

**TEK ÇEKİRDEKLERDE YÜK DEĞİŞİMLİ
ETKİLEŞMELERİNİN PYATOV
YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ**

Necla ÇAKMAK
Doktora Tezi

Fizik Anabilim Dalı
Mayıs - 2008

**Bu tez çalışması Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
(TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir. Proje No: 104T152**

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Necla ÇAKMAK' ın “**Tek Çekirdeklerde Yük Değişimli Etkileşmelerinin Pyatov Yöntemi ile İncelenmesi**” başlıklı **Fizik** Anabilim Dalındaki, Doktora tezi **25 Nisan 2008** tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı - Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı):	Doç.Dr. CEVAD SELAM
Üye	: Prof. Dr. ALİ EKBER KULİEV
Üye	: Prof.Dr. MEMMEDAĞA MEMMEDLİ
Üye	: Prof. Dr. HÜSEYİN ERBİL
Üye	: Prof. Dr. OSMAN YILMAZ

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
.....tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

TEK ÇEKİRDEKLERDE YÜK DEĞİŞİMLİ ETKİLEŞMELERİNİN PYATOV YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

Necla ÇAKMAK

Anadolu Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Cevad SELAM

2008, 72 sayfa

Bu tezde Pyatov yöntemine dayanarak çekirdeğin kabuk modeli Hamiltonyeni ile Gamow-Teller operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulu restore edilmiştir. Söz konusu restore sonucunda Hamiltonyene ilave bir \hat{h}_0 etkin etkileşmesi terimi katkıda bulunmuştur. Daha sonra parçacık-parçacık ve parçacık-eşik kanalında Gamow-Teller etkin etkileşmesi göz önüne alınarak hem çift çekirdekler hem de tek çekirdeklerde beta geçiş süreçleri incelenmiştir. $51 \leq A \leq 129$ kütle bölgesinde tek tek çekirdeklerde GT geçiş gücünün enerji dağılımı, GT rezonansları, çift-çift çekirdekler arasında çift beta bozunumu ve tek çekirdekler arasında ise β^\pm geçişleri incelenmiştir. Bu araştırmalardan elde edilen sonuçlar uygun deneysel değerlerle ve diğer benzer teorik hesaplama sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Araştırma sonucunda benzer süreçler incelenirken tabaka modeli ile yapılan hesaplamalarda tabaka model potansiyelinin yukarıda adı geçen kısmının bozulmuş süper simetri özelliğinin restore edilmesinin önemli olması sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Pyatov yöntemi, GT geçişleri, GT dev rezonansı, QRPA

ABSTRACT

PhD Thesis

THE STUDY OF CHARGE EXCHANGE COLLECTIVE EXCITATIONS IN ODD MASS NUCLEI BY PYATOV METHOD

Necla ÇAKMAK

Anadolu University
Graduate School of Sciences
Department of Physics

Supervisor: Assoc.Prof. Dr.Cevad SELAM
2008, 72 pages

In this thesis, the violated commutation condition between the total shell model Hamiltonian and Gamow Teller operator (GT) has been restored by Pyatov method (PM). An additional effective interaction term (\hat{h}_0) coming from this restoration contributes to the total Hamiltonian. The beta decay process in even mass and odd mass nuclei has been searched by considering the GT effective interactions in the ph and pp channels. Those processes include the energy distribution of GT transition strength and GT resonances in the mass region of $51 \leq A \leq 129$ the two neutrino double beta decay in even-even nuclei, and the β^\pm transition properties in odd mass nuclei. The obtained results have been compared with the corresponding experimental data and the other calculation results. Calculation results show that the restoration of the violated super symmetry property of the mentioned part in shell model potential is important.

Keywords: Pyatov method, GT transitions, GT giant resonance, QRPA

TEŞEKKÜR

Akademik çalışma hayatımın her aşamasında bilgi birikimi ve bilimsel deneyimleri ile yardım ve desteğini esirgemeyen, bana her zaman güç veren ve öğrencisi olmaktan onur duyduğum saygıdeğer hocam Doç. Dr. Cevad SELAM' a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın her aşamasında bilgi birikimi ve bilimsel deneyimleri ile yardım ve desteklerini esirgemeyen Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü öğretim üyesi Prof. Dr. Ali Ekber KULİEV' e, Anadolu Üniversitesi Fizik Bölümü öğretim elemanı Araş. Gör. Dr. Serdar ÜNLÜ' ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Eğitimim ve çalışmam süresince destek ve yardımlarını esirgemeyen, her zaman evlatları olmaktan büyük onur ve mutluluk duyduğum canım Annem' e ve Babam' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın en zor günlerinde, en mutlu günlerinde ve en heyecanlı günlerinde varlığı ile bana güç veren canım ablam Halime Çakmak' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Necla ÇAKMAK

Mayıs - 2008

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	viii
1. GİRİŞ VE AMAÇ.....	1
2. TABAKA MODELİNDE KORUNUM YASALARININ BOZUNMASI VE PYATOV METODU İLE RESTORE EDİLMESİ.....	5
2.1. Giriş.....	5
2.2. Pyatov Metodu ile Bozulmuş Simetritelerin Restore Edilmesi.....	6
2.3. Pyatov Metodunun Gamow-Teller Geçiş Problemine Uygulanması.....	8
3. ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV METODU İLE İNCELENMESİ.....	17
3.1. Giriş.....	17
3.2. Pyatov Metodu İle Bulunan Hamilton Operatörünün QRPA Yöntemiyle Öz değer ve Öz fonksiyonlarının Bulunması.....	17
3.3. Çift Çekirdekler Arasında $\beta^{(\pm)}$ Gamow-Teller Geçişlerinin Matris Elemanlarının Hesaplanması ve Ikeda Toplam Kuralı.....	20
3.4. β^{\pm} Geçiş Logft Değerlerinin Hesaplanması.....	21
3.5. İki Nötrinolu Çift β^{-} Geçiş Nükleer Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	22
3.6. Çift Küresel Çekirdeklerde Pyatov Metodu ile Hesaplanan Sonuçların Deney ve Diğer Teorik Hesaplamalarla Karşılaştırılması.....	24

4. TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV METODU İLE İNCELENMESİ.....	36
4.1. Giriş.....	36
4.2. Tek Çekirdeklerde Pyatov Metodu ile Bulunan Hamilton Operatörünün QRPA Yöntemiyle Öz değer ve Öz fonksiyonlarının Bulunması.....	37
4.3. Tek Çekirdeklerde Gamow-Teller Geçişlerinin Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	39
4.3.1. Çift sayısı değişmeyen durum.....	40
4.3.2. Çift sayısı değişen durum.....	42
4.4. Tek Çekirdeklerin GT Geçişleriyle İlgili Teorik Hesaplamalarının Deneysel Değerlerle Karşılaştırılması.....	44
5. SONUÇLAR.....	55
KAYNAKLAR.....	57
EK-1 Matris Elemanları	66
EK-2 Seküler Denklem	67

ŞEKİLLER DİZİNİ

3.1. Sb izotoplarında farklı yöntemlerle hesaplanmış GTR enerjilerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması.....	26
3.2. GTR ve IAR enerjileri arasındaki enerji farklılıklarının A kütle numarasına bağlılığı.....	27
3.3. ^{76}Ge izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanlarının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı.....	32
3.4. ^{82}Se izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanlarının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı.....	32
3.5. ^{96}Zr izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanlarının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı.....	33
3.6. ^{128}Te izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanlarının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı.....	33
4.3. ^{51}Cr (a), ^{51}Mn (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{50}Cr (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.....	45
4.4. ^{73}Se (a), ^{73}Br (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{72}Se (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.....	46
4.5. ^{127}Ba (a), ^{127}Cs (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{126}Ba (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı.....	47

ÇİZELGELER DİZİNİ

3.1. İncelenen çekirdekler için Ikeda toplam kuralı.....	24
3.2. Sb izotoplarında PM ile hesaplanan GTR enerjilerinin deneysel değerlerle uyum içinde olması için seçilen χ_{pp} ve χ_{ph} değerleri.....	27
3.3. $1^+ \xrightarrow{\beta^+} 0^+$ geçişleri için log (ft) değerleri.....	28
3.4. $1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ geçişleri için log (ft) değerleri.....	29
3.5. İki nötrinolu çift beta geçiş nükleer matris elemanları.....	30
3.6. İki nötrinolu çift beta geçiş yarı ömür değerleri ve f_{2v} değeri.....	31
3.7. χ_{pp} (çökme) - χ_{pp} , χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri.....	35
4.1. β^- geçişi yapan çekirdekler için yapılan hesaplamalarda kullanılan χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri.....	48
4.2. β^+ geçişi yapan çekirdekler için yapılan hesaplamalarda kullanılan χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri.....	49
4.3. Tek çekirdeklerin β^+ geçiş matris elemanlarına farklı terimlerden gelen katkılar.....	51
4.4. Tek çekirdeklerin β^- geçiş matris elemanlarına farklı terimlerden gelen katkılar.....	52
4.5. β^+ geçişi yapan bazı çekirdekler için hesaplanmış logft değerleri.....	53
4.6. β^- geçişi yapan çekirdekler için hesaplanmış logft değerleri.....	54

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

GT	: Gamow-Teller
GTR	: Gamow-Teller Rezonansı
IAR	: İzobar Analog Rezonansı
ISR	: İkedâ Toplam Kuralı
DDR	: Dev Dipol Rezonansı
MDR	: Manyetik Dipol Rezonansı
WS	: Woods-Saxon Potansiyeli
PM	: Pyatov Metodu
SM	: Şematik Model
RPA	: Rasgele Faz Yaklaşımı
QRPA	: Kuazi Rasgele Faz Yaklaşımı
$2\nu\beta\beta$: İki nötrinolu çift beta geçişi
H	: Hamilton operatörü
H_{sp}	: Tek parçacık hamiltonyeni
H_{sqp}	: Tek kuazi parçacık hamiltonyeni
V_c	: Coulomb potansiyeli
$V_{\ell s}$: Spin yörünge potansiyeli
V_1	: Ortalama alan potansiyelinin izovektör kısmını
A	: Nükleon sayısı
$B_{GT}^{(\pm)}$: Beta geçiş güç fonksiyonu
G_{1u}^{\pm}	: Gamow-Teller operatörü
E_p	: Proton enerjisi (MeV)
Ψ_i	: Başlangıç dalga fonksiyonu
Ψ_s	: Son durum dalga fonksiyonu
φ	: Serbest parçacık dalga fonksiyonu
g	: Zayıf etkileşme parametresi
\hat{h}_0	: Etkin etkileşme hamiltonyeni
\hbar	: Planck sabiti
μ	: İndirgenmiş kütle

n	: Durum sayısı
ρ	: Durum yoğunluğu
ω_i	: Gamow-Teller 1^+ durumlarının enerjisi
t	: Bozunma süresi
χ	: Etkin etkileşme parametresi
f_{2v}	: Faz integrali
W	: Çift beta geçiş enerjisi
$\hat{\sigma}$: Spin operatörü
$\hat{\tau}$: İzospin operatörü
ε	: Tek parçacık enerjisi
\hat{a}^+	: Parçacık üretme operatörü
\hat{a}	: Parçacık yok etme operatörü
$\hat{\alpha}^+$: Kuazi parçacık üretme operatörü
$\hat{\alpha}$: Kuazi parçacık yok etme operatörü
\hat{F}	: Tek parçacık operatörü
$f_{vv'}$: İndirgenmiş matris elemanı
\hat{t}_+	: İzospin yükseltgenme operatörü
\hat{t}_-	: İzospin indirgenme operatörü
j	: Toplam açısal momentum kuantum sayısı
m	: Manyetik kuantum sayısı
\hat{C}^+	: Kuazi bozon üretme operatörü
\hat{C}	: Kuazi bozon yok etme operatörü
\hat{D}^+	: Kuazi bozon üretme operatörü
\hat{D}	: Kuazi bozon yok etme operatörü
\hat{Q}_i^+	: Fonon üretme operatörü
\hat{Q}_i	: Fonon yok etme operatörü
d_{np}	: İndirgenmiş matris elemanı
f_{np}	: İndirgenmiş matris elemanı
g_{np}	: İndirgenmiş matris elemanı

- P_{np} : İndirgenmiş matris elemanı
 γ_ρ : Öz uyumlu etkin etkileşme parametresi
 Ψ_{np}^i : Kuazi bozon dalga fonksiyonunun genliği
 Φ_{np}^i : Kuazi bozon dalga fonksiyonunun genliği
 Ω : Tek çekirdeğin dalga fonksiyonu
 N : Bir kuazi parçacık genliği
 R : Üç kuazi parçacık genliği
 $h.e$: Hermitik eşlenik

Alt ve üst indisler

- n : Nötron
 p : Proton
 C : Coulomb
 ℓs : Spin yörünge
 i : GT 1^+ durumlarının sayısı
 ν : Nötrino
 sp : Tek parçacık
 sqp : Tek kuazi parçacık

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Çekirdek yapısını incelerken çözülmesi gereken önemli problemlerden biri farklı kolektif serbestlik derecelerinin analizi ve çekirdeklerin elemanter uyarılmış durumlarının incelenmesidir. Uzun zamandır çekirdeklerin yüksek enerjilerdeki kolektif uyarılmış durumları yani, dev rezonansların özellikleri incelenmektedir. Çekirdeklerin fenomenoloji modellerinde sözü edilen rezonanslar çekirdek yüzeyinin farklı multipollu titreşimlerinin sonucu olarak kabul edilmektedir. Kolektif durumlar spin ve izospinin değişmesini karakterize eden serbestlik dereceleriyle de bağlı olabilir. Bu durumlarda çoğu zaman $\tau = 0$ (izoskaler uyarılmalar) veya $\tau = 1$ (izovektör uyarılmaları) izospinli durumlar ve $m_\tau = 0$ iz düşümlü durumlar incelenir. $m_\tau = 0$ iz düşümlü titreşimlere örnek olarak Dev Dipol Rezonansları (DDR) gösterilebilir. Bu uyarılmış durumlar ele alınan çekirdeğin uyarılmış durumları içerisinde bulunur. Fakat öyle elemanter titreşim modları vardır ki onun izospininin iz düşümü $m_\tau = \pm 1$ ' dir. Bu tür titreşimlere yük değişimli titreşimler denir. Bunlara karşılık gelen uyarılmış durumlar ele alınan çekirdekte değil ona komşu olan çekirdeklerde bulunurlar. Böyle uyarılmış durumlara verilebilecek en iyi örnek Gamow-Teller Rezonans (GTR), İzobar Analog Rezonans (IAR) durumlarıdır. Ele alınan bu çalışmada yalnız Gamow-Teller (GT) uyarılmaları ile ilgili problemler incelenecektir.

GTR deneysel olarak ilk defa hafif çekirdeklerde gözlenmiştir [1-5]. GTR ile ilgili problemlerin çözülmesinde yük değişimli reaksiyonlar çok büyük rol oynamaktadır. İlk araştırmalar 25-45 MeV enerji aralığındaki protonlarla (p,n) reaksiyonlarının incelenmesi olmuştur [6-8]. $E_p > 100$ MeV enerjilerdeki çalışmalar ise 1980' li yılların başında yapılmıştır [9-12]. Daha sonraki dönemlerde hem GTR [13-15] hem de Fermi rezonanslarının [16,17] incelenmesi için ($^3\text{He}, t$) yük değişimli reaksiyonlar ele alınmıştır. Bu reaksiyonlar ve β -gecikmiş γ spektroskopisi ile ilgili çalışmalar halen devam etmektedir [18-23].

Wigner' in süper multipllet modeline göre GTR ve IAR durumları enerjiye göre dejenere durumlar olup aynı süper multipllete dahildirler. Wigner' in süper

multiplet teorisinde çekirdek kuvvetlerinin izotop spine ve spine bağıllığı ihmal edilir. Protonlar arasındaki Coulomb etkileşmesi izospin simetrisini bozduğu için söz konusu etkileşme GTR ve IAR' lar arasındaki dejenereliği kısmen kaldırır. Nükleonlar arasındaki spin yörünge etkileşmesi süper multiplet simetrisini bozduğu için o da GTR ve IAR arasındaki dejenereliği kaldırır. Spin yörünge etkileşmesi spin simetrisini daha fazla bozduğu için (Coulomb etkileşmesinin izospin simetrisini bozma derecesine nazaran) GTR enerji genişliği IAR' ın enerji genişliğinden daha büyüktür. Bu nedenledir ki düşük enerjili durumlar arasındaki GT geçişleri Fermi geçişlerinden daha hızlıdır. Ref. [24,25]' de gösterilmiştir ki bu veya diğer yöntemle spin-spin etkileşme sabiti ortalama alan potansiyeli ile bağlantılı bir biçimde bulunabilir. Fakat GTR' nın açıklanması için ele alınan yük değişimli spin-spin etkin etkileşmeleri ortalama alan potansiyeli ile ilişkilendirilmemiştir ve yük değişimli spin-spin etkin etkileşme sabiti GTR durumunun deneysel değerinden ya da düşük enerjili seviyeler arasındaki β geçiş logft değerlerinden bulunur.

Etkin etkileşme kullanılarak izinli β geçişleri birçok fizikçi tarafından incelenmiştir. Hamamoto [26], yük değişimli spin-spin etkileşmesi nedeniyle küresel tek çekirdeklerde bir kuazi parçacık durumuna üç kuazi parçacık durumunun etkisini incelemiştir. Benzer çalışmalar deformasyonlu çekirdekler için de yapılmıştır [27]. Bu çalışmalarda yalnız düşük enerjili seviyeler arasındaki β geçişler incelenmiştir. Fakat β^- geçiş matris elemanlarının dağılımı incelenmemiştir. Ikeda ve ark. [28,29] Sb izotopları bölgesinde izinli β geçişlerini daha detaylı incelemişlerdir. Kolektif etkin etkileşmeler fikri daha sonra Halbleib ve Sorensen [30] tarafından ele alınmıştır. Yamada ve ark. [30] izinli β geçiş güç fonksiyonunun deneyde gözlenen genel özelliklerini açıklamışlardır. β gücünün enerji dağılımı mikroskobik olarak ayrıntılı bir şekilde Ref. [31-35]' da incelenmiştir. Bu çalışmalarda sadece güç fonksiyonunun enerji dağılımı değil bu güç fonksiyonunun oluşmasında hangi geçişlerin daha etkin olduğu da incelenmiştir. (Eğrinin mikroskobik yapısı incelenmiştir.) Bazı bilim adamları GT ve Fermi geçişlerini sonlu Fermi sistem modeline dayanarak incelenmiştir [21,36-40]. Ref. [41-61]' de ise mikroskobik modele dayanarak elde edilen $\beta^{(\pm)}$ güç fonksiyonları çift β geçiş matris elemanlarının hesaplanması için kullanılmıştır.

Söz konusu matris elemanlarının uygun deneysel değerler ile uyum içinde olması için yük değişimli spin-spin etkin etkileşmeleri yalnız parçacık-delik kanalında değil parçacık-parçacık kanalında da göz önüne alınmıştır. Çift beta geçişlerinde parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşmenin göz önüne alınması kısmen problemi çözsede beraberinde bir sorun getirmiştir. Bu sorun parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşme sabitinin belirli bir değerinde çift beta geçiş matris elemanının birden bire sıfıra gitmesidir (çökme olayı).

Bu zamana kadar GT geçişleri ile yapılan teorik çalışmalara dayanarak aşağıdaki sonuçlara varıldığı söylenebilir:

- Tabaka modeline dayanarak hesaplanan GT β geçiş logft değerleri uygun deneysel değerinden 1-2 birim daha küçüktür. GT etkin etkileşmesinin göz önüne alınmasıyla teoriksel logft değerlerini deneysel değerlere yaklaştırmak mümkün olmuştur.

- GT β^- toplam geçiş gücü toplam β^+ geçiş gücünden (N-Z) kat daha fazla olmasına rağmen spektroskopik enerji bölgesinde β^+ geçiş gücü β^- geçiş gücünden daha büyük olmaktadır.

- Çift beta geçiş matris elemanının deneysel değerlerle uyum içinde bulunması için parçacık-parçacık kanalında GT etkin etkileşmesinin büyük rol oynadığı kesinleşmiştir.

Bununla birlikte teorinin açıklayamadığı birçok husus vardır:

- Yük değişimli reaksiyonlardan bulunan toplam β^+ ve β^- güçlerinin uygun teoriksel değerlerden yaklaşık iki defa küçük olması.

- Parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşme sabitinin belirli bir değerinde (genellikle bu değer deneysel değere daha yakındır) çift beta geçiş matris elemanının aniden sıfıra gitmesi.

- Aynı etkin etkileşme parametreleri ile düşük enerjili seviyeler arasındaki β geçiş logft değerlerinin, GTR enerjisinin ve çift beta geçiş matris elemanlarının aynı anda açıklanamaması.

β kararlılık vadisinden uzakta bulunan çekirdeklerin β geçiş özelliklerinin teorik olarak farklı modellerle incelenmesi günümüzde de devam etmektedir [57-81].

Bu çalışmamızda Pyatov yöntemi kullanılarak toplam tabaka model Hamiltonyeni ve Gamow-Teller operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulu restore edilerek mikroskobik modelde küresel çekirdeklerin β geçiş özellikleri incelenmiştir.

Tezin birinci bölümünde bu zamana kadar bu konu ile ilgili yapılan teorik çalışmalar taranmış ve bu konuda açıklanan ve açık kalan hususlar gösterilmiştir. İkinci bölümde etkin etkileşme sabitinin Pyatov yöntemiyle ortalama alan potansiyeli ile ilişkisi bulunmuş ve bu metod GT süreçlerine uygulanmıştır. Üçüncü bölümde ise Pyatov yöntemi ile bulunan Hamilton operatörünün özdeğer ve özfonksiyonları Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı (QRPA) yöntemi ile bulunmuş; daha sonra ise çift çekirdeklerde hem tek hem de çift beta geçiş özellikleri incelenmiştir. Tezin dördüncü bölümünde Pyatov metodu ile bulunan Hamilton operatörü tek çekirdekler için QRPA yönteminde çözülmüş ve tek çekirdekler arasında GT geçiş logft değerleri hesaplanmıştır. Son bölümde ise yapılan teorik çalışmada elde edilen önemli sonuçlar sıralanmıştır.

Tez sonuçlarının bir kısmı ulusal III. Nükleer Yapı Özellikleri Çalıştayı (2006, Kütahya, Türkiye), Uluslararası Nükleer Fizik Konferansı (INPC, 2007, Tokyo, Japan), Uluslararası Nükleer Parçalanma Konferansı (NUFRA, 2007, Antalya, Türkiye), IV. Nükleer Yapı Özellikleri Çalıştaylarında (2007, Ankara, Türkiye) sunulmuştur. Tez sonuçları ile ilgili yayınlanan [70], yayına kabul edilen [71] ve incelenme aşamasında [72] olan makaleler kaynaklar bölümünde verilmiştir.

2. TABAKA MODELİNDE KORUNUM YASALARININ BOZUNMASI VE PYATOV METODU İLE RESTORE EDİLMESİ

2.1. Giriş

Çok parçacıklı sistemlerde olduğu gibi atomik çekirdeklerde de toplam lineer momentum (\vec{P}), toplam açısal momentum (\vec{J}), parçacık sayısı (N) gibi büyüklüklerin korunması gerekir. Bu büyüklüklerin korunması belirli simetri dönüşümleri altında nükleer Hamiltonyenin değişmez olmasından kaynaklanır. Çok parçacıklı bir sistemi temsil eden Hamiltonyen genel olarak

$$\hat{H} = \sum_i^A \frac{\hat{P}_i^2}{2m_i} + \sum_{i,j} V(i,j) \quad (2.1)$$

şeklinde tanımlanır ve genelde aşağıdaki komütasyon koşullarını sağlar.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^A \vec{P}_i \quad [\hat{H}, \vec{P}] = 0 \quad (2.2)$$

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{J}_i \quad [\hat{H}, \vec{J}] = 0 \quad (2.3)$$

$$N = \sum_{i=1}^A N_i \quad [\hat{H}, N] = 0 \quad (2.4)$$

Atom çekirdekleri, kesin olarak korunan bu büyüklüklerin dışında izospin gibi yaklaşık olarak korunan büyüklüğe de sahiptir. Örneğin, izospin uzayında z-ekseni etrafında bir dönme hareketi sonucunda toplam elektrik yükü kesin olarak korunurken toplam izospin protonlar arasında elektromanyetik etkileşme nedeniyle bozulduğu için yaklaşık olarak korunur.

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{t}^{(i)} \quad [\hat{H} - V_c, \vec{T}] = 0 \quad (2.5)$$

Çok parçacıklı sistemin Schrödinger denklemi matematiksel olarak kesin çözülemediği için bu durumlarda uygun model kullanılır. Çekirdek fiziğinde yaygın olarak kullanılan modellerden biri tabaka modelidir. Bu modele göre çok parçacıklı sistemi oluşturan her bir parçacığın diğer parçacıkların oluşturduğu ortak öz-uyumlu bir potansiyelde hareket ettiği düşünülür. Bu çalışmada kullandığımız modelde öz uyumlu potansiyel olarak lokal statik potansiyeli (Woods-Saxon (WS) potansiyeli) kullanılır. Ele alınan bu modeldeki Hamilton operatörü yukarıda sıralanan komütasyon koşullarını sağlamayacaktır:

$$[\hat{H}_{SP}, \vec{P}] \neq 0 \quad [\hat{H}_{SP}, N] \neq 0 \quad (2.6)$$

$$[\hat{H}_{SP}, \vec{J}] \neq 0 \quad [\hat{H}_{SP} - V_c, \vec{T}] \neq 0 \quad (2.7)$$

Çekirdeklerde izovektör titreşimleri incelendiğinde ortalama alan potansiyeline uygun multipol-multipol etkin etkileşmesi ilave edilir. İlave edilen her bir etkin etkileşme bir veya daha fazla serbest parametre içerir. Söz konusu parametreler deney sonuçları kullanılarak fit edilir. Pyatov' un ortaya koyduğu yöntemde bu parametre öyle seçilir ki yukarıda gösterilen bozulmuş simetriler restore edilmiş olsun. Pyatov tarafından önerilen bu basit yöntem [82-86] makalelerinde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

2.2. Pyatov Metodu ile Bozulmuş Simetrilerin Restore Edilmesi

Basit bir örnekle bu yöntemi açıklamaya çalışalım. Tek parçacıklı Hamilton operatörünün ikinci kuantumlanma tasvirinde

$$\hat{H}_\varepsilon = \sum_v \varepsilon_v \hat{a}_v^+ \hat{a}_v \quad (2.8)$$

biçiminde olduğunu varsayalım. Burada ε_v v seviyesindeki nükleonun enerjisi, $\hat{a}_v^+(\hat{a}_v)$ v durumunda bir nükleon oluşturma (yok etme) operatörü, v ise parçacığı karakterize eden tüm kuantum sayılarıdır.

Simetrisi bozulan bir parçacıklı toplanabilir büyüklüğe karşı gelen operatör ise

$$\hat{F} = \sum_{vv'} f_{vv'} \hat{a}_v^+ \hat{a}_{v'} \quad (2.9)$$

şeklinde olsun. Gerçek Hamilton operatörü ile komütatif olan \hat{F} operatörü \hat{H}_ε model Hamiltonyeni ile komütatif olmayacaktır.

$$[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] = \sum (\varepsilon_v - \varepsilon_{v'}) f_{vv'} a_v^+ a_{v'} \neq 0 \quad (2.10)$$

Yani \hat{F} operatörü tabaka modelin enerji uzayında köşegen değildir. Daha sonra \hat{H}_ε Hamilton operatörüne aşağıdaki şekilde

$$\hat{h} = -\frac{1}{2\gamma} [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}]^\dagger [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] \quad (2.11)$$

bir etkin etkileşme Hamiltonyeni ilave edilir. Burada γ etkin etkileşme güç parametresidir. Diğer yöntemlerde serbest olan bu parametre Pyatov yönteminde $\hat{H} = \hat{H}_\varepsilon + \hat{h}$ toplam Hamiltonyeninin \hat{F} operatörü ile komütatiflik

$$[\hat{H}_\varepsilon + \hat{h}, \hat{F}] = 0 \quad (2.12)$$

koşulundan bulunur.

Denklem (2.11), (2.12) ifadesinde yerine yazılırsa γ parametresinin hesaplanması için aşağıdaki gibi bir ifade bulunur.

$$\gamma = [\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]] \quad (2.13)$$

Ortalama alan potansiyeli olarak harmonik osilatör seçildiğinde $[\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]]$ ikili komütatörü sabit bir değer olduğu için (2.12) ifadesi kesin olarak sıfıra eşit olur. Fakat ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyeli ele alındığında (2.13) komütasyonu sabit bir değer almayacaktır. Bu durumda γ parametresi bir tahmine dayanarak hesaplanır. Bu tahmin (2.14) eşitliğinde çift komütatör yerine incelenen çekirdeğin taban durumu üzerinden hesaplanan ortalama değer

$$\gamma = \langle 0 | [\hat{F}, [\hat{H}_\epsilon, \hat{F}]] | 0 \rangle \quad (2.14)$$

kabul edilir. Böylece sistemin toplam $\hat{H} = \hat{H}_\epsilon + \hat{h}$ Hamilton operatörünün korunan F büyüklüğünün karşılık geldiği simetrisi restore edilmiş olur.

Yukarıda basit bir örnek ile verilen Pyatov metodu farklı bilim adamları tarafından farklı problemlere uygulanmıştır. Bu metot öncelikle parçacık sayısı [89], invaryant değişmezliği [90], genelleştirilmiş Galilean değişmezliği [91] ve hıza bağlı etkilerin [92] bozulmasında kullanılmıştır. Ayrıca Pyatov metodu ile ilgili yapılan çalışmalar son on yılda giderek artmaktadır. Civitarese ve ark. [93] bu metodu kuazi-parçacık uzayında yazılan izospin-bağımlı Hamiltonyene uygulamıştır. Magierski ve Wyss [74] tarafından da bu metot kullanılmıştır. Kuliev ve ark. [75] deformasyon çekirdeklerde makas modu, Selam ve ark. [66,76,77] ise küresel çekirdeklerde GTR özelliklerini ve taban durumunda izospin karışımını incelerken Pyatov metodunu kullanmışlardır.

Bu çalışmada ise tabaka modeli ortalama alan yaklaşımına dayanan β geçiş özelliklerinin Pyatov metodu ile incelenmesi ele alınmıştır. Bir sonraki bölümde bu metodun GT geçişlerine uygulanması detaylı bir şekilde incelenecektir.

2.3. Pyatov Metodunun Gamow-Teller Geçiş Problemine Uygulanması

Pyatov metodunun Gamow-Teller geçişlerine uygulanmasının diğer süreçlerdeki uygulamalardan bir farkı vardır. Giant Dipol Rezonans (GDR),

Manyetik Dipol Rezonans (MDR) ve IAR süreçleri ile ilgili problemlerde Hamilton operatörünün çekirdek kısmının belirli bozulmuş simetrisi restore edilir. Fakat GT durumunda Hamilton operatörünün çekirdek kısmının belirli bir teriminin bozulmuş süper simetrisi restore edilir. Yani bu durumda gerçek Hamilton operatörü ile GT operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulu restore edilecektir. GT operatörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{G}_{1\mu}^{\rho} = \sum_{\mathbf{k}} \bar{\sigma}_{1\mu}(\mathbf{k}) \bar{\tau}_{\mathbf{k}}^{\rho}; \quad (\rho = \pm) \quad (2.15)$$

Yukarıda belirtildiği gibi çekirdek Hamilton operatörünün merkezci teriminin izoskaler kısmı $\hat{H}_{SP} - (V_1 + V_{ls} + V_c)$ GT operatörü ile komütatif değildir:

$$\left[\hat{H}_{SP} - (V_1 + V_{ls} + V_c), \hat{G}_{1\mu}^{\rho} \right] \neq 0 \quad (2.16)$$

Burada

$V_1 = 2\eta \frac{N-Z}{A} V_0^i f_0(\mathbf{r})$ ($i=N,Z$) ortalama alan potansiyelinin izovektör kısmını,

$V_{ls} = -\zeta_{ls} \sum_{i=1}^A \frac{1}{r_i} \frac{dV_{\text{merkezci}}(r_i)}{dr_i} (\vec{\ell}_i \cdot \vec{s}_i)$, spin-yörünge etkileşme potansiyelini,

$V_c = V_c(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{2} - t_z \right)$, Coulomb etkileşme potansiyelini

göstermektedir. Burada ζ_{ls} , spin-yörünge etkileşme parametresi, η ise izovektör parametresidir.

Çekirdek ortalama alan potansiyelinin radyal kısmı için en iyi potansiyel Woods-Saxon potansiyelidir ve aşağıdaki gibi verilir:

$$f_0(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}$$

$$V_0^N = V_0 \left[1 - 0.63 \frac{N-Z}{A} \right]$$

$$V_0^Z = V_0 \left[1 + 0.63 \frac{N-Z}{A} \right]$$

Bu eşitlikte yer alan sabitler; $V_0 \approx 50 \text{ MeV}$, $a \approx 0.63 \text{ fm}$, $r_0 \approx 1.24 - 1.26 \text{ fm}$, $\eta = 0.63$, $\xi_{ls} = 0.263 \text{ fm}^2$, $R_0 = r_0 A^{1/3}$ şeklindedir. Coulomb potansiyelinin radyal kısmı ise aşağıdaki biçimdedir [95].

$$V_c(r) = e^2 \frac{(Z-1)}{r} \begin{cases} \frac{3r}{2R_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_c} \right)^3 & r \leq R_c \\ 1 & r > R_c \end{cases}$$

Problemi ikinci kuantumlanma uzayında çözeceğimiz için yukarıda adı geçen bütün büyüklükleri ikinci kuantumlanma uzayında yazalım.

Küresel simetrik bir ortalama alan içerisinde nükleonlar arasındaki çift etkileşmeler dikkate alınır. Bu durumda tabaka modeli Hamiltonyeni ikinci kuantumlanma kuazi parçacık uzayında aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{H}_{\text{sqp}} = \sum_{j,m,\tau} \varepsilon_j(\tau) \hat{\alpha}_{jm}^+(\tau) \hat{\alpha}_{jm}(\tau), \quad \tau = n, p \quad (2.17)$$

GT operatörü ise ikinci kuantumlanma uzayında

$$\hat{G}_{1\mu}^{(\pm)} = \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}} \langle j_1 m_1, t_1 m_{t_1} | \sigma_{1\mu} t_{\pm} | j_2 m_2, t_2 m_{t_2} \rangle \hat{a}_{j_1 m_1, t_1 m_1}^+ \hat{a}_{j_2 m_2, t_2 m_2} \quad (2.18)$$

şeklinde yazılır. Burada $a_{j_1 m_1}^+$, j_1 ve m_1 kuantum sayıları ile karakterize edilen bir durumda parçacık üretme operatörünü; $a_{j_2 m_2}$, j_2 ve m_2 kuantum sayıları ile karakterize edilen durum için bir parçacık yok etme operatörünü; $\sigma_{1\mu}$, spin operatörünü; t_+ , izospin yükseltgenme operatörünü gösterir. Denklem (2.18) ifadesinden izospin uzayında integral işlemi yapıldıktan sonra β^+ geçişleri için GT operatörü

$$\hat{G}_{1\mu}^{(+)} = \sum_{\substack{j_n m_n \\ j_p m_p}} \langle j_n m_n | \sigma_{1\mu} | j_p m_p \rangle \hat{a}_{j_n m_n}^+ \hat{a}_{j_p m_p} \quad (2.19)$$

şeklinde yazılır.

Parçacık uzayından kuazi parçacık uzayına geçiş yapabilmek için aşağıdaki Bogolyubov dönüşümleri kullanılır.

$$\begin{aligned} \hat{a}_{j_p m_p} &= u_{j_p} \hat{\alpha}_{j_p m_p} + (-1)^{j_p - m_p} v_{j_p} \hat{\alpha}_{j_p - m_p}^+ \\ \hat{a}_{j_n m_n}^+ &= u_{j_n} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ + (-1)^{j_n - m_n} v_{j_n} \hat{\alpha}_{j_n - m_n} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Burada α_{j_m} , j_m durumunda kuazi parçacık yok etme, $\alpha_{j_m}^+$ ise kuazi parçacık üretme operatörüdür. u_j , j durumundaki delik, v_j ise parçacık durumlarının olasılık genliğini gösterir.

Böylece kuazi parçacık uzayında β^\pm GT operatörleri

$$\begin{aligned} \hat{G}_{1\mu}^{(+)} &= \sum_{np} \left\{ \left[\bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}(-\mu) \right] + \left[d_{np} \hat{D}^+(\mu) + (-1)^\mu \bar{d}_{np} \hat{D}_{np}(-\mu) \right] \right\} \\ \hat{G}_{1\mu}^{(-)} &= \sum_{np} \left\{ \left[\bar{b}_{np} \hat{C}_{np}(\mu) + (-1)^{\mu+1} b_{np} \hat{C}_{np}^+(-\mu) \right] + \left[d_{np} \hat{D}_{np}(\mu) + (-1)^\mu \bar{d}_{np} \hat{D}_{np}^+(-\mu) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

şeklinde olur. Bu ifadede yer alan indirgenmiş matris elemanları

$$\begin{aligned}\bar{b}_{np} &= \frac{1}{\sqrt{3}} u_{j_n} v_{j_p} \langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle & \bar{d}_{np} &= \frac{1}{\sqrt{3}} v_{j_n} v_{j_p} \langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle \\ b_{np} &= \frac{1}{\sqrt{3}} u_{j_p} v_{j_n} \langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle & d_{np} &= \frac{1}{\sqrt{3}} u_{j_p} u_{j_n} \langle j_n \| \sigma \| j_p \rangle\end{aligned}$$

şeklindedir.

$\hat{C}_{np}^+(\mu)$, $\hat{D}_{np}^+(\mu)$; $I^\pi = 1^+$ momentum ve pariteye sahip kuazi bozon üretme, $\hat{C}_{np}(\mu)$, $\hat{D}_{np}(\mu)$ kuazi bozon yok etme operatörleridir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\hat{C}_{np}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1 \mu | j_n m_n \rangle (-1)^{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p - m_p}^+ \quad (2.22)$$

$$\hat{C}_{np}(\mu) = [\hat{C}_{np}^+(\mu)]^\dagger = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1 \mu | j_n m_n \rangle (-1)^{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}$$

$$\hat{D}_{np}^+(\mu) = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1 \mu | j_n m_n \rangle \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p m_p} \quad (2.23)$$

$$\hat{D}_{np}(-\mu) = [\hat{D}_{np}^+(-\mu)]^\dagger = \sqrt{\frac{3}{2j_n + 1}} \sum_{m_n, m_p} \langle j_p m_p 1 - \mu | j_n m_n \rangle \hat{\alpha}_{j_p m_p}^+ \hat{\alpha}_{j_n m_n}$$

Kuazi bozon yaklaşımında bu operatörler arasında aşağıdaki komütasyon koşulları vardır:

$$[\hat{C}_{np}(\mu), \hat{C}_{n'p'}^+(\mu')] = \delta_{n'n} \delta_{p'p} \delta_{\mu'\mu} \quad (2.24)$$

$$[\hat{C}_{np}(\mu), \hat{C}_{n'p'}^+(\mu')] = [\hat{C}_{np}^+(\mu), \hat{C}_{n'p'}(\mu')] = 0 \quad (2.25)$$

$$[D_{np}^+(\mu), D_{n'p'}(-\mu')] = \left\{ \sum_{\substack{m_n m_p \\ m_{n'} m_{p'}}} \sqrt{\frac{9}{(2j_n + 1)(2j_{n'} + 1)}} \langle j_p m_p 1\mu | j_n m_n \rangle \langle j_p m_{p'} 1\mu | j_{n'} m_{n'} \rangle \times \right. \\ \left. [\alpha_{j_n m_n}^+ \alpha_{j_p m_p} \delta_{j_p j_p'} \delta_{m_p m_{p'}} - \alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_p' m_{p'}} \delta_{j_n j_n'} \delta_{m_n m_{n'}}] \right\}$$

$$[\hat{D}_{np}(\mu), \hat{D}_{n'p'}(\mu')] = [\hat{D}_{np}^+(\mu), \hat{D}_{n'p'}^+(\mu')] = 0 \quad (2.26)$$

Matematiksel işlemlerin kolaylığı açısından β^\pm , GT operatörleri yerine onların lineer süperpozisyonundan oluşan

$$\hat{F}_{1\mu}^\rho = \frac{1}{2} [\hat{G}_{1\mu}^{(+)} + \rho(-1)^\mu \hat{G}_{1-\mu}^{(-)}] \quad (\rho = \pm) \quad (2.27)$$

$$(\hat{F}_{1\mu}^\rho)^+ = \rho(-1)^\mu \hat{F}_{1-\mu}^\rho \quad (2.28)$$

operatörü kullanılacaktır.

Denklem (2.27)' de (2.21) ifadesini yazarsak

$$\hat{F}_{1\mu}^\rho = \sum_{np} \{ b_{np}^\rho [\hat{C}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{C}_{np}(-\mu)] \} + \\ \sum_{np} \{ d_{np}^\rho [\hat{D}_{np}^+(\mu) + \rho(-1)^\mu \hat{D}_{np}(-\mu)] \} \quad (2.29)$$

elde edilir. Burada

$$(b_{np})^\rho \equiv \frac{1}{2} (\bar{b}_{np} - \rho b_{np}) \quad (d_{np})^\rho \equiv \frac{1}{2} (d_{np} + \rho \bar{d}_{np})$$

şeklindedir.

Şimdi ise kuazi parçacık uzayında Pyatov yöntemine dayanarak yukarıda adı geçen terimin GT operatörü ile bozulmuş komütasyonunu restore edelim. Bu durumda Pyatov yöntemine dayanarak (2.16) ifadesindeki komütasyonun sağlanması için Hamiltonyene

$$\hat{h}_0 = \sum_{\mu\rho} \frac{1}{4\gamma_\rho} \left[\hat{H}_{\text{sqp}} - (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_c + \mathbf{V}_{\bar{1}\bar{s}}), \hat{F}_{1\mu}^\rho \right]^\dagger \left[\hat{H}_{\text{sqp}} - (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_c + \mathbf{V}_{\bar{1}\bar{s}}), \hat{F}_{1\mu}^\rho \right] \quad (2.30)$$

biçiminde bir \hat{h}_0 Hamiltonyeni ilave edilir. Bu Hamilton operatöründe yer alan γ parametresi aşağıdaki koşuldan bulunur:

$$\left[\hat{H}_{\text{sqp}} - (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_{\bar{1}\bar{s}} + \mathbf{V}_c) + \hat{h}_0, \hat{F}_{1\mu}^\rho \right] = 0 \quad (2.31)$$

Gerekli ara işlemler yapıldıktan sonra (2.31) ifadesinden γ parametresi için aşağıdaki gibi bir ifade bulunur:

$$\gamma_\rho = \frac{\rho(-1)^\mu}{2} \langle 0 | \left[\left[\hat{H}_{\text{sqp}} - (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_c + \mathbf{V}_{\bar{1}\bar{s}}), \hat{F}_{1-\mu}^\rho \right], \hat{F}_{1\mu}^{\rho'} \right] | 0 \rangle \quad (2.32)$$

Denklem (2.30) ile belirtilen “restore edici” Hamilton operatörünü kuazi bozon uzayında yazmak için bu ifadede yer alan komütasyonun kuazi bozon operatörleri cinsinden yazılması gerekir. Bir çok matematiksel işlem yapıldıktan sonra elde edilen ifade aşağıdaki gibidir.

$$\left[\hat{H}_{\text{sqp}} - (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_c + \mathbf{V}_{\bar{1}\bar{s}}), \hat{F}_{1\mu}^\rho \right] = \sum_{\text{np}} \left\{ \begin{array}{l} E_{\text{np}}^\rho \left[\hat{C}_{\text{np}}^+(\mu) + (-1)^{1+\mu} \rho \hat{C}_{\text{np}}(-\mu) \right] + \\ P_{\text{np}}^\rho \left[\hat{D}_{\text{np}}^+(\mu) + (-1)^{1+\mu} \rho \hat{D}_{\text{np}}(-\mu) \right] \end{array} \right\} \quad (2.33)$$

Denklem (2.33), (2.30) ifadesinde yerine yazarsak “restore edici” Hamilton operatörü aşağıdaki iki terimin toplamı biçiminde yazılabilir.

$$\hat{h}_0 = \hat{h}_0^{\text{CC}} + \hat{h}_0^{\text{CD}} \quad (2.34)$$

\hat{h}_0^{CC} , \hat{h}_0^{CD} değerleri ve γ parametresi aşağıda verildiği gibidir:

$$\hat{h}_0^{CC} = \sum_{\substack{np \\ n'p'}} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho E_{n'p'}^\rho \left\{ \begin{array}{l} [\hat{C}_{np}(\mu) + \rho(-1)^{l+\mu} \hat{C}_{np}^+(-\mu)] \\ [\hat{C}_{n'p'}^+(\mu') + \rho'(-1)^{l+\mu'} \hat{C}_{n'p'}(-\mu')] \end{array} \right\} \quad (2.35)$$

$$\hat{h}_0^{CD} = \sum_{\substack{np \\ n'p'}} \frac{1}{2\gamma_\rho} E_{np}^\rho P_{n'p'}^\rho \left\{ \begin{array}{l} [\hat{C}_{np}(\mu) + \rho(-1)^{l+\mu} \hat{C}_{np}^+(-\mu)] \\ [\hat{D}_{n'p'}^+(\mu') + \rho'(-1)^{l+\mu'} \hat{D}_{n'p'}(-\mu')] + h.e. \end{array} \right\} \quad (2.36)$$

$$\gamma_\rho = -\sum E_{np}^\rho b_{np}^p \quad (2.37)$$

Bu ifadelerdeki E_{np}^ρ ve P_{np}^ρ matris elemanları EK 1' de tanımlanmıştır.

Böylece çekirdek ortalama alan potansiyelinin merkezci kısmının izoskaler teriminin bozulmuş süper simetrisi restore edildikten sonra bir kuazi parçacık Hamilton operatörü kuazi bozon operatörleri cinsinden

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_{sqp} + \hat{h}_0^{CC} + \hat{h}_0^{CD} \quad (2.38)$$

biçimine indirgenir.

Beta geçişlerle ilgili problemler çözüldüğünde (2.38) Hamiltonyenine parçacık-eşik ve parçacık-parçacık kanalında $(\vec{\sigma}\vec{\sigma})(\vec{\tau}\vec{\tau})$ etkin etkileşmesinin yük değişimli kısmının da ilave edilmesi gerekir. Bu durumda sistemin toplam Hamilton operatörü

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{h}_{ph}^{CC} + \hat{h}_{ph}^{CD} + \hat{h}_{pp}^{CC} + \hat{h}_{pp}^{CD} \quad (2.39)$$

biçiminde yazılır. İlave edilen terimler kuazi bozon operatörleri cinsinden aşağıdaki biçimde verilir:

$$\hat{h}_{\text{ph}}^{\text{CC}} = 2\chi_{\text{ph}} \sum_{\substack{\text{np} \\ \text{n}'\text{p}'\mu'}} \left\{ \left[\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}^+(\mu) + (-1)^{\mu+1} \mathbf{b}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}(-\mu) \right] \cdot \right. \\ \left. \left[\bar{\mathbf{b}}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{C}}_{\text{n}'\text{p}'}(\mu') + (-1)^{\mu'+1} \mathbf{b}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{C}}_{\text{n}'\text{p}'}^+(-\mu') \right] \right\} \quad (2.40)$$

$$\hat{h}_{\text{ph}}^{\text{CD}} = 2\chi_{\text{ph}} \sum_{\substack{\text{np} \\ \text{n}'\text{p}' \\ \mu\rho}} \left\{ \left[\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}(\mu) + (-1)^{1+\mu} \mathbf{b}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}(-\mu) \right] \cdot \right. \\ \left. \left[\mathbf{d}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{D}}_{\text{n}'\text{p}'}(\mu) + (-1)^{\mu} \bar{\mathbf{d}}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{D}}_{\text{n}'\text{p}'}^+ \right] + \text{h.e.} \right\} \quad (2.41)$$

$$\hat{h}_{\text{pp}}^{\text{CC}} = -2\chi_{\text{pp}} \sum_{\substack{\text{np} \\ \text{n}'\text{p}'\mu'}} \left\{ \left[\mathbf{d}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}^+(\mu) - (-1)^{1+\mu} \bar{\mathbf{d}}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}(-\mu) \right] \cdot \right. \\ \left. \left[\mathbf{d}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{C}}_{\text{n}'\text{p}'}^-(\mu') - (-1)^{1+\mu'} \bar{\mathbf{d}}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{C}}_{\text{n}'\text{p}'}^+(-\mu') \right] \right\} \quad (2.42)$$

$$\hat{h}_{\text{pp}}^{\text{CD}} = -2\chi_{\text{pp}} \sum_{\substack{\text{np} \\ \text{n}'\text{p}' \\ \mu'\rho}} \left\{ \left[\mathbf{d}_{\text{np}} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}^+(\mu) - \bar{\mathbf{d}}_{\text{np}} (-1)^{1+\mu} \hat{\mathbf{C}}_{\text{np}}(-\mu) \right] \cdot \right. \\ \left. \left[\bar{\mathbf{b}}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{D}}_{\text{n}'\text{p}'}(\mu') - (-1)^{1+\mu'} \mathbf{b}_{\text{n}'\text{p}'} \hat{\mathbf{D}}_{\text{n}'\text{p}'}^+(-\mu') \right] + \text{h.e.} \right\} \quad (2.43)$$

Burada χ_{ph} ve χ_{pp} sırasıyla parçacık-eşik ve parçacık-parçacık kanalındaki GT etkin etkileşme sabitleridir. Böylece sistemin toplam Hamilton operatörü

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{sqp}} + \hat{h}_0^{\text{CC}} + \hat{h}_0^{\text{CD}} + \hat{h}_{\text{ph}}^{\text{CC}} + \hat{h}_{\text{ph}}^{\text{CD}} + \hat{h}_{\text{pp}}^{\text{CC}} + \hat{h}_{\text{pp}}^{\text{CD}} \quad (2.44)$$

biçiminde olacaktır.

3. ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV METODU İLE İNCELENMESİ

3.1. Giriş

Önce problemi çift-çift çekirdekler için çözelim. Genelde (2.44) ifadesi ile verilen Hamilton operatöründeki (CD) kısmı çift-çift çekirdeklerde katkıda bulunmadığı için sistemin toplam Hamilton operatörü

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_{\text{sqp}} + \hat{h}_0^{\text{CC}} + \hat{h}_{\text{ph}}^{\text{CC}} + \hat{h}_{\text{pp}}^{\text{CC}} \quad (3.1)$$

biçiminde yazılır. Görüldüğü gibi (3.1) Hamiltonyeni genelde şematik modelde kullanılan Hamilton operatöründen bir \hat{h}_0 “restore edici” etkin etkileşme terimi ile farklıdır. İleride bu terimin hesaplamalardaki etkisi incelenecektir.

3.2. Pyatov Metodu ile Bulunan Hamilton Operatörünün QRPA Yöntemiyle Özdeğer ve Özfonksiyonlarının Bulunması

Denklem (3.1) ile verilen Hamilton operatörünün özdeğer ve özfonksiyonları kuazi parçacık rastgele faz yaklaşımında (QRPA) hesaplanacaktır. Bu yaklaşımda (3.1) ifadesindeki yük değişimli etkin etkileşmelerin komşu tektek çekirdeklerde ürettiği 1^+ durumlarını nötron proton çiftlerinden oluşan bir fonon operatörünün ürettiği düşünülür ve nötron-proton kuazi bozon operatörünün süperpozisyonu biçiminde seçilir:

$$|\Psi_i\rangle = \hat{Q}_i^+(\mu)|0\rangle = \sum_{\text{np}} \left[\psi_{\text{np}}^i \hat{C}_{\text{np}}^+(\mu) - (-1)^{\mu+1} \varphi_{\text{np}}^i \hat{C}_{\text{np}}(-\mu) \right] |0\rangle \quad (3.2)$$

Burada $\hat{Q}_i^+(\mu)$ fonon üretme operatörü, $|0\rangle$ fonon vakumudur ve tüm i ler için $\hat{Q}_i|0\rangle = 0$ dir, ψ_{np}^i ve φ_{np}^i ' ler ise kuazi bozon dalga fonksiyon genlikleridir. Fonon üretme ve yok etme operatörleri arasındaki

$$\langle 0 | [\hat{Q}_i(\mu), \hat{Q}_j^+(\mu')] | 0 \rangle = \delta_{ij} \delta_{\mu\mu'} \quad ; \quad \langle 0 | [\hat{Q}_i(\mu), \hat{Q}_j(\mu')] | 0 \rangle = 0$$

komütasyon koşulundan bu genlikler için

$$\sum_{np} \left[(\psi_{np}^i)^2 - (\varphi_{np}^i)^2 \right] = 1 \quad (3.3)$$

normalizasyon koşulu elde edilir. QRPA yöntemine göre GT, 1^+ durumlarının enerjileri ve dalga fonksiyonları aşağıdaki hareket denkleminde bulunur:

$$[\hat{H}_0, \hat{Q}_i^+(\mu)] | 0 \rangle = \omega_i \hat{Q}_i^+(\mu) | 0 \rangle \quad (3.4)$$

Burada ω_i komşu tek-tek çekirdeklerdeki 1^+ durumlarının çift-çift çekirdeğin taban durumuna nazaran hesaplanmış enerjileridir. Bazı matematiksel işlemlerden sonra ψ_{np}^i ve φ_{np}^i ' ler için aşağıdaki lineer cebir denklemleri bulunur:

$$\sum_{np} \left[\left(\rho_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}} - \omega_i \delta_{nn'} \delta_{pp'} \right) \psi_{np}^i - (-1)^{l+\mu} \eta_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}} \varphi_{np}^i \right] = 0 \quad (3.5)$$

$$\sum_{np} \left[\eta_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}} \psi_{np}^i - (-1)^{l+\mu} \left(\rho_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}} - \omega_i \delta_{nn'} \delta_{pp'} \right) \varphi_{np}^i \right] = 0$$

Burada ρ ve η matrisleri aşağıdaki ikili komütasyon ile hesaplanır.

$$\rho_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}} = [\hat{C}_{\begin{smallmatrix} np \\ n'p' \end{smallmatrix}}(\mu), [\hat{H}_0, \hat{C}_{np}^+(\mu)]] \quad (3.6)$$

$$\eta_{np'}^{np} = \left[\hat{C}_{np'}(\mu), [\hat{H}_0, \hat{C}_{np}(-\mu)] \right] \quad (3.7)$$

Denklem (3.6) ve (3.7) komütasyonları hesaplandığında ρ ve η için

$$\rho_{pp'}^{nn'} = \varepsilon_{np} \delta_{nn'} \delta_{pp'} + \sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_{\rho}} E_{np}^{\rho} E_{n'p'}^{\rho} + 2\chi_{ph} (\bar{b}_{n'p'} \bar{b}_{np} + b_{n'p'} b_{np}) - 2\chi_{pp} (\bar{d}_{n'p'} \bar{d}_{np} + d_{n'p'} d_{np})$$

$$\eta_{pp'}^{nn'} = (-1)^{\mu} \left\{ \sum_{\rho} \frac{\rho}{2\gamma_{\rho}} E_{np}^{\rho} E_{n'p'}^{\rho} + 2\chi_{ph} (\bar{b}_{n'p'} b_{np} + b_{n'p'} \bar{b}_{np}) - 2\chi_{pp} (\bar{d}_{n'p'} d_{np} + d_{n'p'} \bar{d}_{np}) \right\}$$

ifadeleri bulunur. ψ_{np}^i ve φ_{np}^i lere göre (3.5) cebir denkleminin determinantının sıfır olması

$$\begin{vmatrix} \sum_{np} \left(\rho_{np'}^{np} - \omega_i \delta_{nn'} \delta_{pp'} \right) & \sum_{np} \eta_{np'}^{np} \\ \sum_{np} \eta_{np'}^{np} & \sum_{np} \left(\rho_{np'}^{np} - \omega_i \delta_{nn'} \delta_{pp'} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.8)$$

koşulundan GT, 1^+ durumlarının ω_i enerjileri bulunur. Denklem (3.3) normalizasyon ifadesinden ise 1^+ durumlarının ψ_{np}^i , φ_{np}^i dalga fonksiyonunun genlikleri bulunur:

$$\psi_{np}^i = \frac{X_i^+}{\omega_i - \varepsilon_{np}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} L_1(\omega_i) + 2\chi_{ph} (\bar{b}_{np} L_2(\omega_i) + b_{np} L_3(\omega_i)) - \\ 2\chi_{pp} (\bar{d}_{np} L_4(\omega_i) + d_{np} L_5(\omega_i)) \end{array} \right\} \quad (3.9)$$

$$\varphi_{np}^i = \frac{X_i^+}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} - \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} L_1(\omega_i) + 2\chi_{ph} (b_{np} L_2(\omega_i) + \bar{b}_{np} L_3(\omega_i)) + \\ 2\chi_{pp} (d_{np} L_4(\omega_i) + \bar{d}_{np} L_5(\omega_i)) \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

Burada $L_1(\omega_i)$, $L_2(\omega_i)$, $L_3(\omega_i)$, $L_4(\omega_i)$, $L_5(\omega_i)$ verilen ω_i değerinde yukarıda gösterilen matris elemanlarının belirli bir fonksiyonudur. Seküler denklemin açık şekli ve L_i , ($i=1, 2, 3, 4, 5$)' ler EK 2' de verilmiştir.

3.3. Çift Çekirdekler Arasında $\beta^{(\pm)}$ Gamow-Teller Geçişlerinin Matris Elemanlarının Hesaplanması ve Ikeda Toplam Kuralı

Komşu tek-tek çekirdeklerdeki uyarılmış GT 1^+ durumlarını karakterize eden büyüklüklerden biri de çift-çift çekirdeğin 0^+ taban durumundan söz konusu 1^+ durumlarına beta geçiş matris elemanlarıdır. Bilindiği gibi (N, Z) çekirdeğinin 0^+ taban durumundan (N-1, Z+1) çekirdeğindeki 1^+ durumlarına β^- geçiş matris elemanı

$$\begin{aligned} M_{\beta^-} (0^+ \rightarrow 1_i^+) &= \langle 1_i^+, \mu | G_{1\mu}^- | 0^+ \rangle \\ &= \langle 0 | [\hat{Q}_i(\mu), \hat{G}_{1\mu}^-] | 0 \rangle \end{aligned} \quad (3.11)$$

formülü ile hesaplanır ve hesaplama sonucunda aşağıdaki ifade

$$M_{\beta^-} (0^+ \rightarrow 1_i^+) = -\sum_{np} (\psi_{np}^i b_{np} + \varphi_{np}^i \bar{b}_{np}) \quad (3.12)$$

bulunur.

(N, Z) çekirdeğinin 0^+ taban durumundan (N+1, Z-1) çekirdeğinin 1^+ durumlarına β^+ geçiş matris elemanı

$$\begin{aligned}
M_{\beta^+}(0^+ \rightarrow 1_i^+) &= \langle 1_i^+, \mu | G_{1\mu}^+ | 0^+ \rangle \\
&= \langle 0 | [\hat{Q}_i(\mu), \hat{G}_{1\mu}^+] | 0 \rangle
\end{aligned} \tag{3.12}$$

formülü ile hesaplanır ve hesaplama sonucunda aşağıdaki ifade

$$M_{\beta^+}(0^+ \rightarrow 1_i^+) = \sum_{np} (\psi_{np}^i \bar{b}_{np} + \varphi_{np}^i b_{np}) \tag{3.13}$$

bulunur.

Gamow-Teller $\beta^{(\pm)}$ indirgenmiş matris elemanları ise

$$B_{GT}^{\pm}(\omega_i) = \sum_{\mu} |M_{\beta^{\pm}}^i(0^+ \rightarrow 1_i^+)|^2 \tag{3.14}$$

ifadesi ile verilir. Ayrıca $\beta^{(\pm)}$ kanallarındaki $S^{(\pm)}$ toplam beta geçiş güçleri

$$S^{(\pm)} = \sum_{\mu, i} |\langle 1_i^+, \mu | \hat{G}_{1\mu}^{\pm} | 0_{g.s}^+ \rangle|^2 \tag{3.15}$$

aşağıdaki modelden bağımsız Ikeda toplam kuralı (ISR) ile bağlantılıdır.

$$ISR = S^{(-)} - S^{(+)} \cong 3(N - Z) \tag{3.16}$$

Söz konusu toplam kuralı ele alınan modele bağlı olmadığı için bu kuralın sağlanma derecesi modelin geçerlilik derecesinin kontrolü için çok önemlidir.

3.4. β^{\pm} Geçiş Logft Değerlerinin Hesaplanması

Çoğu zaman deneylerde β geçiş ft değerlerinin logaritması hesaplanır. Ele alınan yöntemin doğruluğunun tespiti için teorik olarak hesaplanan logft değerlerinin uygun deneysel değerlerle karşılaştırılması gerekir. Bu nedenle bu

çalışmada β geçiş $\log ft$ değerleri de hesaplanmıştır. Yapılan hesaplamalar aşağıdaki formüller ile gerçekleştirilmiştir.

$$(ft)_{\beta\pm} = \frac{D}{\left(\frac{g_A}{g_V}\right)^2 B_{GT}^{\pm}} \quad (3.17)$$

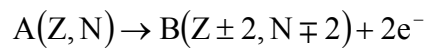
Burada g_A ve g_V sırasıyla aksenal ve vektörel zayıf etkileşme sabitleridir.

$$D = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{g_V^2 m_e^5 c^4} = 6163.4 \text{sec. ve } \left(\frac{g_A}{g_V}\right) = -1,26 \text{ olarak kabul edilmiştir.}$$

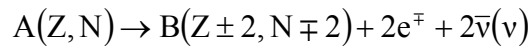
3.5. İki Nötrinolu Çift β Geçiş Nükleer Matris Elemanlarının Hesaplanması

Çift beta bozunumu doğada en nadir gerçekleşen nükleer olaylardan biridir. Çift beta bozunumu ancak enerji açısından veya spin farkının büyük olmasından dolayı ara çekirdekler aracılığı ile ardışık tek β geçişleri mümkün olmadığında gerçekleşen bir olaydır ve geçiş olasılığı oldukça küçüktür.

Çift beta geçişinin meydana gelmesi için birkaç tane farklı yol vardır. Bunlardan bir tanesi genel olarak



şeklinde ifade edilen nötrinოსuz çift beta geçişidir. Bir diğer geçiş modu ise



ile tanımlanan iki nötrinolu çift beta ($2\nu\beta\beta$) geçişidir.

Bu iki geçiş modu farklı fiziksel noktaları vurgular. Nötrinოსuz geçiş, lepton korunması, nötrinin etkin Majorana kütlesi, zayıf etkileşmeye yol açan sağ el akımları gibi bazı temel özellikler hakkında bilgi verir. Ancak iki nötrinolu çift beta geçişi, nötrinin tabiatına bağlı olmadığından genel olarak nükleer yapı

hakkında bilgi verir ve iki nötrinolu çift beta bozunumu farklı nükleer modelleri test etmek için kullanılır.

Son zamanlarda hem parçacık fizikçileri hem de nükleer fizikçiler tarafından çift beta bozunumuna olan ilgi, özellikle parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşmenin hesaba katılmasından sonra iyice artmıştır. Bu etkileşmenin dikkate alınması ile birlikte ayrılabilir şematik model ile yapılan hesaplamalarda görülür ki etkin etkileşme sabitinin belli bir değerinde matris elemanı aniden sıfıra gitmektedir, bu da QRPA ile elde edilen çözümün çökmesi anlamına gelir [48,96-99]. Matris elemanının aniden sıfır olması problemini ortadan kaldırmak için bazı bilim adamları QRPA yönteminin daha gelişmiş versiyonlarını kullanmışlardır [100-112].

Bu tez çalışmasında ise

$$M^{2\nu} = \sum_{m,\mu} \frac{\langle 0_f^+, \text{g.s.} | \hat{G}_{1\mu}^- | 1_m^+, \mu \rangle \langle 1_m^+, \mu | \hat{G}_{1\mu}^- | 0_i^+, \text{g.s.} \rangle}{\omega_m + W/2} \quad (3.18)$$

ile verilen iki nötrinolu çift beta geçiş nükleer matris elemanları Pyatov metodu ile hesaplanmış ω_m uyarılmış durum enerjileri ve $M_{\beta^\pm}(0^+ \rightarrow 1^+)$ matris elemanları kullanılarak hesaplanacaktır. Bu hesaplamalardaki amacımız Pyatov metodu ile yapılan hesaplamaların iki nötrinolu çift beta süreçlerinin ne derecede kullanılabilir olduğunu kontrol etmektir. Ayrıca iki nötrinolu çift beta geçişleri için yarı ömür ($t_{1/2}$) süreleri de

$$t_{1/2}^{-1} = f_{2\nu} M^{2\nu} \quad (3.19)$$

hesaplanmıştır. Burada W iki nötrinolu β geçiş enerjisi, $f_{2\nu}$, lepton faz-uzay integralidir.

3.6 Çift Küresel Çekirdekler için Pyatov Metodu ile Yapılan Hesaplama Sonuçlarının Deney ve Diğer Teorik Hesaplama Sonuçları ile Karşılaştırılması

Bu tez de yapılan bütün sayısal hesaplamalar FORTRAN 77 bilgisayar programı kullanılarak yapılmıştır. Ortalama alan potansiyelinin radyal kısmı Woods-Saxon potansiyeli (WS) olarak ele alınmıştır. Parametrelerinin seçilmesinde ise Chepurnov parametrizasyonu kullanılmıştır [95]. Nükleonlar arasındaki çift etkin etkileşme sabitleri açık kabuklu çekirdekler için $C = 12 / A^{1/2}$ olarak kabul edilmiştir. Ele alınan baz n radyal kuantum sayısını $\Delta n = 0, 1, 2, 3$ şeklinde değiştiren bütün nötron proton geçişlerini kapsamaktadır. Ele alınan bazın ve modelin ne derece de güvenilir olduğu Ikeda toplam kuralı ile kontrol edilebilir. Bu nedenle incelenen çekirdekler için hesaplanmış Ikeda toplam kuralı Çizelge 3.1' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. İncelenen çekirdekler için Ikeda toplam kuralı

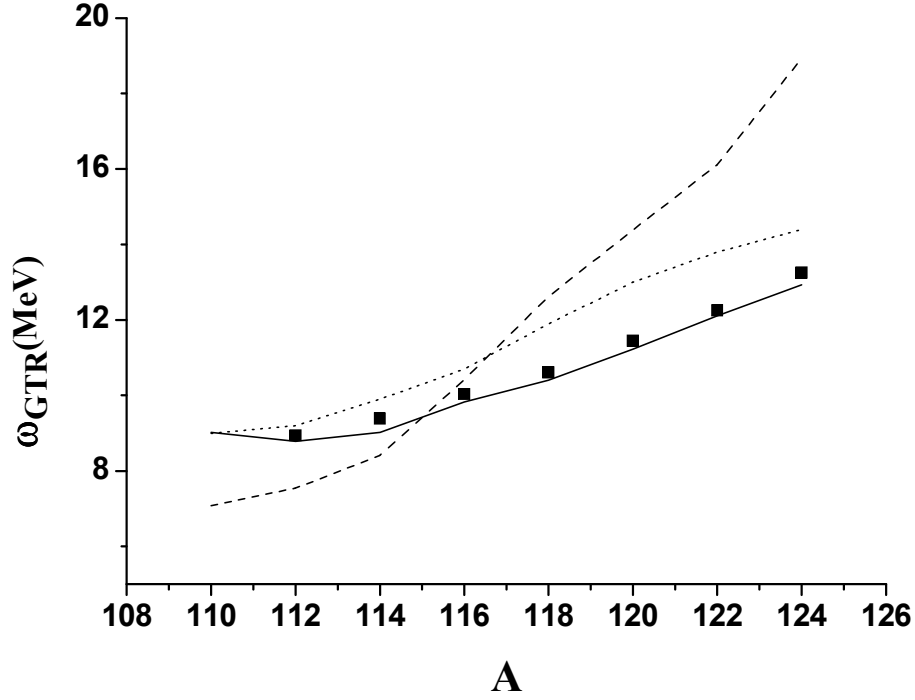
Geçişler	$S^{(-)}$		$S^{(+)}$		$S^{(-)} - S^{(+)}$		3(N-Z)
	SM	PM	SM	PM	SM	PM	
^{48}Ca	24.676	23.676	1.193	0.203	23.483	23.473	24
^{76}Ge	36.681	35.654	1.194	0.161	35.487	35.493	36
^{82}Se	42.397	41.558	1.003	0.168	41.394	41.39	42
^{96}Zr	48.292	47.218	1.465	0.395	46.827	46.823	48
^{100}Mo	48.538	47.226	1.766	0.480	46.772	46.746	48
^{116}Cd	60.124	59.297	0.974	0.202	59.15	59.095	60
^{128}Te	72.132	71.226	1.006	0.207	71.126	71.019	72
^{130}Te	77.932	77.177	0.931	0.197	77.001	76.98	78
^{136}Xe	83.504	82.804	0.932	0.259	82.572	82.545	84

Çizelge 3.1' in ikinci ve üçüncü sütunlarında β^- toplam geçiş gücünün şematik model (SM) ve Pyatov metodu (PM) ile hesaplanmış değerleri gösterilmiştir. Bir

sonra ki iki sütunda β^+ toplam geçiş güçleri daha sonraki iki sütunda ise sözü edilen yöntemlerle hesaplanmış Ikeda toplam kuralı değerleri gösterilmiştir. Sonuncu sütunda ise Ikeda toplam kuralının gerçek değerleri verilmiştir. Çizelge 3.1.' den görüldüğü gibi Pyatov metodu ile hesaplanmış $\beta^{(\pm)}$ toplam geçiş güçleri şematik modeldeki değerlere nazaran daha küçüktür. Yani Pyatov metodunda uygun komütasyonun restore edilmesinden gelen \hat{h}_0 etkin etkileşmesi beta güçlerinin azalmasına neden olmuştur. Bu azalma β^+ ve β^- geçişlerinde yaklaşık aynı miktarda olduğu için toplam kuralını değiştirmemiştir. Toplam β^+ gücü β^- gücünden yaklaşık (N-Z) defa küçük olduğu için \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin β^+ geçiş güçleri üzerine daha etkili olduğu görülmektedir.

“Restore edici” \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin çekici veya itici karakterli olmasının belirlenmesi için $^{112-124}\text{Sb}$ çekirdeklerinde Pyatov metodu ve şematik modelde GTR enerjileri hesaplanmıştır. χ_{pp} ve χ_{ph} değerleri öyle seçilmiştir ki, Pyatov yöntemiyle hesaplanan $\omega(\text{GTR})$ değerleri deneysel değerlerle uyum içinde olsun. Hesaplama sonuçları Şekil 3.1' de gösterilmiştir. Şekil 3.1' de düz eğri Pyatov yöntemi ile yapılan hesaplama sonuçlarını, kesikli eğri şematik model hesaplamalarını, kareler ise deneysel değerleri gösterir. \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin karakterinin belirlenmesi için her iki yöntemle yapılan hesaplamalar aynı χ_{pp} ve χ_{ph} değerleri için gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.1' den görüldüğü gibi A= 112-114 izotopları için şematik modelde hesaplanmış $\omega(\text{GTR})$ değerleri Pyatov metodu ile hesaplanmış uygun değerlerden daha küçüktür ve (N-Z) arttıkça bu yöntemler arasındaki fark azalmaktadır. Sözü edilen A= 112-114 izotoplarında \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin itici karakterli olduğu söylenebilir. A= 116-124 izotoplarında ise Pyatov metodu ile hesaplanmış $\omega(\text{GTR})$ değerleri şematik modeldeki değerlerden küçüktür ve (N-Z) arttıkça bu fark artmaktadır. Bu izotoplarda Pyatov yöntemindeki $\omega(\text{GTR})$ ' nin şematik model değerinden küçük olması \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin çekici karakterli olduğunu gösterir. Böylece aynı bir çekirdeğin farklı izotopları için \hat{h}_0 etkin etkileşmesi farklı karakterli olabilir. Yani \hat{h}_0 etkin etkileşmesi, hafif izotoplarda itici olmasına rağmen ağır izotoplara yaklaştıkça

çekici karaktere dönüşmektedir. Şekil 3.1’ de noktalı eğri ise Rodin ve ark. [78] tarafından yapılan hesaplama sonuçlarını gösterir. Şekilden görüldüğü gibi Pyatov metodu ile hesaplanmış sonuçlar deneysel değerlere daha yakındır.



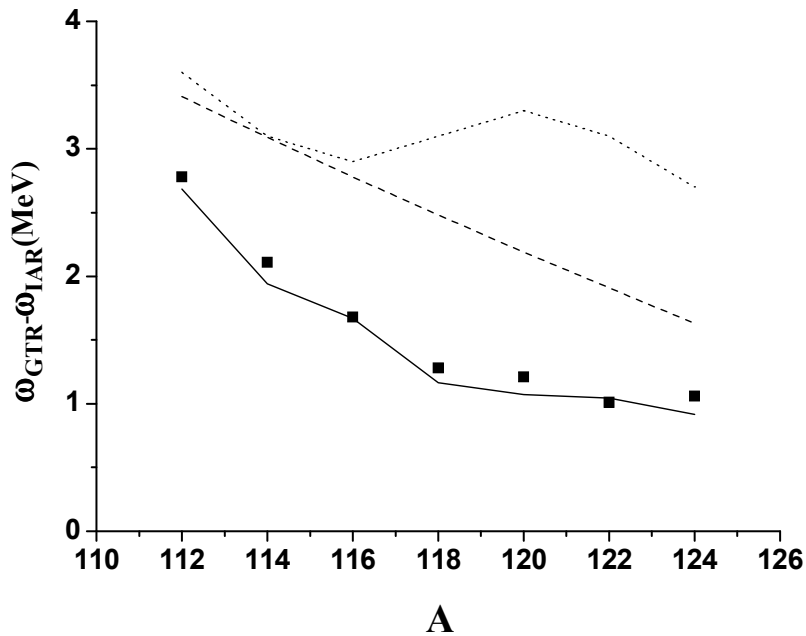
Şekil 3.1. Sb izotoplarında farklı yöntemlerle hesaplanmış GTR enerjilerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması

Şekil 3.1’ de gösterilmiş hesaplama sonuçlarında ele alınan χ_{pp} ve χ_{ph} değerleri Çizelge 3.2’ de gösterilmiştir. Çizelge 3.2’ den görüldüğü gibi Pyatov metodunda $\omega(GTR)$ değerlerinin deneysel değerlerle uyum içinde olması için incelenen bütün çekirdeklerde \hat{h}_{ph} itici olmasına rağmen, \hat{h}_{pp} etkin etkileşmesi hafif izotoplarda itici ağır izotoplarda ise çekici karakterlidir. Bu sonuç Çizelge 3.2’ de ki χ_{pp} değerlerinin hafif izotoplar için negatif işaretli ağır izotoplar için ise pozitif işaretli olmasında görülmektedir. Böylece \hat{h}_{pp} etkin etkileşmesinin şematik modelde her zaman çekici olmasına rağmen Pyatov metodunda izotopa bağlı olarak hem itici hem de çekici karakterli olabileceği sonucuna varılır.

Çizelge 3.2. Sb izotoplarında PM ile hesaplanan GTR enerjilerinin deneysel değerlerle uyum içinde olması için seçilen χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri

A	112	114	116	118	120	122
χ_{ph}	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
χ_{pp}	-0.6	-0.4	0.25	0.25	0.25	0.25

Şekil 3.2' de ise aynı parametrelerle Pyatov metodu ile hesaplanmış $\omega_{GTR} - \omega_{IAR}$ enerji farkları farklı yöntemlerle hesaplanmış teorik sonuçlarla ve uygun deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Şekil 3.2' de Pyatov metodu ile hesaplanmış sonuçlar düz eğri ile, Rodin ve ark. [78] tarafından yapılan hesaplama sonuçları noktali eğri ile, $\omega_{GTR} - \omega_{IAR} = 26A^{-1/3} - 18.5(N - Z)/A$ formülü ile hesaplanan fenomenolojik sonuçlar [94] kesikli eğri ile gösterilmiştir. Deneysel değerler ise kareler şeklinde verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi Pyatov metodu ile yapılmış hesaplama sonuçları deneysel değerlere daha yakındır.



Şekil 3.2. GTR ve IAR enerjileri arasındaki enerji farklılıklarının A kütle numarasına bağlılığı

Bir sonraki aşamada Pyatov metodu ile hesaplanmış çift çekirdekler arasındaki taban durum taban durum $\beta^{(\pm)}$ geçiş logft değerlerinin deneysel değerlerle ne derecede uyum içinde olduğu incelenmiştir. Bunun için bazı küresel çekirdeklerin taban durumları arasındaki β geçiş logft değerleri farklı yöntemlerle hesaplanmış ve deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Çizelge 3.3’ de ele alınan çekirdekler için $1^+ \xrightarrow{\beta^+} 0^+$ geçiş logft değerleri gösterilmiştir. Çizelge 3.3’ den görüldüğü gibi ^{106}Ag , $^{128,130}\text{Cs}$ izotopları dışında diğer bütün izotoplar için her iki yöntemle hesaplanmış logft değerleri birbirine çok yakındır ve her iki yöntemde hesaplanan logft değerleri deneysel değerlerle aynı derecede uyum içindedirler.

Şematik ve Pyatov metodu ile taban durum $1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ geçiş logft değerleri ise Çizelge 3.4’ de deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Çizelge 3.4’ den görüldüğü gibi bu geçişler için Pyatov metodu ile hesaplanmış logft değerleri şematik model değerlerinden bir hayli büyük olup deneysel değerlere daha yakındır.

Çizelge 3.3. $1^+ \xrightarrow{\beta^+} 0^+$ geçişleri için log (ft) değerleri

Geçişler	logft (exp.) [81]	logft (SM)	logft (PM)
$^{104}\text{Rh} \rightarrow ^{104}\text{Ru}$	4.32	4.19	4.20
$^{106}\text{Ag} \rightarrow ^{106}\text{Pd}$	4.92	4.28	4.72
$^{108}\text{Ag} \rightarrow ^{108}\text{Pd}$	4.70	4.10	4.00
$^{110}\text{Ag} \rightarrow ^{110}\text{Pd}$	4.08	3.97	3.94
$^{112}\text{In} \rightarrow ^{112}\text{Cd}$	4.70	4.41	4.36
$^{114}\text{In} \rightarrow ^{114}\text{Cd}$	4.90	4.33	4.32
$^{118}\text{Sb} \rightarrow ^{118}\text{Sn}$	4.53	4.59	4.71
$^{120}\text{Sb} \rightarrow ^{120}\text{Sn}$	4.53	4.45	4.59
$^{128}\text{Cs} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	4.84	4.53	5.09
$^{130}\text{Cs} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	5.10	4.56	5.21

Böylece Pyatov metodundaki \hat{h}_0 etkin etkileşmesi $1^+ \xrightarrow{\beta^+} 0^+$ geçiş logft değerlerini fazla etkilememiştir. (Bu Çizelge 3.1' de $S^{(-)}$ beta geçiş güçlerine karşılık gelir.) Fakat $1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ geçiş logft değerlerini ise yeterince büyütürük deneysel değerlere yaklaştırmıştır. (Bu Çizelge 3.1' de $S^{(+)}$ beta geçiş güçlerine karşılık gelir.)

Çizelge 3.4. $1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ geçişleri için log (ft) değerleri

Geçişler	logft (exp.) [81]	logft (SM)	logft (PM)
$^{98}\text{Nb} \rightarrow ^{98}\text{Mo}$	4.72	4.42	4.66
$^{100}\text{Nb} \rightarrow ^{100}\text{Mo}$	5.10	4.18	4.95
$^{100}\text{Tc} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	4.60	4.47	4.62
$^{102}\text{Tc} \rightarrow ^{102}\text{Ru}$	4.78	4.26	4.76
$^{104}\text{Rh} \rightarrow ^{104}\text{Pd}$	4.55	4.41	4.42
$^{106}\text{Rh} \rightarrow ^{106}\text{Ru}$	5.17	4.32	5.20
$^{108}\text{Rh} \rightarrow ^{108}\text{Pd}$	5.50	4.07	5.35
$^{110}\text{Rh} \rightarrow ^{110}\text{Pd}$	5.25	4.26	5.07
$^{112}\text{Rh} \rightarrow ^{112}\text{Pd}$	5.30	4.48	5.32
$^{108}\text{Ag} \rightarrow ^{108}\text{Cd}$	4.43	4.55	4.49
$^{110}\text{Ag} \rightarrow ^{110}\text{Cd}$	4.66	4.46	4.36
$^{114}\text{Ag} \rightarrow ^{114}\text{Cd}$	5.10	4.37	4.97
$^{112}\text{In} \rightarrow ^{112}\text{Sn}$	4.12	3.71	4.14
$^{114}\text{In} \rightarrow ^{114}\text{Sn}$	4.47	3.92	4.24
$^{116}\text{In} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	4.66	4.14	4.65
$^{118}\text{In} \rightarrow ^{118}\text{Sn}$	4.79	4.35	5.07
$^{120}\text{In} \rightarrow ^{120}\text{Sn}$	5.00	4.48	5.24
$^{122}\text{In} \rightarrow ^{122}\text{Sn}$	5.11	4.58	5.35
$^{128}\text{I} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	6.09	5.43	5.98

Pyatov metodunun uygulanabileceği süreçlerden biri de $2\nu\beta\beta$ beta geçişleri olabilir. Bu nedenle bazı çekirdekler için $2\nu\beta\beta$ geçiş çekirdek matris elemanları her iki yöntemle hesaplanmıştır. Hesaplama sonuçları Çizelge 3.5’ de deneysel değerlerle ve diğer teorik hesaplama sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Deneysel sonuçlar ve diğer teorik hesaplama sonuçları Ejiri [73]’ den alınmıştır. Çizelge 3.5’ den görüldüğü gibi Pyatov metodu ile hesaplanmış çekirdek matris eleman değerleri diğer bütün teorik hesaplama sonuçlarına nazaran deneysel değerlere daha yakındır.

Çizelge 3.5. İki nötrinolu çift beta geçiş nükleer matris elemanları

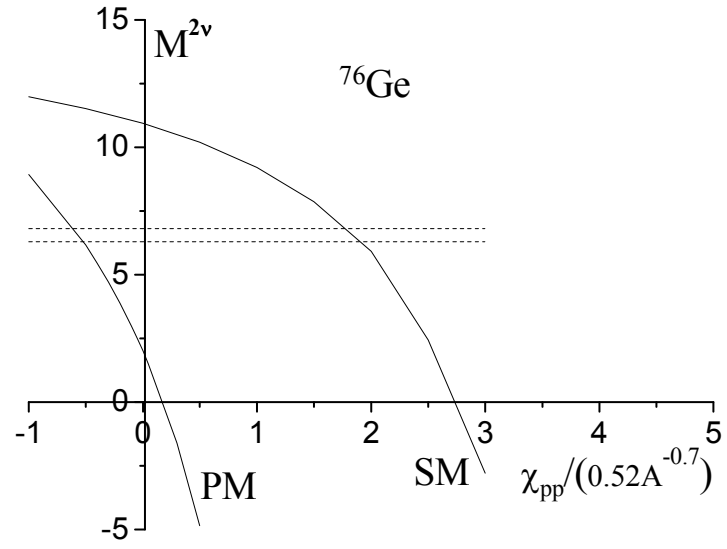
Geçişler	$M_{exp}^{2\nu}$	$M_{hes.1}^{2\nu}$	$M_{hes.2}^{2\nu}$	$M_{hes.3}^{2\nu}$	$M_{SM}^{2\nu}$	$M_{PM}^{2\nu}$
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	$2.6^{+0.6}_{-1.0}$	4.0	7.0	5.5	2.29	2.59
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	$6.5^{+0.3}_{-0.2}$	10	7.4	8.3	5.17	6.36
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	$4.6^{+0.1}_{-0.5}$	7.2	4.6	5.2	4.67	4.29
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	$3.7^{+0.5}_{-0.4}$	2.2	3.6	2.2	3.35	3.84
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	9.6 ± 1	25.6	19.7	5.9	10.49	9.83
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	$6.9^{+0.8}_{-0.9}$	4.5	5.1	3.6	5.93	6.8
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	1.24 ± 0.03	-	4.6	0.56	1.75	1.23
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	8.8 ± 0.2	-	2.8	1.6	6.88	4.03
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	<2.4	-	4.0	3.8	1.27	1.37

Bununla birlikte Çizelge 3.6’ de bütün geçişler için yarı ömür süreleri hem Pyatov metodu ile hem de şematik model ile hesaplanmış ve sonuçlar deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Pyatov metodu ile hesaplanan $t_{1/2}$ değerlerinin şematik modele nazaran deneysel değerlere daha yakın olduğu açıkça gözükmemektedir. (Çizelge 3.6’ nın ikinci sütununda söz konusu geçişler için lepton faz integrali değerleri de gösterilmiştir.)

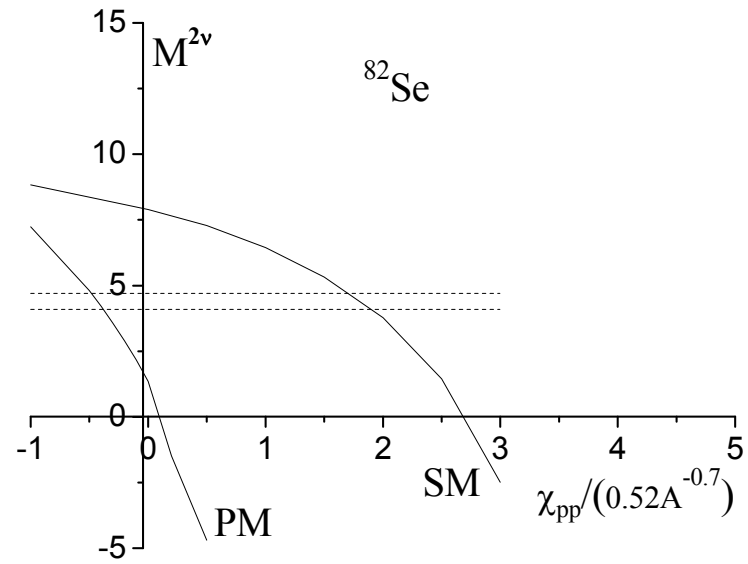
Çizelge 3.6. İki nötrinolu çift beta geçiş yarı ömür değerleri ve $f_{2\nu}$ değeri

Transitions	$f_{2\nu}$ [73]	$t_{1/2}^{2\nu}$ [73]	$t_{1/2}^{2\nu}$ (SM)	$t_{1/2}^{2\nu}$ (PM)
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	8.979×10^{-18}	$4.3_{-1.1}^{+2.4} \pm 1.4 \times 10^{19}$	5.545×10^{19}	4.335×10^{19}
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	3.49×10^{-20}	$1.77 \pm 0.01_{-0.11}^{+0.13} \times 10^{21}$	2.799×10^{21}	3.078×10^{21}
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	1.142×10^{-18}	$1.08_{-0.06}^{+0.26} \times 10^{20}$	1.048×10^{20}	3.544×10^{20}
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	4.892×10^{-18}	$3.9 \pm 0.9 \times 10^{19}$	4.756×10^{19}	3.619×10^{19}
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	2.463×10^{-18}	$1.15_{-0.2}^{+0.3} \times 10^{19}$	9.634×10^{18}	1.467×10^{19}
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	2.109×10^{-18}	$2.6_{-0.5}^{+0.9} \pm 0.35 \times 10^{19}$	3.52×10^{19}	3.485×10^{19}
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	2.207×10^{-22}	$7.7(\pm 0.4) \times 10^{24}$	3.863×10^{24}	3.953×10^{24}
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	1.249×10^{-20}	$2.7(\pm 0.1) \times 10^{21}$	4.417×10^{21}	1.287×10^{22}
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	1.259×10^{-18}	$> 3.6 \times 10^{20}$	1.285×10^{21}	1.105×10^{21}

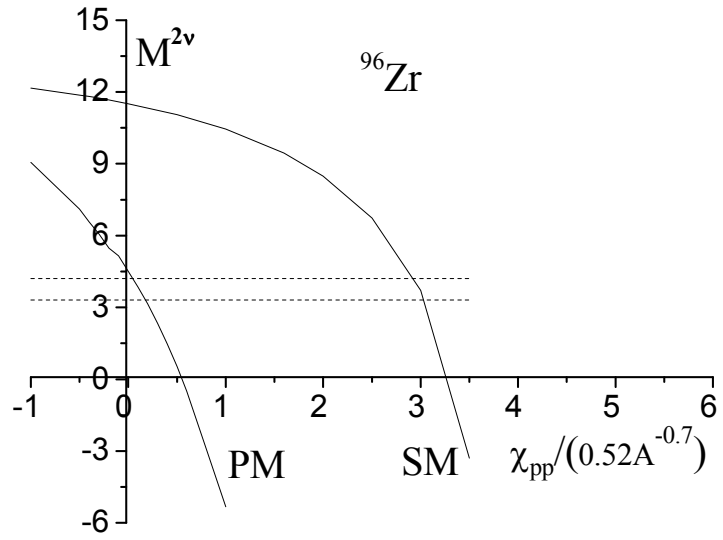
Bilindiği gibi pn QRPA yönteminde parçacık-parçacık kanalında etkin etkileşme sabitinin belirli bir değerinde $2\nu\beta\beta$ geçiş çekirdek matris elemanının değeri aniden sıfıra gitmektedir. Teorik hesaplamaların deneysel değerlerle uyum içinde olması için seçilen χ_{pp} değerinin matris elemanının sıfır olduğu χ_{pp} değerine yakın olması yapılan teorik hesaplamaların kararsızlığını ve güvenilir olmadığını gösterir. Bu hususun Pyatov metodu ile yapılan hesaplamalarda nasıl bir tavır sergileyeceğini incelememiz için yukarıda adı geçen bütün çekirdeklerin nükleer matris elemanlarının χ_{pp} 'ye bağlılığı incelenmiştir. Bazı çekirdekler için hesaplama sonuçları Şekil 3.3 - 3.6' da gösterilmiştir. Şekillerde kesikli çizgi ile gösterilen doğrular deneysel değer aralıklarına karşılık gelir.



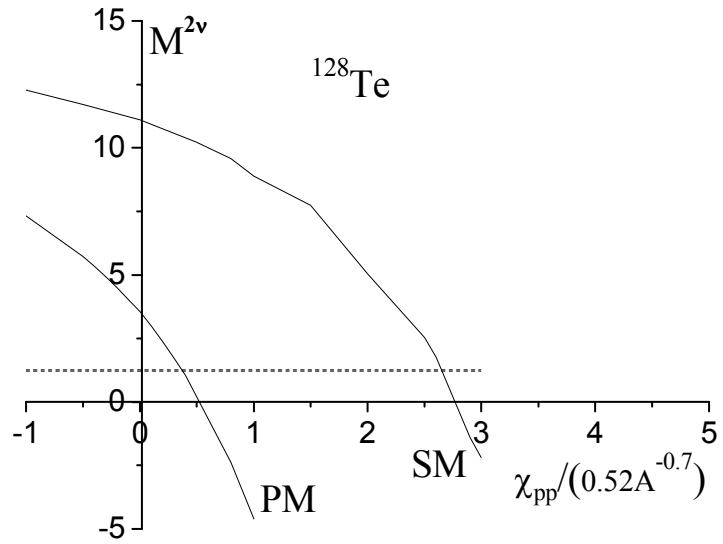
Şekil 3.3. ^{76}Ge izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı



Şekil 3.4. ^{82}Se izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} ' ye bağlılığı



Şekil 3.5. ^{96}Zr izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} 'ye bağılılığı



Şekil 3.6. ^{128}Te izotopunun $2\nu\beta\beta$ geçiş matris elemanının ($M^{2\nu}$) χ_{pp} 'ye bağılılığı

Şekillerden görüldüğü gibi bütün incelen çekirdeklerde Pyatov metodundaki \hat{h}_0 etkin etkileşmesi çekirdek matris elemanı eğrisini sol tarafa doğru kaydırmaktadır. Yani χ_{pp} 'nin daha düşük değerlerine doğru bir kayma vardır. Bu husus incelenen çekirdeklerde \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin çekici karakterli olmasından kaynaklanır. Bilindiği gibi şematik modelde \hat{h}_{pp} parçacık-parçacık etkin etkileşmesi çekicidir. Pyatov metodunda ise \hat{h}_0 etkin etkileşmesi incelen bu çekirdekler için çekici karakterli olduğundan \hat{h}_{pp} 'ye daha az ihtiyaç duyulur. Dolayısıyla Pyatov metodundaki hesaplama sonuçları daha küçük χ_{pp} değerlerinde deneyle uyum sağlamaktadır. Çünkü \hat{h}_0 etkin etkileşmesi bazı durumlarda çok fazla çekici olduğu için artık χ_{pp} 'ye olan ihtiyaç azalmaktadır. (Bazen \hat{h}_0 öyle büyük çekici değere sahip olmaktadır ki teorik hesaplama sonuçlarının deneysel değerlerle uyum sağlaması için itici \hat{h}_{pp} 'ye ihtiyaç duyulur. Bu durumda χ_{pp} 'lerin işareti eksidir.)

Çökme ile ilgili problem χ_{pp} 'nin küçük değerlere kayması ile çözülemez. Burada problemin çözülmesi için χ_{pp} 'nin deneysel değerinin χ_{pp} (çökme) değerinden daha uzakta olması gerekir. Bu nedenle hem şematik hem de Pyatov metodu için χ_{pp} 'nin çökme değeri ile deneysel değeri arasındaki fark hesaplanmıştır ve hesaplama sonuçları Çizelge 3.7' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.7' de ikinci ve üçüncü sütunlarda χ_{pp} 'nin çökme ve deneysel değerleri arasındaki fark verilmiştir. Bir sonraki iki sütunda χ_{ph} değerleri son iki sütunda ise her iki yöntemdeki χ_{pp} değerleri gösterilmiştir. Çizelge 3.7' de görüldüğü gibi şematik modele nazaran Pyatov metodu ile yapılmış hesaplamalarda χ_{pp} 'nin deneysel değeri çökme değerinden daha uzaktadır. Bu husus Pyatov metodu ile hesaplanmış sonuçların şematik modele nazaran daha güvenilir ve daha kararlı olduğunu gösterir.

Çizelge 3.7. χ_{pp} (çökme) - χ_{pp} , χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri

Geçişler	χ_{pp} (çökme) - χ_{pp}		χ_{ph}		χ_{pp}	
	PM	SM	SM	PM	SM	PM
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	0.23	0.2	0.5	1.3	2.65	-0.1
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	0.95	0.4	0.5	1.2	2.5	-0.8
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	0.6	0.45	0.5	1	2.25	-0.5
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	0.45	0.125	0.5	1	3.2	0.1
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	1.2	0.25	0.5	1	3.05	-0.5
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	1.025	0.4	0.5	1	2.45	-0.7
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	0.175	0.1	0.75	1	2.7	0.375
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	0.3	0.25	0.5	0.85	2	-0.5
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	-	-	0.5	1	2.75	-0.1

Ayrıca Pyatov metodu ile yapılan hesaplama sonuçlarında ^{96}Zr , ^{128}Te izotopları dışında incelen bütün çekirdekler için \hat{h}_{pp} 'nin itici karakterli olduğu Çizelge 3.7' den görülmektedir.

4. TEK ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER GEÇİŞLERİNİN PYATOV METODU İLE İNCELENMESİ

4.1. Giriş

Bölüm 3. 2' de çift - çift çekirdeklere Pyatov metodu uyguladığımızda γ_p büyüklüğünü karakterize eden ikili komütasyonda ele alınan çekirdeğin taban durumuna göre ortalama işlemi yapılmıştı. Tek çekirdekler de ise söz konusu büyüklüğün bulunması için ortalama işlemi ele alınan tek çekirdeğin taban durumuna göre yapılması gerekir. Hesaplama sonucunda tek nötronlu (k) çekirdekler için hesaplanan γ_p parametresi

$$(\gamma_p)^n = -\sum_{np} E_{np}^p b_{np}^p + \frac{1}{2j_k + 1} \sum_p K_{kp}^p d_{kp}^p \quad (4.1)$$

biçiminde, tek protonlu (v) çekirdekler için ise aşağıdaki şekilde verilir.

$$(\gamma_p)^p = -\sum_{np} E_{np}^p b_{np}^p - \frac{1}{2j_v + 1} \sum_n K_{nv}^p d_{nv}^p \quad (4.2)$$

Burada E ve K indirgenmiş matris elemanlarıdır.

Denklem (2.44) ve (3.1)' den tek çekirdek için sistemin toplam Hamilton operatörü CD terimlerini de içerdiği için

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{h}_0^{CD} + \hat{h}_{ph}^{CD} + \hat{h}_{pp}^{CD} \quad (4.3)$$

biçiminde yazılır. Problem tek nötronlu çekirdek için çözüldüğünde (4.3) ifadesinde $(\gamma_p)^n$ değeri, tek protonlu çekirdekler için çözüldüğünde ise $(\gamma_p)^p$ değeri kullanılır.

4.2. Tek Çekirdeklere Pyatov Metodu ile Bulunan Hamilton Operatörünün QRPA Yöntemiyle Öz değer ve Öz fonksiyonlarının Bulunması

Bu bölümde Gamow-Teller kolektif etkin etkileşmesi tek çekirdeklere ele alınacaktır. Burada tek çekirdeğe; çift-çift kordan ve bunun üzerinde bir kuazi parçacıktan oluşmuş bir sistem gibi bakılacaktır.

İlk olarak tek nötrondan oluşan bir çekirdeği ele alalım. Böyle bir çekirdeğin dalga fonksiyonu QRPA yaklaşımında aşağıdaki biçimde seçilir:

$$|j_k m_k\rangle^n = (\Omega_{j_k m_k}^+)^n |0\rangle = \left[N_{ik}^n \alpha_{j_k m_k}^+ + \sum_{iv\mu} R_{ni}^{kv} \langle j_v m_v 1\mu | j_k m_k \rangle \hat{Q}_i^+(\mu) \alpha_{j_v m_v}^+ \right] |0\rangle \quad (4.4)$$

Burada N_{ik}^n dalga fonksiyonunun bir kuazi parçacık genliği, R_{ni}^{kv} ise parçacık + fonon (3 kuazi parçacık) genliği, n ise parçacık sayısıdır.

$$\left[\Omega_{j_k m_k}^n, \Omega_{j_k' m_k'}^{n'} \right] = \delta_{j_k j_k'} \delta_{m_k m_k'} \delta_{nn'}$$

komütasyon koşulundan söz konusu genlikler aşağıdaki normalizasyon koşulunu sağlamaktadır.

$$N_{ik}^n N_{ik}^{n'} + \sum_{iv} R_{ni}^{kv} R_{n'i}^{kv} = \delta_{nn'} \quad (4.5)$$

QRPA yaklaşımında hareket denklemi

$$\left[\hat{H}, (\Omega_{j_k m_k}^+)^n \right] |0\rangle = \omega_n^k (\Omega_{j_k m_k}^+)^n |0\rangle \quad (4.6)$$

biçiminde yazılır. Matematiksel işlemler sonucunda ω_n^k enerjileri için aşağıdaki seküler denklem bulunur.

$$\omega_n^k - E_{jk} = \frac{3}{2j_k + 1} \sum_{i,j_v} \left(\frac{\sum_{\rho} \frac{1}{2(\gamma_{\rho})^n} q_i^{\rho} K_{kv}^{\rho}}{\omega_n^k - E_{j_v} - \omega_i} \right) \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)' den bulunan her bir enerji değeri için bir kuazi parçacıklı ve kuazi parçacık + fonon genlikleri

$$R_{ni}^{kv} = \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \frac{\sum_{\rho} \frac{1}{2(\gamma_{\rho})^n} q_i^{\rho} K_{np}^{\rho}}{\omega_n^k - E_{j_v} - \omega_i} N_{ik}^n \quad (4.8)$$

$$N_{ik}^n = \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_n^k)}} \quad (4.9)$$

ifadelerinden bulunur.

$Z(\omega_n^k)$ normalizasyon katsayısı (4.5) ifadesi ile verilen normalizasyon koşulundan hesaplanır.

$$Z(\omega_n^k) = 1 + \frac{3}{2j_k + 1} \sum_{i_v} \left(\frac{\sum_{\rho} \frac{1}{2\gamma_{\rho}^n} q_i^{\rho} K_{np}^{\rho}}{\omega_n^k - E_{j_v} - \omega_i} \right)^2$$

Aynı biçimde tek protonlu çekirdek için uygun ifadeler aşağıdaki şekilde verildiği gibidir:

Dalga fonksiyonu,

$$|j_v m_v\rangle^n = (\Omega_{j_v m_v}^+)^n |0\rangle = \left[N_{i_v}^n \alpha_{j_v m_v}^+ + \sum_{i_k \mu} R_{ni}^{kv} \langle j_k m_k 1 \mu | j_v m_v \rangle \hat{Q}_i^+(\mu) \alpha_{j_k m_k}^+ \right] |0\rangle \quad (4.10)$$

Hareket denklemi,

$$\left[\hat{H}, (\Omega_{j\nu m\nu}^+)^n \right] |0\rangle = \omega_n^k (\Omega_{j\nu m\nu}^+)^n |0\rangle \quad (4.11)$$

Seküler denklem,

$$\omega_n^k - E_{j\nu} = \frac{3}{2j_\nu + 1} \sum_{i,jk} \frac{\left(\sum_\rho \frac{1}{2(\gamma_\rho)^p} q_i^\rho K_{kv}^\rho \right)}{\omega_n^k - E_{jk} - \omega_i} \quad (4.12)$$

Normalizasyon koşulu,

$$N_{ik}^n N_{ik}^{n'} + \sum_{iv} R_{ni}^{kv} R_{n'i}^{kv} = \delta_{nn'} \quad (4.13)$$

Dalga fonksiyonunun genlikleri,

$$R_{ni}^{kv} = (-1)^{jk+j\nu} \sqrt{\frac{3}{2j_\nu + 1}} \frac{\sum_\rho \frac{1}{2(\gamma_\rho)^p} q_i^\rho K_{kv}^\rho}{\omega_n^k - E_{jk} - \omega_i} N_{iv}^n \quad (4.14)$$

$$N_{iv}^n = \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_n^v)}} \quad (4.15)$$

4.3. Tek Çekirdeklere Gamow-Teller Geçişlerinin Matris Elemanlarının Hesaplanması

Bu bölümde tek çekirdekler arasındaki $\beta^{(\pm)}$ geçişleri incelenecektir. İndirgenmiş beta geçiş olasılığı aşağıdaki formülle ifade edilir.

$$B(j_k \rightarrow j_v, \beta^-) = \frac{1}{(2j_k + 1)} \left| \langle j_v \| \hat{G}_{1\mu}^- \| j_k \rangle \right|^2 \quad (4.16)$$

Burada da ilk olarak tek nötronlu çekirdeğin tek protonlu bir çekirdeğe β^- dönüşümü ele alınmıştır. Bağımsız kuazi parçacık modelinde beta geçişleri iki çeşitlidir:

a) Tek nükleonun bozulması ile gerçekleşen beta geçişleri; bu durumda sistemde çift sayısı değişmiyor.

b) Korda bulunan bir nükleonun bozulması ile gerçekleşen beta geçişleri; bu durumda ise sistemde çift sayısı değişiyor.

Çift sayısı değişmeyen durum ve çift sayısı değişen durum aşağıda ayrı ayrı ele alınmıştır.

4.3.1. Çift sayısı değişmeyen durum

$j_k m_k$ durumunda bulunan bir nötronun $j_v m_v$ durumunda bulunan bir protona dönüşümü ile gerçekleşen β^- geçiş $|j_k m_k\rangle^n \xrightarrow{\beta^-} |j_v m_v\rangle^n$ matris elemanı aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^-) = \langle j_v m_v | \hat{G}_{1\mu}^- | j_k m_k \rangle \quad (4.17)$$

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^-) = \langle 0 | N_{i\nu}^n \alpha_{j_v m_v} + \sum_{ik'\mu'} R_{ni'}^{vk'} \langle j_k m_k' 1\mu' | j_v m_v \rangle \hat{Q}_{i'}(\mu') \alpha_{j_k m_k'} | \hat{G}_{1\mu}^- |$$

$$N_{ik}^n \alpha_{j_k m_k}^+ + \sum_{i'\nu'\mu''} R_{ni''}^{v'k} \langle j_v m_v' 1\mu'' | j_k m_k \rangle \hat{Q}_{i''}^+(\mu'') \alpha_{j_v m_v'}^+ | 0 \rangle \quad (4.18)$$

Söz konusu matris elemanı dört terimden oluşmaktadır ve her bir terimi ayrı ayrı ele alalım.

“ NN ” terimi,

$$\Rightarrow N_{i\nu}^n N_{ik}^n d_{k\nu} \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_\nu m_\nu 1 \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.19)$$

“ RR ” terimi,

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_\nu m_\nu 1 \mu | j_k m_k \rangle \sqrt{(2j_k + 1)(2j_\nu + 1)} \cdot \\ &\quad \sum_{i'k'\nu'} (-1)^{j\nu+jk'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{k\nu'} \bar{d}_{k'\nu'} \begin{Bmatrix} j_{k'} & 1 & j_\nu \\ j_k & 1 & j_{\nu'} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.20)$$

“ RN ” terimi,

$$\Rightarrow \sum_i (-1)^{j\nu-jk} M_{\beta^-}^i R_{ni}^{vk} N_{ik}^n \sqrt{\frac{2j_\nu + 1}{2j_k + 1}} \langle j_\nu m_\nu 1 \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.21)$$

“ NR ” terimi,

$$\Rightarrow \sum_i M_{\beta^+}^i N_{i\nu}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{\frac{2j_k + 1}{2j_\nu + 1}} \langle j_\nu m_\nu 1 \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.22)$$

Böylece çift sayısı değişmeyen durumda indirgenmiş matris elemanı için

$$\begin{aligned} \langle j_\nu \| \hat{G}^- \| j_k \rangle &= \sqrt{3} d_{k\nu} N_{i\nu}^n N_{ik}^n + \\ &\quad \sqrt{3(2j_k + 1)(2j_\nu + 1)} \sum_{k'\nu'} (-1)^{j\nu+jk'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{k\nu'} \bar{d}_{k'\nu'} \begin{Bmatrix} j_{k'} & 1 & j_\nu \\ j_k & 1 & j_{\nu'} \end{Bmatrix} + \\ &\quad \sum_i (-1)^{j\nu-jk} M_{\beta^-}^i R_{ni}^{vk} N_{ik}^n \sqrt{(2j_\nu + 1)} + \sum_i M_{\beta^+}^i N_{i\nu}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{(2j_k + 1)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

ifadesi bulunur. Bu ifade

$$\langle j_v m_v | \hat{G}_{1\mu}^- | j_k m_k \rangle = \frac{\langle j_v m_v 1 \mu | j_k m_k \rangle}{\sqrt{2j_k + 1}} \langle j_v || \hat{G}^- || j_k \rangle \quad (4.24)$$

Wigner Eckart teoremi kullanılarak bulunmuştur.

4.3.2. Çift sayısı değişen durum

$j_k m_k$ durumunda bulunan tek nötronlu çekirdeğin çift sayısının değişmesi ile gerçekleşen β geçişi $|j_k m_k\rangle^n \xrightarrow{\beta^+} |j_v m_v\rangle^n$ olacaktır. Bu durumda matris elemanı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^+) = \langle j_v m_v | \hat{G}_{1\mu}^+ | j_k m_k \rangle \quad (4.25)$$

$$M(j_k \rightarrow j_v, \beta^+) = \langle 0 | N_{iv}^n \alpha_{j_v m_v} + \sum_{ik'\mu'} R_{ni'}^{vk'} \langle j_k' m_k' 1 \mu' | j_v m_v \rangle \hat{Q}_{i'}(\mu') \alpha_{j_k' m_k'} | \hat{G}_{1\mu}^+ | N_{ik}^n \alpha_{j_k m_k} + \sum_{i''\mu''} R_{ni''}^{vk} \langle j_v' m_v' 1 \mu'' | j_k m_k \rangle \hat{Q}_{i''}(\mu'') \alpha_{j_v' m_v'} | 0 \rangle \quad (4.26)$$

Söz konusu matris elemanı dört terimden oluşmaktadır ve her bir terimi ayrı ayrı ele alınıp hesaplanır.

“ NN ” terimi,

$$\Rightarrow (-1)^\mu N_{iv}^n N_{ik}^n \bar{d}_{kv} \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_v m_v 1 - \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.27)$$

“ RR ” terimi,

$$\Rightarrow (-1)^\mu \sqrt{\frac{3}{2j_k + 1}} \langle j_v m_v 1 - \mu | j_k m_k \rangle \sqrt{(2j_k + 1)(2j_v + 1)}.$$

$$\sum_{i'k'v'} (-1)^{j'v+jk'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{kv'} d_{k'v'} \begin{Bmatrix} j_k & 1 & j_v \\ j_k & 1 & j_v \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

“ RN ” terimi,

$$\Rightarrow (-1)^\mu \sum_i M_{\beta^-}^i N_{iv}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{\frac{2j_v+1}{2j_k+1}} \langle j_v m_v 1 - \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.29)$$

“ NR ” terimi,

$$\Rightarrow (-1)^\mu \sum_i (-1)^{j'v-jk} M_{\beta^+}^i N_{ik}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{\frac{2j_v+1}{2j_k+1}} \langle j_v m_v 1 - \mu | j_k m_k \rangle \quad (4.30)$$

Böylece çift sayısı değişen durumda indirgenmiş matris elemanı için aşağıdaki ifade bulunur.

$$\langle j_k \| \hat{G}^+ \| j_v \rangle = \sqrt{3} d_{kv} N_{iv}^n N_{ik}^n +$$

$$\sqrt{3(2j_k+1)(2j_v+1)} \sum_{k'v'} (-1)^{j'v+jk'} R_{ni'}^{vk'} R_{ni'}^{kv'} d_{k'v'} \begin{Bmatrix} j_k & 1 & j_v \\ j_k & 1 & j_v \end{Bmatrix} +$$

$$\sum_i (-1)^{j'v-jk} M_{\beta^+}^i N_{ik}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{(2j_v+1)} + \sum_i M_{\beta^-}^i N_{iv}^n R_{ni}^{vk} \sqrt{(2j_k+1)} \quad (4.31)$$

Tek proton sayılı bir çekirdeğin tek nötron sayılı bir çekirdeğe beta dönüşümü matris elemanları yukarıdaki bütün ifadelerde $k \leftrightarrow v$ ve $\beta^+ \leftrightarrow \beta^-$ dönüşümleri yapılarak bulunur.

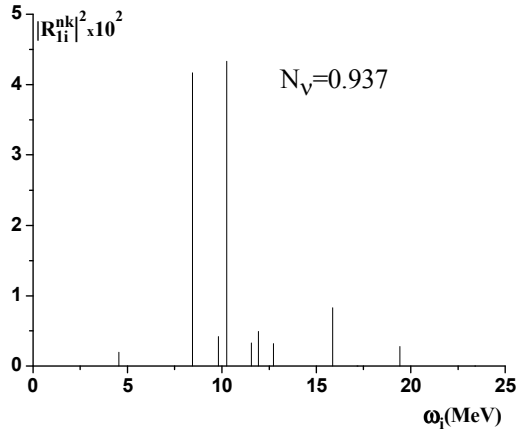
4.4. Tek Çekirdeklerin GT Geçişleriyle ilgili Teorik Hesaplamalarının Deneysel Değerlerle Karşılaştırılması

Önce ele alınan tek çekirdeğin taban durumuna kordaki kolektif titreşimlerin etkisini inceleyelim. Denklem (4.10)' dan görüldüğü gibi söz konusu titreşimlerin dalga fonksiyonundaki “temsilcisi” R_{ni}^{kv} genliğidir. Kuazi parçacık-fonon etkileşmesi genliği olan R_{ni}^{kv} kordaki ω_i uyarılmış durumlarına bağlı olduğu için [bkz. (4.8)] onun enerji dağılım fonksiyonunun incelenmesin de bir yarar vardır. Ele alınan çekirdeklerin bazıları için $|R|^2$ ' nin ω_i ' ye bağlılık grafiği Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3' de gösterilmiştir.

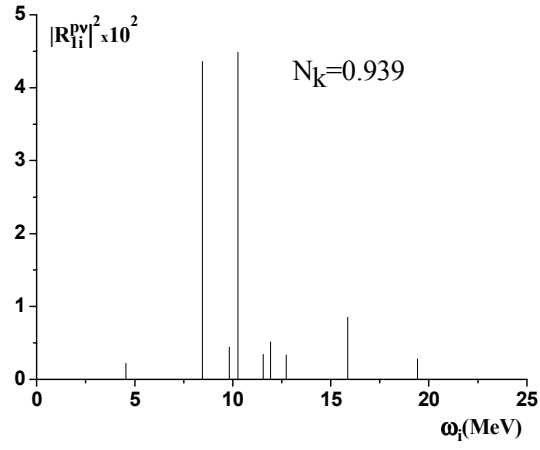
Şekil 4.1.a' da ^{51}Cr izotopundaki tek nötronlu çekirdeğin taban durumuna katkıda bulunan $|R|^2$ ' nin ω_i ' ye bağlılığı, Şekil 4.1.b' de aynı kora sahip fakat tek protonlu ^{51}Mn izotopunun taban durumundaki $|R|^2$ ' nin ω_i ' ye bağlılığı, Şekil 4.1.c' de ise kordaki β^- geçiş gücünün (B_{GT}^- büyüklüğünün) ω_i ' ye bağlılık grafiği gösterilmiştir. Şekil 4.1.(a-b-c)' den görüldüğü gibi her üç dağılım hemen hemen birbiriyle örtüşmektedir. Bu grafiklerin her üçünde 9-10 MeV aralığında bir maksimum vardır.

Şekil 4.2.(a-b-c)' de benzer grafikler koro ^{72}Se olan ^{73}Se ve ^{73}Br izotopları için gösterilmiştir. Şekil 4.2.(a-b-c)' den görüldüğü gibi ^{73}Se ve ^{73}Br izotoplarındaki dağılımlar aynıdır. Bu dağılımların 7-8 MeV civarında bir maksimum değeri vardır. Kordaki beta geçiş gücünün dağılımının maksimum değerinin 10-12 MeV aralığında olduğu Şekil 4.2.c' den görülmektedir ve kuazi parçacık + fonon genliğinin maksimumu ile beta geçiş dağılım fonksiyonunun maksimumu arasında 2-3 MeV' lik bir fark vardır. Yani B_{GT}^- ' nin enerji dağılım eğrisi $|R|^2$ ' lerin enerji dağılım eğrisi ile tam örtüşmemektedir.

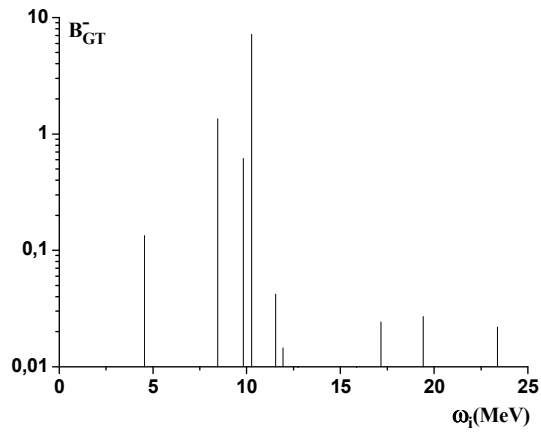
Şekil 4.3. (a-b-c)' de ise benzer grafikler koro ^{126}Ba izotopu olan ^{127}Ba ve ^{127}Cs çekirdekleri için gösterilmiştir. Söz konusu şekillerden görüldüğü gibi önceki şekillere benzer olarak tek nötronlu ve tek protonlu izotoplardaki $|R|^2$ ' nin enerji dağılım eğrileri aynı karakterlidir ve bu eğriler 8-11 MeV aralığında bir maksimum değere sahiptir. Uygun beta geçiş gücünün ω_i ' ye bağlılık grafiğinin ise 15 MeV' de olduğu Şekil 4.3.c' den görülmektedir.



(a)

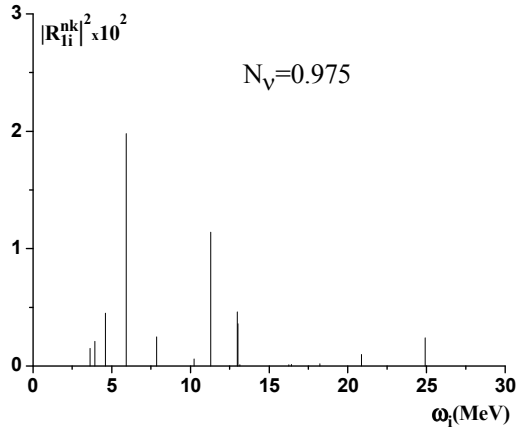


(b)

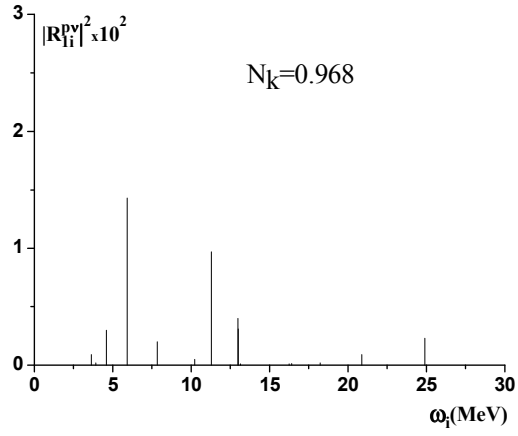


(c)

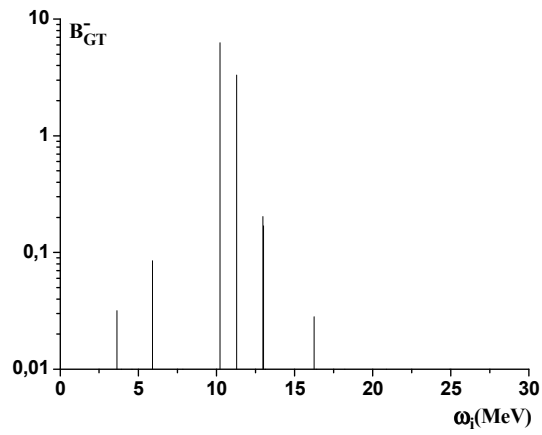
Şekil 4.1. ^{51}Cr (a), ^{51}Mn (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{50}Cr (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı



(a)

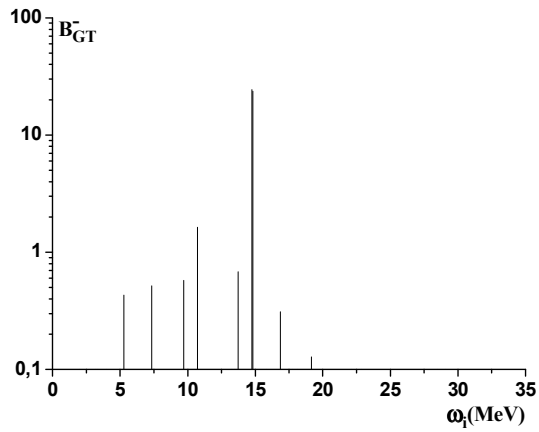
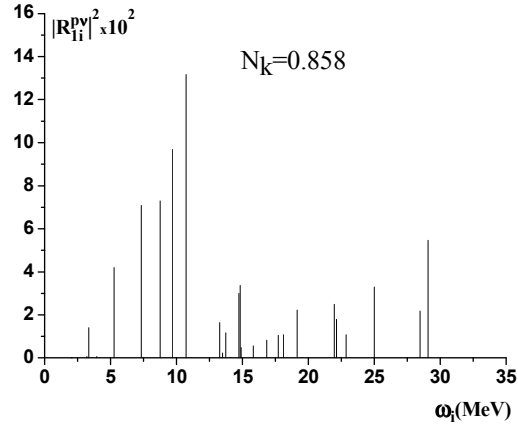
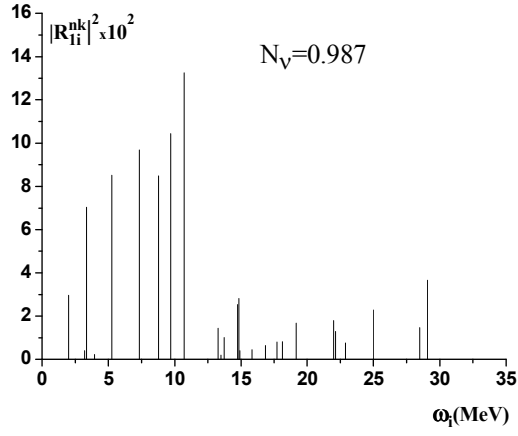


(b)



(c)

Şekil 4.2. ^{73}Se (a), ^{73}Br (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{72}Se (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı



Şekil 4.3. ^{127}Ba (a), ^{127}Cs (b) izotoplarının taban durumlu kuazi parçacık-fonon genliğinin ve ^{126}Ba (c) çift-çift kor çekirdeğinde β^- geçiş gücünün enerji dağılımı

Koru ^{126}Ba izotopu olan ^{127}Ba ve ^{127}Cs izotoplarındaki dağılımların maksimumları arasındaki fark 5-6 MeV kadardır. Yani bu eğriler daha az örtüşürler.

Bu şekillerde $|R|^2$ eğrisi ile β^- geçiş eğrisinin örtüşmemesinden bahsetmemizin nedeni tek çekirdekler arasında beta geçiş matris elemanlarının söz konusu örtüşmeye bağlı olmasıdır [bkz. (4.21) ve (4.29)]. Bu örtüşmenin beta geçiş matris elemanlarına etkisi ileride incelenecektir.

Bu çalışmada kütle numarası $51 \leq A \leq 129$, proton sayısı $24 \leq Z \leq 55$ aralığındaki çekirdekler için β^+ geçiş matris elemanları hem Pyatov metodu ile hem de şematik model ile hesaplanmıştır. Her iki yöntemle yapılan hesaplama sonuçlarında aynı χ_{pp} ve χ_{ph} değerleri kabul edilmiştir ve bu değerler sırasıyla β^- ve β^+ geçişleri için Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2’ de verilmiştir.

Çizelge 4.1. β^- geçişi yapan çekirdekler için yapılan hesaplamalarda kullanılan χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri

No	Geçişler	χ_{ph}	χ_{pp}
1	$^{57}\text{Mn} \rightarrow ^{57}\text{Fe}$	1.25	1.25
2	$^{59}\text{Fe} \rightarrow ^{59}\text{Co}$	1.0	-0.65
3	$^{65}\text{Ni} \rightarrow ^{65}\text{Cu}$	0.5	0.7
4	$^{69}\text{Cu} \rightarrow ^{69}\text{Zn}$	1.0	0.5
5	$^{71}\text{Zn} \rightarrow ^{71}\text{Ga}$	1.0	0.5
6	$^{79}\text{As} \rightarrow ^{79}\text{Se}$	1.0	0.5
7	$^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99}\text{Tc}$	1.25	0.5
8	$^{115}\text{Cd} \rightarrow ^{115}\text{In}$	1.0	-0.6
9	$^{117}\text{Cd} \rightarrow ^{117}\text{In}$	1.5	-1.0

Çizelge 4.2. β^+ geçişi yapan çekirdekler için yapılan hesaplamalarda kullanılan χ_{ph} ve χ_{pp} değerleri

No	Geçişler	χ_{ph}	χ_{pp}
1	$^{51}\text{Cr} \rightarrow ^{51}\text{V}$	1.0	0.5
2	$^{53}\text{Fe} \rightarrow ^{53}\text{Mn}$	1.2	1.0
3	$^{59}\text{Cu} \rightarrow ^{59}\text{Ni}$	0.8	0.5
4	$^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$	1.0	0.5
5	$^{61}\text{Zn} \rightarrow ^{61}\text{Cu}$	0.5	0.5
6	$^{63}\text{Zn} \rightarrow ^{63}\text{Cu}$	1.0	0.5
7	$^{69}\text{As} \rightarrow ^{69}\text{Ge}$	1.0	-1.0
8	$^{71}\text{Se} \rightarrow ^{71}\text{As}$	1.0	0.55
9	$^{73}\text{Se} \rightarrow ^{73}\text{As}$	1.5	1.0
10	$^{91}\text{Mo} \rightarrow ^{91}\text{Nb}$	1.0	-1.0
11	$^{91}\text{Tc} \rightarrow ^{91}\text{Mo}$	1.0	-1.0
12	$^{93}\text{Ru} \rightarrow ^{93}\text{Tc}$	1.0	0.5
13	$^{123}\text{Cs} \rightarrow ^{123}\text{Xe}$	1.0	0.65
14	$^{125}\text{Cs} \rightarrow ^{125}\text{Xe}$	1.0	0.15
15	$^{127}\text{Cs} \rightarrow ^{127}\text{Xe}$	1.0	0.55
16	$^{127}\text{Ba} \rightarrow ^{127}\text{I}$	1.0	0.5
17	$^{129}\text{Cs} \rightarrow ^{129}\text{Ba}$	1.0	0.5
18	$^{129}\text{Ba} \rightarrow ^{129}\text{I}$	1.0	0.6

Denklem (4.23) ve (4.31)' den görüldüğü gibi tek çekirdekler arasındaki beta geçiş matris elemanları dört terim içerir. “NN” terimi tek kuazi parçacık etkileşmesinden gelen katkıyı, “RR” terimi kor-kor etkileşmelerinden gelen katkıyı, “RN” terimi tek kuazi parçacık ile kordaki β^- kanalındaki kolektif titreşim ile etkileşmesinden gelen katkıyı, “NR” ise tek parçacık ile kordaki β^+ kanalındaki kolektif titreşim arasındaki etkileşmeden gelen katkıyı ifade etmektedir. Karşılaştırma yapabilmek için bu dört terimden gelen katkıların herbiri hesaplanmış ve sonuçlar Çizelge 4.3 (β^+ geçişi için)' de ve Çizelge 4.4 (β^- geçişi için)' de gösterilmiştir.

Çizelge 4.3' de görüldüğü gibi tek çekirdeklerin taban durumları arasındaki β^+ geçiş matris elemanının oluşmasında “NN” ve “RN” terimleri önemli rol oynamaktadır. β^+ geçiş matris elemanına önemli katkıda bulunan “RN” terimi Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3' ler de gösterilen eğrilerin örtüşmesine bağlıdır. Hemen hemen incelenen tüm çekirdeklerde “RN” terimi ile “NN” teriminin farklı işaretli olduğu dikkat çekicidir. Bu doğal bir sonuçtur. Çünkü bu, ele alınan modelde bir kuazi parçacık modeline nazaran beta geçiş hızının azalmasına ve deneysel değerlere daha yakın olmasına neden olur. “RN” ve “NN” terimlerinin değerleri birbirlerine yakın ve farklı işaretli olduğu için büyük bir ölçüde birbirlerini söndürür. “RR” ve “NR” terimleri küçük olmalarına rağmen β^+ geçişlerdeki rolü ihmal edilemez.

Çizelge 4.4' de benzer hesaplama sonuçları β^- geçiş yapan çekirdekler için gösterilmiştir. β^+ geçiş yapan çekirdekler için söylenenler β^- geçişleri için de geçerlidir.

Çizelge 4.3. Tek çekirdeklerin β^+ geçiş matris elemanlarına farklı terimlerden gelen katkıları

Geçişler	PM			
	“NN”	“RR”	“RN”	“NR”
$^{51}\text{Cr} \rightarrow ^{51}\text{V}$	1.57	0.15	-1.34	0.022
$^{53}\text{Fe} \rightarrow ^{53}\text{Mn}$	1.65	0.228	-0.79	-0.56
$^{59}\text{Cu} \rightarrow ^{59}\text{Ni}$	0.26	0.0024	0.16	-0.01
$^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$	1.4	0.00016	-0.9	-0.038
$^{61}\text{Zn} \rightarrow ^{61}\text{Cu}$	0.014	0.57	0.57	-0.032
$^{63}\text{Zn} \rightarrow ^{63}\text{Cu}$	0.96	0.168	-0.92	0.077
$^{69}\text{As} \rightarrow ^{69}\text{Ge}$	-1.04	-0.04	0.74	-0.075
$^{71}\text{Se} \rightarrow ^{71}\text{As}$	-0.88	-0.16	0.91	-0.047
$^{73}\text{Se} \rightarrow ^{73}\text{As}$	0.138	0.175	-0.769	0.0438
$^{91}\text{Mo} \rightarrow ^{91}\text{Nb}$	1.46	0.066	-1.03	-0.139
$^{91}\text{Tc} \rightarrow ^{91}\text{Mo}$	1.36	0.071	-1.02	-0.14
$^{93}\text{Ru} \rightarrow ^{93}\text{Tc}$	1.37	0.306	-1.5	0.092
$^{123}\text{Cs} \rightarrow ^{123}\text{Xe}$	0.92	-0.022	-1.1	0.032
$^{125}\text{Cs} \rightarrow ^{125}\text{Xe}$	1.16	-0.01	-1.3	0.0003
$^{127}\text{Cs} \rightarrow ^{127}\text{Xe}$	0.97	-0.073	-1.02	0.005
$^{127}\text{Ba} \rightarrow ^{127}\text{I}$	0.308	-0.022	-0.528	-0.0015
$^{129}\text{Cs} \rightarrow ^{129}\text{Ba}$	0.66	-0.007	-0.81	0.003
$^{129}\text{Ba} \rightarrow ^{129}\text{I}$	0.29	-0.017	-0.43	-0.00019

Çizelge 4.4. Tek çekirdeklerin β^- geçiş matris elemanlarına farklı terimlerden gelen katkıları

Geçişler	PM			
	“NN”	“RR”	“RN”	“NR”
$^{57}\text{Mn} \rightarrow ^{57}\text{Fe}$	-0.07	-0.05	0.67	-0.15
$^{59}\text{Fe} \rightarrow ^{59}\text{Co}$	-0.32	-0.0003	0.44	0.025
$^{65}\text{Ni} \rightarrow ^{65}\text{Cu}$	-0.56	-0.009	-0.25	-0.015
$^{69}\text{Cu} \rightarrow ^{69}\text{Zn}$	1.27	0.013	-0.65	-0.009
$^{71}\text{Zn} \rightarrow ^{71}\text{Ga}$	0.6	0.0004	-0.99	0.002
$^{79}\text{As} \rightarrow ^{79}\text{Se}$	0.004	0.175	0.05	-0.007
$^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99}\text{Tc}$	-0.03	0.001	0.11	-0.0005
$^{115}\text{Cd} \rightarrow ^{115}\text{In}$	0.4	-0.0003	-0.6	-0.0006
$^{117}\text{Cd} \rightarrow ^{117}\text{In}$	0.15	-0.001	-0.41	-0.0012

$51 \leq A \leq 129$ ve $24 \leq Z \leq 55$ aralığındaki çekirdekler için Pyatov metodu ile hesaplanmış β^+ ve β^- geçiş logft değerleri sırasıyla Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6’ de deneysel değerler, tek kuazi parçacık (SQP) ve şematik model ile hesaplanmış değerlerle karşılaştırılmıştır. Her iki çizelgeden de görüldüğü gibi β^+ ve β^- geçişleri için Pyatov metodu ile hesaplanan sonuçlar deneysel değerlere daha yakındır. Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6’ den görüldüğü gibi bazı çekirdekler dışında (^{61}Zn , ^{73}Se β^+ geçişlerinde ve ^{57}Mn , ^{99}Mo β^- geçişlerinde) SQP logft değerleri uygun deneysel değerlerden 2-3 birim kadar küçüktür. Nükleonlar arasında GT etkin etkileşmesi göz önüne alındığında şematik model ile yapılmış hesaplamalar SQP hesaplamalarına nazaran deneysel değere yaklaşmaktadır. Fakat aynı χ_{pp} ve χ_{ph} değerlerinde Pyatov metodu ile yapılmış hesaplamaların deneysel değerlere daha yakın olduğu şekillerden görülmektedir. Bu da Pyatov metodu ile yapılan restorasyonun ne kadar önemli olduğunu gösterir.

Çizelge 4.5. β^+ geçişi yapan çekirdekler için hesaplanmış logft değerleri

N	Geçişler	logft (exp.) [81]	logft (SQP)	logft (PM)	logft (SM)
1	$^{51}\text{Cr} \rightarrow ^{51}\text{V}$	5.39	4.05	5.36	5.40
2	$^{53}\text{Fe} \rightarrow ^{53}\text{Mn}$	5.19	3.89	5.11	5.83
3	$^{59}\text{Cu} \rightarrow ^{59}\text{Ni}$	5.03	3.60	5.02	4.05
4	$^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$	5.07	3.81	5.06	4.27
5	$^{61}\text{Zn} \rightarrow ^{61}\text{Cu}$	5.41	7.89	5.3	4.66
6	$^{63}\text{Zn} \rightarrow ^{63}\text{Cu}$	5.40	4.10	5.31	5.25
7	$^{69}\text{As} \rightarrow ^{69}\text{Ge}$	5.49	4.84	5.59	5.44
8	$^{71}\text{Se} \rightarrow ^{71}\text{As}$	5.8	4.29	5.83	5.32
9	$^{73}\text{Se} \rightarrow ^{73}\text{As}$	5.4	6.32	5.41	4.43
10	$^{91}\text{Mo} \rightarrow ^{91}\text{Nb}$	5.6	4.27	5.53	4.82
11	$^{91}\text{Tc} \rightarrow ^{91}\text{Mo}$	6.09	4.34	5.76	4.75
12	$^{93}\text{Ru} \rightarrow ^{93}\text{Tc}$	5.71	4.06	5.77	5.94
13	$^{123}\text{Cs} \rightarrow ^{123}\text{Xe}$	5.56	3.54	5.52	4.00
14	$^{125}\text{Cs} \rightarrow ^{125}\text{Xe}$	5.58	3.67	5.58	4.25
15	$^{127}\text{Cs} \rightarrow ^{127}\text{Xe}$	6.53	3.82	6.37	4.27
16	$^{127}\text{Ba} \rightarrow ^{127}\text{I}$	5.20	4.82	5.25	7.76
17	$^{129}\text{Cs} \rightarrow ^{129}\text{Ba}$	5.60	4.01	5.54	4.57
18	$^{129}\text{Ba} \rightarrow ^{129}\text{I}$	5.58	4.91	5.59	6.19

Çizelge 4.6. β^- geçişi yapan bazı çekirdekler için hesaplanmış logft değerleri

No	Geçişler	logft (exp.) [81]	logft (SQP)	logft (PM)	logft (SM)
1	$^{57}\text{Mn} \rightarrow ^{57}\text{Fe}$	5.40	6.66	5.25	4.10
2	$^{59}\text{Fe} \rightarrow ^{59}\text{Co}$	5.98	3.88	5.92	5.60
3	$^{65}\text{Ni} \rightarrow ^{65}\text{Cu}$	6.06	4.15	6.12	4.37
4	$^{69}\text{Cu} \rightarrow ^{69}\text{Zn}$	4.81	3.99	4.66	6.22
5	$^{71}\text{Zn} \rightarrow ^{71}\text{Ga}$	5.98	3.67	5.45	3.88
6	$^{79}\text{As} \rightarrow ^{79}\text{Se}$	6.10	3.65	5.98	5.86
7	$^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99}\text{Tc}$	6.21	6.84	6.20	4.00
8	$^{115}\text{Cd} \rightarrow ^{115}\text{In}$	6.40	3.60	5.36	4.68
9	$^{117}\text{Cd} \rightarrow ^{117}\text{In}$	5.18	5.64	5.13	5.08

Böylece tek-tek çekirdeklerde tabakalı modele dayanarak logft değerleri hesaplanırken mutlaka ilk önce tabakalı model Hamiltonyeni ile GT operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulunun restore edilmesinin gerekli bir koşul olduğunu söyleyebiliriz.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada Pyatov yöntemine dayanarak çekirdeğin kabuk modeli Hamiltonyeni ile Gamow-Teller operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulu restore edilmiştir. Restorasyon sonucunda sistemin Hamilton operatörüne bir \hat{h}_0 etkin etkileşmesi katkıda bulunmuştur. Daha sonra hem parçacık-eşik hem de parçacık – parçacık kanalında Gamow-Teller etkin etkileşmesi göz önüne alınarak $51 \leq A \leq 129$ kütle bölgesinde beta geçiş süreçleri incelenmiştir. İnceleme sırasında aşağıdaki sonuçlara varılmıştır:

- Çekirdeğin kabuk modeli toplam Hamiltonyeni ile Gamow-Teller operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulunun restore edilmesinden gelen \hat{h}_0 etkin etkileşmesi bazı çekirdeklerde itici, bazılarında ise çekici karakterli olabilir. Genel olarak \hat{h}_0 etkin etkileşmesi, hafif izotoplarda itici olmasına rağmen ağır izotoplara yaklaştıkça çekici karaktere dönüşmektedir.

- İncelenen çekirdeklerde \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin göz önüne alınmasıyla β^+ ve β^- geçiş güçlerinde bir azalma olduğu sonucuna varılmıştır. Söz konusu azalma β^- geçiş gücünde yüzdeler civarında olmasına rağmen β^+ gücünde defalarca olabilir. Bu da (n,p) reaksiyonlarından elde edilen β^+ geçiş gücünün geleneksel teorik hesaplamalardan yaklaşık iki defa küçük olması olayını açıklamaktadır.

- \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin bazı çekirdeklerde çok kuvvetli olması uygun hesaplamaların deneysel değerlerle uyum içinde olması için χ_{pp} etkin etkileşme sabitinin pozitif işaretli olmasını gerektirir. Yani bu durumda \hat{h}_0 etkin etkileşmesi Gamow-Teller etkin etkileşmesinin parçacık-parçacık kanalındaki teriminin çekici değil itici olmasını gerektirir.

- Çift beta geçiş matris elemanı β^\pm geçiş güç dağılım fonksiyonlarının örtüşmesi ile orantılı olduğu için, \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin β^\pm geçiş güçlerinde azalmaya neden olur. Bu da çift - çift çekirdekler arasında çift beta geçiş matris elemanının değerini azaltır ve deneysel değere yaklaştırır.

- Bilindiği gibi çift çekirdekler arasındaki çift beta geçiş matris elemanının χ_{pp} parametresinin belirli bir değerinde aniden sıfıra gitmesi (çökme olayı) ve bu

değerin deneysel sonucu tutturmak için seçilen değere çok yakın olması teorik hesaplamaların kararsız olmasına neden olmaktadır. Bu çalışmada yapılan hesaplamalar göstermiştir ki, \hat{h}_0 etkin etkileşmesinin göz önüne alınması sözü edilen χ_{pp} parametresinin çökme değerini deneysel değerden uzaklaştırır. Dolayısıyla Pyatov yöntemi ile hesaplanmış çift beta geçiş matris elemanlarının diğer teorik hesaplamalara nazaran daha güvenilir olduğu söylenebilir.

- Pyatov yöntemiyle hesaplanmış tek çekirdekler arasındaki β^+ ve β^- geçiş logft değerlerinin diğer hesaplamalara nazaran deneysel değerlere daha yakın olması bu hesaplamalarda çekirdeğin kabuk modeli toplam Hamiltonyeni ile Gamow-Teller operatörü arasındaki bozulmuş komütasyon koşulunun restore edilmesinin ne kadar önemli olduğunu gösterir.

KAYNAKLAR

- [1] Gaarde, C., Kemp, K., Naumov, Y.V. ve Amundson P.R., “Decay from the analogue state of the ^{51}Ti g.s.,” *Nucl.Phys. A* **143**, 497, 1970.
- [2] Gaarde, C., Kemp, K., Petresch, C. ve Folkmann F., “Gamma ray decay from the analogue state of the ^{49}Ca g.s.,” *Nucl.Phys. A* **184**, 241, 1972.
- [3] Gaarde, C. ve Kammuri, T., “Study of the $^{48}\text{Ca} (^6\text{Li}, ^6\text{He}) ^{48}\text{Sc}$ reaction at 34 MeV,” *Nucl.Phys. A* **215**, 314, 1973.
- [4] Wharton, W.R. ve Debevec, P.D., “Microscopic form factor calculations for the quasielastic ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$) reactions”, *Phys. Lett.* **51B**, 447, 1974.
- [5] Wharton, W.R. ve Debevec, P.D., “Study of the ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$) reaction,” *Phys. Rev. C* **11**, 1963, 1975.
- [6] Galonsky, A., Doering, R.R., Patterson, D.M. ve Bertini, H.W., “Comparison of measured neutron spectra with predictions of an intranuclear-cascade model,” *Phys. Rev. C* **14**, 748, 1976.
- [7] Galonsky, A., Doering, R.R., Patterson, D.M. ve Bertsch, G.F., “Observation of giant gamow-teller strength in (p,n) reactions”, *Phys. Lett.* **35**, 1691, 1975.
- [8] Sterrenburg, W.A., Austin, S.M., Berg, U.E.P., ve R. Devito, “The $^{26}\text{Mg}(p,n)^{26}\text{Al}$ reaction and the energy dependence of the spin-isospin effective interaction”, *Phys. Lett.* **91B**, 337, 1980.
- [9] Bainum, D.E., Rapaport, J., “Gamow-Teller matrix elements from 0^0 (p,n) cross sections”, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1751, 1980.
- [10] Goodman, C.D., Goulding, C.A., “Gamow-Teller Matrix Elements from $0^0(p, n)$ Cross Sections”, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1755, 1980.
- [11] Horen, D.J., Goodman, C.D., Foster, C.C., “Search for isobaric analogues of M1 states and giant spinflip resonances in the $^{208}\text{Pb}(p, n)$ reaction”, *Phys. Lett.* **95B**, 27, 1980.
- [12] Taddeucci, T.N., Rapaport, J., Bainum, D.E., “Energy dependence of the ratio of isovector effective interaction strengths”, *Pyhs.Rev.C* **25**, 1094, 1981.

- [13] Janecke, J., Pham, K., “Fragmentation of Gamow-Teller strength observed in $^{117-120}\text{Sn}({}^3\text{He},t){}^{117-120}\text{Sb}$, charge Exchange reactions”, *Pyhs. Rev. C* **48**, 2828, 1993.
- [14] Akimune, H., Daito, I., Fujita, Y., “ $({}^3\text{He},t)$ charge exchange reactions at $E({}^3\text{He})=450\text{ MeV}, \theta=0^\circ$ ”, *Nucl.Phys. A* **569**, 245c, 1994.
- [15] Akimune, H., Daito, I., Fujita, Y., “Microscopic structure of the Gamow-Teller resonance in ${}^{208}\text{Bi}$ ”, *Phys. Lett. B.* **323**, 107, 1994.
- [16] Hofmann, H.J., Brandenburg, S., “Spreading width of the IAS in even Pm isotopes measured via the Nd”, *Nucl. Phys. A* **433**, 181, 1985.
- [17] Janecke, J., Becchetti, F.D., “Non spin flip $({}^3\text{He},t)$ charge Exchange and isobaric analog states of actinide nuclei studied at $\theta=0^\circ$, $E({}^3\text{He})=76\text{ MeV}$ and 200 MeV ”, *Nucl. Phys. A* **256**, 1, 1991.
- [18] Fujiwara, M., Akimune, H., Daito, I., Ejiri, H. ve Fujita, Y., “Spin-isospin resonances in nuclei”, *Nucl.Phys. A* **599**, 223, 1996.
- [19] Ramdhane, M. Baumann, P. ve Knipper, A., “Beta decay of ${}^{56}\text{Cu}$ ”, *Phys. Lett. B.* **432**, 10, 1998.
- [20] Perajarvi, K., Dendooven, P., Gorska, M., “The $1^+ \rightarrow 0^+$ Gamow-Teller strength of the ${}^{58}\text{Cu}_{g.s.} \rightarrow {}^{58}\text{Ni}_{g.s.}$ transition”, *Nucl. Phys. A* **696**, 2001.
- [21] Jonson, B., Riisager, K., “Beta decay of exotic nuclei”, *Nucl. Phys. A* **693**, 2001.
- [22] Tripathi, V., Tabor, S.L., Hofmann, C.R. ve Volya, A. “Beta delayed γ spectroscopy of neutron rich ${}^{27-29}\text{Na}$ ”, *Pyhs. Rev. C* **73**, 2006.
- [23] Sasano, M., Sakai, H., ve Yako, K., “Determination of the Gamow-Teller transition strength to ${}^{116}\text{In}(g.s.)$ by the ${}^{116}\text{Cd}(p,n)$ reaction at 300 MeV fort he study of the nuclear matrix element of the two neutrino double beta decay”, *Nucl. Phys. A* **788**, 2007.
- [24] Carlos, P., “The giant dipole resonance in the transition region for the neodmium isotopes”, *Nucl.Phys. A* **172**, 437, 1971.
- [25] Birbrair, B.L., Sadovnikova, V.A., *Sov. J. Nucl. Phys.* **20**, 645, 1974.
- [26] Hamamoto, I., *Nucl. Phys. A* **62**, 49, 1965.

- [27] Bochnacki, Z., Ogaza, S., “Spin polarization effect on the fast allowed beta transitions between deformed odd-mass nuclei”, *Nucl. Phys. A* **102**, 529, 1967.
- [28] Fujita, J.I., Ikeda, K., Fujii, S., “Nuclear Core Polarization Effect on Beta Decay”, *Phys. Rev.* **133**, 8549, 1964.
- [29] Ikeda, K., Fujii, S., Fujita, J.I., “The (p,n) reactions and beta decays”, *Phys. Lett.* **3**, 27, 1963.
- [30] Halbleib, J. Sorenson, R.A., “Gamow-Teller beta decay in heavy spherical nuclei and the unlike particle-hole RPA”, *Nucl. Phys. A* **98**, 542, 1967.
- [31] Yamada, M., Koyama, S.I., Takahashi, K., “Gross Theory of β -Decay and Its Application to the Fermi Matrix Element”, *Bull. Sci. Eng. Research Lab. (Washeda University)*, No:31-32, **44**, 1965.
- [32] Gabrakov, S.I., Pyatov, N.I., *Proc. Int. Symposium on Nucleons and Weak Interactions, Zagreb, 1971*, p. 223.
- [33] Gabrakov, S.I., Kuliev, A.A., Pyatov, N.I., “ 0^+ and 1^+ unlike particle-hole states in deformed odd-odd nuclei and β -strength functions”, *Phys. Lett.* **36 B**, 275, 1970.
- [34] Gabrakov, S.I., Kuliev, A.A., Salamov, D.I., “Collective 1^+ States In Even-Even Deformed Nuclei”, *Prepr. JINR, P4-5889*, p.1-17, Dubna, 1971.
- [35] Gabrakov, S.I., Kuliev, A.A., Salamov, D.I., “Strength Function Of Allowed Gamow-Teller β -decay” *Proc. Int. Conf. On Heavy Journal Phys.*, D7-5769, 319, Dubna, 1971.
- [36] Rodin, V.A., Urin, M.H., *Phys. of Atomic Nuclei*, **66**, N12, 2003.
- [38] Rumyantsev, O.A., Urin, M.H., “The strength of the analog and Gamow-Teller giant resonances and hindrance of the $2\nu\beta\beta$ -decay rate”, *Phys. Lett. B.* **443**, 51, 1998.
- [39] Rodin, V.A., Urin, M.H., *Phys.Part. Nucl.*, **31**, 490, 2000.
- [40] Gorelik, M.L., S.Shlomo, Urin, M.H., “Structure and direct nucleon decay properties of isoscalar giant monopole and dipole resonances”, *Phys. Rev.C* **62**, 044301, 2000.
- [41] Staudt, A., Muto, K., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., *Europhys. Lett.* **13**, 1, 1990.

- [42] Pacearescu, L., Rodin, V., Simkovic, F., Faessler, A., “Two neutrino double beta decay within fully renormalized quasiparticle random phase approximation: Effect of the restoration of the Ikeda sum rule”, *Phys.Rev.C* **68**, 2003.
- [43] Faessler, A., Simkovic, F., “Double beta decay”, *J.Phys.G* **24**, 2139, 1998.
- [44] Suhonen, J., Civitarese, O., “Weak-interaction and nuclear-structure aspects of nuclear double beta decay”, *Phys. Rep.*, **300**, 123, 1998.
- [45] Fetter, A.L., *Quantum Theory of Many Particle Systems*, McGraw-Hill, New York, 1971.
- [46] Bohr, A., Mottelson, B., *Nuclear Structure*, Vol.II, Benjamin, New York, 1975.
- [47] Ring, P., Schuck, P., *The Nuclear Many Body Problem*, Springer-Verlog, Berlin, 1980.
- [48] Balayev, S.K., Kuliev, A.A., Salamov, “Calculation of 2-beta decay matrix elements by means of residue theorem”, *D.I., IRLAN.SSSR Ser.Fiz.T.5Y*, **855**, 1990.
- [49] Simkovic, F. Raduta, A.A., Veselsky, M., Faessler, A., “Quasiparticle random phase approximation with inclusion of the Pauli exclusion principle”, *Phys. Rev.C* **61**, 044319, 2000.
- [50] Toivanen, J., Suhonen, J., “Renormalized Proton-Neutron Quasiparticle Random-Phase Approximation and Its Application to Double Beta Decay”, *Phys. Rev.Lett.* **75**, 410, 1995.
- [51] Faessler, A., Kovalenko, S., “Dominance of Pion Exchange in *R*-Parity-Violating Supersymmetric Contributions to Neutrinoless Double Beta Decay”, *Phys. Rev.Lett.* **78**, 183, 1997.
- [52] Faessler, A., Kovalenko, S., Simkovic, F., “Pions in nuclei and manifestations of supersymmetry in neutrinoless double beta decay”, *Phys. Rev. D* **58**, 115004, 1998.
- [53] Schwieger, J., Faessler, A., Kovalenko, S., Simkovic, F., Kaminski, W.A., “Double β decay to excited states of several medium-heavy nuclei within the renormalized quasiparticle random phase approximation”, *Phys.Rev.C* **57**, 1738, 1998.

- [54] Simkovic, F., Pantis, G., “Additional nucleon current contributions to neutrinoless double beta decay”, *Phys.Rev.C* **60**, 055502, 1999.
- [55] Toivanen, J., Suhonen, J., “Study of several double-beta-decaying nuclei using the renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation”, *Phys.Rev.C* **55**, 2341-2323, 1997.
- [56] Raduta, A.A., Raduta, C.M., Faessler, A., “Description of the $2\nu\beta\beta$ decay within a fully renormalized RPA approach *Nucl. Phys. A* **634**, 497, 1998.
- [57] Raduta, A.A., Haug, O., Simkovic, F., Faessler, A., “New collective modes for a many body system with proton neutron pairing interaction”, *J.Phys.G.* **26**, 793, 2000.
- [58] Simkovic, F., Nowak, N., Kaminski, W.A., Raduta, A.A., Faessler, A., “Neutrinoless double beta decay of ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{100}Mo and ^{136}Xe to excited 0^+ states”, *Phys.Rev.C* **64**, 035501, 2001.
- [59] Stoica, S., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., “Neutrinoless double beta decay matrix elements within the second QRPA”, *Phys.Rev.C* **63**, 064304, 2001.
- [60] Stoica, S., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., “Critical view on double beta decay matrix elements within QRPA based methods”, *Nucl. Phys. A* **694**, 269, 2001.
- [60] Bobyk, A. ve Kaminski, W.A., “Study of the double beta decay of 70 $\leq A \leq$ 100 nuclei within the RQRPA and the self-consistent BCS + RQRPA formalisms”, *Nucl. Phys. A* **669**, 221, 2000.
- [61] Rodin, V.A., Faessler, A., “Fully renormalized quasiparticle random phase approximation fulfills Ikeda Sum rule exactly”, *Phys.Rev.C* **66**, 051303, 2002.
- [62] Dang, D.N., Arima, A., “Extended renormalized random phase approximation”, *Phys.Rev.C* **62**, 024303, 2000.
- [63] Fracasso, S., Colo, G., “Spin isospin nuclear response using the existing microscopic Skyrme functionals”, *Phys.Rev.C* **76**, 044307, 2007.
- [64] Sagawa, H., “Charge Exchange spin-dipole excitations”, *Phys.Rev.C* **76**, 024301, 2007.
- [65] Yako, K., “Neutron skin thickness of ^{90}Zr determined by charge exchange reactions”, *Phys.Rev.C* **74**, 051303, 2006.

- [66] Babacan, T., Salamov, D.I., Küçük bursa, A., “Gamow-Teller 1^+ states in ^{208}Bi ”, *Phys.Rev.C* **71**, 037303, 2005.
- [67] Finelli, P., “Description of spin and isospin collective excitations with a nuclear energy density functional constrained by low-energy QCD”, *Nucl. Phys. A* **788**, 284, 2007.
- [68] Finelli, P., Kaiser, N., Vretenar, D., “Chiral pion-nucleon dynamics in finite nuclei: spin isospin excitations”, *Nucl. Phys. A* **791**, 57, 2007.
- [69] Moreno, O., ve Sarriguren, P., “Beta decay in neutron deficient Hg,Pb and Po isotopes”, *Phys. Rev. C* **73**, 054302, 2006.
- [70] Salamov, D.I., Ünlü, S., Çakmak, N., “Beta transition properties for neutron-rich Sn and Te isotopes by Pyatov Method”, *Pramana-J.Phys.* **69**, 3, 2007.
- [71] Salamov, D.I., Ünlü, S., Babacan, T., Küçük bursa, A., Çakmak, N., INPC2007, Japan, to be published Nuclear Physics A, 2008.
- [72] Ünlü, S., Babacan, T., Çakmak, N., Selam, C., “The investigation of the $2\nu\beta\beta$ decay by Pyatov method within QRPA formalism”, to be submitted *Phys.Rev. C*, 2008.
- [73] Ejiri, H., “Nuclear spin isospin responses for low-energy neutrinos”, *Phys. Reports*, **338**, 2000.
- [74] Magierski, P., ve Wyss, R., “Self consistent effective interactions and symmetry restoration”, *Phys.Lett. B* **486**, 54, 2000.
- [75] Kuliev, A.A., Akkaya, R., İlhan, M., Guliev, E., Salamov, C. ve Selvi, S., “Rotational invariant model of the states with $K^\pi=1^+$ and their contribution to the scissors mode”, *Int. J. Modern Phys.E*, **9**, 249, 2000.
- [76] Babacan, T., Salamov, D.I. ve Küçük bursa, A., “The Effect of the Pairing Interaction on the Rnergies of Isobar Analog Resonanse in 112-124Sb and Isospin Admixture In 100-124Sn Isotopes”, *J.Phys.G.* **30**, 759, 2004.
- [77] Babacan, T., Salamov, D.I. ve Küçük bursa, A., “The investigation of the Log(ft) Values for the Allowed Gamow-Teller Transitions of Some Deformed Nuclei “, *Math. Comp. Applic.*, **10**, 359, 2005.
- [78] Rodin, V.A., Urin, M.H., “On the Fermi and Gamow-Teller strength distribution in medium-heavy mass nuclei”, arXiv:nucl-th/0201065 v1, 2002.

- [79] Salamov, D.I., Küçükburşa, A., Maraş, İ., Aygör, H.A., Babacan, T., Bircan, H., “Calculation of the $\log(ft)$ values for the allowed Gamow-Teller transitions in deformed nuclei using the basis of Woods-Saxon wave function”, *Acta Physica Slovaca* **53**, 307-319, 2003.
- [80] Osterfeld, F., “Nuclear spin and isospin excitations”, *Rev.of Modern Phys.*, **64**, 2, 1992.
- [81] Singh, B., Rodriguez, J.L., Wong, S.S.M. ve Tuli, J.K., “Review of $\log ft$ values in beta decay”, *Nuclear Data Sheets* **84**, 487, 1998.
- [82] Pyatov, N.I., Salamov, D.I., “Conservation laws and collective excitations in nuclei”, *Nukleonika*, **22**, 1, 1977.
- [83] Pyatov, N.I., Cherney, M.I., *J. Nucl. Phys.*, **16**, 931, 1972.
- [84] Pyatov, N.I., JINR Reports, P4-8208 ve P4-8380, Dubna, 1974.
- [85] Baznat, M.I., Pyatov, N.I., *J. Nucl. Phys.*, **21**, 708, 1975.
- [86] Pyatov, N.I., Proc. of Xth Winter School on Nuclear Physics and Elementary Particles, LINP, **1**, 232, Leningrad, 1975.
- [87] Aliyev, T.M., Balayev, S.K., Kuliev, A.A., Salamov, D.I., "Double β -Decay And Neutrino Mass", *Bulletin of Academy of Sciences of the USSR.*, **53**, p.2140-2144, 1989.
- [88] Kuliev, A.A., Salamov, D.I., Balayev, S.K., “Nuclear matrix elements of neutrinoless double beta decay”, *Izv.An SSCB, Ser. Phys.* **52**, 2225, 1988.
- [89] Civitarese, O., Licciardo, M.C. “Symmetry restoring treatment of the pairing Hamiltonian in the quasiparticle representation”, *Phys.Rev.C* **38**, 967, 1988.
- [90] Civitarese, O., Licciardo, M.C. “Comparison between effective Hamiltonians in symmetry restoring theories”, *Phys.Rev.C* **41**, 1778, 1990.
- [91] Civitarese, O., Faessler, A., Licciardo, M.C. “Symmetry breaking of the galilean invariance in superfluid nuclei and its connection with quadropole pairing interactions”, *Nucl. Phys. A* **542**, 221, 1992.
- [92] Sakamoto, Kishimoto, T., “Microscopic analysis of nuclear collective motions in terms of the boson expansion theory: Numerical calculations”, *Nucl. Phys. A* **528**, 73, 1991.

- [93] Civitarese, O., Hess, P.D., Hirsch, J.G. ve Reboiro, M., “Spontaneous and dynamical breaking of mean field symmetries in the proton neutron quasiparticle random phase approximation”, *Phys.Rev.C* **59**, 194, 1998.
- [94] Nakayama, K., Galeao, P.A. ve Krimpotic, F., “On the energetics of the Gamow-Teller resonances”, *Phys. Lett. B* **214**, 217, 1982.
- [95] Soloviev, V.G., *Theory of Complex Nuclei*, Pergamon, New York, USA, 1976.
- [96] Muto, K., Bender, E. ve Klapdor, H.V., “Effects of ground-state correlations on $2\nu\beta\beta$ decay rates and limitations of the QRPA approach”, *Z.Phys., A* **334**, 177-186 (1988).
- [97] Vogel, P. ve Fisher, P., “Nuclear structure and double beta decay: Two neutrino mode”, *Phys. Rev., C* **32**, 1362-1368 (1985).
- [98] Vogel, P. ve Zirnbauer, M.R., “Nuclear structure effects in double-beta decay”, *Phys.Rev.Lett.*, **57**, 3148-3151 (1986) ;“Nuclear structure effects in double-beta decay”, *Phys. Rev., C* **37**, 731-746 (1988).
- [99] Civitarese, O., Faessler, A. ve Tomoda, T., “Suppression of the two-neutrino double β decay”, *Phys. Lett., B* **194**, 11-14 (1987).
- [100] Tomoda, T., Faessler, A. ve Schmid, K.W., “Neutrinoless $\beta\beta$ decay and a new limit on the right-handed current”, *Nucl. Phys., A* **452**, 591-620 (1986).
- [101] Raduta, A.A., Faessler, A., Stoica, S. ve Kaminski, W.A., “The $2\nu\beta\beta$ decay rate within a higher RPA approach”, *Phys. Lett.,B* **254**, 7-12 (1991).
- [102] Civitarese, O., Faessler, A., Suhonen, J., ve Wu, X.R., “Suppression of the two-neutrino $\beta\beta$ decay in a particle number projected quasiparticle random phase approximation”, *Nucl. Phys., A* **524**, 404-424 (1991).
- [103] Krimpotic, F., Mariano, A., Kuo, T.T.S ve Nakayama, K., “Projected linear response theory for charge-exchange excitations and double beta decay”, *Phys.Lett., B* **319**, 393-400 (1993).
- [104] Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. ve Teneva, G., “Neutron-proton pairing in light nuclei and two-neutrino double-beta decay”, *Nucl. Phys.A* **561**, 74-94 (1993); Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. ve Teneva, G., “Two-neutrino double-beta decay in coupled QRPA with neutron-proton pairing”, *Nucl. Phys. A* **564**, 329-344

- (1993); Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. ve Teneva, G., “Total Gamow-Teller strength, ground-state correlations and sum rules in QRPA with neutron-proton pairing”, *Nucl. Phys. A* **587**, 301-317 (1995).
- [105] Toivanen, J. ve Suhonen, J., “Renormalized Proton-Neutron Quasiparticle Random-Phase Approximation and Its Application to Double Beta Decay”, *Phys.Rev.Lett.*, **75**, 410-413 (1995)
- [106] Schwieger, J., Simkovic, F. ve Faessler, A., “The Pauli principle, QRPA and two-neutrino double beta decay”, *Nucl.Phys. A* **600**, 179-192 (1996).
- [107] Krimpotic, F., Mariano, A. ve Kuo, T.T.S., “Non-collapsing quasiparticle random phase approximation for nuclear double-beta decay”, *Fizika*, **B5**, 93-102 (1996).
- [108] Muto, K., “Extended quasiparticle RPA and double-beta-decay nuclear matrix elements”, *Phys. Lett. B* **391**, 243-248 (1997).
- [109] Hirsch, J.G., Hess, P.O., ve Civitarese, O., “Renormalized quasiparticle random phase approximation and double beta decay: A critical analysis of double Fermi transitions”, *Phys.Rev. C* **54**, 1976-1981 (1996).
- [110] Hirsch, M. ve Wui, X.R., “Matrix elements for $0\nu\beta\beta$ decay calculated with the operator expansion method and QRPA wave functions”, *Z.Phys. A* **345**, 163-169 (1993).
- [111] Muto, K., “Coulomb effect in operator expansion method for two-neutrino double beta decay”, *Phys. Rev. C* **48**, 402-412 (1993).
- [112] Hirsch, M., Kadowaki, O. ve Klapdor-Kleingrothaus, H.V., “Extended operator expansion method for neutrinoless double beta decay”, *Z.Phys. A* **352**, 33-45 (1995).

EK-1 Matris Elemanları

$$E_{np}^p = \frac{1}{2} \{ \epsilon_{np} (\bar{b}_{np} - \rho b_{np}) + \bar{k}_{np} + \rho k_{np} \}$$

$$P_{np}^p \equiv \frac{1}{2} \{ (\epsilon_n - \epsilon_p) (d_{np} + \rho \bar{d}_{np}) + (k'_{np} + \rho \bar{k}'_{np}) \}$$

$$k_{np} = d_{np} + f_{np} - g_{np}$$

$$d_{np} = \frac{\langle j_n \| V_c(r) \sigma \| j_p \rangle}{\sqrt{3}} \mathcal{G}_{j_n} u_{j_p}$$

$$f_{np} = \frac{[j_p(j_p+1) - l_p(l_p+1) - 3/4]}{2\sqrt{3}} \langle j_n \| (V_1^{ls}(r) \vec{\sigma}(\vec{l}\vec{s})) \| j_p \rangle \mathcal{G}_{j_n} u_{j_p}$$

$$g_{np} = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle j_n \| \left(V_0^{ls}(r) - \frac{1}{2} V_1^{ls}(r) \right) (-i) (\vec{l} \times \vec{\sigma}) \| j_p \rangle \mathcal{G}_{j_n} u_{j_p}$$

$$\bar{X}_{np} = \frac{X_{np}}{v_{j_n} u_{j_p}} v_{j_p} u_{j_n} (X = b, d, f, g)$$

EK-2 Seküler Denklem

$$X_i^+ = \sum_{np} E_{np}^+ \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^+ \varepsilon_{np}}{\gamma_+ (\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2)} X_i^+ + \frac{E_{np}^- \omega_i}{\gamma_- (\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2)} X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \left(\frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{b_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_1^i + 2\chi_{ph} \left(\frac{b_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_3^i - 2\chi_{pp} \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$X_i^- = \sum_{np} E_{np}^- \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^- \omega_i}{\gamma_+ (\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2)} X_i^+ + \frac{E_{np}^- \omega_i \varepsilon_{np}}{\gamma_- (\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2)} X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \left(\frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_1^i + 2\chi_{ph} \left(\frac{b_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_3^i - 2\chi_{pp} \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$Y_i^i = \sum_{np} \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} \left(\frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{b_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} \left(\frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \left(\frac{\bar{b}_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{b_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_1^i + 2\chi_{ph} \bar{b}_{np} b_{np} \frac{2\varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \left(\frac{\bar{b}_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np} l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_3^i - 2\chi_{pp} \left(\frac{\bar{b}_{np} l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$Y_2^i = \sum_{np} \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} \left(\frac{b_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} \left(\frac{b_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \bar{b}_{np} b_{np} \frac{2\varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} Y_1^i + 2\chi_{ph} \left(\frac{b_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{b}_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \left(\frac{b_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{b}_{np} l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_3^i - 2\chi_{pp} \left(\frac{b_{np} l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{b}_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$Y_3^i = \sum_{np} \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \left(\frac{\bar{b}_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np} l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_1^i + 2\chi_{ph} \left(\frac{b_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{b}_{np} l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \left(\frac{\bar{l}_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{l_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_3^i - 2\chi_{pp} \bar{l}_{np} l_{np} \frac{2\varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$Y_4^i = \sum_{np} \left\{ \begin{aligned} & \frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) X_i^- + \\ & 2\chi_{ph} \left(\frac{\bar{b}_{np} l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_1^i + 2\chi_{ph} \left(\frac{b_{np} l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{b}_{np} \bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_2^i - \\ & 2\chi_{pp} \bar{l}_{np} l_{np} \frac{2\varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} Y_3^i - 2\chi_{pp} \left(\frac{l_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{l}_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right) Y_4^i \end{aligned} \right\}$$

$$A_{11}X_i^+ + A_{12}X_i^- + A_{13}Y_1^i + A_{14}Y_2^i + A_{15}Y_3^i + A_{16}Y_4^i = 0$$

$$A_{21}X_i^+ + A_{22}X_i^- + A_{23}Y_1^i + A_{24}Y_2^i + A_{25}Y_3^i + A_{26}Y_4^i = 0$$

$$A_{31}X_i^+ + A_{32}X_i^- + A_{33}Y_1^i + A_{34}Y_2^i + A_{35}Y_3^i + A_{36}Y_4^i = 0$$

$$A_{41}X_i^+ + A_{42}X_i^- + A_{43}Y_1^i + A_{44}Y_2^i + A_{45}Y_3^i + A_{46}Y_4^i = 0$$

$$A_{51}X_i^+ + A_{52}X_i^- + A_{53}Y_1^i + A_{54}Y_2^i + A_{55}Y_3^i + A_{56}Y_4^i = 0$$

$$A_{61}X_i^+ + A_{62}X_i^- + A_{63}Y_1^i + A_{64}Y_2^i + A_{65}Y_3^i + A_{66}Y_4^i = 0$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} = 0$$

$$A_{11} = 1 - \frac{1}{\gamma_+} \sum_{\text{np}} \frac{(E_{\text{np}}^+)^2 \varepsilon_{\text{np}}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{\text{np}}^2}$$

$$A_{12} = -\frac{\omega_i}{\gamma_-} \sum_{\text{np}} \frac{E_{\text{np}}^+ E_{\text{np}}^-}{\omega_i^2 - \varepsilon_{\text{np}}^2}$$

$$A_{13} = -2\chi_{\text{ph}} \sum_{\text{np}} E_{\text{np}}^+ \left(\frac{\bar{b}_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} - \frac{b_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{14} = -2\chi_{\text{ph}} \sum_{\text{np}} E_{\text{np}}^+ \left(\frac{b_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} - \frac{\bar{b}_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{15} = 2\chi_{pp} \sum_{np} E_{np}^+ \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{16} = 2\chi_{pp} \sum_{np} E_{np}^+ \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{21} = \frac{\gamma_-}{\gamma_+} A_{12}$$

$$A_{22} = 1 - \frac{1}{\gamma_-} \sum_{np} \frac{(E_{np}^-)^2 \varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2}$$

$$A_{23} = -2\chi_{ph} \sum_{np} E_{np}^- \left(\frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{b_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{24} = -2\chi_{ph} \sum_{np} E_{np}^- \left(\frac{b_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} + \frac{\bar{b}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{25} = 2\chi_{pp} \sum_{np} E_{np}^- \left(\frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{l_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{26} = 2\chi_{pp} \sum_{np} E_{np}^- \left(\frac{l_{np}}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{l}_{np}}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{31} = \frac{1}{4\gamma_+ \chi_{ph}} A_{13}$$

$$A_{32} = \frac{1}{4\gamma_- \chi_{ph}} A_{23}$$

$$A_{33} = 1 - 2\chi_{ph} \sum_{np} \left(\frac{\bar{b}_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{b_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{34} = -2\chi_{\text{ph}} \sum_{\text{np}} \bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \mathbf{b}_{\text{np}} \frac{2\varepsilon_{\text{np}}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{\text{np}}^2}$$

$$A_{35} = 2\chi_{\text{pp}} \sum_{\text{np}} \left(\frac{\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \bar{\mathbf{l}}_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} + \frac{\mathbf{b}_{\text{np}} \mathbf{l}_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{36} = 2\chi_{\text{pp}} \sum_{\text{np}} \left(\frac{\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \mathbf{l}_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} + \frac{\mathbf{b}_{\text{np}} \bar{\mathbf{l}}_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{41} = \frac{1}{4\gamma_+ \chi_{\text{ph}}} A_{14}$$

$$A_{42} = \frac{1}{4\gamma_- \chi_{\text{ph}}} A_{24}$$

$$A_{43} = A_{34}$$

$$A_{44} = 1 - 2\chi_{\text{ph}} \sum_{\text{np}} \left(\frac{\mathbf{b}_{\text{np}}^2}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} - \frac{\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}}^2}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{45} = 2\chi_{\text{pp}} \sum_{\text{np}} \left(\frac{\mathbf{b}_{\text{np}} \bar{\mathbf{l}}_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} + \frac{\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \mathbf{l}_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{46} = 2\chi_{\text{pp}} \sum_{\text{np}} \left(\frac{\mathbf{b}_{\text{np}} \mathbf{l}_{\text{np}}}{\omega_i - \varepsilon_{\text{np}}} + \frac{\bar{\mathbf{b}}_{\text{np}} \bar{\mathbf{l}}_{\text{np}}}{\omega_i + \varepsilon_{\text{np}}} \right)$$

$$A_{51} = -\frac{1}{4\gamma_+ \chi_{\text{ph}}} A_{15}$$

$$A_{52} = -\frac{1}{4\gamma_- \chi_{\text{ph}}} A_{25}$$

$$A_{53} = -\frac{\chi_{\text{ph}}}{\chi_{\text{pp}}} A_{35}$$

$$A_{54} = -\frac{\chi_{\text{ph}}}{\chi_{\text{pp}}} A_{45}$$

$$A_{55} = 1 + 2\chi_{pp} \sum_{np} \left(\frac{\bar{l}_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{l_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$A_{56} = 2\chi_{pp} \sum_{np} \bar{l}_{np} l_{np} \frac{2\varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2}$$

$$A_{61} = -\frac{1}{4\gamma_+ \chi_{pp}} A_{16}$$

$$A_{62} = -\frac{1}{4\gamma_- \chi_{pp}} A_{26}$$

$$A_{63} = -\frac{\chi_{ph}}{\chi_{pp}} A_{36}$$

$$A_{64} = -\frac{\chi_{ph}}{\chi_{pp}} A_{46}$$

$$A_{65} = A_{56}$$

$$A_{66} = 1 + 2\chi_{pp} \sum_{np} \left(\frac{l_{np}^2}{\omega_i - \varepsilon_{np}} - \frac{\bar{l}_{np}^2}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \right)$$

$$L_1(\omega_i) = \frac{X_i^-}{X_i^+}$$

$$L_2(\omega_i) = \frac{Y_1^i}{X_i^+}$$

$$L_3(\omega_i) = \frac{Y_2^i}{X_i^+}$$

$$L_4(\omega_i) = \frac{Y_3^i}{X_i^+}$$

$$L_5(\omega_i) = \frac{Y_4^i}{X_i^+}$$