

T.C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

t
146

DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇÖZÜMÜ (Kuvvet Metodu)

LİSANSÜSTÜ TEZİ

Hazırlayan
İnş. Müh. Cihat TUNALI

Yöneten
Y. Doç. Dr. Ahmet TOPÇU

T. C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
MERKEZ KÜTÜPHANESİ

ESKİŞEHİR - 1986

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ

GİRİŞ

1. ELASTİK CİSİMLERİN DİFERANSİYEL DENKLEMLERİ	1
1.1. DENGE DENKLEMLERİ	1
1.2. UYGUNLUK ŞARTLARI	2
1.3. MALZEME KANUNLARI	2
2. ENERJİ METOTLARI	4
2.1. DIŞ KUVVETLERİN KOMPLEMENTER İŞİ	4
2.2. İÇ KUVVETLERİN KOMPLEMENTER İŞİ	5
2.3. TOPLAM KOMPLEMENTER POTANSİYELİN MINİMUM OLMA PRENSİBİ	5
3. SONLU ELEMANLAR KUVVET METODU	6
3.1. SİSTEM İDEALİZASYONU	6
3.2. GERİLME FONKSİYONUNUN SEÇİMİ	7
3.3. ELEMANLARIN LİNEER BAĞIMSIZ DÜĞÜM KUVVETLERİ	7
3.4. DÜZLEM ÇERÇEVE ÇUBUĞUNDA LOKAL VE GLOBAL DENGE DENKLEMLERİ	9
3.5. ELEMANIN TOPLAM KOMPLEMENTER POTANSİYEL ENERJİSİ	12
3.6. TAŞIYICI SİSTEMİN DÜĞÜM DENGESİ	13
3.7. SINIR ŞARTLARININ GÖZÖNÜNE ALINMASI	15
3.8. ÇUBUK KUVVETLERİNİN HESABI	17
3.9. SÜREKLİLİK DENKLEMLERİNİN KURULMASI	20
3.10. REAKSİYONLARIN HESABI	21
3.11. MAFSALLARIN GÖZÖNÜNE ALINMASI	22
3.12. UNIFORM ISI TESİRİ	23
3.13. DEPLASMANLARIN HESABI	23

4. DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLER İÇİN PROGRAM	25
4.1. GENEL BİLGİ	25
4.2. PROGRAMDA DEĞİŞKEN TANIMLARI	25
4.3. VERİLER	27
4.4. ÇIKTILAR	28
4.5. PROGRAMIN İŞLEM SIRASI	29
5. ÖRNEK PROBLEMLER	31
5.1. ELLE ÇÖZÜM	31
5.2. BİLGİSAYARLA ÇÖZÜM	37
6. PROGRAM LİSTESİ	68
7. SONUÇ	
YARARLANILAN KAYNAKLAR	

ÖNSÖZ

Bu çalışmada düzlem çerçeve sistemlerde uygulaması anlatılmaya çalışılan sonlu elemanlar kuvvet metodu oldukça yeni metottur.

Bilgisayarların kısa sürede gelişimine paralel olarak sonlu elemanlar kuvvet metodu da hızla yeni uygulama alanları bulmuştur.

Klâsik çözüm metotları ile çözülmesi pratik olarak çok karışık hatta olanaksız olan taşıyıcı sistemler kolayca çözülebilir hale gelmiş ve hesapların hassasiyet dereceleri artmıştır.

Bu çalışmada düzlem çerçeve sistemlerin statik yükler ve ısı tesirleri altında çözümünü içeren bir bilgisayar programı verilmiştir.

Ayrıca mafsalı sistemler de göz önüne alınmış olup düğüm noktalarındaki deplasmanlar da hesaplanabilmektedir.

Program İnşaat bölümü bilgi işlem merkezinde hazırlanarak, MONROE EC 8800 mikrobilgisayarlarında test edilmiştir.

Çalışmalarına yardımcı olan hocam YRD. DOÇ. DR. Ahmet TOPÇU'ya ve Y. MÜH. Niyazi ÇİFTÇİ'ye teşekkürü borç bilirim.

GİRİŞ

Sonlu elemanlar metodu nümerik bir hesap yöntemidir. Metodun esası, sistem ne denli karmaşık olursa olsun daima sistemin idealize edilmiş ve özellikleri bilinen elemanlarının çözümüne dayanır.

Sonlu elemanlar kuvvet metodu plâk, levha ve kabuk gibi sürekli ortam özelliğine sahip taşıyıcı sistemlerin gerilme, stabilite ve dinamik hesaplarına da uygulanabilmektedir.

Sonlu elemanlar kuvvet metodunda hesaplanacak sistemler birbirlerinden sonlu uzaklıktaki noktalarda birleşen elemanlardan oluşmaktadır. Sonuçların doğruluk derecesi yapılan idealizasyona bağlıdır.

Metot, çubuk sistemlere uygulandığında kesin çözümler verir. Ancak sürekli ortam problemlerinde hiperstatiklik derecesi sonsuz olduğu halde sistemin idealize edilmesiyle hiperstatiklik derecesi sonlu bir değere indirgenmiş olur. Sonuçlar kabul edilebilir sınırlardadır.

Metot, lineer ve elâstik sistemlerin yanısıra nonlineer ve plâstik sistemlerin analizlerine de uygulanabilmektedir.

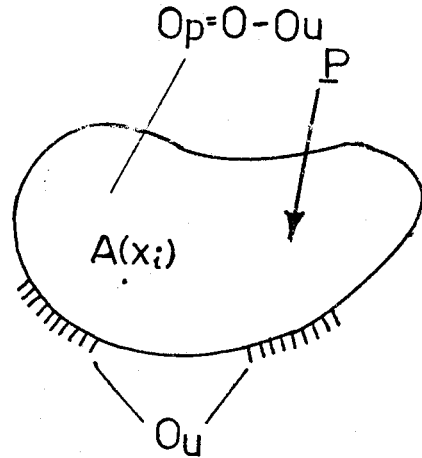
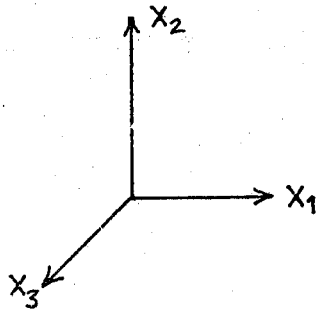
1. ELASTİK CİSİMLERİN DİFERANSİYEL DENKLEMLERİ (1)

Elâstik cisimlerin gerilme ve deformatsiyon problemlerinin çözümü için;

- Denge denklemleri
- Uygunluk şartları
- Malzeme kanunları olmak üzere üç esastan hareket edilir.

1.1. DENGİ DENKLEMLERİ

Cismin küçük bir parçasının dengesi incelenerek diferansiyel denge denklemleri kurulur.



V : Elâstik cismin hacmi

O : Elâstik cismin yüzey alanı

O_u : Mesnetlenmiş yüzey alanı

O_p : \underline{P} yükü ile yüklennmiş yüzey alanı

$\underline{P} = \{ P_1 \ P_2 \ P_3 \}$: dış yük vektörü

$\underline{g} = \{ g_1 \ g_2 \ g_3 \}$: hacimsel kuvvetler olmak üzere,

dv elemanının denge denklemi

$$\underline{D}^T \underline{\sigma} + \underline{g} = 0 \quad \dots\dots\dots 1.1.1$$

dır. Burada;

\underline{D}^T : Diferansiyel operatör matrisi

$\underline{\nabla}$: Gerilme vektörü olup,

$$\underline{D}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

$\underline{\nabla} = \{ \nabla_{11} \nabla_{22} \nabla_{33} \nabla_{12} \nabla_{13} \nabla_{23} \}$ ile verilir.

Dengesi aranan dv elemanı yüzeyde ise, denge denklemi

$$\underline{P} = \underline{n}^T \underline{\nabla} \quad (\text{Op üzerinde}) \quad \dots\dots\dots 1.1.2$$

olur.

\underline{n}^T : Yüzey elemanın denge matrisi

1.2. UYGUNLUK ŞARTLARI

$$\underline{\varepsilon} = \underline{D} \underline{U} \quad \dots\dots\dots 1.2.1$$

Bu denkleme elâstik cismin geometrik uygunluk şartı da denir. Dış deplasmanlarla iç deformasyonlar arasında sınır şartlarını (geometrik bağlar) dikkate alarak diferansiyel bir bağıntı kurar.

0u yüzeyinde (mesnetlerde), $\underline{u}^0 = \underline{u}$ olmalıdır.

Yani deplasman vektörü 0u üzerinde verilmiş dış deplasmanlara eşit olmalıdır.

1.3. MALZEME KANUNLARI (Bünye denklemleri)

Denge denklemleri ve uygunluk şartları malzemenin elâstik yada plâstik olması halinde değişmezler. Bu nedenle gerilmelerle deformasyonlar arasında bir bağıntı kuramazlar.

Bu bağıntı malzeme (hook) kanunları ile kurulur ve sadece malzemenin yapısına bağlıdır.

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \underline{\epsilon} \quad \dots\dots\dots 1.3.1$$

ile verilir.

E : malzemenin elâstisite modülü

ν : malzemenin enine uzama katsayısı

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ile verilen G 'ye kayma modülü denilir.

$$\underline{E} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{matrix} \frac{1-2\nu}{2} \\ \frac{1-2\nu}{2} \\ \frac{1-2\nu}{2} \end{matrix}$$

\underline{E} : Malzemenin rijitlik matrisi

$$\underline{G} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2(1+\nu) \\ 2(1+\nu) \\ 2(1+\nu) \end{matrix}$$

\underline{G} : Malzemenin flexibilitate matrisi

\underline{E} ile \underline{G} arasında $\underline{G} = \underline{E}^{-1}$ bağıntısı vardır.

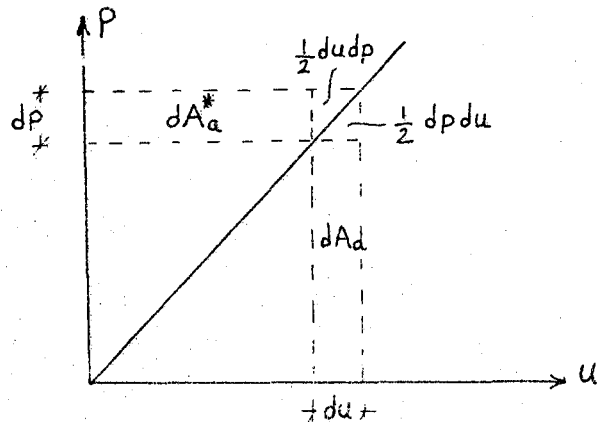
2. ENERJİ METOTLARI (1)

Elâstik cismin diferansiyel denklemleri, sınır şartları kullanılarak entegre edilirse cismin gerilme ve deformasyon bağıntıları bulunabilir. Ancak elâstisite problemlerinin pratikte çözümü oldukça zordur. Bu yüzden nümerik çözüm metotlarına başvurulur.

Bu metotlar, problemi fiziksel anlamı enerji olan belirli bir integrali minimum yaparak çözerler. Enerji skaller bir büyüklük olup eksen transformasyonlarından ötürü değeri değişmez. Bu çözüm için kolaylık sağlayan bir özelliktir. Elâstik cisimler statik yükler altında deforme olurlar. Yüklerin bunlara ait deplasmanlarla yaptığı A_a işine dış yüklerin işi, gerilmelerin ait oldukları şekil değiştirmelerle yaptıkları A_i işine de iç kuvvetlerin işi denir. $A_a = A_i$ cismin dengede olduğunu gösterir.

Burada enerji metotlarından sadece konumuz olan kuvvet metodunu ilgilendiren komplementer enerji için bilgi verilecektir. Potansiyel enerji deplasman metodunun ilgi alanına girmektedir.

2.1. DIŞ KUVVETLERİN KOMPLEMENTER İŞİ



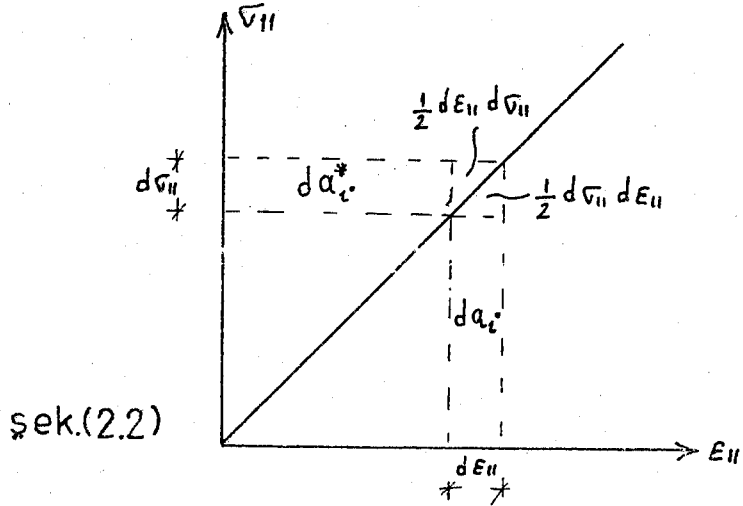
şek(2.1)

Elâstik cisim dp diferansiyel yükleri ile arttırılarak statik olarak P yüküne kadar yüklenirse cismin deplasmanı da, du kadar artar. $\frac{1}{2}$ dpdu terimi ihmal edilirse; Eğri ile P eksenini arasında kalan alana dış kuvvetlerin komplementer işi denir. Aa^* ile gösterilirse;

$$Aa^* = \int_{0u}^{\pi} \underline{U}^T \underline{P} \, do \quad \dots\dots\dots 2.1.1$$

olur.

2.2. İÇ KUVVETLERİN KOMPLEMENTER İŞİ



Eğri ile ∇ eksenini arasındaki alana iç kuvvetlerin komplementer işi denir.

$$A_i^* = \frac{1}{2} \int_V \underline{\nabla}^T \underline{G} \underline{\nabla} \, dv \quad \dots\dots\dots 2.2.1$$

ile verilir.

2.3. TOPLAM KOMPLEMENTER POTANSİYELİN MİNİMUM OLMA PRENSİBİ

Bir cismin toplam komplementer potansiyel enerjisi π^* , iç kuvvetlerin komplementer potansiyeli π_i^* ile dış kuvvetlerin komplementer potansiyeli π_a^* 'nın farkıdır.

$$\pi^* = \pi_i^* + \pi_a^* = A_i^* - A_a^* \quad \dots\dots\dots 2.3.1$$

Açık yazılırsa;

$$\pi^* = \frac{1}{2} \int_V \underline{\nabla}^T \underline{G} \underline{\nabla} \, dv - \int_{0u} \underline{u}^T \underline{P} \, do \quad \dots\dots\dots 2.3.2$$

olur.

Virtüel kuvvetler prensibi kullanılarak gösterilebilir ki, elâstik bir sistemde sınır şartlarını sağlayan bütün komşu denge konumları arasında gerçek konum, toplam komplementer potansiyeli minimum yapan konumdur.

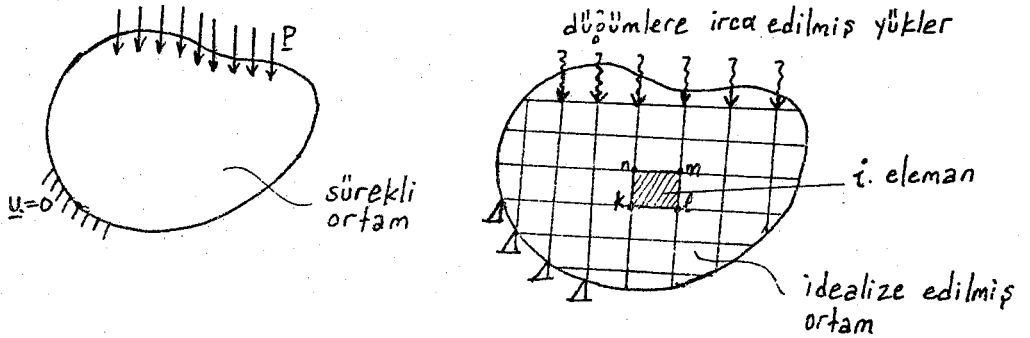
Bu prensip sonlu elemanlar kuvvet metodunun temel prensibidir.

3. SONLU ELEMANLAR KUVVET METODU

3.1. SİSTEM IDEALİZASYONU

Lineer elâstik bir sistemin sonlu elemanlar kuvvet metodu ile çözümü istendiğinde, sistem s sayıda eleman ve t sayıda düğümle idealize edilir. (1)

Düğüm noktaları ile birleşen elemanlar sistemin tümünü teşkil ederler. (Şek. 3.1)



şek(3.1)

İncelemek istediğimiz düzlem çerçeve sistemlerde bu idealizasyon kendiliğinden mevcuttur.

Bu çalışmada yüklerin sistemin düğüm noktalarında etki ettiği kabul edilmiştir.

3.2. GERİLME FONKSİYONUNUN SEÇİMİ

Sonlu elemanlar deplasman ve kuvvet metotlarında bilinmeyenlerin seçimi için RITZ yaklaşık çözümler metotlarından yararlanılır.

Sistemi temsil eden gerilme fonksiyonu olarak;

$$\underline{V} = \sum_{i=1}^n H_i(x_1, x_2, x_3) b_i$$

veya;

$$\underline{V} = \underline{H}(\underline{x}) \underline{b} \text{ seçilir. (2) } \dots\dots\dots 3.2.1$$

Bu gerilmelerin $\underline{D}^T \underline{V}(\underline{b}) + \underline{g} = 0$ ve $\underline{a}^T \underline{V}(\underline{b}) = \underline{P}$ denge denklemlerini sağlaması gerekir. Bu fonksiyonlar 2.3.2. denkleminde konur ve π^* komplementer enerji ifadesi

minimum yapılırsa \underline{b} bilinmeyen parametreleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^*}{\partial b_1} &= 0 \\ \frac{\partial \pi^*}{\partial b_2} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial \pi^*}{\partial b_n} &= 0 \end{aligned}$$

denklemleri yardımıyla belirlenir.(1)

Bu şekilde tesbit edilecek olan \underline{b} parametreleri 3.3' te bahsedilecek olan $\hat{\underline{F}}^i$ lineer bağımsız eleman düğüm kuvvetlerine karşılık gelir. Buna göre i eleman için gerilme fonksiyonu:

$$\underline{V}(\hat{\underline{X}}_i) = \underline{H}^i(\hat{\underline{X}}_i) \hat{\underline{F}}^i \dots\dots\dots 3.2.2$$

olur. (2)

3.3. ELEMANLARIN LINEER BAĞIMSIZ DÜĞÜM KUVVETLERİ (2)

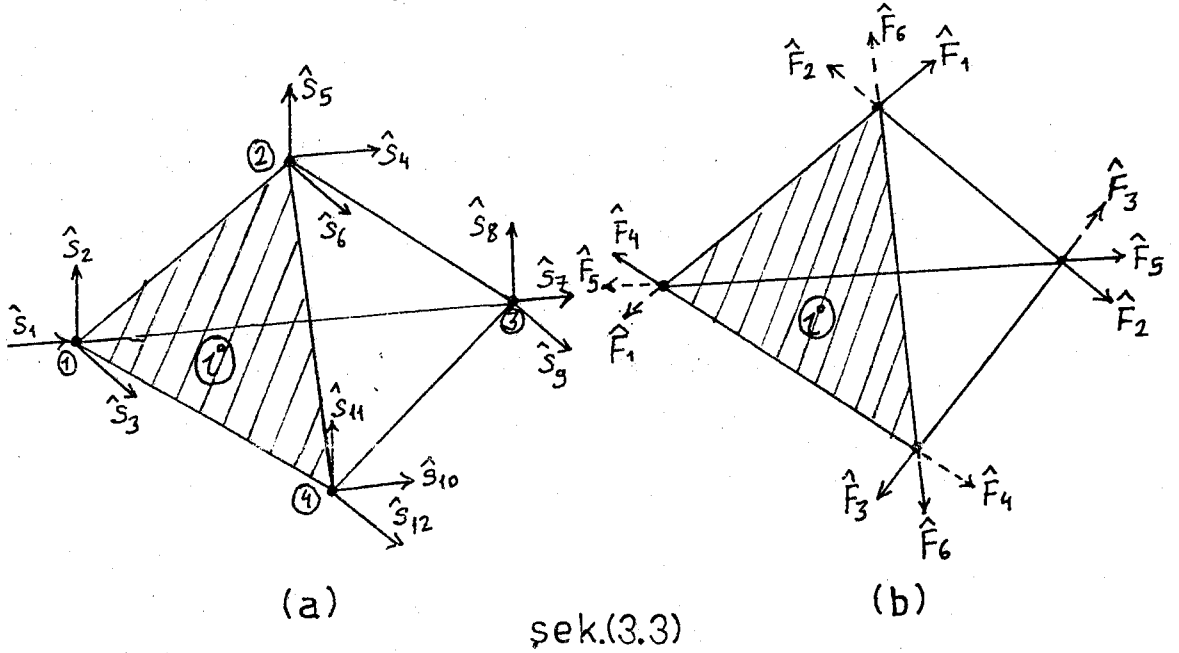
Sonlu elemanlar deplasman metodunda,

$\hat{\underline{k}}^i \hat{\underline{u}}^i = \hat{\underline{s}}^i$ ile verilen $\hat{\underline{k}}^i$ rijitlik matrisi lokâl eksenlerdeki denge matrisi olup düzensiz bir matristir.

linear bağımlı satır ve sütünlardan oluşur.

\hat{u}^i deplasmanlarına karşılık gelen \hat{s}^i eleman kuvvetleride birbirlerine linear bağımlıdır.

Elemanın linear bağımsız olan düğüm noktasi kuvvetleri elemanın denge şartları sayısı kadardır.



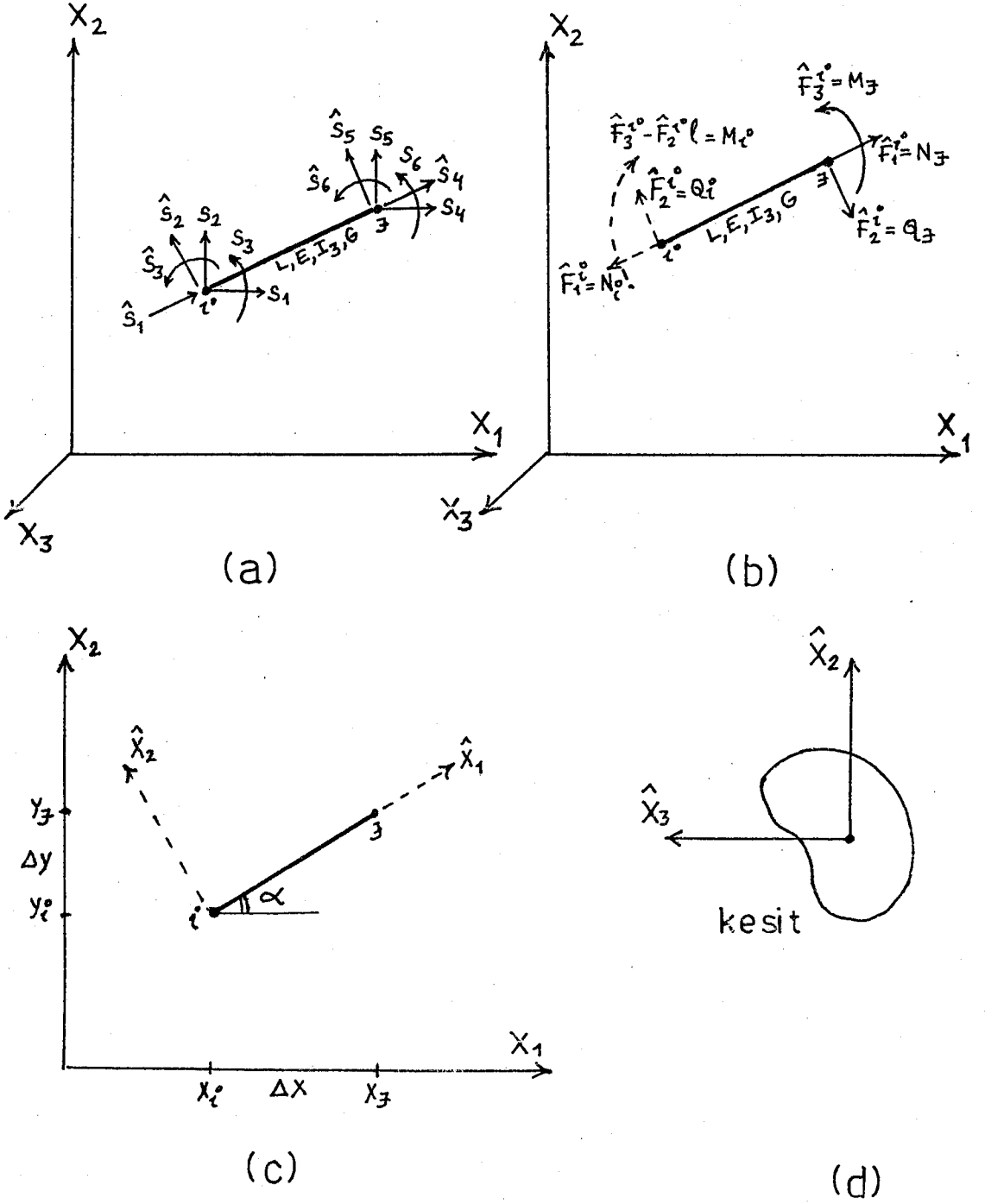
sek.(3.3)

(Sek. 3.3) deki elemenda 12 adet düğüm kuvveti ve 6 adet denge şartı vardır. Bu eleman için $12 - 6 = 6$ adet linear bağımsız düğüm kuvveti bulunur. Burada \hat{F}^i kuvvetleri linear bağımsız kuvvetlerdir. \hat{S}^i kuvvetleri \hat{F}^i cinsinden elemanın denge şartları yardımıyla verilebilir.

$$\hat{S}^i = \hat{B}^i \hat{F}^i \quad \dots\dots\dots 3.3.1$$

\hat{B}^i : i elemenda lokâl eksenlerde \hat{S}^i düğüm kuvvetleri ile \hat{F}^i linear bağımsız bilinmeyen uç kuvvetlerini birbirine bağlayan ve kare olmayan eleman denge matrisidir.

3.4. DÜZLEM ÇERÇEVE ÇUBUĞUNDA LOKAL VE GLOBAL DENGE DENKLEMLERİ



şek.(3.4)

Düzlem çerçeve sistemlerin kuvvet metodu ile hesabında (Şek. 3.4.a) da gösterilen \hat{S}^i çubuk düğüm kuvvetleri arasında keyfi olarak 3 adet kuvvet lineer bağımsız bilinmeyen olarak seçilebilirler. Geriye kalan diğer üç kuvvet bunlar cinsinden ifade edilebilir.

Burada elemanın j ucundaki kuvvetler esas bilinmeyenler olarak seçilmiştir. Seçimde statikteki klâsik işaret kuralına uyulmuştur. Şöyleki;

$$\left. \begin{array}{l} \hat{S}_4 = \hat{F}_1 \\ \hat{S}_5 = -\hat{F}_2 \\ \hat{S}_6 = \hat{F}_3 \end{array} \right\} \quad j \text{ ucunda } \hat{S} \text{ ve } \hat{F} \text{ kuvvetleri arasındaki denge}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{S}_1 = -\hat{F}_1 \\ \hat{S}_2 = \hat{F}_2 \\ \hat{S}_3 = -(\hat{F}_3 - \hat{F}_2 l) \end{array} \right\} \quad i \text{ ucundaki denge}$$

Yukarıda verilen denklem takımını matris formunda yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \\ \hat{S}_4 \\ \hat{S}_5 \\ \hat{S}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & l & -1 & & \\ & 1 & & & & \\ & & -1 & & & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{F}_3 \end{bmatrix} \quad \text{halini alır.3.4.1}$$

Bu denklem 3.3.1 ile verilen, elemanın lokâl eksenlerdeki denge halini gösteren denklemin açık yazılışdır.

(Şek. 3.4.c) deki çubuk elemanında i ve j uçları lokâl eksenleri tarifler.

$$\Delta x = x_j - x_i$$

$$\Delta y = y_j - y_i \quad \dots\dots\dots 3.4.2$$

$$L = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Elemanların lokâl eksenlerinin global eksenlerle yaptıkları açılarının doğrultman cosinüsleri:

$$\alpha_{11} = \cos \alpha (\hat{x}_1, x_1) = \Delta x / L$$

$$\alpha_{12} = \cos \alpha (\hat{x}_1, x_2) = \Delta y / L$$

.....3.4.3

$$\alpha_{21} = \cos \alpha (\hat{x}_2, x_1) = -\Delta y / L$$

$$\alpha_{22} = \cos \alpha (\hat{x}_2, x_2) = \Delta x / L$$

olarak verilir.

\hat{x}_i lokâl eksenleri ile x_i global eksenler arasındaki transformasyon matrisi \underline{T}^i :

$$\underline{T}^i = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & & & \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & \underline{0} & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline & & & \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ & \underline{0} & & \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} i \\ \\ \\ \\ j \end{array} \quad \dots\dots\dots 3.4.4$$

dir.(3)

\underline{B}^i : i.elemanına ait lokâl eksenlerdeki \underline{F}^i düğüm kuvvetleri ile global eksen takımındaki \underline{S}^i kuvvetleri arasındaki bağıntıyı kuran denge matrisi olmak üzere aşağıdaki gibi verilir.

$$\underline{B}^i = \underline{T}^T \hat{B}^i \quad \dots\dots\dots 3.4.5$$

$$\underline{B}^i = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta x}{L} & -\frac{\Delta y}{L} & 0 \\ -\frac{\Delta y}{L} & \frac{\Delta x}{L} & 0 \\ 0 & L & -1 \\ \hline \frac{\Delta x}{L} & \frac{\Delta y}{L} & 0 \\ \frac{\Delta y}{L} & -\frac{\Delta x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} i^o \\ \\ \\ \\ j \end{matrix} \quad \dots\dots\dots 3.4.6$$

olur. (4)

Elemanın global eksenlerdeki dengesi,

$$\underline{S}^i = \underline{B}^i \hat{F}^i \quad \text{dir.} \quad \dots\dots\dots 3.4.7$$

3.5. ELEMANIN TOPLAM KOMPLEMENTER POTANSİYEL ENERJİSİ

(3.2.2) denklemi, (2.3.2) ile verilen $(\pi^*)^i$ ifadesinde kullanılarak i. eleman için toplam komplementer potansiyel ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir. (2)

$$(\pi^*)^i = \frac{1}{2} (\hat{F}^i)^T \hat{f}^i \hat{F}^i - (\hat{F}^i)^T \hat{U}_R^i \quad \dots\dots\dots 3.5.1$$

Burada \hat{f}^i ;

$$\hat{f}^i = \int_{V^i} (\underline{H}^i)^T \underline{G}^i \underline{H}^i \, dv \quad \text{dir.} \quad \dots\dots\dots 3.5.2$$

i. eleman için $(\pi^*)^i$ minimum yapılırsa;

$$\frac{\partial (\pi^*)^i}{\partial \hat{F}^i} = 0$$

$$\hat{U}_R^i = \hat{f}^i \hat{F}^i \quad \text{elde edilir.} \quad \dots\dots\dots 3.5.3$$

\hat{f}^i : i. elemanın flexibilitate matrisi olup, \hat{f}^i flexibilitate matrisinin f_{ij}^i elemanı tüm diğer kuvvetler 0 iken j de uygulanan $\hat{F}_j^i=1$ birim kuvvetten dolayı i deki relâtif deplasmanı verir. (3)

\hat{f}^i , simetrik ve pozitif tanımlidir.

Düzlem çerçeve çubuğunda;

$$\hat{f}^i = \begin{bmatrix} L/AE & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(4+\phi_y)L^3}{12EI_3} & \frac{-L^2}{2EI_3} \\ 0 & \frac{-L^2}{2EI_3} & \frac{L}{EI_3} \end{bmatrix} \quad \phi_y = \frac{12EI_3}{G\chi AL^2}$$

olarak verilir. (4)

I_3 : Elemanın x_3 eksenine göre atalet momenti

E : Elâstisite modülü

G : Kayma modülü

A : Kesit alanı

χ : Kayma deformasyonları için kesit düzeltme katsayısı

3.6 TAŞIYICI SİSTEMİN DÜĞÜM DENGESİ (2)

Sisteme ait tüm elemanlar için;

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \left\{ \hat{S}^1 \hat{S}^2 \dots \hat{S}^i \dots \hat{S}^s \right\} \\ \hat{F} &= \left\{ \hat{F}^1 \hat{F}^2 \dots \hat{F}^i \dots \hat{F}^s \right\} \quad \dots \dots \dots 3.6.1 \\ \hat{B} &= \left[\hat{B}^1 \hat{B}^2 \dots \hat{B}^i \dots \hat{B}^s \right] \end{aligned}$$

matrisleri lokâl koordinatlarda bu şekilde gösterilir.

global koordinatlarda ise;

$$\begin{aligned} S &= \left\{ S^1 S^2 \dots S^i \dots S^s \right\} \\ B &= \left[B^1 B^2 \dots B^i \dots B^s \right] \quad \dots \dots \dots 3.6.2 \end{aligned}$$

şekindedir.

Deplasman metodunda tüm sistem için düğüm denge şartı $\underline{a}^T \underline{S} = \underline{P}$ 3.6.3

olarak verilir.

$\underline{S} = \underline{B} \hat{\underline{F}}$ ifadesi (3.6.3) te kullanılırsa;

$$\underline{a}^T \underline{B} \hat{\underline{F}} = \underline{P} \quad \text{ve}$$

$$\underline{N}^* \hat{\underline{F}} = \underline{P} \quad \text{elde edilir.} \quad \dots\dots\dots 3.6.4$$

Burada elemanların uç kuvvetlerini ifade eden $\hat{\underline{F}}$ vektörü ile sistemin dengesini gösteren \underline{N}^* matrisinin çarpımı, düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetleri ifade eden \underline{P} yük vektörü ile denge halindedir.

$$\underline{P} = \{ \underline{P}^1 \ \underline{P}^2 \ \dots\dots\dots \ \underline{P}^i \ \dots\dots\dots \ \underline{P}^t \} \ n \times 1$$

\underline{P} yük vektörünün \underline{P}^i elemanı, i düğümündeki yük bileşenidir.

$$\hat{\underline{F}} = \{ \hat{\underline{F}}^1 \ \hat{\underline{F}}^2 \ \dots\dots\dots \ \hat{\underline{F}}^i \ \dots\dots\dots \ \hat{\underline{F}}^s \} \ m \times 1$$

\underline{N}^* : ($n \times m$) boyutunda tekil bir matris olup, içinde sınır şartlarını içeren satırları bulundurur.

\underline{D} : Düğüm sayısı

\underline{M} : Eleman sayısı

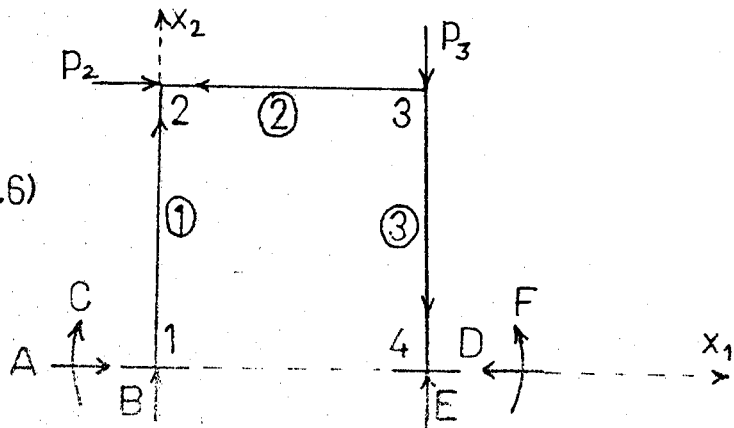
ve;

$N \times D$ denklem sayısı

$M \times M$ Bilinmeyen sayısıdır.

Elemanların \underline{B}^i denge matrislerinden \underline{N}^* sistem denge matrisinin nasıl oluşturulduğunu şematik olarak göstermek istersek;

sek(3.6)



(Sek. 3.6) da $D=4$, $M=3$ olup, \underline{N}^* (12×9) boyutundadır.

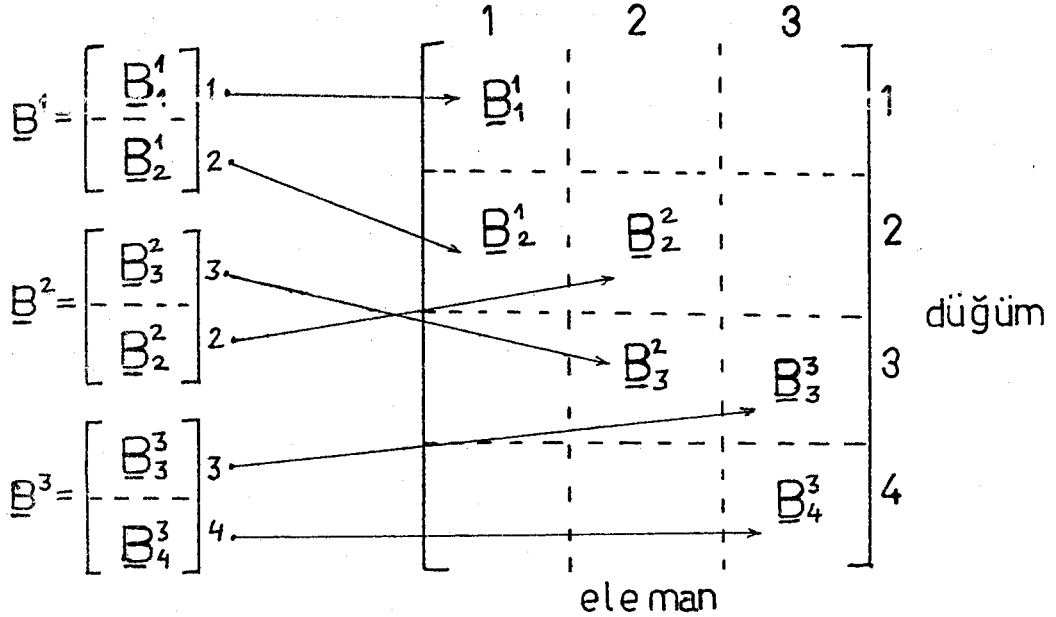
$$\underline{B}^{i^0} = \begin{bmatrix} \underline{B}_i^{i^0} \\ \underline{B}_j^{i^0} \end{bmatrix}$$

i. elemanın global eksenlerdeki denge matrisi;

\underline{B}_i^i : i. elemanın i ucuna

\underline{B}_j^i : i. elemanın j ucuna ait olmak üzere iki alt matrisle verilir.

\underline{B}^i eleman denge matrisleri, \underline{N}^* sistem denge matrisini şu şekilde oluştururlar.



3.7. SINIR ŞARTLARININ GÖZÖNÜNE ALINMASI

\underline{N}^* sistem denge matrisi ve \underline{P} yük vektörü;

$$\underline{N}^* = \begin{bmatrix} \underline{N} \\ \underline{N}_A \end{bmatrix} \quad \underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_r \\ \underline{P}_A \end{bmatrix}$$

olarak gösterilebilir. (7)

Burada \underline{P}_A mesnet kuvvetlerini ve \underline{N}_A mesnet düğümlerindeki denge denklemlerini temsil eder.

Bu ifadeler 3.6.4 denkleminde uyarlanırsa;

$$\underline{N} \hat{\underline{F}} = \underline{P}_T \quad \dots\dots\dots 3.7.1$$

$$\underline{N}_A \hat{\underline{F}} = \underline{P}_A \quad \text{yazılabilir.} \quad \dots\dots\dots 3.7.2$$

3.7.2 denklemi denge şartlarını, mesnetlere ait düğümlerde tutulmuş yönler için verir.

Bu denklem mesnet reaksiyonlarının hesabında kullanılır.

Konunun daha iyi özümsemesi için, Şek.(3.6) daki sistem için \underline{N} , \underline{N}_A , \underline{P}_T ve \underline{P}_A şöyle gösterilir.

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \underline{B}_2^1 & \underline{B}_2^2 & \\ \underline{B}_3^2 & \underline{B}_3^3 & \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$\underline{N}_A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \underline{B}_4^1 & & \\ & & \underline{B}_4^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ \hline P_2 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ P_3 \\ 0 \\ \hline D \\ E \\ F \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$\underline{P}_T = \begin{bmatrix} P_2 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ P_3 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$\underline{P}_A = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ \hline D \\ E \\ F \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix}$$

3.8 ÇUBUK KUVVETLERİNİN HESABI

Sistemi oluşturan elemanların toplam komplementer potansiyel enerjisi şöyle ifade edilir.

$$\pi^* = \sum_{r=1}^s (\pi^*)^r = \sum_{r=1}^s \left\{ \frac{1}{2} (\hat{F}^r)^T \hat{f}^r \hat{F}^r - (\hat{F}^r)^T \hat{U}_r^r \right\} \dots\dots\dots 3.8.1$$

ya da,

$$\pi^* = \frac{1}{2} \hat{F}^T \hat{f} \hat{F} - \hat{F}^T \hat{U}_r \dots\dots\dots 3.8.2$$

Ayrıca; $\underline{N} \hat{F} = \underline{P}_r$ idi.

\underline{N} : Sınır şartlarından arınmış sistem denge matrisi olup, $(n \times m)$ boyutundadır.

Rh: Mesnetlerdeki tutulmuş deplasman sayısı

$N = n - Rh$ olup, N matrisinin rankıdır.

$r = m - n$ sistemin hiperstatiklik derecesidir. (rank artığı)

$r = 0$ ise sistem izostatik olup $\det \underline{N} \neq 0$ dır. \underline{N} matrisi regulerdir. inversi alınarak, çubuk uç kuvvetleri bulunur.

$$\hat{F} = \underline{N}^{-1} \underline{P}_r \dots\dots\dots 3.8.3$$

$n < m$ ise sistem statikçe belirsizdir. Böyle bir sistemin çözümü için hiperstatik bilinmeyen sayısı kadar ilave denkleme gerek vardır. Bu denklemleri elde etmek için 3.8.2 ile verilen toplam komplementer potansiyel enerjinin minimum olma prensibinden yararlanılır. (2)

\underline{X} : Hiperstatik bilinmeyenler vektörü olmak üzere 3.7.1 denkleminin genel çözümü şu şekilde verilir.

$$\hat{F} = \underline{B}_x \underline{X} + \underline{B}_0 \underline{P}_r \dots\dots\dots 3.8.4$$

\underline{B}_x : matrisi $(m \times r)$ boyutunda olup, izostatik esas sistemde dış yükler 0 iken, hiperstatik bilinmeyenlerin birim kuvvet alınmasıyla oluşan çubuk uç kuvvetlerini gösterir.

\underline{B}_0 : matrisi ($m \times n$) boyutundadır ve izostatik esas sistemde sadece dış yüklerden oluşan çubuk uç kuvvetleridir.

Bu matrisler şu şartları sağlarlar.

$$\underline{N} \underline{B}_x = \underline{Q} \quad \dots\dots\dots 3.8.5$$

$$\underline{N} \underline{B}_0 = \underline{I} \quad \dots\dots\dots 3.8.6$$

\underline{N} matrisinde r adet kolon lineer bağımlı olup bu kolonları tesbit etmek \underline{X} bilinmeyenlerini seçmek ile eş anlamlıdır.

Gauss-Jordan indirgeme metodunu \underline{N} matrisine uygularsak, indirgeme esnasında kolon değiştirmelerini ifade eden BOOLE tipi bir \underline{Z} transformasyon matrisi ile \underline{N} matrisi transforme edilebilir. (2)

$$\underline{N} \underline{Z} = [\underline{N}_0 \mid \underline{N}_x] \quad \dots\dots\dots 3.8.7$$

\underline{N}_0 : ($n \times n$) boyutlu lineer bağımsız kolonlardan oluşan regüler bir matristir.

\underline{N}_x : ($n \times r$) boyutlu lineer bağımlı kolonlardan oluşan matris

3.7.1 denklemi;

$$\underline{N} \underline{Z} \underline{Z}^T \hat{\underline{F}} = \underline{P} \quad \text{halini alır.} \quad \dots\dots\dots 3.8.8$$

İndirgeme için her adımda hesaplanan $\underline{T}_1, \underline{T}_2, \dots, \underline{T}_n$ transformasyon matrisleri \underline{N} ile soldan ardışık çarpılarak,

$$\underline{T}_n \dots \underline{T}_2 \underline{T}_1 \underline{N} \underline{Z} = \underline{T}_n \dots \underline{T}_2 \underline{T}_1 [\underline{N}_0 \mid \underline{N}_x] = [\underline{I} \mid \underline{N}_0^{-1} \underline{N}_x]$$

olur. (2)

i. adımda \underline{T}_1^i transformasyon matrisi şöyle verilir.

$$\hat{\underline{F}}_0 = \underline{N}_0^{-1} \underline{P}_r - \underline{N}_0^{-1} \underline{N}_x \underline{X} \quad \text{olur.}$$

Genel çözüm;

$$\hat{\underline{F}} = \underline{Z} \begin{bmatrix} -\underline{N}_0^{-1} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \underline{P}_r + \underline{Z} \begin{bmatrix} -\underline{N}_0^{-1} \underline{N}_x \\ \underline{I} \end{bmatrix} \underline{X} \quad \text{olup,}$$

3.8.4 ile karşılaştırılırsa;

$$\underline{B}_0 = \underline{Z} \begin{bmatrix} \underline{N}_0^{-1} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad \underline{B}_x = \underline{Z} \begin{bmatrix} -\underline{N}_0^{-1} \underline{N}_x \\ \underline{I} \end{bmatrix} \quad \text{olduğu görülür. (2)}$$

3.9. SÜREKLİLİK DENKLEMLERİNİN KURULMASI

3.8.2 'deki π^* , \underline{X} 'e bağımlı olarak ifade edilirse;

$$\pi^* = \pi^*(\underline{X}) \quad \dots\dots\dots 3.9.1$$

Minimum olma şartı;

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial \underline{X}} = 0 \quad \text{kullanılarak aşağıdaki süreklilik denklemi elde edilir. Sıcaklık değişimi nazara alınmazsa basit olarak}$$

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{X} = -\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_0 \underline{P}_r \quad \dots\dots\dots 3.9.2$$

veya

$$\underline{D}_x \underline{X} = \underline{P}_0 \quad \dots\dots\dots 3.9.3$$

$$\underline{D}_x = \underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \quad \dots\dots\dots 3.9.4$$

$$\underline{P}_0 = -\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_0 \underline{P}_r \quad \text{dir.} \quad \dots\dots\dots 3.9.5$$

\underline{D}_x : (rxr) boyutlu, simetrik ve pozitif tarifli dominant bir matristir. Klâsik statikte süreklilik denklemlerinin δ ik çarpımlarına karşılık gelen katsayılar matrisidir.

\underline{P}_0 : (rx1) boyutlu ve klâsik statikteki δ io çarpımlarının karşılığıdır.

$$\hat{\underline{f}} = [\hat{\underline{f}}^1 \quad \hat{\underline{f}}^2 \quad \dots\dots\dots \hat{\underline{f}}^m] \quad \dots\dots\dots 3.9.6$$

\hat{f} : sistemin (m) adet elemanından oluşan flexibilitate matrisi olup, diyagonal bir matristir.

\underline{X} Hiperstatik bilinmeyenler vektörü Gauss-Eliminasyon yöntemi 3.9.2 denklemine uygulanarak bulunurlar. (5)

$\hat{F} = \underline{Bx} \ x + \underline{B_0} \ \underline{P_r}$ bağıntısından çubukların j uçlarına ait uç kuvvetleri elde edilir.

Bunlardan da i uçlarındaki kesit tesirleri,

$$N_i^i = \hat{F}_{j1}^i$$

$$Q_i^i = \hat{F}_{j2}^i$$

$$M_i^i = \hat{F}_{j3}^i - \hat{F}_{j2}^i L$$

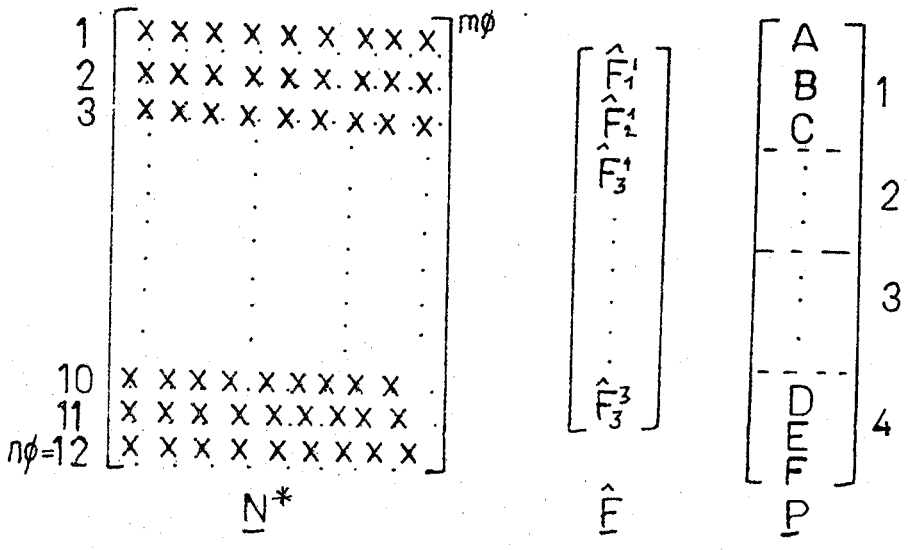
..... 3.9.7

yardımla bulunurlar.

3.10. REAKSİYONLARIN HESABI

$\underline{N}_A \ \hat{F} = \underline{P}_A$ denklemi 3.7.2 ile verilmişti. Sınır şartları işlenmemiş \underline{N}^* denge matrisinin \underline{N}_A alt matrisi ile ilgili satırları çubuk kuvvetleri \hat{F} vektörü ile çarpılarak ait olduğu mesnetteki reaksiyonlar bulunur.

Şek.(3.6) daki sistem için şematik gösterilirse;



3.12. ÜNİFORM ISI TESİRİ

Düzlem çerçeve bir çubuk üniform bir ısı değişimine maruz kalırsa çubukta sadece aksenal yönde bir boy değişimi oluşur. Bu uzama miktarları;

$$\underline{V}_T^i = \begin{bmatrix} \alpha T^i L^i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.12.1$$

i elemanı için bu şekilde verilir. (6)

Tüm taşıyıcı sistem için ısı vektörü;

$$\underline{V}_T = \begin{bmatrix} V_T^1 \\ V_T^2 \\ \vdots \\ V_T^m \end{bmatrix}_{m \times 1} \text{ olur. } \dots\dots\dots 3.12.2$$

Süreklilik denkleminin sol tarafı sadece dış yüklere bağlı olduğu için değişmez. Değişiklik 3.9.3 'in sağ tarafında olur.

$$\underline{D}_x \underline{x} = \underline{P}_0 - \underline{B}_x^T \underline{V}_T \quad (3) \quad \dots\dots\dots 3.12.3$$

Sistemde böylece dış yüklerin tesirine ilave olarak üniform ısı dağılımından oluşan tesirler de katılmış olur.

α : Elemanın ısı genleşme katsayısı

T^i : Üniform sıcaklık farkı

L^i : Çubuk boyu

3.13. DEPLASMANLARIN HESABI

Dışyükler + Üniform ısı tesirinden dolayı taşıyıcı sistemin düğüm noktalarında oluşan deplasmanlar;

$$\hat{\underline{U}}_r = \underline{B}_0^T \hat{\underline{f}} \hat{\underline{F}} \text{ ile verilir. (2) } \dots\dots\dots 3.13.1$$

$\hat{\underline{U}}_r$ aslında iki kısımdan oluşur.

\underline{F} yerine 3.8.4 teki karşılığı yazılırsa:

$$\hat{\underline{U}}_r = \underline{B}_0^T \hat{\underline{f}} (\underline{B}_x \underline{x} + \underline{B}_0 \underline{P}_r)$$

$$\hat{\underline{U}}_r = \underbrace{\underline{B}_0^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_x \underline{x}}_i + \underbrace{\underline{B}_0^T \hat{\underline{f}} \underline{B}_0 \underline{P}_r}_{ii}$$

i : Hiperstatik bilinmeyenlere bağlı deplasman

ii: Dış yüklere bağlı deplasman. (7)

4. DÜZLEM ÇERÇEVE SİSTEMLER İÇİN PROGRAM

4.1. GENEL BİLGİ

Mafsallı düzlem çerçeve çubukların hesabını içeren bu programda taşıyıcı sistemde düğüm noktalarına tekil yüklerin etkimesi ve üniform sıcaklık tesirleri gözönüne alınmıştır. Bu tesirlerden düğüm noktalarında oluşan deplasmanlar da bulunabilmektedir.

4.2. PROGRAMDA DEĞİŞKEN TANIMLARI

M	:	Eleman sayısı
D	:	Düğüm sayısı
mafs	:	Mafsal sayısı
NØ	:	Denklem sayısı
MØ	:	Bilinmeyen uç kuvvetleri sayısı
A(NØ,MØ)	:	Sistem denge matrisi (Sınır şartları işlenmemiş)
P(NØ,1)	:	Dış yük vektörü (Sınır şartları işlenmemiş)
N7(NØ,8)	:	Elemanların özellikleri
N2(D,2)	:	Düğüm noktalarının koordinatları
F(MØ,1)	:	Elemanların uç kuvvetleri
B(6,3)	:	Elemanın global eksenlerdeki denge matrisi
r	:	Hiperstatiklik derecesi
Fi(3,3)	:	Elemanın flexibilitate matrisi
V _T (M,1)	:	Sistemin ısı vektörü
AT	:	Isı genleşme katsayısı x sıcaklık farkı ($\alpha \Delta T$)
X(r,1)	:	Hiperstatik bilinmeyenler vektörü
MDS	:	Mesnetlenmiş düğüm sayısı
MDN	:	Mesnetlenmiş düğüm numarası
RH	:	Reaksiyon sayısı
Mu	:	Poisson oranı

- Px_1, Px_2, Px_3 : x_1, x_2, x_3 yönlerindeki dış kuvvetler
- Sk : Yüklennmiş düğüm sayısı
- YD : Yüklennmiş düğüm numarası
- x_1, x_2, x_3 : Mesnetlerin serbest yada tutulmuş yönleri için
0 ve 1'lerden oluşur.
- Nok : Mafsallı düğüm numarası
- L : Elemanın uzunluğu
- A : Kesit Alanı
- E : Elâstisite modülü
- I_z : x_3 eksenine göre atalet momenti
- G : Kayma Modülü
- KAPA : Kayma deformasyonları için kesit düzeltme katsayısı.

4.4. ÇIKTILAR

1. Eleman sayısı=

Düğüm nokta sayısı=

Mafsal sayısı=

2. Eleman yönleri ve elâstik özellikleri

Elem	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
.
.

3. Düğüm noktalarının koordinatları

Nokta	Xn	Yn
.	.	.
.	.	.

4. P yük vektörü

Nokta	Px	Py	Mz
.	.	.	.
.	.	.	.

5. Parametreler:

N =

M ϕ =

R =

Seçilen hiperstatik bilinmeyenler6. (X) Hiperstatik bilinmeyenler vektörü7. Çubuk kuvvetleri

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
.
.
.

8. Reaksiyonlar

<u>Nokta</u>	<u>R_x</u>	<u>R_y</u>	<u>R_z</u>
.	.	.	.
.	.	.	.

9. Deplasmanlar

<u>Düğüm</u>	<u>U_x</u>	<u>U_y</u>	<u>U_z</u>
.	.	.	.
.	.	.	.

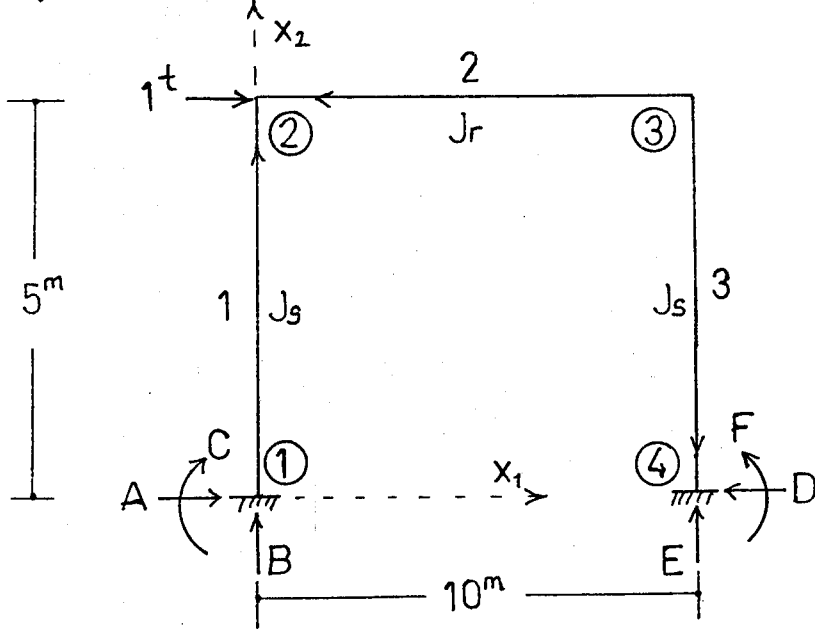
4.5. PROGRAMIN İŞLEM SIRASI

1. Sistemin eleman sayısı, nokta ve mafsal sayıları okunur.
2. Elemanlara ait elâstik özellikler okunur.
3. Düğüm noktalarının koordinatları okunur.
4. Dış yük (\underline{P}) vektörü okunur ve depo edilir.
5. Elemanların global eksenlerdeki (\underline{B}^i) denge matrisleri oluşturularak, sistem denge matrisi kurulur.
6. Sistem mafsallı ise mafsal şartlarından dolayı mafsal sayısı kadar ilave denklem kurularak, denge matrisine eklenir.
7. Sınır şartları okunur ve sistem denge matrisi ile dış yük vektörüne işlenir. Sınır şartları işlenmiş matris depo edilir.
8. Gauss-Jordan indirgeme metodu ile \underline{X} hiperstatik bilinmeyenleri otomatik olarak seçilir. \underline{B}_0 ve \underline{B}_x matrisleri hesaplanır. Depo edilir.
9. Sistem izostatik ise $\hat{\underline{F}} = \underline{B}_0 \underline{P}$ den çubuk kuvvetleri hesaplanır. Reaksiyonlar bulunur. İsteniyorsa deplasmanlar da hesaplanır, işlem biter.

10. Sistem hiperstatik ise, \underline{D}_x ve \underline{P}_0 oluşturulur. Isı tesiri varsa \underline{P}_0 'a katılır.
11. \underline{X} Hiperstatik bilinmeyenleri GAUSS- Eliminasyon yöntemi ile hesaplanır.
12. $\hat{\underline{F}}$ çubuk uç kuvvetleri bulunur.
13. Reaksiyonlar hesaplanır.
14. Düğüm noktalarının deplasmanları isteniyorsa bulunur.

5. ÖRNEK PROBLEMLER

5.1. ELLE ÇÖZÜM



NOT: Normal kuvvet deformasyonları ihmal edilmiştir. ($L/AE:0$)

$$J_r/J_s: 2$$

$$E=1.4 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

$$\nu=1/6$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 599983 \text{ t/m}^2$$

$$\chi=0.8$$

a) Elemanların özellikleri ve doğrultman cosinüsleri

Eleman NO	Alan (m^2)	Uzunluk (m)	Iz (m^4)	Doğrultu i-j	Doğrultman Cosinüsleri			
					α_{11}	α_{12}	α_{21}	α_{22}
1	100	5.00	1	1-2	0	1	-1	0
2	"	10.00	2	3-2	-1	0	0	-1
3	"	5.00	1	3-4	0	-1	1	0

b) Elemanların denge matrisleri (global eksenlerde).

3.4.6 ile verilen \underline{B}^i 'nin B_{ij} değerleri α_{ij} cinsinden yazılırsa:

$$\underline{B}^{1^0} = \left[\begin{array}{c|c|c} -\alpha_{11} & \alpha_{21} & 0 \\ -\alpha_{12} & \alpha_{22} & 0 \\ \hline 0 & L & -1 \\ \hline \alpha_{11} & -\alpha_{21} & 0 \\ \alpha_{12} & -\alpha_{22} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

(a)'daki tablodan α_{ij} lerin değerleri her eleman için üstteki \underline{B}^i matrisine uygulanırsa elemanların \underline{B}^i matrisleri aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\underline{B}^1 = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$\underline{B}^2 = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 10 & -1 & 3 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$\underline{B}^3 = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & 3 \\ \hline 0 & -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

e) Sistem, $r = m\phi - n = 9 - 6 = 3^0$ 'den hiperstatiktir.

$\underline{N} \hat{\underline{F}} = \underline{P}_r$ denkleminde Gauss-Jordan indirgeme metodu uygulanırsa 6.'8.'9. bilinmeyenler hiperstatik bilinmeyenler olarak seçilir.

$X_6 = 1, X_8 = 1, X_9 = 1$ alınarak \underline{B}_x ve sadece dış yüklerden oluşan \underline{B}_0 matrisleri bulunur.

$$\underline{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.10 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +0.10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{B}_x = \begin{bmatrix} -0.10 & +0.50 & -0.10 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ +0.10 & -0.50 & +0.10 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.10 & -0.50 & 0.10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

f) Hiperstatik bilinmeyenler:

Süreklilik denklemi;

$$\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} - \underline{B}_x = -\underline{B}_x^T \hat{\underline{f}} - \underline{B}_0 \underline{P}_r \text{ idi.}$$

matris çarpımları yapılırsa,

$$\underline{D}_x = \begin{bmatrix} 4.763 \times 10^{-6} & -5.957 \times 10^{-6} & -5.94 \times 10^{-7} \\ -5.957 \times 10^{-6} & 8.939 \times 10^{-5} & -1.488 \times 10^{-5} \\ -5.94 \times 10^{-7} & -1.488 \times 10^{-5} & 4.763 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad \underline{P}_0 = \begin{bmatrix} -8.929 \times 10^{-6} \\ 2.977 \times 10^{-5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

olur.

$\underline{D}_x \underline{X} = \underline{P}_0$ denkleminde Gauss Eliminasyon yöntemi uygulanarak:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} -1.07 \\ 0.50 \\ 1.43 \end{bmatrix}$$

Hiperstatik bilinmeyenleri bulunur.

g) Çubuk kuvvetleri:

$\hat{\underline{F}} = \underline{B}_x \underline{X} + \underline{B}_o \underline{F}_r$ bağıntısında ilgili matrisler kullanılarak $\hat{\underline{F}}$ vektörü;

$$\hat{\underline{F}} = \begin{bmatrix} .21 \\ .50 \\ 1.07 \\ -.50 \\ -.21 \\ -1.07 \\ -.21 \\ .50 \\ 1.43 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Bu değerler elemanların j uçlarındaki kesit tesirleridir. i ucundaki kesit tesirleri ise aşağıda verilen bağıntılardan bulunurlar.

$$N_i = N_j$$

$$Q_i = Q_j$$

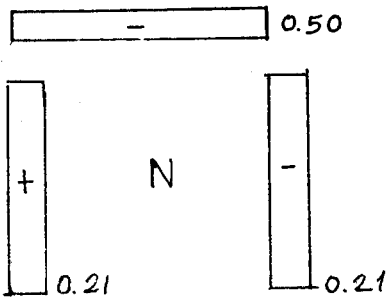
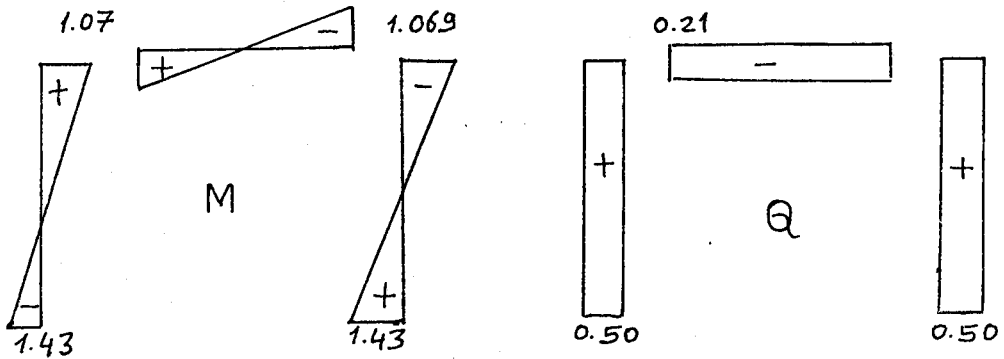
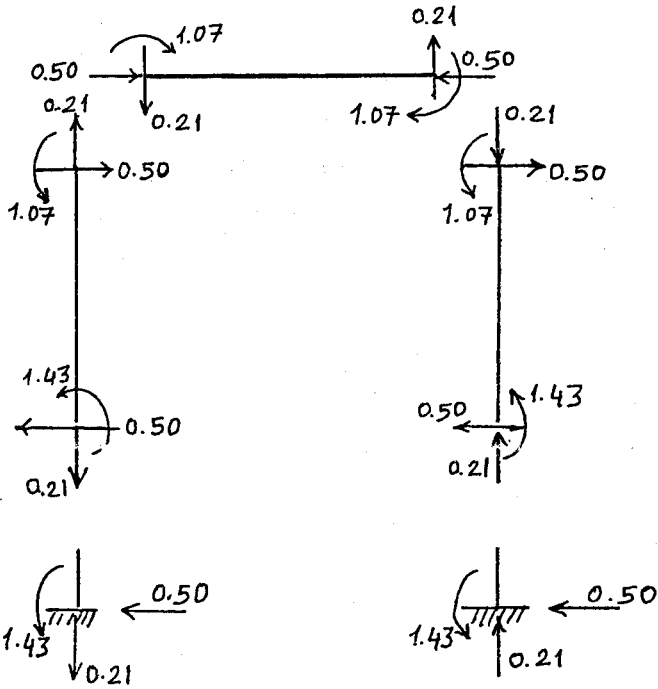
$$M_i = M_j - Q_j \cdot L$$

Eleman	N_i	Q_i	M_i	N_j	Q_j	M_j
1	.21	.50	-1.43	.21	.50	1.07
2	-.50	-.21	1.07	-.50	-.21	-1.07
3	-.21	.50	-1.07	-.21	.50	1.43

h) \underline{N} matrisinin 1 ve 4 nolu düğümlerine ait satırları ayrı ayrı $\hat{\underline{F}}$ vektörü ile çarpılırsa mesnet reaksiyonları şu şekilde olur.

REAKSIYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-0.50	-0.21	1.43
4	-0.50	+0.21	1.43



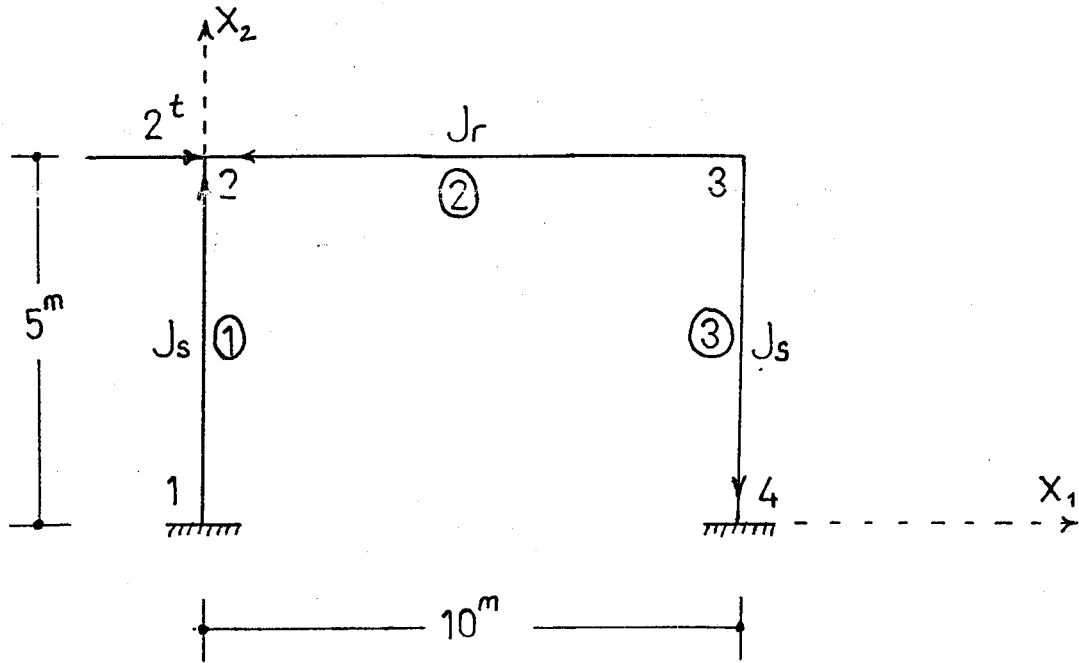
5.2. BİLGİSAYARLA ÇÖZÜM

Örnek Problem 1.(8)

6140 DATA 3,4,0
 6150 DATA 1,1,2,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6160 DATA 2,3,2,14E5,100,.1667,599983,2,.8
 6170 DATA 3,3,4,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6180 DATA 1,0,0
 6190 DATA 2,0,5
 6200 DATA 3,10,5
 6210 DATA 4,10,0
 6220 DATA 1
 6230 DATA 2,1,0,0
 6240 DATA 2
 6250 DATA 1,1,1,1
 6260 DATA 4,1,1,1
 6270 DATA 0
 6280 DATA 0

$$J_r/J_s : 2$$

$$E = 14 \times 10^5 \text{ t/m}^2$$



SÖNÜ ELEMANLAR METODU
 DÜĞÜM SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 3
 düğüm nokta sayısı= 4
 mafsal sayısı= 0

ELEMAN YONLARI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
2	3	2	1.4E+06	100	.1667	599983	2	.8
3	3	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	0	5
3	10	5
4	10	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 6 DENKLEM

M= 9 bilinmeyen

R= 3 HİPERSTATİKLIK DEREJESİ

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER

6 8 9

(X) HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ

-1.072966000
+0.498803600
+1.425040000

CUBUK KUVVETLERİ

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	.214194	.501196	-1.43302	.214194	.501196	1.07297
2	3	2	-.498804	-.214194	1.06898	-.498804	-.214194	-1.07297
3	3	4	-.214194	.498804	-1.06898	-.214194	.498804	1.42504

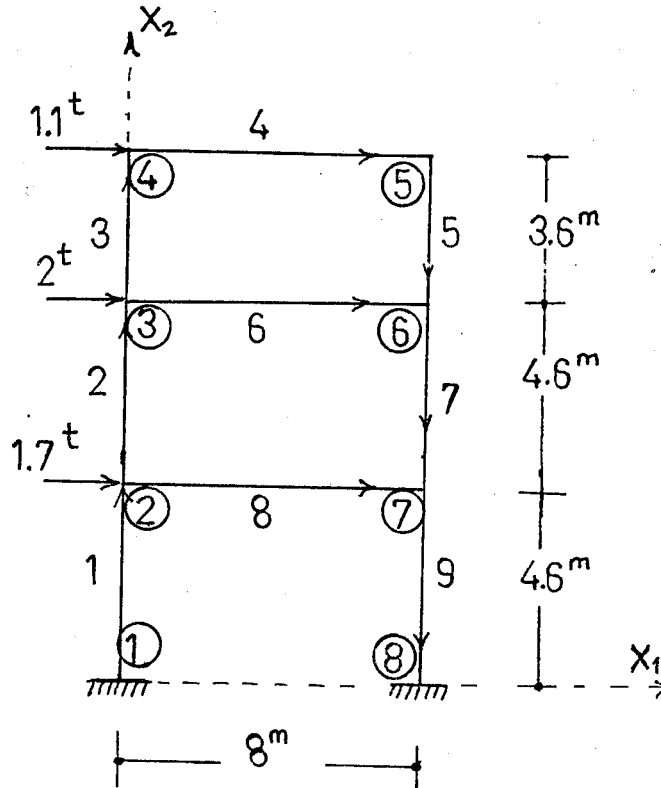
REAKSIYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-0.50	-0.21	+1.43
4	-0.50	+0.21	+1.43

HESAP SONU

Örnek Problem 2.(9)

6140 DATA 9,8,0
 6150 DATA 1,1,2,14E5,100,.1667,599983,1.8,.8
 6160 DATA 2,2,3,14E5,100,.1667,599983,1.4,.8
 6170 DATA 3,3,4,14E5,100,.1667,599983,1.4,.8
 6180 DATA 4,4,5,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6190 DATA 5,5,6,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6200 DATA 6,3,6,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6210 DATA 7,6,7,14E5,100,.1667,599983,1.4,.8
 6220 DATA 8,2,7,14E5,100,.1667,599983,1.4,.8
 6230 DATA 9,7,8,14E5,100,.1667,599983,1.8,.8
 6240 DATA 1,0,0
 6250 DATA 2,0,4.6
 6260 DATA 3,0,9.2
 6270 DATA 4,0,12.8
 6280 DATA 5,8,12.8
 6290 DATA 6,8,9.2
 6300 DATA 7,8,4.6
 6310 DATA 8,8,0
 6320 DATA 3
 6330 DATA 2,1,7,0,0
 6340 DATA 3,2,0,0
 6350 DATA 4,1,1,0,0
 6350 DATA 2
 6370 DATA 1,1,1,1
 6380 DATA 8,1,1,1
 6390 DATA 0
 6400 DATA 0



SONLU ELEMANLAR METODU
(KUVVET METODU)

eleman sayısı= 9
dugum nokta sayısı= 8
mafsai sayısı= 0

ELEMAN YONLERI VE ELASTIK OZELLIKLERI

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	1.4E+06	100	.1667	599983	1.8	.8
2	2	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
3	3	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
4	4	5	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
5	5	6	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
6	3	6	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
7	6	7	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
8	2	7	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
9	7	8	1.4E+06	100	.1667	599983	1.8	.8

DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	0	4.6
3	0	9.2
4	0	12.8
5	8	12.8
6	8	9.2
7	8	4.6
8	8	0

P YUK VEKTORU

NOKTA	Px	Py	Mz
1	0	0	0
2	1.7	0	0
3	2	0	0
4	1.1	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 18 DENKLEM

M0= 27 BİLİNMEYEN

R= 9 HİPERSTATIKLİK DERECEĞİ

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER

12 15 21 9 3 24 6 18 27

(X)HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ

-1.970433000
+0.013654190
+3.284886000
+1.967888000
+3.125959000
-6.397929000
+3.851199000
-3.860781000
+7.908649000

CUBUK KUVVETLERİ

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	3.05738	2.40398	-7.93236	3.05738	2.40398	3.12596
2	2	3	1.45729	1.54956	-3.2768	1.45729	1.54956	3.8512
3	3	4	.49229	.548864	-8.02422E-03	.49229	.548864	1.96789
4	4	5	-.551136	-.49229	1.96789	-.551136	-.49229	-1.97043
5	5	6	-.49229	.551136	-1.97043	-.49229	.551136	1.36542E-02
6	3	6	-.9993	-.965001	3.85922	-.9993	-.965001	-3.86078
7	6	7	-1.45729	1.55044	-3.84712	-1.45729	1.55044	3.28489
8	2	7	-.845578	-1.60008	6.40275	-.845578	-1.60008	-6.39793
9	7	8	-3.05738	2.39602	-3.11303	-3.05738	2.39602	7.90865

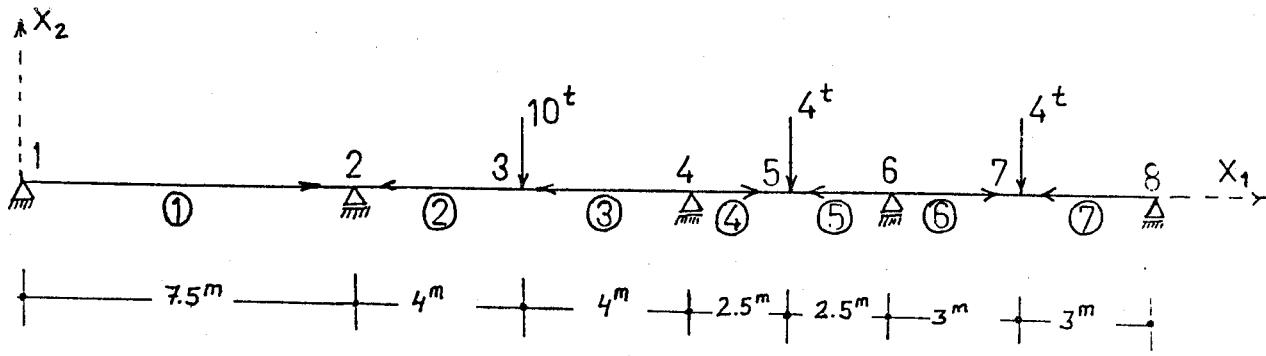
REAKSİYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-2.40	-3.06	+7.93
8	-2.40	+3.06	+7.91

HESAP SONU

Örnek Problem 3.(9)

6140 DATA 7,8,0
 6150 DATA 1,1,2,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6160 DATA 2,3,2,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6170 DATA 3,4,3,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6180 DATA 4,4,5,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6190 DATA 5,6,5,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6200 DATA 6,6,7,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6210 DATA 7,8,7,14E5,100,.1667,599983,45E-4,.8
 6220 DATA 1,0,0
 6230 DATA 2,7.5,0
 6240 DATA 3,11.5,0
 6250 DATA 4,15.5,0
 6260 DATA 5,18,0
 6270 DATA 6,20.5,0
 6280 DATA 7,23.5,0
 6290 DATA 8,26.5,0
 6300 DATA 3
 6310 DATA 3,0,-10,0
 6320 DATA 5,0,-4,0
 6330 DATA 7,0,-4,0
 6340 DATA 5
 6350 DATA 1,1,1,0
 6360 DATA 2,0,1,0
 6370 DATA 4,0,1,0
 6380 DATA 6,0,1,0
 6390 DATA 8,0,1,0
 6400 DATA 0
 6410 DATA 0



SÖNÜLÜ ELEMANLAR METODU
 ÇUBUK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 7
 düğüm nokta sayısı= 8
 mafsal sayısı= 0

ELEMAN YÖNLERİ VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
2	3	2	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
3	4	3	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
4	4	5	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
5	6	5	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
6	6	7	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8
7	8	7	1.4E+06	100	.1667	599983	.0045	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	7.5	0
3	11.5	0
4	15.5	0
5	18	0
6	20.5	0
7	23.5	0
8	26.5	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Mz
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	-10	0
4	0	0	0
5	0	-4	0
6	0	0	0
7	0	-4	0
8	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 18 DENKLEM

M0= 21 bilinmeyen

R= 3 HIPERSTATIKLIK DERECESI

SECILEN HIPERSTATIK BILINMIYENLER

6 15 21

(X)HIPERSTATIK BILINMIYENLER VEKTORU

+5.537335000

+0.380183600

-4.891229000

CUBUK KUVVETLERI

N	I	J	Ni	Qi	Mi	N1	Q1	M1
1	1	2	0	- .73831	-1.43051E-05	0	- .73831	-5.53734
2	3	2	0	4.62431	-12.9599	0	4.62431	5.53734
3	4	3	0	-5.37569	8.54283	0	-5.37569	-12.9599
4	4	5	0	3.26506	-8.54283	0	3.26506	- .380184
5	6	5	0	- .734943	2.21754	0	- .734943	.380184
6	6	7	0	2.36959	-2.21755	0	2.36959	4.89123
7	8	7	0	-1.63041	-4.29153E-06	0	-1.63041	-4.89123

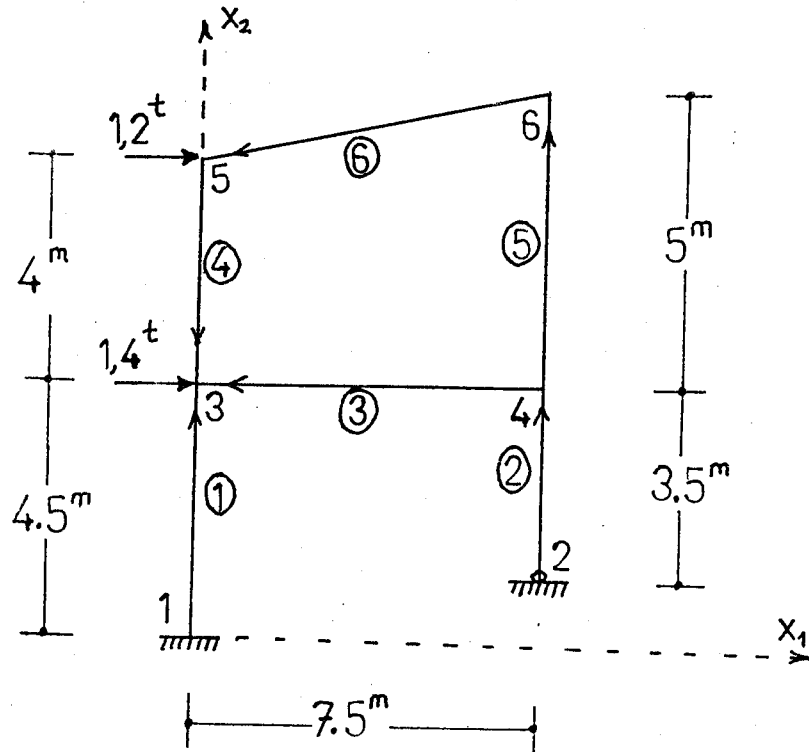
REAKSIYONLAR'

NOKTA	RX	RY	RZ
1	+0.00	-0.74	+0.00
2	+0.00	+5.36	+0.00
4	+0.00	+8.64	+0.00
6	+0.00	+3.10	+0.00
8	+0.00	+1.63	+0.00

HESAP SONU

Örnek Problem 4.(9)

6140 DATA 6,6,0
 6150 DATA 1,1,3,14E5,100, .1667,599983,1.8,.8
 6160 DATA 2,2,4,14E5,100, .1667,599983,1.4,.8
 6170 DATA 3,4,3,14E5,100, .1667,599983,1.5,.8
 6180 DATA 4,5,3,14E5,100, .1667,599983,1,.8
 6290 DATA 5,4,6,14E5,100, .1667,599983,1.4,.8
 6300 DATA 6,6,5,14E5,100, .1667,599983,1,.8
 6310 DATA 1,0,0
 6320 DATA 2,7.5,1
 6330 DATA 3,0,4.5
 6340 DATA 4,7.5,4.5
 6350 DATA 5,0,8.5
 6360 DATA 6,7.5,9.5
 6370 DATA 2
 6380 DATA 3,1.4,0,0
 6390 DATA 5,1.2,0,0
 6400 DATA 2
 6410 DATA 1,1,1,1
 6420 DATA 2,1,1,0
 6430 DATA 0
 6440 DATA 0



SÖNÜMLÜ ELEMANLAR METODU
 ÇUBUK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 6
 düğüm nokta sayısı= 6
 mafsal sayısı= 0

ELEMAN YÖNLERİ VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1.8	.8
2	2	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
3	4	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1.5	.8
4	5	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
5	4	6	1.4E+06	100	.1667	599983	1.4	.8
6	6	5	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	7.5	1
3	0	4.5
4	7.5	4.5
5	0	8.5
6	7.5	9.5

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	0	0	0
3	1.4	0	0
4	0	0	0
5	1.2	0	0
6	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 13 DENKLEM

M0= 18 bilinmeyen

R= 5 HIPERSTATIKLIK DEREJESİ

SEÇİLEN HIPERSTATİK BİLİNMEYENLER

6 15 9 12 18

(X) HIPERSTATİK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ

+2.384124000

+1.555836000

-3.885928000

+0.996983800

-1.660278000

DÜBÜK KUVVETLERİ

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	3	1.34307	1.91882	-5.74576	1.34307	1.91882	2.88894
2	2	4	-1.34307	.681178	2.38419E-06	-1.34307	.681178	2.38412
3	4	3	-.145493	-.985683	3.50669	-.145493	-.985683	-3.88593
4	5	3	.35739	.664316	-1.66028	.35739	.664316	.996984
5	4	6	-.35739	.535685	-1.12259	-.35739	.535685	1.55584
6	6	5	-.483752	-.425055	1.55584	-.483752	-.425055	-1.66028

REAKSİYONLAR*

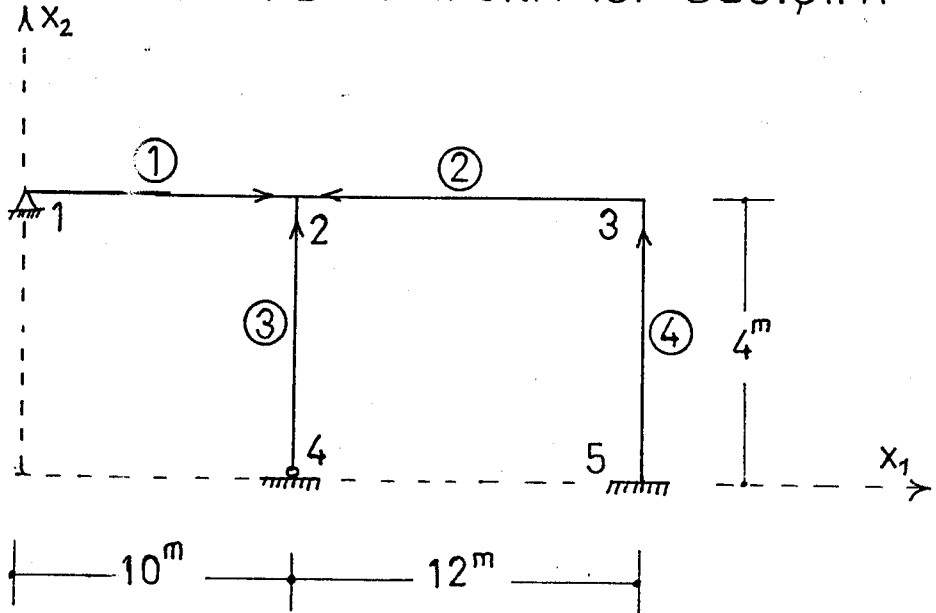
NOKTA	RX	RY	RZ
1	-1.92	-1.34	+5.75
2	-0.68	+1.34	+0.00

HESAP SONU

Örnek Problem 5.(10)

6140 DATA 4,5,0
 6150 DATA 1,1,2,2E6,100,.1667,857118,.02,.8
 6160 DATA 2,3,2,2E6,100,.1667,857118,.02,.8
 6170 DATA 3,4,2,2E6,100,.1667,857118,.01,.8
 6180 DATA 4,5,3,2E6,100,.1667,857118,.01,.8
 6190 DATA 1,0,4
 6200 DATA 2,10,4
 6210 DATA 3,22,4
 6220 DATA 4,10,0
 6230 DATA 5,22,0
 6240 DATA 0
 6250 DATA 3
 6260 DATA 1,1,1,0
 6270 DATA 4,1,1,0
 6280 DATA 5,1,1,1
 6290 DATA 1
 6300 DATA 1
 6310 DATA .0002
 6320 DATA 0

+ 20° ÜNİFORM ISI DEĞİŞİMİ



SONLU ELEMANLAR METODU
 DÜĞÜM SİSTEMLERİNİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 4
 düğüm nokta sayısı= 5
 mafsai sayısı= 0

ELEMAN YÖNLERİ VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	2.E+06	100	.1667	857118	.02	.8
2	3	2	2.E+06	100	.1667	857118	.02	.8
3	4	2	2.E+06	100	.1667	857118	.01	.8
4	5	3	2.E+06	100	.1667	857118	.01	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	4
2	10	4
3	22	4
4	10	0
5	22	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 8 DENKLEM

M0= 12 bilinmeyen

R= 4 HIPERSTATIKLIK DEREJESİ

SEÇİLEN HIPERSTATIK BİLİNMEYENLER

9 6 11 12

(X)HIPERSTATIK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ

+7.521106000

-6.579623000

+9.070306000

+13.190320000

CUBUK KUVVETLERİ

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	-10.9506	-9.41483E-02	2.38419E-07	-10.9506	-9.41483E-02	-9.41483
2	3	2	-9.07031	-1.64749	13.1903	-9.07031	-1.64749	-6.57962
3	4	2	1.55334	1.88028	0	1.55334	1.88028	7.52111
4	5	3	-1.64749	9.07031	-23.0909	-1.64749	9.07031	13.1903

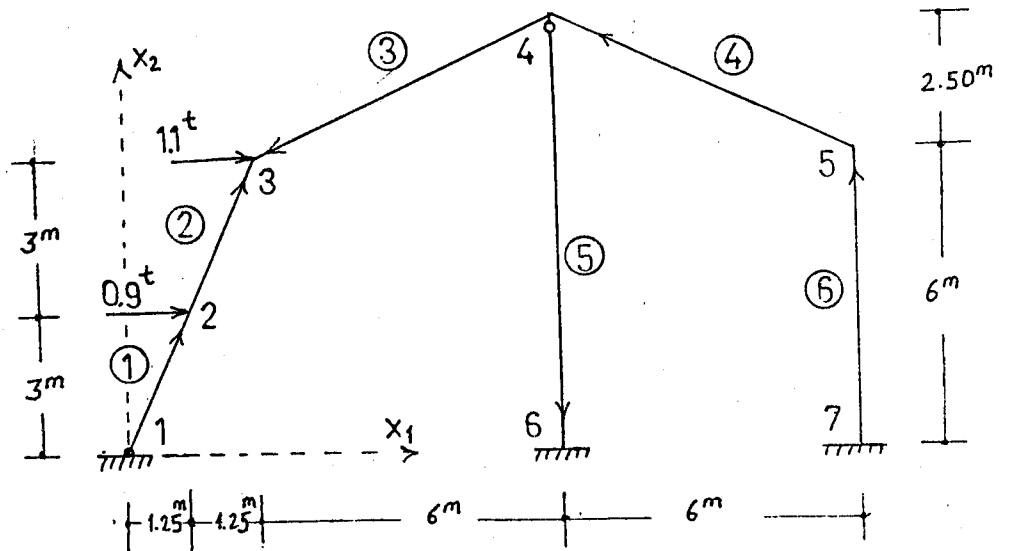
REAKSIYONLAR*

NOKTA	RX	RY	RZ
1	+10.95	-0.09	+0.00
4	-1.88	-1.55	+0.00
5	-9.07	+1.65	+23.09

HESAP SONU

Ornek Problem 6.(9)

6140 DATA 6,7,1
 6150 DATA 1,1,2,14E5,100,1667,599983,1.3,.8
 6160 DATA 2,2,3,14E5,100,1667,599983,1.3,.8
 6170 DATA 3,4,3,14E5,100,1667,599983,1.3,.8
 6180 DATA 4,5,4,14E5,100,1667,599983,1.3,.8
 6190 DATA 5,4,6,14E5,100,1667,599983,1,.8
 6200 DATA 6,7,5,14E5,100,1667,599983,1.5,.8
 6210 DATA 1,0,0
 6220 DATA 2,1.25,3
 6230 DATA 3,2.5,6
 6240 DATA 4,8.5,8.5
 6250 DATA 5,14.5,6
 6260 DATA 6,8.5,0
 6270 DATA 7,14.5,0
 6280 DATA 2
 6290 DATA 2,-9,0,0
 6300 DATA 3,1.1,0,0
 6310 DATA 5,4
 6320 DATA 3
 6330 DATA 1,1,1,0
 6340 DATA 6,1,1,1
 6350 DATA 7,1,1,1
 6360 DATA 0
 6370 DATA 0



SÖNÜLÜ ELEMANLAR METODU
 DÜBÜK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 6
 düğüm nokta sayısı= 7
 mafsai sayısı= 1

ELEMAN YONLARI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	1.4E+06	100	.1667	599983	1.3	.8
2	2	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1.3	.8
3	4	3	1.4E+06	100	.1667	599983	1.3	.8
4	5	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1.3	.8
5	4	6	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
6	7	5	1.4E+06	100	.1667	599983	1.5	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	1.25	3
3	2.5	6
4	8.5	8.5
5	14.5	6
6	8.5	0
7	14.5	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Mz
1	0	0	0
2	.9	0	0
3	1.1	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0

MAFSALLI EL. NO'SU MAFSALLI DUGUM NO.SU

5

4

PARAMETRELER:

N= 14 DENKLEM

M0= 18 bilinmeyen

R= 4 HIPERSTATIKLIK DEREJESI

SECILEN HIPERSTATIK BILINMIYENLER

15 9 12 18

(X)HIPERSTATIK BILINMIYENLER VEKTORU

+1.115512000

-1.962895000

+0.607369000

+2.304415000

CUBUK KUUVETLERI

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	.19253	.717368	9.53674E-07	.19253	.717368	2.33145
2	2	3	-.153623	-.113401	2.33145	-.153623	-.113401	1.96289
3	4	3	-1.20432	-.395425	.607368	-1.20432	-.395425	-1.96289
4	5	4	-1.33569	-.261084	2.30441	-1.33569	-.261084	.60737
5	4	6	.852918	.131237	4.76837E-07	.852918	.131237	1.11551
6	7	5	-.754728	1.13253	-4.49075	-.754728	1.13253	2.30441

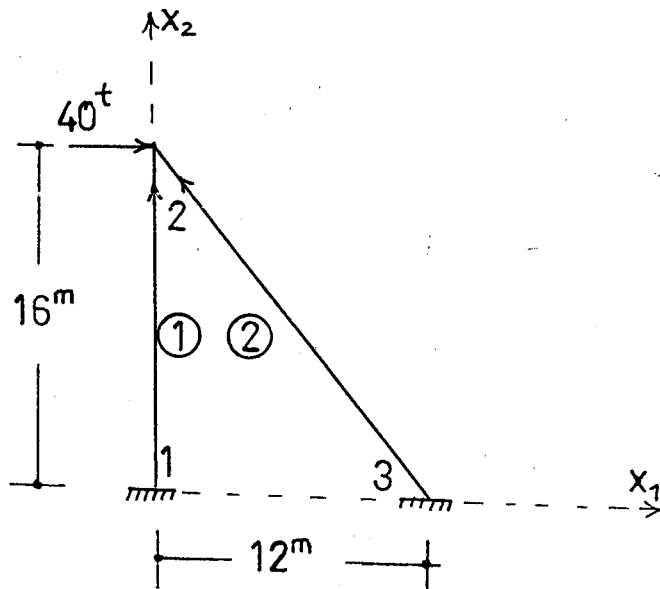
REAKSIYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-0.74	+0.10	+0.00
6	-0.13	-0.85	+1.12
7	-1.13	+0.75	+4.49

HESAP SONU

Örnek Problem 7.(6)

6140 DATA 2,3,0
 6150 DATA 1,1,2,2E7,3.75,.1667,8571183,1.953,.8
 6160 DATA 2,3,2,2E7,3.75,.1667,8571183,1.953,.8
 6170 DATA 1,0,0
 6180 DATA 2,0,16
 6190 DATA 3,12,0
 6200 DATA 1
 6210 DATA 2,40,0,0
 6220 DATA 2
 6230 DATA 1,1,1,1
 6240 DATA 3,1,1,1
 6250 DATA 0
 6260 DATA 1



SDAÜ ELEMANLAR METODU
 ÇUBUK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 2
 düğüm nokta sayısı= 3
 mafsai sayısı= 0

ELEMAN YONLARI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	2.E+07	3.75	.1667	8.57118E+06	1.953	.8
2	3	2	2.E+07	3.75	.1667	8.57118E+06	1.953	.8

DÜĞÜN NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	0	16
3	12	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	40	0	0
3	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 3 DENKLEM

R= 6 BİLİNMİYEN

R= 3 HİPERSTATİK DERECE

SEÇİLEN HİPERSTATİK BİLİNMİYENLER

4 5 6

(X) HİPERSTATİK BİLİNMİYENLER VEKTÖRÜ

-63.609930000

+0.286647900

-4.113200000

ÇUBUK KUVVETLERİ

N	I	J	N _i	Q _i	M _i	N _j	Q _j	M _j
1	1	2	50.716	1.60472	-21.5624	50.716	1.60472	4.1132
2	3	2	-63.6099	.286648	-9.84616	-63.6099	.286648	-4.1132

REAKSİYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-1.60	-50.72	+21.56
3	-38.40	+50.72	+9.85

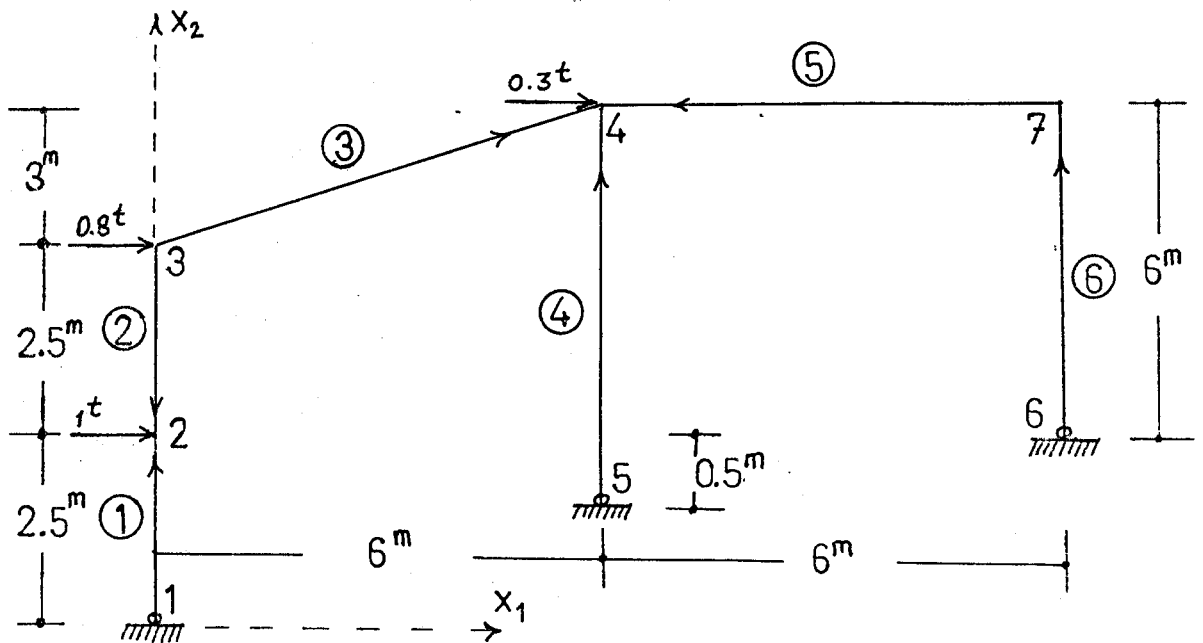
DEPLASMANLAR

DUGUM	UX	UY	UZ
1	0	0	0
2	4.2697E-05	1.08194E-05	-3.57382E-06
3	0	0	0

HESAP SONU

Örnek Problem 8.(9)

6140 DATA 6,7,0
 6150 DATA 1,1,2,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6160 DATA 2,3,2,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6170 DATA 3,3,4,14E5,100,.1667,599983,1,.8
 6180 DATA 4,5,4,14E5,100,.1667,599983,1,3,.8
 6190 DATA 5,7,4,14E5,100,.1667,599983,.9,.8
 6200 DATA 6,6,7,14E5,100,.1667,599983,.9,.8
 6210 DATA 1,0,0
 6220 DATA 2,0,2.5
 6230 DATA 3,0,5
 6240 DATA 4,6,6
 6250 DATA 5,6,1.5
 6260 DATA 6,12,2
 6270 DATA 7,12,8
 6280 DATA 3
 6290 DATA 2,1,0,0
 6300 DATA 3,.8,0,0
 6310 DATA 4,.3,0,0
 6320 DATA 3
 6330 DATA 1,1,1,0
 6340 DATA 5,1,1,0
 6350 DATA 6,1,1,0
 6360 DATA 0
 6370 DATA 0



SÖNÜLÜ ELEMANLAR METODU
 ÇUBUK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 6
 düğüm nokta sayısı= 7
 mafsıl sayısı= 0

ELEMAN YONLARI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	μ	G	Iz	KAPA
1	1	2	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
2	3	2	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
3	3	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1	.8
4	5	4	1.4E+06	100	.1667	599983	1.3	.8
5	7	4	1.4E+06	100	.1667	599983	.9	.8
6	6	7	1.4E+06	100	.1667	599983	.9	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	X_n	Y_n
1	0	0
2	0	2.5
3	0	5
4	6	8
5	6	1.5
6	12	2
7	12	8

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	P_x	P_y	P_z
1	0	0	0
2	1	0	0
3	.8	0	0
4	.3	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 15 DENKLEM

M= 18 bilinmeyen

R= 3 HIPERSTATIKLİK DEREJESİ

SEÇİLEN HIPERSTATİK BİLİNMEYENLER

15 12 18

(X)HIPERSTATİK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ

-1.874732000
+3.981769000
+2.440288000

ÇUBUK KUVVETLERİ

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	.475447	1.00071	9.53674E-07	.475447	1.00071	2.70176
2	3	2	.475447	.000705	-2.90353	.475447	.000705	-2.70176
3	3	4	-.430731	-.746932	2.90354	-.430731	-.746932	-2.10704
4	5	4	.243724	.612579	3.09944E-06	.243724	.612579	3.98177
5	7	4	-.406716	-.719172	2.4403	-.406716	-.719172	-1.87473
6	6	7	-.719172	.406716	-5.00679E-06	-.719172	.406716	2.44029

REAKSİYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	-1.08	-0.48	+0.00
5	-0.61	-0.24	+0.00
6	-0.41	+0.72	+0.00

HESAP SONU

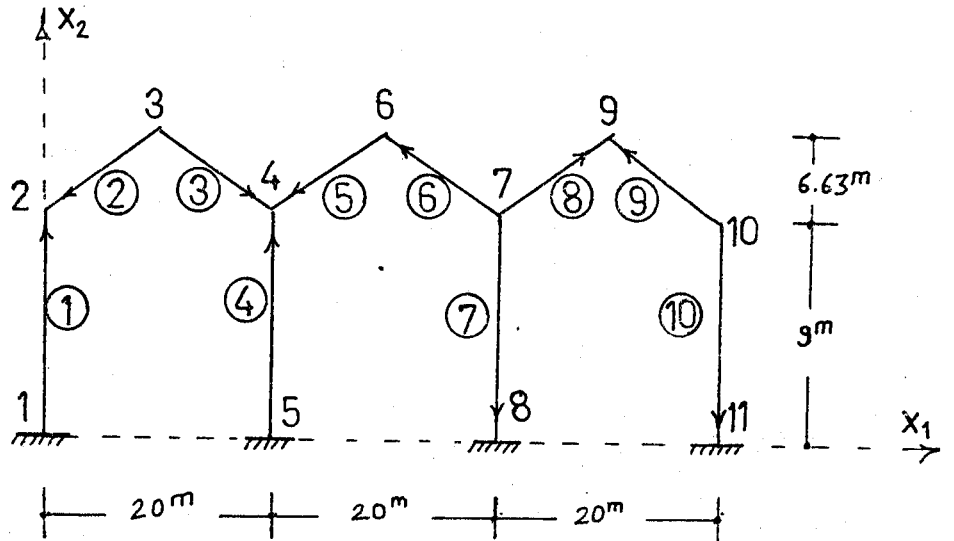
Örnek Problem 9.(11)

```

6140 DATA 10,11,0
6150 DATA 1,1,2,21E5,100,.1667,857118,.01,.8
6160 DATA 2,3,2,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6170 DATA 3,3,4,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6180 DATA 4,5,4,21E5,100,.1667,857118,.01,.8
6190 DATA 5,6,4,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6200 DATA 6,7,6,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6210 DATA 7,7,8,21E5,100,.1667,857118,.01,.8
6220 DATA 8,7,9,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6230 DATA 9,10,9,21E5,100,.1667,857118,.02,.8
6240 DATA 10,10,11,21E5,100,.1667,857118,.01,.8
6250 DATA 1,0,0
6260 DATA 2,0,9
6270 DATA 3,10,15.63
6280 DATA 4,20,9
6290 DATA 5,20,0
6300 DATA 6,30,15.63
6310 DATA 7,40,9
6320 DATA 8,40,0
6330 DATA 9,50,15.63
6340 DATA 10,60,9
6350 DATA 11,60,0
6360 DATA 0
6370 DATA 4
6380 DATA 1,1,1,1
6390 DATA 5,1,1,1
6400 DATA 8,1,1,1
6410 DATA 11,1,1,1
6420 DATA 1
6430 DATA 1
6440 DATA .00015
6450 DATA 0

```

+15° ÜNİFORM ISI TESİRİ



SONLU ELEMANLAR METODU
 DÜĞÜM SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 10
 düğüm nokta sayısı= 11
 mafsai sayısı= 0

ELEMAN YONLERI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	μ	G	Iz	KAPA
1	1	2	2.1E+06	100	.1667	857118	.01	.8
2	3	2	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
3	3	4	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
4	5	4	2.1E+06	100	.1667	857118	.01	.8
5	6	4	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
6	7	6	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
7	7	8	2.1E+06	100	.1667	857118	.01	.8
8	7	9	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
9	10	9	2.1E+06	100	.1667	857118	.02	.8
10	10	11	2.1E+06	100	.1667	857118	.01	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	0	9
3	10	15.63
4	20	9
5	20	0
6	30	15.63
7	40	9
8	40	0
9	50	15.63
10	60	9
11	60	0

P YUK VEKTORU

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0

PARAMETRELER:

N= 21 DENKLEM

M= 30 bilinmeyen

R= 9 HIPERSTATIKLIK DEREJESİ

SEÇİLEN HIPERSTATIK BİLİNMEYENLER

12 15 18 25 21 27 6 11 30

(X)HIPERSTATIK BİLİNMEYENLER VEKTORU

-0.786975400
-1.665988000
+1.980542000
-0.386843000
+0.996645900
+1.573722000
+0.935220600
-0.198160000
+2.231196000

CUBUK KUVVETLERI

N	I	J	N _i	Q _i	M _i	N _j	Q _j	M _j
1	1	2	-.169409	-.351824	2.2312	-.169409	-.351824	-.935221
2	3	2	-.386843	-5.32165E-02	1.57372	-.386843	-5.32165E-02	.935221
3	3	4	-.199618	.335607	-1.57372	-.199618	.335607	2.45296
4	5	4	.16941	-.19818	.996645	.16941	-.19818	-.786975
5	6	4	-.458405	-.303923	1.98054	-.458405	-.303923	-1.66599
6	7	6	-.458405	.303923	-1.66599	-.458405	.303923	1.98054
7	7	8	.169408	.19818	-.786976	.169408	.19818	.996646
8	7	9	-.199618	-.335609	2.45298	-.199618	-.335609	-1.57372
9	10	9	-.386843	5.32164E-02	.93522	-.386843	5.32164E-02	1.57372
10	10	11	-.169409	.351824	-.935222	-.169409	.351824	2.2312

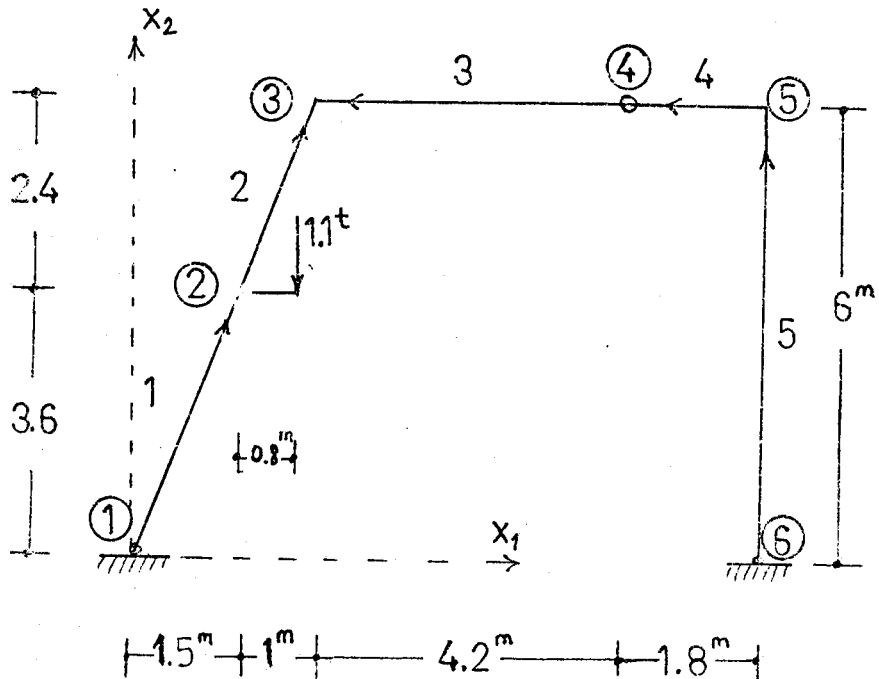
REAKSIYONLAR

NOKTA	RX	RY	RZ
1	+0.35	+0.17	-2.23
5	+0.20	-0.17	-1.00
8	-0.20	-0.17	+1.00
11	-0.35	+0.17	+2.23

HESAP SONU

Örnek Problem 10.(9)

6140 DATA 5,6,1
 6150 DATA 1,1,2,21E5,100,.1667,899974,1.3,.8
 6160 DATA 2,2,3,21E5,100,.1667,899974,1.3,.8
 6170 DATA 3,4,3,21E5,100,.1667,899974,1.3,.8
 6180 DATA 4,5,4,21E5,100,.1667,899974,1,.8
 6190 DATA 5,6,5,21E5,100,.1667,899974,1,.8
 6200 DATA 1,0,0
 6210 DATA 2,-.5,3,6
 6220 DATA 3,2,5,6
 6230 DATA 4,6,7,6
 6240 DATA 5,8,5,6
 6250 DATA 6,8,5,0
 6260 DATA 1
 6270 DATA 2,0,-1.1,-.88
 6280 DATA 3,4
 6290 DATA 2
 6300 DATA 1,1,1,0
 6310 DATA 6,1,1,0
 6320 DATA 0
 6330 DATA 0



SÖNÜ ELEMANLAR METODU
 ÇUBUK SİSTEMLERİN HESABI
 (KUVVET METODU)

eleman sayısı= 5
 düğüm nokta sayısı= 6
 mafsai sayısı= 1

ELEMAN YÖNLERİ VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ

ELEM	In	Jn	E	A	Mu	G	Iz	KAPA
1	1	2	2.1E+06	100	.1667	899974	1.3	.8
2	2	3	2.1E+06	100	.1667	899974	1.3	.8
3	4	3	2.1E+06	100	.1667	899974	1.3	.8
4	5	4	2.1E+06	100	.1667	899974	1	.8
5	6	5	2.1E+06	100	.1667	899974	1	.8

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

NOKTA	Xn	Yn
1	0	0
2	1.5	3.6
3	2.5	6
4	6.7	6
5	8.5	6
6	8.5	0

P YÜK VEKTÖRÜ

NOKTA	Px	Py	Pz
1	0	0	0
2	0	-1.1	-.88
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

MAFSALLI EL.NO'SU MAFSALLI DUGUM NO.SU

3

4

PARAMETRELER:

N= 15 DENKLEM

M0= 15 bilinmeyen

R= 0 HIPERSTATIKLIK DERECESI

SECILEN HIPERSTATIK BILINMIYENLER

SISTEM IZDSTATIK

N	I	J	Ni	Qi	Mi	Nj	Qj	Mj
1	1	2	-.774978	.226172	2.98023E-07	-.774978	.226172	.88207
2	2	3	.240407	-.196905	1.76207	.240407	-.196905	1.25012
3	4	3	-8.92941E-02	-.297647	-2.38419E-07	-8.92941E-02	-.297647	-1.25012
4	5	4	-8.92941E-02	-.297647	.535765	-8.92941E-02	-.297647	0
5	6	5	-.297647	8.92941E-02	1.19209E-07	-.297647	8.92941E-02	.535765

REAKSIYONLAR*

NOKTA	RX	RY	RZ
1	+0.09	+0.80	+0.00
6	-0.09	+0.30	+0.00

HESAP SONU

6. PROGRAM LISTESİ

```

10 EXTEND
20 OPEN "ODN:" AS FILE 1
30 : #1 CHR$(29%)
40 : #1 "SONLU ELEMANLAR METODU"
50 : #1 "DÜBUK SİSTEMLERİN HESABI"
60 : #1 "(KUVVET METODU)"
70 : #1 : : #1.
80 : #1 CHR$(29%)
90 READ M, D, Mafs
100 : #1 "eleman sayısı=";M
110 : #1 "düğüm nokta sayısı=";D
120 IF Mafs(0) GOTO 1490
130 : #1 "mafsal sayısı=";Mafs
140 IF K(1) OR D(2) GOTO 1420
150 REM N=ELEMAN SAYISI
160 REM D=DÜĞÜM NOKTA SAYISI
170 N0=3*D+Mafs
180 N1=3*N
190 N=N0
200 IF N(0) THEN N=N0
210 REM N0=DENKLEM SAYISI
220 REM N1=BİLİNMİYEN SAYISI
230 REM A=SİSTEM DENGE MATRİSİ
240 REM P=YÜK VEKTÖRÜ
250 REM N7=ELEM. BATALARI
260 REM B=DÜBUK ELEMANLARIN DENGE MATRİSİ
270 REM N2=DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI
280 DIM N7(K, 0), B(6, 3), N2(D, 2), A(N, N0), D(3)
290 DIM R(N0), Iso(N0), P(N0, 1), F(N0, 1)
300 : #1 : : #1
310 : #1 "ELEMAN YONLARI VE ELASTİK ÖZELLİKLERİ"
320 : #1 TAB(1) "ELEM" TAB(6) "In" TAB(11) "Jn" TAB(16) "E" TAB(26) "A" TAB(36) "Mu" TAB(46) "G" TAB(60) "Iz" TAB(60) "KAPA"
330 : #1 "-----" : : #1
340 FOR I=1 TO K
350 READ K, In, Jn, E, A, Mu, G, Iz, Kapa
360 : #1 TAB(1) K TAB(5) In TAB(10) Jn TAB(15) E TAB(25) A TAB(35) Mu TAB(45) G TAB(59) Iz TAB(70) Kapa
370 IF K(1) OR K(2) GOTO 1430
380 IF In(1) OR In(2) OR In=Jn GOTO 1440
390 IF Jn(1) OR Jn(2) GOTO 1440
400 IF E(=0 OR A(=0 OR Mu(0 OR Mu)=.5 OR G(=0 OR Iz(=0 GOTO 1450
410 N7(K, 1)=In : N7(K, 2)=Jn
420 N7(K, 3)=E : N7(K, 4)=A : N7(K, 5)=Mu
430 N7(K, 6)=G : N7(K, 7)=Iz : N7(K, 8)=Kapa
440 NEXT I
450 : #1 : : #1
460 REM "DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI"
470 : #1 "DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI"
480 : #1
490 : #1 TAB(1) "NOKTA" TAB(9) "Xn" TAB(19) "Yn"
500 : #1 "-----" : : #1

```

```

510 FOR I1=1 TO D
520 READ K, Xn, Yn
530 : #1 TAB(1) K TAB(8) Xn TAB(18) Yn
540 IF K(1) OR K(2) GOTO 1440
550 IF Xn(0) OR Yn(0) GOTO 1460
560 N2(K,1)=Xn : N2(K,2)=Yn
570 NEXT I1
580 : #1 : : #1
590 REM PX1, PX2, PX3=DUGUME GELEN X1, X2, X3 YONLERINDEKI DIS YUKLER
600 REM YD=YUKLENMIS DUGUM NOSU
610 REM SK=YUKLENMIS DUGUM SAYISI
620 REM "YUK VEKTORUNUN KURULMASI"
630 : #1 : : #1
640 : #1 "P YUK VEKTORU"
650 : #1 "-----"
660 : #1 TAB(1) "NOKTA" TAB(7) "Px" TAB(17) "Py" TAB(27) "Mz"
670 READ Sk
680 IF Sk=0 GOTO 780
690 FOR I=1 TO Sk
700 READ Yd, Px1, Px2, Px3
710 D1=3*Yd-2
720 D2=D1+1
730 D3=D1+2
740 P(D1,1)=P(D1,1)+Px1
750 P(D2,1)=P(D2,1)+Px2
760 P(D3,1)=P(D3,1)+Px3
770 NEXT I
780 FOR I=1 TO D
790 : #1 TAB(1) I TAB(7) P(3*I-2,1) TAB(17) P(3*I-1,1) TAB(27) P(3*I,1)
800 NEXT I
810 PREPARE "CYA:P" AS FILE 6
820 FOR I=1 TO N0
830 : #6 P(I,1)
840 NEXT I
850 CLOSE 6
860 REM "DENGE MATRISI"
870 GOSUB 1520
880 REM "MAFSALLARIN ISLENMESI"
890 IF Mafs(0) THEN GOSUB 1880
900 REM "SINIR SARTLARININ ISLENMESI"
910 GOSUB 2060
920 R=M0-N
930 IF R(0) GOTO 1470
940 REM "GAUSS-JORDAN METODU ILE HIPERSTATIK BILINMIYENLERIN SECIMI VE B0 ILE Bx MATRISLERININ ELDE EDILMESI"
950 GOSUB 2720
960 IF R(0) GOTO 1070
970 REM "IZOSTATIK SISTEMDE CUBUK KUVVETLERININ HESABI"
980 FOR I=1 TO M0
990 F(I,1)=2
1000 FOR J=1 TO M0

```

```

1010 F(I,1)=F(I,1)+A(I,J)*P(J,1)
1020 NEXT J
1030 NEXT I
1040 GOSUB 3770
1050 GOSUB 4230
1050 GOTO 1500
1070 REM "SUREKLILIK DENKLEMİNDEKİ DX VE P0 MATRİSLERİNİN BULUNMASI"
1080 GOSUB 5070
1090 REM "UNIFORM İSİ TESİRİ"
1100 READ İSİ
1110 IF İSİ=1 GOSUB 5620
1120 REM "HİPERSTATİK BİLİNMEYENLERİN BULUNUSU"
1130 GOSUB 5850
1140 : #1 "(X)HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER VEKTÖRÜ"
1150 : #1 "-----"
1160 FOR I=1 TO R
1170 : #1 USING "+#.#####" X(I,1)
1180 NEXT I
1190 : #1 : : #1
1200 REM "ELEMANLARA ETKİYEN CUBUK KUVVETLERİNİN HESABI"
1210 DIM F4(M0,1)
1220 OPEN "CVA:BOBX" AS FILE 2
1230 FOR I=1 TO M0
1240 : FOR J=1 TO M0
1250 : INPUT #2, A(I,J)
1260 : NEXT J
1270 NEXT I
1280 CLOSE 2
1290 FOR I=1 TO M0
1300 : FOR J=1 TO R
1310 : F4(I,1)=F4(I,1)+A(I, (J+M0-R))*X(J,1)
1320 : NEXT J
1330 : F(I,1)=F4(I,1)+B00(I,1)
1340 NEXT I
1350 : #1 "CUBUK KUVVETLERİ"
1360 : #1 "-----" : : #1
1370 GOSUB 3770
1380 : #1 : : #1
1390 GOSUB 4250
1400 GOTO 1500
1410 STOP
1420 : #1 "DUGUN NO VEYA ELEMAN SAYISI HATALI" : GOTO 1510
1430 : #1 "ELEMAN NO HATALI" : GOTO 1510
1440 : #1 "DUGUN NO HATALI" : GOTO 1510
1450 : #1 "ELEMANIN ELASTİK ÖZELLİKLERİ HATALI" : GOTO 1510
1460 : #1 "KOORDİNATLAR(-)OLMAZ" : GOTO 1510
1470 : #1 "SİSTEM LABİL" : GOTO 1510
1480 : #1 "HATALI SINIR SARTI" : GOTO 1510
1490 : #1 "MANSAL SAYISI (0) OLMAZ" : GOTO 1510
1500 : #1 CHR$(31) : : #1 "HESAP SONU"

```

```

1510 END
1520 REM "ELEMENLARIN DENGE MATRISLERININ OLUSTURULMASI"
1530 REM "ALT PROGRAM 1"
1540 FOR I0=1 TO M
1550 S1=N7(I0,1)
1560 S2=N7(I0,2)
1570 X=N2(S2,1)-N2(S1,1)
1580 Y=N2(S2,2)-N2(S1,2)
1590 L=SQR(X^2+Y^2)
1600 B(1,1)=-X/L : B(1,2)=-Y/L
1610 B(2,1)=-Y/L : B(2,2)=X/L
1620 B(3,2)=L : B(3,3)=-1
1630 B(4,1)=X/L : B(4,2)=Y/L
1640 B(5,1)=Y/L : B(5,2)=-X/L
1650 B(6,3)=1
1660 : #1
1670 : #1
1680 REM "SISTEM DENGE MATRISINE GECIS"
1690 K=I0*3-3 : L=S1*3-3
1700 FOR I=1 TO 3
1710 FOR J=1 TO 3
1720 K1=K+J
1730 L1=L+I
1740 A(L1,K1)=B(I,J)
1750 NEXT J
1760 NEXT I
1770 L=(S2-2)*3
1780 FOR I=4 TO 6
1790 FOR J=1 TO 3
1800 K1=K+J
1810 L1=L+I
1820 A(L1,K1)=B(I,J)
1830 NEXT J
1840 NEXT I
1850 NEXT I0
1860 : #1
1870 RETURN
1880 REM "MAFSALLARIN ISLENMESI"
1890 REM "ALT PROGRAM 2"
1900 Ds=3*D
1910 : #1 TAB(1) "MAFSALLI EL.NO'SU" TAB(25) "MAFSALLI DUGUM NO.SU"
1920 : #1 "-----" : : #1
1930 FOR I=1 TO Mafs
1940 READ K,Nok
1950 : #1 TAB(10) K TAB(35) Nok
1960 In=N7(K,1) : Jn=N7(K,2)
1970 X=N2(Jn,1)-N2(In,1)
1980 Y=N2(Jn,2)-N2(In,2)
1990 L=SQR(X^2+Y^2)
2000 IF Nok=Jn THEN Kol=(K-1)*3+3 : A(Ds+I,Kol)=1 : GOTO 2040

```

```

2010 Kol=(K-1)*3
2020 A(Ds+i,Kol+2)=-L
2030 A(Ds+i,Kol+3)=i
2040 NEXT I
2050 RETURN
2060 REM "SINIR SARTLARININ A DENGES MATRISI VE P YUK VEKTORUNE ISLENMESI"
2070 REM "ALT PROGRAM 3"
2080 PREPARE "CYA:ADENGE" AS FILE 3
2090 FOR I=1 TO N0
2100   FOR J=1 TO M0
2110     : #3 A(I,J)
2120   NEXT J
2130 NEXT I
2140 REM MDS=MESNETLENMIS DUGUM SAYISI
2150 REM MDN=      "      "      NOSU
2160 READ Mds
2170 : #3, Mds
2180 Rh=0
2190 FOR I=1 TO Mds
2200   READ Mdn, X1, X2, X3
2210   IF X1=0 THEN IF X2=0 THEN IF X3=0 THEN GOTO 1480
2220   D1=3*Mdn-2
2230   IF X1=1 THEN D(1)=D1
2240   IF X2=1 THEN D(2)=D1+1
2250   IF X3=1 THEN D(3)=D1+2
2260   : #3, Mdn ", " X1 ", " X2 ", " X3
2270   FOR F=1 TO 3
2280     L=D(F)
2290     IF L=0 THEN GOTO 2310
2300     R(L)=L : Rh=Rh+1
2310   NEXT F
2320   FOR F=1 TO 3
2330     D(F)=0
2340   NEXT F
2350   N=N0-Rh
2360 NEXT I
2370 CLOSE 3
2380 DIM V(N0)
2390 FOR I=1 TO N0
2400   V(I)=0
2410 NEXT I
2420 FOR I=1 TO N0
2430   IF R(I)=I THEN V(I)=1
2440 NEXT I
2450 N1=0
2460 FOR I=1 TO N0
2470   IF V(I)=0 THEN GOTO 2620
2480   S=I
2490   S=S+1
2500   IF S=N0+1 THEN N1=1 : GOTO 2550

```

```

2510 K=V(S)
2520 IF K=0 THEN GOTO 2550
2530 IF N1=i THEN GOTO 2550
2540 GOTO 2490
2550 FOR J=1 TO M0
2560 IF N1=1 THEN A(I,J)=0 : GOTO 2580
2570 K1=A(S,J) : K2=A(I,J) : A(I,J)=K1 : A(S,J)=0
2580 NEXT J
2590 IF N1=1 THEN P(I,1)=0 : GOTO 2620
2600 Z1=P(S,1) : Z2=P(I,1) : P(I,1)=Z1 : P(S,1)=0
2610 V(S)=i
2620 NEXT I
2630 : #1 : : #1
2640 PREPARE "CYA:A SINIR" AS FILE 5
2650 FOR I=1 TO N0
2660 FOR J=1 TO M0
2670 : #5 A(I,J)
2680 NEXT J
2690 NEXT I
2700 RETURN
2710 REM "ALT PROGRAM 4"
2720 OPEN "CYA:A SINIR " AS FILE 5
2730 FOR I=1 TO N
2740 FOR J=1 TO M0
2750 INPUT #5,A(I,J)
2760 NEXT J
2770 NEXT I
2780 CLOSE 5
2790 : #1 "PARAMETRELER:"
2800 : #1 "N=";N;"DENKLEM"
2810 : #1 "M0=";M0;"bilinmiyen"
2820 : #1 "R=";R;"HIPERSTATIKLIK DERECESI"
2830 : #1 "SECILEN HIPERSTATIK BILINMIYENLER"
2840 : #1 "-----"
2850 IF R=0 THEN : #1 "SISTEM IZOSTATIK"
2860 Gros=0
2870 FOR J=1 TO M0
2880 Iso(J)=J
2890 FOR I=1 TO M0
2900 REM "PIVOT ARAMA"
2910 Grz=ABS(A(I,J))
2920 IF Grz>Gros THEN Gros=Grz
2930 NEXT I
2940 NEXT J
2950 REM "KARSILASTIRMA DEGERI"
2960 Eos=1.E-09
2970 Gros=Eos*Gros
2980 FOR I=1 TO N
2990 Grz=0
3000 FOR J=1 TO M0

```

```

3010 T=ABS(A(I,J1))
3020 IF T-Grz(=0 GOTO 3050
3030 Iver=J1
3040 Grz=T
3050 NEXT J1
3060 IF Grz(Gros 1470
3070 IF Iver-I=0 3200
3080 REM "KOLON DEGISTIRME"
3090 Is=Iso(I)
3100 Iso(I)=Iso(Iver)
3110 Iso(Iver)=Is
3120 T=-1/A(I,Iver)
3130 A(I,Iver)=-i
3140 FOR Ii=1 TO N
3150   Grz=A(Ii,I)
3160   A(Ii,I)=A(Ii,Iver)*T
3170   A(Ii,Iver)=Grz
3180 NEXT Ii
3190 GOTO 3260
3200 T=-1/A(I,I)
3210 A(I,I)=-i
3220 FOR Ji=1 TO N
3230   A(Ji,I)=A(Ji,I)*T
3240 NEXT Ji
3250 REM "CARPIM"
3260 FOR Ji=1 TO M0
3270   IF Ji=I 3330
3280   T=A(I,Ji)
3290   A(I,Ji)=0
3300   FOR Ii=1 TO N
3310     A(Ii,Ji)=A(Ii,Ji)+A(Ii,I)*T
3320   NEXT Ii
3330 NEXT Ji
3340 NEXT I
3350 IF N=M0 3530
3360 REM "ISARET DEGISTIRME"
3370 REM "MATRISIN BUYUTULMESI"
3380 FOR I=N+1 TO M0 : : #1 Iso(I) : : NEXT I
3390 : #1
3400 : #1
3410 Ni=N+1
3420 FOR I=1 TO N
3430   FOR J=Ni TO M0
3440     A(I,J)=-A(I,J)
3450   NEXT J
3460 NEXT I
3470 FOR I=Ni TO M0
3480   FOR J=1 TO M0
3490     A(I,J)=0
3500   NEXT J

```

```

3510 A(I,I)=1
3520 NEXT I
3530 FOR J=1 TO M0
3540   Is=Iso(J)
3550   IF J=Is GOTO 3660
3560   Iver=J+1
3570   FOR Ji=Iver TO M0
3580     IF Iso(Ji)=J GOTO 3600
3590   NEXT Ji
3600   Iso(Ji)=Is
3610   FOR I=1 TO M0
3620     Grz=A(J,I)
3630     A(J,I)=A(Ji,I)
3640     A(Ji,I)=Grz
3650   NEXT I
3660 NEXT J
3670 PREPARE "CYA:BOBX" AS FILE 2
3680 FOR I=1 TO M0
3690   FOR J=1 TO M0
3700     ; #2,A(I,J)
3710   NEXT J
3720 NEXT I
3730 CLOSE 2
3740 RETURN
3750 ; #1 "ELEMANLARA ETKİYEN KUVVETLER VE REAKSİYONLARIN HESABI"
3760 REM "ALT PROGRAM 5"
3770 ; #1 TAB(3) "N";TAB(7) "I";TAB(11) "J";TAB(18) "Ni";TAB(34) "Qi";TAB(50) "mi";TAB(64) "Nj";TAB(77) "Qj";TAB(93) "Xj"
3780 ; #1 "-----" ; #1
3790 FOR K=1 TO M0/3
3800   I=N7(K,1) : J=N7(K,2)
3810   X=N2(J,1)-N2(I,1)
3820   Y=N2(I,2)-N2(I,2)
3830   L=SQR(X*2+Y*2)
3840   S=3*K-2
3850   Nj=F(S,1) : Qj=F(S+1,1)
3860   Mj=F(S+2,1)
3870   Ni=Nj : Qi=Qj
3880   mi=Nj-Qj*L
3890 ; #1 TAB(2) K;TAB(6) I;TAB(10) J;TAB(15) Ni;TAB(30) Qi;TAB(46) mi;TAB(60) Nj;TAB(73) Qj;TAB(87) Mj
3900 NEXT K
3910 ; #1
3920 ; #1
3930 REM "REAKSİYONLARIN HESABI"
3940 OPEN "CYA:ADENGE" AS FILE 3
3950 FOR I=1 TO M0
3960   FOR J=1 TO M0
3970     INPUT #3,A(I,J)
3980   NEXT J
3990 NEXT I
4000 ; #1 "REAKSİYONLAR"

```



```

4010 : #1 "-----" : : #1
4020 : #1 "NOKTA      RX      RY      RZ"
4030 : #1 "-----" : : #1
4040 INPUT #3, Mds
4050 FOR J=1 TO Mds
4060   INPUT #3, Mdn, X1, X2, X3
4070   : #1 Mdn;
4080   J2=3*mdn
4090   J3=J2-2
4100   FOR Zi=J3 TO J2
4110     Az=0
4120     IF X1=0 GOTO 4160
4130     FOR I=1 TO M0
4140       Az=Az+A(Z1, I)*F(I, 1)
4150     NEXT I
4160     X1=X2 : X2=X3
4170     : #1 USING "+#####.##" Az;
4180   NEXT Zi
4190   ; #1
4200 NEXT J
4210 CLOSE 3
4220 RETURN
4230 REM "ALT PROGRAM 6"
4240 REM "DEPLASMANLARIN HESABI"
4250 READ D0
4260 IF D0(): GOTO 5060
4270 OPEN "CYR:BOOK" AS FILE 2
4280 FOR I=1 TO M0
4290   FOR J=1 TO M0
4300     INPUT #2, A(I, J)
4310   NEXT J
4320 NEXT I
4330 CLOSE 2
4340 DIM Botf(N, M0)
4350 A=1 : M2=1
4360 FOR I0=1 TO M0/3
4370   S1=N7(I0, 1) : S2=N7(I0, 2)
4380   X=N2(S2, 1)-N2(S1, 1)
4390   Y=N2(S2, 2)-N2(S1, 2)
4400   L=SQR(X^2+Y^2)
4410   F1(1, 1)=L/(N7(I0, 4)*N7(I0, 3))
4420   F1(2, 2)=(4+(12*N7(I0, 3)*N7(I0, 7)))/(N7(I0, 6)*N7(I0, 8)*N7(I0, 4)*L*L)*L^3/(12*N7(I0, 3)*N7(I0, 7))
4430   F1(2, 3)=-((L^2)/(2*N7(I0, 3)*N7(I0, 7)))
4440   F1(3, 2)=F1(2, 3)
4450   F1(3, 3)=L/(N7(I0, 3)*N7(I0, 7))
4460   K=1
4470   FOR V1=1 TO N
4480     V2=M2
4490     FOR T=1 TO 3
4500       V#

```

```

4510 FOR I=1 TO 3
4520 B0tf(V1,V2)=A(V,K)*F1(I,T)+B0tf(V1,V2)
4530 V=V+1
4540 NEXT I
4550 V2=V2+1
4560 NEXT T
4570 K=K+1
4580 NEXT V1
4590 H=H+3 : M2=M2+3
4600 NEXT I0
4610 REM "P YUK =U DEPLASMAN"
4620 FOR I=1 TO M0
4630 P(I,1)=0
4640 NEXT I
4650 FOR I=1 TO N
4660 FOR K=1 TO M0
4670 P(I,1)=P(I,1)+B0tf(I,K)*F(K,1)
4680 NEXT K
4690 NEXT I
4700 : #1 "DEPLASMANLAR"
4710 : #1 TAB(1) "DUGUN" TAB(10) "UX" TAB(25) "UY" TAB(40) "UZ"
4720 OPEN "CYA:ADENGE" AS FILE 3
4730 FOR I=1 TO M0
4740 FOR J=1 TO M0
4750 INPUT #3,A(I,J)
4760 NEXT J
4770 NEXT I
4780 S=0
4790 INPUT #3,Mds
4800 DIM Ss(Mds,4)
4810 FOR J=1 TO Mds
4820 INPUT #3,mdn,X1,X2,X3
4830 Ss(J,1)=mdn : Ss(J,2)=X1 : Ss(J,3)=X2 : Ss(J,4)=X3
4840 NEXT J
4850 FOR I=1 TO M0/3
4860 : #1 TAB(1) I;
4870 FOR T=1 TO Mds
4880 IF I=Ss(T,1) THEN GOTO 4910
4890 NEXT T
4900 GOTO 4980
4910 IF Ss(T,2)=1 THEN ; #1 TAB(10) 0;
4920 IF Ss(T,2)=0 THEN S=S+1 : ; #1 TAB(10) P(S,1);
4930 IF Ss(T,3)=1 THEN ; #1 TAB(25) 0;
4940 IF Ss(T,3)=0 THEN S=S+1 : ; #1 TAB(25) P(S,1);
4950 IF Ss(T,4)=1 THEN ; #1 TAB(40) 0;
4960 IF Ss(T,4)=0 THEN S=S+1 : ; #1 TAB(40) P(S,1);
4970 GOTO 5040
4980 D=10
4990 FOR L=1 TO 3
5000 S=S+1

```

```

5010 : #1 TAB(D) P(S,1);
5020 D=D+15
5030 NEXT L
5040 NEXT I
5050 CLOSE 3
5060 RETURN
5070 REM "ALT PROGRAM 7"
5080 REM "Dx MATRISI"
5090 DIM Dx(R,R),Bxtf(R,M0),Fi(3,3)
5100 H=1 : M2=1
5110 FOR I0=1 TO M
5120 S1=N7(I0,1) : S2=N7(I0,2)
5130 X=N2(S2,1)-N2(S1,1)
5140 Y=N2(S2,2)-N2(S1,2)
5150 L=SQR(X*X+Y*Y)
5160 Fi(1,1)=L/(N7(I0,4)*N7(I0,3))
5170 Fi(2,2)=(4+(12*N7(I0,3)*N7(I0,7))/(N7(I0,6)*N7(I0,8)*N7(I0,4)*L*L))*L^3/(12*N7(I0,3)*N7(I0,7))
5180 Fi(2,3)=-(L^2/(2*N7(I0,3)*N7(I0,7)))
5190 Fi(3,2)=Fi(2,3)
5200 Fi(3,3)=L/(N7(I0,3)*N7(I0,7))
5210 K=M0+1-R
5220 FOR V1=1 TO R
5230 V2=M2
5240 FOR T=1 TO 3
5250 V=H
5260 FOR I=1 TO 3
5270 Bxtf(V1,V2)=A(V,K)*Fi(I,T)+Bxtf(V1,V2)
5280 V=V+1
5290 NEXT I
5300 V2=V2+1
5310 NEXT T
5320 K=K+1
5330 NEXT V1
5340 H=H+3 : M2=M2+3
5350 NEXT I0
5360 FOR I=1 TO R
5370 K=M0+1-R
5380 FOR T=1 TO R
5390 FOR J=1 TO M0
5400 Dx(I,T)=Bxtf(I,J)*A(J,K)+Dx(I,T)
5410 NEXT J
5420 K=K+1
5430 NEXT T
5440 NEXT I
5450 REM "B00 MATRISI"
5460 DIM B00(M0,1)
5470 FOR J=1 TO M0
5480 FOR K=1 TO N
5490 B00(J,1)=A(J,K)*2(K,1)+B00(J,1)
5500 NEXT K

```

```

5510 NEXT J
5520 : #1
5530 REM "P0 MATRISI"
5540 DIM P0(R,1)
5550 FOR I=1 TO R
5560   FOR J=1 TO M0
5570     P0(I,1)=(Bxtf(I,J)*B00(J,1)+P0(I,1))
5580   NEXT J
5590   P0(I,1)=-i*P0(I,1)
5600 NEXT I
5610 RETURN
5620 REM "ALT PROGRAM 8"
5630 READ Ty
5640 IF Ty=1 THEN READ At
5650 DIM Vt(M,1)
5660 FOR I=1 TO M
5670   IF Ty=1 THEN GOTO 5690
5680   READ At
5690   S1=N7(I,1) : S2=N7(I,2)
5700   X=N2(S2,1)-N2(S1,1) : Y=N2(S2,2)-N2(S1,2)
5710   L=SGR(X^2+Y^2)
5720   F2=At*L : Vt(I,1)=F2
5730 NEXT I
5740 S=0
5750 FOR I=M0-R+1 TO M0
5760   K=0 : V4=0 : S=i+S
5770   FOR J=1 TO M0 STEP 3
5780     K=K+1
5790     V4=A(J,I)*Vt(K,1)+V4
5800   NEXT J
5810   V4=-i*V4
5820   P0(S,1)=P0(S,1)+V4
5830 NEXT I
5840 RETURN
5850 REM "ALT PROGRAM 9"
5860 REM "GAUSS-ELIMINASYON YONTEMI ILE DENKLEM COZUMU"
5870 FOR I=1 TO R
5880   P0(I,1)=-P0(I,1)
5890 NEXT I
5900 FOR I=2 TO R
5910   Dx(I,1)=-Dx(I,1)/Dx(I,1) : NEXT I
5920 FOR I=2 TO R : FOR K=I TO R
5930   FOR V=1 TO I-1
5940     Dx(I,K)=Dx(I,K)+Dx(I,V)*Dx(V,K)
5950   NEXT V : NEXT K
5960 FOR K=I+1 TO R : FOR V=1 TO I-1
5970   Dx(K,I)=Dx(K,I)+Dx(K,V)*Dx(V,I)
5980 NEXT V : NEXT K
5990 FOR T=I+1 TO R
6000   Dx(T,I)=-Dx(T,I)/Dx(I,I)

```

```
6010 NEXT T : NEXT I
6020 FOR I=2 TO R : FOR L=1 TO I-1
6030   P0(I,1)=P0(I,1)+Dx(I,L)*P0(L,1)
6040 NEXT L : NEXT I
6050 FOR I=1 TO R
6060   X(I,1)=-P0(I,1)/Dx(I,1) : NEXT I
6070 FOR I=R-1 TO 1 STEP -1
6080   FOR J=I+1 TO R
6090     P0(I,1)=P0(I,1)+Dx(I,J)*X(J,1)
6100   NEXT J : FOR T=R-1 TO 1 STEP -1
6110     X(T,1)=-P0(T,1)/Dx(T,T)
6120 NEXT T : NEXT I
6130 RETURN
6140 DATA 3,4,0
6150 DATA 1,1,2,14E5,100,.1667,599983,1,.8
6160 DATA 2,3,2,14E5,100,.1667,599983,2,.8
6170 DATA 3,3,4,14E5,100,.1667,599983,1,.8
6180 DATA 1,0,0
6190 DATA 2,0,5
6200 DATA 3,10,5
6210 DATA 4,10,0
6220 DATA 1
6230 DATA 2,1,0,0
6240 DATA 2
6250 DATA 1,1,1,1
6260 DATA 4,1,1,1
6270 DATA 0
6280 DATA 0
```

7. SONUÇ

Düzlem çerçeve sistemlerin klâsik metotlarla yapılan hesapları çok uzun ve yorucu olmaktadır. Hesapların basitleştirilmesi için birtakım kabuller yapılmaktadır. Halbuki sonlu elemanlar kuvvet metodunda bu kabuller azaltılarak daha fazla etken gözözüne alınmakta ve gerçeğe daha yakın sonuçlar vermektedir. Sakıncalı yanları, büyük sistemler için kapasiteli bilgisayarlara ve programın hazırlanması için uzun zamana ihtiyaç göstermesidir.

Sonlu elemanlar metodunun uygulandığı diğer bir metot olan deplasman metodu ile kıyaslanırsa; Kuvvet metodu uç kuvvetlerini bilinmeyen olarak alıp çözdüğünden sonuçlar, deplasman metodundaki gibi ikinci adımda değil direkt olarak bulunurlar. Kuvvet metodu düzlem çerçeve sistemlerde kesin sonuçlar verir.

Metodun uygulanmasında kullanılan Gauss-Jordan indirgeme yöntemi büyük boyutlu problemlerde pek elverişli olmaz. Sistem denge matrisi Gauss-Jordan metodunda bant şeklinde değildir. Halbuki bant şeklindeki matrislerin önemli hesap kolaylıkları sağladıkları bilinmektedir.

Sistemin Süreklilik denklemleri kompakt homogen çözümlerle Kurulurlarsa, Hiperstatik bilinmeyenlerin katsayılar matrisi bant şeklini almakta ve birim yüklemelerden oluşan iç kuvvet dağılımı dallanmamaktadır.

Burada hiperstatik veya izostatik düzlem çerçeve sistemler tekil yükler ve üniform ısı tesirleri altında, sonlu

elemanlar kuvvet metodu uygulanarak çözümlenmektedir.

Sonlu elemanlar kuvvet metodu yapı sistemlerinin statik analizleri için geniş imkanlar veren bir metot olmuştur.

Bu konudaki araştırmalar bitmiş değildir, aksine birçok araştırmacının uğraş edindiği bir alan olmuştur. Dolayısıyla bu metot çok daha yeni gelişmelere açık olarak bilinmektedir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- (1) Topçu, A. , Sonlu Elemanlar Metodu, Anadolu Üniversitesi Yüksek Lisans Ders Notları, 1985.
- (2) Topçu, A. , Ein Beitrag Zur Systematischen Berechnung Elementtragwerke Nach Der Kraftemethod, Essen Üniversitesi Essen, Almanya, 1979.
- (3) Przemieniecki, J. S. , Theory Of Matrix Structural Analysis, Mc Graw - Hill, Newyork, 1968.
- (4) Duran, M. Hausmann, C. Klingmüller, O. Lawo, M. Pape, G. Thierauf, G. Topçu, A. , Kram ' 76 Ein Fortran-Programm Zur Berechnung Allgemeiner Tragwerke Teil 1, Essen Üniversitesi, Essen, 1977.
- (5) Akgün, Ö.R. , Barkana, A. , Basic Programlama ve Nümerik Hesap, Eskişehir, 1981.
- (6) Tezcan, S. , Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinele-ri ile Çözümü, İstanbul, 1970.
- (7) Aktaş, Z. , Elektronik Hesaplayıcılarla Programlama ve Uygulama, O.D.T.Ü. , 1973.
- (8) Geiger, F. , Aufgaben Sammlung Ausdem Gebiet Der Statik, Band 6.
- (9) Schneiss, M. , Bauingnieur-Praxis. Helf 10, Momentenaus Gleichs-Verfahren, Verlag von Wilhelm Ernst, Sohn Berlin. München, 1968.
- (10) Çakiroğlu, A. Çetmeli, E. , Yapı Statığı II, İstanbul, 1979.
- (11) Sabis, T. , Hiperstatik Sistemler, İstanbul, 1963