

E.D.M. M. A.  
Lisans Üstü  
Bitirme Çalışması

BETONARMEDE BURULMA  
**HESAP VE YÖNTEMLERİ**

Hazırlayan : M. Yıl.maz BENAKA.Y  
Yöneten : Doç. Gündüz ÖZİŞİK

## ONSUZ

Bir yapıdaki elemanlar, betonarmenin monolitik yapısından dolayı az veya çok derecede burulma momentine maruzdur. Burulma momenti çoğu kez küçük mertebede olduğu için ihmal edilir. Fakat sistemin, estetik veya zorunlu nedenlerle büyük mertebede burulma meydana getirecek şekilde kurulmasında, burulma ihmal edilemez.

Burulma ile oluşan kayma gerilmeleri aşırı kayma donatısı gerektirir.

Günümüzde henüz burulma problemi kesin bir çözüme kavuşturulmamıştır. Son yüz yılın başında başlayan çalışmalar, halen devam etmektedir.

Bu çalışmaların ışığı altında CEB,ACI ve Türk Standartları şartnamelerinde sürekli değişiklikler yapılmaktadır.

Tezimde bu amaçla BURULMA konusu incelenmiş, örnekler verilmiş, T.S.500 ile ilgili eleştiriler bilgilerinize sunulmuştur.Çalışmalarım sırasında bana yardımcı olan Doç.Gündüz Özışık'a ve diğer hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Saygılarımla.

M. Yılmaz BENAKAY  
ESKİŞEHİR - 1982

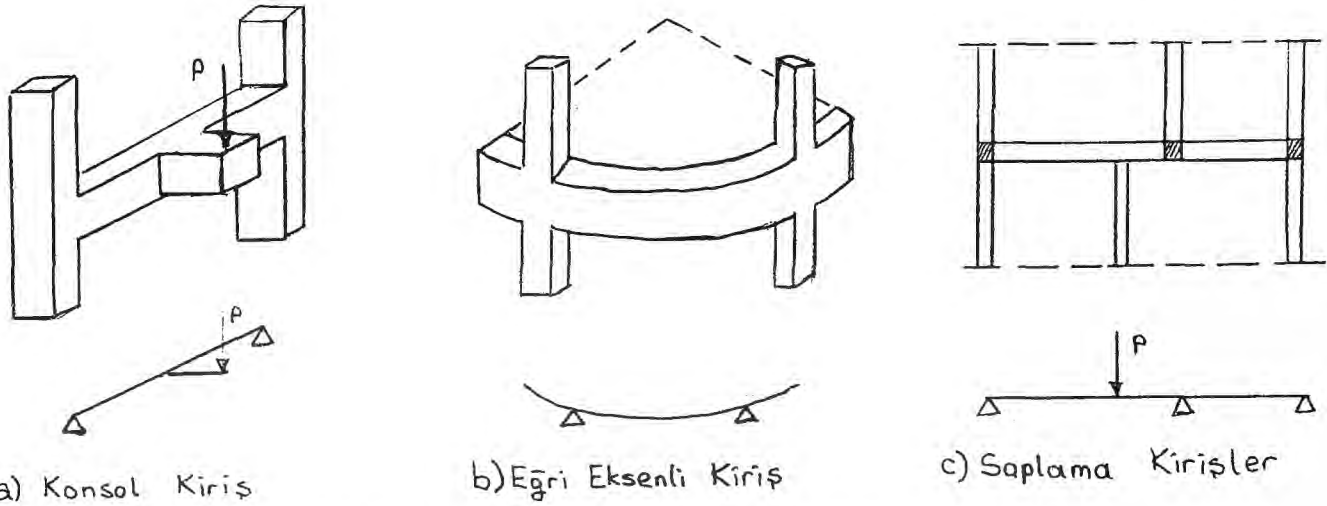
## İÇİNDEKİLER

1.	Betonarme Yapı Elemanlarında Burulma .....	1
2.	Burulma İle İlgili Mukavemet Bilgileri .....	1
2.1.	Dairesel Kesitli Çubuklarda Burulma .....	2
2.2.	Dikdörtgen Kesitli Çubuklarda Burulma.....	3
2.3.	Burulmada Mukavemet Momenti ve Rijitlik .....	5
2.4.	Burulma Teorileri .....	5
2.4.1.	Elastisite Teorisi .....	5
2.4.2.	Plastisite Teorisi .....	6
3.	Burulmaya Maruz Betonarme Elemanların Davranışı ve Meydana Gelen Deformasyonların İncelenmesi .....	7
3.1.	Çatlama ve Gerilmeler .....	7
3.2.	Deformasyonlar .....	8
4.	Betonarme Yapı Elemanlarında Basit Burulma .....	12
5.	Betonarme Yapı Elemanlarında Burulma + Eğilme .....	13
6.	Betonarme Yapı Elemanlarında Burulma + Eğilme+ Kesme .....	14
7.	Burulmaya Maruz Betonarme Yapı Elemanlarında Meydana Gelen Gerilmeler .....	16
7.1.	Dikdörtgen Kesitli Betonarme Elemanlarda Burulma Gerilmeleri...16	
7.2.	Dairesel Kesitli Betonarme Elemanlarda Burulma Gerilmeleri.....18	
8.	Burulma Gerilmelerinin ve Birim Dönmelerin Hesabı .....	18
8.1.	Dairesel Kesitler .....	18
8.2.	Kare Kesitler .....	18
8.3.	Dikdörtgen Kesitler .....	18
8.4.	Gelişigüzel Kesitler .....	19
9.	Burulma + Eğilme + Kesme Etkisinde Kalan Betonarme Sistemlerde Kayma Güvenlik Gerilmeleri .....	19
10.	Burulma Donatısının Hesabı .....	20
11.	Burulma İle İlgili T.S.500 Hükümleri ve Eleştirisi .....	22
11.1.	T.S.500'ün Eleştirisi .....	23
12.	Burulma İle İlgili Örnek Problemler.....	24
13.	İnceleme.....	30
14.	Sonuç.....	32

## 1. BETONARME YAPI ELEMANLARINDA BURULMA:

Betonarmenin monolitik olma karakterinden dolayı yapılarda burulma momenti ortaya çıkar. Bu olay kendiliğinden var olan olaydır. Burulma momenti sistemin geometrisinden veya simetrik olmayan yük yayılışından oluşur.

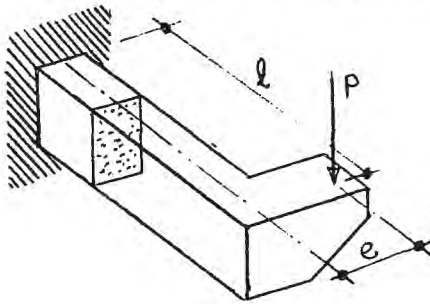
Pratikte merdiven kirişlerinde, eğri eksenli kirişlerde, asimetrik plana sahip binalarda burulma momenti meydana gelir. (2)



ŞEKİL: 1 BURULMA İLE İLGİLİ ÖRNEKLER

## 2. BURULMA İLE İLGİLİ MUKAVEMET BİLGİLERİ:

Burulma momenti kavramını açıklayabilmek için konsol kirişe eksenini dışında noktasal bir yükün uygulandığını düşünelim. P yükü konsol kirişte  $M_e = P \cdot l$



eğilme momenti,  $M_b = P \cdot e$  burulma momentini meydana getirir. Burulma momentine maruz kiriş kesitinde kiriş eksenine dik ve paralel doğrultuda kesme gerilmeleri oluşur. Bu kesme gerilmelerine BURULMA GERİLMELERİ denir. (2)

ŞEKİL: 2

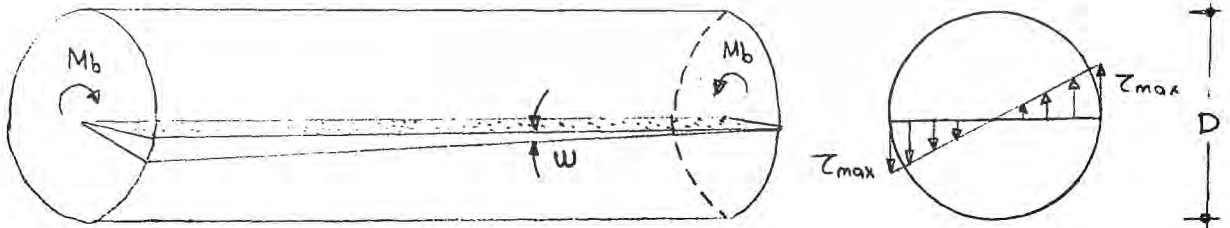
Betonarmede burulma, oldukça karmaşık ve kesin çözüm imkanı olmayan bir sorundur. Pratikte burulma ile birlikte kesme ve eğilmenin bileşik etkisi görülür.

Bu bileşik etki sorunu dahada karmaşık hale sokar. Son yıllara kadar burulmaya maruz betonarme elemanlarının kesit hesabında Elastisite Teorisine dayanan yöntemler kullanılmakta idi. Fakat bugün Plastisite Teorisine dayanan yöntemler yönetmeliklerde yer almıştır.(3)

### 2.1 Dairesel Kesitli Çubuklarda Burulma:

Dairesel kesitli çubukların burulmaya göre çözümlemesi dikdörtgen kesitli çubuklara göre daha kolaydır. Dairesel kesitli elemanlara betonarme yapılarda az rastlanır. (Kolonlar) (2)

Dairesel kesitli bir çubuk burulduğu zaman, düzlem kesitler düzlem kalır. Şekil değişimleri merkezden doğru orantılı olarak değişir. Kayma gerilmelerinin dağılışı ve şekil değiştirmeler Şekil 3'de gösterilmiştir.



ŞEKİL: 3

Burulma kesme gerilmeleri ve asal gerilmeler çubuk yüzeyinde maksimum, çubuk ekseninde sıfır olur. (5)

$$\text{Asal gerilme } \tau_{\max} = \frac{16 \cdot M_b}{\pi \cdot D^3} \text{ formülü ile hesaplanır.} \quad (1)$$

Burada: Mb: Burulma Momenti (kg.cm)

D: Çap ..... (cm)

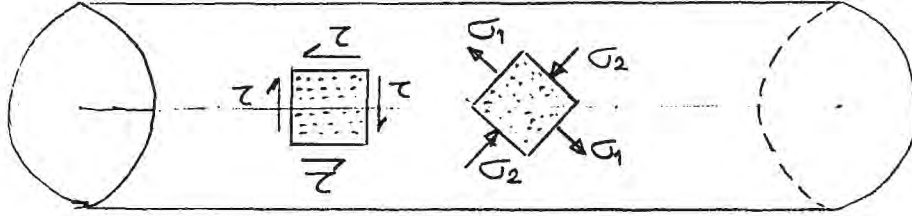
$\tau$ : Asal gerilme (kg/cm<sup>2</sup>)

$$\text{Birim dönme açısı } w = \frac{32 \cdot M_b}{G \cdot \pi \cdot D^4} \text{ formülü ile hesaplanır.} \quad (2)$$

Burada: G: Malzemenin kayma modülü (kg/cm<sup>2</sup>)

w: Birim dönme açısı (1/cm)

Burulmada gerilme hali basit kayma olduğu için asal gerilmeler çubuk eksenine ile 45 derecelik bir eğimde olacaktır.

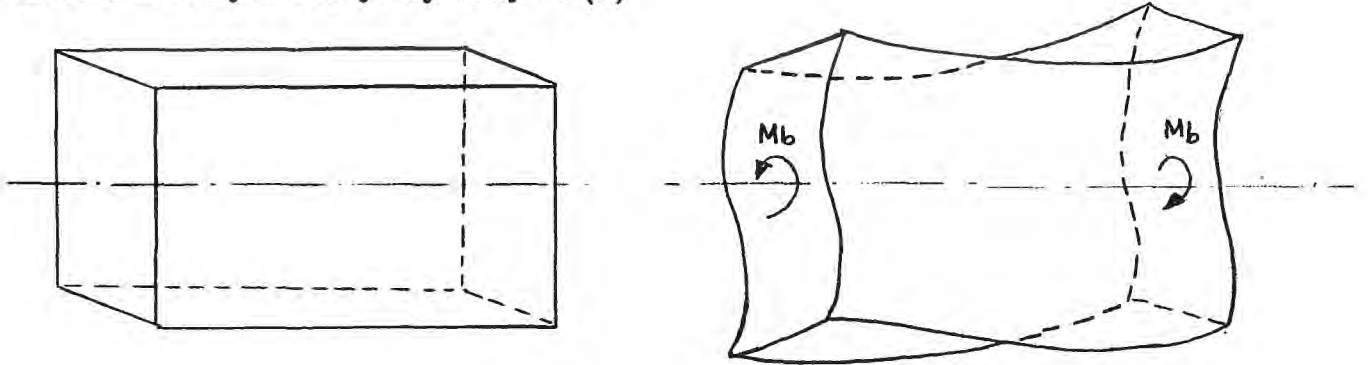


ŞEKİL: 4

Asal gerilmelerin değeri  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau$  olur.

## 2.2. Dikdörtgen Kesitli Çubuklarda Burulma:

Dairesel olmayan kesitlerde burulma sorunu oldukça karmaşıktır. Çünkü bu durumda, burulmadan önce düzlem olan kesitler burulmadan sonra düzlem kalmaz çarpılır ve düzlem olmayan bir yüzey oluşur. (5)



A. Burulma momenti tatbik edilmeden önceki DÜZLEM durum.

B. Burulma momenti tatbik edildikten sonraki ÇARPILMIŞ durum.

ŞEKİL: 5

Dik kesitin çubuk eksenine doğrultusunda lineer olmayan hareketinide hesaba katarak bir burulma teorisini SAINT VENANT ilk kez 1855 yılında kurmuştur.

Bu teoriye göre çarpılma bir  $f(x,y)$  fonksiyonu gibi ele alınmış, gerilmelerin  $f(x,y)$  fonksiyonuna diferansiyel denklemlerle bağlı olduğu gösterilmiştir. (5)

Daha sonra burulma probleminde  $f(x,y)$  çarpılma fonksiyonu yerine, bir  $\psi(x,y)$  gerilme fonksiyonu alınır.  $\psi(x,y)$  fonksiyonu ile birlikte sınır şartları da dikkate alınarak, burulma rijitliği gerilme fonksiyonu cinsinden hesap edilir. (5)

Saint-Venant prensibine göre hesap şöyle yapılır. \*

Önce

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -2G\omega(\text{Bölgede}) \quad (3)$$

$\psi(x,y) = \text{Sabit}$  (Sınırdaki)

(3) denklemi yardımıyla  $\psi(x,y)$  fonksiyonu belirtilir. \*

Sonra

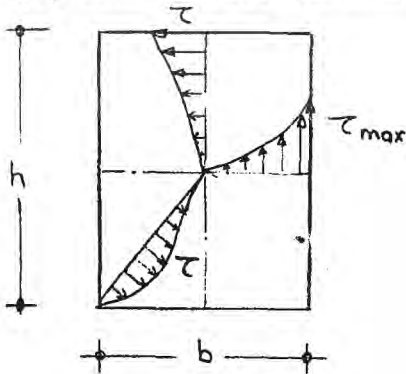
$$\tau_{zx} = G\omega \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} - y \right) = \frac{\partial \psi}{\partial y} ; \quad \tau_{zy} = G\omega \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} + x \right) = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

(4) denklemi yardımıyla gerilme dağılışı bulunur. \*

Nihayet

$$G\theta b = \frac{M_b}{\omega} = \frac{2}{\omega} \iint_F \psi(x,y) dx dy \quad (5)$$

(5) denklemi ile burulma rijitliği hesap edilir. \*



ŞEKİL: 6

Dikdörtgen kesitlerde en büyük kayma gerilmesi uzun kenar ortasındadır. Köşelerde gerilmeler sıfır olur.

Dikdörtgen kesitlerdeki kayma gerilmesi Şekil-6' da gösterilmiştir.

Dikdörtgen kesitte gerilme ve dönme 1903 yılında Prandtl' in yayınladığı \*\*

Tablo-1 deki katsayılarına bağlı olarak;

$$\tau_{max} = M_b / \eta_1 \cdot h \cdot b^2 ; \quad \omega = M_b / \eta_2 \cdot G \cdot h \cdot b^3 \quad (6)$$

Formülleri ile hesap edilir.  $\eta_1$  ve  $\eta_2$  katsayıları  $h/b$  oranına göre Tablo-1 den bulunur.

\* M.İnan Cisimlerin Mukavemeti. Doyuran Matbaası. 4.Basım Sayfa:185

\*\* Dr. Egor P.Popov Çevirisi: Dr. Hilmi Demiray. Çağlayan Kitabevi.Mukavemet, Sayfa:194



$h/b$	1.00	1.50	2.00	3.00	6.00	10.00	$\infty$
$\pi_1$	0.208	0.231	0.246	0.267	0.293	0.312	0.333
$\pi_2$	0.141	0.196	0.229	0.263	0.293	0.312	0.333

TABLO: 1

### 2.3. Burulmada Mukavemet Momenti Ve Rijitlik:

Burulma ile ilgili formülleri iki ana formülde toplayabiliriz. (5)

Birincisi  $\tau_{max} = Mb/Wb$  gerilme formülüdür. (7)

Burada  $Wb$ : kesitin burulma mukavemetidir ( $cm^3$ )

$$\text{Dairede } Wb = \pi R^3 / 2$$

$$\text{Karede } Wb = 0.208 a^3 \text{ şeklinde hesaplanabilir.}$$

İkinci Formül Şekil değiştirme hesabı için  $= Mb/GJb'$  dir. (8) \*

Burada  $GJb$ : kesitin burulma rijitliği ( $kg.cm^2$ )

$$Jb: \text{Polar atalet momenti } (cm^4)$$

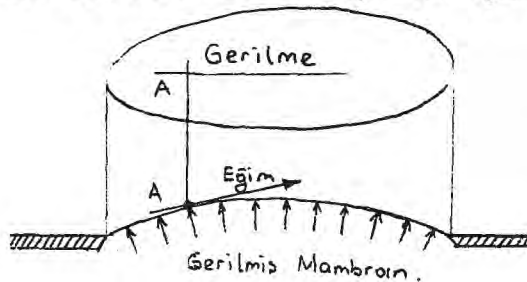
$$\text{Dairede } Jb = \pi R^4 / 2$$

$$\text{Karede } Jb = 0.141 a^3 \text{ şeklinde hesaplanabilir.}$$

### 2.4. Burulma Teorileri:

Burulma ile ilgili iki ana teori vardır.

2.4.1. Elastisite Teorisi: Elastisite teorisinde PRANDTL' in membran analogisi geçerlidir. Burulma probleminin matematik olarak sağlaması gerekli kısmi türevli diferansiyel denklem ile, bir deliğin üzerine gerilmiş ince membranın (Sabun köpüğü) denkleminin matematik yönden aynı olduğu görülür.\*\*Deliğin geometrisi ile incelenen



şaftın dik kesiti aynı olmalı ve membranın bir tarafından, bir tarafına az bir hava basıncı bulundurulmalıdır. Bu şartlar altında aşağıdaki noktaların geçerliliği gösterilebilir.\*\*

ŞEKİL:7

\* M. İNAN. Cisimlerin Mukavemeti Doçuran Matbaası. 4. Basım. Sayfa:191

\*\* Dr. Eger P. Popov Çevirisi: Dr. Hilmi Demiray. Çağlayan Kitapevi. Sayfa:194 -5-



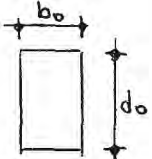
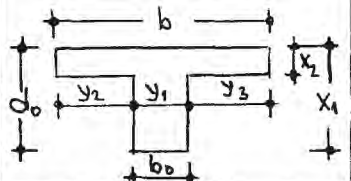
1. Bir bölgedeki kayma gerilmesi, o noktadaki membran eğimi ile orantılıdır. \*\*
2. Adı geçen kayma gerilmesinin doğrultusu, aynı noktadaki membranın teğeti (Eğimi) ile doksan derecelik açı yapar. \*\*
3. Kesitin taşıdığı burulma momenti, membran tarafından kaplanan hacmin iki katı ile orantılıdır. \*\*

Bu benzerliklere "MAMBRAN ANOLOJİSİ" adı verilir. \*\*

#### 2.4.2. Plastisite Teorisi:

Plastisite teorisinde burulma hesabı için, bütün kesitin plastik olduğu ve kayma gerilmelerinin kesitin her noktasında aynı olduğu kabul edilir. Hesapları kolaylaştırmak amacı ile genellikle "KUM TÜMSEĞİ ANOLOJİSİ" \*kullanılır. Bu anoloji Prandtl'ın "Membran" anolojisine benzer. Yatay vaziyette tutulan kesit üzerine dökülen kohezyonsuz kumun aldığı şeklin, plastik teorideki gerilme fonksiyonuna benzemesine dayanan bu anoljide kum tümseğinin eğimi, kayma gerilmesine eşit kabul edilirse, tümseğin hacmi, kesitin taşıyabileceği burulma momentinin yarısına eşittir. \*

Tablo-2'de dikdörtgen ve tablalı kesitler için elastisite ve plastisite teorilerine göre elde edilen denklemler verilmiştir. (4)

			Tablalı Kesitler için Yaklaşık Denklemler.
ELASTİK TEORİ	$\tau_{max} = \frac{Mb}{\eta_1 \cdot b_0^2 \cdot d_0}$ $W = \frac{Mb}{G \cdot \eta_2 \cdot b_0^3 \cdot d_0}$		$\tau_b = \frac{Mb \cdot b_0}{\sum \eta_1 \cdot X_i^2 \cdot y_i}$ $W = \frac{Mb}{G \cdot \eta_3 \cdot X^3 \cdot y}$
PLASTİK TEORİ	$\tau_b = \frac{2Mb}{b_0^2 \left(d_0 - \frac{b_0}{3}\right)}$	$\tau_b = \frac{2Mb}{b_0^2 \left(d_0 - \frac{b_0}{3}\right) + d^2 (b - b_0)}$	$\tau_b = \frac{2Mb}{\sum X_i^2 \cdot \left(y_i - \frac{X_i}{3}\right)}$

TABLO:2

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa:364

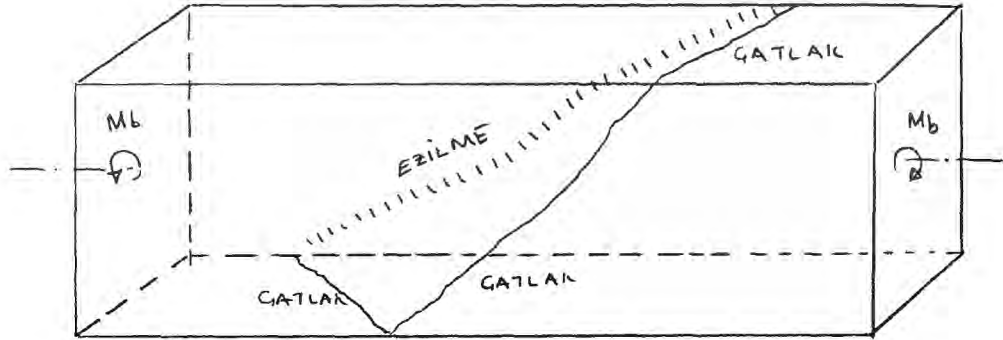
\* \* Dr. Egor P. Popov Çevirisi: Dr. Hilmi Demiray, Mukavemet, Çağlayan Kitabevi Sayfa:194

### 3. BURULMAYA MARUZ BETONARME ELEMANLARIN DAVRANIŞI VE MEYDANA GELEN DEFORMASYONLARIN İNCELENMESİ:

#### 3.1. Çatlama Ve Gerilmeler:

Bir yapıdaki betonarme elemanların çok büyük bir yüzdesi, burulma momenti ile birlikte, eğilme momenti ve kesme kuvvetine maruzdur. Basit burulma pratikte görülmez ve akademik bir konudur.(3)

Kayma donatılı (Boyuna Çubuk + Etriyeli) bir kirişe burulma momenti tatbik edilirse kayma gerilmeleri meydana gelir. Beton basınç kuvvetlerini, donatı çekme kuvvetlerini alır. Eğer kesit burulma momentini taşıyamaz ise betonda ezilme ve çatlama (Şekil-8) meydana gelmekte, kayma kuvvetleri yalnız donatı tarafında karşılanmaktadır.

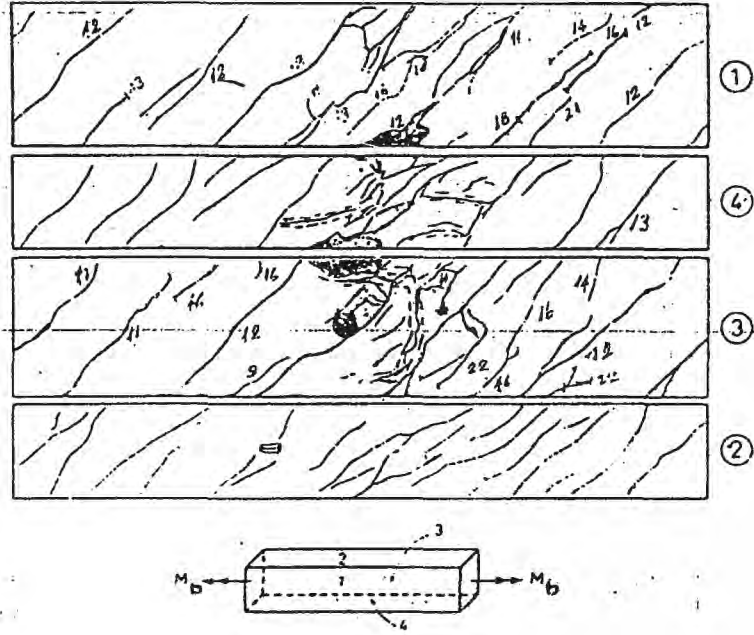


ŞEKİL: 8\*

Burulma çatlaklarını, kesmeden oluşan eğik çekme çatlaklarından ayıran en önemli özellik, burulma çatlaklarının karşılıklı iki yüzde ters yönde eğimli olmasıdır.\*\*Şekil-9 da ODTÜ Yapı Mekaniği Laboratuvarında basit burulma altında denenen, kayma donatılı bir kirişteki çatlakları gösteren bir fotoğraf verilmiştir.\*Şekilde kirişin dört yüzü ayrı ayrı gösterilmiş olup, bunlar aşağıdan yukarı katlandığı takdirde, kiriş üç boyutlu olarak ortaya çıkacak şekilde düzenlenmiştir.

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa:357

\*\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa:358



ŞEKİL:9 \*

Yapılan deneylerde, burulmaya maruz kirişlerde boy uzamasının olduğu tesbit edilmiştir. Bu bulgular boyuna donatının ne derecede önemli bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir. \*

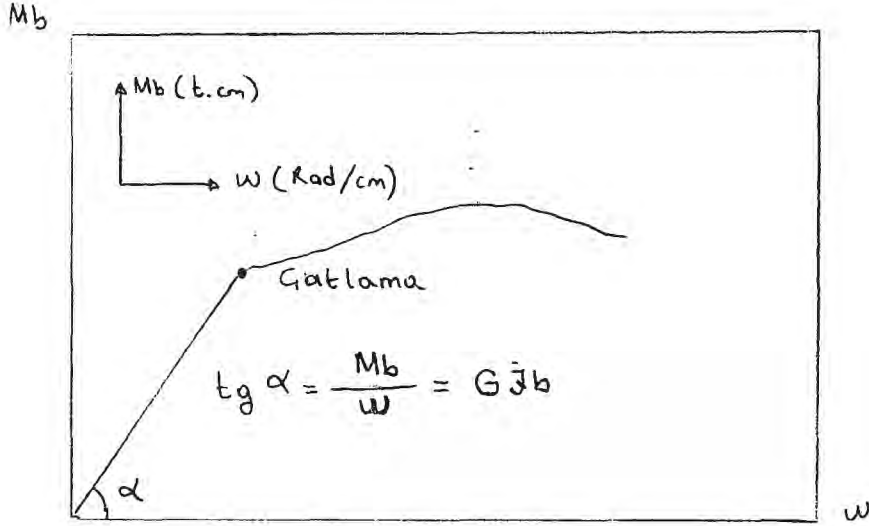
Burulmaya ek olarak eğilme momentinin bulunduğu durumlarda, davranış bu iki momentin oranına bağlı olarak değişmektedir. \*Çekme donatısı oranı yüksek olan kirişlerde ( $\mu \geq 0.01$ ) eğilme momenti, burulma momentini etkilememektedir.

Eğilme ve burulma ile birlikte kesme kuvveti etki ederse, davranış bu üç zorlamanın relatif mertebesine göre değişmektedir. \*Kesme kuvvetinin varlığı, burulma momentini azaltmaktadır.

### 3.2. Deformasyonlar:

Burulmaya maruz betonarme kirişlerde, deformasyon ölçüsü, birim dönme açısı ( $\omega$ ) dir. \*Yapılan deneylerden elde edilen burulma momenti-birim dönme açısı eğrileri, davranışın çatlama anına kadar doğrusal olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle  $M_b - \omega$  eğrisi çatlama momenti düzeyine kadar doğrusaldır.

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa:359



ŞEKİL: 10

Yapılan deneylerden elde edilen sonuçlara göre, eğrinin doğrusal kısmının, eğilme momenti, kesme kuvveti ve kayma donatısı yüzdesine bağlı olmadığı tesbit edilmiştir.\* Bilindiği gibi eğrinin eğimi burulma rijitliğine eşittir. ODTÜ Yapı Mekanik Laboratuvarında burulmaya maruz kirişler ve aksenal basınca maruz silindirikler üzerinde yapılan deneyler sonucu, Kayma Modülü  $G$  nin yaklaşık olarak  $6300\sqrt{\sigma_b^*}$  alınabileceği anlaşılmıştır.\*

$$G=6300\sqrt{\sigma_b^*} \quad (9)$$

Burada:  $\sigma_b^*$ : Betonun silindirik mukavemet değeri ( $\text{kg/cm}^2$ )

Kayma modülünü elastisite modülü cinsinden ifade edersek;

$$E_b=21000\sqrt{\sigma_b^*} \quad (10) \text{ şeklinde yazabiliriz.}$$

Çatlak önvesi burulma rijitliği yaklaşık olarak aşağıdaki denklemden hesaplanabilir; \*

$$R=G.C \quad (11)$$

$$G=0.3 E_b \quad (12)$$

(11) denklemindeki  $C$  katsayısı dairesel kesitler için elastisite teorisinden hesaplanır. Çok kenarlı kesitler için kesit içine sığabilecek en büyük daire esas alınarak yine elastisite teorisine göre hesaplanır. Dikdörtgen kesitler için(3)

$$C=1/3 \sum X^3 Y \quad (13)$$

Formülü ile hesaplanır. Burada  $X$  ve  $Y$  dikdörtgenin uzun ve kısa kenarlarıdır.

Yapılan deneylerden, burulma çatlamaşının oluşmasıyla Mb-W eğrisi lineer durumdan çıktığı ve eğrinin yatıklaşarak eğiminin azaldığı tesbit edilmiştir.\*Bu durum Şekil-10' da gösterilmektedir. Burulma rijitliğindeki bu azalma, çatlak sonrası burulma rijitliği ile ilgilidir. Yani çatlak sonrası burulma rijitliği önemli derecede azalmaktadır.

Çatlak sonrası burulma rijitliğinin, çatlak öncesi burulma rijitliğine kıyasla bu derece azalması yapı sistemlerindeki kuvvetler dağılımını büyük ölçüde etkilemektedir.\* Burulma rijitliği çatlak öncesi değerinin, 1/10 - 1/30' una indiğinde elemana gelen burulma momentlerinin mertebesi ihmal edilecek kadar azalmaktadır. Doğal olarak, söz konusu elemana giden burulma momentindeki azalma, diğer elemanların daha fazla zorlanmasını gerektirmektedir.\*Yani, moment ve kuvvetlerinin yeniden dağılımı söz konusudur. O halde, elastisite teorisi ile hesaplanan burulma rijitliği(çatlamamış kesit) kullanılarak yapılan hesaplarda, burulma elemanları için elde edilen burulma momentleri, gerçek değerlerden büyük olacaktır.\*

Burulma çatlamaşısı sonunda meydana gelen yeniden dağılım, hesaplarda burulma ihmal edilmesine rağmen bir çok yapı elemanının çökme veya aşırı çatlama göstermesini önleyen en önemli faktördür.\*

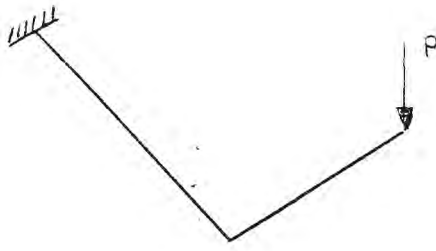
Yeniden dağılımın olabilmesi için, sistemin buna uygun olması gerekir.\*Bu uygunluğu saptayabilmek için, "Uygunluk" ve "Denge Burulması" olarak burulmayı ikiye ayırabiliriz. (3)

Denge burulmasında, denge şartlarının sağlanabilmesi için gerekli burulma momenti, sistemin stabilitesini bozmadan, bazı plastik mafsallar oluşturarak elimine edilemez.\*

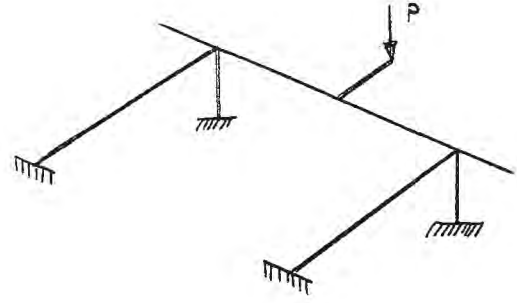
Uygunluk burulmasında ise, denge şartlarının sağlanabilmesi için burulma momenti zorunlu değildir ve mevcut burulma momenti sistemin stabilitesini bozmadan oluşturulacak plastik mafsallarla elimine edilebilir.\*

Elemanın bir noktasındaki dönme açısı, sabit moment altında artıyorsa o noktada plastik mafsal olarak adlandırılır. (3)



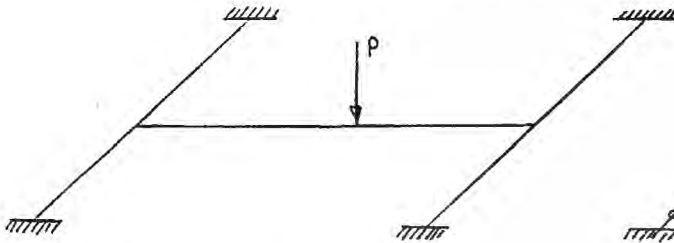


a) İzostatik Sistem

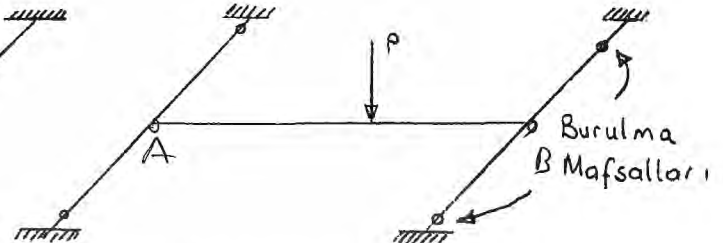


b) Hiperstatik Sistem

A) DENGELİK BURULMASI



a) Esas Sistem



b) Burulma çatlakları teşekkül ettikten sonra

B) UYGUNLUK BURULMASI

ŞEKİL: 11 \*

İzostatik ve hiperstatik sistemlerdeki denge burulması ihmal edilemez. Hiperstatik sistemlerde oluşan uygunluk burulması, dönme açısı çatlamaya sebep olmayacağı kanıtlanmak suretiyle ihmal edilebilir. (3)

Çatlak sonrası burulma rijitliği için henüz kesin bir çözüm yoktur. Lampert tarafından uzay-kafes-kiriş analogisine dayanan denklem önerilmiştir. \*

$$R_{\psi} = 2.1 \times 10^6 \frac{f_{et}}{s} \frac{(b_k \cdot d_k)}{2 \times (b_k + d_k)} (1 + \psi) \quad (14)$$

$$\psi = \frac{F_{el} (s)}{f_{et} (b_k + d_k) \cdot 2} \quad (15)$$

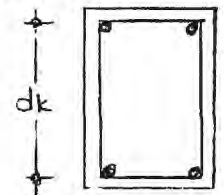
Burada:  $R_{\psi}$ : Çatlak Sonrası burulma rijitliği (kg.cm<sup>2</sup>)

$f_{et}$ : Kesitte Bulunan Etriye Çubuğu Enkesit Alanı (cm<sup>2</sup>)

$s$  : Etriye Aralığı (cm)

$b_k, d_k$ : Donatı Merkezleri Arasındaki Uzaklıklar (cm)

$F_{el}$ : Kesitte Bulunan Boyuna Donatı Alanı (cm<sup>2</sup>)



ŞEKİL: 12

#### 4. BETONARME YAPI ELEMANLARINDA BASİT BURULMA:

Burulmaya maruz betonarme elemanlarda burulma çatlama momentinin oluşması sonucu meydana gelen büyük değişiklikler nedeniyle çatlama momentinin doğru olarak hesaplanması önemlidir.\*Tablo 2' deki burulma momentinin hesabında, Plastik Kayma Gerilmesi  $\tau_b$ 'yi betonun çekme mukavemetine eşitlersek, çatlama momentini elde ederiz.(3)

$$\tau_b = 1.1 \sqrt{f_c} \text{ alınabilir.}$$

Çatlama Momenti, bahsettiğimiz değerleri yerine koyarak;

$$\text{Dikdörtgen kesitlerde: } M_{bç} = \frac{1.1 \sqrt{f_c} x^2}{2} b \left( d_o - \frac{1}{3} b \right) \quad (16)$$

$$\text{Tablialı kesitlerde: } M_{bç} = 1.1 \sqrt{f_c} x^2 / 2 \quad (y - x/3) \quad (17)$$

Formülleri ile hesap edilir.

Deneysel bulgulara uygun olarak, etriye hacmine eşit hacimde boyuna donatı bulundurulması uygun görülmektedir. \*

$$\frac{f_{et} b}{s} = \frac{F_{el}}{U_k} = \frac{M_{be}}{\lambda F_k U_e} \quad (18)$$

Burada  $U_e$ : Donatıdaki gerilme

$M_{be}$  : Donatı tarafından karşılanan burulma momenti

$f_{et} b$  : Burulma için gerekli etriye çubuğunun enkesit alanı

$U_k$  :  $F_k$  alanının çevresi

$s$  : Etriye aralığı

$F_{el}$  : Burulma için gerekli boyuna donatı

$\lambda$  : Katsayı

Yapılan yeni bir çalışmada,  $F_k$  CEB' ce tanımlandığı gibi alındığında,  $\lambda$ ' nın  $\lambda=2.0$  olarak sabit kabul edilebileceği gösterilmiştir. CEB' de göbek alan, boyuna donatı merkezleri arasında kalan alan olarak tanımlanmaktadır.\*

$$F_k = b_k \cdot d_k \quad , \quad U_k = 2(b_k + d_k) \quad (19)$$

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa:365



1971 ACI Şartnamesinde toplam burulma momentinin, donatı ve beton tarafından karşılandığı kabul edilmektedir. \* Beton katkısı çatlama momentinin yarısına eşittir.

$$M_b = M_{be} + \frac{M_{bç}}{2} \quad (20)$$

CEB ve Avrupa görüşünde ise, çatlak sonrası betonun katkısı olabileceği kabul edilmektedir. \*

Yapılan deneylerden çatlak sonrası betonun katkısının %10- %20 dolaylarında olduğu tesbit edilmiştir. Beton katkısı ihmal edilerek, \*  $F_k = b_k \cdot d_k$ ,  $\lambda = 2$  ve  $\sigma_c = \sigma_a$  alınarak (18) denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$M_b = 2.0 \frac{f_{etb}}{g} \sigma_a \cdot b_k \cdot d_k \quad (21)$$

Eğik çatlaklar oluşuncaya kadar burulma momenti beton tarafından, çatlaklar oluşuktan sonra donatı tarafından karşılanmaktadır. \* Minimum kayma donatısı, beton çatlama mukavemeti, donatı mukavemetine eşitlenerek ve  $d_o/b_o = 4$ ,  $b_k \cdot d_k / b_o \cdot d_o = 0.65$  kabulleri yapılarak;

$$\text{Min } \frac{F_{etb}}{g} = 0.4 \frac{\sqrt{\sigma_b^*}}{\sigma_a} b_o \quad \text{bulunur} \quad (22)$$

Bu denklem çeşitli deney sonuçları ile karşılaştırılarak geçerliliği kanıtlanmıştır. \*

$$\text{Kesme kuvvetleri üst sınırı } \text{Max } \tau = 0.20 \sigma_b^* \text{ formülü ile bulunabilir.} \quad (23)$$

### 5. BETONARME YAPI ELEMANLARINDA BURULMA + EĞİLME:

ODTÜ' de yapılan deneylerde çekme donatısı yüzdesi düşük kirişlerde, eğilme momentinin varlığının, burulma momentini azalttığı görülmüştür. Bu azalma %10 - %15 mertebesinde (3)

Lampert, daha sonra Lampert ve Collins uzay - kafes - kiriş modelinden yararlanarak burulma ve eğilmenin aynı anda etkidikleri durumu teorik açıdan incelemişler ve aşağıdaki denklemleri elde etmişlerdir. \*\*

$$r = \frac{F_e'}{F_e} \quad (24)$$

$$r \cdot \left( \frac{M_b}{M_{bç}} \right)^2 + \left( \frac{M}{M_o} \right) = 1 \quad (\text{Alt donatının alma durumu}) \quad (25)$$

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi Sayfa: 366

\*\* Dr. Uğur Ersoy, Betonarmada Burulma, Güven Kitabevi, Sayfa: 28

$$\left(\frac{M_b}{M_{b\zeta}}\right)^2 - \frac{1}{r} \left(\frac{M}{M_0}\right) = 1 \quad (\text{Üst donatının akma durumu}) \quad (26)$$

Eğik çatlamayı belirleyen burulma momenti hesabında, çatlama tekabül eden kayma gerilmesi biraz emniyetli yönde alınır, eğilme momentinin etkisi ihmal edilebilir.(4)

#### 6. BETONARME YAPI ELEMANLARINDA BURULMA + EĞİLME + KESME:

Burulma momenti ve kesme kuvvetinden oluşan kesme çatlakları kirişin iki yüzünde aynıdır. Yalnız burulma çatlakları karşılıklı iki yüzde ters yönde eğimlidir. Bu özellik burulma çatlama ile, kesme kuvvetinden oluşan kesme çatlaklarını birbirinden ayırır.

Burulma + Eğilme + Kesme' den oluşan çekme kuvvetleri ile ilgili çalışmalar kesin sonuca ulaşmamıştır.(3)

Çatlamayı saptayan en geçerli yöntem, 1965 yılında Ersoy ve Ferguson tarafından ortaya atılan karşılıklı etki teorisidir.\*Mises-Tresca kırılma kriterinden yararlanarak çıkarılan diferansiyel denklemin alt sınır çözümünden aşağıdaki denklem elde edilmiştir. \*

$$\left(\frac{M_b}{M_{b\zeta}}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_{\zeta}}\right)^2 = 1 \quad (27)$$

Bu denklemdeki  $M_{b\zeta}$  ve  $Q_{\zeta}$  basit burulma ve burulmanın bulunmadığı durumlardaki çatlama mukavemetini göstermektedir.\*Pratik nedenlerle, bu denklemdeki moment, kuvvetlerin gerilmeler cinsinden ifade edilmesi uygun olur.\*

$$\left(\frac{b}{b_{\zeta}}\right)^2 + \left(\frac{k}{k_{\zeta}}\right)^2 = 1 \quad (28)$$

1971 ACI Şartnamesinde karşılıklı etki teorisine göre hesap yapılması önerilmektedir. \*

Karşılıklı etki teorisinin taşıma gücü için geçerli olduğu yapılan deneylerden anlaşılmıştır.\*Karşılıklı etki teorisi, basit burulma için  $M_{t0}$ , burulmanın bulunmadığı durumda ise,  $Q_0$  ile gösterilirse, taşıma gücü için aşağıdaki formülle ifade edilebilir. \*

$$\left(\frac{M_t}{M_{t0}}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2 = 1 \quad (29)$$

Kesme ve burulmada beton katkısı ihmal edildiği takdirde, Denklem 29 çok basitleşir. \*

$$\left(\frac{f_{et}}{f_{etb}}\right)^2 + \left(\frac{f_{et}}{f_{etk}}\right)^2 = 1 \quad (30)$$

veya

$$\frac{f_{et}}{s} = \sqrt{\left(\frac{f_{etk}}{s}\right)^2 + \left(\frac{f_{etb}}{s}\right)^2} \quad (31)$$

$f_{et}$ = gerekli toplam kayma donatısı alanı (çubuk enkesit alanı)

$f_{etb}$ = burulma için gerekli etriye çubuğu enkesit alanı

$f_{etk}$ = kesme için gerekli etriye çubuğu enkesit alanı

Denklem 28' de  $\tau_{bç}$  yerine (basit burulma çatlama gerilmesi),  $\tau_{bç}=1.1\sqrt{\sigma_b^*}$  burulmasız çatlama gerilmesi yerine  $\tau_{kç}=0.70$  kabullerini yapıp, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir. \*

$$0.8\tau_b^2 + 2.0\tau_k^2 \leq \sigma_b^* \quad (32)$$

Bir kesitin taşıyabileceği maksimum kayma gerilmesi ( emniyet) karşılıklı etki teorisinden elde edilebilir. Elde edilen denklem basitleştirilerek doğrusal bir denklemle gösterilebilir. \*

$$\tau_{em} = \tau_b + \tau_k = \left[0.4 \frac{\tau_b}{\tau_k} + 0.70\right] \sqrt{\sigma_b^*} \leq 1.1 \sigma_b^* \quad (33)$$

Kesme kuvvetine maruz, kayma donatılı kiriş taşıma gücüne göre; aşağıda verilen eğik çatlama mukavemetine kadar emniyetle yük taşır. \*\*

$$\tau_{kç} = 0.53 \sqrt{\sigma_b^*} \quad (33)$$

Kesme kuvvetine göre minimum donatı yüzdesi, donatı mukavemeti, betondaki eğik çatlama mukavemetine eşitlenerek bulunur. \*\*\*Aşağıdaki denklemde beton çatlama mukavemeti, emniyet açısından %40 azaltılmıştır. \*\*\*

\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi, Sayfa:369

\*\* Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi, Sayfa:327

\*\*\*Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitabevi, Sayfa:328

$$(Fet)_{\min} \sigma_a = Q = \frac{0.53}{1.66} \sqrt{\sigma_b^*} (b_0 \cdot s)$$

$$\min \frac{Fet}{s} = 0.32 \frac{\sqrt{\sigma_b^*}}{\sigma_a} \text{ bo bulunur. Etriye çift kollu kabul edilirse; *}$$

$$\min \frac{Fet}{s} = 0.15 \frac{\sqrt{\sigma_b^*}}{\sigma_a} \text{ bo yazılabilir. *} \quad (34)$$

(22) Denklemi ile (34) denklemi karşılaştırılırsa, burulma kesmenin birlikte birlikte etki etmeleri durumunda katsayısının 0.15 - 0.40 arasında değiştiği görülecektir. Bu değişim yaklaşık olarak aşağıdaki denklemle gösterilebilir. (3)

$$(\min) \frac{fet}{s} = 0.15 \frac{\sqrt{\sigma_b^*}}{\sigma_a} \text{ bo } (1.0 + 0.50 \frac{\tau_b}{\tau_k}) * \quad (35)$$

Yukarıdaki denklemin kullanılması için gerekli şart:  $\tau_b / \tau_k \geq 3.0$  olmasıdır. Betondaki ezilmeyi önlemek için toplam kayma gerilmesine üst sınır koymak için, karşılıklı etki teorisinin kullanılması gerekir. \*

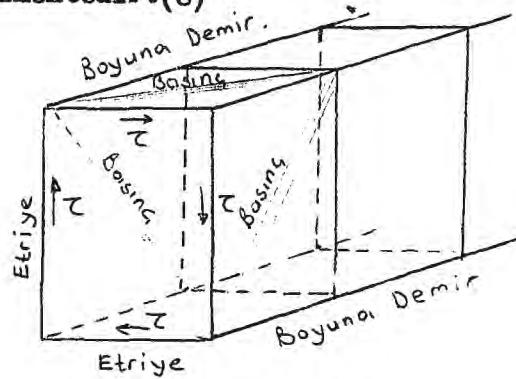
$$\tau_{\max} = \tau_b + \tau_k = 0.20 \sigma_b^* \quad (36)$$

#### 7. BURULMAYA MARUZ BETONARME YAPI ELEMANLARINDA MEYDANA GELEN GERİLMELER:

Burulmaya maruz betonarme kesitlerde kayma gerilmeleri meydana gelir. Kayma gerilmeleri donatı ve beton tarafından karşılanır.

##### 7.1. Dikdörtgen Kesitli Betonarme Elemanlarda Burulma Gerilmeleri:

Dikdörtgen kesitlerde burulma momentinin meydana getirdiği kayma gerilmelerinin alınması "UZAY-KAFES KİRİŞ ANOLOJİSİ" ile açıklanmaktadır. Uzay kafes kiriş modeli Şekil:13' de görülmektedir. (8)



ŞEKİL:13

Uzay kafes sisteminde, donatı çekme kuvvetlerini, beton basınç kuvvetlerini almaktadır. Eğer kesit burulma momentini taşıyamazsa; Betonda çatlama ve ezilme, donatıda akma meydana gelmekte, dolayısıyla o kesitte Plastik mafsallı oluşmaktadır.

\*Dr. Uğur Ersoy, Dr. Ergin Atımtay, Betonarme, Güven Kitapevi, Sayfa:370

Uzay kafes sistemi meydana getiren elemanlar boydemir ve etriyelerdir. Pliyeler ise burulmada gerilme almazlar.

Dikdörtgen Kesitlerde en büyük burulma gerilmesi uzun kenarın ortasında meydana gelir. (5)

Burulma etkisinde kalan bir kirişte boy uzaması olur. Dolayısıyla etriyeler birbirinden uzaklaşmak ister. Boydemirler bu uzaklaşmayı önler. (2)

Burulmadan meydana gelen kayma gerilmeleri ve bu gerilmeleri karşılayacak donatı hesabı, kesme kuvveti hesabı gibidir.

Burulmadan dolayı kesitin çatlayıp çatlamadığı aşağıdaki formüllerle hesap edilir. (3)

$$\tau_{max} = 1.1 \sqrt{\sigma_b^*} \text{ (Taşıma Gücü)} \quad (37)$$

$$\tau_{max} = 0.5 \sqrt{\sigma_b^*} \text{ (Emniyet Gerilmeleri Yöntemi)}$$

Burulma + Kesme aynı anda etki ederse, kesitin çatlayıp çatlamadığı, burulma ve kesmenin oluşturduğu asal gerilmelerin karelerini toplamak suretiyle hesap edilir

$$(0.8 \tau_b^2 + 2.0 \tau_k^2) \leq \sigma_b^* \text{ (Taşıma Gücü)} \quad (38)$$

$$(4 \tau_b^2 + 8 \tau_k^2) \leq \sigma_b^* \text{ (Emniyet Gerilmeleri Yöntemi)}$$

Ancak yukarıdaki formüllerin kullanılabilmesi için gerekli şart;

$\tau_b / \tau_k \leq 3.0$  olmasıdır.

Burulma ve kayma gerilmeleri toplamaları emniyetli sınırı aşmamalıdır.

$$\tau_{max} = \tau_b + \tau_k \text{ olmalıdır.} \quad (39)$$

Burulmadan meydana gelen kayma emniyet gerilmeleri aşağıdaki formüllerle hesaplanır. (3)

$$\tau_{max} = 0.20 \sigma_b^* \text{ (Taşıma Gücü)} \quad (40)$$

$$\tau_{max} = 0.10 \sigma_b^* \text{ (Emniyet Gerilmeleri Yöntemi)}$$

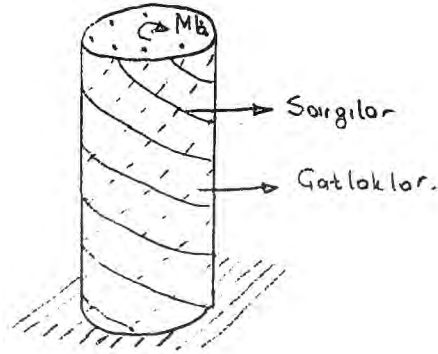


## 7.2. Dairesel Kesitli Betonarme Elemanlarda Burulma Gerilmeleri:

Dairesel Kesitlerde, burulmadan meydana gelen gerilmelerde donatı çekmeye beton basınca çalışır. Donatı spiral salgı ve boydemirdir.

Dairesel kesitlerde burulma gerilmesi hali basit kayma olduğu için, asal gerilmeler çubuk eksenine ile 45 derece açı yapacaklardır. (5)

Dairesel kesitlerde burulmadan meydana gelen çatlaklar ve bu gerilmeleri karşılayacak spiral salgıların durumu Şekil-14' de görülmektedir.



ŞEKİL: 14

## 8. BURULMA GERİLMELERİNİN VE BİRİM DÖNMELERİN HESABI:

### 8.1. Dairesel Kesitler:

$$\text{Max } \tau_b = \frac{16 Mb}{\pi \cdot D^3} \quad (\text{Kayma Gerilmesi})$$

$$\omega = \frac{32 Mb}{G \cdot \pi \cdot D^4} \quad (\text{Birim Dönme})$$

### 8.2. Kare Kesitler:

$$\text{Max } \tau_b = \frac{4.81 Mb}{b^3} \quad (\text{Kayma Gerilmesi})$$

$$\omega = \frac{Mb}{0.141 G b^4} \quad (\text{Birim Dönme})$$

### 8.3. Dikdörtgen Kesitler:

Dikdörtgen kesitlerdeki kayma gerilmesi ve birim dönme Tablo-3' den alınan katsayılarıyla hesap edilir. (1)

$$\tau_{b \text{ max}} = \frac{\eta_1 \cdot Mb}{b \cdot d} \quad (\text{Kayma Gerilmesi})$$

$$\omega = \frac{\eta_2 \cdot Mb}{b^3 d G} \quad (\text{Birim Dönme})$$

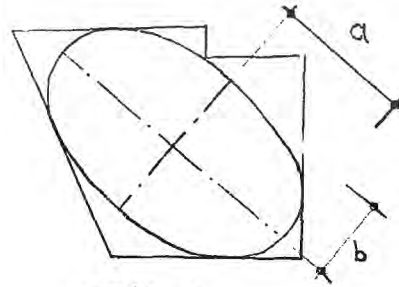
d/b	1.00	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
$\eta_1$	4.81	4.33	4.07	3.74	3.55	3.35	3.26	3.13	3.00
$\eta_2$	1.00	0.858	0.796	0.753	0.745	0.743	0.743	0.743	0.743
$\eta_3$	7.14	5.10	4.36	3.81	3.56	3.35	3.26	3.13	3.00

DİKDÖRTGEN KESİTLERDE BURULMA GERİLMESİ VE DÖNME AÇISI HESABI İÇİN  
 $\eta$  DEĞERLERİ **TABLO-3**

Tablo-3' de  $\eta$  katsayıları d/b oranına göre bulunur.  $\eta_1$  ile kayma gerilmesi,  $\eta_2$  ile kısa kenar ortasındaki gerilme,  $\eta_3$  ile birim dönme hesap edilir.

#### 8.4. Gelişigüzel Kesitler:

Gelişigüzel kesitlerde kayma gerilmesi ve birim dönme, kesit içine çizilebi-  
 len en büyük elipsle belirlenir.



ŞEKİL:15

$$\tau_{b \max} = \frac{2 Mb}{a b^2}$$

(Kayma Gerilmesi)

(41)

$$\omega = \frac{Mb}{G} \frac{a^2 + b^2}{3 a b^3}$$

(Birim Dönme)

#### 9. BURULMA + EĞİLME + KESME ETKİSİNDE KALAN BETONARME SİSTEMLERDE KAYMA GÜVENLİK GERİLMELERİ:

Burulmadan ve eğilmeden ileri gelen kayma gerilmeleri ayrı ayrı hesap edilir.  
 Bulunan bu değerler toplanır. Gerilmeleri karşılaştırmak için TABLO-4 kullanılır.



BETON KALİTESİ		B160	B225	B300
Yalnız Burulma Tesiri	Min	5	8	7
	Max	16	16	20
Burulma + Eğilme + Kesici Kuvvet Tesiri	Min	8	3	10
	Max	20	23	26

BETON KALİTESİNE GÖRE KAYMA EMNİYET GERİLMELERİ

TABLO-4

Hesapla bulunan  $\tau$  ,  $\tau_{em}$ ' i aşıyorsa kesit yetersiz gelmektedir. Burulmaya maruz kesit değiştirilir ve bulunan  $\tau$  ,  $\tau_{em}$ ' den küçük oluncaya kadar işleme devam edilir.

#### 10. BURULMA DONATISININ HESABI:

Burulma donatısı gerilmelerden bağımsız olarak hesaplanır. Yani betonun burulma momenti almadığı kabulü yapılır. Lamert denkleminin çıkarılmasında etriye ve boyuna donatının uzay kafes kirişin çekme elemanları, betonun ise basınç diyağonalı olarak çalıştığı kabulü yapılmıştır.

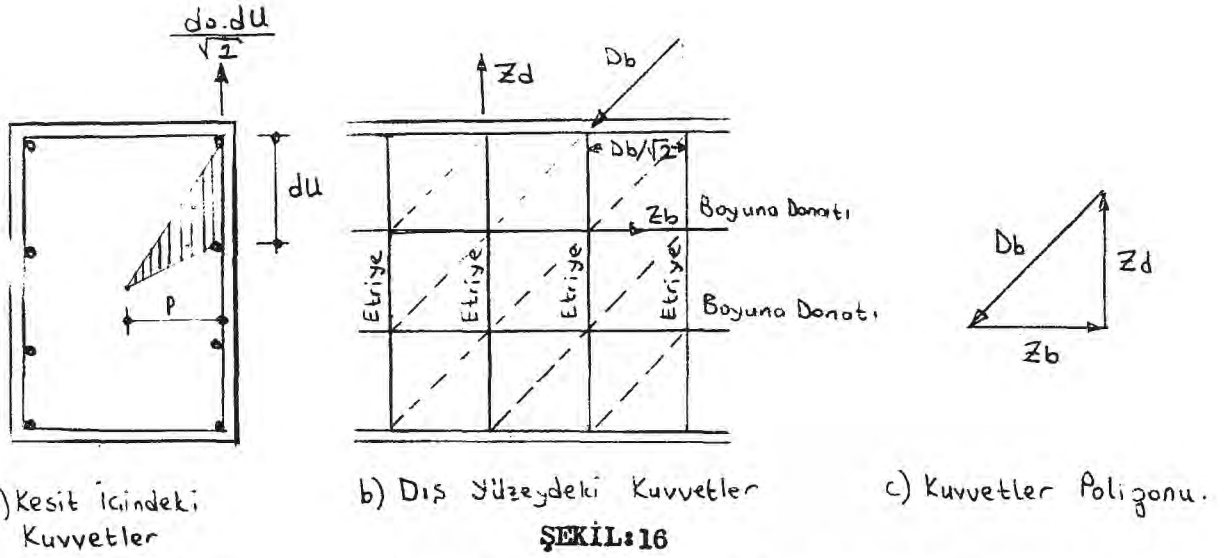
Donatı hesabı yapılırken, ilk önce kesit çevresinde meydana gelen kayma kuvveti hesap edilir. Eğer kesit yeterli ise donatı hesabına geçilir.

Burulmaya maruz bir kesitte birim boya gelen donatı ( Boydemir + Etriye ) alanını fel olarak gösterelim. Beton basınç kuvveti  $D_b$  ile, boydemir çekme kuvveti  $Z_b$  ile, etriye çekme kuvveti  $Z_d$  ile gösterilirse, kuvvetlerin dengede oluşundan; \*

$$Z_b = Z_d = \frac{D_b}{\sqrt{2}} = \sigma_e \cdot f_e \text{ yazabiliriz.} \quad (42)$$

Kesit çevresindeki  $dU$  boyuna etkiyen kuvvet  $D_b$ 'nin izdüşümü olup,  $D_b \cdot dU / \sqrt{2}$  eşittir ve bunların bileşkesi burulma momenti dengede bulunmalıdır.  $dU$ ' nun merkeze uzaklığı  $p$  ile gösterilirse, merkeze göre moment ;

$$dM_b = \frac{1}{\sqrt{2}} D_b \cdot p \cdot dU \text{ yazılabilir.} \quad (43)$$



Burada  $\int p \cdot dU$  taraflı alanın iki katına eşittir. Etriyelerin içinde kalan çekirdek alan  $F_k$  ile gösterilirse;

$$\int_U p \, dU = 2F_k \text{ olur.} \quad (44)$$

Bulduğumuz bu değeri (43) denkleminde yerine yazarsak;

$$M_b = \int_U dM_b = \frac{1}{\sqrt{2}} D_b \int_U p \, dU = \sqrt{2} \cdot D_b \cdot F_k \text{ elde edilir.} \quad (45)$$

(42) denkleminde  $\frac{D_b}{\sqrt{2}}$  nin değerini (45) denkleminde yerine yazarsak;

$$f_e = \frac{M_b}{2 \cdot \sigma_e \cdot F_k} \text{ bulunur.} \quad (46)$$

(46) denklemi ile birim boy için gerekli donatı alanı hesaplanır.

$$F_k = b_k \cdot d_k \text{ formülü ile hesaplanır. Boyutu } cm^2 \text{ dir.} \quad (47)$$

Kesitteki boyuna çubukların alanı;

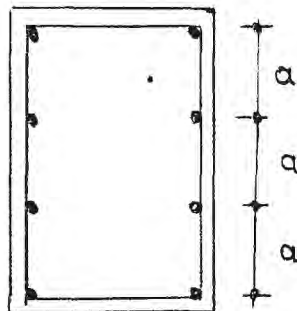
$$F_{el} = \frac{M_b \cdot U}{2 \cdot \sigma_e \cdot F_k} \text{ formülü ile hesaplanır.} \quad (48)$$

Burada:  $U$ : Çekirdek alanın çevresidir. Boyutu  $cm$ 'dir.

$$U = 2(b_k + d_k) \text{ formülü ile hesaplanır.} \quad (49)$$

Eğer boyuna çubuklar kesite  $a$  kadar mesafe ile yerleştirilecek olursa bir çubuğun alanı;

$$F_{el} = \frac{M_b \cdot a}{2 \cdot \sigma_e \cdot F_k} \text{ Formülü ile hesaplanır.} \quad (50)$$



ŞEKİL-17

L m. uzunluk için gerekli etriye;

$$F_{et} = \frac{M_b l_b}{2 \cdot \sigma_e \cdot F_k} \text{ Formülü ile hesaplanır.} \quad (51)$$

Dairesel kolonlardaki 45 derece eğimli spiral sargıların birim boydaki donatı alanı; (2)

$$F_{el} = \frac{0.707 \cdot M_b}{2 \cdot \sigma_e \cdot F_k} \text{ Formülü ile hesap edilir.} \quad (52)$$

11. BURULMA İLE İLGİLİ TS 500 ( MART 1982 ) HÜKÜMLERİ VE ELEŞTİRİSİ:

TS 500'de Yapı sistemlerinde görülen burulma, DENGELİ ve UYGUNLUK burulması olarak ikiye ayrılmaktadır.(7)

Burulmadan meydana gelen kayma gerilmesi hesabı yapılırken eğilmeden oluşan kayma gerilmesi ile burulmadan oluşan kayma gerilmesi toplanmalıdır.

Hesapla bulunan kayma gerilmesi, kayma emniyet gerilmesi alt sınırını aşmıyor kesite minimum etriye konması zorunludur.(3)(7)

Burulma için gerekli etriye ve boyuna çubuk alanları aşağıdaki formülle hesaplanmalıdır. \*

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T}{2 \cdot A_e \cdot \sigma_{ws}} = \frac{A_{g1}}{U_e}$$

Burada:

A<sub>ot</sub>: Etriye çubuğunun kesit alanı

A<sub>e</sub> : Köşelerdeki boyuna donatı merkezleri arasındaki alan

U<sub>e</sub> : A<sub>e</sub> alanının çevre uzunluğu

A<sub>g1</sub>: Burulma için gerekli boyuna donatı alanı

σ<sub>ws</sub>: Etriye için emniyet gerilmesi

Burulma için etriye kesit alanı aşağıdaki formülle hesaplanır. \*

$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{sw}}{n_s} + \frac{A_{ot}}{s} = \frac{s \cdot b_w}{n \cdot \sigma_{ws}} + \frac{T}{2 \cdot A_e \cdot \sigma_{ws}}$$

\*TS 500 (Mart 1982) Sayfa: 51

### 11.1. T.S.500'ün ELEŞTİRİSİ:

İlk görünüşte T.S.500 burulmayı "Denge" ve "Uygunluk" burulması olarak ikiye ayırmaktadır. Fakat denge ve uygunluk burulmasına örnekler yeterli derecede verilmemiştir. Buda okuyucunun zihnini kurcalamaktadır.

Burulma problemini taşıma gücüne göre çözmek için gerekli formüller açık bir şekilde verilmemiştir. Uygulama esnasında proje müelliflerini güç durumda bırakabilir.

Yeni T.S.500 (Mart 1982) , bir evvelki T.S.'deki şartnamelerin belirli hükümlerinde kullanılabilir kaydı ile yayınlamıştır. Burulmayı taşıma gücü yöntemine veya elastik yönteme göre boyutlandırmak, proje müellifinin arzusuna bırakılmıştır.

Yeni T.S.500 elastik yöntemden, taşıma gücü yöntemine geçiş için bir köprü görevi görmektedir.

## 12. BURULMA İLE İLGİLİ ÖRNEK PROBLEMLER:

12.1. Yük Ve Boyutları İle Malzeme Cinsi Verilen Merdiven Kirişinin Eğilme Ve Burulmaya Göre Emniyet Gerilmeleri Yöntemi İle Hesabı:

Malzeme; B160 Bst. 22/34

Yükler:

Plak öz ağırlığı .....  $0.15 \times 2.400 = 0.360 \text{ t/m}^2$

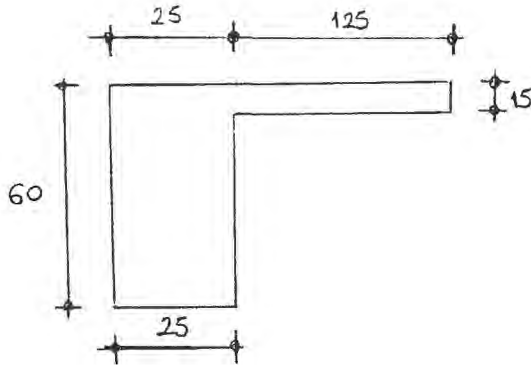
Basamak .....  $0.17 \times \frac{1}{2} \times 2.2 = 0.190 \text{ t/m}^2$

Sıva + Kaplama ..... = 0.160 "

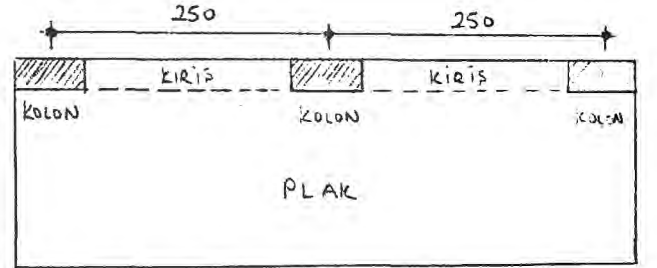
$$g = 0.710 \text{ "}$$

$$p = 0.350 \text{ "}$$

$$q = 1.06 \text{ t/m}^2$$



ENKESİT



MERDİVEN PLANI

ŞEKİL: 18

Merdiven plağı hesabı:

$$q' = 1.06 \times 1.25 = 1.33 \text{ t/m}$$

Konsol Momenti:

$$M = q' \cdot b^2 / 2 = 1.33 \times 1.25^2 / 2 = 1.05 \text{ t/m}$$

$$13 = kh \sqrt{\frac{105}{100}} \quad kh = 12.69 \quad ke = 0.800$$

$$Fe = 0.800 \frac{105}{13} = 6.46 \text{ cm}^2 \quad \text{Donatı } \phi 10/11 \text{ Üstte } \phi 8/20 \text{ Dağıtma.}$$

Kiriş Hesabı:

Döşemeden:  $0.455 \times 1.33 = 0.605 \text{ t/m}$

Duvar:  $0.25 \times 3 \times 1.9 = 1.350 \text{ ''}$

Kiriş öz ağırlığı:  $0.25 \times 0.60 \times 2.40 = 0.360 \text{ ''}$

---

$$q = 2.32 \text{ t/m}$$

Açıklık Momenti  $0.070 \times 2.50 \times 2.32 = 1.02 \text{ tm.}$

Min. Mesn. Momenti  $-0.125 \times 2.50 \times 2.32 = -1.82 \text{ ''}$

Kesme Kuvveti  $0.625 \times 2.50 \times 2.32 = 3.65 \text{ ''}$

Eğilme Donatısı:

$M_{max} = 1.82 \text{ tm.}$

$kh = 57 / \sqrt{1.82/25} = 21 \quad k_e = 0.767$

$F_e = 0.767 \times 182 / 57 = 2.45 \text{ cm}^2$

Min Donatı =  $25 \times 60 \times 0.004 = 6 \text{ cm}^2$

Seçilen Donatı = 4  $\phi$  14 (2 pliye + 2 Düz)

Kayma ve Burulma Hesabı:

$Q = 3.65 \text{ ton}$

$\tau_k = \frac{3650}{25 \times 57 \times 0.90} = 2.85 \text{ kg/cm}^2 < 6.00 \text{ kg/cm}^2$

$\text{tg } \alpha = \frac{17}{30} = 0.570 \quad \text{Cos } \alpha = 0.870$

Kirişin yatay düzlemdeki boyu :  $250 / 0.870 = 289 \text{ cm}$

Kirişin metresine gelen burulma momenti;

$M_f = 0.83 \times 2.89 / 2 = 1.20 \text{ t.m}$

$d / b = 60 / 25 = 2.40$

Bu değere göre TABLO-3'den  $\tau_3 = 3.94$  (Tatonmanla )

$\tau_b = \frac{\tau_3 \cdot M_b}{b^2 \cdot d} = \frac{3.94 \times 120000}{25^2 \times 60} = 12.61 \text{ kg/cm}^2$

$\tau_{em} = \tau_k + \tau_b$  olması gerekir.

$\text{Max } \tau = \tau_k + \tau_b = 12.61 + 2.85 = 15.46 \text{ kg/cm}^2$

Bulduğumuz bu değer Tablo-4' deki kayma emniyet gerilmeleri ile karşılaştırıldı

$\text{Max } \tau = 15.46 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{em} = 20.00 \text{ kg/cm}^2$ , 0 halde kesit yeterlidir.

Kısa kenar ortasındaki gerilme;

$\tau = \eta_2 \cdot \tau_b$  formülü ile hesaplanır. katsayısı Tablo-3' den bulunur.

$$\tau = 0.770 \times 17.61 = 9.71 \text{ kg/cm}^2$$

Birim dönme  $\omega = \eta_3 \cdot \frac{Mb}{b^3 \times d \times G}$  formülü ile bulunur.

$$G = 6300 \cdot \sigma_b^*, \quad \sigma_b^* = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = 6300 \cdot 100 = 63000 \text{ kg/cm}^2$$

Tablo-3' den  $\eta_3 = 4.03$  bulunur

$$\omega = \frac{4.03 \times 120000}{25^3 \times 60 \times 63000} = 8.18 \times 10^{-6} \text{ Rad / cm}$$

Boyuna burulma donatısı hesabı:

$$U_k = 2 \times (b_k + d_k) = 2 \times (20 + 55) = 150 \text{ cm}$$

$$F_k = b_k \times d_k = 20 \times 55 = 1100 \text{ cm}^2$$

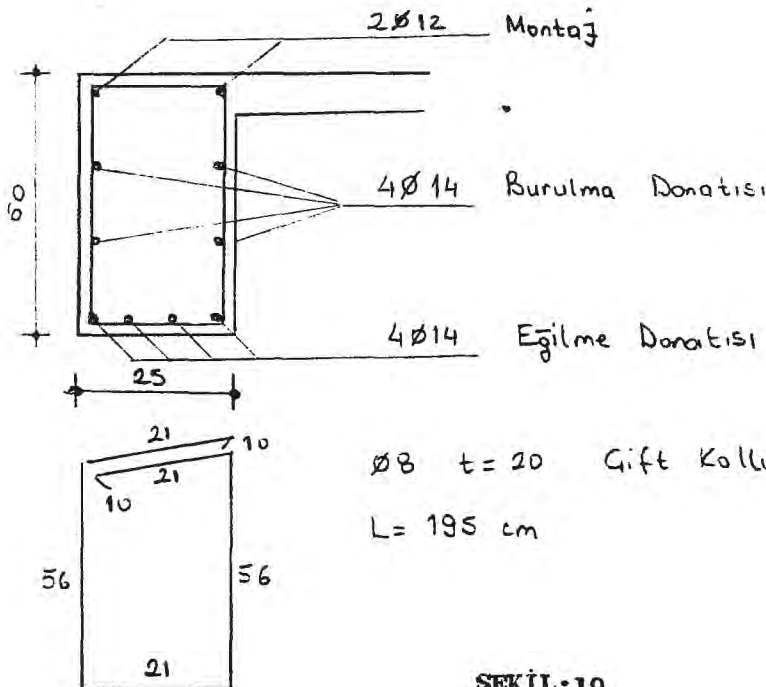
$$F_{el} = \frac{Mb \times U_k}{2 \times \sigma_e \times F_k} = \frac{120000 \times 150}{2 \times 1400 \times 1100} = 5.84 \text{ cm}^2$$

Seçilen donatı : 4  $\phi 14$  (6.16 cm<sup>2</sup>)

1 metre için gerekli etriye:

$$F_{et} = \frac{Mb \times l_b}{2 \times \sigma_e \times F_k} = \frac{120000 \times 100}{2 \times 1400 \times 1100} = 3.90 \text{ cm}^2$$

Seçilen donatı:  $\phi 8$  t=20 cm (5.03 cm<sup>2</sup>)



ŞEKİL:19



12.2; 1. Örnekte yük ve boyutları verilen merdiven kirişinin eğilmeye göre elastik yöntemle, burulmaya göre plastik yöntemle hesabı:

Merdiven kirişinin eğilmeye göre hesabı 1. örnekte yapılmıştır.

Eğilme donatısı : 4 Ø 14 ( 2 Düz + 2 Pliye )

$$Q = 3.65 \text{ ton}$$

Mb = 1.20 t.m. değerleri hesaplanmıştır.

$$\tau_k = \frac{Q}{b \times k_z \times h} = \frac{3650}{25 \times 0.9 \times 57} = 2.85 \text{ kg/cm}^2 < 6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_b = \frac{2 Mb}{b_o^2 (d - b_o/3)} = \frac{2 \times 120000}{25^2 (60 - 25/3)} = 7.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \tau_b + \tau_k = 2.85 + 7.44 = 10.29 \text{ kg/cm}^2$$

Çatlama gerilmesinin hesabı :  $\sigma_b^* = 140 \text{ kg/cm}^2$

$$\tau_b / \tau_k = 7.44 / 2.85 = 2.61 < 3.00$$

$$\tau_{\phi} = 0.8 \tau_b^2 + 2.0 \tau_k^2 = 0.8 \times 7.44^2 + 2 \times 2.85^2 = 60.57 \text{ kg/cm}^2 \quad 140 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{em} = 1.1 \sqrt{\sigma_b^*} = 1.1 \sqrt{140} = 13.02 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = 10.29 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{em} = 13.02 \text{ kg/cm}^2$$

$$b_k = 20 \text{ cm} , d_k = 55 \text{ cm}$$

$$\frac{f_{tk}}{s} = \frac{\tau_k \cdot b_o}{2 \cdot G_e} = \frac{2.85 \times 25}{2 \times 1400} = 0.0254$$

$$\frac{f_{tb}}{s} = \frac{M_b}{2 \cdot (b_k \cdot d_k) \cdot G_e} = \frac{120000}{2 \times 20 \times 55 \times 1400} = 0.0390$$

$$\frac{f_{et}}{s} = \sqrt{\left(\frac{f_{tb}}{s}\right)^2 + \left(\frac{f_{tk}}{s}\right)^2} = \sqrt{0.0254^2 + 0.0390^2} = 0.0465$$

Kesite yerleştirilecek burulma etriyesi;

$$\frac{f_{tb}}{s} = 0.0254 \text{ Seçilen donatı } \phi 10 , t = 16.5 \text{ cm}$$

Boyuna donatı ;

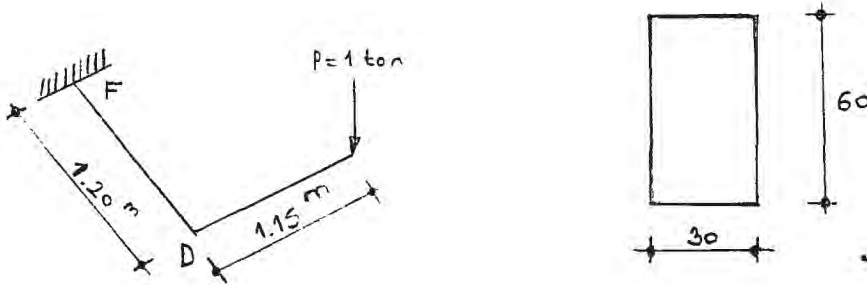
$$F_{el} = \frac{f_{tb}}{s} \cdot 2 \cdot (b_k + d_k) = 0.0254 \times 2 \times (20 + 55)$$

$$F_{el} = 3.81 \text{ cm}^2 \text{ Seçilen donatı } 2 \phi 16 (4.02 \text{ cm}^2)$$

### 12 . 3 ; Denge Burulması ile ilgili örnek

Aşağıda boyutları verilen konsol kirişin burulmaya göre donatı hesabı.

Malzeme : B.160 , Bst 22/34



ŞEKİL : 20

D noktasında burulma momenti:  $M_D = 1 \times (1.20 - 0.15) = 1.15 \text{ t.m.}$

F noktasındaki eğilme momenti:  $M_F = 1 \times 1.20 = 1.20 \text{ t.m.}$

Bu sistemde maksimum kayma gerilmeleri F noktasında meydana gelir. Plastik mafsallın yeride bu nokta olacaktır.

$b/d = 60/30 = 2.00$  Tablo 3 ten  $\eta_1 = 4.07$  bulunur.

Kesitle burulmadan meydana gelen kayma gerilmesi

$$\tau_b = \frac{\eta_1 \times Mb}{b^2 \times d} = \frac{4.07 \times 115000}{30^2 \times 60} = 8.67 \text{ kg/cm}^2$$

Kesmeden meydana gelen kayma gerilmesi

$$\tau_k = \frac{1000}{30 \times 0.90 \times 60} = 0.62 \text{ kg/cm}^2$$

$\tau = \tau_b + \tau_k = 8.67 + 0.62 = 9.29 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{em} = 20 \text{ kg/cm}^2$  Kesit Yeterli

$$F_k = b_k \cdot d_k = 25.55 = 1375 \text{ cm}^2$$

$$U_k = 2(b_k + d_k) = 2 \cdot (25 + 55) = 160 \text{ cm.}$$

$$\text{Burulma için gerekli boyuna donatı} = F_{el} = \frac{M_b \times U_k}{2 \times \sigma_{ex} \times F_k} = \frac{115 \times 000 \times 160}{2 \times 1400 \times 1375} = 4.78 \text{ cm}^2$$

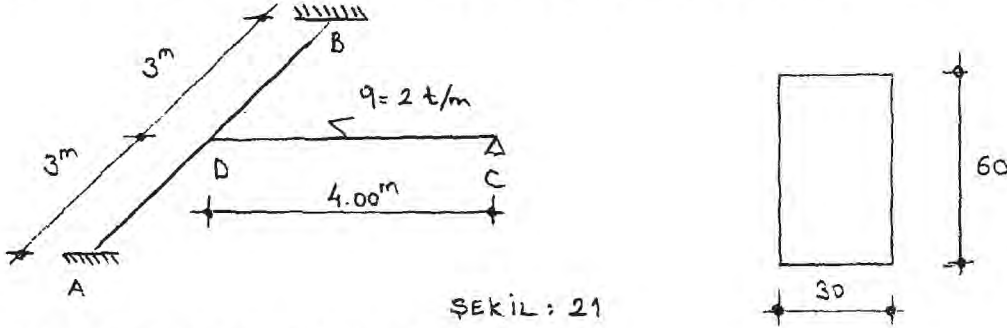
Seçilen Donatı :  $4\phi 14$  (  $6.16 \text{ cm}^2$  )

1 Metre için gerekli etriye.

$$F_{et} = \frac{M_b \times b}{2 \times \sigma_{ex} \times F_k} = \frac{115000 \times 100}{2 \times 1400 \times 1375} = 2.98 \text{ cm}^2 \quad \text{Seçilen Donatı : } \phi 8 \text{ t} = 25 \text{ cm}^2 \text{ ( } 4.02 \text{ cm}^2 \text{ )}$$

12.4 : Uygunluk burulması ile ilgili örnek

Aşağıda geometrik özellikleri verilen A-B kirişinin burulmaya göre tahkiki;



CD kirişinde mesnetlerdeki dönme

$$\varphi_c = \varphi_D = \frac{q \cdot l^3}{24 EJ}$$

$$J = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{30 \cdot 60^3}{12} = 540.000 \text{ cm}^4$$

$$E = 21000 \sqrt{G_b^*} = 250000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varphi_c = \varphi_D = \frac{20 \cdot 400^3}{24 \times 250000 \times 540000} = 0,000395 \text{ rad.}$$

D mesnedindeki dönmeden dolayı AB kirişinde meydana gelecek birim dönme açısı, dönmenin burulma açıklığına bölünmesiyle bulunur.

$$w = \frac{\varphi}{L_b} = \frac{0,000395}{300} = 0,00000132 \text{ rad/cm.} < 10 \times 10^3 \text{ rad/cm}$$

Birim dönmeden meydana gelen burulma momentinin hesabı

$$w = \frac{\tau_3 \cdot Mb}{b^3 \cdot d \cdot G} \quad Mb = \frac{w \cdot b^3 \cdot d \cdot G}{\tau_3}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{60}{30} = 2 \quad \tau_3 = 4,36 \text{ bulunur.} \quad G = 0,3 \times E = 75.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$Mb = \frac{0,00000132 \cdot 30^3 \cdot 60 \cdot 75.000}{4,36} = 36697 \text{ kg.cm} = 0,37 \text{ t.m.}$$

Görüldüğü gibi hesap sonucu bulunan uygunluk burulması ihmal edilecek mertebededir.

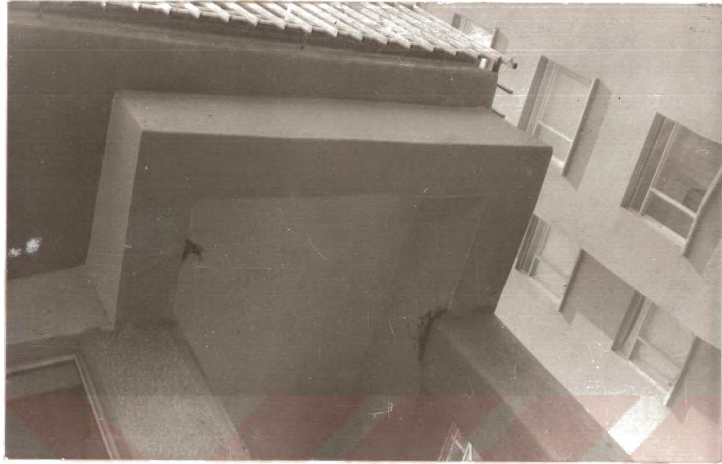
13. İNCELEME:

DENGE BURULMASINA MARUZ BİNA İLE İLGİLİ FOTOĞRAFLAR

İlimizin Kurtuluş Mahallesi, Ziyapaşa Caddesi, Çelikkanat Yapı Kooperatifi D Blok bitişiğinde bulunan bir binada betonarme sistemin hatalı kurulmasından dolayı, konsol kirişte denge burulması meydana gelmiştir. Burulma sonucu konsol kirişte açılmal dönme meydana gelmiş, sonuçta binada çatlaklar oluşmuştur.

Deformasyonları asaltmak ve binanın çatlamasını durdurmak için çatlayan kiriş, kârgir bir kolonla desteklenmiştir. Bina ile ilgili fotoğraflar aşağıda gösterilmiştir.





#### SONUÇ

Betonarme yapı elemanlarında burulma önemli bir olaydır. Fakat günümüzde burulma ikinci derecede bir olay olarak dikkate alınmaktadır.

Burulma ile oluşan kayma gerilmeleri aşırı kayma donatısı gerektirir. Dolayısıyla maliyeti artırır.

Betonarme yapılarda Denge burulması meydana getirecek şekilde hatalı sistemlerin kurulmasından dolayı sistemde plastik mafsall oluşmaktadır. Bunun sonucunda yapıda çatlamlar meydana gelmektedir.

Uygunluk burulmasından dolayı betonarme yapılarda plastik mafsall oluşmaz.

Sonuç olarak burulmaya sebep olacak geometrik sistemlerden mümkün mertebe kaçınmak ekonomik olacaktır.

M. Yılmaz BENAKAY

ESKİŞEHİR - 1982

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- (1) Aka İsmet, Keskinel Fikret, Arda Tevfik Seno, Betonarmeye Giriş,  
6. Baskı, Birsen Kitabevi.
- (2) Gündüz Altay, Betonarme, İstanbul, Matbaa Teknisyenleri Basımevi,  
1. Baskı, 1979.
- (3) Ersoy Uğur, Atımtay Ergin, Betonarme, Güven Kitabevi.
- (4) Ersoy Uğur, Betonarmede Burulma, Güven Kitabevi, 1975.
- (5) İnan Mustafa, Cisimlerin Mukavemeti, Doyuran Matbaası, 4.Baskı.
- (6) Popov Egor P., Demiray Hilmi, Mukavemet, Çağlayan Kitabevi.
- (7) T.S. 500, Mart 1982
- (8) Çetmeli Enver, Yeni Alman Betonarme Şartnamesi (DIN 1045 - 1972)  
İstanbul, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, 1974