T.C.Anadolu Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

ÇOKLU BAĞINTILI DOĞRUSAL MODELLERDE RIDGE REGRESYON YÖNTEMİYLE PARAMETRE KESTİRİMİ

- Türkiye'de (1963-1983) Enflasyon Analizi -

Doktora Tezi

Öğr.Gr.Emel İmir

Fen Ed.Fakültesi

Mart 1986

Eskişehir

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM

ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞINTIYI BELİRLEME VE GİDERME YÖNTEMLERİ

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

RIDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN TÜRK EKONOMİSİNİN ENFLASYON ANALİZİNDE KULLANILMASINA İLİŞKİN UYGULAMA DENEMESİ (1963-1983)

SUNUŞ

Sosyal ve ekonomik olayların çoğunluğu çeşitli faktörlere bağlı olarak meydana gelmektedir. Özellikle ekonomik olayların oluşumunda etkili faktörler birer ekonomik olay olarak birbirleriyle de bağıntılıdır. Bir ekonomide geleceğe yönelik daha gerçekçi çalışmaların yapılabilmesi için o ana kadar yaşanan olayların sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesi önemlidir. Bu ilişkinin belirlenmesiyle ancak geleceğe yönelik çalışmalar güvenlik kazanacaktır.

İşte sosyal, psikolojik v.b. olaylarda olduğu gibi çok sayıda etmene bağlı olan ekonomik olaylar birlikte değişim göstermektedirler. Bir ekonomik olayın sebep-sonuç ilişkisini belirleyebilmede regresyon modeli yardımcı olmaktadır. Bu modelde incelenen ekonomik olay ile meydana gelmesinde etkili ve genellikle ekonomik olan diğer olaylar arasında ve bağımsız etmenlerin arasında da bir bağıntı vardır. Bu bağıntı regresyon analizinde sorun yaratmaktadır.

Regresyon sürecinde sık sık ortaya çıkan bir sorun, bağımsız değişkenlerin bağımsızlık varsayımlarının bozulması ve böylece bu değişkenler arasındaki doğrusal bağıntıların varlığıdır. Çoklu bağıntı olarak adlandırılan bu soruna önerilen çözüm yollarından birisi, son yıllarda sık sık başvurulan yanlı kestirim yöntemleridir.

Söz konusu kestirim yöntemleri, değişken seçimi yaparak veya değişkenlerin hepsini modelde bırakarak en küçük kareler yöntemine göre daha küçük varyansla kestirim yapan yöntemlerdir.

Çalışmamızda, modeldeki bağımsız değişkenlerin hepsinin modelde bırakılarak parametre kestirimi yapılmasına hizmet eden ridge regresyon yanlı kestirim yönteminin kullanılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, ilk bölümde çoklu regresyon modelinin matris yöntemiyle çözümüne ilişkin bilgiler verildikten sonra, modelin varsayımlarının ve varsayımlardan sapmalarının ayrıntılı açıklaması yer almıştır.

İkinci bölümde, önemli bir sorun olan çoklu bağıntı ve göstergeleri açıklandıktan sonra, çoklu bağıntıyı belirleme ve giderme yöntemleri üzerinde durulmuştur.

Çoklu bağıntının var olduğu doğrusal modellerde, çoklu bağıntının etkilerini en aza indirgeyerek parametre kestirimi yapılmasını sağlayan ridge regresyon yöntemi üçüncü bölümün konusudur. Bu bölümde ridge yönteminin matematiksel açıklaması yapılmış, daha sonra yöntemin kullanılmasındaki aşamalar ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Türk ekonomisinde enflasyonun önemli bir sorun olduğu göz önünde tutularak, 1963-1983 dönemi enflasyonun incelenmesi, analizinde de Ridge yöntemi benimsenmesi düşünülmüş, bu amaçla dördüncü bölüm uygulamaya ayrılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

ÇOKLU REGRESYON MODELİNİN VARSAYIMLARI VE VARSAYIMLARDAN SAPMALAR

1. ÇOKLU REGRESYON MODELİ

Ekonomik ve sosyal olaylar çeşitli faktörlerin etkisiyle ortaya çıkar. Eğer bir olayın istatistik yöntemlerle incelenmesi söz konusu ise, olayı etkileyen faktörlerin tek tek belirlenmesi gerekir.

İncelemeye konu olan olayların analiz amacına göre uygun modeli belirlenir. Özellikle ekonomik alanda olayların çok sayıdaki faktöre bağlılığı, ileriye dönük tahmin yapabilme ve sebep-sonuç ilişkisinin araştırılması amacına hizmet eden model çoklu regresyon modeli olacaktır.

Çalışmamızda sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla kullanılan çoklu regresyon modelinde olayları etkisi altında bulunduran faktörler bağımsız değişkenleri, analize esas olan olay ise bağımlı değişkeni oluşturur. Gözlem sayısı her değişken için N olduğunda, doğrusal ilişki

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad (1.1)$$

$$(i = 1,2,3,\ldots, N)$$

şeklinde gösterilebilir.

Bu fonksiyonel ilişki matris notasyonuyla gösterilmek istendiğinde,

$$Y = \beta X + \varepsilon \qquad (1.2)$$

şeklinde yazılır.

ε vektöründeki hata terimleri, ortalaması sıfır ve standart sapması σ olan normal dağılıma sahiptir (1). Regresyon analizinin amacı, β vektöründeki parametrelerin $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$ kestirim değerlerini bulmaktır.

1.1 Parametrelerin Kestirimi

Çoklu doğrusal regresyon modelinde parametrelerin kestirim değerleri en küçük kareler yöntemiyle bulunur.

Örnek büyüklüğü n olduğunda, değişkenler arasındaki ilişki

$$Y_i = b_1 + b_2 X_{i2} + b_3 X_{i3} + \ldots + b_k X_{ik} + e \qquad (1.3)$$

$$(i = 1,2,3,\ldots,n)$$

şeklinde yazılır; en küçük kareler yöntemi, hata terimleri kareleri toplamının en küçük olmasını sağlayacak şekilde kestirim değer-

---

(1) Baki Işıkara, Regresyon Yöntemleri ve Sorunları; İstanbul Üniversitesi N: 2100 1975, s. 54.

lerini verecektir. β 'nın kestirim değerini bulmada kullanılan yönteme β vektörünün kestiricisi adı verilir ve aşağıdaki formülden yararlanılır.

$$\hat{\beta} = b = (X' X)^{-1} X' Y \qquad (1.4)$$

1.2 Kestirimlerin İsabet Derecesinin Belirlenmesi

Bilindiği gibi regresyon analizinde parametrelerin kestirim değerleri yardımıyla, kestirimlere esas oluşturacak regresyon denklemleri elde edilir. Regresyon denkleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren parametre kestirimlerinin gerçeğe uygun yani isabetli olup olmadığının belirlenmesi gerekir. Kestirimlerin isabetli olup olmadığına karar verebilmek için F testi ve t testi yapılır.

Bu testlerin yanısıra, modeldeki değişkenler arasındaki ilişkinin derecesini yani kestirimlerin isabet derecesini belirleyen gösterge olarak çoklu korelasyon katsayısı kullanılmaktadır.

1.2.1 F Testi

1.2.1.1 Regresyon Katsayılarının Anlamlılık Testi

Regresyon analizinde birden çok bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerinde etkili olup olmadığını anlamak için F testi uygulanabilir. Bununla beraber F testi, ilişki halinde sonucun hangi değişken nedeniyle meydana geldiğini belirtmez (2).

(2) Baki Işıkara , s. 135.

F testinde bütün bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini test edebilmek için hipotezler

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \ldots\ldots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_2 \neq \beta_3 \neq \ldots\ldots = \beta_k \neq 0$$

şeklinde formüle edilebilir. Alternatif hipotezde (H_1) parametrelerin hepsinin sıfırdan farklı oldukları ve dolayısıyla parametreler bütünüyle ele alındığında formüle edilen ilişkinin geçerli olduğu şeklinde açıklanabilir. Korelasyon katsayısı (R) yardımıyla yapılan F testi için gerekli F formülü,

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{R^2}{(1-R^2)} \cdot \frac{(n-k)}{(k-1)} \qquad (1.5)$$

olacaktır.

R^2 : Çoklu korelasyon katsayısının karesi (belirlilik katsayısı)

(k-1) : Bağımsız değişken sayısı

n : Gözlem sayısı

k : Parametre sayısı ($\beta_1, \beta_2, \ldots$)

Belli bir önemlilik derecesinde F tablosundan F(k-1, n-k) değeri bulunur. Formülden elde edilen F değeri tablo F değerinden küçükse $[F < F_\alpha(k-1, n-k)]$ sıfır hipotezi kabul, büyükse $[F > F_\alpha(k-1, n-k)]$ red edilir. Sıfır hipotezinin red edilmesiyle modeldeki değişkenler arası ilişkinin anlamlılığına yani parametre kestirimlerinin isabetli olduğuna karar verilir.

1.2.1.2 Korelasyon Katsayısının Anlamlılık Testi

Dağılımı normal ve çoklu korelasyon katsayısı sıfır olan bir ana kütleden çekilen örneklere dayanılarak hesaplanan çoklu korelasyon katsayılarının karelerinden oluşan dağılımın ortalaması

$$E(R^2) = \frac{k-1}{n-1}$$

dir. Bağımsız değişken sayısı (k-1) gözlenen birim sayısına yaklaştıkça, değişkenler arasında hiç ilişki olmasada R^2'nin değeri bire yaklaşmaktadır. Bu bakımdan regresyon katsayılarının sağlıklı olarak belirlenip belirlenmediğini söyleyebilmek için korelasyon katsayısının anlamlılık testi yapılır.

Özellikle herhangi bir bağımsız değişkenle diğer değişkenler arasında sıkı bir ilişki olduğunda, çoklu bağıntının (iç ilişkinin) bir sonucu olarak kestirimlerin standart hataları büyük olmaktadır. Bu durumda yapılan parametre kestirimlerinin isabetiyle ilgili karar vermek üzere korelasyon katsayısının anlamlılığına ilişkin F testinden yararlanılır.

İncelenen olayla ilgili değişkenlerin aralarındaki ilişkinin derecesini belirleyen korelasyon katsayısının ne derece güvenilir olduğunu belirlemek amacıyla toplam, açıklanan ve açıklanamayan değişkenlikler hesaplanır. Bağımlı değişken Y, bağımsız değişkenler X_i olduğunda, değişkenlikler şöyle tanımlanır:

Toplam değişkenlik : $\sum(Y - \bar{Y})^2$
Açıklanan değişkenlik : $\sum(Y' - \bar{Y})^2$
Açıklanamayan değişkenlik: $\sum(Y - Y')^2$

Korelasyon katsayısının anlamlılığını test etmede değişkenliklerden yararlanarak F testi uygulanacağında, varyans analizi tablosundan yararlanılır (3):

$$F = \frac{\sigma^2_{Y'-\bar{Y}}}{\sigma^2_{Y-Y'}} = \frac{\sum(Y'-\bar{Y})^2/k-1}{\sum(Y-Y')^2/n-k}$$

$\sum(Y'-\bar{Y})^2/k-1$: Açıklanan değişkenliğin tahmini varyansı

$\sum(Y-Y')^2/n-k$: Açıklanamayan değişkenliğin tahmini varyansıdır.

Korelasyon katsayısının anlamlılığını test edebilmek için hipotezler aşağıdaki gibi formüle edilir;

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

H_0 ve H_1 hipotezlerini belirli bir anlam seviyesinde test edebilmek için serbestlik derecesi göz önünde tutularak F tablosundan bulunan değer, formülle bulunan değerle karşılaştırılır. Hesaplanan F değeri tablo F değerinden büyükse, sıfır hipotezi reddedileceğinden korelasyon katsayısının belirli anlam düzeyinde anlamlı olduğu sonucuna varılır.

---

(3) Neclâ Çömlekçi, A.Fuat Yüzer ve Embiya Ağaoğlu, İstatistik, T.C.Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 38, 1984, s. 364-365.

1.2.2 t Testi

t testi, incelenen olaydaki bağımlı değişken ile bu değişkeni açıklayan değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren β parametrelerinin tek tek test edilmesine yarar. β parametresiyle ilgili hipotezler

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0$$

şeklinde formüle edilir.

$\beta_k = 0$ hipotezi, X_k bağımsız değişkeninin bağımlı değişken üzerinde etkili olmadığını ifade eder. Tek bir parametreyi test etmek için gerekli t istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$t = \frac{b_k - \beta_k}{\sigma_{bk}} \qquad (1.7)$$

Belirli bir serbestlik derecesine göre t tablosundan bulunan değer, t istatistiğinden küçükse sıfır hipotezi red, alternatif hipotez kabul edilir. Yani β katsayısının anlamlı ve kestirimlerin isabetli olduğu sonucuna varılır.

Diğer bir alternatif, t istatistiğinin mutlak değerinin büyüklüğüne göre değerlendirilmesidir. $|t| < 2$ ise zayıf bir ilişkiden, $2 \leq |t| \leq 3$ ise orta derece bir ilişkiden, $|t| > 3$ ise kestirimlerin isabetinin kuvvetliliğinden söz edilebilmektedir. Bu değerlendirme, örnek hacmi $n < 10$ olmadıkça yeterli sayılabilmektedir (4).

1.2.3 Çoklu Korelasyon Katsayısı ve Kestirimlerin İsabet Derecesi

Çok değişkenli regresyon modeliyle yapılan kestirimlerde hesaplanan çoklu korelasyon katsayısı, birden fazla bağımsız değişken olduğunda, bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin derecesini gösterir. R ile gösterilen çoklu korelasyon katsayısı aşağıdaki gibidir:

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2}} \qquad (1.8)$$

Yorum yapma bakımından daha uygun olduğu için regresyon analizinde çoklu belirlilik (determinasyon) katsayısı (R^2) hesaplanmaktadır. Y değişkenindeki değişmelerin fonksiyondaki bağımsız değişkenlerin değişmeleriyle açıklanabilen oranı R^2 olarak tanımlanır:

---

(4) Tümay Ertek, Ekonometriye Giriş, Orta Doğu Teknik Üniversitesi 1978, s. 157.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{b'X'Y - \frac{1}{n} (\Sigma Y)^2}{Y^2 - \frac{1}{n} (\Sigma Y)^2} \qquad (1.9)$$

Serbestlik derecesine göre düzeltilmiş belirlilik katsayısı ($\bar{R}^2$) ise,

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n-1}{n-k}\right) \qquad (1.10)$$

olur (5).

Belirlilik katsayısının alabileceği değerler 0 ile 1 arasındadır. Katsayının 0 olması değişkenler arasında hiç bir ilişkinin olmadığını ve kestirimlerin isabet derecesinin zayıflığını gösterir. Bu katsayının 1 veya 1'e yakın olması ise değişkenler arasındaki kuvvetli bir ilişkinin varlığını dolayısıyla parametre kestirimlerinin isabetli olduğunu gösterir. Fakat bağımsız değişken sayısıyla gözlenen birim sayısı birbirine yaklaştıkça değişkenler arasında hiç ilişki olmasada R^2 bire yaklaşmaktadır. Bu nedenle belirlenen katsayının anlamlı olup olmadığı kısım (1.2.1.2) de ayrıntılı açıklaması yapılan F testiyle araştırılması gerekir.

---

(5) Tümay Ertek, s. 153.

2. ÇOKLU REGRESYON MODELİNİN VARSAYIMLARI

Regresyon analizinde bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren parametrelerin kestirimleri yapılırken bazı varsayımlar göz önünde bulundurulur. Söz konusu varsayımlar hata vektörü ve bağımsız değişken matrisiyle ilgili varsayımlardır.

Kestirimlerin standart hatalarının küçük ve dolayısıyla parametre kestirimlerinin etkin olmasını sağlayan bu varsayımlara aşağıdaki paragraflarda kısaca değinilecektir.

2.1 Hata Terimlerinin Beklenen Değerinin Sıfır Olması

Çoklu regresyon modelinde birinci varsayım, gözlemlere karşı gelen hata terimlerinin beklenen değerinin sıfır olduğudur.

Regresyon modeli

$$Y_i = \beta_0 + \beta X_i + \varepsilon_i \text{ 'de,} \quad i = 1,2,\ldots,n$$

hataların beklenen değeri sıfırdır.

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad , \quad \text{(bütün i'ler için)}$$

Bu eşitlik matris şeklinde aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$E \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\varepsilon_1) \\ E(\varepsilon_2) \\ E(\varepsilon_3) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (1.11)$$

X değişkeni X_i değerini aldığında, Y değişkeninin beklenen değeri $\beta_0 + \beta X_i$ olur ve $E(Y_i/X_i)$ veya μ_{Y_i/X_i} şeklinde belirtilir. Bütün $X_i(i=1,\ldots,n)$ değerleri için hata terimleri, beklenen değeri sıfır $\left[E(\varepsilon_i) = 0\right]$, standart sapması σ_ε olan normal dağılıma sahiptir (6).

2.2 Hata Terimlerinin Varyansının Sabit Olması

Bütün hata terimlerinin varyansı$\left(\sigma^2\right)$ sabittir. Bu varsayım doğrusal regresyon modelinde kestirimlerin standart hatalarının küçük ve dolayısıyla kestirimlerin güvenilirliğini arttırmak-

---

(6) Tümay Ertek, s. 117.

ta yardımcı olur. Bu varsayıma sabit varyans-homescedasticity-varsayımı denir (7).

2.3 Hata Terimlerinin Birbirinden Bağımsız Olması

$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ varsayımı, hata terimlerinin birbirlerini etkilemediklerini gösterir (8).

ε_i ve ε_j eğer tesadüfi değişkenler ise,

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i)\, E(\varepsilon_j) \qquad (1.12)$$

yazılabilir. Hataların beklenen değeri sıfır olduğundan, $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ olur. Hata terimlerinin birbirinden bağımsız olmaları değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen parametrelerin kestirim değerlerinin gerçek değere yakın olmasını sağlar.

2.4 Hataların Varyans ve Kovaryanslarının Sınırlı Değere Sahip Olması

$Y = \beta X + \varepsilon$ regresyon modeline ait diğer bir varsayım, modeldeki hata terimlerinin beklenen varyanslarının eşit ve kovar

---

(7) Embiya Ağaoğlu, Çoklu Regresyon Analizinin Üretim Maliyeti Kontrolunda Kullanımı, Ana.Üni.Yayın, Eskişehir, 1983, s. 29.
(8) A.g.k., s. 28.

yanslarının sıfır kabul edilmesidir.

Hataların varyans-kovaryansı:

$$E\left[(\varepsilon - E\varepsilon)(\varepsilon - E\varepsilon)'\right] = E\left[(\varepsilon - 0)(\varepsilon - 0)'\right]$$
$$= E(\varepsilon\varepsilon')$$
$$= \sigma^2 In \qquad (1.13)$$

olur.

Eşitlik matrislerle aşağıdaki gibi gösterilir (9):

$$E\left\{\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \vdots\\ \varepsilon_n\end{bmatrix}(\varepsilon_1\varepsilon_2 \dots \varepsilon_n)\right\} = E\begin{bmatrix}\varepsilon_1^2 & (\varepsilon_1\varepsilon_2) & \dots & (\varepsilon_1\varepsilon_n)\\ (\varepsilon_2\varepsilon_1) & \varepsilon_2^2 & \dots & (\varepsilon_2\varepsilon_n)\\ \vdots & & & \\ (\varepsilon_n\varepsilon_1) & (\varepsilon_n\varepsilon_2) & \dots & \varepsilon_n^2\end{bmatrix}$$

$$E\begin{bmatrix}E(\varepsilon_1^2) & E(\varepsilon_1\varepsilon_2) & \dots & E(\varepsilon_1\varepsilon_n)\\ E(\varepsilon_2\varepsilon_1) & E(\varepsilon_2^2) & \dots & E(\varepsilon_2\varepsilon_n)\\ & & & \\ E(\varepsilon_n\varepsilon_1) & E(\varepsilon_n\varepsilon_2) & \dots & E(\varepsilon_n^2)\end{bmatrix} \qquad (1.14)$$

(9) J, Johnston, Econometric Methods, 2 nd.Edition, McGraw-Hill Book Company, New York, s. 122.

Hata terimleri birbirinden bağımsız tesadüfi değişkenler olduğundan, yukarıdaki (1.14) nolu eşitlik

$$\begin{bmatrix} \sigma^2_{\varepsilon_1} & 0 & \ldots\ldots & 0 \\ 0 & \sigma^2_{2} & \ldots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & \ldots\ldots\ldots & & \sigma^2_{\varepsilon_n} \end{bmatrix} = \sigma^2_{\varepsilon} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \qquad (1.15)$$

şeklinde yazılır. Elde edilen bu eşitlik hata terimlerinin varyanslarının σ^2_{ε} 'ye kovaryanslarının ise sıfıra eşit olduğunu gösterir.

2.5 Bağımsız Değişken Matrisi Rankının Gözlem Sayısından Küçük Olması

Bağımsız değişken (X) matrisi nxk boyutludur. İlişkideki parametre kestirimlerinin yapılabilmesi için gözlem sayısının parametre sayısından fazla olması gerekir. $\left[r(X) = k < n \right]$. Gözlem sayısı parametre sayısına eşit (n = k) olduğunda yalnız bir ilişkinin varlığından söz edilmektedir. Sonsuz sayıda bir ilişki ise $n < k$ olduğu durumda ortaya çıkmaktadır. Bu ise parametre sayısının gözlem sayısından fazla olduğu varsayımıdır (10).

---

(10) Tümay Ertek, s. 139.

2.6 Bağımsız Değişkenler Arasında Bir İlişki Olmaması

X matrisinin vektör veya sütunları birbirine bağlı olursa

$$b = (X' X)^{-1} X' Y$$

formülündeki $|X' X| \neq 0$ olur. Bu durumda $(X' X)^{-1}$ matrisi olmayacaktır.

Regresyon analizinde parametre kestirimlerinin tutarlılığını sağlamak ve varyansları en küçükleyebilmek amacıyla kabul edilen bu varsayımlar bazı araştırmalarda gerçeği tam olarak yansıtmaz ve sapmalar görülür.

3. VARSAYIMLARDAN SAPMALAR

Çoklu regresyon modelinin varsayımları, her olayın analizinde geçerli olmamaktadır. Çoğu zaman bu varsayımlardan sapmalar görülmektedir. Bunlar değişen varyans, otokorelasyon ve çoklu doğrusal bağıntıdır ve izleyen paragraflarda ayrı başlıklar altında incelenecektir.

3.1 Değişen Varyans

3.1.1 Değişen Varyansın Tanımı

Çoklu doğrusal regresyon modelinin varsayımlarından biri olan sabit varyans varsayımdan sapma, değişen varyans olarak adlandırılmaktadır (Heteroscedasticity)(11). Özellikle değişkenlerin aldığı değerler birbirinden çok farklıysa, hata terimlerinin varyansları buna bağlı olarak farklı büyüklükte olur.

Zaman serilerine ait modellerde hata terimi varyansının sabit kalması çoğu zaman mümkündür. Fakat makro ekonomik değişkenlere ait araştırmalarda değişen varyanslılık karakteri daha açık görülmektedir.

Hata terimlerinin değişen varyans karakterine sahip bulunduğu modellerde her hata terimi (e_j) nin dağılımının normal olduğu kabul edilmektedir. Bir gözlemdeki hata terimi diğer gözlemdeki hata terimine bağlı değildir ve her gözleme ait hata teriminin varyansları birbirinden farklıdır.

---

(11) Ahmet Kılıçbay, Ekonometrik Methodlar ve Araştırma, İst.Ün. Yayınları No: 2110, 1975, s. 95, Tümay Ertek, s. 176., Uğur Korum, Matematiksel İstatistiğe Giriş, Ankara Ün.Siyasal Bil. Fakültesi Yayınları No. 317, s. 369.

Bu durumda varyans-kovaryans matrişi

$$V.K. = \begin{bmatrix} \sigma^2_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2_{22} & \dots & 0 \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2_{nn} \end{bmatrix}$$

olacaktır. Yani hata terimlerinin varyansları σ^2_{11}, σ^2_{22} , ..., σ^2_{nn} ve kovaryansı ise sıfırdır.

3.1.2 Değişen Varyansın Belirlenmesi Gereği

Değişen varyans durumunda doğrusal regresyon modelinin uygulanması, parametrelerin kestirim değerlerinin sapmasız olmasını etkilemez. Fakat kestirimlerin standart hatalarının büyük olmasına yol açar. Bu durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklayan parametre kestirimlerinin etkinliği azalacağından değişen varyansın belirlenmesi gerekir.

Değişen varyansın belirlenmesinin nedeni, parametre kestirimlerinin hatalarını en küçüklemek ve etkinliğini arttırabilmek için giderme yollarına başvurmaktır.

Değişen varyansın belirlenmesinde parametrik ve parametrik olmayan testler kullanılır. Bu testler sırasıyla aşağıda ele alınacaktır (12).

3.1.2.1 Glejser Testi

Değişen varyansın belirlenmesinde kullanılan testlerden birisi parametrik test olan Glejser testidir. Bu testte X_i ile hatalar arasındaki fonksiyonel ilişki incelenir.

i) $|e| = b_0 + b_1 X_i$

ii) $|e| = b_0 + b_1 \dfrac{1}{X_i}$

iii) $|e| = b_0 + b_1 \sqrt{X_i}$

gibi denklemlerle, hatalar ve X_i ler arasındaki regresyon katsayıları (b_0, b_1) hesaplanır. Bu hesaplamalar sonucu bulunan katsayıların anlamlılığını araştırmak üzere ilgili hipotezler aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_0 \neq \beta_1 \neq 0$$

---

(12) Johnston, s. 219.

Eğer $b_0 = 0$ ve $b_1 = 0$ ise hata terimleriyle X_i 'ler arasında bir ilişki yoktur ve bu demektir ki hata terimlerinin varyansı sabittir. $b_0 \neq b_1 \neq 0$ ise hata terimleri ile X_i 'ler arasındaki kuvvetli bir ilişkinin varlığından, dolayısıyla değişen varyans durumundan söz edilir.

Glejser testinin diğer testlere göre daha fazla güce sahip olduğu Glejser tarafından ifade edilmektedir. Bunun yanında Glejser testinin başarılı olabilmesi, X_i 'lerin standart sapmasının küçük olmasına bağlıdır ($\frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{3}{5}$ olması en üst limittir).

Hatalar ile X_i 'ler arasındaki regresyon katsayılarının (b_0 ve b_1) sıfıra eşit çıkması durumunda değişen varyans problemi parametrik Goldfield Quandt testiyle veya parametrik olmayan Sıra korelasyon testiyle irdelenir (13).

3.1.2.2 Goldfield-Quandt Testi

Goldfield-Quandt testi uygulanırken hataların normal dağıldığı ve otokorelasyonun olmadığı varsayılır. Yani;

$$e \sim N\left[\sigma^2_{\varepsilon_i} \, , \, \mathrm{Cov}\,(e_i \, , \, e_j) = 0\right]$$

(13) Johnston, s. 221.

Goldfield-Quandt testiyle ilgili hipotezler aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$H_0 : \sigma^2_{\varepsilon_1} = \sigma^2_{\varepsilon_2} = \ldots\ldots = \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

$$H_1 : \sigma^2_{\varepsilon_1} \neq \sigma^2_{\varepsilon_2} \neq \ldots\ldots \neq \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

Bu testi yapabilmek için önce her X_j değişkenine ait gözlem değerleri küçükten büyüğe doğru sıralanır ve gözlemlerin tam ortasında kalan c kadar gözlem çıkarılır. Gözlem değerlerinin ikiye ayrılmasında ve c değerinin belirlenmesinde göz önünde tutulan bir kriter $\frac{n-c}{2} > k$ koşulunun sağlanmasıdır. Yani her iki bölümdeki gözlem sayısının ayrı ayrı kestirim yapılması gereken parametre sayısından büyük olmasıdır.

Yapılan bazı araştırmalara göre bir açıklayıcı değişkeni olan model için n = 30 olduğunda c'nin optimum değerinin 8, n = 60 olduğunda ifade ise c = 16 olması önerilmektedir (14).

Belirlenen c kadar gözlem çıkarıldıktan sonra, iki bölüme ayrılan serinin birinci ve ikinci bölümündeki gözlem değerleriyle regresyon modeli oluşturulur. Birinci bölüm regresyon denklemiyle $\sum e_1^2 = S_1$ ve ikinci bölüm regresyon denklemiyle $\sum e_2^2 = S_2$ bulu-

(14) Johnston, s. 219.

nur. Bunlara dayanarak aşağıdaki istatistik hesaplanır:

$$G = \frac{S_2}{S_1} \tag{1.16}$$

(n-c-2k)/2, (n-c-2k)/2 serbestlik dereceleriyle F testi uygulanır; F istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$F = \frac{\sum e_2^2 / (\frac{n-c}{2} - k)}{\sum e_1^2 / (\frac{n-c}{2} - k)} = \frac{\sum e_2^2}{\sum e_1^2} = \frac{S_2}{S_1} \tag{1.17}$$

F istatistiğinin değeri tablo F değerinden (anlamlı olarak) büyükse H_0 reddedilir, bu durumda değişen varyanslılık söz konusudur.

Testte diğer bir alternatif ise $F \sim 1$ olduğunda varyansın sabitliğinden söz edilebilmesidir.

Goldfield-Quandt testi parametrik bir test olma üstünlüğüne karşın, küçük örneklerde (örnekteki birim sayısı $n < 30$ olduğunda) değişen varyans belirlemede kullanılamaz. Bu durumda parametrik olmayan sıra korelasyon testi uygulanır.

3.1.2.3 Sıra Korelasyon Testi

Her büyüklükteki örnek kütleler için yapılan regresyon analizlerinde değişen varyansın belirlenmesinde kullanılan bir test sıra korelasyon testidir.

X değişkenleri ile hata terimleri arasındaki ilişkiyi belirleyen ve δ_i^2 ile ilişkilendirilen sıra korelasyon katsayısını hesaplamak için aşağıdaki formül kullanılır:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n} \qquad (1.18)$$

d_i : Y ve X 'lerin küçükten büyüğe doğru sıralandığında, X ve Y 'lerin sıralama farkını gösterir.

Sıra korelasyonun değeri (-1) ile (1) arasında değişir.

r_s : -1 olduğunda negatif yönde tam bir ilişki,

r_s : 1 olduğunda ise pozitif yönde tam bir ilişki, yani değişen varyansın varlığı söz konusudur,

r_s : 0 olduğunda ise hiç ilişki yoktur. Sıra korelasyon katsayısı ile ilgili hipotezler

$H_0 : \rho_s = 0$

$H_1 : \rho_s \neq 0$

şeklinde formüle edilir. t_{rs} istatistiği yardımıyla belirli bir anlam seviyesinde t testi yapılır (15). t tablo değeri test istatistiğinden küçükse H_0 hipotezi red edilir ve bu durumda hata terimlerinin varyanslarının sabit olmadığı, değişen varyansın varlığı hakkında karar verilir. Eğer t tablo değeri test istatistiğinden büyükse H_0 hipotezi kabul edilir ve hata terimlerinin X 'in aldığı değerlere bağlı olmaksızın değiştiği, sabit varyans varsayımının bir sapma göstermediği kabul edilir.

Yapılan testlerle varyansların sabit olmadığı belirlendiğinde, gidermek için bazı çalışmalar yapmak gerekir; bu amaçla

i) Matematiksel model değiştirilir veya

ii) Modele alınmayan değişkenlerden bazıları modele dahil edilir veya

iii) Gözlem sayısı arttırılır.

Değişen varyansın giderilmesi konumuz olmayacaktır, dolayısıyla sadece ilgili yöntemler sıralanmıştır.

3.2 Otokorelasyon

Doğrusal regresyon modelinin varsayımlarından sapmalarının biri de otokorelasyondur.

---

(15) Alâättin Kutsal, Zehra Muluk, Uygulamalı Temel İstatistik, Hacettepe Üniversitesi Yayınları, 1975, s. 129.

3.2.1 Otokorelasyonun Tanımı

Hata terimlerinin birbiriyle ilişkili olması durumuna otokorelasyon denir. Bu durum çoklu regresyon modelindeki hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayımından olan sapmayı belirtir. Eğer hata terimleri birbiriyle ilişkili ise, otokorelasyon varsa, $E(\mathcal{E}_i \mathcal{E}_j) \neq 0$ olacaktır.

3.2.2 Otokorelasyonun Nedenleri

Değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen matematiksel modelin yanlış seçilmiş olması, otokorelasyona neden olur (16). Kullanılan modele göre regresyon çözümlemesi sonucu hata terimlerinin grafiği çizilir ve incelendiğinde hata terimleri grafikte düzenli bir görünüme sahipse, otokorelasyon olması beklenir. Eğer düzensiz bir görünümde ise otokorelasyon olmayacak ve çoklu regresyon modelinin söz konusu varsayımı $E(\mathcal{E}_i \mathcal{E}_j) = 0$ geçerli olacaktır.

Otokorelasyonun ortaya çıkmasındaki diğer neden, bazı bağımsız değişkenlerin ilişkiye dahil edilmemiş olmasıdır (17).

Bağımlı değişkende ölçme hatası bulunmasıyla da ortaya çıkan otokorelasyonun yok edildikten sonra katsayıların kestirimlerinin

---

(16) Uğur Korum, s. 370; Tümay Ertek, s. 184.
(17) Ahmet Kılıçbay, s. 248.

yapılabilmesi için bazı testlerle belirlenmesi gerekir.

3.2.3 Otokorelasyonun Belirlenmesi Gereği

Hata terimlerinde otokorelasyon olması, değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen parametrelerin kestirim değerlerinin gerçek değere yakın olmasını, yani tutarlılığı olumsuz yönde etkilediğinden, sebep-sonuç ilişkisini belirlemede hatalara neden olur. β 'nın kestiricileri sapmasızdır, fakat varyansları minimum değildir. σ_{ε}^2 'nin kestiricisi ise sapmalıdır, bunun sonucu olarak β 'nın varyansları da sapmalı olarak kestirilmiş olur.

Bu nedenlerle hata terimlerinde otokorelasyon olup olmadığını belirlemek için bazı testler yapılır (18).

3.2.3.1 Durbin-Watson Testi

Bu test için d ile ifade edilen Durbin Watson istatistiği

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \qquad (1.19)$$

formülüyle bulunur.

---

(18) Uğur Korum, s. 370-373; Ahmet Kılıçbay, s. 242-245; Johnston, s. 249-252; Tümay Ertek, s. 185-193.

t dönemindeki hata teriminin büyüklüğü t-1 dönemindeki hata terimine çok yakın olduğunda pozitif otokorelasyonun varlığından söz edilir. Bu durumda $e_t - e_{t-1}$ ve dolayısıyla d oranı küçük olacaktır ($d \cong 0$). Buna karşılık t dönemindeki hata terimi ile t-1 dönemindeki hata terimi arasında negatif bir ilişki varsa d istatistiği büyük olacaktır ($d \cong 4$). İlişki olmadığı durumda ise (d) istatistiği bu iki değer arasında büyüklüğe sahip olacaktır ($d \cong 2$). (d) değerlerinin sınırlarının belirlenebilmesi için Durbin-Watson tarafından hazırlanan Durbin-Watson d istatistiği tablosuna bakmak gerekir. Bu tabloda bazı önemlilik dereceleri için d'nin alt ve üst sınırları verilmektedir. Hesaplanan (d) değeri tablodan bulunacak d_L ve d_u değerleriyle karşılaştırılır:

$d \leq d_L$ Pozitif otokorelasyon olduğunu,

$d \geq d_u$ Pozitif otokorelasyon olmadığını,

$d_L < d < d_u$ Bu konuda bir karar verilemeyeceği sonucuna varılır.

Bu durumda ilgilenilen önemlilik derecesi yerine başka bir önemlilik derecesine göre test yapılır veya gözlem sayısını arttırmak mümkünse gözlem sayısı arttırılır veya model değiştirilir.

Negatif otokorelasyon testi için ise d'nin simetriği olan $4 - d$ değerinin bulunması gerekir.

$4 - d \leq d_L$ Negatif otokorelasyon olduğunu,

$4 - d \geq d_u$ Negatif otokorelasyon olmadığını,

$d_L < 4 - d < d_u$ Karar verilemeyeceğini belirtmektedir.

Pozitif otokorelasyondaki gibi, karar verilemediğinde aynı yollara başvurulur.

Durbin-Watson d istatistiği tablosu gözlem sayısının onbeşden büyük olduğu çözümlemelerde d_L ve d_u değerlerini vermektedir. Bu nedenle gözlem sayısının onbeşden küçük olduğu durumlarda yardımcı olacak otokorelasyon testi Von-Neumann testi olacaktır (19).

3.2.3.2 Von-Neumann Testi

Otokorelasyonun belirlenmesinde kullanılan Von-Neumann testi için gerekli V oranı formülü aşağıdaki gibidir (20):

$$V = \frac{\delta^2}{s^2} = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2 / (n'-1)}{\sum_{t=1}^{n} (e_t - \bar{e})^2 / n'}$$

$$= \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2 / (n'-1)}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2 / n'} \qquad (1.20)$$

---

(19) Chirist; Carl F. Econometric Models and Methods, John Wiley and Sons, New York, 1966, s. 529.
(20) Johnston, s. 250.

$n' = n-k$

k = Parametre sayısı $(b_0, b_1, \ldots)$

Von-Neumann oranı Durbin-Watson test istatistiğinin serbestlik derecesine bölünmüş şeklidir.

$$V = d \cdot \left(\frac{n'}{n'-1}\right) \qquad (1.21)$$

V oranı testi için Von-Neumann V oranı tablosu kullanılır.

Durbin-Watson veya Von-Neumann testlerinden herhangi birisiyle hatalar arasında bir ilişkinin varlığının belirlenmesi halinde gidermek için bazı çalışmaların yapılmasına gereksinim duyulur, bunlar izleyen paragraflarda ele alınacaktır.

3.2.4 Otokorelasyonun Giderilmesi

Hata terimleri arasında otokorelasyon olması parametrelerin kestirim değerlerini ve varyanslarını olumsuz yönde etkilediğinden, sebep-sonuç ilişkisini belirlemede sağlıklı sonuç alınamaz. Bu nedenle otokorelasyonun varlığı söz konusu ise, varyansı minimum olan β kestirimlerini elde edebilmek için, hata terimleri arasındaki ilişkiyi yok etme yöntemlerini kullanmak gerekir. Bu yöntemler aşağıdaki paragraflarda alt başlıklar halinde kısaca incelenecektir.

3.2.4.1 Modeldeki Değişkenlerin İncelenmesi

Otokorelasyonun giderilmesindeki ilk yol, modelde ihmal edilmiş olabilecek değişkenleri bulmaktır. Düşünülen değişken (değişkenler) regresyon denklemine dahil edilerek Durbin-Watson istatistiği d'nin 2'ye yaklaşma durumu incelenir. d $\cong$ 2 ise modele yeni alınan değişkenlerin o model için gerçekten etkili değişken (değişkenler) olduğuna karar verilir. Eğer d istatistiğinin 2'ye yaklaşması söz konusu değilse, hata terimleri arasındaki ilişkiyi gidermek için başka bir yolun denenmesi gerekir.

3.2.4.2 Modelin Değiştirilmesi

Otokorelasyon ilişkiyi belirleyen matematiksel modelin yanlış seçilmiş olması nedeniyle de ortaya çıkabilir. Bu nedenle model değiştirilip, uygun bir matematiksel model oluşturulur. Modelin değiştirilmesiyle de hatalar arasındaki bir ilişki devam ediyorsa başka bir yok etme yöntemi olan değişkenlerde dönüştürme yoluna gidilir.

3.2.4.3 Değişkenlerde Dönüştürme Yapılması

İlgili olayın analizinde kullanılan modelin uygunluğu konusunda direniliyorsa, fakat otokorelasyonun varlığı sürüyorsa değişken dönüştürme yapılır (21).

3.2.4.3.1 Hata Terimlerinde Dönüştürme Yapılması

Hata terimlerinde otokorelasyonun giderilmesindeki diğer bir yaklaşım, hata terimlerinde otokorelasyonu dikkate alan dönüştürmeler yapmaktır.

Hatalar arasındaki ilişkiyi gösteren regresyon denklemi

$$\varepsilon_t = p\,\varepsilon_{t-1} + V_t \quad , \quad E(V_t) = 0 \qquad (1.22)$$

p ise, herhangi bir t anındaki hata terimi ile t-1 anındaki hata terimi arasındaki ilişkiyi gösteren katsayıdır. p'nin kestirimini bulabilmek için hata terimlerinden yararlanılır ve en küçük kareler yöntemine göre

$$e_t = \hat{p}\, e_{t-1} \qquad (1.23)$$

denklemi yardımıyla p'nin kestirim değeri hesaplanır. Daha sonra değişkenlerde dönüştürme yapılır.

---

(21) Tümay Ertek, s. 194; Uğur Korum, s. 374.

3.2.4.3.2 Bağımlı ve Bağımsız Değişkenlerde Dönüştürme Yapılması

Hata terimleri arasında otokorelasyon bulunduğunda mevcut olan ilişkiyi açıklayan model;

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \ldots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon_t \qquad (1.24)$$

şeklinde gösterilir. Bu modelde her bir değişkenin t-1 dönemindeki değerleri, daha önce hesaplanan hata terimleri arasındaki ilişki katsayısı p ile çarpıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$pY_{t-1} = p\beta_1 + p\beta_2 X_{2t-1} + \ldots + p\beta_k X_{kt-1} + p\varepsilon_{t-1} \qquad (1.25)$$

(1.25) nolu eşitlik (X) nolu denklemden çıkarıldığında,

$$Y_t - pY_{t-1} = \beta_1(1-p) + \beta_2(X_{2t} - pX_{2t-1}) + \ldots + \beta_k(X_{kt} - pX_{kt-1})$$

$$+\varepsilon_t - p\varepsilon_{t-1} \qquad (1.26)$$

ilişkisi bulunur. Burada hata terimi $\varepsilon_t^* = \varepsilon_t - p\varepsilon_{t-1}$ olacaktır.

(1.26) nolu modelde parametrelerin kestirimi yapılırken, p değeri bilinmediğinden bunun yerine r kestirim değeri bulunur. r kestirim değeri $r \cong 1 - \frac{1}{2} d$ formülünden elde edilir (d = Durbin-

Watson istatistiği) o zaman ilişki

$$Y_t - r\,Y_{t-1} = \beta_1(1-r) + \beta_2(X_{2t} - rX_{2t-1}) + \ldots\ldots$$

$$+\beta_k(X_{kt} - rX_{kt-1}) + \varepsilon_t^* \qquad (1.27)$$

veya

$$Y_t^* = a + \beta_2 X_{2t}^* + \ldots\ldots + \beta_k X_{kt}^* + \varepsilon_t^* \qquad (1.28)$$

şeklinde yazılır, en küçük kareler yöntemiyle parametrelerin kestirim değerleri bulunur.

En küçük kareler yöntemini uygulayarak elde edilecek

$$Y_t^* = a + b_2 X_{2t}^* + \ldots\ldots + b_k X_{kt}^* + e_t^* \qquad (1.29)$$

ilişkisindeki e_t^* hata terimleri arasında bağlantı olup olmadığı Durbin-Watson otokorelasyon testiyle belirlenmeye çalışılır.

r değeri 1'e çok yakınsa, p=1 varsayımı benimsenir, değişkenler yerine birinci farklar alınarak regresyon denklemi

$$\Delta Y_t = \beta_2 \Delta X_{2t} + \ldots\ldots + \beta_k \Delta X_{kt} + \varepsilon_t^* \qquad (1.30)$$

şeklinde gösterilir. Yapılan ekonometrik çalışmaların bir kısmında en baştan hata terimleri arasında kuvvetli bir otokorelasyon olduğu varsayımından hareket edilmekte ve bu nedenle modeldeki değişkenler birinci farklar şeklinde belirtildikten sonra parametrelerin kestirimleri yapılmaktadır.

3.3 Çoklu Doğrusal Bağıntı

Çoklu regresyon modeliyle ilgili varsayımlardan sapmaların biri de çoklu doğrusal bağıntı durumudur. Çoklu regresyon modelinde bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir ilişki varsa, bu ilişkiye çoklu doğrusal bağıntı (iç ilişki) adı verilmektedir.

Ekonomik olayların analizinde çok sık karşılaşılan ve önemli bir ekonometrik sorun olan bu bağıntı, bağımsız değişkenlerin bağımsızlık varsayımlarının bozulmasına yol açmaktadır. Çalışmamızın konusunu oluşturan çoklu doğrusal bağıntı II.Bölümde ayrıntılı olarak incelenecektir.

İKİNCİ BÖLÜM

ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞINTIYI BELİRLEME VE GİDERME YÖNTEMLERİ

Çok sayıda faktöre bağlı olan ekonomik olayları birbirinden bağımsız olarak düşünmek olası değildir. İnceleme konusu olan ekonomik olayı etkisi altında bulunduran faktörler birer ekonomik olay olarak kendi aralarında da birbirleriyle ilişkilidir. Bu nedenle doğrusal regresyon modeliyle ekonomik olayların sebep-sonuç ilişkisini incelerken çoklu bağıntı olarak adlandırılan bir sorun ortaya çıkar.

Çoklu bağıntının varlığında değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen parametre kestirimlerinin standart hataları büyük olur, bu da gerçek ilişki katsayısının yönü ve değeri açısından önemli derecede farklılığa yol açar. Neden olduğu sorunların azaltılarak olabildiğince sağlıklı karar verebilmek için çoklu bağıntının giderilmesi çalışmamızda temel amaçdır. Bu amaca ulaşabilme çoklu bağıntının derecesini, kaynağını ve etkilerini belirleme başarısına bağlı olduğundan, izleyen paragraflarda bunlar ayrıntılı olarak ele alınacaktır. Ancak önce çoklu doğrusal bağıntının matematiksel olarak açıklanması söz konusudur.

1. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞINTININ MATEMATİKSEL OLARAK AÇIKLANMASI

$Y = \beta X + \varepsilon$ modeli için hataların kareleri toplamının minimum yapılmasını sağlayacak β parametre vektörünün en küçük kareler (EKK) kestiricisi

$$\hat{\beta} = (X' X)^{-1} X'Y$$

matris denklemiyle parametrelerin kestirim değerleri bulunur. Fakat (nxl) 'lik X matrisinin rankı ile $(X' X)$ in rankı k (değişken sayısı) dan küçük olduğu durumda, çoklu bağıntı (iç ilişki) sorunu ortaya çıkmaktadır (1). $(X' X)$ matrisinin rankının k'dan küçük ol-

(1) Önder Özkazanç, Ekonometriye Giriş, Anadolu Ün.İdari Bilimler Fak. Eskişehir, 1983, s. 65.

$$\left[x = (X_i - \bar{X}) \quad , \quad \sum_t x_{2t} = \sum_t x_{3t} = 0 \right]$$

$$\sum_t^1 x_{2t}^2 = \sum_t^1 x_{3t}^2 = 1$$ (Formülü basitleştirmek için varsayılmıştır.)

Bağımsız bir değişken (x_{3t}) diğer bir bağımsız değişkenin (x_{2t}) doğrusal fonksiyonu olarak ifade edildiğinde regresyon katsayısı α ise;

$$x_{3t} = \alpha x_{2t} + v_t \qquad t = 1,\ldots,n \qquad (2.2)$$

$$\sum_t v_t = 0 \quad ; \quad \sum_t v_t \, x_{2t} = 0$$

α katsayısı x_{3t} ile x_{2t} arasındaki ilişkinin varlığının bir göstergesidir. Bu durumda X_2 ve X_3 'ün katsayısına göre ilişki matrisi

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

olacaktır.

En küçük kareler yöntemi bilindiği gibi kestirimlerin varyanslarının çok küçük olmasını sağlar. Çoklu bağıntı durumunda (iki bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi gösteren katsayı α olmak üzere), $\hat{\beta}$'nın varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibidir:

ması determinantının ($|X'X| = 0$) sıfıra eşit olduğunu ifade etmektedir. Tam çoklu bağıntı olarak adlandırılan bu durumda, determinantı sıfır olan bir matrisin tersi alınamıyacağından, parametre kestirimleri için kullanılan denklem $\left[\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y\right]$ den yararlanılmaz.

X matris rankının k'ya eşit olduğu durumda $(X'X)$ matrisinin tersi bulunabilmektedir. Ancak ekonometrik araştırmalarda en çok karşılaşılan ve "önemli derecede çoklu bağıntı" diye adlandırılan bu durumda parametre kestirimlerinin standart hataları büyük olmaktadır. Standart hatanın büyük olması, EKK kestirimlerinin en küçük hataya sahip olma özelliğine güvenerek yapılan istatistiksel yorumların bizi yanıltmasına sebep olacaktır.

Tam çoklu bağıntı varlığında parametre kestirimleri yapılamamaktadır. $(X'X)$ matris raknının k'ya eşit olduğu durumda ise yapılan parametre kestirimlerinin varyanslarının büyük olmasına yol açan önemli derecedeki çoklu bağıntı varlığının doğrusal regresyon modelinde nasıl etki yaptığı aşağıdaki paragraflarda gösterilmiştir:

Çoklu bağıntı varlığının, doğrusal regresyon modelindeki etkilerini açıklayabilmek için ortalamadan sapmalar şeklinde bir doğrusal regresyon modelini göz önüne alalım:

$$Y_t = \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + (U_t - U) \qquad (2.1)$$

$$\mathrm{Var}\ (\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{(1-\alpha^2)} \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ -\alpha & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.4)$$

Dolayısıyla

$$\mathrm{Var}\ (\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{(1-\alpha^2)} \qquad (2.5)$$

olacaktır. Yani bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren katsayı, α arttıkça $\hat{\beta}$'nın varyansı da artacaktır.

Yapılan matematiksel açıklamalar doğrultusunda çoklu doğrusal bağıntının göstergeleri izleyen paragraflarda incelenecektir.

2. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞINTININ GÖSTERGELERİ

2.1 $[X' X]$ Matrisinin Determinant Değeri

Doğrusal regresyon modelinde bağımsız değişkenler arasında bir ilişkinin olup olmadığına bazı göstergelerle karar verilir.

$(X' X)$ matrisi determinantının değeri sıfıra eşit olduğu durumda tam çoklu doğrusal bağıntı vardır. Bu determinantın değeri sıfırdan ne kadar farklı büyük olursa, çoklu bağıntının derecesi o kadar düşecektir. Tam çoklu doğrusal bağıntı için determinantın sıfır olması söz konusu iken, çoklu doğrusal bağıntının hiç olmaması ya da çok düşük derecede olmasını gösterir bir limit yoktur (2).

2.2 $\hat{\beta}$ların Varyans-Kovaryansı

Bir bağımsız değişken diğer bir bağımsız değişkenin doğrusal fonksiyonu olarak ifade edildiğinde, $\hat{\beta}$'ların varyansı

$$Var(\hat{\beta}_i) = \frac{\sigma_u^2}{1-\alpha^2}$$

olur. Parametre kestirimlerinin güvenirliliğinin bir göstergesi olan varyanslar, bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon katsayısıyla doğru orantılı olarak ilişkilidir. Yani bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon katsayısı arttıkça kestirimlerin varyansları da artacaktır.

($\hat{\beta}_i$) 'nın kovaryansı:

$$Kov(\hat{\beta}_i) = \frac{-\alpha\sigma_u^2}{(1-\alpha^2)} \qquad (2.6)$$

---

(2) Robert L.Mason, R.F.Gunst, J.T.Webster, "Regression Analysis and Problems of Multicollinearty", <u>Communications in Statistics</u> 4(3), 1975, s. 285.

α'nın pozitif olduğu durumlarda, iki regresyon katsayısı arasındaki kovaryans negatif olmakta ve çoklu bağıntı artarken kovaryans da mutlak olarak artmaktadır.

α negatif olduğunda, yani ilişkinin ters yönlü olması durumunda ise iki regresyon katsayısı arasındaki kovaryans pozitiftir ve çoklu bağıntıyla birlikte artış gösterir.

Görüldüğü gibi varyansın ve kovaryansın büyük değer olması çoklu bağıntı varlığının önemli göstergeleridir.

İlişki matrisi $(X'X)$'in determinant değerinin sıfıra eşit veya sıfıra yakın olmasına, kestirimlerin varyanslarının artmasına neden olan çoklu bağıntı kaynağının belirlenmesi gerekir. Bu husus aşağıda ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

3. ÇOKLU BAĞINTININ KAYNAKLARI

Çoklu bağıntı sorununun çözümlenmesi ve giderilmesi için bilinmesi zorunlu olan çoklu doğrusal bağıntının kaynakları şöyle açıklanabilir (3).

i) Modelin geniş tanımlı olması, çoklu doğrusal bağıntının kaynağını oluşturur. İncelenen olayla ilgili doğrusal regresyon modelinde değişken sayısı gözlem sayısından bü-

(3) Robert L.Mason, R.F.Gunst, Webster, s. 279.

yükse, geniş tanımlı model söz konusu olur (k>n). Değişken sayısının gözlem sayısından büyük olması, sonsuz sayıda bir ilişki meydana getirir. Bu nedenle geniş tanımlı model çoklu bağıntının oluşmasında etkili bir kaynaktır.

ii) Araştırıcının bilerek ya da bilmeyerek yalnızca **bağımsız** değişkenler kümesinden bir alt kümeyi örneklemesi halinde çoklu bağıntı ortaya çıkmaktadır.

iii) Araştırmaya esas olan olayın içinde bulunduğu sosyal ve ekonomik koşullar nedeniyle temelde var olan kısıtlar çoklu bağıntının kaynağını oluştururlar. Özellikle ekonomik olayların birbirine bağımlı olarak meydana gelmesi, bir kısır döngü oluşturması çoklu bağıntıya neden olmaktadır.

4. ÇOKLU BAĞINTININ ETKİLERİ

4.1 Kestirimlerin Varyanslarına Olan Etkileri

Çoklu bağıntı, çoklu doğrusal regresyon modelinin bağımsız değişkenleri arasında doğrusal bir ilişki olmadığı varsayımını geçersiz duruma getirmektedir.

Parametre kestirimlerinin tutarsızlığının ölçüsü olarak da yorumlanabilen parametre kestirimlerinin varyansları, çoklu bağıntıdan en belirgin bir şekilde etkilenmesi beklenen karakteristik değerlerdir; bu husus aşağıdaki açıklamalarımızda açıkça görülmektedir. EKK kestiricisi β 'nın kovaryans matrisi

$$Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X' X)^{-1} \qquad (2.7)$$

dır.

$(X' X)^{-1}$ in j. köşegen elemanı C_{jj} olmak üzere,

$$Var(\hat{\beta}_j) = \sigma^2 C_{jj}$$

$$= \sigma^2 (1-R^2 x_j)^{-1} \qquad j = 1,2,\ldots, k \qquad (2.8)$$

dır (4). Bağımsız değişkenler arasındaki belirlilik katsayısı olan $R^2 x_j = 0$ ise, $Var(\hat{\beta}_j) = \sigma^2$ olacaktır. $R^2 x_j$ 'nin sıfırdan farklı olduğu durumlarda ise $Var(\hat{\beta}_j) > \sigma^2$ dır. Yani çoklu bağıntı yoksa $Var(\hat{\beta}_j) = \sigma^2$, çoklu bağıntı olduğunda ise $Var(\hat{\beta}_j) > \sigma^2$ olacaktır.

Eğer bir X_j değişkeni, X matrisindeki diğer değişkenlerle yüksek derecede bağıntılı ise $R^2 x_j$ bire yakın ve böylece $Var(\hat{\beta}_j) > \sigma^2$ olacaktır. $\hat{\beta}_j$ 'nin güven aralığı, bağıntının artmasıyla genişleyecektir. Bu durum, yansız (sapmasız) olmalarıyla birlikte, güvenirliliği az ve β_j ana kütle değerinden oldukça

---

(4) Robert L.Mason, Gunst and Webster, s. 281.

uzak olan kestirimlere götürülebilir (5). Kestirimlerin işaretleri, bağımsız değişkenle bağımlı değişken arasındaki ilişkiden çok, çoklu bağıntıyla belirlenme eğiliminde olacaktır.

4.2 Hipotez Testlerine Etkileri

Yüksek derecede olan çoklu bağıntı, parametreler üzerinde kurulan hipotez testlerini de olumsuz yönde etkileyebilir:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

hipotezini

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

hipotezine karşı test etmek için test istatistiği

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\sigma^2 c_{jj}}} = \hat{\beta}_j \left[\sqrt{\frac{1-R^2 x_j}{\hat{\sigma}^2}} \right] \qquad (2.9)$$

olmak üzere, $R^2 x_j$ bire yaklaştığında t_j sıfıra yaklaşmakta ve β_j nin anlamlılığını belirleme olanağı azalmaktadır. Test istatistiği

(5) Donald W.Marguardt and Ronald D.Snee, "Ridge Regression in Practice" The American Statistican, Vol. 29, February 1975, s. 12.

t_j 'nin sıfıra yaklaşması, modele alınan bağımsız değişkenler gerçekte bağımlı değişkeni etkilemesine karşın, sıfır hipotezinin kabul edilmesine yol açar ve β_j 'nin anlamlılığı konusunda olumsuz karar verilmesine neden olur (6).

4.3 Bağımlı Değişken Kestirimlerine Olan Etkileri

Çoklu bağıntı $\hat{Y}$'lerin kestiriminin tutarlılığını azaltır. İşaretçe ve büyüklük bakımından regresyon katsayılarının gerçek katsayılardan çok farklı olması $\hat{Y}$ 'ları da etkilediğinden, $\hat{Y}$ kestirimlerin standart hataları büyük olacaktır. Yukarıda açıklanan olumsuz etkileri giderebilmek için çoklu bağıntının var olup olmadığının belirlenmesi büyük bir önem kazanmaktadır. İzleyen paragraflarda çoklu bağıntının belirlenmesi konusu ele alınacaktır.

5. ÇOKLU BAĞINTIYI BELİRLEME YÖNTEMLERİ

5.1 Çoklu Doğrusal Bağıntının Korelasyon Katsayılarıyla Belirlenmesi

Regresyon modelinde bağımsız değişkenler arasında bir ilişkinin olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız değişkenler

---

(6) Aydın Erar, Çoklu Bağlantı Varlığında Doğrusal Regresyon Modellerinde Değişken Seçimi, Doktora Tezi Ankara, 1982, s. 89.

arasındaki korelasyon katsayıları ve kısmi korelasyon katsayılarından yararlanılır.

5.1.1 Bağımsız Değişkenler Arasındaki Korelasyon Katsayılarının Belirlenmesi

Çoklu bağıntının bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiden dolayı ortaya çıktığı bilinmektedir. Bu ilişkinin derecesine bakılarak bağıntının derecesi hakkında karar verilebilir. Herbir bağımsız değişkenin diğer bağımsız değişkenlerle arasındaki korelasyon katsayılarının karesi olan $R_j^2 \longrightarrow 1$ yakınsa, yüksek derecede çoklu bağıntı olduğu ortaya çıkar.

Klein'e göre çoklu bağıntının bir sorun olarak görülebilmesi için R_j^2 'nin belirlilik katsayısı R^2'den büyük olması gerekir (7).

5.1.2 Kısmi Korelasyon Katsayılarının Belirlenmesi

Bağımlı değişkenle bağımsız değişkenlerin bütün bileşimleri arasındaki kısmi korelasyon katsayıları hesaplanarak çoklu bağıntının varlığı konusunda bir karar verilebilir.

---

(7) G.S.Maddala, Econometrics, New York: McGraw Hill Book Company, 1977, s. 186.

Eğer bağımsız değişkenler arasında iç ilişki söz konusuysa, belirlilik katsayısı R^2'nin büyük olmasına karşın kısmi korelasyon katsayıları ($r^2_{YX_1.X_2X_3}$, $r^2_{YX_2.X_1X_3}$,..., $r^2_{YX_k.X_1X_2X_3}$ ....) küçük (sıfıra yakın) olmaktadır.

Kısmi korelasyon katsayılarına dayanan çoklu bağıntının önemi konusundaki bu kriter çok sık kullanılmakla beraber, bazen yanıltıcı olabilmektedir. Önemli derecede çoklu bağıntı olsa bile regresyon katsayıları teorik bekleyişlere ters bir işaret taşıyorsa veya regresyon katsayıları anlamsız ise, kısmi korelasyon katsayıları büyük (bire yakın) değer almaktadır (8).

5.2 $\bar{M}$ / R^2 Oranı

Çoklu bağıntının derecesini ölçmek için $\bar{M}/R^2$ oranından da faydalınalabilir.

Çoklu bağıntının etkisini gösteren katsayı $\bar{M}$, aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

$$\bar{M}= \left[\sum_{i=1}^{k} (Q_i - R^2) \right] \qquad (2.10)$$

Q_i : i'inci bağımsız değişkenin bağımlı değişkenin açıklanmasındaki payıdır;

(8) Maddala, s. 185.

Q_i aşağıdaki formülle belirlenir:

$$Q_i = \frac{(1-R^2)\ t_i^2}{n-k-1}$$

R^2 : Çoklu regresyonun belirlilik katsayısı,

t_i^2 : X_i bağımsız değişkenin test edilmesinde kullanılan t istatistiğinin karesi,

n : Gözlem sayısı

k : Modeldeki bağımsız değişken sayısı.

$\bar{M}$ nın sıfırdan farklı olması halinde çoklu bağıntıdan söz edilir (9). Bu bağıntının derecesini ise $\bar{M}$ nın mutlak değeri gösterir. $\bar{M}$ / R^2 oranının küçüklüğü, çoklu bağıntı derecesinin düşüklüğünü belirtir.

5.3 F Oranı

Bilindiği gibi çoklu regresyon analizinde bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerinde etkili olup olmadığını anlamak için F testi uygulanmaktadır.

---

(9) Murphy, "Introductory Econometrics", Homewood I 11: R.D. Irwing 1973, s. 375.

Bu anlamda F oranı aşağıdaki gibidir:

$$F = \frac{R^2 /(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \qquad (2.11)$$

Simgeler daha önce açıklandığı için tekrar açıklanmayacaktır.

Bu formülle bulunacak değer belli bir anlam seviyesindeki F değerinden büyükse, regresyon katsayılarının sıfıra eşit olduğunu kabul eden sıfır hipotezi reddedilir. Yani bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerinde etkili olduklarına karar verilir.

Aynı düşünceyle bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal ilişki de F oranı yardımıyla araştırılabilir (10):

$$F_i = \frac{R_i^2 /(k-1)}{(1-R_i^2)/(n-k)}$$

R_i^2 bağımsız değişkenler arasındaki çoklu determinasyon katsayısını göstermektedir. F_i oranı belirli bir anlam seviyesindeki F değerinden büyük olduğunda, bağımsız değişkenler arasında belirli bir anlam seviyesinde doğrusal bir ilişkiden söz edilebilmektedir (11)

---

(10) Mansur Atalay, "Çoklu Doğrusal Bağıntı ve Bir Uygulama", Yetki, Mayıs 1982, C.I., S.I., s. 364.
(11) Johnston, s. 163.

5.4 Çoklu Bağıntının Varyans Büyütme Çarpanıyla Belirlenmesi

Mason, Gunst ve Webster çoklu bağıntının varlığının değil, derecesinin sorun olduğunu belirtmişlerdir. Çoklu bağıntı derecesini veren ölçüt, R_j^2 'ye bağlı bir ölçüt olan varyans büyütme çarpanıdır (Variance inflation factor)(12).

X matrisi $\frac{X_{ij}-\bar{X}_j}{\sqrt{\Sigma(X_{ij}-\bar{X}_j)^2}}$ dönüşümleriyle standartlaştırıldığında, $W'W$ korelasyon matrisini verir (13). $(W'W)^{-1}$ matrisinin j'inci köşegen elemanı C_{jj}, j'inci bağımsız değişkene ait varyans büyütme çarpanını verir; söz konusu çarpan VBÇ ile gösterilirse,

$$VBÇ = (1 - R_j^2)^{-1} \tag{2.12}$$

olarak ifade edilir. Bu ölçü Hoerl ve Kennard'a göre ikiden fazla ilişkinin belirlenmesinde en iyi ölçüdür ve 10'dan büyük VBÇ değerleri için kestirimlerde sorunlar çıktığını ileri sürerler (14).

---

(12) Gary Smith and Frank Campbell "A Critique of Some Ridge Regression Methods" JASA, March 1980, Vol: 75, N. 369, s. 76.
(13) X matrisinin standartlaştırılmış matrisi W ile gösterilmiştir.
(14) Arthur E.Hoerl and Robert W.Kennard,"Ridge Regression Biased Estimation for Nonorthogonal Problems", Technometrics, 1970 a, s. 58.

5.5 Özdeğer ve Özvektörlerin İncelenmesi

Bağımsız değişkenlerin $X = \left[X_1, X_2, \ldots, X_k\right]$ matrisinin sütun vektörlerinin diklikten uzaklaşması durumunda çoklu bağıntıdan söz edilebilir. Sütun vektörleri doğrusal bağımlı olduğunda tam bağıntı vardır. İki aşırı durum olan diklik ve doğrusal bağımlılığın dışındaki tüm durumlarda çoklu bağıntı söz konusudur, ancak bu bir varlık sorunundan fazla, var olması halinde bir derece sorunu olacağı açıktır.

$$\sum_{q=1}^{k} W_{qj} \cdot X_q \approx 0 \qquad j = 1,2,\ldots, r \qquad (2.13)$$

olacak şekilde X matrisinde doğrusal bağımsız $W_j=(W_{1j},W_{2j},\ldots,W_{kj})$ vektörleri varsa X'in sütunları iç ilişkilidir (bağlantılıdır) denir (15). (2.13), X'de r tane iç ilişki olduğunu belirtmektedir. Bu durumda $(X'X)$ zayıf koşullu bir matrisdir. $(X'X)$ in özdeğerleri $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \lambda_3 \geqslant \ldots \geqslant \lambda_j > 0$ ve karşılık gelen birim dik özvektörleri $V_1, V_2, \ldots, V_j$ olmak üzere

$$\lambda_j = V_j'X'XV_j = (XV_j)'(XV_j) \;, \quad j = 1,2,\ldots, k \quad (2.14)$$

(15) S.D.Silvey, "Multicollinearity and Imprecise Estimation", Journal of the Royal Statistical Society, B, 35, s. 275.

dır (16). Küçük özdeğerler ve karşılık gelen özvektörler iç ilişkileri belirlemektedir. $(X'X)$ in son r tane özdeğeri yeterince küçük ise,

$$0 \approx (XV_j)' (XV_j) \Longrightarrow XV_j \approx 0$$

olacaktır (17).

Çoklu bağıntının belirlenmesi amacıyla $(X'X)$ korelasyon matrisinin özdeğerleri incelendiğinde,

$$\frac{\text{mak} \, |\lambda_j|}{\text{min} \, |\lambda_j|}$$

oranı 10'dan küçükse bağımsız değişkenler arasında çok az bir ilişki vardır. Bu oranın 30'dan büyük olması ise kuvvetli bir bağıntının varlığını belirler.

Katsayı kestirimlerinin tutarsızlığına yol açan çoklu bağıntı gibi bir sorunun belirlenmesi ne kadar önemliyse, istatistik ve ekonomide bu bağıntının giderilmesi de aynı önemi taşımaktadır.

---

(16) Fahrettin Akbulut, "Lineer Cebir", Ege Üniversitesi, 1979, s. 228.
(17) Gunst and Mason, "Biased Estimation in Regression; An Evaluation Using Mean Sgvared Error", JASA, 72, s. 617.

Bu nedenle izleyen paragraflarda çoklu bağıntıyı giderme yöntemleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

6. ÇOKLU BAĞINTIYI GİDERME YÖNTEMLERİ

Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyen katsayı kestirimlerinin standart hatasını küçültmek ve daha tutarlı kestirim yapabilmek için çoklu bağıntının giderilmesi zorunludur.

6.1 Daha Fazla Bilgi Toplama

Çoklu bağıntı sorununa bir çözüm olarak Farrar ve Glauber daha fazla veri toplamayı önermişlerdir (18). Bu yöntemde gözlem sayısının arttırılmasının yanında bu verilerin bilgi kapsamlarının arttırılması da söz konusudur; başlangıçta yıllık verilerin kullanılması ve çoklu doğrusal bağıntı söz konusu ise, üç aylık veya aylık veriler denenmelidir. Gözlem sayısının arttırılması, parametre kestirimlerine ait varyansların küçülmesini sağlayabilir. Bu nedenle, imkânlar elveriyorsa daha fazla veri toplayarak para-

(18) Farrar, D.E. and Glauber,"Molticollinearty in Regression Analysis: The Problem Revisited" Rev. of Econ. and Statist. 1967, 49, s. 106.

metre kestirimlerinin yeniden yapılması yerinde olur.

Daha fazla bilgi toplama yöntemi bazı imkânsızlıklar sebebiyle çıkar yol olamıyabilir, o zaman başka yöntemlerin kullanılması söz konusudur.

6.2 Bağımsız Değişkenlerden Bir veya Birkaçının Modelden Çıkartılması

Çoklu regresyon modelinde iki veya daha fazla bağımsız değişken arasında önemli ölçüde bir ilişki olduğunda, bu değişkenlere ait regresyon katsayılarının en küçük kareler kestirimleri sapmasız, fakat bu kestirimlerin varyansları büyük olur. Varyansı küçültmek için bağımlı değişken üzerinde daha az etkili olan bağımsız değişkenler regresyon modelinden çıkartılır. Bunun sonucunda regresyon modelinde kestirimlerin varyansları daha küçük, dolayısıyla kestirimlerin güvenirliği yüksek olur.

Fakat bu yöntem uygulandığında, regresyon modelindeki parametrelerin kestirimleri sapmalı olur (19).

Modelden çıkarılacak değişkenin bağımlı değişkenin değişimini açıklamada "çok önemli" olmadığı durumlarda bu yolun uygulanması önerilir.

---

(19) Ahmet Kılıçbay, Ekonometrik Metodlar ve Araştırma, İst.Ün. Yayını No: 2110, İstanbul, 1975, s. 236.

6.3 Oranların veya Birinci Farkların Kullanılması

Çoklu bağıntının varlığında bazı zaman serisi analizlerinde esas veriler yerine birinci farkları kullanılabilmektedir. Bu durumda birbiriyle bağlantısı olan bağımsız değişkenlerin birinci farkları o denli birbiriyle ilişkili olmayabilmektedir. Fakat çoklu bağıntının bu şekilde giderilmesi hata terimlerine etki ederek otokorelasyona neden olduğundan, kestirimlerin etkinliğini azaltır (20).

Diğer bir yöntem ise esas değişken yerine bir oranın kullanılmasıdır; modeldeki bütün değişkenler bağımsız değişkenlerden birisine oranlanır. Bu uygulama çoklu bağıntı sorununa biraz olsun çözüm getirebilmesine rağmen, hata terimlerinin değişen varyanslı olmasına neden olur.

Hata terimlerinin değişen varyanslı olması ise parametre kestirimlerinin standart hatalarının büyük olmasına ve Y 'lerin kestirim etkinliğinin azalmasına yol açar.

Çoklu doğrusal bağıntının giderilmesi için oranların veya birinci farkların kullanılması, regresyon modelinde kabul edilen varsayımları geçersiz kıldığından, sağlıklı bir çözüm yolu değildir.

---

(20) Maddala, s. 192.

6.4 Bağımsız Değişkenlerin Kümeleştirilmesi

Regresyon denkleminde birbiriyle bağlantılı olan bağımsız değişkenlerden bazılarını tek bir değişken halinde ifade edebilme, çoklu bağıntıyı giderme yöntemlerinden biridir. Bağımsız değişken sayısının azaltılması, serbestlik derecesi (n-k)'nın büyük olmasını sağladığından, kestirimlerin standart hatalarının küçülmesine ve regresyon katsayılarının etkinliğine yardımcı olur. Ancak bu yöntemin uygulanması, kestirimi yapılan parametrelerin bağımsız değişkenler kümesine ait olmasından dolayı anlamlı açıklamaları yoktur. Bu yöntemin çok sınırlı bir kullanım alanı vardır ve ekonomi alanındaki çalışmalarda çoğu kez yanlış kullanımlara neden olabilmektedir (21).

6.5 Yanlı Kestirim Yöntemleri

Çoklu bağıntının giderilmesinde kullanılan yanlı kestirim yöntemi niteliğinde olan yöntemler aşağıda gösterilmiştir:

i) Shrunken Regresyonu Yöntemi

ii) Temel Bileşenler Regresyonu Yöntemi

iii) Özdeğerler Regresyonu Yöntemi

---

(21) Fabrycy, M. "Multicollinearity Caused by Specification Error," Applied Statist. 24, s. 252, T.Ertek, s. 175.

iv) Ridge Regresyon Yöntemi

Bu yanlı kestirim yöntemlerinden Shrunken regresyonu, temel bileşenler regresyonu ve özdeğerler regresyonunun esas amacı uygun değişken seçimidir.

6.5.1 Shrunken Regresyonu Yöntemi

Shrunken regresyon yöntemi yanlı kestirim yöntemlerinden birisidir. Bu yöntemle parametre kestirimi yapılabilmesi için bağımsız değişken sayısı ikiden büyük ($k>2$) ve ($X'X$) matrisinin birim matrise eşit ($X'X = I$) olması gerekir.

Shrunken kestiricisi $\hat{\beta}_s$, a ve b sabit olmak üzere, aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\beta}_s = \left\{ 1 - \frac{b(1-R^2)}{a(1-R^2)+R^2} \right\} \hat{\beta}_{EK} \qquad (2.15)$$

Shrunken kestiricisi $\hat{\beta}_s$, EKK kestiricisinden daha küçük hata kareler ortalaması vermektedir (22).

---

(22) James, W and Stein, "Estimation with Quadratic Lass" Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Math. Statist and Prob., Berkeley, Univ-of California Press, Vol. 1, 1961, s. 363-364.

Bu yöntemle bulunan parametre kestirimlerinin en küçük hatayla bulunabilmesi

$$a = 0 \quad \text{ve} \quad b = \frac{k-2}{n-k+2}$$

olmasına bağlıdır.

Çoklu bağıntı varlığında $(W'W)$ matrisi birim matrise eşit değildir ve bu nedenle Shrunken regresyon yöntemiyle değişken seçimi yapılırken en küçük özdeğere karşılık gelen değişkenler modelden çıkarılır. V,$(W'W)$ 'nin özvektörlerinin matrisi olmak üzere Shrunken kestiricisi;

$$\hat{\beta}_s(r) = V \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & dI_{k-r} \end{bmatrix} V' \hat{\beta}_{EK} \qquad (2.16)$$

formülüyle bulunur.

$\hat{\beta}_s(r)$: En küçük özdeğere karşılık gelen bağımsız değişkenler çıkarıldıktan sonra elde edilen (β) parametre kestiricisi

r : Çıkarılan bağımsız değişken sayısı

Modelde bırakılan bağımsız değişkenlerle bağımlı değişken arasındaki ilişki katsayısı olan $\hat{\beta}_s(r)$ 'nin hesaplanmasında d katsayısının seçimi bir sorun olarak görülmektedir (23).

V_r; çıkarılan değişkenlere ait özvektörlerin matrisi, Λ_r ise çıkarılan değişkenlere ait $(W'W)$ 'nin özdeğerlerinin köşegen matrisi olmak üzere d'nin aşağıdaki şekilde hesaplanması önerilmektedir (24):

$$d = \text{enb}\left\{0,\quad 1-c(1-R^2)w^{-1}\right\} \qquad (2.17)$$

$$w = \hat{\beta}' V_r \Lambda r V_r' \hat{\beta} \qquad (2.18)$$

$$0 \leqslant c \leqslant 2(r-2)/(n-k+2)$$

Gunst ve Mason isimli istatistikçilere göre d katsayısı 0,823 ile 0,860 arasında değer alabilmektedir (25).

6.5.2 Temel Bileşenler Regresyonu Yöntemi

Bazı yazarlar bağımsız değişkenler yerine bunların dik dönüşümleri olan temel bileşenlerle çoklu bağıntı problemine çözüm

---

(23) R.R.Hocking, "The Analysis and Selection of Variable in Linear Regression", Biometrics, 32, March 1976, s. 28.
(24) A.g.k., s. 28-29.
(25) R.F.Gunst and R.L.Mason, "Biased Estimation in Regression: An Evaluation Using Mean Squared Error", JASA, 72; 1977 b, s. 620.

getirmeyi önermektedirler (26).

Çoklu doğrusal regresyon modeli

$Y = W\beta + \varepsilon$ 'de

V, $(W'W)$ 'nın özvektörlerinin ortogonal matrisini ve Λ , $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \ldots\ldots \geqslant \lambda_k$ olmak üzere λ_j özdeğerlerinin köşegen matrisini göstersin. Bu durumda

$$V'W'WV = \Lambda \qquad (2.19)$$

ve

$$V'V = I$$

olur. Temel bileşenler regresyonunun kestiricisi, $\hat{\beta}_{TB}$ 'nın nasıl hesaplanabileceğini gösterebilmek amacıyla bazı dönüşümlerden yararlanılmaktadır. Bu dönüşümler aşağıdaki gibidir:

Standartlaştırılmış (X) matrisi olan (W) matrisini, $(W'W)$ ilişki matrisinin özvektörlerinin ortogonal matrisi V, matrisiyle çarpımından oluşan matris U matrisi olsun:

---

(26) W.F.Massey, "Principal Component Regression in Explaratory Statistical Research" JASA, 60, 1965, s. 250.

$$U = W\,V \tag{2.20}$$

Doğrusal regresyon modeli

$Y = \alpha U + \varepsilon$ 'de

α'nın kestirimi EKK yöntemiyle aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\hat{\alpha} = (U'U)^{-1}\,U'Y$$

$$\hat{\alpha} = \Lambda^{-1}\,U'Y$$

$$\hat{\alpha} = \Lambda^{-1}\,V'W'Y \tag{2.21}$$

Temel bileşenler kestiricisi, $\hat{\beta}_{TB}$, $\hat{\alpha}$ yardımıyla

$$\hat{\beta}_{TB} = V\hat{\alpha} \tag{2.22}$$

olarak bulunur (27).

Eğer regresyon modelinde bağımsız değişkenler arasında ilişki söz konusuysa, özdeğerlerin r tanesi sıfır ya da sıfıra yakındır. Özdeğerlerin r tanesi sıfır ise U matrisinin karşılık gelen sütunları sıfır olur. Sıfır veya sıfıra yakın özdeğerlere karşılık gelen değişkenler çıkarılır. q = k-r olmak üzere $\lambda_j (j = 1,2,\ldots,k)$ öz-

(27) Hocking, s. 32.

değerlerinin köşegen matrisi Λ ve özvektörler matrisi V, aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_r & 0 \\ 0 & \Lambda_q \end{bmatrix}_{kxk} \tag{2.23}$$

$$V = \begin{bmatrix} V_{kxr}, & V_{kxq} \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Bu matrisler yardımıyla temel bileşenler kestiricisi $\hat{\beta}_{TB}$,

$$\hat{\alpha}_q = \Lambda_q^{-1} V_q' W' Y'$$

yı kullanarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\hat{\beta}_{TB} = V_q \hat{\alpha}_q \tag{2.25}$$

$\hat{\alpha}_q$'nun elemanları, $\hat{\alpha}$'nın aynı q bileşenine karşı gelen elemanlarıdır (28).

---

(28) Massey, s. 251.

6.5.3 Özdeğerler Regresyonu Yöntemi

Özdeğerler regresyonu temel bileşenler regresyonuna benzer.(*) Temel bileşenler regresyonundaki gibi bu yöntemde bağımsız değişkenler arasında iç ilişki var olduğunda EKK kestiricisini düzenler. Özdeğerler regresyonunun temel bileşenler regresyonundan başlıca iki farkı vardır:

i) Bu analizde özdeğerler ve özvektörler farklı matrislerden elde edilirler

ii) Çoklu ilişkiyi gösteren özvektörlerin çıkarılmasına karar vermek için teknikler farklıdır (29).

Y vektörü

$$Y_i^* = \frac{Y_i-\bar{Y}}{\sqrt{\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2}}$$

olarak standartlaştırılıp W bağımsız değişkenler matrisi, Y^* ile genişletilerek

---

(29) Webster, R Gunst and R.Mason, "Latent Root Regression Analysis", Technometrics, Vol. 16, No. 4, 1974, s. 513.

(*) Özdeğer ve Özvektör: A(nxn) tipinde kare bir matrisdir. Bu tanımda öyle vektörler düşünülebilir ki, bunların görüntüleri yine kendisine paralel kalır. Yani $\lambda \in K$ olmak üzere $f(x)=Ax=\lambda x$ eşitliğini sağlayan x vektörüne ÖZVEKTÖR, λ değerine ise özdeğer denir.

$$Z = (Y^* ; W)$$

matrisinin özvektörlerine dayalı bir yöntem geliştirilmiştir (30). $l_0 \geqslant l_1 \geqslant \ldots \geqslant l_k$, $(Z'Z)$'nin özdeğerleri, a_j, $(Z'Z)$'nin j'inci özvektörü olmak üzere A özvektörler matrisi olarak gösterilmektedir.

$(Z'Z)$'nin j'inci özdeğeri

$$l_j = \sum_{i=1}^{n} (Y_i^* a_{oj} + \sum_{r=1}^{k} W_{ir} a_{rj})^2 \qquad (2.26)$$

olarak edilir.

1) $l_j \approx 0$ ise, Z'nin sütunları doğrusal bağımlıdır, yani değişkenler arasında kuvvetli bir bağıntı (iç ilişki) vardır. $a_{oj} \neq 0$ ise, iç ilişkili olan değişkenlerin önkestirim yapabilme özelliği vardır.

2) $l_j \approx 0$ ve $a_{oj} \approx 0$ ise, (2.26) nolu eşitlikte yer alan

$$\sum_{r=1}^{k} W_{ir} a_{rj}$$

değeri sıfıra eşit olur. l_j'nin ve a_{oj} 'nin sıfıra eşit veya sıfıya yakın bir değer olması, Z'nin sütunları arasında tam bir doğru-

---

(30) Webster et al (1974), s. 514.

6.5.4 Ridge Regresyon Yöntemi

Ridge regresyon yöntemi temel amacı çoklu bağıntı varlığında en küçük varyansla parametre kestirimi olan yanlı kestirim yöntemidir. Değişken seçimi ise ridge regresyon yönteminin ikinci amacını oluşturur. Çalışmamızda incelemeye konu olan enflasyon olayıekonomik bir olaydır. Bu ekonomik olayla ilgili doğrusal modele alınan bağımsız değişkenlerin hepsinin ayrı ayrı önemi vardır ve değişken seçimi söz konusu değildir. Çalışmamızda çoklu bağıntının giderilmesi için bağımsız değişkenlerin hepsi modelde bırakılarak en küçük varyansla kestirim yapılması amaçlanmıştır. Bu nedenle yanlı kestirim yöntemlerinden ridge regresyon yöntemi III.Bölümde daha ayrıntılı olarakincelenecektir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

RIDGE REGRESYON YÖNTEMİ

Ekonomik olayların analizinde karşılaşılan çoklu bağıntı sorunu, olayların yapısından kaynaklanmakta, çoklu regresyon modeliyle ekonomik olayların sebep-sonuç ilişkisini belirlemede kullanılan parametre kestirimlerin de söz konusu bağıntıdan dolayı güvenirliği az olmaktadır.

$(X'X)$ ilişki matrisi birim matrise yakın olduğu durumlarda en küçük kareler yöntemiyle yapılan kestirim işlemi sağlıklı olmaktadır (1). Buna karşılık bağımsız değişkenler arasındaki çoklu

(1) Sanford Weisberg, Applied Linear Regression, John Wiley and Sons, New York, 1980, s. 231.

bağıntı nedeniyle $(X'X)$ ilişki matrisi birim matris olmaktan uzaklaşmakta ve en küçük kareler yöntemiyle yapılan β parametre kestirimlerinin hataları artmaktadır. Bu nedenle en küçük hatayla kestirim yapabilmek amacıyla yanlı kestirim yöntemi olan ridge regresyon yöntemi kullanılmaktadır.

1. RIDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN NİTELİĞİ VE KULLANIM AMAÇLARI

Ridge regresyon kestiricisi hakkında Hoerl ve Kennard tarafından 1970'den bugüne kadar bu kestiriciyle ilgili yüzlerce çalışma yapılmıştır. Bu yöntem en küçük kareler yöntemiyle elde edilen yön ve değerce teorik bekleyişlere uygun olmayan parametre kestirimlerinin yapıldığı çoklu bağıntılı durumlarda yararlı ve uygun bir yöntemdir. Yanlı olmasına karşın varyansı küçülttüğünden dolayı tercih edilen bir yöntem olan ridge regresyon yöntemi aşağıda belirtilen üç amaçla kullanılmaktadır (2):

- Çoklu regresyon modelinde bağımsız değişkenler birbirleriyle bağıntılı olduklarında EKK β kestiricisinden daha küçük varyanslı β kestiricilerin elde edilmesinde;
- Güçlü çoklu bağıntı etkisiyle regresyon katsayılarında oluşan kararsızlıkların grafik üzerinde gösterilmesinde;

---

(2) Aydın Erar, Çoklu Bağlantı Varlığında Doğrusal Regresyon Modellerinde Değişken Seçimi, Ankara, 1982, s. 43.

- Modeldeki gereksiz değişkenlerin çıkarılmasında.

Bu amaçlarla kullanılan ridge yönteminde en küçük kareler yönteminde izlenen aşamalar birden fazla tekrarlanmaktadır. Ridge yönteminin en küçük karelerden farklılığı k^* ridge parametresinin varlığıdır. 0 ile 1 arasında değer olan her k^* için hesaplanan parametre kestirimleri arasından, aranan kriterlere sahip olanları belirlenir. İzleyen paragraflarda ayrı başlıklar altında ridge kestiricisi β, ridge parametresi k^* ve ridge yöntemiyle ilgili diğer özellikler açıklanmaktadır.

2. RIDGE KESTİRİCİSİ VE ÖZELLİKLERİ

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{3.1}$$

klasik doğrusal regresyon modelinde EKK yöntemine göre β parametre vektörünün kestirimi $\hat{\beta}$, hata kareler toplamı $\emptyset(\hat{\beta})$ yı en küçük yapacak şekilde belirlenmektedir. $\emptyset(\hat{\beta})$ aşağıdaki gibi hesaplanır (3):

$$\emptyset(\hat{\beta}) = (Y-W\hat{\beta})'\,(Y-W\hat{\beta}) \tag{3.2}$$

(3) Donald W.Marquardt, "Generalized Inverses, Ridge Regression, Biased Linear Estimation and Nonlinear Estimation". Technometrics, Vol. 12, No: 3, August 1970, s. 594.

EKK yöntemiyle bulunan $\hat{\beta}$ kestirimleri yansız kestirimler arasında en küçük varyansa sahiptir. Fakat, eğer bağımsız değişkenler arasında bir ilişki, yani X matrisinin sütun vektörleri arasında doğrusal bağımlılık varsa, $\hat{\beta}$ kestirimleri en küçük varyanslı kestirimler değildir. Çoklu bağıntı aynı zamanda $\hat{\beta}$ değeri ile β değeri arasındaki farklılığa, yani sapmaya neden olur.

L_1 , $\hat{\beta}$ nın β dan olan sapması

$$L_1^2 = (\hat{\beta}-\beta)' (\hat{\beta}-\beta) \qquad (3.3)$$

olmak üzere, L_1^2 'nin beklenen değeri

$$E(L_1^2) = \text{İz } Var(\hat{\beta})$$

$$= \sigma^2 \text{ İz } (W'W)^{-1} \qquad (3.4)$$

olur.

$(W'W)$ matrisinin özdeğerleri

$$\lambda_{mak} = \lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \cdots\cdots \geqslant \lambda_k > 0$$

ile gösterildiğinde, K boyutlu ortogonal bir matris ve D(kxk) köşegen elemanları $(W'W)^{-1}$ in özdeğerleri olan köşegensel bir matris olmak üzere

$$\text{İz}\left[K' \, (W'W)^{-1}\right] K = \text{İz}(D) \qquad (*) \qquad (3.5)$$

olduğundan, L_1^2 'nin beklenen değeri

$$E(L_1^2) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^{-1} \qquad (3.6)$$

bulunur(4). Yani EKK yöntemiyle parametre kestirimlerinin hatalarının kareleri toplamı özdeğerlerden yararlanılarak,

$$E(L_1^2) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^{-1}$$

formülüyle de kolaylıkla bulunabilmektedir. Bağımsız değişkenler arasında çoklu bağıntı olduğunda daha önceki bölümlerde açıklandığı gibi özdeğerler daha küçük olmaktadır. Bir ya da birden fazla özdeğerin daha küçük olması, $\hat{\beta}$ 'nın β 'dan sapmalarının beklenen değerlerini büyültecektir.

Çoklu bağıntının $E(L_1^2)$ yani hata kareler toplamı üzerindeki olumsuz etkiyi giderebilmek için ridge regresyon yöntemiyle kesti-

---

(*) İz: Bir kare matrisin esas köşegen doğrultusundaki elemanlarının toplamına bu matrisin İZİ denir.

(4) Vıjay Mahajan, Arun K.Jain and Michel Bergier "Parameter Estimation in Marketing Models in Application of Ridge Regression" Jovinal or Marketing Research, Vol. 14, November, 1977, s. 587.

rim yapabilmek üzere Hoerl ve Kennard ridge kestiricisini aşağıdaki gibi tanımlamışlardır:

$$\hat{\beta}(k^*) = (W'W + k^*I)^{-1} W'Y \qquad (3.7)$$

W standartlaştırılmış X matrisi olup,

$$0 < k^* < 1$$

dir.

$$(W'W + k^*I)^{-1} W'W = Zk^* \qquad (3.8)$$

olmak üzere, $\hat{\beta}(k^*)$ kestiricisi

$$\hat{\beta}(k^*) = Zk^* \hat{\beta} \qquad (3.9)$$

ile verilebilmektedir.

$\hat{\beta}(k^*)$ ridge kestiricisinin özellikleri alt başlıklar altında aşağıdaki paragraflarda verilmiştir.

2.1 Rıdge Kestiricisinin Yanlı Olması

$\hat{\beta}(k^*)$ kestiricisi yanlıdır. $k^* = 0$ veya

$Zk^* = I$ olduğunda,

$$E\left[\hat{\beta}(k^*)\right] = \beta \qquad (3.10)$$

olurki o zaman en küçük kareler kestiricisi olan β'yı verir.

2.2 Hata Kareler Toplamının Minimum Olması

Çoklu bağıntı varlığında ridge regresyon yöntemiyle kestirim yapıldığında hata kareler toplamı EKK yöntemine göre daha küçüktür. Bu özelliği, aşağıdaki teoreme dayanılarak açıklamak mümkündür (5):

TEOREM: $$L_1^2(k^*) = \left[\hat{\beta}(k^*) - \beta\right]' \left[\hat{\beta}(k^*) - \beta\right] \qquad (3.11)$$

olmak üzere,

$$E\left[L_1^2(k^*)\right] < E\left[L_1^2(0)\right] \qquad (3.12)$$

(5) Hoerl and Kennard, 1970 a, s. 60, Gary Mc.Donald and Diane Galarneau, "A Monte Carlo Evaluation of Some Ridge-Type Estimators", JASA, 70, June 1975, s. 407.

olacak şekilde daima bir

$k^* > 0$

vardır ve k^* ridge regresyon yöntemine ait bir parametredir. $k^* = 0$ durumunda ise $\hat{\beta}(k^*)$ kestiricisi en küçük kareler yöntemine göre bulunan $\hat{\beta}$ kestiricisine eşit olur $\left[\hat{\beta}(0) = \hat{\beta}\right]$.

3. RIDGE KESTİRİCİSİNİN VARYANSI VE YANLILIĞI

Çoklu bağıntı durumunda ridge regresyonla parametre kestirimi $\hat{\beta}(k^*)$ 'ın hata kareler ortalamasını (Varyans + Yan) inceleyebilmek için $E\left[L_1^2(k^*)\right]$ açılımını elde etmek gerekir.

$$
\begin{aligned}
E\; L_1^2(k^*) &= E\left[\hat{\beta}(k^*) - \beta)'(\hat{\beta}(k^*) - \beta)\right] \\
&= E\left[(\hat{\beta}-\beta)'Z'_{k^*}Z_{k^*}(\hat{\beta}-\beta)\right] + (Z_{k^*}\hat{\beta}-\beta)'(Z_{k^*}\beta-\beta) \\
&= \sigma^2\; \mathrm{iz}(W'W)^{-1}Z'_{k^*}Z_{k^*} + \beta'(Z_{k^*}-I)'(Z_{k^*}-I)\,\beta \\
&= \sigma^2\left[\mathrm{iz}(W'W+k^*I)^{-1}k^*\,\mathrm{iz}(W'W+k^*I)^{-2}\right] + k^{*2}\beta'(W'W+k^*I)^{-2}\beta \\
&= \sigma^2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j/(\lambda_j+k^*)^2 + k^{*2}\beta'(W'W+k^*I)^{-2}\beta \\
&= \gamma_1(k^*) + \gamma_2(k^*)\;(6) \qquad (3.13)
\end{aligned}
$$

---

(6) Banarjee and Carr "A Comment on Ridge Regression, Biased Estimation For Non-Orthogonal Problems", Technometrics, Vol 13, No. 4, s. 897.

Bu açılımdan yararlanılarak izleyen paragraflarda ridge kestiricisinin varyansına ve yanlılığın ilişkin ayrıntılı bilgi yer almaktadır.

3.1 Ridge Kestiricisinin Varyansı

Çoklu bağıntı durumunda sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesinde ridge regresyon yöntemi uygulanıyorsa, ridge kestiricisinin varyansının ne yönde gelişme gösterdiğinin bilinmesi gerekir. $E\left[\, L_1^2\,(k^*)\,\right]$ açılımından görüldüğü gibi, $\gamma_1(k^*)$, katsayı kestirimlerinin varyanslarının toplamı (toplam varyans) dır.

$$\hat{\beta}\,(k^*) = Z\,\hat{\beta}$$

$$\hat{\beta}\,(k^*) = Z(W'W)^{-1}\,W'Y \qquad (3.14)$$

$$VAR\left[\hat{\beta}\,(k^*)\right] = Z(W'W)^{-1}W'VAR(Y)W(W'W)^{-1}Z'$$

$$= \sigma^2\,Z(W'W)^{-1}\,Z' \qquad (3.15)$$

Tüm $\hat{\beta}_j(k^*)$ 'ların varyanslarının toplamı, (3.15) ile gösterilen $Var\left[\hat{\beta}\,(k^*)\right]$ matrisinin köşegen elemanlarının toplamıdır (7). Ridge Parametresi k^* artarken, varyans azalmaktadır.

---

(7) Hoerl and Kennard, (1970 a), s. 60.

3.2 Ridge Kestiricisinin Yanlılığı

Daha önceki 3.Kesimde elde edilen $E\left[L_1^2\ (k^*)\right]$ açılımındaki $\gamma_2(k^*)$, ridge regresyonla kestirim yapıldığında oluşan yanlılığı, yani tek yönlü bir sapmanın varlığını göstermektedir. $\gamma_2(k^*)$, $Z_{k^*}\hat{\beta}$ 'nın β 'dan olan sapmanın karesidir.

$$k^* = 0$$

olduğunda,

$$Z_{k^*} = I$$

olacağından,

$$\gamma_2\ (k^*) = 0$$

olur. Böylece $\gamma_2(k^*)$, en küçük kareler kestiricisi $\hat{\beta}$ yerine ridge kestiricisi $\hat{\beta}(k^*)$ kullanıldığı zaman oluşan yanlılığın karesi olarak düşünülmektedir.

Ridge parametresi k^*, sıfırdan bire doğru artan değerler alırken, varyansdaki değişmenin tam tersi olarak yanlılık artmaktadır.

Ridge regresyon yöntemiyle elde edilen kestirimlerin hata kareler toplamı ise k^* artarken belli bir noktaya kadar azalmakta, bu noktadan sonra artmaya başlamaktadır.

3.3 Hata Kareler Ortalamasına İlişkin Teoremler

Ridge regresyon yönteminin çok yeni bir yöntem olması ve literatürde ayrıntılı açıklamaların olmaması nedeniyle bu özellikler teoremlere dayanılarak açıklanması yapılmıştır.

Çoklu bağıntı durumunda kestirim yaparken ridge regresyon yönteminin kullanılması, varyansı en küçüklemesine karşın yanlılığı arttırmaktadır. Bu özelliklerle ilgili teoremler şunlardır (8):

TEOREM 1: $\gamma_1(k^*)$ toplam varyans, k^*'nın sürekli ve düzgün azalan bir fonksiyonudur.

Bu teoremden ulaşılan sonuç; toplam varyansın k^*'a ilişkin $\gamma_1'(k^*)$ birinci türevi

$$k^* \longrightarrow 0^+$$

ve

$$\lambda_k \longrightarrow 0$$

(8) Hoerl and Kennard, (1970 a), s. 61-63.

iken ∞ 'a yaklaşmaktadır.

Bu teoremden varılan sonuç, $\gamma_1(k^*)$ toplam varyans, $k^*=0$ dan $k^*=1$ 'e doğru artarken belli bir k^* değerine kadar azalmakta, daha sonra bu azalma yavaşlamaktadır. $k^* = 0$ olduğunda ridge kestirimleri en küçük kareler yöntemiyle yapılan kestirimlere eşit olduğundan, varyans en büyüktür.

TEOREM 2: $\gamma_2(k^*)$ tek yönlü sapmanın karesi, k^* nın sürekli ve düzgün artan bir fonksiyonudur.

$$\gamma_2(k^*) = k^{*2}\,\beta'(X'X + k^*I)^{-2}\,\beta \tag{3.16}$$

dır.

$\Lambda_j(X'X)$ 'in özdeğerler matrisi ise öyle bir

$$X'X = K'\Lambda K \tag{3.17}$$

dik dönüşümü vardır ki

$$\gamma_2(k^*) = \frac{k^{*2}\sum_{1}^{k}\alpha_i^2}{(\lambda_i+k^*)^2} \tag{3.18}$$

olur.

$$\alpha = K\beta \text{ dır.} \tag{3.19}$$

Her i için $\lambda_i > 0$ ve $k^* \geqslant 0$ olduğunda $\lambda_i + k^*$ öğesi pozitiftir ve toplamda tekillik yoktur. $\gamma_1(0) = 0$ dır. $\gamma_2(k^*)$ k^*'ın sürekli bir fonksiyonudur. $k^* > 0$ için;

$$\gamma_2(k^*) = \frac{\sum_1^k \alpha_i^2}{\left[1+(\lambda_i/k^*)\right]^2} \tag{3.20}$$

yazılabilmektedir. $\lambda_i > 0$ olduğundan λ_i/k^* fonksiyonu k^* artarken düzgün olarak azalmaktadır, $\gamma_2(k^*)$ düzgün artandır.

$\gamma_2(k^*)$ bir üst sınır olarak $\beta'\beta$ ya yaklaşmaktadır.

$$\lim_{k^* \to \infty} \gamma_2(k^*) = \sum_1^k \alpha_i^2 = \alpha'\alpha = \beta' K' K' \beta = \beta'\beta \tag{3.21}$$

olur. Yani sapmanın alabileceği en büyük değer parametrenin gerçek değerinin karesidir.

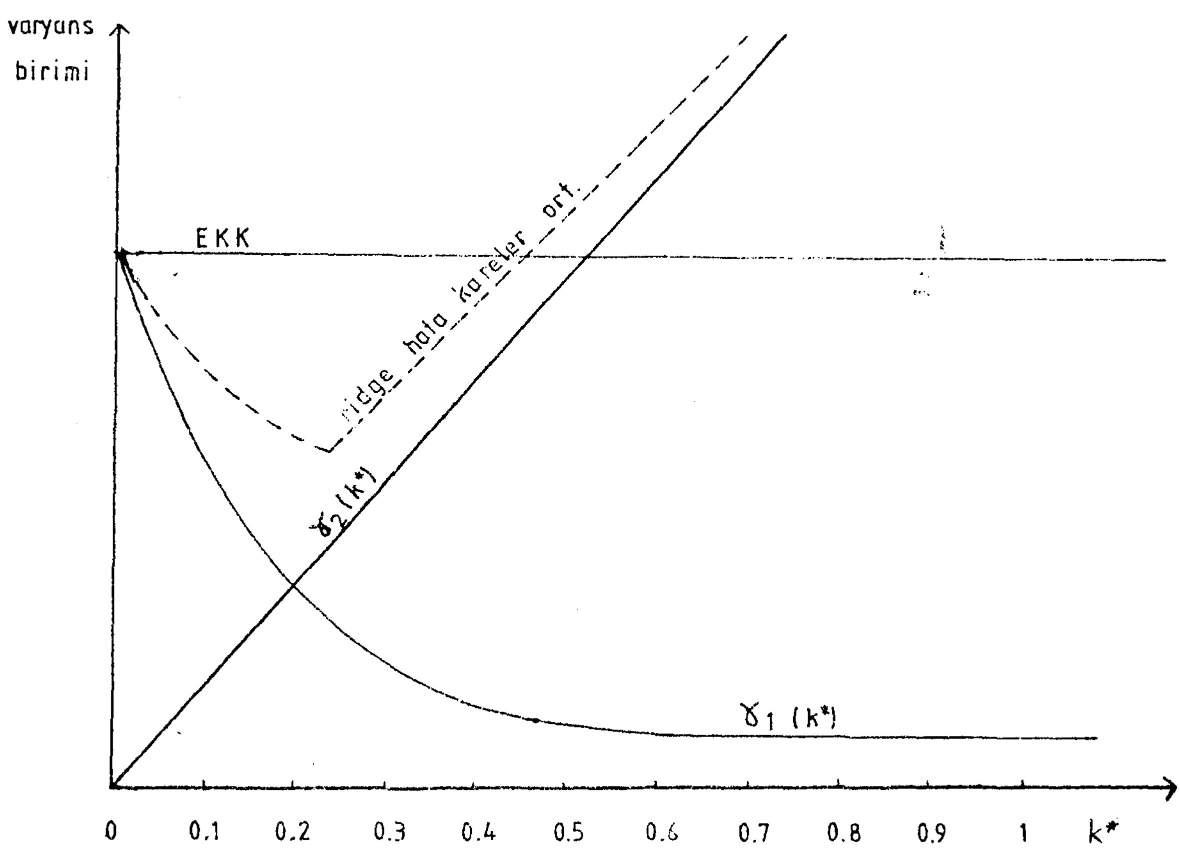
Diğer sonuç; $\gamma_2'(k^*)$ türevi $k^* \to 0^+$ iken sıfıra yaklaşmaktadır.

$$\frac{\partial \gamma_2(k^*)}{\partial k^*} = \frac{2k^* \sum \lambda_i \alpha_i^2}{(\lambda_i + k^*)^3} \tag{3.22}$$

$$\lim_{k^* \to 0^+} \frac{2k^* \sum \lambda_i \alpha_i^2}{(\lambda_i + k^*)^3} = 0 \qquad (3.23)$$

$k^*=0$ olduğunda en küçük kareler yöntemiyle yapılan kestirimlere eşit olduğundan, çoklu bağıntılı modellerde en küçük kareler yönteminde katsayıların kararsızlık göstermesine karşın sapma sıfırdır.

Teoremlerle açıklaması yapılan varyanslar, yanlılık, hata kareler ortalaması ve k^* parametresi bir grafik yardımıyla gösterilmek istenirse;



Şekil 1: Hata-Kareler Ort.Fonksiyonları

Grafikten de görüldüğü gibi, k^* 'ın değeri sıfır olduğunda varyans EKK yöntemiyle elde edilen kestirimlerin ($\hat{\beta}$) varyansına eşit olur. Ridge yöntemiyle elde edilen kestirimlerin $\left[\hat{\beta}(k^*)\right]$ varyansı ise k^*, ridge parametresi sıfırdan bire doğru arttıkça azalmaktadır.

$\hat{\beta}(k^*)$ 'nın hata kareler ortalamasının, $\hat{\beta}$ 'nın hata kareler ortalamasından daha küçük olması $\gamma_1(k^*)$ ve $\gamma_2(k^*)$ 'nın matematiksel özellikleriyle desteklenmektedir. $\gamma_1(k^*)$ fonksiyonu k^* ın düzgün azalan bir fonksiyonu, $\gamma_2(k^*)$ da düzgün artan bir fonksiyonudur. $k^* \longrightarrow 0$ iken $\gamma_2(k^*)$ sıfır, $\gamma_1(k^*)$ ise maksimum değer almaktadır (9). Yani k^* nın sıfır olması durumunda $\hat{\beta}(k^*)$; $\hat{\beta}$ kestiricisine eşit olacağından, $\hat{\beta}$'nın sapması sıfır, varyansı ise ridge kestiricisine göre maksimumdur.

4. EN KÜÇÜK KARELER KESTİRİCİSİNİN KARARSIZLIĞI VE RIDGE İZİ

Daha önce de değinildiği gibi katsayı kestirimleri çoklu bağıntı varlığında duyarlıdır. Yani veri kümesine birkaç gözlem değerinin eklenmesi bu kestirimlerde değişikliğe yol açar. $\hat{\beta}$ regresyon katsayıları genellikle kararsız katsayılar olarak adlandırı-

---

(9) Hoerl and Kennard, (1970 a), s. 61.

lır. Bu kararsızlıkları izleyebilmek ve çoklu bağıntının etkisini açıkça görebilmek için grafiksel anlatım olan ridge izinden yararlanılır; ridge regresyonun grafiksel gösterimi olan ridge izi $\hat{\beta}(k^*)$ değerlerini düşey eksende, $0 \leqslant k^* \leqslant 1$ olmak üzere k^* değerlerini yatay eksende alan bir grafiktir. Bu iz $[0-1]$ aralığındaki k^* değerlerine karşı, bu değerlerden bulunan $\hat{\beta}(k^*)$ 'lerin tek tek çizimiyle oluşmaktadır (10).

Hoerl ve Kennard, bu çizgilerden çoklu bağıntılı değişkenlere ilişkin katsayı tahminlerinin k^* 'daki küçük artışlara karşı gösterdikleri hızlı değişikliklerin açıkça görülebildiğini göstermişlerdir. Katsayıların dengeye geldiği, yani k^* daki artışlara karşı olan değişikliğin çok yavaşladığı, yatay eksene paralel olmaya başladığı noktaya karşılık gelen k^*, $\hat{\beta}(k^*)$ 'nın kestiriminde kullanılacak değer olabilecektir.

Katsayı varyansı $\mathrm{Var}\left[\hat{\beta}(k^*)\right]$, k^* 'nın azalan bir fonksiyonudur, fakat yanlılık k^* 'nın artan bir fonksiyonudur. Böylece k^* artarken regresyon katsayılarının hata kareler ortalaması minimuma kadar azalır ve sonra artar. En küçük kareler çözümünden daha küçük hata kareler ortalamasıyla katsayıları veren k^* değerini saptamak gerekir. Bu katsayının nasıl saptanabileceğine ilişkin

---

(10) Donald. Marguard and Snee, "Ridge Regression in Practice", The American Statistican, February 1975; Vol. 29, No. 1, s. 6-7.

öneriler izleyen başlık altında incelenecektir.

5. RIDGE PARAMETRESİNİN SAPTANMASI VE ÖNEMİ

İstatistikçilerden bazıları k^* 'ın tek bir değer olmadığını, ancak $\hat{\beta}_{EK}$ 'dan dahi iyi olan $\hat{\beta}_{RR}$ 'nin her zaman bulunabileceğini belirtmişlerdir (11).

Ridge parametresi k^* 'ın saptanması, çoklu bağıntı varlığında kestirimlerin olabildiğince küçük varyansa sahip olması ve yanlılığı bakımından önemlidir. σ^2 'nin küçük olduğu çoklu bağıntılı verilerde k^* 'nın 0,198-0,272 arasında değişebileceği ileri sürülmektedir (12).

$[0-1]$ aralığında değer alan k^* 'ın belirlenmesine ilişkin verilen önerilerden bazıları şunlardır:

i) k^* 'ın $[0-1]$ aralığındaki değerlerine karşı bu değerlerden bulunan $\hat{\beta}_j$ 'lerin tek tek çiziminden oluşan ridge izinden yararlanılır (13). Her $\hat{\beta}_j$ için çizilen eğrilerin yatay eksene para-

---

(11) Hoerl and Kennard, "Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems" Technometrics, 12, 1970 b, s. 70.
(12) Gunst and Mason, "Biased Estimation in Regression: An Evaluation Using Mean Squared Error", JASA, 72, s. 620.
(13) Hoerl, Kennard and Baldwin, "Ridge Regression : Some Simulations" Communications in Statistics, 4(2), 1975, s. 115.

lel olmaya başladıkları k^* değeri, ilgili olaya ait ridge regresyon modeli için ridge parametresi olarak belirlenir. Bu belirleme yöntemi uygulamada çok sık kullanılmaktadır.

ii) Ridge parametresi k^* 'nın belirlenmesinde yararlanılan diğer bir faktör varyans büyütme çarpanıdır. Varyans büyütme çarpanının 1 ile 10 arasındaki değerlerine karşılık gelen k^* 'ın belirlenmesi önerilmektedir. Fakat ridge parametresi k^* 'ın belirlenmesinde eğer varyans büyütme faktöründen yararlanılıyorsa genellikle uygulama 7 ve civarındaki değerlere karşılık gelen k^* değeri benimsenmektedir (14).

iii) Çoklu bağıntı varlığında en küçük hatayla kestirim yapabilmek için kullanılan ridge yönteminde k^* 'ın aşağıdaki formüllerle belirlenmesi önerilmektedir (15):

$$k^* = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'_{EK}\hat{\beta}_{EK}} \qquad (3.24)$$

veya

$$k^* = \frac{k\,\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'_{EK}\hat{\beta}_{EK}} \qquad \text{(k bağımsız değişken sayısı)}(3.25)$$

---

(14) Marguard and Snee, 1973.
(15) R.W.Farebrother, "The Minimum Mean Square Error Linear Estimator and Ridge Regression" Technometrics Vol 17, No. 1, February 1975, s. 128.

Bu belirleme yöntemi çoklu bağıntının çok kuvvetli olması durumunda, en küçük kareler yöntemine göre β parametre kestirimleri güç bulunduğundan, uygulamada pratik bir yöntem değildir. Eğer çoklu bağıntı derecesi çok yüksek değilse, bu durumda uygun bir belirleme şekli olacaktır.

iv) (3.25)'da gösterilen k^* parametresine eşdeğer olan

$$k^* = \frac{k\,\hat{\sigma}^2}{\sum_{j=1}^{k} \hat{\alpha}_j^2} \tag{3.26}$$

şeklindeki k^* değeri, ridge parametresi olarak alınmaktadır (16).

Ridge parametresinin uygulamada bu yolla hesaplanabilmesi için $\hat{\alpha}_j$, temel bileşenler regresyonuna ait kestiricinin elde edilmesi gerekmektedir.

Çoklu bağıntı varlığında ridge regresyon yöntemiyle parametre kestirimi yaparken, ridge parametresinin belirlenmesiyle ilgili başka yollarda önerilmiştir (17). Fakat bu yöntemler uygulamada henüz kullanılmadığından burada açıklamalarına yer verilmemiştir.

---

(16) Hoerl, Kennard and Baldwin, s. 109.
(17) J.F.Lawless, "Ridge and Related Estimation Procedures: Theory and Practice". Commun-Statist. Theor. Meth. A7(2), 1978, s. 143.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

RIDGE REGRESYON YÖNTEMİNİN TÜRK EKONOMİSİNİN ENFLASYON ANALİZİNDE KULLANILMASINA İLİŞKİN UYGULAMA DENEMESİ (1963-1983)

1. ENFLASYON ANALİZİNİN ÖNEMİ

Son yıllarda bütün dünya ülkelerinde hızlanan enflasyon, ithal edilen enflasyon sorununu dünya gündeminin ilk sıralarına getirmektedir. Yaşanan hızlı enflasyon dönemlerinin ağırlığı ve ciddiyeti oldukça yoğundur.

Enflasyon, ekonomilerin iç konjonktürüyle ilgili olarak sanayileşmiş, az gelişmiş veya gelişmekte olan ülkelerde oluşabilen bir olaydır. Fiyat artışlarının ekonomik büyüme ve gelişme üzerindeki etkilerinin belirlenmesi için fiyatlarla ilişkisi olan göstergelerin ele alınıp değerlendirilmesi gerekir.

Enflasyon, şekilleri ve nedenleri ne olursa olsun, bir toplumun gelirlerinin dağılımı, harcamaların yapısı, maliyetlerin oluşumu veya bileşimi, kaynaklarının ve külfetlerinin paylaşılmasında karşılaştığı değişmelerin bir simgesidir. Olayların şiddeti ve devamlılığı ekonomik koşulların ve sistemin yapısındaki değişmelerden ileri geldiği gibi, bazen yapısal değişmenin nedeni de olabilir. Bu nedenler enflasyon konusunun incelenmesi gereğini ortaya koymuştur.

2. ENFLASYONUN NEDENLERİ

Fiyat indekslerinin sürekli yükselişleri olarak tanımlanan enflasyon çok yönlü, çeşitli nedenlerden kaynaklanabilen ve ekonomik-toplumsal yaşamın hemen her yönünü etkileyen bir olgudur. Ekonomik ve toplumsal yaşamın hemen hemen her yönünü etkilemesi, enflasyonun en temel niteliğidir.

Enflasyonun açıklanması, temel nedenleri, işleyişi ve sonuçları konusunda iktisatçılar arasında görüş birliği bulunmaz. Karşıt düşünce ve açıklamaların öne sürülmesi de doğal olarak kaçınılmazdır.

Çalışmamızda enflasyon konusundaki görüşler iki grupta toplanmıştır (1):

i) Paracı ve Keynesci kuramlar,

ii) Enflasyon süresinde ekonomik ve toplumsal yapının önemini vurgulayan "yapısalcı" kuramlar.

Söz konusu görüşler izleyen paragraflarda ele alınacaktır.

2.1 Paracı ve Keynesci Kuramlar

Keynesgil model, özünde milli gelir ve istihdam seviyesini belirlemeyi amaçlar. Modelin belkemiği olan tasarruf-yatırım eşitliği enflasyona, toplam talep-toplam arz kavramları ile yaklaşır. Toplumun tasarruf oranı veri olarak alınır ve ekonomide atıl kaynaklar bulunduğu varsayılırsa, ekonominin toplam hasılası, tasarrufları yatırımlara eşitleyecek bir düzeyde olacaktır. Bu iddia keynesgil eksik-istihdam dengesi düşüncesine dayanır. Tam istihdam durumunda ise tasarruf-yatırım eşitliği üretimdeki değişmeyle değil, fiyatlardaki değişmeyle sağlanır. Toplam harcamalar toplam reel hasıladan büyük olduğu sürece fiyatlar ikisi arasında denge sağlanıncaya kadar yükselecektir. Denge yeniden sağlandığında da fiyat yükselişi (enflas-

---

(1) Hasan Olgun, Türkiye'de Ödemeler Dengesi, Para ve Enflasyon , Mart 1982, Ankara, s. 1.

yon) sona erecektir.

Fakat bu modelde toplam harcamalardaki artışın finansman biçimi ve harcamalardaki artışla birlikte artan gelirin para talebi üzerindeki etkileri dikkate alınmamıştır. Bu nedenle enflasyon analizindeki yararı sınırlandırılmış olmaktadır (2).

Keynesgil modelde uzun süre paranın fiyatla ilişkisi gözden uzak tutulmuştur. Keynes'den önce, klasik miktar teorisine göre para arzının artışı ekonomideki bazı değişkenleri etkilemektedir. Fiyatlar ile para arzı artışları arasındaki ilişki bugüne dek yapılan araştırmalarla kanıtlanmıştır.

Friedman'a göre fiyatlar genel seviyesi bir yandan parasal genişleme oranına, bir yanda da gelir seviyesi ile beklenen gelir seviyesi arasındaki farka bağlı olarak değişir. Parasal genişleme oranı sabit kaldığında, uzun dönemde beklenen gelirle güncel gelir arasındaki fark ortadan kalkacağından fiyatlar genel seviyesi yalnızca para hacmine bağlı olarak belirlenmiş olacaktır (3).

Görüldüğü gibi paracı ve Keynesci kuramlar tek başına Türkiye'deki enflasyonu gerçekçi bir biçimde açıklayamamaktadırlar.

---

(2) Onur Kumbaracıbaşı, "Türkiye'de Enflasyon ve Nedenleri", İktisat ve Maliye, 1972, s. 6.
(3) Ülkü Şişik, Enflasyon Kuramında Gelişmeler ve Türkiye'de Enflasyon: 1962-1977 , T.O.D.A.İ.E.Y. No: 197, 1982, s. 13.

2.2 Yapısalcı Kuramlar

Enflasyonun yapısal etkenlere dayandırılarak incelenmesi gerektiğini savunan görüş daha çok gelişmekte olan ülkelerde ortaya atılmıştır.

Bu görüşte temel düşünce, enflasyon sürecinin incelenmesinde enflasyonist baskıların kaynakları ile enflasyonu sürdüren mekanizmalar arasında bir ayırım yapılması gerektiğidir.

Enflasyonist baskıların kaynakları analitik açıdan

i) Ekonomik ve toplumsal sistemin yetersizliklerinden doğan baskılar,

ii) Birikimli enflasyonist baskılar olarak ikiye ayrılır (4).

Ekonomik ve toplumsal sistemin yetersizlikleri çeşitli biçimlerde ortaya çıkabilir. Artan talep karşısında tarımsal üretimin artamaması, sanayinin girdi ve teknoloji bakımından dışa bağımlı olması, ihracat gelirinin düzensizliği ve yetersizliği, alt yapı yatırımlarının yetersizliği, vergi sistemindeki çarpıklıklar ve devletin vergi gelirlerini kısa dönemde önemli ölçüde arttırmadaki güçlükler, yapısal yetersizliklere birer örnektir.

---

(4) Hasan Olgun, s. 12.

Enflasyonist baskılar enflasyonu sürdüren mekanizmalar aracılığıyla geliştirilir ve sürdürülür; toplumdaki çeşitli kesimler ekonomik konumlarını korumak ya da geliştirmek için sürekli mücadele içerisindedirler. Toplumsal kesimler enflasyon karşısında çıkarlarını korumak için örgütlenirler ve politik baskı grupları oluşturarak milli gelirden aldıkları payları korumak ya da arttırmak amacıyla gelirlerini arttırmaya çalışırlar.

Enflasyonu sürdürücü mekanizmalardan birisi de özel ve kamu sektörünün kaynak arttırma isteğidir. Kamu sektörü yatırım-üretim hedeflerini gerçekleştirecek finansman kaynaklarını iç ve dış borçlanmayla karşılamaya gidince reel kaynaklar üzerine bir baskı yaratılır. Bununla beraber bütçe açıklarından kaynaklanan para arzı artışları enflasyonu sürdüren dinamik bir mekanizma haline dönüşür.

Yapısalcı kuramların en önemli özelliği, temel olan ekonomik-politik-toplumsal yapı ile bu yapı içerisinde yer alan ve enflasyonist süreci uyaran ve sürdüren çeşitli mekanizmaları incelemesidir.

Enflasyon sürecinde ekonomik ve toplumsal yapının önemini vurgulayan bu görüşlerin temel eğilimi, enflasyonun nedeni olarak para arzı artışları ve kötü para politikasını gösterme çabalarıdır.

Fakat gerçek bir enflasyonist süreçte bir tek neden aramak soruna çözüm getirmez. Bir tek neden olsa bile, zamanla enflasyonu körükleyecek ve sürdürecek yeni faktörlerin artaya çıkacağı unutulmamalıdır.

3. TÜRKİYE'DE ENFLASYON

3.1 Türk Ekonomisinde 1963-1983 Döneminde Enflasyonun Seyri

Türkiye İkinci Dünya Savaşı'ndan bu yana zaman zaman hızlanan fiyat artışları dönemleri geçirmiştir. Bunlardan 1950'lerde yaşanmış olanı ekonominin liberal döneme geçişiyle birlikte gelmiştir. 1950'lerin ilk yıllarında yüksek sayılan ulusal gelir artışlarıyla birlikte hızlı sayılmayan fiyat artışları ortaya çıkmıştır. 1954-58 yılları arasında ise ulusal gelir artışları azalırken parasal genişleme hızı ve enflasyon oranı artışlar göstererek % 20'ye kadar ulaşmıştır (5). 1960'larda enflasyonun önemli ölçüde denetim altında tutulmasına karşılık 1970'lerde çift basamaklı sayılara yükselmiştir.

Ülkemizdeki bu yüksek enflasyon bizi, açıklamasını yaptığımız Ridge Regresyon yöntemini enflasyon analizinde kullanmaya yöneltmiştir. Türkiye'de enflasyon İkinci Dünya Savaşı'ndan bu yana ya-

---

(5) Aslan Başer Kafoğlu, Enflasyon (Gelişmiş ve Azgelişmiş Ülkelerde) Tekin Yayınevi, İstanbul 1979, s. 194.

şanan bir olay olmakla beraber, çalışmamızda 1963-1983 dönemine ilişkin enflasyon oranları incelenmeye alınmıştır. Çünki:

- 1963 yılından önceki yıllara ait veriler sağlıklı değildir.
- 1963 yılı planlı döneme geçiş yılı olduğundan ekonomik olayların gelişiminin incelenmesi önem kazanmıştır. Ekonomideki genel pahalılık hakkında fikir veren ve Çizelge 1'de yer verilen GSMH deflatörü değerlerinden görülebileceği gibi enflasyon oranı 1963 başlangıç yılına göre sürekli bir artış yönünde değişme göstermiştir.

ÇİZELGE - 1

Türkiye'de 1963-1983 Gayrisafi Milli Hasıla Fiyat Deflatörü

Yıllar	GSMHF Deflatör İndeksi
1963	100
1964	102,6
1965	107,6
1966	113,9
1967	121,3
1968	126,1
1969	132,8
1970	148,5
1971	175,8
1972	204,5
1973	249,7
1974	320,6
1975	372,5
1976	430,4
1977	541,2
1978	778,1
1979	1331,3
1980	2712,7
1981	3883,4
1982	4902,5
1983	5430,7

Kaynak: Alptekin Erdoğan, Türk Ekonomisinde Enflasyon ve Etkilerinin Ekonometrik Analizi, Mart 1984, s. 57.

3.2 Türk Ekonomisinin Enflasyonu Etkileyen Yapısı

Bir ekonominin enflasyon analizi bakımından önemli olabilecek çeşitli yapısal özellikleri vardır. Türk ekonomisinin enflasyonla ilişkili önemli yapısal özellikleri ise sürekli işsizlik, imalat sanayinin girdi ve yatırım malları bakımından (ithalata) dışa bağımlılığı, tarım ürenlerinin ihracat içindeki ağırlığı ve vergi gelirlerinin kısa dönemde artırmadaki güçlüklerdir.

Gelişmekte olan bir ülke olarak Türkiye'de kalkınma atılımının büyük yükünü devletin üstlenmesi, bütçesinin milli gelire oranla büyümesine yol açmıştır (6). Devlet harcamaları devamlı artarken devlet gelirlerinin artışı aynı oranda olmamıştır. Aralarında önemli bir fark vardır ve bu fark giderek büyümektedir.

Bir taraftan devlet harcamaları artar, diğer taraftan da devlet gelirleri bu harcamaları karşılayamazken, para arzı artışı hızlanmıştır. Para arzı artışı ile fiyatlarda hızlı yükselmeler gözlenmiştir (7).

Bu gözlemlere dayanarak enflasyonun analizinde iki modelin kullanılması uygun görülmüştür. İzleyen paragraflarda ayrı başlık-

---

(6) İ.Hakkı Düğer, Enflasyon ve Parasal Dinamikleri, (Türkiye: 1963-77) Anadolu Ün.Yayını No: 23, Eskişehir, 1983, s. 66.
(7) İ.Hakkı Düğer, s. 67, Özhan Uluatam, Enflasyon ve Devlet Gelirleri , Ankara Ün.Siyasal Bil.Yayını No: 462, 1981, s. 26.

lar altında modellerle ilgili değişkenler ve ulaşılan sonuçlar açıklanmıştır.

3.3 Enflasyonun Ridge Regresyon Yöntemiyle Analizi

3.3.1 Enflasyonun Para Arzı ve Emisyon Hacmiyle Açıklanması

Planlı dönemdeki fiyat artışlarının para arzındaki aşırı artışlardan kaynaklandığı görüşünden hareketle, enflasyonun oluşmasında çok önemli payı olan faktörler olarak;

- Para Arzı ve
- Emisyon Hacmi

öncelikle alınmıştır.

$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$ doğrusal regresyon modelindeki değişkenleri tanımlarsak;

Y = GSMH Fiyat Deflatörü,

X_1= Para Arzı,

X_2= Emisyon Hacmi.

Bu değişkenlere ait veriler Çizelge 2'de verilmiştir.

ÇİZELGE - 2

Türkiye'de 1963-1983 Döneminde Para Arzı ve Emisyon Hacmi

(Milyon TL)

Yıllar	Para Arzı	Emisyon Hacmi
1963	12.167	5.581
1964	13.999	6.611
1965	16.434	7.347
1966	19.780	8.351
1967	22.682	9.948
1968	25.968	9.925
1969	30.127	10.974
1970	35.256	13.915
1971	43.622	17.032
1972	52.891	20.055
1973	69.803	25.332
1974	88.699	32.860
1975	117.639	40.938
1976	156.382	52.061
1977	209.119	77.881
1978	283.595	113.662
1979	444.488	182.877
1980	704.010	278.615
1981	972.043	386.445
1982	1.341.911	542.724
1983	1.904.859	730.500

Kaynak: 1983 Yıllık Ekonomik Rapor, T.C.Maliye Bakanlığı, s. 49; T.C.Merkez Bankası Yıllık Rapor, 1983, s. 129; Alptekin Erdoğan, s. 108.

Fiyat hareketlerinin izlenmesinde çeşitli göstergeler kullanılmakta ve enflasyonist gelişme bunlarla ölçülmektedir. Milli hasıla fiyat deflatörü indeksi ekonomideki genel pahalılık hakkında fikir vermektedir (8). Bu nedenle bağımlı değişken indeks olarak alındığı için regresyon modelinde yer alan bağımsız değişkenlerle ilgili veriler de 1963 yılı temel yıl olmak üzere indeks şeklinde alınmıştır. Çizelge 3'de bu indekslere yer verilmiştir. Amaç, para arzının ve emisyon hacminin enflasyon üzerindeki etkilerini görmektir.

---

(8) Alptekin Erdoğan, Türk Ekonomisinde Enflasyon ve Etkilerinin Ekonometrik Analizi, DPT Ücretler ve Gelirler Dairesi Başkanı, Mart 1984, s. 155.

ÇİZELGE - 3

Para Arzı ve Emisyon Hacmiyle İlgili İndeksler(1963=100)

Y	X_1	X_2
100	100	100
102,6	115,0	118,5
107,6	135,1	131,5
113,9	162,6	149,6
121,3	186,4	178,2
126,1	213,4	177,8
132,8	247,6	196,6
148,5	289,8	249,3
175,8	358,5	305,2
204,5	434,7	359,3
249,7	573,7	453,9
320,6	729,0	588,5
372,5	966,9	735,5
430,4	1285,3	932,8
541,2	1718,7	1395,5
778,1	2330,9	2036,6
1331,3	3653,2	3276,8
2712,7	5786,2	4992,2
3883,4	7989,2	6924,3
4902,5	11029,1	9724,5

Para arzının ve emisyon hacminin enflasyon üzerindeki etkilerini görebilmek üzere regresyon modelimizdeki $\hat{\beta}_j$ kestirimleri en küçük kareler yöntemiyle elde edilmiştir.

$$\hat{\beta}_1 = 0{,}54$$

$$\hat{\beta}_2 = -\ 0{,}097$$

$$\hat{\beta}_0 = -\ 35{,}38$$

$$R^2 = 0{,}99$$

olarak bulunmuştur (9).

Görüldüğü gibi, pozitif olması söz konusu olan $\hat{\beta}_2$'nin değeri negatiftir. $\hat{\beta}_2$'nin negatif bir değere sahip olması, emisyon hacmiyle enflasyondaki değişme arasında ters yönlü bir ilişkinin olduğunu göstermektedir; teorik bekleyişe oldukça ters bir durum ortaya çıkmıştır. Bu nedenle veriler standartlaştırılırılıp $W'W=R$ korelasyon matrisine bakılmış ve bu dönüşüm sonucu hataların normal dağıldığına (19), Durbin-Watson test istatistiğide 1.29 çıktığın-

---

(9) Çalışmamızda yapılan hesaplamaların tümü Dr.Aydın Erar tarafından hazırlanan "Rıdge Regression" bilgisayar programı yardımıyla sonuçlandırılmıştır.

(10) Draper, Smith, "<u>Applied Regression Analysis</u>, Second Edition, John Wiley and Sons, s. 23.

dan otokorelasyon olmadığına karar verilmiştir.

Veriler standartlaştırıldığında $W'W = R$ korelasyon matrisi Çizelge 4'deki gibidir.

ÇİZELGE - 4

$W'W=R$ Korelasyon Matrisi

	X_1	X_2	X_3
X_1	1.000	1.000	0.995
X_2		1.000	0.995
$X_3=Y$			1.000

Korelasyon matrisinden görüldüğü gibi bağımsız değişkenler arasındaki ilişki tamdır. Bu korelasyon matrisiyle ilgili ve bilgisayar yardımıyla hesaplanan diğer özellikler aşağıda açıklanmıştır:

1) det $(W'W) = 0{,}0006$

2) Standartlaştırılmış X matrisi için $W'W$ matrisinin öz değerleri büyüklük sırasına göre

$$\lambda_1 = 1{,}99972 \qquad \lambda_2 = 0{,}00028 \quad \text{dir.}$$

Ayrıca

$$\frac{\lambda_{mak}}{\lambda_{min}} = 7141{,}8521 > 10$$

olduğundan, model çoklu bağıntılı bir modeldir.

3) VBÇ ları $(W'W)^{-1}$ in köşegen elemanları $C_{jj}=1/\lambda_j$ $(j=1,2)$ ler olduğundan ve $\lambda_{mak}/\lambda_{min}$ oranının çok büyük olması, λ_{min} değerinin çok küçük olmasını gerektirir. Bu nedenle küçük özdeğer VBÇ nını büyütür.

Ayrıca $VBÇ_j = (1-R_j^2)^{-1}$ olduğundan, R_j^2 değerleri de VBÇ nını oldukça arttırmaktadır.

ÇİZELGE - 5

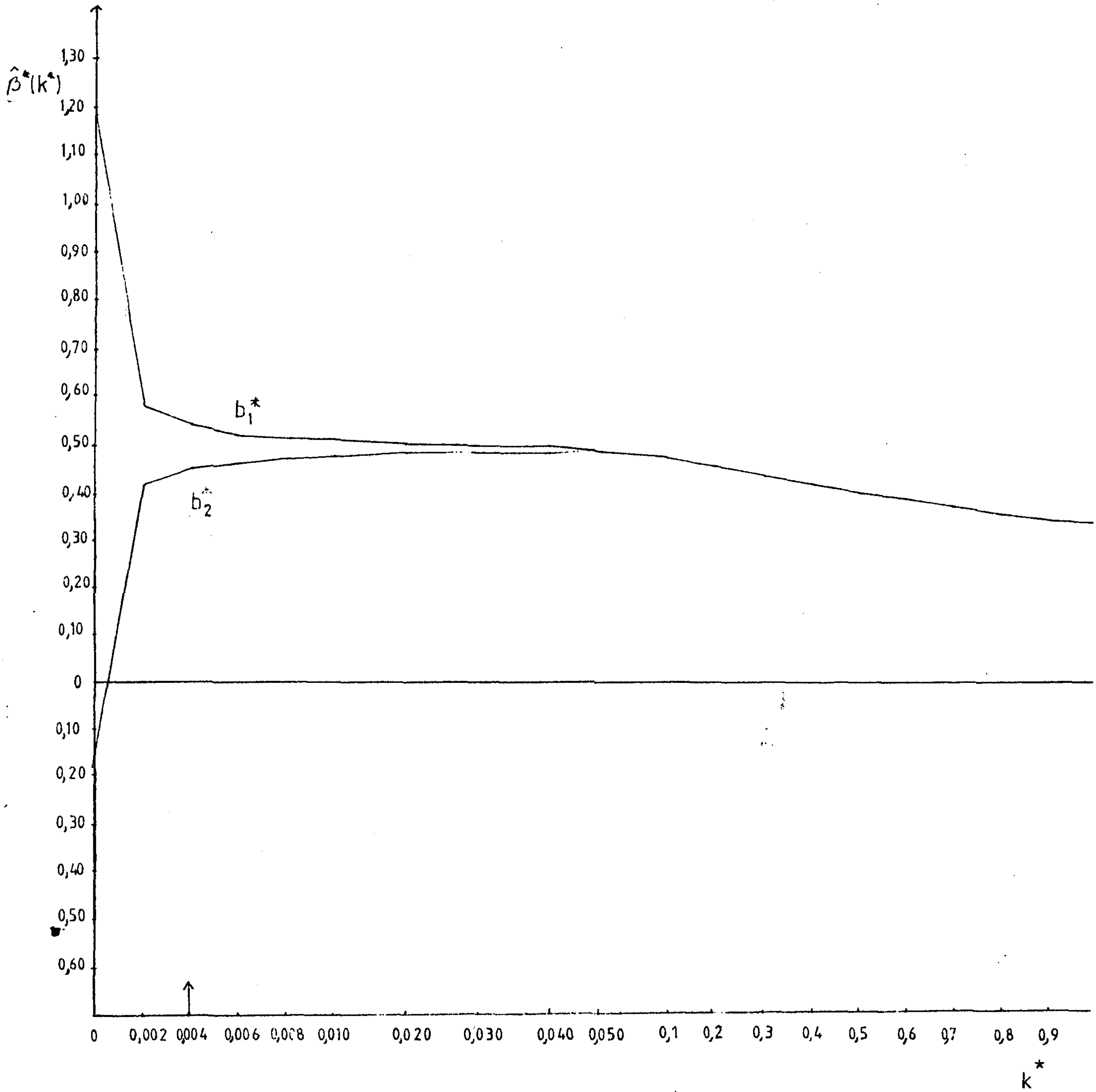
Standartlaştırılmış Verilerle Hesaplanan EKK Kestirimleri Ve Çoklu Bağıntı Göstergeleri

Değişken	$\hat{\beta}_j^*$	VBÇ	R_j^2	F
1	1,18234	1764,8152	0,9994	1,28666
2	-0,18734	1764,8152	0,9994	0,03230

$W'W$, VBÇ ve $\Sigma \lambda_j^{-1}$ ölçütlerinden görüldüğü gibi para arzı ile emisyon hacmi arasında kuvvetli bir iç ilişki vardır. β katsayılarında çoklu bağıntının etkilerini görebilmek üzere k^* nın $[0-1]$ aralığındaki değerleriyle hesaplanan ve Çizelge 6'da yer alan $\hat{\beta}^*(k^*)$ kestirimlerine dayanılarak çizilen ridge izi Şekil 1'de gösterilmiştir.

ÇİZELGE - 6
Ridge Kestirimleri

k^*	$b_1^* = \hat{\beta}_1^*(k^*)$	$b_2^* = \hat{\beta}_2^*(k^*)$	$\hat{\sigma}$	ENBVBÇ
0,002	0,582	0,412	155,7	27,4236
0,004	0,542	0,451	162,6	7,9711
0,006	0,527	0.465	169,1	3,8371
0,008	0,519	0,472	175,4	2,3129
0,010	0,514	0,476	181,4	1,5873
0,020	0,502	0,483	208,8	0,5895
0,030	0,497	0,484	232,7	0,3972
0,040	0,493	0,483	254,2	0,3276
0,050	0,489	0,482	273,9	0,2940
0,100	0,476	0,472	354,0	0,2409
0,200	0,453	0,451	468,2	0,2102
0,300	0,433	0,432	552,2	0,1906
0,400	0,415	0,414	619,2	0,1745
0,500	0,398	0,398	675,1	0,1606
0,600	0,383	0,382	722,7	0,1483
0,700	0,369	0,368	764,3	0,1375
0,800	0,356	0,355	300,9	0,1278
0,900	0,343	0,343	833,6	0,1191
1,000	0,332	0,331	862,9	0,1113



Şekil 1: Ridge İzi

Şekil 1'den görülebildiği gibi $\hat{\beta}_1^*(k^*)$ katsayıları k^* nın artan değerleriyle sıfıra yaklaşmamaktadır. Bu nedenle her iki bağımsız değişken modelde alıkonmalıdır.

Ridge izi X_2'nin katsayısının işareti ve X_1 ile X_2 'nin katsayısının büyüklükleri hakkında bilgi vermektedir.

$k^* = 0{,}004$ için

$\hat{\beta}^*(k^*) = (0{,}5418 \quad 0{,}4512)$

VBÇ = (7,97 7,97)

$R^2 = 0{,}988$

$\hat{\sigma}^2 = 26440{,}347$

$\hat{\sigma} = 162{,}60$

sonuçları bilgisayar çıktılarından alınmıştır. Ridge parametresi k^*, varyans büyütme çarpanından ve ridge izinden yararlanılarak $k^*=0{,}004$ değeri benimsenmiştir. Yani varyans büyütme çarpanının 7 civarında olduğu ve çizilen ridge izinde k^* daki artışlara karşı olan değişikliğin çok yavaşladığı yatay eksene paralel olmağa başladığı noktaya karşılık gelen $k^*=0{,}004$ $\hat{\beta}^*(k^*)$ nın kestiriminde kullanılacak değer olmuştur.

Buna göre para arzı ve emisyon hacmiyle açıklanan, GSMHF deflatör indeksi arasındaki ilişkiyi gösteren modelimiz aşağıdaki gibidir:

$$\hat{Y} = - 22,37 + 0,2475X_1 + 0,2346X_2$$

% 98 belirleyicilikle para arzındaki bir birim artışın enflasyona etkisi % 24, emisyonun etkisi ise % 23 olacaktır.

1963-1983 döneminde Türkiye için çok önemli bir sosyal ve ekonomik sorun olan enflasyon ridge regresyon yöntemiyle analiz edildikten sonra elde edilen β kestirimleri incelendiğinde, bunların teorik bekleyişlerle uygunluk içinde olmakla beraber, standart hatanın ($\hat{\sigma}$ = 162,60) büyük çıkması düşündürücü olmaktadır. Bu durum, enflasyonun nedenlerinin yalnızca para arzı ve emisyon hacmindeki artışların olamayacağını açıkça göstermektedir. Bunun için enflasyon analizinde daha geniş kapsamlı bir model denenecektir.

3.2.2 Enflasyonun Daha Geniş Tanımlı Modelle Açıklanması

Türkiye ekonomisi 1970'lerin başından bu yana gittikçe hızlanan bir enflasyon sürecine girmiştir. Enflasyon olgusu bir taraftan dünya konjonktüründeki olumsuz gelişmeler ve ülkemizde talebin yapay bir biçimde parasal yönden desteklenmesi (1971-1976 yılları arasında para arzındaki yıllık ortalama artış oranı % 27,5 dir) (11), diğer taraftan döviz ve enerji darboğazlarının yarattığı üretim eksiklikleri nedeniyle sürekli ve şiddetli bir hale gelmiştir.

Petrol fiyatlarındaki aşırı artışlarla beraber dış ticaret açığı büyümüş ve bu açık son yıllarda çok büyük boyutlara ulaşmıştır. İhracatın istenilen düzeyde gerçekleşmemesi, ithal edilen mal fiyatlarının dünya pazarlarında yükselmesi, sanayimizin dışa bağımlılığının giderek artması ve petrol tüketimindeki hızlı gelişmeler enflasyonu etkileyen etkenlerdir (12).

Tarım ülkesi olan Türkiye'nin ihracatında tarım ürünleri ağırlığını kısmen korumaktadır. Bu nedenle tarım sektörüne destekleme politikası uygulanmaktadır.

Desteklenmesi öngörülen tarımsal ürünlerin alımları Bakanlar Kurulu tarafından her yıl saptanan fiyatlar üzerinden ilgili kamu kuruluşlarınca üreticiden satın alınması biçiminde yürütülmektedir.

Destekleme alımlarının fiyatları üç yoldan etkilediği görüşüne göre, alımların finansmanı Merkez Bankası'nca emisyon yoluyla karşılandığı oranda ortaya çıkan para arzı artışları toplam talebi arttırmaktadır (13). İkinci olarak tarımsal ürünlerin girdi

---

(11) Beyhan Ataç, "Kuramda ve Türkiye'de İstikrar Politikası Açısından Parasal ve Mali İşlemler"; EİTİA Yayınları, No: 131, s. 29.
(12) Dördüncü Beş Yıllık Kalkınma Planı, s. 53.
(13) Hasan Olgun, s. 58; Ahmet Ertuğrul, "Kamu Açıkları Para Stoku ve Enflasyon". Ankara, Mayıs 1982, s. 174.

olarak kullanılması üretim sektörlerinin maliyetlerini etkilemektedir. Son olarak da destekleme politikası tüketim eğilimi yüksek sayılabilecek kitlelere gelir sağlayarak toplam talebi arttırmaktadır.

Bütün bu görüşlerin ışığında Türkiye'deki enflasyonu bir veya iki etmene bağlamaktan kaçınarak, sekiz değişkenli bir modele yer verilecektir.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5 + \hat{\beta}_6 X_6 + \hat{\beta}_7 X_7$$

modeline alınan değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

Y = GSMH Fiyat Deflatörü

X_1 = Para Arzı

X_2 = Bir önceki dönem (t_{-1}) Para Arzı

X_3 = Cari Tüketim Harcamaları

X_4 = Cari Yatırım Harcamaları

X_5 = Destekleme Alımı Kredileri

X_6 = Petrol Fiyatı (Ton)

X_7 = Sanayi Girdi Fiyatı

Sözkonusu değişkenlerden GSMH fiyat deflatörüne daha önce Çizelge 1'de yer verildiğinden, bir önceki dönem para arzı Çizelge 7'de yer alan para arzı verilerinden belirlenebileceğinden, sanayi girdi fiyatlarına ilişkin verilerle ilgili bilgiler indekslerde yer aldığı için Çizelge 7'de sekiz değişkenden sadece beşi gösterilmiştir.

Ekonomideki genel pahalılık hakkında fikir veren gayri safi milli hasıla fiyat deflatörü doğrusal regresyon modelinde bağımlı değişken olarak yer almaktadır. Bu bağımlı değişken indeks olarak alındığı için modeldeki bağımsız değişkenlerle ilgili verilerinin de 1963 yılı temel yıl olmak üzere indeks şeklinde alınmıştır ve Çizelge 8'de bu indeksler gösterilmiştir. Amaç para arzı, tüketim ve yatırım harcamaları, petrol fiyatları, destekleme kredileri ve sanayi girdi fiyatlarının enflasyon üzerindeki etkilerini belirlemektir.

ÇİZELGE - 7

Ekonomik Değişkenlerle İlgili Veriler

(1963-1983)

Yıllar	Para Arzı (Milyon TL)	Cari Tüketim Harcamaları (Milyon TL)	Cari Yatırım Harcamaları (Milyon TL)	Destekleme Alımı Kredileri (Milyon TL)	Petrol Fiyatı (TL)(Ton)
1963	12.167	58.430	9.664	1.021	155.25
1964	13.990	60.467	10.277	1.677	209.81
1965	16.434	64.622	11.548	1.041	141.28
1966	19.780	75.624	14.714	2.350	115.51
1967	22.682	83.753	16.854	2.601	108.28
1968	25.968	92.035	20.256	3.443	107.26
1969	30.127	101.661	23.608	4.317	120.57
1970	35.256	120.479	27.342	4.294	158.64
1971	43.622	158.286	32.203	4.977	245.88
1972	52.891	196.748	40.573	6.414	251.00
1973	69.803	247.314	53.416	8.814	412.75
1974	88.699	352.607	72.965	20.125	1.180.41
1975	117.639	440.663	106.703	20.151	1.046.22
1976	156.382	551.996	145.966	35.155	1.375.47
1977	209.119	715.260	199.724	60.908	1.715.75
1978	283.595	979.100	254.300	70.062	2.362.73
1979	444.488	1.705.000	479.000	103.577	5.537.85
1980	704.010	3.562.000	864.000	147.214	18.917.71
1981	972.043	5.251.000	1.213.000	233.805	30.580.31
1982	1.341.911	7.135.000	1.646.900	301.195	40.981.00
1983	1.904.589	9.483.000	2.153.100	195.048	47.789.25

Kaynak: IV.Beş Yıllık Kalkınma Planı, s. 162-163; T.C.Merkez Bankası Yıllık Rapor 1983, s. 102, 122, 129; Alptekin Erdoğan, s. 85-117.

ÇİZELGE - 8

Değişkenlerle İlgili İndeksler (1963=100)

Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
100	100	-	100	100	100	100	100
102.6	115.0	100.0	103.5	106.3	164.3	135.1	102.7
107.1	135.1	115.0	110.6	119.5	102.0	91.0	107.8
113.9	162.6	135.1	129.4	152.2	230.2	74.4	112.2
121.3	186.4	162.6	143.3	174.4	254.8	69.7	122.3
126.1	213.4	186.4	157.5	209.6	337.2	69.1	128.9
132.8	247.6	213.4	174.0	244.3	422.8	77.7	136.5
148.5	289.8	247.6	206.2	282.9	420.6	102.2	153.6
175.8	350.8	289.8	270.9	333.2	487.5	158.4	182.1
204.5	434.7	358.1	336.7	419.8	628.2	161.7	222.4
249.7	573.7	434.7	423.3	552.7	863.3	265.9	264.7
320.6	729.0	573.7	603.5	755.0	1971.1	760.3	322.5
372.5	966.9	729.0	754.2	1104.1	1973.7	673.9	318.6
430.4	1285.3	966.9	944.8	1510.4	3443.2	886.0	371.6
541.2	1718.7	1285.3	1224.1	2066.6	5965.5	1105.2	469.7
778.1	2330.9	1718.7	1675.7	2631.4	6862.1	1521.9	779.2
1331.3	3653.2	2330.9	2918.0	4956.5	10144.7	3567.1	1460.6
2712.7	5786.2	3653.2	6096.2	8940.4	14418.6	12185.3	3152.1
3883.4	7989.2	5786.2	8986.8	12551.7	22899.6	19697.5	4134.5
4902.5	11029.1	7989.2	12211.2	17032.2	29500.3	26373.2	5386.9

Kaynak: Alptekin Erdoğan, s. 61.

Doğrusal regresyon modelinin EKK yöntemine göre elde edilen $\hat{\beta}_j$ kestirim değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\beta}_1 = -0,3522$$

$$\hat{\beta}_2 = 0,02781$$

$$\hat{\beta}_3 = 0,79853$$

$$\hat{\beta}_4 = -0,02707$$

$$\hat{\beta}_5 = 0,022387$$

$$\hat{\beta}_6 = -0,11423$$

$$\hat{\beta}_7 = 0,33018$$

$$\hat{\beta}_0 = 34,47$$

$$R^2 = 0,98$$

$\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_4$ ve $\hat{\beta}_6$ kestirim değerleri negatiftir. Yani para arzı, yatırım harcamaları ve petrol fiyatlarıyla enflasyon oranı arasında ters yönlü ilişki olduğu sonucunu vermektedir. Bu sonuçlar teorik beklentilere uygun değildir. Bu nedenle veriler standartlaştırılıp $W'W = R$ korelasyon matrisi incelenmiş, bu dönüşüm sonucu hataların normal dağıldığına, diğer taraftan Von-Neumann oto korelasyon katsayısı 1.8155 çıktığında otokorelasyon olmadığına karar verilmiştir.

Ham veriler standartlaştırıldığında, $W'W = R$ korelasyon matrisi Çizelge 9 daki gibidir:

ÇİZELGE - 9

$W'W = R$ Korelasyon Matrisi

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1	1,000	0,998	0,995	0,998	0,966	0,981	0,993	0,995
X_2		1,000	0,996	0,997	0,959	0,984	0,990	0,994
X_3			1,000	0,999	0,953	0,995	0,998	0,999
X_4				1,000	0,962	0,989	0,998	0,999
X_5					1,000	0,931	0,958	0,963
X_6						1,000	0,992	0,993
X_7							1,000	0,999
$X_8=Y$								1,000

Korelasyon matrisinden görüldüğü gibi değişkenler arasındaki ilişki oldukça kuvvetlidir. Bu korelasyon matrisinin bilgisayar yardımıyla hesaplanan diğer özellikleri aşağıda açıklanmıştır.

1) $\det(W'W) = 0$

2) Standartlaştırılmış X matrisi için $W'W$ matrisinin özdeğerleri büyüklük sırasına göre;

$\lambda_1 = 6{,}89534$ $\quad\lambda_2 = 0{,}08051$ $\quad\lambda_3 = 0{,}011756$

$\lambda_4 = 0{,}00619$ $\quad\lambda_5 = 0{,}00036$ $\quad\lambda_6 = 0{,}00002$

$\lambda_7 = 0{,}00001$

dir.

Diğer taraftan

$$\frac{\lambda_{mak}}{\lambda_{min}} = 689534 > 10$$

olduğundan, değişkenler arasında şiddetli bir iç ilişki vardır.

3) VBÇ ları $(W'W)^{-1}$ in köşegen elemanları $C_{jj} = 1/\lambda_j$ $(j=1,2,\ldots, 7)$ ler olduğundan ve $\lambda_{mak}/\lambda_{min}$ oranının çok büyük olmasını gerektirdiğinden, bu küçük özdeğerler VBÇ 'nını büyütür. Ayrıca $VBÇ_j = (1-R_j^2)^{-1}$ olduğundan R_j^2 değerleride VBÇ değerlerinin büyük olması ise kuvvetli bir çoklu bağıntının varlığını gösterir.

ÇİZELGE - 10

Standartlaştırılmış Verilerle Hesaplanan EKK Kestirimleri ve Çoklu Bağıntı Göstergeleri

Değişken	$\hat{\beta}_j^*$	VBÇ	F	R_j^2
1	-0,77108	199,0815	7,54735	1.000
2	0,04305	90,7402	0,11323	0,999
3	1,94711	286,9116	23,17078	1,000
4	-0,09305	109,2282	0,36509	0,999
5	0,12070	6,6810	164,19527	0,9776
6	-0,61242	134,8524	10,37617	0,9999
7	0,36449	61,6331	17,59581	0,9997
	$R^2 = 1$	$\hat{\sigma}^2 = 69{,}64128$	$F = 71870{,}029$	

Çizelge 10., yedi bağımsız değişkenli modelde standartlaştırılmış veriler için katsayıların kestirim değerlerini, katsayıların varyans büyütme çarpanını, F istatistiklerini ve $X_j (j=1,\ldots,7)$ değişkeninin diğer değişkenlerle regresyonu düşünüldüğünde modelin belirleyicilik katsayısı olan R_j^2 'leri göstermektedir.

4 - $$\sum_{j=1}^{7} \lambda_j^{-1} = 889{,}128$$

dir. (3.19) denkleminden EKK kestirimi $\hat{\beta}$'nın β'dan uzaklığının karesinin beklenen değeri;

$$E(L_1^2) = (\sum \lambda_j^{-1})\,\sigma^2 = 889{,}128\,\sigma^2$$

dir.

$$E(L_1^2) = \sum_{j=1}^{7} VBÇ_j\,\sigma^2 = \sum_{j=1}^{7} (1-R_j^2)^{-1}\,\sigma^2$$

olduğundan ortogonal bir sistem için $(R_j^2 \approx 0)$, $E(L_1^2) \approx 7\sigma^2$ olmalıdır. Oysa bulunan değer yaklaşık bunun 127 katıdır. Yani oldukça kuvvetli bir çoklu bağıntı söz konusudur.

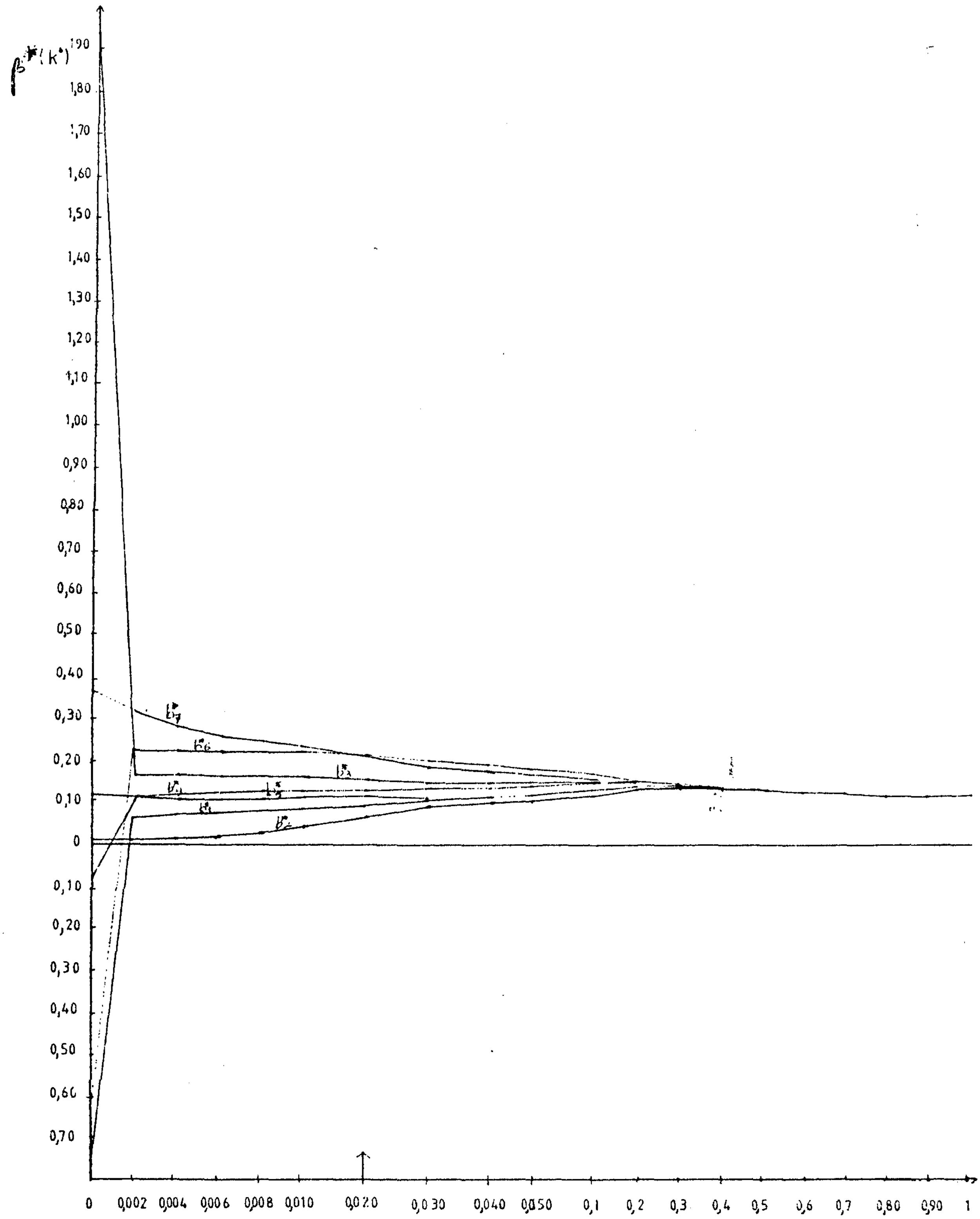
$W'W$, VBÇ ve $\sum \lambda_j^{-1}$ ölçütlerinden görüldüğü gibi enflasyon oranı ile bağımsız değişkenler arasında şiddetli bir içilişki vardır. $\hat{\beta}$ katsayılarını minimum varyansla kestirebilmek için bu çoklu bağıntıyı gidermek gerekir. Ridge regresyon yöntemiyle giderilmeye çalışılan çoklu bağıntının $\hat{\beta}$ katsayılarındaki etkilerini görebilmek üzere $[0-1]$ aralığındaki k^* değerleriyle hesaplanan $\hat{\beta}^*(k^*)$ kestirimleri Çizelge 11'de verilmiştir. Bu kestirimlere dayanılarak çizilen ridge izi ise Şekil 2'de gösterilmiştir.

ÇİZELGE - 11

Rıdge Kestirimleri

k^*	b_1^*	b_2^*	b_3^*	b_4^*	b_5^*	b_6^*	b_7^*		ENBVBÇ
0,002	0,069	0,001	0,167	0,116	0,113	0,225	0,315	40,9	60,3391
0,004	0,075	0,013	0,164	0,129	0,113	0,229	0,283	54,3	33,1582
0,006	0,079	0,026	0,163	0,134	0,113	0,228	0,264	64,5	22,4270
0,008	0,083	0,037	0,162	0,136	0,112	0,226	0,250	72,9	16,4899
0,010	0,087	0,046	0,161	0,137	0,111	0,223	0,240	80,3	13,55
0,020	0,100	0,075	0,159	0,140	0,110	0,210	0,210	108,3	7,3154
0,030	0,108	0,090	0,157	0,141	0,110	0,201	0,195	129,4	5,7647
0,040	0,114	0,100	0,156	0,142	0,110	0,193	0,186	147,1	4,7166
0,050	0,118	0,107	0,155	0,142	0,111	0,187	0,179	162,5	3,9528
0,100	0,127	-,122	0,150	0,142	0,116	0,171	0,163	222,5	1,9988
0,200	0,132	0,130	0,145	0,141	0,121	0,157	0,152	306,9	0,8228
0,300	0,133	0,131	0,142	0,139	0,123	0,150	0,147	370,6	0,4524
0,400	0,132	0,131	0,140	0,137	0,123	0,145	0,143	423,4	0,2891
0,500	0,131	0,130	0,137	0,135	0,123	0,142	0,140	469,1	0,2028
0,600	0,130	0,129	0,135	0,133	0,123	0,139	0,137	509,5	0,1517
0,700	0,129	0,128	0,133	0,132	0,122	0,136	0,135	546,0	0,1188
0,800	0,127	0,127	0,131	0,130	0,121	0,134	0,133	579,4	0,0963
0,900	0,126	0,125	0,129	0,128	0,120	0,131	0,131	610,1	0,0803
1.000	0,124	0,124	0,128	0,127	0,118	0,129	0,129	638,7	0,0685

$b_j^* = \hat{\beta}_j^* (k^*)$



Şekil 2: Ridge İzi

Ridge izi X_1 'in, X_4 'ün, X_6 'nın katsayılarının işareti ve tüm değişkenlere ait büyüklüklerle ilgili yeterince bilgi vermektedir. $\hat{\beta}^*_j(k^*)$ katsayılarının hiçbiri k^* 'nın artan değerleriyle sıfıra yaklaşmadıklarından, değişkenlerin hepsi modelde bırakılacaktır.

$k^* = 0{,}02$ 'de katsayılar kararlı olmaya yönelmişlerdir.

Enflasyon oranına bağımsız değişkenlerin etkilerini gösteren modelimiz aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$\hat{Y} = 0{,}0314\ X_1 + 0{,}0225\ X_2 + 0{,}0687\ X_3 + 0{,}0337\ X_4 + 0{,}0224\ X_5 + 0{,}0420\ X_6 + 0{,}2853\ X_7$$

$$R^2 = 0{,}9995 \qquad \hat{\sigma}^2 = 1673{,}54 \qquad \hat{\sigma} = 40{,}9$$

Modelden görüldüğü gibi 1963-1983 yıllarının gözlemlerine dayanarak yapılan analiz sonucu, fiyat artışlarında en etkili olan sanayi firdi fiyatlarıdır. İkinci sırayı cari tüketim harcamaları, petrol fiyatlarındaki artışlar ise enflasyonu açıklamada üçüncü sırayı almıştır.

Elde edilen sonuçlara göre Türkiye'de enflasyon hızını yavaşlatabilmek, kısa dönemde gerçekleşmesi zor bir iştir. Çünki sanayi mamullerinin üretimde dışa bağımlılığın ve petrol tüketiminin azaltılması, kalkınmakta olan bir ülke için yerine getirilmesi oldukça güç bir olaydır.

Bireysel tüketim harcamalarının azaltılması, toplumda bir davranış değişikliğinin gerçekleştirilmesi anlamına gelir ve kısa zamanda başarılması beklenemez. Ama kamu ve özel tüketim harcamalarının kısılması, gönüllü tasarrufların arttırılabilmesi, zorunlu tasarrufların arttırılmasıyla gerçekleşebilir.

Enflasyonu arttırıcı yönde etkisi olan para arzının azaltılması sıkı para politikasının uygulanmasıyla sağlanabilir. Fakat 1963-1983 yıllarında Türkiye'de bu politikanın yeterince iyi kullanılmadığı ve olumlu sonuçların alınamadığı görülmüştür.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Genellikle sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesi amacıyla kullanılan çoklu regresyon modelinde bağımsız değişkenler matrisindeki en az bir vektör diğer bir vektörle doğrusal olarak bağımlı ise ilişki matrisinin tersi olmayacaktır. İki veya daha fazla bağımsız değişkenin kendi aralarında sıkı bir şekilde bağımlı oldukları durumlarda, istatistikde de çok önemli olan çoklu bağıntı (multicollinearity) konusunu ortaya çıkarmaktadır. İlişki matrisinin determinantı sıfıra yakın olduğu durumlarda matrisin tersi alınabilmekle beraber, en küçük kareler yöntemine göre paremetre kestirimlerinin varyansları büyük ve gerçeğe uygun olmayan değerler olmaktadır. Bu önemli sorunu giderebilmek veya en aza indirgeyebilmek amacıyla önerilen yöntemlerden ridge regresyon yöntemi çalışmamızda incelenmiştir.

Ridge regresyon yöntemi, bir olayın oluşumunda etkili olan bütün faktörlerin modele alınmasını ve etkilerinin birlikte görülmesini sağlayan pratik ve ekonomik bir yöntemdir.

Çalışmamızda 1963-1983 dönemi Türkiye'si için yapılan enflasyon analizinde doğrusal modele alınan değişkenler bir kısır döngü içinde birbirine bağlı olarak değişim gösteren olaylardır. Bu nedenle enflasyonu açıklayabilmek için en küçük kareler yöntemi yetersiz kalmıştır. Uygulanan ridge regresyon yöntemiyle elde edilen sonuçlar, beklentilere uygun sonuçlardır. Yani, enflasyonun oluşmasında etkili olan faktörlerle (genelde ekonomik faktörler) ilgili değişkenlerin katsayı kestirimleri değer ve ilişki yönünden gerçeğe daha uygun olarak elde edilmiştir.

Enflasyonu oluşturan faktörleri, enflasyonu ne yönde ve ne şiddette etkilediğini bir bütün olarak görmek, kalkınmakta olan bir ülke ekonomisi için son derece önemlidir. Yapılan parametre kestirimleri, ekonomik planlamada ve karar modellerinin oluşturulmasında önemli bir yeri olacağı gibi, ekonomik önlemlere de baz oluşturacaktır.

Diğer taraftan mikro düzeyde, işletmeler bütün faktörleri göz önünde bulundurarak, kârlarını maksimize etmek için izleyecekleri politikaları belirlemede de yardımcı olacaktır.

Ekonomide olduğu gibi, sosyal olaylarda, tarımda, psikolojide ve tıpta belli varsayımlar altında çok değişkenli doğrusal regresyon modeli düşünülebilir ve değişkenlerin birbirine bağlılıkları durumunda ridge regresyon yönteminin kullanılması pratik yararlar sağlayabilir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

Ağaoğlu, Embiya : Çoklu Regresyon Analizinin Üretim Maliyeti Kontrolünde Kullanımı, Anadolu Üni.Yayını, Eskişehir, 1983.

Akbulut, Fahrettin : Lineer Cebir, Ege Üniversitesi, 1979.

Ataç, Beyhan : Kuramda ve Türkiye'de İstikrar Politikası Açısından Parasal ve Mali İşlemler, EİTİA Yayınları, No: 131.

Atalay, Mansur : "Çoklu Doğrusal Bağıntı ve Bir Uygulama", Yetki, C. I, S.I, Mayıs, 1982.

Banar Jee Carr : "A Comment on Ridge Regression, Biased Estimation For Non-Orthogonal Problems", Technometrics, Vol. 13, No. 4.

Carl, C.F. : Econometric Models and Methods, John Wiley and Sons, New York, 1966.

Çömlekçi, Neclâ
Yüzer, A.Fuat
Ağaoğlu, Embiya : İstatistik, T.C.Anadolu Üni.Yayınları No. 38, 1984.

Draper, N.R.
Smith, H. : Applied Regression Analysis, Second Edition, John Wiley and Sons, 1981.

Düğer, İ.Hakkı : Enflasyon ve Parasal Dinamikleri (Türkiye: 1963-77), Anadolu Üni.Yayını No: 23, Eskişehir, 1983.

Erar, Aydın : Çoklu Bağıntı Varlığında Doğrusal Regresyon Modellerinde Değişken Seçimi, Ankara, 1982.

Erdoğan, Alptekin : Türk Ekonomisinde Enflasyon ve Etkilerinin Ekonometrik Analizi, DPT Ücretler ve Gelirler Daire Başkanlığı, Mart 1984.

Ertek, Tümay : Ekonometriye Giriş, Orta Doğu Teknik Üni. 1978.

Ertuğrul, Ahmet : Kamu Açıkları Para Stoku ve Enflasyon, Ankara, Mayıs 1982.

Fabrcycy, M. : "Multicollinearity Caused by Specification Error", Applied Statist. 24.

Farebrother, R.W. : "The Minimum Mean Square Error Linear Estimator and Ridge Regression" Technometrics, Vol. 17, No: 1, February 1975.

Farrar, D.E. Glauber : "Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited", Rev. of Econ. and Statist. 49, 1967.

Gunst, R.F. Mason, R.L. : "Biased Estimation in Regression: An Evaluation Using Mean Squared Error", JASA, 72.

Hawkins : "On the Investigation of Alternative Regression by Principal Component Analysis" Applied Statistics, 22, 1973.

Hocking, R.R. : "The Analysis and Selection of Variable in Linear Regression", Biometrics, 32, March 1976.

Hoerl, A.E. Kennard, R.W. : Ridge Regression Biased Estimation For Nonorthogonal Problems", Technometrics, 12, 1970 a.

Hoerl, A.E Kennard, R.W. : "Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems" Technometrics, 12, 1970 b.

Hoerl, A.E. Kennard, R.W. Baldwin : "Ridge Regression: Some Simulations" Communications in Statistics, 4(2), 1975.

Işıkara, Baki : Regresyon Yöntemleri ve Sorunları, İstanbul Üni. N. 2100, 1975.

James, W. Stein : "Estimation with Quadratic Loss", Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Math. Statist and Prob., Berkeley., Berkeley, Üniv. of California Press, Vol. 1, 1961.

Johnston, J : Econometric Methods, 2 nd. Edition, McGraw-Hill Book Company, New York.

Kafaoğlu, A.Başer : Enflasyon (Gelişmiş ve Azgelişmiş Ülkelerde), Tekin Yayınevi, İstanbul 1979.

Kılıçbay, Ahmet : "Ekonometrik Methodlar ve Araştırma", İstanbul Üni. Yayını, No: 2110, İstanbul, 1975.

Korum, Uğur : Matematiksel İstatistiğe Giriş, Ankara Üni. Siyasal Bil.Fakültesi Yayınları No. 317.

Kumbaracıbaşı, Onur : "Türkiye'de Enflasyon ve Nedenleri" İktisat ve Maliye, 1972.

Kutsal, Alâättin Muluk, Zehra : "Uygulamalı Temel İstatistik" Hacettepe Üni.Yayınları, 1975.

Lawless, J.F. : "Ridge and Related Estimation Procedures: Theory and Practice, Commun-Statist. Theor.Meth., A7(2), 1978.

Maddala, G.S. : Econometrics, New York: McGraw Hill Book Company, 1977.

Marquardt, D : "Genearalized Inverses, Ridge Regression, Biased Linear Estimation and Nonlinear Estimation". Technometrics, Vol. 12, No: 3, August 1970.

Marquardt, D
Snee, R.D. : "Ridge Regression in Practice", The American Statistican, Vol. 29, No. 1, February 1975.

Mason, R.L
Gunst, R.F.
Webster, J.T. : "Regression Analysis and Problems of Multicollinearty", Communications in Statistics, 4(3), 1975.

Massey, W.F. : "Principal Component Regression in Explaratory Statistical Research" JASA, 60, 1965.

McDonald, G
Galarneau, D : "A Monte Carlo Evaluation of Some Ridge-Type Estimators", JASA, 70, June 1975.

Murphy, J.L. : Introductory Econometrics, Homewood I 11: R.D. Irwing 1973.

Olgun, Hasan : Türkiye'de Ödemeler Dengesi, Para ve Enflasyon, 1963-1976, Ankara, Mart 1982.

Özkazanç, Önder : Ekonometriye Giriş, Anadolu Üni.İdari Bilimler Fak.Eskişehir, 1983.

Sılvey, S.D. : "Multicollinearity and Imprecise Estimation" Journal of the Royal Statistical Society, B, 35.

Smith, G
Campbell, F : "A Critiqve of Some Ridge Regression Methods" JASA, Vol: 75, N. 369, March 1980.

Şişik, Ülkü : Enflasyon Kuramında Gelişmeler ve Türkiye'de Enflasyon: 1963-1977, T.O. D.A.İ.E.Y. No: 197, 1982.

Uluatam, Özhan : Enflasyon ve Devlet Gelirleri Ankara Ün.Siyasal Bil.Yayını No: 462, 1981.

Webster, J.T.
Gunst, R
Mason, R : "Latent Root Regression Analysis" Technometrics, Vol. 16, No. 4, 1974.

Weisberg, S : Applied Linear Regression,John Wiley and Sons, New York, 1980.

______________ : IV.Beş Yıllık Kalkınma Planı.

______________ : T.C.Merkez Bankası Yıllık Raporu, 1983.

______________ : 1983 Yıllık Ekonomik Rapor, T.C.Maliye Bakanlığı.