

SONLU ELEMANLAR KUVVET METODUNDA
LEVHA SİSTEMLERİN
HİPERSTATİKLİK DERECESİNİN DÜŞÜRÜLMESİ
Riadh M. Shahab AL-JIBOURI

DOKTORA TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yapı Bilim Dalında

1991

SONLU ELEMANLAR KUVVET METODUNDA
LEVHA SİSTEMLERİN
HİPERSTATİKLİK DERECESİNİN DÜŞÜRÜLMESİ

Riadh M. Shahab AL-JIBOURI

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yapı Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Ahmet TOPÇU

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
MERKEZ KÜTÜPHANESİ

Eylül-1991

Riadh M. Shahab Al-Jibouri'nin DOKTORA TEZİ olarak hazırladığı "Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodunda Levha Sistemlerin Hiperstatiklik Derecesinin Düşürülmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce Lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Uye : Prof.Dr. Tanvir WASTİ

Uye : Prof. Ruhi AYDIN

Uye : Doç.Dr. Ahmet TOPÇU (Danışman)

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 06. KASIM 1991 .
gün ve293/5°..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Rüstem KAYA
Enstitü Müdürü

ÖZET

Levha sistemlerin Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu ile analizinde, idealize edilen sistem yüksek dereceden hiperstatik olmaktadır. Bu ise, çözüm için gerekli bilgisayar belleği ve hızı açısından sorun yaratmaktadır. Bu çalışmada, levha sistemlerin hiperstatiklik derecesinin %80 oranında düşürülebileceği gösterilmiştir.

Yöntem, komşu elemanların ortak kenarlarında relatif deplasmanların eşit olacağı ilkesinden hareket ederek komşu kenar sayısı kadar ek denklemleri denge denklemlerine eklemektedir. Sadece denge denklemlerinin sayısını artıran bu yöntem, Klasik Kuvvet Metodunun sistematiğini bozmamaktadır.

SUMMARY

In the analysis of in-plane loaded plate systems by Finite Element Force Method the idealized system is statically indeterminate of higher degree causing some problems regarding the needed memory and computational speed. In this study it has been shown that the degree of indeterminacy of in-plane loaded plate systems can be reduced in proportion to 80% .

The method assumes that the relative displacements at the common sides of the elements adjacent to each other are equal. Thus some additional equations in the number of common sides are added to the equilibrium equations. The method only increases the number of equilibrium equations without violating the systematic of classical Force Method.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Kabuller ve Notasyon	3
2. ELASTİK CİSMİN TEMEL DENKLEMLERİ	5
2.1. Denge Denklemleri	5
2.2. Uygunluk Şartları	8
2.3. Malzeme Kanunları	9
2.4. İki Eksenli Gerilme Hali	11
3. İŞ, ENERJİ VE TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ	14
3.1. Dış Kuvvetlerin İşi	14
3.2. İç Kuvvetlerin İşi	15
3.3. Toplam Potansiyel ve Minimum Olma Prensibi ...	16

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

3.4. Toplam Komplemanter Potansiyel ve Minimum Olma Prensibi	17
3.5. Ritz Metodu	18
4. SONLU ELEMANLAR METODU	20
4.1. Eleman Tipleri	23
5. KUVVET METODU	24
5.1. Temel Bağıntılar	25
5.1.1. Elemanın lineer bağımsız kuvvetleri ve lokal dengesi	26
5.1.2. Elemanda gerilme fonksiyonunun seçimi .	28
5.1.3. Elemanın toplam komplemanter potansiyeli	29
5.1.4. Elemanın toplam komplemanter potansiyelinin minimum olma prensibi .	30
5.1.5. Elemanın transformasyon matrisi	31
5.1.6. Eleman deplasmanları ile sistemin deplasmanları arasındaki ilişki (Kinematik bağ)	33
5.1.7. Sistemin yük vektörü ve düğüm dengesi	35
5.1.8. Sınır şartlarının dikkate alınması ...	37
5.1.9. Sistemin toplam komplemanter potansiyeli	38

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

5.1.10. Sistemin toplam komplemanter potansiyelinin minimum olma prensibi .	39
5.1.11. Sistemin deplasmanları	41
5.1.12. Sistemin süreklilik şartları	41
5.1.13. Denge matrisinin direkt kurulması	42
5.1.14. İzostatik sistemin seçimi	43
6. LEVHA SİSTEMLERİN HİPERSTATİKLİK DERECESİNİN DÜŞÜRÜLMESİ	44
6.1. Üçgen Levha Elemanı	45
6.2. Komşu Kenarlarda Boy Değişiminin Eşitliği	48
6.3. Komşu Kenarlardaki Boy Değişiminin Relatif Deplasmanlar İle İlişkisi	50
6.4. Relatif Deplasmanların Eşitliğinin Kuvvetler Cinsinden Yazılması	52
6.5. Hiperstatiklik Derecesinin Düşme Oranı	54
6.6. Sayısal Örnek	55
6.7. Karşılaştırmalı Test Sonuçları	58
6.8. Yöntemin Başka Tip Elemanlara Uygulanabilirliği	63
7. SONUÇ ve TARTIŞMA	65
KAYNAKLAR DİZİNİ	66

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

ÖZGEÇMİŞ

EK 1. Sayısal Örneklerin Bilgisayar Çıktıları

EK 2. Program Listesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Elastik cisim	6
2.2. dV elemanının x_1 yönündeki kuvvetleri	6
2.3. O_p yüzeyle dV elemanı	7
2.4. Elastik cismin deformasyonu	8
4.1. Sistem idealizasyonu	20
4.2. i. eleman	21
4.3. Eleman tipleri	23
5.1. Eğilmeli kiriş elemanı	26
5.2. Transformasyon	31
5.3. Düğümlerde kinematik bağ	33
5.4. Denge matrisinin direkt kurulması	43
6.1. Üçgen levha elemanı	45
6.2. Komşu kenarların deformasyonu	49
6.3. Elemanların iç kuvvetlerinin sıralanışı	51
6.4. Dörtgen levha elemanı	63
6.5. Karma sistem	63

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\underline{x}	Global eksenler
\hat{x}	Lokal eksenler
V	Elastik cismin hacmi
O	Elastik cismin yüzeyi
O_p	Elastik cismin yüklenebilir yüzeyi
O_u	Elastik cismin mesnetlenmiş yüzeyi
\underline{p}	Yayıllı yük vektörü
\underline{q}	Hacımsal yük vektörü
\underline{u}	Deplasman vektörü
$\underline{\sigma}$	Gerilme vektörü
$\underline{\varepsilon}$	Deformasyon vektörü
\underline{D}	Diferansiyel operatör matrisi
\underline{n}	Elastik cismin denge matrisi
E	Elastisite modülü
ν	Poisson oranı
G	Kayma modülü
A_i	İç kuvvetlerin işi
A_i^*	İç kuvvetlerin komplementer işi
A_d	Dış kuvvetlerin işi
A_d^*	Dış kuvvetlerin komplementer işi
Π_i	İç kuvvetlerin potansiyeli
Π_i^*	İç kuvvetlerin komplementer potansiyeli
Π_d	Dış kuvvetlerin potansiyeli
Π_d^*	Dış kuvvetlerin komplementer potansiyeli

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
Π	Toplam potansiyel
Π^*	Toplam komplementer potansiyel
\hat{S}^i	Eleman düğüm kuvvetleri (lokal)
\hat{S}	Elemanların düğüm kuvvetleri (lokal)
S^i	Eleman düğüm kuvvetleri (global)
S	Elemanların düğüm kuvvetleri (global)
\hat{F}^i	Elemanın bilinmeyen kuvvetleri
\hat{F}	Elemanların bilinmeyen kuvvetleri
\hat{u}^i	Elemanın düğüm deplasmanları (lokal)
\hat{u}	Elemanların düğüm deplasmanları (lokal)
u^i	Elemanın düğüm deplasmanları (global)
u	Elemanların düğüm deplasmanları (global)
\hat{B}^i	Elemanın lokal denge matrisi
B^i	Elemanın global denge matrisi
B	Elemanların global denge matrisi
H^i	Gerilme matrisi
\hat{f}^i	Elemanın fleksibilite matrisi
\hat{f}	Sistemin (elemanların) fleksibilite matrisi
E	Malzeme rijitlik matrisi
G	Malzeme fleksibilite matrisi
\hat{v}^i	Elemanın relatif deplasmanları
\hat{v}	Elemanların relatif deplasmanları
T^i	Elemanın transformasyon matrisi
a	Lokal-global deplasmanların kinematik bağ matrisi

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\underline{U}	Sistemin düğüm deplasmanları
\underline{P}	Sistemin düğüm kuvvetleri (verilmiş kuvvet)
\underline{N}	Sistemin denge matrisi
\tilde{n}	Sistemin serbestlik derecesi
n	Denge denklemi sayısı
m	Elemanların bilinmeyen kuvvetlerinin toplam sayısı
r	Hiperstatiklik derecesi
\underline{B}_0	Denge matrisinin sağ ters matrisi
\underline{B}_x	Denge matrisinin çekirdeği
\underline{X}	Hiperstatik bilinmeyenler
\underline{D}_x	Süreklilik denklemlerinin katsayılar matrisi
\underline{P}_x	Süreklilik denklemlerinin karşı tarafı
m_{ij}, n_{ij}	Üçgen elemanın ij kenarının kosinüs doğrultmanları
l_{ij}	Üçgen elemanın ij kenarının uzunluğu
Δl_{ij}	Üçgen elemanın ij kenarının boy değişimi
h_i	Üçgen elemanın i noktasının yüksekliği
θ_i	Üçgen elemanın i noktasındaki açı
s	Sistemin eleman sayısı
t	Sistemin nokta sayısı

1. GİRİŞ

Sonlu Elemanlar Metodu Hrennikof'un (1941) plak problemlerini kiriş elemanlar ile idealize ederek çözmesi ile mühendislik yaşamına girmiştir. İlk ve gerçek sonlu eleman ise onbeş yıl sonra yayınlanan Turner, et al.'ın (1956) sürekli ortam özelliğine sahip üçgen elemanıdır. Bunu Clough'ın (1960) dörtgen elemanı ve Melosh'un (1961) plak elemanı izlemektedir.

Zienkiewicz (1972) bu dönemi Sonlu Elemanlar Metodunun ortaçağ dönemi olarak adlandırmaktadır. Bu dönemde eleman ve sistemin düğüm noktalarındaki deplasmanlar bilinmeyen olarak seçilmiş ve böylece Sonlu Elemanlar Deplasman Metodu doğmuştur.

Sonlu Elemanların Rönesans döneminde, Veubeke (1965, 1967), Pian (1964) ve Przemieniecki (1963, 1964) gibi araştırmacılar eleman kuvvetlerini bilinmeyen olarak kabul eden Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodunun ve hem deplasmanları hemde kuvvetleri bilinmeyen olarak kabul eden Hibrid ve Mixed (karma) Metodların doğmasına öncü olmuşlardır. Sonlu Elemanların ısı transferi gibi yapısal olmayan problemlere uygulanması da Zienkiewicz ve Cheung'un (1965) çalışmaları ile bu dönemde başlar.

Sonlu Elemanların Barok dönemi, izoparametrik ve çok sayıda düğüm noktası ihtiva eden plak ve kabuk elemanların doğduğu ve bunun sonucu olarak nümerik integrasyonun uygulama alanı bulduğu dönem olarak görülmektedir.

Sonlu Elemanlar Metodu, günümüzde, Deplasman Metodu ile özleşmiş gibidir. Kuvvet Metodu ve diğerleri (Hibrid ve Karma metodlar) aynı oranda ilgi görmemişlerdir. Bunun sebebi çok öz olarak, Deplasman Metodunun diğerleri yanında çok basit algoritmalarla uygulanabilir olmasıdır.

Bu çalışmanın konusu olan Kuvvet Metodu daha rönesans döneminde duraklama dönemine girmiş gibidir. İdealize edilen sistemlerin genelde çok yüksek dereceden hiperstatik oluşu, izostatik sistem seçimindeki zorluklar ve sonuçta elde edilen denklem sistemlerinin, Deplasman Metodunun aksine, simetrik olmayışı ana nedenlerdir.

İzostatik sistemin seçimindeki zorluklar Denke (1962) ve Robinson (1965 a,b) ile ilk kez giderilmiştir. Thierauf ve Topçu (1975) ve Topçu (1979,1985) izostatik sistemin otomatik seçimi ile ilgili başka metodlar geliştirdiler.

Kuvvet Metodunda, denge denklemlerinin yanında, komplementer enerjinin minimum olma şartı ile elde edilen ve hiperstatik bilinmeyenleri içeren süreklilik denklemlerinin de sağlanması gerekir. Hiperstatik bilinmeyenlerin sayısı, bilhassa sürekli ortam problemlerinde, en basit elemanlar ile idealize edilen geometrilerde dahi çok yüksektir.

Bu çalışmada levha olarak çalışan sistemlerin hiperstatiklik derecesinin azaltılabileceği gösterilmiştir. Yöntemin açıklanabilmesi için Przemieniecki'ye (1963) ait üçgen levha elemanı geometrinin idealizasyonunda kullanılmıştır. Yöntemin esası, elemanların komşu olan (aynı düğüm noktasına bağlı) kenarlarındaki iç deformasyonların (relatif deplasmanlar) eşitliği ilkesinden hareketle, düğüm noktası denge denklemlerine komşu kenar sayısı kadar denklem eklemekten ibarettir. Bu yöntem, denge denklemlerinin sayısının komşu kenar sayısı kadar artmasına, hiperstatiklik derecesinin veya süreklilik denklemlerinin de aynı sayıda azalmasına neden olmaktadır. Bu ise, süreklilik denklemlerinin kurulması ve çözümü (hiperstatik bilinmeyenlerin hesabı) çok daha karmaşık olduğundan, tercih nedenidir. Kuvvet Metodunda hiperstatiklik derecesinin sıfır olması (izostatik sistem) en basit durumdur. Çünkü, bu durumda, iç kuvvetler sadece denge denklemlerinin çözümünden hesaplanabilmektedir.

Sürekli ortam problemlerinde genelde izostatik sistem yoktur. Verilen yöntem ile sistem izostatik hale gelmese bile hiperstatiklik derecesi % 80 oranında düşmektedir. Örneğin, 113. dereceden hiperstatik olan bir sistem 25. dereceye inmektedir. Böylece, problemin çözümünde çok daha az bilgisayar belleği ve hesap süresi gerekeceği açıklık kazanmış olmaktadır. Optimizasyonda olduğu gibi, eleman fleksibilitesinin değiştiği ve tekrarlanan hesaba dayalı analizlerde, sadece süreklilik denklemleri yeniden kurulmak ve çözülmek zorundadır. Azaltılmış hiperstatiklik derecesi ile çalışmak, bu tür problemlerin çözümüne büyük hız kazandıracaktır.

Yöntem son derece basittir. Fakat burada verildiği şekli ile levha problemlerine uygulanabilmektedir. Bu çalışmada gösterilmemekle birlikte, Przemieniecki de (1964, 1974) verilen üçgen piramid eleman kullanılarak, üç boyutlu gerilme problemlerine de, özünde hiç bir değişiklik yapılmaksızın aynen uygulanabileceği anlaşılmaktadır.

1.1 Kabuller Ve Notasyon

Çalışma kartezyen koordinatlarda ve matris notasyonunda hazırlanmıştır. Global eksenler x_1, x_2, x_3 ve lokal eksenler de $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ ile gösterilmiştir. $\hat{\quad}$ işareti lokal büyüklük anlamındadır.

Matris büyüklükleri altı çizilerek skaler büyüklüklerden ayırt edilmişlerdir. $\underline{A}_{n \times m}$ ifadesindeki $n \times m$, \underline{A} matrisinin boyutudur (sıra ve kolon sayısıdır). Transpoz matris \underline{A}^T ile ve bir \underline{B} matrisinin tersi de \underline{B}^{-1} ile gösterilmiştir. Matrisler açık olarak yazıldığında, [] parantezine alınır. Yer kazanmak amacıyla kolon vektörler $\langle \dots \rangle$ ile ve diyagonal matrisler de $[\dots\dots]$ ile gösterilmiştir.

Malzemenin homogen, izotrop ve Hooke kanununa uyduğu, yüklerin statik olduğu ve Şekil deđiŐtirmelerin lineer elastisite teorisi ile bađdaŐacak Şekilde küçük kaldığı kabul edilmiştir.

2. ELASTİK CİSMİN TEMEL DENKLEMLERİ

Kuvvet Metodunun genel denklemlerinin kurulabilmesi için, elastisite teorisinin temel büyüklük ve bağıntılarının özetlenmesinde yarar vardır.

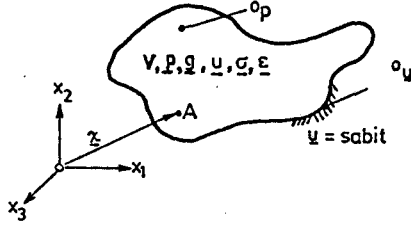
Elastik cisimlerin gerilme ve şekil değiştirme problemlerinin çözümünde aşağıdaki üç ana esastan hareket edilir.

- 1- Denge denklemleri
- 2- Uygunluk şartları (Kinematik bağ)
- 3- Malzeme kanunları (Burada Hooke)

Denge denklemleri iç kuvvetler (gerilmeler) ile dış kuvvetler arasındaki bağıntıyı, uygunluk şartları iç deformasyonlar ile dış deplasmanlar arasındaki bağıntıyı kurarlar. Bu bağıntılar malzemeye bağımlı değildir. Malzeme kanunu, iç kuvvetler ile iç deformasyonlar arasındaki bağıntıyı verir.

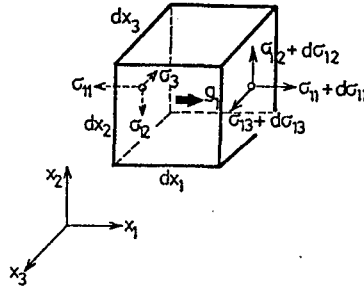
2.1 Denge Denklemleri

Şekil 2.1 de görülen elastik cismin hacmi V ve yüzey alanı O olsun. O_u yüzeyi cismin mesnetlendiği, $O_p = O - O_u$ ise $\underline{p} = \{p_1, p_2, p_3\}$ yayılı dış yükü ile yüklenebileceği yüzeyi göstermektedir. Cismin öz ağırlığı $\underline{g} = \{g_1, g_2, g_3\}$, deplasmanları $\underline{u} = \{u_1, u_2, u_3\}$, gerilmeleri $\underline{\sigma} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}\}$ ve deformasyonları $\underline{\varepsilon} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{23}\}$ ile gösterilsin.



Şekil 2.1: Elastik cisim

V , O , O_p ve O_u hariç diğer tüm büyüklükler x_i ($i=1,2,3$) koordinatlarının fonksiyonudur. Elastik cismin içinden alınan $dV=dx_1 dx_2 dx_3$ hacmindeki küçük bir elemana x_1 yönünde etki eden kuvvetler Şekil 2.2 de gösterilmiştir. x_2 ve x_3 yönünde etki eden kuvvetler şeklin karışmaması için çizilmemiştir.



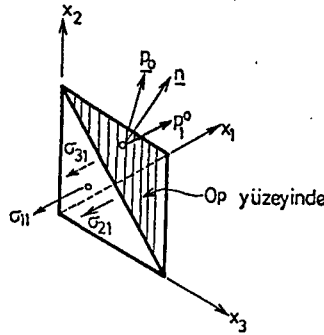
Şekil 2.2: dV elemanının x_1 yönündeki kuvvetleri

Cismin moment dengesi yazıldığı takdirde $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ($i \neq j$) bulunur ki bu birbirine dik yüzeylerdeki kayma gerilmelerinin eşit olduğunu ifade eder. Eksenler yönündeki kuvvetlerin dengesinden de, katsayılar matrisi (diferansiyel operator) \underline{D}^T ile gösterilirse,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.1)$$

$$\underline{D}^T \underline{\sigma} + \underline{g} = \underline{0} \quad (2.2)$$

bulunur. Dengesi incelenen dV elemanının bir yüzü şekil 2.3 te görüldüğü gibi O_p yüzeyinin bir parçasını ihtiva ettiğinde, $\underline{\sigma}$ gerilme vektörü ile \underline{p} yük vektörü arasındaki denge şartı elde edilir.



Şekil 2.3: O_p yüzeyli dV elemanı

Gerilmelerden oluşan kuvvetlerin bileşkesinin x_1 yönündeki izdüşümü p_1^0 , dış yüzeyin \underline{n} normal vektörü ile eksenler arasındaki açıların kosinüsleri n_1 , n_2 ve n_3 (kosinüs doğrultmanları) olduğuna göre elemanın dengesinden

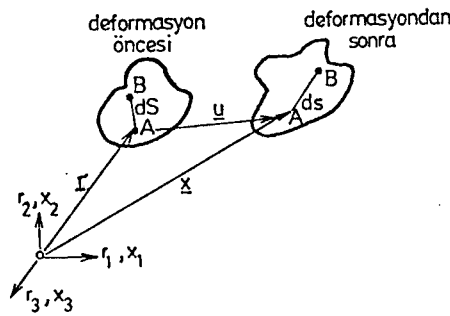
$$\begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & n_2 & n_3 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 & n_1 & 0 & n_3 \\ 0 & 0 & n_3 & 0 & n_1 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^0 \\ p_2^0 \\ p_3^0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\underline{n}^T \underline{\sigma} = p^0 \quad (2.4)$$

bulunur. Katsayılar matrisi \underline{n}^T , sınır elemanının denge matrisidir. Dengeye giren yüzeyde dış yük yoksa $p^0=0$ aksi halde $p^0=p$ olmalıdır.

2.2 Uygunluk Şartları

Elastik cisim yüklerin etkisiyle yer değiştirerek deforme olur (Şekil 2.4).



Şekil 2.4: Elastik cisim deformasyonu

Cismin içinde bulunan bir lifin deformasyondan önceki dS boyu, deformasyondan sonra ds olur. $ds^2 - dS^2$ farkının A noktasındaki deformasyonun bir ölçüsü olduğundan hareketle, $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ olmak üzere

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Yazılabilir Tauchert (1974). (2.1) ile karşılaştırılarak, kısa notasyonda

$$\underline{\varepsilon} = \underline{D} \underline{u} \quad (2.6)$$

yazılabilir. \underline{u} dış deplasmanları ile $\underline{\varepsilon}$ iç deformasyonları arasındaki (2.5) bağıntısından başka O_u bölgesinde (mesnet) uygunluk şartı olarak $\underline{u}=\underline{u}_0$ olması gerekir.

2.3 Malzeme Kanunları (Hooke)

(2.2) ve (2.4) bağıntılarından, gerilmelerin $\underline{\sigma}=\underline{\sigma}(\underline{g},\underline{p})$ ile dış yüklerin bir fonksiyonu, deformasyonların da $\underline{\varepsilon}=\underline{\varepsilon}(\underline{u})$ ile dış deplasmanların bir fonksiyonu olduğu görülmektedir. \underline{u} deplasmanları \underline{p} ve \underline{g} yüklerinden oluştuğundan $\underline{u}=\underline{u}(\underline{g},\underline{p})$ fonksiyonu da geçerlidir. Buradan anlaşıldığına göre, sonuç olarak $\underline{\sigma}$ gerilmeleri de $\underline{\varepsilon}$ deformasyonlarının bir fonksiyonu olmak zorundadır.

Gerilme-deformasyon ilişkisi, elastisite teorisinde malzeme deneylerine bağlı ve yarı amprik bağıntılar olarak verilebilmektedir. Genelleştirilmiş Hooke kanununa göre, gerilme-deformasyon bağıntısı

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \underline{\varepsilon} \quad (2.8)$$

dır. Burada E malzemenin elastisite modülü, ν da poisson oranıdır. E ile ν arasındaki

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)}$$

bağıntısı malzemenin kayma modülünü verir.

\underline{E} matrisi (malzeme rijitlik matrisi) simetrik ve pozitif tanımlıdır ($\det \underline{E} \neq 0$). Sıkıştırılamayan (su gibi) malzemelerde $\nu=0.5$ değerini aldığından \underline{E} tekil (singüler) olur. \underline{E} pozitif tanımlı olduğundan tersi alınabilir. $\underline{G}=\underline{E}^{-1}$ ile gösterilirse (2.7) bağıntısından

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \\ & & & 2(1+\nu) \\ & & & & 2(1+\nu) \\ & & & & & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{G} \underline{\sigma} \quad (2.10)$$

deformasyon-gerilme bağıntısı yazılabilir. \underline{G} matrisi (malzeme fleksibilite matrisi) de \underline{E} ile aynı özelliklere sahiptir.

2.4 İki Eksenli Gerilme Hali

Levha ve plak, kalınlığı diğer boyutları yanında küçük kalan, düzlem sistemlerdir. Bu tür sistemlerde, klasik elastisite teorisinden gelen bazı kabuller nedeniyle, Hooke kanunu daha basit bir hale gelir. Düzlem gerilme hali ve düzlem şekil değiştirme hali olmak üzere iki değişik elastisite teorisi mevcuttur.

Düzlem gerilme halinde, yüklerin düzlem içinde kaldığı ve düzleme dik olan x_3 doğrultusundaki gerilmelerin sıfır olduğu kabul edilir.

$$\sigma_{31} = \sigma_{13} = \sigma_{32} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \quad (2.11)$$

Bu kabuller nedeniyle süreklilik şartlarından bazıları sağlanmaz, ancak levha veya plağın ince olması halinde uygulama için yeterli kalırlar Przemieniecki (1974). (2.11) değer-

leri dikkate alınarak, (2.9) da verilen üç boyutlu gerilme hali iki boyutluya indirgenirse

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \\ & & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{G} \underline{\sigma} \quad (2.13)$$

bulunur. $\underline{G}=\underline{E}^{-1}$ veya $\underline{E}=\underline{G}^{-1}$ olduğundan (2.12) den

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \\ & & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \underline{\varepsilon} \quad (2.15)$$

yazılabilir. (2.11)'in $\sigma_{13}=0$ ve $\sigma_{23}=0$ değerleri (2.9)'un 5. ve 6. satırlarında yerine konursa $\gamma_{13}=\gamma_{23}=0$ olduğu anlaşılır. Fakat (2.9)'un 3. satırı açık olarak yazılır ve (2.11)'e göre $\sigma_{33}=0$ alınırsa x_3 doğrultusundaki ε_{33} deformasyonunun

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

olduğu görülür. ε_{11} ve ε_{22} değerleri (2.12) ile belirlenebildiğinden, bu değerlere lineer bağımlı olan ε_{33} , $\underline{\varepsilon}$ deformasyon vektörüne eklenmemektedir.

Düzlem şekil değiştirme hali, düzleme dik olan x_3 doğrultusundaki deplasmanların sıfır olduğu kabul edilir.

$$u_3 = 0$$

ν poisson etkisinden aynı doğrultuda herhangi bir deplasmanın oluşması bu kabule ters düşeceğinden (2.5) ifadesinden

$$\gamma_{31} = \gamma_{13} = \gamma_{32} = \gamma_{23} = \gamma_{33} = 0 \quad (2.16)$$

olması gerektiği görülür. Bu değerler (2.7) de yerine konarak

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \\ \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \underline{\varepsilon} \quad (2.18)$$

bulunur. $\underline{G} = \underline{E}^{-1}$ olduğundan (2.17) yardımıyla da

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1-\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu \\ -\nu & 1-\nu \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{G} \underline{\sigma} \quad (2.20)$$

yazılabilir. (2.16) değerleri (2.7) de yerine konulduğunda $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ olduğu 5. ve 6. satırlardan hemen görülür. 3. satırdan ise

$$\sigma_{33} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) = \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

bulunur. σ_{11} ve σ_{22} (2.17) den belirlenebildiği için, bu değerlere lineer bağımlı olan σ_{33} , $\underline{\sigma}$ vektörüne eklenmemiştir.

3. İŞ, ENERJİ VE TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ

Klasik elastisite problemlerinde, 2. bölümde verilen denge denklemleri ve süreklilik şartlarına ait diferansiyel bağıntılar malzeme kanunu ve sınır şartları dikkate alınarak integre edilmesi yoluyla çözümler. Bu yolla analitik çözümlerin bulunması karmaşık geometri, sınır şartları ve yük nedeniyle çok sınırlı kalır.

Bu sebeple analitik çözümü zor yada hiç verilemeyen problemlerin çözümünde Ritz, Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar gibi yaklaşık metodlar kullanılır. Bu metodlar diferansiyel bağıntıları lineer denklem sistemine dönüştürerek çözerler. Çözüm için genelde sistemin enerji ifadesini kullanırlar.

Enerji, skaler bir büyüklük olduğundan, koordinat transformasyonlarında sabit kalır. Bu ise, problemin analizinde kolaylık sağlar ve Ritz metodunun uygulanmasına imkan verir.

3.1 Dış Kuvvetlerin İşi

\underline{u} deformasyon konumundaki bir elastik cismin \underline{p} ve \underline{g} dış yüklerinin \underline{u} ile yaptığı iş A_d ve komplementer iş de, A_d^* olsun. \underline{u} deplasmanına $d\underline{u}$ diferansiyel artımı verilirse, bu işlerdeki artış da dA_d ve dA_d^* olacaktır. İş, kuvvet-deplasman diyagramının altındaki alan, komplementer iş de üstündeki alan olarak tanımlanır. O_p yüzeyindeki \underline{p} , O_u yüzeyindeki \underline{p} (reaksiyon) ve V içindeki \underline{g} yüklerinden

$$dA_d = \int_{O_p} \underline{p}^T d\underline{u} dO + \int_{O_u} \underline{p}^T d\underline{u} dO + \int_V \underline{g}^T d\underline{u} dV \quad (3.1)$$

$$dA_d^* = \int_{O_p} \underline{u}^T d\underline{p} dO + \int_{O_u} \underline{u}^T d\underline{p} dO + \int_V \underline{u}^T d\underline{g} dV \quad (3.2)$$

dir. O_u mesnet yüzeyinde $\underline{u}=\text{sabit}$ olduğundan $d\underline{u} = \underline{0}$ ve $d\underline{p} = \underline{0}$ (reaksiyondaki artış) dir. \underline{u} nun $d\underline{u}$ kadar artırılması O_p ve V içindeki \underline{p} ve \underline{g} sabit yüklerinde artışa neden olamayacağından O_p yüzeyinde ve V içinde $d\underline{p}=\underline{0}$, $d\underline{g}=\underline{0}$ dir. (3.1) ve (3.2) ifadeleri, $d\underline{u}$ ve $d\underline{p}$ üzerinden integraller de alınır

$$A_d = \int_{O_p} \underline{p}^T \underline{u} dO + \int_V \underline{g}^T \underline{u} dV \quad (3.3)$$

$$A_d^* = \int_{O_u} \underline{u}^T \underline{p} dO \quad (3.4)$$

olacaktır.

3.2 İç Kuvvetlerin İşi

$\underline{\sigma}$ gerilmelerinin $\underline{\varepsilon}$ deformasyonları ile yaptığı iş elastik cismin içinde depolanmış enerjidir. dV hacminde depolanmış iş a_i ve komplementer iş de a_i^* ile gösterilsin. İç kuvvetlerin A_i işi ve A_i^* komplementer işi,

$$A_i = \int_V a_i dV \quad (3.5)$$

$$A_i^* = \int_V a_i^* dV \quad (3.6)$$

dir. \underline{u} deformasyon konumundan $\underline{u}+d\underline{u}$ konumuna geçildiğinde $\underline{\sigma}$ ve $\underline{\varepsilon}$ büyüklüklerinde $d\underline{\sigma}$ ve $d\underline{\varepsilon}$ artımları olacaktır. dV hacmindeki işler

$$a_i = \int_0^{\underline{\varepsilon}} \underline{\sigma}^T d\underline{\varepsilon} \quad (3.7)$$

$$a_i^* = \int_0^{\underline{\sigma}} \underline{\varepsilon}^T d\underline{\sigma} \quad (3.8)$$

olur. Bu ifadeler (3.5) ve (3.6) da yerine konursa

$$A_i = \int_V \int_0^{\underline{\varepsilon}} \underline{\sigma}^T d\underline{\varepsilon} dV \quad (3.9)$$

$$A_i^* = \int_V \int_0^{\underline{\sigma}} \underline{\varepsilon}^T d\underline{\sigma} dV \quad (3.10)$$

bulunur. (2.8) ve (2.10) lineer bağıntılarından $\underline{\sigma}^T = \underline{\varepsilon}^T \underline{E}$ ve $\underline{\varepsilon}^T = \underline{\sigma}^T \underline{G}$ yerine konur ve integre edilirse

$$A_i = \frac{1}{2} \int_V \underline{\varepsilon}^T \underline{E} \underline{\varepsilon} dV \quad (3.11)$$

$$A_i^* = \frac{1}{2} \int_V \underline{\sigma}^T \underline{G} \underline{\sigma} dV \quad (3.12)$$

olur. A_i ve A_i^* işlerinin daima pozitif oldukları gösterilebilir.

3.3 Toplam Potansiyel Ve Minimum Olma Prensibi

Toplam Potansiyel Π , dış kuvvetlerin potansiyeli Π_d ile iç kuvvetlerin potansiyeli Π_i nin toplamı olarak tanımlanır:

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_d$$

Π_i iç kuvvetlerin A_i işine ve Π_d de dış kuvvetlerin A_d işinin ters işaretlisine eşit alınır. Bu tanıma göre (3.3) ve (3.9) ifadelerinden

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{\varepsilon}} dV - \int_{O_p} \underline{\underline{p}}^T \underline{\underline{u}} dO - \int_V \underline{\underline{g}}^T \underline{\underline{u}} dV \quad (3.13)$$

olacaktır.

Elastik bir sistemde, geometrik sınır şartlarını sağlayan bütün komşu denge konumlarından Π toplam potansiyelini minimum yapanın gerçek denge konumu olduğunu göstermek mümkündür (İnan 1967, Topçu 1979).

3.4 Toplam Komplemanter Potansiyel Ve Minimum Olma Prensibi

Toplam komplemanter potansiyel Π^* , dış kuvvetlerin komplemanter potansiyeli Π_d^* ile iç kuvvetlerin komplemanter potansiyeli Π_i^* nin toplamı olarak tanımlanır.

$$\Pi^* = \Pi_i^* + \Pi_d^*$$

Π_i^* iç kuvvetlerin A_i^* işine ve Π_d^* de dış kuvvetlerin A_d^* işinin ters işaretlisine eşit alınır. (3.4) ve (3.12) ifadelerinden

$$\Pi^* = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\sigma}}^T \underline{\underline{G}} \underline{\underline{\sigma}} dV - \int_{O_u} \underline{\underline{u}}^T \underline{\underline{p}} dO \quad (3.14)$$

olur.

Elastik bir sistemde, denge şartlarını sağlayan bütün komşu gerilme konumlarından Π^* toplam komplemanter potansiyelini minimum yapanın gerçek denge konumu olduğu gösterilebilir (İnan 1967, Topçu 1979).

3.5 Ritz Metodu

Π toplam potansiyelinin veya Π^* komplementer potansiyelinin minimum olma prensibi Ritz gibi yaklaşık metodların uygulanmasında büyük kolaylık sağlar.

Π ifadesi sadece \underline{u} deplasmanlarının bir fonksiyonudur. Ritz metoduna göre \underline{u} deplasmanları $\underline{u} = \underline{\phi}(\underline{x}) \underline{a}$ olarak seçilir. Burada $\underline{\phi}(\underline{x})$, x_1 , x_2 ve x_3 koordinatlarının fonksiyonu ve $\underline{a} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ ise elemanları henüz bilinmeyen parametre vektörüdür. \underline{u} sistemin tüm sınır şartlarını sağlamak ve sistemin tümü için geçerli olmak zorundadır. Deplasman fonksiyonunda sadece \underline{a} parametreleri bilinmemektedir, $\underline{u} = \underline{u}(\underline{a})$ ve (2.6) dan dolayı $\underline{\epsilon}(\underline{a}) = \underline{D} \underline{u}(\underline{a})$ fonksiyonları geçerlidir. (3.13) ifadesinden

$$\Pi(\underline{a}) = \frac{1}{2} \int_V \underline{\epsilon}^T(\underline{a}) \underline{E} \underline{\epsilon}(\underline{a}) dV - \int_{O_p} \underline{p}^T \underline{u}(\underline{a}) dO - \int_V \underline{g}^T \underline{u}(\underline{a}) dV$$

yazılabilir. $\Pi(\underline{a})$ sadece \underline{a} ya bağlı ve gerçek denge konumunda $\Pi(\underline{a})$ minimum olduğundan

$$\begin{aligned} \partial \Pi(\underline{a}) / \partial a_1 &= 0 \\ \partial \Pi(\underline{a}) / \partial a_2 &= 0 \\ &\vdots \\ \partial \Pi(\underline{a}) / \partial a_n &= 0 \end{aligned}$$

gibi parametre sayısı kadar ve $\Pi(\underline{a})$ yı minimum yapan denklem bulunur. Bu denklemlerden hesaplanacak olan a_i , ($i=1,2,\dots,n$) değerleri ile oluşan \underline{a} vektörü $\underline{u} = \underline{\phi}(\underline{x}) \underline{a}$ fonksiyonunda yerine konarak denge konumundaki \underline{u} deplasmanları belirlenmiş olur.

Ritz metodu Π^* komplementer potansiyeline uygulanırsa, gerilmeler $\underline{\sigma} = \underline{H}(\underline{x}) \underline{a}$ olarak, (2.2) ve (2.4) denge denklemlerini sağlayacak şekilde seçilir:

$$\underline{D}^T \underline{\sigma}(\underline{a}) + \underline{q} = \underline{0} \quad \text{ve} \quad \underline{n}^T \underline{\sigma}(\underline{a}) = \underline{p}.$$

Toplam komplementer potansiyel

$$\Pi^*(\underline{a}) = \frac{1}{2} \int_V \underline{\sigma}^T(\underline{a}) \underline{G} \underline{\sigma}(\underline{a}) dV - \int_{O_u} \underline{u}^T \underline{p} dO$$

ifadesini alır. Minimum olma şartı

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial a_i} = 0 \quad (i=1,2, \dots, n)$$

ile elde edilen denklemlerden a_i parametreleri, dolayısıyla \underline{a} vektörü ve $\underline{\sigma} = \underline{H}(\underline{x}) \underline{a}$ gerilme dağılımı bulunur.

Seçilen gerilme fonksiyonunun hem denge denklemlerini sağlaması hemde Π^* ifadesini minimum yapması gereği, kaynaklarda

$$\min \Pi^* = \min \left\{ \frac{1}{2} \int_V \underline{\sigma}^T(\underline{a}) \underline{G} \underline{\sigma}(\underline{a}) dV - \int_{O_u} \underline{u}^T \underline{p} dO \left| \underline{D}^T \underline{\sigma}(\underline{a}) + \underline{q} = \underline{0}; \underline{n}^T \underline{\sigma}(\underline{a}) = \underline{p} \right. \right\}$$

formunda verilmektedir.

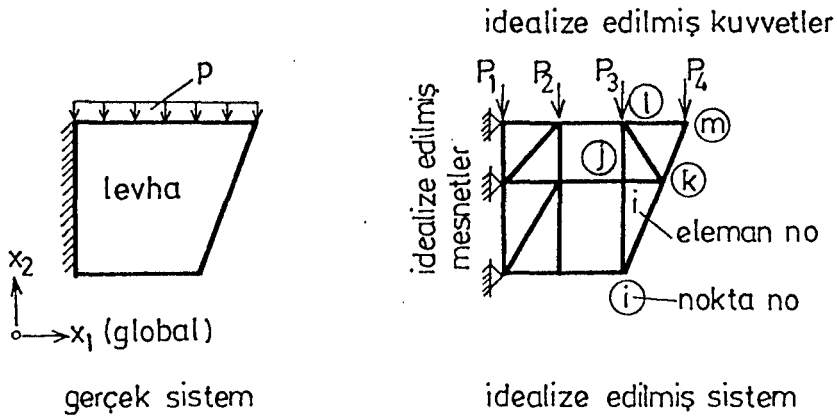
4. SONLU ELEMANLAR METODU

Ritz metodu, toplam potansiyelin minimum olma prensibine uygulanırsa, seçilen deplasman fonksiyonu sistemin tümü için geçerli olmak ve tüm sınır şartlarını sağlamak zorundadır.

Toplam komplemanter potansiyelin minimum olma prensibine Ritz metodu uygulanırsa, seçilen gerilme fonksiyonunun denge şartlarını sağlaması ve tüm sistem için geçerli olması gerekir.

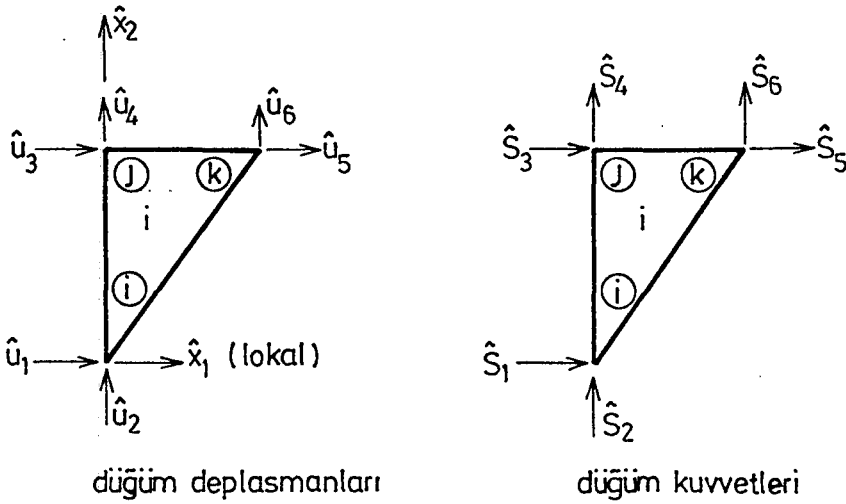
Yapı sistemlerinin geometrisi, sınır şartları ve yükleri genel olarak karmaşıktır. Gerekli şartları sağlayan ve tüm sistem için geçerli olan tek bir fonksiyonun bulunması son derece zor, hatta çoğunlukla imkansızdır. Bu zorluklar nedeniyle Ritz metodunun uygulanabileceği problemler sınırlıdır.

Sonlu Elemanlar Metodunda geometri sonlu sayıda ve geometrisi bilinen (üçgen, dörtgen, trapez gibi) elemana bölünür (Şekil 4.1). Elemanların sadece düğüm noktalarında birbirine bağlı olduğu, oluşan kenarlar boyunca hiç bir bağın bulunmadığı varsayılır. Yapılan bu işleme sistemin geometrisinin idealize edilmesi denir.



Şekil 4.1: Sistem idealizasyonu (Levha örneği)

İdealize edilmiş sistemin her elemanı sistemden çıkarılır ve kendi lokal koordinat sisteminde bağımsız düşünülür. Eleman sadece düğüm noktalarında sisteme bağlı kabul edildiğinden, bu noktalardaki deplasmanları sistemin aynı noktasındaki deplasmanlarına eşittir (Süreklilik). Düğüm noktası deplasmanları yönündeki kuvvetler de sistemin aynı noktasındaki diğer eleman kuvvetleri ve varsa dış kuvvetleri ile dengede olması gerekir (düğüm dengesi). Şekil 4.2 de elemanın düğüm noktalarında tanımlanmış deplasmanlar ve kuvvetler (levha örneği için) gösterilmiştir.



Şekil 4.2: i. Eleman (Levha örneği)

Sistemden çıkartılan her elemana Ritz metodu uygulanır. Elemanın deplasman fonksiyonu, elemanın düğüm noktası deplasmanlarını parametre olarak içeren bir fonksiyon olarak seçilir. Bu fonksiyon toplam potansiyelde yerine konarak minimum olma şartı yazılır. Deplasman fonksiyonu seçildiği veya elemanın düğüm noktası deplasmanları parametre (bilinmeyen) olarak alındığı için, burada izlenen yola Sonlu Elemanlar Deplasman Metodu adı verilmiştir.

Diğer bir yol ise, her eleman için deplasman fonksiyonu yerine gerilme fonksiyonu seçmektir. Bu durumda eleman kuvvetleri fonksiyonun parametreleri olarak seçilir ve toplam komplementer enerjinin minimum olma şartları yazılır. Ge-

rilme fonksiyonu seçildiği veya eleman kuvvetleri parametre (bilinmeyen) olarak alındığı için, izlenen bu yola Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu adı verilir.

İdealizasyon sonucu sistem s tane elemana bölünmüş ve i . elemanın toplam potansiyeli π^i ise, sistemin toplam potansiyeli

$$\pi = \sum_{i=1}^s \pi^i$$

olur. Benzer şekilde toplam komplementer enerji için

$$\pi^* = \sum_{i=1}^s (\pi^*)^i$$

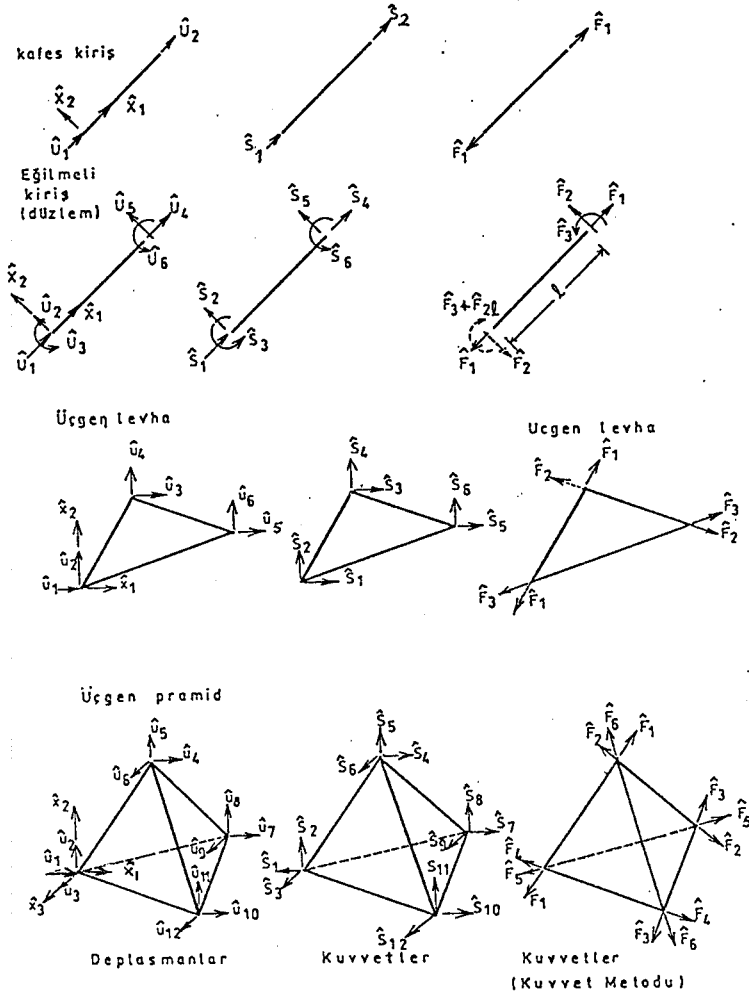
yazılabilir. Böylece Ritz Metodunun elemanlara uygulanabileceği anlaşılır. Basit geometrik elemanlar için deplasman veya gerilme fonksiyonu seçmek daha kolay olacağından, klasik Ritz Metodunun zorlukları giderilmiş olur.

Gerçek sistemin bütün noktaları birbirine bağlıdır. Eleman kenarları boyunca bağ olmadığı kabul edildiğinden, Sonlu Elemanlar Metodu ile bulunacak çözümler yaklaşık olacaktır. Yaklaşıklık derecesi, sistemin az yada çok elemanla idealize edilmiş olmasına bağlıdır. Eleman sayısı arttıkça (ki bu daha çok bağ demektir) bulunan çözümler de gerçek çözüme giderek yaklaşır. Çok eleman çok bilinmeyeni de beraberinde getirir. Sonuçta çözülmesi gereken denklem sistemi bilgisayarın kapasitesini aşar. Sistem, bilgisayarın kapasitesi el verdiğince çok eleman ile idealize edilir. Gerilme yığılması beklenen (mesnet ve boşluk civarları gibi) bölgelerde küçük elemanlar diğer bölgelerde daha büyük elemanlar kullanmak uygun olmaktadır.

4.1 Eleman Tipleri

Deplasman ve Kuvvet Metodunda sistem idealizasyonu için kullanılan çok sayıda değişik eleman vardır. Bu elemanlara ait deplasman, gerilme fonksiyonları ve ilgili bağıntılar (rijitlik, fleksibilite ve transformasyon matrisleri gibi) araştırmacılar tarafından verilmiştir.

Örnek olarak, karşılaştırmak amacıyla, bazı eleman tipleri Şekil 4.3 te görülmektedir. Bu elemanlar hakkında geniş bilgi herhangi bir Sonlu Elemanlar kitabında bulunabilir (Przemieniecki 1974, Zienkiewicz 1977, Gallagher 1976).



Şekil 4.3: Eleman tipleri (örnekler)

5. KUVVET METODU

Araştırmacılar Kuvvet Metoduna pek ilgi duymamışlardır. Deplasman Metodu üzerinde yapılan çalışmalar bugün artık sayılamayacak kadar çok fakat Kuvvet Metodu ile ilgili çalışma yok denecek kadar azdır.

Sistemin idealizasyonu sonucu kurulan denklem sisteminin bilinmeyen sayısı 2000-30000 civarında olabilir. Deplasman Metodunda denklem sisteminin katsayılar matrisi simetrik, band şeklinde ve daha da önemlisi pozitif tanımlıdır. Bandın yarısını bilgisayar belleğine yüklemek çözüm için yeterli olmaktadır.

Kuvvet metodunda ise denge denklemlerinin katsayılar matrisi simetrik değildir. Daha da kötüsü, bu matris tekildir (hiperstatik sistemler). Süreklilik denklemlerinin kurulabilmesi için izostatik bir sistemin seçilmesi gerekmektedir. Sürekli ortam problemlerinde hiperstatiklik derecesi yüksek olduğundan süreklilik denklemlerine ait katsayılar matrisinin boyutu büyük olmaktadır. Bu matris simetrik olmakla birlikte genelde band yapıya sahip değildir. Diagonalin üst yada alt kısmının tamamının bellekte depolanması gerekmektedir.

Izostatik sistemin seçimindeki zorluklar bugün artık aşılmış olmakla birlikte (Denke 1962, Robinson 1965a, Topçu 1979), birim yüklemelere ait kuvvet dağılımına ait matrisler dikdörtgen ve büyük boyutludur. Bu matrisler yardımıyla hesaplanan süreklilik denklemlerinin katsayılar matrisi çok işlem (matris çarpımı) gerektirir.

İterasyona dayalı sistem analizinde (optimizasyon, lineer olmayan malzeme, dinamik) her iterasyon adımı sadece süreklilik denklemlerinin yeniden çözülmesi gerekmektedir. Hiperstatiklik derecesi düşük olmak kaydıyla,

tekrarlanan hesaplar (reanalysis) ilk analizin çok küçük bir oranı kadar bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Yeni sayılabilecek araştırmalara göre iterasyon süresi, ilk analiz süresinin %20-30 u kadar; tekrarlanan yaklaşık analizde (Approximate reanalysis) ise %8-15 i kadardır (Ding and Gallagher 1985). Kuvvet Metodu üzerinde çok sayıda yayını bulunan Patnaik (1973, 1978, 1986a-d, 1987, 1988, 1991) integre edilmiş Kuvvet Metodunda (Integrated Force Method) bu oranın %5 den daha düşük olduğunu belirtmektedir (Patnaik and Gallagher 1986d). Patnaik'e (1991) göre İntegre edilmiş Kuvvet Metodu deplasman metoduna göre daha iyi kondisyonludur, daha hassas sonuçlar vermektedir ve daha az işlem gerektirmektedir. Buna rağmen, Kuvvet metodunun kullanılabilirliğini artırıcı araştırmalara ihtiyaç vardır (Ding and Gallagher 1985).

5.1 Temel Bağıntılar

Kuvvet Metodunda i. eleman için, \underline{a}^i parametrelerine bağlı olan

$$\underline{\sigma}^i = \underline{H}^i(\underline{x}) \underline{a}^i \tag{5.1}$$

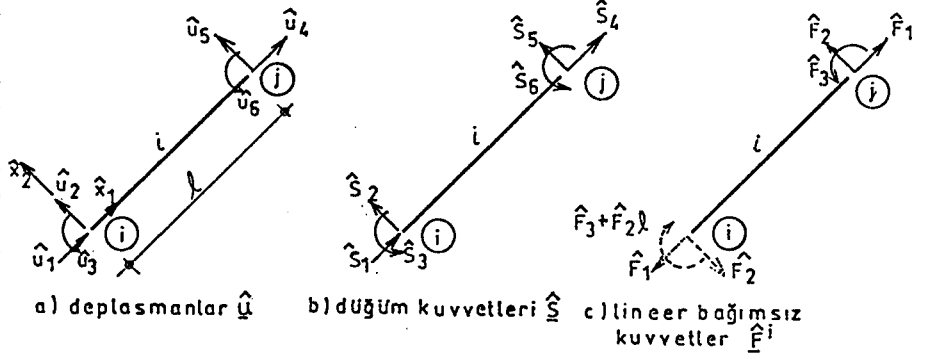
gerilme fonksiyonu seçilir. Bu gerilmeler elemanın dış kuvvetleri (\underline{g}^i ve \underline{p}^i) ile dengede olmak zorundadır. (5.1) ifadesi gerçek denge konumunda elemanın $(\underline{\pi}^*)^i$ toplam komplementer potansiyelini minimum yapar. s eleman sayısı olmak üzere sistemin $\underline{\pi}^*$ toplam komplementer enerjisi

$$\underline{\pi}^* = \sum_{i=1}^s (\underline{\pi}^*)^i \tag{5.2}$$

olur.

5.1.1 Elemanın lineer bağımsız kuvvetleri ve lokal dengesi

Elemanların düğümlerinde tanımlanmış iç kuvvetler lineer bağımlıdır. Bu, şekil 5.1 de verilen l boyundaki eğilmeli kiriş elemanı örnek alınarak kolayca açıklanabilir.



Şekil 5.1: Eğilmeli kiriş elemanı (düzlem)

Şekil 5.1b de görüldüğü gibi, elemanın düğümlerinde tanımlı 6 tane kuvvet vardır (her iki düğümde de normal, kesme ve moment kuvvetleri). Eleman düzlemde bulunduğu için denge denklemleri sayısı 3 tür ($\sum \hat{x}_1 = 0, \sum \hat{x}_2 = 0, \sum M_{x_3} = 0$). O halde, düğüm kuvvetlerinden 3 ü bağımsız olarak seçilirse diğerleri bu bağımsız kuvvetler cinsinden yazılabilir. Örnek olması bakımından, elemanın j noktasındaki \hat{S}_4, \hat{S}_5 ve \hat{S}_6 bağımsız kuvvetler olarak seçilir ve \hat{F}_1, \hat{F}_2 ve \hat{F}_3 olarak adlandırılırsa Şekil 5.1c den

$$\begin{array}{c} \textcircled{i} \\ \textcircled{j} \end{array} \begin{bmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \\ \vdots \\ \hat{S}_4 \\ \hat{S}_5 \\ \hat{S}_6 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \textcircled{i} \\ \textcircled{j} \end{array} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{F}_3 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\underline{\hat{S}}^i = \begin{bmatrix} \hat{S}_i \\ \vdots \\ \hat{S}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\hat{B}}_i \\ \vdots \\ \underline{\hat{B}}_j \end{bmatrix} \underline{\hat{F}}^i \quad (5.4)$$

$$\underline{\hat{S}}^i = \underline{\hat{B}}^i \underline{\hat{F}}^i \quad (5.5)$$

yazılabilir.

$$\underline{\hat{S}}^i = \langle \hat{S}_1 \hat{S}_2 \hat{S}_3 \hat{S}_4 \hat{S}_5 \hat{S}_6 \rangle : i. \text{ elemanın düğüm kuvvetleri}$$

$$\underline{\hat{S}}_i^i = \langle \hat{S}_1 \hat{S}_2 \hat{S}_3 \rangle : i. \text{ elemanın } i \text{ noktasındaki kuvvetleri}$$

$$\underline{\hat{S}}_j^i = \langle \hat{S}_4 \hat{S}_5 \hat{S}_6 \rangle : i. \text{ elemanın } j \text{ noktasındaki kuvvetleri}$$

$$\underline{\hat{B}}_i^i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} : \text{elemanın } i. \text{ düğümündeki denge matrisi}$$

$$\underline{\hat{B}}_j^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : \text{elemanın } j. \text{ düğümündeki denge matrisi}$$

$$\underline{\hat{F}}^i = \langle \hat{F}_1 \hat{F}_2 \hat{F}_3 \rangle : i. \text{ elemanın bilinmeyenleri}$$

$$\underline{\hat{B}}^i : i. \text{ elemanın denge matrisi}$$

olarak açıklanabilir.

$\hat{\underline{F}}^i$ bilinirse, (5.5) yardımıyla $\hat{\underline{S}}^i$ düğüm kuvvetleri hesaplanabilecektir. (5.5) bağıntısına elemanın lokal koordinatlardaki denge denklemi denir. Bu bağıntı elemanın \underline{g}^i ve \underline{p}^i kuvvetlerinin sıfır olması ve sistemin sadece düğüm noktalarında nokta yükler taşıması halinde geçerlidir.

Şekil 4.3 ten anlaşılacağı gibi, $\hat{\underline{S}}^i$, $\hat{\underline{B}}^i$ ve $\hat{\underline{F}}^i$ matrislerinin boyutları eleman tipine bağlıdır.

5.1.2 Elemanda gerilme fonksiyonunun seçimi

(5.1) ile verilen gerilme fonksiyonunda görülen \underline{a} parametre vektörünün fiziksel bir anlamı yoktur. Uygulamada bunların yerine elemanın $\hat{\underline{F}}^i$ bilinmeyenleri parametre olarak seçilir:

$$\underline{\sigma}^i = \underline{H}^i(\underline{x}) \hat{\underline{F}}^i \quad (5.6)$$

Bu gerilme dağılımının elemanın düğüm noktası kuvvetleri $\hat{\underline{S}}^i$ ile dengede olması gerekir. Bu dengeyi sağlayan matris \underline{h} ile gösterilir ve (5.5) dikkate alınırsa

$$\hat{\underline{S}}^i = \underline{h} \underline{\sigma}^i \quad (5.7)$$

$$\underline{h} \underline{\sigma}^i = \underline{B}^i \hat{\underline{F}}^i \quad (5.8)$$

olmalıdır. Kolonlarının lineer bağımsız olduğu kabul edilen \underline{h} , bir dikdörtgen matristir. (5.8) \underline{h}^T ile çarpılırsa oluşan $\underline{h}^T \underline{h}$ simetrik ve pozitif tanımlı (\underline{h} nın kolonları lineer bağımsız) olacağından

$$\underline{h}^T \underline{h} \underline{\sigma}^i = \underline{h}^T \underline{B}^i \hat{\underline{F}}^i$$

$$\underline{\sigma}^i = (\underline{h}^T \underline{h})^{-1} \underline{h}^T \underline{B}^i \hat{\underline{F}}^i$$

yazılabilir. Son bağıntı (5.6) ile karşılaştırılırsa

$$\underline{H}^i(\underline{x}) = (\underline{h}^T \underline{h})^{-1} \underline{h}^T \hat{\underline{B}}^i \quad (5.9)$$

olur. Böylece, (5.6) gerilme dağılımının seçilebilmesi için (5.7) ye göre $\hat{\underline{S}}^i$ ile $\underline{\sigma}^i$ gerilmelerini dengede tutacak \underline{h} matrisinin bulunması gerektiği anlaşılmış olur.

5.1.3 Elemanın toplam komplementer potansiyeli

Bağıntıları basitleştirmek için, elemanda \underline{p}^i , \underline{g}^i yüklerinin ve mesnet noktalarında verilmiş deplasmanın bulunmadığı kabul edilecektir:

$$\begin{aligned} \underline{p}^i &= \underline{0} && : O_p^i \text{ yüzeyinde} \\ \underline{g}^i &= \underline{0} && : V^i \text{ içinde} \\ \underline{u}^i &= \underline{0} && : O_u^i \text{ yüzeyinde} \end{aligned}$$

Bu kabullere göre, elemanın toplam komplementer potansiyeli, $\underline{\sigma}^i$ gerilmelerinin potansiyeli ile, eleman için dış kuvvet olarak düşünülen $\hat{\underline{S}}^i$ düğüm kuvvetlerinin potansiyelinin toplamı olacaktır. Şekil 4.3 e göre, $\hat{\underline{S}}^i$ düğümde tanımlı $\hat{\underline{u}}^i$ deplasmanları ile iş yaptığından (3.14) den

$$(\Pi^*)^i = \frac{1}{2} \int_V (\underline{\sigma}^i)^T \underline{G}^i \underline{\sigma}^i dV - (\hat{\underline{S}}^i)^T \hat{\underline{u}}^i$$

dir. (5.6) ile

$$(\Pi^*)^i = \frac{1}{2} \int_V (\hat{\underline{F}}^i)^T (\underline{H}^i)^T \underline{G}^i \underline{H}^i \hat{\underline{F}}^i dV - (\hat{\underline{F}}^i)^T (\hat{\underline{B}}^i)^T \hat{\underline{u}}^i$$

olur. Son terim, $\hat{\underline{F}}^i$ kuvvetlerinin potansiyelidir. İşin tanımı gereği, $\hat{\underline{B}}^i \hat{\underline{u}}^i$ terimi $\hat{\underline{F}}^i$ kuvvetleri yönündeki relatif deplasmanlar olmak zorundadır. Bu deplasmanlar $\hat{\underline{v}}^i$ ile gösterilirse

$$\underline{\hat{v}}^i = (\underline{\hat{B}}^i)^T \underline{\hat{u}}^i \quad (5.10)$$

olur. $\underline{\hat{F}}^i$ kuvvetleri düğüm noktasında tanımlı sabit kuvvetlerdir ve $\underline{\hat{x}}$ koordinatlarından bağımsızdır. Bu nedenle integrasyon dışına çıkartılabilirler. (5.10) dikkate alınır

$$(\underline{\Pi}^*)^i = \frac{1}{2} (\underline{\hat{F}}^i)^T \int_V (\underline{H}^i)^T \underline{G}^i \underline{H}^i dV \underline{\hat{F}}^i - (\underline{\hat{F}}^i)^T \underline{\hat{v}}^i$$

ve

$$\underline{\hat{f}}^i = \int_V (\underline{H}^i)^T \underline{G}^i \underline{H}^i dV \quad (5.11)$$

ile gösterilirse, elemanın toplam komplementer potansiyeli

$$(\underline{\Pi}^*)^i = \frac{1}{2} (\underline{\hat{F}}^i)^T \underline{\hat{f}}^i \underline{\hat{F}}^i - (\underline{\hat{F}}^i)^T \underline{\hat{v}}^i \quad (5.12)$$

halini alır. $\underline{\hat{f}}^i$ matrisine elemanın fleksibilite matrisi denir. Bu matris simetrik ve pozitif tanımlıdır. (5.11) den Görüldüğü gibi, malzeme özellikleri (\underline{G}^i) biliniyorsa ve (5.6) ya göre gerilme fonksiyonu (\underline{H}^i) seçilmiş ise fleksibilite matrisi (5.11) den hesaplanabilecektir.

5.1.4 Elemanın toplam komplementer potansiyelinin minimum olma prensibi

Elemanın gerçek denge konumunda $(\underline{\Pi}^*)^i$ nin minimum değerini alması için gerekli koşul

$$\frac{\partial (\underline{\Pi}^*)^i}{\partial \underline{\hat{F}}^i} = \underline{0}$$

dır. Bu koşul (5.12) ye uygulanırsa

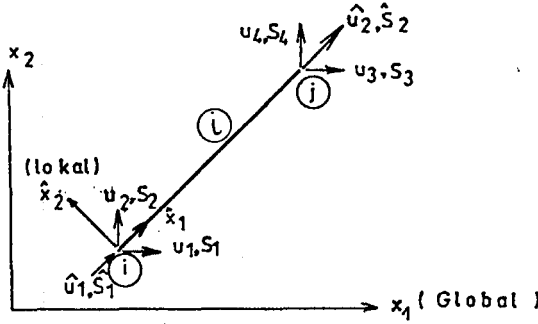
$$\underline{\hat{v}}^i = \underline{\hat{f}}^i \underline{\hat{F}}^i \quad (5.13)$$

bulunur. Fleksibilite matrisinin i. satır ve j. kolonunda

bulunan \hat{f}_{ij}^i terimi $\hat{F}_j^i=1$ ve \hat{F}_i^i nin diğer terimleri sıfır iken \hat{F}_i^i yönünde, $\hat{F}_j^i=1$ kuvvetinden oluşan relatif deplasmandır (deformasyon).

5.1.5 Elemanın transformasyon matrisi

Elemanların $(\Pi^*)^i$ potansiyellerinin (5.2) ye göre toplanarak sistemin Π^* potansiyelinin yazılabilmesi için \hat{x} lokal eksenleri ile x global eksenleri arasındaki bağıntının (transformasyon) bilinmesi gerekir. Örnek olması bakımından, basitliği nedeniyle düzlem kafes elemanının transformasyon matrisi Şekil 5.2 de görülen lokal ve global büyüklükler dikkate alınarak yazılacaktır. Kafes elemanı



Şekil 5.2: Transformasyon

sadece \hat{x}_1 eksenini doğrultusunda deforme olduğundan i ve j noktasında tanımlı \hat{u}_1 ve \hat{u}_2 lokal deplasmanları ile bunlar doğrultusunda tanımlanmış \hat{S}_1 ve \hat{S}_2 lokal kuvvetleri vardır. Bunların global koordinatlar yönündeki bileşenleri şekilde gösterilmiştir. \hat{x}_1 eksenini ile x_1 arasındaki açının kosinüsü α_{11} , \hat{x}_1 eksenini ile x_2 arasındaki açının kosinüsü α_{12} ile gösterilirse

$$\hat{u}_1 = \alpha_{11} u_1 + \alpha_{12} u_2$$

$$\hat{u}_2 = \alpha_{11} u_3 + \alpha_{12} u_4$$

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\underline{\hat{u}}^i = \underline{T}^i \underline{u}^i \quad (5.15)$$

yazılabileceği açıktır. Terimleri doğrultman kosinüslerinden oluşan \underline{T}^i ye i . elemanın transformasyon matrisi denir. Kosinüs doğrultmanları $\alpha_{ii}\alpha_{ii} = 1$ ve $\alpha_{ij}\alpha_{ik} = 0$ ($k \neq j$) özelliğine sahiptir (ortogonallik). Matris notasyonunda bu $(\underline{T}^i)^T \underline{T}^i = \underline{I}$ (birim matris) şeklindedir. Öyleyse, (5.15) ifadesi $(\underline{T}^i)^T$ ile çarpılarak

$$\begin{aligned} (\underline{T}^i)^T \underline{\hat{u}}^i &= (\underline{T}^i)^T \underline{T}^i \underline{u}^i \\ \underline{u}^i &= (\underline{T}^i)^T \underline{\hat{u}}^i \end{aligned} \quad (5.16)$$

bulunur.

Lokal $\underline{\hat{S}}^i$ kuvvetleri ve global \underline{S}^i kuvvetleri arasındaki bağıntı virtüel iş yardımıyla bulunabilir. $\delta \underline{\hat{u}}^i$ virtüel deplasmanı ile $\delta \underline{\hat{u}}^i = \underline{T}^i \delta \underline{u}^i$ olacağı ve virtüel iş üzerinden

$$\begin{aligned} \delta (\underline{\hat{u}}^i)^T \underline{\hat{S}}^i &= \delta (\underline{u}^i)^T \underline{S}^i \\ \delta (\underline{u}^i)^T (\underline{T}^i)^T \underline{\hat{S}}^i &= \delta (\underline{u}^i)^T \underline{S}^i \\ \underline{S}^i &= (\underline{T}^i)^T \underline{\hat{S}}^i \end{aligned} \quad (5.17)$$

ve $\underline{T}^i (\underline{T}^i)^T = \underline{I}$ (\underline{T}^i ortogonal) olduğundan

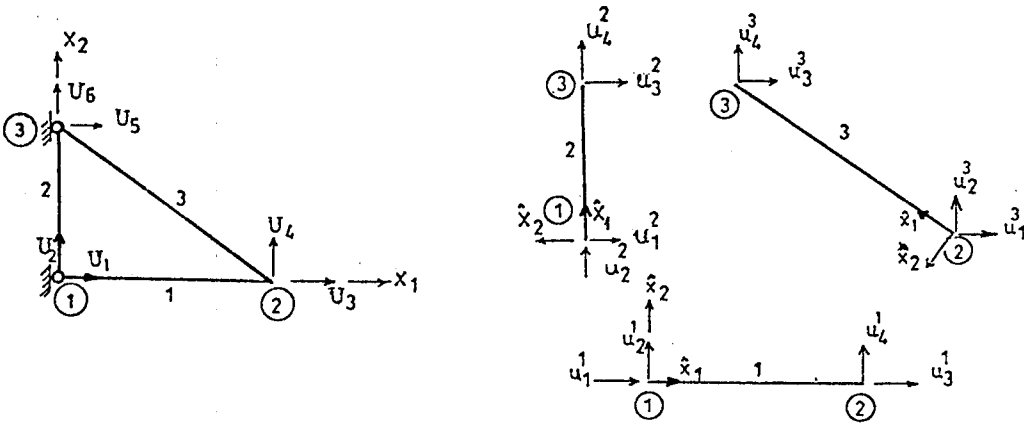
$$\underline{\hat{S}}^i = \underline{T}^i \underline{S}^i \quad (5.18)$$

bulunur. \underline{T}^i nin boyutu ve terimleri eleman tipine bağlı olarak değişir. (5.14) ile verilen \underline{T}^i matrisi sadece düz-

lem kafes kiriş elemanı için geçerlidir.

5.1.6 Eleman deplasmanları ile sistemin deplasmanları arasındaki ilişki (kinematik bağ)

Sistemin herhangi bir düğümünde birleşen elemanların global deplasmanları sistemin o düğümündeki deplasmanlarına eşit olmak zorundadır. Şekil 5.3 te görülen kafes sistemin her düğümünde 2 deplasman vardır. 2 nolu düğümün



Şekil 5.3: Düğümlerde kinematik bağ

sistem deplasmanları U_3 ve U_4 tür. 1 ve 3 nolu elemanlar sistemin 2 nolu noktasına bağlı olduğundan, bu elemanların bu düğümdeki global deplasmanları sistemin deplasmanlarına eşit olacaktır. Her düğümde benzer şartlar geçerli olduğundan

$$u_1^1 = U_1, \quad u_2^1 = U_2$$

1. düğümde kinematik bağ

$$u_1^2 = U_1, \quad u_2^2 = U_2$$

$$u_3^1 = U_3, \quad u_4^1 = U_4$$

2. düğümde kinematik bağ

$$u_3^3 = U_3, \quad u_4^3 = U_4$$

$$u_3^2 = U_5, u_4^2 = U_6$$

$$u_3^3 = U_5, u_4^3 = U_6$$

3. düğümde kinematik bağ

veya matris notasyonunda

$$\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_1^1 \\ u_2^1 \\ u_3^1 \\ u_4^1 \\ \hline u_1^2 \\ u_2^2 \\ u_3^2 \\ u_4^2 \\ \hline u_1^3 \\ u_2^3 \\ u_3^3 \\ u_4^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ \hline 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ \hline & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\underline{u} = \underline{a} \underline{U} \quad (5.20)$$

yazılabilir. \underline{a} matrisinin terimleri sıfır (gösterilmeyen terimler) ve bir sayılarından oluşmaktadır. \underline{u} vektöründe elemanların düğümlerindeki global deplasmanları, \underline{U} vektöründe de sistemin düğüm noktası deplasmanları toplanmıştır. Sistemin s elemanı varsa ve düğümlerindeki deplasmanların toplam sayısı \tilde{n} olmak üzere

$$\underline{u} = \langle \underline{u}^1 \quad \underline{u}^2 \dots \quad \underline{u}^s \rangle \quad (5.21)$$

$$\underline{U} = \langle U_1 \quad U_2 \dots \quad U_{\tilde{n}} \rangle \quad (5.22)$$

olacaktır. Şekil 5.3 te verilen örnekte s=3 ve $\tilde{n}=6$ dir. \underline{U}

vektörüne sistemin deplasman vektörü, \tilde{n} ye de serbestlik derecesi denir.

5.1.7 Sistemin yük vektörü ve düğüm dengesi

Bir sistem genel olarak yayılı, p ve q yükleri ile yüklenmiş olabildiği gibi, bunların bir özel hali olarak nokta yükler ve mesnet çökmeleri de verilmiş olabilir. Basit olması açısından burada, sistemin sadece düğüm noktalarında global deplasmanlar yönünde etkiyen nokta yüklerin etkisinde olduğu varsayılacaktır. Tanıma göre:

$$\tilde{P} = \langle P_1 \quad P_2 \dots P_n \rangle \quad (5.23)$$

Bir düğümde birleşen elemanların düğüm kuvvetleri aynı düğüme etkiyen dış yükler ile dengede olmalıdır. Elemanların S^i kuvvetleri s tane eleman için S vektöründe toplanırsa

$$S = \langle S^1 \quad S^2 \dots S^s \rangle \quad (5.24)$$

olur. Düğümlerdeki denge şartı virtüel iş yardımıyla kurulabilir. P dış yük vektörünün δU global deplasmanları ile yaptığı virtüel iş, elemanların S kuvvetlerinin δu virtüel deplasmanları ile yaptığı virtüel işe eşit olmalıdır:

$$\delta U^T P = \delta u^T S$$

(5.20) den $\delta u^T = \delta U^T a^T$ yerine konarak

$$\tilde{P} = a^T S \quad (5.25)$$

düğüm dengesi bulunur.

Elemanın lokal dengesi (5.5) ile verilmiştir. (5.17) bağıntısı dikkate alınarak

$$\underline{S}^i = (\underline{T}^i)^T \hat{\underline{S}}^i = (\underline{T}^i)^T \underline{B}^i \hat{\underline{F}}^i$$

$$\underline{S}^i = \underline{B}^i \hat{\underline{F}}^i \quad (5.25)$$

elemanın global koordinatlardaki denge şartı bulunur. Burada

$$\underline{B}^i = (\underline{T}^i)^T \hat{\underline{B}}^i \quad (5.27)$$

elemanın global koordinatlardaki denge matrisidir. (5.26) kullanılarak (5.24) den

$$\underline{S} = \langle \underline{B}^1 \hat{\underline{F}}^1 \quad \underline{B}^2 \hat{\underline{F}}^2 \quad \dots \quad \underline{B}^S \hat{\underline{F}}^S \rangle$$

$$\underline{B} = [\underline{B}^1 \quad \underline{B}^2 \quad \dots \quad \underline{B}^S] \langle \hat{\underline{F}}^1 \quad \hat{\underline{F}}^2 \quad \dots \quad \hat{\underline{F}}^S \rangle$$

$$\underline{S} = \underline{B} \hat{\underline{F}} \quad (5.28)$$

yazılabilir. \underline{B} hiperdiagonal matristir. Bu ifade (5.25) de yerine yazılarak

$$\underline{a}^T \underline{S} = \underline{a}^T \underline{B} \hat{\underline{F}} = \tilde{\underline{P}}$$

$$\tilde{\underline{P}} = \underline{a}^T \underline{B} \hat{\underline{F}}$$

$$\tilde{\underline{P}} = \tilde{\underline{N}} \hat{\underline{F}} \quad (5.29)$$

sistemin denge denklemleri bulunur. Denge matrisi

$$\tilde{\underline{N}} = \underline{a}^T \underline{B} \quad (5.30)$$

dikdörtgendir. $\tilde{\underline{P}}$ yük vektörünün \tilde{n} (sistemin serbestlik derecesi kadar) terimi vardır. Sistemin bilinmeyen sayısı ($\hat{\underline{F}}$ vektörünün terim sayısı) m olsun. $\tilde{\underline{N}}$ matrisinin terimleri sistemin geometrisinden hesaplanabilir. \underline{P} verilmiş yükler olduğundan sadece $\hat{\underline{F}}$ eleman kuvvetleri bilinmeyen olarak kalmaktadır.

5.1.8 Sınır şartlarının dikkate alınması

Sistemin rijit deplasmanlar yapmaması için bazı deplasmanları tutulmak zorundadır (mesnetler). Bu \underline{U} vektörünün ilgili terimlerinin sıfır olduğu (daha genel bir ifade ile: sabit olduğu) anlamındadır. Şekil 5.3 örneğinde $U_1=U_2=0$ $U_5=U_6=0$ dır. Tutulmuş deplasmanlar yönündeki denklemlerin (5.29) denklemlerinden çıkartılması gerekmektedir. Denge matrisi ve yük vektörü

$$\underline{\tilde{N}} = \begin{bmatrix} \underline{N} \\ \text{---} \\ \underline{N} \\ \underline{-A} \end{bmatrix} \quad \underline{\tilde{P}} = \begin{bmatrix} \underline{P} \\ \text{---} \\ \underline{P} \\ \underline{-A} \end{bmatrix}$$

olarak düşünülürse

$$\begin{bmatrix} \underline{N} \\ \text{---} \\ \underline{N} \\ \underline{-A} \end{bmatrix} \hat{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \underline{P} \\ \text{---} \\ \underline{P} \\ \underline{-A} \end{bmatrix}$$

$$\underline{N} \hat{\underline{F}} = \underline{P} \quad (5.31)$$

$$\underline{-A} \hat{\underline{F}} = \underline{-P} \quad (5.32)$$

yazılabilir. (5.32) tutulmuş deplasmanlar yönünde yazılmış denge denklemleri $\underline{-P}$ da bu doğrultudaki reaksiyon kuvvetleridir. Görüldüğü gibi, $\hat{\underline{F}}$ eleman kuvvetleri belirlendiğinde, reaksiyonlar (5.32) den hesaplanabilir. Bu sebeple bilinmeyen olarak alınmalarına gerek yoktur. (5.32) denklemleri, hareketi engellenmemiş deplasmanlar yönündeki denge denklemlerini içerir. Bu denklemlere sistemin sınır şartları işlenmiş denge denklemleri adı verilir.

Sistemin serbestlik derecesi \tilde{n} , tutulmuş deplasmanlarının sayısı \tilde{s} ve lineer bağımsız kuvvet sayısı ($\hat{\underline{F}}$ vektörünün terim sayısı) m ve $n=\tilde{n}-\tilde{s}$ olduğuna göre \underline{N} matrisi $n \times m$ boyutundadır. $n=m$ olması halinde (\underline{N} kare matris) (5.31) den $\hat{\underline{F}}=\underline{N}^{-1}\underline{P}$ ile hesaplanabilir. Bu, sistemin izostatik olduğunu gösterir.

$n < m$ halinde sistem hiperstatiktir ve $r = m - n$ hiperstatiklik derecesidir. $n > m$ sistemin rijit deplasman yaptığını, yani labil olduğunu belirtir.

5.1.9 Sistemin toplam komplementer potansiyeli

Sistemin Π^* potansiyeli elemanlarının $(\Pi^*)^i$ potansiyellerinin toplamına eşit olduğuna göre (5.12) den

$$\Pi^* = \sum_{i=1}^s \left\{ \frac{1}{2} (\underline{\hat{F}}^i)^T \underline{\hat{f}}^i \underline{\hat{F}}^i - (\underline{\hat{F}}^i)^T \underline{\hat{v}}^i \right\}$$

dir. Toplama işareti matris notasyonunda

$$\begin{aligned} \Pi^* = \frac{1}{2} \langle \underline{\hat{F}}^1 \quad \underline{\hat{F}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{F}}^s \rangle^T & \left[\underline{\hat{f}}^1 \quad \underline{\hat{f}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{f}}^s \right] \langle \underline{\hat{F}}^1 \quad \underline{\hat{F}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{F}}^s \rangle \\ & - \langle \underline{\hat{F}}^1 \quad \underline{\hat{F}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{F}}^s \rangle^T \langle \underline{\hat{v}}^1 \quad \underline{\hat{v}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{v}}^s \rangle \end{aligned}$$

ile kaldırılır ve

$$\underline{\hat{f}} = \left[\underline{\hat{f}}^1 \quad \underline{\hat{f}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{f}}^s \right]$$

$$\underline{\hat{F}} = \langle \underline{\hat{F}}^1 \quad \underline{\hat{F}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{F}}^s \rangle$$

$$\underline{\hat{v}} = \langle \underline{\hat{v}}^1 \quad \underline{\hat{v}}^2 \quad \dots \quad \underline{\hat{v}}^s \rangle$$

ile gösterilirse

$$\Pi^* = \frac{1}{2} \underline{\hat{F}}^T \underline{\hat{f}} \underline{\hat{F}} - \underline{\hat{F}}^T \underline{\hat{v}} \quad (5.35)$$

sistemin toplam komplementer potansiyel ifadesi bulunur. Hiperdiyagonal $\underline{\hat{f}}$ matrisine sistem fleksibilite matrisi denir. Bu matris simetrik ve pozitif tanımlıdır. $\underline{\hat{F}}$ eleman kuvvetlerinin, $\underline{\hat{v}}$ bu kuvvetler yönündeki relatif deplasmanların vektörüdür. Bu iki vektör arasında (5.13) dikkate alı-

nırsa

$$\hat{\underline{v}} = \hat{\underline{f}} \hat{\underline{F}} \quad (5.36)$$

bağıntısının bulunduğu anlaşılır.

5.1.10 Sistemin toplam komplementer potansiyelinin minimum olma prensibi

Gerçek denge konumunda Π^* potansiyeli, (5.31) ve (5.32) ile verilen denge sağlanmak kaydıyla minimum değerini alır. Mesnet noktalarında deplasmanlar tutulmuş (=0) kabul edildiğinden \underline{P}_A reaksiyon kuvvetlerinin dış potansiyele katkısı yoktur. Bu nedenle (5.32) bağıntısının Π^* potansiyelinin minimum olma prensibinde dikkate alınmasına gerek yoktur. O halde prensip

$$\min \Pi^* = \left\{ \frac{1}{2} \hat{\underline{F}}^T \hat{\underline{f}} \hat{\underline{F}} - \hat{\underline{F}}^T \hat{\underline{v}} \mid \underline{N} \hat{\underline{F}} = \underline{P} \right\}$$

halini alır.

Sistemin hiperstatik olması halinde ($n < m$) $\hat{\underline{F}}$ bilinmeyenler vektörü yalnız denge denklemlerinden hesaplanamaz. Sistemin hiperstatiklik derecesi $r = m - n$ dir. Şimdilik bir izostatik sistemin seçildiği ve hiperstatik bilinmeyenlerin $\underline{X} = \langle X_1 \ X_2 \ \dots \ X_r \rangle$ ile gösterildiği varsayalım. Nümerik matematikten (5.31) denge denkleminin çözümünün

$$\underline{N} \underline{B}_0 = \underline{I} \quad (5.37)$$

$$\underline{N} \underline{B}_x = \underline{0} \quad (5.38)$$

şartlarından belirlenen \underline{B}_0 özel ve \underline{B}_x homogen çözümlerine bağlı ve

$$\hat{\underline{F}} = \underline{B}_o \underline{P} + \underline{B}_x \underline{X} \quad (5.39)$$

olduğu bilinmektedir. Nümerik matematikte \underline{B}_o ve \underline{B}_x matrislerine \underline{N} matrisinin sağ ters matrisi ve çekirdeği \underline{X} vektörüne de serbest parametreler adı verilmektedir. \underline{B}_o ve \underline{B}_x in fiziksel anlamı (5.39) genel çözümünden anlaşılabilir. \underline{B}_o matrisinin i. kolonu, $P_i = 1$ ve bütün diğer dış kuvvetler ile \underline{X} sıfır iken izostatik sistemde oluşan kuvvet dağılımını göstermektedir. \underline{B}_x matrisinin i. kolonunda i. hiperstatik bilinmeyen $X_i = 1$ ve bütün diğer hiperstatik bilinmeyenler ile \underline{P} sıfır iken izostatik sistemde oluşan kuvvet dağılımını verir.

(5.37) ve (5.38) dikkate alınarak (5.39) genel çözümü (5.31) de yerine konursa dengenin sağlandığı görülür. O halde (5.39) çözümü (5.35) de yerine konulabilir:

$$\begin{aligned} \Pi^* &= \frac{1}{2} (\underline{P}^T \underline{B}_o^T + \underline{X}^T \underline{B}_x^T) \hat{\underline{f}} (\underline{B}_o \underline{P} + \underline{B}_x \underline{X}) - (\underline{P}^T \underline{B}_o^T + \underline{X}^T \underline{B}_x^T) \hat{\underline{v}} \\ \Pi^* &= \frac{1}{2} \underline{P}^T \underline{B}_o^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} + \frac{1}{2} \underline{P}^T \underline{B}_o^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} + \frac{1}{2} \underline{X}^T \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} \\ &\quad + \underline{X}^T \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} - \underline{P}^T \underline{B}_o^T \hat{\underline{v}} - \underline{X}^T \underline{B}_x^T \hat{\underline{v}} \end{aligned}$$

Bu bağıntı sadece \underline{X} parametrelerine bağımlıdır. Π^* in minimum olma şartı

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial \underline{X}} = \underline{0}$$

uygulanırsa

$$\frac{1}{2} \underline{P}^T \underline{B}_o^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x + \frac{1}{2} \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} + \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} - \underline{B}_x^T \hat{\underline{v}} = \underline{0}$$

ve her bir terimin skaler bir büyüklük olduğu ve birinci terimin yerine transpozunun alınmasının sonucu değiştirmeyeceği düşünülürse

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} = - \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} + \underline{B}_x^T \hat{\underline{v}} \quad (5.40)$$

bulunur.

5.1.11 Sistemin deplasmanları

Sistemin \underline{P} dış kuvvetleri ile $\hat{\underline{F}}$ eleman kuvvetleri (5.31) ile dengededir. \underline{P} kuvvetlerinin sistemin \underline{U} deplasmanları ile yaptığı iş $\hat{\underline{F}}$ kuvvetlerinin $\hat{\underline{v}}$ relatif deplasmanları ile yaptığı işe eşit olmak zorundadır. (5.31) dikkate alınarak

$$\hat{\underline{v}}^T \hat{\underline{F}} = \underline{U}^T \underline{P}$$

$$\hat{\underline{v}}^T \hat{\underline{F}} = \underline{U}^T \underline{N} \hat{\underline{F}}$$

$$\hat{\underline{v}} = \underline{N}^T \underline{U} \quad (5.41)$$

bulunur. Her iki taraf \underline{B}_o^T ile çarpılır ve (5.36) ve (5.37) dikkate alınır

$$\underline{B}_o^T \hat{\underline{v}} = \underline{B}_o^T \underline{N}^T \underline{U}$$

$$\underline{U} = \underline{B}_o^T \hat{\underline{v}} = \underline{B}_o^T \hat{\underline{f}} \hat{\underline{F}} \quad (5.42)$$

sistem deplasmanları bulunur.

5.1.12 Sistemin süreklilik şartları

(5.40) ile verilen bağıntıya sistemin süreklilik şartları denir. Buradaki $\underline{B}_x^T \hat{\underline{v}}$ teriminin (ısı etkisi ve montaj hataları gibi nedenlerle verilmiş relatif bir deplasman yoksa) sıfır olduğu gösterilebilir. (5.41) ifadesi \underline{B}_x^T ile çarpılarak

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{v}} = \underline{B}_x^T \underline{N}^T \underline{U}$$

ve (5.38) den dolayı

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{v}} = \underline{0} \quad (5.43)$$

olduğu görülür. (5.40) ifadesinden

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} = - \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} \quad (5.44)$$

veya

$$\underline{D}_x = \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \quad (5.45)$$

$$\underline{P}_x = - \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_o \underline{P} \quad (5.46)$$

ile gösterilirse

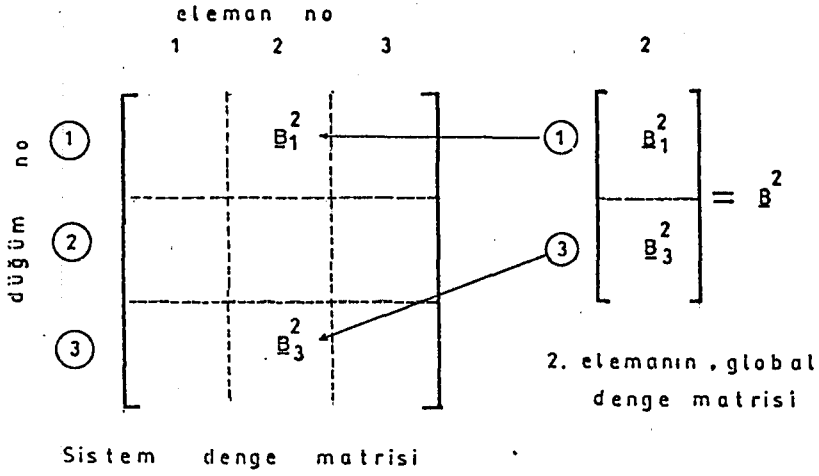
$$\underline{D}_x \underline{X} = \underline{P}_x \quad (5.47)$$

süreklilik denklemleri bulunur. \underline{D}_x katsayılar matrisi genelde tam dolu, simetrik ve pozitif tanımlıdır. Terimleri klasik çubuk statüğünde δ_{ik} sayıları olarak bilinir. (5.47) ifadesi hiperstatik bilinmeyenlerin hesaplanacağı denklem sistemidir.

5.1.13 Denge matrisinin direkt kurulması

(5.30) ile verilen denge matrisinin \underline{a}^T çarpanı hiperdiyagonal \underline{B} matrisinin terimlerinin ilgili satırlara kopya edilmesini sağlar. $\tilde{\underline{N}}$ denge matrisi, elemanın \underline{B}^i global denge matrisi yardımıyla, elemanın numarası ve bağlı olduğu düğümler dikkate alınarak şekil 5.4 de görüldüğü gibi direkt kurulur. Böylece bellek ve hesap süresinden tasarruf sağlanır. Aşağıda verilen örnek şekil 5.3 te görülen kafes

sisteme aittir. Burada sadece 2. elemanın denge matrisinin sistem denge matrisine aktarılması gösterilmiştir.



Şekil 5.4: Denge matrisinin direkt kurulması

5.1.14 İzostatik sistemin seçimi

(5.39) dan anlaşıldığı gibi eleman kuvvetlerinin hesabı için \underline{B}_o özel, \underline{B}_x homogen ve \underline{X} hiperstatik çözümlerinin bilinmesi gerekir. (5.44) süreklilik denklemleri de sadece \underline{B}_o ve \underline{B}_x matrislerine bağlıdır. O halde, kuvvet metodunda çözüm \underline{B}_o ve \underline{B}_x matrislerinin bulunmasına indirgenmiş olmaktadır.

Bu matrislerin (5.37) ve (5.38) şartlarını sağlayacak şekilde hesabı için Gauss-Jordan indirgeme yöntemi (Denke 1962, Robinson 1965a) veya Gauss indirgeme yöntemi (Thierauf and Topçu 1975, Topçu 1979,1985) sistemin denge matrisine uygulanır. Her iki yöntem de otomatik olarak bir izostatik sistem seçerek \underline{B}_o ve \underline{B}_x matrislerini hesaplar. Detaylı bilgi verilen kaynaklardan alınabilir.

6. LEVHA SİSTEMLERİN HİPERSTATİKLİK DERECESİNİN DÜŞÜRÜLMESİ

Sürekli ortam problemlerinde hiperstatiklik derecesi çok yüksek olur. Genel olarak süreklilik denklemlerinin sayısı (r) denge denklemlerinin sayısını (n) aşar. Tekrarlanan hesaba dayalı (optimizasyon) sistem analizinde kuvvet metodunun, r küçük kalmak kaydıyla, daha uygun olduğu kaynaklarda belirtilmektedir. $r > n$ halinde bu avantaj ortadan kalkmaktadır.

Bu bölümde levha sistemlerin hiperstatiklik derecesinin düşürülebileceği gösterilecektir. Bu amaca yönelik olarak, levha sistemlerin en basit üçgen elemanlarla idealize edildiği varsayılmıştır. Kullanılan eleman Przemieniecki'ye (1963, 1974) aittir. Uygulama örneklerinin anlaşılabilmesi açısından, bu elemana ait özellikler (gerilme fonksiyonu seçimi, eleman fleksibilite matrisi) anılan kaynaktan alıntı yapılarak burada verilecektir.

Metodun esası, "ortak bir kenara sahip komşu iki elemanın bu kenarlardaki relatif deplasmanları eşittir" ilkesine dayanmaktadır. Bu ilkeden hareketle komşu kenar sayısı kadar denklem denge denklemlerine eklenmektedir. Böylece n büyümekte fakat buna karşın r hiperstatiklik derecesi küçülmektedir. Hiperstatiklik derecesindeki düşme oranı %80 civarındadır. Elemanların fleksibilite matrisine bağlı olan tek denklem (5.47) süreklilik denklemidir ve bunun katsayılar matrisi D_x $r \times r$ boyutundadır. (5.47) nin Cholesky indirgeme metodu ile çözümü için gerekli işlem sayısı yaklaşık olarak $r^3/3$ tür (Topçu 1986). Bu durumda, r nin %80 oranında düşmesi işlem sayısının %99 oranında düşmesine neden olmaktadır. İterasyon bazlı tekrarlanan hesaplarda sadece bu denklemin yeniden kurulması ve çözülmesi gerektiğinden, bu tür yöntemler büyük hız kazanacaklardır.

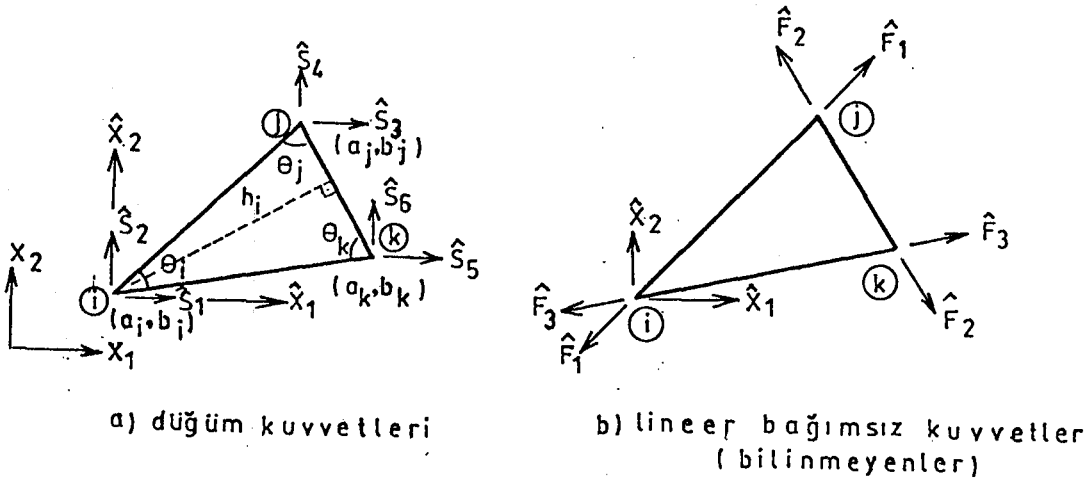
6.1 Üçgen Levha Elemanı (Przemieniecki 1963, 1974)

Şekil 6.1 de görülen i. elemanın gerilme halinin düzlem gerilme olduğu ve gerilmelerin eleman içinde sabit olduğu kabul edilmiştir (kuvvetlerde i. eleman indisi konmamıştır). Buna göre

$$\sigma_{33}=0, \quad \sigma_{13}=0, \quad \sigma_{23}=0 \quad (\text{düzlem gerilme hali})$$

$$\sigma_{11}=\text{sabit}, \quad \sigma_{22}=\text{sabit}, \quad \sigma_{12}=\text{sabit} \quad (\text{gerilme fonksiyonu})$$

kabulleri geçerlidir.



Şekil 6.1: Üçgen levha elemanı

Levhanın kalınlığı t , elastisite modülü E ve Poisson oranı ν dür. $a_i, b_i; a_j, b_j; a_k, b_k$ değerleri i, j ve k noktasının koordinatlarıdır. h_i ile i noktasından karşı kenara (j - k kenarına) çıkılan dik gösterilmiştir. j ve k noktalarına ait dikmeler de benzer şekilde h_j ve h_k olarak tanımlanabilir. l_{ij}, l_{jk} ve l_{ki} kenarların uzunluğudur. m_{ij}, m_{jk} ve m_{ki} , i - j , j - k ve k - i kenarlarının \hat{x}_1 eksenini ile yaptıkları açının, n_{ij}, n_{jk} ve n_{ki} da aynı kenarların \hat{x}_2 eksenini ile

yaptıkları açının kosinüsleridir. Bu tanımlara bağlı olarak elemanın lokal denge matrisi

$$\hat{B}^i = \begin{bmatrix} -m_{ij} & 0 & m_{ki} \\ -n_{ij} & 0 & n_{ki} \\ m_{ij} & -m_{jk} & 0 \\ n_{ij} & -n_{jk} & 0 \\ 0 & m_{jk} & -m_{ki} \\ 0 & n_{jk} & -n_{ki} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

elemanın gerilme matrisi

$$\hat{H}^i = \frac{2}{t} \begin{bmatrix} \frac{m_{ij}^2}{h_k} & \frac{m_{jk}^2}{h_i} & \frac{m_{ki}^2}{h_j} \\ \frac{n_{ij}^2}{h_k} & \frac{n_{jk}^2}{h_i} & \frac{n_{ki}^2}{h_j} \\ \frac{m_{ij}n_{ij}}{h_k} & \frac{m_{jk}n_{jk}}{h_i} & \frac{m_{ki}n_{ki}}{h_j} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

elemanın fleksibilite matrisi

$$\hat{f}^i = \frac{2}{Et} \begin{bmatrix} \frac{\sin\theta_k}{\sin\theta_i \sin\theta_j} & \cos\theta_j \cot\theta_j - \nu \sin\theta_j & \cos\theta_i \cot\theta_i - \nu \sin\theta_i \\ \cos\theta_j \cot\theta_j - \nu \sin\theta_j & \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_j \sin\theta_k} & \cos\theta_k \cot\theta_k - \nu \sin\theta_k \\ \cos\theta_i \cot\theta_i - \nu \sin\theta_i & \cos\theta_k \cot\theta_k - \nu \sin\theta_k & \frac{\sin\theta_j}{\sin\theta_k \sin\theta_i} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

düğüm kuvvetleri vektörü

$$\underline{\hat{S}}^i = \langle \hat{S}_1 \quad \hat{S}_2 \quad \hat{S}_3 \quad \hat{S}_4 \quad \hat{S}_5 \quad \hat{S}_6 \rangle$$

linear bağımsız kuvvetler vektörü

$$\underline{\hat{F}}^i = \langle \hat{F}_1 \quad \hat{F}_2 \quad \hat{F}_3 \rangle$$

relatif deplasmanların vektörü

$$\underline{\hat{v}}^i = \langle \hat{v}_1 \quad \hat{v}_2 \quad \hat{v}_3 \rangle$$

gerilme vektörü

$$\underline{\sigma}^i = \langle \sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{12} \rangle$$

dir. $\underline{\hat{F}}^i$ biliniyorsa, elemanın merkezinde tanımlanmış gerilmeler $\underline{\sigma}^i = \underline{H}^i \underline{\hat{F}}^i$, relatif deplasmanlar $\underline{\hat{v}}^i = \underline{\hat{f}}^i \underline{\hat{F}}^i$ ve düğüm noktası kuvvetleri $\underline{\hat{S}}^i = \underline{\hat{B}}^i \underline{\hat{F}}^i$ bağıntıları yardımıyla hesaplanabilecektir. $\underline{\hat{B}}^i$, \underline{H}^i ve $\underline{\hat{f}}^i$ sadece elemanların malzeme özelliklerine ve geometrisine bağlı olduğundan burada bilinmeyen tek büyüklük $\underline{\hat{F}}^i$ vektörüdür. Global eksen takımı şekil 6.1 de görüldüğü gibi seçilirse (x_1 yatay x_2 düşey), bu elemenda \underline{T}^i transformasyon matrisine gerek kalmaz ve $\underline{B}^i = \underline{\hat{B}}^i$ olur. $\underline{\hat{B}}^i$, \underline{H}^i ve $\underline{\hat{f}}^i$ matrislerinin terimlerinin hesabı için gerekli olan ve alıntının yapıldığı kaynakta bulunmayan bağıntılar aşağıda verilmiştir.

kenar uzunlukları:

$$l_{ij} = \sqrt{(a_j - a_i)^2 + (b_j - b_i)^2}$$

$$l_{jk} = \sqrt{(a_k - a_j)^2 + (b_k - b_j)^2} \quad (6.4)$$

$$l_{ki} = \sqrt{(a_i - a_k)^2 + (b_i - b_k)^2}$$

Kenarların doğrultman kosinüsleri:

$$\begin{aligned}
 m_{ij} &= \frac{a_j - a_i}{l_{ij}}, & m_{jk} &= \frac{a_k - a_j}{l_{jk}}, & m_{ki} &= \frac{a_i - a_k}{l_{ki}} \\
 n_{ij} &= \frac{b_j - b_i}{l_{ij}}, & n_{jk} &= \frac{b_k - b_j}{l_{jk}}, & n_{ki} &= \frac{b_i - b_k}{l_{ki}}
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Açıların trigonometrik değerleri:

$$u = (l_{ij} + l_{jk} + l_{ki})/2, \quad z = 2\sqrt{u(u-l_{ij})(u-l_{jk})(u-l_{ki})}$$

$$\sin\theta_i = \frac{z}{l_{ij}l_{ki}}, \quad \sin\theta_j = \frac{z}{l_{ij}l_{jk}}, \quad \sin\theta_k = \frac{z}{l_{jk}l_{ki}}$$

$$\cos\theta_i = \frac{l_{ij}^2 + l_{ki}^2 - l_{jk}^2}{2l_{ij}l_{ki}} \tag{6.6}$$

$$\cos\theta_j = \frac{l_{ij}^2 + l_{jk}^2 - l_{ki}^2}{2l_{ij}l_{jk}}$$

$$\cos\theta_k = \frac{l_{jk}^2 + l_{ki}^2 - l_{ij}^2}{2l_{jk}l_{ki}}$$

Yükseklikler:

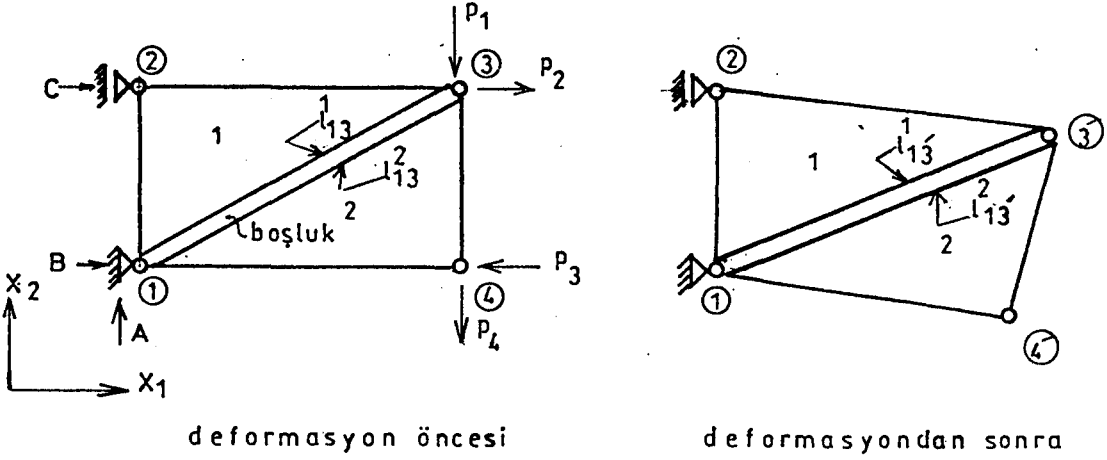
$$h_i = l_{ij} \sin\theta_j, \quad h_j = l_{ij} \sin\theta_i, \quad h_k = l_{ik} \sin\theta_i \tag{6.7}$$

6.2 Komşu Kenarlarda Boy Değişiminin Eşitliği

Şekil 6.2 de gösterilen levha sistemin her iki elemanı da 1 ve 3 noktasına bağlıdır. 1-3 kenarı boyunca elemanlar

bağımsız kabul edilmektedir (elemanlar arasında sonsuz küçük genişlikte bir boşluk var). Her iki elemanın 1-3 kenarının boyu eşittir. 1 ve 2 elemanları komşu eleman ve 1-3 kenarında komşu kenar olarak adlandırılmaktadır.

Deformasyondan sonra (şekilde kuvvetler gösterilmemiştir) 3 noktası 3' noktasına gelecek ve her iki elemanın 1-3 kenarlarının boyları değişecektir. Fakat 1 ve 3 noktaları ortak noktalar olduğundan ve 1-3 arasında başka nokta bulunmadığından, boy değişimi her iki elemanın 1-3 kenarları için aynı miktarda olmak zorundadır.



Şekil 6.2: Komşu kenarların deformasyonu

1-3 komşu kenarlarının boyu deformasyon öncesi 1 nolu elemanda l_{13}^1 , 2 nolu elemanda da l_{13}^2 ile gösterilsin.

Deformasyon sonrası l_{13} boyu değişerek l_{13}^1 , ve l_{13}^2 boyu da l_{13}^2 olur. Açık olarak komşu kenarlarda deformasyon öncesi

$$l_{13}^1 = l_{13}^2$$

ve deformasyon sonrası

$$l_{13}^1 = l_{13}^2$$

geçerlidir. O halde, kenarlardaki boy değişimi

$$\Delta l_{13}^1 = l_{13}^1 - l_{13}^1 = \Delta l_{13}^2 = l_{13}^2 - l_{13}^2$$

$$\Delta l_{13}^1 = \Delta l_{13}^2 \quad (6.8)$$

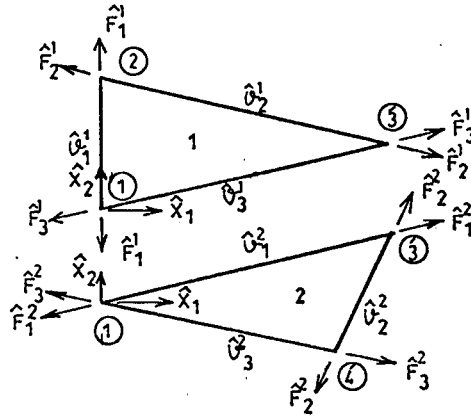
olur. Sistemin çok elemanlı olması halinde de komşu kenar tanımına uyan her kenar için (6.8) şartı geçerli olacaktır.

6.3 Komşu Kenarlardaki Boy Değişiminin Relatif Deplasmanlar İle İlişkisi

Şekil 6.1 de görülen elemanın lokal eksenlerinin orijininin tanımlandığı yer önemlidir. Şekil 6.1a da görülen \hat{S}^i kuvvetlerinin sırası eksenlerin orijininin i noktasında olması halinde geçerlidir. Orijin, örneğin j noktasında tanımlanırsa, \hat{S}^1 , \hat{S}^2 kuvvetleri de j noktasına kayar ve diğer kuvvetler saat dönüşü yönünde sıra ile diğer düğümlere kayarlar. Şekil 6.1b de görülen \hat{F}^i kuvvetleri için de aynı kural geçerlidir. Orijin j noktasında tanımlanırsa \hat{F}_1 kuvveti j-k kenarına \hat{F}_2 kuvveti k-i kenarına ve \hat{F}_3 kuvveti de i-j kenarına kayar. Bu kurala uygun olarak, elemanın lokal eksenlerinin orijini elemanın herhangi bir noktasında seçilebilir. Dikkat edilmesi gereken tek şey, sonuçların bu seçime bağlı olarak yorumlanması gereğidir.

Şekil 6.2 de verilen sistemde her iki elemanın lokal eksenlerinin orijinlerinin 1 noktasında seçildiği varsayıl-sın. Bu durumda deforme olmuş sistemin \hat{F}^i kuvvetlerinin sıralanışı şekil 6.3 de görüldüğü gibi olacaktır. $\hat{F}^1 = \langle \hat{F}_1^1 \hat{F}_2^1 \hat{F}_3^1 \rangle$ 1. elemanın $\hat{F}^2 = \langle \hat{F}_1^2 \hat{F}_2^2 \hat{F}_3^2 \rangle$ de 2. eleman kuvvetleridir.

Bölüm 5.1.3 de (5.10) ile tanımlanan ve (5.12) ye göre \hat{F}^i kuvvetleri ile iş yapan \hat{v}^i relatif deplasmanları 1. eleman için $\hat{v}^1 = \langle \hat{v}_1^1 \hat{v}_2^1 \hat{v}_3^1 \rangle$ ve 2. eleman için $\hat{v}^2 = \langle \hat{v}_1^2 \hat{v}_2^2 \hat{v}_3^2 \rangle$ dir. \hat{F}_1^1, \hat{v}_1^1 ile \hat{F}_1^2, \hat{v}_1^2 ile v.s. iş yaptığına göre elemanların kuvvetlerine karşılık gelen relatif deplasmanlar şekil 6.3 de kenarların üzerine yazıldığı gibi sıralanmıştır.



Şekil 6.3: Elemanların iç kuvvetlerinin sıralanışı

Bölüm 5.1.4 de açıklandığı gibi \hat{v}_1^1 , 1. elemanın \hat{F}_1^1, \hat{F}_2^1 ve \hat{F}_3^1 kuvvetlerinden dolayı l_{13} kenarının boy değişim miktarıdır. Buna göre 1. elemenda $\Delta l_{13}^1 = \hat{v}_3^1$ ve 2. elemenda $\Delta l_{13}^2 = \hat{v}_1^2$ dir. (6.8) den dolayı 1. ve 2. elemanın 1-3 komşu kenarında

$$\hat{v}_3^1 = \hat{v}_1^2 \quad (6.9)$$

$$\hat{v}_3^1 - \hat{v}_1^2 = 0 \quad (6.10)$$

olur. Buradan çıkan sonuç şudur: levha elemanlardan oluşan bir sistemde komşu elemanların komşu kenarlarının relatif deplasmanları birbirine eşittir.

6.4 Relatif Deplasmanların Eşitliğinin Kuvvetler Cinsinden Yazılması

Elemanların relatif deplasmanları (5.13) ile verilmiştir. Bu bağıntının açık ifadesi

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_1^i \\ \hat{v}_2^i \\ \hat{v}_3^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{11}^i & \hat{f}_{12}^i & \hat{f}_{13}^i \\ \hat{f}_{21}^i & \hat{f}_{22}^i & \hat{f}_{23}^i \\ \hat{f}_{31}^i & \hat{f}_{32}^i & \hat{f}_{33}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1^i \\ \hat{F}_2^i \\ \hat{F}_3^i \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

olarak yazılır. 1. ve 2. eleman için

$$\hat{v}_3^1 = \hat{f}_{31}^1 \hat{F}_1^1 + \hat{f}_{32}^1 \hat{F}_2^1 + \hat{f}_{33}^1 \hat{F}_3^1$$

$$\hat{v}_1^2 = \hat{f}_{11}^2 \hat{F}_1^2 + \hat{f}_{12}^2 \hat{F}_2^2 + \hat{f}_{13}^2 \hat{F}_3^2$$

hesaplanırsa (6.10) ifadesi

$$\hat{f}_{31}^1 \hat{F}_1^1 + \hat{f}_{32}^1 \hat{F}_2^1 + \hat{f}_{33}^1 \hat{F}_3^1 - \hat{f}_{11}^2 \hat{F}_1^2 - \hat{f}_{12}^2 \hat{F}_2^2 - \hat{f}_{13}^2 \hat{F}_3^2 = 0 \quad (6.12)$$

bağıntısı bulunur. Görüldüğü gibi, elemanların fleksibilite matrisleri (6.3) e göre belli olduğundan, burada sadece \hat{F}_1^1 ve \hat{F}_2^2 eleman kuvvetleri bilinmemektedir. (5.30) da tanımlanan sistemin denge matrisi incelendiğinde terimlerinin sabit olduğu ve dolayısıyla (5.29) veya (5.31) ile verilen denge denklemlerinin de aynı yapıya sahip olduğu anlaşılır.

O halde (6.10) veya bunun açık ifadesi (6.12) denge denklemlerine eklenebilir. Bu durumda denge denklemleri bir artacak, buna karşın hiperstatiklik derecesi de bir azalacaktır. (6.10) bağıntısına ek denklem adı verilmiştir.

Açıklama getirmesi açısından, şekil 6.2 de görülen sistemin denge matrisi şematik olarak kurulmuş ve aşağıda verilmiştir. Sistemin serbestlik derecesi $\tilde{n}=4 \times 2=8$, bilinmeyen

sayısı $m=2 \times 3=6$ dir. 1. mesnette 2, 2. mesnette 1 deplasman tutulmuş olduğundan (3 sınır şartı) $n=8-3=5$, hiperstatiklik derecesi $r=6-5=1$ olur. (6.12) ek denklemleri dikkate alınırsa $n=5+1=6$ ve $r=6-6=0$ sistem izostatik olur.

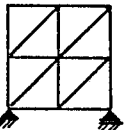
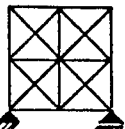
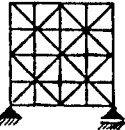
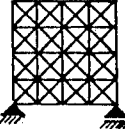
		eleman no								
		①			②					
düğüm ve denklemler no	①	1	x	0	x	x	0	x	=	$\begin{bmatrix} B \\ A \\ C \\ 0 \\ P_2 \\ -P_1 \\ -P_3 \\ -P_4 \\ 0 \end{bmatrix}$
		2	x	0	x	x	0	x		
	②	3	x	x	0	0	0	0		
		4	x	x	0	0	0	0		
	③	5	0	x	x	x	x	0		
		6	0	x	x	x	x	0		
	④	7	0	0	0	0	x	x		
		8	0	0	0	0	x	x		
		9	\hat{f}_{31}^1	\hat{f}_{32}^1	\hat{f}_{33}^1	$-\hat{f}_{11}^2$	$-\hat{f}_{12}^2$	$-\hat{f}_{13}^2$		

1-3 denklemleri (5.32) bağıntısını, 4-8 denklemleri (5.31) bağıntısını ve 9. denklemler de (6.10) veya (6.12) bağıntısını vermektedirler. Denge matrisindeki \hat{x} sıfırdan farklı terimler bölüm 5.1.13 te verilen yöntemle göre direkt olarak yerleştirilmişlerdir.

(6.1) den anlaşıldığı gibi $-1 \leq x \leq 1$ dir. 6.12 ek denklemindeki katsayılar (fleksibilite matrisinin terimleri) ise x ler yanında çok küçük sayılardır (6.3 bağıntısında E büyük bir sayı). Ek denklemlerin bu haliyle denge matrisine aktarılması nümerik yuvarlama hatalarına neden olabilir. Bu nedenle ek denklemler skale edilirler. Skalasyon faktörü her ek denklemlerde mutlak değerce en büyük sayı olarak seçilir. Ek denklemler bu faktöre bölünerek ek denklemlerin katsayılarının da -1 ile $+1$ arasında değişen değerler olması çok basit olarak sağlanır.

6.5 Hiperstatiklik Derecesinin Düşme Oranı

İdealize edilen sistem uygulamada çok sayıda eleman ve çok sayıda komşu kenar içerir. Artan eleman sayısı ve serbestlik derecesi karşısında hiperstatiklik derecesi acaba ne oranda düşürülmektedir? Bu sorunun cevabı aşağıda verilen tablo 6.1 den anlaşılmaktadır. Bir levha sistem giderek artan sayıda elemanlara bölünerek her idealizasyon için denklem sayısı ve hiperstatiklik derecesi hem Standart Kuvvet Metodunda hemde Ek Denklemlili Kuvvet Metodunda (bu çalışma) verilmiştir. Görüldüğü gibi, hiperstatiklik derecesindeki düşme oranı %80 civarındadır. Ayrıca süreklilik denklemlerinin çözümü için gerekli işlem sayısı ve işlem sayısındaki düşme oranı da verilmiştir. Buradaki işlem sayısı, (5.47) den hiperstatik bilinmeyenlerin Cholesky metoduna göre çözümü için gerekli olan dört işlem ve karekök alma sayısıdır (Topçu 1986).

No	Geometri	Yöntem	ES	NS	SO	SS	EDS	n	m	r	r _{do} %	İS	İSDO %
1		SKM	8	9	18	3	0	15	24	9	0	276	0
		EDKM	8	9	18	3	8	23	24	1	89	1	100
2		SKM	16	13	26	3	0	23	48	25	0	5500	0
		EDKM	16	13	26	3	20	43	48	5	80	50	99
3		SKM	32	25	50	3	0	47	96	49	0	40376	0
		EDKM	32	25	50	3	40	87	96	9	82	276	99
4		SKM	64	41	82	3	0	79	192	113	0	487256	0
		EDKM	64	41	82	3	88	167	192	25	78	5500	99

KISALTMALAR :

- ES : Eleman sayısı
- NS : Nokta sayısı
- SD : Serbestlik derecesi
- SS : Sınır şartı sayısı
- EDS : Ek denklem sayısı
- n : Denge denklemi sayısı
- m : Bilinmeyen Sayısı
- r : Hiperstatiklik derecesi
- r_{do} : Hiperstatiklik derecesinin düşme oranı
- İS : İşlem sayısı (5.47 nin çözümü için)
- İSDO : İşlem sayısının düşme oranı
- SKM : Standard Kuvvet Metodu
- EDKM : Ek Denklemlili Kuvvet Metodu

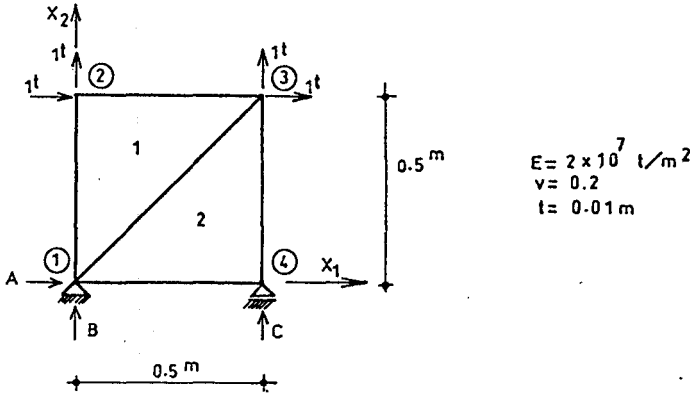
Tablo 6.1: Hiperstatiklik derecesinin ve işlem sayısının düşme oranı

Tablonun son kolonunda görüldüğü gibi, işlem sayısındaki düşme oranı %99 gibi çok çarpıcı bir değere varmaktadır. Ayrıca (5.47) nin kurulması için gerekli işlem sayısının da düşeceği açıktır.

Çözüm için gerekli bilgisayar belleği açısından tablo 6.1 de karşılaştırma yapılmamıştır. Kısaca değinmek gerekirse, 4 nolu geometride Standart Kuvvet Metodu için 51528 byte (çift hassasiyetli çözüm) bellek gerekirken, Ek denklemlili Kuvvet Metodunda sadece 2600 byte gerekmektedir. Bellek gereksinimindeki düşme oranı %95 dir.

6.6 Sayısal Örnek

Örnek 1:



Yukarıda verilen sistemin çözümü yapılacaktır. Elemanların lokal eksenleri global eksenlere paralel ve orijin 1 noktasındadır. Elemanların denge matrisleri (6.1)e göre:

$$\underline{\underline{B}}^1 = \hat{\underline{\underline{B}}}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -.7071 \\ -1 & 0 & -.7071 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & .7071 \\ 0 & 0 & .7071 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{B}}^2 = \hat{\underline{\underline{B}}}^2 = \begin{bmatrix} -.7071 & 0 & -1 \\ -.7071 & 0 & 0 \\ \hline .7071 & 0 & 0 \\ .7071 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fleksibilite matrisleri ((6.3) e göre):

$$\hat{f}^1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.2 & 0.5657 \\ -0.2 & 1 & 0.5657 \\ 0.5657 & 0.5657 & 2 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$$

$$\hat{f}^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0.5657 & 0.5657 \\ 0.5657 & 1 & -0.2 \\ 0.5657 & -0.2 & 1 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$$

Ek denklem (bölüm 6.3 e göre):

1. elemanın \hat{v}_3^1 ve 2. elemanın \hat{v}_1^2 relatif deplasmanları 1-3 kenarında tanımlıdır. O halde $\hat{v}_3^1 = \hat{v}_1^2$ dir. Fleksibilite matrislerinden

$$\hat{v}_3^1 - \hat{v}_1^2 = 0$$

$$(0.5657\hat{F}_1^1 + 0.5657\hat{F}_2^1 + 2\hat{F}_3^1 - 2\hat{F}_1^2 - 0.5657\hat{F}_2^2 - 0.5657\hat{F}_3^2) \times 10^{-5} = 0$$

ve skalasyon faktörü 2.0×10^{-5} seçilirse

$$0.2829\hat{F}_1^1 + 0.2829\hat{F}_2^1 + 1.0\hat{F}_3^1 - 1.0\hat{F}_1^2 - 0.2829\hat{F}_2^2 - 0.2829\hat{F}_3^2 = 0$$

ek denklemini bulunur. Sistemin denge denklemleri (Bölüm 5.1.13 ve 6.4 e göre):

$$\begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix} \begin{array}{ccc|ccc} \textcircled{1} & & & \textcircled{2} & & \\ 0 & 0 & -.7071 & -.7071 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -.7071 & -.7071 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & .7071 & .7071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .7071 & .7071 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ .2829 & .2829 & 1 & -1 & -.2829 & -.2829 \end{array} \begin{bmatrix} \hat{F}_1^1 \\ \hat{F}_2^1 \\ \hat{F}_3^1 \\ \hat{F}_1^2 \\ \hat{F}_2^2 \\ \hat{F}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1, 2 ve 8 nolu denklemler tutulmuş deplasmanlar yönündeki dengedir ve (5.32) bağıntısını verirler. 3-7 denklemleri (5.31) denge bağıntısını ve 9. denklem de ek denklemdir. Sistemin denge denklemleri

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & .7071 & .7071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .7071 & .7071 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ .2829 & .2829 & 1 & -1 & -.2829 & -.2829 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1^1 \\ \hat{F}_1^2 \\ \hat{F}_2^1 \\ \hat{F}_2^2 \\ \hat{F}_3^1 \\ \hat{F}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

olur. $n=6$ denklem ve $m=6$ bilinmeyen olduğundan hiperstatiklik derecesi $r=6-6=0$ olur. Sistem izostatik olduğundan, süreklilik şartlarına gerek kalmadan, eleman kuvvetleri bu denklem sisteminden hesaplanabilirler. Gauss indirgeme yöntemi ile denklem sistemi bilgisayarda çözülmüş ve

$$\hat{F}_1^1 = \begin{bmatrix} \hat{F}_1^1 \\ \hat{F}_2^1 \\ \hat{F}_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1.27 \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_2^2 = \begin{bmatrix} \hat{F}_1^2 \\ \hat{F}_2^2 \\ \hat{F}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.56 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

bulunmuştur.

Gerilmeler ((6.2) ye göre):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^1 \\ \sigma_{22}^1 \\ \sigma_{12}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 400 & 282.84 \\ 400 & 0 & 282.84 \\ 0 & 0 & 282.84 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1.27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40.79 \\ 759.21 \\ 359.21 \end{bmatrix}$$

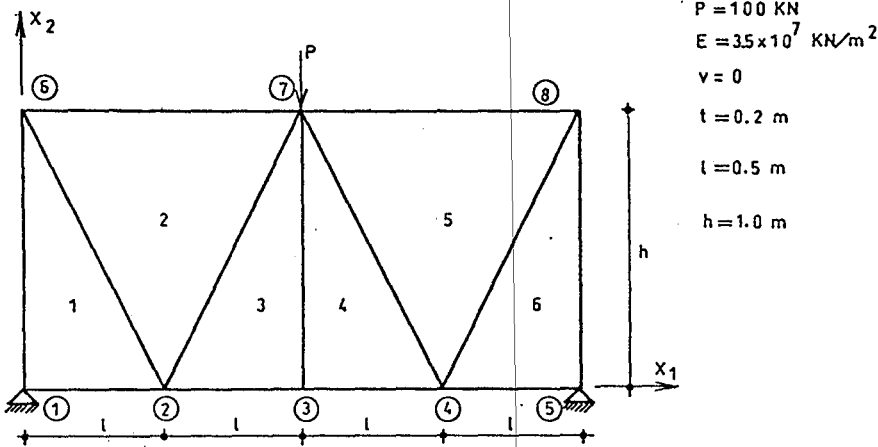
$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 \\ \sigma_{22}^2 \\ \sigma_{12}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 282.84 & 0 & 400 \\ 282.84 & 400 & 0 \\ 282.84 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.56 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 441.23 \\ 41.23 \\ 441.23 \end{bmatrix}$$

olur. Aynı örneğin Ek 1 de verilen bilgisayar sonuçları burada yapılan yuvarlamalar nedeniyle biraz farklıdır.

6.7 Karşılaştırmalı Test Sonuçları

Örnek 2:

Aşağıda verilen sistem Durán (1977) den alınmıştır. Aynı örnek ayrıca Ek 1 de Deplasman Metodu, Standart Kuvvet Metodu ve Ek Denklemlili Kuvvet Metodu (bu çalışma) ile hesaplanarak bazı noktalarda ve elemanlardaki sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir (Kısaltmalar: DM = Deplasman Metodu, SKM = Standart Kuvvet Metodu, EDKM = Ek Denklemlili Kuvvet Metodu).



Lokal eksenlerin orijinlerinin seçildiği noktalar:

Eleman No	Orijinin Bulunduğu Nokta
1	1
2	6
3	2
4	3
5	4
6	4

Buna göre ek denklemler aşağıdaki gibi kurulmuştur.

$$\hat{v}_2^1 = \hat{v}_3^2 \quad (2-6 \text{ kenarında})$$

$$\hat{v}_2^2 = \hat{v}_1^3 \quad (2-7 \text{ kenarında})$$

$$\hat{v}_2^3 = \hat{v}_1^4 \quad (3-7 \text{ kenarında})$$

$$\hat{v}_2^4 = \hat{v}_1^5 \quad (4-7 \text{ kenarında})$$

$$\hat{v}_3^5 = \hat{v}_6^1 \quad (4-8 \text{ kenarında})$$

Standart Kuvvet Metoduna göre sistem 6. dereceden, Ek Denklemli Kuvvet Metoduna göre ise 1. dereceden hiperstatiktir.

Deplasmanların karşılaştırması:

METOD	NOKTA NO			
	3		7	
	X ₁ Yönünde	X ₂ Yönünde	X ₁ Yönünde	X ₂ Yönünde
Duran u.a.(1977)	0	-1.9*10 ⁻⁵	0	-2.9*10 ⁻⁵
DM	-3.28*10 ⁻¹³	-1.89*10 ⁻⁵	8.53*10 ⁻¹³	-2.87*10 ⁻⁵
SKM	-1.59*10 ⁻²²	-1.89*10 ⁻⁵	0	-2.87*10 ⁻⁵
EDKM	4.80*10 ⁻²²	-1.89*10 ⁻⁵	2.25*10 ⁻²²	-2.87*10 ⁻⁵

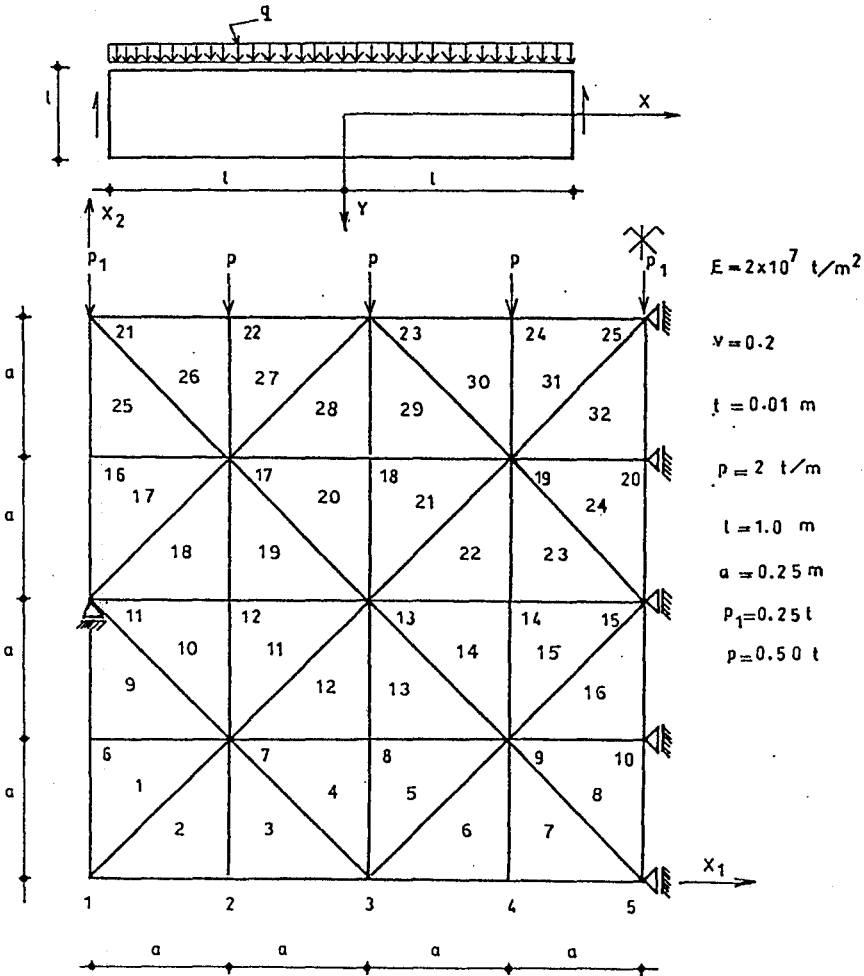
Gerilmelerin karşılaştırılması:

METOD	ELEMEN NO					
	1			3		
	σ ₁₁	σ ₂₂	σ ₁₂	σ ₁₁	σ ₂₂	σ ₁₂
Duran u.a(1977)	-121.21	-314.12	-342.94	121.21	-344.42	-172.21
DM	-121.21	-314.12	-342.94	121.21	-344.42	-172.21
SKM	-121.21	-314.12	-342.94	121.21	-344.42	-172.21
EDKM	-121.21	-314.12	-344.94	121.21	-344.42	-172.21

Yatay deplasmanlarda önemsiz farklar olmasına rağmen, sonuçlar bütün yöntemler için aynıdır.

Örnek 3:

Aşağıda verilen levha probleminin analitik çözümü Timoshenko (1951) de verilmiştir. Simetriden dolayı sistemin yarısı 32 eleman ile idealize edilerek, SAP80 program sistemi, Deplasman Metodu, Standart Kuvvet Metodu ve Ek Denklemlili Kuvvet Metodu ile çözülmüş ve sonuçlar Ek 1 de verilmiştir. Seçilmiş bazı noktalardaki düşey deplasmanlar ve $x_1 = 0.875$ eksenindeki noktalarda gerilmeler karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.



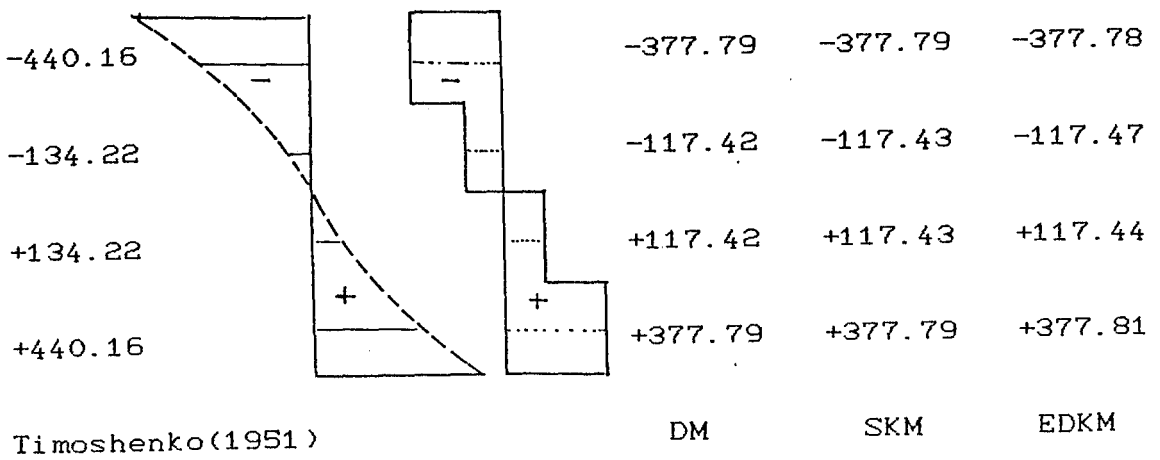
$x=0.5$ ekseninde düşey deplasmanların karşılaştırılması:

METOD	NOKTA NO				
	11	12	13	14	15
Timoshenko (1951)	$-2.0266 \cdot 10^{-12}$	$-1.5613 \cdot 10^{-5}$	$-2.7938 \cdot 10^{-5}$	$-3.5801 \cdot 10^{-5}$	$-3.8500 \cdot 10^{-5}$
SAP80	0	$-1.6960 \cdot 10^{-5}$	$-2.8390 \cdot 10^{-5}$	$-3.4670 \cdot 10^{-5}$	$-3.7540 \cdot 10^{-5}$
DM	0	$-1.6960 \cdot 10^{-5}$	$-2.8394 \cdot 10^{-5}$	$-3.4671 \cdot 10^{-5}$	$-3.7541 \cdot 10^{-5}$
SKM	0	$-1.6990 \cdot 10^{-5}$	$-2.8394 \cdot 10^{-5}$	$-3.4671 \cdot 10^{-5}$	$-3.7541 \cdot 10^{-5}$
EDKM	0	$-1.6959 \cdot 10^{-5}$	$-2.8392 \cdot 10^{-5}$	$-3.4668 \cdot 10^{-5}$	$-3.7543 \cdot 10^{-5}$

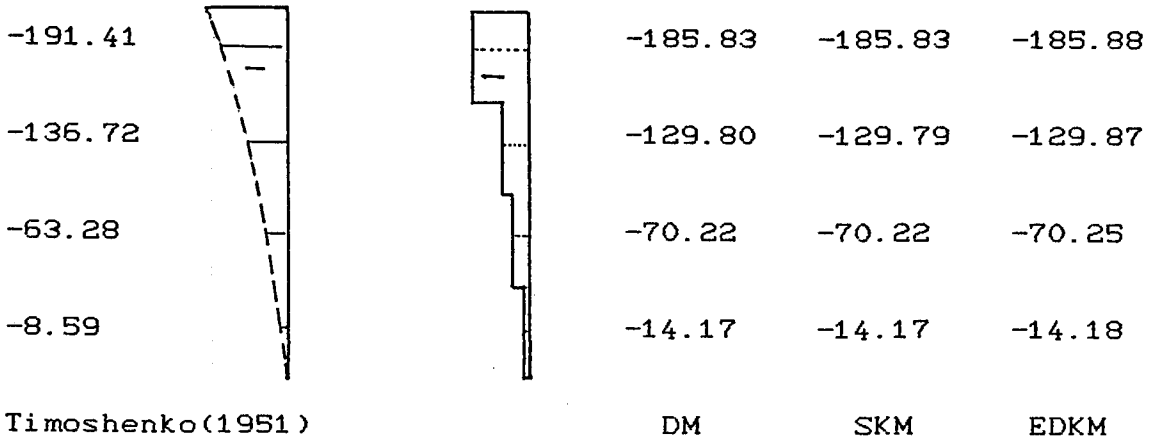
Gerilmelerin karşılaştırılması:

$x_1=0.875$ ekseninde ve bu hat üzerine düşen 7-8, 15-16, 23-24, 31-32 nolu elemanlardan oluşan karelerin merkezlerinde analitik olarak hesaplanan gerilmelerin ve eleman çiftlerinin gerilme ortalaması ile bulunan gerilmelerin diyagramları aşağıda verilmiştir (SAP80 den sonuç alınamamıştır).

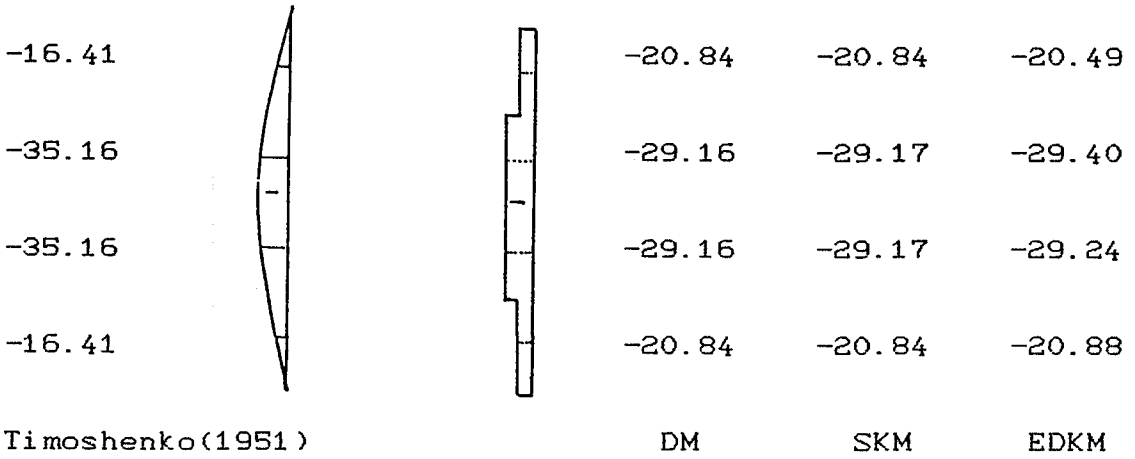
σ_{11} Gerilmeleri:



σ_{22} Gerilmeleri:



σ_{12} Gerilmeleri:

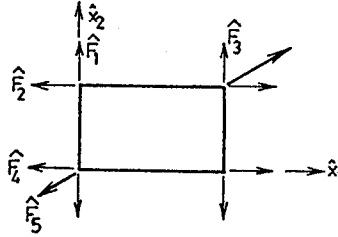


Sonuçlar incelendiğinde, Sonlu Eleman Metodu bazlı çözümlerin çakıştığı görülür. Analitik çözüm ile olan farklar eleman sayısının yetersizliğinden ve kullanılan elemanın basitliğinden (sabit gerilme dağılımı) kaynaklanmaktadır.

6.8 Yöntemin Başka Tip Elemanlara Uygulanabilirliği

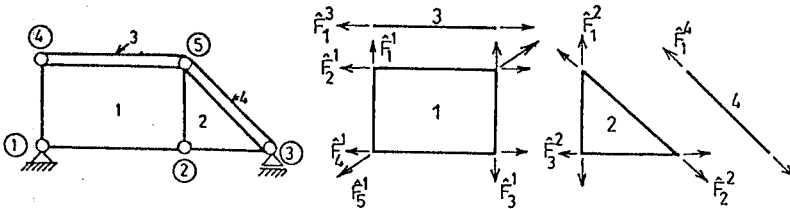
Verilen yöntem üçgen levha elemanlar ile idealize edilen sistemlere uygulanarak denenmiştir. Ancak, test edilmemekle birlikte, Przemieniecki'de (1964, 1974) verilen dörtgen levha ve üçgen piramid (üç eksenli gerilme hali) ile idealize edilmiş sistemlere de uygulanabileceği anlaşılmaktadır. Sistem, üçgen levha, dörtgen levha ve kafes kiriş (rijitliği artırmak için) elemanlardan oluşabilir.

Şekil 4.3 te üçgen piramid elemanın ve kafes kiriş elemanın bilinmeyenleri, şekil 6.4 te dörtgen levha elemanın bilinmeyenleri görülmektedir.



Şekil 6.4: Dörtgen levha elemanı

Şekil 6.5 de verilen basit karma sistemde 1 ve 2 nolu elemanlar dörtgen ve üçgen levha, 3 ve 4 nolu elemanlar da kafes kiriş elemanlardan oluşmaktadır.



Şekil 6.5: Karma sistem

Şekilden görüldüğü gibi

$$v_2^1 = v_1^3 \quad (4-5 \text{ kenarında})$$

$$v_3^1 = v_1^2 \quad (2-5 \text{ kenarında})$$

$$v_2^2 = v_1^4 \quad (3-5 \text{ kenarında})$$

ek denklemleri yazılabilir. Denklem sayısı $n=2 \times 5 - 3 = 7$, bilinmeyen sayısı $m=5+3+1+1=10$ ve hiperstatiklik derecesi $r=10-7=3$ tür. Ek denklemler dikkate alınırsa $n=7+3=10$ ve $r=10-10=0$ ile sistem izostatik olur.

Plak ve eğilmeli kiriş elemanlar ile idealize edilen sistemlerde yöntemin uygulanabilirliği araştırma konusudur.

7 SONUÇ VE TARTIŞMA

Sunulan yöntem ile levha sistemlerin hiperstatiklik derecesinin büyük oranda düşürülebileceği gösterilmiştir. Yöntem komşu elemanların ortak kenarlarındaki relatif deplasmanların eşitliği ilkesine dayanmaktadır. Komşu kenar sayısı kadar denklem elemanların fleksibilite matrisleri yardımıyla kurularak denge denklemlerine eklenmekte ve hiperstatiklik derecesi düşürülmektedir.

Buna göre, sadece denge denklemlerinde değişiklik olduğu için, Standart Kuvvet Metodunun sistematiği bozulmamaktadır. Buna karşın, iterasyon bazlı sistem analizinde, işlem sayısı azaldığından, hesap hızı artmakta ve gerekli bilgisayar belleği büyük oranda düşmektedir.

Yöntem burada verildiği şekli ile, sadece levha sistemlere uygulanmıştır. Bu, Sonlu Elemanlar Metodunun genelliğini bozmaktadır. Aynı yöntemin değişik geometrilere (plak, çerçeve gibi) uygulanabilirliğinin araştırılması gerekir.

Verilen program yöntemin test edilmesi amacıyla hazırlandığından kapasitesi kısıtlıdır. Çok sayıda eleman içeren geometri halinde yöntemin nümerik davranışını incelemeye yeterli değildir. Bu konuya da açıklık getirebilecek çalışmalara gerek vardır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Clough, R., 1960, The Finite Element in plane stress analysis, Proc. 2nd ASCE Conf. on Electronic Computation, Pittsburg, Pa.
- Denke, P., 1962, A general digital computer analysis of statically indeterminate structures, NASA TN D-1666, Washington.
- Ding, H., and Gallagher, R., 1985, Approximate force method Reanalysis techniques in structural optimization, Int. J. Numer. Meths. Engng., 21, pp. 1253-1267.
- Durán, M., et. al., 1977, Kram '76. Ein FORTRAN Program zur Berechnung allgemeiner Tragwerke, Teil 1, Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Uni. Essen-GHS, Essen.
- Gallagher, R., 1976, Finite Element Analysis, Springer-Verlag, Berlin.
- Hrennikof, A., 1941, Solution of problems in Elasticity by the Framework Method, J. Appl. Mech. 8, pp 169-175.
- Inan, M., 1967, Cisimlerin Mukavemeti, Arı kitabevi, Istanbul.
- Melosh, R., 1961, A stiffness matrix for the analysis of thin plates in bending, J. Aero Sci., 28, pp. 34-42.
- Patnaik, S., 1973, An Integrated Force Method for discrete analysis, Int. J. Numer. Meths. Eng., 6, pp.237-251.
- Patnaik, S., and Yodagiri, S., 1978, Design for frequency by the Integrated Force Method, Comp. Meths. Appl. Mech. Engng., 16, pp.213-230.
- Patnaik, S., 1986a, The Integrated Force Method versus the Standart Force Method, Comput.& Struct., 22, pp.151-163
- Patnaik, S., 1986b, Behavior of trusses with stress and displacement constraints, Comput.& Struct., 22, pp. 619-623.
- Patnaik, S., and Joseph, K., 1986c, Generation of the compatibility matrix in the Integrated Force Method, Comput. Meth. appl. Mech. Engng., 55, pp.239-257.
- Patnaik, S., and Gallagher, R., 1986d, Gradients of behavior constraints and reanalysis via the Integrated Force Method, Int. J. Numer. Meths. Engng., 23, pp.2205-2212.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Patnaik, S., and Nagaraj, M., 1987, Analysis of continuum by the Integrated Force Method, *Comput. & Struct.*, 26, pp.899-905.
- Patnaik, S., Berke, L., and Gallagher, R., 1991, Integrated Force Method versus Displacement Method for Finite Element analysis, *Comput. & Struct.*, 38, pp. 377-407.
- Pian, T., 1964, Derivation of element stiffness matrices by assumed stress distribution, *J. AIAA.* 2, pp. 1232-1336.
- Przemieniecki, J., 1963, Triangular plate elements in the Matrix Force Method of structural analysis, *J.AIAA.*, 1, pp. 1895-1897.
- Przemieniecki, J., 1964, Tetrahedron elements in the Matrix Force Method of structural analysis, *J. AIAA.*, 2, pp. 1152-1154.
- Przemieniecki, J., 1974, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, New York.
- Robinson, J., 1965a, Dissertation on The Rank Technique and its application, *J. Roy. Aero. Soc.* 69, pp. 280-283.
- Robinson, J., 1965b, Automatic selection of redundancies in the Matrix Force Method. (the rank technique) *Can. Aero. Space J.*, 11, pp. 9-12.
- Tauchert, T., 1974, *Energy principles in structural analysis*, Mc Graw-Hill, New York.
- Timoshenko, S. and Goodier, J., 1951, *Theory of Elasticity*, Mc Graw-Hill, New York.
- Thierauf, G., and Topçu, A., 1975, Structural optimization using the Force Method, *World Congress on Finite Element Methods in structural mechanics*, Editor J. Robinson, Bournemouth, England.
- Topçu, A., 1979, Ein Beitrag zur systematischen Berechnung finiter Elementtragwerke nach der Kraftmethode, *Doktora çalışması*, Universität Essen-GHS, Essen.
- Topçu, A., 1985, İzostatik sistemin otomatik seçimi ve kompakt homogen çözümler, *Anadolu Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi*, Cilt II, Sayı 1,
- Turner, M., Clough, R., Martin, H., and Topp, L., 1956, Stiffness and deflection analysis of complex structures, *J. Aero. Sci.*, 23, pp 805-823.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Veubeke, B., 1965, Displacement and Equilibrium models in the Finite Element Method, In Zienkiewicz and Holister (Eds.) Stress analysis, Wiley, New York.
- Veubeke, B., 1967, Basic of well conditioned Force program for equilibrium models via soutwell slab analogies, Air Force Flight Dynamics Lab., Rept.AFFDL-TR-67-10.
- Vijayakumar, A., Krishna, M., and Patnaik, S., 1988, A basis for the analysis of solid continua using the Integrated Force Method, AIAA, J., 26, pp. 628-629.
- Zienkiewicz, O., and Cheung, Y., 1965, Finite Elements in the solution of field problems, Engineer, 200, pp. 507-510.
- Zienkiewicz, O., 1972, Finite Elements-The Background Story, in the Mathematics of Finite Elements and Applications, Ed. J.R. Niteman, Academic Press, London.
- Zienkiewicz, O., 1977, The Finite Element Method, Mc Graw-Hill, New York.

EK 1: SAYISAL ÖRNEKLERİN BİLGİSAYAR ÇIKTILARI

Örnek 1 (Deplasman Metodu):

MIKRO MUHENDIS
VERSION:01/ESKISEHIR 1986/Ahmet TOPCU

LEVHALARIN STATİK HESABI
SONLU ELEMANLAR METODU
(deplasman metodu)

PROBLEM:ORNEK 1

eleman sayisi.....= 2
nokta sayisi.....= 4
kuvvet sayisi.....= 4
sinir sarti sayisi.....= 3
elastisite modulu.....= 20000000
poisson orani.....= .2
levha kalinligi.....= .01
isi etkisindeki eleman sayisi..= 0
isi uzama (kiscalma) katsayisi..= 0
sistemin serbestlik derecesi...= 8

ELEMANLARIN TARIFI:

eleman	i-noktasi	j-noktasi	k-noktasi
1	1	2	3
2	1	3	4

DENKLEM SAYISI.....= 5

REAKSIYON SAYISI...= 3

YARI BAND GENISLIGI= 8

NOKTALARIN KOORDINATLARI:

nokta	X	Y
1	0	0
2	0	.5
3	.5	.5
4	.5	0

VERILMIS KUVVETLER:

nokta	yon	kuvvet
2	1	1
2	2	1
3	1	1
3	2	1

VERILMIS ISI DEGERLERI:

isi etkisi yok

VERILMIS SINIR SARTLARI:

nokta	yon	deplasman
1	1	0
1	2	0
4	2	0

DEPLASMANLAR:

nokta	1-yonu	2-yonu
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	+4.20000D-05	+1.92000D-05
3	+3.72000D-05	-1.20000D-06
4	+1.08000D-05	+0.00000D+00

GERILMELER:

eleman	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1.	-40.0000D+00	76.0000D+01	36.0000D+01
2.	44.0000D+01	39.9999D+00	44.0000D+01

REAKSIYONLAR:

nokta	yon	reaksiyon
1	1	-2.00
1	2	-3.00
4	2	+1.00

----- HESAP SONU -----

Örnek 1 (Standart Kuvvet Metodu):

Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSMİ.....=ÖRNEK 1: 2 elemanlı ve 4 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 2

NOKTA SAYISI.....= 4

TEKİL YÜK SAYISI.....= 4

SINIR ŞARTI SAYISI.....= 3

ELASTİSİTE MODULU,.....= $2E+07$

POISSON ORANI.....= .2

LEVHA KALINLIĞI.....= .01

EKLENEN DENKLEM SAYISI.....= 0 ←— STANDART KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DEREJESİ...= 2

ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3

ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 6

SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 5

HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 1

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	2	3
2	1	3	4

KOORDİNATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	0	.5
3	.5	.5
4	.5	0

SINIR ŞARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YÖN
1	1
1	2
4	2

VERİLMİŞ KUVVETLER:

NOKTA	YÖN	KUVVET
2	1	1
2	2	1
3	1	1
3	2	1

ALT BAND GENİSLİĞİ.....= 1

ANA BAND GENİSLİĞİ.....= 3

DENGE MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

123456

1 x
2 x
3 xxx
4 xxx
5 x

PROGRAM SONU PART1

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER:

4

PROGRAM SONU PART2/GAUSS1

D_x MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

1
1 x

ELEMAN KUVVETLERİ:

ELEMAN	F1	F2	F3
1	+1.00000	-1.00000	+1.27279
2	+1.55563	-1.00000	+0.00000

GERİLMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	-40.00002	+759.99998	+359.99998
2	+439.99996	+39.99996	+439.99996

RELATİF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	+0.00001920	-0.00000480	+0.00002546
2	+0.00002546	-0.00000120	+0.00001080

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	+4.20000D-05	+1.92000D-05
3	+3.72000D-05	-1.20000D-06
4	+1.08000D-05	+0.00000D+00

N=F=P DENGİ KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET	
1	1	-2.00	REAKSIYON
	2	-3.00	REAKSIYON
2	1	+1.00	
	2	+1.00	
3	1	+1.00	
	2	+1.00	
4	1	+0.00	
	2	+1.00	REAKSIYON

Tarih:09-24-1991

Saat :10:25:23

PROGRAM SONU PART3

Örnek 1 (Ek Denklemlı Kuvvet Metodu):

Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSMİ.....=ÖRNEK 1: 2 elemanlı ve 4 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 2
NOKTA SAYISI.....= 4
TEKİL YÜK SAYISI.....= 4
SINIR ŞARTI SAYISI.....= 3
ELASTİSİTE MODULU.....= $2E+07$
POISSON ORANI.....= .2
LEVHA KALINLIĞI.....= .01

EKLENEN DENKLEM SAYISI.....= 1 ← EK DENKLEMLİ KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DEREJESİ...= 2
ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3
ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 6
SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 6
HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 0

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	2	3
2	1	3	4

KOORDİNATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	0	.5
3	.5	.5
4	.5	0

SINIR ŞARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YÖN
1	1
1	2
4	2

VERİLMİŞ KUVVETLER:

NOKTA	YÖN	KUVVET
2	1	1
2	2	1
3	1	1
3	2	1

ALT BAND GENİSLİĞİ.....= 5
ANA BAND GENİSLİĞİ.....= 6

DENGE MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

	1	2	3	4	5	6
1	0	X	0	0	0	0
2	X	0	0	0	0	0
3	0	X	X	X	0	0
4	0	0	X	X	X	0
5	0	0	0	0	0	X
6	X	X	X	X	X	X

PROGRAM SONU PART1

SİSTEM İZSTATİK...

PROGRAM SONU PART2/GAUSS1

ELEMAN KUVVETLERİ:

ELEMAN	F1	F2	F3
1	+1.00000	-1.00000	+1.27279
2	+1.55563	-1.00000	+0.00000

GERİLMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	-40.00001	+759.99999	+359.99999
2	+439.99995	+39.99995	+439.99995

RELATİF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	+0.00001920	-0.00000480	+0.00002546
2	+0.00002546	-0.00000120	+0.00001080

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	+4.20000D-05	+1.92000D-05
3	+3.72000D-05	-1.20000D-06
4	+1.08000D-05	+0.00000D+00

N=F=P DENGİ KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET	
1	1	-2.00	REAKSIYON
	2	-3.00	REAKSIYON
2	1	+1.00	
	2	+1.00	
3	1	+1.00	
	2	+1.00	
4	1	+0.00	
	2	+1.00	REAKSIYON

Tarih:09-24-1991

Saat :09:49:35

PROGRAM SONU PART3

Örnek 1 (SAP 80):

ÖRNEK 1: 2 ELEMANLI 4 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.01

**** ECHO OF SAP INPUT DATA ****

TOTAL NUMBER OF JOINTS = 4
TOTAL NUMBER OF LOAD CONDITIONS = 1

PRELIMINARY SCAN OF QUAD DATA

NM=1

MATERIAL PROPERTY DATA
1 E=2E7 U=.2

QUAD ELEMENT DATA
1 JO=1,1,2,3 ETYPE=1 M=1 TH=.01
2 JO=1,4,3,3 ETYPE=1 M=1 TH=.01

RESTRAINT INFORMATION

1 R=1,1,1,1,1,0
4 R=0,1,1,1,1,0
2 R=0,0,1,1,1,0
3 R=0,0,1,1,1,0

EQUILIBRIUM EQUATION NUMBERS
(ONE EQUATION FOR EACH UNKNOWN DISPLACEMENT)

JOINT #	U(X)	U(Y)	U(Z)	R(X)	R(Y)	R(Z)
1	0	0	0	0	0	3
2	4	5	0	0	0	6
3	7	8	0	0	0	9
4	1	0	0	0	0	2

INPUT JOINT DATA

1 Y=0 X=0 Z=0
2 Y=.5 X=0
4 Y=0 X=.5
3 Y=.5 X=.5

GENERATED JOINT COORDINATES

JOINT #	X	Y	Z
1	.000	.000	.000
2	.000	.500	.000
3	.500	.500	.000
4	.500	.000	.000

ORNEK 1: 2 ELEMANLI 4 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.02

 **** JOINT DISPLACEMENTS ****

LOAD CONDITION 1 - DISPLACEMENTS "U" AND ROTATIONS "R"

JOINT	U(X)	U(Y)	R(Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	.4200E-04	.1920E-04	.0000E+00
3	.3720E-04	-.1200E-05	.0000E+00
4	.1080E-04	.0000E+00	.0000E+00

REACTIONS AND APPLIED FORCES

LOAD CONDITION 1 - FORCES "F" AND MOMENTS "M"

JOINT	F(X)	F(Y)
1	-2.0000	-3.0000
2	1.0000	1.0000
3	1.0000	1.0000
4	.0000	1.0000

TOTAL -.3902E-15 -.6661E-15

NAME OF FILE OPENED = SYSTEM
 NAME OF FILE OPENED = OR1.SYS
 NAME OF FILE OPENED = OR1
 NAME OF FILE OPENED = OR1.F4F
 ORNEK 1 2 ELEMANLI 4 NOKTALI LEVHA

 ***** QUAD MEMBER FORCES *****

NAME OF FILE OPENED = OR1.UU
 NAME OF FILE OPENED = OR1.T4
 ? Error: REAL divide by zero
 Error Code 2100
 PC = 2050: 06FE; SS = 2675, FP = E1DE, SP = E1E4

Örnek 2 (Deplasman Metodu):

M I K R O M U H E N D İ S
VERSION:01/ESKİŞEHİR 1986/Ahmet TOPCU

LEVHALARIN STATİK HESABI
SONLU ELEMANLAR METODU
(deplasman metodu)

PROBLEM:
ÖRNEK 2

eleman sayisi.....= 6
nokta sayisi.....= 8
kuvvet sayisi.....= 1
sinir sarti sayisi.....= 4
elastisite modulu.....= 35000000
poisson oranı.....= 0
levha kalınlığı.....= .2
ısı etkisindeki eleman sayisi..= 0
ısı uzama (kısılma) katsayısı..= 0
sistemin serbestlik derecesi...= 16
ELEMANLARIN TARIFI:

eleman	i-noktasi	j-noktasi	k-noktasi
1	1	6	2
2	2	6	7
3	2	7	3
4	3	7	4
5	4	7	8
6	4	8	5

DENKLEM SAYISI.....= 12

REAKSIYON SAYISI...= 4

YARI BAND GENİSLİĞİ= 12

NOKTALARIN KOORDİNATLARI:

nokta	X	Y
1	0	0
2	.5	0
3	1	0
4	1.5	0
5	2	0
6	0	1
7	1	1
8	2	1

VERİLMİŞ KUVVETLER:

nokta	yon	kuvvet
7	2	-100

VERİLMİŞ İSİ DEĞERLERİ:

ısı etkisi yok

VERILMIS SINIR SARTLARI:

nokta	yon	deplasman
1	1	0
1	2	0
5	1	0
5	2	0

DEPLASMANLAR:

nokta	1-yonu	2-yonu
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	-1.73160D-06	-1.39795D-05
3	-3.27543D-13	-1.88998D-05
4	+1.73160D-06	-1.39795D-05
5	+0.00000D+00	+0.00000D+00
6	+8.36237D-06	-8.97476D-06
7	+8.53383D-13	-2.87404D-05
8	-8.36237D-06	-8.97476D-06

BERILMELER:

eleman	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1.	-12.1212D+01	-31.4117D+01	-34.2942D+01
2.	-29.2683D+01	-17.0732D+01	-24.2424D+01
3.	12.1212D+01	-34.4420D+01	-17.2210D+01
4.	12.1212D+01	-34.4420D+01	17.2210D+01
5.	-29.2683D+01	-17.0732D+01	24.2424D+01
6.	-12.1212D+01	-31.4117D+01	34.2942D+01

REAKSIYONLAR:

nokta	yon	reaksiyon
1	1	+29.27
1	2	+50.00
5	1	-29.27
5	2	+50.00

----- HESAP SONU -----

Örnek 2 (Standart Kuvvet Metodu):

Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSMİ.....=ÖRNEK 2: 6 elemanlı ve 8 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 6
NOKTA SAYISI.....= 8
TEKİL YÜK SAYISI.....= 1
SINIR ŞARTI SAYISI.....= 4
ELASTİSİTE MODULU.....= $3.5E+07$
POISSON ORANI.....= 0
LEVHA KALINLIĞI.....= .2

ELEMAN DENKLEM SAYISI.....= 0 <— STANDART KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DEREJESİ...= 2
ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3
ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 18
SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 12
HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 6

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	6	2
2	6	7	2
3	2	7	3
4	3	7	4
5	4	7	8
6	4	8	5

KOORDİNATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	.5	0
3	1	0
4	1.5	0
5	2	0
6	0	1
7	1	1
8	2	1

SINIR ŞARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YÖN
1	1
1	2
5	1
5	2

VERİLMİŞ KUVVETLER:

NOKTA YON KUVVET
7 2 -100

ALT BAND GENİŞLİĞİ.....= 7
ANA BAND GENİŞLİĞİ.....= 11

DENGE MATRİSİ (x:Sifirdan farklı):

123456789012345678

```

1  XX XXX X
2  X  XXX
3      X X
4      X X
5      XXX XX X
6      X X XX
7  X X X
8  XX  X
9  XX X  X XX
10 X XX XX X
11      XXX
12      XXX
    
```

PROGRAM SONU PART1

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER:

6 7 10 13 16 18

PROGRAM SONU PART2/GAUSSI

Dx MATRİSİ (x:Sifirdan farklı):

1 2 3 4 5 6

```

1  X X      X
2  X X X    X
3      X X X
4      X X X X
5      X X X
6  X X  X X X
    
```

ELEMAN KUVVETLERİ:

ELEMAN	F1	F2	F3
1	-50.00000	+38.34203	-29.26829
2	-25.00000	-36.64805	+17.55966
3	-19.25365	+0.00000	+20.73171
4	-0.00000	-19.25365	+20.73171
5	-36.64805	-25.00000	+17.55966
6	+38.34203	-50.00000	-29.26829

GERILMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	-121.21205	-314.11710	-342.94170
2	-292.68294	-170.73174	-242.42437
3	+121.21209	-344.41991	-172.20996
4	+121.21209	-344.41991	+172.20996
5	-292.68294	-170.73174	+242.42437
6	-121.21205	-314.11710	+342.94170

RELATIF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	-0.00000897	-0.00000004	-0.00000173
2	-0.00000836	-0.00001243	-0.00000004
3	-0.00001243	-0.00000984	+0.00000173
4	-0.00000984	-0.00001243	+0.00000173
5	-0.00001243	-0.00000836	-0.00000004
6	-0.00000004	-0.00000897	-0.00000173

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	-1.73160D-06	-1.39795D-05
3	-1.58819D-22	-1.88998D-05
4	+1.73160D-06	-1.39795D-05
5	+0.00000D+00	+0.00000D+00
6	+8.36237D-06	-8.97477D-06
7	+2.11758D-22	-2.87404D-05
8	-8.36237D-06	-8.97477D-06

N*F=P DENGİ KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET
1	1	+29.27 REAKSİYON
	2	+50.00 REAKSİYON
2	1	+0.00
	2	+0.00
3	1	+0.00
	2	+0.00
4	1	+0.00
	2	+0.00
5	1	-29.27 REAKSİYON
	2	+50.00 REAKSİYON
6	1	+0.00
	2	-0.00
7	1	+0.00
	2	-100.00
8	1	+0.00
	2	+0.00

Tarih:09-24-1991

Saat :10:28:47

PROGRAM SONU PART3

Örnek 2 (Ek Denklemlı Kuvvet Metodu):

Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSMİ.....=ÖRNEK 2: 6 elemanlı ve 8 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 6
NOKTA SAYISI.....= 8
TEKİL YÜK SAYISI.....= 1
SINIR ŞARTI SAYISI.....= 4
ELASTİSİTE MODULU,.....= 3.5E+07
POISSON ORANI.....= 0
LEVHA KALINLIĞI.....= .2

EKLENEBİR DENKLEM SAYISI.....= 5 ← EK DENKLEMLİ KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DEREJESİ...= 2
ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3
ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 18
SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 17
HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 1

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	6	2
2	6	7	2
3	2	7	3
4	3	7	4
5	4	7	8
6	4	8	5

KOORDİNATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	.5	0
3	1	0
4	1.5	0
5	2	0
6	0	1
7	1	1
8	2	1

SINIR ŞARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YÖN
1	1
1	2
5	1
5	2

VERILMİS KUVVETLER:

NOKTA YON KUVVET
 7 2 -100
 ALT BAND GENİSLİĞİ.....= 12
 ANA BAND GENİSLİĞİ.....= 11

DENGE MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	x	x	0	x	x	x	0	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	x	0	0	x	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	x	0	0	x	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	x	x	0	x	x	0	x	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	0	x	0	x	x	0	0	0
7	0	x	x	0	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	x	x	0	0	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	x	x	0	x	0	0	x	0	x	x	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	x	0	x	0	x	0	x	0	x	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	x	x	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	x	x	0
3	x	x	x	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	x	x	x	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	x	x	x	x	x	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x

PROGRAM SONU PART1

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER:

18

PROGRAM SONU PART2/GAUSS1

Dx MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

1
 1 x

ELEMAN KUVVETLERİ:

ELEMAN	F1	F2	F3
1	-50.00000	+38.34204	-29.26829
2	-25.00000	-36.64805	+17.55966
3	-19.25365	+0.00000	+20.73171
4	+0.00000	-19.25365	+20.73171
5	-36.64805	-25.00000	+17.55966
6	+38.34204	-50.00000	-29.26829

GERİLMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	-121.21203	-314.11702	-342.94174
2	-292.68295	-170.73178	-242.42434
3	+121.21209	-344.41993	-172.20996
4	+121.21209	-344.41993	+172.20996
5	-292.68295	-170.73178	+242.42434
6	-121.21203	-314.11702	+342.94174

RELATİF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	-0.00000897	-0.00000004	-0.00000173
2	-0.00000836	-0.00001243	-0.00000004
3	-0.00001243	-0.00000984	+0.00000173
4	-0.00000984	-0.00001243	+0.00000173
5	-0.00001243	-0.00000836	-0.00000004
6	-0.00000004	-0.00000897	-0.00000173

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	+0.00000D+00	+0.00000D+00
2	-1.73160D-06	-1.39795D-05
3	+3.64355D-22	-1.88998D-05
4	+1.73160D-06	-1.39795D-05
5	+0.00000D+00	+0.00000D+00
6	+8.36237D-06	-8.97477D-06
7	+3.17637D-22	-2.87404D-05
8	-8.36237D-06	-8.97477D-06

N*F=P DENGE KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET
1	1	+29.27 REAKSİYON
	2	+50.00 REAKSİYON
2	1	+0.00
	2	+0.00
3	1	+0.00
	2	+0.00
4	1	+0.00
	2	+0.00
5	1	-29.27 REAKSİYON
	2	+50.00 REAKSİYON
6	1	+0.00
	2	+0.00
7	1	+0.00
	2	-100.00
8	1	+0.00
	2	+0.00

Tarih:09-24-1991

Saat :09:53:29

Örnek 2 (SAP 80):

ORNEK 2: 6 ELEMANLI 8 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.01

**** ECHO OF SAP INPUT DATA ****

TOTAL NUMBER OF JOINTS = 8
TOTAL NUMBER OF LOAD CONDITIONS = 1

PRELIMINARY SCAN OF QUAD DATA

NM=1

MATERIAL PROPERTY DATA

1 E=3.5E7 U=0

QUAD ELEMENT DATA

1 JQ=1,2,6,6 ETYPE=1 M=1 TH=.2
2 JQ=2,2,6,7 ETYPE=1
3 JQ=2,3,7,7 ETYPE=1
4 JQ=3,4,7,7 ETYPE=1
5 JQ=4,4,7,8 ETYPE=1
6 JQ=4,5,8,8 ETYPE=1

RESTRAINT INFORMATION

1,8,1 R=0,0,1,1,1,0
1 R=1,1,1,1,1,0
5 R=1,1,1,1,1,0

EQUILIBRIUM EQUATION NUMBERS

(ONE EQUATION FOR EACH UNKNOWN DISPLACEMENT)

JOINT #	U(X)	U(Y)	U(Z)	R(X)	R(Y)	R(Z)
1	0	0	0	0	0	14
2	15	16	0	0	0	17
3	8	9	0	0	0	10
4	5	6	0	0	0	7
5	0	0	0	0	0	1
6	18	19	0	0	0	20
7	11	12	0	0	0	13
8	2	3	0	0	0	4

INPUT JOINT DATA

1 X=0 Y=0 Z=0
2 X=.5 Y=0
3 X=1 Y=0
4 X=1.5 Y=0
5 X=2 Y=0
6 X=0 Y=1
7 X=1 Y=1
8 X=2 Y=1

GENERATED JOINT COORDINATES

JOINT #	X	Y	Z
1	.000	.000	.000
2	.500	.000	.000
3	1.000	.000	.000
4	1.500	.000	.000
5	2.000	.000	.000
6	.000	1.000	.000
7	1.000	1.000	.000
8	2.000	1.000	.000

86

ORNEK 2 : 6 ELEMANLI 8 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.02

**** JOINT DISPLACEMENTS ****

LOAD CONDITION 1 - DISPLACEMENTS "U" AND ROTATIONS "R"

JOINT	U(X)	U(Y)	R(Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	-.1732E-05	-.1398E-04	.0000E+00
3	-.2005E-21	-.1890E-04	.0000E+00
4	.1732E-05	-.1398E-04	.0000E+00
5	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
6	.8362E-05	-.8975E-05	.0000E+00
7	.5226E-21	-.2874E-04	.0000E+00
8	-.8362E-05	-.8975E-05	.0000E+00

REACTIONS AND APPLIED FORCES

LOAD CONDITION 1 - FORCES "F" AND MOMENTS "M"

JOINT	F(X)	F(Y)
1	29.2683	50.0000
2	.0000	.0000
3	.0000	.0000
4	.0000	.0000
5	-29.2683	50.0000
6	.0000	.0000
7	.0000	-100.0000
8	.0000	.0000

TOTAL .4523E-14 -.7938E-13

NAME OF FILE OPENED = SYSTEM
NAME OF FILE OPENED = OR2.SYS
NAME OF FILE OPENED = OR2
NAME OF FILE OPENED = OR2.F4F
ORNEK 2 6 ELEMENLI 8 NOKTALI LEVHA

***** QUAD MEMBER FORCES *****

NAME OF FILE OPENED = OR2.UU
NAME OF FILE OPENED = OR2.T4
? Error: REAL divide by zero
Error Code 2100
PC = 2050: 06FE; SS = 2675, FP = E1DE, SP = E1E4

Örnek 3 (Deplasman Metodu):

MIKRO MUHENDIS
VERSION:01/ESKISEHIR 1986/Ahmet TDPCU

LEVHALARIN STATİK HESABI
SONLU ELEMANLAR METODU
(deplasman metodu)

PROBLEM:ornek3

eleman sayisi.....= 32
nokta sayisi.....= 25
kuvvet sayisi.....= 5
sinir sarti sayisi.....= 6
elestisite modulu.....= 20000000
poisson oranı.....= .2
levha kalınlığı.....= .01
isi etkisindeki eleman sayisi..= 0
isi uzama (kısılma) katsayisi..= 0
sistemin serbestlik derecesi...= 50

ELEMANLARIN TARIFI:

eleman	i-noktasi	j-noktasi	k-noktasi
1	1	6	7
2	1	7	2
3	2	7	3
4	3	7	8
5	3	8	9
6	3	9	4
7	4	9	5
8	5	9	10
9	6	11	7
10	7	11	12
11	7	12	13
12	7	13	8
13	8	13	9
14	9	13	14
15	9	14	15
16	9	15	10
17	11	16	17
18	11	17	12
19	12	17	13
20	13	17	18
21	13	18	19
22	13	19	14
23	14	19	15
24	15	19	20

25	16	21	17
26	17	21	22
27	17	22	23
28	17	23	18
29	18	23	19
30	19	23	24
31	19	24	25
32	19	25	20

DENKLEM SAYISI.....= 44

REAKSIYON SAYISI...= 6

YARI BAND GENISLIGI= 14

NOKTALARIN KOORDINATLARI:

nokta	X	Y
1	0	0
2	.25	0
3	.5	0
4	.75	0
5	1	0
6	0	.25
7	.25	.25
8	.5	.25
9	.75	.25
10	1	.25
11	0	.5
12	.25	.5
13	.5	.5
14	.75	.5
15	1	.5
16	0	.75
17	.25	.75
18	.5	.75
19	.75	.75
20	1	.75
21	0	1
22	.25	1
23	.5	1
24	.75	1
25	1	1

VERILMIS KUVVETLER:

nokta	yon	kuvvet
21	2	-.25
22	2	-.5
23	2	-.5
24	2	-.5
25	2	-.25

VERILMIS ISI DEGERLERI:

isi etkisi yok

VERILMIS SINIR SARTLARI:

nokta	yon	deplasman
11	2	0
5	1	0
10	1	0
15	1	0
20	1	0
25	1	0

DEPLASMANLAR:

nokta	1-yonu	2-yonu
1	-1.70205D-05	-5.76680D-06
2	-1.56460D-05	-1.62434D-05
3	-1.21076D-05	-2.63170D-05
4	-6.47885D-06	-3.22998D-05
5	+0.00000D+00	-3.53264D-05
6	-7.93086D-06	-4.57528D-06
7	-8.07578D-06	-1.68153D-05
8	-5.76984D-06	-2.68134D-05
9	-3.03672D-06	-3.41018D-05
10	+0.00000D+00	-3.57675D-05
11	-1.00000D-06	+0.00000D+00
12	-7.50001D-07	-1.69600D-05
13	-5.00001D-07	-2.83937D-05
14	-2.50001D-07	-3.46706D-05
15	+0.00000D+00	-3.75413D-05
16	+5.93085D-06	-7.07528D-06
17	+6.57577D-06	-1.93152D-05
18	+4.76984D-06	-2.93134D-05
19	+2.53672D-06	-3.66018D-05
20	+0.00000D+00	-3.82676D-05
21	+1.50205D-05	-1.07668D-05
22	+1.41460D-05	-2.12434D-05
23	+1.11076D-05	-3.13170D-05
24	+5.97885D-06	-3.72998D-05
25	+0.00000D+00	-4.03264D-05

GERILMELER:

eleman	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1.	77.8196D-01	96.8777D+00	-10.5010D+01
2.	10.5010D+01	-24.7486D+00	-96.8777D+00
3.	28.5333D+01	11.3160D+00	-83.4452D+00
4.	18.3887D+01	-29.3750D-01	-12.2012D+01
5.	21.9486D+01	41.8222D-01	-31.6867D+00
6.	43.9032D+01	-56.3541D+00	-84.6898D+00
7.	50.9871D+01	-42.1863D+00	13.8505D+00
8.	24.5708D+01	13.8504D+00	-55.5250D+00
9.	64.1781D+00	37.8858D+01	-17.6970D+01
10.	18.4208D+00	-78.9559D-01	-32.1141D+01
11.	18.4208D+00	-78.9558D-01	-13.6932D+01
12.	16.5822D+01	-93.2625D+00	-15.7610D+01
13.	20.1421D+01	-86.1427D+00	-67.2853D+00
14.	11.3538D+00	-43.2313D+00	-11.6337D+01
15.	11.3538D+00	-43.2313D+00	-28.0003D-01
16.	22.3498D+01	-97.2000D+00	-55.5250D+00
17.	-64.1781D+00	-57.8858D+01	-17.6970D+01
18.	-18.4209D+00	-19.2104D+01	-32.1141D+01
19.	-18.4209D+00	-19.2104D+01	-13.6932D+01
20.	-16.5822D+01	-10.6737D+01	-15.7610D+01
21.	-20.1421D+01	-11.3857D+01	-67.2854D+00
22.	-11.3537D+00	-15.6769D+01	-11.6337D+01
23.	-11.3537D+00	-15.6769D+01	-28.0004D-01
24.	-22.3497D+01	-10.2800D+01	-55.5251D+00
25.	-77.8196D-01	-29.6878D+01	-10.5010D+01
26.	-10.5010D+01	-17.5252D+01	-96.8777D+00
27.	-28.5333D+01	-21.1316D+01	-83.4452D+00
28.	-18.3887D+01	-19.7062D+01	-12.2012D+01
29.	-21.9486D+01	-20.4182D+01	-31.6868D+00
30.	-43.9032D+01	-14.3646D+01	-84.6899D+00
31.	-50.9871D+01	-15.7814D+01	13.8505D+00
32.	-24.5708D+01	-21.3850D+01	-55.5251D+00

REAKSIYONLAR:

nokta	yon	reaksiyon
5	1	+0.71
10	1	+0.59
11	2	+2.00
15	1	+0.00
20	1	-0.59
25	1	-0.71

----- HESAP SONU -----

Örnek 3 (Standart Kuvvet Metodu):

Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSİMI.....=ÖRNEK 3: 32 elemanlı ve 25 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 32
NOKTA SAYISI.....= 25
TEKİL YÜK SAYISI.....= 5
SINIR ŞARTI SAYISI.....= 6
ELASTİSİTE MODULU.....= $2E+07$
POISSON ORANI.....= .2
LEVHA KALINLIĞI.....= .01

EKLENEN DENKLEM SAYISI.....= 0 <— STANDART KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DERJESİ...= 2
ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3
ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 96
SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 44
HIPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 52

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	6	7
2	1	7	2
3	2	7	3
4	3	7	8
5	3	8	9
6	3	9	4
7	4	9	5
8	5	9	10
9	6	11	7
10	7	11	12
11	7	12	13
12	7	13	8
13	8	13	9
14	9	13	14
15	9	14	15
16	9	15	10
17	11	16	17
18	11	17	12
19	12	17	13
20	13	17	18
21	13	18	19
22	13	19	14
23	14	19	15
24	15	19	20

25	16	21	17
26	17	21	22
27	17	22	23
28	17	23	18
29	18	23	19
30	19	23	24
31	19	24	25
32	19	25	20

KOORDINATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	.25	0
3	.5	0
4	.75	0
5	1	0
6	0	.25
7	.25	.25
8	.5	.25
9	.75	.25
10	1	.25
11	0	.5
12	.25	.5
13	.5	.5
14	.75	.5
15	1	.5
16	0	.75
17	.25	.75
18	.5	.75
19	.75	.75
20	1	.75
21	0	1
22	.25	1
23	.5	1
24	.75	1
25	1	1

SINIR SARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YON
11	2
5	1
10	1
15	1
20	1
25	1

VERILMİŞ KUVVETLER:

NOKTA	YON	KUVVET
21	2	-.25
22	2	-.5
23	2	-.5
24	2	-.5
25	2	-.25

ALT BAND GENİSLİĞİ.....= 10

ANA BAND GENİSLİĞİ.....= 35

DENGE MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

```
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456
1  xx x
2  x xx
3    x x
4    x x
5     xxx
6     x x xx x
7      x x x
8      x x x
9       x x x
10      x
11     xxx xx xx
12     xxx xx x
13      x x
14      x x
15     xxx x xx
16     xxx xx x
17      x xx
18      x x
19     xx x
20     x x
21    xxx x xx
22    xxx xx x
23     x x
24     x
25    xxx x xx
26    xxx xx x
27     x x
28     x
29    xxx
30    x
31   xxx x xx
32   xxx xx x
33    x
34   xxx x xx
35   xxx xx x
36    x
37   xxx x xx
38   xxx xx x
39    x
40   xxx x xx
41   xxx xx x
42    x
43   xxx
44   xxx
45    xxx
```

PROGRAM SONU-----PART1

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER:

4 7 10 13 16 19 22 27 28 31 34 35 36 37 38 39 40 43 44 46
47 48 52 54 55 56 57 58 61 64 65 66 67 68 69 70 71 75 76 79
82 83 84 85 86 87 88 91 92 94 95 96

PROGRAM SONU-----PART2/GAUSS1

25	-0.50236	+0.18563	-0.14099
26	+0.17126	-0.25236	-0.34016
27	-0.15984	-0.25236	-0.14751
28	-0.21569	-0.09381	-0.07734
29	-0.29484	+0.05601	-0.31397
30	+0.14971	-0.65465	-0.28542
31	-0.21458	-0.65465	+0.02448
32	-0.09816	-0.19791	-0.23773

GERİLMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	+7.78196	+96.87783	-105.01045
2	+105.01046	-24.74855	-96.87782
3	+285.33359	+11.31608	-83.44535
4	+183.88765	-2.93753	-122.01185
5	+219.48632	+4.18220	-31.68685
6	+439.03231	-56.35420	-84.69003
7	+509.87183	-42.18629	+13.85048
8	+245.70791	+13.85048	-55.52521
9	+64.17816	+378.85881	-176.97058
10	+18.42089	-7.89558	-321.14109
11	+18.42088	-7.89558	-136.93225
12	+165.82265	-93.26251	-157.61052
13	+201.42133	-86.14277	-67.28555
14	+11.35375	-43.23126	-116.33755
15	+11.35375	-43.23126	-2.80007
16	+223.49783	-97.19991	-55.52520
17	-64.17817	-578.85879	-176.97059
18	-18.42088	-192.10440	-321.14110
19	-18.42088	-192.10440	-136.93224
20	-165.82265	-106.73747	-157.61051
21	-201.42133	-113.85720	-67.28556
22	-11.35375	-156.76872	-116.33756
23	-11.35375	-156.76872	-2.80006
24	-223.49783	-102.80006	-55.52519
25	-7.78196	-296.87780	-105.01045
26	-105.01045	-175.25143	-96.87782
27	-285.33359	-211.31606	-83.44535
28	-183.88765	-197.06244	-122.01186
29	-219.48632	-204.18217	-31.68684
30	-439.03231	-143.64578	-84.69002
31	-509.87184	-157.81369	+13.85048
32	-245.70791	-213.85045	-55.52522

RELATIF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	+0.00000119	-0.00000014	-0.00000149
2	-0.00000149	-0.00000057	+0.00000137
3	-0.00000057	+0.00000387	+0.00000354
4	+0.00000387	+0.00000231	-0.00000050
5	-0.00000050	+0.00000273	+0.00000091
6	+0.00000091	-0.00000180	+0.00000563
7	-0.00000180	+0.00000301	+0.00000648
8	+0.00000301	+0.00000304	-0.00000044
9	+0.00000458	+0.00000689	-0.00000014
10	+0.00000689	+0.00000025	-0.00000014
11	-0.00000014	+0.00000025	-0.00000283
12	-0.00000283	-0.00000158	+0.00000231
13	-0.00000158	+0.00000224	+0.00000273
14	+0.00000224	+0.00000025	-0.00000057
15	-0.00000057	+0.00000025	-0.00000028
16	-0.00000028	-0.00000177	+0.00000304
17	-0.00000708	+0.00000064	-0.00000830
18	-0.00000830	-0.00000236	+0.00000025
19	-0.00000236	+0.00000142	+0.00000025
20	+0.00000142	-0.00000181	-0.00000092
21	-0.00000092	-0.00000223	-0.00000366
22	-0.00000366	-0.00000193	+0.00000025
23	-0.00000193	-0.00000113	+0.00000025
24	-0.00000113	-0.00000254	-0.00000073
25	-0.00000369	+0.00000007	+0.00000064
26	+0.00000007	-0.00000087	-0.00000193
27	-0.00000193	-0.00000304	-0.00000528
28	-0.00000528	-0.00000200	-0.00000181
29	-0.00000200	-0.00000232	-0.00000223
30	-0.00000232	-0.00000513	-0.00000070
31	-0.00000070	-0.00000598	-0.00000443
32	-0.00000443	-0.00000206	-0.00000254

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	-1.70205D-05	-5.76681D-06
2	-1.56460D-05	-1.62434D-05
3	-1.21077D-05	-2.63170D-05
4	-6.47886D-06	-3.22998D-05
5	+0.00000D+00	-3.53265D-05
6	-7.93087D-06	-4.57529D-06
7	-8.07579D-06	-1.68153D-05
8	-5.76985D-06	-2.68134D-05
9	-3.03672D-06	-3.41018D-05
10	+0.00000D+00	-3.57676D-05
11	-1.00000D-06	+0.00000D+00
12	-7.50000D-07	-1.69600D-05
13	-5.00000D-07	-2.83938D-05
14	-2.50000D-07	-3.46706D-05
15	+0.00000D+00	-3.75413D-05
16	+5.93087D-06	-7.07529D-06
17	+6.57579D-06	-1.93153D-05
18	+4.76985D-06	-2.93134D-05
19	+2.53672D-06	-3.66018D-05
20	+0.00000D+00	-3.82676D-05
21	+1.50205D-05	-1.07668D-05
22	+1.41460D-05	-2.12434D-05
23	+1.11077D-05	-3.13170D-05
24	+5.97886D-06	-3.72998D-05
25	+0.00000D+00	-4.03265D-05

N:F=P DENGE KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET
1	1	+0.00
	2	+0.00
2	1	+0.00
	2	+0.00
3	1	-0.00
	2	+0.00
4	1	+0.00
	2	+0.00
5	1	+0.71 REAKSIYON
	2	+0.00
6	1	+0.00
	2	+0.00
7	1	-0.00
	2	-0.00
8	1	+0.00
	2	+0.00
9	1	+0.00
	2	+0.00
10	1	+0.59 REAKSIYON
	2	+0.00
11	1	+0.00
	2	+2.00 REAKSIYON
12	1	-0.00
	2	+0.00
13	1	+0.00
	2	-0.00
14	1	+0.00
	2	+0.00
15	1	-0.00 REAKSIYON
	2	+0.00
16	1	+0.00
	2	+0.00
17	1	+0.00
	2	+0.00
18	1	+0.00
	2	+0.00
19	1	+0.00
	2	+0.00
20	1	-0.59 REAKSIYON
	2	+0.00
21	1	+0.00
	2	-0.25
22	1	+0.00
	2	-0.50
23	1	+0.00
	2	-0.50
24	1	+0.00
	2	-0.50
25	1	-0.71 REAKSIYON
	2	-0.25

Tarih:09-24-1991

Saat :10:56:50

Örnek 3 (Ek Denklemlı Kuvvet Metodu):

Sınılı Elemanlar Kuvvet Metodu

PROBLEM İSMİ.....=ÖRNEK 3: 32 elemanı ve 25 noktalı levha

ELEMAN SAYISI.....= 32
NOKTA SAYISI.....= 25
TEKİL YÜK SAYISI.....= 5
SINIR ŞARTI SAYISI.....= 6
ELASTİSİTE MODULU.....= 2E+07
POISSON ORANI.....= .2
LEVHA KALINLIĞI.....= .01

EKLENEEN DENKLEM SAYISI.....= 40 ← EK DENKLEMLİ KUVVET METODU

NOKTANIN SERBESTLİK DEREJESİ...= 2
ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 3
ELEMANIN NOKTA SAYISI.....= 3

SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....= 96
SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....= 84
HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..= 12

ELEMAN-NOKTA BAĞI:

ELEMAN	I	J	K
1	1	6	7
2	1	7	2
3	2	7	3
4	3	7	8
5	3	8	9
6	3	9	4
7	4	9	5
8	5	9	10
9	6	11	7
10	7	11	12
11	7	12	13
12	7	13	8
13	8	13	9
14	9	13	14
15	9	14	15
16	9	15	10
17	11	16	17
18	11	17	12
19	12	17	13
20	13	17	18
21	13	18	19
22	13	19	14
23	14	19	15
24	15	19	20

25	16	21	17
26	17	21	22
27	17	22	23
28	17	23	18
29	18	23	19
30	19	23	24
31	19	24	25
32	19	25	20

KOORDINATLAR:

NOKTA	X	Y
1	0	0
2	.25	0
3	.5	0
4	.75	0
5	1	0
6	0	.25
7	.25	.25
8	.5	.25
9	.75	.25
10	1	.25
11	0	.5
12	.25	.5
13	.5	.5
14	.75	.5
15	1	.5
16	0	.75
17	.25	.75
18	.5	.75
19	.75	.75
20	1	.75
21	0	1
22	.25	1
23	.5	1
24	.75	1
25	1	1

SINIR ŞARTLARI (Tutulmuş Deplasmanlar):

NOKTA	YÖN
11	2
5	1
10	1
15	1
20	1
25	1

VERİLMİŞ KUVVETLER:

NOKTA	YÖN	KUVVET
21	2	-.25
22	2	-.5
23	2	-.5
24	2	-.5
25	2	-.25

ALT BAND GENİŞLİĞİ.....= 51

ANA BAND GENİŞLİĞİ.....= 35

Dx MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2

1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
7	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

ELEMAN KUVVETLERİ:

ELEMAN	F1	F2	F3
1	+0.25234	+0.14098	-0.18562
2	-0.17125	+0.09016	+0.25234
3	-0.09016	+0.14750	+0.25234
4	+0.21567	+0.07735	-0.15617
5	+0.04485	+0.31395	-0.05603
6	-0.14972	+0.03544	+0.65463
7	-0.03544	-0.02443	+0.65463
8	+0.09823	+0.23770	-0.05219
9	+0.25234	+0.31283	-0.14098
10	+0.56768	-0.37838	-0.41129
11	+0.16127	+0.19420	-0.24204
12	-0.27859	+0.08044	+0.40426
13	-0.19176	+0.11894	+0.16765
14	+0.20563	-0.13120	-0.19938
15	-0.05033	+0.01786	-0.00514
16	-0.09823	-0.05219	+0.34884
17	-0.50239	+0.14100	-0.31285
18	-0.56772	+0.16129	+0.37841
19	-0.41131	+0.24207	-0.19417
20	+0.27862	-0.40428	-0.33041
21	-0.05822	-0.16765	-0.11889
22	-0.20567	-0.05032	+0.13128
23	-0.19939	+0.00516	-0.01778
24	+0.09878	-0.34940	-0.19878
25	-0.50239	+0.18565	-0.14100
26	+0.17128	-0.25239	-0.34017
27	-0.15983	-0.25239	-0.14754
28	-0.21574	-0.09379	-0.07730
29	-0.29495	+0.05604	-0.31393
30	+0.14974	-0.65477	-0.28531
31	-0.21469	-0.65477	+0.02491
32	-0.09734	-0.19878	-0.23845

GERİLMELER:

ELEMAN	sigma-xx	sigma-yy	sigma-xy
1	+7.78373	+96.87298	-105.00334
2	+105.00335	-24.74618	-96.87087
3	+285.31505	+11.31618	-83.44086
4	+183.87837	-2.93143	-122.00227
5	+219.46969	+4.18682	-31.69346
6	+439.01079	-56.34578	-84.69626
7	+509.88686	-42.17054	+13.82008
8	+245.72934	+13.82008	-55.56888
9	+64.17730	+378.83856	-176.96439
10	+18.42553	-7.90299	-321.12874
11	+18.44572	-7.89900	-136.91693
12	+165.81660	-93.24013	-157.59350
13	+201.40797	-66.12183	-67.28493
14	+11.35820	-43.17977	-116.32047
15	+11.37675	-43.17628	-2.90899
16	+223.50160	-97.31858	-55.56980
17	-64.17535	-578.88370	-176.97305
18	-18.41687	-192.11464	-321.14880
19	-18.39656	-192.11053	-136.93737
20	-165.80983	-106.71865	-157.61119
21	-201.37271	-113.83123	-67.25259
22	-11.32469	-156.59914	-116.34593
23	-11.30711	-156.59561	-2.91866
24	-223.63729	-103.14625	-55.87890
25	-7.77649	-296.88951	-105.02120
26	-105.02120	-175.24975	-96.88952
27	-285.36943	-211.31942	-83.45874
28	-183.87981	-197.06792	-122.03909
29	-219.44254	-204.18045	-31.68917
30	-439.10771	-143.53935	-84.70716
31	-509.72403	-157.66262	+14.09083
32	-245.82621	-214.09080	-55.06567

RELATIF DEPLASMANLAR:

ELEMAN	v1	v2	v3
1	+0.00000119	-0.00000014	-0.00000149
2	-0.00000149	-0.00000057	+0.00000137
3	-0.00000057	+0.00000387	+0.00000354
4	+0.00000387	+0.00000231	-0.00000050
5	-0.00000050	+0.00000273	+0.00000091
6	+0.00000091	-0.00000180	+0.00000563
7	-0.00000180	+0.00000301	+0.00000648
8	+0.00000301	+0.00000304	-0.00000044
9	+0.00000458	+0.00000689	-0.00000014
10	+0.00000689	+0.00000025	-0.00000014
11	-0.00000014	+0.00000025	-0.00000283
12	-0.00000283	-0.00000158	+0.00000231
13	-0.00000158	+0.00000224	+0.00000273
14	+0.00000224	+0.00000025	-0.00000057
15	-0.00000057	+0.00000025	-0.00000029
16	-0.00000029	-0.00000178	+0.00000304
17	-0.00000708	+0.00000065	-0.00000830
18	-0.00000830	-0.00000236	+0.00000025
19	-0.00000236	+0.00000142	+0.00000025
20	+0.00000142	-0.00000181	-0.00000092
21	-0.00000092	-0.00000223	-0.00000366
22	-0.00000366	-0.00000193	+0.00000025
23	-0.00000193	-0.00000113	+0.00000025
24	-0.00000113	-0.00000254	-0.00000073
25	-0.00000369	+0.00000007	+0.00000065
26	+0.00000007	-0.00000087	-0.00000193
27	-0.00000193	-0.00000304	-0.00000528
28	-0.00000528	-0.00000200	-0.00000181
29	-0.00000200	-0.00000232	-0.00000223
30	-0.00000232	-0.00000513	-0.00000070
31	-0.00000070	-0.00000598	-0.00000442
32	-0.00000442	-0.00000206	-0.00000254

DEPLASMANLAR:

Nokta	x1-Yönü	x2-Yönü
1	-1.70201D-05	-5.76647D-06
2	-1.56457D-05	-1.62425D-05
3	-1.21075D-05	-2.63156D-05
4	-6.47901D-06	-3.22984D-05
5	+0.00000D+00	-3.53257D-05
6	-7.93090D-06	-4.57504D-06
7	-8.07578D-06	-1.68143D-05
8	-5.76997D-06	-2.68119D-05
9	-3.03707D-06	-3.41003D-05
10	+0.00000D+00	-3.57673D-05
11	-1.00057D-06	+0.00000D+00
12	-7.50490D-07	-1.69592D-05
13	-5.00173D-07	-2.83920D-05
14	-2.50240D-07	-3.46684D-05
15	+0.00000D+00	-3.75425D-05
16	+5.92918D-06	-7.07561D-06
17	+6.57420D-06	-1.93146D-05
18	+4.76834D-06	-2.93114D-05
19	+2.53582D-06	-3.65975D-05
20	+0.00000D+00	-3.82733D-05
21	+1.50175D-05	-1.07673D-05
22	+1.41428D-05	-2.12426D-05
23	+1.11040D-05	-3.13151D-05
24	+5.97441D-06	-3.72952D-05
25	+0.00000D+00	-4.03245D-05

N=F=P DENGE KONTROLU:

Nokta	Yön	KUVVET
1	1	-0.00
	2	-0.00
2	1	+0.00
	2	+0.00
3	1	-0.00
	2	-0.00
4	1	+0.00
	2	+0.00
5	1	+0.71 REAKSIYON
	2	-0.00
6	1	+0.00
	2	-0.00
7	1	+0.00
	2	+0.00
8	1	+0.00
	2	+0.00
9	1	+0.00
	2	+0.00
10	1	+0.59 REAKSIYON
	2	+0.00
11	1	+0.00
	2	+2.00 REAKSIYON
12	1	+0.00
	2	-0.00
13	1	-0.00
	2	-0.00
14	1	-0.00
	2	+0.00
15	1	+0.00 REAKSIYON
	2	+0.00
16	1	-0.00
	2	+0.00
17	1	-0.00
	2	+0.00
18	1	-0.00
	2	+0.00
19	1	-0.00
	2	-0.00
20	1	-0.59 REAKSIYON
	2	+0.00
21	1	-0.00
	2	-0.25
22	1	+0.00
	2	-0.50
23	1	+0.00
	2	-0.50
24	1	+0.00
	2	-0.50
25	1	-0.71 REAKSIYON
	2	-0.25

Tarih:09-24-1991

Saat :10:21:23

Örnek 3 (SAP 80):

ORNEK 3:32 ELEMANLI 25 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.01

**** ECHO OF SAP INPUT DATA ****

TOTAL NUMBER OF JOINTS = 25
TOTAL NUMBER OF LOAD CONDITIONS = 1

PRELIMINARY SCAN OF QUAD DATA

NM=1

MATERIAL PROPERTY DATA

1 E=2E7 U=.2

QUAD ELEMENT DATA

1 JQ=1,1,6,7 ETYPE=1 M=1 TH=.01
2 JQ=1,2,7,7 ETYPE=1
3 JQ=2,3,7,7
4 JQ=3,3,7,8
5 JQ=3,3,8,9
6 JQ=3,4,9,9
7 JQ=4,5,9,9
8 JQ=5,5,9,10
9 JQ=6,7,11,11
10 JQ=7,7,11,12
11 JQ=7,7,12,13
12 JQ=7,8,13,13
13 JQ=8,9,13,13
14 JQ=9,9,13,14
15 JQ=9,9,14,15
16 JQ=9,10,15,15
17 JQ=11,11,16,17
18 JQ=11,12,17,17
19 JQ=12,13,17,17
20 JQ=13,13,17,18
21 JQ=13,13,18,19
22 JQ=13,14,19,19
23 JQ=14,15,19,19
24 JQ=15,15,19,20
25 JQ=16,17,21,21
26 JQ=17,17,21,22
27 JQ=17,17,22,23
28 JQ=17,18,23,23
29 JQ=18,19,23,23
30 JQ=19,19,23,24
31 JQ=19,19,24,25
32 JQ=19,20,25,25

RESTRAINT INFORMATION

1,25,1 R=0,0,1,1,1,0
 11 R=0,1,1,1,1,0
 5,25,5 R=1,0,1,1,1,0

EQUILIBRIUM EQUATION NUMBERS
 (ONE EQUATION FOR EACH UNKNOWN DISPLACEMENT)

JOINT #	U(X)	U(Y)	U(Z)	R(X)	R(Y)	R(Z)
1	61	62	0	0	0	63
2	58	59	0	0	0	60
3	55	56	0	0	0	57
4	46	47	0	0	0	48
5	0	44	0	0	0	45
6	64	65	0	0	0	66
7	67	68	0	0	0	69
8	52	53	0	0	0	54
9	49	50	0	0	0	51
10	0	42	0	0	0	43
11	40	0	0	0	0	41
12	37	38	0	0	0	39
13	34	35	0	0	0	36
14	29	30	0	0	0	31
15	0	32	0	0	0	33
16	1	2	0	0	0	3
17	10	11	0	0	0	12
18	13	14	0	0	0	15
19	22	23	0	0	0	24
20	0	25	0	0	0	26
21	4	5	0	0	0	6
22	7	8	0	0	0	9
23	16	17	0	0	0	18
24	19	20	0	0	0	21
25	0	27	0	0	0	28

INPUT JOINT DATA

1 X=0 Y=0 Z=0
 5 X=1 Y=0
 21 X=0 Y=1
 25 X=1 Y=1 Q=1,5,21,25,1,5

GENERATED JOINT COORDINATES

JOINT #	X	Y	Z
1	.000	.000	.000
2	.250	.000	.000
3	.500	.000	.000
4	.750	.000	.000
5	1.000	.000	.000
6	.000	.250	.000
7	.250	.250	.000
8	.500	.250	.000
9	.750	.250	.000
10	1.000	.250	.000
11	.000	.500	.000
12	.250	.500	.000
13	.500	.500	.000
14	.750	.500	.000
15	1.000	.500	.000
16	.000	.750	.000
17	.250	.750	.000
18	.500	.750	.000
19	.750	.750	.000
20	1.000	.750	.000
21	.000	1.000	.000
22	.250	1.000	.000
23	.500	1.000	.000
24	.750	1.000	.000
25	1.000	1.000	.000

ORNEK 3:32 ELEMANLI 25 NOKTALI LEVHA
SAP80 V85.02

**** JOINT DISPLACEMENTS ****

LOAD CONDITION 1 - DISPLACEMENTS "U" AND ROTATIONS "R"

JOINT	U(X)	U(Y)	R(Z)
1	-.1702E-04	-.5767E-05	.0000E+00
2	-.1565E-04	-.1624E-04	.0000E+00
3	-.1211E-04	-.2632E-04	.0000E+00
4	-.6479E-05	-.3230E-04	.0000E+00
5	.0000E+00	-.3533E-04	.0000E+00
6	-.7931E-05	-.4575E-05	.0000E+00
7	-.8076E-05	-.1682E-04	.0000E+00
8	-.5770E-05	-.2681E-04	.0000E+00
9	-.3037E-05	-.3410E-04	.0000E+00
10	.0000E+00	-.3577E-04	.0000E+00
11	-.1000E-05	.0000E+00	.0000E+00
12	-.7500E-06	-.1696E-04	.0000E+00
13	-.5000E-06	-.2839E-04	.0000E+00
14	-.2500E-06	-.3467E-04	.0000E+00
15	.0000E+00	-.3754E-04	.0000E+00
16	.5931E-05	-.7075E-05	.0000E+00
17	.6576E-05	-.1932E-04	.0000E+00
18	.4770E-05	-.2931E-04	.0000E+00
19	.2537E-05	-.3660E-04	.0000E+00
20	.0000E+00	-.3827E-04	.0000E+00
21	.1502E-04	-.1077E-04	.0000E+00
22	.1415E-04	-.2124E-04	.0000E+00
23	.1111E-04	-.3132E-04	.0000E+00
24	.5979E-05	-.3730E-04	.0000E+00
25	.0000E+00	-.4033E-04	.0000E+00

REACTIONS AND APPLIED FORCES

LOAD CONDITION 1 - FORCES "F" AND MOMENTS "M"

JOINT	F(X)	F(Y)
1	.0000	.0000
2	.0000	.0000
3	.0000	.0000
4	.0000	.0000
5	.7067	.0000
6	.0000	.0000
7	.0000	.0000
8	.0000	.0000
9	.0000	.0000
10	.5865	.0000
11	.0000	2.0000
12	.0000	.0000
13	.0000	.0000
14	.0000	.0000
15	.0000	.0000
16	.0000	.0000
17	.0000	.0000
18	.0000	.0000
19	.0000	.0000
20	-.5865	.0000
21	.0000	-.2500
22	.0000	-.5000
23	.0000	-.5000
24	.0000	-.5000
25	-.7067	-.2500

TOTAL .3553E-14 .1035E-13

NAME OF FILE OPENED = SYSTEM
 NAME OF FILE OPENED = OR3.SYS
 NAME OF FILE OPENED = OR3
 NAME OF FILE OPENED = OR3.F4F
 ORNEK 3 32 ELEMANLI 25 NOKTALI LEVHA

 ***** QUAD MEMBER FORCES *****

NAME OF FILE OPENED = OR3.UU
 NAME OF FILE OPENED = OR3.T4
 ? Error: REAL divide by zero
 Error Code 2100
 PC = 2050; 06FE; SS = 2675, FP = E1DE, SP = E1E4

EK 2 PROGRAM LİSTESİ

Listesi verilen program (Standart Kuvvet Metodu ve Ek Denklemli Kuvvet Metodu) sunulan yöntemin test edilmesi amacıyla hazırlanmıştır, profesyonel amaçlı değildir. Bu nedenle bilgisayar belleğinin ve hesap süresinin optimize edilmesi için çaba harcanmamıştır. Program dört kısımdan oluşmaktadır:

Part 1: Sistem bilgilerini okur, sistemin denge matrisini ve yük vektörünü kurar, eleman matrislerini hesaplar ve bu bilgileri dosyalara yazar.

Part 2: Denge matrisini dosyadan okur, bir izostatik sistem seçerek \underline{B}_o ve sistem hiperstatik ise \underline{B}_x matrislerini hesaplar, dosyalara yazar.

Part 3: \underline{B}_o , \underline{B}_x , sistem fleksibilite matrislerini ve yük vektörünü dosyadan okur, süreklilik denklemlerini kurar ne çözer. Ayrıca eleman kuvvetlerini, gerilmelerini, relatif deplasmanlarını ve sistem deplasmanlarını hesaplar, denge kontrolü yapar.

Part 4: \underline{N} , \underline{B}_o ve \underline{B}_x matrislerini dosyadan okuyarak $\underline{N} \underline{B}_o = \underline{I}$ ve $\underline{N} \underline{B}_x = \underline{O}$ şartlarını kontrol eder.

Sistem ve eleman bilgilerinin DATA satırlarında Part 1 programının sonuna eklenmesi gerekir. Verilerin nasıl hazırlanacağına ışık tutması açısından bölüm 6.7 de verilen örnek 2 ye ait DATA satırları aşağıda verilmiştir. 7060 nolu satır ek denklem sayısıdır. Bu değer sıfır verilirse program Standart Kuvvet Metoduna göre, sıfırdan büyük bir sayı verilirse (ek denklem sayısı) Ek Denklemli Kuvvet Metoduna göre çözüm yapar.


```

7000 DATA "ORNEK 2: 6 elemanli ve 8 noktali levha"
7010 ' Es,Ns,Ys,Ss
7020 DATA 6, 8, 1, 4
7030 ' E, Nu, t
7040 DATA 3.5e7,0.0,.20
7050 ' ek denklem sayisi
7060 DATA 5
7070 ' eleman-nokta ba9i bilgileri: eleman no,i,j,k
7080 DATA 1,1,6,2, 2,6,7,2, 3,2,7,3, 4,3,7,4, 5,4,7,8, 6,4,8,5
7090 ' koordinatlar: nokta no,x,y
7100 DATA 1,0,0, 2,0.50,0, 3,1.0,0, 4,1.5,0, 5,2.0,0
7110 DATA 6,0,1.0, 7,1.0,1.0, 8,2.0,1.0
7120 ' sinir fartlari: nokta no,yon
7130 DATA 1,1, 1,2, 5,1, 5,2
7140 ' yukler: nokta no,yon,kuvvet
7150 DATA 7,2,-100
7160 'ek denklem bilgileri: eleman1,kenar1,eleman2,kenar2
7170 DATA 1,2,2,3, 2,2,3,1, 3,2,4,1, 4,2,5,1, 5,3,6,1
7180 DATA SON

```

Program GWBASIC programlama dilinde yazılmış ve kişisel bilgisayarda test edilmiştir. Pratik olması açısından, programlar aşağıdaki sırada çalıştırılırlar.

a) DOS satırından

```
>GWBASIC/F:16
```

ile GWBASIC yüklenir.

b) Veriler DATA satırlarında hazırlanır

(7000. satırdan başlanmalıdır).

```
SAVE "ORNEK2",a
```

ile DATA satırları diskte saklanır.

f) RUN "PART4"

ile 4. program, $\underline{N} \underline{B}_o = \underline{I}$ ve $\underline{N} \underline{B}_x = \underline{O}$ kontrolu yapılmak istenirse, çalıştırılır. Program \underline{I} ve \underline{O} matrislerinin terimlerinin mutlak değerleri 10^{-8} den büyük ise bu terimin değerini, satır ve kolon numarasını yazar

NOT: Program Türkçe karakterler içerdiğinden bilgisayar ve yazıcının Türkçe karakter setine ayarlı olması gerekir. Aksi halde bazı anlamsız karakterler çıktı olarak görülecektir.

```

10 CLS
20 PRINT "          Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu"
30 PRINT " Anadolu Universitesi Müh.-Mim. Fakültesi, Bademlik/ESKİŞEHİR"
40 PRINT "          PART1"
50 PRINT " Sistem Bilgilerinin okunması ve Denge Matrisinin kurulması"
60 PRINT
70 INPUT "B-Yazıcıya      0-Ekrana=",KAZ
80 IF KAZ<>0 AND KAZ<>8 THEN GOTO 70
90 IF KAZ=8 THEN DIV$="LPT1:" ELSE DIV$="SCRN:"
100 KAZ=1:OPEN "D",#KAZ,DIV$
110 IF DIV$="LPT1:" THEN:WIDTH DIV$,255:PRINT#KAZ,CHR$(24);CHR$(15)
120 INPUT "yaz-boz Directory adı =",DIR$:IF DIR$<>"" THEN DIR$=DIR$+"\\"
130 '
140 ' ESZ      : Eleman sayısı
150 ' NSZ      : Nokta sayısı
160 ' NZ       : Denklem sayısı (sınır şartları işlenmiş)
170 ' MZ       : Bilinmeyen(kuvvet) sayısı
180 ' RZ       : Hiperstatik bilinmeyen sayısı
190 ' XY       : Koordinatlar
200 ' EDZ      : Eleman-Düğüm bağı
210 ' YSZ      : Yük sayısı
220 ' SSZ      : Sınır şartı(tutulmuş deplasman) sayısı
230 ' E        : Elastisite modülü
240 ' NU       : POISSON oranı
250 ' M1Z      : Alt band genişliği
260 ' M121Z    : Ana band genişliği
270 ' N        : Denge matrisi
280 ' BX       : N denge matrisinin çekirdeği (N*Bx=0)
290 ' B0       : " " "          sağ ters matrisi (N*B0=I)
300 ' P        : Yük Vektörü
310 ' X        : Hiperstatik Bilinmeyenler
320 ' F        : Eleman kuvvetleri
330 ' FLEX     : Sistem Flexibilite matrisi
340 ' EFLEX    : Eleman Flexibilite matrisi
350 ' B        : Elemanın denge matrisi
360 ' h        : Elemanın gerilme matrisi
370 '
380 PRINT#KAZ,"          Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu"
390 PRINT#KAZ,
400 READ PROBLEM#
410 READ ESZ,NSZ,YSZ,SSZ
420 READ E,NU,T
430 READ EDSZ:          'Eklenen denklem sayısı
440 '
450 PRINT #KAZ,"PROBLEM İSMİ.....=";PROBLEM#
460 PRINT #KAZ,
470 PRINT #KAZ,"ELEMEN SAYISI.....=";ESZ
480 IF ESZ<1 THEN GOTO 1330
490 PRINT #KAZ,"NOKTA SAYISI.....=";NSZ
500 IF NSZ<3 THEN GOTO 1340
510 PRINT #KAZ,"TEKİL YÜK SAYISI.....=";YSZ
520 IF YSZ<0 THEN GOTO 1410
530 PRINT #KAZ,"SINIR ŞARTI SAYISI.....=";SSZ
540 IF SSZ<3 THEN GOTO 1410
550 PRINT #KAZ,"ELASTISITE MODÜLÜ,.....=";E

```

```

560 PRINT #KAZ, "POISSON ORANI.....=";NU
570 IF E<=0 OR NU<0 OR NU>=.5 THEN GOTO 1370
580 PRINT #KAZ, "LEVHA KALINLIGI.....=";T
590 IF T<0 THEN GOTO 1410
600 PRINT#KAZ,CHR$(27)"*11"
610 PRINT #KAZ, "EKLENEN DENKLEM SAYISI.....=";EDS%;"<-----";
620 IF EDS%=0 THEN PRINT#KAZ, " STANDART"; ELSE PRINT#KAZ, " EK DENKLEMLI";
630 PRINT#KAZ, " KUVVET METODU"
640 PRINT#KAZ,CHR$(27)"*10"
650 NSD%=2:EBS%=3:ENS%=3
660 PRINT #KAZ, "NOKTANIN SERBESTLIK DERECESI...=";NSD%
670 PRINT #KAZ, "ELEMANIN BİLİNMEYEN SAYISI.....=";EBS%
680 PRINT #KAZ, "ELEMANIN NOKTA SAYISI.....=";ENS%
690 M%=EBS%+ES%
700 N%=NSD%+EDS%+SS%
710 R%=M%-N%
720 PRINT#KAZ,
730 PRINT #KAZ, "SİSTEMİN BİLİNMEYEN SAYISI.....=";M%
740 PRINT #KAZ, "SİSTEMİN DENKLEM SAYISI.....=";N%
750 PRINT #KAZ, "HİPERSTATİK BİLİNMEYEN SAYISI..=";R%
760 IF R%<0 THEN GOTO 1410
770 '
780 DIM ED%(ES%,ENS%),XY(NS%,2),B(6,3),FLEX(EBS%+EBS%+ES%)
790 DIM N(N%+SS%,M%),V%(M%+SS%),EFLEX(3,3),P(N%+SS%)
800 '
810 ' Eleman-Nokta bağı bilgilerini oku
820 PRINT #KAZ,
830 PRINT #KAZ, "ELEMAN-NOKTA BAĞI:"
840 PRINT #KAZ, "ELEMAN", "I", "J", "K"
850 FOR I%=1 TO ES%
860 READ EL%,IN%,JN%,KN%
870 PRINT #KAZ, EL%,IN%,JN%,KN%
880 IF EL%<1 OR EL%>ES% THEN GOTO 1360
890 IF ED%(EL%,1)<>0 OR ED%(EL%,2)<>0 THEN GOTO 1390
900 IF IN%<1 OR IN%>NS% THEN GOTO 1350
910 IF JN%<1 OR JN%>NS% THEN GOTO 1350
920 IF KN%<1 OR KN%>NS% THEN GOTO 1350
930 IF IN%=JN% OR IN%=KN% OR JN%=KN% THEN GOTO 1350
940 ED%(EL%,1)=IN%;ED%(EL%,2)=JN%;ED%(EL%,3)=KN%
950 NEXT I%
960 '
970 PRINT #KAZ,
980 PRINT #KAZ, "KORDİNATLAR:"
990 PRINT #KAZ, "NOKTA", "X", "Y"
1000 FOR I%=1 TO NS%
1010 READ NOK%,X1,X2
1020 PRINT #KAZ,NOK%,X1,X2
1030 IF NOK%<1 OR NOK%>NS% THEN GOTO 1350
1040 IF XY(NOK%,1)<>0 OR XY(NOK%,2) THEN GOTO 1380
1050 XY(NOK%,1)=X1:XY(NOK%,2)=X2
1060 NEXT I%
1070 '
1080 PRINT#KAZ,
1090 PRINT #KAZ, "SINIR ŞARTLARI(Tutulmuş Depiiasmanlar):"
1100 PRINT #KAZ, "NOKTA","V&N"

```

```

1110 FOR I%=1 TO SS%
1120 READ NOK%,YON%
1130 PRINT #KAZ,NOK%,YON%
1140 IF NOK%<1 OR NOK%>NS% THEN GOTO 1350
1150 IF YON%<1 OR YON%>NSD% THEN GOTO 1400
1160 V%(NOK%*NSD%-NSD%+YON%)=YON%
1170 NEXT I%
1180 '
1190 'Sistemin N denge matrisini kur
1200 GOSUB 1450:      ' elemanların dengesini kur
1210 GOSUB 3040:      ' P yük vektörünü kur
1220 GOSUB 3230:      ' eklenecek denklemleri kur
1230 GOSUB 3520:      ' Sınır şartları islenmemiş N yi (dikdörtgen) diske yaz
1240 GOSUB 2590:      ' Sınır şartları islenmiş N yi (dikdörtgen) diske yaz
1250 GOSUB 2290:      ' band genişliğini bul, N yi (band formunda) diske yaz
1260 GOSUB 2810:      ' N matrisini grafik olarak yaz (test amaçlı)
1270 PRINT#KAZ,
1280 PRINT#KAZ,"-----PROGRAM SONU-----PART1"
1290 CLOSE
1300 END
1310 '
1320 ' hata mesajları
1330 PRINT #KAZ, "Eleman sayısı hatalı...!":STOP
1340 PRINT #KAZ, "Nokta sayısı hatalı...!":STOP
1350 PRINT #KAZ, "Nokta no hatalı...!":STOP
1360 PRINT #KAZ, "Eleman no hatalı...!":STOP
1370 PRINT #KAZ, "Elastisite modülü/POISSON oranı hatalı...!":STOP
1380 PRINT #KAZ, "Aynı nokta daha önce de verildi...!":STOP
1390 PRINT #KAZ, "Aynı eleman daha önce de verildi...!":STOP
1400 PRINT #KAZ, "Yön hatalı...!":STOP
1410 PRINT #KAZ, "Hatalı veri...!":STOP
1420 PRINT #KAZ, "Ek denklem bilgilerinde hata var...!":STOP
1430 '
1440 ' Sistem denge matrisi
1450 OPEN "D",#9,DIR#+"f"
1460 OPEN "D",#7,DIR#+"H"
1470 FOR EL%=1 TO ES%
1480 GOSUB 1770:      'eleman denge, flexibileta ve gerilme matrisleri
1490 FOR I%=1 TO EBS%
1500 FOR J%=1 TO EBS%
1510 PRINT #9,EFLEX(I%,J%)
1520 NEXT J%
1530 NEXT I%
1540 FOR I%=1 TO EBS%
1550 FOR J%=1 TO EBS%
1560 PRINT #7,H(I%,J%)
1570 NEXT J%
1580 NEXT I%
1590 K1%=(EL%-1)*EBS%
1600 FOR S%=1 TO ENS%
1610 NOK%=ED%(EL%,S%)
1620 KZ%=(NOK%-1)*NSD%:
1630 K3%=(S%-1)*NSD%
1640 FOR I%=1 TO NSD%
1650 FOR J%=1 TO EBS%

```

```

1660 N(KZZ+I%,K1Z+J%)=B(K3Z+I%,J%)
1670 NEXT J%
1680 NEXT I%
1690 NEXT S%
1700 NEXT EL%
1710 CLOSE #9
1720 CLOSE #7
1730 RETURN
1740 '
1750 ' Ocgen levha elemanın denge matrisi
1760 ' flexibilitate ve gerilme matrisleri
1770 FOR I%=1 TO 6:FOR J%=1 TO 3 :B(I%,J%)=0:NEXT J%:NEXT I%
1780 INZ=EDX(EL%,1):JNZ=EDX(EL%,2):KNZ=EDX(EL%,3)
1790 X1=XY(JNZ,1)-XY(INZ,1):Y1=XY(JNZ,2)-XY(INZ,2)
1800 X2=XY(KNZ,1)-XY(JNZ,1):Y2=XY(KNZ,2)-XY(JNZ,2)
1810 X3=XY(INZ,1)-XY(KNZ,1):Y3=XY(INZ,2)-XY(KNZ,2)
1820 LIJ=SQR(X1^2+Y1^2)
1830 LJK=SQR(X2^2+Y2^2)
1840 LKI=SQR(X3^2+Y3^2)
1850 MIJ=X1/LIJ:NIJ=Y1/LIJ
1860 MJK=X2/LJK:NJK=Y2/LJK
1870 MKI=X3/LKI:NKI=Y3/LKI
1880 '
1890 ' Lokal/Global denge matrisi
1900 B(1,1)=-MIJ:B(1,3)=MKI
1910 B(2,1)=-NIJ:B(2,3)=NKI
1920 B(3,1)=MIJ:B(3,2)=-MJK
1930 B(4,1)=NIJ:B(4,2)=-NJK
1940 B(5,2)=MJK:B(5,3)=-MKI
1950 B(6,2)=NJK:B(6,3)=-NKI
1960 '
1970 U=(LIJ+LJK+LKI)/2:Z=2*SQR(U*(U-LIJ)*(U-LJK)*(U-LKI))
1980 SINTETAI=Z/LIJ/LKI
1990 SINTETAJ=Z/LIJ/LJK
2000 SINTETAK=Z/LJK/LKI
2010 COSTETAI=(LIJ^2+LKI^2-LJK^2)/2/LIJ/LKI
2020 COSTETAJ=(LIJ^2+LJK^2-LKI^2)/2/LIJ/LJK
2030 COSTETAK=(LJK^2+LKI^2-LIJ^2)/2/LJK/LKI
2040 COTTETAI=COSTETAI/SINTETAI
2050 COTTETAJ=COSTETAJ/SINTETAJ
2060 COTTETAK=COSTETAK/SINTETAK
2070 HI=LIJ*SINTETAJ:HJ=LIJ*SINTETAI:HK=LKI*SINTETAI
2080 '
2090 ' flexibilitate matrisi
2100 S=2/T/E
2110 EFLEX(1,1)=S*SINTETAK/(SINTETAI*SINTETAJ)
2120 EFLEX(1,2)=S*(COSTETAJ*COTTETAJ-NU*SINTETAJ)
2130 EFLEX(1,3)=S*(COSTETAI*COTTETAI-NU*SINTETAI)
2140 EFLEX(2,2)=S*SINTETAI/(SINTETAJ*SINTETAK)
2150 EFLEX(2,3)=S*(COSTETAK*COTTETAK-NU*SINTETAK)
2160 EFLEX(3,3)=S*SINTETAJ/(SINTETAK*SINTETAI)
2170 EFLEX(2,1)=EFLEX(1,2)
2180 EFLEX(3,1)=EFLEX(1,3)
2190 EFLEX(3,2)=EFLEX(2,3)
2200 '

```

```

2210 ' H gerilme matrisi
2220 S=2/T
2230 H(1,1)=S*MIJ^2/HK:H(1,2)=S*MJK^2/HI:H(1,3)=S*MKI^2/HJ
2240 H(2,1)=S*NIJ^2/HK:H(2,2)=S*NJK^2/HI:H(2,3)=S*NKI^2/HJ
2250 H(3,1)=S*MIJ*NIJ/HK:H(3,2)=S*MJK*NJK/HI:H(3,3)=S*MKI*NKI/HJ
2260 RETURN
2270 '
2280 ' Band genisligini bul, N matrisini (band) Diske yaz
2290 GOSUB 2690: ' N Denge Matrisini (dikdortgen) oku
2300 OPEN "D",#2,DIR#+"N"
2310 M1%=0:M121%=0
2320 FOR I%=1 TO N%
2330 FOR J%=1 TO M%
2340 IF N(I%,J%)<>0 GOTO 2370
2350 NEXT J%
2360 PRINT "Denge matrisi tekil...!":STOP
2370 J1%=J%: 'satinin basladigi kolon
2380 J2%=J%: 'Satinin bittigi kolon
2390 FOR J%=J1%+1 TO M%
2400 IF N(I%,J%)<>0 THEN J2%=J%
2410 NEXT J%
2420 PRINT #2,J1%:PRINT #2,J2%
2430 FOR J%=J1% TO J2%:PRINT #2,N(I%,J%):NEXT J%
2440 IF J1%<=I% THEN MB1%=I%-J1%:IF MB1%>M1% THEN M1%=MB1%
2450 LMAX%=J2%-J1%+1
2460 IF LMAX%>M121% THEN M121%=LMAX%
2470 NEXT I%
2480 CLOSE #2
2490 IF M121%<=0 THEN PRINT #KAZ,"Sistem Labil...!":STOP
2500 '
2510 OPEN "D",#5,DIR#+"NMM1M121"
2520 PRINT #5,ESX,,"NSX","YSX","SSX","EDSX","NX","M%", "M1%", "M121%"
2530 CLOSE #5
2540 PRINT #KAZ,"ALT BAND GENISLIGI.....=";M1%
2550 PRINT #KAZ,"ANA BAND GENISLIGI.....=";M121%
2560 RETURN
2570 '
2580 ' Denge matrisini(Dikdortgen ve mesnet denklemsiz) diske yaz
2590 OPEN "D",#8,DIR#+"N1"
2600 FOR I%=1 TO N%+SS%
2610 IF V%(I%)>0 THEN GOTO 2650: 'mesnet denklemini yazma
2620 FOR J%=1 TO M%
2630 PRINT #8,N(I%,J%)
2640 NEXT J%
2650 NEXT I%
2660 CLOSE #8
2670 RETURN
2680 '
2690 ' Denge matrisini (dikdortgen ve mesnet denklemsiz) diskten oku
2700 OPEN "1",#8,DIR#+"N1"
2710 FOR I%=1 TO N%
2720 FOR J%=1 TO M%
2730 INPUT #8,N(I%,J%)
2740 NEXT J%
2750 NEXT I%

```



```

2760 CLOSE #8
2770 RETURN
2780 '
2790 ' N matrisini Grafik olarak yaz (test amaçlı)
2800 ' IBM Proprinter/Citizen
2810 INPUT "kağıdı sayfa basına alınız ";A$
2820 PRINT#KAZ,
2830 PRINT#KAZ,"DENSE MATRISI (x:Sıfırdan farklı):"
2840 PRINT#KAZ,CHR$(18);CHR$(27);"P";CHR$(27); "~80";CHR$(15);
2850 PRINT#KAZ,CHR$(27)"0";CHR$(16);: 'satır arası ayarı
2860 PRINT#KAZ,CHR$(27)"G": 'double strike
2870 PRINT#KAZ," ";
2880 FOR J%=1 TO M%
2890 K%=J%-(J%\10)*10
2900 PRINT#KAZ,RIGHT$(STR$(K%),1);
2910 NEXT J%
2920 PRINT#KAZ,:PRINT#KAZ,
2930 FOR I%=1 TO N%
2940 PRINT#KAZ,USING"### ";I%;
2950 FOR J%=1 TO M%
2960 IF N(I%,J%)=0 THEN PRINT #KAZ," "; ELSE PRINT #KAZ,"x";
2970 NEXT J%
2980 PRINT#KAZ,
2990 NEXT I%
3000 PRINT#KAZ,CHR$(27)"H";CHR$(15);CHR$(27);"2"
3010 RETURN
3020 '
3030 ' P Yük vektörünü kur
3040 PRINT #KAZ,"VERİLMİŞ KUVVETLER:"
3050 PRINT #KAZ,"NOKTA","YÖN","KUVVET"
3060 FOR J%=1 TO YS%
3070 READ NOK%,YON%,KUV
3080 PRINT #KAZ,NOK%,YON%,KUV
3090 IF NOK%<1 OR NOK%>NS% THEN GOTO 1350
3100 DZ%=NSD%*NOK%-NSD%+YON%
3110 IF P(DZ%)<>0 THEN GOTO 1380
3120 P(DZ%)=KUV
3130 NEXT J%
3140 OPEN "0",#6,DIR#+"p"
3150 FOR I%=1 TO N%+SS%
3160 IF V%(I%)>0 GOTO 3180
3170 PRINT #6,P(I%)
3180 NEXT I%
3190 CLOSE #6
3200 RETURN
3210 '
3220 ' ek denklemleri kur
3230 OPEN "i",#9,DIR#+"F"
3240 FOR I9%=1 TO EBS%*EBS%*ES%
3250 INPUT #9,FLEX(I9%)
3260 NEXT I9%
3270 FOR IV%=1 TO EDS%
3280 READ ELE1%,KENAR1%,ELE2%,KENAR2%
3290 IF ELE1%<1 OR ELE1%>ES% THEN GOTO 1420
3300 IF ELE2%<1 OR ELE2%>ES% THEN GOTO 1420

```

```

3310 IF KENAR1%<1 OR KENAR1%>EBS% THEN GOTO 1420
3320 IF KENAR2%<1 OR KENAR2%>EBS% THEN GOTO 1420
3330 ADRES1%=((ELE1%-1)*EBS%*EBS%+(KENAR1%-1)*EBS%)
3340 ADRES2%=((ELE2%-1)*EBS%*EBS%+(KENAR2%-1)*EBS%)
3350 ' Skalasyon faktörü
3360 T1=0
3370 FOR I9%=1 TO EBS%
3380 A1=ABS(FLEX(ADRES1%+I9%))
3390 IF A1>T1 THEN T1=A1
3400 A1=ABS(FLEX(ADRES2%+I9%))
3410 IF A1>T1 THEN T1=A1
3420 NEXT I9%
3430 FOR I9%=1 TO EBS%
3440 N(NS%*NSD%+IV%,(ELE1%-1)*EBS%+I9%)=FLEX(ADRES1%+I9%)/T1
3450 N(NS%*NSD%+IV%,(ELE2%-1)*EBS%+I9%)=-FLEX(ADRES2%+I9%)/T1
3460 NEXT I9%
3470 NEXT IV%
3480 CLOSE #9
3490 RETURN
3500 '
3510 ' N Denge matrisini (dikdortgen ve mesnet denklemleri) Diske yaz
3520 OPEN "D",#16,DIR#+"NO"
3530 FOR IX=1 TO NS%*NSD%
3540 PRINT #16,V%(IX):'sınır şartı bilgileri
3550 NEXT IX
3560 FOR IX=1 TO NS%*NSD%
3570 FOR JX=1 TO MX
3580 PRINT #16,N(IX,JX)
3590 NEXT JX
3600 NEXT IX
3610 CLOSE #16
3620 RETURN
3630 '
3640 '

```

```

10 CLS
20 PRINT "          Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu"
30 PRINT "          PART2/GAUSS1"
40 PRINT "Izostatik Sistem Secimi, B0 ve Bx Matrislerinin Hesabi"
50 PRINT
60 DEFDBL A-Z
70 EPS=.0000001
80 LMATX=0:          'detaylı çıktı parametresi
90 LANG%=5000
100 INPUT "8-Yazıcıya          0-Ekrana          =",KAZ
110 IF KAZ<>8 AND KAZ<>0 GOTO 100
120 IF KAZ=8 THEN DIV$="LPT1:" ELSE DIV$="SCRN:"
130 KAZ=1:OPEN "0",#KAZ,DIV$
140 IF DIV$="LPT1:" THEN WIDTH DIV$,132:PRINT#KAZ,CHR$(24);CHR$(15)
150 INPUT "Detaylı çıktı istiyormusunuz(E/H)=",DIR$
160 IF DIR$="E" OR DIR$="e" THEN LMATX=1
170 INPUT "yaz-boz Directory adı          =",DIR$
180 IF DIR$<>" " THEN DIR$=DIR$+"\ "
190 '
200 OPEN "I",#5,DIR$+"NMM1M121"
210 INPUT#5,ES%,NS%,YS%,SS%,EDS%,N%,M%,M1%,M121%
220 CLOSE #5
230 OPEN "0",#3,DIR$+"B0"
240 OPEN "0",#4,DIR$+"Bx"
250 PRINT #KAZ,
260 DIM AL(5000),IL%(500)
270 IR%=M%-N%
280 IS%=0:IGU%=IS%+N%+1: IZ%=IGU%+IR%:NMANZ=0: IENDZ=NMANZ+M121%*N%
290 GOSUB 2990:          'N denge matrisini oku
300 GOSUB 360:          'GAUSS Eliminasyonu, B0 ve Bx hesabı
310 PRINT#KAZ,
320 PRINT#KAZ,"-----PROGRAM SONU-----PART2/GAUSS1"
330 END
340 '
350 '
360 ' ----- B A U S S 1 /Ahmet TOPCU' -----
370 ' N Denge Matrisinin Indirgenmesi
380 ' Izostatik Sistemin Otomatik Secimi, B0 ve Bx Matrislerinin Hesabi
390 '          N*Bx=0 ve N*B0=I
400 IF IR%<0 GOTO 1350:          Sistem Labil
410 PRINT "DENKLEM SAYISI.....=";N%
420 PRINT "BILINMEYEN SAYISI.....=";M%
430 PRINT "HIPERSTATIKLIK DERECESI.....=";IR%
440 PRINT "ALT BAND GENISLIGI.....=";M1%
450 PRINT "ANA BAND GENISLIGI.....=";M121%
460 '
470 IUX=IENDZ+1
480 IREST%=M1%
490 IUEB%=0
500 KSX=IUX+1
510 K1%=0
520 J1%=0
530 IL%(IS%+N%+1)=M%+1
540 N1%=N%-1
550 M12%=M121%-1

```

```

560 MAT1%=NMANZ+1
570 FOR I%=1 TO IR%: IL%(IGU%+I%)=0:NEXT I%
580 ' NORM(WILKINSON)
590 GR=0
600 NNF%=MAT1%+M121%*N1%
610 FOR I%=MAT1% TO NNF% STEP M121%
620 T=0
630 K2%=I%+M12%
640 FOR J%=I% TO K2%
650 T=T+ABS(AL(J%))
660 NEXT J%
670 IF T>GR THEN GR=T
680 NEXT I%
690 GR=GR*EPS
700 IF LMAT%=0 GOTO 720
710 PRINT #KAZ, "ALT OCBEN MATRISI BILGILERI:"
720 FOR K%=MAT1% TO NNF% STEP M121%
730 K1%=K1%+1
740 J1%=J1%+1
750 K2%=K%+IREST%*M121%
760 IF K2%>NNF% THEN K2%=NNF%
770 IF LMAT%<>0 THEN PRINT #KAZ, J1% ". ADIM"
780 ' PIVOT ara
790 IVER%=0
800 K4%=K1%
810 A=0
820 FOR K3%=K% TO K2% STEP M121%
830 IF IL%(IS%+K4%)>J1% GOTO 880
840 T=ABS(AL(K3%))
850 IF T<=A GOTO 880
860 A=T
870 IVER%=K4%
880 K4%=K4%+1
890 NEXT K3%
900 IF A>GR GOTO 970
910 ' hiperstatik bilinmeyi sec
920 IUEB%=IUEB%+1
930 IF IUEB%>IR% GOTO 1350
940 IL%(IGU%+IUEB%)=J1%
950 IREST%=IREST%+1
960 GOTO 740
970 J2%=K%+M12%
980 I2%=IS%+K1%
990 IF IVER%=K1% GOTO 1130
1000 ' Satir degistir
1010 J3%=IS%+IVER%
1020 J4%=IL%(I2%)
1030 IL%(I2%)=IL%(J3%)
1040 IL%(J3%)=J4%
1050 IDV%=M121%*(IVER%-K1%)
1060 FOR IX%=K% TO J2%
1070 A=AL(I%)
1080 IDX%=IX%+IDV%
1090 AL(I%)=AL(IDX%)
1100 AL(IDX%)=A

```

```

1110 NEXT I%
1120 '                               Indirge
1130 K4%=1
1140 IU1%=K5%
1150 J3%=K%+1
1160 J4%=J2%+1
1170 FOR K3%=J4% TO K2% STEP M121%
1180 I3%=I2%+K4%
1190 I1%=IL%(I3%)
1200 IF I1%>J1% GOTO 1500
1210 IDV%=K4%*M121%
1220 T=AL(K3%)/AL(K%)
1230 K5%=K5%+1
1240 AL(K5%)=K4%
1250 K5%=K5%+1
1260 AL(K5%)=T
1270 IT%=1
1280 FOR J6%=J3% TO J2%
1290 A=AL(J6%+IDV%)-AL(J6%)*T
1300 IF ABS(A)>GR GOTO 1390
1310 AL(J6%+IDV%)=0
1320 IT%=IT%+1
1330 NEXT J6%
1340 '
1350 PRINT #KAZ,"Sistem labil...!"
1360 CLOSE
1370 STOP
1380 '
1390 I4%=J3%+IT%-1
1400 FOR J6%=I4% TO J2%
1410 ID%=J6%+IDV%
1420 AL(ID%-IT%)=AL(ID%)-AL(J6%)*T
1430 IF ABS(AL(ID%-IT%))<=GR THEN AL(ID%-IT%)=0
1440 NEXT J6%
1450 I4%=ID%-IT%+1
1460 FOR J6%=I4% TO ID%
1470 AL(J6%)=0
1480 NEXT J6%
1490 IL%(I3%)=I1%+IT%
1500 K4%=K4%+1
1510 NEXT K3%
1520 AL(IU1%)=K5%
1530 IL%(I2%+K1%)=IVER%
1540 IF IU1%=K5% OR LMAT%=0 GOTO 1640
1550 IU11%=IU1%+1
1560 FOR I%=IU11% TO K5% STEP 2
1570 PRINT #KAZ,AL(I%);
1580 NEXT I%:PRINT #KAZ,
1590 IU12%=IU1%+2
1600 FOR I%=IU12% TO K5% STEP 2
1610 PRINT #KAZ,AL(I%);
1620 NEXT I%
1630 PRINT #KAZ,
1640 K5%=K5%+1
1650 IF LANG%<=K5%+IREST% THEN PRINT #KAZ,"Bellek yetersiz...!":STOP

```

```

1660 NEXT K%
1670 ' indirgeme sonu
1680 IF LMAT%=0 GOTO 1820
1690 PRINT#KAZ,:PRINT #KAZ,"DST UCSEN MATRIS:"
1700 ADRES%=NMAN%:SATIR%=N%:MB%=M121%
1710 GOSUB 2890
1720 PRINT#KAZ,:PRINT #KAZ,"SATIR DEGISTIRME VEKTÖRÜ:"
1730 FOR I%=1 TO N%
1740 PRINT #KAZ,ILX(I%+I%);
1750 NEXT I%
1760 PRINT #KAZ,:PRINT#KAZ,
1770 PRINT #KAZ,"VEKTÖR İS:"
1780 FOR I%=1 TO N%
1790 PRINT #KAZ,ILX(I%+I%);
1800 NEXT I%
1810 PRINT #KAZ,
1820 ' B0 hesabı
1830 M11%=M%+1
1840 IF LMAT%<>0 THEN PRINT#KAZ,:PRINT #KAZ,"B0-VEKTÖRLERİ:"
1850 İD%=K5%+1
1860 IF LANG%<İD%+M11% THEN PRINT #KAZ,"Bellek Yetersiz...!":STOP
1870 FOR I%=1 TO N%
1880 FOR J%=1 TO M11%:AL(İD%+J%)=0:NEXT J%
1890 AL(İD%+ILX(I%+I%))=1
1900 GOSUB 2150
1910 ' .Vektörü 3.dosyaya
1920 FOR J%=1 TO M%:PRINT #3,AL(İD%+J%);:NEXT J%
1930 IF LMAT%=0 THEN GOTO 1960
1940 PRINT#KAZ, USING "B0'in ###.VEKTÖRÜ:";I%
1950 ADY%=İD%:SATIR%=1 :MB%=M%:GOSUB 2890
1960 NEXT I%
1970 '
1980 ' Sistem izostatik ise RETURN
1990 IF İR%=0 THEN PRINT#KAZ,"SİSTEM İZOSTATİK...":RETURN
2000 İREST%=İR%-İUEB%:NİUEB%=N%+İUEB%
2010 IF İREST%<0 GOTO 1350
2020 IF İREST%=0 GOTO 2040
2030 FOR I%=1 TO İREST%:ILX(İGU%+İUEB%+I%)=NİUEB%+I%:NEXT I%
2040 PRINT#KAZ,:PRINT #KAZ,"SEÇİLEN HİFERSTATİK BİLİNMEYENLER:"
2050 FOR I%=1 TO İR% STEP 20
2060 İ1%=İ%+19:IF İ1%>İR% THEN İ1%=İR%
2070 FOR J%=İ% TO İ1%
2080 PRINT #KAZ,ILX(İGU%+J%);
2090 NEXT J%
2100 PRINT#KAZ,
2110 NEXT I%
2120 GOSUB 2540: BX (Kompakt olmayan)
2130 RETURN
2140 '
2150 ' B0 in İ%. Vektörünün hesabı
2160 M11%=M%+1
2170 N1%=N%-1
2180 K5%=İU%+1
2190 FOR İ9%=1 TO N1%
2200 İSİ%=İS%+İ9%:İVER%=İLX(İZ%+İ9%):Lİ%=İD%+İLX(İSİ%)

```

```

2210 IF IVER%=I9% GOTO 2260
2220 ' Karsı tarafta satır değistir
2230 L2%=ID%+IL%(I5%+IVER%)
2240 T=AL(L1%):AL(L1%)=AL(L2%):AL(L2%)=T
2250 ' Öne dođru hesap
2260 K6%=AL(K5%)
2270 IF K6%=K5% GOTO 2330
2280 K5%=K5%+1
2290 FOR K3%=K5% TO K6% STEP 2
2300 L%=ID%+IL%(I5%+AL(K3%))
2310 AL(L%)=AL(L%)-AL(L1%)*AL(K3%+1)
2320 NEXT K3%
2330 K5%=K6%+1
2340 NEXT I9%
2350 ' Geriye dođru hesap
2360 M12%=M121%-1
2370 J%=NMAN%+M121%*N1%+1
2380 I1%=N%
2390 FOR I9%=1 TO N%
2400 ISD%=IL%(I5%+I1%):L1%=ID%+ISD%
2410 T=0
2420 IF M12%=0 GOTO 2480
2430 K3%=M11%-ISD%
2440 IF K3%>M12% THEN K3%=M12%
2450 FOR K2%=1 TO K3%
2460 T=T+AL(J%+K2%)*AL(L1%+K2%)
2470 NEXT K2%
2480 AL(L1%)=(AL(L1%)-T)/AL(J%)
2490 IF ABS(AL(L1%))<=EPS THEN AL(L1%)=0
2500 I1%=I1%-1:J%=J%-M121%
2510 NEXT I9%
2520 RETURN
2530 '
2540 ' BX Matrisinin (kompakt olmayan) hesabı
2550 IBX%=IU%+1:I3%=1:K4%=IBX%+1
2560 IF LMAT%=0 GOTO 2590
2570 PRINT #K4%,
2580 PRINT #K4%,"BX VEKTÖRLERİ(Kompakt olmayan):"
2590 MA%=MAT1%-M121%
2600 FOR K% = 1 TO IR%
2610 J1%=IL%(IGU%+K%):K5%=IBX%+J1%
2620 FOR I%=IBX%+1 TO IBX%+M%:AL(I%)=0 : NEXT I%
2630 AL(K5%)=1: J3%=J1%-K%
2640 IF J3%=0 OR M12%=0 GOTO 2780
2650 IVER%=J3% :K1%=MA%+J3%*M121%
2660 FOR I%=1 TO J3%
2670 J4%=IL%(I5%+IVER%):I1%=J1%-J4%
2680 IF I1%>M12% THEN I1%=M12%
2690 T=0 :J2%=J4%+IBX%
2700 FOR K2%=1 TO I1%
2710 T=T+AL(K1%+K2%)*AL(J2%+K2%)
2720 NEXT K2%
2730 AL(J2%)=-T/AL(K1%)
2740 IF ABS(AL(J2%))<=EPS THEN AL(J2%)=0
2750 IVER%=IVER%-1

```

```

2760 K1%=K1%-M121%
2770 NEXT I%
2780 IF LMAT%=0 GOTO 2830
2790 PRINT #KAZ,K%,".Bx Vektörü(";I3%;"-";J1%;") arası:"
2800 FOR I%=K4% TO K5%:PRINT #KAZ,AL(I%);:NEXT I%
2810 PRINT #KAZ,
2820 '           Bx in K%. vektörü 4. dosyaya
2830 PRINT #4,I3%:PRINT #4,J1%
2840 FOR I%=K4% TO K5%:PRINT #4,AL(I%):NEXT I%
2850 NEXT K%
2860 CLOSE #4
2870 RETURN
2880 '
2890 ' matris yaz(test için)
2900 FOR I9%=1 TO SATIR%
2910 K9%=ADR%+(I9%-1)*MB%
2920 FOR J9%=1 TO MB%
2930 PRINT#KAZ,AL(K9%+J9%);
2940 NEXT J9%
2950 PRINT#KAZ,
2960 NEXT I9%
2970 RETURN
2980 '
2990 ' Denge matrisini oku
3000 OPEN "I",#2,DIR#+"N"
3010 FOR I%=1 TO N%
3020 INPUT#2,J1%:INPUT#2,J2%
3030 IL%(IS%+I%)=J1%:IAD%=NMAN%+(I%-1)*M121%
3040 FOR J%=1 TO J2%-J1%+1
3050 INPUT#2,AL(IAD%+J%)
3060 NEXT J%
3070 NEXT I%
3080 CLOSE #2
3090 RETURN

```



```

10 CLS
20 PRINT "      Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu-Riyad El CUBURI-1991"
30 PRINT "                      PART3"
40 PRINT "Kuvvetlerin, Gerilmelerin ve Sistem Deplasmanlarının Hesabi"
50 PRINT
60 DEFDBL A-Z
70 INPUT "B-Yazıcıya      0-Ekrana=",KAZ
80 IF KAZ<>0 AND KAZ<>B THEN GOTO 70
90 IF KAZ=B THEN DIV$="LPT1:" ELSE DIV$="SCRN:"
100 KAZ=1:OPEN "0",#KAZ,DIV$
110 IF DIV$="LPT1:" THEN WIDTH DIV$,255:PRINT #KAZ,CHR$(24);CHR$(15)
120 INPUT "yaz-boz Directory adı =",DIR$
130 IF DIR$<>" " THEN DIR$=DIR$+"\ "
140 '
150 NSD%=2:ENS%=3:ESB%=3
160 OPEN "1",#5,DIR$+"NMM1M121"
170 INPUT#5,ES%,NS%,YS%,SS%,EDS%,NZ,M%,M1%,M121%
180 CLOSE #5
190 R%=M%-NZ
200 '
210 DIM EFLEX(3,3),B0(M%),BXTF(M%),P(NS%*NSD%+EDS%),PX(R%),DX(R%,R%)
220 DIM X(R%),F(M%),BX(M%),U(NS%*NSD%),BOP(M%),V(M%),VX(NS%*NSD%)
230 DIM BXX(M%)
240 '
250 ' BxT*f çarpımı
260 OPEN "0",#13,DIR$+"BXTF"
270 OPEN "1",#4,DIR$+"BX"
280 FOR H%=1 TO R%
290 GOSUB 1200:'BX Oku
300 OPEN "1",#9,DIR$+"F"
310 FOR EL%=1 TO ES%
320 GOSUB 1270: 'elemanın flexibilitesi
330 I1%=3*(EL%-1)
340 FOR I%=1 TO 3
350 BXTF=0
360 FOR J%=1 TO 3
370 BXTF=BXTF+BX(I1%+J%)*EFLEX(J%,I%)
380 NEXT J%
390 PRINT #13,BXTF
400 NEXT I%
410 NEXT EL%
420 CLOSE #9
430 NEXT H%
440 CLOSE #13
450 CLOSE #4
460 '
470 ' BX=BxTf*Bx hesabı
480 OPEN "1",#13,DIR$+"BXTF"
490 FOR H%=1 TO R%
500 GOSUB 2060:'bxTf Oku
510 OPEN "1",#4,DIR$+"Bx"
520 FOR I1%=1 TO R%
530 GOSUB 1200:'Bx oku
540 T=0
550 FOR I%=1 TO M%

```

```

560 T=T+BXTF(IX)*BX(IX)
570 NEXT IX
580 DX(H%,I1%)=T
590 NEXT I1%
600 CLOSE #4
610 NEXT H%
620 CLOSE #13
630 '
640 GOSUB 810: ' BOP
650 GOSUB 1070: ' BxTF*BOP
660 GOSUB 2930: ' Dx matrisini grafik olarak yaz
670 GOSUB 2780: ' GAUSS Eliminasyonu
680 GOSUB 1350: ' BX*X
690 GOSUB 1480: ' Eleman kuvvetleri ve Gerilmeier
700 GOSUB 2190: ' Deformasyonlar ve Deplasmanlar
710 GOSUB 1810: ' N*F=P Denge kontrolü(test)
720 PRINT #KAZ,"Tarih: ";DATE#
730 PRINT #KAZ,"Saat : ";TIME#
740 PRINT#KAZ,
750 PRINT #KAZ,"----- PROGRAM SONU -----PART3"
760 CLOSE
770 END
780 '
790 '
800 ' B0*P hesabı
810 OPEN "I",#6,DIR#+"P"
820 FOR IX=1 TO N%
830 INPUT #6,P(IX)
840 NEXT IX
850 CLOSE #6
860 '
870 OPEN "I",#3,DIR#+"B0"
880 FOR IX=1 TO M%
890 BOP(IX)=0:NEXT IX
900 FOR IX=1 TO N%
910 FOR J%=1 TO M%
920 INPUT #3,B0
930 BOP(J%)=BOP(J%)+B0*P(IX)
940 NEXT J%
950 NEXT IX
960 CLOSE #3
970 '
980 ' BOP'yi diske yaz
990 OPEN "O",#12,DIR#+"BOP"
1000 FOR IX=1 TO M%
1010 PRINT #12,BOP(IX)
1020 NEXT IX
1030 CLOSE #12
1040 RETURN
1050 '
1060 'Px=BxTF*BOP Hesabı
1070 OPEN "I",#13,DIR#+"BXTF"
1080 FOR IX=1 TO R%
1090 T=0
1100 FOR J%=1 TO M%

```

```

1110 INPUT #13,BXTF
1120 T=T+BXTF*BOP(J%)
1130 NEXT J%
1140 FX(I%)=-T
1150 NEXT I%
1160 CLOSE #13
1170 RETURN
1180 '
1190 ' Bx matrisinin bir vektörünü oku
1200 FOR I9%=1 TO M9:BX(I9%)=0:NEXT I9%
1210 INPUT #4,I3%:INPUT #4,J1%
1220 FOR I9%=I3% TO J1%
1230 INPUT #4,BX(I9%)
1240 NEXT I9%
1250 RETURN
1260 '
1270 ' EL% nolu Elemanın flexibilitatesini oku
1280 FOR I9%=1 TO 3:FOR J9%=1 TO 3
1290 INPUT #9,EFLEX(I9%,J9%)
1300 NEXT J9%
1310 NEXT I9%
1320 RETURN
1330 '
1340 ' Bx*X Hesabı
1350 OPEN "I",#4,DIR#+"Bx"
1360 FOR I9%=1 TO M9:BXX(I9%)=0:NEXT I9%
1370 FOR J9%=1 TO R9
1380 INPUT #4,I3%:INPUT #4,J1%
1390 FOR I9%=I3% TO J1%
1400 INPUT #4,BX
1410 BXX(I9%)=BXX(I9%)+BX*X(J%)
1420 NEXT I9%
1430 NEXT J9%
1440 CLOSE #4
1450 RETURN
1460 '
1470 ' Öçgen Levha Elemanların ic kuvvetleri
1480 PRINT #KAZ,"ELEMAN KUVVETLERİ:"
1490 PRINT #KAZ,"ELEMAN", "          F1", "          F2", "          F3"
1500 PRINT #KAZ,"-----"
1510 FOR EL%=1 TO ES%
1520 PRINT #KAZ,EL%,
1530 I1%=(EL%-1)*EBS%
1540 FOR I9%=1 TO EBS%
1550 F(I1%+I9%)=BXX(I1%+I9%)+BOP(I1%+I9%)
1560 PRINT #KAZ,USING " +#####.#####";F(I1%+I9%),
1570 NEXT I9%
1580 PRINT #KAZ,
1590 NEXT EL%
1600 PRINT #KAZ,
1610 PRINT #KAZ,"GERİLMELER:"
1620 PRINT #KAZ,"ELEMAN" TAB(19) "sigma-xx" TAB(31) "sigma-yy" TAB(43) "sigma-xy"
1630 PRINT #KAZ,"-----"
1640 OPEN "I",#7,DIR#+"H"
1650 FOR EL%=1 TO ES%

```

```

1660 PRINT #KAZ,ELZ,
1670 FOR IZ=1 TO EBSZ
1680 T=0
1690 FOR JZ=1 TO EBSZ
1700 INPUT #7,H
1710 T=T+H*F((ELZ-1)*EBSZ+JZ)
1720 NEXT JZ
1730 PRINT #KAZ, USING "#####.#####";T,
1740 NEXT IZ
1750 PRINT #KAZ,
1760 NEXT ELZ
1770 CLOSE #7
1780 RETURN
1790 '
1800 ' N*F=P Denge kontrolü(test)
1810 OPEN "I",#16,DIR#+"N0"
1820 FOR IZ=1 TO NSZ*NSDZ
1830 INPUT #16,VZ(IZ): 'Sınır şartları bilgileri
1840 NEXT IZ
1850 FOR IZ=1 TO NSZ*NSDZ
1860 P(IZ)=0
1870 FOR JZ=1 TO MZ
1880 INPUT #16,A
1890 P(IZ)=P(IZ)+A*F(JZ)
1900 NEXT JZ
1910 NEXT IZ
1920 CLOSE #16
1930 PRINT #KAZ,
1940 PRINT #KAZ,"N*F=P DENGE KONTROLÜ:"
1950 PRINT #KAZ,"Nokta","Yön"," KUVVET"
1960 PRINT #KAZ,"-----"
1970 FOR NOKZ=1 TO NSZ
1980 I1Z=(NOKZ-1)*NSDZ
1990 PRINT #KAZ,NOKZ,"1",:PRINT #KAZ,USING "#####.##";P(I1Z+1);
2000 IF VZ(I1Z+1)>0 THEN PRINT #KAZ," REAKSIYON" ELSE PRINT #KAZ," "
2010 PRINT #KAZ," ",:PRINT #KAZ,USING "#####.##";P(I1Z+2);
2020 IF VZ(I1Z+2)>0 THEN PRINT #KAZ," REAKSIYON" ELSE PRINT #KAZ," "
2030 NEXT NOKZ
2040 RETURN
2050 '
2060 ' BXTF oku
2070 FOR I9Z=1 TO MZ
2080 INPUT #13,BXTF(I9Z)
2090 NEXT I9Z
2100 RETURN
2110 '
2120 ' BOP'yi oku
2130 FOR I9Z=1 TO MZ
2140 INPUT #12,BOP(I9Z)
2150 NEXT I9Z
2160 RETURN
2170 '
2180 ' relatif deplasmanlar v=f*F
2190 OPEN "I",#9,DIR#+"F"
2200 FOR ELZ=1 TO ESZ

```

```

2210 I1%=3*(EL%-1)
2220 GOSUB 1270:'elemanın flexibilitesi
2230 FOR I2%=1 TO 3
2240 T=0
2250 FOR J2%=1 TO 3
2260 T=T+EFLEX(J2%,I2%)*F(I1%+J2%)
2270 NEXT J2%
2280 V(I1%+I2%)=T
2290 NEXT I2%
2300 NEXT EL%
2310 CLOSE #9
2320 ' Üçgen Levha Elemanların defomasyonları
2330 PRINT#KAZ,
2340 PRINT #KAZ,"RELATİF DEPLASMANLAR:"
2350 PRINT #KAZ,"ELEMAN", "          v1", "          v2", "          v3"
2360 PRINT #KAZ,"-----"
2370 FOR EL%=1 TO ES%
2380 PRINT #KAZ,EL%,
2390 I1%=(EL%-1)*EBS%
2400 FOR I2%=1 TO EBS%
2410 PRINT #KAZ,USING "  +##.#####";V(I2%+I1%),
2420 NEXT I2%
2430 PRINT #KAZ,
2440 NEXT EL%
2450 PRINT #KAZ,
2460 '
2470 ' Sistem deplasmanları U=BOT*v=BOT*f*F
2480 OPEN "I",#3,DIR#+"BO"
2490 OPEN "I",#16,DIR#+"NO"
2500 FOR I2%=1 TO NS2%*NSD%
2510 INPUT #16,V2%(I2%)
2520 U(I2%)=0
2530 IF V2%(I2%)>0 THEN GOTO 2580:'Tutulmuş deplasman(=0)
2540 FOR J2%=1 TO M2%
2550 INPUT #3,B0(J2%)
2560 U(I2%)=U(I2%)+B0(J2%)*V2%(J2%)
2570 NEXT J2%
2580 NEXT I2%
2590 CLOSE #3
2600 CLOSE #16
2610 '
2620 PRINT #KAZ,
2630 PRINT #KAZ,"DEPLASMANLAR:"
2640 PRINT #KAZ,"Nokta",TAB(28) "x1-Yönü" TAB(48) "x2-Yönü"
2650 PRINT #KAZ,"-----"
2660 FOR NDK%=1 TO NS2%
2670 I1%=(NDK%-1)*NSD%
2680 PRINT #KAZ,NDK%;
2690 PRINT#KAZ,TAB(20);:PRINT #KAZ,USING "  +#.#####";U(I1%+1);
2700 PRINT#KAZ,TAB(40);:PRINT #KAZ,USING "  +#.#####";U(I1%+2)
2710 NEXT NDK%
2720 RETURN
2730 '
2740 ' Lineer Denklem Sistemi (Pozitif tanımlı) çözümü
2750 ' GAUSS-JORDAN Yöntemi

```

```

2760 ' DX(R%,R%)*X(R%) =PX(R%) nin
2770 ' cözümü X(R%) de depolanır
2780 FOR I%=1 TO R%
2790 FOR J%=1 TO R%
2800 IF I%=J% THEN 2860
2810 X=-DX(J%,I%)/DX(I%,I%)
2820 FOR K%=1 TO R%
2830 DX(J%,K%)=DX(J%,K%)+X*DX(I%,K%)
2840 NEXT K%
2850 PX(J%)=PX(J%)+X*PX(I%)
2860 NEXT J%
2870 NEXT I%
2880 FOR I%=1 TO R%
2890 X(I%)=PX(I%)/DX(I%,I%)
2900 NEXT I%
2910 RETURN
2920 '
2930 ' Dx matrisini Grafik olarak yaz (test amaçlı)
2940 ' IBM Proprinter/Citizen
2950 IF R%=0 THEN RETURN:' İzostatik
2960 INPUT "kağıdı sayfa başına alınız ";A#
2970 PRINT#KAZ,
2980 PRINT#KAZ,"Dx MATRİSİ (x:Sıfırdan farklı):"
2990 PRINT#KAZ,CHR$(18);CHR$(27);"P";CHR$(27); "~80";CHR$(15);
3000 PRINT#KAZ,CHR$(27)"^0";CHR$(16);:'sadır arası ayarı
3010 PRINT#KAZ,CHR$(27)"B":'double strike
3020 PRINT#KAZ," ";
3030 FOR J%=1 TO R%
3040 K%=J%-(J%\10)*10
3050 PRINT#KAZ,STR$(K%);
3060 NEXT J%
3070 PRINT#KAZ,:PRINT#KAZ,
3080 FOR I%=1 TO R%
3090 PRINT#KAZ,USING"### ";I%;
3100 FOR J%=1 TO R%
3110 IF DX(I%,J%)=0 THEN PRINT #KAZ," "; ELSE PRINT #KAZ," x";
3120 NEXT J%
3130 PRINT#KAZ,
3140 NEXT I%
3150 PRINT#KAZ,CHR$(27)"H";CHR$(15);CHR$(27);"2"
3160 RETURN

```

```

10 CLS
20 PRINT "      Sonlu Elemanlar Kuvvet Metodu"
30 PRINT "      FART4"
40 PRINT "      N*Bx=0 ve NBo=I kontrolü"
50 PRINT
60 DEFDBL A,T,B
70 INPUT "B-Yazıcıya 0-Ekrana=",KAZ
80 IF KAZ<>8 AND KAZ<>0 GOTO 70
90 IF KAZ=8 THEN DIV$="LPT1:" ELSE DIV$="SCRN:"
100 KAZ=1 :OPEN "0",#KAZ,DIV$
110 INPUT "yaz-boz Directory adı=",DIR$
120 IF DIR$<>" " THEN DIR$=DIR$+"\ "
130 '
140 OPEN"I",#5,DIR$+"nm1m121"
150 INPUT #5,ESX,NSX,YSX,SSX,EDSX,NX,MX,M1X,M121X
160 PRINT #KAZ,"NX=";NX;"M=";M;"M1=";M1;"M121=";M121
170 CLOSE #5
180 RX=MZ-NZ
190 DIM BX(MX,RX),BO(MZ)
200 '
210 ' Bx matrisini oku
220 OPEN"I",#4,DIR$+"Bx"
230 FOR IX=1 TO RX
240 INPUT #4,I3X:INPUT #4,J1X
250 FOR JX=1 TO J1X
260 INPUT #4,BX(JX,IX)
270 NEXT JX
280 NEXT IX
290 CLOSE #4
300 '
310 PRINT #KAZ,"N*Bx=0 Kontrolü:"
320 FOR IIX=1 TO RX
330 OPEN "I",#2,DIR$+"N"
340 FOR IX=1 TO NX
350 T=0
360 INPUT #2,J1X:INPUT #2,J2X
370 FOR JX=J1X TO J2X
380 INPUT #2,A
390 T=T+A*BX(JX,IIX)
400 NEXT JX
410 IF ABS(T)>1E-08 THEN PRINT #KAZ,"N*Bx(";IX;",";IIX;")=";T
420 NEXT IX
430 CLOSE #2
440 NEXT IIX
450 '
460 PRINT #KAZ,"N*Bo=I Kontrolü:"
470 OPEN "I",#3,DIR$+"Bo"
480 FOR IX=1 TO NX
490 FOR JX=1 TO MZ
500 INPUT #3,BO(JX)
510 NEXT JX
520 '
530 OPEN "I",#2,DIR$+"N"
540 FOR I3X=1 TO NX
550 T=0

```

```
560 INPUT #2,J1%;INPUT #2,J2%
570 FOR J%=J1% TO J2%
580 INPUT #2,A
590 T=T+A*B0(J%)
600 NEXT J%
610 IF ABS(T)>1E-08 THEN PRINT #KAX,"N*B0(";I3%;", ";I%;")=";T
620 NEXT I3%
630 CLOSE #2
640 NEXT I%
650 CLOSE #3
660 END
```