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y_t = 0,405665y_{t-1} + 0,020763y_{t-2} + \sqrt{\text{anti log}(8,266755 - 0,780278 \left| \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + 1,477427 \left( \frac{u_t - 1}{\sqrt{h_{t-1}}} \right) + 0,083319 \log(h_{t-1}))}$$

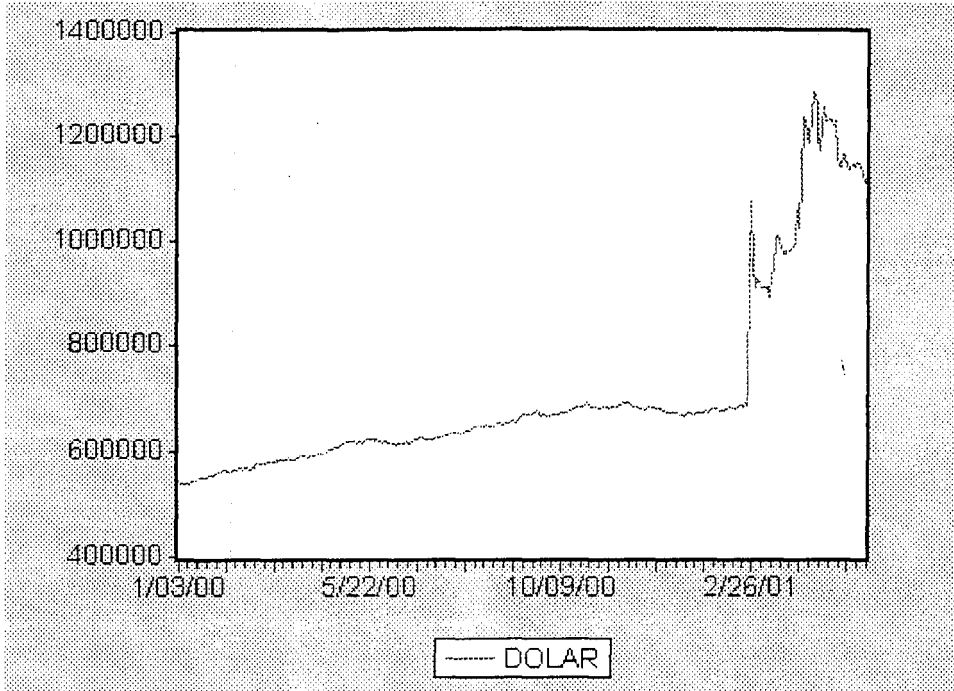
### 5.5. Dolar Kuru Serisinde Oynaklığın Araştırılması

Dolar Kuru serisinin oynaklığının araştırılmasında, IMKB-100 Endeksi ve Repo Faizi serileri için söz konusu aşamalar aynı şekilde uygulanmıştır.

#### 5.5.1. Dolar Kuru Serisinin Özelliklerinin Belirlenmesi

Bu aşamada, öncelikle serinin kartezyen grafiği incelenmiştir. Şekil 5.23'de verilen Dolar Kur Fiyatı serisinin grafiği incelendiğinde 26/02/2001 dönemine kadar düzgün bir artış göstermektedir. Fakat 26/02/2001 ve 21/05/2001 tarihleri arasında yüksek değerler aldığı ve bu dönem içinde gözle görünür oynaklıkların söz konusu olduğu söylenebilmektedir. Bu durum seride değişen varyans olabileceğini gösterir. Yukarıda verilen bilgilerden hareketle Dolar Kur Fiyatı serisinin, ortalama durağan olmadığı söylenebilir.

<sup>9</sup> Bu bölümde ortalama, koşullu varyans ve öngörü amacıyla kullanılacak öngörü modelindeki  $y_t$  değerleri Repo Faizi serisinin gerçek gözlem değerlerini ifade etmektedir.



Şekil 5.23 Dolar Kur Fiyatı Serisinin Kartezyen Grafiği

Dolar Kuru serisinin  $k=1, 2, \dots, 24$  gecikme için hesaplanan örneklem otokorelasyon fonksiyonu Şekil 5.24'de verilmiştir. Şekil incelendiğinde fonksiyonun yüksek  $k$  gecikmelerde ( $k>3$  için) istatistiksel olarak anlamlı değerler aldığı, yani  $k>3$ 'üncü gecikmeden sonraki gecikmeler için hesaplanan ACF değerlerinin %5 anlamlılık düzeyinde  $\pm 2/\sqrt{361} = \mp 0,11$  güven sınırları dışında kaldığı ve ACF katsayılarının gittikçe azalan bir eğilim gösterdiği görülmektedir. Bu durum da Dolar Kuru serisinin durağan olmadığını göstergesidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat
		1	0.986	353.69
		2	0.969	696.12
		3	0.955	1029.8
		4	0.942	1355.4
		5	0.928	1672.3
		6	0.913	1980.1
		7	0.898	2278.8
		8	0.883	2568.4
		9	0.869	2849.8
		10	0.857	3123.7
		11	0.843	3390.0
		12	0.829	3648.1
		13	0.815	3897.9
		14	0.800	4139.4
		15	0.783	4371.5
		16	0.764	4593.4
		17	0.744	4804.4
		18	0.725	5005.1
		19	0.706	5196.0
		20	0.687	5377.5
		21	0.668	5549.6
		22	0.650	5712.7
		23	0.631	5867.0
		24	0.614	6013.8

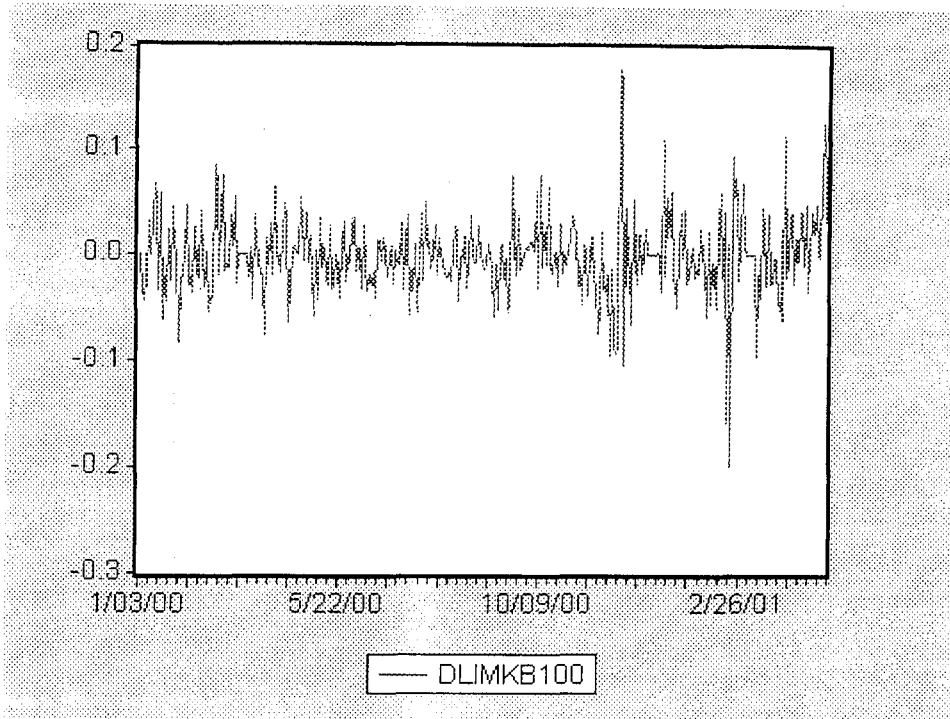
Şekil 5.24 Dolar Kur Fiyatı Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

Dolar Kur Fiyatı serisinin özellikleriyle ilgili elde edilen yukarıdaki bilgilere göre serinin oynaklığının araştırılmasında ARCH modellerinin kullanılması gerekmektedir. Bu amaçla Dolar Kur Fiyatı serisi için önce uygun ARIMA modeli belirlenmiştir.

### 5.5.2. Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin

#### Belirlenmesi

Dolar Kur Fiyatı serisinin ortalama durağan olmadığı yukarıda belirtilmişti. Dolar Kur Fiyatı serisinin önce doğal logaritması daha sonra da ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla  $d=1$ ' inci dereceden farkları alınmıştır.  $\sqrt{\log}$ Dolar olarak tanımlanan yeni serinin kartezyen grafiği Şekil 5.25'de verilmiştir.



Şekil 5.25  $\nabla\log\text{Dolar}$  Serisinin Grafiği

Şekil 5.25'deki grafikten, birinci dereceden farkların durağanlığı sağlamış olabileceği söylenebilir. Durağanlığın sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesi Şekil 5.26'daki otokorelasyon fonksiyonu yardımıyla daha sağlıklı bir biçimde ortaya konabilir. Bu otokorelasyon fonksiyonu incelendiğinde fonksiyonun bütün  $k$  gecikmelerde  $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{360} = \pm 0,11$  sınırları içinde kalan değerler aldığı görülmektedir. Bu durum otokorelasyon fonksiyonunun bütün gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı olmayan değerler aldığını göstermektedir. Otokorelasyon fonksiyonunun bu özelliği  $\nabla\log\text{Dolar}$  serisinin durağan olduğu anlamına gelir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	0.185	0.185	12.487
		2	-0.282	-0.328	41.525
		3	-0.082	0.056	44.008
		4	0.031	-0.063	44.363
		5	0.031	0.029	44.710
		6	0.004	-0.013	44.717
		7	-0.013	0.000	44.775
		8	-0.051	-0.056	45.737
		9	-0.046	-0.028	46.511
		10	-0.004	-0.021	46.519
		11	0.010	-0.010	46.556
		12	0.017	0.011	46.661
		13	0.088	0.095	49.550
		14	0.142	0.125	57.191
		15	0.029	0.023	57.500
		16	-0.031	0.047	57.859
		17	-0.045	-0.040	58.631
		18	-0.041	-0.026	59.269
		19	-0.031	-0.051	59.643
		20	0.028	0.031	59.938
		21	-0.015	-0.052	60.025
		22	-0.069	-0.021	61.862
		23	-0.049	-0.039	62.804
		24	0.078	0.086	65.149

Şekil 5.26  $\nabla$ logDolar Serisinin Otokorelasyon Fonksiyonu

Dolar Kuru serisinin birinci dereceden farklarda durağan olduğu sonucunu desteklemek amacıyla Geliştirilmiş Dickey-Fuller Testi(ADF) sonuçları da aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.40 Dolar Kuru Serisinin Birinci Dereceden Farklar Serisi İçin ADF Testi

ADF Test Statistic	-16.91005	1% Critical Value*	-3.4506
		5% Critical Value	-2.8698
		10% Critical Value	-2.5712

Çizelge 5.40'a göre ADF Test istatistiği  $-16.91005$  , %1, %5 ve %10 anlam seviyelerindeki  $-3.4506$ ,  $-2.8698$ ,  $-2.5712$  MacKinnon kritik değerlerinden daha büyük olduğu için serinin durağan olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Buna göre Dolar Kuru serisinin birinci dereceden farklarda durağan olduğu kabul edilir.

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu

serinin Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon fonksiyonlarının birlikte değerlendirilmesi suretiyle belirlenir.  $\nabla \log \text{Dolar}$  serisi için hesaplanan Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu Şekil 5.26'da verilmiştir.

Birinci dereceden farklar serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri incelendiğinde, ikinci gecikmeden sonra tüm otokorelasyon katsayılarının  $\pm 0.11$  güven aralığı içinde kaldığı, istatistiksel olarak anlamlı olmadığı ve her iki fonksiyonun benzer eğilim gösterdiği gözlemlenmektedir. Bu eğilim benzerliği nedeniyle serinin çözülmesi için uygun ARIMA model tipi ARIMA (1,1,1) olarak önerilmiştir. Modele ilişkin çözümleme sonuçları Çizelge 5.41'de verilmiştir.

**Çizelge 5.41** ARIMA (1,1,1) Modeline İlişkin Çözümleme Sonuçları

	KATSAYILAR	STD. HATALARI	T	P
AR(1)	-0,3584	0,1115	-3,21	0,001
MA(1)	-0,6895	0,0863	-7,99	0,000
SABİT TERİM	0,002699	0,001936	1,39	0,164
<b>MODELİN ORTALAMA HATA KARESİ: 0,000473</b>				

Çizelge 5.41'de görüldüğü gibi ARIMA(1,1,1) modelinin parametreleri için bulunan t değerleri sırasıyla  $-3,21$  ve  $-7,99$  mutlak değerce  $t_{0,05,360} = 1,96$  değerinden büyük oldukları için parametrelerin %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğuna karar verilir.

ARIMA(1,1,1) geçici modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Öngörü hatalarının otokorelasyon katsayıları Şekil 5.27'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi öngörü hatalarının otokorelasyon katsayıları  $\pm 2/\sqrt{n} = \pm 2/\sqrt{360} = \pm 0,11$  sınırları içinde kalmaktadır. Bu durum hatalar serisinin rassal seri olduğunu ve ARIMA(1,1,1) modelinin Dolar Kuru serisi için uygun olduğunu gösterir. Ancak modelin uygunluğunun testi daha sağlıklı olarak Q istatistiğine dayanılarak yapılabilir. Dolar Kuru serisi için hesaplanan hata otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak belirlenen Q istatistiğinin değeri :

$$Q=n \sum r_1^2=360*0,074360=26,7696$$

olarak bulunur. Bu değer  $K-p-q=24-1-1=22$  serbestlik derecesinde  $\chi_{0,05,22}^2=33,925$  değerinden daha küçük olduğu için hataların rassal olarak dağıldığına ve ARIMA(1,1,1) modelinin Dolar Kur Fiyatı serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
		1	-0.040	-0.040	0.5830
		2	-0.152	-0.154	8.9914
		3	-0.094	-0.110	12.216
		4	0.054	0.020	13.288
		5	0.005	-0.023	13.298
		6	0.012	0.013	13.353
		7	-0.013	-0.007	13.417
		8	-0.035	-0.036	13.862
		9	-0.041	-0.046	14.471
		10	0.005	-0.015	14.480
		11	0.001	-0.020	14.480
		12	0.019	0.010	14.613
		13	0.047	0.050	15.434
		14	0.136	0.152	22.351
		15	-0.006	0.033	22.366
		16	-0.004	0.052	22.372
		17	-0.052	-0.024	23.387
		18	-0.011	-0.022	23.429
		19	-0.046	-0.062	24.225
		20	0.043	0.021	24.931
		21	-0.022	-0.027	25.121
		22	-0.047	-0.036	25.982
		23	-0.041	-0.031	26.645
		24	0.050	0.028	27.608

Şekil 5.27 ARIMA(1,1,1) Modeline İlişkin Hataların Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

### 5.5.3. Dolar Kuru Serisinde ARCH Etkilerinin Araştırılması

Çalışmanın bu bölümünde amaç, Dolar Kuru değişkeninin zaman içindeki değişen oynaklığının yapısının yani ARCH etkisinin olup olmadığının belirlenebilmesidir. ARCH etkilerinin araştırılması ile;

- Dolar Kuru serisinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik

göstermekte midir? Eğer gösteriyorsa bu değişkenlik tahmin edilebilir bir yapıda mıdır yani koşullu değişen varyanslılık istatistiksel olarak anlamlı mıdır?

- Pozitif ve negatif şokların oynaklık durumundaki etkisi nedir?
- Dolar Kuru getirilerinde pozitif risk-getiri ilişkisi mevcut mudur?

sorularına yanıt aranmaktadır.

Bu amaçla öncelikle Dolar Kur Fiyatı serisi için önerilen ARIMA(1,1,1) modeline ilişkin hataların doğrusallık testi yapılmıştır.

### 5.5.3.1 Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının Doğrusallık Testi

Doğrusal ARCH türü modellerin çözümleme aşamasında kullanılabilmesi için önerilen ARIMA model tipine ilişkin hataların dağılımının doğrusal olması gerekmektedir. Bu amaçla ARIMA(1,1,1) modelinin uygulanması sonucu türetilen hatalar serisine önce doğrusal sonra kareli trend modelleri uygulanmıştır. Bu modeller sırasıyla

$$Y_t = (-1,5E - 03) + (8,41E - 06)t \text{ ve}$$

$$Y_t = (-6,3E - 04) - (6,40E - 06)t + (4,08E - 08)t^2$$

şeklinde tahminlenmiştir. Tahminlenen her iki trend modelinin MAPE ve MSD istatistikleri Çizelge 5.42’de verilmiştir.

**Çizelge 5.42** ARIMA(1,1,1) Hatalar Serisine Uygulanan Doğrusal ve Kareli Trend Modellerinin MAPE ve MSD İstatistikleri

Doğruluk Kriteri	Doğrusal Trend Modeli	Kareli Trend Modeli
MAPE	154,401	146,392
MSD	0,00047	0,00047

Çizelge 5.42 incelendiğinde, MSD istatistiğinin her iki model için aynı



MSD=0,00047 değerine sahip olduğu ve Doğrusal Trend Modeli için MAPE=154,401 değerinin Kareli Trend Modeli için MAPE=146,392 değerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu nedenle ARIMA(1,1,1) modeli hatalar serisini daha iyi açıklayan modelin doğrusal model olduğunu kabul edebiliriz.

### 5.5.3.2 Dolar Kuru Serisi İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Hatalarının ARCH-LM Testi

Dolar Kuru serisi için uygun bulunan ARIMA(1,1,1) modelinde ARCH etkisinin olup olmadığının araştırılması için ARCH-LM testi kullanılmaktadır. Bu testte sınanacak hipotezler;

$H_0$ : ARCH etkisi yoktur

$H_1$ : ARCH etkisi vardır

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(1,1,1) Modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin söz konusu olmadığı ifade edilir. Karşıt hipotez de ise  $H_0$  hipotezi çürütülmeye çalışılır.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.43'de verilmiştir.

Çizelge 5.43 ARCH-LM Testi Sonuçları

	$\chi^2_{0,05}$ (Tablo)	T.R <sup>2</sup>	P
<b>ARCH(1)</b>	3,841455	0,001156	0,972875
<b>ARCH(2)</b>	5,991476	1,511843	0,469578
<b>ARCH(4)</b>	9,487728	1,521230	0,822874
<b>ARCH(8)</b>	15,50731	1,522147	0,992334

Çizelge 5.43 incelendiğinde, üçüncü sütundaki TR<sup>2</sup> değerleri %5 anlamlılık düzeyinde seçilen 1, 2, 4 ve 8 serbestlik dereceleri için belirlenen ikinci sütundaki  $\chi^2$  tablo değerlerinden küçük olduğu için  $H_0$  hipotezi kabul edilir. Buna göre burada verilen tüm gecikmeli ARCH etkileri %5 anlam düzeyinde

istatistiksel olarak anlamlı olmadığı için, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı kabul edilmektedir.  $H_0$  hipotezinin sınanmasında p olasılık değerlerini kullanırsak tümü  $p=0,05$  değerinden büyük olduğu için aynı şekilde hatalarda ARCH etkisinin olmadığı yönündeki sıfır hipotezi reddedilemez. Bu sonuç Dolar Kuru değişkeni için değişen varyansın söz konusu olmadığını ve koşullu varyans modellerinin uygun olmadığını ifade eder.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde 3/01/2000 – 21/05/2001 dönemi için Dolar Kuru, Repo Faiz Oranları ve IMKB-100 endeksi makro ekonomik değişkenlerinin oynaklık yapıları koşullu değişen varyans modelleri yardımıyla incelenmiştir. Çözümlemede belirtilen dönem içindeki ekonomik değişkenler günlük olarak ele alınmıştır.

İlk olarak değişkenlerin durağanlığı kartezyen grafiği, otokorelasyon fonksiyonu ve Geliştirilmiş Dickey-Fuller(ADF) Testi yardımıyla incelenmiştir. Durağan olmayan seriler için logaritmik dönüşüm yapılarak varyans durağanlık ve birinci dereceden farklar alınarak da ortalama durağanlık sağlanmıştır. İncelenen seriler için en uygun ARIMA modelinin belirlenmesinde, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları birlikte değerlendirilerek karar verilmiştir.

Her seri için belirlenen en uygun ARIMA modelinin hataları, söz konusu seriler için ARCH etkisinin olup olmadığının belirlenmesinde kullanılmıştır. Bu amaçla ARIMA modeli hata karelerine dayalı Lagrange Çarpanı testi uygulanmıştır.

İncelenen dönem içerisinde IMKB-100 endeksi ve Repo Faiz Oranları serileri için ARCH etkisi bulunmuş ve oynaklıkları modellenmiştir. Dolar kur fiyatı değişkeni için incelenen dönem içerisinde ARCH etkisi bulunamamıştır. Bu sonucu 26/02/2001 tarihinde gerçekleşen büyük ekonomik krize kadar olan düzgün artan eğiliminin oynaklık üzerinde daha etkili olduğuna bağlamak mümkündür. Ayrıca daha net bir sonuç için kriz dönemini aşan günleri de içine alacak şekilde inceleme dönemini genişletmek yararlı olabilirdi.

ARCH etkisinin anlamlı bulunduğu IMKB-100 endeksi değişkeni ve Repo Faiz oranları değişkeni için alternatif koşullu varyans modellerinden ARCH, GARCH, TARCH, EGARCH, ARCH-M, GARCH-M, TARCH-M, EGARCH-M modelleri çeşitli gecikme genişliklerinde Maksimum Olabilirlik Tekniği ile tahmin edilmiştir. Tahmin edilen modeller arasından IMKB-100 endeksi değişkeni için, en uygun koşullu değişen varyans modeli en küçük AIC ve SWC ile en büyük log olabilirlik kriterlerine dayalı olarak TARCH(1,1) modeli, Repo Faiz Oranları değişkeni için ise yine aynı kriterlere dayalı olarak EGARCH(1,1) modeli daha iyi uyum iyiliğine sahip olmaları nedeniyle diğerlerine göre tercih edilmişlerdir. IMKB-100 endeksi ve Repo Faizi değişkenleri için uygun görülen

TARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) modellerinin koşullu varyanslarından hareketle, standartlaştırılmış hatalar hesaplanmış ve elde edilen hatalara yeniden Lagrange Çarpımı testi uygulanmıştır. Söz konusu koşullu varyans modellerinin her ikisinde de ARCH etkisinin olmadığı görülmüştür. Bu sonucu desteklemek üzere standartlaştırılmış hataların ve bu hataların karelerinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenmiş ve katsayılar %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Bu sonuçlar TARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) modelleri ile söz konusu değişkenler için ARCH etkilerinin ortadan kaldırıldığına göstergesidir. Bu sonuçlara göre IMKB-100 endeksi ve Repo Faizi Oranları değişkenlerinin oynaklıklarının koşullu değişen varyans modelleriyle daha iyi öngörülebileceği sonucuna varılmıştır. Böylece koşullu değişen varyans modellerinden elde edilen koşullu standart sapmalar incelenmiş ve her iki değişken için de Kasım 2000 ile Şubat 2001 dönemindeki ekonomik krizlerin belirsizliğin ve istikrarsızlığın bir ölçüsü olan oynaklıkta önemli bir artışa neden olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

IMKB-100 endeksi serisi için asimetrik oynaklığın anlamlı bulunması, bireysel ve kurumsal yatırımcıların ağırlıklı olarak yabancı olması nedeniyle herhangi bir olumsuzluk durumunda bu yabancı yatırımcıların piyasadan çekilmeleriyle açıklanabilir. Repo Faizi Oranlarındaki oynaklık ise finansal piyasalarda ve özellikle hisse senedi piyasalarında başlayan dalgalanmaların diğer finansal piyasalara nasıl yansıdığına iyi bir göstergesidir. Çünkü hisse senedi piyasaları ile başlayan olumsuzlukların döviz piyasalarına yansımaları interbank piyasası ile geçirilmeye çalışılmaktadır. Bu arada ortaya çıkan TL gereksinimi de bu gelişmede önemli olmaktadır. Dolar Kuru serisi için ARCH etkilerinin anlamlı çıkmaması ise sabit kur uygulamasına geçilen dönemi içermesi ile açıklanabilir.

Söz konusu ekonomik değişkenlerin ileriye dönük tahminlerinde ortalama modellerinden elde edilen hatalardaki ARCH etkilerinin de göz önünde bulundurulması tahminlerin güvenilirliği açısından çok önemlidir.

## 7. KAYNAKLAR DİZİNİ

ABRAHAM, B. ve LEDOLTER, J., *Statistical Methods for Forecasting*, John Wiley&Sons, Newyork (1983).

AKGIRAY, V., *Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecast*, *Business*, **62**, 55-80 (1989).

BERA, A.K. ve HIGGINS, M.L. *Arch Models: Properties, Estimation and Testing*, *Economics Surveys*, **7**, 305-366 (1993).

BOLLERSLEV, T., ENGLE R.F. ve NELSON, D.B. *ARCH Models*, *Handbook of Econometrics*, **4**, Chapter 49, Elsevier Science B.V., ed. R.F. Engle ve D. Mc Fadden, Amsterdam: North Holland . 2961-2984 (1994).

BOLLERSLEV, T., *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, *Econometrics*, **31**, 307-327 (1986).

BOLLERSLEV, T. ve WOOLDRIDGE, J.M., *Quasi-Maksimum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-Varying Covariances*, *Econometric Reviews*, **11**, 143-179 (1992).

BOLLERSLEV, T., *Modelling The Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Models*, *Review of Economics and Statistics*, **78**, 498-505 (1990).

BOX, G.E.P ve JENKINS, G.M., *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, revised ed., Holden Day, 575 (1976).

CHATFIELD, C., *Problem Solving a Statistician's Guide*, *Reader in Statistics*, University of Bath, UK, Chapman & Hall (1995).

CHOU, R.Y., *Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using Garch*, *Applied Econometrics*, **3**, 279-294 (1988).

COULSON, N. ve ROBINS, R., *Aggregate Economic Activity and Variance of Inflation: Another Look*, *Economic Letters*, **17**, 71-75 (1985).

DEMOS, A. ve SENTANA, E., *Testing for GARCH EFFECTS: A onesided approach*, *Econometrics*, **86**, 97-127 (1998).

DICKEY, D.A. ve FULLER, W.A., *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, the American Statistical Association, **74**, 427-431 (1979).

DIEBOLD, F.X. ve LOPEZ, J.A., *Modeling Volatility Dynamics*, Technical Working Paper Series 173, National Bureau of Economic Research 1050 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02138 (1995).

DOMOWITZ, I. ve HAKKIO, C., *Conditional Variance and Risk, Premium in foreign Exchange Market*, *International Economics*, **19**, 47-66 (1985).

DROST, F.C. ve NIJMAN, T.E., *Temporal Aggreton of GARCH Processes*, *Econometrica*, **61**, 909-927 (1993).

DURBIN, J. ve WATSON, G.S., *Testing or Serial Correlation in Least-Squares Regression*, *Biometrika*, **38**, 409-428 (1951).

ENDERS, W. *Applied Econometric Time Series*, JohnWiley&Sons,Inc., USA., 135-211 (1995).

ENGLE, R.F., *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation*, *Econometrica*, **50**, 987-1007 (1982).

ENGLE, R.F., *Statistical Models for Financial Volatility*, *Financial Analysts Journal*, (**Jan/Feb**), 72-78 (1993).

ENGLE, R.F., *Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics*, In *Handbook of Econometrics*, **2**, ed. Griliches ve Intrilligator, Amsterdam: North Holland, 775-826 (1984).

ENGLE, R.F., *Arch: Selected Readings* (Advanced Texts in Econometrics), Oxford University Press (1995).

ENGLE, R.F. ve KRAFT, D., *Multiperiod Forecast Error Variances of Inflation Estimated from ARCH Models*, In A. Zellner, ed., *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, Washington D.C.:Bureau of Census, 293-302 (1983).

ENGLE, R.F., LILLIEN, D.M. ve ROBINS, R.P., *Estimating Time-Varying Risk Premia in the term Structure: The ARCH-M Model*, *Econometrica*, **55**, 391-408 (1987).

ENGLE, R.F. ve PATTON, A.J., *What Good is a Volatility Model?*, 1-29 (2001).

ENGLE, R.F. ve VICTOR, K.NG., *Measuring and Testing the Impact of News on Volatility*, *Journal of Finance*, **48**, 1749-1778 (1993).

GLOSTEN, L.R., JAGANATHAN, R. ve RUNKEL, D., *On The relation Between the Expected Value and Volatility of Nominal Excess Return on Stocks*, *Finance*, **48**(5), 1779-1801 (1993).

GODFREY, L.G., *Testing against General Autoregressive and Moving Average Error Models when the Regressors Include Lagged Dependent Variables*, *Econometrica*, **46**, 1293-1302 (1978).

GOURIEROUX, C., *Arch Models and Financial Applications*, Springer Verlag, (1997).

GREENE, W.H., *Econometric Analysis*, Pentice-Hall International, Inc., 554-575 (1997).

GUJARATI, Damodar N., *Basic Econometrics*, The McGraw-Hill Companies, Inc.(1995)

HAMORI, S., *Volatility of real GDP: Some evidence from the United States, the United Kingdom and Japan*, Japan and World Economy, **12**, 143-152 (2000).

HYLLEBERG, S., ENGLE, R., GRANGER, C. ve YOO, B., *Seasonal Integration and Cointegration*, Econometrics, **44**, 215-238 (1990).

IŞIĞIÇOK, E., *Türkiye'de Enflasyonun Varyansının ARCH ve GARCH Modelleri ile Tahmini*, Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, **17**, 3 (1999).

IŞIĞIÇOK, E., *Değişkenler Arasındaki İlişkilerin Araştırılmasında Nedensellik Testleri ve Bir Uygulama Denemesi*, Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 52-80 (1993).

IŞIĞIÇOK, E., *Zaman Serilerinde Nedensellik Çözümlemesi*, Uludağ Üniversitesi, Uludağ Üniversitesi Basımevi, 43-73 (1994).

JARQUE, C.M. ve BERA A.K., *A Test for Normality of Observations and Regression Residuals*, International Statistical Review, **55**, 163-172(1987).

JENKINS, G.M. ve WATTS, D.G., *Spectral Analysis and Its Applications*, San Fransisco: Holden-Day (1968).

JOHNSTON, J. ve DINARDO, J., *Econometric Methods*, the McGraw-Hill Companies, Inc., Singapore (1997).

KOUTMOS, G., *Asymmetries in the Conditional Mean and Conditional Variance : Evidence From Nine Stock Markets*, Economics and Business, **50**, Issue 3, 277-290 (1998).

KOUTSOYIANNIS, A., *Theory of Econometrics*, MacMillan, Newyork (1973).



LAURENT, S. ve PETERS, J.P., *A Tutorial for G@RCH 2.0 an Ox Package for Estimation and Forecasting Various ARCH Models*, 1-50 (2001).

LEUTHOLD, R.M., MACCORMICK, A.J.A., SCHMITZ, A. ve WATTS, D.B., *Forecasting Daily Hog Prices and Quantities: A study of Alternative Forecasting Techniques*, the American Statistical Association (1970).

MADDALA, G.S., *Introduction to Econometric*, Macmillan Publishing Company, Newyork, 264-265 (1978).

MAESTAS, C. ve PREUHS, R.R., *Modeling Volatility in Political Time Series*, Electoral Studies, **19**, 95-110 (2000).

NELSON, D.B., *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica, **59**, 347-370 (1991).

NELSON, D.B., *Modelling Stock Market Volatility Changes*, Proceedings of the Business and Economics Statistics Section, **1**, 93-98 (1989).

NERLOVE. M., *Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures*, Econometrica, **32**, 241-286 (1964).

ÖZMEN, A., *Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ile Banka Mevzuat Tahmininde Uygulama Denemesi*, T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No:207, Eskişehir (1986).

ÖZMEN, A., "Türkiye'nin Dışsatım Tutarı Öngörülleri İçin Teknik Seçiminde Doğruluk Kriteri Kullanımı", T.C. Anadolu Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, **10**, s:1-2, 437-447(1992).

PINDYCK, R.S., ve RUBINFELD, D.L., *Econometric Models and Economic Forecasts*, The McGraw-Hill Companies, Inc., Boston (1991).

SALMAN, F., *Risk-Return-Volume Relationship in an Emerging Stock Market*, The Central Bank of the Republic of Turkey, Discussion paper, No:9901 (1999).

STEWART, J. ve GILL, L., *Econometrics*, Prentice Hall Europe (1998).

ZAKOIAN, J., *Threshold Heteroskedastic Models*, Journal of Economic Dynamics and Control, **18**, 931-955 (1994).

## 8. EKLER

**Ek-1** TARCH(1,1) Modelinin Koşullu Varyansları

1.03.2000	NA	NA	0,001211	0,001165	0,001813
1.10.2000	0,001415	0,001235	0,000997	0,001046	0,001789
1.17.2000	0,001784	0,001606	0,001714	0,002214	0,00178
1.24.2000	0,001766	0,001341	0,001159	0,001227	0,001014
1.31.2000	0,000869	0,002889	0,002165	0,001555	0,001165
2.07.2000	0,001383	0,001319	0,001182	0,001424	0,001191
2.14.2000	0,000995	0,00107	0,001194	0,000969	0,001173
2.21.2000	0,000957	0,001707	0,001855	0,001816	0,002472
2.28.2000	0,002519	0,001812	0,001587	0,002219	0,001567
3.06.2000	0,001207	0,001008	0,001112	0,000949	0,001305
3.13.2000	0,001157	0,000951	0,000839	0,000774	0,00074
3.20.2000	0,000719	0,000841	0,00078	0,001244	0,001181
3.27.2000	0,001025	0,00088	0,000879	0,000925	0,002753
4.03.2000	0,001842	0,001327	0,001154	0,001029	0,001489
4.10.2000	0,00114	0,00095	0,000887	0,000858	0,001258
4.17.2000	0,001219	0,002182	0,001923	0,001381	0,001083
4.24.2000	0,000912	0,000814	0,001281	0,001262	0,001011
5.01.2000	0,001133	0,000937	0,000877	0,00084	0,00194
5.08.2000	0,001378	0,00158	0,001366	0,001068	0,000903
5.15.2000	0,000875	0,001165	0,001098	0,001216	0,001279
5.22.2000	0,001015	0,000911	0,00136	0,001094	0,001121
5.29.2000	0,00111	0,000923	0,000826	0,000893	0,001043
6.05.2000	0,000941	0,000838	0,000785	0,001064	0,001032
6.12.2000	0,000897	0,001233	0,001083	0,001156	0,001009
6.19.2000	0,001419	0,001117	0,00098	0,000859	0,000834
6.26.2000	0,000776	0,000857	0,000785	0,000765	0,000938

## Ek-1 Devam

7.03.2000	0,000831	0,000777	0,000773	0,000909	0,001085
7.10.2000	0,000925	0,001087	0,001896	0,001441	0,00142
7.17.2000	0,001102	0,00177	0,001308	0,001341	0,001217
7.24.2000	0,001408	0,00112	0,000946	0,000857	0,000783
7.31.2000	0,000925	0,000909	0,000857	0,000786	0,000751
8.07.2000	0,000804	0,000942	0,000915	0,001013	0,000872
8.14.2000	0,000937	0,00092	0,001432	0,0011	0,000918
8.21.2000	0,000871	0,001064	0,000912	0,00108	0,000905
8.28.2000	0,000826	0,000775	0,000864	0,00079	0,000802
9.04.2000	0,000755	0,000747	0,000729	0,000773	0,00186
9.11.2000	0,001377	0,001851	0,001329	0,001089	0,001091
9.18.2000	0,000912	0,001744	0,002023	0,002368	0,001665
9.25.2000	0,001369	0,001312	0,001065	0,000909	0,000813
10.02.2000	0,000766	0,000744	0,000759	0,000761	0,000737
10.09.2000	0,001322	0,001275	0,001854	0,001329	0,001086
10.16.2000	0,000911	0,001454	0,00111	0,00108	0,000911
10.23.2000	0,000815	0,000966	0,000975	0,000899	0,000808
10.30.2000	0,000765	0,000744	0,000776	0,001001	0,001064
11.06.2000	0,000969	0,001084	0,000953	0,001451	0,001124
11.13.2000	0,000944	0,001363	0,001062	0,000958	0,001024
11.20.2000	0,001124	0,00272	0,002811	0,001936	0,001661
11.27.2000	0,001652	0,001328	0,004045	0,00262	0,003896
12.04.2000	0,00568	0,005808	0,008402	0,010525	0,009583
12.11.2000	0,005822	0,003502	0,002326	0,002864	0,00226
12.18.2000	0,001551	0,001488	0,001215	0,001067	0,0009
12.25.2000	0,000932	0,000826	0,000766	0,000735	0,000717
1.01.2001	0,000707	0,000705	0,000701	0,001087	0,002842

## Ek-1 Devam

1.08.2001	0,001895	0,001734	0,001497	0,001683	0,001319
1.15.2001	0,001368	0,001782	0,001293	0,001375	0,001066
1.22.2001	0,001214	0,001157	0,001094	0,000915	0,00083
1.29.2001	0,000889	0,000858	0,000861	0,000889	0,000801
2.05.2001	0,000779	0,001778	0,001358	0,001609	0,001234
2.12.2001	0,001002	0,001788	0,001487	0,001809	0,001405
2.19.2001	0,00134	0,008928	0,005198	0,015288	0,009631
2.26.2001	0,006538	0,004359	0,002744	0,001824	0,002262
3.05.2001	0,001576	0,001178	0,000959	0,00084	0,000775
3.12.2001	0,000739	0,003733	0,002533	0,002127	0,001767
3.19.2001	0,001482	0,001401	0,001349	0,00122	0,001249
3.26.2001	0,000999	0,000864	0,001432	0,001802	0,002544
4.02.2001	0,003733	0,002388	0,001672	0,001573	0,001453
4.09.2001	0,001261	0,00103	0,000878	0,001048	0,001261
4.16.2001	0,001028	0,001274	0,001317	0,001035	0,001219
4.23.2001	0,001076	0,001318	0,001038	0,000883	0,001747
4.30.2001	0,004094				

**Ek-2 EGARCH(1,1) Modelinin Koşullu Varyansları**

1/03/00	NA	NA	3622.825	2060.195	3277.145
1/10/00	2355.354	2140.074	3485.718	2715.909	2653.948
1/17/00	3833.487	3428.198	1976.885	3791.286	5115.859
1/24/00	4248.960	4130.432	3024.666	3718.380	2680.498
1/31/00	2637.848	5577.535	7340.779	9313.122	4509.274
2/07/00	3649.615	3569.510	4507.336	3261.018	3076.113
2/14/00	3418.889	7002.578	5853.276	8128.752	7438.913
2/21/00	2877.765	8316.192	5872.192	4529.646	7246.722
2/28/00	4925.048	7915.613	8195.507	4912.139	3393.964
3/06/00	3405.912	4763.750	4802.194	4509.067	3949.188
3/13/00	3133.822	3066.310	3046.999	3036.603	3030.983
3/20/00	3027.938	3571.888	4603.686	3749.374	3202.136
3/27/00	3190.199	4067.719	3686.244	3626.645	5281.338
4/03/00	7936.696	3329.517	3143.917	3468.286	3621.250
4/10/00	3959.897	4406.098	3915.080	3093.837	2568.626
4/17/00	2563.343	4547.911	3693.779	3340.074	4123.417
4/24/00	4396.896	2934.388	3592.148	2852.164	4168.318
5/01/00	4416.754	4424.179	4704.331	3628.540	3194.896
5/08/00	3404.326	3950.615	4541.311	4178.008	3612.573
5/15/00	6058.268	4763.408	5368.096	4432.795	8524.946
5/22/00	7899.158	3845.632	4187.240	4469.483	4034.308
5/29/00	3371.951	5568.091	5545.501	5964.283	6082.031
6/05/00	4262.361	3857.617	4530.198	3443.918	3442.012
6/12/00	3389.275	3609.554	3752.928	5836.870	5071.409
6/19/00	3561.985	3243.207	3250.776	3553.205	3243.719
6/26/00	2977.548	6135.016	6051.464	4329.670	6201.697
7/03/00	11677.96	2584.335	2359.092	2022.782	2072.167
7/10/00	1720.020	2161.568	2218.332	2650.100	2364.999

## Ek-2 Devam

7/17/00	2107.992	2619.006	2467.871	2367.481	2125.170
7/24/00	2644.042	2173.689	1915.035	1564.137	920.1109
7/31/00	873.5634	867.3637	792.8119	744.0018	705.7114
8/07/00	693.2510	605.0886	510.1582	333.4449	262.6685
8/14/00	222.3371	194.4580	350.9824	255.8904	184.4170
8/21/00	119.3365	80.51813	87.92591	281.0010	416.8299
8/28/00	1378.550	7604.830	8978.411	8599.141	10412.01
9/04/00	4581.268	1908.758	3648.610	6755.496	4340.691
9/11/00	4074.863	3767.502	3348.454	3775.107	5688.510
9/18/00	3265.082	5671.845	5466.016	5055.197	8380.754
9/25/00	7607.759	8740.386	7114.301	3926.987	5170.351
10/02/00	8919.561	3720.160	2985.728	3114.532	3512.838
10/09/00	3104.188	3113.073	3384.442	3648.279	4336.112
10/16/00	4115.128	4128.194	4604.866	5420.949	4260.581
10/23/00	4296.227	3295.161	3420.697	4480.585	4702.584
10/30/00	3196.696	6922.150	9759.362	4081.239	6039.620
11/06/00	3887.750	3068.089	4065.698	5540.244	3795.653
11/13/00	2918.579	4017.896	7726.084	10201.75	8411.598
11/20/00	3636.886	5182.847	9583.795	14597.86	6992.569
11/27/00	10632.94	8557.890	20338.82	10191.05	11709.98
12/04/00	458557.6	29736.13	185.1373	38908.83	11095.98
12/11/00	5877.564	9919.726	10157.51	16566.31	7094.478
12/18/00	4150.762	6668.008	9251.536	8793.360	21530.43
12/25/00	5181.958	8621.186	8988.389	9004.448	8396.831
1/01/01	8382.434	6956.505	8945.260	5664.778	5218.817
1/08/01	4871.974	6052.790	6519.740	6479.654	4710.301
1/15/01	4089.085	4448.071	3712.714	3391.241	3929.574
1/22/01	3159.598	3576.743	3436.316	3630.583	4418.751

## Ek-2 Devam

1/29/01	6857.689	3758.202	4565.673	6814.126	5256.712
2/05/01	7210.735	5972.800	7123.348	6475.810	6331.080
2/12/01	4841.081	4058.764	4706.170	107029.7	75304.83
2/19/01	2.43E+08	19761.14	36407.38	29.79681	104.1407
2/26/01	44822.34	10990.98	7040.784	8843.854	8997.400
3/05/01	9004.079	9004.368	9004.380	8974.002	8967.133
3/12/01	8981.297	8851.727	8672.390	8580.853	8587.968
3/19/01	8624.383	8611.493	8617.978	8617.884	8622.369
3/26/01	8817.188	8744.079	8733.548	8734.612	8735.405
4/02/01	8738.445	8736.631	8736.724	8735.440	8728.731
4/09/01	8737.796	8735.167	8735.146	8483.440	8564.933
4/16/01	8577.541	8576.235	8578.859	8578.285	8577.562
4/23/01	8571.967	8574.615	8447.775	NA	NA
4/30/01	NA				