DÖNEN SİSTEMLERDE
DİNAMİK CASIMIR ETKİSİ

Zalihe ÖZÇAKMAKLI
Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı
Ocak-2009

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Zalihe ÖZÇAKMAKLI' nın **"Dönen Sistemlerde Dinamik Casimir Etkisi"** başlıklı Fizik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 19.12.2008 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	**: Doç. Dr. CEM YÜCE**	**………………**
Üye	**: Yard. Doç. Dr. ABİDİN KILIÇ**	**………………**
Üye	**: Yard. Doç. Dr. ALİ ÇORUH**	**..……………..**

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ……………… tarih ve ………… sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DÖNEN SİSTEMLERDE DİNAMİK CASIMIR ETKİSİ

Zalihe ÖZÇAKMAKLI

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Cem YÜCE

2009, 75 sayfa

Bu tezde, sınır koşullarının zamana bağlı olduğu durumda vakumdaki sanal fotonların gerçek fotonlara dönüştüğü durumu inceleyen dinamik Casimir etkisi problemi çalışıldı. Bu problem özel olarak üç boyutta titreşen ve dönen kavite için çoklu skala analizi (MSA) yöntemi kullanılarak oluşan skaler ve vektör parçacıkların sayıları hesaplandı. Titreşen kavite probleminde simetrik ve anti-simetrik titreşim hareketleri incelendi. Anti-simetrik titreşim hareketi için oluşan foton sayısının, simetrik titreşim hareketine göre daha fazla olduğu gösterildi. Dönen kavite için elde edilen foton sayısının açısal frekansa bağlılığının, simetrik titreşim hareketi yapan kavitenin titreşim frekansına bağlılığı ile benzerlik gösterdiği bulundu. Oluşan foton sayısının zamanla üstel olarak artan bir fonksiyon olduğu gösterildi.

Anahtar Kelimeler: Casimir etkisi, Dinamik Casimir etkisi, Foton oluşumu, Vektör parçacık, Skaler parçacık.

ABSTRACT

Master of Science Thesis

DYNAMICAL CASIMIR EFFECT IN ROTATING SYSTEMS

Zalihe ÖZÇAKMAKLI

Anadolu University
Graduate School of Sciences
Physics Program

Supervisor: Assoc. Prof. Dr.Cem YÜCE

2009, 75 pages

In this thesis, the dynamical Casimir effect, in which virtuel photons of the vacuum are converted to the real photons due to the time-dependent boundary conditions is studied. Specificelly, the number of scaler and vector particle are calculeted for the oscillating and swinging cavity in 3-D by using multiple scale analysis method. For the oscillating cavity case, the symmetric and anti-symmetric oscillations of the cavity walls are investigated. It is shown that generated particle in anti-symmetric case is more than those in symmetric case. It is found that the angular frequency dependece of the generated particle number for swinging cavity is similar to oscillation frequency dependece of the generated particle number for oscillating cavity. It is shown that number of generated photons function increase exponentionaly in time.

Keywords: Casimir effect, Dynamical Casimir effect, Photon generation, Vector Particle, Scaler particle.

TEŞEKKÜR

Akademik hayatımın her aşamasında ve bu çalışmanın gerçekleşmesi süresince bilimsel katkılarını gördüğüm, yardım ve emeğiyle beraber desteğini de yanımda hissettiğim ve öğrencisi olmaktan onur duyduğum değerli danışman hocam Doç. Dr. Cem YÜCE' ye en içten saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca beni her zaman destekleyen, sevgileriyle ayakta durmamı sağlayan canım aileme en içten saygı ve sevgilerimle…

Zalihe ÖZÇAKMAKLI

Ocak-2009

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$\partial_x \equiv \frac{\partial}{\partial x}$	: Kısmi türev
b_k	: Yok etme operatörü
$b_k^\dagger$	: Yaratma operatörü
$\Phi(x, y, z, t)$	: Skaler alan operatörü
$A(x, y, z, t)$	: Vektör alan operatörü
$N_{n_x n_y n_z}$	: Sayı operatörü
c	: Işık hızı
MSA	: Çoklu skala analiz yöntemi

1. GİRİŞ

1948 yılında, Hollandalı teorik fizikçi Hendrik Casimir, tüm nesnelerde koloidal çözeltiler üzerine araştırma yaparken Casimir etkisini önerdi. Bu koloidal çözeltiler; mikron boyutlu parçacıklar içeren bir sıvı karışımında, boya ve mayonezde olduğu gibi, viskoz materyallerdir. Böyle çözeltilerin özellikleri nötral atomlar ve moleküller arasında mevcut olan, uzun erimli ve çekici Wan der Waals kuvvetleri tarafından belirlenir.

Hollandalı fizikçi, vakumda birbirine paralel olarak yerleştirilen iki ayna arasında bir çekim etkisinin ortaya çıktığını gösterdi. Bu etkiye Casimir etkisi denir ve levhaların dışında kalan bölgedeki boşluğun dalgalanmalarından kaynaklanan basınç, levhalar arasında kalan bölgedekinden yüksek olduğundan levhalar arasında bir çekim etkisinin meydana gelmesi olayıdır. Bu etkinin meydana gelmesi, vakum enerjisinin varlığını göstermektedir.

Casimir kuvveti, vakum salınımlarının birçok mekanik etkisidir. Klasik mekaniğin ilk zamanlarında vakum düşüncesi oldukça basitti. Vakum, bir kabın içindeki tüm gazın boşaltılıp sıcaklığının mutlak sıfıra indirildiği durumdur. Kuantum alan teorisinin geliştirilmesiyle vakum anlayışı tamamıyla değişti. Belirli elektromanyetik alanlarda tüm alanlar (parçacıklar) titreşim yaparlar. Mutlak sıfırda, kusursuz bir vakumda bile vakum salınımları (titreşimleri) olarak bilinen salınımlar mevcuttur. Bu salınımlar, makroskopik ölçekli deneylerde doğrudan ölçülebilir sonuçlara sahiptirler.

Kuantum teorisine göre, vakum sürekli dalgalanma durumundaki sanal parçacıkları içerir. Casimir, iki plaka arasındaki vakum enerjisi hesaplanırken sadece bu sanal fotonların bir aralıktaki tüm dalga boylarının sayılması gerektiğini ortaya koymuştur. Burada plakaları bir arada tutan enerji yoğunluğu, plakalar birbirine yaklaştırıldıkça azalır.

Vakum dalgalanmalarında foton dışındaki diğer parçacıklarda küçük bir etki ortaya çıkarmaktadır, fakat sadece foton kuvveti ölçülebilir bir etkiye sahiptir.

Fermiyonlar itici kuvvet uygularken, fotonlar gibi tüm bozonlar da çekici Casimir etkisi oluştururlar. Eğer elektromanyetizmada süpersimetri olsaydı, o zaman fermiyonik fotonlar da var olacaktı. Bu durumda fotonların itme-çekme etkisi bir birini yok edecek ve Casimir etkisi olmayacaktı.

Teoriye göre vakumdaki sıfır nokta enerjisi, tüm olası foton modları üzerinden toplam alındığında sonsuz olur. Bu durumda renormalizasyon tekniği ile sonsuzluklar giderilir. Vakum enerjisi, gravitasyonel (kütle çekim) etkileşmeden dolayı, kuantum kütle çekim teorisinde hala bir bilmecedir. Kütle çekim teorisi, uzay-zamanın eğriliğine sebep olan büyük bir kozmolojik sabiti ortaya çıkarır.

Alanları A olan ve birbirinden d uzaklıktaki iki metal plaka arasındaki Casimir çekim kuvveti [1]:

$$F = \frac{\pi hc}{480} \frac{A}{d^4} \qquad (1.1)$$

ile verilir. Burada h Planck sabiti ve c ışık hızıdır.

Casimir etkisini yıllarca teorik fizikçilerin merak konusu olmuştur. Bu olaya ilgi son yıllarda daha da arttı ve deneysel fizikçiler, mikro-makinelerin çalışmalarını etkileyen Casimir kuvvetini, çok duyarlı ölçüm aletleri geliştirerek gözlediler.

Boşluktan doğan bu kuvvetin ilk kez gerçekten ölçülmesi 1958 yılında gerçekleşti. Ancak bu ölçüm teorik öngörülere kıyasla % 100’lük bir hata payıyla gerçekleştirildi. Bu ölçümlerin daha sağlıklı bir hale getirilmesi oldukça uzun sürdü, aşamalı olarak daha kesin rakamlar elde edilirken Washington Üniversitesi’nden Steven Lamoreaux 1996’da hata payını % 5’e kadar düşürerek büyük bir başarıya imza attı.

Zayıf Casimir kuvveti, milimetrenin binde biri kadar bir mesafeyle birbirlerinden ayrılmış $1cm^2$'lik levhalar için bir saç telinin ağırlığının yüzde biri kadardır. Kısaca bu kuvvet birkaç metre uzaklıktaki aynalar için son derece küçük olarak gözlenirken, uzaklık mikron mertebesinde iken ölçülebilir bir değerdedir. Örneğin, alanı 1 cm^2 ve aradaki uzaklık 1μm olan iki ayna için Casimir kuvveti, yarım milimetre çaplı bir su damlasının ağırlığı olan 10^{-7} Newton' a eşittir. Bu zayıf kuvvet bir mikrometrenin altındaki uzaklıklarda iki nötr obje arasında ihmal edilemeyecek kadar önemli olur. Her ne kadar günlük yaşantıda böyle küçük uzaklıklar önemsiz olsa da, bunlar nano yapılı ölçekler ve mikro-elektromekanik sistemlerde önemlidir.

Casimir etkisinin tartışmasında önemli bir fiziksel nicelik de alan radyasyon basıncıdır. Her alan hatta vakum alanı bile bir enerji taşır. Tüm elektromanyetik alanlar uzayda yayılırken, akan bir nehrin etrafındaki ve önündeki maddelere basınç uygulaması gibi, yüzeylere basınç uygular. Bu radyasyon basıncı elektromanyetik dalganın frekansının artması ile artar. Oyuk içindeki radyasyon basıncı rezonans frekansında, dış kısımdakinden daha güçlüdür ve bundan dolayı aynalar bir birinden uzağa itilirler. Rezonans dışında, oyuk içerisindeki radyasyon basıncı dışarıdakinden daha küçüktür ve bundan dolayı aynalar birbirine doğru çekilirler. Denge durumunda ise çekme bileşenleri itme bileşenlerinden biraz daha güçlü etkiye sahiptir. Kusursuz iki paralel düzlem ayna için, Casimir kuvveti çekicidir ve bu yüzden aynalar bir birlerini çekerler.

Casimir etkisi, statik Casimir etkisi ve dinamik Casimir etkisi olarak iki duruma ayrılır. Statik Casimir etkisi, boşlukta duran iki paralel mükemmel iletken arasındaki çekim etkisidir ve bu etki deneysel olarak gözlemlenmiştir. Dinamik Casimir etkisi ise statik Casimir etkisinde olduğundan farklı olarak boşluktaki iki paralel levhalardan birinin dinamik olması durumunda ortaya çıkmaktadır. Levhalardan birinin ivmeli hareket yapması sonucu vakumdaki sanal fotonlar gerçek fotonlara dönüşür ve hareketli plaka enerji kaybeder. Bu etki teknolojik yetersizliklerden dolayı henüz deneysel olarak gözlenemese de teorik olarak öngörülmüştür ve deneysel çalışmaları tetikleyici yöntemler geliştirilmektedir.

Vakum içerisinde tüm frekanslarda elektromanyetik alan mevcuttur. Fakat kavite içerisinde belirli frekanslarda elektromanyetik alan bulunabilir. Vakumdaki kavite frekansının, elektromanyetik alan frekansı ile rezonans oluşturması durumunda dinamik Casimir etkisi daha kolay incelenebilmektedir. Çünkü, diğer frekanslarla karşılaştırıldığında rezonans frekansında oluşan foton sayısı artacaktır. Dinamik Casimir etkisi, çok yüksek frekanslı kavite titreşimlerinin söz konusu olduğu durumlarda foton oluşumu gibi bir sonuç veriyor. Örneğin, bu yüksek frekans değeri GHz mertebesinde olmalıdır, fakat günümüz teknolojisi böyle bir deney için yetersiz kalmaktadır.

Bu tezde titreşen kavite ve dönen kavite sistemleri için dinamik Casimir etkisi problei çalışılmıştır. Araştırmanın amacı, ele alınan sistemler için parçacık oluşumunun gerçekleşip gerçekleşmeyeceğini göstermektir. Bu amaç dogrultusunda yapılan hesaplamalarda çoklu skala analizi yöntemi kullanılarak her iki sistem için oluşan parçacık sayıları hesaplanmıştır. Bu tezde ele alınan sistemler arasında deneysel çalışmaları tetikleyici bir kavite titreşimi öne sürüldü. Kavitenin her iki duvarının da titreştiği durumun ele alındığı bu sistem 4.bölümde ayrıntılı olarak incelenecektir. Aynı zamanda dinamik Casimir etkisi, dönen bir kavite için literatürde ilk kez bu çalışmada ele alınmış ve oluşan parçacık sayısı teorik olarak hesaplanmıştır.

2. DİNAMİK CASIMIR ETKİSİ

Elektromanyetik kavitelerle ilgili yapılan son çalışmalar kuantum alan teorisinin öngörülerinin sınanmasında önemli rol oynamaktadır. Bu çalışmalar arasında büyük bir öneme sahip olan dinamik Casimir etkisi de yerini almıştır. Dinamik Casimir etkisi, geometrik sistemlerin zamana bağlılığından dolayı skaler alan ve vektör alanlanın kuantum durumlarının yeniden yapılandırılmasıyla ortaya çıkmıştır. Kısaca, dinamik Casimir etkisi, kavite duvarlarının zamana bağlı hareketi sonucu vakumdaki sanal parçacıkların gerçek fotonlara dönüşmesi olayıdır. Dinamik Casimir etkisinin görülebildiği durumlar birbirinden çok farklı olmasa da, genelde iki ayrı grupta ele alınır. Bunlardan ilki, bilinen Casimir kuvvetinin [1] değişimi ile mümkündür. Bu değişim de ancak zamana bağlı sınır koşullarının varlığında gözlenebilir. Örneğin, bu problem ideal aynalar için [2-8], kısmen yansıtan ve yalıtkan aynalar için [9-16] ele alınmıştır. Dinamik Casimir etkisinin görüldüğü diğer durum ise, hareketli sınırlı koşullarına sahip boş kaviteden foton elde etme etkisi olarak biliniyor. Teknik zorluklar nedeniyle bu etki henüz deneysel olarak gözlenemese de, oluşan fotonların gözlenebilmesi için bazı deneysel çalışmalar önerilmiştir [17,18]

Bu bölümde dinamik Casimir etkisine giriş yapmadan önce ilk olarak klasik alanda sınır değer problemi incelenecektir. Daha sonra ise kuantum alan teorisi kapsamında kavite problemlerinden bahsedilecektir.

2.1. Klasik Alanda Hareket Eden Kavitenin İncelenmesi

Bir boyutta zamana bağlı dalga denklemi aşağıdaki kısmi türevli diferansiyel denklem ile verilir:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = 0 \tag{2.1}$$

Burada A(x,t) dalganın genliğini temsil etmektedir. Uzunluğu L olan bir boyutlu kavite için dalga denkleminin çözümü durağan dalgalar olur. Bu statik durum için sınır koşulları A(0,t)=A(L,t)=0 ile verilir. Bir başka deyişle kavitenin sol ve sağ duvarları x=0 ve x=L noktalarında sabitleştirilmiştir. Şimdi kavitenin sağ duvarının hareket ettiği varsayılsın, bu durumda sınır koşulları aşağıdaki gibi olacaktır:

$$A(0.t) = A(L(t), t) = 0 \tag{2.2}$$

Dalga denklemi yukarıdaki sınır koşulları ile birlikte verildiğinde hareketli sınır değer problemini tarifler. Hareketli sınır değer probleminin ilk çözümü, α bir sabit olmak üzere;

$$L(t) = L_0(1 + \alpha t) \tag{2.3}$$

fonksiyonu için Nicolai [19] tarafından elde edilmiştir. Daha sonra bu çözüm genelleştirildi ve $L(t) = L_0(1 + \alpha t)^{\pm 1}$ fonksiyonu içinde çözüm bulundu [20]. Literatürde bu problemi farklı L(t) fonksiyonları için çözmek için değişik metotlar geliştirilmiştir, örneğin, lineer olmayan dönüşümler, duvarları hareketli bir boyutlu kavitedeki zorunlu rezonans titreşimlerinin homojen olmayan problemini çözmek için dalga denkleminde uygulandı [21]. Bir başka geliştirilen metot ise duvarları hareketli olan kaviteden durgun olana indirgeyen ölçeklendirme dönüşüm metodu şeklinde düşünülmüştür [22,23].

İlk yapılan çalışmalar tek duvarı titreşen kavite içindir fakat daha sonra bu çalışmalar iki duvarı titreşen çalışmalara genelleştirilmiştir. Tek duvarı titreşen bir boyutlu kavite için Cole ve Schieve [24] tarafından önerilen yaklaşım genişletilerek her iki duvarı titreşen bir boyutlu kavite için çözülmüştür [25].

Daha sonra hareketli sınır değer problemi, üç boyutta elektromanyetik alan için de ele alındı [26]. Bir boyutlu sistemlerden farklı olarak yapılan çalışmalar arasında tek duvarı düzgün olarak hareket eden iki boyutlu dikdörtgen kavite problemi de incelendi [27]. Üç boyutta hareketli sınır değer problemlerine örnek olarak yarıçapı doğrusal olarak değişen küresel rezonatör problemi verilebilir

[28]. Bir başka örnek olarak çapı, $R(t) = R_0\sqrt{1+\alpha t}$ şeklinde zamana bağlı olarak değişen ideal küresel kavite için dalga denklemi çözülmüştür [29].

Sınır koşullarının düzgün hareket ettiği durumu ele alan Balazs [30], $L(t) = (t^2+1)^{1/2}$ şeklinde verilen fonksiyon için tam çözüm bulmuştur ve herhangi bir L(t)' nin çözümünü bulmak için bazı grafiksel metotlar geliştirmiştir. Gresspan [31], benzer bir problemi sicim teorisi içinde ele almıştır. Bu çalışmasında, sınır koşullarından birinin, $A(0,t) = \sin(\omega t)$ formunda olduğunu varsaymıştır. Sınırları lineer olarak hareket eden dairesel dalga kılavuzundaki alan için analitik çözümler de elde edildi [32,33].Tam çözümün elde edilemediği durumlarda yaklaşık çözümler elde edilmiştir. Örneğin, düzgün hareketli dikdörtgen dalga kılavuzu şeklindeki kavitedeki elektromanyetik alan için yaklaşık çözümler [34]' de verilmiştir.

1967 yılında, Grinberg [35] kavite duvarlarının yaptığı en genel bir hareket için dalga denkleminin çözümü için bir metot önermiştir. Bu metot, çözümün "anlık modlar" seti üzerinden genişletilmesine dayanmaktadır. Krasil'nikov [36], sınırları titreşen küresel kavite içindeki elektromanyetik titreşimlerin detaylı çalışmasını ilk olarak yapan kişidir. Vesnitskii ve ark. tarafından yayınlanan makaleler serisi bu alandan yapılan çalışmalara önemli katkıda bulunmuştur.

Duvarları düzgün olmayan hareket yapan dalga kılavuzu için tam çözümler ise Barsukov ve Grigoryan tarafından bulundu [37,38].

Yapılan teorik çalışmalar bazı deneysel çalışmaları tetiklemiştir [39-43]. Bu deneylerde, aynanın sabit hızı 7cm/s [39] ile 400m/s [43] arasında değişmektedir. Askar' yan [44] titreşen yüzeylerin elektromanyetik alan üzerindeki olası iki etkisine dikkati çekmektedir. Birincisi, laser ışınım yoğunluğu ve oluşumu üzerindeki titreşim etkisidir. Optik titreşimlerin oluşumunun incelendiği problemler [45,46], lazer modların faz kenetlenmesi (aynalarının titreşim frekanslarının 50Hz' den [47] 500KHz' e [48,49] ve 1MHz' e [50,51] değiştiği durumlarda, ayrıntılar için [52]'ye bakınız), ya da lazer ışınımının modülasyonu [53,54] şeklindedir.

Dalga denkleminde verilen A dalga genliği, klasik teorideki durumdan farklı olarak alan operatörü olarak alınırsa kuantum alan teorisine geçiş yapılır. Bu durumda artık klasik dalga çözümleri yerine dinamik Casimir etkisinden söz edilir. Dinamik Casimir etkisinin gözlenebilmesi için ise son zamanlarda yeni deneysel yaklaşımlar öne sürülmüştür [17,18]. Günümüz teknolojisiyle foton oluşumunun deneysel olarak gözlenebilmesi mümkün değildir. Bunun sebebi, foton oluşumu için kavitenin çok yüksek frekanslarda titreşim hareketi yapması gerektiğidir. Fakat Braggio ve ark. [17] yapmış oldukları çalışmada, kavite duvarlarını titreştirmeden de foton oluşumunun deneysel olarak gözlenebileceğini öne sürmüşlerdir. Kavite duvarlarının titreşimiyle ortaya çıkan gücün daha farklı yollarla deneysel olarak elde edilebileceğini öngörmüşlerdir. Burada kavite, titreşen aynalar gibi etki gösterecek olan yarıiletken duvarlardan oluşmuştur. Askar' yan tarafından önerilen ikinci etki, parametrik rezonans yani aynaların titreşim frekansının alanın öz frekansının iki katına eşit olduğu durumda kavite içinde bulunan alanın genişlemesidir. Parametrik rezonans durumunda titreşen kavite problemi Wegrzyn [55] tarafından da çalışıldı. Burada, elektromanyetik alanın rezonans durumundaki davranışını tanımlamak için yeni bir yaklaşım sunuldu. Bu yaklaşım, klasik optiğe bağlı analizlere dayanmaktadır.

Dinamik Casimir etkisini deneysel olarak çalışmak için farklı metotlar önerilmiştir [56,57]. Sarkisyan ve ark. tarafından değişik bir metot öne sürülmüştür [58]. Bu metot, kavite içine elektronlar gönderilerek ve etkileşim sonrası bu elektronların ortalama kinetik enerjilerinin değişimini ölçmek üzerine kuruludur.

2.2. Kavite Sınırlarının Hareketli Olduğu Durum Çerçevesinde Kuantum Alanları

Duvarları hareket halindeki bir kavite içindeki kuantum alanları ile ilgili ilk çalışma Moore tarafından yapılmıştır [59]. Bu çalışma daha sonra statik olmayan zamana bağlı geometrilerden oluşan sistemlerin hareketi sonucu ortaya çıkan foton oluşumu probleminin incelenmesinde etkili olmuştur [60]. Yapılan bu çalışmalar, bir kavitenin zamana bağlı hareketi söz konusu olduğu durumdaki alan kuantumlanması problemi ile yakından ilişkilidir. Moore tarafından yapılmış olan ilk çözümlerin ardından, son zamanlarda yapılan çalışmalarda, titreşen kavite için çözümler Wegrzyn tarafından bulundu [61].

Skaler elektrodinamiğin söz konusu olduğu durumda, Moore Denklem (2.1) ve (2.2)' de verilen problem için aşağıdaki çözümü önermiştir.

$$A_n(x,t) = C_n\{\exp[-i\pi nR(t-x) - \exp[-i\pi nR(t+x)]\} \qquad (2.4)$$

burada $R(\xi)$ fonksiyonu, aşağıda verilen eşitliği sağlamalıdır.

$$R(t+L(t)) - R(t-L(t)) = 2 \qquad (2.5)$$

Aslında doğrusal bir L(t) fonksiyonu için benzer yaklaşımlar daha öncede kullanıldı [19,26]. Moore' nun yapmış olduğu yaklaşımlar daha sonra relativistik hızlar için de genelleştirildi [2,62-80].

Örneğin, sınırları düzgün hareket eden kavite için Denklem (2.5), Denklem (2.3) fonksiyonu için çözülürse (c=1)

$$R_\alpha(\xi) = \frac{2\ln|1+\alpha\xi|}{\ln|(1+\nu)/(1-\nu)|}, \qquad \nu = \alpha L_0 \qquad (2.6)$$

bulunur. Yukarıda verilen denklemden açıkça görüldüğü üzere, eğer $\alpha \to 0$'a giderse, bu fonksiyon $R_0(\xi) = \xi / L_0$ şeklinde olur. Diğer yandan kavite duvarlarının rölativistik olmayan bir hareketinde ise herhangi bir L(t) fonksiyonu için perturbatif çözüm aşağıdaki gibi bulunmuştur [6].

$$R(\xi) = \xi\lambda(\xi) - \frac{1}{2}\xi^2\dot{\lambda}(\xi) + \frac{1}{6}\xi\ddot{\lambda}(\xi)[\xi^2 - L^2(\xi)] + \ldots, \; \lambda(\xi) \equiv L^{-1}(\xi). \qquad (2.7)$$

Örnek olarak, $L(t) = L_0/(1+\alpha t)$ fonksiyonu ile verilen özel durum için, $\ddot{\lambda}(\xi) \equiv 0$ olduğundan, Denklem (2.7) da önerilen genel çözüm $R(\xi) = L_0^{-1}(\xi + \frac{1}{2}\alpha\xi^2)$ şeklinde olacaktır. Fakat, Denklem (2.7) $\xi \to \infty$' a giderken ki durumda $\lambda(\xi)$'

nın türevleri ile orantılı terimler, $\xi\lambda(\xi)$ perturbe olmamış terimden daha büyük olacağından uzun zaman dilimlerinde geçerliliğini kaybetmektedir.

Castagnino ve Ferraro [73], Denklem (2.5) eşitliğinin Vesnitskii tarafından kullanılan [81] ters metodu yardımıyla bir çok çözüm bulmuştur. Bu metotta, ilk olarak geçerli bir $R(\xi)$ fonksiyonu tanımlanır ve daha sonra Denklem (2.5) kullanılarak kavite duvarlarının hareketini temsil eden L(t) için aşağıdaki gibi bir denklem bulunur.

$$\dot{L}(t) = \frac{R'[t - L(t)] - R'[t + L(t)]}{\left|R'[t - L(t)] + R'[t + L(t)]\right|} \tag{2.8}$$

Basit bir $R(\xi)$ fonksiyonu için Denklem (2.8)' u çözmek, herhangi bir L(t) için Denklem (2.5)' yi çözmekten daha kolay olacaktır. Aslında, Castagnino ve Ferraro' nun çalışmalarında ele aldıkları durum, aynanın başlangıç noktası ile bitiş noktası arasındaki yer değiştirmelerin aynı kalmasına sebep olmuştur. Bu çalışmada $R(\xi)$ fonksiyonu, ξ / L_0 'ın kombinasyonları şeklinde ve $\sin(m\pi\xi / L_0)$ gibi trigonometrik fonksiyonlar şeklinde kullanıldı. $R(\xi)$ fonksiyonu için rasyonel, üstel, logaritmik, hiperbolik, trigonometrik ve ters trigonometrik olmak üzere bir çok fonksiyon yazılmış ve ayrıca yazılan bu R fonksiyonları için uygun L(t) fonksiyonları da verilmiştir [82]. Ancak bu $R(\xi)$ fonksiyonlarının hiç biri parametrik rezonans durumunda kullanılamamaktadır. Moore eşitliğinin asimptotik çözümü, $L(t) = L_0[1 + \varepsilon \sin(\pi q t / L_0)]$, q=1, 2,… şeklinde verilen rezonans durumu için bulunmuştur [7,83-85]. Bu çözüm, $\varepsilon t >> 1$ için ($L_0 = 1$) aşağıdaki gibidir.

$$R(t) = t - \frac{2}{\pi q}\operatorname{Im}\{\ln[1 + \xi + \exp(i\pi q t)(1 - \xi)]\},$$
$$\xi = \exp[(-1)^{q+1}\pi q \varepsilon t] \tag{2.9}$$

Denklem (2.9)' dan, rezonans durumundaki modların hareketsiz duran kavitedeki modlardan çok farklı olduğu açıkça görülmektedir. Denklem (2.9) ile verilen çözüm yapılan daha başka çalışmalarla geliştirilmiş ve her iki duvarı hareket halindeki kavite durumuna genişletilmiştir [86,87].

Dodonov da [88], duvarları rezonans durumunda titreşen bir kaviteden foton oluşumunun gerçekleşebileceğini göstermiştir. Bu etkinin gözlenebilmesi için, kavitenin boyutlarının 1/100cm oranında ve mekanik frekansının 30GHz ve 300GHz değerleri arasında olması gerektiğini hesaplamıştır.

Vakumda, rölativistik olmayan hızlarla duvarları hareket eden kaviteden oluşan foton sayısının hesaplanmasını ilk olarak yapanlardan biri de Rivlin' dir [89]. Rivlin bu çalışmasında, klasik yaklaşımlar çerçevesinde vakum alan titreşimlerinin parametrik amplifikasyonlarını ele almıştır. Rivlin oluşan foton sayısını parametrik rezonans durumunda $N \approx (\frac{\delta L}{L}\omega_1 t)^2$ olarak bulmuştur, burada ω_1 perturbe olmamış alanın öz frekansıdır. Sarkar [90] tarafından da buna benzer bir hesaplama yapılmıştır. Sarkar [91] diğer bir çalışmasında, Denklem (2.5)' de verilen Moore eşitliğinin $\frac{\delta L}{L}$ parametresine bağlı asimptotik seri formunu kullandı (bu tarz çözümler daha önce kullanılmıştı [92,93]). Ancak, Sarkar' ın çalışmasında kullandığı $\frac{\delta L}{L}$ değerleri laboratuar koşullarında elde edilebilen değerden çok daha büyük olduğundan elde etmiş olduğu sayısal değerler gerçekdışıdır. Ayrıca, Rivlin' in basitleştirilmiş yaklaşımları ve Sarkar' ın perturbe çözümleri, rezonans durumunda seküler terimlerin varlığının ortaya çıkması nedeniyle geçersiz olmuştur. Aslında, duvarları hareket eden kavitenin rezonans durumundaki dinamik dalgaların yapısı, duvarları hareketsiz olan kavitedeki duran dalgalardan tamamen farklıdır. Klasik durumda, Askar' yan [44] tarafından yapılan hesaplamalar için de aynı durum söz konusudur. Askar' yan, hareket eden kavite duvarlarının yapmış olduğu ortalama işi, $W \approx \int p v dt$ şeklinde hesaplamıştır, burada $v = v_0 \sin(\omega_m t + \phi)$ duvarların hareket hızı ve p(t) ise radyasyon basıncıdır. $p(t) = p_0 \sin^2(2\omega_1 t)$ için, $\omega_m = 2\omega_1$ rezonans durumunda zamana bağlı lineer $A \approx p_0 v_0 t \sin\phi + \text{sabit}$, eşitliğini elde edilir. Yapılan bu çalışmalardan, rezonans durumunda kavitenin duvarlarının titreşiminden dolayı ortaya çıkan mekanik işin alanın enerjisinin artmasına sebep olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Denklem (2.7)' ye benzer olarak Moore eşitliği için yaklaşık çözümler, plakaların rölativistik olmayan hareketlerine bağlı olarak sonsuz uzunluktaki ideal paklalar arasındaki çekici Casimir kuvvetini hesaplamak için kullanıldı [1]. Hesaplanan Casimir kuvveti, sadece anlık hıza değil, L(t) fonksiyonuna da bağlıdır. Vakuma ya da içinde bulunulan alanın termal dalgalanmalarına bağlı olarak rölativistik olmayan hızlarla tek bir duvarı hareket eden kavite için hesaplanan ilk Casimir kuvveti spektral yaklaşımlar çerçevesinde üç boyutlu durum için [5] ve bir boyutlu durum için [10] ifade edildi. Bu kuvvetin, ya LC-konturunda [5] yada Fabry-Perot kavitesinde [10] rezonans durumu altında önemli derecede artış göstereceği vurgulandı. Plakalarının hızının yüzeye paralel olduğu zaman bu iki paralel plaka arasındaki Casimir kuvveti Levitov [9] tarafından ele alındı. Daha sonra, "Casimir sürtünmesi" birçok çalışma ile geliştirilmiştir [94-98]. Yalıtkan plakaların hareketine bağlı olarak ortaya çıkan çeşitli kuantum etkileri (örneğin, parçacık oluşumu ve Casimir kuvvetindeki değişim) hem bir boyutta hem de üç boyutta ve yüzeye göre farklı yönlerdeki hız vektörleri için detaylı olarak Barton ve ark. tarafından bir seri çalışmada ele alınmıştır [11,14-16,99-101].

Kavite duvarlarının rölativistik olmayan oldukça küçük hızlarında bile vakumdan foton oluşumunun önemli miktarlarda olduğu öne sürüldü [6,102-104]. Yapılan bu çalışmalarda, yüksek Q değerlerine sahip kavitenin duvarlarının kavitenin bazı petürbe olmamış özfrekansı ile orantılı frekanslarla küçük titreşimler yaptığı düşünülmüştür. Aslında, Denklem (2.9)' de verilen Moore eşitliğinin asimptotik çözümlerinin kullanılmasıyla uzun zaman diliminde her bir mod için oluşan foton sayısının, $\frac{\delta L}{L}\omega_1$ çarpımı ile orantılı olarak, sabit olduğu [7,83-85] ve genişliği üstel olarak hızlı bir şekilde artan frekans aralığında foton oluşumunun gerçekleştiği [105] yapılan hesaplamalarla gösterilmiştir.

Moore' nın yapmış olduğu yaklaşım, alanın dalga denklemini sağlayan mod fonksiyonları cinsinden Denklem (2.4) tipi çözümlerini bulmaya dayanmaktadır. Klasik problemde daha önce önerildiği gibi [35], zamana bağlı sınır koşullarını sağlayan mod fonksiyonları seçilerek yapılan yeni yaklaşımlar ortaya çıkmıştır. Örnek olarak, aşağıdaki mod fonksiyonu verilebilir:

$$\Psi^{(n)}(x, t > 0) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(n)}(t) \sqrt{\frac{L_0}{L(t)}} \sin\left(\frac{\pi k [x - L_2(t)]}{L(t)} \right), \tag{2.10}$$

burada, n=1,2,… ve t =0 anında L_0 plakalar arasındaki uzaklık, $L_2(t)$ sol plakanın hareketini temsil eden fonksiyon ve L(t) herhangi bir t anında plakalar arası uzaklıktır.

Calucci çalışmasında [106], foton oluşumunun gerçekleşmediği sadece kavite duvarlarının yavaş ve adyabatik hareketlerinin de söz konusu olduğu durumu araştırmıştır (daha sonra adyabatik durum ayrıntıları ile çalışıldı [107]). Bunun yanı sıra adyabatik yaklaşımlar kullanılarak, çapı zamanla değişen küresel kavite için skaler alanda foton oluşumu da örnekler üzerinde incelenmiştir [108].

Dinamik Casimir etkisinin incelenmesinde kullanılan yaklaşımlardan biri olan Hamiltonyen yaklaşımının gelişimi Law tarafından yapılan çalışmalarla önemli bir noktaya gelmiştir [109,110]. Law, etkin Hamiltonyenin rezonans durumu altında önemli derecede basitleştirilebileceğini göstermiştir. Ama yine de, basite indirgenmiş Hamiltonyenden elde edilen hareket denklemlerinin bazı durumlarda ya perturbatif ya da nümerik sonuçlar verdiği bulunmuştur. Bununla ilgili olarak bir boyutlu kaviteler [109-114] ve üç boyutlu kavite ve dalga kılavuzları [115] için çalışmalar yapılmıştır. Hamiltonyen yaklaşımı kullanılarak, dinamik Casimir etkisiyle ortaya çıkan foton oluşumu problemi duvarları titreşim hareketi yapan üç ya da iki boyutlu ideal kavite için incelendi [116]. Bu çalışmada, rezonans modları arasındaki kuvvetli çiftlenime bağlı olarak oluşan foton sayısını hesaplamanın mümkün olduğu gösterildi. Hamiltonian yaklaşımı ile dinamik Casimir etkisinin incelenmesi birçok araştırmacı tarafından ele alındı [117,118].

Duvarları rezonans frekansıyla titreşen bir boyutlu kavite için alanı tanımlayan ilk analitik çözümler basit durumlar için bulundu [119-121] ve sonrasında daha genel çözümler de elde edildi [122-124]. Bu çalışmalarda titreşen duvarın genliğinin çok küçük olduğu durum ele alınmıştır. Bu çözümler sadece herhangi bir başlangıç durumu için oluşan foton sayısının hesaplanmasını değil, rezonans durumunda ortaya çıkan etkilerinde hesaplanmasını sağlamıştır. Bunun yanı sıra, bu çözümler oluşan foton sayısının dağılım fonksiyonunu ve kavite içindeki enerji yoğunluğunun dağılımını hesaplamayı sağlamıştır.

Dinamik Casimir etkisi araştırmacılar tarafından skaler ve vektör parçacıkların oluşumu için incelenmiştir. Haro [125] tarafından yapılan bir seri çalışmada dinamik Casimir etkisi skaler alan için foton oluşumu ve enerji hesaplamaları yapıldı. Burada, kısa zaman süresinde parçacık oluşumu ikinci derece pertürbasyon metodu kullanılarak ele alınırken, uzun zamanlar için dönen dalga yaklaşımı metodu kullanıldı. Diğer bir yandan vektör alan için de çalışmalar yapılmıştır. Bu tezde de incelenen kavite sistemleri her iki parçacık oluşumu için çalışılmış ve oluşan foton sayıları hesaplanmıştır. Elektromanyetik alanın polarizasyonunun da söz konusu olduğu duvarları sadece düzgün hareket yapan üç boyutlu dikdörtgen kavitedeki elektromanyetik alanın kuantum özellikleri ile ilgili ayrıntılı çalışmalar yapıldı [126,127]. Kısa zaman limitinde geçerli olan bazı yaklaşımlar çerçevesinde, polarizasyonun da hesaba katıldığı, kavitenin periyodik hareketinin düşünüldüğü çalışmalarda yapılmıştır [128]. İdeal bir ayna ile ikiye bölünmüş üç boyutlu kavite problemi[129] ve ideal olmayan kavite için dinamik Casimir etkisi problemi çalışılmıştır [130,131]. Crocce ve ark. tarafından [132], mükemmel iletken kaplı üç boyutlu kavite için elektromanyetik alanın kavite içindeki polarizasyonu da hesaba katılarak oluşan foton sayısı hesaplandı. Burada, elektromanyetik alan için sınır koşulları, Dirichlet ve Neumann olmak üzere farklı formlarda ele alındı ve kavite içindeki TM modu için oluşan foton sayısının TE modu için olandan daha fazla olduğu gösterildi. Bu çalışmada, daha önce de yazarlar tarafından kullanılmış olan çoklu skala analizi yöntemi kullanılmıştır.

Serbest elektronlardan yapılmış aynaların rölativistik hızlarla hareketine bağlı olarak meydana gelen foton oluşumu olayı ve elektromanyetik alanın bazı özel durumları yapılan çalışmalarda ele alındı [133,134]. Dinamik Casimir etkisinin sıcaklıkla değişimi bu alanda yapılan çalışmalar arasında yer alıyor [7,123,124,135]. Dalvit ve ark. [136] tarafından yapılan çalışmada mükemmel iletken kaplı üç boyutlu dikdörtgen kaviteden foton oluşumu probleminin incelenmesinin yanı sıra, $T=0$ sıcaklığında bu etkinin arttığı gösterildi. Bu çalışmada çoklu skala analizi yöntemi (MSA) kullanılmıştır. Rezonans frekansıyla titreşim hareketi yapan kaviteden foton oluşumu etkisi, ölçülebilir sıcaklıklarda kütlesiz skaler alan için çalışıldı [137]. Yapılan bu çalışmalarda dinamik Casimir etkisi, ideal olmayan kavite için çalışıldı. Herhangi bir sıcaklık değerinde dinamik Casimir etkisinin arttığı ortaya atıldı [138] ve elde edilen sonuçlar dinamik Casimir etkisiyle sadece vakum dalgalanmalarının değil aynı zamanda termal uyarılmalarında gerçek parçacıklara dönüşebileceği şeklinde yorumlandı. Bu çalışmada, rezoanans frekansıyla titreşen kavite için sonlu sıcaklık değerlerinde oluşan foton sayısında oldukça güçlü bir artış gözlemlenmiştir. Hamiltonyen yaklaşımı çerçevesinde bununla ilgili olarak detaylı analizler yapıldı [139]. Rezonans durumu altında kavite içindeki enerji yoğunluğu dağılımının düzgün bir dağılım göstermediği, bunun aksine, enerjinin büyük bir kısmının bazı noktalarda keskin pikler (pikler arası mesafe zamanla daha da daralmaktadır) oluşturacak şekilde bir dağlım oluşturduğu gösterildi [24,8,87,140,141].

İçi, yalıtkanlık özellikleri zamanla değişen bir yalıtkan madde ile doldurulmuş kavitede klasik alan problemi literatürde ele alınmıştır [142]. Yablonovitch [143] Unruh etkisi olarak adlandırılan, yani ivmelendirilmiş kaviteden parçacık oluşumu etkisine benzetmek amacıyla kavitenin içine ışık kırıcı bir madde koymayı önerdi. Durgun olmayan ortamlar için kuantum problemleri ile ilgili daha detaylı çalışmalar da yapıldı [103,104,144-156]. Kavite içindeki yalıtkan maddenin dielektrik sabitinin aynalar (bir boyutta) arasındaki mesafe ile eş zamanlı olarak değiştiği durum da yapılan çalışmalarla ele alındı [157,158]. Yapılan farklı çalışmalar arasında aynalar arasına yerleştirilen süper akışkan ^{3}He için dinamik Casimir etkisinin incelendiği durumda yer alıyor [159].

Zamana bağlı frekanslarda titreşim hareketi yapan kuantum harmonik salınıcı problemine indirgenebilen, öz frekanslarının spektrum aralıkları eşit olmayan kavite için dinamik Casimir etkisine bağlı olarak vakumdan foton elde etme problemi üç boyutlu kavitenin duvarlarının periyodik hareketi söz konusu olduğu durum da ele alındı [160]. Dinamik Casimir etkisi problemi bunun dışında daha değişik sistemler için de araştırmacılar tarafından araştırılmıştır [161-164], örneğin duvarları iletkenliği periyodik olarak değişen ince yarıiletkenle kaplı kaviteden vakumda rezonans titreşim frekansında foton oluşumu incelendi [161].

Bir başka örnek olarak vakum durumundaki bir kavitenin iletkenlik özelliklerinin zamana bağlı olduğu elektromanyetik kavitelerden foton oluşumu problemi verilebilir [165].

Dinamik Casimir etkisi, dikdörtgen kavite dışında silindirik [166-169], kübik [169] ve küresel [28, 36, 79, 80, 108, 170] olmak üzere değişik sistemler için de çalışıldı. Ayrıca, dinamik Casimir etkisinin kozmolojik problemlerdeki rolü de incelenmiştir [171,172].

Son yıllarda dinamik Casimir etkisi problemi Hertz potansiyeli yaklaşımı ile silindirik kavite için incelenmiştir [167]. Burada silindirik kavite için TE ve TM modlarında oluşan foton sayıları hesaplanmıştır. Dinamik Casimir etkisi, ani yaklaşımlar çerçevesinde incelendi [173] ve enerji dağılımı için farklı tam ve yaklaşık ifadeler geliştirildi. Deforme olmuş aynaların hareketinden ortaya çıkan etki Neumann sınır koşulları altında skaler alan için çalışıldı [174] ve oluşan fotonların açısal yayılımları ve spektrumları hesaplandı. Burada, Neumann sınır koşullarında oluşan foton sayısının Dirichlet sınır koşullarında oluşandan daha fazla oluğu gösterildi. Petrov [175] yapmış olduğu çalışmasında, sonsuz büyüklükteki paralel iki plaka arasındaki kütlesiz skaler alanı inceledi. Plakalarda biri durgunken, diğeri periyodik olarak hareket etmektedir, önermiş olduğu yaklaşımla kavitenin herhangi bir hareketi için genel bir çözüm sunmaktadır. Titreşen kavitede dinamik Casimir etkisi problemi için sayısal hesaplamalar Ruser tarafından yapıldı [176]. Ruser yapmış olduğu çalışmasında kavitenin herhangi bir hareketi için sayısal hesaplamaları yapma imkânı sağlayan çözümler önermiştir. Dinamik Casimir etkisine optik yaklaşımlar Wegrzyn tarafından yapıldı [177], bu çalışmasında duvarları titreşen bir boyutlu kavitenin çeşitli modellerini incelemiştir. Elektromanyetik alan için titreşen kavite problemi iki ayrı sınır koşulu ile incelenmektedir. Mükemmel iletken kaplı iki paralel plaka problemi için, vektör potansiyel TE polarizasyonu ile temsil ediliyorsa Dirichlet-Dirichlet (DD) sınır koşulları, vektör potansiyel TM polarizasyonu ile temsil ediliyorsa Neumann-Neumann (NN) sınır koşulları kullanılır. Sonsuz geçirgen iki plaka için TE vektör potansiyeli NN sınır koşulları ile çalışılırken, TM vektör potansiyeli DD sınır koşulları ile çalışılmaktadır. Alves ve ark. tarafından [178] Neumann-Dirichlet (ND) sınır koşullarına bağlı iki boyutlu uzayda kütlesiz skaler alan için oluşan foton sayısı ve kavite içindeki toplam enerji hesaplandı. Mükemmel iletken kaplı titreşen küresel kavitede foton oluşumu problemi, elektromanyetik alan için Dirichlet ve Neumann sınır koşulları çerçevesinde çoklu skala analizi yöntemi yardımıyla çalışıldı [170]. Aynı zamanda bu çalışmada açısal momentumun korunumu da incelenmiştir.

Bu tezin amacı farklı kavite sistemleri için oluşan foton sayısını araştırmaktır. Bu amaçla, çoklu skala analizi yöntemi kullanılarak üç-boyutta iki duvarı titreşen kavite için ve dönen kavite için oluşan foton sayıları hesaplanmıştır. Bu tez kapsamında yapılan çalışmalarda, dinamik Casimir etkisi çoklu skala analizi metodu yardımı ile üç boyutlu kavitenin duvarlarının Denklem (4.1) ve Denklem (4.2)' de verildiği gibi kavitenin simetrik ve anti-simetrik titreşim hareketleri için [179] ve vakumda dönen kavite için [180] çalışıldı. Ve bu sistemler için oluşan foton sayılarının üstel olarak zamanla arttığı gösterildi.

3. ÇOKLU SKALA ANALİZ YÖNTEMİ

Çoklu skala analiz yöntemi, pertürbasyon metodunun rezonans durumlarında, uzun t zamanları için yetersiz kalması sonucu ortaya çıkan ve diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan matematiksel bir metottur. Pertürbasyon metodu, genellikle kısa bir t zamanından sonra geçerliliğini kaybetmektedir, bunun sebebi rezonans durumunun gerçekleştiği zamanlarda seküler terimler denilen durumun ortaya çıkmasıdır. Bu durumla karşılaşmamak için bu tezde çoklu skala analiz (MSA) yöntemi kullanılacaktır. Bu metot uzun t zamanlarında geçerliliğini koruduğundan daha kullanışlıdır.

Bu yöntemin incelenmesinde, kendiliğinden uyarımlı titreşim hareketi yapan sistemler ele alındı. Sistem aşağıda verilen denklemle ifade edilir,

$$\ddot{u} + u = \varepsilon(\dot{u} - \frac{1}{3}\dot{u}^3) \tag{3.1}$$

Çoklu skala analiz yöntemi kullanılarak Denklem (3.1)’ in çözümünü bulmak için ilk adım olarak, $\tau_0 = t$ ve $\tau_1 = t\varepsilon$, $(\tau_n, n = 0,1,2,3...)$ skalaları tanımlanır. Bu durumda $u(t) \to u(t, t\varepsilon, t\varepsilon^2 ...)$ yazılır.

Burada, τ_n farklı zaman ölçeklerini temsil etmektedir, çünkü ε terimi çok küçük bir parametredir. Örneğin, eğer $\varepsilon = \frac{1}{60}$ ise, τ_0 skalasındaki değişimler saniyelik bir zaman diliminde gözlenecek, τ_1 skalasındaki değişimler dakikalık bir zaman diliminde gözlenecek τ_2 skalasındaki değişimler saatlik bir zaman diliminde gözlenecek, sonuç olarak τ_0 hızlı skalayı temsil ederken, τ_1 daha yavaş bir skalayı, τ_2 daha da yavaş bir skalayı temsil edecektir.

Yukarıda yapılan tanımlamadan yola çıkılarak u' nun, t ve ε' na bağımlılığının farklı skalalarda meydana geleceğinden söz edilebilir, böylece u' nun davranışı farklı zaman skalalarında gözlemlenebilir. Bu durumda u' nun hesaplanmasında, u t' nin bir fonksiyonu olarak değil, $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3 ...$' ün bir fonksiyonu olarak hesaplanacaktır.

Denklem (3.1)' de verilen t' ye bağlı türevler chain kuralı yardımıyla τ_0, τ_1' e dönüştürülürse aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= D_0 + \varepsilon D_1 + ... \\ \frac{d^2}{dt^2} &= D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + ... \end{aligned} \tag{3.2}$$

Burada $D_n = \partial / \partial \tau_n$' dir. Bu eşitliklerin Denklem (3.1)' de yerine yazılmasıyla t ve ε' na bağlı yeni u fonksiyonu için diferansiyel denklem aşağıdaki gibidir.

$$D_0^2 u + 2\varepsilon D_0 D_1 u + u = \varepsilon[D_0 u - \frac{1}{3}(D_0 u)^3] + ... \tag{3.3}$$

Burada dikkat edilmelidir ki, orijinal denklemdeki normal-türev, kısmi-türev ile yer değiştirmiştir. Burada amaç Denklem (3.3)' ü çözmektir. Bu amaçla çoklu skala analizi yöntemi gereği u fonksiyonu için aşağıdaki gibi ε serisinde bir çözüm önerilir.

$$u = u_0(\tau_0, \tau_1) + \varepsilon u_1(\tau_0, \tau_1) + ... \tag{3.4}$$

Buradan Denklem (3.4), Denklem (3.3)' de yerine yazıldıktan sonra ε^0 ve ε^1 terimlerinin katsayıları aşağıdaki gibi ayrı ayrı eşitliklerde yazılırsa,

$$D_0^2 u_0 + u_0 = 0 \tag{3.5}$$

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -2D_0 D_1 u_0 + D_0 u_0 - \frac{1}{3}(D_0 u_0)^3 \tag{3.6}$$

diferansiyel denklemleri elde edilir. Görüldüğü gibi Denklem (3.5) ikinci dereceden homojen bir diferansiyel denklemdir. Bu şekilde verilen bir diferansiyel denklem için kompleks formda çözüm aşağıdaki gibi verilir.

$$u_0 = A(\tau_1)e^{i\tau_0} + \overline{A}(\tau_1)e^{-i\tau_0} \tag{3.7}$$

Burada $\overline{A}$, A ' nın kompleks eşleniğidir ve A aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$A = \frac{1}{2} a e^{i.\beta} \tag{3.8}$$

a ve β, τ_1' in gerçek fonksiyonlarıdır. Denklem (3.7)' de dikkat edilmelidir ki, A ve $\overline{A}$ katsayıları sabit değildir ve yavaş değişen τ_1 skalasının bir fonksiyonudurlar.

u_0 için çözüm bulunduktan sonraki adımlarda seküler terimlerin elimine edilmesi işlemi vardır. Bu terimlerin elimine edilmesinden yararlanılarak A ve $\overline{A}$ fonksiyonları hesaplanacaktır. Bu amaçla ilk olarak Denklem (3.7)' de verilen u_0

çözümü, Denklem (3.6)'da verilen diferansiyel denklemde yerine yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -2iA' e^{i\tau_0} + 2i\overline{A}' e^{-i\tau_0} + iAe^{i\tau_0} - i\overline{A}e^{-i\tau_0} - \frac{1}{3}(iAe^{i\tau_0} - i\overline{A}e^{-i\tau_0})^3 \tag{3.9}$$

Yukarıdaki eşitlik düzenlendikten sonra,

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -i(2A' - A + A^2\overline{A})e^{i\tau_0} + \frac{1}{3} iA^3 e^{3i\tau_0} + c.c. \tag{3.10}$$

denklemi elde edilir.

Denklem (3.9)' da ki u_1 denkleminde, eşitliğin sağ tarafındaki terimler seküler terimlerin oluşmasına neden olacak terimler içermektedir. Bu nedenle, homojen bir çözüm için bu terimler elimine edilmelidir. Bu da ancak $e^{i\tau_0}$ ve $e^{-i\tau_0}$ terimlerinin katsayılarının sıfıra eşitlenmesiyle mümkündür. Bu işlemin ardından aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$2A' - A + A^2\overline{A} = 0 \tag{3.11}$$

Bu durumda u_0 için Denklem (3.7) Denklem (3.8) yardımıyla aşağıdaki eşitlik bulunur.

$$u_0 = \frac{1}{2} a e^{i(\tau_0+\beta)} + \frac{1}{2} a e^{-i(\tau_0+\beta)} \tag{3.12}$$

Yukarıdaki eşitlik düzenlenirse u_0 için aşağıdaki gibi bir çözüm bulunur.

$$u_0 = a\cos(\tau_0 + \beta) \tag{3.13}$$

Şimdi Denklem (3.8), Denklem (3.11)' de yerine yazılarak a ve β terimleri bulunacaktır.

$$a' e^{i\beta} + i a \beta' e^{i\beta} - \frac{1}{2} a e^{i\beta} + \frac{1}{8} a^3 e^{i\beta} = 0 \tag{3.14}$$

Buradan Denklem (3.14), $e^{i\beta}$ ile bölünüp sanal ve gerçek kısımlar ayrılırsa,

$$a' = \frac{1}{2} a - \frac{1}{8} a^3 \tag{3.15}$$

$$\beta' = 0 \tag{3.16}$$

eşitlikleri elde edilir. Açıkça görüldüğü gibi Denklem (3.16)' nın çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\beta = \beta_0 = \text{sabit} \tag{3.17}$$

Denklem (3.15)’ in çözümü ise, değişkenlerine ayırma metodu ile bulunabilir. Buradan,

$$d\tau_1 = \frac{8da}{4a - a^3} = \frac{8da}{a(2-a)(2+a)} \tag{3.18}$$

eşitliği elde edilir. Denklem (3.18)’ in sağ tarafı kısmi kesirler şeklinde yazılır,

$$d\tau_1 = \frac{2da}{a} + \frac{da}{2-a} - \frac{da}{2+a} \tag{3.19}$$

ve Denklem (3.19) integre edilirse,

$$\tau_1 + c = 2\log a - \log|2-a| - \log(2+a) \tag{3.20}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik düzenlenecek olursa aşağıdaki sonuç bulunur.

$$\tau_1 + c = \log\frac{a^2}{|4-a^2|} \tag{3.21}$$

Burada c sabittir. Şimdi Denklem (3.21) düzenlenip buradan a bulunacaktır.

$$\frac{a^2}{4-a^2} = e^{\tau_1 + c}, \ (\tau_1 = \varepsilon t) \qquad (3.22)$$

Denklem (3.22), a^2 için çözülürse,

$$a^2 = \frac{4\exp(\varepsilon t + c)}{1+\exp(\varepsilon t + c)} = \frac{4}{1+\exp(-\varepsilon t - c)} \qquad (3.23)$$

sonucu bulunur. a ve β terimleri bulunduktan sonra Denklem (3.17) ve Denklem (3.23), Denklem (3.13)' de yerine yazılırsa ve $\tau_0 = \varepsilon t$ olduğu düşünülürse u_0 için aşağıdaki çözüm bulunur.

$$u_0 = 2[1+e^{-\varepsilon t - c}]^{-1/2} \cos(t+\beta_0) \qquad (3.24)$$

Denklem (3.24), Denklem (3.4)' de yazılırsa, Denklem (3.1)' in birinci dereceden genel çözümü aşağıdaki gibi bulunur.

$$u = 2[1+\exp(-\varepsilon t - c)]^{-1/2} \cos(t+\beta_0) + \ldots \qquad (3.25)$$

u fonksiyonu için başlangıç koşulları aşağıdaki gibi veriliyor.

$$u(0) = a_0 \qquad \dot{u}(0) = 0 \qquad (3.26)$$

Verilen başlangıç koşulları Denklem (3.25)' de kullanılırsa a_0 ve β_0 için aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$a_0 = 2[1+e^{-c}]^{-1/2}\cos\beta_0 \tag{3.27}$$

$$0 = -2[1+e^{-c}]^{-1/2}\sin\beta_0 + O(\varepsilon) \tag{3.28}$$

Denklem (3.28)' den, $\sin\beta_0 = O(\varepsilon)$ ya da $\beta_0 = 0 + O(\varepsilon)$ ifadesi elde edilir. Bu durumda Denklem (3.27) düzenlendikten sonra,

$$a_0^2 = 4[1+e^{-c}]^{-1} \qquad \rightarrow \qquad e^{-c} = \frac{4}{a_0^2} - 1 \tag{3.29}$$

eşitliği bulunur. Şimdi elde edilen bu veriler ışığında Denklem (3.25) yeniden yazılırsa u fonksiyonu için birinci dereceden genel çözüm aşağıdaki gibi olur.

$$u = 2\left[1 + (\frac{4}{a_0^2} - 1)e^{-\varepsilon t}\right]^{-1/2}\cos(t) + ... \tag{3.30}$$

Denklem (3.30)' dan açıkça görüldüğü gibi u, $a\cos(t+\beta)$ formunda değil çünkü a, zamana bağlı üstel bir fonksiyondur. Diğer yandan, çoklu skala analiz yöntemi ile orijinal adi-diferansiyel denklemin kısmi diferansiyel denkleme dönüştürülmesi çok iyi bir yaklaşım yapılmasını sağlayarak, çözüme kolayca ulaşmayı sağlar Bu durum şiyle açıklanabilir; u_1' i tam olarak çözmeden, birinci dereceden çözüme ulaşmak için yapmamız gereken tek şey u_1 denkleminde seküler terimlere neden olacak terimleri elimine etmektir. Böylece, u_0' ın τ_1' e bağlılığı hesaplanır. Kısaca, birinci dereden çözüm için u_1' i çözmemize gerek yoktur bunun yerine Denklem (3.9)' u gözden geçirmek ve buradaki seküler terimlere sebep olacak terimleri elimine etmek yeterli olacaktır.

Bu metod kullanılarak dinamik Casimir etkisi problemi farklı sistemler için bir sonraki bölümde incelenecektir.

4. FOTON OLUŞUMU

4.1. İki Duvarı Titreşen Kavite İçin Dinamik Casimir Etkisi

Bu bölümde dinamik Casimir etkisi 3 boyutta incelenecektir. Özel olarak kenarları L_x, L_y ve L_z uzunluğundaki bir kaviteden dinamik Casimir etkisiyle skaler ve vektör alanların oluşumu problemi ele alınacaktır. Çözüm yöntemi olarak çoklu skala analizi metodu (MSA) kullanılacaktır.

Kavitenin duvarlarının iki tip titreşimi ele alındı. İlk olarak kavitenin sağ ve sol duvarlarının aynı şekilde titreştiği varsayıldı. Başka bir deyişle kavitenin bir bütün olarak hareket ettiği düşünüldü. Bu durumda sol ve sağ duvarların hareketi,

$$L_{x,L}(t) = \varepsilon L_x \sin \Omega t\,, \qquad L_{x,R}(t) = L_x(1+\varepsilon \sin \Omega t)\,, \tag{4.1}$$

ile temsil edilir.

Literatürde parametrik rezonans durumunda oluşan foton sayısının arttığı gösterilmiştir. Parametrik rezonans durumu, titreşen kavite duvarlarının frekanslarının alanın herhangi bir perturbe olmamış modunun frekansının iki katı olduğu durumdur, $\Omega = 2\omega_k$. Bu tezde de oluşan foton sayısı parametrik rezonans durumu için incelendi.

Denklem (4.1)' de verilen bağıntıdan da görüleceği gibi kavitenin boyu zaman içinde sabittir ve $L_{x,R}(t) - L_{x,L}(t) = L$ ile verilir. İkinci olarak da kavitenin sağ ve sol duvarlarının zıt fazda titreştiği durum çalışıldı. Bu durumda kavitenin sağ ve sol duvarlarının zamana bağlı hareketi aşağıdaki gibi temsil edilir.

$$L_{x,L}(t) = -\varepsilon L \sin \Omega t, \qquad L_{x,R}(t) = L(1+\varepsilon \sin \Omega t), \tag{4.2}$$

Bu durumda, kavitenin hacmi zamanla sabit kalmayıp değişmektedir ve $L_x(1+2\varepsilon \sin \Omega t)L_y L_z$ ile verilir.

Bu bölümde dinamik Casimir etkisi ilk olarak bir boyutta ele alındıktan sonra üç boyutta dönen ve titreşen kaviteler için çoklu skala analizi metodu ile incelenecektir. Dinamik Casimir etkisi ile oluşan foton sayısı skaler ve vektör parçacıkların sayısı yukarıda tarif edilen iki sistem için hesaplanacaktır.

4.1.1. Sabit uzunlukta alan kuantumlanması

Bu kısımda, problemin üç boyutta incelenmesine geçmeden önce kolaylık açısından bir boyutlu durum incelenecektir.

Mükemmel iletken iki levhadan oluşan bir boyutlu kavite için alan denklemi aşağıdaki gibi verilir (c=1).

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0 \tag{4.3}$$

Bu denklem aşağıda verilen zamana bağlı sınır koşulları için çözülmelidir.

$$\Phi(L_{x,L}, t) = \Phi(L_{x,R}, t) = 0 \tag{4.4}$$

Sınır koşulları zamana bağlı olduğu için yukarıda verilen denklem değişkenlerin ayırımı metodu ile çözülmez. Dalga denkleminin formu sınır koşullarının zamana bağlı ya da bağlı olmaması durumunda değişmez. Fakat sınır koşullarının zamana bağlı olması dalga denkleminin analitik çözümünün bulunmasını zorlaştırır. Bu denklemin verilen zamana bağlı sınır koşulları için literatürde farklı çözüm metotları mevcuttur. Bu çalışmada kullanılacak yöntem ise bir koordinat dönüşümü vasıtasıyla zamana bağlı koşulların durağan sınır koşullarına çevrilme metodudur.

Zamana bağlı bir koordinat dönüşümü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$q(t) = \frac{x - L_{x,L}(t)}{L_x} \tag{4.5}$$

Bu durumda, yeni sınır koşulları, durağan yani zamandan bağımsızdır.

$$\Phi(q=0,t) = \Phi(q=1,t) = 0 \tag{4.6}$$

Bu koordinat dönüşümü altında Denklem (4.3)' deki dalga denklemi de değişecektir. Dalga denkleminin yeni formunu bulmak için türev operatörlerinin Denklem (4.5)' de verilen koordinat dönüşümü ile nasıl değişeceğinin bulunması gerekmektedir. Yukarıda verilen koordinat dönüşümü altında türev operatörleri aşağıdaki gibi dönüşecektir.

$$\partial_t \to \partial_t - \frac{\dot{L}_{x,L}}{L}\partial_q \; ; \qquad \partial_t^2 \to \partial_t^2 + \frac{\dot{L}_{x,L}^2}{L^2}\partial_q^2 - 2\frac{\dot{L}_{x,L}}{L}\partial_t\partial_q - \frac{\ddot{L}_{x,L}}{L}\partial_q ,$$

$$\partial_x \rightarrow \frac{1}{L}\partial_q \ ; \qquad \partial_x^2 \rightarrow \frac{1}{L^2}\partial_q^2 \qquad (4.7)$$

Denklem (4.1)' de verilen $L_{x,L}(t)$ ve $L_{x,R}(t)$' nin açık ifadeleri Denklem (4.7)' de yazılacak olursa, ε' nun birinci mertebesine kadar ∂_t^2 operatörü,

$$\partial_t^2 \approx \partial_t^2 - \varepsilon \ \left(2\Omega\cos(\Omega t) \ \partial_t \partial_q - \Omega^2 \sin(\Omega t) \ \partial_q\right) \qquad (4.8)$$

bağıntısı ile verilir. Bu dönüşümler dalga denkleminde yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{L^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial q^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \varepsilon \ \left(2\Omega\cos(\Omega t)\frac{\partial^2\Phi}{\partial q\partial t} - \Omega^2\sin(\Omega t)\frac{\partial\Phi}{\partial q}\right) \qquad (4.9)$$

sonucu bulunur. Denklem (4.9)' da eşitliğin sağ tarafında parantez içindeki terim sınır koşullarının zamana bağlı oluşundan kaynaklanmaktadır. Denklem (4.5)' de verilen koordinat dönüşümü sınır koşullarını durağan hale, alan denklemini de zamana bağlı hale getirdi. Şimdi Denklem (4.9), (4.6)' da verilen sınır koşulları için çözülecektir.

Alan operatörünün mod açılımı,

$$\Phi(q,t) = \sum_k \left(b_k \Psi_k(q,t) + b_k^\dagger \Psi_k^*(q,t)\right) \qquad (4.10)$$

ile verilir. Burada b_k ve $b_k^\dagger$ kuantum alan teorisinden bilinen yaratma ve yok etme operatörleri ve $\Psi_k(q,t)$ fonksiyonu da Denklem (4.9)' u sağlayan mod fonksiyonudur. Sınır koşullarını sağlayan bir mod fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Psi_k(q, t > 0) = \sum_n a_n^k(t)\ \sin(n\pi q) \tag{4.11}$$

Burada $a_n^k(t)$ ' yi bulmak için, Denklem (4.11), Denklem (4.9)' da yazılır ve elde edilen denklem $\sin(m\pi q)$ ile çarpılıp q üzerinden 0' dan 1' e kadar integre edilir. Bu integrasyon işlemi sırasında aşağıda verilen integral kullanılır.

$$\int_0^1 \cos(n\pi q)\sin(m\pi q)dq = -\frac{(-1+(-1)^{m+n})m}{(m^2-n^2)\pi}. \tag{4.12}$$

Yapılan cebirsel işlemlerin ardından $a_n^k(t)$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\ddot{a}_m^k + \omega_m^2 a_m^k = \varepsilon\left(4\Omega\cos\Omega t\sum_{n\neq m} g_{nm}\dot{a}_n^k - 2\Omega^2\sin\Omega t\sum_{n\neq m} g_{nm}a_n^k\right) \tag{4.13}$$

Burada $\omega_m = m\pi / L$ ve anti-simetrik katsayı g_{nm} ,

$$g_{nm} = \frac{mn(1-(-1)^{m+n})}{m^2-n^2}, \quad m \neq n \tag{4.14}$$

bağıntısı ile verilir.

Denklem (4.13) sonsuz tane terim içermektedir ve pratikte çözümü imkansızdır. Bu tip denklemlerin literatürde yaklaşık çözüm metotları mevcuttur. Bu metotlardan biri çoklu skala analizi metodudur. Şimdi bu metot kullanılarak Denklem (4.13)' ün yaklaşık çözümleri bulunacaktır.

Çoklu skala analizinin temel varsayımı t zaman parametresi ile birlikte $\tau = \varepsilon t$ parametresinin tanımlanıp, çözümü aranan fonksiyonun aşağıdaki şekilde seri açılımının yapılmasıdır.

$$a_m^k(t) = a_m^{k(0)}(t,\tau) + \varepsilon a_m^{k(1)}(t,\tau) + \varepsilon^2 a_m^{k(2)}(t,\tau) + \ldots \tag{4.15}$$

Bu bağıntının zamana göre birinci ve ikinci türevleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{a}_m^k = \partial_t a_m^{k(0)} + \varepsilon \ (\partial_\tau a_m^{k(0)} + \partial_t a_m^{k(1)}) + \ldots \tag{4.16}$$

$$\ddot{a}_m^k = \partial_t^2 a_m^{k(0)} + \varepsilon \ (2\partial_\tau \partial_t a_m^{k(0)} + \partial_t^2 a_m^{k(1)}) + \ldots \tag{4.17}$$

Bulunan bu bağıntılar Denklem (4.13)' de yazılırsa, ε^0 terimi için

$$\ddot{a}_m^{k(0)} + \omega_m^2 a_m^{k(0)} = 0 \tag{4.18}$$

ve ε^1 terimi için,

$$\ddot{a}_m^{k(1)} + \omega_m^2 a_m^{k(1)} = -2\partial_\tau \partial_t a_m^{k(0)}$$

$$+ 4\Omega \cos\Omega t \sum_{n\neq m} g_{nm} \dot{a}_n^{k(0)} - 2\Omega^2 \sin\Omega t \sum_{n\neq m} g_{nm} a_n^{k(0)} \tag{4.19}$$

eşitlikleri elde edilir. Denklem (4.18)' in çözümü,

$$a_m^{k(0)}(t,\tau) = A_m^k(\tau)\ e^{-i\omega_m t} + B_m^k(\tau)\ e^{i\omega_m t} \tag{4.20}$$

ile verilir. Burada $A_m^k(\tau)$ ve $B_m^k(\tau)$ τ' nun bir fonksiyonudur ve daha sonra belirlenecektir. $A_m^k(\tau)$ ve $B_m^k(\tau)$ için başlangıç koşulları,

$$A_m^k(\tau = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}\delta_{m,k} \qquad B_m^k(\tau = 0) = 0 \tag{4.21}$$

ile verilir.

Denklem (4.19)' un sağ tarafına $a_m^{k(0)}(t,\tau)$' ın çözümü olan Denklem (4.20) yazılıp $2i\sin\Omega t = (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})$ ve $2\cos\Omega t = (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})$ eşitlikleri kullanılırsa Denklem (4.19) aşağıdaki denkleme dönüşür;

$$\ddot{a}_m^{k(1)} + \omega_m^2 a_m^{k(1)} = 2i\omega_m(\partial_\tau A_m^k e^{-i\omega_m t} - \partial_\tau B_m^k e^{i\omega_m t})$$

$$- 2i\Omega(e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})\sum_{n\neq m} \omega_n g_{nm}(A_n^k e^{-i\omega_n t} - B_n^k e^{i\omega_n t}) \tag{4.22}$$

$$+ i\frac{\Omega^2}{2}(e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})\sum_{n\neq m} g_{nm}(A_n^k e^{-i\omega_n t} + B_n^k e^{i\omega_n t})$$

Bu denklemleri çözmek için kavitenin titreşim frekansının, Ω, tanımlanması gerekmektedir. Kavitenin titreşim frekansının kavitenin öz frekanslarından biriyle rezonans olduğunu varsayalım, $\Omega = p\pi / L$ (p=1, 2, …).

Bu denklemlerin sağ tarafında bulunan, $e^{\pm i\omega_m t}$ terimlerinin elimine edilmesi gerekmektedir. $e^{-i\omega_m t}$ terimlerinin elimine edilmesinden,

$$\partial_\tau A^k_m + G^-_{p+m,m} A^k_{p+m} - G^+_{m-p,m} A^k_{m-p} - G^-_{p-m,m} B^k_{p-m} = 0 \qquad (4.23)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Benzer işlemler $e^{+i\omega_m t}$ için de yapılacak olursa,

$$-\partial_\tau B^k_m - G^-_{p+m,m} B^k_{p+m} + G^+_{m-p,m} B^k_{m-p} + G^-_{p-m,m} A^k_{p-m} = 0 \qquad (4.24)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Burada

$$G^{\mp}_{i,j} = \frac{\Omega \mp 2\omega_i}{2\omega_j} \Omega \; g_{ij} \qquad (4.25)$$

ile tanımlanır.

Kavitenin titreşimi sonucunda oluşan foton sayısı

$$< N_n >= \sum_k 2\omega_n \left| B^k_n \right|^2 \qquad (4.26)$$

formülü ile hesaplanır [89,136]. Görüldüğü gibi, oluşan foton sayısının hesaplanabilmesi için Denklem (4.23) ve (4.24)' den, $B_m^k(\tau)$' nin bulunması gerekmektedir.

Şimdi verilen bir p değeri için Denklem (4.23) ve Denklem (4.24)'ü çözelim. Bu denklemler, özel bir durum olarak m=p değeri için aşağıdaki gibidir.

$$\partial_\tau A_p^k + G_{2p,p}^- A_{2p}^k = 0$$

$$\partial_\tau B_p^k + G_{2p,p}^- B_{2p}^k = 0 \tag{4.27}$$

Denklem (4.27)' nın çözümlenebilmesi için A_{2p}^k ve B_{2p}^k için de diferansiyel denklemlere ihtiyaç vardır. Bu diferansiyel denklemleri elde edebilmek için Denklem (4.23) ve Denklem (4.24) m=2p için yazılırsa,

$$\partial_\tau A_{2p}^k + G_{3p,2p}^- A_{3p}^k - G_{p,2p}^+ A_p^k = 0$$

$$\partial_\tau B_{2p}^k + G_{3p,2p}^- B_{3p}^k - G_{p,2p}^+ B_p^k = 0 \tag{4.28}$$

sonucu elde edilir. Burada $p - m \to p - 2p < 0$ olduğundan B_{p-m}^k teriminin katkısı olmayacaktır. Görüldüğü gibi diferansiyel denklemin çözümü için A_{3p}^k ve B_{3p}^k denklemlerine de ihtiyaç vardır. Bu döngünün bir sonu yoktur. Kolayca görülebileceği gibi A_m^k ve B_m^k birbirleri ile bağlı bir denklem oluşturmaz. Bu durumda, $\Omega = p\pi / L$ dış frekansı için $\omega_p, \omega_{2p},...$ durumlarında foton oluşumu gerçekleşmez. Bu durum foton oluşumu gerçekleşmiyor anlamına gelmez, örneğin ω_{p+1} için foton oluşumu vardır. Foton oluşumunu hesaplamak için Denklem (4.22)' m=p+1 için çözümlenir. Yukarıdan da anlaşılacağı gibi sonsuz tane denklem ile karşılaşılmaktadır. Bu durum, bir boyutlu kavitenin spektrumunun eşit aralıklı olması gerçeğinden doğmaktadır. Sonuç olarak, $m = p, 2p, \ldots$ modları hariç tüm modlarda foton oluşumu gerçekleşmektedir.

4.1.2. Üç boyutta dinamik Casimir etkisi

Buraya kadar dinamik Casimir etkisi bir boyutta çalışıldı, bu kısımda ise dinamik Casimir etkisi 3 boyutta incelenecektir. Mükemmel iletkenden yapılmış bir kavitenin duvarları t=0 anında, $x = 0,\ x = L_x;\ y = 0,\ y = L_y;\ z = 0,\ z = L_z$ konumlarında bulunsun. $t \geq 0$ zamanında kavite x-yönünde bir bütün olarak titreşmektedir. Kavite duvarlarının konumları herhangi bir t anında,

$$
\begin{aligned}
&L_{x,L}(t) = \varepsilon L_x \sin \Omega t, \qquad && L_{x,R}(t) = L_x(1 + \varepsilon \sin \Omega t), \\
&L_{y,L}(t) = 0, && L_{y,R}(t) = L_y, \\
&L_{z,L}(t) = 0, && L_{z,R}(t) = L_z
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

bağıntıları ile veriliyor. Burada Ω, kavitenin titreşim frekansı, ε ise küçük bir parametredir. Kolayca görüleceği gibi titreşim boyunca hacim sabittir, $V = L_x L_y L_z$.

Bir boyutta olduğu gibi yine, $(x, y, z) \to (q, y, z)$ şeklinde bir koordinat dönüşümü tanımlanacaktır. Bu durumda, q ile x arasındaki ilişki $q = (x - L_{x,L}) / L_x$ eşitliği ile verilir.

Yukarıda tanımlanan sistem için dinamik Casimir etkisi önce skaler alan daha sonra da vektör alan için incelenecektir.

4.1.2.1. Skaler alan

Skaler alan operatörü yukarıda tanımlanan sistem için aşağıda verilen sınır koşullarını sağlamalıdır.

$$\Phi(L_{x,L}, y, z, t) = \Phi(L_{x,R}, y, z, t) = \Phi(x, 0, z, t) = \Phi(x, L_y, z, t) = 0$$

$$\Phi(x, y, 0, t) = \Phi(x, y, L_z, t) = 0 \tag{4.30}$$

Heisenberg gösterimiyle tanımlanan $\Phi(x, y, z, t)$ alan operatörü, üç boyutlu dalga denklemini sağlamalıdır (c=1).

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \tag{4.31}$$

Dalga denklemi hareketli koordinat sistemine göre yeniden yazılacaktır. Denklem (4.8)' de verilen ifade kullanılarak, hareketli koordinat sistemindeki dalga denklemi

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{L^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial q^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \varepsilon\left(2\Omega\cos\Omega t\frac{\partial^2\Phi}{\partial q\partial t} - \Omega^2\sin\Omega t\frac{\partial\Phi}{\partial q}\right) \tag{4.32}$$

ile verilir. Üç boyutta skaler alan operatörünün mod açılımı, Denklem (4.10)' un genelleştirilmiş halidir,

$$\Phi(q,y,z,t)=\sum_{k_xk_yk_z} b_{k_xk_yk_z}\Psi_{k_xk_yk_z}(q,y,z,t)+H.C. \tag{4.33}$$

Burada $b_{k_xk_yk_z}$ yok etme operatörü ve $\Psi_{k_xk_yk_z}(q,y,z,t)$ ilgili mod fonksiyonudur. $t>0$ anında sınır koşullarını sağlayan bir $\Psi_{k_xk_yk_z}(q,y,z,t)$

$$\Psi_{k_xk_yk_z}(q,y,z,t>0)=\sum_{n_xn_yn_z} a^{k_xk_yk_z}_{n_xn_yn_z}(t)\ \sin(n_x\pi q)\ \sin(\frac{n_y\pi}{L_y}y)\ \sin(\frac{n_z\pi}{L_z}z) \tag{4.34}$$

ile verilebilir. Denklem (4.34), Denklem (4.32)' de yerine yazılırsa, bir boyutlu durumda yapılan işlemlere benzer olarak aşağıda verilen ortogonalite denkleminin kullanılması ile zamana bağlı $a^{k_xk_yk_z}_{n_xn_yn_z}(t)$ fonksiyonunun denklemi elde edilir.

$$\int_0^1 \cos(n_x\pi q)\sin(m_x\pi q)\ dq=-\frac{(-1+(-1)^{m_x+n_x})m_x}{(m_x^2-n_x^2)\pi}$$

$$\begin{aligned}\ddot{a}^{k_xk_yk_z}_{m_xn_yn_z}+\omega^2_{m_xn_yn_z}a^{k_xk_yk_z}_{m_xn_yn_z} &= 4\varepsilon\,\Omega\ \cos\Omega t\sum_{n_x\neq m_x} g_{n_xm_x}\dot{a}^{k_xk_yk_z}_{n_xn_yn_z}\\ &\quad -2\varepsilon\,\Omega^2\sin\Omega t\sum_{n_x\neq m_x} g_{n_xm_x}a^{k_xk_yk_z}_{n_xn_yn_z}\end{aligned} \tag{4.35}$$

Burada, $\omega^2_{m_xn_yn_z}=\pi^2\left(\frac{m_x^2}{L_x^2}+\frac{n_y^2}{L_y^2}+\frac{n_z^2}{L_z^2}\right)$ ve $g_{n_xm_x}=\frac{m_xn_x(1-(-1)^{m_x+n_x})}{m_x^2-n_x^2}$,

$m_x\neq n_x$' dir. Denklem (4.35), Denklem (4.13)' ün üç boyuta genelleştirilmiş halidir. Bu denklemi çözmek için bir boyutta olduğu gibi çoklu skala analizi yöntemi kullanılacaktır. Denklem (4.19), üç boyutlu duruma genelleştirilirse,

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}^{k_x k_y k_z(1)}_{m_x n_y n_z} + \omega^2_{m_x n_y n_z} a^{k_x k_y k_z(1)}_{m_x n_y n_z} &= -2\partial_\tau \partial_t a^{k_x k_y k_z(0)}_{m_x n_y n_z} \\
&\quad + 4\Omega \cos\Omega t \sum_{m_x \neq n_x} g_{n_x m_x} \dot{a}^{k_x k_y k_z(0)}_{n_x n_y n_z} \\
&\quad - 2\Omega^2 \sin\Omega t \sum_{n \neq m} g_{n_x m_x} a^{k_x k_y k_z(0)}_{n_x n_y n_z}
\end{aligned}
\tag{4.36}
$$

denklemi elde edilir. Sıfırıncı dereceden çözüm,

$$
a^{k_x k_y k_z(0)}_{m_x n_y n_z} = A^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z}(\tau)\ e^{-i\omega_{m_x n_y n_z} t} + B^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z}(\tau)\ e^{i\omega_{m_x n_y n_z} t} \tag{4.37}
$$

şeklinde olup $A^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z}(\tau)$ ve $B^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z}(\tau)$ fonksiyonları yavaş zaman parametresi τ' ya bağlıdır. Başlangıç koşulları,

$$
A^{k_x k_y k_z}_{m_x m_y m_z}(\tau = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_{k_x k_y k_z}}} \delta_{k_x, n_x} \delta_{k_y, n_y} \delta_{k_z, n_z}, \quad B^{k_x k_y k_z}_{m_x m_y m_z}(\tau = 0) = 0 \tag{4.38}
$$

ile verilir. Denklem (4.37)' nin, Denklem (4.36)' da yerine yazılırsa Denklem (4.23) ve Denklem (4.24)' ün üç boyuta genelleştirilmiş durumları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$
\partial_\tau A^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} + G^{-}_{n'_x n_y n_z, m_x n_y n_z} A^{k_x k_y k_z}_{n'_x n_y n_z} - G^{+}_{n''_x n_y n_z, m_x n_y n_z} A^{k_x k_y k_z}_{n''_x n_y n_z} - G^{-}_{n'''_x n_y n_z, m_x n_y n_z} B^{k_x k_y k_z}_{n'''_x n_y n_z} = 0
$$

$$-\partial_\tau B^{k_xk_yk_z}_{m_xn_yn_z} - G^{-}_{n'_xn_yn_z,m_xn_yn_z} B^{k_xk_yk_z}_{n'_xn_yn_z} + G^{+}_{n''_xn_yn_z,m_xn_yn_z} B^{k_xk_yk_z}_{n''_xn_yn_z} + G^{-}_{n'''_xn_yn_z,m_xn_yn_z} A^{k_xk_yk_z}_{n'''_xn_yn_z} = 0$$

(4.39)

Burada $G^{\mp}_{n,m}$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$G^{\mp}_{n_xn_yn_z,m_xn_yn_z} = \frac{\Omega \mp 2\omega_{n_xn_yn_z}}{2\omega_{m_xn_yn_z}} \Omega \; g_{n_xm_x} \qquad (4.40)$$

Denklem (4.39)' da verilen n'_x, n''_x, n'''_x pozitif tam sayılar olup aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır.

$$\omega_{n'_xn_yn_z} = \Omega + \omega_{m_xn_yn_z} ,$$

$$\omega_{n''_xn_yn_z} = -\Omega + \omega_{m_xn_yn_z} ,$$

$$\omega_{n'''_xn_yn_z} = \Omega - \omega_{m_xn_yn_z} . \qquad (4.41)$$

Burada bir boyutlu durumda olduğundan farklı olarak $A^{\mathbf{k}}_{\mathbf{n}}$ ve $B^{\mathbf{k}}_{\mathbf{n}}$ için bulunan denklemler sonsuz sayıda terim içermemektedir, yalnızca birkaç terim birbiriyle çiftlenmiştir. Bu durumda Denklem (4.39)' daki denklem çiftini çözmek mümkün olacaktır. Bunun sebebi Denklem (4.41)' in çözüm kümesinin elemanlarının sayısının birkaç tane olmasıdır. Şimdi bu durum bir örnek üzerinde incelenecektir.

Özel olarak, kübik bir kavite olsun, $L_x = L_y = L_z$. Denklem (4.41) yardımı ile istenilen çift modlar seçilebilir. Örneğin, modlar arası etkileşimin (n'''_x, n_y, n_z) ve (m_x, n_y, n_z) arasında olduğunu varsayalım. Bu durumda Denklem (4.41)' den Ω hesaplanabilir. (1,1,1) ve (2,1,1) modları örnek olarak inceleneceğinden,

$\Omega = (\sqrt{3}+\sqrt{6})\pi / L_x$ olarak alınır. Şimdi, Denklem (4.39) bu modlar için yeniden yazılırsa,

$$\partial_\tau A_{211}^{k_x k_y k_z} - G^-_{111,211} B_{111}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$-\partial_\tau B_{211}^{k_x k_y k_z} + G^-_{111,211} A_{111}^{k_x k_y k_z} = 0 \qquad (4.42)$$

eşitlikleri elde edilir. Denklem (4.42)' yi çözebilmek için $\partial_\tau A_{111}$ ve $\partial_\tau B_{111}$ eşitlikleri de gereklidir. Yine Denklem (4.39) kullanılarak,

$$\partial_\tau A_{111}^{k_x k_y k_z} - G^-_{211,111} B_{211}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$-\partial_\tau B_{111}^{k_x k_y k_z} + G^-_{211,111} A_{211}^{k_x k_y k_z} = 0 \qquad (4.43)$$

eşitlikleri elde edilir. Burumda Denklem (4.42) ve (4.43)' ün çözümleri Denklem (4.38)' de verilen sınır koşulları yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{pmatrix} A_{111}^{111} \\ A_{211}^{211} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{2\omega_{111}}}\cosh(\lambda\tau) \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\omega_{211}}}\cosh(\lambda\tau) \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} B_{111}^{211} \\ B_{211}^{111} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{G^-_{211,111}}{\lambda\sqrt{2\omega_{211}}}\sinh(\lambda\tau) \\ \dfrac{G^-_{111,211}}{\lambda\sqrt{2\omega_{111}}}\sinh(\lambda\tau) \end{pmatrix} \qquad (4.44)$$

Burada λ sabiti, $\lambda^2 = G^-_{211,111} G^-_{111,211}$ ile tanımlanır. Oluşan skaler foton sayısı

$$< N_{n_x n_y n_z} >= \sum_{k_x}\sum_{k_y}\sum_{k_z} 2\omega_{n_x n_y n_z}\left|B^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z}\right|^2 \tag{4.45}$$

formülü yardımıyla her bir mod için aşağıdaki gibi bulunur:

$$< N_{111} >=< N_{211} >= \sinh^2(\lambda\tau) \tag{4.46}$$

4.1.2.2. Vektör alan

Bu kısımda dinamik Casimir etkisi üç boyutta vektör alan için ele alındı. Bilindiği gibi Maxwell denklemleri, elektromanyetik dalgaların iki bileşenden meydana geldiğini gösterir, bunlardan biri elektrik alan, E(x,y,z), ve diğeri ise manyetik alandır, H(x,y,z). Elektromanyetik dalgalar enine dalgalardır ve boş uzayda, elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin yayılma yönüne ve birbirlerine dik olacak şekilde ilerlemesiyle yayılırlar. Kavite içinde ilerleyen bir elektromanyetik dalga ise farklı modlarda bulunabilir. Birincisi, eğer elektrik alan titreşim yönünde enine ise TM modu, ikincisi, eğer manyetik alan titreşim yönünde enine ise TE modu denir.

Bu tezde, TE modu için dinamik Casimir etkisi incelenecek. Hesaplamalara geçmeden önce statik durumda ($t < 0$) TE modu için vektör alanın bileşenleri hatırlanacak olursa,

$$A_x = 0$$

$$A_y = \sum_{n_x n_y n_z} A_{0_y} \exp(-i\omega_{n_x n_y n_z} t)\sin\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)\sin\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right)$$

$$A_z = \sum_{n_x n_y n_z} A_{0_z} \exp(-i\omega_{n_x n_y n_z} t) \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right) \qquad (4.47)$$

Burada n_x, n_y, n_z pozitif tam sayılardır. A_{0y} ve A_{0z} sabitleri de $A_{0_y} n_y / L_y + A_{0_z} n_z / L_z = 0$ şeklinde verilen ayar denklemini sağlamalıdır.

$t = 0$ anında, kavite bir bütün olarak x-yönünde titreşmeye başlamaktadır. Kavitenin altı duvarının konumları Denklem (4.29)' da verildiği gibidir. Herhangi bir t anında alan operatörünün bileşenleri yazılırken, hareketli koordinat sisteminde çalışıldığına dikkat edilmelidir. Alan operatörü $A(q, y, z, t)$ vektör potansiyeli ile uyumlu olup aşağıda verilen dönüştürülmüş üç-boyutlu dalga denklemini sağlar ($c = 1$);

$$\frac{1}{L_x^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \left(2\Omega \ \cos\Omega t \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial q \partial t} - \Omega^2 \sin\Omega t \frac{\partial \vec{A}}{\partial q}\right) (4.48)$$

$t > 0$ anında, alan operatörünün bileşenlerinin mod açılımlar aşağıdaki gibidir.

$$A_x = 0$$

$$A_y = \sum_{n_x n_y n_z} A_{0_y} a_{n_x n_y n_z}^{k_x k_y k_z}(t) \ \sin(n_x \pi q) \ \cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right)$$

$$A_z = \sum_{n_x n_y n_z} A_{0_z} a_{n_x n_y n_z}^{k_x k_y k_z}(t) \ \sin(n_x \pi q) \ \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right) \qquad (4.49)$$

Burada, $a^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z}(t)$ fonksiyonu, daha sonra çoklu skala analizi yöntemi kullanılarak hesaplanacaktır. Denklem (4.49), Denklem (4.48)' de yazılırsa ve diklik bağıntıları kullanılırsa yardımıyla dinamik hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ddot{a}^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} + \omega^2_{m_x n_y n_z} a^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} = 4\varepsilon\ \Omega\ \cos\Omega o \sum_{n_x \neq m_x} g_{n_x m_x} \dot{a}^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} - 2\varepsilon\ \Omega^2 \sin\Omega t \sum_{n_x \neq m_x} g_{n_x m_x} a^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} \tag{4.50}$$

Görüldüğü gibi yukarıda verilen Denklem (4.50) ve skaler alan için bulunan Denklem (4.35)' in aynısıdır. Bu durumda, skaler ve vektör alanı için dinamik Casimir etkisi problemi benzer şekilde çözümlenecektir. Çoklu skala analizi yöntemi daha önce skaler alana uygulandığından Denklem (4.36) TE modu için de geçerli olacaktır. TE modu için de foton oluşumu aşağıda bir örnek üzerinde çalışılacaktır.

Foton oluşumunun (2,2,1) ve (3,2,1) modlarında olduğu düşünülsün, bu modlar, $\Omega = (3+\sqrt{14})\pi/L_x$ olması durumda çiftlenim yapacaktır.

Çoklu skala analizi yönteminin kullanılmasıyla, benzer işlemler yapıldığında,

$$\begin{pmatrix} A^{221}_{221} \\ A^{321}_{321} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{2\omega_{221}}}\cosh(\lambda'\tau) \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\omega_{321}}}\cosh(\lambda'\tau) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B^{221}_{221} \\ B^{321}_{321} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{G^{-}_{321,221}}{\lambda'\sqrt{2\omega_{221}}}\sinh(\lambda'\tau) \\ \dfrac{G^{-}_{221,321}}{\lambda'\sqrt{2\omega_{321}}}\sinh(\lambda'\tau) \end{pmatrix} \tag{4.51}$$

çözümleri elde edilir. Burada, $(\lambda')^2 = G^{-}_{321,221} G^{-}_{221,321}$ ile tanımlanır. Denklem (4.51)' de yer alan çözümlerden yola çıkarak TE modu için oluşan foton sayısı, Denklem (4.45) yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur:

$$< N_{221} >=< N_{321} >= \sinh^2(\lambda'\tau) \tag{4.52}$$

Buraya kadar oluşan foton sayısını bulmak için, çoklu skala analizi yöntemi kullanılarak analitik hesaplamalar yapıldı ve seçilen örnek modlar için oluşan foton sayıları hesaplandı. Russer [181] yapmış olduğu çalışmasında çoklu skala analizi yöntemiyle elde edilen bu analitik çözümlerin sayısal sonuçlarla uyum içine olduğunu göstermiştir.

Üç boyutlu kavitede incelenen dinamik Casimir etkisi probleminde, TE modu için yazılan hareket denklemleri ve zamana bağlı Dirichlet sınır koşulları ile incelenen skaler alan hareket denklemleri birbirinin aynıdır. Bu durumda, aynı modlar için TE modunda ve Dirichlet sınır koşullarında incelenen skaler alanda oluşan foton sayısı eşit miktardadır denir.

4.1.3. Rezonans foton oluşumu

Buraya kadar kavitenin bir bütün olarak, yani sabit hacimle titreştiği durum ele alındı. Bu kısımda ise, kavitenin sağ ve sol duvarlarının kavite merkezine simetrik olacak şekilde aynı frekanslarda fakat zıt yönlerde titreşim yaptığı bir sistem incelenecektir. Burada titreşim hareketinin x-ekseninde gerçekleştiği düşünülmüştür. Kavite duvarlarının $t \geq 0$ anındaki konumları aşağıdaki bağıntılarla verilir;

$$L_{x,L}(t) = -\varepsilon L_x \sin\Omega t, \qquad L_{x,R}(t) = L_x(1+\varepsilon\sin\Omega t),$$

$$L_{y,L}(t) = 0, \qquad L_{y,R}(t) = L_y,$$

$$L_{z,L}(t) = 0, \qquad L_{z,R}(t) = L_z. \tag{4.53}$$

Yukarıda verilen bağıntılardan da açıkça görüldüğü gibi daha önce incelenen sistemden farklı olarak kavite hacmi zamanla değişmektedir. Bu farklılık oluşan foton sayısında bir artışa sebep olacaktır.

Bu kısımda incelenecek olan sistem sadece skaler alan için ele alındı. Bunun sebebi, daha önceki kısımda da belirtildiği gibi $a^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z}(t)$ için elde edilen denklemlerin skaler alan ve vektör alanın TE modu için aynı olmasıdır. Bir başka deyişle, üç boyutlu kavitede TE modunda ve skaler alanda elde edilen parçacık sayısı eşittir. Bu sebeple yukarıda bahsi geçen sistem için oluşan parçacık sayısının hesaplanmasında, dinamik Casimir etkisini skaler alanda incelemek yeterli olacaktır. Herhangi bir t anında skaler alan için sınır koşullarını sağlayan mod fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Psi_{k_x k_y k_z}(q,y,z,t>0) = \sum_{n_x n_y n_z} a^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z}(t)\sqrt{\frac{L_x}{L_{x,R}-L_{x,L}}}\sin(n_x \pi q)\sin(\frac{n_y \pi}{L_y}y)\sin(\frac{n_z \pi}{L_z}z) \tag{4.54}$$

burada, $q(t) = \dfrac{x - L_{x,L}}{L_{x,R}-L_{x,L}}$ ile veriliyor. Bir önceki kısımda yapılan işlemler tekrarlanırsa,

$$\begin{aligned} \ddot{a}^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} + \omega^2_{m_x n_y n_z}(t)\, a^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} &= 4\varepsilon\ \Omega\ \cos\Omega t \sum_{n_x \neq m_x} g_{n_x m_x}\, \dot{a}^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} \\ &\quad -2\varepsilon\ \Omega^2 \sin\Omega t \sum_{n_x \neq m_x} g_{n_x m_x}\, a^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} \end{aligned} \tag{4.55}$$

denklemi elde edilir. Burada $\omega^2_{n_x n_y n_z}(t) = \pi^2\left(\frac{n_x^2}{(L_{x,R} - L_{x,L})^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}\right)$ ve yeni anti-simetrik katsayı $m_x \neq n_x$ için $g_{n_x m_x} = \frac{m_x n_x (1 + (-1)^{m_x + n_x})}{n_x^2 - m_x^2}$, olarak tanımlanmıştır.

Burada kolayca görülebileceği gibi Denklem (4.35) ve Denklem (4.55) arasında iki fark vardır, bunlardan birincisi anti-simetrik katsayı $g_{n_x m_x}$, bir bütün olarak hareket eden sistem için $m_x + n_x$' in çift olduğu durumda sıfır oluyorken, simetrik olarak titreşen sistemde ise anti-simetrik katsayı $m_x + n_x$' in tek olduğu durumda sıfır olmaktadır. Bir diğer önemli fark ise eşitliklerin sol tarafında yer alan $\omega^2_{m_x n_y n_z}$ terimin Denklem (4.55)' de zamana bağlı iken Denklem (4.35)' de zamandan bağımsızdır. Bu terimin zamana bağlı olması Denklem (4.36)' da aşağıda verilen değişikliğe sebep olmuştur:

$$\begin{aligned} \ddot{a}^{k_x k_y k_z (1)}_{m_x n_y n_z} + \omega^2_{m_x n_y n_z} a^{k_x k_y k_z (1)}_{m_x n_y n_z} = &- 2\partial_\tau \partial_t a^{k_x k_y k_z (0)}_{m_x n_y n_z} \\ &+ 4\frac{\pi^2 m_x^2}{L_x^2}\sin(\Omega t) a^{k_x k_y k_z (0)}_{m_x n_y n_z} \\ &- 4\Omega \cos \Omega t \sum_{m_x \neq n_x} g_{n_x m_x} \dot{a}^{k_x k_y k_z (0)}_{n_x n_y n_z} \\ &- 2\Omega^2 \sin \Omega t \sum_{m_x \neq n_x} g_{n_x m_x} a^{k_x k_y k_z (0)}_{n_x n_y n_z} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Denklem (4.56)' nın sağ tarafında yer alan ikinci terim yeni bir terim olup, bu yeni terim oluşan foton sayısının hesaplanmasında bazı değişiklere sebep olmaktadır. Bu değişikliği görmek için, $\Omega = 2\omega_{m_x n_y n_z}$, parametrik rezonans durumu ele alınırsa, çoklu skala analizi yönteminin uygulanmasının ardından $A(\tau)$ ve $B(\tau)$ için

$$\partial_\tau A^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} + \frac{\pi^2 m_x^2}{L_x^2 \omega_{m_x}} B^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} + G^-_{n_x n_y n_z, m_x n_y n_z} A^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} = 0 \tag{4.57}$$

$$-\partial_\tau B^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} - \frac{\pi^2 m_x^2}{L_x^2 \omega_{m_x}} A^{k_x k_y k_z}_{m_x n_y n_z} - G^-_{n_x n_y n_z, m_x n_y n_z} B^{k_x k_y k_z}_{n_x n_y n_z} = 0 \tag{4.58}$$

denklemleri elde edilir. Burada, $G^-_{n_x n_y n_z, m_x n_y n_z}$ daha önce Denklem (4.40)’ da tanımlanmıştı, n_x ise pozitif tamsayı olup, aşağıda verilen eşitliği sağlamalıdır;

$$\omega_{n_x n_y n_z} = 3\omega_{m_x n_y n_z} \tag{4.59}$$

Örneğin; (1,1,0) modu ele alınsın, bu denklemlerin çözümü, Denklem (4.38)’ de verilen başlangıç koşulları yardımıyla;

$$A^{110}_{110}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_{110}}} \cosh(\lambda\tau), \tag{4.60}$$

$$B^{110}_{110}(\tau) = -\frac{1}{\sqrt{2\omega_{110}}} \sinh(\lambda\tau). \tag{4.61}$$

şeklinde olur. Burada, $\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{2} L_x}$ olarak verilir. Bu durumda oluşan foton sayısı aşağıdaki gibi bulunur:

$$< N_{110} > = \sinh^2(\lambda\tau) \tag{4.62}$$

Kısaca özetlemek gerekirse, kavitenin tek duvarının 2ε ile titreşim hareketi yaptığı sistem ile kavitenin her iki duvarının birbirine zıt yönde fakat ε ile titreştiği durumdaki oluşan foton sayısı eşittir. Yani ε' nu, 2 katsayısı ile artırmak yerine statik durumdaki duvarda ε mertebesinde titreştirilirse eşit miktarda foton sayısı elde edilir.

İkinci örnek olarak, $(1,1,1)$ moduna bakalım. Bu durumda, Denklem (4.59)' a göre $(1,1,1)$ modu ile $(5,1,1)$ modu çifttir. O zaman Denklem (4.57) ve (4.58)' in çözümleri;

$$A_{511}^{511}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_{511}}}\delta_{5,k_x}\cosh(\lambda_1\tau)\,, \tag{4.63}$$

$$B_{511}^{511}(\tau) = -\frac{1}{\sqrt{2\omega_{511}}}\delta_{5,k_x}\sinh(\lambda_1\tau) \tag{4.64}$$

$$A_{111}^{k_x 11}(\tau) = 0.681\frac{\delta_{5,k_x}}{\sqrt{2\omega_{511}}}(\sinh(\lambda_1\tau)-\sinh(\lambda_2\tau)) + \frac{\delta_{1,k_x}}{\sqrt{2\omega_{111}}}\cosh(\lambda_2\tau) \tag{4.65}$$

$$B_{111}^{k_x 11}(\tau) = 0.681\frac{\delta_{5,k_x}}{\sqrt{2\omega_{511}}}(\cosh(\lambda_2\tau)-\cosh(\lambda_1\tau)) - \frac{\delta_{1,k_x}}{\sqrt{2\omega_{111}}}\sinh(\lambda_2\tau) \tag{4.66}$$

şeklinde olur. Burada $\lambda_1 = \frac{\pi}{L_x}\frac{25}{\sqrt{27}}$ ve $\lambda_2 = \frac{\pi}{L_x}\frac{1}{\sqrt{3}}$ ile verilir. Her bir mod için oluşan foton sayısı,

$$\begin{aligned} < N_{111} > &= \sinh^2(\lambda_2\tau) + 0.154(\cosh^2(\lambda_2\tau) + \cosh^2(\lambda_1\tau) \\ &\quad - 2\cosh^2(\lambda_2\tau)\cosh^2(\lambda_1\tau)) \\ < N_{511} > &= \sinh^2(\lambda_1\tau) \end{aligned} \tag{4.67}$$

Sonuç olarak tek duvarın titreşmesiyle elde edilen sonuç ile karşılaştırıldığında, oluşan foton sayısı artmıştır.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmada gösterilmiştir ki Denklem (4.53)' de verilen sistem için oluşan foton sayısı artmıştır. Kim ve ark. [18] dinamik Casimir etkisinin deneysel olarak gözlenebilirliği ile ilgili yaptıkları çalışmalarında, tek duvarının titreştiği üç boyutlu bir kavite örneğini ele aldılar. Oluşan foton sayısının, Q_{opt} faktörü $(\tau = Q_{opt}/\omega)$ ile belirleneceğine dikkati çekerek, parametrik rezonans durumunda ve çift olmayan modlar için maksimum foton sayısını aşağıda verilen formülle ifade etmişlerdir:

$$\langle N \rangle = \sinh^2(2Q_{opt}\varepsilon t) \tag{4.68}$$

Bu tezde, kavitenin iki duvarının da aynı frekans ve genlikle, fakat zıt yönlerde hareket ettiği durumda ε' nun 2ε ile yer değiştirmesi gerektiği bulundu. Bu durumda yukarıdaki formül;

$$\langle N \rangle = \sinh^2(4Q_{opt}\varepsilon t) \tag{4.69}$$

formülüne dönüşür. Oluşan foton sayısı, εQ_{opt} çarpımı ile çok duyarlı bir şekilde değişmektedir. Günümüz teknolojisi ile bu ifade, $\varepsilon Q_{opt} = 1$ maksimum değerine sahiptir. Bu durumda, eğer sadece bir duvar hareket halindeyse Denklem (4.68) foton sayısı olarak, N=13 olacaktır. Eğer, iki duvarda kavitenin merkezine simetrik olacak şekilde hareket ediyorsa, oluşan foton sayısı N=745 olacaktır.

Teknolojinin hızla ilerleyişinden $\varepsilon Q_{opt} = 2$ olması muhtemeldir, bu durum söz konusu olduğunda ise aradaki bu farklılık daha da artmaktadır. Böyle bir durumda, Denklem (4.68), N=745 sonucunu verirken, Denklem (4.69),

$N = 2.2 \times 10^6$ değerini vermektedir. Bu sonuç da dinamik Casimir etkisi ile yapılacak deneysel çalışmaları tetikleyebilecek niteliktedir.

4.2 Dönen Kavite İçin Dinamik Casimir Etkisi

Bu kısımda dinamik Casimir etkisi titreşim hareketinden farklı olarak dönme hareketi için incelenecektir.

Literatürde bugüne kadar, Dinamik Casimir etkisi sadece kavitenin duvarlarının hareket ettiği durum için çalışıldı. Bu tez kapsamında, yapılan çalışmalardan farklı olarak kendi etrafında belirli bir Ω dış frekansıyla dönen kavite için dinamik Casimir etkisi incelendi. Duvarları hareket halindeki bir kaviteden foton oluştuğu teorik olarak gösterilmiştir. Bu tezde ise yine çoklu skala analizi metodu kullanılarak sadece titreşen kaviteden değil aynı zamanda dönen kaviteden de foton oluşumunun gerçekleştiği teorik hesaplamalarla gösterildi.

Duvarları L uzunluğunda mükemmel iletken kaplı bir kübik kavite için Dirichlet sınır koşulları aşağıdaki gibi verilir;

$$\Phi(x = \{0, L\}, y, z, t) = 0, \qquad \Phi(x, y = \{0, L\}, z, t) = 0,$$
$$\Phi(x, y, z = \{0, L\}, t) = 0 \tag{4.70}$$

Burada, Heisenberg gösteriminde tanımlanan alan operatörü dalga denklemini sağlar, (c=1):

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \tag{4.71}$$

Kavite içinde alan operatörünün mod açılımı verilir;

$$\Phi(x,t) = \sum_{\mathbf{n}} (b_{\mathbf{n}} \Psi_{\mathbf{n}}(x,t) + b_{\mathbf{n}}^{\dagger} \Psi_{\mathbf{n}}^{*}(x,t)) \tag{4.72}$$

bu eşitlikte, $b_{\mathbf{n}}^{\dagger}$ ve $b_{\mathbf{n}}$ sırasıyla yaratma ve yok etme operatörleridir. $\Psi_n(x,t)$ ise sınır koşullarını sağlayan ilgili mod fonksiyonudur. $t < 0$ için, mod fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyor,

$$\Psi_{\mathbf{n}} = N_{\mathbf{n}} e^{-i\omega_n t} \sin(\frac{n_x \pi x}{L}) \sin(\frac{n_y \pi x}{L}) \sin(\frac{n_z \pi x}{L}) \tag{4.73}$$

burada $\omega_{\mathbf{n}} = \pi / L\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_x^2}$ ve $N_{\mathbf{n}} = (2/L)^{\frac{3}{2}}(1/\sqrt{2\omega_n})$ olarak veriliyor.

t=0 anında, kavite dönmeye başlıyor. Dönen sistemleri tanımlamak için, en genel ve en kullanışlı yol Euler açılarını kullanmaktır. Basitlik açısından dönme ekseninin z-ekseni olduğu varsayıldı. Kavitenin her biri yüzü dönüyor olsa da olmasada dalga denklemi değişmeyeceğinden problem basit gibi gözükebilir, fakat sınır koşulları zamana bağlı olduğundan durum böyle değildir. Bu durumda Euler açıları kullanılarak dalga denkleminin formu daha sonra değiştirilecektir.

Bu tezde, statik sistem (x, y, z) ile dönen sistem ise (x', y', z') ile ifade edilecektir. θ’ ya bağlı z-eksenine ait dik dönüşüm matrisi, iki nokta arasındaki uzaklığın sabit kaldığı durumda statik koordinatların hareketli koordinatlara dönüşümünü vermektedir.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta(t) & \sin\theta(t) & 0 \\ -\sin\theta(t) & \cos\theta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{4.74}$$

burada, $\dot{\theta}$ açısal hız olup, θ' nın zamana bağlı türevini temsil etmektedir.

Dönen sistem için sınır koşulları aşağıdaki gibi verilir:

$$\Phi(x' = \{0, L\}, y', z', t) = 0, \qquad \Phi(x', y' = \{0, L\}, z', t) = 0,$$
$$\Phi(x', y', z' = \{0, L\}, t) = 0 \tag{4.75}$$

Buradan Denklem (4.74) kullanılarak hareketsiz referans sistemindeki zamana bağlı sınır koşulları türetilebilir.

Kavitenin, rezonans frekansı,

$$\theta(t) = \varepsilon \sin(\Omega t) \tag{4.76}$$

olduğu varsayılsın. Burada, Ω dış frekans ve ε ise küçük bir parametredir ($L\dot{\theta}$' nın değeri ışık hızı ile karşılaştırıldığında çok küçüktür, burada L kavitenin uzunluğudur).

Bu problemi çözmenin iki yolu vardır. Birincisi, dalga denklemini zamana bağlı sınır koşullarıyla birlikte çözmektir. İkincisi, zamana bağlı sınır koşullarını statik sınır koşullarına dönüştürerek çözmektir. Önerilen ikinci yolda, dalga denkleminin formu değişir. Bu tezde ikinci yol tercih edilmiştir. Bu durumda dönüştürülmüş dalga denklemini bulabilmek için, türev operatörleri dönüşümüne ihtiyaç vardır.

$$\nabla^2 \to \nabla'^2 , \qquad \frac{\partial}{\partial t} \to \frac{\partial}{\partial t} - i\dot{\theta} J_z . \tag{4.77}$$

burada, $iJ_z = x' \frac{\partial}{\partial y'} - y' \frac{\partial}{\partial x'}$ bağıntısı ile verilir. Denklem (4.77)' de verilen dönüşümler, Denklem (4.71)' de verilen dalga denkleminde yerine yazılırsa ve $\dot{\theta}^2$' yi içeren terimler ihmal edilirse dönüştürülmüş dalga denklemi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\nabla'^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - iJ_z (2\dot{\theta} \frac{\partial}{\partial t} + \ddot{\theta}) \ \Phi \tag{4.78}$$

Denklem (4.78)' in sağ tarafında bulunan ikinci terim kavitenin dönmesinden ortaya çıkmıştır.

t>0 iken herhangi bir zamanda, Denklem (4.75)' de verilen sınır koşullarını sağlayan, Denklem (4.72)' deki mod fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir:

$$\Psi_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{n}} c_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}(t) \left(\frac{2}{L} \right)^{\frac{3}{2}} \sin(\frac{n_x \pi x'}{L}) \sin(\frac{n_y \pi y'}{L}) \sin(\frac{n_z \pi z'}{L}) \tag{4.79}$$

burada, $c_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}(t) = c_{n_x n_y n_z}^{k_x k_y k_z}(t)$ daha sonra hesaplanacak olan zamana bağlı bir fonksiyondur. Başlangıç koşulları $c_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}(0) = 1/\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}\delta_{\mathbf{n,k}}$ ve $\dot{c}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}(0) = -i/\sqrt{\omega_{\mathbf{k}}/2}\delta_{\mathbf{n,k}}$ şeklinde veriliyor.

$c_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}(t)$' yi bulmak için Denklem (4.79), Denklem (4.78)' de yerine yazılıp elde edilen sonuç $\sin(m_x \pi x'/L)\sin(m_y \pi y'/L)\sin(m_z \pi z'/L)$ terimi ile çarpılıp diklik bağıntıları kullanılırsa aşağıda verilen sonsuz terimli diferansiyel denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{m}}^2 c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} &= 8\varepsilon\ \delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} \sum_{n_y} g_{n_y m_y}^{n_x m_x} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} \\ &+ \varepsilon\ \delta_{n_z m_z} \left(\sum_{n_x} g_{n_x m_x} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} \delta_{n_y m_y} - \sum_{n_y} g_{n_y m_y} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} \delta_{n_x m_x} \right) \end{aligned} \tag{4.80}$$

burada, $g_{n_y m_y}^{n_x m_x} = \dfrac{1}{\pi^2}\left(\dfrac{1}{m_x^2 - n_x^2} - \dfrac{1}{m_y^2 - n_y^2}\right) g_{n_x m_x} g_{n_y m_y}$ ile tanımlanır ve anti-simetrik katsayı $n \neq m$ için $g_{nm} = \dfrac{(1-(-1)^{m+n})mn}{m^2 - n^2}$ şeklinde verilir. Θ_n^k ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\varepsilon\ \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} = 2\dot{\theta}\ \dot{c}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} + \ddot{\theta}\ c_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} \tag{4.81}$$

Denklem (4.80)' de bulunan diferansiyel denklemin çözümü için daha önce de olduğu gibi uzun t zamanlarında geçerliliğini koruyan çoklu skala analizi yöntemi kullanıldı. Bölüm 3' te yapılan işlemlere benzer olarak $c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(t)$ fonksiyonu önce $c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(t, \varepsilon t)$ şeklinde tanımlanarak, ε serisine açılır;

$$c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(t) = c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)}(t,\tau) + \varepsilon\ c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)}(t,\tau) + 0(\varepsilon^2) \tag{4.82}$$

Daha sonra Denklem (4.82)' nin, ε' nun birinci mertebesine kadar olan, zamana göre türev eşitlikleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} = \partial_t c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} + \varepsilon \ (\partial_\tau c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} + \partial_t c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)})$$

$$\ddot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} = \partial_t^2 c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} + \varepsilon \ (2\partial_\tau \partial_t c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} + \partial_t^2 c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)}) \tag{4.83}$$

Denklem (4.83) ve Denklem (4.82), Denklem (4.80)'de yazıldıktan sonra elde edilen eşitlik ε' nun sıfır ve birinci mertebesi için ayrı eşitlikler halinde yazılır. Bu durumda ε^0 terimi için,

$$\ddot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} + \omega_{\mathbf{m}}^2 c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} = 0 \tag{4.84}$$

denklemi bulunur. Bu denklemin çözümü,

$$c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)}(t,\tau) = B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau) e^{i\omega_{\mathbf{m}} t} + C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau) e^{-i\omega_{\mathbf{m}} t} \tag{4.85}$$

ile verilir. Burada $B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau) = B_{m_x m_y m_z}^{k_x k_y k_z}(\tau)$ ve $C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau) = C_{m_x m_y m_z}^{k_x k_y k_z}(\tau)$ zamana göre değişimi çok yavaş olan fonksiyonlardır ve aşağıdaki başlangıç koşullarını sağlar,

$$C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}} \delta_{\mathbf{k},\mathbf{m}}; \qquad B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau = 0) = 0 \tag{4.86}$$

ε^1 terimi için,

$$\ddot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)} + \omega_{\mathbf{m}}^2 c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)} = -2\partial_\tau \partial_t c_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(0)} - 8\delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} \sum_{n_y} g_{n_y m_y}^{n_x m_x} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}(0)} + \delta_{n_z m_z} \left(\sum_{n_x} g_{n_x m_x} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}(0)} \delta_{n_y m_y} - \sum_{n_y} g_{n_y m_y} \Theta_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}(0)} \delta_{n_x m_x} \right) \tag{4.87}$$

denklemi elde edilir. Denklem (4.76) ile Denklem (4.81)' de yapılan tanım ve Denklem (4.85)' de verilen çözüm, Denklem (4.87)' nin sağ tarafına yazılarak $2i\sin\Omega t = (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})$ ve $2\cos\Omega t = (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})$ eşitliklerinin kullanılmasıyla elde edilen denklem aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\ddot{c}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}(1)} + \omega_{\mathbf{m}}^2 c_{\mathbf{m}}^{k(1)} &= 2i\omega_{\mathbf{m}} (\partial_\tau C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{m}} t} - \partial_\tau B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{m}} t}) \\
&- 8\Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} \sum_{n_y} g_{n_y m_y}^{n_x m_x} 2i\omega_{\mathbf{n}} \cos(\Omega t)(-C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t}) \\
&+ 8\Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} \sum_{n_y} g_{n_y m_y}^{n_x m_x} \Omega \sin(\Omega t)(C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t}) \\
&+ \Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} g_{n_x m_x} 2i\omega_{\mathbf{n}} \cos(\Omega t)(-C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t})\delta_{n_y m_y} \\
&- \Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_x} g_{n_x m_x} \Omega \sin(\Omega t)(C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t})\delta_{n_y m_y} \\
&- \Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_y} g_{n_y m_y} 2i\omega_{\mathbf{n}} \cos(\Omega t)(-C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t})\delta_{n_x m_x} \\
&+ \Omega\delta_{n_z m_z} \sum_{n_y} g_{n_y m_y} \Omega \sin(\Omega t)(C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{n}} t} + B_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} e^{i\omega_{\mathbf{n}} t})\delta_{n_x m_x}
\end{aligned} \tag{4.88}$$

Denklem (4.88)' in sağ tarafında yer alan $e^{\pm i\omega_{\mathbf{m}} t}$ terimleri denklemin sol tarafındaki terimlerle rezonans durumu meydana getirip seküler terimlerin oluşmasına sebep olacağından bu terimler sıfıra eşitlenir. Bu işlemin sonunda $B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau)$ ve $C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau)$ için sonsuz terimli toplamlardan oluşan denklemler elde edilir, fakat sadece spektrumun karakteristiğinden dolayı çok az sayıda mod birbiri ile çiftlenim yapacaktır. Denklem (4.88)' de, uygulanan dış frekans Ω için çok az sayıda ki (n_x, n_y) çifti seküler terimlerin oluşmasına sebep olacaktır.

Modlar arası çiftlenmenin (1,1,1) ve (1,2,1), (2,1,1) modlarında gerçekleştiği örnek incelenecektir. Burada daha önce de yapıldığı gibi Ω, modların birbirleri ile çiftlenimini sağlayacak şekilde seçilmelidir. Yani, $\Omega = (\sqrt{3} + \sqrt{6})\pi / L$ seçilir. Sonuç olarak, daha önce yapılan işlemlere benzer işlemler yapılarak $B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}$ ve $C_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}$ için aşağıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$\partial_\tau B_{121}^{k_x k_y k_z} - G_{111}^{121} C_{111}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$\partial_\tau C_{121}^{k_x k_y k_z} - G_{111}^{121} B_{111}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$\partial_\tau B_{211}^{k_x k_y k_z} + G_{111}^{211} C_{111}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$\partial_\tau C_{211}^{k_x k_y k_z} + G_{111}^{211} B_{111}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$\partial_\tau B_{111}^{k_x k_y k_z} - G_{121}^{111} B_{121}^{k_x k_y k_z} + G_{211}^{111} C_{211}^{k_x k_y k_z} = 0$$

$$\partial_\tau C_{111}^{k_x k_y k_z} - G_{121}^{111} B_{121}^{k_x k_y k_z} + G_{211}^{111} B_{211}^{k_x k_y k_z} = 0 \qquad (4.89)$$

burada, $G_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}} = \dfrac{2\omega_{\mathbf{m}} - \Omega}{4\omega_{\mathbf{k}}} \Omega \; g_{m_i k_i}$ (eğer $m_x \neq k_x$ ise $i = x$ yada $m_y \neq k_y$ ise $i = y$).

Denklem (4.86)' da verilen sınır koşulları yardımı ile yukarıdaki altılı denklem sistemi çözülerek $B_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k}}(\tau)$ için aşağıda verilen çözümler elde edilir:

$$\begin{pmatrix} B^{211}_{111} \\ B^{121}_{111} \\ B^{111}_{121} \\ B^{111}_{211} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} -G^{111}_{211}/\sqrt{2\omega_{211}} \\ G^{111}_{121}/\sqrt{2\omega_{121}} \\ G^{121}_{111}/\sqrt{2\omega_{111}} \\ -G^{211}_{111}/\sqrt{2\omega_{111}} \end{pmatrix} \sinh(\lambda\tau) \tag{4.90}$$

burada, $\lambda^2 = G^{111}_{121}G^{121}_{111} + G^{111}_{211}G^{211}_{111}$ ile tanımlanır. t_f kadar zaman sonra kavitenin başlangıç pozisyonuna geri döndüğü ve durduğu düşünülürse $B^k_m(\tau)$ çözümlerinden yola çıkarak (m_x, m_y, m_z) modlarında oluşan skaler parçacıkların sayısı Denklem (4.26) yardımı ile hesaplanabilir.

Sonuç olarak, (1,1,1) (1,2,1) ve (2,1,1) modlarında oluşan skaler parçacıkların sayısı,

$$< N_{111} >= 2 < N_{121} >= 2 < N_{211} >= \sinh^2(\lambda\tau_f) \tag{4.91}$$

şeklinde bulundu. Görüldüğü gibi kavitenin dönmesi sonucu oluşan parçacık sayısı üstel olarak artmaktadır. Elde edilen sonuca benzer sonuçlar daha önce de yapılan çalışmalarda titreşen kavite içinde elde edilmişti [132,136].

Sonuç olarak bu tezde, literatürde yapılan çalışmalardan farklı olarak kavitenin kendi etrafında dönmesi durumunda foton oluşumunun gerçekleştiği gösterildi. Eğer, kavite sabit bir hızla dönerse rezonans etkisi gerçekleşmeyeceğinden, rezonans durumda oluşan foton sayısını hesaplayabilmek için $\theta(t)$ açısının sinüzoidal olarak değiştiği durum incelendi. Yapılan hesaplamaların ardından, oluşan foton sayısının hem dönen hem de $L_L(t) = 0$, $L_R(t) = L(1+\varepsilon\sin(\Omega t))$ bağıntıları ile tanımlanan titreşen kavite için aynı oluğu gösterilmiştir.

5. SONUÇ

Dinamik Casimir etkisi, sınır koşullarının zamana bağlı olduğu durumda vakumdaki sanal fotonların gerçek fotonlara dönüştüğü durumu açıklayan bir etkidir. Bu etki, birçok bilim adamı tarafından farklı sistemler için çalışılmış ve oluşan foton sayısı hesaplanmıştır. Bu çalışmada ise literatürde mevcut sistemlerden farklı sistemler ele alındı ve foton oluşumunun gerçekleşip gerçekleşmeyeceği yapılan teorik hesaplamalarla araştırıldı. Ele alınan sistemler özetle, titreşen ve dönen kavite olarak sıralanabilir. Titreşen kavite hareketi, kavite duvarlarının simetrik ve anti-simetrik tireşim hareketleri olmak üzere iki durum için araştırıldı. Bu kavite hareketleri için foton oluşumu çoklu skala analizi yöntemi yardımı ile araştırıldı.

Çalışmanın amacı, farklı kavite hareketleri (dönen veya titreşen) için foton oluşumunun gerçekleştiğini teorik olarak göstermektir. Bu amaç doğrultusunda dinamik Casimir etkisi skaler ve vektör parçacık oluşumu için bu sistemlerde ele alındı.

Bu tezde, ele alınan sistemler için hesaplanan foton sayılarının daha önce yapılan çalışmalar ile uyum içinde olduğu gösterilmiştir [132,136]. Oluşan foton sayısı için, literatürde elde edilen sonuçlara benzer şekilde üstel olarak zamanla artan bir fonksiyon elde edilmiştir.

Kavite duvarlarının anti-simetrik olarak yapmış oldukları titreşim hareketinin düşünüldüğü sistemde oluşan foton sayısının, simetrik duruma göre daha fazla olduğu bulunmuştur [179]. Bu sebeple ele alınan sistemler arasında önemli bir yere sahiptir. Dinamik Casimir etkisinin deneysel gözlenebilirliği açısından bu durum ele alınacak olursa, kavitenin tek duvarının çok yüksek frekanslarda yani 2ε faktörü ile orantılı olarak titreşmesi ile kavitenin iki duvarının daha düşük bir frekansta yani ε faktörü ile orantılı olarak zıt yönlerde titreşmesinden aynı sayıda foton sayısı elde edilmektedir. Yani bu tezde önerilen sistem sayesinde daha düşük bir titreşim frekansında aynı sayıda foton elde edilecektir. Bu durum da dinamik Casimir etkisinin gözlenebilirliği açısından önemli bir adımdır. Çünkü dinamik Casimir etkisinin bu güne kadar gözlenememesinin nedeni, kavitenin sadece çok yüksek frekanslardaki titreşimleri söz konusu olduğu zaman foton oluşumunun gerçekleşmesidir.

Dinamik Casimir etkisi literatürde bugüne kadar titreşen kavite sistemleri için çalışılmıştır. Yapılan çalışmada bu genel bakış açısına yeni bir boyut kazandırılmıştır ve dinamik Casimir etkisinin sadece titreşen kaviteler için değil aynı zamanda dönen kaviteler için de gerçekleşebileceği teorik olarak gösterilmiştir [180].

Dönen kavite için oluşan foton sayısı hesaplandı ve bu sayı $< N_{111} >= \sinh^2(\lambda\tau_f)$ şeklinde bulundu. Elde edilen bu sonuç, titreşen kavite sistemleri için elde edilen foton sayısı ile benzerdir.

Dönen sistemler için dinamik Casimir etkisi bu çalışmada sadece skaler alan için ele alındı. Bu çalışmanın devamında vektör alanda dönen kavite için foton oluşlumu da çalışılabilir. Fakat bu problem, dikdörtgen kavite döndüğü için oluşan fotonlar aynı polarizasyonda olamayacağından biraz daha karmaşık bir problemdir.

KAYNAKLAR

[1] Casimir, H. B. G., *On the attraction between two perfectly conducting plates*, Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschap, **51**, 793-795, 1948.

[2] Fulling, S. A. ve Davies, P. C. W., *Radiation from a moving mirror in two-dimensional space-time: Conformal anomaly*, Proc. Roy. Soc. London A, **48**, 393-414, 1976. Birrell, N. D. ve Davies, P. C. W., *Quantum fields in urved space*, Camb. Uni. Press, Cambridge, 1982.

[3] Bordag, M., Petrov, G. and Robaschik, D., *Calculation of the Casimir effect for a scalar field with the simplest non-stationary boundary conditions*, Sov. J. Nucl. Phys., **39**, 828-831, 1984. Bordag, M. Dittes, F. M. ve D. Robaschik, *Casimir effect with uniformly moving mirrors*, Sov. J. Nucl. Phys. **43**, 1034-1038, 1986.

[4] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Man'ko, V. I., *Nonstationary Casimir effect and oscillator energy level shift*, Phys. Lett. A, **142**, 511-513, 1989.

[5] Braginsky, V. B. ve Khalili, F. Y., *Friction and fluctuations produced by the quantum ground state*, Phys. Lett. A, **161**, 197-201,1991.

[6] Man'ko, V. I. ve Markov, M. A., *Theory of the Interaction of Multilevel Systems with Quantized Fields*, Nova Science, New York, 1996 .

[7] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Nikonov, D. E., *Quantum phenomena in resonators with moving walls*, J. Math. Phys. **34**, 2742-2755, 1993.

[8] Law, C. K., *Resonance response of the quantum vacuum to an oscillating boundary*, Phys. Rev. Lett. **73**, 1931-1934, 1994.

[9] Levitov,L. S., *Van der Waals friction*, Europhys. Lett. **8**, 499-504 1989.

[10] Jaekel, M. T. ve Reynaud, S. *Motional Casimir force*, J. Phys. (Paris) I, **2**, 149-165, 1992.

[11] Barton, G. ve Eberlein, C., *On quantum radiation from a moving body with finite refractive index*, Ann. Phys., **227**, 222-274, 1993.

[12] Eberlein, C. *Radiation-reaction force on a moving mirror*, J. Phys. (Paris) I, **3**, 2151-2159, 1993.

[13] Maia Neto, P. A., *Vacuum radiation pressure on moving mirrors*, J. Phys. A, **27**, 2167-2180, 1994.

[14] Barton, G. ve Calogeracos, A., *On the quantum electrodynamics of a dispersive mirror. I. Mass shifts, radiation, and radiative reaction*, Ann. Phys. (NY), **238**, 227-267, 1995.

[15] Calogeracos, A. and Barton, G., *On the quantum electrodynamics of a dispersive mirror. II. The boundary condition and the applied force via Diracs theory of constraints*, Ann. Phys. (NY) **238**, 268-285, 1995.

[16] Salamone, G. M. and Barton, G., *Quantum radiative reaction on a dispersive mirror in one dimension*, Phys. Rev. A **51**, 3506-3512, 1995.

[17] Braggio, C., Bresi, G., Carugno, G., Del Noce, C., Galeazzi, G., Lombardi, A., Palmieri, A., Ruoso, G. ve Zanello, D., *A novel experimental approach for the detection of the dynamical Casimir effect*, Euro. Phys. Lett., **70**, 754–760, 2005.

[18] Kim, W.-J., Brownell, J. H. ve Onofrio,R., *Detectability of dissipative motion in quantum vacuum via superradiance,* Phys. Rew. Lett., **96**, 200402, 2006.

[19] Nicolai, E. L., *On transverse vibrations of a portion of a string of uniformly variable length*, Trudy po Mekhanike, Moscow, Russian, 1955.

[20] Vesnitskii, A. I., *The solution of one-dimensional nonuniform wave equation with conditions at movable boundaries*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **14**, 1531, 1971.

[21] Vesnitskaya, T. G. ve Vesnitskii, A. I., *Forced oscillations and resonance in a one-dimensional nondispersive system with moving boundaries*, Sov. Phys.–ech. Phys., **30**, 1373, 1985.

[22] Wilhelm, H. E., *Covariant transformations of wave equations for initial-boundary-value problems with moving boundary conditions*, J. Appl. Phys. **64**, 1652-1656, 1988.

[23] Wilhelm, H. E. ve Hasan, M. A., *Transformation method for electromagnetic wave problems with moving boundary conditions*, Archiv für Elektrotechnik, **72**, 165-173, 1989.

[24] Cole, C. K. ve Schieve, W. C., *Radiation modes of a cavity with a moving boundary*, Phys. Rev. A, **52**, 4405-4415, 1995.

[25] Li, L., ve Li, B.-Z., *Numerical solutions of the generalized Moore's equations for a one-dimensional cavity with two moving mirrors*, Phys. Lett. A, **300**, 27–32, 2002.

[26] Nicolai, E. L., *On a dynamical illustration of the pressure of radiation*, Phil. Mag., **49**, 171, 1925.

[27] Borisov, B. P. ve Vesnitskii, A. I., *Oscillations of membrane with dimensions uniformly changing in time*, Prikladnaya Mekhanika, **13**, 57 1977.

[28] Vesnitskii, A. I. ve Kostrov, A. V., *On electromagnetic processes in a spherical resonator with a movable boundary*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **14**, 754, 1971.

[29] Mkrtchian, V. E. ve von Baltz, R., *Dynamical electromagnetic modes for an expanding sphere*, J. Math. Phys., **41**, 1956, 2000.

[30] Balazs, N. L., *On the solution of the wave equation with moving boundaries,* J. Math. Anal. Appl. **3**, 472-484, 1961.

[31] Greenspan, H. P., *A string problem*," *J. Math. Anal. Appl.* **6**, 339-348, 1963.

[32] Gaffour, L. ve Grigorian, G., *Circular waveguide of moving boundary*, J. Electromag. Waves Appl., **10**, 97-108, 1996.

[33] Gaffour, L., *W.K.B. method for analysing the electromagnetic field in a circular waveguide with linearly moving boundary*, J. Electromag. Waves Appl., **10**, 757-764, 1996.

[34] Stetsenko O. A., Nonstationary process in waveguide resonators with a moving wall, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **7**, 71, 1964.

[35] Grinberg, G. A., *A method of approach to problems of the theory of heat conduction, diffusion and the wave theory and other similar problems in presence of moving boundaries and its applications to other problems*, Sov. J. Appl. Math. Mech., **31**, 215, 1967.

[36] Krasil'nikov, V. N., *Electromagnetic vibrations in a spherical cavity with time-varying radius,* Leningrad State University Publ., **8**, 43, 1968.

[37] Barsukov, K. A. and Grigoryan, G. A., *To the theory of waveguide with moving boundary*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **19**, 280, 1976

[38] Barsukov, K. A. and Grigoryan, G. A., *A waveguide with movable boundary*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **19**, 603-610, 1976.

[39] Smith, P. W., *Phase locking of laser modes by continuous cavity length variation*, Appl. Phys. Lett., **10**, 51, 1967.

[40] Peek, T. H,. Bolwijn P. T., ve Alkemade, C. T., *Resonator Q modulation of gas lasers with an external moving mirror*, Phys. Lett. A, **24**, 128, 1967.

[41] Klinkov, V. K. ve Mukhtarov, C. K., *Generation in a ruby laser with moving mirror and a selector in the resonator*, Sov. Phys. – Doklady, **17**, 1163, 1973.

[42] Makogon, M. M., *Ruby laser with variable resonator length*, Optics and Spectroscopy, **38**, 351-352, 1975.

[43] Anokhov, S. P., Galich, G. A., Kravchenko, V. I., ve Khanin, Y. I., *Sweep-laser on dynamic modes*, Opt. Commun., **25**, 384, 1978.

[44] Askar'yan, G. A., *Interaction between laser radiation and oscillating surfaces*, Sov. Phys. – JETP, **15**, 1161, 1962.

[45] Henneberger, W. C. ve Schulte, H. J., *Optical pulses produced by laser length variation*, J. Appl. Phys., **37**, 2189, 1966.

[46] Ober, M. H., Hofer M. ve Fermann, M. E*., 42 fs pulse generation from a mode-locked fiber laser started with a moving mirror,* Opt. Lett., **18**, 367-369, 1993.

[47] Bambini, A. ve Burlamacchi, P., *Phase locking of a multimode gas laser by means of low-frequency cavity-length modulation*, J. Appl. Phys., **39**, 4864-4865, 1968.

[48] Voronov, V. I. ve Pol'skiy, Yu. E., *Multilayer dielectric mirrors on piezo-substrate for laser modulation*, Sov. Phys., **6**, 174, 1970.

[49] Voronov, V. I. ve Pol'skiy, Yu. E., *Mode synchronization in a laser with ring resonator*, Radiotekhnika i Elektronika, **18**, 1434, 1973.

[50] Gerber, E. A. ve Ahlstrom, E. R., *Ruby laser with piezoelectrically excited vibrating reflector*, J. Appl. Phys., **35**, 2546, 1964.

[51] Gerber, E. A. ve Ahlstrom, E. R*., Solid-state laser with vibrating reflector*," IEEE J. Quant. Electron., **5**, 403-409, 1969.

[52] Bernardin, J. P. and Lawandy, N. M., *Experiments on kinematic modelocking of a ring dye-laser,* Opt. Commun., **94**, 445-457, 1992.

[53] Ruscio, J. T., *A coherent light modulator*, IEEE J. Quant. Electron, **1**, 182-183, 1965.

[54] Belova, G. N., *Modulation of laser radiation by means of a vibrating mirror*, *Sov. Phys. – Acoustics*, **17**, 309, 1972.

[55] Wegrzyn, P., *Parametric resonance in a vibrating cavity*, Phys. Lett. A, **322**, 263-269, 2004.

[56] Sarkisyan, E. M., Petrosyan, K. G., Oganesyan, K. B., Hakobyan, A. A., Saakyan, V. A., Gevorkian, S. G., Izmailyan, N. Sh., ve Hu, C. K., *Detection of Casimir Photons with Electrons*, Laser Physics, **18**, 621–624, 2008.

[57] Segev, E., Abdo, B., Shtempluck, O., Buks, E. ve Yurke, B., *Prospects of employing superconducting stripline resonators for studying the dynamical Casimir effect experimentally*, Phys. Lett. A, **370**, 202–206, 2007.

[58] Stetsenko, O. A., *On compression of electromagnetic field between two planes*, Izvestiya VUZ – Radiotekhnika, **6**, 695, 1963.

[59] Moore, G. T., *Quantum theory of electromagnetic field in a variable-length one-dimensional cavity*, J. Math. Phys., **11**, 2679, 1970.

[60] Parker, L., *Particle creation in expanding universes*, Phys. Rev. Lett., **21**, 562-564, 1968.

[61] Wegrzyn, P., *Exact closed-form analytical solutions for vibrating cavities*, J. Phys. B. **40**, 2621–2640, 2007.

[62] Hosoya, A., *Moving mirror effects in hadronic reactions*, Prog. Theor. Phys., **61**, 280-293, 1979.

[63] DeWitt, B. S., *Quantum field theory in curved spacetime*, Phys. Rep., **19**, 295-357, 1975.

[64] Candelas, P. ve Deutsch, D., *On the vacuum stress induced by uniform acceleration or supporting the ether*, Proc. Roy. Soc. London A., **354**, 79-99, 1977.

[65] Davies, P. C. W. ve Fulling, S. A., *Radiation from moving mirrors and from black holes*, Proc. Roy. Soc. London A., **356**, 237-257, 1977.

[66] Horibe, M., *Thermal radiation of fermions by an accelerated wall*, Prog. Theor. Phys., **61**, 661-671, 1979.

[67] Oku, K. ve Tsuchida, Y., *Back-reaction in the moving mirror effects*, Prog. Theor. Phys., **62**, 1756-1767, 1979.

[68] Frolov, V. P. ve Serebriany, E. M., *Quantum effects in systems with accelerated mirrors*, J. Phys. A, **12**, 2415-2428, 1979.

[69] Frolov, V. P. ve Serebriany, E. M., *Quantum effects in systems with accelerated mirrors: II. Electromagnetic field*, J. Phys. A, **13**, 3205-3211, 1980.

[70] Ford, L. H. ve Vilenkin, A., *Quantum radiation by moving mirrors*, Phys. Rev. D, **25**, 2569-2575, 1982.

[71] Sinyukov, Yu. M., *Radiation processes in quantum systems with boundary,* J. Phys. A, **15**, 2533-2545, 1982.

[72] Walker, W. R. ve Davies, P. C. W. *An exactly soluble moving mirror problem*, J. Phys. A, **15**, L477-L480, 1982.

[73] Castagnino, M. ve Ferraro R., *The radiation from moving mirrors: the creation and absorption of particles*, Ann. Phys., **154**, 1-23, 1984.

[74] Walker, W. R., *Particle and energy creation by moving mirrors*, Phys. Rev. D, **31**, 767-774, 1985.

[75] Carlitz, R. D. ve Willey, R. S., *Reflections on moving mirrors*, Phys. Rev. D, **36**, 2327-2335, 1987.

[76] Ottewill, A. C. ve Takagi, S., *Radiation by moving mirrors in curved space-time*, Prog. Theor. Phys., **79**, 429-441, 1988.

[77] Nikishov, A. I. ve Ritus, V. I., *Emission of scalar photons by an accelerated mirror in 1+1-space and its relation to the radiation from an electrical charge in classical electrodynamics*, JETP, **81**, 615, 1995.

[78] Ritus, V. I., *Functional identity of the spectra of Bose- and Fermi radiation of an accelerated mirror in 1+1 space and the spectra of electric and scalar charges in 3+1 space, and its relation to radiative reaction*," *JETP*, 83, 282-293, 1996.

[79] Frolov, V. ve Singh, D., *Quantum effects in the presence of expanding semi-transparent spherical mirrors*, Class. Quant. Grav., **16**, 3693-3716, 1999.

[80] Anderson, W. G. ve Israel, W., *Quantum flux from a moving spherical mirror*, Phys. Rev. D, **60**, 084003, 8 p, 1999.

[81] Vesnitskii, A. I., *The inverse problem for the one-dimensional resonator with sizes changing in time*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **14**, 1538, 1971.

[82] Vesnitskii, A. I. ve Potapov, A. I., *Wave phenomena in one-dimensional systems with moving boundaries,* Gorky State University, Russian, 1978.

[83] Dodonov, V. V. ve Klimov, A. B., *Long-time asymptotics of a quantized electromagnetic field in a resonator with oscillating boundary*, Phys. Lett. A, **167**, 309-313, 1992.

[84] Dodonov, V. V. ve Klimov, A. B., *Long-time evolution of quantized electromagnetic field in a resonator with moving wall*, J. Sov. Laser Research, **13**, 230-241, 1992.

[85] Klimov, A. B. ve Dodonov, V. V., *Quantum processes in resonators with moving walls*," NASA Conf. Pub. **3219**, 415-422, 1993.

[86] Dalvit, D. A. R. ve Mazzitelli, F. D., *Renormalization-group approach to the dynamical Casimir effect*, Phys. Rev. A, **57**, 2113-2119, 1998.

[87] Dalvit, D. A. R. ve Mazzitelli, F. D., *Creation of photons in an oscillating cavity with two moving mirrors,* Phys. Rev. A, **59**, 3049-3059, 1999.

[88] Dodonov, V. V., *Nonstationary Casimir effect and analytical solutions for quantum fields in cavities with moving boundaries*, Adv. Chem. Phys., **119**, 309-394, 2001.

[89] Rivlin, L. A., *Note on parametric birth of photons in model problems of cosmology*, Kvantovaya Elektronika, **6**, 2248-2250, 1979.

[90] Sarkar, S., *Moving mirrors and nonclassical light*, Hilger, Bristol, 1988.

[91] Sarkar, S., *The response of a quantum field to classical chaos*, J. Phys. A, **21**, 971-980, 1988.

[92] Baranov, R. I. ve Shirokov, Yu. M., *Electromagnetic field in an optical resonator with a movable mirror*, Sov. Phys. – JETP, **26**, 1199, 1968.

[93] Vesnitskii, A. I., *One-dimensional resonator with movable boundaries*, Izvestiya VUZ – Radiofizika, **14**, 1432, 1971.

[94] Hoye, J. S. ve Brevik, I., *Friction force between moving harmonic oscillators*, Physica A, **181**, 413-426, 1992.

[95] Hoye, J. S. ve Brevik, I., *Friction force with non-instantaneous interaction between moving harmonic oscillators,* Physica A, **196**, 241-254, 1993.

[96] Mkrtchian, V. E., *Interaction between moving macroscopic bodies: viscosity of the electromagnetic vacuum*, Phys. Lett. A, **207**, 299-302, 1995.

[97] Pendry, J. B., *Shearing the vacuum - quantum friction*, J. Phys. Cond. Matter, **9**, 0301-10320, 1997.

[98] Volokitin, A. I. ve Persson, B. N. J., *Theory of friction: the contribution from a luctuating electromagnetic field*, J. Phys. Cond. Matter, **11**, 345-359, 1999.

[99] Barton, G., *The quantum radiation from mirrors moving sideways*, Ann. Phys., **45**, 361-388, 1996.

[100] Barton, G. ve North, C. A., *Peculiarities of quantum radiation in three dimensions from moving mirrors with high refractive index*, Ann. Phys., **252**, 72-14, 1996.

[101] Gutig, R. ve Eberlein, C., *Quantum radiation from moving dielectrics in two, three, and more spatial dimensions*, J. Phys. A, **31**, 6819-6838, 1998.

[102] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Man'ko, V. I., *Generation of squeezed states in a resonator with a moving wall*, Phys. Lett. A, **149**, 225-228, 1990.

[103] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Man'ko, V. I., *Quantization and generation of squeezed states of electromagnetic field in a cavity with variable parameters*, J. Sov. Laser Research, **12**, 439-446, 1991.

[104] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Nikonov, D. E., *Field quantization and squeezed states generation in resonators with time-dependent parameters*, NASA Conf. Pub. **3135**, NASA, 199-215, 1992.

[105] Klimov, A. B. ve Altuzar, V., *Spectrum of photons generated in a one-dimensional cavity with oscillating boundary*, Phys. Lett. A, **226**, 41-45, 1997.

[106] Calucci, G., *Casimir effect for moving bodies*, J. Phys. A, **25**, 3873-3882, 1992.

[107] Janowicz, M., *Evolution of wave fields and atom-field interactions in a cavity with one oscillating mirror*, Phys. Rev. A, **57**, 4784-4790, 1998.

[108] Setare, M. R. ve Saharian, A.A., *Particle creation by moving spherical shell in the dynamical Casimir effect*, Mod. Phys. Lett. A, **16**, 927-935, 2001.

[109] Law, C. K., *Effective Hamiltonian for the radiation in a cavity with a moving mirror and a time-varying dielectric medium*, Phys. Rev. A, **49**, 433-437, 1994.

[110] Law, C. K. *Interaction between a moving mirror and radiation pressure: A Hamiltonian formulation*, Phys. Rev. A, **51**, 2537-2541, 1995.

[111] Chizhov, A. V., Schrade, G. ve Zubairy, M. S., *Quantum statistics of vacuum in a cavity with a moving mirror,* Phys. Lett. A, **230**, 269-275, 1997.

[112] Ji, J.-Y., Jung, H.-H., Park, J.-W. ve Soh, K.-S., *Production of photons by the parametric resonance in the dynamical Casimir effect*, Phys. Rev. A, **56**, 4440-444, 1997.

[113] Ji, J.-Y., Jung, H.-H. ve Soh, K.-S., *Interference phenomena in the photon production between two oscillating walls*, Phys. Rev. A, **57**, 4952-4955, 1998.

[114] Ji, J.-Y. ve Soh, K.-S., *Parametrically amplified radiation in a cavity with an oscillating wall*, J. Kor. Phys. Soc., **33**, 490-494, 1998.

[115] Ji, J.-Y., Soh, K.-S., Cai, R.-G. ve Kim, S. P., *Electromagnetic fields in a three-dimensional cavity and in a waveguide with oscillating walls*, J. Phys. A, **31**, 457-62, 1998.

[116] Dodonov, A.V., Dodonov, V.V., *Nonstationary Casimir effect in cavities with two resonantly coupled modes*, Phys. Lett. A, **289**, 291–300, 2001.

[117] Haro, J. ve Elizalde, E*., Hamiltonian Approach to the Dynamical Casimir Effect*, Phys. Rev. Lett., **97**, 130401, 2006.

[118] Haro, J. ve Elizalde, E., *Physically sound Hamiltonian formulation of the dynamical Casimir effect*, Phys. Rev. D, **76**, 065001, 2007.

[119] Dodonov, V. V., *Photon creation and excitation of a detector in a cavity with a resonantly vibrating wall*, Phys. Lett. A, **207**, 126-132, 1995.

[120] Dodonov, V. V. ve Klimov, A. B., *Generation and detection of photons in a cavity with a resonantly oscillating boundary*, Phys. Rev. A, **53**, 2664- 2682, 1996.

[121] Dodonov, V. V., *Resonance excitation and cooling of electromagnetic modes in a cavity with an oscillating wall*, Phys. Lett. A, **213**, 219-225, 1996.

[122] Dodonov, V. V., *Resonance photon generation in a vibrating cavity*, J. Phys. A, **1**, 9835-9854, 1998.

[123] Dodonov, V. V. ve Andreata, M. A., *Squeezing and photon distribution in a vibrating cavity*, J. Phys. A, **32**, 6711-6726, 1999.

[124] Andreata, M. A. ve Dodonov, V. V., *Energy density and packet formation in a vibrating cavity*, J. Phys. A, **33**, 3209-3223, 2000.

[125] Haro, J., *Dynamical Casimir Effect for Scalar Fields I-II*, Int. J. Theo. Phys., **46**, 1003-1019, 951-971, 2007.

[126] J´auregui, R., Villarreal, C. ve Hacyan, S., *Quantum phenomena between uniformly moving plates*, Mod. Phys. Lett. A, **10**, 619-625, 1995.

[127] Villarreal, C., Hacyan, S. ve J´auregui, R., *Generation of particles and squeezed states between moving conductors*, Phys. Rev. A, **52**, 594-601, 1995.

[128] Mundarain, D. F. ve Maia Neto, P. A., *Quantum radiation in a plain cavity with moving mirrors*, Phys. Rev. A, **57**, 1379, 1998.

[129] Cirone, M. A. ve Rza´zewski, K., *Electromagnetic radiation in a cavity with a time-dependent mirror*, Phys. Rev. A, **60**, 886-892, 1999.

[130] Dodonov, V. V., *Generation of photons in a lossy and detuned cavity with an oscillating boundary*, Phys. Lett. A, **244**, 517, 1998.

[131] Dodonov, V. V., *Dynamical Casimir effect in a nondegenerate cavity with losses and detuning*, Phys. Rev. A, **58**, 4147-4152, 1998.

[132] Crocce, M., Dalvit, D. A. R. ve Mazzitelli, F. D., *Quantum electromagnetic field in a three-dimensional oscillating cavity*, Phys. Rev. A, **66**, 033811, 2002.

[133] Kulagin, V. V. ve Cherepenin, V. A., *Generation of squeezed states on reflection of light from a system of free electrons*, JETP Lett., **63**, 170-175, 1996.

[134] Kulagin, V. V. ve Cherepenin, V. A., *Generation of squeezed states of light in the systems of free electrons,* JETP Lett. , **63**, 160-165, 1996.

[135] Lambrecht, A., Jaekel, M.-T. ve Reynaud, S., *Generating photon pulses with an oscillating cavity*, Europhys. Lett., **43**, 147-152, 1998.

[136] Crocce, M., Dalvit, D. A. R. ve Mazzitelli, F. D., *Resonant photon creation in a three-dimensional oscillating cavity*, Phys. Rev. A, **64**, 013808, 2001.

[137] Schaller, G., Schützhold, R., Plunien, G., ve Soff, G., *Dynamical Casimir effect in a designed leaky cavity*, Phys. Lett. A, **297**, 81–86, 2002

[138] Schützhold, R., Plunien, G. ve Soff, G., *Motion-induced particle creation from a finite-temperature state*, Phys. Rev. A, **65**, 043820, 2002.

[139] Plunien, G., Schützhold, R. ve Soff, G., *Dynamical Casimir effect at finite temperature*, Phys. Rev. Lett., **84**, 1882-1885, 2000.

[140] M´eplan, O. ve Gignoux, C., *Exponential growth of the energy of a wave in a 1D vibrating cavity: application to the quantum vacuum*, Phys. Rev. Lett., **76**, 408-410, 1996.

[141] Wu, Y., Chan, K. W., Chu, M.-C. ve Leung, P. T., *Radiation modes of a cavity with a resonantly oscillating boundary*, Phys. Rev. A, **59**, 1662-1666, 1999.

[142] Yariv, A., *Parametric interactions of optical modes*, IEEE J. Quant. Electron., **2**, 30-37, 1966.

[143] Yablonovitch, E., *Accelerating reference frame for electromagnetic waves in a rapidly growing plasma: Unruh-Davies-Fulling-DeWitt radiation and the on adiabatic Casimir effect*, Phys. Rev. Lett., **62**, 1742-1745, 1989.

[144] Bialynicka-Birula, Z. ve Bialynicki-Birula, I., *Space-time description of squeezing*, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1621-1626, 1987.

[145] Lobashov, A. A. ve Mostepanenko, V. M., *Quantum effects in nonlinear insulating materials in the presence of a nonstationary electromagnetic field*, theor. & Math. Phys., **86**, 303-309, 1991.

[146] Lobashov, A. A. ve Mostepanenko, V. M., *Quantum effects associated with parametric generation of light and the theory of squeezed states*, Theor. & Math. Phys., **88**, 913-925, 1991.

[147] Dodonov, V. V., George, T. F., Man'ko, O. V., Um, C. I. ve Yeon, K. H., *Exact solutions for a mode of the electromagnetic field in resonator with*

time-dependent characteristics of the internal medium, J. Sov. Laser Research, **13**, 219-234, 1992.

[148] Hizhnyakov, V. V., *Quantum emission of a medium with a time-dependent refractive index*, Quant. Opt., **4**, 277-280, 1992.

[149] Dodonov, V. V., Klimov, A. B. ve Nikonov, D. E., *Quantum phenomena in nonstationary media*, Phys. Rev. A, **47**, 4422-4429, 1993.

[150] Dodonov, V. V. ve Man'ko, V. I., *Correlated and squeezed coherent states of time-dependent quantum systems*, Adv. in Chem. Phys Series, **35**, 499-530, 1994.

[151] Okushima, T. ve Shimizu, A., *Photon emission from a false vacuum of semiconductors,* Jpn. J. Appl. Phys., **34**, 4508-4510, 1995.

[152] Artoni, M., Bulatov, A. ve Birman, J., *Zero-point noise in a nonstationary dielectric cavity*, Phys. Rev. A, **53**, 1031-1035, 1996.

[153] Cirone, M., Rza´zewski, K. ve Mostowski, J., *Photon generation by time-dependent dielectric: A soluble model*, Phys. Rev. A, **55**, 62-66, 1997.

[154] Artoni, M., Bulatov, A. ve Seery, B. D., *Nonclassical phase of the electromagnetic field in a nonstationary dielectric*, Phys. Rev. A, **58**, 3345-3348, 1998.

[155] Pendry, J. B., *Can sheared surfaces emit light?*, J. Mod. Opt., **45**, 2389-2408, 1998.

[156] Eberlein, C., *Quantum radiation from density variations in dielectrics*, J. Phys. A, **32**, 2583-2588, 1999.

[157] Saito, H. ve Hyuga, H., *Photon emission from a time-varying dielectric medium in a cavity*, J. Phys. Soc. Japan, **65**, 1139-1142, 1996.

[158] Saito, H. ve Hyuga, H., *The dynamical Casimir effect for an oscillating dielectric model*, J. Phys. Soc. Japan, **65**, 3513-3523, 1996.

[159] Volovik, G. E., *AB interface in superfluid 3He and the Casimir effect*, JETP Lett., **63**, 483-489, 1996.

[160] Dodonov, A.V., Dodonov, E.V. ve Dodonov, V.V., *Photon generation from vacuum in nondegenerate cavities with regular and random periodic displacements of boundaries,* Phys. Lett. A, **317**, 378–388, 2003

[161] Dodonov, A. V. ve Dodonov, V. V,. *Resonance generation of photons from vacuum in cavities due to strong periodical changes of conductivity in a thin semiconductor boundary layer*, J. Opt. B, 7, 47–58, 2005

[162] Dodonov, V. V. ve Dodonov, A. V., *The nonstationary Casimir effect in a cavity with periodical time-dependent conductivity of a semiconductor mirror*, J. Phys., 271–6281, 2006.

[163] Elizalde, E., *Dynamical Casimir effect with semi-transparent mirrors, and cosmology*, J. Phys. A. **41**, 164061-164070, 2008.

[164] Dodonov, V. V. ve Dodonov, A. V., *Theory of the dynamical Casimir effect in nonideal cavities with time-dependent parameters*, J. Phys. Conf. Series, **99,** 012006, 2008.

[165] Crocce, M., Dalvit, D. A. R., Lombardo, F. C. ve Mazzitelli, F. D., *Model for resonant photon creation in a cavity with time-dependent conductivity*, Phys. Rev. A, **70**, 033811, 2004.

[166] Maia Neto, P. A., *The dynamical Casimir effect with cylindrical waveguides,* J. Opt. B., **7**, 86-88, 2005.

[167] Crocce, M., Dalvit, D. A. R., Lombardo, F. C. ve Mazzitelli, F. D., *Hertz potentials approach to the dynamical Casimir effect in cylindrical cavities of arbitrary section*, J. Opt. B., **7**, 32–39, 2005.

[168] Dalvit, D. A. R., Mazzitelli, F. D. ve Mill´an, X. O., *The dynamical Casimir effect for different geometries*, J. Phys. A., **39**, 6261-6270, 2006.

[169] Setare, M.R. ve Dinani, H.T., *Particle Creation in Oscillating Cavities with Cubic and Cylindrical Geometry*, Acta Physica Polonica B, **39**,771-780, 2008.

[170] Mazzitelli, F. D. ve Millán, X. O., *Photon creation in a spherical oscillating cavity*, Phys. Rev. A, **73**, 063829, 2006.

[171] Anastopoulos, C., *Quantum fields in nonstatic background: A histories perspective*, J. Math. Phys., **41**, 617, 2000.

[172] Brevik, I., Milton, K. A., Odintsov, S. D. ve Osetrin, K. E., *Dynamical Casimir effect and quantum cosmology*, Phys. Rev. D, **62**, 064005, 2000.

[173] Fedotov, A., Narozhny, N. ve Lozovik, Y., *Instantaneous approximation for the dynamical Casimir effect*, J. Opt. B., 7, 64–68, 2005.

[174] Montazeri, M. ve Miri, M., *Motion-induced radiation from a dynamically deforming mirror: Neumann boundary condition*, Phys. Rev. A, **71**, 063814, 2005.

[175] Petrov, N. P., *The dynamical Casimir effect in a periodically changing domain: a dynamical systems approach*, J. Opt. B., **7**, 89–99, 2005.

[176] Ruser, M., *Vibrating cavities: a numerical approach*, J. Opt. B, **7**, 100-115, 2005.

[177] Wegrzyn, P., *An optical approach to the dynamical Casimir effect*, J. Phys. B, **39**, 4895–4903, 2006.

[178] Alves, D. T., Farina, C. ve Granhen, E. R., *Dynamical Casimir effect in a resonant cavity with mixed boundary conditions*, Phys. Rev. A., **73**, 063818, 2006.

[179] Yüce, C. ve Özçakmaklı, Z., *The dynamical Casimir effect for two oscillating mirrors in 3D*, J. Phys. A: Math. Theor., **41** 265401, 2008.

[180] Yüce, C. ve Özçakmaklı, Z., *Dynamical Casimir effect for a swinging cavity*, J. Phys. A: Math. Theor., **42** 035403, 2009.

[181] Ruser, M, *Numerical investigation of photon creation in a three-dimensional resonantly vibrating cavity: Transverse electric modes*, Phys. Rev. A, **73**, 043811, 2006.