

**GaSb/InAs TİP-II SÜPERÖRGÜLERDE  
ELEKTRON-DEŞİK ETKİLEŞMELERİ**

Tuğba ERTEN  
Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı  
Temmuz-2010

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Tuğba Erten'in "GaSb/InAs Tip-II Süperörgülerde Elektron-Deşik Etkileşmeleri" başlıklı Fizik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 05.07.2010 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. YÜKSEL ERGÜN	.....
Üye	: Prof. Dr. ALİ GÜNGÖR	.....
Üye	: Prof. Dr. SEZAI ELAGÖZ	.....
Üye	: Doç. Dr. CEM YÜCE	.....
Üye	: Yard. Doç. Dr. ABİDİN KILIÇ	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

**ÖZET****Yüksek Lisans Tezi****GaSb/InAs TİP-II SÜPERÖRGÜLERDE  
ELEKTRON-DEŞİK ETKİLEŞMELERİ****Tuğba ERTEN****Anadolu Üniversitesi****Fen Bilimleri Enstitüsü****Fizik Anabilim Dalı****Danışman: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN****2010, 75 sayfa**

GaSb-InAs süperörgü yapılarında arınmış bölgedeki banddan banda uyarılma kızılötesi ışığı algılamada kullanılabilir. GaSb-InAs yapılarında elektron ve deşiklerin ayrı ara yüzeylerde bulunmalarından dolayı ara yüzeylerde dalga fonksiyonu örtüşmesi zayıf olur. Geri besleme voltajı uygulanarak elektron ve deşik dalga fonksiyonlarının örtüşmeleri artırılabilir. Böylece algılamayı azaltıcı bir mekanizma olan Auger mekanizmasını baskılanır.

Bu tezde InAs/GaSb Tip II süperörgü yapılarında elektron deşik etkileşimleri incelenmiştir. Kronig-Penney Yöntemi ve Etkin Kütle Yaklaşımı kullanılarak band aralığı enerjisi ve süperörgü minibantları hesaplanmıştır. Yapının n tipi ve p tipi katkılanması sonucu oluşan p-n eklemde iç elektrik potansiyel değişimi ve Fermi enerjileri değişimi incelenmiştir. Ayrıca varyasyonel teknik kullanılarak eksiton bağlanma enerjisi hesaplanmıştır. Eksiton bağlanma enerjisinin elektrik alana bağıllığı incelenmiştir. Geri besleme voltajı uygulandığı durumda uygulanan voltaj arttığında periyot sayısı, arınmış bölge genişliği ve iç elektrik potansiyeli değişimi incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** InAs/GaSb, Süperörgü, Eksiton, p-n eklemi, Elektrik Alan

**ABSTRACT****Master of Science Thesis****ELECTRON HOLE INTERACTIONS in GaSb/InAs  
TYPE-II SUPERLATTICES****Tuğba ERTEN****Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Physics Program****Supervisor: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN****2010, 75 pages**

Band to band excitation at depletion region is used to detect the infrared light in InAs/GaSb superlattice structures. In this system electrons and holes are spatially separated in the carrier states of InAs and GaSb layers respectively. For this reason electron hole wavefunction overlap is weak at interface. With applied reverse bias overlap can be increased. In this way Auger Recombination process which reduces the detectivity is suppressed

In this thesis we present the theoretical investigation of electron hole interaction in InAs/GaSb Type II superlattices. Kronig-Penney model and Envelope function approximation (EFA) is used to calculate band gap energy and superlattice minibands. Built-in voltage and Fermi energies are calculated for p-n junction formed by n-doped InAs and p- doped GaSb. Variational method is also used to calculate exciton binding energies. Also applied voltage dependence of the number of superlattice period, width the depletion region and built-in voltage are investigated.

**Keywords:** InAs/GaSb, Superlattice, Exciton, p-n junction, Electric Field

## TEŞEKKÜR

Bu tezin oluşmasından sonlandırılmasına kadar her aşamasında gerekli tavsiye ve yönlendirmeleri yapan, karşılaştığım problemlerin çözümlerinde bilimsel desteğini sunan, yüksek lisans eğitimim boyunca yaşadığım sıkıntı ve engelleri aşmamda yardımcı olan değerli danışmanım Prof. Dr. Yüksel Ergün'e teşekkür ederim.

Karşılaştığım problemlerde değerli vaktini ayıran ve bilimsel birikimlerini esirgemeyen sayın hocam Doç. Dr. Hakan Cebeci'ye, Yüksek Lisans eğitimime bilgileriyle katkıda bulunan değerli hocalarım Doç. Dr. Uğur Serincan ve Doç.Dr. Bülent Aslan'a teşekkür ederim.

Tez savunmama jüri üyesi olarak katılma nezaketini gösteren ve çok değerli katkı ve öneriler sunan hocalarım Prof. Dr. Ali Güngör, Prof. Dr. Sezai Elagöz, Doç. Dr. Cem Yüce ve Yrd. Doç. Dr. Abidin Kılıç 'a teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca desteklerinden dolayı sevgili arkadaşlarım Burak Serdar Özşimşek, Güven Korkmaz, Burcu Arpapay, Hülya Kuru, Tuğçe Karakulak, Selman Mutlu, Şükrü Ardalı, Menderes Alyörük ve Seçil Oral 'a teşekkür ederim.

Tez projemi destekleyerek bana maddi olanak sağlayan TUBİTAK ' a teşekkür ederim.

Son olarak, yaşamımın her anında bana güvenen, destekleyen, teşvik eden aileme yüksek lisans eğitimim sürecinde de verdikleri moral ve destek için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tuğba ERTEN

Temmuz 2010

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. YARI İLETKEN YAPILAR</b>	<b>6</b>
2.1. Heteroyapılar .....	6
2.2 Süperörgüler .....	9
<b>3. HESAPLAMA YÖNTEMLERİ</b>	<b>12</b>
3.1. Kronig-Penney Modeli .....	12
3.1.1. Kronig-Penney Modelinin süperörgüye uygulanması ..	17
3.2. Etkin Kütle Yaklaşımı .....	22
<b>4. SERBEST ELEKTRON GAZI</b>	<b>27</b>
4.1. Üç boyutlu serbest elektron gazı .....	27
4.2. Serbest Elektron Gazının Durum Yoğunluğu .....	29
4.3. İki boyutta serbest elektron gazı .....	31

4.4. Serbest elektron modelinin yarı iletkenlere uygulanması .....	33
4.5. InAs/GaSb heteroyapılarında taşıyıcı konsantrasyonları .....	35
<b>5. EKSİTONLAR</b>	<b>37</b>
5.1. Deşik (Hole) Kavramı .....	37
5.2. Eksitonlar .....	41
5.2.1. Yarıiletkenlerde Eksitonlar .....	45
<b>6. YARIİLETKEN p-n EKLEMİ</b>	<b>47</b>
<b>7. InAs GaSb Tip II SÜPERÖRGÜLERDE ELEKTRON DEŞİK ETKİLEŞMELERİ</b>	<b>52</b>
7.1. InAs/GaSb süperörgüde elektron-deşik subband enerjileri .....	52
7.2. InAs/GaSb p-n eklemde elektron deşik subband enerjileri ve Fermi Enerjisinin Bulunması .....	56
7.3. Elektrik Alan Altında InAs/GaSb p-n süperörgüsü .....	61
7.4. InAs/GaSb p n süperörgü yapılarında eksiton bağlanma enerjisi....	67
<b>8. SONUÇLAR</b>	<b>72</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>73</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

1.1.	Elektron ve deşik (hole) minibantlarının yer aldığı InAs/GaInSb süper örgünün enerji bant diyagramı .....	2
1.2.	Limitlendirilmiş Auger oluşum-birleşim mekanizmasına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların çalışma sıcaklığına ve dalga boyuna bağlı hesaplanmış performans göstergeleri.....	4
2.1.	(a) Birbirine eklenmemiş farklı iki yarıiletkenin band diyagramı. (b) Örgü sabitleri özdeş farklı iki yarıiletkenin oluşturduğu heteroyapı	6
2.2.	(a) I-Tip (Straddling) heteroyapı örneği. (b) II-Tip (Staggered) heteroyapı örneği. (c) III-Tip (Misaligned) heteroyapı örneği .....	8
2.3.	(a) AlGaAs-GaAs kuantum kuyusu. (b) AlGaAs-GaAs süperörgü.....	9
2.4.	Bir süperörgüde minibant ve miniboşluk görünümü .....	10
2.5.	Tip I yapıya örnek AlAs/GaAs süperörgü .....	10
2.6.	Tip II Süperörgüye örnek InGaSb/InAs band yapısı .....	11
2.7.	Tip III Süperörgüye örnek band yapısı .....	11
3.1.	Kronig Penney Potansiyeli .....	12
3.2.	1 boyutlu yapıda gerçek kristal potansiyeli.....	12
3.3.	$\beta a$ nın $(P \sin(\frac{\beta a}{\beta a}) + \cos \beta a)$ ya göre grafiği.....	15
3.4.	Elektronlar serbest durumdan bağlı duruma geçtiğinde enerji dağılımındaki değişim .....	16
3.5.	Süperörgü minibantlarının oluşumu .....	17
3.6.	Süperörgü yapısı .....	18
3.7.	a) $V(\mathbf{r})$ periyodik potansiyeli b) $U(\mathbf{r})$ Potansiyeli ile birlikte $V(\mathbf{r})$ c) Etkin Kütle Yaklaşımı için $U(\mathbf{r})$ safsızlık Potansiyeli.....	26
5.1.	Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu (a) $T = 0K$ , (b) $T > 0$ .....	37
5.2.	Eksiton oluşumu .....	41
5.3.	Mott Eksitonları ve Frenkel Eksitonlarının şematik gösterimi .....	42



5.4.	İletkenlik ve valans bant kıyıları $k=0$ da olan bir bant yapısında, eksiton düzeylerinin iletkenlik bant kıyısına göre durumları .....	43
5.5.	Yarıiletkende optik spektrum .....	44
5.6.	(a) Tip I heteroyapı (b) Tip II heteroyapı .....	46
6.1.	(a) n-p heteroeklemi (b) yük dağılımı (c) elektrik alan dağılımı elektrostatik potansiyel .....	51
7.1.	Tek periyot InAs/GaSb heteroyapısı ve elektron – deşik dalga fonksiyonları .....	53
7.2.	InAs/GaSb süperörgüsünde elektron deşik bant yapısı.....	54
7.3.	InAs/GaSb p-n eklemi ve Fermi enerji seviyesi .....	58
7.4.	InAs/GaSb p-n eklemi ve elektron deşik dalga fonksiyonlarının görünümü.....	59
7.5.	InAs/GaSb p-n ekleminde elektron ve deşik enerji bantları.....	60
7.6.	$\vec{F}=4.10^4$ V/cm olan elektrik alan altında elektron deşik dalga fonksiyonlarının ve potansiyelin görünümü .....	62
7.7.	$\vec{F}=2.10^5$ V/cm olan elektrik alan altında elektron deşik dalga fonksiyonlarının ve potansiyelin görünümü .....	62
7.8.	$ \Psi_e ^2$ 'nin uygulanan voltaj ile değişimi .....	64
7.9.	$ \Psi_h ^2$ 'nin uygulanan voltaj ile değişimi .....	64
7.10.	Uygulanan voltaj ile built-in potansiyelinin değişimi .....	65
7.11.	Uygulanan voltaj ile arınmış bölge uzunluğunun değişimi .....	66
7.12.	Uygulanan voltaj ile arınmış bölgedeki periyot sayısının değişimi .	66
7.13.	Uygulanan voltaj ile eksiton bağlanma enerjisi değişimi .....	70
7.14.	GaSb kalınlığına bağlı etkin enerji aralığı .....	71

**ÇİZELGELER DİZİNİ**

7.1. InAs ve GaSb için bazı önemli değişkenler (300 K).....	54
---	----

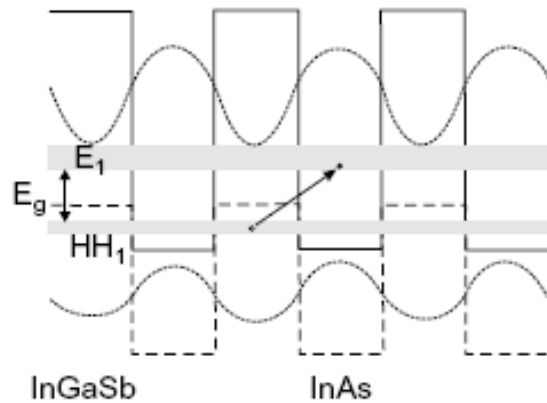
## 1. GİRİŞ

Soğutmasız kızılötesi (Infrared) ışık algıyıcıların orta ve uzun kızılötesi dalgaboyu aralığında, özellikle savunma sanayinde olmak üzere bir çok teknolojik uygulamaları vardır. Bu detektörlerin maliyeti diğer sistemlere göre daha düşüktür. Tip II InAs-GaSb(In) süperörgü ve hetero yapıların kullanıldığı sistemlere ait teknolojiler, 2000'li yıllardan sonra hızla gelişmiş ve Lazer- algıyıcılarda uygulama alanı bulmuştur.

InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb (InAs/GaInSb) süper örgüler, HgCdTe ve GaAs/AlGaAs yarıiletken malzeme sistemlerine alternatif olmaya aday üçüncü nesil kızılötesi ışık algılayıcılar olarak sayılabilir. Kuantum kuyulu kızılötesi ışık algılayıcılarda optik soğurma dolayısıyla kuantum etkinliği, yüzeye dik gelen ışının optiksel geçişlere izin vermemesinden kaynaklanan doğasından dolayı düşüktür [1-3]. Bu tür ışık algılayıcılarda kuantum etkinliğini arttırmak için ışığın rastgele dağılımını sağlayarak soğurulmasını artıran kırınım ağı (grating) tabakaları gereklidir. Oysa InAs/GaInSb süper-örgülerde yapı yüzeyine dik gelen ışınlar için soğurma oldukça kuvvetlidir (Inter Band Absorbtion). Sonuç olarak süper örgülü yapılar yüksek algılama (responsivity) yeteneği ve yüksek sıcaklıklarda çalışabilmesi nedeni ile mevcut diğer ışık algılayıcıların yanında yeni ve cazip bir teknoloji olarak ortaya çıkmaktadır [2-5]. Son yıllarda yapılan çalışmalarda InAs/GaInSb sistemlerin performansı, herhangi bir kırınım ağı tabakaya gerek kalmadan HgCdTe detektörlerin ulaştığı değerlere ulaşmıştır [2,3,6].

InAs/GaInSb yapıların diğer bir avantajı da günümüzde teknolojisi çok gelişmiş olan III-V grubu malzeme işleme teknolojileri ile üretilebilmeleridir. Periyodik cetvelin III. ve V. kolon elementlerinden elde edilen kristallerin büyütülmesinde olduğu gibi, InAs/GaInSb kristallerin büyütülmesinde de tek monotabaka ya da yarım monotabaka büyütecek kadar hassasiyette kontrol sağlanabildiğinden, istenir düzeyde düzgün detektör yapılarının üretilmesi mümkün olmaktadır. Günümüzde InAs/GaInSb için tipik büyütme hızı 2,5 Å kalınlığındaki bir tabaka için yaklaşık 1 saniyedir.

Tip-II süper örgüleri, Şekil 1.1’de görüldüğü gibi değerlik ve iletim bandlarının karşı karşıya gelmediği band yapısına sahiptir. InAs tabakalarının oluşturduğu iletim bandı enerji düzeyi, InGaSb tabakalardan oluşan değerlik bandı enerji düzeyinden daha düşük enerjiye sahiptir. Çok ince tabakaların üst üste büyütülmesi ile ortaya çıkan süperörgülerde minibant adını alan ve bütün örgüyü kapsayan elektronik bantlar ortaya çıkar. Bu düzende süperörgünün yasak enerji aralığı (bant aralığı) yarı metallerde (kalın InAs ve GaInSb tabakalar için) veya düşük yasak enerji aralığına sahip yarıiletkenlerde olduğu gibi (ince tabakalar için) ayarlanabilir. Süper örgüde elektronlar genellikle InAs tabakalarda bulunurlarken deşikler GaInSb tabakalarda kuşatılırlar. Bu durum algılayıcılarda soğurulmayı azaltıcı bir mekanizma olan Auger birleşimini engellemekte ve bu yüzden de yüklerin ömürlerini artırmaktadır. Süper örgünün bant aralığı Şekil 1.1’de görüldüğü gibi elektron minibandı  $E_1$  ile ağır deşik (hole) aralığı arasındaki enerji farkı 0 – 250 meV arasında Ga katkısı değiştirilerek ayarlanabilir.



**Şekil 1.1.** Elektron ve deşik (hole) minibantlarının yer aldığı InAs/GaInSb süper örgünün enerji bant diyagramı[7].

InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb süper örgü sistemlerin külçe HgCdTe yapılara göre düşük sızıntı akımları ve daha tek düze yapılar olmaları bakımından bazı avantajlara sahip oldukları literatürde yer almaktadır [8,9]. Örneğin bu sistemlerde, Külçe yarı iletken yapılarda olduğu gibi yüklerin etkin kütleleri direkt olarak bant yapılarına bağlı değildir. InAs/GaInSb süper örgülerdeki elektron etkin kütleleri ( $m^*/m_0 \approx 0,02-0,03$ ) HgCdTe bileşiklerine ( $m^*/m_0 \approx 0,009$ ) oranla aynı bant

aralığında ( $E_g=0,1$  eV) daha büyüktür [10]. Böylece süper örgülerde diyot tünelleme akımları HgCdTe bileşiklere oranla daha düşüktür. Düzlem içi mobiliteler dar kuyular için ani düşüşler göstermektedir. InAs/GaInSb süper örgülerde 40 Å ve daha ince kuyular için mobilite değerlerinin  $10^4 \text{cm}^2/\text{Vs}$  değerine yaklaştığı gözlenmiştir [11].

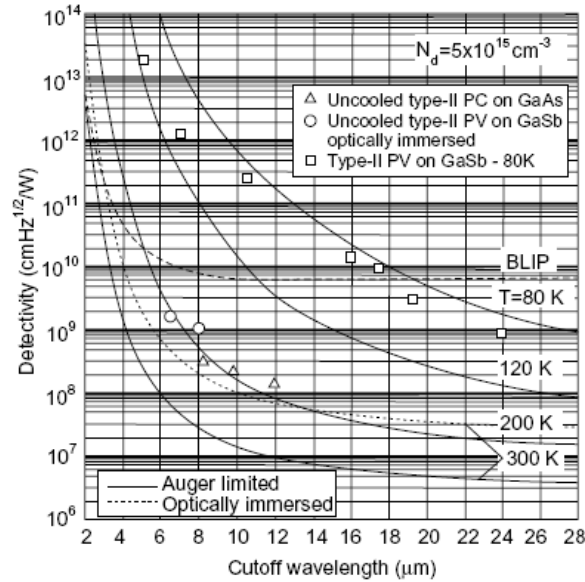
Tip-II bant düzenlemeli InAs/GaInSb süper örgü yarıiletken malzeme sistemleri elektron ve deşiklerin ayrık uzaysal dağılımlarını bir avantaj olarak kullanır. Bu yapılar hassas olarak elektron ve ların dalga fonksiyonlarının örtüşürülerek soğurulmanın sağlanması temeline dayanmaktadır. Bununla beraber elektronik kuşatmalardaki sınırlandırmalar ince GaInSb bariyerlerin büyütülmesi ve GaInSb tabakalara daha fazla In ilavesi ile optiksel soğurulma katsayısı HgCdTe yapılarıdakiler ile mukayese edilebilir seviyelere ulaştırılabilir.

Dar bantlı yarıiletken malzemelerdeki bir önemli özellik de 77 K ve daha düşük sıcaklıklarda dar boşaltılmış bölgelerdeki yüksek elektrik alandan kaynaklanan zararlı tünelleme akımlarından kaçınmak için katkılama yoğunluğunun en az  $1 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$  seviyelerinde kontrol edilebilmesidir. Taşıyıcıların yaşam ömürlerinin arttırılarak difüzyonun iyileştirilmesi ve buna bağlı olarak karanlık akımın azaltılması algılayıcıların sinyal-gürültü oranını arttırmak bakımından son derece önemlidir. Şu ana kadar en iyi sonuçlar, süperörgülerin 360-440°C'de büyütülmesi ile katkılama miktarı  $1 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$  seviyelerinde tutularak elde edilmiştir [4]

Yüksek performanslı InAs/GaInSb süper örgülü fotovoltaik ışık algılayıcıların daha uzun ömürlü iç taşıyıcılara sahip olması sebebiyle, Auger birleşim mekanizmalarının baskılanması teorik olarak hesaplanarak kuantum etkinliği (Quantum efficiency) yüksek ışık algılayıcılar olabilecekleri önceden tahmin edilmiştir. Şekil 1.2'de gösterilen limitli Auger oluşum-birleşim mekanizmalarına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların hesaplanmış algılamalarının dalga boyuna ve çalışma sıcaklığına bağlı olarak, soğutmalı ve soğutmasız Tip-II ışık algılayıcıların deneysel verileri, Northwestern Üniversitesindeki Quantum Devices merkezinde ölçülmüştür. Auger mekanizmasının LWIR HgCdTe algılayıcı performansını düşürdüğü öngörülmektedir. Burada hesaplamalar, katkılama yoğunluğu  $1 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$  üzerinden yapılmıştır. Sonuçlar göstermektedir

ki, Tip-II süper örgüler orta kızılötesinden daha uzun kızılötesi dalga boyu aralığında çalışan kızılötesi ışık algılayıcılar olarak geniş bir yelpazede kullanılabilen ışık algılayıcılar sınıfındadır.

Ayrıca, Tip-II süper örgüler soğutmasız algılayıcı uygulamaları açısından da önemlidir. Tip-II süper örgüler ile oluşturulan ışık algılayıcılarda oda sıcaklığında 10,6  $\mu\text{m}$  dalga boyunda ölçülen algılama  $10^8 \text{ cmHz}^{1/2}\text{W}^{-1}$  olarak, soğutmasız HgCdTe ışık algılayıcılardan daha iyi performansa sahip olduğu gösterilmiştir [12]. Yine bu detektör sistemlerinde, oda sıcaklığında 5,1  $\mu\text{m}$  kesim dalgaboyunda detektör algılamasında,  $10^9 \text{ cmHz}^{1/2}\text{W}^{-1}$  mertebesinde değerlere ulaşılmıştır [13,14].



**Şekil 1.2.** Limitlendirilmiş Auger oluşum-birleşim mekanizmasına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların çalışma sıcaklığına ve dalga boyuna bağlı hesaplanmış performans göstergeleri. Arkaplan sınırlı kızılötesi fotodetektör (Background Limited Infrared Photodetector) sıcaklığı  $T_{\text{BLIP}}=300\text{K}$  ve kuantum etkinliği  $\eta=1$ 'dir. Deneysel veriler Tip-II algılayıcılarda soğutmalı ve soğutmasız algılayıcılar için Northwestern Üniversitesi Quantum Device Merkezinde ölçülmüştür. Hesaplamalar  $5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  katkılama yoğunluğu temel alınarak yapılmıştır.

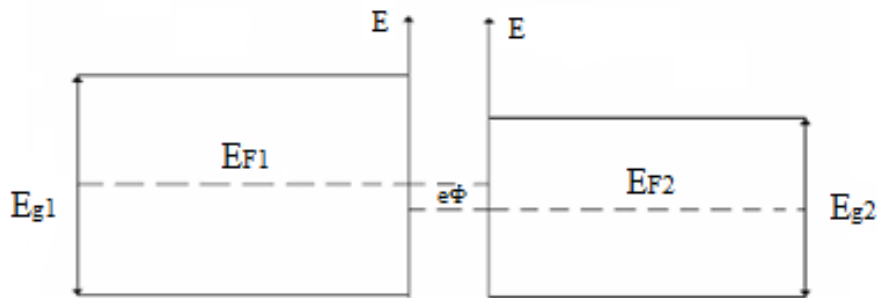
Bu Tez'de InAs/GaSb süperörgü yapılarında elektron deşik etkileşmeleri incelenmiştir. Tek tabaka InAs/GaSb heteroyapısı için Kronig Penney yöntemi

kullanılarak elektron - deşik enerjileri ve enerji bant aralığı hesaplanmıştır. 28,5Å InAs ve 30Å GaSb yapısından oluşan 1 periyotluk yapının tekrarlanması ile elde edilen süperörgüde elektron deşik enerji seviyeleri ve bant yapıları incelenmiştir. Daha sonra InAs/GaSb süperörgünün bir tarafı n-tipi, bir tarafı p-tipi katkılanması sonucu elde edilen p-n eklemde arınmış bölge genişliği, iç elektrik potansiyeli (built-in) ve elektron deşik enerjileri incelenmiştir. InAs/GaSb yapısında  $10^{17}$  mertebesindeki katkılama, elektron dalga fonksiyonunun karesi ile orantılı olarak bir periyotta dağılım gösterir. InAs/GaSb p-n eklemde 2 Boyutta taşıyıcı yoğunluğu kullanılarak Fermi enerjileri elde edilmiştir. InAs/GaSb Tip II süperörgülerde absorpsiyon elektron deşik dalga fonksiyonlarının üstüste gelmesiyle ilişkilidir. Yapıya geri besleme voltajı uygulandığında elektron-deşik dalga fonksiyonlarının örtüşmesi incelenmiştir. Varyasyonel teknik kullanılarak eksiton bağlanma enerjileri hesaplanmış, artan geri besleme voltajı ile değişimi incelenmiştir.

## 2. YARIİLETKEN YAPILAR

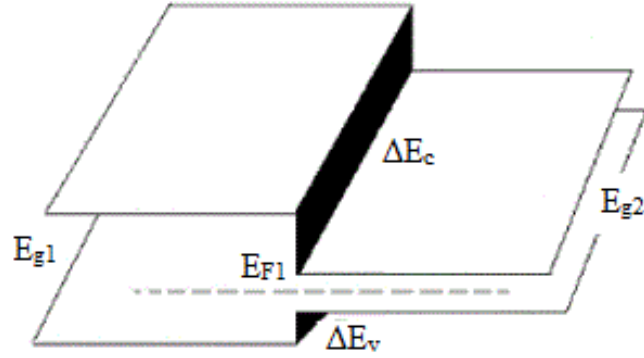
### 2.1. Heteroyapılar

Heteroyapı (heterostructure) en az iki yarıiletken yapının bir araya getirilmesiyle oluşan yapıdır. Heteroyapıların oluşturulmasında en önemli nokta, heteroyapıyı oluşturan yarıiletkenlerin bant yapılarının konumlarıdır. İki farklı yarıiletkenin birbirine eklenmesi sonucunda, p ve n tipi katkı malzemelerin eklemlerinde görülen band bükülmeleri meydana gelmez. İletim ve valans bantlarının birbirlerine göre konumları sonucu bu bantlarda süreksizlikler oluşur. Bu süreksizlikler yük taşıyıcılarının belli bölgelerde kuşatılmalarına yol açar. Ara yüzeyin her iki kenarında ortalama elektron yoğunluğunun aynı olduğu kabul edilirse, serbest elektron modeline göre Fermi enerjisi aynı zamanda her iki külçenin yasak bant aralığının ortasını temsil edecektir. Heteroyapıyı oluşturan yarıiletkenlerin örgü sabiti uyumu önemlidir. Örgü sabitlerinin farklılığından kaynaklanan elektron yoğunluğundaki küçük fark, ara yüzeyden yük transferine neden olur. Fakat yük transferi önemsiz büyüklükte olduğu için ihmal edilir. Şekil 2.1 (a)'da farklı iki yarıiletkeninin birbirine eklenmemiş durumdaki bant yapısı ve Şekil 2.1 (b)'de birleştirilmiş iki yarıiletkenin bant yapıları, ve bant yapılarının farklılıkları sonucu oluşan süreksizlik görülmektedir.[15]



(a)





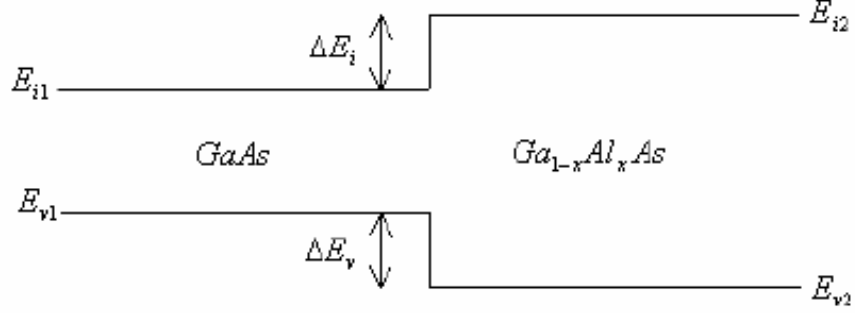
(b)

**Şekil 2.1. (a)** Birbirine eklenmemiş farklı iki yarıiletkenin band diyagramı.

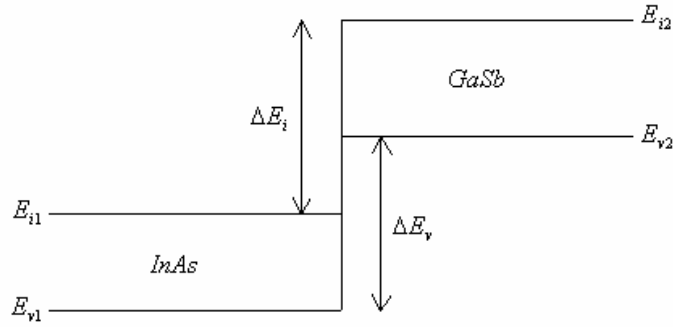
**(b)** Örgü sabitleri özdeş farklı iki yarıiletkenin oluşturduğu heteroyapı

Sistemin band yapısını elde etmek için malzemelerin enerji bandlarını bir araya getirilebilir. Burada en önemli nokta ise, heteroyapıyı oluşturan külçelerin band yapılarının konumlarıdır. Çünkü iletim ve valans bandlarındaki kesiklilikler bu konumlara bağlı olacaktır. Ara yüzeyin her iki kenarında ortalama elektron yoğunluğunun aynı olduğu kabul edilirse, serbest elektron modeline göre Fermi enerjisi aynı zamanda her iki külçenin yasak band aralığının ortasını temsil edecektir. Örgü sabitlerinin farklılığından kaynaklanan elektron yoğunluğundaki küçük fark, arayüzeyden yük transferine neden olur. Sözü edilen yük transferi önemsiz büyüklükte olduğu için ihmal edilebilir. Böylece saf yarıiletkenler için yük transferinin neden olduğu çift yüklü tabaka olgusu ara yüzey için ihmal edilir.

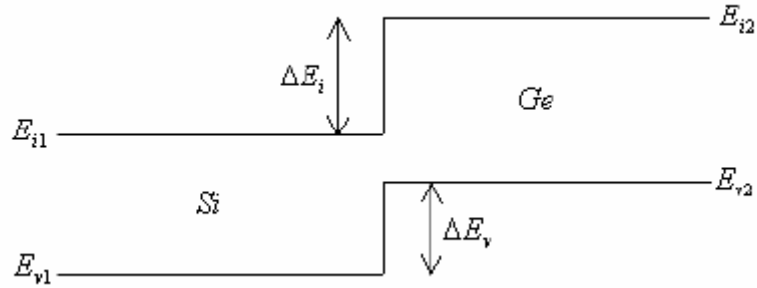
Yarıiletken heteroyapılar band süreksizliğine göre üç gruba ayrılırlar. Bunlar I-Tip (Straddling), II-Tip (Misaligned) ve III-Tip (Staggered) heteroyapılar olarak adlandırılırlar (Şekil 2.2.).



Şekil 2.2. (a) I-Tip (Straddling) heteroyapı örneği.



Şekil 2.2. (b) II-Tip (Misaligned) heteroyapı örneği.



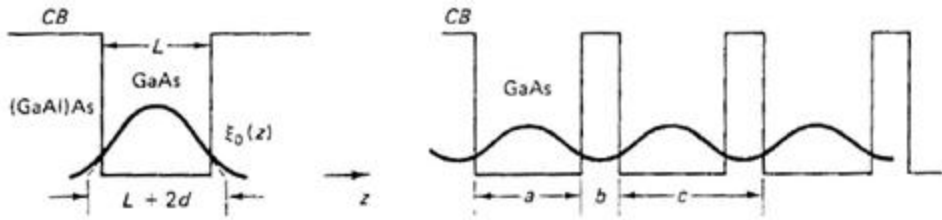
Şekil 2.2. (c) III-Tip (Staggered) heteroyapı örneği.

GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As - I-Tip heteroyapıya örnek verilebilir. Bu yapıda elektron ve deşik GaAs tabakasında bulunurlar. II-Tip (Misaligned) heteroyapıya örnek olarak verilebilen InAs-GaSb yapıda ise, elektronlar InAs tabakasında ve deşikler GaSb tabakasında kuşatılırlar. III-Tip (Staggered) heteroyapılarda, örneğin Si-Ge, elektronlar Si tabakasında, deşikler ise Ge tabakasında kuşatılmışlardır.

## 2.2. Süperörgüler

Modern yarıiletken teknolojisi tek yada çift kuantum kuyulu yapıların üretilmesinin yanı sıra, düzenli periyodik sistemlerin üretilmesine de olanak tanımaktadır. Bu yapılarda her tabaka elektron için bir potansiyel kuyusu ya da bir bariyer görevi görür. Bu tip art arda sıralanmış yarıiletken tabakalardan oluşmuş heteroyapılar süperörgü olarak adlandırılırlar. Süperörgüler de örgü periyodu artarda sıralanan bu tabakaların periyodu ile belirlenir. Süperörgülerin optik özelliklerinin değiştirilebilmesi yarıiletken cihazlarda kullanım açısından avantaj sağlar.

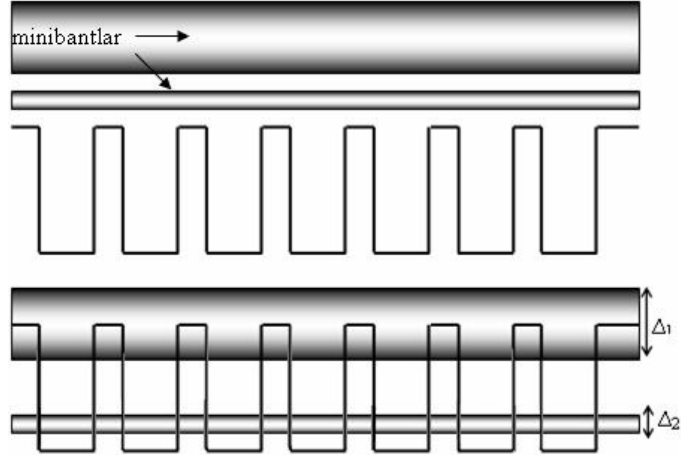
Süperörgülerin bariyerleri çok ince olduğundan kuyular arasında tünelleme olayı gözlenebilir. Taşıyıcıların geçişi, süperörgü düzlemine dik yönde gerçekleşir. Şekil 2.3 (a)'da AlGaAs-GaAs kuantum kuyusunda elektron dalga fonksiyonu sızma mesafesi ile birlikte Şekil 2.3 (b)'de ise bu yapıların oluşturduğu süperörgü de elektronlara ait dalga fonksiyonlarının üst üste binmesi görülüyor.



Şekil 2.3. (a) Sızma mesafesi  $d$  ile birlikte AlGaAs-GaAs kuantum kuyusu.

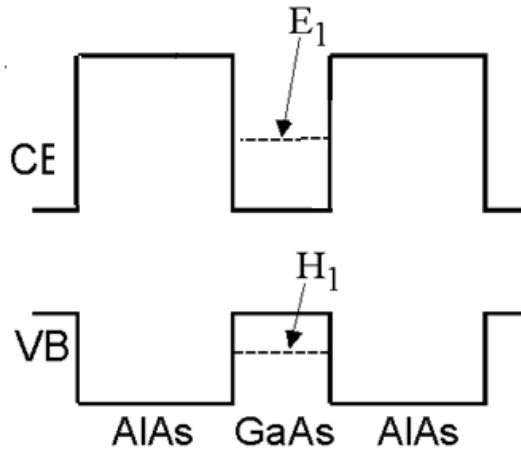
(b) AlGaAs-GaAs süperörgü. İçindeki elektronlara ait dalga fonksiyonlarının üst üste bindiği görülmektedir.

Süperörgülerde enerji bantlarına minibant denir Şekil 2.4'de süperörgü yapı için  $\Delta_1$  ve  $\Delta_2$  sırasıyla birinci ve ikinci minibant genişliğine karşılık gelmektedir.  $\Delta_1$  ve  $\Delta_2$  arasında görülen boşluğa ise mini boşluk (minigap) denir[16].



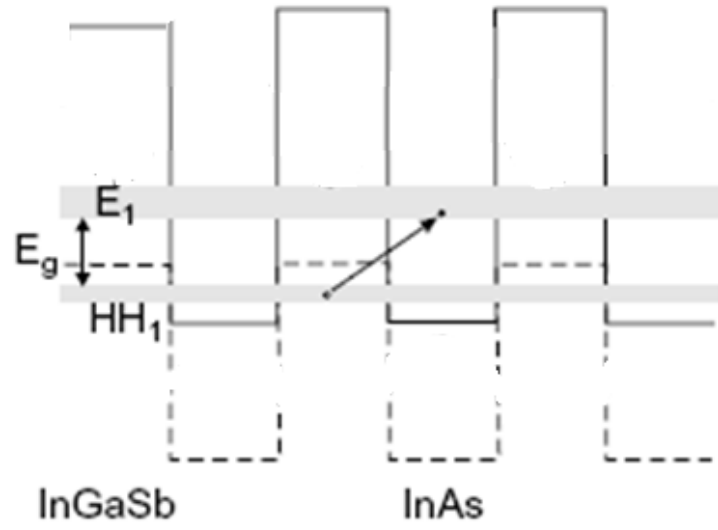
Şekil 2.4. Bir süperörgüde minibant ve miniboşluk görünümü

Süperörgüler bant süreksizliklerine göre üçe ayrılırlar. Şekil 2.5’de görülen AlAs ve GaAs malzemelerinin oluşturduğu süperörgü yapısı Tip I yapıya örnektir. Elektron ve deşik GaAs katmanında bulunur. Şekilde görülen E1 elektronların buldukları en düşük seviye ve H1 deşiklerin bulunduğu en üst seviyedir.



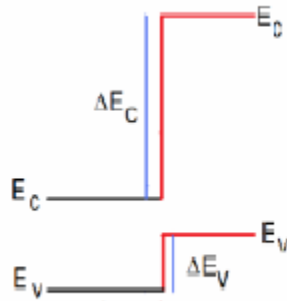
Şekil 2.5. Tip I yapıya örnek AlAs/GaAs süperörgü.

Şekil 2.6’de görülen yapı Tip II süperörgüye örnektir. Elektronlar InGaSb tabakalarında bulunurken, deşikler InAs tabakalarında dırlar.



Şekil 2.6. Tip II Süperörgüye örnek InGaSb/InAs band yapısı.

Şekil 2.7’de ise tip III süperörgü yapının şematik bant yapısı görülmektedir. Tip II süperörgü yapısına benzer olarak bu tip süperörgülerde elektron ve holler farklı malzemelerde bulunurlar fakat malzemelerin iletim ve valans bandı konumları farklılık gösterir.



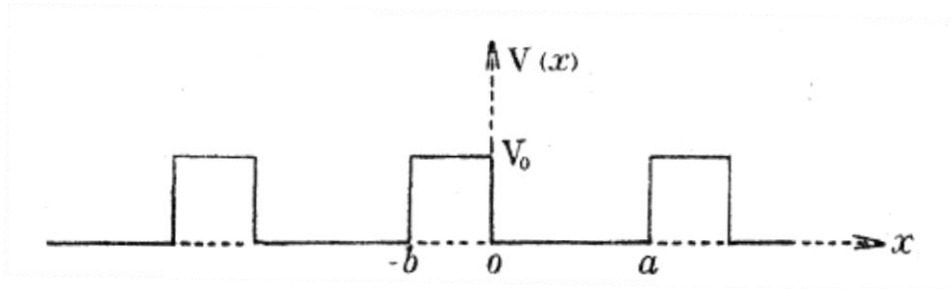
Şekil 2.7. Tip III Süperörgüye örnek band yapısı.

### 3.HESAPLAMA YÖNTEMLERİ

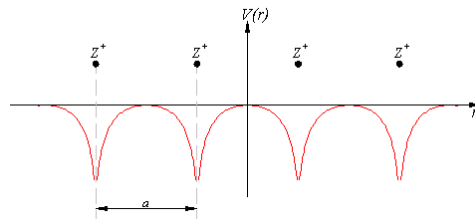
#### 3.1.Kronig-Penney Modeli

1928'de Bloch periyodik bir potansiyelde dalga denkleminin özfonksiyonları  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$  düzlem dalgası ile kristal örgüsünün periyoduna sahip bir fonksiyonunun çarpımı şeklinde yazılabileceğini göstermiştir [17]. 1931'de Kronig ve Penney elektronların gerçek kristaldeki davranışını anlayabilmek için daha özel bir problemin daha açıklayıcı olacağını düşünerek, atomlar arasında çok basit bir potansiyel seçerek tek boyutlu problemi tam olarak çözmeyi başarmışlardır [18].

Şekil 3.1'de tek sıralı bir atom dizisinde Kronig-Penney tarafından kabul edilen ve Kronig-Penney potansiyeli olarak adlandırılan atomlar arası potansiyel gösterilmiştir. Burada Bloch fonksiyonlarının periyodiklik karakteri korunmuş yalnız şekil basit bir dikdörtgen olarak seçilmiştir. Elektron  $w$  genişliğindeki kuyu,  $b$  genişliğindeki bariyerden oluşan  $L$  periyotlu 1 boyutlu örgüde hareket etmektedir. Periyodik pozitif iyonların dizili olduğu 1 boyutlu yapıda gerçek kristal potansiyeli Şekil 3.2 deki gibidir. Bu periyodik model gerçeğe tam uymakla birlikte kuantum mekaniğinde belirtilen yasak ve izinli enerji bantlarını analitik olarak vermektedir.



Şekil 3.1. Kronig Penney Potansiyeli.



Şekil 3.2. 1 boyutlu yapıda gerçek kristal potansiyel

Şekil 3.1'de görülen potansiyel alanı  $V_0$  ve  $b$  bariyer genişliğinin sonlu değerleri için hesap yapılır, daha sonra  $b \rightarrow 0$  ve  $V_0 \rightarrow \infty$  limitinde incelenir.

Problemin dalga denklemi

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \kappa^2[W - V(x)]\Psi = 0 \quad (3.1)$$

ile verilir. Burada  $W$  enerji değeri ve  $\kappa^2$

$$\kappa^2 = \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} \quad (3.2)$$

olmak üzere dalga denkleminin çözümleri.

$$\Psi = u(x)e^{i\alpha x} \quad (3.3)$$

formundaki  $L$  uzunluğunda periyodik olan dalga fonksiyonlarıdır ve

$$u(x)e^{i\alpha x} = u(x)e^{i\alpha(x+L)}$$

şartından

$$\alpha = 2\pi k/L \quad (3.4)$$

bulunur. Dalga denkleminin çözümünden  $-b \leq x \leq 0$  aralığında (3.2), (3.1) de yazılırsa

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2i\alpha \frac{du}{dx} - (\alpha^2 + \gamma^2)u = 0 \quad (3.5)$$

denkleminde

$$u = Ae^{(-i\alpha + \gamma)x} + Be^{(-i\alpha - \gamma)x} \quad (3.6)$$

bulunur.  $0 \leq x \leq a$  aralığında

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2i\alpha \frac{du}{dx} - (\alpha^2 - \beta^2)u = 0 \quad (3.7)$$

ve

$$u = Ce^{i(-\alpha+\beta)x} + De^{i(-\alpha-\beta)x} \quad (3.8)$$

elde edilir. Bu denklemlerde

$$\beta = \kappa\sqrt{W} \quad (3.9)$$

ve

$$\gamma = \kappa\sqrt{V_0 - W} \quad (3.10)$$

olarak verilir. A, B, C ve D sabitleri  $x = -b$  ve  $x = a$  sınırlarında sınır koşulları uygulanarak elde edilen

$$A + B = C + D \quad (3.11)$$

$$(-i\alpha + \gamma)A + (-i\alpha - \gamma)B = i(-\alpha + \beta)C + (-\alpha - \beta)D \quad (3.12)$$

$$Ae^{(i\alpha+\gamma)b} + Be^{(i\alpha+\gamma)b} = Ce^{i(-\alpha+\beta)a} + De^{i(-\alpha-\beta)a} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & (-i\alpha + \gamma)Ae^{(i\alpha-\gamma)b} + (-i\alpha - \gamma)Be^{(i\alpha+\gamma)b} \\ & = i(-\alpha + \beta)Ce^{i(-\alpha+\beta)a} + (-\alpha - \beta)De^{i(-\alpha-\beta)a} \end{aligned} \quad (3.14)$$

denklemlerinden bulunur.  $\beta$  ve  $\gamma$  (3.9) ve (3.10) daki değerleri alınırsa W enerji değeri ile ilgili olarak

$$\frac{\gamma^2 - \beta^2}{2\beta\gamma} \sinh \gamma b \sin \beta a + \cosh \gamma b \cos \beta a = \cos a(a + b) \quad (3.15)$$



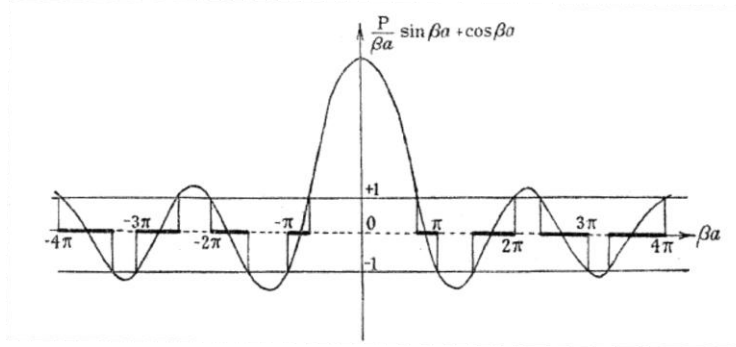
bağıntısı elde edilir.  $b \rightarrow 0$  ve  $V_0 \rightarrow \infty$  limitine geçerse  $\gamma^2 b$  sonlu kalır ve

$$\lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ V_0 \rightarrow \infty}} \frac{\gamma^2 ab}{2} = P \quad (3.16)$$

kabul edilirse

$$P \sin \beta a / \beta a + \cos \beta a = \cos \alpha a \quad (3.17)$$

bulunur.  $P \sin \beta a / \beta a + \cos \beta a$  nın  $\beta a$  ya göre grafiği Şekil 3.3’de verilmiştir.



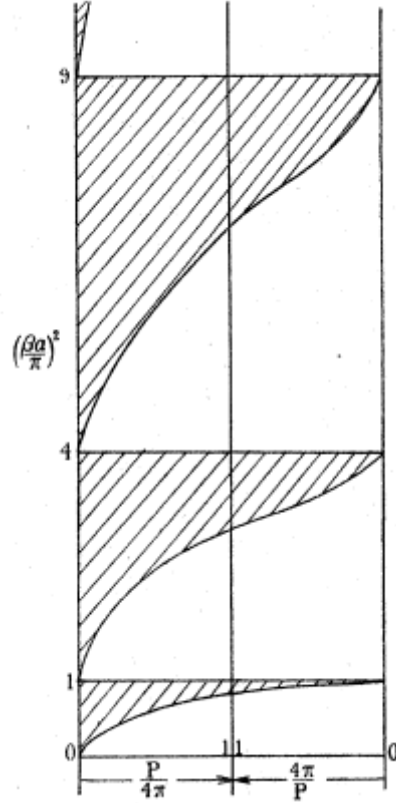
Şekil 3.3.  $\beta a$  nın  $P \sin \beta a / \beta a + \cos \beta a$  ya göre grafiği.

Burada  $\cos \alpha a$  ifadesi -1 ve +1 aralığında değerler alabileceğinden bu durumu sağlayan  $\beta a$  değerleri Şekil 3.3’de kalınca belirtilmiş olan kısımlardır.  $L$  değerinin sonsuza yaklaşması durumunda izinli  $\beta a$  değerleri sonlu aralıklarla bölünmüş sürekli değerlerden oluşur. Yani bir örgüde ilerleyen elektronun enerji değerleri, kesikli enerjilerden oluşan spektrum şeklinde olur.

$P \rightarrow 0$  limitinde  $\beta a$  eksenindeki yasak aralıklar kaybolur ve 0’ dan sonsuza kadar sürekli bir spektrum elde edilir. Bu limit serbest elektron limitidir.  $P \rightarrow \infty$  limitinde  $\beta a$  eksenindeki aralıklar  $n\pi$  nin katlarında oluşur. Enerji değerleri (3.9)’ dan

$$W = n^2 h^2 / (8ma^2) \quad (3.18)$$

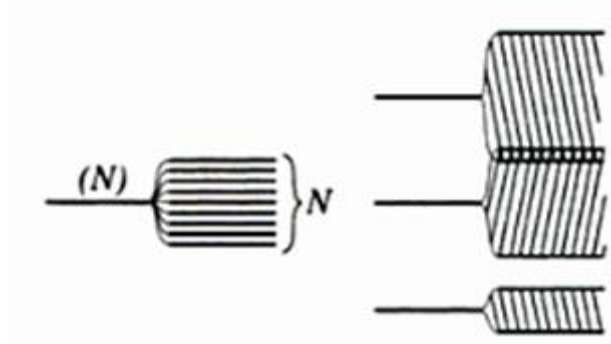
değerleri alır ve enerji spektrumu kesikli hale gelir. Yani elektronlar potansiyel duvarları arasında yakalanır ve bağlı duruma gelirler. Şekil 3.4 elektronların serbest durumdan bağlı duruma geçtiğinde enerji dağılımındaki değişimi göstermektedir.  $0 \leq P \leq 4\pi$  bölgesi için apsis  $P/4\pi$  seçilirken,  $4\pi \leq P \leq \infty$  bölgesi için  $4\pi/P$  apsis olarak seçilmiştir. Çizgili bölgeler izinli değerleri temsil etmektedir.



Şekil 3.4. Elektronlar serbest durumdan bağlı duruma geçtiğinde enerji dağılımındaki değişim.

### 3.1.1. Kronig-Penney Modelinin süperörgüye uygulanması

Katıhal Fizikinde bir boyutlu kristaller için başlıca model olan Kronig-Penney modeli ile süperörgü yapıları tanımlanabilir. Kronig-Penney modelinin süperörgülere uygulanmasında dikkat edilmesi gereken nokta serbest elektron kütlesi yerine kuyu ve bariyerlerde etkin kütlelerin kullanılmasıdır. Kronig-Penney modeline göre  $N$ , süperörgüdeki kuyu sayısı olmak üzere, tek kuyudaki enerji seviyesi  $E_i$  Şekil 3.5’de görüldüğü gibi  $N$  seviyeye ayrılır. Bunun fiziksel nedeni elektronun kuyular boyunca tünelleme yapmasıdır.



Şekil 3.5. Süperörgü minibantlarının oluşumu.

Kronig Penney Modelini süperörgüye uygulamasında kuyu ve bariyer için Schrödinger denklemleri sırasıyla

$$-\frac{\hbar^2}{2m_w} \frac{d^2\psi}{dz^2} = E\psi \quad (3.19)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_b} \frac{d^2\psi}{dz^2} + V_0\psi = E\psi \quad (3.20)$$

olur.  $m_w$  kuyudaki etkin kütle ve  $m_b$  bariyerdeki etkin küttedir. Schrödinger denkleminin çözümleri yapıldığında Şekil 3.6’da görülen üç bölge için dalga fonksiyonları

$$\Psi(z) = \begin{cases} A_0 e^{ik_w z} + B_0 e^{-ik_w z} & -w \leq z \leq 0 \\ C_1 e^{ik_b b} + D_1 e^{-ik_b(z-b)} & 0 \leq z \leq b \\ A_1 e^{ik_w(z-L)} + B_1 e^{-ik_w(z-L)} & -w \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

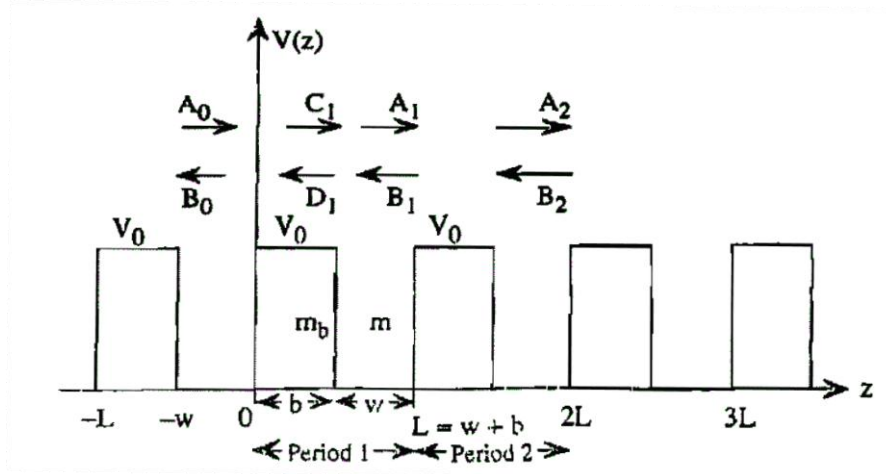
bulunur. Burada

$$k_w = \sqrt{\frac{2m_w E}{h^2}} \quad (3.22)$$

ve

$$k_b = \sqrt{\frac{2m_b(E-V_0)}{h^2}} \quad (3.23)$$

olarak tanımlanır.



Şekil 3.6. Süperörgü yapısı.

$z = 0'$  da ve  $z=b'$  de  $\Psi(z)$  ve  $\left(\frac{1}{m}\right)\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)$  süreklidir. Bu sınır koşulları uygulandığında  $z = 0'$  da dalga fonksiyonlarının katsayıları için

$$\vec{F}_{b0} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + P_{b0})e^{ik_b b} & (1 - P_{b0})e^{ik_b b} \\ (1 - P_{b0})e^{-ik_b b} & (1 + P_{b0})e^{-ik_b b} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

olmak üzere

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} = \bar{F}_{b0} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

yazılabilir. Benzer olarak  $z=b$ 'de

$$\bar{F}_{1b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + P_{1b})e^{ik_w w} & (1 - P_{1b})e^{ik_w w} \\ (1 - P_{1b})e^{-ik_w w} & (1 + P_{1b})e^{-ik_w w} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

olmak üzere

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \bar{F}_{b0} \begin{bmatrix} C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

yazılır. Burada

$$P_{1b} = \frac{m_w k_b}{m_b k_w} = \frac{1}{P_{b0}} \quad (3.28)$$

olarak tanımlanır. Ve böylece kuyu ve bariyerden oluşan bir periyot için transfer matrisi elde edilir. Transfer matrisi

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

olmak üzere

$$\bar{T} = \bar{F}_{1b} \bar{F}_{b0} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklindedir ve matris elemanları

$$\begin{aligned}
t_{11} &= e^{ik_w w} \left[ \cos k_b b + \frac{i}{2} \left( P + \frac{1}{P} \right) \sin k_b b \right] \\
t_{12} &= e^{ik_w w} \frac{i}{2} \left( P - \frac{1}{P} \right) \sin k_b b \\
t_{21} &= e^{-ik_w w} \left( -\frac{i}{2} \right) \left( P - \frac{1}{P} \right) \sin k_b b \\
t_{22} &= e^{-ik_w w} \left[ \cos k_b b - \frac{i}{2} \left( P + \frac{1}{P} \right) \sin k_b b \right]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

şeklindedir. Burada önemli nokta transfer matrisin determinantının bire eşit olduğudur.

$$\det|\bar{T}| = 1 \tag{3.32}$$

2x2 'lik  $\bar{T}$  matrisinin özdeğer ve özvektörlerini

$$\bar{T} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

denklemini çözülerek bulunur. Özdeğer t için

$$t^2 - (t_{11} + t_{22})t + \det\bar{T} = 0 \tag{3.34}$$

2. Dereceden denklemini bulunur.  $\det|\bar{T}| = 1$  koşulundan 2 kök bulunur.

$$t_{\mp} = \left( \frac{t_{11} + t_{22}}{2} \right) \mp \sqrt{\left( \frac{t_{11} + t_{22}}{2} \right)^2 - 1} \tag{3.35}$$

Eğer  $\left| \frac{t_{11} + t_{22}}{2} \right| > 1$  ise her iki kök de gerçel olur ve

$$\lim_{n \rightarrow \mp \infty} |t_{\mp}^n| \rightarrow \infty \tag{3.36}$$

olur. Bu durum dalga fonksiyonunun  $n \rightarrow \mp\infty$  iken sonlu olması gerektiği koşuluna uymayacağından

$$\left| \frac{t_{11} + t_{22}}{2} \right| = \left| \cos k_w w \cos k_b b - \frac{1}{2} \left( P + \frac{1}{P} \right) \sin k_w w \sin k_b b \right| \leq 1 \quad (3.37)$$

olmalıdır. Özdeğerler

$$t_+ = e^{iqL} \quad (3.38)$$

ve

$$t_- = e^{-iqL} \quad (3.39)$$

formunda yazılabilir.  $|t_{\mp}| = 1$  ve  $t_+ t_- = 1$  olduğundan determinantal denklem

$$(t - t_+)(t + t_-) = 0 \quad (3.40)$$

Başka bir ifade ile

$$t_+ + t_- = t_{11} + t_{22} \quad (3.41)$$

yazılabilir ve

$$t_+ t_- = \det|\bar{T}| = 1 \quad (3.42)$$

$$f(E) = \begin{cases} \cos k_w w \cosh \alpha_b b - \frac{1}{2} \left( \eta - \frac{1}{\eta} \right) \sin k_w w \sinh \alpha_b b, & 0 < E < V_0 \\ \cos k_w w \cos k_b b - \frac{1}{2} \left( P + \frac{1}{P} \right) \sin k_w w \sin k_b b, & V_0 < E \end{cases} \quad (3.43)$$

denklemini elde edilir[19].

### 3.2 Etkin Kütle Yaklaşımı

$\vec{k}_0$  civarında tek bant için enerji dağılım bağıntısı

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \sum_{\alpha,\beta} \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{m^*} \right)_{\alpha,\beta} k_\alpha k_\beta \quad (3.44)$$

denklemleri ile verilir [19].  $V(\vec{r})$  periyodik potansiyel olmak üzere  $H_0$  hamiltonyeni

$$H_0 = \frac{p^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \quad (3.45)$$

denklemleri ile verilir. Dalga denkleminde

$$H_0 \Psi_{nk}(\vec{r}) = E_n(\vec{k}) \Psi_{nk}(\vec{r}) \quad (3.46)$$

olarak yazılırsa, safsızlık potansiyeli yada kuantum kuyusu potansiyeli gibi bir  $U(\vec{r})$  pertürbasyonu ile

$$[H_0 + U(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (3.47)$$

olarak yazılır. Eğer  $\Psi$  dalga fonksiyonu

$$\Psi_{nk}(\vec{r}) = |n\vec{k}\rangle \quad (3.48)$$

olarak tanımlanırsa,  $\{\Psi_{nk}(\vec{r})\}$  temel fonksiyonlar seti olduğundan bu fonksiyonlar cinsinden seriye açabiliriz.

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_n \int_{BZ} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) \Psi_{nk}(\vec{r}) \quad (3.49)$$

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_n \int_{BZ} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) |n\vec{k}\rangle \quad (3.50)$$



Burada görüldüğü gibi integral  $\vec{k}$  uzayında birinci Brillouin bölgesi üzerinden alınır. Denklem (3.47) kullanılarak  $\Psi_{nk}^*(\vec{r})$  ile çarpılıp tüm hacim üzerinden integrale edildilirse

$$[H_0 + U(\vec{r})] \sum_n \int \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) |n\vec{k}\rangle = E \sum_n \int \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) |n\vec{k}\rangle \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} & \sum_n \int \langle n' \vec{k}' | H_0 | n\vec{k} \rangle \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) |n\vec{k}\rangle + \sum_n \int \langle n' \vec{k}' | U(\vec{r}) | n\vec{k} \rangle \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) \\ & = E \sum_n \int \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) |n\vec{k}\rangle \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$(E_n(\vec{k}) - E) a_n(\vec{k}) + \sum_{n'} \int \langle n\vec{k} | U(\vec{r}) | n' \vec{k}' \rangle \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3} a_n(\vec{k}) = 0 \quad (3.53)$$

$$\langle n\vec{k} | U(\vec{r}) | n' \vec{k}' \rangle = \int \Psi_{nk}^*(\vec{r}) U(\vec{r}) \Psi_{n'k'}(\vec{r}) d^3 r \quad (3.54)$$

$U(\vec{r})$  potansiyelinin Fourier açılımı

$$U(\vec{r}) = \int \tilde{U}_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \quad (3.55)$$

olarak yazılır.

$$\langle n\vec{k} | U(\vec{r}) | n' \vec{k}' \rangle = d^3 \vec{r} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}} U_{n\vec{k}}^*(\vec{r}) U_{n'\vec{k}'}(\vec{r}) U(\vec{r}) \quad (3.56)$$

$U_{n\vec{k}}^*(\vec{r}) U_{n'\vec{k}'}(\vec{r})$  çarpımı  $\vec{r}$ 'de periyodik olduğundan, Fourier serisine açabiliriz.

$$U_{n\vec{k}}^*(\vec{r}) U_{n'\vec{k}'}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} C(n\vec{k}, n'\vec{k}', \vec{G}) e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \quad (3.57)$$

Burada  $\vec{G}$  tüm ters örgü vektörleri üzerinden toplamdır ve

$$\langle n\vec{k} | U(\vec{r}) | n' \vec{k}' \rangle = \sum_{\vec{G}} C(n\vec{k}, n'\vec{k}', \vec{G}) \tilde{U}_{\vec{k}-\vec{k}'-\vec{G}} \quad (3.58)$$

yazılabilir. Bu işlemler yapılırken aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

1.  $U(\vec{r})$  pertürbasyonunun bantların birbirine girmesini engelleyecek kadar küçüktür.
2.  $U(\vec{r})$   $\vec{r}$ 'de çok yavaş değişir, bu yüzden  $\tilde{U}_{\vec{k}}$  büyük k değerlerinde çok hızlı azalır. Bu yüzden

$$|\tilde{U}_{\vec{k}-\vec{k}'-\vec{G}}| \ll |\tilde{U}_{\vec{k}-\vec{k}'}| \quad (3.59)$$

ya da

$$U_{n\vec{k}}^*(\vec{r}) U_{n'\vec{k}'}(\vec{r}) \cong 1 \quad (3.60)$$

olur.

3.  $\vec{k}$  üzerinden alınan integral için  $\vec{k}=\vec{k}_0$  şartı vardır ve bu yüzden  $\vec{k}_0$  yakınlarındaki enerji durumları incelenir ve  $\vec{k}_0=0$  alınır. Sonuç olarak

$$(E_n(\vec{k}) - E) a_n(\vec{k}) + \int \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3} \tilde{U}_{\vec{k}-\vec{k}'} a_n(\vec{k}') = 0 \quad (3.61)$$

$$(E_n(\vec{k}) - E) a_n(\vec{k}) + \int \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}} U(\vec{r}) = 0 \quad (3.62)$$

denkleminde ulaşılabılır  $F(\vec{r})$  zarf fonksiyonu olmak üzere

$$a_n(\vec{k}) = \int F(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r} \quad (3.63)$$

$$(E_n(\vec{k}) - E) \int F(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r} + \int F(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r} U(\vec{r}) = 0 \quad (3.64)$$

$$(E_n(\vec{k}) + U(\vec{r})) F(\vec{r}) = EF(\vec{r}) \quad (3.65)$$

bulunur. Ters Fourier dönüşümü yapılırsa

$$(E_n(-i\nabla) + U(\vec{r})) F(\vec{r}) = EF(\vec{r}) \quad (3.66)$$

bulunur. Bu ifade gerçek uzaydaki etkin kütle denklemdir. Toplam dalga fonksiyonu

$$\Psi(\vec{r}) = \int a_n(\vec{k}') \Psi_{n\vec{k}'}(\vec{r}) \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3} \quad (3.67)$$

$$\Psi(\vec{r}) = \int a_n(\vec{k}') e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}} U_{n\vec{k}_0}(\vec{r}) \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3} = F(\vec{r}) U_{n\vec{k}_0}(\vec{r}) \quad (3.68)$$

şeklinde bulunur. **k.p** yöntemi kullanılarak  $D^{\alpha\beta} = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m^*}\right)_{\alpha\beta}$  olmak üzere

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \sum_{\alpha\beta} D^{\alpha\beta} k_\alpha k_\beta \quad (3.69)$$

bulunur. Böylece etkin kütle denklemi

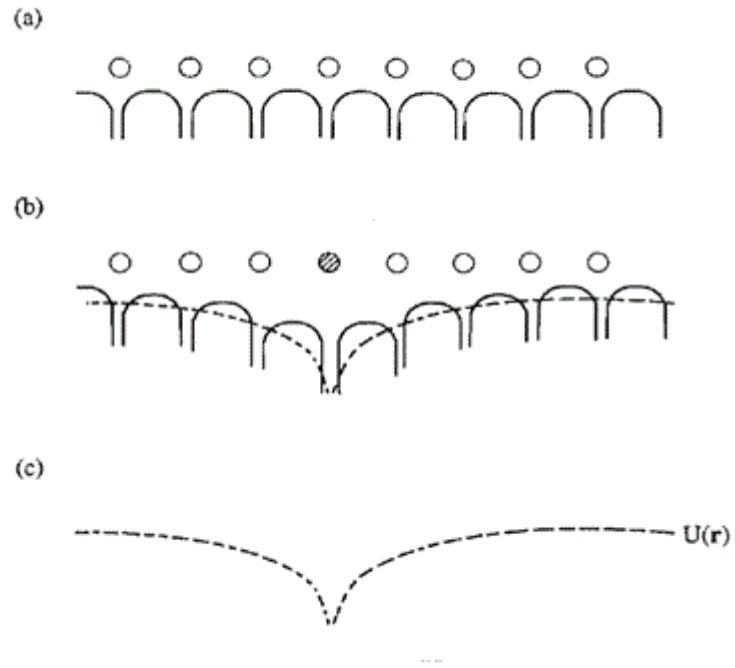
$$\left[ \sum_{\alpha,\beta} \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m^*}\right)_{\alpha,\beta} \left(-i \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\right) \left(-i \frac{\partial}{\partial x_\beta}\right) + U(\vec{r}) \right] F(\vec{r}) = [E - E_n(0)] F(\vec{r}) \quad (3.70)$$

elde edilir. Burada dalga fonksiyonu

$$\Psi(\vec{r}) = F(\vec{r}) U_{n\vec{k}_0}(\vec{r}) \quad (3.71)$$

şeklindedir.

Etkin kütle yaklaşımında en önemli sonuç  $V(\vec{r})$  periyodik potansiyelinin enerji bantlarını ve etkin kütleli belirlemesidir. Etkin kütle zaten periyodik potansiyeli içerdiğinden,  $\left(\frac{1}{m^*}\right)_{\alpha,\beta}$  ve (3.70) etkin kütle denklemi yalnızca  $U(\vec{r})$  periyodik potansiyelini içerir (Şekil 3.7).



**Şekil 3.7 a)  $V(r)$  periyodik potansiyeli b)  $U(r)$  Potansiyeli ile birlikte  $V(r)$   
 c) Etkin Kütle Yaklaşımı için  $U(r)$  safsızlık Potansiyeli**

## 4.SERBEST ELEKTRON GAZI

### 4.1. Üç boyutlu serbest elektron gazı

Üç boyutta serbest parçacık Schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi_k(\vec{r}) + V\Psi_k(\vec{r}) = E_k \Psi_k(\vec{r}) \quad (4.1)$$

olarak yazılır.  $\Psi$  elektronların dalga fonksiyonu ve  $E$  elektronların kinetik enerjisidir. Elektronların küp şeklindeki bir metal içinde düşünülmesi nedeniyle küp içinde  $V = 0$  alınır.

Elektronlar bir kenarı  $L$  olan bir küp içine kapatılmış ise, dalga fonksiyonları durağan dalga yapısında olurlar ve

$$\Psi_n(\vec{r}) = A \sin\left(\frac{\pi n_x x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi n_y y}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi n_z z}{L}\right) \quad (4.2)$$

ile ifade edilir. Burada  $n_x, n_y, n_z$  pozitif tamsayılardır. Koordinat merkezi kübün bir köşesidir. Dalga fonksiyonlarının her  $x, y, z$  değişkenine göre  $L$  periyotlu olduğunu düşünürsek, dalga fonksiyonu

$$\Psi(x + L, y, z) = \Psi(x, y, z) \quad (4.3)$$

koşulunu sağlar. Benzer şekilde  $y$  ve  $z$  içinde bu koşul sağlanır. Bu koşulları sağlayan serbest parçacık Schrödinger denkleminin çözümleri

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (4.4)$$

ilerleyen düzlem dalga yapısında olurlar ve dalga vektörü bileşenleri

$$k_x, k_y, k_z = 0; \pm \frac{2\pi}{L}; \pm \frac{4\pi}{L} \dots \quad (4.5)$$

olur.

$\vec{k}$ 'nin her bileşeni  $\frac{2n\pi}{L}$  yapısında olup n pozitif veya negatif bir tamsayıdır.  $\Psi_k(\vec{r})$  dalga fonksiyonu kullanılarak Schrödinger denklemi çözümü yapılırsa dalga vektörü  $\vec{k}$  olan elektronun enerjisi

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (4.6)$$

olarak bulunur. Dalga vektörünün büyüklüğü ile  $\lambda$  dalgaboyu arasında  $k = 2\pi/\lambda$  ilişkisi vardır.

## 4.2. Serbest Elektron Gazının Durum Yoğunluğu

$N$  sayıda serbest elektronlu sistemin taban durumundaki dolu yörüngeler  $\vec{k}$  uzayında bir küre içindeki noktalarla temsil edilebilirler. Kürenin yüzeyindeki enerji Fermi enerjisi olur ve Fermi yüzeyindeki dalga vektörlerinin büyüklüğü

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad (4.7)$$

bağıntısını sağlar. Denklem (4.5) de görüldüğü gibi,  $\vec{k}$  uzayında her hacim elemanı içinde bir dalga vektörü, yani farklı bir  $(k_x, k_y, k_z)$  üçlüsü yer alır. O halde  $4 \pi k_F^3 / 3$  hacimli küre içindeki toplam yörüngeler sayısı

$$N = 2 \frac{4 \pi k_F^3 / 3}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = \frac{V}{3 \pi^2} k_F^3 \quad (4.8)$$

şeklinde olmalıdır. Burada 2 çarpanı, her  $\vec{k}$  için, spin kuantum sayısı  $m_s$  nin alabileceği iki değer içindir. Buradan

$$k_F = \left(\frac{3 \pi^2 N}{V}\right)^{1/3} \quad (4.9)$$

bulunur. O halde Fermi enerjisi

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3 \pi^2 N}{V}\right)^{2/3} \quad (4.10)$$

yazılabilir.

Birim enerji aralığındaki kuantum durumu sayısı yani  $D(\epsilon)$  durum yoğunluğu için (4.10) dan yörüğe sayısı

$$N = \frac{V}{3 \pi^2} \left(\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}\right)^{3/2} \quad (4.11)$$

olacaktır. Buradan durum yoğunluğu

$$D(\epsilon) \equiv \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \epsilon^{1/2} \quad (4.12)$$

elde edilir.



### 4.3. İki boyutta serbest elektron gazı

Serbest parçacık Schrödinger denklemi iki boyutta yazıldığında Schrödinger denkleminin çözümleri

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i(\vec{k}_x \cdot \vec{x} + \vec{k}_y \cdot \vec{y})} \quad (4.13)$$

bulunur ve ilerleyen düzlem dalga yapısında olurlar. Dalga fonksiyonu L periyotlu olduğundan

$$e^{i\vec{k}_x \cdot \vec{x}} = e^{i(\vec{k}_x \cdot \vec{x} + \vec{k}_x \cdot L_x)} \quad (4.14)$$

koşuluna uyarlar. Dalga vektörü bileşenleri

$$k_x, k_y = 0; \pm \frac{2\pi}{L}; \pm \frac{4\pi}{L} \dots \quad (4.15)$$

olarak gösterilir.  $\vec{k}$  'nın her bileşeni  $\frac{2n\pi}{L}$  yapısında olup n pozitif veya negatif bir tamsayıdır.  $\Psi_k(\vec{r})$  dalga fonksiyonu kullanılarak iki boyutta Schrödinger dalga denklemi çözümü yapıldığında dalga vektörü  $\vec{k}$  olan yörüngenin enerjisi.

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) \quad (4.16)$$

olarak bulunur. Dalga vektörü

$$k = \left( \frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2} \quad (4.17)$$

eşitliği ile tanımlanır.

İki boyutlu bir düzlemde E enerjisi altında kalan durumlar içi dolu daire oluşturur. Bu bölgenin alanı  $\pi k_F^2$  olur. Buradan durum sayısı

$$N = 2 \frac{\pi k_F^2}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} = \frac{\pi}{2} \frac{2m\epsilon}{\pi^2 \hbar^2} = \frac{m}{\pi \hbar^2} \epsilon \quad (4.18)$$

şeklinde olmalıdır. Durum sayısının enerjiye göre türevinden enerjisi  $\epsilon$  ve  $\epsilon+d\epsilon$  arasındaki durumların sayısı

$$D(\epsilon) \equiv \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{m}{\pi \hbar^2} \quad (4.19)$$

elde edilir.

#### 4.4. Serbest elektron modelinin yarı iletkenlere uygulanması

Etkin kütle enerji bantlarının dalga vektörüne göre çizilen grafiğin eğriliği olarak düşünülebilir ve

$$m_e^* = \hbar^2 \left( \frac{d^2E}{dk^2} \right)^{-1} \quad (4.20)$$

formülü ile tanımlanır. Etkin kütledeki enerji için serbest elektron modelinde elde edilen (4.12)'deki enerji konursa metallerde etkin kütlelerin tam olarak serbest elektron kütlelerine eşit olduğu görülür.

Serbest elektron modeli yarıiletkenlere uygulanırken elektron kütlesi yerine etkin kütle kullanılmalıdır. Böylece bant için uygun bükülme elde edilebilir. Ayrıca sıfır enerjisi valans bandının tepesine denk geldiği varsayılırsa,  $E_g$  enerji değerinden daha düşük enerji seviyesinde herhangi bir kuantum durumu olmayacaktır. Bunun sonucu olarak, enerji–dalga vektörü ilişkisi için

$$E = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (4.21)$$

yazılabilir. (4.12) ile kıyaslayarak durum yoğunluğu için

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_g)^{1/2} \quad (4.22)$$

yazılabilir. İletkenlik bandındaki elektronların konsantrasyonu, iletkenlik bandı kenarının üzerinde bulunan işgal edilmiş durumlara göre integral alınarak bulunur. Böylece birim hacim başına iletkenlik elektronlarının sayısının

$$n = 2 \left( \frac{m_e^*}{2\pi\hbar^2} k_B T \right)^{3/2} e^{\frac{-E_g + \epsilon_f}{k_B T}} \quad (4.23)$$

olduğu görülür.

Valans bandındaki deşik konsantrasyonu benzer yöntemle belirlenir. Valans bandının tepesinde enerjinin ikinci türevi sıfırdan küçüktür. Bu da negatif etkin kütle varlığının bir göstergesidir. Yani bir elektronun negatif etkin kütlesi, boşluğun pozitif etkin kütlesine karşılık gelir. Sonuç olarak deşik konsantrasyonu

$$p = 2 \left( \frac{m_p^*}{2\pi\hbar^2} k_B T \right)^{3/2} e^{\frac{-\epsilon_f}{k_B T}} \quad (4.24)$$

olarak bulunur.

#### 4.5. InAs/GaSb heteroyapılarında taşıyıcı konsantrasyonları

Fermi Dağılım fonksiyonu  $f(\epsilon)$

$$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \epsilon_f}{k_B T}}} \quad (4.25)$$

ve  $D(\epsilon)d\epsilon$  enerjisi  $\epsilon$  ile de enerjileri arasında bulunan kuantum durumları sayısı olmak üzere,  $\epsilon$  ve  $\epsilon+d\epsilon$  enerji aralığındaki parçacık sayısı için  $N(\epsilon)d\epsilon$

$$N(\epsilon)d\epsilon = f(\epsilon)D(\epsilon)d\epsilon \quad (4.26)$$

yazılabilir. InAs GaSb tan oluşan heteroyapı düşünüldüğünde InAs kuyu GaSb bariyer görevi görecektir. InAs tabakasında elektron konsantrasyonu

$$n = \int_{E_g}^{\infty} f(\epsilon)D(\epsilon)d\epsilon \quad (4.27)$$

$$n = \frac{m}{\pi \hbar^2} \int_{E_g}^{\infty} \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \epsilon_f}{k_B T}}} d\epsilon \quad (4.28)$$

$$x = \frac{\epsilon - \epsilon_f}{k_B T} \quad (4.29)$$

$$d\epsilon = k_B T dx \quad (4.30)$$

$$n = \frac{m}{\pi \hbar^2} \int_{\frac{\epsilon - \epsilon_f}{k_B T}}^{\infty} \frac{1}{e^x} dx \quad (4.31)$$

$$n = \frac{m}{\pi \hbar^2} k_B T \ln \left( e^{\frac{-\epsilon + \epsilon_f}{k_B T}} + 1 \right) \quad (4.32)$$

olacaktır. Aynı işlemler deşik için yapıldığında deşik konsantrasyonu için

$$p = \frac{m}{\pi \hbar^2} k_B T \ln\left(e^{\frac{-\epsilon_g - \epsilon_f}{k_B T}} + 1\right) \quad (4.33)$$

elde edilir.

## 5.EKSİTONLAR

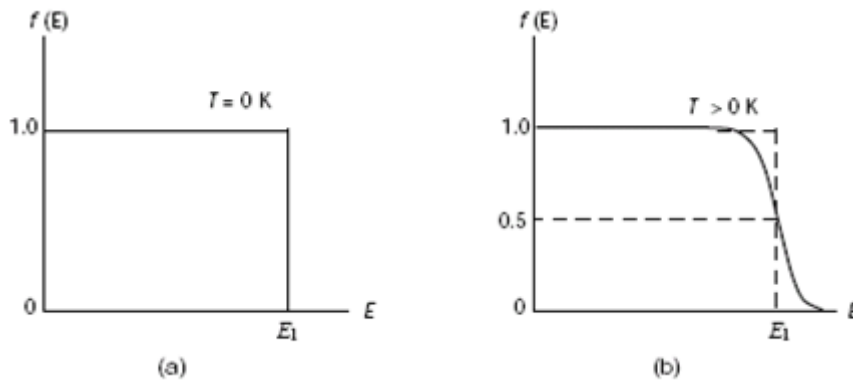
### 5.1. Deşik (Hole) Kavramı

Yasak enerji aralığı  $E_g$  olan bir yarıiletken üzerine, enerjisi  $E > E_g$  olan bir foton gönderilirse değerlik(valans) bandındaki bir elektron uyarılır ve iletkenlik bandına geçiş yapar. Elektronun, iletkenlik bandına geçmesi sonucu valans bandında pozitif yüklü bir boş seviye oluşur. Kristal artık akıma sebep olabilen 2. derecede önemli bir yük taşıyıcısına sahiptir. Hareketi Newton mekaniği kullanarak modellenebilen bu yük taşıyıcısı deşik (hole) olarak adlandırılır ve klasik bir parçacıktır.

Sonlu sıcaklıklarda bant doluluğunun ölçümü için Fermi dağılım fonksiyonu kullanılabilir.

$$F_F[E_\alpha(\vec{k})] = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_\alpha(\vec{k}) - E_F}{k_B T}}} \quad (5.1)$$

$T = 0K$  'de enerjisi Fermi enerjisinin altında bulunan bütün durumlar dolu iken, Fermi enerjisinden daha büyük enerjili bütün durumlar boştur.  $T > 0K$  iken  $f(E)$ 'nin  $E$  'ye göre çizimi Şekil 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1. Fermi-Dirac Dağılım Fonksiyonu (a)  $T = 0K$ , (b)  $T > 0$

Valans bandı için  $\alpha = v$  ve iletkenlik bandı için  $\alpha = c$  kabul edilir. İletim bandındaki elektron yoğunluğu

$$n = \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{1 + e^{\frac{E_c(\vec{k}) - E_F}{k_B T}}} \quad (5.2)$$

olarak bulunur. Burada V kristal hacmidir. Değerlik bandı T=0K da doludur fakat sonlu sıcaklıklarda birkaç elektron valans bandından iletkenlik bandına geçer ve bu durumda değerlik bandında boşluklar meydana gelir. Valans bandındaki elektron dağılım fonksiyonunu  $F_v(\vec{k})$  kullanılarak valans bandındaki boşluk dağılım fonksiyonu  $F_h(\vec{k})$

$$F_h(\vec{k}) = 1 - F_v(\vec{k}) \quad (5.3)$$

olarak elde edilir.  $F_v = F_F$  denge koşulunda

$$F_h(\vec{k}) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_F - E_v(\vec{k})}{k_B T}}} \quad (5.4)$$

olur. Bu durumda boşluk yoğunluğu

$$p = \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{1 + e^{\frac{E_F - E_v(\vec{k})}{k_B T}}} \quad (5.5)$$

olarak bulunur.

$E_F$  Fermi seviyesi kristaldeki toplam elektron sayısı ile belirlenir. Fermi seviyesi metallerde iletim bandında yer alır. Katılanmamış yarıiletkenlerde ise valans bandı ve iletkenlik bandı arasında yasak enerji aralığının tam ortasında yer alır.

Valans bandındaki doluluk analizinden boşluk kavramının elektron yokluğu olmayıp, sanki parçacıklar olduğu görülebilir. Valans bandının tam dolu olduğu ve valans elektronlarının toplam dalga vektörlerinin 0 olduğu kabul edildiğinde, toplam tüm dolu valans durumları üzerinden olmak üzere;

$$\vec{K}_v = \sum_i \vec{k}_i = 0 \quad (5.6)$$



olur. Dalga vektörü  $\vec{k}_e$  olan bir elektron valans bandından iletim bandına geçtiğinde, valans bandındaki toplam elektron dalga vektörü;

$$\vec{K}_v = \sum_i \vec{k}_i = -\vec{k}_e \quad (5.7)$$

diğer taraftan valans elektronun iletim bandına geçişi valans bandında bir hole yaratır. O halde (5.7)'den dalga vektörü

$$\vec{k}_h = -\vec{k}_e \quad (5.8)$$

olarak yorumlanabilir. Benzer olarak hole enerjisi ve valans elektronları enerjisi arasında

$$E_h(\vec{k}_h) = -E_v(\vec{k}_e) \quad (5.9)$$

denklemini yazılır.

$$E_h(\vec{k}_e) = -E_v(-\vec{k}_h) \quad (5.10)$$

$$E_v(\vec{k}) = E_v(-\vec{k}) \quad (5.11)$$

ise;

$$E_h(\vec{k}_h) = -E_v(\vec{k}_h) \quad (5.12)$$

deşik enerjisi elde edilir. Böylece deşik, elektron valans bandından ayrıldığında oluşan, dalga vektörü  $\vec{k}_h$ , enerjisi  $E_h(\vec{k}_h)$  olan yeni sanki-parçacık olarak kabul edilir. İletim bandında elektron enerjisi  $E_c(\vec{k}_h)$ , dalga vektörünün artmasıyla artar. Valans bandında, maksimum enerji civarında, elektron enerjisi  $E_v(\vec{k})$ , dalga vektörünün artmasıyla azalır. Fakat (5.12) ya göre deşik enerjisi deşik dalga

vektörü ile birlikte artar, yani deşik klasik bir parçacıkmiş gibi davranır. Bu yüzden Newton denklemlerini kullanarak deşik için hız

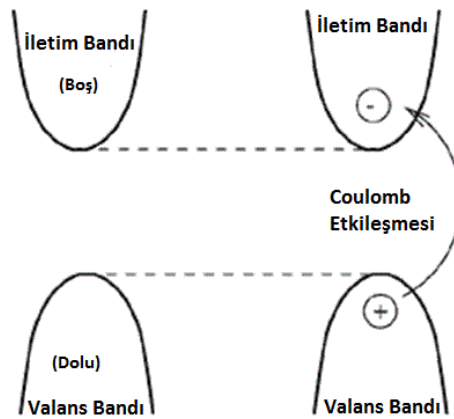
$$v_h = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}_h} E_h(\vec{k}_h) \quad (5.13)$$

şeklindedir. Elektron valans bandından ayrıldığında, negatif yük eksikliği, pozitif elemanter yüke sahip deşik tanımlanmasını sağlar. Bu yüzden deşikler pozitif elektrik yük taşırlar. (5.4) dağılım fonksiyonu deşik enerjisi içinde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$F_h(\vec{k}) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_F - E_h(\vec{k})}{k_B T}}} \quad (5.14)$$

## 5.2. Eksitonlar

Yarıiletken maddelerde taban durumundayken tamamen dolu valans bandı ve tamamen boş iletkenlik bandı, valans bandın hemen üstünde yasak enerji aralığı bulunur. Maddeye enerjisi yasak enerji aralığı civarında olan foton gönderildiğinde, foton absorpsiyonu gerçekleşir ve valans bandındaki bir elektron iletkenlik bandındaki boş bir seviyeye geçiş yapar. Yarıiletkenlerde bantlar arası foton absorpsiyonunda iletim bandında elektron, valans bandında deşik (hole) oluştuğunda, bu zıt yükler birbirilerini aralarında oluşan Coulomb etkileşmesi ile etkilerler.(Şekil 5.2) Bu çekici etkileşme elektron hole çifti oluşma olasılığını artırır ve böylece optik geçiş olasılığı artar. Bağlı elektron hole çifti oluşur ve bu nötral bağlı çifte eksiton adı verilir. Genel olarak eksiton, elektron ve boşluğun sabit bir yörüngede birbiri etrafında döndüğü pozitronyum atomuna benzer bir sistem gibi düşünülebilir.



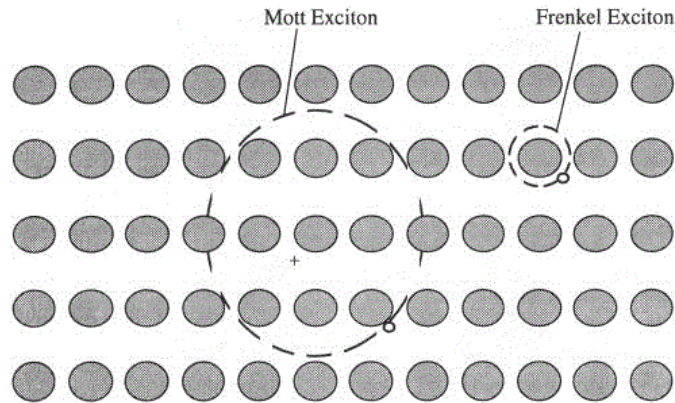
Şekil 5.2. Eksiton oluşumu.

Katılarda eksitonlar iki ana grupta incelenebilir.

- Wannier-Mott eksitonu (Serbest eksitonlar)
- Frenkel eksitonu(Sıkı bağlı eksitonlar)

Wannier-Mott eksitonları genellikle yarıiletkenlerde, Frenkel eksitonları ise yalıtkan kristallerde ve moleküler kristallerde görülürler. İki cinse ait eksitonların şematik gösterimi Şekil 5.3'de verilmiştir. Şekilde kristalde birbiri etrafındaki yörüngelerde dönen elektron ve deşığı göstermektedir. Wannier-Mott eksitonları

birçok atomu kapsarlar dolayısıyla örgü sabitine kıyasla büyük yarıçaplara sahiptirler. Burada elektron deşığı ortalama pozitif örgü potansiyeli gibi algılar. Zayıf bağılırlar ve lokalize olmamış durumdadırlar, kristalde kolayca hareket edebilirler, bu yüzden serbest eksiton olarak da adlandırılırlar. Zıt olarak Frenkel eksitonları birim hücreyle karşılaştırılabilir derecede küçük yarıçaplara sahiptirler. Bu onları lokalize yapar ve moleküllerine yada atomlarına sıkı bağlanırlar, ki bu tip eksitonlara sıkı bağı eksiton da denmesinin sebebi budur. Serbest eksitonlara göre daha az yer değıştirebilirler. Kristaldeki hareketleri, bir atomdan diğere sıçrama şeklinde olur. Burada artık ayrı ayrı örgü potansiyeli önemli hale gelir. Durgun eksitonlar, çekici potansiyelin, eksitonları fononlarla çarpışmalara karşı koruyabilecek yeterlilikte olduğunda oluşabilirler.  $k_B$  Boltzman sabiti olmak üzere termal olarak uyarılmış fononların T sıcaklığındaki maksimum enerjisi  $E \sim k_B T$  olduğundan, bu koşul eksiton bağlanma enerjisi  $k_B T$  değerinden büyük olduğunda sağlanacaktır. Wannier Mott eksitonları büyük yarıçaplarından dolayı düşük bağlanma enerjilerine sahip olurlar ( $\sim 0,01$  eV)  $k_B T$  değerinin oda sıcaklığındaki değeri 0,025 eV olduğundan dolayı bu eksitonlar düşük sıcaklıklarda gözlenirler. Diğere taraftan Frenkel eksitonları 0,1-1eV aralığında daha güçlü bağlanma enerjilerine sahiptir, bu yüzden oda sıcaklığında kararlıdırlar.



Şekil 5.3. Mott Eksitonları ve Frenkel Eksitonlarının şematik gösterimi.

Wannier-Mott eksitonları genellikle Si, Ge, GaAs gibi inorganik yarıiletkenlerde oluşurlar. Çünkü bu maddelerde atomlar arası elektronik dalga fonksiyonları örtüşmesi büyüktür. Elektron ve deşik birbirinden ayrı fakat

elektronik durumda bağılırlar. Frenkel eksitonları ise organik yarıiletkenlerde görülür. Bu tip yarıiletkenlerde moleküller birbirlerinden uzaktır. Dolayısıyla moleküller arası elektronik dalga fonksiyonu örtüşmesi azdır, elektronlar kendi molekülüne sıkı bağlıdır. Bu yüzden enerji bant aralıkları dardır. Bununla ilişkili olarak da ayrı ayrı moleküler enerji seviyeleri de dardır. Bu tarz eksitonlar moleküler eksitonlar olarakta bilinirler.

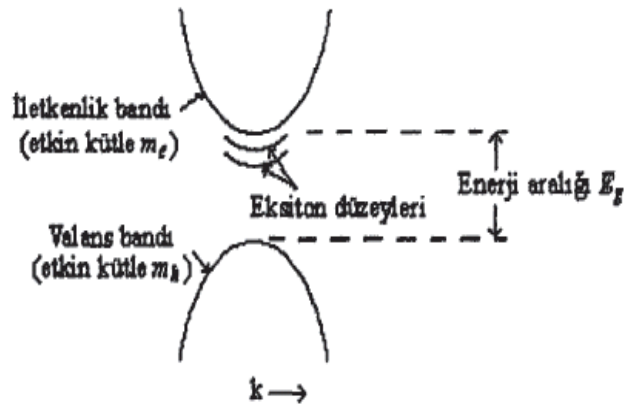
Bohr modeli eksitonlara uygulanırsa  $\mu$  indirgenmiş kütle,  $\epsilon_r$  elektron ve deşiğin bulunduğu ortamın dielektrik sabiti,  $R_H$  hidrojen atomunun Rydberg sabiti (13,6 eV) ve  $n$  bağlı durum baş kuantum sayısı olmak üzere  $n$ . seviyenin enerjisi

$$E(n) = -\frac{\mu}{m_0} \frac{1}{\epsilon_r^2} \frac{R_H}{n^2} = -\frac{R_x}{n^2} \quad (5.15)$$

olur.  $R_x = (\mu/m_0 \epsilon_r^2) R_H$  eksiton Rydberg sabitidir.  $k = 0$ 'da direkt geçiş ile eksiton oluşması için gereken enerji  $E_g$  band aralığı enerjisinden, Coulomb etkileşmesinin doğurduğu bağlanma enerjisi kadar azdır. Bu yüzden eksiton oluşması için gereken enerji

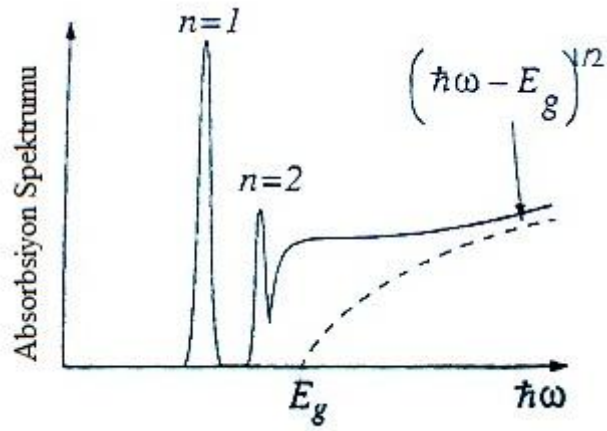
$$E_n = E_g - \frac{R_x}{n^2} \quad (5.16)$$

şeklindedir.



Şekil 5.4. İletkenlik ve valans bant kıyıları  $k=0$  da olan bir bant yapısında, eksiton düzeylerinin iletkenlik bant kıyısına göre durumları.

Yarıiletkenlerin optik spektrumu incelendiğinde Şekil 5.5  $\omega_g$  eşik enerjisi olmak üzere bantlar arası fotonik geçiş foton enerjisi  $\hbar\omega > \hbar\omega_g = E_g$  olduğunda gerçekleşir. Bantlar arası absorpsiyon spektrumu kesikli çizgi ile gösterilen eğridir. Burada elektron ve hole arasındaki Coulomb etkileşimi göz ardı edilmiştir. Düz çizgiyle gösterilen eğride görüldüğü gibi  $\omega < \omega_g$  frekanslarında da oldukça dar çizgiler görülmektedir. Bu tarz spektrum genellikle düşük sıcaklıklarda gözlenir. Bu durum eksitonlar ile ilgilidir



Şekil 5.5. Yarıiletkende optik spektrum.

### 5.3. Yarı İletkenlerde Eksitonlar

Z eksenini boyunca büyütülen kuantum kuyu sisteminde eksiton için Hamiltonyen

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_r} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial z_e^2} - \frac{\hbar^2}{2m_h} \frac{\partial^2}{\partial z_h^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon |r_e - r_h|} + V_e(z_e) + V_h(z_h) \quad (5.17)$$

olarak yazılır.  $V_e(z_e)$  ( $V_h(z_h)$ ), elektron (deşik) potansiyeli,  $m_e$ ,  $m_h$ , elektron ve deşik etkin kütleleridir.

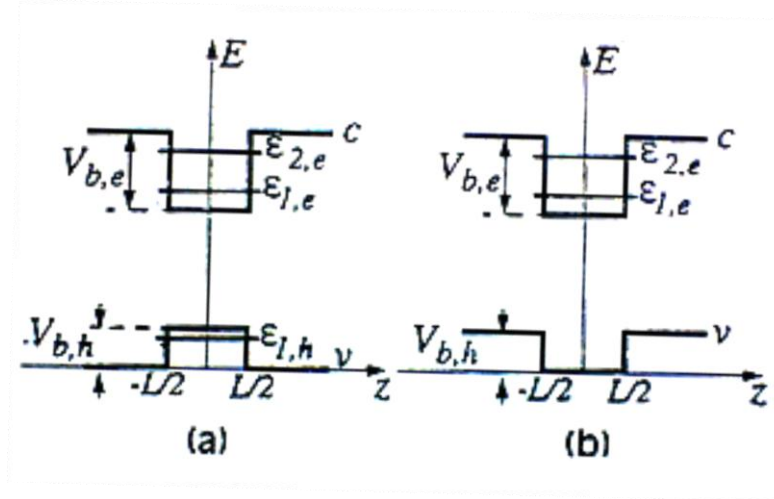
Elektron ve deşik için parabolik band yapıları olduğu düşünülürse, sonlu kuantum kuyusundaki eksiton problemi için Hamiltonyenin genel bir analitik çözümü yoktur. Sistemin çözümü

$$E = \int \frac{\Psi_{ex}^* H \Psi_{ex} dz_e dz_h \rho d\rho d\varphi}{\Psi_{ex}^* \Psi_{ex} dz_e dz_h \rho d\rho d\varphi} \quad (5.18)$$

şeklinde enerji minimize edilerek bulunur.

Heteroyapılarda eksitonik özellikler heteroyapıyı oluşturan her iki yapının parametrelerine bağlıdır. Tip I yapılarında Şekil 5.6' da görüldüğü gibi elektron ve deşikler aynı tabakada kuşatılırlar. Burada örnek olarak AlGaAs/GaAs kuantum yapısı alınmıştır.

Tip II heteroyapılarda Şekil 5.6 (b)'de görüldüğü gibi elektron ve deşik farklı tabakalarda kuşatılırlar. Örneğin InAs/GaSb heteroyapısında elektronlar InAs tabakasında kuşatılırken, deşikler GaSb tabakasında kuşatılırlar. Elektron ve hole farklı uzaysal kuşatılmaya sahiptir bu yüzden bu tip eksitonlar arayüzey eksitonları (interface exciton) olarak ta tanımlanır.



Şekil 5.6. (a) Tip I heteroyapı

(b) Tip II heteroyapı.

Tip I yapı eksitonlarının bulk eksitonları ile birçok ortak özelliği vardır. Tip II eksitonları ise ayrı uzaysal kuşatılmadan dolayı farklı bir fiziksel resim çizerler. Bölüm 7’de Tip II yapı eksitonları için ayrıntılı çözüm yapılacaktır.



## 6. YARIİLETKEN p-n EKLEMİ

Yarı iletkenin elektron verici (donör) atomlarla katkılanması sonucu n-tipi yarı iletken, elektron alıcı (akseptör) atomlarla katkılanması sonucu ise p-tipi yarı iletken oluşur. Bir yarı iletkenin bir kısmı p-tipi, diğeri n-tipi olacak şekilde katkılanırsa p-n eklemi elde edilir. Bu şekilde oluşturulan bir pn eklemde her bölgede Fermi seviyesi yük nötrallığı koşulundan elde edilir.

$$n + N_A^+ = p + N_D^+ \quad (6.1)$$

n ve p sırasıyla  $F_n$  ve  $F_p$  kuazi Fermi seviyeleri ile ilgilidir. Örneğin p bölgesinde,  $p \gg n$  ise, net akseptör konsantrasyonu

$$N_A \equiv N_A^- - N_D^+ \quad (6.2)$$

olarak alınabilir. Eğer

$$N_A \gg n_i \quad (6.3)$$

ise

$$p \cong N_A \quad (6.4)$$

elde edilir. Benzer olarak n bölgesindeki net donör konsantrasyonu

$$N_d \equiv N_D^+ - N_A^- \quad (6.5)$$

olarak kabul edilirse

$$n \cong N_d \quad (6.6)$$

bulunur. n ve p tipi iki yarıiletken bir araya (contact) geldiğinde difüzyon gözlenir. n tipi yarıiletkende çoğunluk taşıyıcı olan elektronlar, azınlık durumunda oldukları p tipi yarıiletkene doğru arkalarında pozitif yüklü donör atomlarını bırakarak difüze olurlar. p tipi yarıiletkende çoğunluk taşıyıcı olan deşikler arkalarında negatif yüklü akseptör atomlarını bırakarak, azınlık taşıyıcı durumunda oldukları n tipi bölgeye doğru difüze olurlar. Difüze olan bu elektron ve deşikler yeniden birleşirler (recombine). Bu durumda geride yalnızca pozitif ve negatif yüklü iyonize olmuş katkı atomları kalır. Bu atomların bulunduğu bölgeye arınmış (tüketilmiş) bölge (depletion region) denir. Elektron ve deşiklerin difüzyon uzunlukları yeniden birleşmeden (recombine) önce aldıkları yoldur ve genelde bu yeniden birleşme olayı (recombination) her iki yarıiletkenin eklem bölgesi civarında gerçekleşir.

Difüzyon sürecinde eklem bölgesi civarının n tipi yarıiletken kısmında pozitif yüklü, p tipi yarıiletken kısmında ise negatif yüklü bir bölge oluşur. Bu nedenle, pozitif bölgeden negatif bölgeye doğru bir iç elektrik alan oluşur. İç elektrik alan azınlık taşıyıcıları eklem bir tarafından diğer tarafına süpürür, böylece p tipi yarıiletkenden n tipi yarıiletkene doğru elektronların, n tipi yarıiletkenden p tipi yarıiletkene doğru da deşiklerin sürüklenme akımı oluşur. Difüzyon süreci çoğunluk taşıyıcılara etki ederken, iç elektrik alan azınlık taşıyıcılara etki etmektedir. Dolayısıyla sürüklenme akımlarıyla difüzyon akımları eşit ve birbirine zıt doğrultuda olduğundan termodinamik dengeye ulaşıldığında, eklemde net akım sıfırdır. Termodinamik dengeye ulaşıldığında, p ve n bölgeleri boyunca Fermi seviyesi aynı hizaya gelir.

Yük yoğunluğu

$$\rho(x) = q(p - n + N_D^+ - N_A^-) \quad (6.7)$$

olmak üzere arınmış bölgede p ve n serbest yük taşıyıcıları difüze olduklarından  $N_A^-$  p bölgesinde net akseptör konsantrasyonu ve  $N_D^+$  n bölgesinde net donör konsantrasyonu olmak üzere arınmış bölgedeki yük yoğunluğu

$$\rho(x) = \begin{cases} +q N_d & -x_n < x < 0 \\ -q N_A & 0 < x < x_p \end{cases} \quad (6.8)$$

olacaktır. Gauss yasasına göre

$$\nabla \cdot (\varepsilon E) = \rho \quad (6.9)$$

olduğundan

$$\frac{d}{dx} E(x) = \begin{cases} +\frac{q N_d}{\varepsilon_n} & -x_n < x < 0 \\ -\frac{q N_A}{\varepsilon_p} & 0 < x < x_p \end{cases} \quad (6.10)$$

elde edilir.  $\varepsilon_p$  ve  $\varepsilon_n$  sırasıyla p ve n bölgelerindeki elektriksel geçirgenliktir (permittivity). Gauss yasasından yola çıkılarak elektrik alan iki doğrusal (linear) fonksiyon cinsinden

$$E(x) = \begin{cases} +\frac{q N_d (x+x_n)}{\varepsilon_p} & -x_n < x < 0 \\ -\frac{q N_A (x-x_p)}{\varepsilon_p} & 0 < x < x_p \end{cases} \quad (6.11)$$

olarak verilir ve sınır koşulları uygulanırsa  $x=0$  sınırında süreklidir. O halde

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (6.12)$$

$\mathbf{D}$  sürekli olacağından

$$\varepsilon_p E(0_-) = \varepsilon_n E(0_+) \quad (6.13)$$

yada

$$N_A x_P = N_d x_n \quad (6.14)$$

olur. Elektrik Alan,

$$E(x) = -\frac{d\phi_x}{dx} \quad (6.15)$$

yazılır. Yani elektrostatik potansiyel dağılımı profiline eğimi, elektrik alan profiline negatiftir. Eğer referans potansiyel  $x \leq -x_n$  bölgesinde 0 seçilirse Şekil 6.1d'de görüldüğü gibi

$$\phi_x = \begin{cases} 0 & x \leq -x_n \\ -\frac{q N_d}{2\epsilon_n} (x + x_n)^2 & -x_n < x < 0 \\ -\frac{q N_A}{2\epsilon_P} (x^2 - x x_P) - \frac{q N_d}{2\epsilon_n} x_n^2 & 0 < x < x_P \\ -V_0 & x \geq x_P \end{cases} \quad (6.16)$$

olur. Burada

$$V_0 = V_{0P} + V_{0n} \quad (6.17)$$

$$V_{0n} = \frac{q N_d x_n^2}{2\epsilon_n} \quad (6.18)$$

$$V_{0P} = \frac{q N_A x_P^2}{2\epsilon_P} \quad (6.19)$$

denklemleri geçerlidir. n bölgesi genişliği

$$x_n = \sqrt{\frac{2 \epsilon_n V_0}{q N_d N_A \left( N_A + \frac{\epsilon_n}{\epsilon_P} N_d \right)}} \quad (6.20)$$

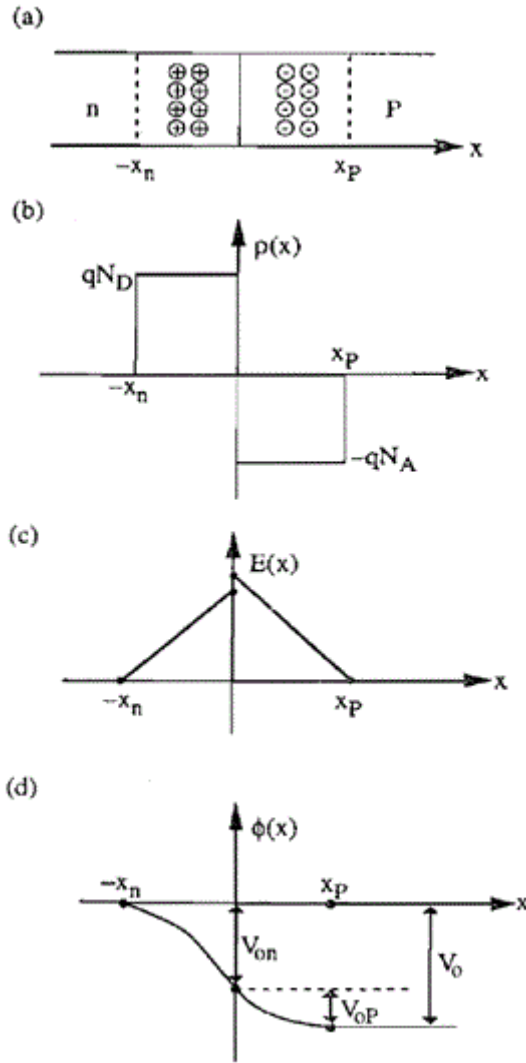
p bölgesi genişliği

$$x_p = \sqrt{\frac{2 \epsilon_p V_0}{q N_d N_A \left( N_d + \frac{\epsilon_p}{\epsilon_n} N_A \right)}} \quad (6.21)$$

ve arınmış bölge (depletion region) genişliği

$$x_w = x_p + x_n \quad (6.22)$$

olarak bulunur.



Şekil 6.1. (a) n-p heteroeklemi (b) yük dağılımı (c) elektrik alan dağılımı (d) elektrostatik potansiyel

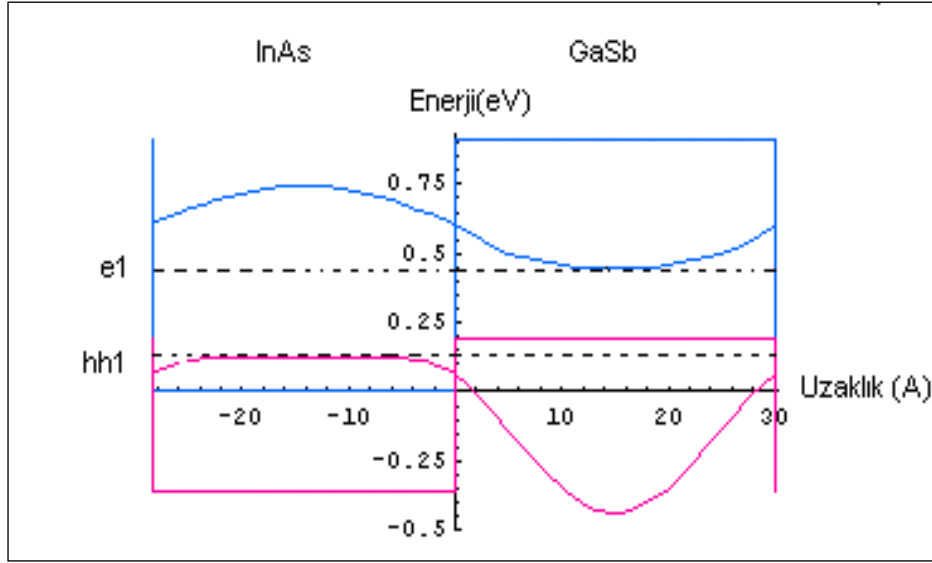
## 7. InAs GaSb Tip II SÜPERÖRGÜLERDE ELEKTRON DEŞİK ETKİLEŞMELERİ

Bu bölümde InAs/GaSb Tip II süperörgü sistemlerinde elektron ve deşik altband enerjileri incelenmiştir. Süperörgünün bir tarafı n tipi, diğer tarafı p tipi katkılandığında elektron ve deşik enerji değişimleri, oluşan iç elektrik potansiyeli (built-in) incelenmiştir. InAs/GaSb Tip II p-n süperörgüsü farklı elektrik alan uygulanması sonucu incelenmiş ve son olarak eksiton bağlanma enerjileri bulunmuştur.

### 7.1. InAs/GaSb Süperörgüde Elektron-Deşik Subband Enerjileri

Bir boyutlu sonsuz periyodik kare kuyulu sistemde, elektronun hareketini inceleyen bir model olan Kronig-Penney modelinde periyodik sınır koşulları kullanılarak, kristaldeki enerji bandları hesaplanabilir.

InAs ve GaSb'tan oluşan bir periyotluk bir heteroyapıda elektronlar InAs tabakasında ve deşikler GaSb tabakasında kuşatılırlar. Kronig-Penney modeli ve zarf (envelope) dalga fonksiyonu yaklaşımı ile kuyudaki (InAs) elektron ve bariyerdeki (GaSb) deşik enerji bantları hesaplanarak etkin enerji aralığı (effective gap) elde edildi. Burada iletkenlik bandındaki elektronların sürekli ve düzlem dalga formu Fermi enerjisini belirlemede yaklaşım olarak alındı. Holler için ise bandlar çok keskin olup GaSb bölgesinde küçük bir band eğilmesi(bending) gözlenmiştir. Bu anlamıyla da elektron band enerjisi minimumu ve hole bandı aralığı etkin yasak enerji aralığı olarak kabul edilmiştir. Şekil 7.1'de tek tabaka InAs-GaSb tan oluşan yapı ve elektron – hole dalga fonksiyonları görülmektedir. InAs tabakasının iletim bandı enerji düzeyi 0 kabul edilmiştir. InAs iletim bandı ve GaSb valans bandı enerji farkı 190 meV alınmıştır[20]. Bu tek tabaka kalınlıklarında elektronlar süperörgü davranışı gösterirken, ağır deşikler (heavy hole) tamamen kuşatılmış görünmektedir.



Şekil 7.1. Tek periyot InAs/GaSb heteroyapısı ve elektron – hole dalga fonksiyonları.

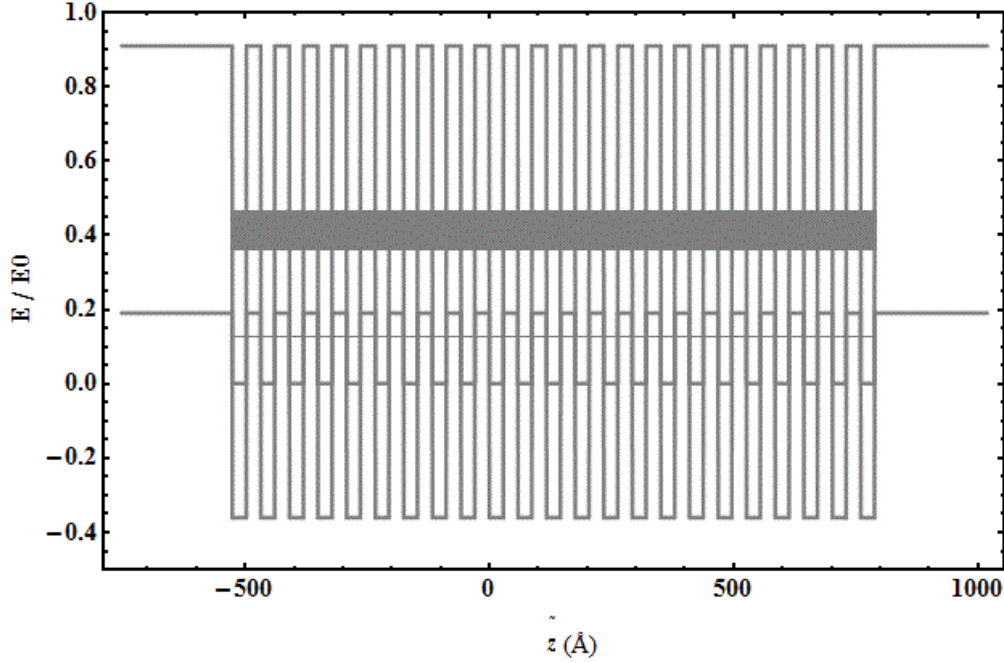
Tek periyottan oluşan InAs/GaSb yapısında, için elektron ve deşik altbant enerjileri için yapılan hesaplamada kullanılan değişkenler Çizelge 7.1’de verilmiştir.  $m_e^*$  ( $m_h^*$ ) elektron (deşik) etkin kütlesi,  $m_0$  serbest elektron kütlesi ve  $E_g$  band aralığıdır.

Çizelge 7.1. InAs ve GaSb için bazı önemli değişkenler (300 K)

	Kalınlık (Å)	$m_e^*$ ( $m_0$ )	$m_h^*$ ( $m_0$ )	$E_g$ (eV)
InAs	28.5	0,023	0,41	0,36
GaSb	30	0,041	0,4	0,72

Tek periyotluk InAs/GaSb yapısının tekrarlanmasıyla oluşan 22 periyotluk süperörgüde elektron ve deşik bandları Şekil 7.2.’de görülmektedir. InAs iletim bandı enerjisi sıfır olarak alındığında, elektronların bulunacakları minimum enerji 0,353 eV iken, deşikler için bu enerji 0,127 eV bulunmuştur. Band genişliği elektronlar için 0,112 eV iken, bu değer holler için 0,0002 eV tur. Elektron bandı minimum enerjisi ve deşik bandı maksimum enerjisi farkı etkin enerji aralığını oluşturmaktadır. Bu aralık 0,226 eV olup 5,4  $\mu\text{m}$  dalgaboyuna karşılık gelmektedir. Bu dalga boyu optik soğurmada uzun dalga boyu kesilim

dalgaboyudur. Hesaplamalar  $T=300K$ ' da yapılmış olup, 77 K'da kesilim dalgaboyunun  $4,9 \mu m$  olacağı beklenmektedir.



Şekil 7.2. InAs/GaSb süperörgüsünde elektron deşik bant yapısı.

Bilinen elektron ve deşik enerjilerine karşılık gelen etkin kütleler bulundu. Bu hesaplamalarda [21]'de kullanılan yöntem temel alındı ve  $m_e$  elektron kütlesi olmak üzere, beklenen, InAs'ın etkin elektron kütlesi olan  $0,023m_e$  ve GaSb'ın elektron etkin kütlesi olan  $0,041m_e$  arasında bir değer olan  $0,0317m_e$  bulundu. Aynı şekilde deşik için beklenen InAs etkin deşik kütlesi olan  $0,41m_e$  ile GaSb 'ın etkin deşik kütlesi olan  $0,4m_e$  arasında bir değer olup, istenilen deşik enerjisine karşılık gelen etkin kütle  $0,405m_e$  olarak bulunmuştur.

Kullanılan yöntemde tüm sistem sonsuz potansiyel duvarlar arasında sınırlandırılır. Sistemin Hamiltonyeni  $H$  olmak üzere özdeğer denklemi

$$H\Psi = E\Psi \quad (7.1)$$

şeklindedir. Bu eşitlikte sistemin öz fonksiyon  $\Psi$  sonsuz kare kuyu dalga fonksiyonları baz alınarak



$$\Psi_i = \sum_n C_{in} \phi_n \quad (7.2)$$

ile verilmiştir. Bütün sistem sağdan ve soldan sonsuz potansiyeller ile  $-Z_l$  ile  $Z_r$  arasında sınırlandırılmıştır. Burada  $\phi_n$

$$\phi_n = \sqrt{\frac{2}{L_D}} \sin \frac{n \pi (Z+Z_l)}{L_D} \quad (7.3)$$

şeklindedir ve

$$L_D = Z_l + Z_r \quad (7.4)$$

olarak tanımlanmıştır. Özdeğer denklemi (7.1)' den dalga fonksiyonları seriye açılarak yazıldığında

$$H \sum C_{in} \phi_n = E \sum C_{in} \phi_n \quad (7.5)$$

şeklinde yazılabilir. (7.5)  $\phi_m^*$  ile soldan çarpılıp integre edildiğinde

$$\sum_N C_{in} (H_{mn} - E \delta_{mn}) = 0 \quad (7.6)$$

seküler denkleminde ulaşılır.  $H_{mn}$  matrisinin öz değerleri, matris boyutu artırılarak doğru değere yaklaşılır. Öz fonksiyonlar  $N=150$  baz fonksiyon üzerinden toplam alınarak elde edilmiştir. Elektronlar için 1. Band 22 yarılmış enerji seviyesi demektir. Elektron dalga fonksiyonu komşu kuyulara tünelleme yaparken, hole dalga fonksiyonu ilk komşu bariyerde sönmektedir. Beklenildiği üzere elektronda süperörgü karakteri gözlenmiştir.

## 7.2. InAs/GaSb p-n Ekleminde Elektron Deşik Subband Enerjileri ve Fermi Enerjisinin Bulunması

300 K' de, InAs  $5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  donör ve GaSb  $1,5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  akseptör katkılanarak n tipi ve p tipi yarıiletkenler elde edilir. n ve p tipi iki yarıiletken biraraya geldiğinde difüzyon gözlenir. n tipi yarıiletkende çoğunluk taşıyıcı olan elektronlar, azınlık durumunda oldukları p tipi yarıiletkene doğru arkalarında pozitif yüklü donör atomlarını bırakarak difüze olurlar. p tipi yarıiletkende çoğunluk taşıyıcı olandeşikler arkalarında negatif yüklü akseptör atomlarını bırakarak, azınlık taşıyıcı durumunda oldukları n tipi bölgeye doğru difüze olurlar. Difüze olan bu elektron vedeşikler yeniden birleşirler(recombine). Bu durumda geride yalnızca pozitif ve negatif yüklü iyonize olmuş katkı atomları kalır. Elektron vedeşiklerin difüzyon uzunlukları rekombine olmadan önce aldıkları yoldur ve genelde bu rekombinasyon her iki yarıiletkenin eklem bölgesi civarında gerçekleşir.

Difüzyon sürecinde eklem bölge civarının n tipi yarıiletken kısmında pozitif yüklü, p tipi yarıiletken kısmında ise negatif yüklü bir bölge oluşur. Bu nedenle, pozitif bölgeden negatif bölgeye doğru bir iç elektrik alan oluşur. İç elektrik alan azınlık taşıyıcıları eklem bir tarafından diğer tarafına süpürür. Böylece p tipi yarıiletkenden n tipi yarıiletkene doğru elektronların, n tipi yarıiletkenden p tipi yarıiletkene doğru dadeşiklerin sürüklenme akımı oluşur. Difüzyon süreci çoğunluk taşıyıcılara etki ederken, iç elektrik alan azınlık taşıyıcılara etki etmektedir. Dolayısıyla sürüklenme akımı ile difüzyon akımı eşit ve birbirine zıt doğrultuda olduğundan termodinamik dengeye ulaşıldığında, eklemde net akım sıfırdır. Termodinamik dengeye ulaşıldığında, p ve n bölgeleri boyunca Fermi seviyesi aynı hizaya gelir.

p-n eklemde n ve p tarafında potansiyel enerji değişimi

$$V_n = \frac{q^2 N_d}{2\epsilon_0 \epsilon} (z + z_n)^2 \quad (7.7)$$

$$V_p = -\frac{q^2 N_a}{2\epsilon_0 \epsilon} (z^2 - zz_p) + \frac{e^2 N_d}{2\epsilon_0 \epsilon} z_n^2 \quad (7.8)$$

şeklinde olacaktır. Sınır koşulları uygulandığında

$$N_d z_n = N_a z_p \quad (7.9)$$

koşuluna ulaşılır. P-n eklemde p ve n bölgesinin genişliği sırasıyla

$$z_p = \sqrt{\frac{(E_{Fn} - E_{Fp})}{\frac{q^2 N_a}{2 \epsilon \epsilon_0} \left( \frac{N_a + 1}{N_d} \right)}} \quad (7.10)$$

$$z_n = \frac{N_a z_p}{N_d} \quad (7.11)$$

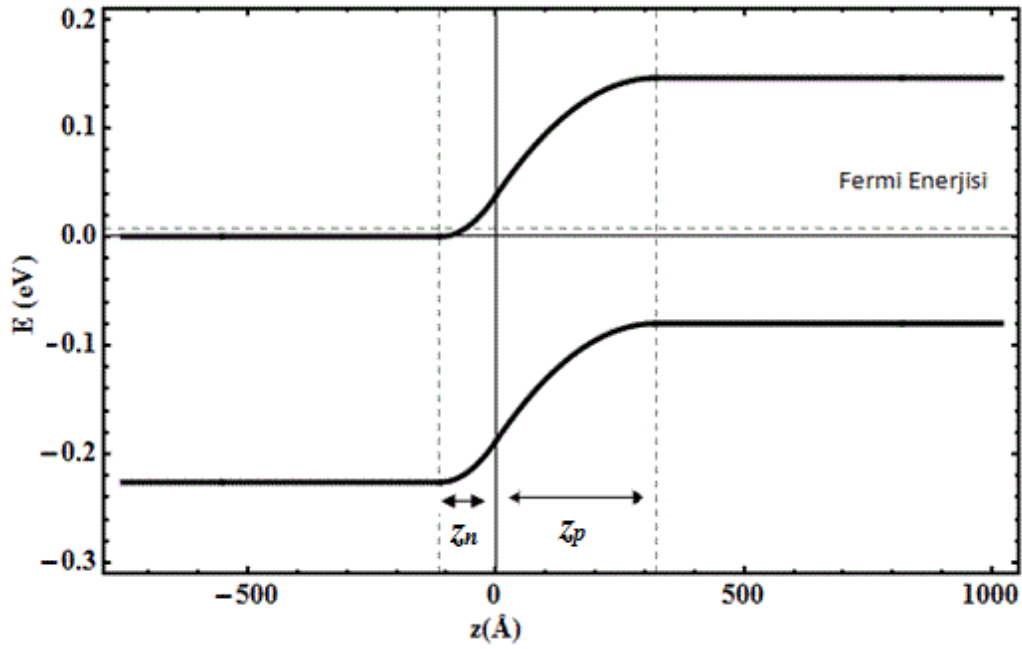
şeklinde dir. Arınmış bölge genişliği  $w$  olmak üzere

$$w = z_n + z_p \quad (7.12)$$

şeklinde dir

Yukarıdaki denklemlerde  $V_n$  ve  $V_p$  sırasıyla n tipi ve p tipi yarıiletkenin uzunluğa bağlı potansiyel enerji değişimini vermektedir.  $\mathcal{E}$  malzemenin dielektrik sabitidir.  $z_n$  ve  $z_p$ , n ve p taraftaki uzunluktur ve toplamı arınmış bölge (depletion region) genişliğini vermektedir.  $N_a$ , p taraftaki net akseptor konsantrasyonu iken,  $N_d$  n taraftaki net donör konsantrasyonudur.

InAs/GaSb tabakalarından oluşan süperörgüde elde edilen elektron ve hole altbant enerjileri kullanılarak elde edilen etkin enerji aralığı ve Fermi enerji seviyeleri göz önünde bulundurulduğunda katkılama sonucu oluşan yapının görünümü Şekil 7.3'deki gibidir. Enerji aralığı 0,226 eV olan yapıda sol taraf n tipi ve sağ taraf p tipidir. ( $V_{\text{built-in}} = 0,146$  V)



Şekil 7.3. InAs/GaSb p-n eklemi ve Fermi enerji seviyesi.

Fermi enerjileri 2 katkı durumu içinde (4.23) ve (4.24) kullanılarak elde edilir.

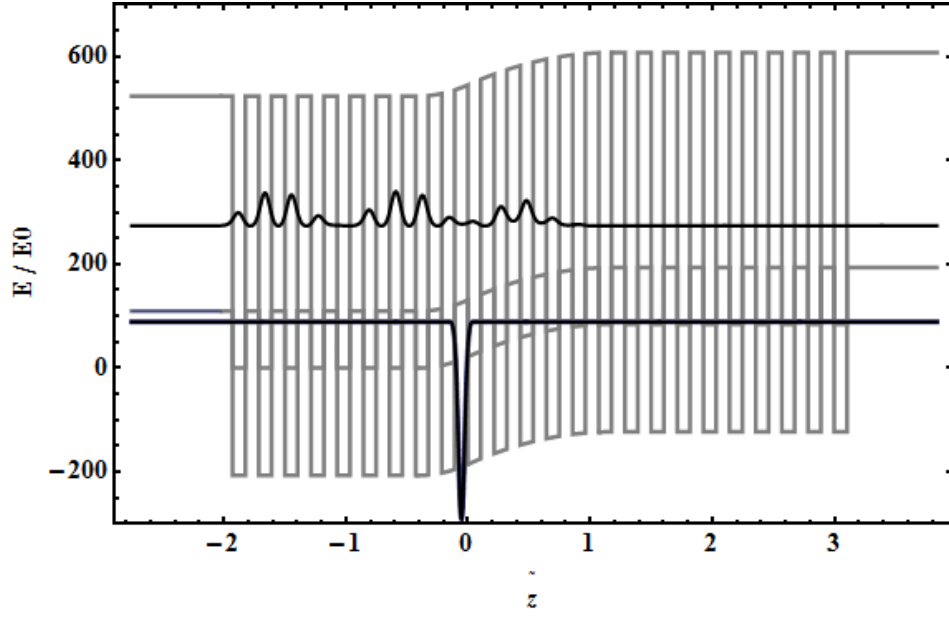
$$n = \left( \frac{m_e^*}{\pi \hbar^2} \right) k_B T \ln \left( e^{\frac{(E_F - E_i)/k_B T}{k_B T}} + 1 \right) \quad (7.13)$$

$$p = \left( \frac{m_h^*}{\pi \hbar^2} \right) k_B T \ln \left( e^{\frac{(E_i - E_F)/k_B T}{k_B T}} + 1 \right) \quad (7.14)$$

Kullanılan denklemlerde  $\hbar$  Planck sabiti,  $m_e^*$  ve  $m_h^*$  sırasıyla elektron etkin kütlesi ve deşik etkin kütlesi,  $k_B$  Boltzman sabiti,  $T$  sıcaklık,  $E_i$  kuantum kuyusunda taban durum enerjisi,  $E_g$  enerji aralığıdır. Elektron için Fermi enerjisi Denklem (7.13) kullanılarak ve 2 boyutta taşıyıcı konsantrasyonu  $n_{2D} = N_d(L_w + L_b)$  alınarak hesaplanmıştır.  $n_{2D} = N_d L_w(\text{InAs})$  yada 1 periyot üzerinden  $n_{2D} = N_d(L_w + L_b)$  kabul etmek Fermi enerjisini yalnızca % 0,01 değiştirmektedir. Deşikler için Fermi enerjisi ise Denklem (7.14) kullanılarak ve 2

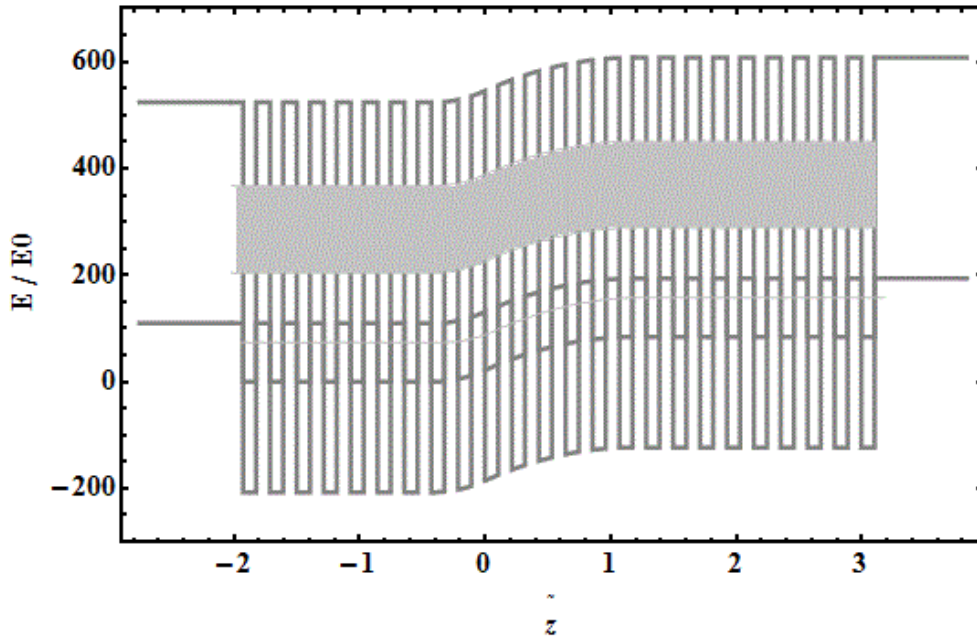
boyutta taşıyıcı konsantrasyonu  $p_{2D} = N_a^i L_b(GaSb)$  alınarak hesaplanmıştır ve GaSb tabakasının valans band maksimumu 0 alınmıştır. InAs için Fermi Enerjisi elektron enerji seviyesinin 7.04 meV üstünde çıkarken, GaSb için deşiklerin bulunduğu enerji seviyesinin 87 meV üstünde çıkmıştır.

P-n eklemde, elektronlar düşük potansiyele doğru hareket ederken, oluşan deşiklerin yerini daha yüksek potansiyelden gelen bir elektron alır. Elektronun düşük potansiyele hareketi sırasında deşikler daha yüksek potansiyele iletilmiş olur. İletim böylece devam eder. Şekil 7.4'de görüldüğü gibi deşik tek bir bariyerde sınırlandırılmış olup, komşu bariyerde sönmektedir. Bu sebepten optik geçişte belirleyici olan elektron bulunma olasılığından çok hole bulunma olasılığıdır. Arınmış bölge dışında süperörgü dalga fonksiyonları hala düzlem dalga formundadır [22] Katkılama miktarı  $10^{17}$  mertebesinde olduğu için flat bant koşulları hala geçerlidir. Bu durumda yapıdaki eğilme ihmal edilebilecek kadar küçüktür.[ 23]  $10^{17}$  mertebesindeki bu katkılama yapı boyunca her periyot içinde, elektron dalga fonksiyonunun karesi ile tanımlanan bir dağılım içinde hem InAs hemde GaSb tabakalarda bulunacak şekilde dağılır. p-n eklemde  $z_n$  112 Å ve  $z_p$  322 Å bulundu. Burada  $\tilde{z} = z / \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$  ve  $E_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2}$  dir. Görülen uzunluklar eksiton bohr yarıçapına (273,316 Å) göre normalize edilmiş değerlerdir. Bu yöntemle elde edilen arınmış bölge kalınlıkları literatürde verilen değere göre %5 hata ile elde edilmiştir [24].



Şekil 7.4. InAs/GaSb p-n eklemi ve elektron hole dalga fonksiyonlarının görünümü.

Şekil 7.5’de elektron ve hole enerji seviyelerinin oluşturduğu elektron ve hole bant yapısı görülmektedir. Elektron band yapısı, hole bant yapısına göre daha geniş olduğu görülmektedir.

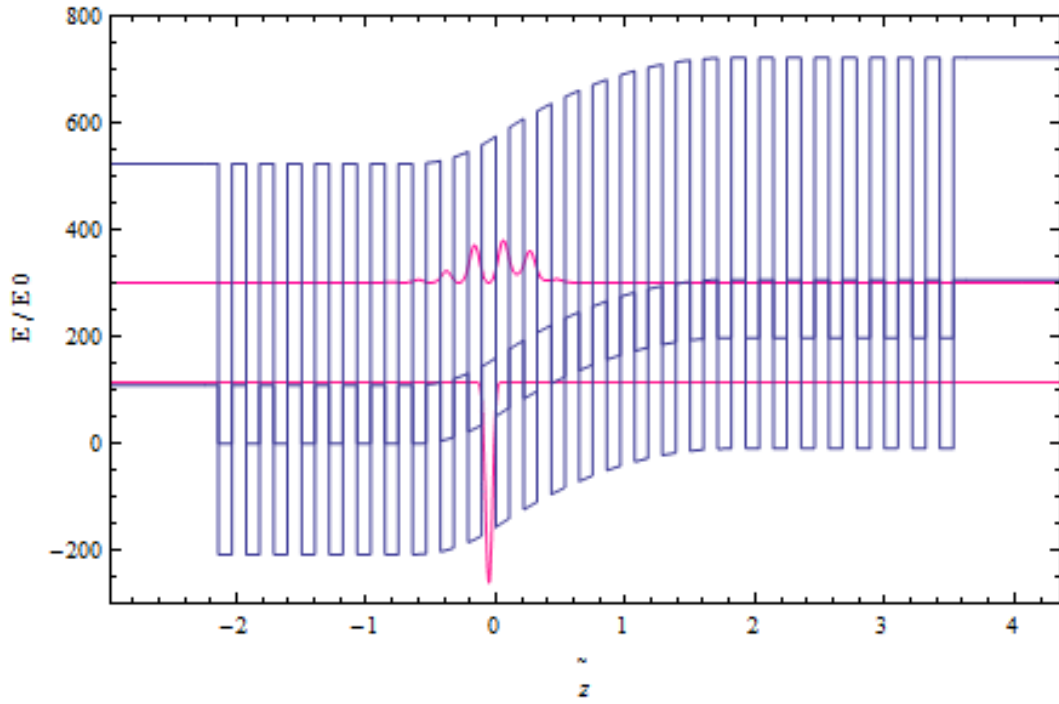


Şekil 7.5. InAs/GaSb p-n ekleminde elektron ve hole enerji bantları.

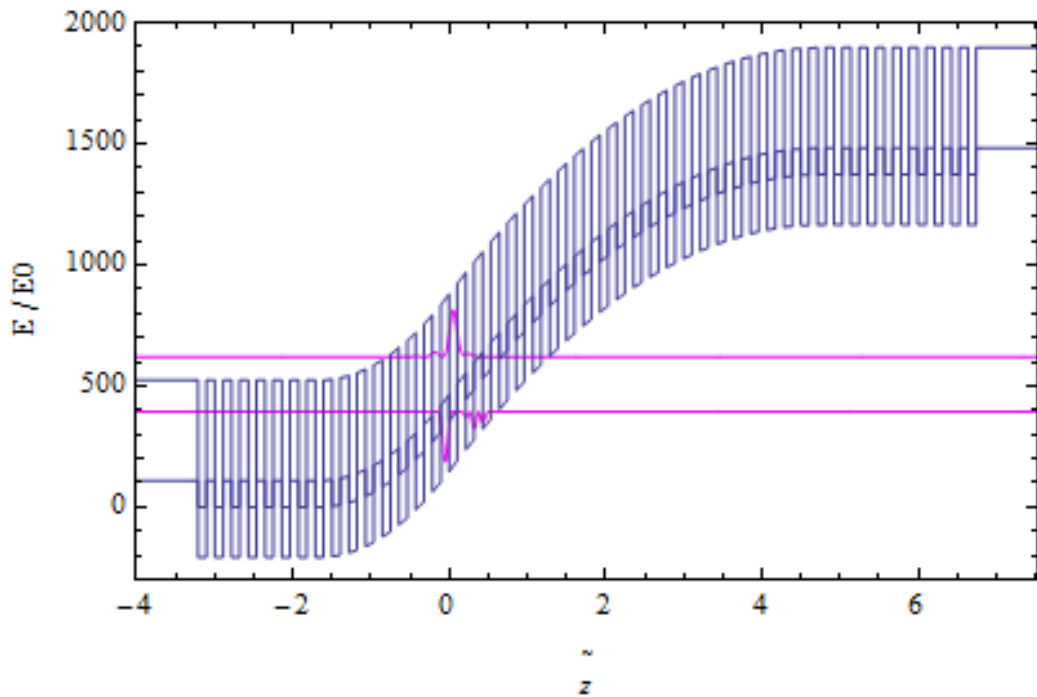
### 7.3. Elektrik Alan Altında InAs/GaSb p-n süperörgüsü

Fotoalgılayıcı sistemlerinde malzeme üzerine ışık düştüğünde fotonlar yarıiletkende elektron-deşik çiftlerinin oluşmasını sağlar. Arınmış bölge dışına ulaşabilen elektron ya da deşikler tekrar birleşirler. Ancak arınmış bölge civarındakiler iç elektrik alan sayesinde ayrılırlar ve foton enerjisi elektrik enerjisine dönüşür. p-n eklemine negatif besleme yapılırsa saturasyon akımı olan çok düşük bir akım akar. Böylece dedektörün akım kaynağı yalnızca üzerine düşen ışık olduğu söylenebilir.

Tip II yapılarda elektron ve deşik ayrı yapılarda kuşatıldıklarından Tip I yapılara kıyasla elektron ve deşik dalga fonksiyonlarının örtüşmesi azdır. InAs/GaSb p-n süperörgü yapısına geri besleme yapıldığında elektrik alandan dolayı elektron ve hole dalga fonksiyonu olasılıkları ters yönlerde kayarlar ve arayüzeyde overlap artar. Böylece elektron ve deşik dalga fonksiyonları aynı arayüzeyde kuşatılarak eksiton bağlanma enerjisi artar Şekil 7.6'da  $\vec{F}=4 \times 10^4 \text{V/cm}$  için elde edilen potansiyel profili ve elektron deşik dalga fonksiyonları görülmektedir. GaSb – InAs p-n süperörgüye  $\vec{F}=4 \times 10^4 \text{V/cm}$  elektrik alan uygulanması ile n kontak potansiyeli 0,344 V'a yükselmiştir. n bölgesinin genişliği 172,627 Å ve p bölgesinin genişliği 494,142Å bulunmuştur. Şekil 7.7'de ise elektrik alan  $\vec{F}=2 \times 10^5 \text{V/cm}$  değerine arttığı durumda elektron-hole dalga fonksiyonları ve potansiyel enerji değişimi görülmektedir. Elektrik alanın bu değerinde  $z_n$  değeri 520Å ve  $z_p$  değeri 1490Å uzunluğuna artmıştır. Kontak potansiyeli 3,12 V değerine yükselir.



Şekil 7.6.  $\vec{F}=4 \cdot 10^4$  V/cm olan elektrik alan altında elektron deşik dalga fonksiyonlarının ve potansiyelin görünümü.



Şekil 7.7  $\vec{F}=2 \cdot 10^5$  V/cm olan elektrik alan altında elektron deşik dalga fonksiyonlarının ve potansiyelin görünümü.



Elektron ve deşik birinci band kenarları etkin band genişliği alınarak, geri besleme (reverse voltage) yapıldığında n ve p bölgelerindeki potansiyel enerji değişimi aşağıdaki denklemler kullanılarak hesaplanmıştır.  $-z_n$  ve  $z_p$  arasındaki P-n eklemine geri besleme yapıldığında n ve p tarafındaki potansiyel enerji değişimi

$$V_n = \frac{q^2 N_d}{2\epsilon \epsilon_0} (z + z_n)^2 \quad (7.15)$$

$$V_p = -\frac{q^2 N_a}{2\epsilon \epsilon_0} (z^2 - z z_p) + \frac{q^2 N_d}{2\epsilon} z_n^2 \quad (7.16)$$

şeklinde olacaktır. Sınır koşulları uygulandığında

$$N_d z_n = N_a z_p \quad (7.17)$$

koşuluna ulaşılır. P-n eklemine p ve n bölgesinin genişliği sırasıyla

$$\frac{q^2 N_a}{2\epsilon \epsilon_0} \left( \frac{N_a}{N_d} + 1 \right) z_p^2 - eF z_p - E_{Fn} + E_{Fp} = 0 \quad (7.18)$$

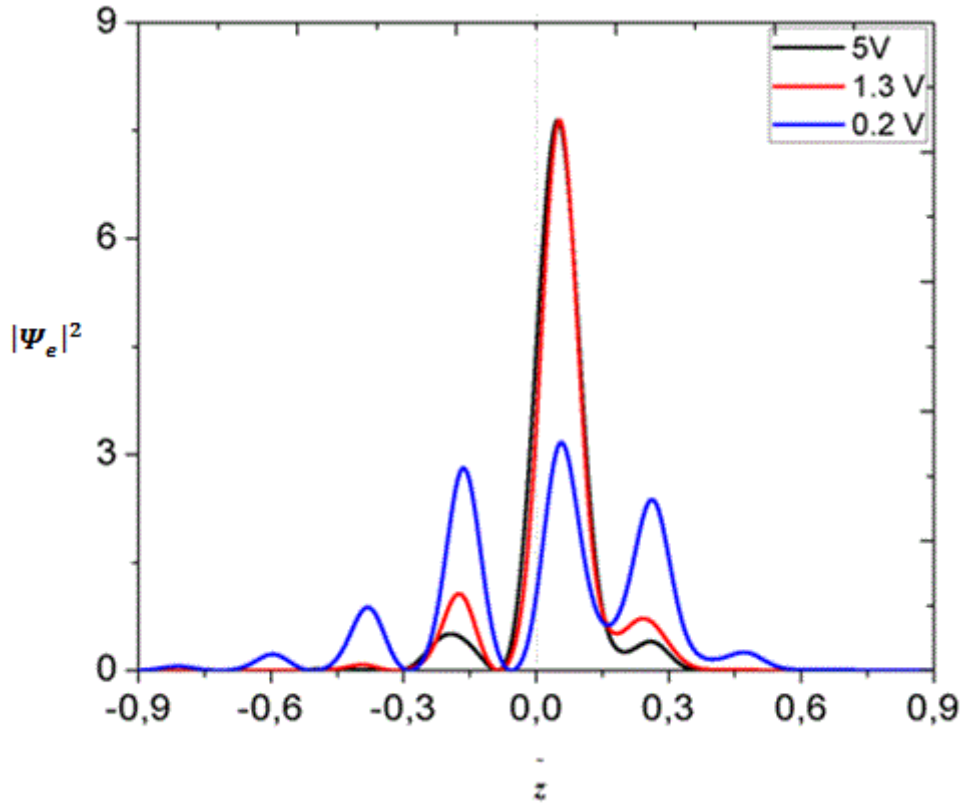
$$z_n = \frac{N_a z_p}{N_d} \quad (7.19)$$

eşitliklerinden elde edilir. Arınmış bölge genişliği  $w$  olmak üzere

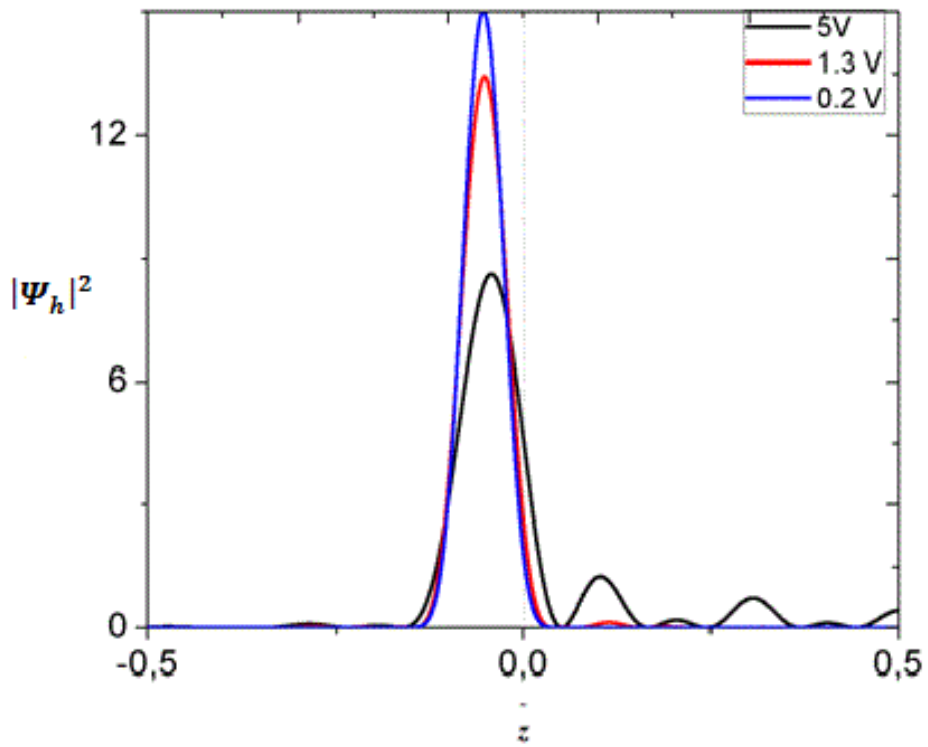
$$w = z_n + z_p \quad (7.20)$$

şeklindedir.

Şekil 7.8. ve Şekil 7.9.'da elektrik alanın 3 farklı değeri için  $|\Psi_e|^2$  ve  $|\Psi_h|^2$  çizimleri görülmektedir. Elektrik alan arttıkça elektron ve hole dalga fonksiyonlarının aynı arayüzeye ( $\tilde{z} = 0$ ) doğru kaydığı görülmektedir

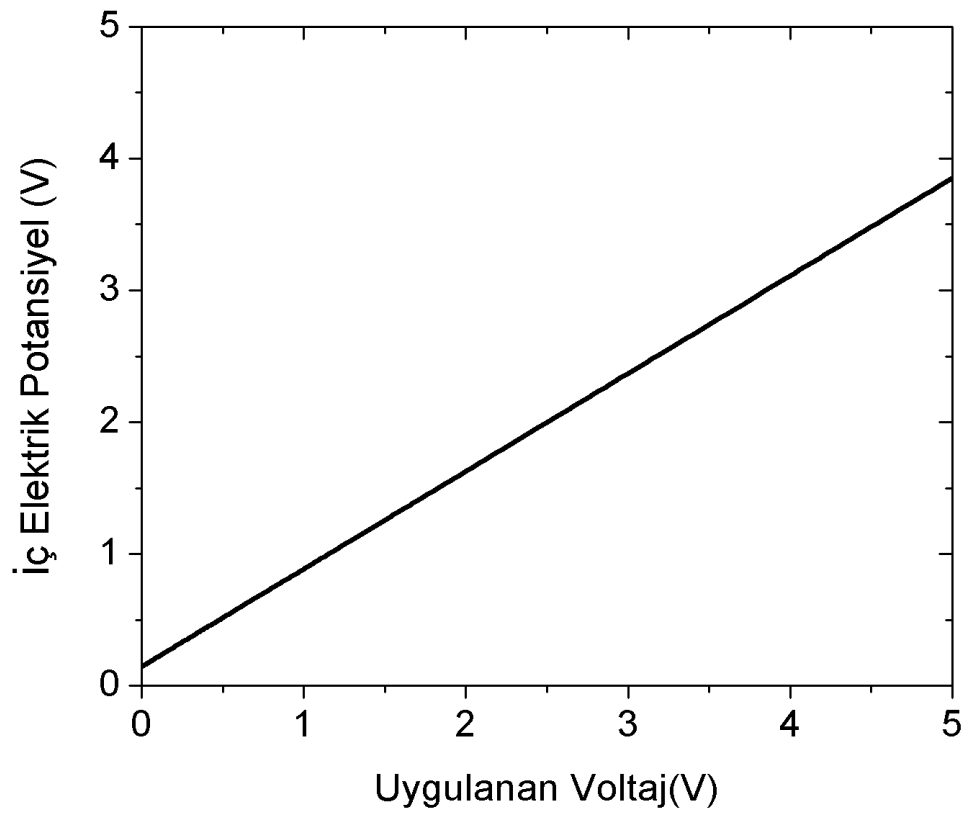


Şekil 7.8.  $|\Psi_e|^2$ 'nin uygulanan voltaj ile değişimi.

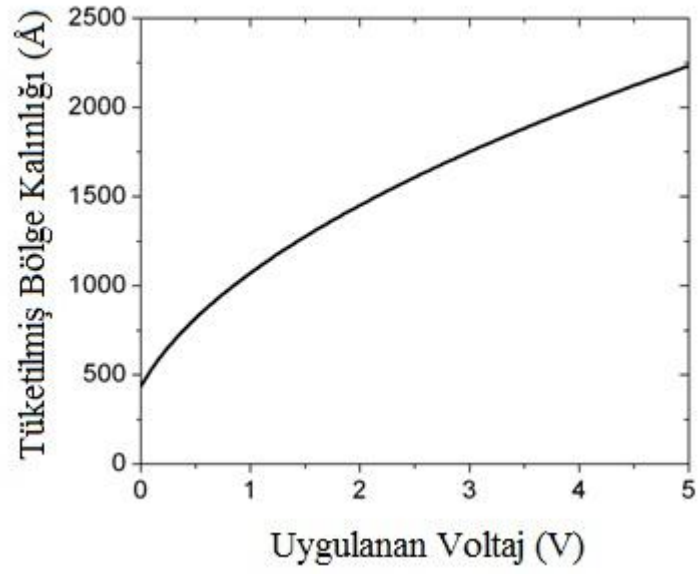


Şekil 7.9  $|\Psi_h|^2$ 'nin uygulanan voltaj ile değişimi

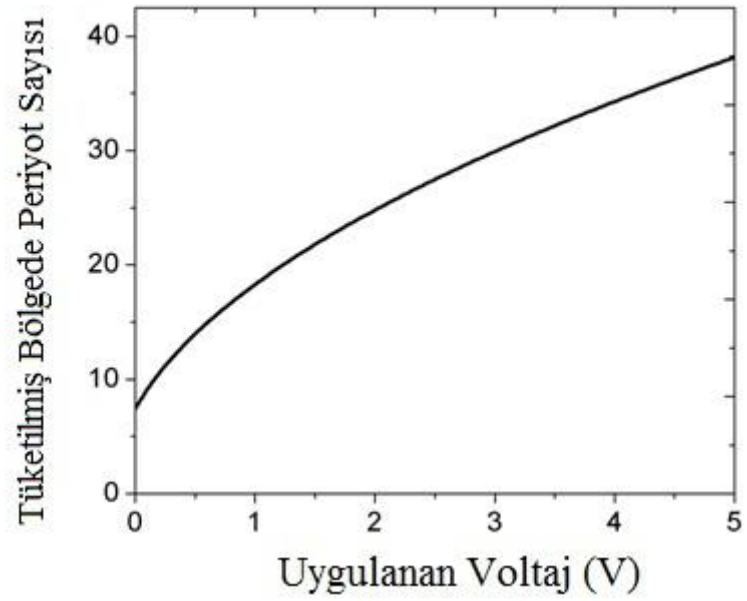
Negatif besleme durumunda kontak potansiyeli uygulanan potansiyel fark kadar artar (Şekil 7.10) Aynı zamanda Şekil 11’de uygulanan voltaj 5V’a kadar artırıldığı durumdaki arınmış bölge uzunluğunun artışı görülmektedir. Buna bağlı olarak arınmış bölgede bulunan periyot sayısı voltaj uygulanmadan önce 7 iken, voltaj 5V ‘a ulaştığında 38 periyot olmuştur (Şekil 12). Arayüzey sayısının arttığı görülür ki buradan da absorpsiyonun artacağı öngörülür.



Şekil 7.10. Uygulanan voltaj ile iç elektrik potansiyelinin değişimi.



Şekil 7.11. Uygulanan voltaj ile arınmış bölge kalınlığının değişimi.



Şekil 7.12. Uygulanan voltaj ile arınmış bölgedeki periyot sayısının değişimi.

#### 7.4. InAs/GaSb p-n süperörgü yapılarında eksiton bağlanma enerjisi

Bu sistemde GaSb bölgesindeki deşik dalga fonksiyonu ile InSb bölgesindeki elektron dalga fonksiyonu elektrik alan altında aynı arayüzeyde kuşatılarak birlikte ve etkin bir eksitonik davranış gösterir. Büyütme doğrultusu z-ekseni olmak üzere sistemin toplam Hamiltonien'i

$$H = H_{ez} + H_{hz} + \frac{P_x^2 + P_y^2}{2M} + \frac{p_x^2 + p_y^2}{2\mu} - \frac{e^2}{\epsilon r} \quad (7.21)$$

şeklindedir.  $H_{ez}$  ve  $H_{hz}$  Elektrik alan altında elektron ve hole hamiltonyenleri, ikinci ve üçüncü terimler ise kinetik enerji operatörleridir. Bu sistemde toplam eksiton dalga fonksiyonunu,  $\alpha$  varyasyon parametresi olmak üzere hidrojen atomu taban durumuna benzeterek ( $l=0$ ) (7.22) de ki gibi verilir[25].

$$\Psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = N \Psi_{le}(z_e) \Psi_{lh}(z_h) \exp\left[-\frac{\rho}{\alpha}\right] \quad (7.22)$$

Bu durumda özdeğer denklemi aşağıdaki gibidir.

$$H\Psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = E\Psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \quad (7.23)$$

Bu denklemlerde  $\Psi_{le}(z_e)$  ve  $\Psi_{lh}(z_h)$  sırası ile kuşatılmış elektron ve hole dalga fonksiyonlarıdır.  $E_{1S}(l_e, l_h)$  toplam eksiton enerjisi varyasyonel teknik ile aşağıdaki denklemden hesaplanır[25].

$$E_{1S}(l_e, l_h) = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (7.24)$$

Bu durumda eksiton bağlanma enerjisi  $E_{1S}^B(l_e, l_h)$

$$E_{1S}^B(l_e, l_h) = E_{le} + E_{lh} - E_{1S}(l_e, l_h) \quad (7.25)$$

olarak yazılabilir. Denklem (7.21) (7.22) ve (7.24) ün birlikte çözümünden

$$E_{1S}^B(l_e, l_h) = \left\langle \Psi \left| \frac{e^2}{\varepsilon \sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} - \frac{p_i^2}{2\mu} \right| \Psi \right\rangle \quad (7.26)$$

elde edilir ve eksiton bağlanma enerjisi

$$E_{1S}^B = \min_{\alpha} \left[ \frac{4e^2}{\varepsilon \alpha^2} \iiint |\Psi_e|^2 |\Psi_h|^2 \frac{\rho e^{-2\rho/\alpha}}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} dz_e dz_h d\rho - \frac{\hbar^2}{2\mu \alpha^2} \right] \quad (7.27)$$

ile verilen minimizasyon denkleminde hesaplanır. Denklem (7.27) ile verilen eşitliğin çözümü bazı nümerik metodlar gerektirir.

$$I = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2\rho/\alpha}}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} d\rho \quad (7.28)$$

İntegralinde

$$\frac{\rho}{z_e - z_h} = t \quad (7.29)$$

ve

$$\frac{2(z_e - z_h)}{\alpha} = k \quad (7.30)$$

olarak değişken değişimi yapıldığında integral formu

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-kt}}{\sqrt{t^2 + 1}} dt = \frac{\pi}{2} [H_0(k) - N_0(k)] \quad (7.31)$$

biçimine dönüşür. Burada ( $H_0(k)$ ) Struve ve ( $N_0(k)$ ) Neumann Fonksiyonudur. (7.31)' in k'ya göre türevi alınır

$$\frac{dl}{dk} = \int_0^{\infty} -\frac{t e^{-kt}}{\sqrt{t^2+1}} dt = \frac{\pi}{2} [H_0'(k) - N_0'(k)] \quad (7.32)$$

elde edilir. k ve t terimleri yerine yazılırsa

$$\int_0^{\infty} \frac{\rho e^{-2\rho/\alpha}}{(z_e - z_h) \sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} d\rho \quad (7.33)$$

bulunur.

$$H_0'(k) = \frac{2}{\pi} - H_1(k) \quad (7.34)$$

ve

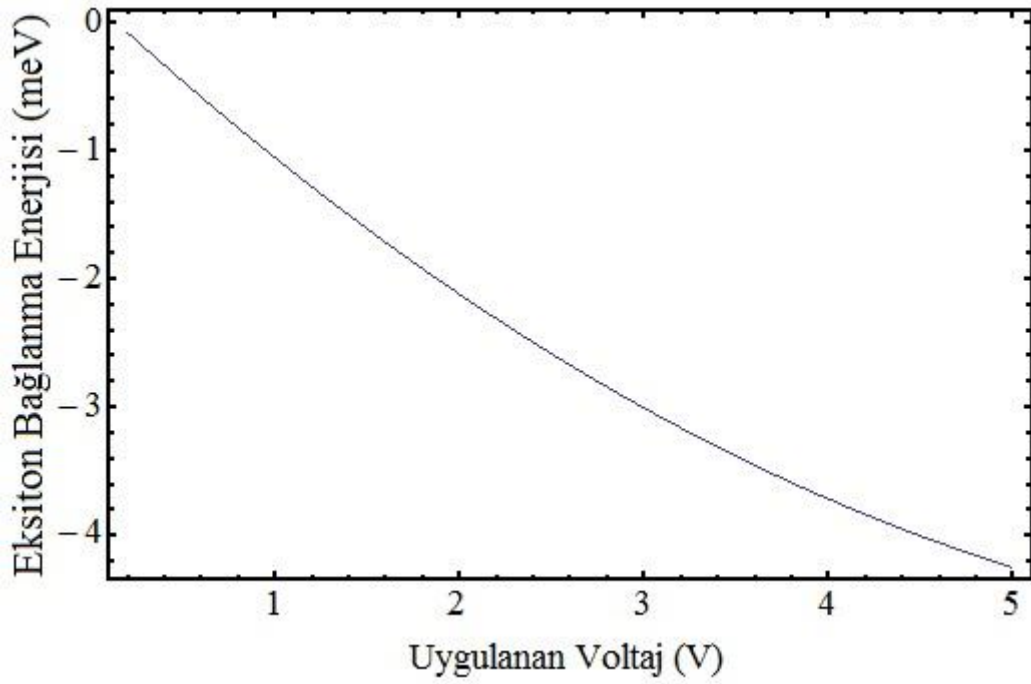
$$N_0'(k) = N_1(k) \quad (7.35)$$

olduğundan

$$\int_0^{\infty} d\rho \frac{\rho e^{-2\rho/\alpha}}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} = |z_e - z_h| \left[ \frac{\pi}{2} [H_1(k) - N_1(k)] - 1 \right] \quad (7.31)$$

integral çözümü bulunur.  $H_1(k)$  1. Dereceden Struve Fonksiyonu ve  $N_1(k)$

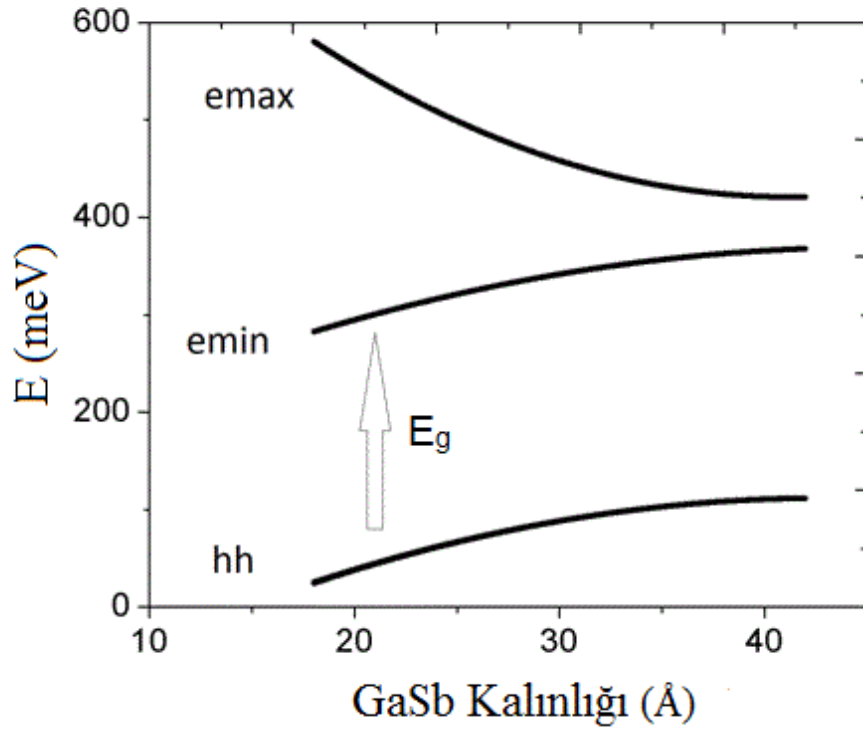
1. dereceden Neumann fonksiyonudur. Denklem (7.31) ve (7.27) de kullanılarak varyasyon hesabından eksiton bağlanma enerjisi hesaplanır. Şekil 7.13'de eksiton bağlanma enerjisinin elektrik alana bağlılığı görülmektedir. Geri besleme yapıldığında uygulanan voltaj arttıkça eksiton bağlanma enerjisinin arttığı görülmektedir.



Şekil 7.13. Uygulanan voltaj ile eksiton bağlanma enerjisi değişimi.

InAs/GaSb süperörgü yapısında bu hesaplamalar GaSb bariyer genişliği  $30\text{\AA}$  iken yapılmıştır. Şekil 7.14’de GaSb kalınlığına bağlı olarak elektron bandının minimum ve maksimum değerleri görülmektedir. GaSb kalınlığı arttıkça elektron subband minimum enerjisi artarken maksimum enerjisi azalmakta dolayısı ile elektron band yapısında daralma görülmektedir (band narrowing) Ağır deşik bandı elektron bandına göre çok daha dardır ve artan engel kalınlığı ile artar. Elektron altband minimum enerjisinin artışı daha hızlıdır ve GaSb kalınlığının artması ile enerji band aralığı  $E_g$  artar.





Şekil 7.14. GaSb kalınlığına bağlı etkin enerji aralığı.

## 8. SONUÇLAR

Bu çalışmada öncelikle InAs/GaSb Tip II süperörgü yapısında elektron hole etkileşimleri incelenmiştir. Tek tabaka InAs/GaSb yapısında elektronlar süperörgü karakteri gösterirken holler ağır etkin kütlelerinden dolayı yalnızca bariyerde lokalize olmuşlardır.

InAs/GaSb 22 periyotluk süperörgü için yapılan çalışma da elektronlar beklenildiği gibi bir kuyudan diğerine tünelleyerek yapı boyunca dağılırlar. Fakat holler yalnızca kendi bariyerlerinde lokalize olurlar. Elde edilen elektron band aralığının, hole bant aralığına göre oldukça geniş olması holün ağır etkin kütlesi düşünüldüğünde beklenen bir sonuçtur.

InAs tabakasının donör ve GaSb tabakasının akseptör ile katkılanması sonucu beklenildiği gibi n- tipinde iletim bandına, p-tipinde valans bandına yakın Fermi Enerjileri elde edilmiştir. InAs/GaSb süperörgüsünün bir kısmı n-tipi, bir kısmı p- tipi katkılanarak oluşturulan yapıda iç elektriksel potansiyel ve arınmış bölge genişliği hesaplanmış kullanılan yöntem ile literatürdeki sonuçların yakınlığı görülmüştür.

InAs/GaSb p-n süperörgüsüne uygulanan geri besleme voltajına bağlı olarak elektron-hole dalga fonksiyonları örtüşmesinin arttığı görülmüştür. Hesaplanan eksiton bağlanma enerjisinin artan geri besleme voltajı ile artması bu sonuç ile uyumludur. Ayrıca artan voltaj ile arınmış bölge kalınlığının arttığı görülmüştür. Yine arınmış bölgedeki periyot sayısının artan geri besleme voltajı ile arttığı grafik çizilerek gösterilmiştir ki bu sonuç artan arayüzey sayısı anlamına geldiği için optik absorpsiyonun artacağını örgörmemizi sağlamıştır. Bir başka grafikte uygulanan voltaja bağlı olarak iç elektrik potansiyelinin arttığı gösterilmiştir. Son olarak artan GaSb kalınlığına bağlı olarak elektron ve hole band değişimleri çizilmiştir. Bu grafik belirli bariyer kalınlığındaki elektron ve hole bandlarının genişliğini bilmek açısından bilgi sağlamaktadır.

**KAYNAKLAR**

- [1] Levine, B. F., “Quantum-well infrared photodetectors”, *J. Appl. Phys.*, **74**, R1-R81, 1993.
- [2] Rogalski, A., “Infrared detectors: status and trends”, *Progress In Quantum Electronics*, **27**, 59-210, 2003.
- [3] Rogalski, A., “Infrared detectors: an overview”, *Infrared Physics & Technology*, **43**, 187-210, 2002.
- [4] Burkle, L., Fuchs, F., “InAs/(GaIn)Sb superlattices: a promising material system for infrared detection, in: Henini, M., Razeghi, M., (Eds.), *Handbook of Infrared Detection and Technologies*”, Elsevier, Oxford, 2002.
- [5] Rehm, R., Walther, M., Fleißner, J., Schmitz, J., Ziegler, J., Cabanski, W., Breiter, R., “Bispectral thermal imaging with quantum-well infrared photodetectors and InAs/GaSb type II superlattices”, *Proc. SPIE*, **6206**, 2006.
- [6] Cabanski, W., Eberhardt, K., Rode, W., Wendler, J., Ziegler, J., Fleißner, J., Fuchs, F., Rehm, R., Schmitz, J., Schneider, H., Walther, M., “Third generation focal plane array IR detection modules and applications”, *Proc. SPIE*, **5406**, 184–192, 2005.
- [7] Rogalski, A., Martyniuk, P., “InAs/GaInSb superlattices as a promising material system for third generation infrared detectors”, *Infrared Physics & Technology*, **48**, 39-52, 2006
- [8] Smith, D. L., Mailhiot, C., “Proposal for strained type II superlattice infrared detectors”, *J. Appl. Phys.*, **62**, 2545–2548, 1987.
- [9] Mailhiot, C., Smith, D. L., “Long-wavelength infrared detectors based on strained InAs-Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb type-II superlattices”, *J. Vac. Sci. Technol.*, **A7**, 445–449, 1989.
- [10] Omaggio, J. P., Meyer, J. R., Wagner, R. J., Hoffman, C. A., Yang, M. J., Chow, D. H., Miles, R. H., “Determination of band gap and effective masses in InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb superlattices”, *Appl. Phys. Lett.*, **61**, 207–209, 1992.

- [11] Hoffman, C. A., Meyer, J. R., Youngdale, E. R., Bartoli, F. J., Miles, R. H., Ram-Mohan, L. R., “Electron transport in InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb superlattices”, *Solid State Electron*, **37**, 1203–1206, 1994.
- [12] Piotrowski, J., Rogalski, A., “Uncooled long wavelength infrared photon detectors”, *Infrared Phys. Technol.*, **46**, 115–131, 2004.
- [13] Wei, Y., Hood, A., Yau, H., Gin, A., and Razeghi, M., Tidrow, M. Z., Nathan, V., “Uncooled operation of type-II InAs/GaSb superlattice photodiodes in the midwavelength infrared range”, *Appl. Phys. Lett.*, **86**, 233106-(1-3), 2005.
- [14] Plis, E., Lee, S. J., Zhu, Z., and Krishna, S., “InAs/GaSb superlattice detectors operating at room temperature”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **12**, 1269-1274, 2006.
- [15] Yazar, Z., Bazı heteroyapılarda dalga fonksiyonlarının geçirgenlik katsayılarının akım voltaj karakteristiklerinin transfer matris yöntemi ile incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi, Mersin 1998
- [16] Plis, E., Mid-IR Type II InAs/GaSb Nanoscale Superlattice Sensors, Submitted in partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy Engineering, The University of New Mexico, 2007
- [17] Bloch F., "Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern" *Z. Physik*,. **52**. 555, 1928.
- [18] Kronig R. de L. and. Penney W. G., “Quantum Mechanics of Electrons in Crystal Lattices”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, **130**, 499-513, 1931
- [19] Chuang, S.L., *Physics of Optoelectronic Devices*, John Wiley & Sons. Inc., United States of America, 1995.
- [20] Mohseni H., Wojkowski J., Razeghi M., Brown G and Mitchel W., “Uncooled InAs-GaSb Type-II Infrared Detectors Grown on GaAs Substrates for the 8-12 $\mu$ m Atmospheric Window”, *IEEE J. Quantum. Electron.* **35** (1999) 1041-44

- [21] Rogalski, A., "Infrared detectors: status and trends", *Progress In Quantum Electronics*, **27**, 59-210, 2003.
- [22] Szmulowicz F., Haugan H, and. Brown G. J,"Effect of interface and the spin-orbit band on the band gaps of In/As superlattices beyond the standard envelope-function approximation", *Phys. Rev. B*, **69**, 155321 (2004)
- [23] Hostut M., Ergun, Alyoruk M., Sokmen I., "Three-color broadband asymmetric quantum well infrared photodetectors in long wavelength infrared range (LWIR)", *Appl. Phys. A*, **98** (2010) 269-273
- [24] H. Mohseni, A. Tahraoui, J. S. Wojkowski and M. Razeghi, *Proc SPIE*, **3948**,145,(2000))
- [25] Sarı H., Ergün Y., Sökmen I, Elagöz S. and. Balkan N,"Electric field dependence of the excitonic properties in graded double quantum wells, *Semicond. Sci. Technol.*, **14**,412-418 (1999)