

**TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER
GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV
YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ**

Esra DOĞAN
Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı
Temmuz-2008

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Esra DOĞAN'ın “Tek Çekirdeklerde Gamow-Teller Geçişlerinin Pyatov-Salamov Yöntemi ile İncelenmesi” başlıklı Fizik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi **09.07.2008** tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

| Adı-Soyadı | İmza |
|---|-------|
| Üye (Tez Danışmanı): Doç. Dr. CEVAD SELAM | |
| Üye : Prof. Dr. ATALAY KÜÇÜKBURSA | |
| Üye : Doç. Dr. İSMAİL MARAŞ | |

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
..... tarih vesayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

Esra DOĞAN

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Cevad SELAM

2008, 68 sayfa

Bu tezde çekirdeğin tabaka modelindeki ortalama alan potansiyelinin çekirdek kısmının izoskaler teriminin bozulmuş süper simetrisi Pyatov-Salamov yöntemi ile restore edilmiştir. Restore sonucunda Hamiltonyene ilave bir \hat{h} etkin etkileşmesi terimi katkıda bulunur. Daha sonra hem çift hem de tek çekirdeklere beta geçiş özellikleri QRPA yöntemi ile incelenmiştir. $^{74-76}\text{Kr}$ ve ^{116}Sn çift çekirdeklerinde ve $^{75-77}\text{Kr}$, ^{117}Sn tek çekirdeklerinde GT geçiş gücünün enerji dağılımı ve GT rezonansları incelenmiştir. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar deneysel verilerle ve benzer teorik hesaplama sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda tabaka modelindeki ortalama alan potansiyelinin çekirdek kısmının izoskaler teriminin bozulmuş süper simetri özelliğinin restore edilmesinin önemli olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca Pyatov-Salamov yöntemi ile hesaplanmış tek çekirdekler arasındaki β^- ve β^+ toplam geçiş güçlerinin, diğer yöntemlerle kıyaslandığında deneysel verilere daha yakın olması bu tür hesaplamalarda Pyatov-Salamov yönteminin önemli olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Pyatov-Salamov yöntemi, GT geçişleri, GT rezonansı, QRPA

ABSTRACT

Master of Science Thesis

THE STUDY OF GAMOW-TELLER DECAYS IN ODD MASS NUCLEI BY PYATOV-SALAMOV METHOD

Esra DOĞAN

Anadolu University
Graduate School of Sciences
Physics Program

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Cevad SELAM

2008, 68 pages

In this thesis, the super symmetry property of the isoscalar term in the nuclear part of the shell model mean field potential violated has been restored by using Pyatov-Salamov method. An additional \hat{h} effective interaction term coming from this restoration contributes to the total Hamiltonian. The beta decay processes in even mass and odd mass nuclei have been searched by using QRPA method. Those processes include the energy distribution of GT transition strength and GT resonance in the ^{74}Kr , ^{76}Kr and ^{116}Sn , and $^{75-77}\text{Kr}$, ^{117}Sn . The obtained results have been compared with the corresponding experimental data and the other theoretical calculation results. Calculation results show that the restoration of the broken super symmetry property of the isoscalar term of the nuclear part in shell model potential is important. Additionally, β^- and β^+ total transition strength in odd mass nuclei have been calculated by using Pyatov-Salamov method when it is compared with the other methods, it gets closer to the corresponding experimental data. Therefore, Pyatov-Salamov method is important in these type of calculations.

Keywords: Pyatov-Salamov method, GT transitions, GT resonance, QRPA

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım ve eğitimim boyunca bilgi birikimini, yardımını, anlayışını ve sabrını benden hişbir zaman esirgemeyen ve bana hep destek veren saygıdeğer tez danışmanı hocam Doç. Dr. Cevad SELAM' a sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın her aşamasında emeği geçen ve her türlü yardım ve desteği hişbir zaman esirgemeyen Anadolu Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Araş. Gör. Dr. Serdar ÜNLÜ' ye teőekkürü bir borç bilirim.

İnancımı kaybettiğim anlarda bana hep destek veren ve bu işi yapabileceğime inandıran arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca desteklerini hep arkamda hissettiğim, bana olan inanç ve güvenlerini hiç yitirmeyen, bu günlere gelebilmem için maddi ve manevi hişbir fedakarlıktan kaçınmayan sevgili Annem, Babam ve Ağabeyim' e en içten teőekkürlerimi sunarım.

Esra DOĞAN

Temmuz 2008

İÇİNDEKİLER

| | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| ÖZET..... | i |
| ABSTRACT..... | ii |
| TEŞEKKÜR..... | iii |
| İÇİNDEKİLER..... | iv |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | vi |
| ÇİZELGELER DİZİNİ..... | vii |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ..... | viii |
| | |
| 1. GİRİŞ VE AMAÇ..... | 1 |
| | |
| 2. BOZULMUŞ SİMETRİLERİN RESTORE EDİLMESİ YÖNTEMİ..... | 7 |
| 2.1. Nükleon-Nükleon Etkileşmesinin Sağlaması Gereken Simetrier..... | 7 |
| 2.2. Pyatov-Salamov Yöntemi ile Restorasyon..... | 10 |
| | |
| 3. ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ..... | 12 |
| 3.1. Pyatov-Salamov Yönteminin Gamow-Teller Geçişlerine Uygulanması.. | 12 |
| 3.2. Problemin QRPA Yöntemi ile Çözülmesi..... | 18 |
| 3.3. Çift-Çift Çekirdeklere Gamow-Teller Geçiş Matris Elemanları ve Ikeda Toplam Kuralı..... | 23 |
| | |
| 4. TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ..... | 25 |
| 4.1. Pyatov-Salamov Yönteminin Gamow-Teller Geçişlerine Uygulanması.. | 25 |
| 4.2. Problemin QRPA Yöntemi ile Çözülmesi..... | 27 |
| 4.3. Tek Çekirdeklere Gamow-Teller Geçiş Matris Elemanları..... | 32 |
| 4.3.1. Çift sayısı değişmeyen durum..... | 32 |

4.3.2. Çift sayısı değişen durum.....33

5. SONUÇLAR VE YORUMLAR.....34

KAYNAKLAR.....67

ŞEKİLLER DİZİNİ

| | |
|---|----|
| 5.1. Proton ve nötron için ortalama alan potansiyelinin radyal kısmının uzaklığa bağıllığı..... | 35 |
| 5.2. ^{116}Sn çekirdeği için Coulomb potansiyelinin uzaklığa bağıllığı..... | 35 |
| 5.3. ^{116}Sn çekirdeğinde nötron ve proton enerji seviyeleri..... | 37 |
| 5.4. ^{116}Sn çekirdeğinde Fermi seviyelerini karakterize eden dalga fonksiyonlarının yarıçapa bağıllığı | 39 |
| 5.5. ^{74}Rb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 42 |
| 5.6. ^{74}Br izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 44 |
| 5.7. ^{75}Rb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 46 |
| 5.8. ^{75}Br tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 48 |
| 5.9. ^{76}Rb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 50 |
| 5.10. ^{76}Br izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 52 |
| 5.11. ^{77}Rb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 54 |
| 5.12. ^{77}Br tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 56 |
| 5.13. ^{116}Sb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 58 |
| 5.14. ^{116}In izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 60 |
| 5.15. ^{117}Sb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 62 |
| 5.16. ^{117}In tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı..... | 64 |

ÇİZELGELER DİZİNİ

| | |
|--|----|
| 5.1. İncelenen çekirdekler için Ikeda toplam kuralı..... | 40 |
| 5.2. ^{117}Sb izotopunda β^- geçişi için Pyatov metodu ile hesaplanan uyarılma enerjileri ve GT geçiş güçlerinin deney ve diğer teorik hesaplama sonuçları ile karşılaştırılması..... | 65 |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

| | |
|------------------|--|
| A | : Nükleon sayısı |
| $B_{GT}^{(\pm)}$ | : Beta geçiş güç fonksiyonu |
| G_{μ}^{\pm} | : Gamow-Teller operatörü |
| GTR | : Gamow-Teller rezonansı |
| g | : Zayıf etkileşme parametresi |
| max | : maksimum |
| \hbar | : Planck sabiti |
| λ | : Beta bozunma hızı |
| M_{GT} | : Gamow-Teller matris elemanı |
| n | : durum sayısı |
| RPA | : Rasgele Faz Yaklaşımı |
| QRPA | : Kuazi Rasgele Faz Yaklaşımı |
| ψ_i | : Başlangıç dalga fonksiyonu |
| ψ_s | : Son durum dalga fonksiyonu |
| φ | : Serbest parçacık dalga fonksiyonu |
| ρ | : Durum yoğunluğu |
| ω_i | : Gamow-Teller 1^+ durumlarının enerjisi |
| T | : Kinetik enerji |
| V | : Potansiyel enerji |
| P | : Lineer momentum |
| χ | : Etkin etkileşme parametresi |
| H | : Hamilton operatörü |
| H_{sp} | : Tek parçacık hamiltonyeni |
| H_{sqp} | : Tek kuazi parçacık hamiltonyeni |
| \hat{h} | : Etkin etkileşme hamiltonyeni |
| ε | : Tek parçacık enerjisi |
| $\hat{\alpha}^+$ | : Kuazi parçacık üretme operatörü |
| $\hat{\alpha}$ | : Kuazi parçacık yok etme operatörü |

| | |
|----------------|---|
| \hat{a}^+ | : Parçacık üretme operatörü |
| \hat{a} | : Parçacık yok etme operatörü |
| $\hat{\sigma}$ | : Spin operatörü |
| $\hat{\tau}$ | : İzospin operatörü |
| \hat{F} | : Tek parçacık peratörü |
| $f_{vv'}$ | : İndirgenmiş matris elemanı |
| \hat{A}^+ | : Bozon üretme operatörü |
| \hat{A} | : Bozon yok etme operatörü |
| \hat{C}^+ | : Kuazi bozon üretme operatörü |
| \hat{C} | : Kuazi bozon yok etme operatörü |
| m | : Manyetik kuantum sayısı |
| j | : Toplam açısal momentum kuantum sayısı |
| V_C | : Coulomb potansiyeli |
| $V_{\ell s}$ | : Spin yörünge potansiyeli |
| V_{si} | : İndirgenmiş matris elemanı |
| d_{np} | : İndirgenmiş matris elemanı |
| f_{np} | : İndirgenmiş matris elemanı |
| g_{np} | : İndirgenmiş matris elemanı |
| K_{np} | : İndirgenmiş matris elemanı |
| γ_ρ | : Öz uyumlu etkin etkileşme sabiti |
| \hat{Q}_i^+ | : Fonon üretme operatörü |
| \hat{Q}_i | : Fonon yok etme operatörü |
| Ψ_{np}^i | : Dalga fonksiyonunun genliği |
| Φ_{np}^i | : Dalga fonksiyonunun genliği |

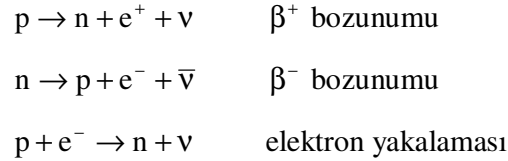
Alt ve üst indisler

| | |
|----------|---------------------------------|
| GT | : Gamow-Teller |
| GTR | : Gamow-Teller rezonansı |
| n | : nötron |
| p | : proton |
| C | : Coulomb |
| ℓs | : Spin yörünge |
| i | : GT 1^+ durumlarının sayısı |
| si | : İlk durumdan son duruma geçiş |
| v | : Nötrino |
| sp | : Tek parçacık |
| sqp | : Tek kuazi parçacık |

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Beta (β) bozunumu ve yük değişimli kollektif uyarmaların incelenmesi nükleer ve parçacık fiziği çalışmalarında önemli bir yere sahiptir. β bozunumunu diğer bozunumlardan farklı kılan en önemli nedenlerden biri elektron ve nötrinin bozunmadan önce çekirdekte bulunmamasıdır. Bu yüzden bu durumun açıklanması gereklidir. 1934 yılında Fermi, Pauli'nin nötrino hipotezine dayalı bir β bozunma teorisi geliştirdi. Fermi'nin öne sürdüğü teori eksik olmakla birlikte spektrumları açıklayabilmekte ve β bozunumu ömür aralığının anlaşılmasını sağlamaktadır.

En temel β bozunma reaksiyonu bir protonun bir nötrona ya da bir nötronun bir protona dönüşmesidir. Bunlar dışında bir de elektron yakalama bozunumu vardır:



Bu bozunmalarda yük değişirken nükleon sayısı değişmeden kalır. Fermi teorisini ilk ortaya attığında geçiş neden olan etkileşmenin, proton ve nötronları çekirdek içinde bir arada tutan güçlü etkiyle kıyaslandığında zayıf bir etkileşme olduğu biliniyordu. Fermi bu etkileşmeyi zayıf bir pertürbasyon olarak ele alıp uygun zayıf bir V potansiyel için herhangi bir geçiş hızını

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{si}|^2 \rho(E_s)$$

bağıntısıyla hesaplamıştır. Bu teori "Fermi altın kuralı" olarak bilinir. Bu bağıntıda $\rho(E_s)$, dn/dE_s şeklinde yazılabilen enerjinin son durum yoğunluğudur.

V_{si} pertürbasyon etkileşiminin matris elemanıdır ve şu şekilde gösterilir:

$$V_{is} = \int \Psi_s^* V \Psi_i d\tau$$

Bu ifadedeki V 'nin matematiksel ifadesi Fermi teorisi ortaya atıldığında bilinmiyordu. Fakat V yerine özel görelilik kuramı ile uyuşan tüm olası şekilleri kullanılarak O_x ile gösterilen 5 matematik işlemciden birinin kullanılabileceği gösterilmiştir. X alt indisi O işlemcisinin şeklini verir: $X=V$ (vektör), A (eksenel vektör), S (skaler), P (psödoskaler) veya T (tensör). Bu dönüşüm özelliklerinden hangisinin β bozunumu için uygun olduğunun anlaşılması için pek çok deney yapılmış ve en uygun şeklin $V-A$ olduğu anlaşılmıştır.

Yayınlanan elektronların momentum ve enerji dağılımlarını hesaplamaya çalıştığımızda elektron ve nötrinoların bozunma hızı

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 |M_{is}|^2 (4\pi)^2 \frac{p^2 dp q^2}{h^6} \frac{dq}{dE_s}$$

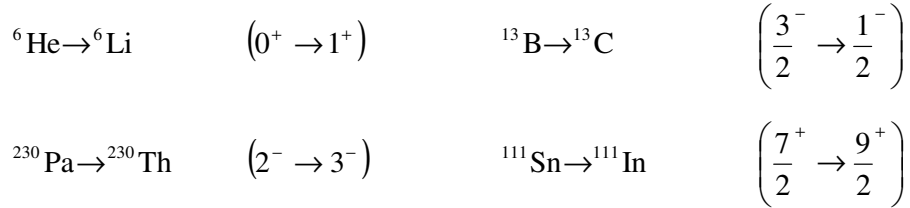
olur. Burada $M_{is} = \int \psi_s^* O_x \psi_i d\nu$ şeklinde nükleer matris elemanıdır. E_s ise son enerjidir.

β^+ ve β^- bozunumları için Fermi teorisinin kestirdiği enerji ve momentum değerleri ile deney değerleri karşılaştırıldığında sistematik bazı farklılıklar göze çarpar. Bu farklar β parçacığı ile ürün çekirdek arasındaki Coulomb etkileşmesinden kaynaklanır. Nükleer Coulomb alanının elektron dalga fonksiyonundaki etkisi Fermi fonksiyonu denilen $f(Z',P)$ veya $f(Z',T_c)$ ile gösterilen bir çarpanla temsil edilir. Burada Z' , ürün çekirdeğin atom numarasıdır. Sonuçta spektrumun şekli üzerinde M_{is} nükleer matris elemanının etkisi vardır. Bu yaklaşım izinli yaklaşım olarak bilinir. Bu yaklaşım iyi bir yaklaşım olmakla beraber bazen çok kötü sonuçlar verdiği durumlar da vardır. Bu durumlarda izinli yaklaşımda M_{is} sıfır olur ve hiç spektrum olmaz. Böyle durumlara “yasak bozunumlar” denir. Bu durumlar tam olarak yasak olmamakla birlikte oluşma olasılığının oldukça düşük olduğu durumlardır.

İzinli yaklaşımda elektron ve nötrino dalga fonksiyonlarının başlangıç noktasındaki değerlerini kullanırız. Bu elektron ve nötrinin $r=0$ da yaratıldığını kabul etmek demektir. Bu durumda her ikisinin de açıl momentumu sıfırdır ve çekirdeğin açıl momentumundaki değişiklik yalnızca elektron ve nötrinin spinlerinden kaynaklanır. Elektron ve nötrino için spin

değeri $s = \frac{1}{2}$ dir. Bu iki spin paralel (toplam $s=1$) veya antiparalel (toplam $s=0$) olabilir. Eğer spinler antiparalel ise bu bozunuma “Fermi bozunumu” denir. Bu bozunumda toplam spinde değişiklik yoktur. I_i başlangıç açısal momentumu , I_s son durum açısal momentumu olmak üzere $\Delta I = |I_s - I_i| = 0$ dir. Eğer elektron ve nötrino spinleri paralel ise bu bozunuma “Gamow-Teller bozunumu” denir. Bu bozunumda ise toplam açısal momentum 1’dir I_i ve I_s uzunluğu 1 olan bir vektör oluşturacak şekilde çiftlenmelidir. $\bar{I}_i = \bar{I}_s + 1$ Bu sadece $\Delta I = 0$ veya $\Delta I = 1$ ise olabilir.

Saf Gamow-Teller geçişleri için aşağıdaki bozunumlar örnek verilebilir:



Sonuçta Gamow-Teller geçişleri için bozunum kuralı şöyledir. Açısal momentum değişimi $\Delta I = 0, \pm 1$ ve parite değişimi yoktur. Fermi ve Gamow-Teller genliklerinin oranı (y) :

$$y = \frac{g_F M_F}{g_{GT} M_{GT}}$$

M_F ve M_{GT} gerçek Fermi ve Gamow-Teller nükleer matris elemanlarıdır.

g_F ve g_{GT} şiddet sabitleridir.

β bozunumlarında genel olarak ilk ve son nükleer dalga fonksiyonları M_{GT} ’nin hesabını güçleştirir. Ancak özel bir bozunma türü olan “ayna bozunmalar” da M_{GT} ’nin hesabı kolaydır. Bu tip bozunmalarda bir çekirdek diğerine bir aynada yansıma ile dönüşür, nötronlar protonlarla değiş-tokuş edilir. Örneğin ${}^{41}_{21}\text{Sc}_{20} \rightarrow {}^{41}_{20}\text{Ca}_{21}$ gibi bozunmalarda dalga fonksiyonu değişmez. İlk ve son dalga fonksiyonları Coulomb etkileşmesinden kaynaklanan çok küçük farklar dışında özdeştir.

Çekirdeklerin kolektif uyarılmış durumları uzun zamandır bilim adamları tarafından incelenmiştir. Gamow-Teller Rezonansı (GTR) ve İzobar Analog Rezonans (IAR) yük değişimli kolektif uyarılmalara verilecek en iyi örneklerdendir. Gamow-Teller rezonansının incelenmesi 30 yılı aşkın bir süredir devam etmesine rağmen halen güncelliğini korumaktadır. Hızlandırıcı teknolojinin gelişmesiyle son zamanlarda bulunan nötron ve proton sayısı fazla çekirdeklerin Gamow-Teller ve Fermi rezonansı yardımı ile deneysel olarak incelenmesi gündeme gelmiştir.

Bilim adamları Fermi rezonansını açıklamak için serbest parametre içeren şematik etkin etkileşme metodunu kullanmışlardır[1]. Bu yöntemde parametrenin sayısal değeri, deneyde elde edilen verilerle karşılaştırılarak bulunmuştur. Sonra aynı yöntemin GT rezonansının incelenmesine ışık tutacağı düşüncesiyle GTR ile ilgili deneysel çalışmalar yapılmıştır[2-6].

GT rezonansının deneysel olarak elde edilmesinin ardından şematik etkin etkileşme metodu GTR için de kullanılmıştır. Kuzmin ve Soloviev nötron fazlalığı olan küresel çekirdeklerde GT β^+ geçişleri için yarı ömürleri hesaplamışlardır[7]. Hesaplamalarda etkin etkileşme olarak şematik rezidüel spin-izospin etkileşmesini kullanmışlardır. Parçacık-delik kanalındaki etkin etkileşme için parametre değerini $\chi_{GT}^{ph} = 23.0/A$ ve parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşme için $\chi_{GT}^{pp} = -7.5/A$ olarak kabul etmişlerdir. Elde ettikleri sonuçlar $A \cong 94 - 150$ bölgesindeki çekirdekler için deneysel veriler ile iyi uyum göstermiştir. Ayrıca ağır çekirdeklerde GTR dağılımını QRPA yöntemiyle inceleyip GT rezonansının 30 MeV uyarılma enerjilerine kadar yayılabildiğini göstermişlerdir. H.Homma ve arkadaşları ise başka bir çalışmada aynı yöntemi $\chi_{GT}^{ph} = 5.2/A^{0.7} \text{ MeV}$ ve $\chi_{GT}^{pp} = -0.58/A^{0.7} \text{ MeV}$ şeklindeki parametre değerleri için kullanarak β bozunum yarı ömürlerini çok sayıda farklı çekirdek için hesaplamışlardır. Elde ettikleri sonuçlar deney ile iyi uyum göstermiştir[8]. D.I.Salamov ve arkadaşları ise aynı parametre değerlerini kullanarak $125 \leq A \leq 131$ ve $159 \leq A \leq 181$ bölgesindeki bazı deforme çekirdekler için Woods-Saxon bazında yarı ömürleri hesaplamışlardır ve deneye yakın neticeler elde etmişlerdir[9]. P.Urkedal ve arkadaşları öz uyumlu Hartree Fock modeli bazında ve Tamm-Dancoff veya RPA

çerçevesinde nötron bakımından zengin olan deforme çekirdekler için $\log(ft)$ değerlerini hesaplamışlardır.[10]. Etkin etkileşme olarak rezidüel etkileşme $\chi_{GT}^{ph} = 40/A$ MeV parametre değeri ile kullanılmıştır. A.Staudt ve arkadaşları β^- bozunumu için ayrılabilir GT etkin etkileşmesinin parçacık-delik kısmını dikkate alarak yarı ömürleri hesaplamışlardır[11]. Bu hesaplamalarda çift etkileşmenin de hesaba katılması ile pnQRPA yönteminin ileri versiyonları kullanılmıştır. M.Hirsch ve arkadaşları ise β^+ bozunumu ve elektron yakalama olaylarını hem parçacık-delik hem de parçacık-parçacık etkin etkileşmelerini dikkate alarak inceleyip yarı ömürleri hesaplamışlardır ve deneyle uyumlu sonuçlar elde etmişlerdir[12].

Yukarıda adı geçen çalışmalarda görüldüğü gibi farklı çalışmalarda farklı parametre değerleri kullanılmıştır. Deneyle uyumlu sonuçlar elde edilmesine rağmen, kolektif spin-izospin geçişi olan GT geçişlerini karakterize eden tüm büyüklükleri şematik model çerçevesinde belli bir parametre seti ile izah edilmesi mümkün değildir. Çünkü, söz konusu model deneye bağımlı bir model olduğundan yapılan hesaplamalardaki etkin etkileşme parametresi her seferinde farklı değerlere sahip olur ve böylece parametre sayısı fazlaşır. Şematik model ile yapılan çalışmalarda etkin etkileşme sabiti sürekli değiştiği için nükleonlar arasındaki etkin etkileşmeyi temsil eden Hamiltonyen belirsizdir. Bu güçlüğü aşmak için etkin etkileşme sabitinin öz uyumlu olarak belirlendiği teorilere ihtiyaç vardır.

Bu amaçla 1977 yılında Pyatov ve Salamov öz uyumlu bir etkin etkileşme yöntemini öne sürmüşlerdir[21]. GT geçişleri ile ilgili bu yöntem kullanılarak günümüze kadar pek çok çalışma yapılmış ve deneysel verilerle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir[13-20].

Bu çalışmadaki amaç Pyatov ve Salamov tarafından geliştirilen etkin etkileşme yöntemini kullanarak hem bu serbest parametreden kurtulmak hem de bozulan simetrisini restore etmektir. Pyatov yönteminde ortalama alan potansiyeli dışında ilave parametre kullanılmamıştır.

Tezin birinci bölümünde β bozunumu Fermi teorisi ve Gamow-Teller geçişlerine değinilmiş, Gamow-Teller geçişleri ile ilgili günümüze kadar yapılan çalışmalar sunulmuştur. İkinci bölümde Pyatov-Salamov tarafından geliştirilen

bozulmuş simetrilerin restore edilmesi yöntemi basit bir örnekle anlatılmıştır. Üçüncü bölümde ise çift-çift çekirdeklere Pyatov-Salamov yöntemiyle Hamilton operatörünün öz değeri ve öz fonksiyonları Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı (QRPA) yöntemi ile bulunmuştur. Dördüncü bölümde tek çekirdeklere Pyatov-Salamov yöntemi ile Hamilton operatörünün öz değeri ve öz fonksiyonları yine QRPA yöntemi ile bulunmuştur. Son bölümde ise ^{74}Kr , ^{76}Kr ve ^{116}Sn çekirdekleri ana çekirdek kabul edilerek ^{74}Rb , ^{75}Rb , ^{76}Rb , ^{77}Rb , ^{116}Sb ve ^{117}Sb çekirdeklerinde GT β^- geçiş özellikleri, ^{74}Br , ^{75}Br , ^{76}Br , ^{77}Br , ^{116}In ve ^{117}In çekirdeklerinde ise β^+ geçiş özellikleri incelenmiştir.

2. BOZULMUŞ SİMETRİLERİN RESTORE EDİLMESİ YÖNTEMİ

2.1. Nükleon-Nükleon Etkileşmesinin Sağlaması Gereken Simetriler

Atom çekirdeklerinde diğer çok parçacıklı sistemlerde olduğu gibi bazı büyüklükler korunmalıdır. Bunlar lineer momentum (P), açısal momentum (J), parçacık sayısı (N) gibi büyüklüklerdir. Çekirdeği temsil eden Hamilton operatörü şu şekilde gösterilir:

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_{i,j} V(i,j)$$

Yukarıdaki Hamilton operatörünü Schrödinger denkleminde yerine yazıp çözmek çok zordur. Bu zorluk nükleonlar arasındaki etkileşme kuvvetlerinin tam olarak bilinmemesinden kaynaklanır. Bu ifadedeki V(i,j) yerine çözülebilir bir potansiyel ifadesi kullanılmalıdır. Bunun için değişik fikirler (basamak potansiyeli, potansiyel engeli, potansiyel kuyusu, basit harmonik salınıcı ve Woods-Saxon potansiyeli gibi) öne sürülüp çözümler yapılmıştır. Nükleon-nükleon etkileşmesinin sağlaması gereken bazı simetriler vardır. Bunlar :

- a) Hermitiklik: Nükleonlar arasındaki etkileşmeyi temsil eden potansiyel enerji operatörü hermitik ($V^+=V$) olmalıdır.
- b) Değiş-Tokuş Simetrisi: İki nükleonun koordinatları birbirleriyle yer değiştirdiğinde aralarındaki etkileşme potansiyelinin de değişmemesi gerekir.
- c) Öteleme Simetrisi: Bu simetri lineer momentumun korunumuna karşılık gelir. Bu durumda etkileşme sadece iki nükleonun birbirine göre durumuna bağlıdır.
- d) Galilean Simetrisi: Sabit hızla hareket eden bir referans sistemindeki etkileşme potansiyeli duran bir referans sisteminde tanımlanan potansiyelle aynı olur, değişiklik olmaz. Bu durumda etkileşme sadece nükleonların göreceli momentumlarına bağlıdır.
- e) Ayna Simetrisi: Bu simetri paritenin korunumuna karşılık gelir. Kuvvetli etkileşmelerde parite simetrisi bozulmaz.

- f) Zaman Tersinirliği: Nükleonlar arasındaki etkileşme zamanın akışı yönüne bağlı değildir.
- g) Koordinat Uzayındaki Dönme Simetrisi: Üç boyutlu koordinat uzayındaki dönmeler sadece konum (r) ve momentum (p) vektörlerini değil spin matrislerini de etkiler.
- h) İzospin Uzayındaki Dönme Simetrisi: Proton ve nötronlar elementer bir parçacığın ½ izospinli farklı kuantum durumları olarak kabul edilir. Nükleer kuvvetin rotasyonel invariyantlığı yükten bağımsız olması ile aynı anlamı taşır. Nükleonlar arasındaki etkileşme potansiyeli toplam izospin operatörü ile komütatif olmalıdır.

Nükleer yapıyı açıklayabilmek için çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bunlardan biri de Shell (tabakalı) modelidir. Bu modele göre bir nükleonun hareketi diğer tüm nükleonların oluşturduğu potansiyel tarafından belirlenir ve bu ortalama alan yaklaşımı olarak bilinir. Ancak ortalama alan yaklaşımına geçildiğinde nükleon-nükleon etkileşmesinin sağlanması gereken simetriler potansiyel ifadesinin (etkileşmelerin) ihmal edilmesiyle bozulur.

Bu yöntemde ortalama alanın içinde hareket eden her bir nükleon için Hamiltonyen ayrı ayrı yazılır ve toplanır. Hamiltonyenlerin toplamı çekirdeğin toplam Hamiltonyenini verir. Çekirdeğin dalga fonksiyonu ise her parçacığın dalga fonksiyonları çarpımı olarak alınır ve değişkenlerine ayırma metodu ile Schrödinger denklemi çözülebilir. Tabakalı modelde ortalama alan potansiyeli genellikle aşığıdaki şekilde alınır:

$$V(r) = V_0(r) + V_1(r) + V_{\ell s}(r) + V_c(r)$$

Burada $V_0(r)$ Woods-Saxon potansiyelinin izoskaler kısmını, $V_1(r)$ Woods-Saxon potansiyelinin izovektör kısmını, $V_{\ell s}(r)$ spin-yörünge etkileşme potansiyelini, $V_c(r)$ Coulomb etkileşme potansiyelini temsil etmektedir. Bu terimlerin açık ifadeleri aşığıda verilmektedir:

$$V_0(r) = -V_0 \cdot f(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a}\right)}$$

Yukarıdaki ifadede $V_0 \approx 50$ MeV, $a \approx 0.5$ fm, $r_0 \approx 1.2$ fm, $R_0 = r_0 A^{1/3}$ olarak alınır. Woods-Saxon potansiyelinin izovektör kısmı ise aşağıda verilmiştir:

$$V_1(r) = 2\eta V_0 f(r) \frac{N-Z}{A} t_z \quad (2.1)$$

Bu eşitlikteki η , izovektör parametresidir. t_z ise $t_z = \begin{cases} 1/2 & n \\ -1/2 & p \end{cases}$ şeklinde

izospin kuantum sayısıdır. Ortalama alan potansiyelinin spin yörünge etkileşme kısmı ise aşağıdaki gibidir:

$$V_{\ell s}(r) = -\zeta_{\ell s} \sum_{i=1}^A \frac{1}{r_i} \frac{dV(r_i)}{dr_i} (\vec{\ell}_i \cdot \vec{s}_i)$$

Yukarıdaki ifadede $\zeta_{\ell s}$ spin-yörünge etkileşme parametresini; $V(r_i)$ izoskaler ve izovektör potansiyelinin toplamı olan Woods-Saxon potansiyelini göstermektedir. Coulomb etkileşme potansiyeli ise aşağıdaki şekildedir:

$$V_c(r) = \sum_{i=1}^A f_c(r_i) \cdot \left(\frac{1}{2} - t_z^i\right)$$

Tabakalı model çekirdeğin taban durumu açısıl momentumu ve paritesi gibi çekirdeğe ilişkin bazı temel özellikleri açıklamada başarılı bir model olmasına rağmen elektrik dipol rezonansı ve manyetik dipol rezonansı, izobar-analog rezonans, Gamow-Teller rezonansı vs. gibi nükleonlar arasındaki kolektif etkileşmeler sonucu ortaya çıkan bir takım büyük rezonansları açıklamakta yetersiz kalır. Bu tür olayları açıklayabilmek için hangi olay inceleniyorsa ona karşılık gelen etkin etkileşme Hamiltonyeninin (\hbar) tek parçacık Hamilton operatörüne eklenmesi gerekir. Söz konusu etkin etkileşme ilk önceleri bilim adamları tarafından en az bir tane bağımsız parametre içerecek şekilde ekleniyordu. Bu etkin etkileşme terimi GT geçişleri için aşağıdaki şekilde verilir:

$$\hat{h} = \chi_{GT} (\hat{\sigma}\hat{\sigma})(\hat{\tau}\hat{\tau})$$

Burada $\hat{\sigma}$ spin geçişini; $\hat{\tau}$ ise izospin geçişini temsil eden operatörlerdir. χ_{GT} sabitinin sayısal değeri ise teori ile GT rezonansını veren deneysel verilerin karşılaştırılmasıyla bulunur. Dolayısıyla hem deneye bağımlılık hem de parametre sayısı artar. Ayrıca serbest parametre içeren bu şematik model, ortalama alan yaklaşımında doğal olarak bozulan bazı simetrilerin veya daha genel olarak ifade

etmek gerekirse komutatiflik koşullarının restorasyonunda başarılı olamayan bir yaklaşım olarak kalır.

2.2. Pyatov-Salamov Yöntemiyle Restorasyon

1977 yılında Pyatov ve Salamov tarafından öne sürülen ve yapılan bu çalışmada da kullanılan bir yöntem hem etkin etkileşme sabitini serbest parametre olmaktan çıkarır hem de tabakalı model Hamilton operatöründen kaynaklı bozulan simetrisini restore eder. Pyatov yönteminde parametre kendi içinde uyumlu yani öz uyumlu bir şekilde bulunabilir. Bu yöntemde göre tek parçacık Hamiltonyen operatörüne etkin etkileşme terimi öyle ilave edilir ki, sonuçta elde edilen toplam Hamilton operatörü bozulan simetriye karşı gelen korunan fiziksel büyüklüğün operatör temsili ile komutatif olsun. Bu bölümde sade bir örnekle bu yöntem anlatılacaktır. Tek parçacık Hamilton operatörü ikinci kuantumlanma uzayında

$$\hat{H}_\varepsilon = \sum_v \varepsilon_v \hat{a}_v^+ \hat{a}_v$$

olarak verilmiş olsun. Burada ε_v , v seviyesindeki nükleonun enerjisi, \hat{a}_v^+ ve \hat{a}_v ise v durumunda bir nükleon yaratma ve yok etme operatörleridir. v ise parçacığı karakterize eden bütün kuantum sayılarını temsil eder. Simetrisi bozulan bir parçacıklı toplanabilir büyüklüğe karşı gelen operatör ise

$$\hat{F} = \sum_{v,v'} f_{vv'} \hat{a}_v^+ \hat{a}_{v'}$$

şeklinde olsun. Burada $f_{vv'}$ ifadesi matris elemanıdır. \hat{F} operatörü Hamilton operatörü ile komutatif değildir. Yani bu komutasyon hesaplandığında

$$[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] = \sum (\varepsilon_v - \varepsilon_{v'}) f_{vv'} \hat{a}_v^+ \hat{a}_{v'}$$

olacaktır. Bundan sonra tek parçacık operatörüne aşağıdaki şekilde

$$\hat{h} = -\frac{1}{2\gamma} [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}]^\dagger [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] \quad (2.2)$$

efektif bir terim ilave edilerek \hat{F} operatörü ile komutatif olması sağlanır.

$$[\hat{H}_\varepsilon + \hat{h}, \hat{F}] = 0 \quad (2.3)$$

Denklem (2.3) aşağıdaki şekilde de yazılabilir.

$$[\hat{h}, \hat{F}] = -[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] \quad (2.4)$$

Denklem (2.2), denklem (2.4)'de yerine koyulursa γ parametresinin hesaplanması için aşağıdaki gibi bir ifade bulunur:

$$\begin{aligned} [\hat{h}, \hat{F}] &= -\frac{1}{2\gamma} \left[[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]^\dagger, \hat{F} \right] \cdot [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] + [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]^\dagger \cdot \left[[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right] \\ [\hat{h}, \hat{F}] &= -\frac{1}{2\gamma} \left\{ -[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right\} [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] - [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] \cdot \left\{ [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right\} \\ [\hat{h}, \hat{F}] &= \frac{1}{\gamma} \left[[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right] [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] = -[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] \\ \frac{1}{\gamma} \left[[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right] &= -1 \\ \gamma &= -\left[[\hat{H}_\epsilon, \hat{F}], \hat{F} \right] \text{ ya da} \\ \gamma &= \left[\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}] \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Bu ifade sabit bir değer olduğunda (2.3) denkleminin sıfır olduğu görülür. Ancak yle durumlar olabilir ki (2.5) ifadesi sabit bir değer değildir. Böyle durumlarda bir tahmin yapılıp γ parametresi hesaplanır. Bu tahmin $[\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]]$ çift komütatör yerine çekirdeğin taban durumu üzerinden alınan ortalama değer kabul etmekle yapılır.

$$\gamma \cong \langle 0 | [\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]] | 0 \rangle = \sum_{\mathbf{v}\mathbf{v}'} (\epsilon_{\mathbf{v}} - \epsilon_{\mathbf{v}'}) (n_{\mathbf{v}'} - n_{\mathbf{v}}) |f_{\mathbf{v}\mathbf{v}'}|^2$$

Burada $n_{\mathbf{v}}$, \mathbf{v} seviyesindeki parçacık sayısı operatörüdür.

3. ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

3.1. Pyatov-Salamov Yönteminin Gamow-Teller Geçişlerine Uygulanması

Gamow-Teller operatörü β^+ geçişleri için

$$\hat{G}_{I\mu}^{(+)} = \sum_{j_n j_p} \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} \hat{A}_{j_n j_p}^+(\mu) \quad (3.1)$$

şeklinde yazılır. Bu denkleme

$$\hat{A}_{j_n j_p}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle \hat{a}_{j_n m_n}^+ \hat{a}_{j_p m_p} \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanan bozon üretme operatörüdür. Böylece Gamow-Teller operatörü bir bozon operatörü cinsinden yazılmış olur. Burada $\hat{a}_{j_n m_n}^+$; j_n ve m_n kuantum sayılarıyla karakterize edilen bir durumda parçacık üretme operatörü, $\hat{a}_{j_p m_p}$; j_p ve m_p kuantum sayılarıyla karakterize edilen bir durumda parçacık yok etme operatörüdür. Parçacık uzayından kuazi parçacık uzayına geçiş için aşağıdaki Bogolyubov dönüşümleri kullanılır:

$$\hat{a}_{j_n m_n}^+ = u_{j_n} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ + (-1)^{j_n - m_n} \vartheta_{j_n} \hat{\alpha}_{j_n -m_n} \quad (3.3)$$

$$\hat{a}_{j_p m_p} = u_{j_p} \hat{\alpha}_{j_p m_p} + (-1)^{j_p - m_p} \vartheta_{j_p} \hat{\alpha}_{j_p -m_p}^+ \quad (3.4)$$

Burada $\hat{\alpha}_{j_n m_n}^+$ kuazi parçacık üretme operatörünü, $\hat{\alpha}_{j_n m_n}$ ise kuazi parçacık yok etme operatörünü temsil etmektedir. u_j ; j durumundaki delik; ϑ_j ise parçacık durumlarının olasılık genliğini gösterir. (3.3) ve (3.4) denklemleri (3.2) denkleminde yerine koyulduğunda aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\hat{A}_{j_n j_p}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle \left\{ \begin{array}{l} U_{j_n} U_{j_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p m_p} + (-1)^{j_p - m_p} U_{j_n} \vartheta_{j_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p - m_p}^+ \\ + (-1)^{j_n - m_n} \vartheta_{j_n} U_{j_p} \hat{\alpha}_{j_n - m_n} \hat{\alpha}_{j_p m_p} \\ + (-1)^{j_n - m_n + j_p - m_p} \vartheta_{j_n} \vartheta_{j_p} \hat{\alpha}_{j_n - m_n} \hat{\alpha}_{j_p - m_p}^+ \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

Bu denklemde yer alan $\hat{C}_{np}^+(\mu)$ ve $\hat{D}_{np}^+(\mu)$ kuazi bozon üretme operatörleri ile $\hat{C}_{np}(\mu)$ ve $\hat{D}_{np}(\mu)$ kuazi bozon yok etme operatörleri aşağıdaki şekildedir:

$$\hat{C}_{np}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle (-1)^{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p - m_p}^+$$

$$\hat{C}_{np}(\mu) = [\hat{C}_{np}^+(\mu)]^\dagger = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle (-1)^{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}$$

$$\hat{D}_{np}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p m_p}$$

$$\hat{D}_{np}(\mu) = [\hat{D}_{np}^+(\mu)]^\dagger = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle \hat{\alpha}_{j_p m_p}^+ \hat{\alpha}_{j_n m_n}$$

Kuazi bozon yaklaşımında bu operatörler arasında aşağıdaki komutasyon koşulları vardır:

$$[\hat{C}_{np}(\mu), \hat{C}_{n'p'}^+(\mu')] = \delta_{n'n} \delta_{p'p} \delta_{\mu'\mu} \quad (3.6)$$

$$[\hat{D}_{np}(\mu), \hat{D}_{n'p'}^+(\mu')] = \delta_{n'n} \delta_{p'p} \delta_{\mu'\mu} (\hat{\alpha}_{j_p m_p}^+ \hat{\alpha}_{j_p m_p} - \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_n m_n}) \quad (3.7)$$

$$[\hat{C}_{np}(\mu), \hat{C}_{np}(\mu)] = [\hat{C}_{np}^+(\mu), \hat{C}_{np}^+(\mu)] = 0$$

$$[\hat{D}_{np}(\mu), \hat{D}_{np}(\mu)] = [\hat{D}_{np}^+(\mu), \hat{D}_{np}^+(\mu)] = 0$$

Bu operatörler (3.1) ve (3.5)'de yerlerine koyulduğunda Gamow-Teller operatörü aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{G}_{1\mu}^{(+)} = \sum_{j_n j_p} \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} \begin{cases} u_{j_n} u_{j_p} \hat{D}_{np}^+(\mu) + u_{j_n} \vartheta_{j_p} \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^{\mu+1} \vartheta_{j_n} u_{j_p} \hat{C}_{np}(-\mu) \\ + (-1)^\mu \vartheta_{j_n} \vartheta_{j_p} \hat{D}_{np}(-\mu) \end{cases}$$

Burada

$$\begin{aligned} \bar{b}_{np} &= \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} u_{j_n} \vartheta_{j_p} & b_{np} &= \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} \vartheta_{j_n} u_{j_p} \\ \bar{e}_{np} &= \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} u_{j_n} u_{j_p} & e_{np} &= \frac{\langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} \vartheta_{j_n} \vartheta_{j_p} \end{aligned}$$

indirgenmiş matris elemanları kullanılırsa GT operatörleri şu şekilde yazılır:

$$\hat{G}_{1\mu}^{(+)} = \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}(-\mu) + \bar{e}_{np} \hat{D}_{np}^+(\mu) + (-1)^\mu e_{np} \hat{D}_{np}(-\mu) \quad (3.8)$$

$$\hat{G}_{1\mu}^{(-)} = \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}(\mu) + (-1)^\mu b_{np} \hat{C}_{np}^+(-\mu) + \bar{e}_{np} \hat{D}_{np}(\mu) + (-1)^\mu e_{np} \hat{D}_{np}^+(-\mu) \quad (3.9)$$

Çift-çift çekirdekler incelendiğinde yukarıdaki formüllerde D ve D⁺ içeren terimler rol oynamadıkları için ihmal edilecektir. Bu yüzden (3.8) ve (3.9) denklemleri çift-çift çekirdeklerde aşağıdaki biçimlerde yazılacaktır:

$$\hat{G}_{1\mu}^{(+)} = \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}(-\mu) \quad (3.10)$$

$$\hat{G}_{1\mu}^{(-)} = \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}^+(-\mu) \quad (3.11)$$

GT operatörleri yerine matematiksel işlemlerin kolaylığı için bu operatörlerin lineer süper pozisyonu olan aşağıdaki operatör kullanılacaktır:

$$\hat{F}_{1\mu}^{\rho} = \frac{1}{2} \left(\hat{G}_{1\mu}^{(+)} + \rho(-1)^{\mu} \hat{G}_{1-\mu}^{(-)} \right) \quad (\rho = \pm) \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'de, (3.10) ve (3.11) ifadeleri yerlerine yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\hat{F}_{1\mu}^{\rho} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^{+}(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}^{-}(-\mu) + \rho(-1)^{\mu} \sum_{np} (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}^{+}(\mu) + \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^{-}(-\mu) \right\}$$

$$\hat{F}_{1\mu}^{\rho} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{np} (\bar{b}_{np} - \rho b_{np}) (\hat{C}_{np}^{+}(\mu) + \rho(-1)^{\mu} \hat{C}_{np}^{-}(-\mu)) \right\}$$

Burada

$$\frac{1}{2} (\bar{b}_{np} - \rho b_{np}) = b_{np}^{\rho}$$

indirgenmiş matris elemanı olarak alındığında

$$\hat{F}_{1\mu}^{\rho} = \sum_{np} b_{np}^{\rho} (\hat{C}_{np}^{+}(\mu) + \rho(-1)^{\mu} \hat{C}_{np}^{-}(-\mu))$$

ifadesi elde edilir. Ortalama alan yaklaşımında çift etkileşmeli tek kuazi parçacık Hamiltoniyeni ikinci kuantumlanma uzayında aşağıdaki gibi verilir:

$$\hat{H}_{sqp} = \sum_{j_n m_n} \epsilon_{j_n} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^{+} \hat{\alpha}_{j_n m_n} + \sum_{j_p m_p} \epsilon_{j_p} \hat{\alpha}_{j_p m_p}^{+} \hat{\alpha}_{j_p m_p}$$

Tek kuazi parçacık Hamiltoniyeni ile kuazi bozon üretme ve yok etme operatörleri arasında aşağıdaki komutasyon koşulları vardır:

$$[\hat{H}_{sqp}, \hat{C}_{np}^{+}(\mu)] = \epsilon_{np} \hat{C}_{np}^{+}(\mu) \quad \text{ve} \quad [\hat{H}_{sqp}, \hat{C}_{np}^{-}(-\mu)] = -\epsilon_{np} \hat{C}_{np}^{-}(-\mu) \quad (3.13)$$

Burada ε_{np} tek kuazi parçacık enerjisidir. GT operatörlerinin Hamilton operatörüyle komutasyonu aşağıdaki şekildedir:

$$\left[\hat{H} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{G}_{1\mu}^{(\pm)} \right] = 0 \quad \text{veya} \quad \left[\hat{H} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1\mu}^p \right] = 0$$

Görüldüğü gibi GT operatörleri ve dolayısıyla $\hat{F}_{1\mu}^p$ operatörü Hamilton operatörünün merkezci kısmı ile komutatiftir. Fakat toplam çekirdek Hamiltonyeni yerine H_{sqp} model Hamiltonyeni alındığında söz konusu komutatiflik koşulu bozulacaktır, yani aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1\mu}^p \right] \neq 0 \quad (3.14)$$

Kuazi parçacık uzayında bozulan komutatiflik koşulunu Pyatov-Salamov yöntemi ile restore etmek için (3.14) ifadesindeki Hamilton operatörüne aşağıdaki gibi bir etkin etkileşme Hamiltonyeni ilave edilir.

$$\hat{h} = \sum_{\mu p} \frac{1}{4\gamma_p} \left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1\mu}^p \right]^\dagger \cdot \left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1\mu}^p \right] \quad (3.15)$$

Denklem (3.15)'de yer alan γ parametresi aşağıdaki komutatiflik koşulundan bulunur.

$$\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1 + \hat{h}, \hat{F}_{1\mu}^p \right] = 0$$

Gerekli ara işlemler yapıldıktan sonra etkin etkileşme parametresi aşağıdaki gibi çift komutasyon halinde bulunur:

$$\gamma_p = \frac{\rho(-1)^\mu}{2} \left[\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1-\mu}^p \right], \hat{F}_{1\mu}^p \right]$$

Bu denklemde bulunan çift komutasyon ifadesi denklem (3.6) ve (3.13)'den yararlanılarak hesaplandığında γ_ρ parametresi

$$\gamma_\rho = \frac{\rho(-1)^\mu}{2} \sum_{\substack{n_p' \\ np}} E_{n_p'}^\rho b_{np}^\rho \left(\rho(-1)^{\mu+1} \delta_{n'n} \delta_{p'p} + \rho(-1)^{\mu+1} \delta_{n'n} \delta_{p'p} \right)$$

$$\gamma_\rho = -\sum_{np} E_{np}^\rho b_{np}^\rho$$

şeklinde bulunur. Burada

$$E_{np}^\rho = \varepsilon_{np} b_{np}^\rho + K_{np}^\rho$$

$$K_{np}^\rho = \frac{1}{2} (\bar{K}_{np} + \rho K_{np})$$

$$\bar{K}_{np} = \bar{d}_{np} + \bar{f}_{np} - \bar{g}_{np}$$

$$K_{np} = d_{np} + f_{np} - g_{np}$$

$$\bar{d}_{np} = \frac{\langle j_n \| f_c(r) \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} U_{j_n} V_{j_p}$$

$$d_{np} = \frac{\langle j_n \| f_c(r) \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} V_{j_n} U_{j_p}$$

$$\bar{g}_{np} = g_{j_n j_p} u_{j_n} \vartheta_{j_p}$$

$$g_{np} = g_{j_n j_p} \vartheta_{j_n} u_{j_p}$$

$$\bar{f}_{np} = f_{j_n j_p} u_{j_n} \vartheta_{j_p}$$

$$f_{np} = f_{j_n j_p} \vartheta_{j_n} u_{j_p}$$

$$g_{j_n j_p} = \frac{\langle j_n \| (U_0^{\ell_s} - \frac{1}{2} U_1^{\ell_s}(r)) (-i[\vec{\ell} \times \vec{\sigma}]) \| j_p \rangle}{\sqrt{3}}$$

$$f_{j_n j_p} = -\frac{1}{2} \frac{j_p(j_p+1) - \ell_p(\ell_p+1) - \frac{3}{4}}{\sqrt{3}} \langle j_n \| U_1^{\ell_s}(r) \sigma \| j_p \rangle$$

şeklinde indirgenmiş matris elemanlarıdır. Böylece restorasyondan sonra sistemin toplam Hamilton operatörü aşağıdaki biçimde olacaktır:

$$\hat{H} = \hat{H}_{sqp} + \hat{h} \quad (3.16)$$

3.2. Problemin QRPA Yöntemiyle Çözülmesi:

Denklem (3.16) ile verilen Hamilton operatörünün öz değer ve öz fonksiyonları kuazi parçacık rastgele faz yaklaşımında (QRPA) hesaplanacaktır. Bu yaklaşımda (3.16) ifadesindeki yük değişimli etkin etkileşmelerin komşu tektek çekirdeklerde ürettiği 1^+ durumlarını nötron-proton çiftinden oluşan bir fonon operatörünün ürettiği düşünülür ve nötron-proton kuazi bozon operatörlerinin süper pozisyonu biçiminde seçilir:

$$\hat{Q}_i^+(\mu)|0\rangle = \sum_{np} \psi_{np}^i \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^\mu \varphi_{np}^i \hat{C}_{np}(-\mu) \quad (3.17)$$

Yukarıdaki denklemde $\hat{Q}_i^+(\mu)|0\rangle$ fonon üretme ve $\hat{Q}_i(\mu)|0\rangle$ fonon yok etme operatörleridir. $|0\rangle$ fonon vakumudur yani tüm i ' ler için $\hat{Q}_i(\mu)|0\rangle = 0$ ' dır. ψ_{np}^i ve φ_{np}^i ise kuazi bozon genlikleridir. Fonon üretme ve yok etme operatörleri arasında aşağıdaki komutasyon koşulu vardır:

$$[\hat{Q}_i(\mu), \hat{Q}_j^+(\mu')] = \delta_{ij} \delta_{\mu\mu'} \quad \text{ve} \quad [\hat{Q}_i(\mu), \hat{Q}_j(\mu')] = 0 \quad (3.18)$$

Yukarıdaki komutasyon koşullarından genlikler için aşağıdaki normalizasyon koşulu elde edilir:

$$\sum_{np} [(\psi_{np}^i)^2 - (\varphi_{np}^i)^2] = 1 \quad (3.19)$$

QRPA yönteminde GT 1^+ durumlarının enerjileri ve dalga fonksiyonları aşağıdaki hareket denkleminde bulunur:

$$[\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu)] = \omega_i \hat{Q}_i^+(\mu) \quad (3.20)$$

Yukarıdaki denklemde ω_i komşu tek-tek çekirdeklerde 1^+ durumlarının çift-çift ana çekirdeğin taban durumunda hesaplanmış enerjileridir. $\hat{Q}_i^+(\mu)$ operatörü denklem (3.20) ile verilen hareket denkleminde göz önüne alındığında aşağıdaki ifade bulunur:

$$\sum_{np} \psi_{np}^i [\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu)] + (-1)^\mu \phi_{np}^i [\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu)] = \omega_i \sum_{np} \psi_{np}^i \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^\mu \phi_{np}^i \hat{C}_{np}(-\mu) \quad (3.21)$$

Denklem (3.21)' de her iki tarafın $\hat{C}_{n'p'}^+(\mu)$ ile komutasyonu alınırsa

$$\sum_{np} \psi_{np}^i [\hat{C}_{n'p'}^+(\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu)]] + (-1)^\mu \phi_{np}^i [\hat{C}_{n'p'}^+(\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu)]] = \omega_i \psi_{n'p'}^i \quad (3.22)$$

bulunur. Yine denklem (3.21)' de her iki tarafın $\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu)$ ile komutasyonu alınırsa

$$\sum_{np} \psi_{np}^i [\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu)]] + (-1)^\mu \phi_{np}^i [\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu)]] = (-1)^{\mu+1} \omega_i \phi_{n'p'}^i \quad (3.23)$$

ifadesi bulunur. Yukarıdaki denklemlerde verilen çift komutasyonların aşağıdaki gibi birbirlerine eşit olduğu görülür.

$$[\hat{C}_{n'p'}^+(\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu)]] = [\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu)]] \quad (3.24)$$

$$[\hat{C}_{n'p'}^+(\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu)]] = [\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), [\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu)]] \quad (3.25)$$

Bu komutasyonları hesaplamak için denklem (3.15) ile verilen etkin etkileşme Hamilton operatörü aşağıdaki hale getirilir:

$$\hat{h} = \sum_{\mu' \rho} \frac{\rho(-1)^{\mu'+1}}{4\gamma_\rho} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n_1 p_1} E_{n_1 p_1}^\rho \left(\hat{C}_{n_1 p_1}^+(-\mu') + \rho(-1)^{\mu'+1} \hat{C}_{n_1 p_1}(\mu') \right) \\ \sum_{n_2 p_2} E_{n_2 p_2}^\rho \left(\hat{C}_{n_2 p_2}^+(\mu') + \rho(-1)^{\mu'+1} \hat{C}_{n_2 p_2}(-\mu') \right) \end{array} \right.$$

Gerekli ara işlemler yapıldığında (3.24) ve (3.25) denklemleri için aşağıdaki ifadeler bulunur:

$$\left[\hat{C}_{n'p'}(\mu), \left[\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu) \right] \right] = \left[\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), \left[\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu) \right] \right] = \varepsilon_{np} \delta_{n'n} \delta_{p'p} + \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \quad (3.26)$$

$$\left[\hat{C}_{n'p'}(\mu), \left[\hat{H}, \hat{C}_{np}(-\mu) \right] \right] = \left[\hat{C}_{n'p'}^+(-\mu), \left[\hat{H}, \hat{C}_{np}^+(\mu) \right] \right] = \sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \quad (3.27)$$

Denklem (3.26) ve (3.27) ifadelerini bulmak için \hat{H}_{sqp} operatörü ile $\hat{C}_{np}^+(\mu)$ operatörü arasında var olan denklem (3.13) ile verilen komutasyon koşulu kullanılmıştır.

Denklem (3.26) ve (3.27) ifadeleri denklem (3.22)'de göz önüne alınırsa:

$$\begin{aligned} \omega_i \Psi_{n'p'}^i &= \sum_{np} \Psi_{np}^i \left(\varepsilon_{np} \delta_{n'n} \delta_{p'p} + \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \right) + (-1)^\mu \Phi_{np}^i \left(\sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \right) \\ (\omega_i - \varepsilon_{n'p'}) \Psi_{n'p'}^i &= \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{n'p'}^\rho \sum_{np} E_{np}^\rho (\Psi_{np}^i + \rho \Phi_{np}^i) \end{aligned} \quad (3.28)$$

olarak bulunur. Aynı şekilde (3.26) ve (3.27) ifadeleri denklem (3.23)'de göz önüne alınırsa:

$$\begin{aligned} \omega_i (-1)^{\mu+1} \Phi_{n'p'}^i &= \sum_{np} \Psi_{np}^i \sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho + (-1)^\mu \Phi_{np}^i \left(\varepsilon_{np} \delta_{n'n} \delta_{p'p} + \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \right) \\ (\omega_i + \varepsilon_{n'p'}) \Phi_{n'p'}^i &= - \sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_\rho} E_{n'p'}^\rho \sum_{np} E_{np}^\rho (\Psi_{np}^i + \rho \Phi_{np}^i) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Denklem (3.29) ve (3.30)'de

$$X_i^\rho \equiv \sum_{np} E_{np}^\rho (\psi_{np}^i + \rho \phi_{np}^i) \quad (3.30)$$

olarak alındığında bu denklemler aşağıdaki şekillerde yazılırlar:

$$(\omega_i - \varepsilon_{np}) \psi_{np}^i = \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_{\rho}} E_{np}^{\rho} X_i^{\rho}$$

$$(\omega_i + \varepsilon_{np}) \phi_{np}^i = -\sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_{\rho}} E_{np}^{\rho} X_i^{\rho}$$

Yukarıdaki denklemlerde toplamlar açıldığında genlikler için aşağıdaki ifadeler bulunur:

$$\psi_{np}^i = \frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} \left(\frac{1}{2\gamma_+} E_{np}^+ X_i^+ + \frac{1}{2\gamma_-} E_{np}^- X_i^- \right) \quad (3.31)$$

$$\phi_{np}^i = -\frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \left(\frac{1}{2\gamma_+} E_{np}^+ X_i^+ - \frac{1}{2\gamma_-} E_{np}^- X_i^- \right) \quad (3.32)$$

Daha sonra (3.31) ve (3.32) denklemleri (3.30) denkleminde yerine koyulursa aşağıdaki ifadeler bulunur:

$$X_i^+ \left(1 - \sum_{np} \frac{(E_{np}^+)^2}{2\gamma_+} \left(\frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) \right) - X_i^- \left(\sum_{np} \frac{E_{np}^+ E_{np}^-}{2\gamma_+} \left(\frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) \right) = 0 \quad (3.33)$$

$$X_i^+ \sum_{np} \frac{E_{np}^+ E_{np}^-}{2\gamma_+} \left(\frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) + X_i^- \left(\sum_{np} \frac{(E_{np}^-)^2}{2\gamma_-} \left(\frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) - 1 \right) = 0 \quad (3.34)$$

Yukarıda bulunan (3.33) ve (3.34) denklemleri görüldüğü gibi

$$X_i^+ A_{11} + X_i^- A_{12} = 0$$

$$X_i^+ A_{21} + X_i^- A_{22} = 0$$

formundadır. Bu denklemlerin sıfırdan farklı çözümlerini elde etmek için

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 0$$

olması gerekir. Burada

$$A_{11} = 1 - \sum_{np} \frac{(E_{np}^+)^2}{2\gamma_+} \left(\frac{1}{\omega_i - \epsilon_{np}} - \frac{1}{\omega_i + \epsilon_{np}} \right)$$

$$A_{12} = - \sum_{np} \frac{E_{np}^+ E_{np}^-}{2\gamma_-} \left(\frac{1}{\omega_i - \epsilon_{np}} + \frac{1}{\omega_i + \epsilon_{np}} \right)$$

$$A_{21} = \sum_{np} \frac{E_{np}^+ E_{np}^-}{2\gamma_+} \left(\frac{1}{\omega_i - \epsilon_{np}} + \frac{1}{\omega_i + \epsilon_{np}} \right)$$

$$A_{22} = \sum_{np} \frac{(E_{np}^-)^2}{2\gamma_-} \left(\frac{1}{\omega_i - \epsilon_{np}} - \frac{1}{\omega_i + \epsilon_{np}} \right) - 1$$

şeklindedir. Denklem (3.17) ile verilen dalga fonksiyonunun genlikleri denklem (3.19) ile verilen normalizasyon koşulundan aşağıdaki şekillerde bulunur:

$$\Psi_{np}^i = \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}} \frac{E_{np}^{(+)} + L(\omega_i) E_{np}^{(-)}}{\epsilon_{np} - \omega_i}$$

$$\Phi_{np}^i = \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}} \frac{E_{np}^{(+)} - L(\omega_i) E_{np}^{(-)}}{\epsilon_{np} + \omega_i}$$

Bu ifadelerde yer alan $L(\omega_i)$ ifadesi

$$L(\omega_i) = - \frac{\gamma_+ - \sum_{np} \frac{\epsilon_{np} (E_{np}^{(+)})^2}{\epsilon_{np}^2 - \omega_i^2}}{\omega_i \sum_{np} \frac{E_{np}^{(+)} E_{np}^{(-)}}{\epsilon_{np}^2 - \omega_i^2}} \gamma_-$$

şeklindedir. $Z(\omega_i)$ ise normalizasyon koşulundan bulunur.

3.3. Çift-Çift Çekirdeklerde Gamow-Teller Geçiş Matris Elemanları ve Ikeda Toplam Kuralı

Bilindiği gibi (N,Z) çekirdeğinin 0^+ taban durumundan (N+1, Z-1) çekirdeğindeki 1^+ durumlarına β^+ geçiş matris elemanı

$$M_{\beta^+}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+) = \langle 0 | [\hat{Q}_i, \hat{G}_{1\mu}^{(+)}] | 0 \rangle$$

formülü ile hesaplanır. Yukarıdaki formülde denklem (3.10), (3.11) ve (3.17) göz önüne alındığında aşağıdaki ifade bulunur:

$$[\hat{Q}_i, \hat{G}_{1\mu}^{(+)}] = \sum_{\substack{n p' \\ n p}} \psi_{np}^i \bar{b}_{n p'} \delta_{nn'} \delta_{pp'} + \phi_{np}^i (-1)^{2\mu+1} b_{n p'} (-\delta_{nn'} \delta_{pp'})$$

$$[\hat{Q}_i, \hat{G}_{1\mu}^{(+)}] = \sum_{np} \psi_{np}^i \bar{b}_{np} + \phi_{np}^i b_{np}$$

$$M_{\beta^+}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+) = \sum_{np} \psi_{np}^i \bar{b}_{np} + \phi_{np}^i b_{np}$$

bulunur.

(N,Z) çekirdeğinin 0^+ taban durumundan (N-1, Z+1) çekirdeğindeki 1^+ durumlarına β^- geçiş matris elemanı ise aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$M_{\beta^-}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+) = \langle 0 | [\hat{Q}_i^+, \hat{G}_{1\mu}^{(-)}] | 0 \rangle$$

Yukarıdaki formülde (3.10), (3.11) ve (3.17) göz önüne alındığında aşağıdaki ifade bulunur:

$$[\hat{Q}_i^+, \hat{G}_{1\mu}^{(-)}] = \sum_{\substack{n p' \\ n p}} \psi_{np}^i \bar{b}_{n p'} (-\delta_{nn'} \delta_{pp'}) + \phi_{np}^i (-1)^{2\mu+1} b_{n p'} \delta_{nn'} \delta_{pp'}$$

$$[\hat{Q}_i, \hat{G}_{i\mu}^{(-)}] = \sum_{np} -(\psi_{np}^i b_{np} + \phi_{np}^i \bar{b}_{np})$$

$$M_{\beta^-}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+) = -\sum_{np} (\psi_{np}^i b_{np} + \phi_{np}^i \bar{b}_{np})$$

Gamow-Teller $\beta^{(\pm)}$ indirgenmiş matris elemanları ise

$$B_{GT}^{\pm}(\omega_i) = \sum_{\mu} |M_{\beta^{\pm}}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+)|^2$$

ifadesi ile verilir. $S^{(\pm)}$ toplam β geçiş güçleri ise aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$S^{(\pm)} = \sum_{\mu} |\langle 1_i^+, \mu | \hat{G}_{i\mu}^{\pm} | 0_{g.s}^+ \rangle|^2$$

Ikeda toplam kuralı (ISR) ise

$$ISR = S^{(-)} - S^{(+)} \cong 3(N - Z)$$

Ikeda toplam kuralı ele alınan modelden bağımsız olduğundan bu kuralın sağlanma derecesi modelin geçerlilik derecesinin kontrolü için önemlidir.

4. TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV-SALAMOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

4.1. Pyatov- Salamov Yönteminin Gamow-Teller Geçişlerine Uygulanması

Önceki bölümde çift-çift çekirdeklerde Gamow-Teller geçişleri Pyatov yöntemi ile incelenmiştir. Bölüm 3' de (3.8) ve (3.9) denklemleriyle verilen GT operatörleri tek çekirdekler için aynen alınır. (3.8) ve (3.9) denklemleri denklem (3.12) de göz önüne alındığında $\hat{F}_{1\mu}^p$ operatörü aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{1\mu}^p = & \frac{1}{2} \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^\mu b_{np} \hat{C}_{np}(-\mu) + \bar{e}_{np} \hat{D}_{np}^+(\mu) + (-1)^\mu e_{np} \hat{D}_{np}(-\mu) \\ & + \rho(-1)^\mu (\bar{b}_{np} \hat{C}_{np}(\mu) + (-1)^\mu b_{np} \hat{C}_{np}^+(-\mu) + \bar{e}_{np} \hat{D}_{np}(\mu) + (-1)^\mu e_{np} \hat{D}_{np}^+(-\mu)) \end{aligned}$$

Daha sade bir şekilde yazılırsa;

$$\begin{aligned} \hat{F}_{1\mu}^p = & \frac{1}{2} \sum_{np} (\bar{b}_{np} + \rho b_{np}) (\hat{C}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{C}_{np}(-\mu)) \\ & + (\bar{e}_{np} + \rho e_{np}) (\hat{D}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{D}_{np}(-\mu)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

olur. Yukarıdaki ifadede

$$\frac{1}{2} (\bar{b}_{np} + \rho b_{np}) = b_{np}^p \quad \frac{1}{2} (\bar{e}_{np} + \rho e_{np}) = e_{np}^p$$

indirgenmiş matris elemanları kullanılırsa (4.1) denklemi aşağıdaki hale gelir:

$$\hat{F}_{1\mu}^p = \sum_{np} b_{np}^p (\hat{C}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{C}_{np}(-\mu)) + e_{np}^p (\hat{D}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{D}_{np}(-\mu)) \quad (4.2)$$

Hamilton operatörü aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\hat{H} = \hat{H}_{sqp} + \hat{h}$$

Denklem (3.15)'de yer alan γ parametresi aşağıdaki komutatıflık koşulundan bulunur.

$$\left[\hat{H}_{\text{sqp}} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell_s} - \hat{V}_1 + \hat{h}, \hat{F}_{1\mu}^\rho \right] = 0$$

Yukarıdaki ifadede (4.2) denklemi göz önüne alındığında gerekli olan \hat{H}_{sqp} operatörü ile $\hat{D}_{\text{np}}^+(\mu)$ operatörünün komutasyonu hesaplanırsa

$$\left[\hat{H}_{\text{sqp}}, \hat{D}_{\text{np}}^+(\mu) \right] = P_{\text{np}} \hat{D}_{\text{np}}^+(\mu) \quad (4.3)$$

bulunur. Aynı şekilde

$$\left[\hat{H}_{\text{sqp}}, \hat{D}_{\text{np}}(-\mu) \right] = P_{\text{np}} \hat{D}_{\text{np}}(-\mu) \quad (4.4)$$

bulunur. Burada P_{np} ifadesi $P_{\text{np}} = \sum_{j_n} \varepsilon_{j_n} - \sum_{j_p} \varepsilon_{j_p}$ şeklinde alınmış indirgenmiş matris elmanıdır.

Gerekli ara işlemler yapıldıktan sonra etkin etkileşme parametresi aşağıdaki gibi çift komutasyon şeklinde bulunur:

$$\gamma_\rho = \frac{\rho(-1)^\mu}{2} \left[\left[\hat{H}_{\text{sqp}} - \hat{V}_c - \hat{V}_{\ell_s} - \hat{V}_1, \hat{F}_{1-\mu}^\rho \right] \hat{F}_{1\mu}^\rho \right]$$

Bu denklemde yer alan çift komutasyon (3.6), (3.7) ve (3.13) denklemleri göz önüne alınarak hesaplandığında aşağıdaki ifade bulunur:

$$\begin{aligned} \gamma_\rho = & \frac{\rho(-1)^\mu}{2} \sum_{\substack{n' \\ np}} E_{n'p}^\rho \cdot b_{np}^\rho \rho(-1)^{\mu+1} \left(\left[\hat{C}_{\text{np}}(\mu), \hat{C}_{\text{np}}^+(\mu) \right] + \left[\hat{C}_{\text{np}}^+(\mu), \hat{C}_{\text{np}}(\mu) \right] \right) \\ & + P_{n'p}^\rho \cdot e_{np}^\rho \rho(-1)^{\mu+1} \left(\left[\hat{D}_{\text{np}}(\mu), \hat{D}_{\text{np}}^+(\mu) \right] + \left[\hat{D}_{\text{np}}^+(\mu), \hat{D}_{\text{np}}(\mu) \right] \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Tek çekirdeklerde bu büyüklüğün bulunması için taban durumu üzerinden denklem (3.7) ile verilen komutasyonun ortalaması alınmalıdır. İlk olarak tek nötronlu (k) çekirdekler için alınırsa;

$$\langle \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ | [\hat{D}_{np}(\mu), \hat{D}_{n'p'}^+(\mu')] | \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ \rangle = \frac{1}{2j_k + 1} \delta_{\mu\mu'} \delta_{nn'} \delta_{pp'} \quad (4.6)$$

olur. Hesaplama sonucunda tek nötronlu (k) çekirdekler için hesaplanan

$$\gamma_p = -\sum_{np} E_{np}^p b_{np}^p - \frac{1}{2j_k + 1} \sum_p P_{kp}^p e_{kp}^p \quad (4.7)$$

şeklinde bulunur. Aynı şekilde tek protonlu (v) çekirdekler için ise aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$\langle \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ | [\hat{D}_{np}(\mu), \hat{D}_{n'p'}^+(\mu')] | \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ \rangle = -\frac{1}{2j_v + 1} \delta_{\mu\mu'} \delta_{nn'} \delta_{pp'}$$

$$\gamma_p = -\sum_{np} E_{np}^p b_{np}^p - \frac{1}{2j_v + 1} \sum_n P_{nv}^p e_{nv}^p \quad (4.8)$$

4.2. Problemin QRPA Yöntemiyle Çözülmesi:

Tek nötrondan oluşan bir çekirdeği ele aldığımızda çekirdeğe ait dalga fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\Omega}_{j_k m_k}^{n+} | 0 \rangle = N_{j_k} \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ + \sum_{j_v \mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1 \mu | j_k m_k \rangle \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ \quad (4.9)$$

Burada N_{j_k} dalga fonksiyonunun bir kuazi parçacık genliği, R_{ni}^{kv} ise parçacık+ fonon genliğidir.

$$\left[\hat{\Omega}_{j_k m_k}^n, \hat{\Omega}_{j_k' m_k'}^{n+} \right] = \delta_{j_k j_k'} \delta_{m_k m_k'} \delta_{nn'}$$

komutasyon koşulundan genlikler aşağıda verilen normalizasyon koşulunu sağlarlar:

$$N_{ik}^n N_{ik'}^{n'} + \sum_{iv} R_{ni}^{kv} R_{n'i'}^{kv} = \delta_{nn'} \quad (4.10)$$

QRPA yaklaşımında hareket denklemleri

$$\left[\hat{H}, \hat{\Omega}_{j_k m_k}^{n+} \right] = \omega_{j_k}^n \hat{\Omega}_{j_k m_k}^{n+} \quad (4.11)$$

şeklinde. Burada denklem (4.9) göz önüne alındığında (4.11) denklemleri aşağıdaki hale gelir:

$$\begin{aligned} N_{j_k}^n \left[\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ \right] + \sum_{ij\mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v | \mu | j_k m_k \rangle \left[\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ \right] \\ = \omega_{j_k}^n \left(N_{j_k}^n \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ + \sum_{ij\mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v | \mu | j_k m_k \rangle \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Burada tek çekirdek için sistemin Hamilton operatörünü aşağıdaki şekilde yazarız:

$$\hat{H} = \hat{H}_{sqp} + \hat{h}$$

Çift-çift çekirdeklerde denklem (3.15) ile verilen \hat{h} etkin etkileşme operatörü tek çekirdekler için aşağıdaki hale gelir:

$$\hat{h} = \sum_{\mu\rho} \frac{1}{4\gamma_\rho} \left\{ \sum_{n_1 p_1} E_{n_1 p_1}^\rho \left(\hat{C}_{n_1 p_1}^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{C}_{n_1 p_1}^+(-\mu) \right) + P_{n_1 p_1}^\rho \left(\hat{D}_{n_1 p_1}^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{D}_{n_1 p_1}^+(-\mu) \right) \right. \\ \left. \sum_{n_2 p_2} E_{n_2 p_2}^\rho \left(\hat{C}_{n_2 p_2}^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{C}_{n_2 p_2}^+(-\mu) \right) + P_{n_2 p_2}^\rho \left(\hat{D}_{n_2 p_2}^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{D}_{n_2 p_2}^+(-\mu) \right) \right\}$$

Görüldüğü gibi \hat{h} etkin etkileşme operatörü aşağıdaki biçimde iki kısımdan oluşur:

$$\hat{h} = \hat{h}_{\text{boz}} + \hat{h}_{\text{int}}$$

Burada \hat{h}_{boz} aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\hat{h}_{\text{boz}} = \sum_{\mu\rho} \frac{1}{4\gamma_\rho} \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} E_{n_1 p_1}^\rho E_{n_2 p_2}^\rho \sum_{ij} (\psi_{n_1 p_1}^i + \rho \varphi_{n_1 p_1}^i) (\rho(-1)^{\mu+1} \hat{Q}_i^+(-\mu) + \hat{Q}_i(\mu)) \\ \cdot (\psi_{n_2 p_2}^i + \rho \varphi_{n_2 p_2}^i) (\hat{Q}_j^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{Q}_j(-\mu))$$

\hat{h}_{int} ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{h}_{\text{int}} = \sum_{\mu\rho} \frac{1}{4\gamma_\rho} \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} E_{n_1 p_1}^\rho P_{n_2 p_2}^\rho \sum_i (\psi_{n_1 p_1}^i + \rho \varphi_{n_1 p_1}^i) (\rho(-1)^{\mu+1} \hat{Q}_i^+(-\mu) + \hat{Q}_i(\mu)) \\ \cdot (\hat{D}_{n_2 p_2}^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{D}_{n_2 p_2}(-\mu)) \\ + \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} E_{n_2 p_2}^\rho P_{n_1 p_1}^\rho (\hat{D}_{n_1 p_1}(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{D}_{n_1 p_1}(-\mu)) \\ \cdot \sum_j (\psi_{n_2 p_2}^j + \rho \varphi_{n_2 p_2}^j) (\hat{Q}_j^+(\mu) + \rho(-1)^{\mu+1} \hat{Q}_j(-\mu))$$

Denklem (4.12)' de her iki tarafın $\hat{\alpha}_{j_k m_k}$ ile komutasyonu alınırsa:

$$N_{j_k}^n [\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] + \sum_{ij, \mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle [\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]] = \omega_{j_k}^n N_{j_k}^n \quad (4.13)$$

bulunur. Denklem (4.12)' de her iki tarafın $\hat{\alpha}_{j_v m_v} \hat{Q}_i^+(\mu')$ ile komutasyonu alınırsa:

$$N_{j_k}^n [\hat{\alpha}_{j_v m_v} \hat{Q}_i^+(\mu'), [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] + \sum_{ij, \mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle [\hat{\alpha}_{j_v m_v} \hat{Q}_i^+(\mu'), [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]] \\ = \omega_{j_k}^n \sum_{ij, \mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle \quad (4.14)$$

bulunur.

Yukarıda verilen (4.13) ve (4.14) denklemlerinde bulunması gereken, çift komutasyon içeren ifadeler vardır. Bu komutasyonlar hesaplandığında aşağıdaki sonuçlar bulunmuştur:

$$[\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] = \varepsilon_{j_k} \delta_{kk'}$$

Bu ifade denklem (4.13)' de yerine koyulduğunda

$$(\omega_{j_k}^n - \varepsilon_{j_k}) N_{j_k}^n = \sum_{ij\mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle [\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]] \quad (4.15)$$

bulunur.

$$[\hat{\alpha}_{j_v m_v}, \hat{Q}_i^+(\mu'), [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]] = (\omega_{i'} + \varepsilon_{j_v}) \delta_{ii'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{vv'}$$

Bu ifade denklem (4.14)' de yerine koyulduğunda

$$(\omega_{j_k}^n - \omega_i - \varepsilon_{j_v}) R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle = N_{j_k}^n [\hat{\alpha}_{j_v m_v}, \hat{Q}_i^+(\mu), [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] \quad (4.16)$$

bulunur. Denklem (4.15) ve (4.16) birleştirilirse

$$\omega_{j_k}^n - \varepsilon_{j_k} = \frac{\sum_{ij\mu} [\hat{\alpha}_{j_v m_v}, \hat{Q}_i^+(\mu), [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] \cdot [\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]]}{\omega_{j_k}^n - \omega_i - \varepsilon_{j_v}} \quad (4.17)$$

bulunur.

$$[\hat{\alpha}_{j_k m_k}, [\hat{H}, \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+]] = \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle \sum_{\rho i} \frac{P_{kv}^{\rho} X_i^{\rho}}{2\gamma_{\rho}} \quad (4.18)$$

$$[\hat{\alpha}_{j_v m_v}, \hat{Q}_i^+(\mu), [\hat{H}, \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+]] = \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle \sum_{\rho i} \frac{P_{kv}^{\rho} X_i^{\rho}}{2\gamma_{\rho}} \quad (4.19)$$

Burada $X_i^\rho = \sum E_{np}^\rho (\psi_{np}^i + \rho \phi_{np}^i)$ şeklinde indirgenmiş matris elemanıdır.

(4.18) ve (4.19) denklemleri (4.17) denkleminde göz önüne alındığında seküler denklem

$$\omega_{j_k}^n - \varepsilon_{j_k} = \frac{3}{2j_k + 1} \sum_{ijv} \frac{1}{\omega_{j_k}^n - \omega_i - \varepsilon_{j_v}} \left(\sum_{\rho} \frac{P_{kv}^\rho X_i^\rho}{2\gamma_\rho} \right)^2 \quad (4.20)$$

olarak bulunur. Burada $\sum_{\mu j_v} \langle j_v m_v 1 \mu | j_k m_k \rangle^2 = 1$ eşitliğinden yararlanılmıştır.

Bulunan bu denklemde her bir enerji değeri için bir kuazi parçacıklı ve kuazi parçacık + fonon genlikleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$R_{ni}^{kv} = \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \sum_{ijv} \frac{1}{\omega_{j_k}^n - \omega_i - \varepsilon_{j_v}} \sum_{\rho} \frac{P_{kv}^\rho X_i^\rho}{2\gamma_\rho} N_{j_k}^n$$

$$N_{j_k}^n = \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_{j_k}^n)}}$$

Burada $Z(\omega_{j_k}^n)$ normalizasyon katsayısıdır ve (4.10) ile verilen normalizasyon koşulundan bulunur.

Tek protonlu çekirdeklere seküler denklemi ve genlikleri bulmak için aynı işlemler $k \leftrightarrow v$ dönüşümü ile yapılır. Tek proton için dalga fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\Omega}_{j_v m_v}^{n+} |0\rangle = N_{j_v} \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ + \sum_{ijk\mu} R_{ni}^{vk} \langle j_v m_v 1 \mu | j_k m_k \rangle \hat{Q}_i^+(\mu) \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+$$

Hareket denklemi aşağıdaki gibidir:

$$[\hat{H}, \hat{\Omega}_{j_v m_v}^{n+}] = \omega_{j_v}^n \hat{\Omega}_{j_v m_v}^{n+}$$

Seküler denklem aşağıdaki gibi olur:

$$\omega_{j_v}^n - \varepsilon_{j_v} = \frac{3}{2j_v + 1} \sum_{ijk} \frac{1}{\omega_{j_v}^n - \omega_i - \varepsilon_{j_k}} \left(\sum_{\rho} \frac{P_{kv}^{\rho} X_i^{\rho}}{2\gamma_{\rho}} \right)^2$$

4.3. Tek Çekirdeklere Gamow-Teller Geçişleri Matris Elemanları

İlk olarak tek nötronlu bir çekirdeğin tek protonlu bir çekirdeğe dönüşümü ele alınacaktır. Bağımsız kuazi parçacık modelinde β geçişleri 2 çeşitlidir. Bunlar:

- 1) Tek nükleonun bozulması ile gerçekleşen β geçişleri:

Bu durumda sistemde çift sayısı değişmez.

- 2) Korda bulunan bir nükleonun bozunması ile gerçekleşen β geçişleri:

Bu durumda sistemde çift sayısı değişir. Şimdi bu durumlar için geçiş matris elemanlarını hesaplayalım.

4.3.1. Çift sayısı değişmeyen durum

$j_k m_k$ durumunda bulunan bir nötronun $j_v m_v$ durumunda bulunan bir protona dönüşümü ile gerçekleşen bir β geçiş matris elemanı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^-) = \langle j_v m_v | \hat{G}_{1\mu}^- | j_k m_k \rangle$$

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^-) = \langle 0 | N_{iv}^n \hat{\alpha}_{j_v m_v} + \sum_{ik'\mu'} R_{ni}^{vk'} \langle j_k m_k | l\mu' | j_v m_v \rangle \hat{Q}_i^-(\mu') \hat{\alpha}_{j_k m_k} | \hat{G}_{1\mu}^- |$$

$$N_{ik}^n \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ + \sum_{i'v'\mu''} R_{ni'}^{v'k} \langle j_v m_v | l\mu'' | j_k m_k \rangle \hat{Q}_{i'}^+(\mu'') \hat{\alpha}_{j_v m_v}^+ | 0 \rangle$$

Görüldüğü gibi matris elemanı 4 terimden oluşmaktadır. Her bir terimi ayrı ayrı ele alınıp hesaplandığında indirgenmiş matris elemanı

$$\begin{aligned}
\langle j_v \parallel \hat{G}^- \parallel j_k \rangle &= \sqrt{3} d_{kv} N_{iv}^n N_{ik}^n + \sqrt{3(2j_k+1)(2j_v+1)} \\
&\cdot \sum_{k'v'} (-1)^{j_v+j_k'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{kv'} \bar{d}_{k'v'} \begin{Bmatrix} j_k' & 1 & j_v \\ j_k & 1 & j_v' \end{Bmatrix} \\
&+ \sum_i (-1)^{j_v-j_k} M_{\beta^-}^i R_{ni}^{vk} N_{ik}^n \sqrt{(2j_v+1)} + \sum_i M_{\beta^+}^i N_{iv}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{(2j_k+1)}
\end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Bu ifade Wigner-Eckart teoremi kullanılarak bulunmuştur.

4.3.2. Çift sayısı değişen durum

$j_k m_k$ durumunda bulunan bir nötronun çift sayısının değişmesi ile gerçekleşen bir β geçiş matris elemanı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}
M(j_k \rightarrow j_v, \beta^+) &= \langle j_v m_v \parallel \hat{G}_{1\mu}^+ \parallel j_k m_k \rangle \\
M(j_k \rightarrow j_v, \beta^+) &= \langle 0 \parallel N_{iv}^n \hat{\alpha}_{j_v m_v} + \sum_{ik'\mu'} R_{ni'}^{vk'} \langle j_k m_k' \parallel 1\mu' \parallel j_v m_v \rangle \hat{Q}_i(\mu') \hat{\alpha}_{j_k m_k'} \parallel \hat{G}_{1\mu}^+ \parallel \\
&N_{ik}^n \hat{\alpha}_{j_k m_k}^+ + \sum_{i'v'\mu''} R_{ni'}^{v'k} \langle j_v m_v' \parallel 1\mu'' \parallel j_k m_k \rangle \hat{Q}_{i'}(\mu'') \hat{\alpha}_{j_v m_v'}^+ \parallel 0 \rangle
\end{aligned}$$

Yine her bir terimi ayrı ayrı ele alınıp hesaplandığında

$$\begin{aligned}
\langle j_v \parallel \hat{G}^+ \parallel j_k \rangle &= \sqrt{3} \bar{d}_{kv} N_{iv}^n N_{ik}^n + \sqrt{3(2j_k+1)(2j_v+1)} \\
&\cdot \sum_{k'v'} (-1)^{j_v+j_k'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{kv'} d_{k'v'} \begin{Bmatrix} j_k' & 1 & j_v \\ j_k & 1 & j_v' \end{Bmatrix} \\
&+ \sum_i (-1)^{j_v-j_k} M_{\beta^+}^i R_{ni}^{vk} N_{ik}^n \sqrt{(2j_v+1)} + \sum_i M_{\beta^-}^i R_{ni}^{vk} N_{iv}^n \sqrt{(2j_k+1)}
\end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Tek proton sayılı bir çekirdeğin tek nötron sayılı bir çekirdeğe β geçiş matris elemanları bulunan ifadelerde $k \leftrightarrow v$ ve $\beta^+ \leftrightarrow \beta^-$ dönüşümleri yapılarak bulunur.

5. SONUÇLAR VE YORUMLAR

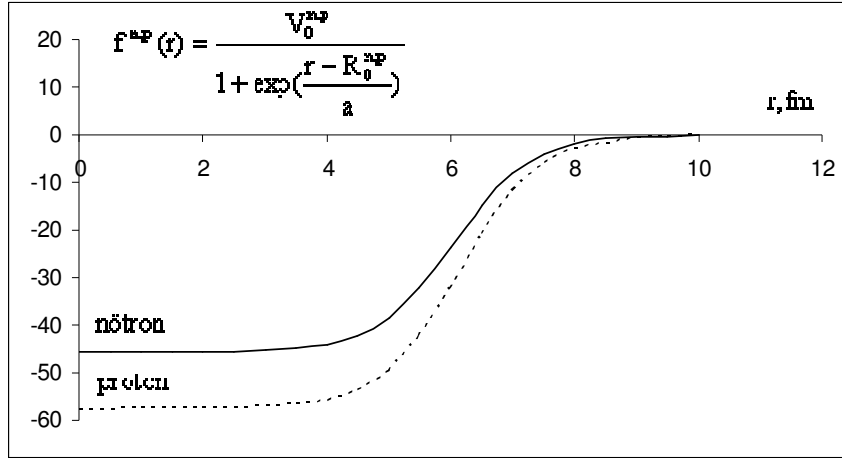
Bu tezde yapılan bütün sayısal hesaplamalar FORTRAN 77 bilgisayar programı aracılığıyla yapılmıştır. Ortalama alan potansiyeli Ref.[22]' de gösterildiği gibi alınmıştır. Ele alınan çekirdeklerden ^{116}Sn için Woods-Saxon ortalama alan potansiyeli Şekil 5.1' de gösterilmiştir. Bu potansiyelin parametreleri Chepurnov parametrizasyonuna dayanarak seçilmiş olup aşağıdaki değerlere eşittir:

- Potansiyel yarıçapı nötron için $R_o = 1,24$ fm, proton için $R_o = 1,26$ fm,
- Potansiyelin azalma kalınlığı parametresi: $a = 0,630$ fm,
- Potansiyel derinliği nötron için: 45,69 MeV, proton için 57,61 MeV

olarak kabul edilmiştir. Bu değerlere bakıldığında derinlikler arasındaki bu fark denklem (2.1) ile verilen potansiyelin izovektör kısmından kaynaklanmaktadır.

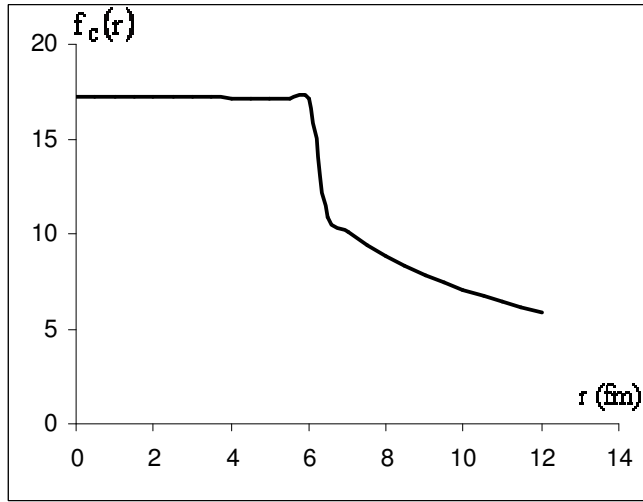
Şekil 5.1' de görüldüğü gibi sözü edilen izovektör farkı nedeniyle çekirdek potansiyelinin derinliği protonlar için daha büyüktür. Fakat Schrödinger denklemi protonlar için çözüldüğünde protonlar arasındaki Coulomb etkileşmesi de göz önüne alınmıştır. Coulomb potansiyeli aşağıdaki şekildedir:

$$f_c(r) = e^2 \frac{(Z-1)}{r} \begin{cases} \frac{3r}{2R_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_c} \right)^3 & r \leq R_c \\ 1 & r > R_c \end{cases}$$



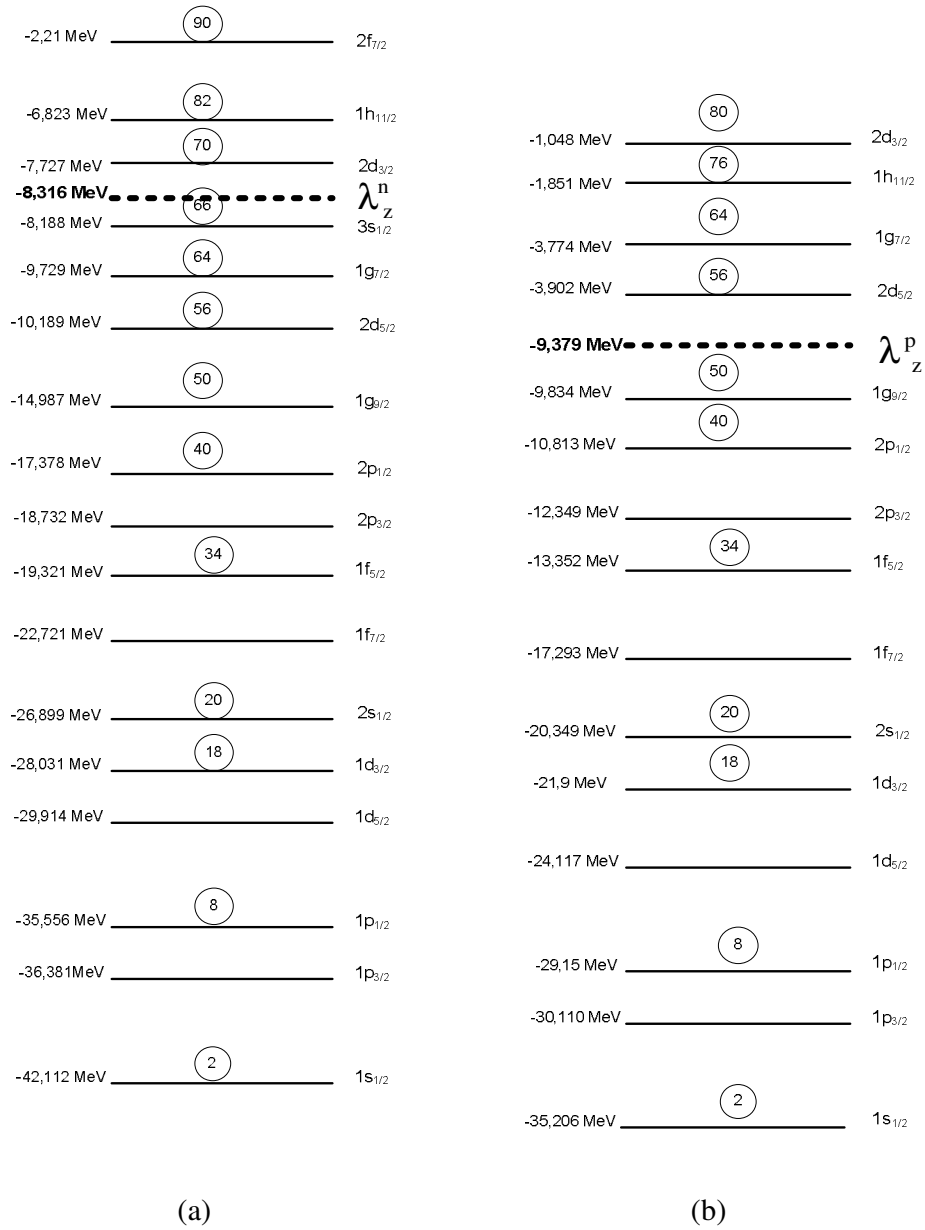
Şekil 5.1. Proton ve nötron için ortalama alan potansiyelinin radyal kısmının uzaklığa bağılılığı

İncelenen çekirdek için Coulomb potansiyeli Şekil 5.2’ de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Coulomb potansiyeli nedeniyle proton sisteminin harekette bulunduğu toplam potansiyel kuyusunun derinliği nötron potansiyel kuyusunun derinliğinden yaklaşık 5,3 MeV kadar küçüktür.



Şekil 5.2. ^{116}Sn çekirdeği için Coulomb potansiyelinin uzaklığa bağılılığı

Söz konusu potansiyeller için çözülmüş enerji seviyeleri Şekil 5.3a ve b' de gösterilmiştir. Şekil 5.3a' da nötronların enerji seviyeleri, Şekil 5.3b' de ise protonların enerji seviyeleri gösterilmiştir. Şekillerdeki koyu kesik çizgi ile gösterilen enerji seviyesi sistemin kimyasal potansiyel enerjisidir, yani Fermi seviyesi enerjisidir. Görüldüğü gibi Fermi seviyesi enerjisinin bulunması için nükleonlar arasında çift etkileşme parametreleri açık kabuklu durumda $C_p = C_n = \frac{12}{\sqrt{A}}$, kapalı kabuklu durumda yani sihirli sayıya sahip çekirdekler için ise sıfır alınmıştır. Ele alınan ^{116}Sn çekirdeğinde nötron için Fermi seviyesi -8,316 MeV, proton için Fermi seviyesi -9,379 MeV' dir. Söz konusu Fermi seviyesi nötron durumunda $2d_{5/2}$, proton durumunda $2d_{5/2}$ ' dir.

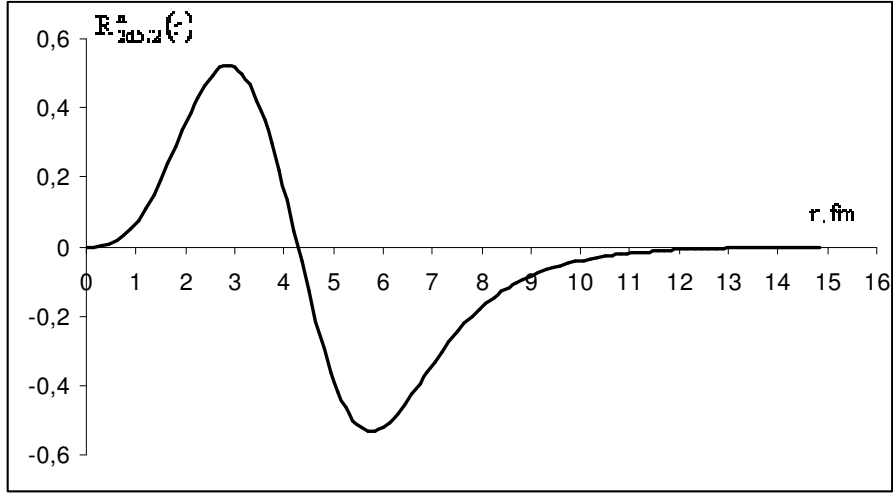


Şekil 5.3. ^{116}Sn çekirdeğinde nötron ve proton enerji seviyeleri. (a) ^{116}Sn nötron enerji seviyeleri ve (b) ^{116}Sn proton enerji seviyeleri

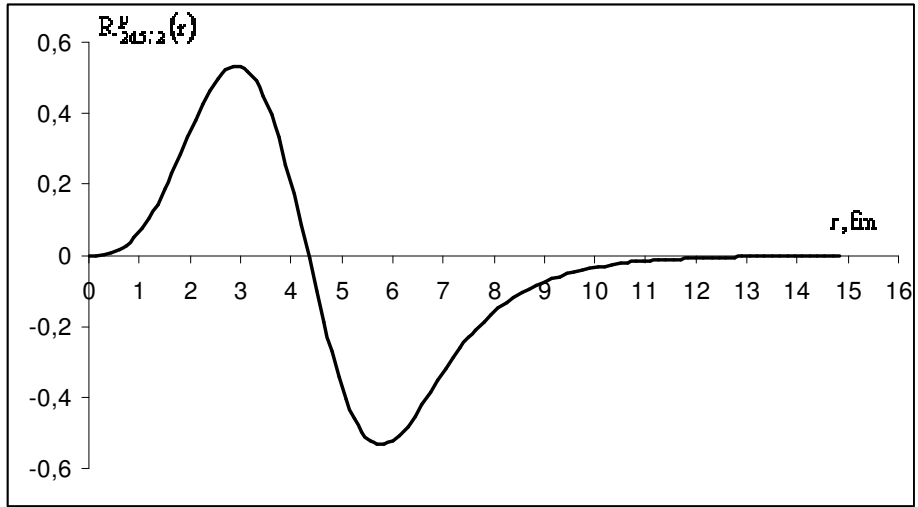
Şekil 5.4a ve Şekil 5.4b ele alınan çekirdeğin nötron ve proton Fermi seviyelerini karakterize eden dalga fonksiyonlarının yarıçapa bağlılığını gösterir.

Şekil 5.4a' da ^{116}Sn çekirdeğinde $2d_{5/2}$ ' deki nötron için dalga fonksiyonu, Şekil 5.4b' de ise $2d_{5/2}$ ' deki proton için dalga fonksiyonu gösterilmiştir. Her iki durum için baş kuantum sayısı 2 olması nedeniyle uygun dalga fonksiyonunun sonsuzluk hariç, iki tane sıfır değeri vardır ki bu durum kuantum mekaniğinin temel prensiplerini sağlar.

Şekil 5.4a ve Şekil 5.4b karşılaştırıldığında Coulomb potansiyelinin dalga fonksiyonlarına çok fazla etki etmediği görülür. Şekil 5.3a ve Şekil 5.3b' de gösterilen enerji spektrumları ve onlara karşılık gelen dalga fonksiyonları GT geçişleri ile ilgili problemlerde baz olarak kullanılmıştır. Ele alınan baz, n baş kuantum sayısını $\Delta n = 0,1,2,3\dots$ şeklinde değiştiren bütün nötron ve proton geçişlerini kapsamaktadır.



(a)



(b)

Şekil 5.4. ^{116}Sn çekirdeğinde Fermi seviyelerini karakterize eden dalga fonksiyonlarının yarıçapa bağlılığı. (a) ^{116}Sn nötron dalga fonksiyonu ve (b) ^{116}Sn proton dalga fonksiyonu

Ele alınan bazın ne derecede güvenilir olduğu hesaplanan Ikeda toplam kuralı ile kontrol edilebilir. Çizelge 5.1’de incelenen çekirdekler için hesaplanmış Ikeda toplam kuralı gösterilmiştir.

Çizelge 5.1’de β^- toplam geçiş gücünün, ikinci sütunda tek kuazi parçacık yaklaşımındaki değerleri (SQP) ile üçüncü ve dördüncü sütunlarda ise şematik model (SM) ve Pyatov metodu (PM) ile hesaplanmış değerleri gösterilmektedir. Beşinci, altıncı ve yedinci sütunlarda aynı şekilde β^+ geçiş gücünün değerleri gösterilmektedir. Sekizinci sütunda Pyatov metodu ile hesaplanmış geçiş güçlerinin Ikeda toplam kuralı verilmiş olup sonuncu sütunda Ikeda toplam kuralının gerçek değerleri verilmiştir.

Görüldüğü gibi ele alınan bazla hesaplanmış Ikeda toplam kuralı, kesin toplam kuralından yaklaşık $\%(1-1,5)$ kadar farklıdır. Bu hassaslık günümüz hesaplamaları için gayet iyi sayılır.

Bu çalışmada ^{74}Kr , ^{76}Kr ve ^{116}Sn çekirdekleri ana çekirdek kabul edilerek ^{74}Rb , ^{75}Rb , ^{76}Rb , ^{77}Rb , ^{116}Sb ve ^{117}Sb çekirdeklerinde GT β^- geçiş gücü dağılımı, ^{74}Br , ^{75}Br , ^{76}Br , ^{77}Br , ^{116}In ve ^{117}In çekirdeklerinde ise GT β^+ geçiş güç dağılımı, şematik model ve Pyatov yöntemiyle hesaplanarak birbiriyle kıyaslanmıştır. Bu kıyaslamaların amacı Pyatov yöntemiyle yapılmış uygun restorasyondan sonra var olan \hat{h} etkin etkileşmesinin etkisinin incelenmesidir.

Çizelge 5.1. İncelenen çekirdekler için Ikeda toplam kuralı

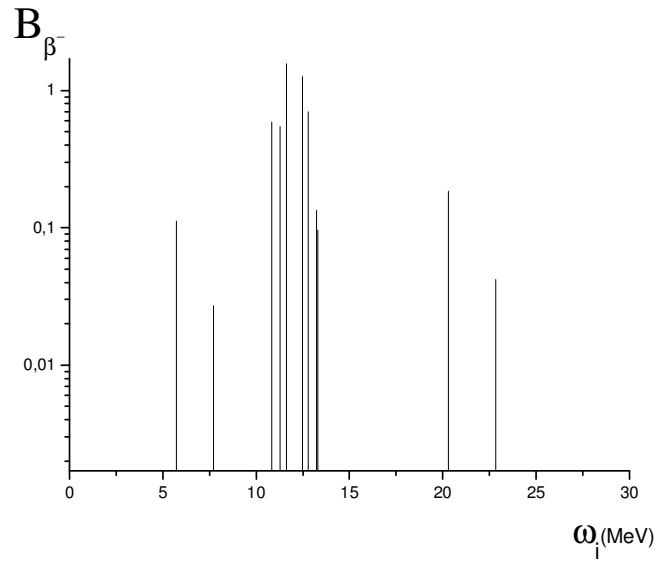
| | S(-) | | | S(+) | | | S(-) - S(+) | | 3(N-Z) |
|-------------------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|-------------|---------|--------|
| | SQP | SM | PM | SQP | SM | PM | SM | PM | |
| ^{116}Sn | 50.073 | 48.8092 | 47.8779 | 2.4666 | 1.685 | 0.0579 | 47,1242 | 47.82 | 48 |
| ^{74}Kr | 12.3525 | 9.7511 | 5.4283 | 7.1348 | 4.5336 | 0.1168 | 5,2175 | 5.3111 | 6 |
| ^{76}Kr | 16.2217 | 14.4238 | 11.6404 | 4.2087 | 2.4134 | 0.1251 | 12,0104 | 11.5153 | 12 |

Şekil 5.5a ve b' de ^{74}Rb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.5a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.5b) karşılaştırılmıştır. Her iki şekilde uyarılmış durumların enerjileri, çift-çift ana çekirdeğin taban durumundan hesaplanmıştır.

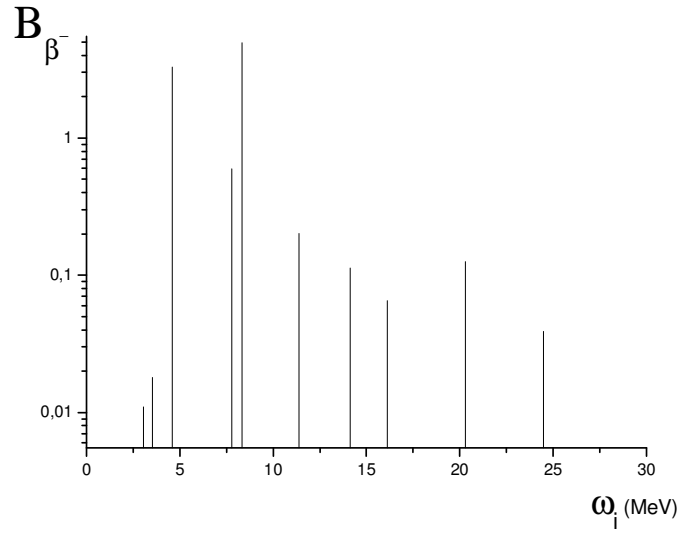
Pyatov yöntemindeki dağılımda (Şekil 5.5a) 1^+ uyarılmış durumlarının spektrumunun üç enerji bölgesine ayrıldığı görülmektedir. Bunlardan birincisi 5-8 MeV aralığında bulunan düşük enerjili bölgedir. Bu bölge geçiş gücünün yaklaşık %5-10'luk bir kısmını tüketir. GTR durumunu içeren ikinci bölge ise 10-14 MeV enerji aralığındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %80-90'ını tüketir. Yüksek enerji bölgesi olan 20-23 MeV aralığı ise Ikeda toplam kuralının yaklaşık % 5-10'luk kısmını tüketir.

Şekil 5.5b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında geçiş dağılımının max olduğu bölge (GTR' yi içeren bölge) 5-8 MeV civarındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %80-90'nını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmı ise 10-25 MeV aralığında homojen bir şekilde dağılmaktadır.

Şekil 5.5a ve b mukayese edildiğinde yukarıda sözü edilen \hat{h} etkin etkileşmesinin ^{74}Rb çekirdeğinde β^- geçişi için itici karakterli olduğu söylenebilir. Bu durum Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modelle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden 5-6 MeV daha yüksek enerji bölgesinde olmasından kaynaklanır.



(a)

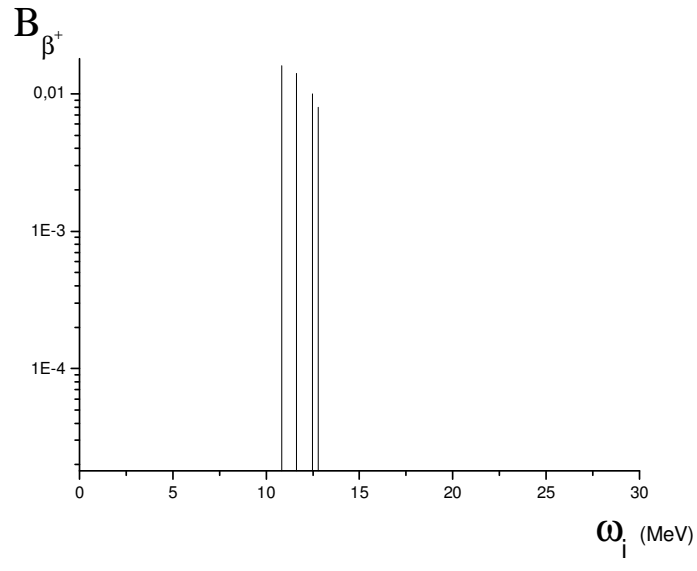


(b)

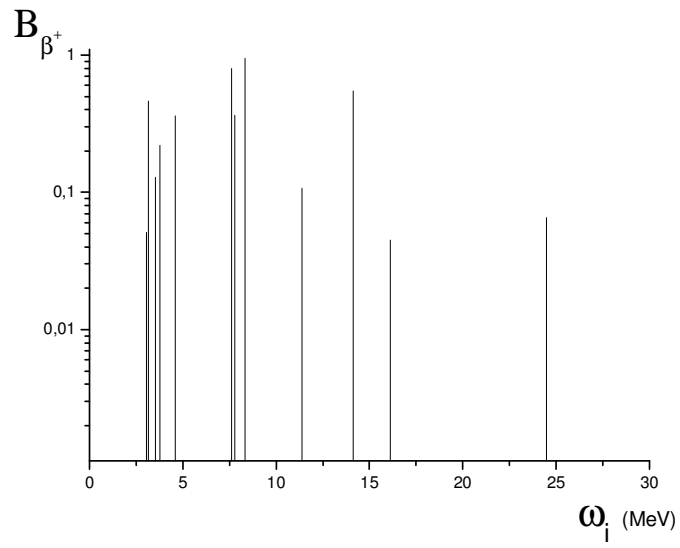
Şekil 5.5. ^{74}Rb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

Şekil 5.6a ve b' de ise ^{74}Br izotopunda Pyatov yöntemiyle (Şekil 5.6a) ve şematik model ile (Şekil 5.6b) hesaplanmış β^+ geçiş güç dağılımları verilmiştir. Bu şekiller karşılaştırıldığında Pyatov yöntemi ile hesaplanan dağılımda (Şekil 5.6a) toplam kuralının büyük bir kısmını 10-13 MeV aralığı tüketir. Şematik modelle hesaplanan β^+ geçiş güç dağılımı ise (Şekil 5.6b) homojene yakın bir dağılım göstermiştir. Ayrıca Pyatov yöntemi ile hesaplanan dağılımdaki (Şekil 5.6a) durum sayısı, şematik modelle hesaplanan dağılımdakine nazaran daha azdır.

Şekillere bakıldığında β^+ toplam geçiş gücünün şematik modelle hesaplanmış değerinin, Pyatov yöntemiyle hesaplanmış uygun değerinden yaklaşık 40 defa daha büyük olduğu hem Şekil 5.6a ve b' den hem de Çizelge 1' den görülmektedir.



(a)



(b)

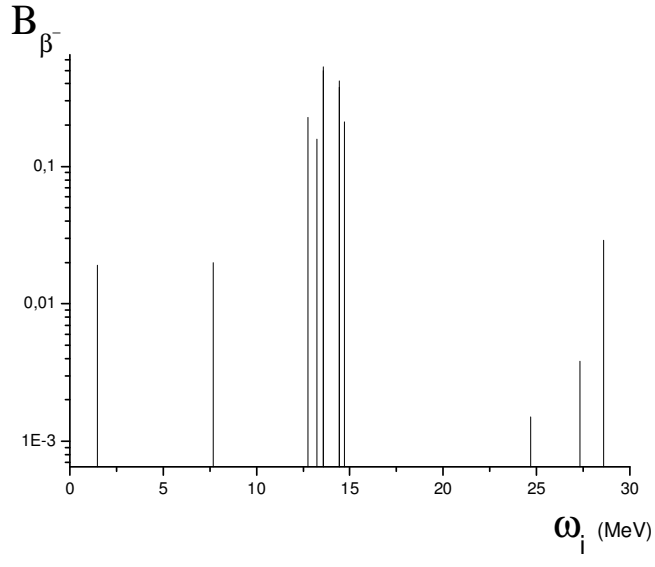
Şekil 5.6. ^{74}Br izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

Şekil 5.7a ve b' de ^{75}Rb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.7a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.7b) karşılaştırılmıştır.

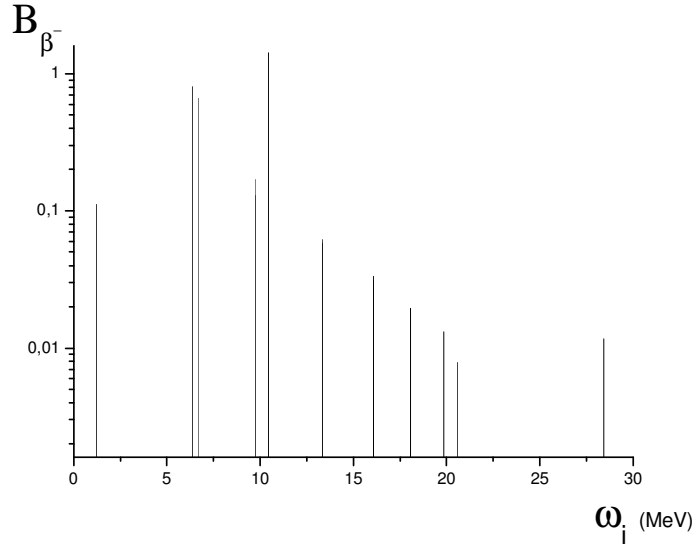
Pyatov yöntemindeki dağılımda (Şekil 5.7a) üç enerji bölgesine ayrıldığı görülmektedir. Bunlardan birincisi 1,5-8 MeV aralığında bulunan düşük enerjili bölgedir. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %5'lik bir kısmını tüketir. GTR durumunu içeren ikinci bölge ise 13-15 MeV aralığındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %80-90'ını tüketir. Yüksek enerji bölgesi olan 24-30 MeV aralığı ise Ikeda toplam kuralının yaklaşık % 5-10'luk kısmını tüketir.

Şekil 5.7b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında GTR bölgesi 6-11 MeV enerji aralığındadır.. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %80-90'nını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmı ise 13-30 MeV aralığında homojene yakın bir dağılım göstermektedir.

Şekil 5.7a ve b karşılaştırıldığında \hat{h} etkin etkileşmesinin ^{75}Rb izotopunda β^- geçişi için itici karakterli olduğu söylenebilir. Bu durum Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modelle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden 4-6 MeV daha yüksek enerjili bölgede olmasından kaynaklanır.



(a)



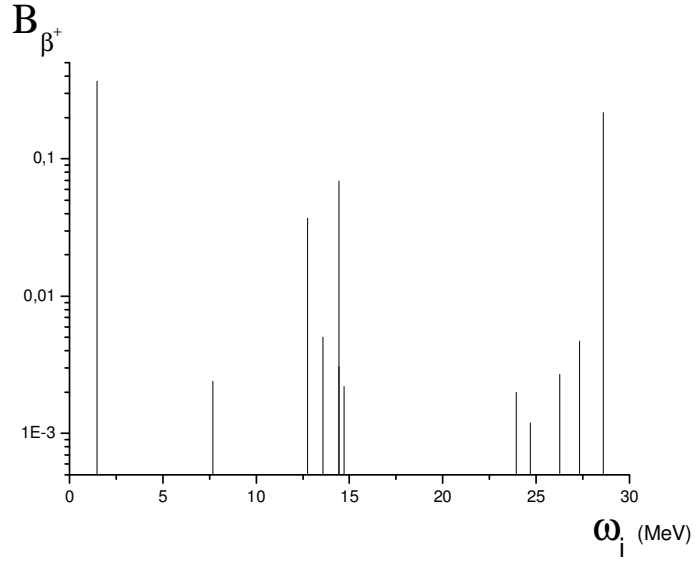
(b)

Şekil 5.7. ^{75}Rb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

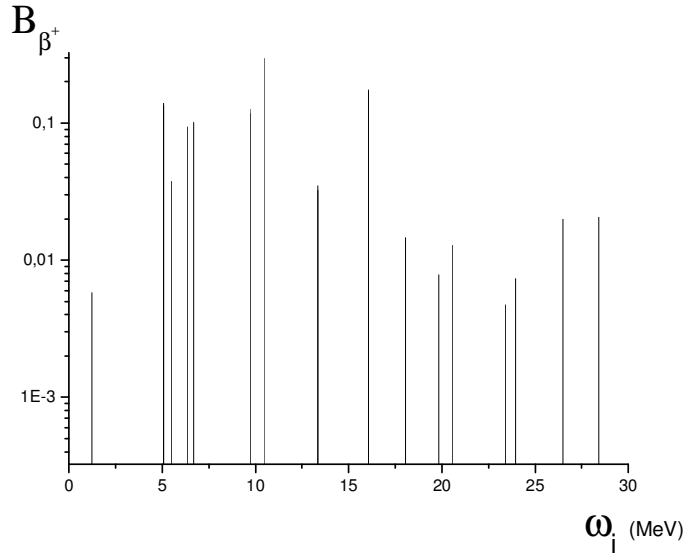
Şekil 5.8a ve b' de ^{75}Br çekirdeğinde β^+ geçişi için Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.8a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.8b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.8a) taban-taban durumu geçişi olan spektrumu üç bölgeye ayırmak mümkündür. Bunlardan birincisi 1-1,5 MeV aralığındaki düşük enerjili mikroskobik bölgedir. bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık % 60'ını tüketir. İkinci bölge ise 13-15 MeV aralığındadır. Bu bölge ise toplam kuralının çok küçük bir kısmını tüketir. 23-28 MeV aralığında ise üçüncü bölge görülmektedir. Bu bölge toplam kuralının geriye kalan % 35-40'lık bir kısmını tüketir.

Şekil 5.8b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında ise homojene yakın bir dağılım görülmektedir. Ayrıca Pyatov yöntemiyle hesaplanmış β^+ toplam geçiş gücü, şematik modelle hesaplanmış toplam geçiş gücünden yaklaşık 4 defa daha küçüktür.



(a)



(b)

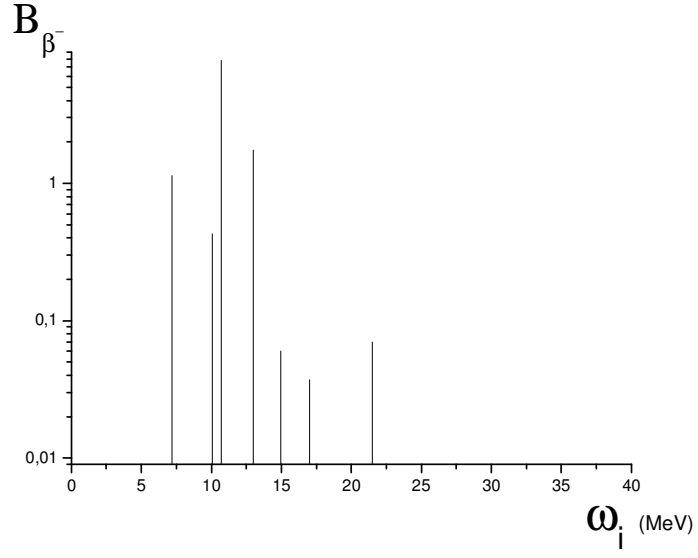
Şekil 5.8. ^{75}Br tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

Şekil 5.9a ve b' de ^{76}Rb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.9a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.9b) karşılaştırılmıştır.

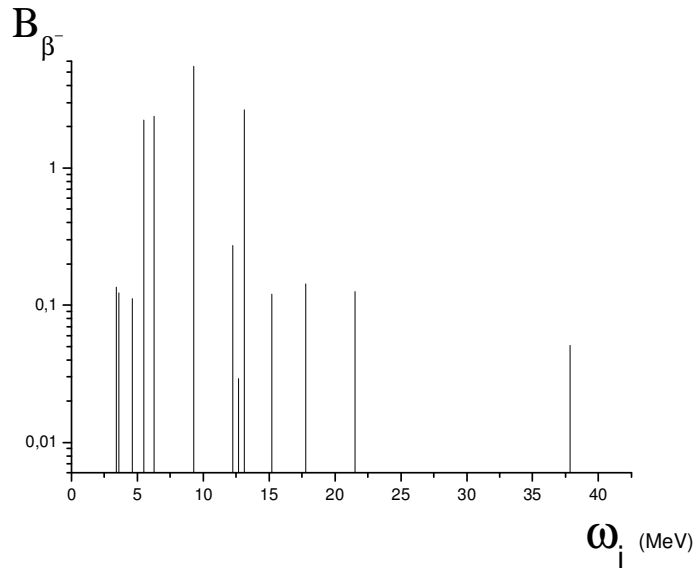
Pyatov yöntemiyle hesaplanmış (Şekil 5.9a) GTR bölgesini içeren enerji bölgesi 11 MeV civarındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %95'ini tüketir. Geriye kalan %5'lik kısmını ise 15-22 MeV enerji aralığı tüketmektedir.

Şekil 5.9b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında GTR bölgesini içeren enerji bölgesi 9 MeV civarındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %95'ini tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmı ise 3-5 MeV ile 15-37 MeV aralığındadır.

Şekil 5.9a ve b karşılaştırıldığında ^{74}Rb çekirdeğinde β^- geçişi için Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modelle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden yaklaşık 2 MeV daha yüksek enerjili bölgede olmasından dolayı \hat{h} etkin etkileşmesinin itici karakterli olduğu söylenebilir.



(a)



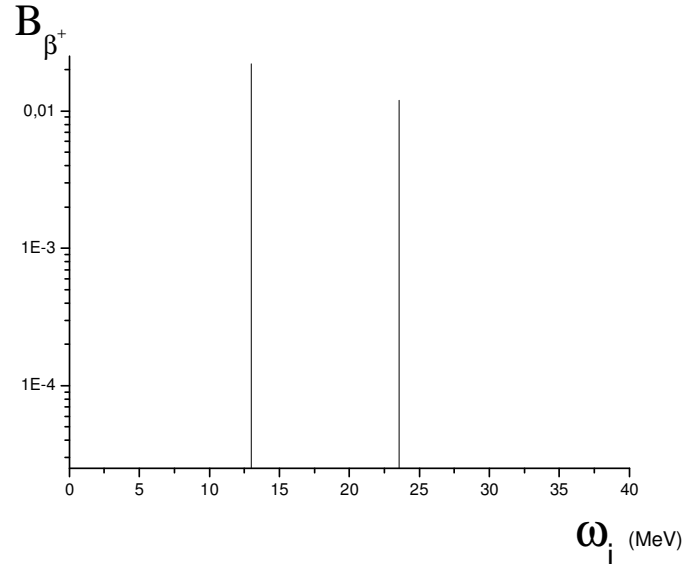
(b)

Şekil 5.9. ^{76}Rb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

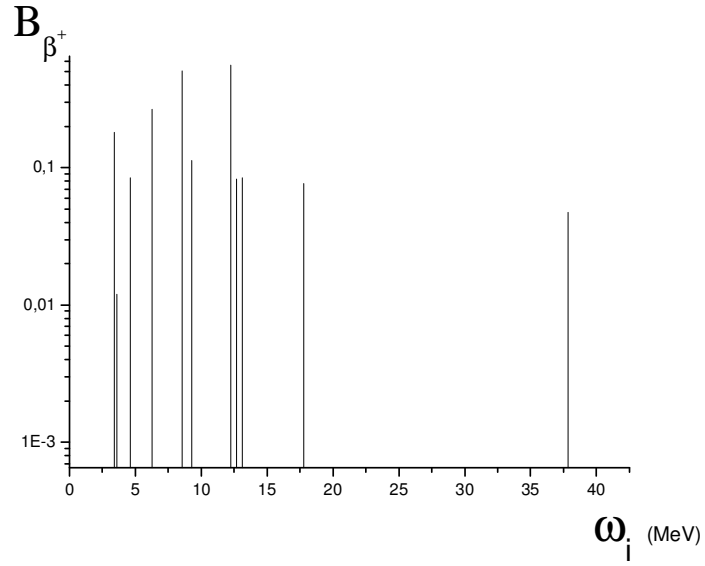
Şekil 5.10a ve b' de ^{76}Br izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.10a) ile şematik modellerle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.10b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.10a) 13 MeV ve 23 MeV civarında geçişler görülmektedir. Bu dağılımdaki durum sayısı oldukça azdır. Toplam geçiş gücü 1-2 durumda yoğunlaşmıştır. Şekil 5.10b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında ise spektrum 3-18 MeV aralığında homojene yakın bir dağılım görülmektedir. Bu dağılımdaki durum sayısı ise oldukça fazladır.

Şekil 5.10a ve b karşılaştırıldığında ^{76}Br çekirdeğinde β^+ geçişi için Pyatov yöntemiyle hesaplanmış toplam geçiş gücü, şematik modellerle hesaplanmış toplam geçiş gücünden yaklaşık 20 defa daha düşüktür. Bu durum Çizelge 1'den de görülmektedir.



(a)



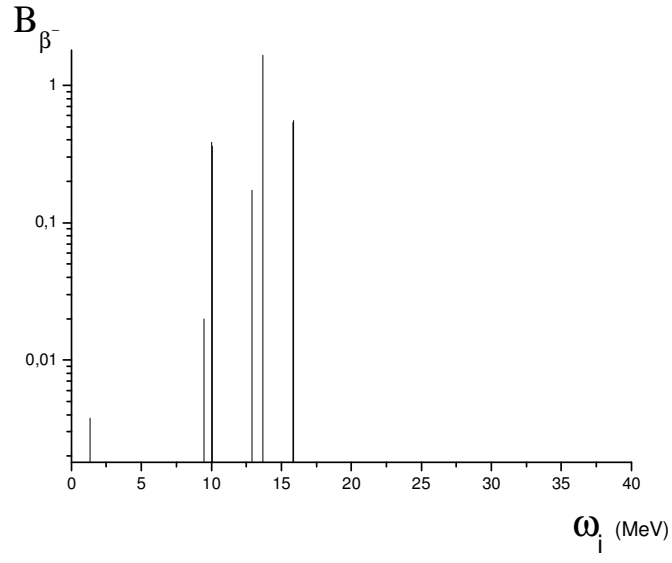
(b)

Şekil 5.10. ^{76}Br izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

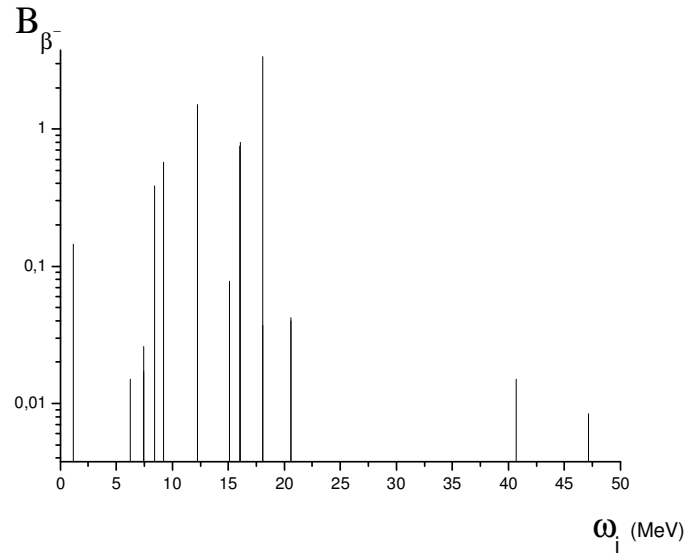
Şekil 5.11a ve b' de ^{77}Rb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.11a) ile şematik modellerle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.11b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.11a) GTR bölgesi yaklaşık 10-16 MeV civarındadır. Şekil 5.11b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında GTR bölgesini içeren enerji aralığı ise 12-18 MeV civarındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %90'ını tüketir.

Şekil 5.11a ve b karşılaştırıldığında ^{77}Rb çekirdeğinde β^- geçişi için \hat{h} etkin etkileşmesinin çekici karakterli olduğu söylenebilir. Bu durum Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modellerle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden yaklaşık 2 MeV daha düşük enerjili bölgede olmasından kaynaklanır.



(a)



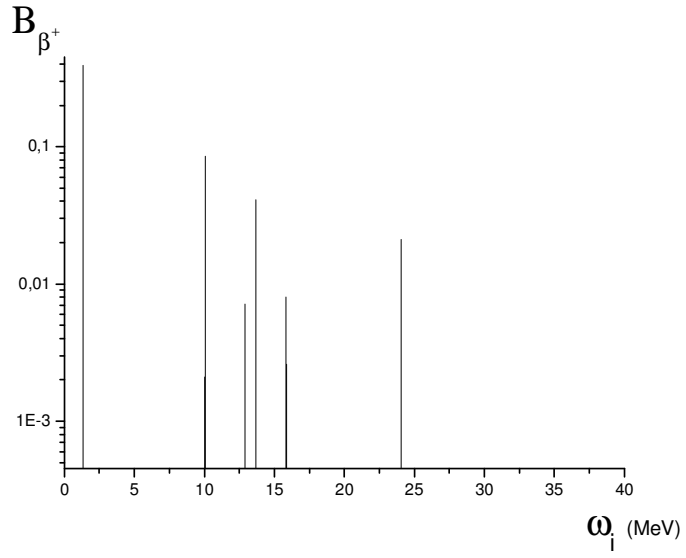
(b)

Şekil 5.11. ^{77}Rb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

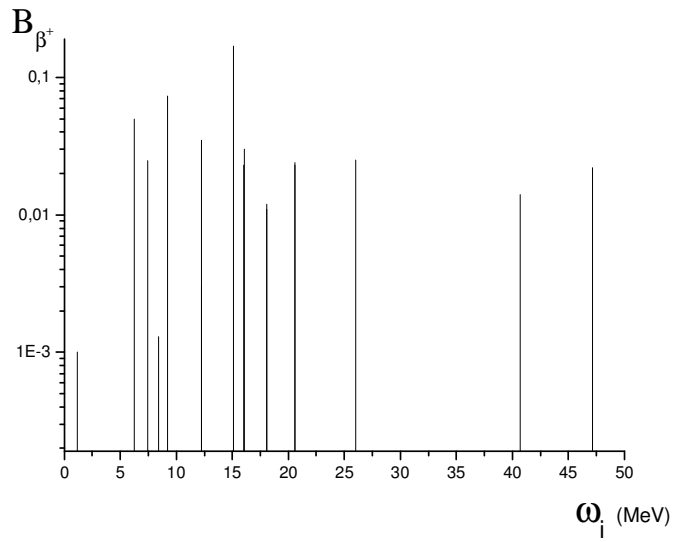
Şekil 5.12a ve b' de ^{77}Br izotopunda β^+ geçişi için Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.12a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.12b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.12a) üç bölgeden söz etmek mümkündür. İlki yaklaşık 1-1,5 MeV civarında olan düşük enerjili bölgedir. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık % 80'nini tüketmektedir. Şekil 5.12b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında spektrum homojene yakın bir dağılım görülmektedir.

Şekil 5.12a ve b karşılaştırıldığında ^{77}Br çekirdeğinde Pyatov yöntemiyle hesaplanmış β^+ toplam geçiş gücü, şematik modelle hesaplanmış β^+ toplam geçiş gücünden yaklaşık 7-8 kat küçüktür. Ayrıca Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımdaki durum sayısı, şematik modelle hesaplanmış dağılımdaki durum sayısından azdır.



(a)



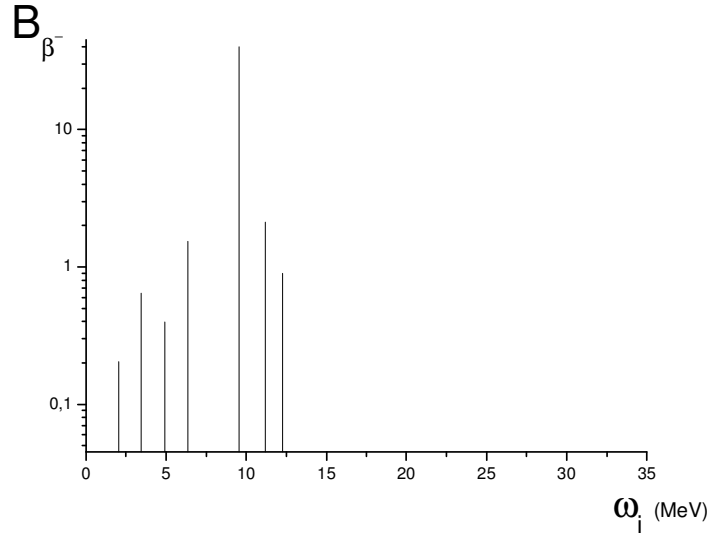
(b)

Şekil 5.12. ^{77}Br tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

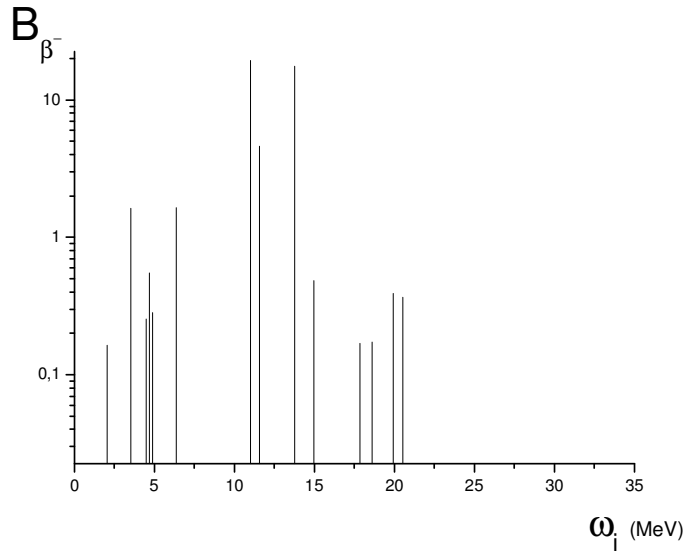
Şekil 5.13a ve b' de ^{116}Sb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.13a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.13b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.13a) GTR bölgesi yaklaşık 9-10 MeV civarındadır. Bu bölge toplam kuralının yaklaşık %85-90'nını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmını ise 2-7 MeV aralığı (yaklaşık %2-5'lik kısmını) ile 12-13 MeV aralıkları (yaklaşık %10'luk kısmını) tüketir . Şekil 5.13b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında GTR bölgesini içeren enerji aralığı 11-13 MeV civarındadır. Bu bölge Ikeda toplam kuralının yaklaşık %85-90'nını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmını ise 2-7 MeV aralığı (yaklaşık %2-5'lik kısmını) ile 17-21 MeV aralıkları (yaklaşık %10'luk kısmını) tüketir .

Şekil 5.13a ve b karşılaştırıldığında ^{116}Sb çekirdeğinde β^- geçişi için \hat{h} etkin etkileşmesinin çekici karakterli olduğu söylenebilir. Bu durum Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modelle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden yaklaşık 2-3 MeV daha düşük enerjili bölgede olmasından kaynaklanır.



(a)



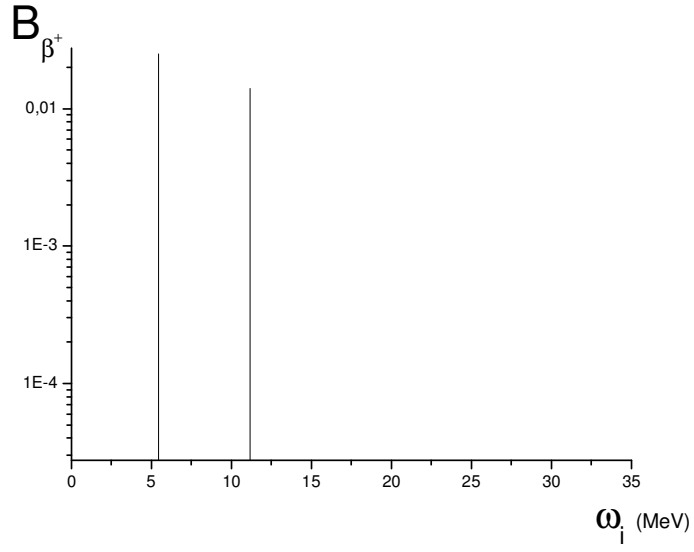
(b)

Şekil 5.13. ^{116}Sb izotopunda GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

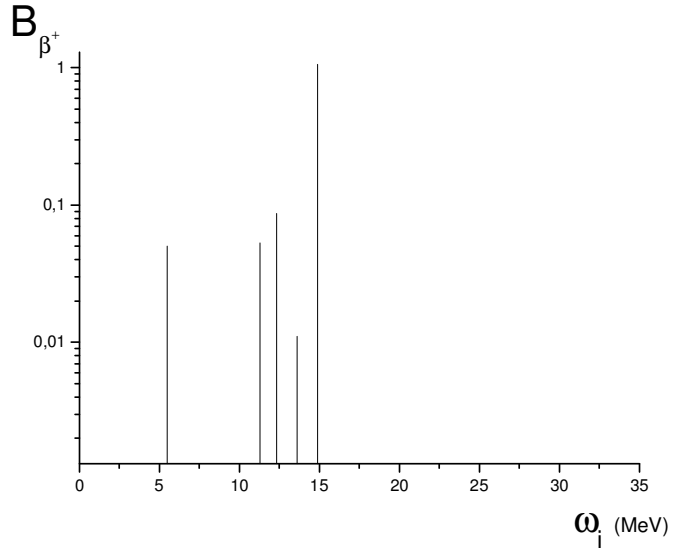
Şekil 5.14a ve b' de ^{116}In izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.13a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.14b) karşılaştırılmıştır.

Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.14a) 5 MeV civarında ve 12 MeV civarında geçişler görülmektedir. Bu dağılımdaki durum sayısı oldukça azdır ve toplam geçiş gücü 1-2 durumda yoğunlaşmıştır. Şekil 5.14b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında 11-15 MeV enerji aralığı Ikeda toplam kuralının büyük bir kısmını tüketir. Bu dağılımdaki durum sayısı, Pyatov yöntemi ile hesaplanmış dağılımdaki durum sayısı ile kıyaslandığında daha fazladır.

Şekil 5.14a ve b karşılaştırıldığında ^{116}In çekirdeğinde β^+ geçişi için Pyatov yöntemiyle hesaplanmış toplam geçiş gücü, şematik modelle hesaplanmış toplam geçiş gücünden yaklaşık 30-40 defa daha düşüktür. Bu durum Çizelge 1'den de görülmektedir.



(a)



(b)

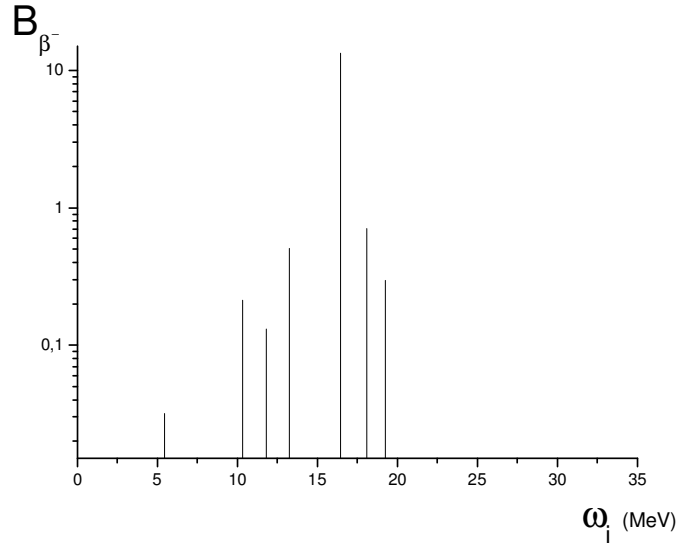
Şekil 5.14. ^{116}In izotopunda GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı. (a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

Şekil 5.15a ve b' de ^{117}Sb izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.15a) ile şematik modellerle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.15b) karşılaştırılmıştır.

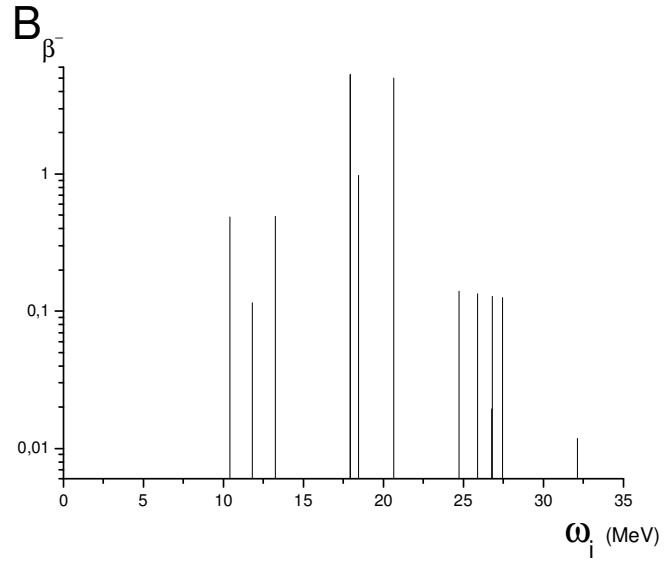
Pyatov yöntemiyle hesaplanmış dağılımda (Şekil 5.15a) GTR bölgesi yaklaşık 16-17 MeV civarındadır. Bu bölge toplam kuralının %90'lık bir kısmını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmını ise 5-13 MeV aralığı (yaklaşık %5'lik kısmını) ile 18-20 MeV aralığı (yaklaşık %5'lik kısmını) tüketir.

Şekil 5.15b' de gösterilen şematik model hesaplamalarında spektrum üç bölgeye ayrılabilir. Birinci bölüm 10-13 MeV aralığında İkeda toplam kuralının % 5'ini tüketir. GTR bölgesini içeren enerji aralığı 18-21 MeV civarındadır. Bu bölge İkeda toplam kuralının yaklaşık %85-90'ını tüketir. Toplam kuralının geriye kalan kısmı ise 25-28 MeV aralığında homojen bir şekilde dağılmaktadır..

Şekil 5.15a ve b karşılaştırıldığında ^{117}Sb çekirdeğinde β^- geçişi için \hat{h} etkin etkileşmesinin çekici karakterli olduğu söylenebilir. Bu durum Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR bölgesinin, şematik modellerle hesaplanmış uygun GTR bölgesinden yaklaşık 2-3 MeV daha düşük enerjili bölgede olmasından kaynaklanır.



(a)



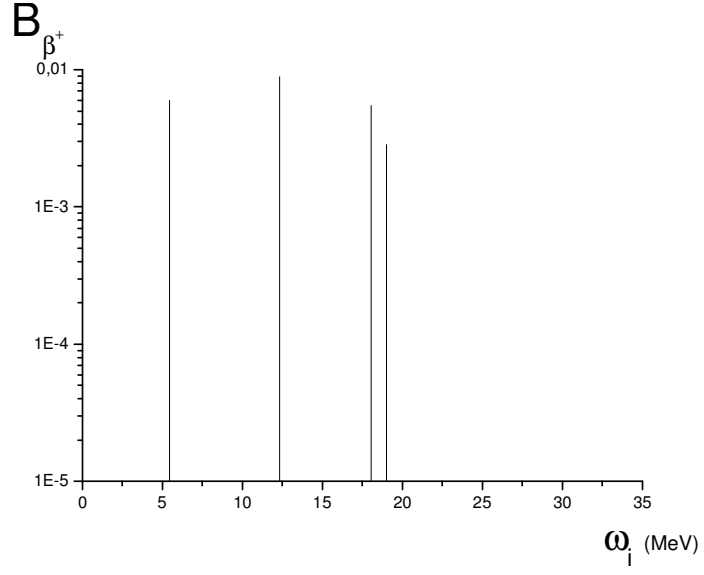
(b)

Şekil 5.15. ^{117}Sb tek çekirdeğinde GT β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

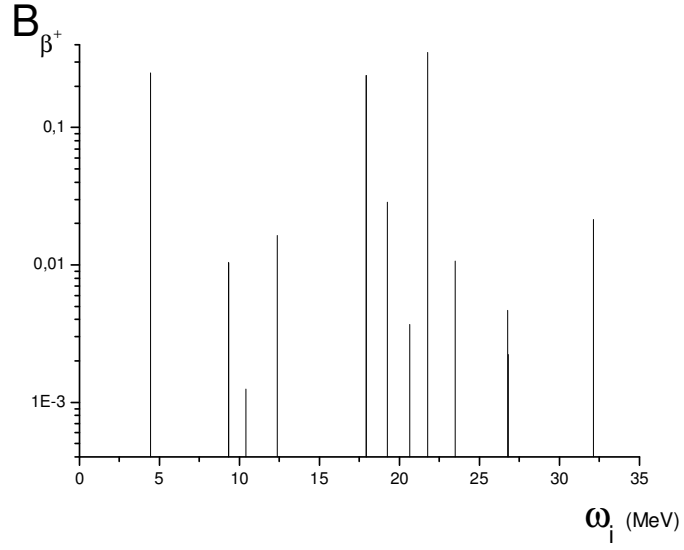
Şekil 5.16a ve b' de ^{117}In izotopunda Pyatov yöntemiyle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.16a) ile şematik modelle hesaplanmış sonuçlar (Şekil 5.16b) karşılaştırılmıştır.

Şekil 5.16a ve b karşılaştırıldığında Pyatov yöntemi ile hesaplanmış dağılımdaki durum sayısının, şematik modelle hesaplanmış dağılımdaki durum sayısından az olduğu görülür.

^{117}In çekirdeğinde her iki yöntemde de homojene yakın bir dağılım görülmektedir. Ancak Pyatov yöntemiyle hesaplanmış β^+ toplam geçiş gücü, şematik modelle hesaplanmış değerden yaklaşık 30-40 kez daha küçüktür.



(a)



(b)

Şekil 5.16. ^{117}In tek çekirdeğinde GT β^+ geçiş gücünün enerji dağılımı.(a) Pyatov yöntemine, (b) Şematik modele karşılık gelir.

Çizelge 5.2’de ele alınan ^{117}Sb izotopunda β^- geçişi için Pyatov metodu ile hesaplanan uyarılmış enerjileri ve geçiş güçlerinin, deney ve diğer teorik hesaplama sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu çizelgede gösterilen deneysel veriler ve diğer teorik hesaplama sonuçları Ref. [23]’den alınmıştır. Çizelge 5.2’de ilk sütun deneyde elde edilen uyarılmış enerjileri (E_x^{exp}), ikinci sütun deneyde elde edilen tesir kesitlerini vermektedir. Tesir kesiti GT geçiş gücüyle doğru orantılı bir büyüklüktür. Üçüncü ve dördüncü sütunlarda Ref. [23]’de ele alınan yöntemle hesaplanmış uyarılmış enerjileri (E_x^{cal}) ve geçiş güçleri (GT strength) gösterilmiştir. Beşinci ve altıncı sütunlarda Pyatov metodu ile hesaplanmış uyarılmış enerjileri (E_{PM}) ve geçiş güçleri ($B_{\text{GT}}^{\text{PM}}$) gösterilmiştir. Son iki sütun ise şematik model ile hesaplanmış uyarılmış enerjileri (E_{SM}) ve geçiş güçlerini ($B_{\text{GT}}^{\text{SM}}$) göstermektedir.

Çizelge 5.2 incelendiğinde deneyde GTR 11,27 MeV civarında iken Pyatov metodu ile hesaplanan enerji 10,97 MeV’ dir. Şematik model ile hesaplanmış enerji ise 13,45 MeV civarında, Ref. [23]’deki yöntemle hesaplanmış GT rezonansının merkezi ise 12,38 MeV’ dir. Görüldüğü gibi deneyde en yakın değeri veren yöntem Pyatov yöntemidir.

Çizelge 5.2 ^{117}Sb izotopunda β^- geçişi için Pyatov metodu ile hesaplanan uyarılma enerjileri ve GT geçiş güçlerinin deney ve diğer teorik hesaplama sonuçları ile karşılaştırılması

| E_x^{exp} (MeV) | $d\sigma/d\Omega(0^\circ)$ (mb/sr) | E_x^{cal} (MeV) | GT Strength % | E_{PM} (MeV) | $B_{\text{GT}}^{\text{PM}}$ | E_{SM} (MeV) | $B_{\text{GT}}^{\text{SM}}$ |
|-----------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|------------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| g.s. | $0,06 \pm 0,01$ | | | 9,5 | 0,032 | 0,99 | 0,075 |
| $2,17 \pm 0,11$ | $0,37 \pm 0,04$ | | | | | | |
| $3,77 \pm 0,05$ | $2,5 \pm 0,3$ | 3,9 | 3,5 | | | | |
| $5,41 \pm 0,05$ | $3,2 \pm 0,3$ | 4,8 | 7,7 | 4,86 | 0,212 | 5,957 | 0,486 |
| $7,54 \pm 0,05$ | $5,3 \pm 0,4$ | 6,1 | 3,6 | 6,336 | 0,1317 | 6,93 | 0,079 |
| 11,27(IAR) | $6,7 \pm 0,2$ | 8,0 | 13 | 7,79 | 0,510 | 7,13 | 0,076 |
| $12,51 \pm 0,10$ | $15,2 \pm 1,2$ | 11,1 | 60 | 10,97 | 13,28 | 7,34 | 0,116 |
| $11,19 \pm 0,10$ | $(7,4 \pm 0,8)$ | 14,3 | 40 | 12,63 | 0,70 | 8,79 | 0,49 |
| $13,85 \pm 0,10$ | $(7,7 \pm 0,8)$ | | | 13,80 | 0,296 | 13,44 | 5,29 |
| $15,50 \pm 0,50$ | $8,0 \pm 0,9$ | | | 16,32 | 0,029 | 13,45 | 5,31 |
| $22,00 \pm 0,50$ | $26,7 \pm 3,0$ | | | | | 13,99 | 0,98 |
| | | | | | | 16,20 | 4,99 |
| | | | | | | 20,28 | 0,14 |
| | | | | | | 21,39 | 0,14 |

Sonuç olarak

- \hat{h} etkin etkileşmesinin bazı çekirdeklerde itici, bazı çekirdeklerde ise çekici karaktere sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Genel olarak h etkin etkileşmesi, hafif çekirdeklerde itici karakterde iken ağır çekirdeklerde çekici karaktere dönüşmektedir.
- Pyatov metodu ile restorasyondan sonra gelen \hat{h} etkin etkileşmesi beta güçlerinin azalmasına neden olmuştur. Bu azalma β^- ve β^+ geçişlerinde yaklaşık olarak aynı olduklarından toplam kuralını fazla değiştirmemiştir. Azalma β^- geçiş güçlerinde az olmasına karşı β^+ geçiş güçlerinde oldukça fazladır. Toplam β^+ geçişi β^- geçiş gücünden yaklaşık $(N-Z)$ defa daha küçük olduğu için \hat{h} etkin etkileşmesi daha çok β^+ geçiş güçleri üzerinde azalma yaratmıştır.
- ^{74}Kr , ^{75}Kr ve ^{76}Kr izotoplarında \hat{h} etkin etkileşmesinin itici karakterli olduğu söylenebilir. Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR enerji değerleri, şematik model ile hesaplanmış uygun değerlerden daha yüksektir. Bu izotoplar için $(N-Z)$ arttıkça GTR enerjileri arasındaki fark azalmaktadır.
- ^{77}Kr , ^{116}Sn ve ^{117}Sn izotoplarında ise \hat{h} etkin etkileşmesinin çekici karakterli olduğu söylenebilir. Pyatov yöntemiyle hesaplanmış GTR enerji değerleri, şematik model ile hesaplanmış uygun değerlerden daha düşüktür. Bu izotoplarda $(N-Z)$ arttıkça GTR enerjileri arasındaki fark azalmaktadır.
- Pyatov yöntemi ile hesaplanmış tek çekirdekler arasındaki β^- ve β^+ toplam geçiş güçlerinin, diğer yöntemlerle kıyaslandığında deneysel verilere daha yakın olması bu tür hesaplamalarda Pyatov yönteminin önemli olduğunu göstermektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Ikeda, K., Fujii, S. ve Fujita, J.I., “The (p,n) reactions and beta decays”, *Phys. Lett.* **3**, 271-272, 1963.
- [2] Doering, R.R., “Observation of giant Gamow-Teller strength in (p,n) reactions”, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1691-1693, 1975.
- [3] Gaarde, C., Kemp, K., Naumov, Y.V. ve Amundson P.R., “Decay from the analogue state of the ^{51}Ti g.s.”, *Nucl. Phys. A* **143**,497,1970.
- [4] Bainum D.E., Rapaport, J. Ve Goodman, C.D., “Observation of the giant particle-hole resonances in $^{90}\text{Zr}(p,n)$ ^{90}Nb reactions”, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1751-1754,1980.
- [5] Bergquist, I., Brockstedt, A. Ve Carlen, L., “The ($^3\text{He},t$) reaction at intermediate energies: Spin-isospin transitions to states in ^{12}N and ^{13}N ”, *Nucl. Phys. A* **469**, 648-668, 1987.
- [6] Fujiwara, M., “Structure of the Gamow-Teller resonance in ^{58}Cu studied via the proton- and γ -decay measurements”, *Phys. Atomic Nuclei* **67**,1742-1749, 2004.
- [7] Kuzmin, V.A., ve Soloviev, V.G., “*Description of the Gamow-Teller β^+ decays and (n,p) transitions in spherical nuclei*”, Preprint JINR E4-91-169, Dubna, 1991.
- [8] Homma, H., Bender, E. ve Hirsch, M., “Systematic study of nuclear β decay”, *Phys. Rev. C* **54**, 2972-2985, 1996.
- [9] Salamov, D.I., Küçükburşa, A. ve Maras, I., “Calculation of the log(ft) values for the allowed Gamow-Teller transitions in deformed nuclei using the basis Woods-Saxon wave function”, *Acta Physica Slovaca* **53**, 307-319, 2003.
- [10] Urkedal, P., Zhang, X.Z. ve Hamamoto, I., “Low-lying appreciable Gamow-Teller strength in deformed neutron-rich nuclei”, *Phys. Rev. C* **64**, 054304-1, 2001.
- [11] Staudt, A., Bender, E. ve Muto, K., “Second-generation microscopic predictions pf beta-decay half-lives of neutron-rich nuclei”, *AT. Data and Nuc. Data Tables* **44**, 79-132, 1990.

- [12] Hirsch, M., Staudt, A. ve Muto, K., “Microscopic predictions of β^+/EC -decay half-lives”, *At. Dat. and Nuc. Dat. Tab.* **53**, 165-193, 1993.
- [13] Babacan, T., Salamov, D.I. ve Küçükburca, A., “Gamow-Teller 1^+ states in ^{208}Bi ”, *Phys. Rev. C* **71**, 037303-1, 2005.
- [14] Kimyonok, O., *Gamow-Teller etkileşmesinin özuyumlu biçimde incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Dumlupınar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kütahya, Türkiye, 2004.
- [15] Ünlü, S., *Çekirdekte yük değişimli kollektif titreşimler*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 2006.
- [16] Salamov, D.I., Unlu, S. ve Cakmak, N., “Beta transition properties for neutron rich Sn and Te isotopes by Pyatov method”, *Pramana-J. Phys* **69**, 369-375, 2007
- [17] Çakmak, N., *Tek çekirdeklerde yük değişimli etkileşmelerinin Pyatov yöntemiyle incelenmesi*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 2008.
- [18] Aygör, H.A., “Küresel çekirdeklerde Fermi kuvvetlerinin iki nötrinolu çift beta bozunumuna etkisi”, *Teknoloji* **8**, 263-269, 2005.
- [19] Dang, N.D., Arima, A., Suzuki, T. Ve Yamaji, S., “Study of the gamow-teller resonance in ^{90}Nb and ^{208}Bi ”, *Nucl. Phys. A* **621**, 719-735, 1997
- [20] Civitarese, O., Hess, P.O., Hirsch, J.G. ve Reboiro, M., “Spontaneous and dynamical breaking of mean field symmetries in the proton-neutron quasiparticle random phase approximation and description of double β decay transitions”, *Phys. Rev., C* **59**, 194-199, 1998.
- [21] Pyatov, N.I. ve Salamov, D.I., “Conservation laws and collective excitations in nuclei”, *Nukleonika*, **22**, 127-141, 1977.
- [22] Soloviev, V.G., *Theory of Complex Nuclei*, Pergamon, New York, USA, 1976.
- [23] Jänecke, J., Pham, K., Roberts, D.A. ve Stewart, D., “Fragmentation of Gamow-Teller strength observed in $^{117,120}\text{Sn}$ ($^3\text{He}, t$) $^{117,120}\text{Sb}$ charge-exchange reactions”, *Phys. Rev. C* **48**, 2828-2839, 1993.