KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİNE
FAYDA FONKSİYONU YAKLAŞIMI

Emin KAHYA

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Endüstri Mühendisliği Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİNE FAYDA FONKSİYONU YAKLAŞIMI

Emin KAHYA

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Endüstri Mühendisliği Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Prof. Dr. Musa ŞENEL

HAZİRAN - 1992

Emin KAHYA'nın DOKTORA TEZİ olarak hazırladığı **"KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİNE FAYDA FONKSİYONU YAKLAŞIMI"** başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

19 HAZİRAN 1992
... / .. / 1992

Üye : Prof.Dr. Ataç SOYSAL

Üye : Prof.Dr. Musa ŞENEL

Üye : Prof.Dr. İmdat KARA

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03. TEMMUZ. 1992 gün ve 317-1... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Rüstem KAYA
Enstitü Müdürü

ÖZET

Talebin rassal ve zamanla doğrusal arttığı, üretim merkezi sayısının tek, planlama uzayının sonsuz olduğu kapasite artış planlaması problemlerinde, genellikle, kapasite arttırımlarından dolayı oluşan tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamının enküçüklenmesi amaçlanmaktadır. İlk kez, KANG ve PARK (1983), rassal talebin, Wiener Süreci'ne göre davranması halinde, toplam maliyetin beklenen değeri ile risk olarak tanımladığı toplam maliyetin standart sapmasının doğrusal bileşimini enküçükleyen çok amaçlı bir amaç fonksiyonu geliştirmiştir.

KANG ve PARK'ın geliştirdiği modelde,

1. Riske ağırlık verilmesi halinde, amaç fonksiyonunun enküçük değerinin bulunamayışı,

2. Amaç fonksiyonun sonsuz toplamlı terimlerden oluşması,

3. Kapasite artış miktarının belirli bir değeri aşması halinde, toplam maliyetin standart sapmasının tanımsız olması

sakıncalarının ortaya çıktığı görülmüştür.

Bu çalışmada, KANG ve PARK'ın modelindeki belirtilen sakıncalardan birinci sakıncayı tamamen, ikinci sakıncayı ise kısmen ortadan kaldıran ve amaç fonksiyonunun maliyet ve riskin faydalarından oluştuğu, yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Bu yaklaşımda, maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının üstel fayda fonksiyonu ile belirlenebildiği durum ele alınarak, kapasite artış miktarına bağlı maliyet ve risk fayda fonksiyonları oluşturulmuştur. Daha sonra, çok nitelikli (multiattribute) fayda fonksiyonunun özelliğinden yararlanılarak, nitelikleri maliyet ve risk olan iki nitelikli fayda fonksiyonu geliştirilmiştir. Bu fonksiyon, kapasite artış miktarının bir fonksiyonu şeklinde düzenlenerek "**Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu**" olarak isimlendirilebilen amaç fonksiyonu oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonunu enbüyükleyen eniyi çözümün bulunabilmesi için, sayısal çözüm esasına dayanan bir algoritma sunulmuştur.

ANAHTAR KELİMELER

Rassal Talep
Kapasite Artış Planlaması Problemi
İki Nitelikli Fayda Fonksiyonu
Wiener Süreci

SUMMARY

In the capacity expansion planning problems with the demand that is stochastic and increases linear, a single facility, the infinity planning horizon, in general, minimasition of the present value of total cost of the capacity expansions is the aim. While the stochastic demand follows a Wiener Process, Kang and Park (1983) were , the first, to develop an objective function with multiobjective that minimizes a linear combination of the expectation value of the total cost and the standart devition of the total cost which is called risk.

In the Kang and PARK model, there are some disadvantages which are:

1. If risk in the objective function is weighting, its minimum value can not be found.

2. The objective function consists of the sum with the infinity statements.

3. If the capacity expansion exceeds a certain value, risk can not be found.

In this study, a new approach that completely removes the first disadvantage, partially removes the second disadvantage and takes the form of objective function in which the decision maker's trade-off for cost and risk is developed.

In this approach, assuming that the utilities available to the decision maker of cost and risk can be determined to the exponential function, cost and risk utility functions which are the function of capacity expansion are derived. Thereafter, using the characteristics of multiattribute utility function, two-attribute utility function in which attributes are cost and risk is then developed. Ordering the function with capacity expansion, the objective function, which is called "**Capacity Expansion Utility Function**", is derived. An algorithm based on a numerical solution is herein presented for the purpose of finding the optimum solution, which does maximize the objective function.

KEY WORDS

Stochastic Demand
Capacity Expansion Planning Problem
Two-Attribute Utility Function
Wiener Process

TEŞEKKÜR

Oldukça yoğun sayılabilecek bir uğraşın ürünü olan bu çalışma esnasında, beni yönlendiren danışman hocam Sayın Prof. Dr. Musa ŞENEL'e (Anadolu Üniv. Müh. Mim. Fak. Dekanı) ve özellikle, sistematik ve şekil yönlü eleştiri ve katkıları ile hocam Sayın Prof. Dr. İmdat KARA'ya (Anadolu Üniv. Müh. Mim. Fak. Endüstri Müh. Bölümü Başkanı) teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER (devam)

İÇİNDEKİLER (devam)

ŞEKİLLER DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

TABLOLAR DİZİNİ

1. GİRİŞ

Üretim ve hizmet sistemlerinde, talebin zamanla artması halinde, mevcut kapasitenin ne zaman ve hangi miktarda arttırılacağı problemleriyle sık sık karşılaşılmaktadır. Uzun dönem kapasite planlamasında, kapasitenin ne zaman ve ne miktarda arttırılacağına ilişkin problemler "KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİ" olarak bilinir.

Kapasite artış planlaması problemleri için,

.Planlama uzayı,
.Talebin sürekliliği,
.Talebin bilinirliği,
.Kaynakların sayısı,
.Kaynakların yenilenmesi,
.Kapasite artışı maliyetleri

gibi, problemin yapısına etki eden faktörler dikkate alınarak modeller geliştirilmiş ve ürün üretimi (MANNE, 1967), haberleşme (FREIDENFELDS, 1978; LUSS, 1979), elektrik üretimi (PETERSON, 1973; SHERALI and STASCHUS, 1990) , su sistemleri (BUTCHER and et al., 1969; BAKER and YEH, 1974) , genel hizmet sistemleri (okul, hastane vb.) (TRIFON and LIVNAT, 1973) gibi alanlarda uygulanmıştır. Geliştirilen modellerde, genellikle, planlama uzayı boyunca, kapasitenin arttırılmasına ilişkin tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamının enküçüklemesi amaçlanmıştır.

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı ilk ve eniyi bilinen çalışma MANNE (1961) tarafından yapılmıştır. MANNE, planlama uzayının sonsuz, talebin bilinen, zamanla doğrusal artan ve sürekli bir fonksiyon ile tanımlandığı, tüm parametrelerin belirli ve üretim merkezi sayısının tek olduğu kapasite artış planlaması probleminin modelini geliştirmiştir. Bu modelde, planlama uzayı boyunca yapılan kapasite artışlarına ilişkin kapasite artış maliyetlerinin peşin değerleri toplamının enküçüklenmesi amaçlanmıştır. İzleyen yıllarda, bu en basit modele yeni varsayımlar eklenerek veya bazı varsayımlar değiştirilerek, tüm parametrelerin bilinen olduğu modeller geliştirilmiştir.

Talebin rassal olduğu kapasite artış planlaması problemi ilk kez MANNE (1961) tarafından ele alınmıştır. MANNE, talebin rassal, diğer parametrelerin belirli olduğu varsayımları altında bir model geliştirmiştir. Bu modelde, bir rassal değişken olan talebin, Wiener sürecine göre değer aldığı ele alınmıştır.

1983 yılına kadar yapılan tüm çalışmalarda, planlama uzayı boyunca yapılan kapasite artışlarına ilişkin tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamının (veya beklenen toplam maliyetin) enküçüklenmesi amaçlanmıştır. İlk kez, KANG and PARK (1983), sadece beklenen toplam maliyeti değil, aynı zamanda, toplam maliyetin standart sapması olarak tanımladığı riski de amaç fonksiyonuna ekleyerek çok amaçlı bir amaç fonksiyonu geliştirmiştir. KANG ve PARK, amaç fonksiyonunu, toplam maliyetin beklenen değeri ile toplam maliyetin standart sapmasının (riskin) doğrusal bileşimi biçiminde tanımlamıştır.

KANG ve PARK'ın geliştirdiği model üzerine yapılan çalışmalarda, modelde,

1. Riske ağırlık verilmesi halinde, amaç fonksiyonunun enküçük değerinin bulunamayışı,

2. Amaç fonksiyonunun sonsuz toplamlı terimlerden oluşması,

3. Kapasite artış miktarının belirli bir değeri aşması halinde, toplam maliyetin standart sapmasının (riskin) tanımsız olması

sakıncaları ile karşılaşılmıştır.

Bu çalışmada, KANG ve PARK'ın modelinde görülebilen sakıncaları kısmen ortadan kaldıran ve amaç fonksiyonunun maliyet ile riskin karar vericiye faydalarından oluştuğu yeni bir yaklaşım önerilmektedir. Önerilen yaklaşım ile, birinci sakınca tamamen, ikinci sakınca ise kısmen giderilmiştir. Amaç fonksiyonu, maliyet ve riskin doğrusal bileşimi yerine, maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının doğrusal olmayan birleşimleri şeklinde tanımlanarak, karar vericinin maliyet ve risk karşısındaki tutumunun dikkate alınmasına imkan sağlanmıştır.

KANG ve PARK'ın modeli üzerinde geliştirme yapılarak önerilen yaklaşımda, kapasite artışlarına ilişkin tüm maliyetlerin beklenen değeri ile standart sapmasının karar vericiye olan faydalarının doğrusal olmayan birleşimlerinin enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının üstel fayda fonksiyonu ile tanımlanabildiği durum ele alınarak, kapasite artış miktarına bağlı maliyet ve risk fayda fonksiyonları geliştirilmiştir. Çok nitelikli (multiattribute) fayda fonksiyonunun özelliğinden yararlanılarak, bu fonksiyonlar, doğrusal olmayan biçimde birleştirilmiş ve iki nitelikli fayda fonksiyonu oluşturulmuştur. İki nitelikli fayda fonksiyonu, kapasite artış miktarının bir fonksiyonu şeklinde düzenlenmiş ve **Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu** olarak isimlendirilebilen amaç fonksiyonu oluşturulmuştur.

Çalışma, belirtilen amaçlara uygun olarak üç bölümden oluşmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde, kapasite ve kapasite planlaması kavramları ile genel olarak kapasite artış planlaması problemlerinin modellenmesi ve sınıflandırılması üzerinde durulmuştur. Ayrıca, bu konuda yapılmış önemli çalışmalar, sınıflandırılarak, kısaca, talebin rassal ve sürekli, planlama uzayının sonsuz alındığı çalışmalar ise daha ayrıntılı tanıtılmış ve çalışmaların genel bir yorumuna yer verilmiştir.

İkinci bölümde, planlama uzayının sonsuz, tüm parametrelerin belirli, talebin sürekli ve üretim merkezi sayısının tek olduğu kapasite artış planlaması problemlerinin, yoksatma, stok tutma gibi özel politikaları da içerecek şekilde modellenmesi ve çözüm yaklaşımları tanıtılmıştır. Bölüm sonunda da bu tür problemlerin genel irdelemesi yapılmıştır.

Üçüncü bölümde, talebin rassal ve doğrusal artması halinde, kapasite artış planlaması probleminin rassal süreçler ile çözüm yaklaşımları özetlenmiştir. Bu çalışmanın esasını teşkil eden KANG ve PARK'ın yaklaşımı ayrıntılı tanıtılarak, bu yaklaşımın irdelemesi yapılmıştır.

Çalışmanın son bölümünde de, talebin rassal ve doğrusal artması halinde, kapasite artış planlaması probleminin fayda fonksiyonu yaklaşımı ile çözümü sunulmuştur. Önce fayda kavramı ve fayda fonksiyonlarının özellikleri üzerinde durularak, önerilen yaklaşımda kullanılabilecek fayda fonksiyonlarının özellikleri ve bu özellikleri sağlayan fayda fonksiyonu tipleri tanıtılmıştır. Daha sonra da, önerilen modelin amaç fonksiyonu olan kapasite artışı fayda fonksiyonunun konkavlık araştırması ve modelin çözüm algoritması sunulmuştur. Bölüm sonunda da modelin sayısal verilerle sınanması ve duyarlılık analizleri ele alınmıştır.

Çalışmanın sonucunda, sonuçlar ile bu konuda yapılabilir çalışmalara yer verilmiştir.

2. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMLERİNE GENEL BAKIŞ

2.1. KAPASİTE VE KAPASİTE PLANLAMASI

2.1.1. Kapasite Kavramı

Bir üretim veya hizmet sisteminin kapasitesi, belirli bir süre içinde, girdi veya çıktı miktarı olarak tanımlanabilir (TERSINE, 1985). Bu tanımlama basit ve kısa olmasına rağmen, girdi ve/veya çıktı miktarının belirlenemediği sistemler için yetersiz kalır.

BUFFA (1983), kapasiteyi, birim sürede elde edilen çıktı olarak ifade etmekte ve üretim sisteminde fazla çalışma, vardiya sayısı gibi faktörlerin dikkate alınması gerektiğini belirtmektedir. Bir üretim sisteminin kapasitesinin tanımında, vardiya sayısının belirtilmesi gereklidir, ancak, fazla çalışma gibi faktörlerin gözönüne alınması gerekmez.

GROOVER (1987) ise kapasiteyi, bir dizi üretim koşulları altında birim sürede üretilebilecek en büyük üretim miktarı olarak tanımlamakta ve sözkonusu üretim koşullarının günlük vardiya sayısı, haftadaki çalışma günü, işgücü düzeyi, fazla çalışma gibi faktörler olduğunu belirtmektedir.

ACAR (1989), kapasiteyi, sistemin gerçekleştirdiği veva gerçekleştirmesi gerekli üretim düzeyi olarak tanımlamaktadır. ACAR'ın bu tanımlaması, bir sistemin gerçekleştirdiği ile gerçekleştirmesi gerekli üretim düzeyi, farklı kapasite türü kavramları olduğundan, anlam karışıklığına sebep olabilmektedir.

Verilen tanımlardaki ortak özellik, kapasitenin birim süredeki çıktı veya girdi miktarı olduğudur. Ancak kapasitenin tanımında, birim süre ile birlikte vardiya sayısı, günlük çalışma süresi gibi üretim koşulları da belirtilmelidir.

Bir üretim veya hizmet sisteminin kapasitesinin biriminin tanımında ve belirlenmesinde,

.Ürün çeşitliliğine ve
.Üretim sisteminin yapısına

bağlı olarak, bazı sorunlarla karşılaşılabilmektedir.

Ürün tipinin tek olduğu sistemlerde, kapasitenin birimi ve miktarı kolayca belirlenebilir. Örneğin, tek tip otomobil üreten bir fabrikanın kapasitesi, bir yılda üretebileceği otomobil sayısı ile tanımlanabilir.

Çok ürün üreten sistemlerde ise kapasitenin tanımının hangi ürün cinsinden yapılması gerekeceği sorun teşkil eder. Sistemde üretilen ürün çeşitleri benzer ise, kapasite ortak birim veya ürün cinsinden tanımlanabilir. Örneğin, bir çimento fabrikasının kapasitesi ton-çimento birimi ile tanımlanabilir. Ürün çeşitleri birbirinden farklı ise, kapasitenin ortak birim veya ürün cinsinden ifade edilmesi mümkün olmayabilir (NİŞANCI, 1984; ACAR, 1989). Bu tür üretim sistemlerinde, kapasite, üretimde kullanılan girdiler cinsinden tanımlanabilir. Örneğin, yılda, ayda veya haftada kullanılabilecek işçi saati, tezgah saati veya hammadde miktarı gibi. Çoğu hizmet sektöründe, kapasitenin girdi miktarı ile ifade edilmesi anlamlı olabilir. Bir üretim sistemi için, giren hammmadde veya işgücü miktarının sistemin kapasitesi olarak tanımlanması, o sistem hakkında edinilmesi amaçlanan kapasite bilgisinin elde edilmesini sağlayamayabilir.

Sistemin kapasitesinin tesbitindeki diğer bir zorluk da ürünün girdi-çıktı arasındaki işlem sayısı ve üretim biçiminden kaynaklanmaktadır. İşlem sayısının tek olduğu üretim sistemlerinde kapasitenin tayini kolaydır. İşlem sayısının çok olduğu sistemlerde ise kapasitenin tesbiti, üretim şekline bağlı olarak güçleşmektedir.

2.1.2. Kapasite Türleri

Kapasitenin gerek tanımlanmasında ve gerekse hesaplanmasında, sistemin özelliğine bağlı olarak farklı yaklaşımların izlenmesi, kapasitenin değişik türlerinin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Yaygın olarak;

.Teorik Kapasite,
.Pratik Kapasite ve
.Gerçek (Fiili) Kapasite

türleri kullanılmaktadır.

Teorik Kapasite, işletmenin birim sürede (gün, hafta, ay veya yıl gibi), üretim faaliyetini engelleyen faktörler dikkate alınmadan üretebileceği çıktı miktarıdır (ÖZGEN, 1987). Uygulamada teorik kapasiteye ulaşmak mümkün değildir. Tatil, elektrik kesintisi, arıza, bakım-onarım gibi faktörler teorik kapasiteye ulaşılmasını engellemektedir (ALTUĞ, 1989).

Pratik Kapasite, üretim kapasitesi olarak tanımlanabilir. Pratik kapasite, sistemin, çalışma saatlerindeki üretimin bir göstergesidir ve tatil, elektrik kesintisi, bakım-onarım gibi üretim dışı faktörler gözönüne alınarak hesaplanan kapasitedir (ALTUĞ, 1989).

Gerçek (Fiili) Kapasite, sistemin belirli bir süre içinde ürettiği üretim miktarıdır. Ürün ve işlem sayısı fazla olan sistemlerde, üretim programlama, talep azlığı gibi nedenlerle, sistemdeki bazı kaynaklar (iş istasyonları vb) kullanım dışı kalabilir. Sistemin bu kapasitesi gerçek kapasitedir.

Sistemin pratik kapasitesi, üretebileceği en çok ürün miktarını verdiğinden, sistemin kapasitesinin, pratik kapasite cinsinden hesaplanması ve verilmesi tercih edilmelidir.

2.1.3. Kapasitenin Ürün Cinsinden Belirlenmesi

Üretim sisteminin kapasitesi, genellikle, üretilen ürün cinsinden belirlenebilir.

Tek ürünün tek iş merkezinde üretildiği üretim sistemlerinde kapasite kolayca saptanabilir.

Bir iş merkezinin birim sürede üretebileceği **sağlam ürün miktarı, P_s,**

P_t : İş merkezinin teorik üretim hızı,

E : İş merkezinin verimliliği (%),

P_p : İş merkezinin pratik üretim hızı,

$$P_p = P_t * E$$

q : İş merkezinin bozuk ürün üretme oranı (%)

olmak üzere,

$$P_s = (P_t * E) * (1 - q) \quad \text{.....................} \quad (2.1)$$

ifadesiyle hesaplanabilir.

Üretimde kullanılan iş merkezi sayısı birden çok ise, sistemin, ürün cinsinden kapasitesini belirlemek ya imkansız ya da çok zordur.

Atölye tipi üretim sistemlerinde, hangi iş merkezinin darboğaz yaratabileceği gözlenebilirse de, bu iş merkezinin kapasitesinin arttırımı ile diğer iş merkezlerinde darboğaz oluşumu başlayacaktır. Bu gibi durumlarda benzetim tekniğinin kullanılması uygun bir çözüm yaklaşımı olabilir (NİŞANCI, 1984).

İşleme göre yerleşimin yapıldığı üretim sistemlerinde ise, üretim, ard arda yerleşmiş iş merkezlerinde yapıldığından, sistemin kapasitesi daha kolay tesbit edilebilir.

Yarımamülün bir iş merkezinden diğerine geçişi esnasında ara stoklamanın da yapıldığı bir seri üretim sisteminde, üretim hattındaki herhangi bir i. iş merkezinde işlem yapıldıktan sonra, izleyen iş merkezine geçen sağlam yarımamül miktarı, $P_{s,i}$,

$P_{t,i}$: i.iş merkezinin teorik üretim hızı,

E_i : i.iş merkezinin verimliliği (%),

$P_{p,i}$: i.iş merkezinin pratik üretim hızı,

$$P_{p,i} = P_{t,i} * E_i$$

q_i : i.iş merkezinin bozuk ürün (veya yarımamül) üretme

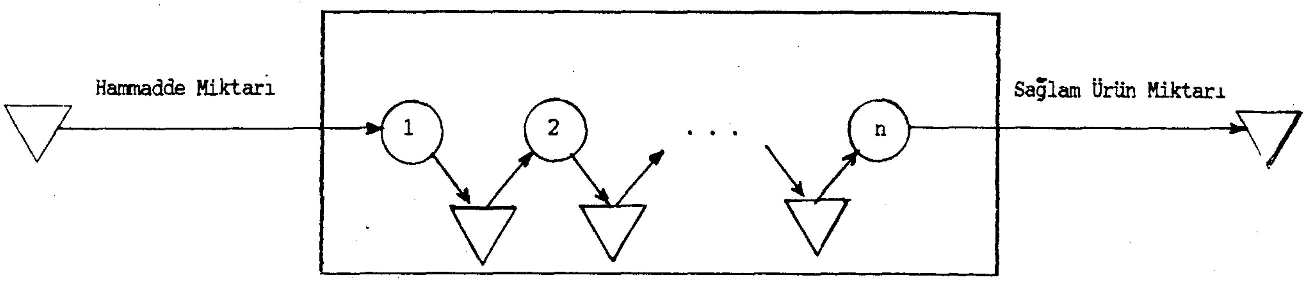
oranı (%)

olmak üzere,

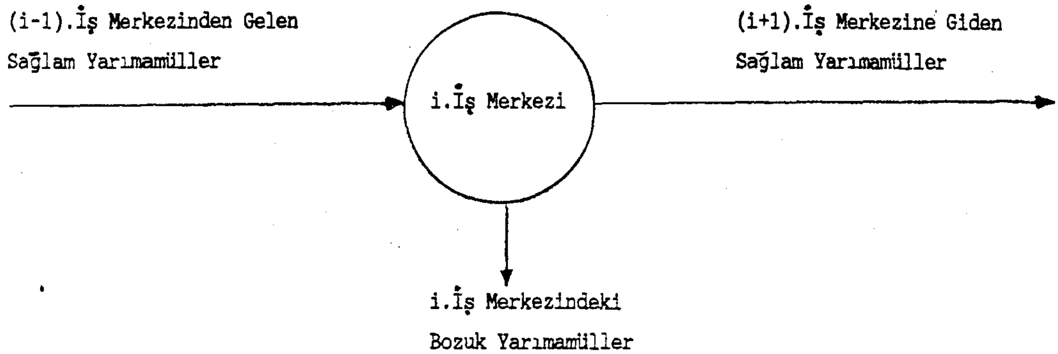
$$P_{s,i} = Enk\{P_{s,(i-1)}, P_{p,i}\} * (1 - Q_i) \qquad \text{.......} \; (2.2)$$

ifadesiyle bulunabilir.

Bu tür bir üretim sistemi için iş akışı Şekil-2.1'de, herhangi bir iş merkezindeki iş akışı da Şekil-2.2'de verilmiştir.



Şekil-2.1. Çok İş Merkezli Seri Üretim Sisteminde İş Akışı



Şekil-2.2. i.İş Merkezindeki İş Akışı

Herhangi bir iş merkezine gelen yarımamül miktarı, önceki iş merkezinin işleyebildiği sağlam yarımamül miktarı kadardır. Ürünün üretildiği son iş merkezinden çıkan sağlam yarımamül miktarı ise sistemin üretebileceği sağlam ürün miktarıdır ki bu miktar, aynı zamanda, bu sistemin pratik kapasitesini verir.

Üretime başlandığı ilk iş merkezinden başlanarak, ard arda tüm iş merkezleri için (2.2) denkleminin kullanılmasıyla, sistemin üretebileceği sağlam ürün miktarı, yani sistemin pratik kapasitesi belirlenmiş olur.

2.1.4. Kapasite Gereksinimlerinin İş Merkezi Sayısına Dönüştürülmesi

Talebin zamanında karşılanabilmesi için kaynakların da en az talebi karşılayacak büyüklükte olması gerekmektedir.

Talep tahmini çalışması sonunda, ihtiyaç duyulan ürün miktarı, en az, üretim işlemlerinin yapıldığı son iş merkezinden çıkan sağlam ürün miktarı kadar olmalıdır. Talep edilen ürünün sunulabilmesi için, ürünün işlem gördüğü son iş merkezinden başlanarak, ilk iş merkezine doğru, her iş merkezinde üretilmesi gereken sağlam yarımamül miktarı ve bu miktarı üretebilecek şekilde de iş merkezi sayısı tesbit edilmelidir.

Üretimde tek çeşit iş merkezinin kullanıldığı üretim sistemlerinde, ihtiyaç duyulacak iş merkezi sayısının tesbiti kolayca yapılabilir. Bu tür üretim sistemlerinde gerekli iş merkezi sayısı, N,

$$N = \frac{p_s}{P_p(1-q)} \qquad \text{.......................} \quad (2.3)$$

ifadesiyle bulunabilir. N bir tam sayı değil ise, bir üst tamsayıya yuvarlanmalıdır. Örneğin,

.Teorik üretim hızı 40 adet/gün,
.Verimliliği % 85,
.Bozuk ürün üretme oranı % 5

olan bir iş merkezinin bulunduğu üretim sisteminde, 50 adet sağlam ürün üretebilmek için gerekli iş merkezi sayısı,

$$N = \frac{50}{40*0.85*(1-0.05)} = 1.55 \cong 2$$

olarak hesaplanır.

Üretimde kullanılan iş merkezi sayısı çok ve iş merkezlerinin yerleşiminin işleme göre olduğu üretim sistemlerinde, talep miktarı, son iş merkezinin üretmesi gerektiği sağlam ürün miktarını verdiğinden, ilk iş merkezine kadar, her iş merkezi için,

.İş merkezinde üretilmesi gereken sağlam yarımamül miktarı,
.Bu yarımamülü üretebilecek iş merkezi sayısı

belirlenmelidir.

Şekil-2.2'de iş akışı verilen üretim sisteminde, herhangi bir iş merkezinden ihtiyaç duyulan miktar, N_i,

D : Üretim dönemi uzunluğu
(Bir vardiya için D=8 saat gibi)

olmak üzere,

$$N_i = \frac{P_{s,i}}{P_{t,i} * E_i * D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.4)$$

formülüyle bulunabilir.

Tablo-2.1'de verilen üretim sisteminin kapasitesini günlük 300 birime çıkarmak için, son iş merkezinden başlanarak ilk iş merkezine kadar, ard arda,

$$P_{s,i} = \frac{P_{s,(i+1)}}{1-q_i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.5)$$

formülünün uygulanması ile her bir iş merkezinde üretilmesi gereken yarımamül miktarı bulunabilir.

Tablo-2.1. Bir Ürünün Üretiminde Kullanılan İş Merkezlerine İlişkin Üretim Verileri

İŞ MERKEZİ NO	TEORİK ÜRETİM HIZI ($P_{t,i}$)	VERİM ORANI (E_i)	BOZUK ÜRÜN ORANI (q_i)
1	30	85	13
2	25	92	6
3	20	96	3
4	25	95	8

Bu değerler, 4. iş merkezinden 1. iş merkezine kadar, sırasıyla,

326.087 , 336.17 , 397.63 , 411.069

bulunur. Her bir iş merkezinden ihtiyaç duyulacak miktar ise, (2.4) formülü kullanılarak,

$$N_1 = \frac{P_{s,1}}{P_{t,1} * E_1 * D} = \frac{411.069}{30*0.85*8} = 2.015 \cong 3$$

$$N_2 = 1.827 \cong 2$$

$N_3 = 2.189 \cong 3$

$N_4 = 1.716 \cong 2$

adet bulunur.

2.1.5. Kapasite Planlaması Ve Düzeyleri

Kapasite Planlaması, talebi karşılamak için üretim kaynaklarının seviyelerini ayarlama çalışmalarını içermektedir (NİŞANCI, 1984). Gerek talebin zamanla artması ve gerekse mevcut iş merkezlerinin ekonomikliğini doldurması nedeniyle, kaynakların, istenilen zaman ve miktarda üretimi gerçekleştirebilecek şekilde hazır bulunması gerekmektedir. İş merkezlerinin, ürün talebini zamanında karşılayacak şekilde hazır bulundurulması amacıyla yapılan çalışmalar Kapasite Planlaması faaliyetleri olarak tanımlanabilir.

Genel olarak, kapasite planlaması süreci;

.Talebin kestirilmesi,
.Bu kestirimlerin, fiziksel kaynakların (iş merkezleri vb.) kapasite gereksinimlerine dönüştürülmesi,
.Gereksinimlere bağlı olarak seçilebilir kapasite planlarının türetilmesi,
.Seçilebilir planların ekonomik analizi ve
.Eniyi planın seçilmesi

aşamalarından oluşmaktadır (BUFFA, 1983).

Kapasite planlaması faaliyetleri, planlama uzayı süresine bağlı olarak farklılıklar gösterebilir. Kapasite planlaması, kısa süreli tezgah çizelgelemesi faaliyetlerini içerdiği gibi yatırım gerektiren ve uzun süreyi kapsayan faaliyetleri de içerebilir (VOLMAN and et al., 1985).

Kapasite planlamasında,

.Kısa Dönem,
.Orta Dönem ve
.Uzun Dönem

olmak üzere üç tür planlama dönemi söz konusudur.

Kısa dönem kapasite planlamasında, işletme düzeyinde, hangi iş merkezlerinde kapasite kısıtlarının olduğu ve fazla çalışma ile ek vardiya kararlarının alınıp alınmayacağı belirlenmeye çalışılır.

Orta dönem kapasite planlaması ise işgücü vb gibi katılımların gerekip gerekmediği planlarını içerir.

Uzun dönem kapasite planlaması ise yeni tesis ve binaların planlanması faaliyetlerini içerir.

Kapasite planlamasının bu üç düzeyi, kullandıkları malzeme planı ve yapılabilecek kapasite değiştirme yaklaşımları açısından farklılıklar göstermektedir (TERSINE, 1985).

Uzun dönem kapasite planlamasının en önemli girdisi talepdir. Talep kestirimi sonucunda, sistemin üretmesi gerektiği en az ürün miktarı belirlenebilir. Planlama çalışmasında, talebin istenen zamanda ve istenen miktarda karşılanmasını sağlayacak şekilde, arttırılacak olan iş merkezleri, sayıları ve zamanları, önceki alt kesimde yapılan açıklamalar dikkate alınarak, belirlenmeye çalışılır.

2.2. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİ

Uzun dönem kapasite planlaması, gereksinim anında hemen karşılanamayacak üretim kaynaklarının sayısını arttırma kararlarını içermektedir (NİŞANCI, 1984). Bu tür planlama çalışmalarında, genellikle, tezgah, bina gibi **yüksek yatırım harcaması gerektiren kaynakların (iş merkezlerinin)** ele alındığı görülmektedir.

Talebin zamanla artması halinde, talebin zamanında ve istenen miktarda karşılanabilmesi için kapasitenin de talebi karşılayacak düzeyde olması gerekmektedir. Kapasitenin, ihtiyaç duyulan zaman ve miktarda tedarik edilmesi problemleri, bu konudaki çalışmalarda "**KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMLERİ**" olarak incelenmektedir.

Kapasite artış planlaması problemleri için, genellikle, planlama uzayı boyunca, aynı veya farklı sürelerde, aynı veya farklı miktarlarda kapasite artışları yapıldığında, bu kapasite artışlarına ilişkin tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamını enküçükleyecek şekilde modeller geliştirilmiştir. Bu modellerde, **karar değişkenleri, parametreler, kısıtlar (bazı modellerde) ve amaç fonksiyonu** bileşenlerinin yer aldığı görülmektedir.

2.2.1. Karar Değişkenleri

Çoğu kapasite artış planlaması problemlerinde;

.Kapasite artış miktarı,
.Kapasite artışları arası süre,
.Kapasite arttırım yerleri
.Kapasitenin tipi

birer **karar değişkeni** olarak tanımlanmaktadır (LUSS, 1982). Uygulama alanına bağlı olarak problemde, bu karar değişkenlerinden biri veya bir kaçı yer alabilmektedir.

Kapasite artış miktarı (Expansion size), iki kapasite artışı arasındaki süre içinde talep artışlarını karşılayabilecek kapasite miktarını ifade etmektedir. Kapasite artış miktarı, talep edilen ürün cinsindendir. Üretim sisteminin yapısı gözönüne alınarak, kapasite artışını sağlayacak kaynaklar ve arttırılacak sayıları belirlenebilir. Planlama uzayına ve talebin sürekliliğine bağlı olarak, kapasite artış miktarları aynı veya farklı ve sürekli veya kesikli değer alabilmektedir.

Planlama uzayının sonsuz ve talebin sürekli olduğu çalışmalarda, **kapasite artışları arası süre (expansion time)** de sürekli değer alan bir karar değişkeni olabilmektedir. Talebin sürekli ve doğrusal artması halinde, kapasite artış miktarı yerine iki kapasite artışı arasındaki süre, alternatif bir karar değişkeni olarak tanımlanabilir (MANNE, 1967; FREIDENFELDS, 1981a; LUSS, 1982). Talebin doğrusal olmayan bir yapıda artması halinde ise, genellikle, iki kapasite artışı arasındaki süre sabit kabul edildiğinden, bir karar değişkeni olarak tanımlanmaktadır. Kuşkusuz kapasite artış zamanlarındaki kapasite artış miktarları farklı olmaktadır (SRINIVASAN, 1967; ROSE, 1976).

Planlama uzayının sonlu ve talebin kesikli olduğu problemlerde ise, kapasite artış miktarları birer karar değişkenidir. Kapasite artış miktarları kesikli değer almakta ve bu değerler bir veya bir kaç devrenin talep miktarı kadar olmaktadır (FONG and SRINIVASAN, 1976; LEE and LUSS, 1987).

Kapasite arttırım yerleri (expansion locations) , çok üretim merkezli (producing location) ve tek veya çok tüketim merkezli (consuming location) problemlerde, kapasite artışının yapıldığı üretim merkezini ifade eden bir karar değişkenidir (MANNE, 1961; ERLENKOTTER, 1975).

Bazı sistemlerde (su sistemleri gib), kapasite artış miktarı, sonlu sayıda arttırılabilir kapasite tiplerinden birinin seçimi ile sağlanabilmektedir. Bu tür sistemlerin kapasite artış problemlerinde, hangi tip kapasitenin arttırım için kullanıldığını gösteren "**Kapasite Tipi (Capacity Type)**" karar değişkeni tanımlanmaktadır (ERLENKOTTER, 1973; ERLENKOTTER and ROGERS, 1977; NEEBE and RAO, 1986).

Yoksatma seçeneğinin de dikkate alındığı problemlerde, sonradan karşılama veya dışarıdan karşılama miktarı da birer karar değişkeni olarak tanımlanmaktadır (ERLENKOTTER, 1967, 1977; ROSE, 1976).

2.2.2. Parametreler

Kapasite artış planlaması problemlerinde, genel olarak, **talep, maliyet** ve **faiz oranı** birer parametre olarak yer almaktadır.

Planlama uzayının sonsuz kabul edildiği problemlerde, **talep**, zamanın bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. Bu problemlerde, talep fonksiyonu, yaygın olarak, zamanla doğrusal veya üstel artan bir fonksiyon şeklinde tanımlanmaktadır. Planlama uzayının sonlu kabul edildiği problemlerde ise, yaygın olarak, talebin kesikli olduğu kabul edilmekte ve devrelik talep miktarları parametrelerine yer verilmektedir.

Problemin yapısına ve uygulama alanına bağlı olarak, çeşitli tip **maliyet bileşenleri** tanımlanabilmektedir. En çok karşılaşılan maliyet parametreleri,

.Kapasiteyi arttırma (capacity expansion) maliyeti,
.Yoksatma (Shortage) maliyeti,
.Atıl kapasite (Idle capacity) maliyeti ve
.Stok tutma (Inventory) maliyeti

parametreleri olmaktadır.

Faiz oranı (İskonto oranı), herhangi bir andaki parasal değerin peşin değerini bulmak için kullanılmaktadır. Bazı çalışmalarda, herhangi bir andaki kapasite arttırımına ilişkin maliyetlerin, **enflasyon** oranında arttığı kabul edilmektedir (PHILIP and LIITTSCHWAGER, 1979). Bu çalışmalarda faiz oranı ile birlikte enflasyon oranı da modele alınmaktadır. Çoğu çalışmalarda, faiz oranı yerine, faiz oranı ile enflasyon oranının farkı (faiz oranı-enflasyon oranı) olan ve net faizi ifade eden reel faiz oranı kullanılmaktadır.

2.2.3. Kısıtlar

Çoğu kapasite artış planlaması problemlerde, kapasite artış miktarı ve iki kapasite artışı arasındaki sürenin pozitif olma koşulu dışında, herhangi bir kısıta yer verilmemiştir. Ancak, problemin, stok bulundurma, yoksatma (shortage), bütçe kısıtı gibi uygulanabilir politikaların ele alındığı çalışmalar da yapılmıştır (ERLENKOTTTER, 1975; FREIDENFELDS, 1978, 1981a, 1981b). Bu ve benzeri çalışmalarda,

.Arttırım için ödenebilir enbüyük bedel (bütçe),
.Kapasite artış miktarı,
.Fazla kapasite miktarı,
.Sonradan karşılama (backlogging) miktarı,
.Dışarıdan karşılama (import) miktarı,
.Stok tutma miktarı

üzerinde bir üst sınır getirilmiştir (LUSS, 1982).

Özel yaklaşımların dışında, tüm problemlerin modellenmesinde, herhangi bir andaki kapasite artışının, izleyen kapasite artışına kadar olan süredeki talebi karşılayacak büyüklükte olduğu varsayılmaktadır. Bu varsayım, modellerde yer almasa bile , arttırılabilir kapasite miktarında bir kısıttır.

2.2.4. Amaç Fonksiyonu

Çoğu kapasite artış planlaması problemlerinde, amaç, kapasite arttırımlarından dolayı oluşan tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamının enküçüklenmesidir. Amaç fonksiyonunda, problemin yapısına bağlı olarak, kapasite artışına ilişkin çeşitli maliyet bileşenleri yer alabilmektedir. En yaygın kullanılan maliyet bileşenleri,

.Kapasite artış maliyeti,
.Yoksatma maliyeti,
.Atıl kapasite maliyeti ve
.Stok tutma maliyeti

olabilmektedir (ERLENKOTTER, 1967; RAO, 1976; LEE and LUSS, 1987). Taşıma (transportation) , bakım (maintenance) gibi maliyet bileşenlerinin yer aldığı çalışmalar da yapılmıştır (FONG and RAO, 1975; PHILIP and LIITTSCHWAGER, 1979).

Kapasite artış maliyeti, herhangi bir anda kapasiteyi arttırmadan dolayı yapılan yatırım vb sabit harcamaları içermektedir. Modellerde, bu maliyetin, kapasite artış miktarının bir fonksiyonu olduğu varsayılmıştır.

Yoksatma maliyeti, talebin kapasiteyi aşması halinde, aşan talebin sonradan veya dışarıdan karşılanması nedeniyle oluşan maliyettir. Bu maliyet, talebin sonradan karşılanmasından dolayı ceza maliyeti veya dışarıdan karşılanmasından dolayı kâr kaybı maliyetidir (ROSE, 1976; ERLENKOTTER, 1977).

Atıl kapasite maliyeti, kapasitenin var olan talebin üstünde olmasından dolayı, atıl kalması nedeniyle oluşan maliyettir (LEE and LUSS, 1987).

Bazı problemlerde, kapasitenin atıl olduğu zamanlarda, stok yapılması amacıyla fazla üretimde bulunulması, talebin kapasitenin üstünde olduğu zamanlarda ise talebin stoktan karşılanması, böylece, kapasite artışı yatırımının geciktirilmesi ele alınmıştır. Bu tür problemlerde, ürünü stokta tutmanın maliyeti modele alınmaktadır (ROSE, 1976; RAO, 1976; ERLENKOTTER, 1977).

Problemin ve uygulama alanının yapısına bağlı olarak başka maliyet unsurları da modelde yer alabilir.

Çoğu kapasite artış planlaması problemlerinde, amaç fonksiyonu, planlama uzayı boyunca oluşan tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamından meydana gelmektedir. Kesin bir kural olmamakla birlikte, parasal değerlerin peşin değeri (veya toplamları), sürekli bileşik faiz (continuous compounding) sistemine göre hesaplanmaktadır.

Sürekli bileşik faiz sistemine göre, herhangi bir t_i anındaki bir parasal değerin (F) peşin değeri (P),

r : Birim süredeki faiz oranı (%)

olmak üzere,

$$P = Fe^{-rt_i} \qquad \text{(2.6)}$$

ifadesiyle bulunabilir (TOLGA, 1984).

Herhangi bir t_i anındaki kapasite artışına ilişkin tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamı, $W(t_i)$ ise, planlama uzayı boyunca tüm artışların tüm maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

$$\sum_{i=1} W(t_i)e^{-rt_i}$$

ifadesiyle bulunabilir.

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı bir çalışmada (KANG and PARK, 1983), amaç fonksiyonu, toplam maliyet ile riskin doğrusal bileşimi olarak ele alınmış ve çok amaçlı bir amaç fonksiyonu tanımlanmıştır.

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı diğer bazı çalışmalarda (HINOMOTO, 1965; GIGLIO, 1970) ise, amaç fonksiyonu, kapasite arttırım anlarındaki net gelirin peşin değerleri toplamı şeklinde alınmıştır.

2.3. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

Kapasite artış planlamasının ele alındığı çalışmaların hiç birinde problemin genel bir sınıflandırmasına yer verilmediği halde, konuya ilişkin çalışmalar ele alındığında, kapasite artış planlaması problemlerinin, genel olarak;

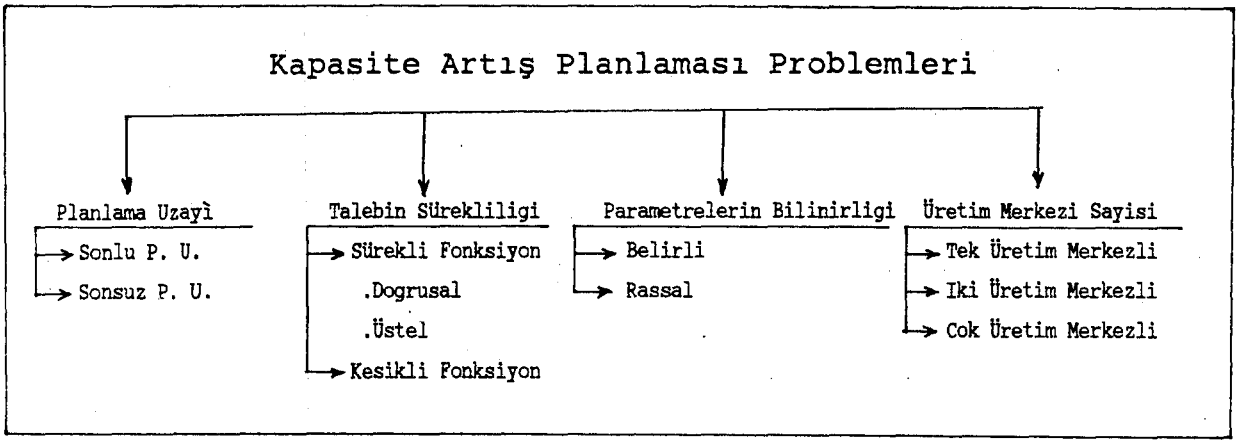
.Planlama uzayına,
.Talebin sürekliliğine,
.Parametrelerin bilinirliğine,
.Üretim merkezi (facility) sayısına

göre sınıflandırılabileceği ortaya çıkmaktadır (Şekil-2.3).

2.3.1. Planlama Uzayına Göre Sınıflama

Kapasite artış planlaması problemlerinde, planlama uzayı ya sonsuz ya da sonlu alınır.

Planlama uzayının sonsuz olduğu problemlerde, kapasite artışlarının, eşit zaman aralıklarında ve/veya eşit miktarlarda, sonsuza kadar yapıldığı kabul edilmiştir (MANNE, 1967; ERLENKOTTER, 1977; FREIDENFELDS, 1981a). Bu tür problemlerin modellenmesinde, genellikle, talebin



Şekil-2.3. Kapasite Artış Planlaması Problemlerinin Sınıflandırılması

zamana bağlı sürekli bir fonksiyon ile, kapasite artış maliyetinin de sürekli bir fonksiyon ile tanımlandığı görülmektedir. Bu yaygın kabuller, problemin modellenmesini ve modelin de çözülebilirliğini kolaylaştırmak amacıyla yapılmaktadır.

Kaynakların yenilenmemesi, faiz oranının sonsuza kadar aynı kalacağı, teknolojideki değişmelerin olmayacağı gibi varsayımlar, planlama uzayının sonsuz alındığı modellerin uygulanabilirliğini engellemektedir.

Planlama uzayının sonlu olması, kapasite artışlarının belirli bir zamana kadar olan sürede yapılacağını göstermektedir.

Talebin kesikli olduğu kapasite artış planlaması problemlerinde, planlama uzayı sonlu alınmaktadır (MANNE and VIENOTTE, 1967; RAO, 1976; FONG and SRINIVASAN, 1976, 1981).

Planlama uzayının sonlu alınmasının önemli yararları, maliyet, talep, kaynak ve faiz oranı parametrelerinin belirli bir süre için geçerli olması ve teknolojinin değişebileceğinin göz önünde tutulmasıdır. Bu özellikler gereği, modellerin uygulanabilirliği artmaktadır. Bu modellerin en önemli sakıncası ise, modelin çözümünün uzun zaman alması ve çoğu kez çözüm için özel bir algoritmaya ihtiyaç göstermesidir.

2.3.2. Talebin Sürekliliğine Göre Sınıflama

Kapasite artış planlaması problemlerinde, talep ya kesikli ya da sürekli bir fonksiyon ile ifade edilir.

Planlama uzayının sonsuz alındığı problemlerde, problemin modellenmesini ve modelin de çözümünü kolaylaştırdığından, talep sürekli bir fonksiyon ile ifade edilir.

En yaygın kullanılan sürekli talep fonksiyonları,

a , g , D_0 birer sabit,
t : Zamanı gösteren bağımsız değişken,
D(t) : t anındaki talep
olmak üzere

$$D(t) = \begin{cases} a + gt \\ a\ e^{gt} \\ D_0\{e^{gt} - 1\} \end{cases}$$

olmaktadır (MANNE, 1961; SRINIVASAN, 1967; GIGLIO, 1970; SMITH, 1979, 1980; FREIDENFELDS, 1981a; FONG and RAO, 1986; NEEBE and RAO, 1986; ONG and ADAMS, 1989).

Doğrusal talep fonksiyonu, talebin zamanla doğrusal bir şekilde arttığını gösterir. Problemin modellenmesini basitleştirdiğinden, sık sık doğrusal talep fonksiyonu alınır (LUSS, 1982). Bu modellerde, iki kapasite artışı arasındaki süreler ve kapasite artış miktarları aynıdır.

Doğrusal olmayan talep fonksiyonunun alındığı modellerde ise, ya iki kapasite artışı arasındaki süre aynı (ki bu durumda kapasite artış miktarları değişir) ya da kapasite artış miktarı aynı (bu durumda da iki kapasite artışı arasındaki süreler farklıdır) alınır (ROSE, 1976).

Planlama uzayının sonlu alındığı problemlerde ise, genellikle, talep kesiklidir. Talebin kesikli olduğu kapasite artış planlaması problemine, genel olarak, "**T Devrelik Kapasite Artış Planlaması Problemi**" adı verilir. Bu problemlerde, kapasite artış miktarı, bir veya birkaç devrelik talep kadar olur.

Talebin kesikli alınmasının en önemli sakıncası, modelin çözümünün uzun zaman alıcı algoritmalarla elde edilmesidir.

2.3.3. Parametrelerin Bilinirliğine Göre Sınıflama

Herhangi bir karar probleminde, parametreler belirli, rassal veya belirsiz olabilir. Kapasite artış planlaması problemlerinde de, parametrelerin belirli ve/veya rassal olduğu gözlenmektedir.

Kapasite artış planlaması problemlerinde, en önemli parametre, talep parametresidir. Bu nedenle de, çoğu rassal kapasite artış planlaması problemlerinde, sadece talep parametresinin rassal olduğu varsayılmıştır.

Talebin rassal ve sürekli bir fonksiyon ile ifade edildiği kapasite artış planlaması problemlerinin ele alındığı çoğu çalışmalarda, talebin, bir rassal sürece göre değer aldığı varsayılarak problemler modellenmiştir. Bu modellerde, $E[e^{-rt}]$ ifadesinin Laplace dönüşümü yardımıyla, rassal problem eşdeğer belirli probleme dönüştürülmektedir. Yaygın olarak, talebin WIENER Sürecine (MANNE, 1961; KANG and PARK, 1983; BUZACOTT and CHAOUCH, 1988), DOĞUM Sürecine (TAPIERO, 1979), DOĞUM/ÖLÜM Sürecine (FREIDENFELDS, 1980, 1981) ve POISSON Sürecine (FREIDENFELDS, 1974, 1978, 1981a, 1981b; DAVIS and et al., 1983) göre değer aldığı varsayılarak, çalışmalar yapılmıştır.

Talebin kesikli bir fonksiyon ile ifade edildiği problemlerde ise, devrelik talebin bir dağılıma göre değer aldığı varsayılmaktadır.

2.3.4. Üretim Merkezi Sayısına Göre Sınıflama

Kapasite artış planlaması problemlerinde, tek veya çok tüketim merkezi talebinin, tek (single-facility), iki (two-facility) veya çok (multi-facility) üretim merkezinden (problemin yapısına bağlı olarak, iş merkezi, atölye, fabrika vb olabilir) karşılandığı varsayılarak, çalışmalar yapılmıştır (LUSS, 1982).

Talebin tek üretim merkezinden karşılandığı problemlerde, ürün sadece bir kaynakda (iş merkezinde) üretilmekte, dolayısıyla ürün talebi aynı zamanda doğrudan iş merkezine olan talebi göstermektedir. Bu tür problemlerde, karar değişkenleri, kapasite artış miktarı ve/veya iki kapasite artışı arasındaki süredir (MANNE, 1961; MANNE, 1967; KANG and PARK, 1983).

Ürünün birden çok iş merkezinden geçerek üretildiği üretim sistemlerinde, iş merkezlerinin kapasite artışı problemi, kapasite artış planlaması problemi olarak ele alınmamaktadır. Bu tür üretim sistemlerinde, üretim sisteminin yapısı dikkate alınarak, sistemin kapasitesi belirlenebildiğinden, bu tür problemler, tek üretim merkezli kapasite artış planlaması problemi olarak incelenebilir.

Birden çok üretim merkezli kapasite artış planlaması problemleri, genellikle, çok üretim merkezli problemler olarak değerlendirilebilir. Ancak, iki ile üç ve daha çok üretim merkezli problemlerin çözüm yaklaşımları farklıdır.

İki üretim merkezli kapasite artış planlaması ptoblemlerinde iki farklı yaklaşım görülmektedir.

İki üretim merkezli kapasite artış planlaması problemleri, iki farklı tüketim merkezi talebinin iki farklı üretim merkezinden karşılandığı problemlerdir. Bu problemlerde, herhangi bir üretim merkezine olan talebin, diğer üretim merkezinden de karşılanabileceği, ancak, bu durumda, birim ürün başına taşıma maliyeti oluşmaktadır. Bu tür problemlerin çözümünde Dinamik Programlama yaklaşımı kullanılabilmektedir (ERLENKOTTER, 1967; FONG and RAO, 1975).

İki üretim merkezli ikinci tip kapasite artış planlaması problemleri ise, gelişmiş (pahalı) tip üretim merkezinin hem birinci hem de ikinci tüketim merkezi talebini karşılamak için, standart (daha ucuz) tip üretim merkezinin ise sadece ikinci tüketim merkezi talebini karşılamak için kullanıldığı varsayılmaktadır. Bu tür problemlerin çözümünde ise, genel sayısal çözüm yöntemleri kullanılabilmektedir (MANNE, 1967; KALOTAY, 1973; ERLENKOTTER, 1974; FREIDENFELDS, 1981b).

Çok üretim merkezli kapasite artış planlaması problemleri, çok sayıda tüketim merkezi talebinin çok sayıda üretim merkezinden karşılandığı problemlerdir. Bu tür problemlerin Dinamik Programlama ile çözümü uzun zaman alıcı olduğundan, çözüm için özel algoritmalar geliştirilmiştir (ERLENKOTTER, 1975; FONG and SRINIVASAN, 1976, 1981, 1986).

Herhangi bir kapasite artış planlaması problemi, verilen her bir sınıfın bir özelliğini içermektedir. Örneğin, bir kapasite artış planlaması problemi;

.Planlama uzayına göre sonsuz,
.Talebin sürekliliğine göre sürekli,
.Parametrelerin bilinirliğine göre rassal,
.Tek üretim merkezli (iş merkezli)

bir problem olabilir.

2.4. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMLERİYLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı ilk ve en iyi bilinen çalışma MANNE (1961) tarafından yapılmıştır. MANNE, bu çalışmasında,

.Planlama uzayının sonsuz,
.Talebin zamanla sürekli ve doğrusal arttığı,
.Tüm parametrelerin belirli,
.Tek üretim merkezli

kapasite artış planlaması problemini ele almış ve kapasite artışı maliyetlerinin peşin değerleri toplamını enküçükleyen bir model geliştirmiştir. Bu çalışmada, ilk kez, talebin bir rassal süreç olan WIENER sürecine uyduğu varsayımı altında, problemin rassal ortamda modellenmesi de ele alınmıştır. Modelde, talebin, ortalaması gt, varyansı $\sigma^2 t$ olan normal dağılmış bir rassal değişken olduğu varsayılarak, rassal kapasite artış planlaması problemi eşdeğer belirli problem şekline dönüştürülmüştür. MANNE, talebin hem belirli hem de rassal olması halinde, talebin tamamen karşılanamaması durmunu da ele almış ve modellerini sunmuştur.

1967 yılında, editörlüğünü MANNE'nin yaptığı, parametrelerin belirli, planlama uzayının sonsuz ve talebin sürekli olduğu tüm kapasite artış planlaması problemlerinin ele alındığı bir kitap yayınlanmıştır. Bu kitapda,

. MANNE(1961) tarafından geliştirilen modelin alüminyum endüstrisinde uygulaması (MANNE),

. Yoksatmaya izin verilmesi halinde, talebin dışarıdan karşılanması özel hali için problemin modellenmesi (ERLENKOTTER),

. İki tüketim merkezi talebinin iki üretim merkezinden karşılanması halinde, problemin modellenmesi (MANNE), modelin dinamik programlama ile çözüm yaklaşımı (ERLENKOTTER) ve soda (MANNE), çimento (MANNE) ve gübre (MANNE, RADHAKRISHMAN ve RAO) sanayinde uygulaması,

. Birinci üretim merkezinin sadece birinci tüketim merkezi talebini, ikinci üretim merkezinin ise her iki tüketim merkezi talebini karşılaması halinde, problemin modellenmesi (MANNE),

. Talebin üssel bir şekilde artması halinde, problemin modellenmesi (SRINIVASAN)

ele alınmıştır. Bu kitapta, ayrıca, MANNE ve VIENOTTE tarafından, planlama uzayının sonlu ve talebin kesikli olması halinde problemin modeli de çıkartılmıştır.

Kitap, kapasite artış planlaması konusunda, bu yıla kadar incelenen problemler ve çözüm yaklaşımlarının da topluca ele alındığı ve ağır sanayide uygulamalarına yer verilen bir kaynak olduğundan, oldukça önemlidir.

ERLENKOTTER (1977), planlama uzayının sonsuz, üretim merkezi sayısının tek, tüm parametrelerin belirli, talebin sürekli ve zamanla doğrusal artması halinde, problemi, uzun süre stok tutma ve dışarıdan karşılama (import) durumunu da içerecek şekilde incelemiş ve dinamik programlama ile eniyi çözümü verecek bir algoritma geliştirmiştir.

ERLENKOTTER (1973), kapasite artış miktarının sonlu sayıda (n adet) artış miktarları kümesinden seçilebilmesi halinde kapasite artış planlaması problemini ele almış ve toplam maliyeti enküçükleyen bir model sunmuştur. Ancak bu modelin eniyi çözümünün bulunabilmesi için, n! sayıda tercih edilebilir kapasite artış planı (çizelgesi) için toplam maliyetlerin hesaplanması gerekmektedir. ERLENKOTTER, bu problemin çözümü için $n(2)^{n-1}$ sayıda artış planı için toplam maliyetin hesaplanarak eniyi çözümün bulunabilmesine imkan veren Dinamik Programlama yaklaşımını geliştirmiştir. ERLENKOTTER ve ROGERS (1977), BAKER ve SCHRAGE (1978), SMITH (1979), FREIDENFELDS ve McLAUGHLIN (1979) ve NEEBE ve RAO (1986) problemin çözümü için daha etkin Dinamik Programlama ve Dal-Sınır Algoritmalarının geliştirilmesi üzerinde çalışmışlardır. BUTCHER vd. (1969), MORIN ve ESOGBUE (1971) ve BAKER ve YEH (1974), problemin su kaynaklarının artışı alanında uygulanması üzerinde durmuşlardır.

RAO (1976), MANNE ve VIENOTTE (1967)'nin ele aldığı, planlama uzayının sonlu, talebin kesikli, tüm parametrelerin belirli ve tek tüketim merkezli kapasite artış planlaması problemini, kapasite artışı, üretim, stok tutma ve atıl kapasite bulundurma maliyetlerinden oluşan amaç fonksiyonunu enküçükleyecek şekilde genişletmiş ve eniyi çözüm için etkin bir Dinamik Programlama algoritması önermiştir.

KALOTAY (1973), iki farklı tüketim merkezi talebinin iki farklı üretim merkezinden karşılanması halinde, ucuz özel amaçlı üretim merkezinin birinci tüketim merkezi talebini, pahalı genel amaçlı üretim merkezinin ise her iki tip tüketim merkezi talebini karşılaması halinde kapasite artış planlaması problemini ele almıştır. Çalışmada, MANNE (1967)'nin çalışmasından farklı olarak, her iki tüketim merkezi talebinin zamanla üstel arttığı varsayılarak problemin modeli geliştirilmiştir. ERLENKOTTER(1974), problemin dinamik programlama, FREIDENFELDS (1981b) ise sezgisel (heuristic) bir algoritma ile çözüm yöntemi geliştirmişler ve LUSS (1979) ve FREIDENFELDS (1981b) telefon haberleşme alanında uygulamasına yer vermişlerdir.

FONG ve RAO (1975), sonlu planlama uzayı boyunca, iki tüketim merkezi talebinin iki üretim merkezinden karşılanması halinde, kapasite artışı ve taşıma maliyetlerinden oluşan toplam maliyeti enküçükleyen bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, eniyi çözümün Dinamik Programlama ile çözüm yöntemi sunulmuştur.

ERLENKOTTER (1975), sonsuz planlama uzayı boyunca, çok tüketim merkezi talebinin çok üretim merkezinden karşılanması halinde, problemin Dinamik Programlama ile çözümünün etkin olmadığı belirterek, yıllık maliyetin ölçü olduğu MAC (Minimum Annual Cost) Algoritması'nı geliştirmiştir. Algoritma Hindistan Gübre Endüstrisi'nde 21 üretim merkezi (fabrika) ve 45 tüketim merkezi (şehir dağıtım merkezi) için uygulanmıştır.

FONG ve SRINIVASAN (1976), sonlu planlama uzayı boyunca, çok tüketim merkezi talebinin çok üretim merkezinden karşılanması halinde, kapasite artışı ve taşıma maliyetlerinden oluşan toplam maliyeti enküçükleyen bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, eniyi çözümün Dinamik Programlama yaklaşımı ile etkin bir şekilde elde edilemeyeceği belirtilerek, parametrik programlama esasına dayanan daha etkin bir algoritma geliştirilmiştir. İzleyen yıllarda, FONG ve SRINIVASAN (1981 , 1986) ve LEE ve LUSS (1987), problemin çözümü için sezgisel algoritma önermişlerdir.

FREIDENFELDS (1974), talebin, müşterilerin rassal giriş (inward) ve çıkış (outward) hareketi olabileceğini ve herhangi iki zaman aralığındaki kapasite artışının (ki bu aynı zamanda bu süredeki ilave kapasite ihtiyacını gösterir), giren-çıkan müşteri sayısı kadar olacağını varsayarak, POISSON süreci ile çözüm yaklaşımı geliştirmiştir. Çalışmada, e^{-rt} ifadesinin Laplace dönüşümü yardımıyla, **eşdeğer artış oranı** ifadesi geliştirilmiştir. Bu ifade, rassal problemin, eşdeğer belirli probleme dönüştürülmesine imkan sağlamaktadır. Böylece, eşdeğer problemin çözümü elde edildiğinde, rassal problemin de çözümü elde edilmiş olunacaktır. FREIDENFELDS, bu çalışmasını, 1978 ve 1981 yıllarında daha ayrıntılı ele almıştır.

TAPIERO (1979), kapasiteyi oluşturan kaynağın, basit bir ölüm sürecine uygun olarak zamanla bozulma eğilimi göstermesi ve talebin de ortalama ve varyansı bilinen bir olasılık dağılım fonksiyonuyla tanımlanabilmesi halinde kapasite artış planlaması problemini incelemiştir.

FREIDENFELDS (1980), talebin, sisteme gelen müşteri sayısı ile ifade edilebileceğini belirterek, rassal talebi bir doğum-ölüm (birth/death) süreci olarak tanımlamış ve Laplace dönüşümü kullanarak, rassal kapasite artış problemini, eşdeğer belirli problem şekline dönüştürmüştür.

FREIDENFELDS (1981), bazı önemli kapasite artış planlaması problemleri ve çözüm yöntemlerini ayrıntılı olarak inceleyen bir kitap yayınlamıştır. Bu kitapta, talebin rassal olması halinde, POISSON süreci ile çözüm yaklaşımı ayrıntılı olarak tanıtılmıştır.

LUSS (1982), kapasite artış planlaması konusunda, 1982 yılına kadar yapılan tüm çalışmaları sunan geniş kapsamlı bir makale (survey) yayınlamıştır.

KANG ve PARK (1983), gelecekteki talebin WIENER sürecine (ortalaması gt, varyansı $\sigma^2 t$ olan normal dağılmış) uyduğu varsayımıyla, toplam maliyetin beklenen değeri ile standart sapmasının (risk) doğrusal bileşimini enküçükleyen bir model geliştirmiştir. 1983 yılına kadar yapılan ve amaç fonksiyonunun toplam maliyetten oluştuğu tüm çalışmalarda, toplam maliyetin enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Kang ve Park ise, ilk kez, maliyet ile riskin doğrusal bileşimini enküçükleyen çok amaçlı bir amaç fonksiyonu tanımlamışlardır. Bu yaklaşım, kapasite artış planlaması problemlerinin modellenmesinde önemli bir bakış açısı kazandırmıştır.

LEVIN, TISHLER ve ZAHAVI (1985), enerji üretim sistemlerinin kapasite artışı çalışmalarında, birincil (primary) enerji kaynaklarının fiatlarındaki rassallığın önemli olduğunu belirterek, petrol fiyatlarının verilen bir dağılımı (normal dağılım) için, kurulacak kapasitenin ve toplam maliyetin olasılık dağılım fonksiyonunu çıkartmışlar ve beklenen değer, varyans ve modun performans ölçüsü olabileceğini belirtmişlerdir.

BOZACOTT ve CHAOUCH (1988), talebin beklenmedik bir şekilde durması (savaşlar, ekonomik durgunluk, petrol fiyatlarındaki aşırı oynama gibi) halinde problemi analiz etmiş ve çözümünü araştırmışlardır. Çalışmada, talebin bir rassal süreç olan WIENER süreci izlediği varsayılmış ve bir eşdeğer artış oranı tanımlanarak, rassal problem, eşdeğer belirli problem şekline dönüştürülmüştür.

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı çalışmalar incelendiğinde şu önemli sonuçlar dikkat çekmektedir.

1. Tüm problemlerde (LUSS, 1984 hariç), tek tip ürünün tek veya çok üretim merkezinde tek veya çok tüketim merkezi talebini karşılaması ele alınmış, çok ürün için problemler üzerinde durulmamıştır. Sadece, LUSS (1984), sonlu planlama uzayı boyunca, N farklı tip ürünün, bir üretim merkezinden karşılanması ve talebin de kesikli olması halinde problemi ele almıştır. Problemde, herbir tip ürünün, her devre toplam üretimi içindeki oranının aynı olduğu varsayımı yapılmıştır. İzleyen yıllarda bu ve benzeri çalışmalar üzerinde durulmamıştır.

2. Planlama uzayının sonsuz alındığı problemlerde, en büyük sakınca, paremetrelerin sonsuza kadar değişmeyeceği varsayımıdır. Bu varsayım, bu tür problemlerin uygulanabilirliğini azaltmaktadır. Bu sakıncayı dikkate alan çoğu yazarlar, çalışmalarında sonlu planlama uzaylı problemleri ele almışlardır.

3. Planlama uzayının sonlu alındığı problemlerde, en büyük sorunun, planlama uzayının (devre sayısı) kaç devre alınması gerektiğidir. Bu sorunun ele alındığı son çalışmada, UDAYABHANU ve MORTON (1988), planlama uzayı süresinin (devre sayısının) keyfi seçilmesinin eniyi çözümü garanti etmeyeceğini belirterek, eniyi planlama devre sayısının belirlenmesine ilişkin bir algoritma sunmuşlardır.

4. Yapılan çalışmalarda dikkat çeken önemli iki sonuç da, çoğu çalışmalarda, kapasitenin (kaynağın) yenilenmesinin ve kapasite artış maliyetinin, enflasyon nedeniyle, değişebileceğinin gözönüne alınmamasıdır. Özellikle kaynağın ekonomik ömrünün iki kapasite artışı arasındaki bir zamanda tükenmesi, eniyi çözümü etkileyebilir. PHILIP ve LIITTSCHWAGER (1979), bu iki özelliği dikkate alan bir model sunmuştur. Ancak modelde, planlama uzayının sonlu alınması, eniyi çözümün garanti edilemeyeceği şüphesini uyandırmaktadır.

5. Son yıllarda yapılan çalışmalar, talebin rassal ve sürekli olduğu problemler üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu çalışmalarda, yaygın olarak, talebin bir rassal sürece göre değer aldığı varsayılarak, Laplace dönüşümü yardımıyla, rassal kapasite artış planlaması problemi eşdeğer belirli kapasite artış planlaması problemine dönüştürülmüştür. Talebin sürekli alındığı çalışmalarda, talebin WIENER sürecine göre değer aldığı varsayılmıştır.

Bu çalışmada, son yıllarda kapasite artış planlaması problemlerine bakış ve Kang ve Park'ın probleme çok amaçlı yaklaşımı dikkate alınarak, talebin rassal olduğu kapasite artış planlaması problemine çok amaçlı bir yaklaşım ele alınmıştır.

3. TALEBİN BELİRLİ VE DOĞRUSAL ARTMASI HALİNDE PROBLEMİN MODELLENMESİ VE ÇÖZÜMÜ

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı ilk ve en iyi bilinen çalışma MANNE tarafından 1961 yılında yapılmıştır. (MANNE, 1961). Problemin en basit modeli olarak bilinen bu çalışmada,

.Planlama uzayının sonsuz,
.Tüm parametrelerin belirli,
.Talebin zamanla doğrusal artan ve sürekli bir fonksiyon ile ifade edildiği,
.Üretim merkezi sayısının tek olduğu

kapasite artış planlaması problemi ele alınmıştır.

Bu bölümde, kapasite artış planlaması probleminin, kapasite artış maliyetine dayalı olarak modellenmesi ve modele, diğer maliyet bileşenlerinin ilave edilmesiyle problemin modeli ile çözüm yaklaşımlarının tanıtılması amaçlanmıştır.

3.1. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİNİN KAPASİTE ARTIŞ MALİYETİNE DAYALI OLARAK ELE ALINMASI

3.1.1. Kapasite Artış Maliyeti

İlk kez MANNE (1961) tarafından ele alınan kapasite artış planlaması probleminde, kapasite arttırım zamanlarında oluşan kapasite artış maliyetlerinin peşin değerleri toplamının enküçüklenmesi amaçlanmıştır.

Kapasite artış maliyeti, mevcut üretim kapasitesini arttırmadan dolayı oluşan maliyettir. Genellikle, bu maliyet, kapasite artış miktarı, x'in bir fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır.

Tüm kapasite artış planlaması problemlerinde kapasite artış maliyeti yer almaktadır. Bu konuyla ilgili olarak yapılan çalışmalarda üç tip kapasite artış maliyeti fonksiyonu tanımlandığı görülmektedir.

Bu fonksiyonlar;

k , a , b , A , B , A_1, B_1, A_2, B_2 : Birer sabit,
x : Kapasite artış miktarı

olmak üzere,

$$C(x) = \begin{cases} 0 & , \ x = 0 \\ A + Bx & , \ x > 0 \end{cases} \qquad \text{................} \ (3.1)$$

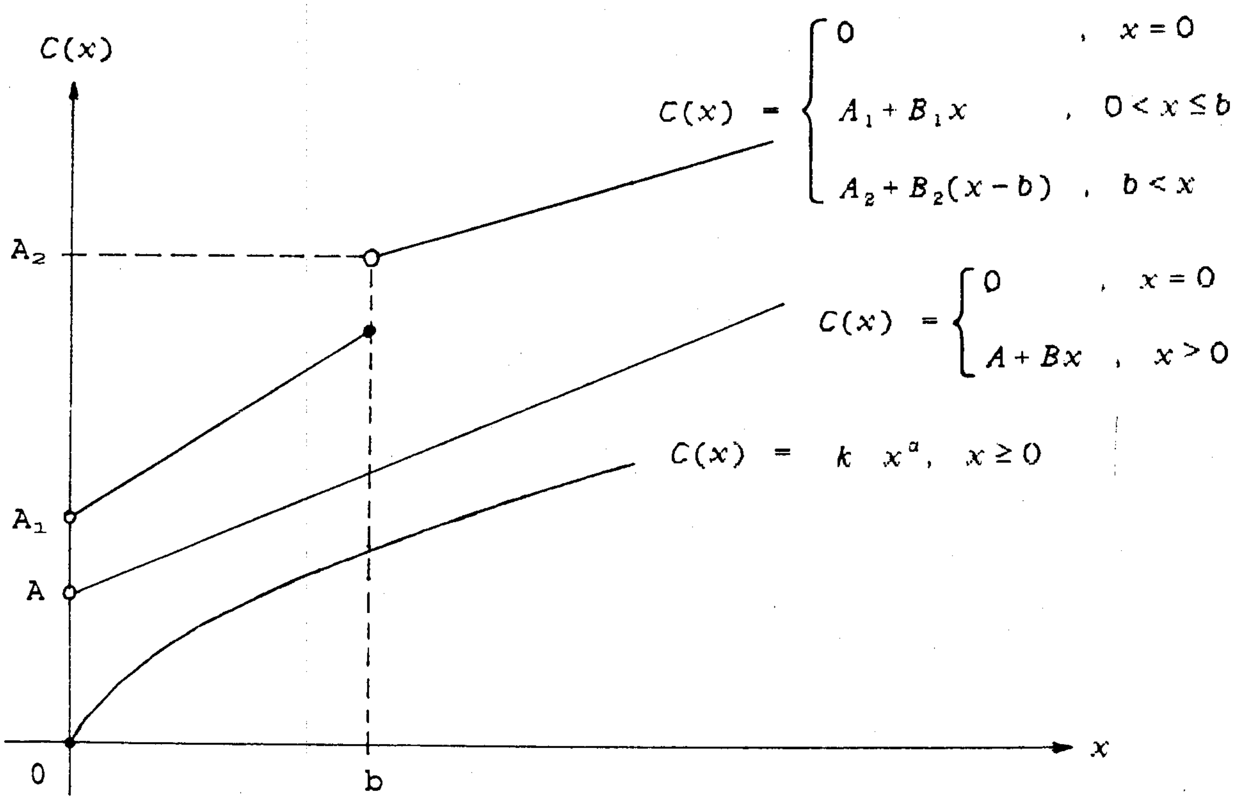
şeklinde doğrusal bir fonklsiyon,

$$C(x) = k \ x^{a}, \ x \geq 0 \qquad \text{................} \ (3.2)$$

şeklinde üstel bir fonklsiyon,

$$C(x) = \begin{cases} 0 & , \ x = 0 \\ A_1 + B_1 x & , \ 0 < x \leq b \\ A_2 + B_2(x - b) & , \ b < x \end{cases} \qquad \text{......} \ (3.3)$$

şeklinde parçalı doğrusal bir fonksiyon veya bu fonksiyonların uygun bileşimleri olabilmektedir (Şekil-3.1) (MANNE, 1961; FREIDENFELDS, 1978; SMITH, 1980; FREIDENFELDS, 1981a; KANG and PARK, 1983).



Şekil-3.1. Kapasite Artışı Maliyet Fonksiyonları

Kapasite artış planlaması probleminin ele alındığı çalışmalarda, yaygın olarak,

$$C(x) = k\ x^a$$

kapasite artış maliyet fonksiyonu kullanılmaktadır.

Yapılan pek çok deneysel çalışmada;

.$0<a\leq 1$ ve
.Aynı sektörlerde a'nın aynı değer aldığı

sonuçlarına varılmıştır (ROSE, 1976; PHILIP and LIITTSCHAWAGER, 1979).

a sabiti, kapasiteyi bir birim arttırmanın yatırım maliyetindeki artış oranına etki etmektedir (MANNE, 1967). Kapasite artış miktarı iki katına çıkartıldığında, kapasite artış maliyeti a=0.6 için yaklaşık % 52, a=1.0 için ise % 100 artmaktadır. Bu özellikten, $0<a\leq 1$ olması gerektiği sonucuna varılmaktadır.

a sabiti için elde edilen bu önemli sonuçlar, a'ya "**Ekonomik Ölçek Faktörü (Economy of Scale)**" adının verilmesini gerektirmiştir. Bu deneysel sonuçların açıklanmasında sonra, coğu kapasite artış planlaması problemlerinde, kapasite artış maliyet fonksiyonu,

$$C(x) = k\ x^a$$

üstel tip fonksiyon şeklinde tanımlanmıştır.

3.1.2. Kapasite Artış Maliyetine Dayalı Model

MANNE (1961) tarafından ele alınan ve kapasite artış planlaması probleminin en basit modeli olarak bilinen bu çalışmada,

.Planlama uzayının sonsuz olduğu,

.Tüm parametrelerin belirli,

.Talebin,
g : Talebin birim süredeki artış miktarı,
t : Zaman,
D(t) : t anındaki talep

olmak üzere,

$$D(t) = gt$$

şeklinde zamanla doğrusal artan sürekli bir fonksiyon ile ifade edildiği,

.Başlangıç anında, talep ve kapasitenin sıfır olduğu veya talebin mevcut kapasiteye eşit olduğu,

.Kapasitenin, talebin mevcut kapasiteye ulaştığı anda arttırıldığı,

.Üretim merkezi sayısının tek (single-facility) ve kaynağın sonsuz ömürlü (durable) yani yenilenmediği,

.İlave kapasitenin ihtiyaç duyulduğu anda tedarik edilebileceği (tedarik süresi sıfır),

.Kapasiteyi x kadar arttırmanın maliyeti C(x) iken,

k ve a birer sabit olmak üzere, bunun,

$$C(x) = k\ x^{a}$$

şeklinde üstel bir fonksiyon ile ilişkilendirilebileceği,

.Herhangi bir andaki parasal değerin peşin değerinin Sürekli Bileşik Faiz (Continuous Compounding) Sistemine göre belirlendiği

varsayımları altında, planlama uzayı boyunca tüm kapasite artış maliyetlerinin peşin değerleri toplamının enküçüklenmesi amaçlanmıştır.

Sonsuz planlama uzayı boyunca, talebin mevcut kapasiteye ulaştığı ve kapasitenin arttırıldığı zamanlar,

$$t_0=0\ ,\ t_1\ ,\ t_2\ ,\ t_3\ ,\ \ldots$$

olsun. İki kapasite artışı zamanları arasındaki süreler, planlama uzayı boyunca sürekli ve aynı değeri alan bir karar değişkeni (t) olarak tanımlandığında, her i için,

$$t = t_{i+1} - t_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.4)$$

olur. Böylece kapasitenin arttırıldığı zamanlar, t cinsinden,

$$\left.\begin{array}{l} t_0 = 0 \\ t_1 = t_0 + t = \ \ t \\ t_2 = t_1 + t = 2t \\ t_3 = t_2 + t = 3t \\ t_4 = t_3 + t = 4t \\ \vdots \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.5)$$

olur. Herhangi bir t_i anındaki talep, $D(t_i)$,

$$D(t_i) = g\ t_i$$

ilişkisiyle belirlenebileceğinden, t_i anındaki kapasite artış miktarı, x_i de,

$$x_i = g\ (t_{i+1} - t_i)$$

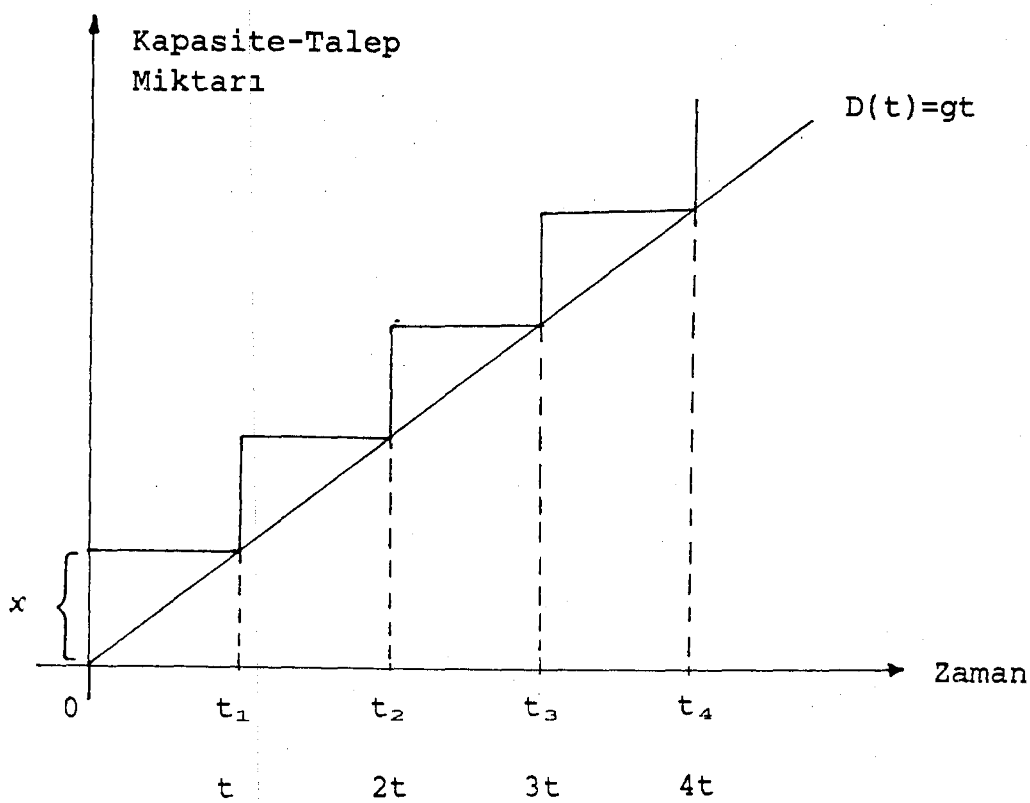
olur. (3.4) eşitliğinden dolayı,

$$x_i = g\ t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.6)$$

yazılabilir. (3.6) ifadesi, t_i'den bağımsız olduğundan, planlama uzayı boyunca, tüm kapasite artışlarının miktarı, x,

$$x = g\ t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.7)$$

ifadesiyle verilebilir. (3.7) ifadesi, sonsuz planlama uzayı boyunca tüm kapasite artış miktarlarının da aynı olduğunu göstermektedir (Şekil-3.2).



Şekil-3.2. Kapasite Artış Miktarı Ve Zamanları

Herhangi bir anda kapasiteyi x kadar arttırmanın maliyeti, C(x),

a : Ekonomik ölçek sabiti (economy-of-scale),
k : Bir sabit,
x : Kapasite artış miktarı

olmak üzere,

$$C(x) = k\ x^{a} \ ,\ 0<a\leq 1 \ ,\ x\geq 0 \quad \text{.............} \quad (3.8)$$

şeklinde üstel bir maliyet fonksiyonu ile tanımlandiği varsayılsın.

Herhangi bir t_1 anında kapasiteyi x kadar arttırmanın maliyetinin, sürekli bileşik faiz sistemine göre, peşin değeri,

r : Birim süredeki faiz oranı (%)

olmak üzere,

$$W_{t_1} = C(x) * e^{-rt_1} \quad \text{............................} \quad (3.9)$$

ifadesiyle verilebilir. Sonsuz planlama uzayı boyunca, tüm kapasite artışlarının maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

$$W = C(x)e^{-rt_0} + C(x)e^{-rt_1} + C(x)e^{-rt_2} + \ .\ .\ .$$

olur. (3.5) eşitliğinden dolayı,

$$W = C(x) + C(x)e^{-rt} + C(x)e^{-2rt} + \ .\ .\ .$$

$$W = C(x) \left\{ 1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + e^{-3rt} + \ .\ .\ . \right\} \quad \text{..} \quad (3.10)$$

yazılabilir. Burada,

$$\left\{ 1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + e^{-3rt} + \ .\ .\ . \right\}$$

ifadesi, ilk terimi 1 , ortak çarpanı e^{-rt} olan geometrik bir dizi olduğundan, sonsuz terimlerin toplamı, ρ,

$$\rho = \frac{1}{1 - e^{-rt}} \quad \text{........................} \quad (3.11)$$

elde edilir. MANNE (1967), ρ parametresini **Yenileme Faktörü (Replacement Factor)** olarak tanımlamış, ikinci ve izleyen kapasite artışlarının maliyetlerinin peşin değerleri toplamının, ilk kapasite artışı maliyetinin % (ρ-1) kadarı olacağını belirtmiştir.

(3.10) ifadesindeki sonsuz toplamlı terimler yerine (3.11) ifadesi alınırsa,

$$W = \frac{C(x)}{1-e^{-rt}}$$

elde edilir. C(x) fonksiyonu, (3.7) eşitliği gereği (x yerine gt alınarak), t değişkenine bağlı bir fonksiyon şeklinde yazılabilir. (3.8) eşitliğinden,

$$C(t) = k\ g^{a}\ t^{a}$$

elde edilir. Böylece, kapasite artışları arası süre (t) değişkenine bağlı olarak, toplam maliyet fonksiyonu, W(t),

$$W(t) = \frac{C(t)}{1-e^{-rt}} \qquad \text{.........................} \ (3.12)$$

veya

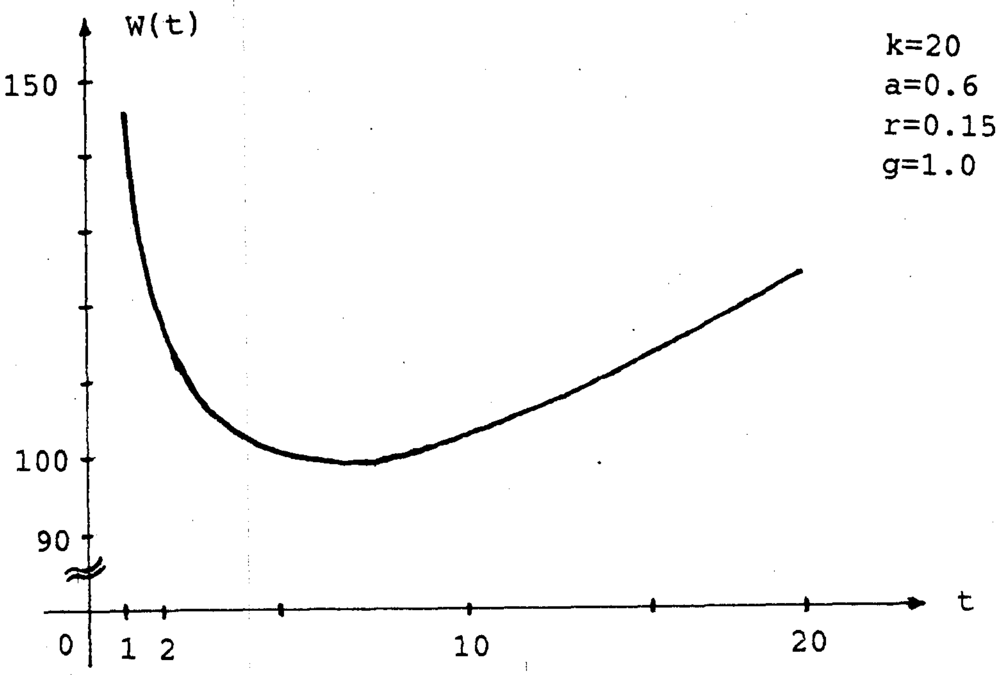
$$W(t) = \frac{k g^{a} t^{a}}{1-e^{-rt}} \qquad \text{.........................} \ (3.13)$$

şeklinde elde edilir (MANNE, 1967; ROSE, 1976; FREIDENFELDS, 1981a).

W(t), konveks bir fonksiyondur (Şekil-3.3) (MANNE, 1967; FREIDENFELDS, 1981a).

$$\frac{dW(t)}{dt} = 0$$

koşulunu sağlayan t^{*} , W(t) fonksiyonunu enküçükler.



Şekil-3.3. W(t) Fonksiyonu

3.1.3. Modelin Çözüm Yaklaşımları

(3.13) ifadesiyle verilmiş olan toplam maliyet fonksiyonunu enküçükleyen t değeri analitik veya sayısal çözüm yöntemleri ile bulunabilir.

3.1.3.1. Analitik Çözüm Yöntemi

W(t), konveks bir fonksiyon olduğundan,

$$\frac{dW(t)}{dt} = 0$$

koşulunu sağlayan t^* W(t) fonksiyonunu enküçükler.

Türev işlemi sonucunda,

$$rt - \alpha[e^{rt} - 1] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.14)$$

denklemi elde edilir.

x ve r'nin pozitif değerleri için, (3.14) denklemi, $0<\alpha\leq 1$ koşulunun sağlanması halinde çözülebilir (MANNE, 1967).

(3.14) denklemini analitik olarak çözmek ya çok zor ya da mümkün değildir. Ancak, e^{rt} teriminin Taylor serisine açılımı ile yaklaşık analitik çözüm bulunabilir (FREIDENFELDS, 1981a).

e^{rt} teriminin Taylor serisine açılımı,

$$e^{rt} = 1 + rt + \frac{(rt)^2}{2!} + \frac{(rt)^3}{3!} + \frac{(rt)^4}{4!} + \ldots$$

şeklindedir.

$$e^{rt} \cong 1 + rt + \frac{(rt)^2}{2!}$$

alındığında,

$$\frac{ar^2}{2}t^2 - (1-a)rt = 0$$

$$t^* = \frac{2(1-a)}{ar} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.15)$$

elde edilir. (3.15) ifadesi, eniyi çözümün k ve g parametrelerinden bağımsız olduğunu ve sadece r ve a parametrelerine bağlı olduğunu göstermektedir (MANNE, 1967).

3.1.3.2. Sayısal Çözüm Yöntemleri

W(t) fonksiyonunu enküçükleyen t değeri, analitik yönteme göre daha az hata ile, sayısal çözüm yöntemleriyle bulunabilir. Bu yöntemleri,

- .Dinamik Programlama Yaklaşımı,
- .Genel Sayısal Çözüm Yöntemleri

olmak üzere 2 başlık altında toplamak mümkündür.

i. Dinamik Programlama Yaklaşımı

Sonsuz planlama uzayı boyunca, tüm kapasite artışı maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

$$W = C(x_0) + \sum_{n=1}^{\infty} C(x_n) e^{-(r/g)\sum_{i=0}^{n-1} x_i}$$

$$W = C(x_0) + \left\{ C(x_1) + \sum_{n=2}^{\infty} C(x_n) e^{-(r/g)\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \right\} e^{-(r/g)x_0}$$

şeklinde yazılabilir.

$$\left\{ C(x_1) + \sum_{n=2}^{\infty} C(x_n) e^{-(r/g)\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \right\}.$$

terimi, x_0'dan bağımsızdır. Bu nedenle de izleyen artışların maliyeti, W_F ile tanımlanabilir. Böylece W ifadesi,

$$W = C(x_0) + W_F \; e^{-(r/g)x_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.16)$$

halini alır. W ifadesi, genel Geriye Doğru Dinamik Programlama biçimindedir. W^*,

$$W^* = \min_x \{ C(x) + W_F \; e^{-(r/g)x} \} \quad \ldots\ldots\ldots (3.17)$$

biçimine dönüşmüş olur. (FREIDENFELDS, 1978, 1981a).

W^* fonksiyonunu enküçükleyen x^* değeri,

$$\frac{dW^*}{dx} = 0$$

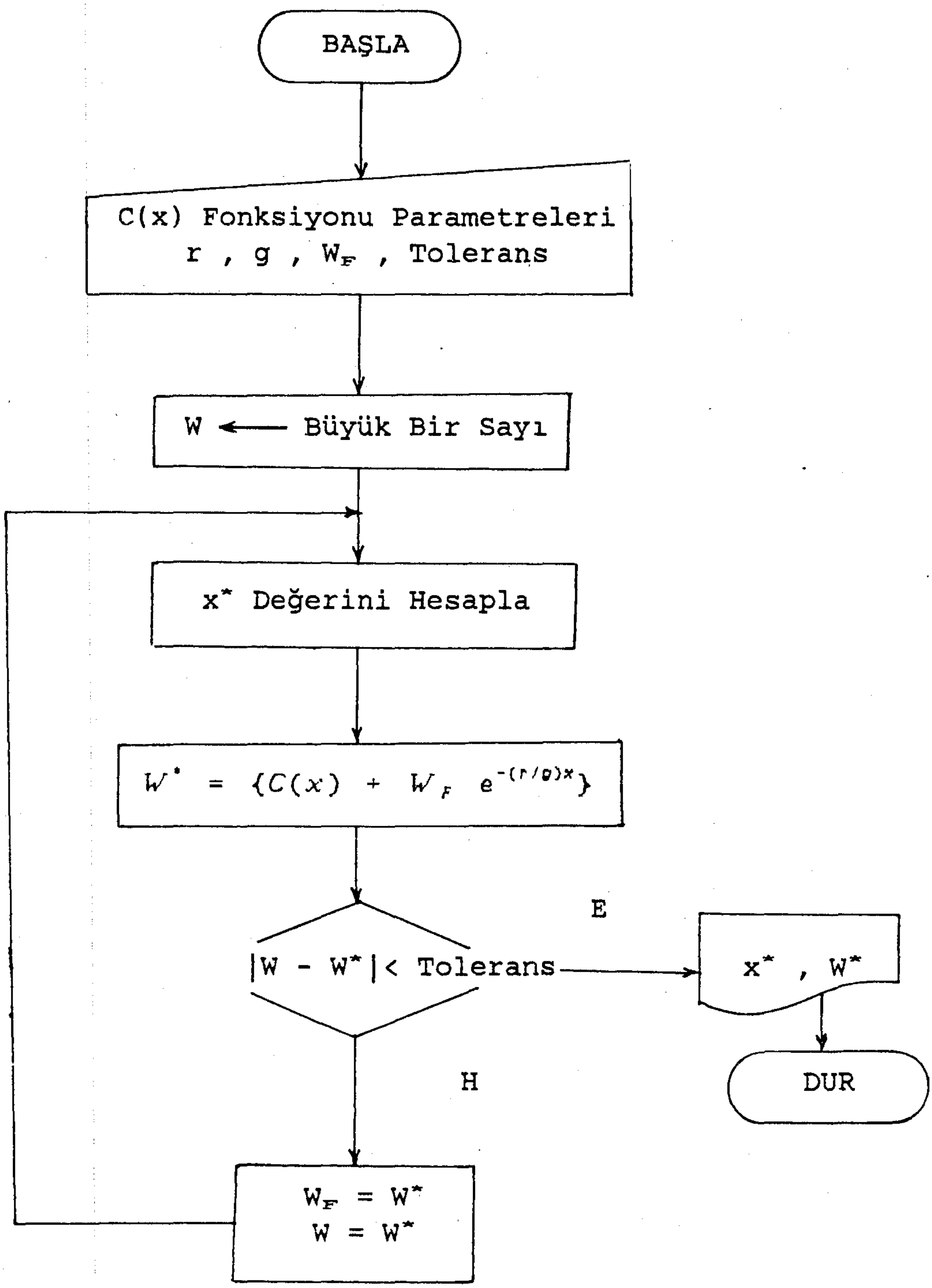
türev işlemi sonucunda bulunabilir.

Algoritmanın her ardıştırmasında x^* ve W^* hesaplanır. W^* ifadesindeki W_F yerine, önceki ardıştırmada hesaplanmış olan W^* değeri alınır. Algoritma, ard arda yapılan iki ardıştırmadaki W^* değerleri arasındaki mutlak fark, verilen tolerans değerinden küçük oluncaya kadar devam eder (Şekil-3.4).

Yöntemin kullanılabilirliği,

$$\frac{dW^*}{dx} = 0$$

türev işlemi sonucunda x^* ifadesinin analitik olarak bulunabilirliğine bağlıdır.



Şekil-3.4. Dinamik Programlama Yaklaşımı
Genel Akış Şeması

Kapasite artış maliyeti fonksiyonunun,
C(x) = A + B x

şeklinde doğrusal bir fonksiyon olduğu varsayıldığında,

$$W^* = A + Bx + W_F \, e^{-(r/g)x}$$

$$\frac{dW^*}{dx} = B - W_F \left(\frac{r}{g}\right) e^{-(r/g)x} = 0$$

$$x^* = \left(\frac{g}{r}\right) \mathrm{Ln}\left\{\frac{rW_F}{Bg}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.18)$$

elde edilir.

Kapasite artışı maliyet fonksiyonunun,

$$C(x) = k \, x^a$$

şeklinde üstel bir fonksiyon olduğu varsayıldığında ise,

$$W^* = kx^a + W_F \, e^{-(r/g)x}$$

$$\frac{dW^*}{dx} = akx^{a-1} - W_F \left(\frac{r}{g}\right) e^{-(r/g)x} = 0$$

$$(a-1)Lnx + \left(\frac{r}{g}\right)x = \mathrm{Ln}\left[\frac{W_F . r}{a.k.g}\right] \qquad \ldots\ldots (3.19)$$

elde edilir. (3.19) denkleminden x'in bilinen parametreler cinsinden ifadesini bulmak mümkün değildir.

Sonuç olarak, Dinamik Programlama yaklaşımının kullanılabilirliği,

$$\frac{dW^*}{dx} = 0$$

türev işlemi sonucunda x^* ifadesinin analitik olarak bulunabilirliğine bağlıdır.

ii. Genel Sayısal Çözüm Yöntemleri

Genel sayısal çözüm yöntemleri ile, hem (3.12) toplam maliyet fonksiyonunu enküçükleyen hem de (3.14) denkleminin çözümünü bulan t değerleri yaklaşık olarak bulunabilir.

W(t) fonksiyonu tek değişkenli fonksiyon olduğundan, bu fonksiyonları enküçükleyen t^* değeri;

.Türeve dayalı yöntemlerden,
 .Newton,
 .Kiriş,
 .İkiye Bölerek Arama,
 .Diğer
.Türev ifadesine ihtiyaç göstermeyen,
 .Düzgün Arama (Uniform Search),
 .Önemli Aralık (Golden Section),
 .Dichotomous Arama,
 .Fibonacci Arama,
 .Diğer

yöntemlerden (JELEN and BLACK, 1983) en uygun olan yöntem kullanılarak bulunabilir.

(3.14) denkleminin çözümü ise,

.Newton,
.Doğrusal İnterpolasyon,
.Aralığı Yarıya Bölme,
.Diğer

yöntemlerden (ŞENEL, 1983) en uygun olan yöntem kullanılarak bulunabilir.

3.2. MODELE EKLENEBİLİR DİĞER MALİYET BİLEŞENLERİ

Çoğu kapasite artış planlaması problemleri için kurulan modellerde, toplam maliyet fonksiyonu sadece, kapasiteyi arttırmadan dolayı oluşan maliyetten meydana gelmiştir (MANNE, 1961; KANG and PARK, 1983). Problemin yapısına bağlı olarak, kapasite artışına ilişkin maliyet bileşenleri;

.Kapasite artış maliyeti,
.Atıl kapasite bulundurma maliyeti,
.Yoksatma maliyeti,
.Stok tutma maliyeti,
.Bakım maliyeti

olabilmektedir (LUSS, 1982). Problemin yapısına ve uygulama alanına bağlı olarak, taşıma vb maliyet bileşenlerinin yer aldığı çalışmalar da yapılmıştır (MANNE, 1967; FONG and RAO, 1975; ERLENKOTTER, 1977).

Kapasite artış maliyeti dışında, en yaygın kullanılan diğer maliyet bileşenlerinin,

.Atıl kapasite maliyeti,
.Yoksatma maliyeti,
.Stok tutma maliyeti

olduğu görülmektedir.

3.2.1. Atıl Kapasite Maliyeti

Atıl kapasite maliyeti, kapasitenin talebin üstünde olduğu zamanlarda, fazla kapasiteden dolayı oluşan fırsat maliyetidir. Şekil-3.5'den de görülebileceği gibi, iki kapasite artışı arasındaki süre içinde, atıl kapasite maliyetinin peşin değeri, T_a,

D(t) : t anındaki talep,

π : Birim sürede bir birim ürünlük atıl kapasite maliyeti

olmak üzere,

$$T_a = \int_{\tau=0}^{t} \pi d(\tau) e^{-r\tau} d\tau$$

olur. Talep fonksiyonu,

g : Birim süredeki talep artış miktarı

olmak üzere,

$$D(\tau) = g\tau$$

şeklinde doğrusal fonksiyon ile tanımlandığı varsayıldığında,

$$T_a = \int_{\tau=0}^{t} \pi g \tau e^{-r\tau} d\tau \quad \text{.................... (3.20)}$$

elde edilir.

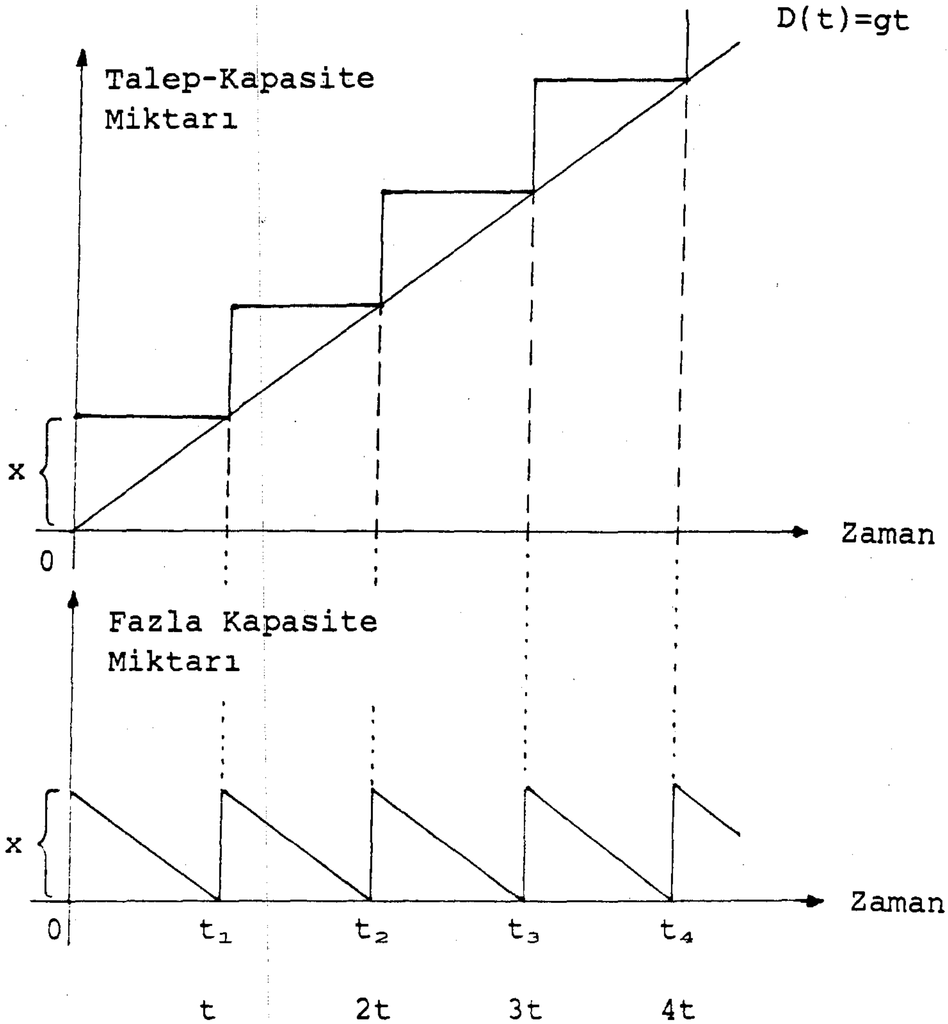
Tüm artışlardan dolayı, atıl kapasite maliyetinin peşin değerleri toplamı, W_a,

$$W_a = \int_{\tau=0}^{t} \pi g \tau e^{-r\tau} d\tau + \int_{\tau=0}^{t} \pi g \tau e^{-r\tau} d\tau \; e^{-rt} + \int_{\tau=0}^{t} \pi g \tau e^{-r\tau} d\tau \; e^{-2rt} + \ldots$$

$$W_a = \int_{\tau=0}^{t} \pi g \tau e^{-r\tau} d\tau \; \{1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + \ldots\}$$

$$W_a = \frac{1}{1-e^{-rt}} \; \frac{\pi g}{r^2} \{1 - e^{-rt}(1+rt)\} \qquad \ldots\ldots \; (3.21)$$

olur.



Şekil-3.5. Talep-Kapasite-Fazla Kapasite Miktarları

Tüm artışlardan dolayı, kapasite artışları maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

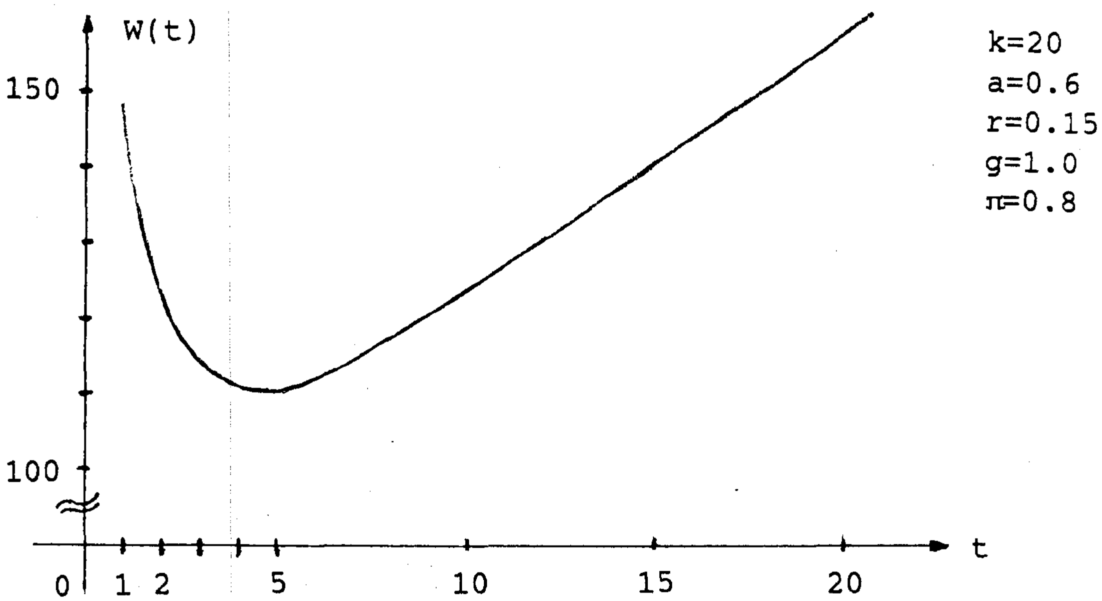
$$\frac{C(t)}{1-e^{-rt}}$$

olduğundan, atıl kapasite maliyetini de içeren toplam maliyet fonksiyonu,

$$W(t)=\frac{1}{1-e^{-rt}}\left\{C(t)+\frac{\pi g}{r^2}[1-e^{-rt}(1+rt)]\right\} \quad \ldots. \ (3.22)$$

elde edilir.

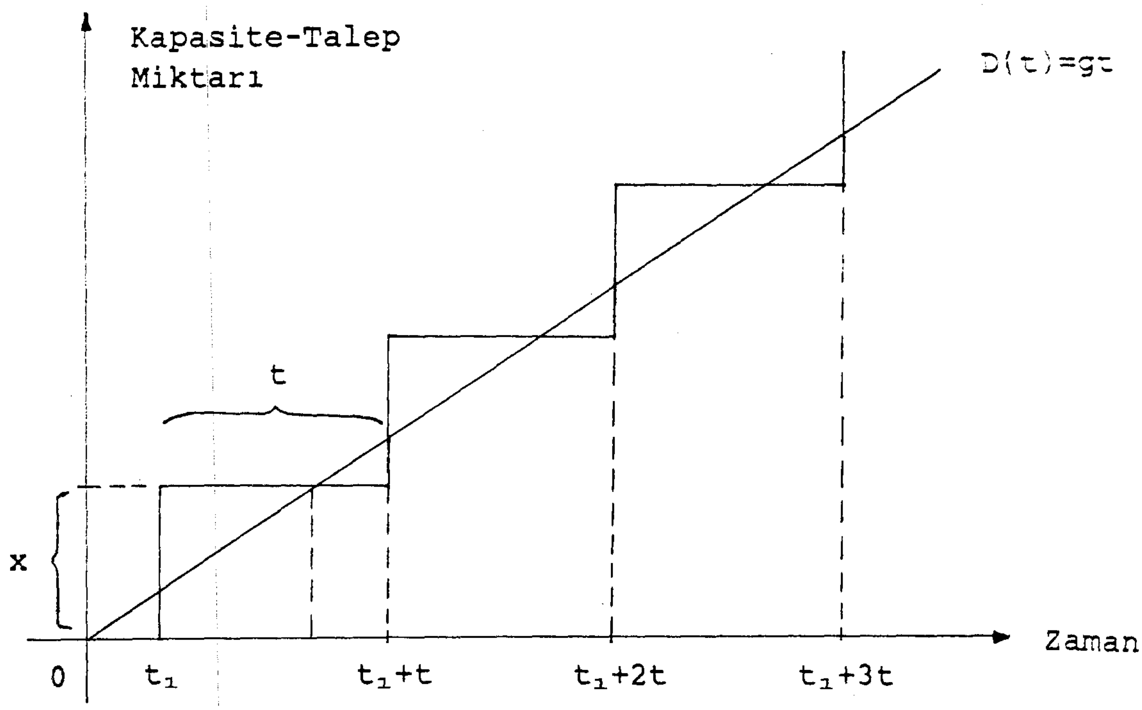
C(t) kapasite artış maliyeti fonksiyonunun, (3.1-3.3) ifadelerinde verilmiş olan fonksiyon tiplerinden biri olması halinde, W(t) fonksiyonu koveks bir fonksiyondur (Şekil-3.6). Bu fonksiyonu enküçükleyen t değeri, (3.1.3) alt başlığında açıklanan yöntemler kullanılarak bulunabilir.



Şekil-3.6. Atıl Kapasite Maliyetli
Toplam Maliyet Fonksiyonu

3.2.2. Yoksatma Maliyeti

Kapasite artış planlaması probleminin en basit modelinde, kapasite artışlarının, talebin mevcut kapasiteye ulaştığı anda arttırıldığı varsayılmıştır. Uygulanabilir bir politika olarak, talep mevcut kapasiteye ulaştığı halde, kapasite artışı ertelenebilir (Şekil-3.7)



Şekil-3.7. Yoksatma Durumunda Talep-Kapasite Miktarı

Erteleme süresi boyunca gelen talepler ya sonradan karşılanabilir (backlogging) ya da firma dışından tedarik (import) edilebilir (MANNE, 1967). "Yoksatma (Shortage)" olarak bilinen bu politikada, kapasite artışı yatırımı t_1 süresi kadar ertelendiğinden dolayı tasarruf sağlandığı halde, talebin zamanında karşılanamamasından dolayı da yoksatma maliyeti oluşmaktadır.

Yaygın olarak, yoksatma maliyetinin,

.Talebin sonradan karşılanmasından dolayı sonradan karşılama maliyetinden veya

.Yoksatma süresi içindeki talebin, firma dışından tedarik edilmesinden dolayı, dışarıdan karşılama maliyetinden

oluştuğu kabul edilmektedir (ROSE, 1976).

3.2.2.1. Sonradan Karşılama Maliyeti

Genel olarak, sonradan karşılama maliyetinin, rekâbet nedeniyle, müşterilerin rakip firmalara kaçmasından dolayı ceza maliyeti (penalty cost) olduğu kabul edilmektedir (FREIDENFELDS, 1981).

Şekil-3.7'den de görüldüğü gibi, t_1 süresi içinde gelen talep, kapasite artışı yapıldıktan sonra karşılanacaktır. t_1 süresi içinde, talebin zamanında karşılanamamasından dolayı sonradan karşılama maliyeti oluşmakta, ancak, kapasite artışı yatırımı t_1 süresi kadar ertelenebilmektedir.

t_1 : Talebin sonradan karşılandığı süre,
p : Bir birim ürünü bir birim süre sonradan karşılama maliyeti

olmak üzere, herhangi bir artış öncesi, sonradan karşılama maliyeti, T_b,

$$T_b = \int_{\tau=0}^{t_1} pg\tau e^{-r\tau} d\tau \quad \text{......................} \quad (3.23)$$

kadar olur.

Planlama uzayı boyunca, tüm artışlar öncesi, sonradan karşılama maliyetlerinin peşin değerleri toplam, W_b,

$$W_b = \int_{\tau=0}^{t_1} pg\tau e^{-r\tau} d\tau + \int_{\tau=0}^{t_1} pg\tau e^{-r\tau} d\tau \; e^{-rt} + \int_{\tau=0}^{t_1} pg\tau e^{-r\tau} d\tau \; e^{-2rt} + \dots$$

$$W_b = \int_{\tau=0}^{t_1} pg\tau e^{-r\tau} d\tau \left\{ 1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + \dots \right\}$$

$$W_b = \frac{1}{1 - e^{-rt}} \frac{pg}{r^2} \left\{ 1 - e^{-rt_1}(1 + rt_1) \right\} \quad \text{...........} \quad (3.24)$$

olur.

Herhangi bir i. kapasite artışı anındaki kapasite artışı maliyetinin peşin değeri,

$$C(t)e^{-(i-1)rt}e^{-rt_1}$$

olduğundan, sonsuz planlama uzayı boyunca oluşan tüm artışların maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

$$\frac{C(t)e^{-rt_1}}{1-e^{-rt}}$$

olur. Talebi sonradan karşılamanın maliyeti de (3.24) denkleminde verildiği gibi olduğundan, bu politikanın toplam maliyeti,

$$W(t,t_1)=\frac{1}{1-e^{-rt}}\left\{C(t)e^{-rt_1}+\frac{pg}{r^2}\left[1-e^{-rt_1}(1+rt_1)\right]\right\} \quad (3.25)$$

ifadesi ile verilebilir.

3.2.2.2. Dışarıdan Karşılama Maliyeti

Dışarıdan karşılama (import), kapasitenin yetersiz olduğu zamanlarda, talebin bir kısmının, firma dışı imkanlarla karşılanmasıdır. Şekil-3.6'dan da görüldüğü gibi, her kapasite artışı zamanından önce, t_1 süresi içinde gelen talepler, firma dışından tedarik edilerek karşılanmaktadır. İki kapasite artışı zamanları arasındaki t_1 süresi içinde, talep dışarıdan karşılandığından kâr kaybı oluştuğu halde, kapasite artışı yatırımı, her kapasite artışı olayında t_1 süresi kadar ertelenmektedir.

Her kapasite artışı için gelir kaybı, T_d ,

z : Bir birim ürün için gelir kaybı

olmak üzere,

$$T_d=\int_{\tau=0}^{t_1} zg\tau e^{-r\tau}d\tau \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (3.26)$$

ifadesiyle verilebilir. Bu politikanın toplam maliyeti de, (3.25) ifadesinde olduğu gibi,

$$W(t,t_1)=\frac{1}{1-e^{-rt}}\left\{C(t)e^{-rt_1}-\frac{zg}{r^2}\left[1-e^{-rt_1}(1+rt_1)\right]\right\} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir (MANNE, 1961; ERLENKOTTER, 1967; ROSE, 1976; FREIDENFELDS, 1981a).

(3.25) ve (3.27) ifadeleri ile verilen $W(t,t_1)$ toplam maliyet fonksiyonlarını enküçükleyen t^* ve t_1^* değerleri, çok değişkenli fonksiyonların sayısal çözüm yöntemleri ile bulunabilir (JELEN and BLACK, 1983).

ERLENKOTTER (1967) tarafından, t'ye bağlı olarak eniyi t_1 değerinin,

$$t_1 - \frac{rC(t)}{pg} \le t \qquad \text{........................} \quad (3.28)$$

olduğu belirtilmiş ve bu eşitliğin geçerliliği ispat edilmiştir.

(3.25) ve (3.27) ifadelerinde, t_1 yerine (3.28) eşitliğindeki ifadesi alınır ise, bu toplam maliyet fonksiyonları tek değişkenli fonksiyonlar şekline dönüşürler. Dönüştürülmüş fonksiyonları enküçükleyen t değeri, (3.1.3) alt başlığında açıklanan yöntemler kullanılarak bulunabilir.

3.2.3. Stok Tutma Maliyeti

Mevcut kapasitenin talepten fazla olduğu zamanlarda, fazla kapasitenin bir kısmı ürünü stoklamak amacıyla kullanılabilir. Stoklanan ürün, talebin mevcut kapasiteyi aştığı zamanlarda, talebi karşılamak amacıyla kullanılabilir. Böylece, bir miktar ürün stoklanarak gelecek kapasite artış zamanı ertelenmiş olur. Bu politika, ürünün stoklanmasından dolayı stoklama maliyeti getirirken, kapasiteyi arttırma yatırımı zamanı ertelendiği için de tasarruf sağlar.

Stoklama maliyeti,

.Ürünün depoda tutulmasından,

.Ürüne para bağlanmasından

dolayı oluşan maliyetlerden meydana gelmektedir.

s : Bir birim ürünü birim süre depolama maliyeti,
w : Bir birim ürüne para bağlama maliyeti

olarak tanımlandığında, bir birim ürünü bir birim süre stoklamanın maliyeti (s+wr) olur (ROSE, 1976).

Şekil-3.8'den de görülebileceği gibi, iki kapasite artışı arasındaki süre içinde, stoklama maliyeti, T_s,

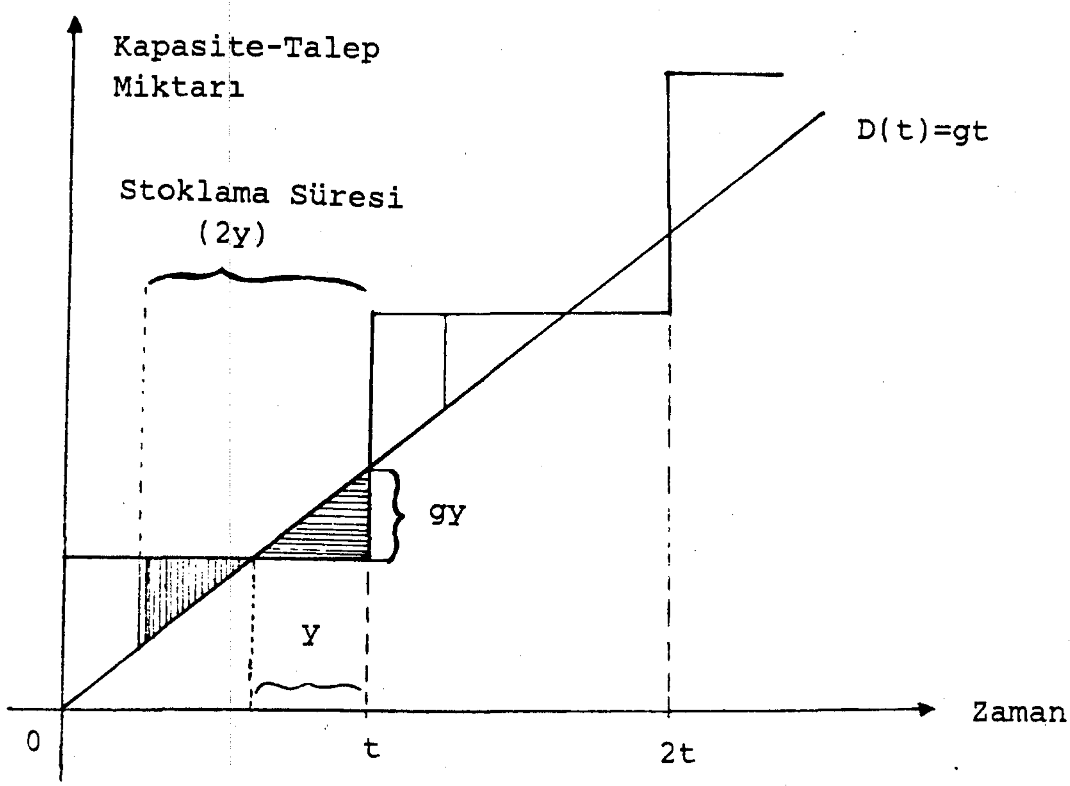
$$T_s = \int_0^{y} 2\tau(s + wr)g\tau \ d\tau$$

$$T_s = \left(\frac{2}{3}\right) g(s + wr)y^3 \qquad \text{.................} \ (3.29)$$

kadar olur (ROSE, 1976). Planlama uzayı boyunca tüm stoklama maliyetlerinin peşin değerleri toplamı,

$$W_s = \frac{1}{1 - e^{-rt}} \left(\frac{2}{3}\right) g(s + wr)y^3 \ e^{-rt} \ \text{............}(3.30)$$

olur.



Şekil-3.8. Stok Tutma Durumunda Talep-Kapasite Miktarı

Kapasite artışı y süresi kadar geciktiği için, herhangi bir t_i anında kapasite artışının maliyetinin peşin değeri,

$$C(t - y)e^{-rt_i}$$

olur. Planlama uzayı boyunca, tüm artışların peşin değerleri toplamı ise,

$$\frac{C(t-y)}{1-e^{-rt}}$$

ifadesiyle bulunur. Böylece, bu politikanın toplam maliyeti,

$$W(t,y)=\frac{1}{1-e^{-rt}}\left\{C(t-y)+\left(\frac{2}{3}\right)g(s+wr)y^{3}e^{-rt}\right\} \quad ..(3.31)$$

ifadesiyle verilebilir.

W(t,y) fonksiyonunu enküçükleyen t^* ve y^* değerleri de, çok değişkenli fonksiyonların sayısal çözüm yöntemleri ile bulunabilir.

3.3. TALEBİN BELİRLİ OLDUĞU MODELLERİN İRDELENMESİ

Planlama uzayının sonsuz, tüm parametrelerin belirli olduğu kapasite artış planlaması problemleri, yaygın olarak, kapasite artış planlaması problerinin ele alındığı ilk yıllarda incelenmiştir. Modellerde yer alan parametrelerin sonsuza kadar değişmeyeceği varsayımı, bu modellerin uygulanabilirliğini azalttığından, izleyen yıllarda bu tür problemler üzerinde durulmamıştır. Ancak, bazı yazarlar, planlama uzayının sonlu alındığı problemlerde, planlama uzayının (devre sayısının) keyfi seçilmesinin eniyi çözümü garanti etmeyeceğini belirterek, sonlu planlama uzayının tesbitinde, sonsuz planlama uzaylı problemin eniyi çözümünden yararlanmışlardır (HOPKINS, 1971; SMITH, 1976, 1981; UDAYABHANU ve MORTON, 1988).

Sonsuz planlama uzaylı kapasite artış planlaması problemlerinde, en önemli parametre taleptir. Talebin bu özelliği, rassal ortamda incelenen tüm problemlerde, sadece talep parametresinin rasssal, diğer parametrelerin belirli olduğu kapasite artış planlaması problemlerinin ele alınmasını gerektirmiştir. İzleyen bölümde, talebin rassal olduğu kapasite artış planlaması problemleri ve çözüm yaklaşımları tanıtılmıştır.

4. TALEBİN RASSAL VE DOĞRUSAL ARTMASI HALİNDE PROBLEMİN MODELLENMESİ

Bu bölümde, talebin rassal ve ortalamasının zamanla doğrusal artması halinde, kapasite artış planlaması problemi incelenmiştir. Önce, rassal kapasite artış planlaması problemlerinin modellenmesinde en yaygın kullanılan, Poisson, Doğum/Ölüm ve Wiener Süreci ile yaklaşım açıklanmıştır. Çalışmada, talebin Wiener sürecine göre değer aldığı durum ele alındığından, Wiener süreci ile yaklaşımda amaç fonksiyonu yönüyle geliştirme yapan Kang ve Park'ın yaklaşımı ve bu yaklaşımda görülen sakıncalar belirtilerek, yeni bir yaklaşımın gerekliliği tartışılmıştır.

4.1. PROBLEMİN MODELLENMESİYLE İLGİLİ TEMEL ÖZELLİKLER

4.1.1. Problemin Eşdeğer Belirli Probleme Dönüştürülmesi

Rassal kapasite artış planlaması probleminin incelendiği çalışmalarda, genellikle, rassallığın talepten kaynaklandığı ele alınmıştır. Bu problemlerde, talebin bir rassal değişken olduğu ve bunun da bir rassal sürece göre değer aldığı varsayılarak, problemin çözümü araştırılmıştır.

FREIDENFELDS (1978, 1981a), eşdeğer belirli talep kullanılarak elde edilen belirli problemin çözümünün, aynı zamanda rassal talepli problemin çözümü olacağını ileri sürmektedir.

Bu yaklaşımdan haraketle, bir rassal değişken olan talebin bir rassal sürece göre davrandığı varsayılarak, rassal kapasite artış problemi, eşdeğer belirli kapasite artış problemi haline dönüştürülebilir. Böylece, tüm parametreleri belirli problemin çözümü elde edildiğinde, çözüm aynı zamanda rassal kapasite artış probleminin de çözümü olur.

Yaygın olarak, talebin,

.Poisson,
.Doğum/Ölüm veya
.Wiener

rassal süreçlerinden birine göre değer aldığı varsayılarak probleme çözüm getirilmeye çalışılmıştır.

4.1.2. Temel Varsayımlar

Bu çalışmada, kapasite artış planlaması problemi, talebin rassal ve ortalamasının zamanla doğrusal arttığı özel hali incelenmiştir. Problemin bu özel hali, (3.1.2) kesiminde belirtilen varsayımlara ilave veya farklı olarak,

.Talebin rassal, diğer tüm parametrelerin belirli,

.Talebin zamanla sürekli ve ortalamasının doğrusal bir şekilde arttığı,

varsayımları altında incelenmiştir.

FREIDENFELDS (1981a), rassal kapasite artış planlaması probleminin, eşdeğer belirli probleme dönüştürme yaklaşımının, aşağıdaki koşulların yerine getirilmesi halinde uygulanabileceğini belirtmektedir:

1. Talep süreci belleksizlik (memoryless) veya Markov özelliğine sahiptir.

2. Talep süreci, sürekli bir şekilde değişir. Kesikli talep durumunda, herhangi bir anda müşteri gelebilir veya ayrılabilir.

3. Süreç geçiş hızları (process transition rates) zamanla değişmez.

4. Kapasite maliyetleri zamanla değişmez.

5. Kapasite sonsuz ömürlüdür.

Bu özellikler, talep rassal olduğunda, temel varsayımları oluşturmaktadır.

4.1.3. Modellemedeki Ana Düşünce

Talebin rassal olması halinde, problemin modellenmesindeki ana düşünce, kabul edilen rassal sürece bağlı kalmadan, aynı kalmaktadır. Kabul edilen rassal süreç,

$$E[e^{-rt}]$$

ifadesinin Laplace dönüşümünü ve dolayısıyla çözümü etkilemektedir.

Kapasite artışlarının yapıldığı rassal zamanlar,

$t_1=0$, t_2 , t_3 , ...

ve bu anlardaki kapasite artış miktarları da,

x_1 , x_2 , x_3 , ...

olsun. Tüm kapasite artışlarının maliyetlerinin peşin değerleri toplamının beklenen değeri,

$$W = C(x_1) + C(x_2)E[e^{-rt_2}] + C(x_3)E[e^{-rt_3}] + \cdots \quad (4.1)$$

olur. İlk kapasite artışı sıfır anındadır ve izleyen artışlar ise, talebin ilk kez mevcut kapasiteye ulaştığı anda yapılmaktadır.

t_j. birer rassal değişkendir, fakat $C(x_j)$'nin belirli ve zamandan bağımsız olduğu varsayılmıştır.

$$E[e^{-rt_j}]$$

ifadesi yerine, Laplace dönüşümüyle eşdeğer bir ifade bulunabilir. r sabit olduğundan, t_j rassal değişkeninin eşdeğerinin bulunması yeterlidir.

j. kapasite artışının, eşdeğer belirli zaman olan, $\hat{t}_j$ anında olduğu varsayıldığında,

$$E[e^{-rt_j}]$$

ifadesinin Laplace dönüşümü,

$$E[e^{-rt_j}] = e^{-r\hat{t}_j} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.2)$$

ifadesi ile verilebilir (FREIDENFELDS, 1981a, 1981b).

Talebin ilk kez x seviyesine ulaştığı zaman t_x ise,

$$E[e^{-rt_x}] = e^{-r\hat{t}_x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.3)$$

yazılabilir. İfadedeki $\hat{t}_x$, eşdeğer belirli süre olarak tanımlanmaktadır (FREIDENFELDS, 1980).

Böylece $\hat{t}_x$, rassal kapasite artış problemiyle aynı çözümlü belirli talepli bir eşdeğer kapasite artış problemi tanımlanmasına imkan tanır.

$\hat{t}_x$ ifadesi, kabul edilen rassal sürece göre değişmektedir.

4.2. POİSSON SÜRECİ İLE YAKLAŞIM

Poisson Süreci (Poisson Process) kullanılarak çözümün araştırıldığı ilk çalışmayı FREIDENFELDS (1974) yapmıştır. FREIDENFELDS, talebi, müşterilerin rassal giriş (inward) ve çıkış (outward) hareketi olarak tanımlamıştır. Böylece, herhangi bir zaman aralığında talepdeki artış (ki bu aynı zamanda bu süredeki ilave kapasite ihtiyacını gösterir), giren-çıkan müşteri sayısı arasındaki fark kadar olur. Birim sürede, sisteme gelen müşteri sayısı (geliş hızı), λ ve sistemden çıkan müşteri sayısı (çıkış hızı), μ ile tanımlandığında, λ ve μ, bağımsız Poisson süreci ile tanımlanabililir (FREIDENFELDS, 1981a).

Talep fonksiyonu, D(t)=gt şeklinde, zamanla doğrusal artan bir fonksiyon olsun.

t_n : Talebin ilk kez n seviyesine ulaşma süresi,

τ_i : Sistemdeki müşteri sayısının (i-1) müşteriden i müşteriye artma süresi

olarak tanımlandığında,

$$t_n = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots + \tau_n \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.4)$$

yazılabilir (Şekil-4.1). Böylece,

$$E[e^{-rt_n}] = E[e^{\tau_1} + e^{\tau_2} + e^{\tau_3} + \ldots + e^{\tau_n}] \qquad \ldots\ldots (4.5)$$

ve τ_i bağımsız bir rassal değişken olduğundan,

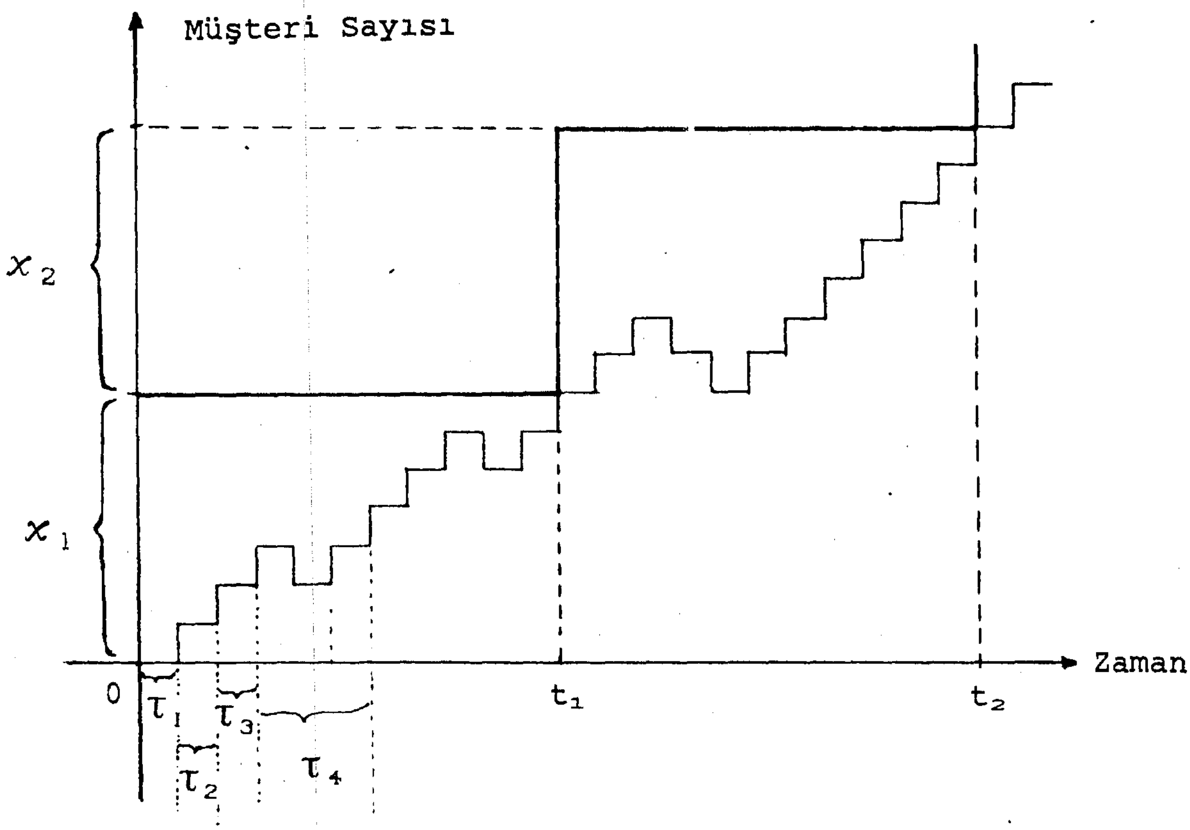
$$E[e^{-rt_n}] = E[e^{\tau_1}] + E[e^{\tau_2}] + E[e^{\tau_3}] + \ldots + E[e^{\tau_n}] \quad \ldots (4.6)$$

olur.

$$\Theta = E[e^{\tau_1}]$$

olmak üzere,

$$E[e^{-rt_n}] = \Theta^n \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.7)$$



Şekil-4.1. Talebin Poisson Sürecine Göre Değer Alması Halinde Kapasite Artışları (FREIDENFELDS, 1981a)

tanımlandığında, Θ, Laplace dönüşümü ile,

$$\Theta = \frac{(r+\lambda+\mu)-\sqrt{(r+\lambda+\mu)^2-4\lambda\mu}}{2\mu} \qquad \text{.... (4.8)}$$

elde edilir.

$$E[e^{-rt_n}] \equiv e^{-r\hat{t}_n} \qquad \text{........... (4.9)}$$

ve (4.7) eşitliklerinden,

$$t_n = n\left[\frac{-\mathrm{Ln}\,\Theta}{r}\right] \qquad \text{.................. (4.10)}$$

bulunur. t_n, eşdeğer belirli talep sürecinde, talebin n müşteriye ulaşma zamanıdır. t_n ifadesinden,

$$\hat{g} = -\left[\frac{r}{\mathrm{Ln}\,\Theta}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.11)$$

elde edilir. $\hat{g}$, **Eşdeğer Artış Oranıdır.**

Böylece eşdeğer belirli talep,

$$\hat{D}(t) = \hat{g}t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.12)$$

olur. Bu ifadeden,

Rassal kapasite artış planlaması probleminin eniyi çözümü, talep artış oranı $\hat{g}$ olan belirli problemin çözümüyle bulunabilir.

sonucuna varılmaktadır (FREIDENFELDS, 1981a, 1981b).

Toplam maliyetin beklenen değeri ise, (3.12) ifadesinde t yerine (x/g) ve g yerine de $\hat{g}$ alınarak,

$$E[W(x)] = \frac{C(x)}{1 - e^{-r(x/\hat{g})}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.13)$$

şeklinde elde edilir.

(4.13) toplam maliyet fonksiyonu, tüm parametreleri belirli eşdeğer toplam maliyet fonksiyonu şeklinde ele alınıp, önceki bölümde belirtilen çözüm yaklaşımları kullanılarak eniyi çözüm bulunabilir.

Örneğin,

C(x) = 16 + 2x
g = 1.5 br/yıl
r = 0.1 /yıl

verileri için, talep belirli iken,

x^*= 13.2 br , t^*= 8.8 br. ve W^*= 72.5

elde edilir.

Talep rassal ve poisson sürecine göre değer aldığında ise,

λ= 5.25 müşteri/yıl

μ= 4.75 müşteri/yıl

için,

Θ=0.945 , σ=1.78 , x^*= 14.6 br,

t_n= 8.2 yıl ve E[W(x)]= 80.8

hesaplanmıştır. Böylece talep rassal olduğunda, yıllık talep artışı 1.5'den 1.78'e çıkmakta, 0.28'lik artış talebin rassallığından kaynaklanmaktadır.

4.3. DOĞUM/ÖLÜM SÜRECİ İLE YAKLAŞIM

Doğum/Ölüm Süreci (Birth/Death Process) kullanılarak çözümün araştırıldığı ilk çalışmayı da FREIDENFELDS (1980) yapmıştır. FREIDENFELDS, sistemdeki müşteri sayısının, durağan geçiş hızlarına (Stationary Transition Rates) sahip bir doğum/ölüm süreci ile belirlenebileceğini varsayarak rassal kapasite artış problemininin modelini geliştirmiştir.

Doğum/Ölüm sürecine göre yaklaşım da Poisson sürecine göre yaklaşıma benzer şekilde geliştirilebilir. Poisson sürecinde, sistemdeki müşteri sayısı geçiş hızlarından bağımsızdır. Bu nedenle de,

$$\Theta = E[e^{-r\tau_1}]$$

olmak üzere,

$$E[e^{-r\tau_n}] = \Theta^n$$

alınmıştır. Sistemdeki müşteri sayısı geçiş hızlarına bağımlı ise,

$$\Theta_i = E[e^{-r\tau_i}]$$

olmak üzere,

$$E[e^{-rt_n}] = e^{-r\bar{t}_n}$$

$$e^{-r\bar{t}_n} = \Theta_1\Theta_2\Theta_3\ldots\Theta_n \qquad \text{.................. (4.14)}$$

olur. Θ_i'nin Laplace dönüşümünü geliştirebilmek için, doğum/ölüm sürecinin bazı özellikleri kullanılabilir.

Sistemde n müşteri varken, gelecek olaya (ya bir geliş ya da bir çıkış) kadar geçen süre , t , ortalaması,

$$\frac{1}{\lambda_n + \mu_n}$$

olan üssel dağılmış bir rassal değişkendir. Bu rassal değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

λ_n ve μ_n : Geçiş hızları

olmak üzere,

$$f(t) = (\lambda_n + \mu_n)e^{-(\lambda_n + \mu_n)t} \quad \text{................ (4.15)}$$

olur. Bu yüzden, gelecek olayın bir müşteri gelişi olma olasılığı,

$$Pr(geliş) = \frac{\lambda_n}{\lambda_n + \mu_n}$$

ve gelecek olayın bir müşteri çıkışı olma olasılığı da

$$Pr(çıkış) = \frac{\mu_n}{\lambda_n + \mu_n}$$

olur. Sistemde i müşteriden (i+1) müşteriye geçiş süresinin Laplace dönüşümü,

Gelecek olay müşteri gelişi ise,

$$\Theta_{i-1} = \frac{\lambda_i + \mu_i}{\lambda_i + \mu_i + r}$$

Gelecek olay müşteri çıkışı ise,

$$\Theta_{i-1} = \frac{\lambda_i + \mu_i}{\lambda_i + \mu_i + r}\Theta_i\Theta_{i-1}$$

olur. Θ_{i-1} çözüldüğünde,

$$\Theta_{i-1} = \frac{\lambda_i}{r + \lambda_i + \mu_i - \mu_i\Theta_i} \quad \text{........................ (4.16)}$$

elde edilir (FREIDENFELDS, 1980; 1981a).

Talep parametreleri (λ_i ve μ_i) ve r verildiğinde, (4.16) denkleminden Θ_i'ler, (4.14) denkleminden de t_n hesaplanabilir. (3.11) toplam maliyet fonksiyonunda, t yerine t_n alınarak, eşdeğer belirli problemin toplam maliyet fonksiyonu,

$$E[W(t)] = \frac{C(t)}{1-e^{-rt_n}} \qquad \text{.....................} \quad (4.17)$$

şeklinde elde edilir. Bu fonksiyonun eniyi çözümü de, önceki bölümde belirtilen çözüm yaklaşımları kullanılarak bulunabilir.

4.4. WIENER SÜRECİ İLE YAKLAŞIM

İngiliz Botanikçi Robert BROWN, 1827 yılında, bir zerreciğin gaz ortamındaki düzensiz hareketini incelemiş ve bu hareketlerin biçiminin BROWNIAN hareketi olduğunu ileri sürmüştür. 1927 yılında N. WIENER, Brownian hareketini matematiksel olarak incelemiştir. İzleyen yıllarda, Wiener Süreci, Brownian hareketinin matematiksel modeli olan bir rassal süreç olarak kabul edilmiştir (PARZEN, 1962).

WIENER Süreci, sürekli durumlu ve sürekli parametre uzaylı bir rassal süreçdir. Bir rassal süreç {X(t)} aşağıdaki özelliklere sahipse, bu rassal süreç WIENER Sürecidir (BHAT, 1972) :

1. Rassal süreç $\{X(t), t \geq 0\}$ durağan bağımsız artışlıdır.

2. Verilen herhangi bir zaman aralığı (t_1, t_2) için, $X(t_2)-X(t_1)$, ortalaması sıfır, varyansı $\sigma^2(t_2-t_1)$ olan normal dağılıma sahiptir.

$$[X(t_2)-X(t_1)] \sim N\left(0, \sigma^2_{t_2-t_1}\right)$$

3. $X(0)=0$

Bir rassal sürecin Durağan Bağımsız Artışlı özelliği, t_1, t_2 T ve $t_1<t_2$ için, $X(t_2)-X(t_1)$ dağılımının, h>0 için $X(t_1+h)-X(t_2+h)$ dağılımı ile aynı olduğunu gösterir. $t_1<t_2<t_3<t_4$ koşulunu sağlayan herhangi iki zaman aralıkları (t_1,t_2) ve (t_3,t_4) için, rassal değişkenler $X(t_2)-X(t_1)$ ve

$X(t_4)-X(t_3)$ de birbirinden **bağımsız ve aynı dağılıma sahip** rassal değişkenlerdir. Bu özellik n sayıda zaman aralığı için geçerlidir ve genelleştirilebilir.

Eğer $X(t_2)-X(t_1)$ rassal değişkenin ortalaması $g(t_2-t_1)\neq 0$ ise, süreç g **Sürüklenme (drift) Parametreli Wiener Süreci** olarak tanımlanmaktadır (BHAT, 1972).

Wiener Süreci'nin özelliklerinden, sürecin, **stoktaki mal hareketi ve mal pazarındaki fiyat dalgalanmaları** için kullanılabileceği BHAT (1972) , KARLIN and TAYLOR (1975) ve PARZEN (1962) tarafından ileri sürülmektedir.

WIENER Süreci özelliklerinden, talep, ortalaması gt ve varyansı $\sigma^2 t$ şeklinde doğrusal artan olduğunda, talebin ilk kez t anında x seviyesine ulaştığını gösteren olasılık yoğunluk fonksiyonu, f(t,x) ;

$$f(t,x)=\frac{x}{\sqrt{2\pi t^3}\sigma}e^{\frac{-(x-gt)^2}{2\sigma^2 t}} \qquad \text{.......... (4.18)}$$

ifadesiyle verilebilir (KARLIN and TAYLOR, 1975 ; KANG and PARK, 1983).

Kapasiteyi x kadar arttırmanın maliyetinin,

$$C(x) = k\ x^{a}$$

ilişkisiyle oluştuğu varsayıldığında, kapasiteyi t_i anında x kadar arttırmanın maliyetinin peşin değeri, $C(t_i, x)$,

$$C(t_i,x) = C(x)\ e^{-rt_i}$$

olur.

Talebin doğrusal arttığı ve kapasiteyi, talebin mevcut kapasiteye ulaştığı anda arttırıldığı varsayıldığından, planlama uzayı boyunca tüm artışların maliyetlerinin peşin değerleri toplamının beklenen değeri,

$$E[W(t_1,t_2,t_3,\dots,x)]=E[C(x)e^{-rt_1}+C(x)e^{-rt_2}+C(x)e^{-rt_3}+\ \dots]$$

olur. C(x), t_i rassal değişkenlerine bağlı olmadığından,

$$E[W(t_1,t_2,t_3,\ldots,x)] = C(x)E\left[e^{-rt_0} + e^{-rt_1} + e^{-rt_2} + \ \ldots\right]$$

ve t_i'ler bağımsız olduğundan,

$$E[W(t_1,t_2,t_3,\ldots,x)] = C(x)\left\{E[e^{-rt_0}] + E[e^{-rt_1}] + E[e^{-rt_2}] + \ \ldots\right\}$$

yazılabilir (FREIDENFELDS, 1980).

t_i anında, talebin görünüşü, sıfır anındaki ile aynıdır, bu nedenle de,

$$E[W(t)] = C(x)\left\{1 + E[e^{-rt}] + E[e^{-2rt}] + E[e^{-3rt}] + \ \ldots\right\}$$

$$E[W(t)] = \frac{C(x)}{1 - E[e^{-rt}]} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4.19)$$

yazılabilir (MANNE, 1961; BUZACOTT and CHAOUCH, 1988).

t_x, talebin sıfırdan başlayarak ilk kez x seviyesine ulaştığını gösteren bir rassal değişken olsun. t_x'in Laplace dönüşümü, $x \geq 0$ için,

$$\hat{g} = \frac{g + \sqrt{g^2 + 2r\sigma^2}}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4.20)$$

olmak üzere,

$$E[e^{-rt_x}] = e^{-rx/\hat{g}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4.21)$$

olur (MANNE, 1961; FREIDENFELDS, 1980). $\hat{g}$, **Eşdeğer Artış Oranı** olarak tanımlanmaktadır. Böylece, (4.19) eşitliği ile verilen toplam maliyetin beklenen değeri fonksiyonu, talep artış oranı $\hat{g}$ olan

$$E[W(x)] = \frac{C(x)}{1 - e^{-rx/\hat{g}}} \qquad \ldots\ldots\ldots \ (4.22)$$

fonksiyonuna dönüşmüş olur ki (4.22) parametreleri belirli eşdeğer problem olarak ele alınıp üçüncü bölümde belirtilen yaklaşımlarla eniyi çözüm bulunabilir.

4.5. KANG VE PARK'IN YAKLAŞIMI

KANG ve PARK (1983), talebin rassal değişken olması halinde, sadece maliyetin değil, aynı zamanda riskin de dikkate alınması gerektiğini belirterek, amaç fonksiyonunu toplam maliyetin beklenen değeri ile riskin doğrusal bileşimi olarak tanımlamıştır.

KANG ve PARK, talep artışlarının Wiener sürecine göre değer alması halinde, risk ölçüsü olarak, toplam maliyetin standart sapmasını kabul etmiş ve amaç fonksiyonunu,

α : Bir sabit

E[W(x)] : Toplam maliyetin beklenen değeri,
S[W(x)] : Toplam maliyetin standart sapması

olmak üzere,

$$Z(x) = \alpha E[W(x)] + (1-\alpha)S[W(x)] \quad \text{....} \quad (4.23)$$

şeklinde tanımlamıştır.

α , **Risk Karşıt Faktörü** olup, $0 \leq \alpha \leq 1$ arasında değer almaktadır.

Problem,

$\alpha=0$ için riskin enküçüklenmesi,
$\alpha=1$ için maliyetin enküçüklenmesi,

şekline dönüşmektedir.

Planlama uzayı boyunca tüm artışların maliyetlerinin peşin değerleri toplamının beklenen değeri,

$$E[W(t)] = C(x)\left\{1 + E[e^{-rt}] + E[e^{-2rt}] + E[e^{-3rt}] + \ \ldots\right\}$$

ifadesiyle verilebilir.

$$E[e^{-irt}]$$

ifadesinin Laplace dönüşümü,

$$\lambda_i = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1 - \sqrt{\left(1 + \frac{2ir\sigma^2}{g^2}\right)}\right\} \quad , \quad i = 0, 1, 2, \ldots$$

olmak üzere,

$$E[e^{-irt}] = e^{\lambda_i x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.24)$$

olur (KANG and PARK, 1983). Böylece tüm artışların maliyetlerinin peşin değerleri toplamının beklenen değeri,

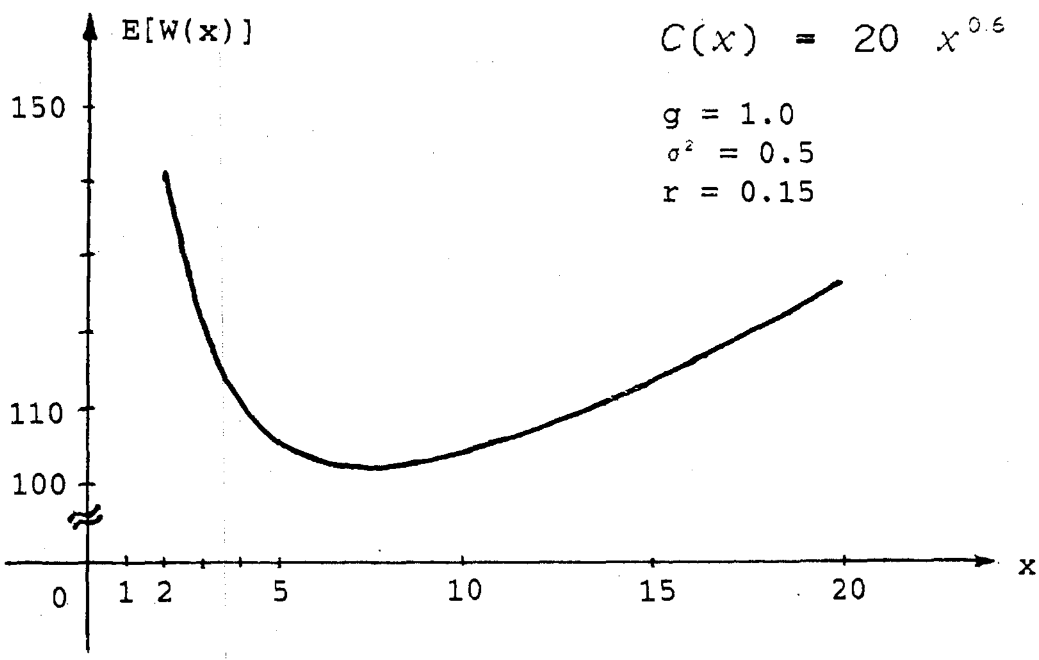
$$E[W(x)] = C(x) \sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.25)$$

bulunur. $r \geq 0$ için,

$$\lim_{x \to \infty} E[W(x)] \to \infty$$

$$\lim_{x \to 0} E[W(x)] \to \infty$$

olduğundan, E[W(x)] bir noktada yerel enküçük değer alan bir fonksiyondur (Şekil-4.2) ve bu fonksiyonu enküçükleyen x değeri bulunabilir.



Şekil-4.2. E[W(x)] Fonksiyonu

Toplam maliyetin standart sapması ise,

$$S[W(x)] = \sqrt{E[W(x)^2] - E[W(x)]^2}$$

eşitliğine bağlı olarak,

$$E[W(x)^2] = C(x)^2 \; E\Big[(1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + \dots)(1 + e^{-rt} + e^{-2rt} + \dots)\Big]$$

$$\begin{aligned} E[W(x)^2] = C(x)^2 \; E\Big[1 & + e^{-rt} + e^{-2rt} + e^{-3rt} + \dots \\ & + e^{-rt} + e^{-2rt} + e^{-3rt} + \dots \\ & + e^{-2rt} + e^{-3rt} + \dots \Big] \end{aligned}$$

$$E[W(x)^2] = C(x)^2 \; E\Big[1 + 2e^{-rt} + 3e^{-2rt} + 4e^{-3rt} + \dots\Big]$$

şeklinde bulunur. Buradan,

$$E[W(x)^2] = C(x)^2 \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) e^{\lambda_i x}$$

şeklinde sonsuz toplamlı terim elde edilebilir. E[W(x)] yerine (4.25) denklemindeki ifadesi alınır ise, S[W(x)],

$$S[W(x)] = k x^a \sqrt{\sum_{i=0}^{\infty} (i+1) e^{\lambda_i x} - \left[\sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i x}\right]^2} \qquad ..(4.26)$$

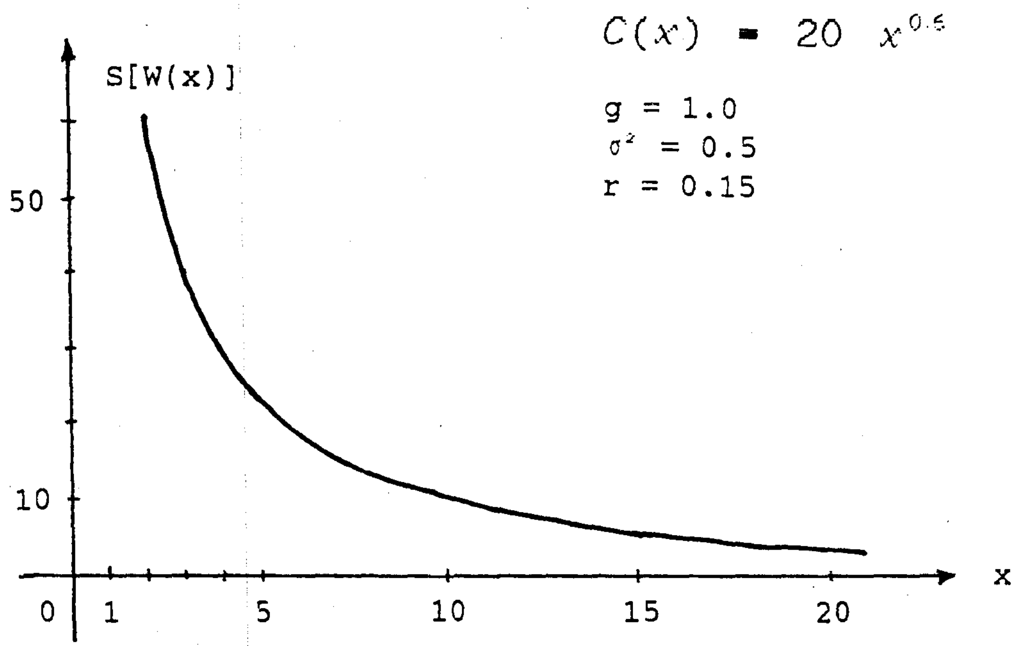
elde edilir. $r \geq 0$ için S[W(x)] konveks bir fonksiyondur. Ancak,

$$\lim_{x \to \infty} S[W(x)] \to 0$$

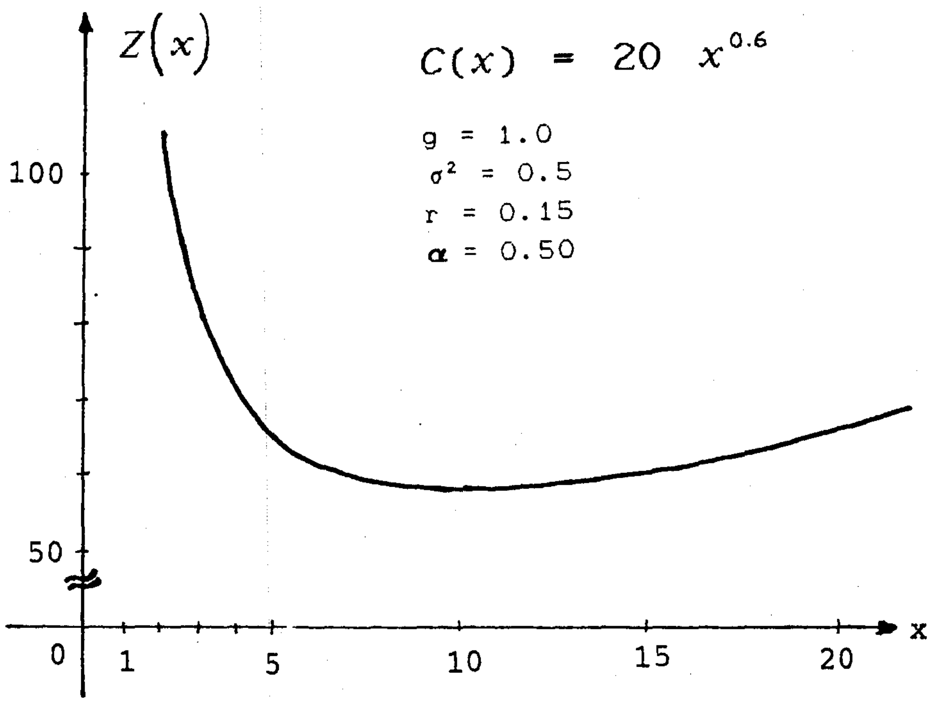
$$\lim_{x \to 0} S[W(x)] \to \infty$$

olduğundan, fonksiyon enküçük değere $x \to \infty$ olması halinde ulaşmaktadır (Şekil-4.3).

İki fonksiyonun doğrusal bileşimi şeklinde tanımlanan amaç fonksiyonu da bir noktada yerel enküçük değer alan bir fonksiyondur (Şekil-4.4) ve bu nedenle de amaç fonksiyonu Z(x)'i enküçükleyen eniyi kapasite artış miktarı bulunabilir.



Şekil-4.3. S[W(x)] Fonksiyonu



Şekil-4.4. Z(x) Fonksiyonu

1983 yılına kadar yapılan çalışmalarda, kapasite artış problemleri için amaç fonksiyonu kapasiteyi arttırımdan dolayı oluşan tüm maliyetlerin peşin değerleri toplamı olarak ele alınmıştır. İlk kez KANG ve PARK (1983), çok amaçlı bir amaç fonksiyonu tanımlayarak, problemin modellenmesinde önemli bir ilerleme kaydetmişlerdir. Ancak, Kang ve Park'ın modeli incelendiğinde,

.α sıfıra yaklaştığında, amaç fonksiyonunun enküçük değerinin bulunamayışı,

.Toplam maliyetin beklenen değeri ve standart sapmasının sonsuz toplamlı terimden oluşması,

.Modeldeki parametrelere bağlı olarak, kapasite artış miktarı, x'in belirli bir değeri aşması halinde, toplam maliyetin standart sapmasının tanımsız olması

sakıncaları ile karşılaşılmıştır.

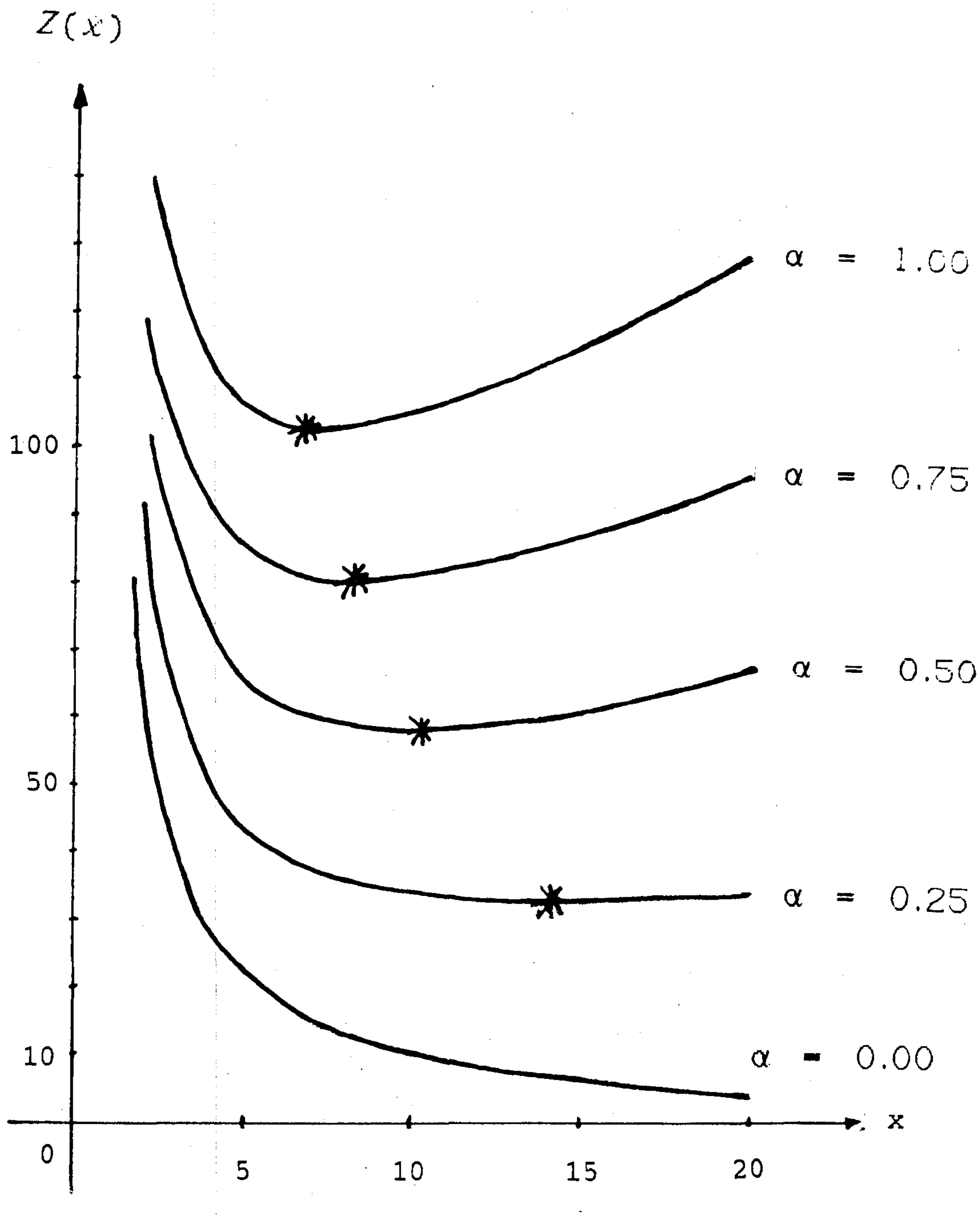
İki fonksiyonun doğrusal bileşimi olarak tanımlanan amaç fonksiyonunda, riske ağırlık verilmesi (α'nın sıfıra yaklaşması) halinde, eniyi kapasite artış miktarı artmakta ve

$$\lim_{\alpha \to 0} x^{*} \to \infty$$

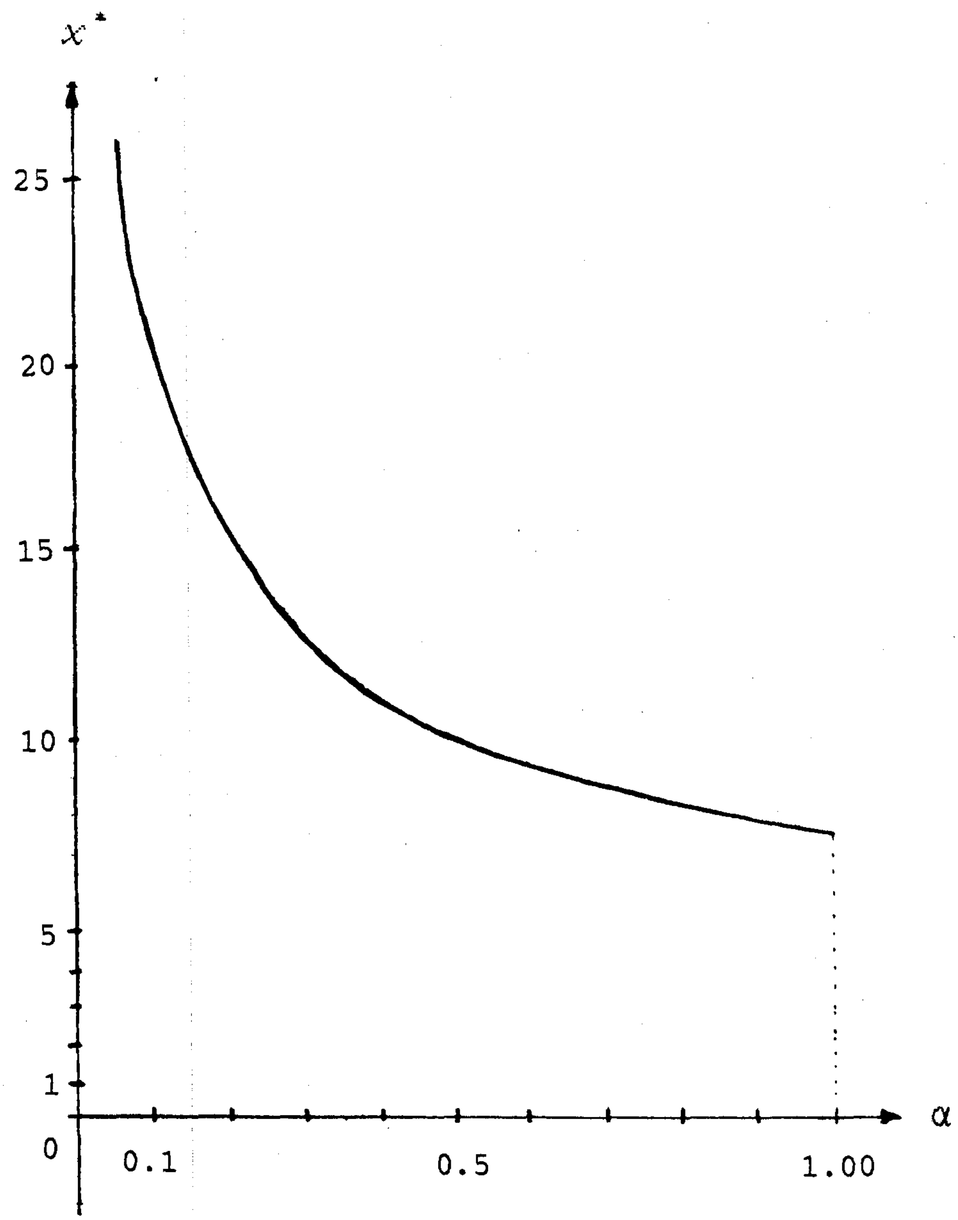
$$\lim_{\alpha \to 0} Z(x^{*}) \to 0$$

olduğundan, eniyi çözüm bulunamamaktadır (Şekil-4.5)

E[W(x)] fonksiyonu, en az bir noktada yerel enküçük değer olan bir fonksiyondur. S[W(x)] fonksiyonu ise konveks bir fonksiyon olduğu halde, sürekli azalan bir fonksiyondur. α'nın sıfıra yaklaşması halinde, Z(x) fonksiyonunda, S[W(x)] fonksiyonunun ağırlığı artmakta ve eniyi kapasite artış miktarı da üstel bir şekilde artmaktadır (Şekil-4.6).



Şekil-4.5. α'ya Bağlı Olarak Z(x) Fonksiyonunun Değişimi



Şekil-4.6. α'ya Bağlı Olarak x^* Değerlerinin Değişimi

$\mu=1,\ \sigma^2=0.5,\ r=0.15,\ k=20,$ ve $\alpha=0.6$ parametreleri için, bazı α değerlerine bağlı olarak x^* ve $Z(x^*)$ değerleri Tablo-4.1'de verilmiştir.

Tablo-4.1. α Değerlerine Bağlı Olarak x^* Ve $Z(x^*)$ Değerleri

α	x^*	$Z(x^*)$
1	7.45	103.1504
0.5	9.99	57.8367
0.1	21.52	15.8350
0.001	39.80	0.3908
0	∞	0

Tablo-4.1'den de görülebileceği gibi, tamamen riske ağırlık verilmesi halinde ($\alpha=0$), amaç fonksiyonunu $Z(x)$'i enküçükleyen kapasite artış miktarı bulunamamaktadır.

Kang ve Park'ın modelindeki ikinci önemli sakınca, toplam maliyetin beklenen değeri ve standart sapmasının **sonsuz toplamlı terim** ihtiva etmesidir.

Yapılan deneysel araştırmalarda, $E[W(x)]$ ifadesindeki sonsuz toplamlı terim,

$$g=1,\ \sigma^2=0.5,\ r=0.15,\ k=20,\ \text{ve}\ \alpha=0.6$$

parametreleri için, 10^{-5} tolerans ile hesaplanma sayılarının x'e bağlı olarak değiştiği görülmüştür (Tablo-4.2).

$E[W(x)]$ ifadesi, $E[e^{-rt}]$'nin Laplace dönüşümü ile sonsuz toplamlı terimden kurtarılabilir.

Kapasitenin, talebin mevcut kapasiteye ulaştığı anda arttırıldığı varsayıldığında, planlama uzayı boyunca tüm artışların maliyetlerinin peşin değerleri toplamının beklenen değeri, Tablo-4.2. 10^{-5} Toleransa Erişebilmek İçin x'e Bağlı Olarak Sonsuz Toplamlı Terimin Hesaplanma Sayıları (i)

x	E[W(x)] İçin i Sayısı	S[W(x)] İçin i Sayısı
1	298	602
5	25	43
10	10	18
20	5	8
30	3	5
40	3	4
50	2	3

$$E[W(t_1,t_2,t_3,\ldots,x)] = C(x)E[1+e^{-rt_1}+e^{-rt_2}+\ \ldots]$$

$$E[W(t_1,x)] = C(x)E[1+e^{-rt_1}+e^{-2rt_1}+\ \ldots]$$

$$E[W(t,x)] = C(x)E[1+e^{-rt}+e^{-2rt}+\ \ldots]$$

$$E[W(t)] = \frac{C(x)}{1-E[e^{-rt}]}$$

olur. İfadedeki t, olasılık yoğunluk fonksiyonu U(t,x) olan bağımsız dağılmış rassal değişkendir (BUZACOTT and CHAOUCH, 1988).

KARLIN and TAYLOR (1975) tarafından, $E[e^{-rt}]$'nin Laplace dönüşümünü,

$$\lambda = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2r\sigma^2}{g^2}\right)}\right\}$$

olmak üzere,

$$E[e^{-rt}] = e^{\lambda x}$$

şeklinde verilmektedir. Böylece E[W(x)] ifadesi,

$$E[W(x)] = \frac{C(x)}{[1-e^{\lambda x}]}$$

olur. E[W(x)] ifadesi, sonsuz toplamlı terimden kurtarılmıştır. S[W(x)] ifadesi de kısmen sonsuz toplamlı terimden kurtarılabilir. S[W(x)] ifadesindeki,

$$\left[\sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i x}\right]^2$$

yerine,

$$\left\{\frac{1}{[1-e^{\lambda x}]}\right\}^2$$

ifadesine yer verilebilir. Böylece S[W(x)],

$$\lambda_i = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2ir\sigma^2}{g^2}\right)}\right\} \quad , \quad i=0,1,2,\ldots$$

$$\lambda = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2r\sigma^2}{g^2}\right)}\right\}$$

olmak üzere,

$$S[W(x)] = kx^a\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - \left[\frac{1}{1-e^{\lambda x}}\right]^2}$$

olur.

Kang ve Park'ın yaklaşımı üzerine yapılan duyarlılık analizleri esnasında, kapasite artış miktarı x'in belirli bir değerin üzerindeki değerleri için toplam maliyetin standart sapmasının tanımsız olduğu gözlenmiştir.

$g=1$, $\sigma^2=0.5$, $r=0.15$, $k=20$ ve $a=0.6$ parametre değerleri için, x=57 iken, 10^{-5} tolerans ile ,

$$\left\{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}\right\} = 1.0005221 \qquad (i=0,1,2,3)$$

$$\left\{\sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i x}\right\}^2 = 1.000522068 \qquad (i = 0, 1, 2)$$

$$S[W(x)] = 226.232455 \sqrt{1.0005221 - 1.000522522}$$

$$S[W(x)] = 226.232455 \sqrt{-0.000000422}$$

elde edilmekte ve S[W(x)] tanımsız olmaktadır.

İlk kez Kang ve Park (1983), maliyet ile birlikte riski de enküçüklemeyi amaçlayan çok amaçlı bir amaç fonksiyonu tanımlayarak, probleme önemli bir bakış açısı kazandırmışlardır. Ancak, önerilen bu amaç fonksiyonunda, maliyet ve riskin büyüklüğü ve bunların karar vericiye etkileri dikkate alınmamaktadır.

Kang ve Park'ın yaklaşımında gözlenen sakıncaların bazılarını ortadan kaldıracak ve karar vericinin risk karşısındaki tutumunu da dikkate alan yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. Önerilen bu yaklaşım izleyen bölümde tanıtılmıştır.

5. TALEBİN RASSAL VE DOĞRUSAL ARTMASI HALİNDE PROBLEMİN İKİ NİTELİKLİ FAYDA FONKSİYONU YAKLAŞIMI İLE MODELLENMESİ VE ÇÖZÜMÜ

Talebin Wiener sürecine göre değer alması halinde, kapasite artış problemine çok amaçlı bir yaklaşım Kang ve Park (1983) tarafından önerilmiştir. Kang ve Park'ın yaklaşımında, önceki bölüm sonunda ayrıntılı olarak belirtilen sakıncalar gözlenmiştir. Bu sakıncaların bazılarını ortadan kaldıracak ve karar vericinin maliyet ve risk karşısındaki tutumunu da dikkate alan yeni bir yaklaşım önerilmektedir.

5.1. YENİ YAKLAŞIM GEREKSİNİMİ

Kang ve Park'ın yaklaşımında,

.α sıfıra yaklaştıkça yani, riskin tek ölçü olması halinde, amaç fonksiyonunun enküçük değerinin bulunamayışı,

.Amaç fonksiyonunun sonsuz toplamlı terimlerden oluşması

sakıncalarını ortadan kaldıracak ve karar vericinin risk ve maliyet karşısındaki tutumunu da dikkate alan yeni bir yaklaşıma ihtiyaç duyulmaktadır.

Kang ve Park tarafından maliyete α, riske ise $(1-\alpha)$ ağırlığı verilecek şekilde amaç fonksiyonu oluşturulmuştur. Bu yaklaşımda, maliyet veya risk arttıkça veya azaldıkça, maliyet veya riskin amaç fonksiyonundaki payı da aynı oranda artmakta veya azalmaktadır.

Amaç fonksiyonu, maliyet ve riskin doğrusal bileşimi yerine, maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının uygun bir birleşimi şeklinde oluşturulabilir. Bu yaklaşım, maliyet veya risk arttıkça veya azaldıkça, maliyet veya riskin amaç fonksiyonundaki payının farklı oranlarda artmasına veya azalmasına imkan tanıdığından, maliyet ve riskin büyüklüğünün de dikkate alınmasını sağlamaktadır.

5.2. FAYDA KAVRAMI

5.2.1. Fayda Tanımı

Ekonomi biliminde, fayda, mal ve hizmetlerin yarattığı doyum olarak tanımlanmaktadır (SAVAŞ, 1979). Bu anlamda faydayı birimle ifade etmek mümkün değildir. Bu tür faydaya **Ordinal Fayda** adı verilir. Karar teorisinde ise , fayda, karar verici için katkıların bir ölçüsüdür (ANG and TANG, 1984), dolayısıyla birimle ifade edilebilir. Bu tür faydaya ise **Kardinal Fayda** denir (WILLIAMS and FINDLAY III, 1974).

Yatırımların değerlendirilmesinde kardinal fayda dikkate alınır ve yatırımcı (karar verici) için fayda, yatırımın net getirisi, yatırıma ilişkin nakit akışları, yatırımın riski vb olabilmektedir (BUSSEY, 1978; TÜZEMEN, 1983; FRASER, 1990).

5.2.2. Fayda Fonksiyonlarının Özellikleri

Bir fayda fonksiyonu, bir olayın katkılarının karar vericiye olan faydalarını gösteren bir fonksiyondur (ANG and TANG, 1984).

Fayda fonksiyonu U(.) sembolü ile gösterilebilir. A ve B, bir olayın katkıları ise,

$$A > B \Rightarrow U(A) > U(B)$$

$$A \sim B \Rightarrow U(A) = U(B)$$

$$A \geq B \Rightarrow U(A) \geq U(B)$$

yazılabilir (ANG and TANG, 1984).

Fayda fonksiyonunun diğer bir özelliği ise, bir şans oyununun (lottery) faydasının, pek çok katkıların faydalarının beklenen faydasına eşit olduğudur (ANG and TANG, 1984).

Örneğin, A ve C olayları arasındaki şansın faydası,

$$U(pA+(1-p)C) = pU(A) + (1-p)U(C)$$

şeklinde yazılabilir.

Bir fayda fonksiyonunun iki katkı ve faydalarının bilindiği varsayılır. Bunlar, en kötü katkı için enküçük fayda ve eniyi katkı için enbüyük fayda değerleridir (WILLIAMS and FINDLAY III, 1974). Fayda fonksiyonlarının bu özelliği, bir fayda fonksiyonunun en kötü ile eniyi katkı arasında tanımlı olduğunu göstermektedir.

Kesin bir kural olmamakla birlikte, bir fayda fonksiyonunda en kötü katkının faydasının 0, eniyi katkının faydasının da 1 alınması tercih edilir.

Fayda fonksiyonunun yapısı, katkıların yapısına (kayıp veya kazanç yapılı) ve karar vericinin tutumuna bağlıdır.

Kazanç (gelir) yapılı problemler için, enbüyük katkının faydası 1, enküçük katkının faydası da 0 alınabilir. Benzer şekilde, kayıp yapılı problemler için, enbüyük katkının faydası 0, enküçük katkının faydası da 1 alınabilir.

Bir fayda foksiyonunun, karar vericinin risk ortamında katkılarının faydalarını gösterdiğinden, fayda fonksiyonunun yapısı, karar vericinin risk karşısındaki tutumu hakkında genel bir kanıya varılmasına imkan tanır.

Karar verici risk yanlısı (risk seeker) ise, fayda fonksiyonu konveks bir fonksiyon yapısındadır. Gelir yapılı olaylarda, risk yanlısı bir karar verici için katkılar arttıkça faydalarındaki artış oranı daha yüksektir. Karar verici risk karşıtı (risk averse) ise, fayda fonksiyonu konkav, riske karşı duyarsız (risk neutral) ise fayda fonksiyonu doğru şeklinde bir fonksiyondur (HOLLOWAY, 1979; FRASER, 1990) (Şekil-5.1).

Gelir yapılı olaylarda, risk karşıtı olan bir karar verici için fayda fonksiyonu,

.Sürekli,

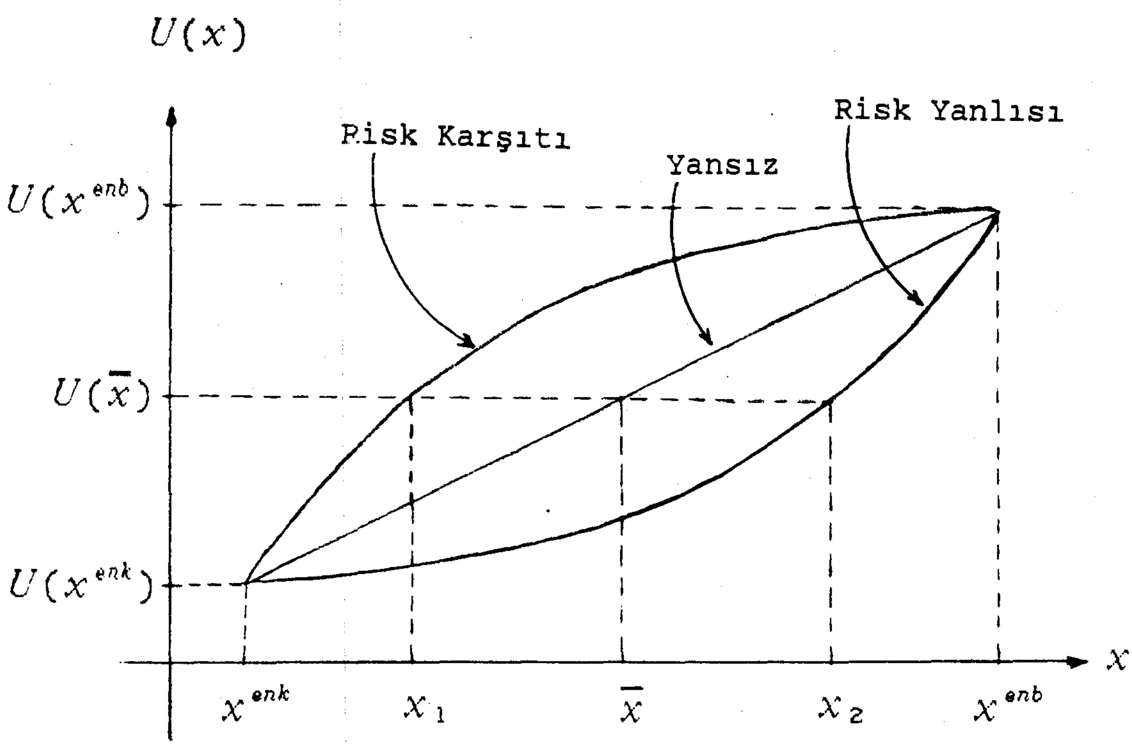
.Monoton artan, yani,

$$\frac{dU(x)}{dx} > 0$$

.x'e göre konkav, yani,

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} < 0$$

özelliklerini içermelidir (BUSSEY, 1978).



Şekil-5.1. Risk Yanlısı/Karşıtı/Duyarsız Karar Vericiler İçin Fayda Fonksiyonu

5.2.3. Fayda Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Fayda fonksiyonu, bir olayın sonucunun (katkısının) karar vericiye faydalarını gösteren bir fonksiyondur. Çeşitli olayların sonuçlarının karar vericiye faydaları tesbit edilerek, fayda fonksiyonu belirlenebilir.

Fayda fonksiyonunun belirlenebilmesi için, bu fonksiyondaki iki noktanın bilindiği varsayılır. Bu noktalardan birincisi, en kötü katkı için enküçük fayda (örneğin 0) ve ikincisi de eniyi katkı için enbüyük fayda (örneğin 1) noktalarıdır (WILLIAMS and FINDLAY III, 1974). Herhangi iki bilinen katkı ve fayda değerleri yardımıyla başka bir katkı ve faydası belirlenebilir.

Katkı ve fayda çiftlerinin oluşturduğu noktalar kümesi için bir fonksiyon oluşturulabilir. Bu fonksiyon, karar vericinin fayda fonksiyonudur.

İki katkı, E_1 ve E_3 ve fayda değerlerinden hareketle bir katkı ve bunların faydası belirlenecek olsun.

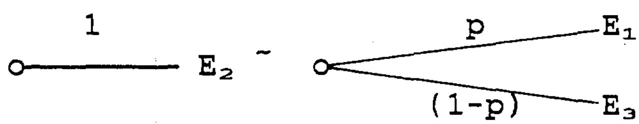
Katkıların tercih sırası da $E_1 > E_2 > E_3$ olsun. Enbüyük değerli katkının faydası 1, enküçük değerli katkının faydasına da 0 atanması ortak kanıdır. Böylece,

$U(E_1) = 1.0$
$U(E_3) = 0.0$

alınabilecektir.

E_2 katkısının faydasını belirlemek için, E_1 ve E_3 katkıları ve bunların faydaları kullanılabilir.

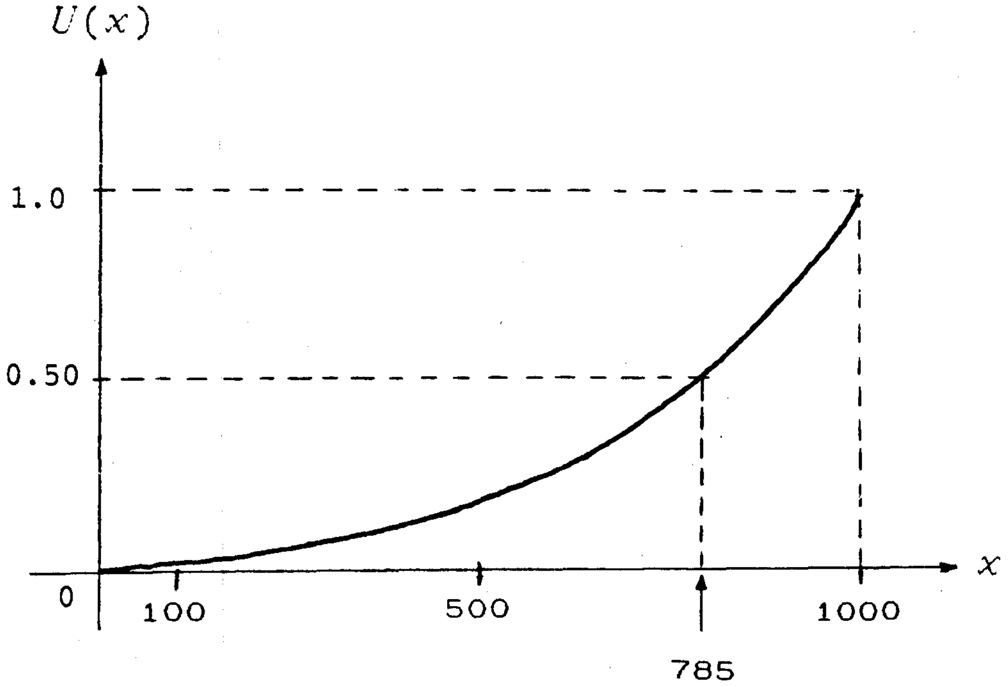
Bilinen bir E_2 katkısı için, karar verici, E_2'nin faydası ile
$p\ U(E_1) + (1-p)\ U(E_3)$
arasında **farksız oluncaya kadar** p değeri değiştirilir.



Örneğin,
$E_1 = 1000$
$E_2 = 785$
$E_3 = 0$
için,
$U(1000) = 1.0$
$U(0) = 0.0$
olsun. Karar verici, p=0.5 için,
$0.5\ U(E_1) + 0.5\ U(E_3)$
faydası ile U(785) faydası arasında kayıtsız kalmış ise, E_2 katkısının faydası,

$U(E_2) = p\ U(E_1) + (1-p)\ U(E_3)$
$U(785) = 0.5 * U(1000) + 0.5 * U(0)$
$U(E_2) = U(785) = 0.5$

elde edilir (ANG and TANG, 1984). Bu durumda, karar vericinin tercihler eğrisi (fayda fonksiyonu), Şekil-5.2'de verildiği gibi olabilir.



Şekil-5.2. Karar Vericinin Fayda Fonksiyonu

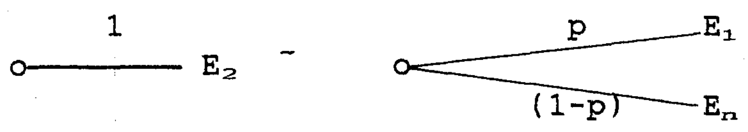
Bir katkı için yapılan fayda belirleme işlemi, n katkı için genelleştirilebilir. Aşağıdaki algoritma, n katkının fayda değerlerini belirlemede kullanılabilir (ANG and TANG, 1984).

ADIM-1 : E_i olayları tercihe göre sıralanır.

$E_1 > E_2 > E_3 > E_4 > \ldots\ldots > E_n$

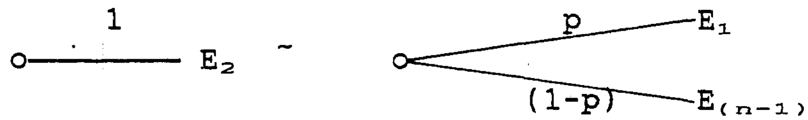
ADIM-2 : $U(E_1)=1.0$ ve $U(E_n)=0.0$ ataması yapılır.

ADIM-3 : E_1 ve E_n iki uç olayı yardımıyla, aşağıdaki iki şans oyunu arasında farsızlığı sağlayan $U(E_2)$ fayda değeri için p belirlenir.



ADIM-4 : E_2 yerine E_3, ..., E_{n-1} alarak, (n-3) kez Adım-3 tekrarlanır.

ADIM-5 : Bu aşamada, $U(E_1)$, $U(E_2)$, ... , $U(E_n)$ faydalar kümesi belirlenmiştir. Bu değerleri karşılıklı kontrol etmek için, $U(E_1)$ ve $U(E_{n-1})$ faydaları kullanılarak Adım-3 tekrarlanır. E_2 için yeni bir fayda değeri belirlenmiştir. Bu fayda değeri $U'(E_2)$ olsun. $U'(E_2)$ fayda değeri de,



şans oyunları yardımıyla belirlenebilir. Eğer fayda değeri tutarlı ise, $U'(E_2)$, $U(E_2)$'ye eşit olacaktır.

ADIM-6 : E_2 yerine her seferinde E_3, ..., $E_{(n-2)}$ alınarak Adım-5, (n-4) kez tekrarlanır.

Eğer herhangi bir tutarsızlık bulunmuş ise, tüm fayda değerleri tutarlı oluncaya kadar algoritma tekrarlanır.

5.3. İKİ NİTELİKLİ FAYDA FONKSİYONU

Kapasite artış planlaması probleminde, maliyet ve risk olmak üzere iki nitelikli bir amaç fonksiyonu geliştirilebilir. Kang ve Park'ın yaklaşımında, amaç fonksiyonu, maliyet ve riskin doğrusal bileşimi şeklinde ele alınmıştır. Fayda teorisinde ise, çok nitelikli fayda fonksiyonu, niteliklerin doğrusal olmayan birleşimi şeklinde oluşturulabilmektedir.

Çok nitelikli bir fayda fonksiyonu için, bileşik (joint) fayda fonksiyonu, $U(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$,

$$1 + kU(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} [1 + kk_i U_i(x_i)] \quad ..... \quad (5.1)$$

koşulunu sağlar (DAELLENBACH and et al., 1978 ; ANG and TANG, 1984; WINSTON, 1987).

Kapasite artış planlaması probleminde, maliyet ve risk olmak üzere, iki nitelik tanımlanabileceğinden, (5.1) ifadesinden, iki nitelikli fayda fonksiyonu,

x_1 : Maliyet,
x_2 : Risk,
$U(x_1)$: Maliyetin fayda fonksiyonu,

$U(x_2)$: Riskın fayda fonksiyonu,
k , k_1 , k_2 : Birer sabit,
$U(x_1,x_2)$: İki nitelikli (bileşik) fayda fonksiyonu

olmak üzere,

$$U(x_1,x_2) = k_1U_1(x_1) + k_2U_2(x_2) + kk_1k_2U_1(x_1)U_2(x_2) \quad \ldots \quad (5.2)$$

şeklinde çıkartılabilir (DAELLENBACH and et al., 1978).

Böylece iki nitelikli fayda fonksiyonu, kapasite artış planlaması problemi için, maliyet ve riskin faydalarının doğrusal olmayan birleşimini içeren çok amaçlı bir amaç fonksiyonu haline gelmiş olur.

İki nitelikli fayda fonksiyonunun tesbit edilebilmesi için, fonksiyonda, k , k_1 ve k_2 olmak üzere 3 parametre olduğundan, en az üç (x_1, x_2) çifti ile bunların faydalarının belirlenmesi gerekmektedir.

Genellikle, $U(x_1, x_2)$ fonksiyonu üzerinde de iki noktanın bilindiği varsayılır. Bu noktalar 0 ve 1 faydaları sağlayan (x_1, x_2) noktalarıdır. Maliyet yapılı problemler için, x_1 ve x_2 niteliklerinin her ikisinin de enbüyük olduğu değerlere karşı gelen noktanın faydası 0'dır. Bu özellikten,

$$U(x_1^{enb}, x_2^{enb}) = 0.0$$

yazılabilir. x_1 ve x_2 niteliklerinin her ikisinin de enküçük olduğu değerlere karşı gelen noktanın faydası ise 1'dir. Bu özellikten de ,

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = 1.0$$

yazılabilir.

Bu iki fayda değerinin dışında, (5.2) denkleminden,

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enb}) = k_1$$

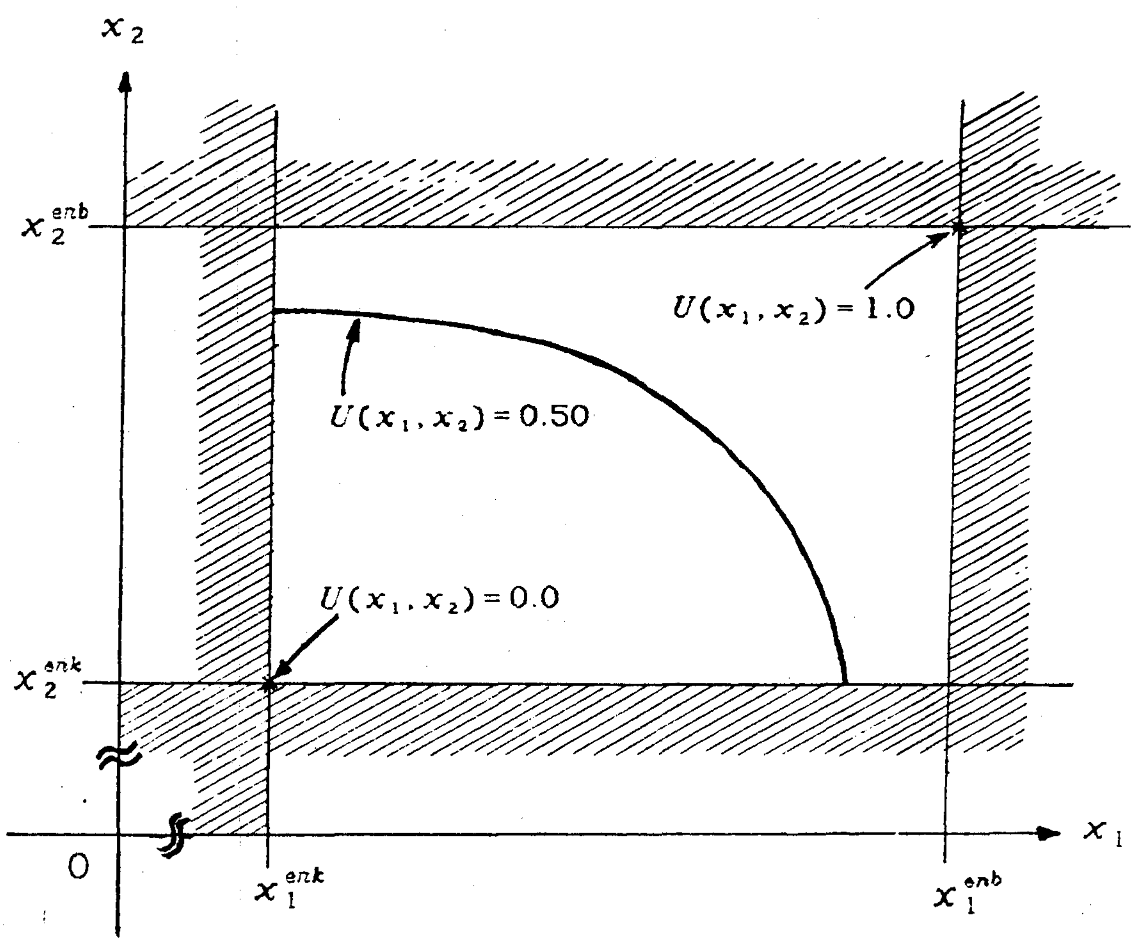
$$U(x_1^{enb}, x_2^{enk}) = k_2$$

olduğu görülmektedir.

k , k_1 ve k_2 parametrelerinin belirlenebilmesi için en az bir (x_1 , x_2) katkı çifti ile faydasına ihtiyaç vardır. Bu tesbit için, karar vericiye herhangi (x_1 , x_2) katkıları sunularak sağlayacağı fayda istenir.

k , k_1 ve k_2 parametrelerinin değerleri, Farksızlık Eğrileri yardımıyla da bulunabilir.

Farksızlık Eğrileri, iki nitelik için aynı faydanın sağlandığı eğrilerdir. Herhangi bir farksızlık eğrisi üzerindeki tüm noktalarda U(x_1 , x_2) fayda değerleri aynıdır. Herhangi bir x_1 değeri verildiğinde, eğri üzerindeki nokta bulunur ve buradan x_2 değeri tesbit edilebilir (Şekil-5.3).



Şekil-5.3. Farksızlık Eğrileri

KLEIN vd. (1985) ve WINSTON (1987), çok nitelikli fayda fonksiyonunun aşağıda verilen 5 adımdan oluşan algoritma ile, sistematik bir şekilde, belirlenebileceğini ileri sürmektedirler.

ADIM-1 : Karar verici belirlenerek, değerlendirme nitelikleri ve bu niteliklerin enküçük ve enbüyük değerleri ile bunların faydaları tanımlanır.

ADIM-2 : Çok nitelikli fayda fonksiyonu için varsayımlar tanımlanır.

ADIM-3 : Her nitelik için fayda fonksiyonu tesbit edilir.

ADIM-4 : Çok nitelikli fayda fonksiyonu oluşturulur.

ADIM-5 : Tutarlılık kontrolu yapılır. Bu amaçla, karar vericiye nitelik çiftleri sunularak, sağladığı faydalar istenir. Böylece fayda fonksiyonunun tutarlılığı kontrol edilmiş olur.

Çok nitelikli fayda fonksiyonunun belirlenmesinde kullanılan algoritma, iki nitelikli fayda fonksiyonunun belirlenmesinde de kullanılabilir.

5.4. KAPASİTE ARTIŞ PLANLAMASI PROBLEMİNİN İKİ NİTELİKLİ FAYDA FONKSİYONU YAKLAŞIMI İLE MODELLENMESİ VE ÇÖZÜMÜ

Talebin rassal olduğu kapasite artış planlaması problemi için, amaç fonksiyonu, maliyet ve riskin doğrusal bileşimi yerine, maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının uygun bir birleşimi şeklinde tanımlanabilir.

Fayda teorisinde, karar vericinin risk karşısındaki tutumunun dikkate alınmasına imkan veren fayda fonksiyonları geliştirilmiştir. Bu fonksiyonlarda, karar vericinin tutumunu ifade eden bir parametre tanımlanmıştır. Bazı fayda fonksiyonlarının bu özelliği, riske ağırlık verilmesi halinde, eniyi çözümün bulunamaması sakıncasının ortadan kalkmasını sağlamaktadır.

Modelde kullanılabilecek özelliklere sahip maliyet ve risk fayda fonksiyonları, kapasite artış miktarının bir fonksiyonu şeklinde düzenlenebilir. Çok nitelikli fayda fonksiyonunun özelliğinden yararlanılarak, iki nitelikli fayda fonksiyonu oluşturulabilir. Bu fonksiyon da kapasite artış miktarının bir fonksiyonudur, bu nedenle de "Kapasite

Artışı Fayda Fonksiyonu" olarak isimlendirilebilir. Amaç, toplam faydanın enbüyüklenmesi olduğundan, kapasite artışı fayda fonksiyonunu enbüyükleyen kapasite artış miktarı bulunabilir.

5.4.1. Kapasite Artış Planlaması Probleminde Benimsenebilir Fayda Fonksiyonları

Kapasite artış planlaması probleminin fayda fonksiyonu ile çözümünde kullanılabilecek (benimsenebilir) fayda fonksiyonlarının bazı özellikleri içermesi gerekmektedir. Benimsenebilir fayda fonksiyonlarının özellikleri ve bu özellikleri sağlayan fayda fonksiyonu tipleri izleyen alt kesimlerde açıklanmıştır.

5.4.1.1. Benimsenebilir Fayda Fonksiyonlarının Özellikleri

Kapasite artış planlaması probleminde benimsenebilir fayda fonksiyonlarında iki önemli özelliğin yer alması gerekmektedir.

Kapasite artış planlaması probleminde, amaç, maliyet ile riskin uygun birleşimlerinin enküçüklenmesidir. Her iki amaç niteliğinin yapısı da maliyet türüdür. Genel bir özellik olarak, maliyet yapılı problemler için, enküçük katkının faydasının 1, enbüyük katkının faydasının 0 olması tercih edilir. Bu özellik, benimsenebilir fayda fonksiyonunun,

$$U(x^{enk}) = 1$$

$$U(x^{enb}) = 0$$

koşullarını sağlamasını gerektirmektedir. Bu koşulların sağlanabilmesi için benimsenebilir fayda fonksiyonlarının en az iki parametreden oluşması gerekmektedir.

Risk ortamında, karar vericinin risk karşısındaki tutumunun da dikkate alınması gerekmektedir. Karar verici risk karşısında risk yanlısı veya risk karşıtı bir tutum içinde olabilir. Ele alınan problemde, karar vericinin risk karşısındaki tutumunun da dikkate alınması önerildiğinden, benimsenebilir fayda fonksiyonunda karar vericinin risk karşısındaki tutumunu da ifade eden bir parametreye daha ihtiyaç vardır.

O halde, kapasite artış planlaması probleminde, benimsenebilir fayda fonksiyonları, iki parametre,

$$U(x^{enk}) = 1$$

$$U(x^{enb}) = 0$$

koşullarını sağlamak ve bir parametre de risk karşısında karar vericinin tutumunu göstermek üzere en az üç parametreden oluşmalıdır.

5.4.1.2. Benimsenebilir Fayda Fonksiyonu Tipleri

ANG and TANG (1984) tarafından önerilen fayda fonksiyonu tiplerinden, önceki alt başlıkta belirtilen koşulları sağlayan üç parametreli fayda fonksiyonu tipleri,

.Üstel tip fayda fonksiyonu,
.Logaritmik tip fayda fonksiyonu ve
.Kuadritik tip fayda fonksiyonu

verilebilir.

KLEIN vd. (1985) tarafından, **genel bir üstel fayda fonksiyonu,**

λ_1 , λ_2 , a , b , c : Birer sabit

olmak üzere

$$U(x) = a - be^{\lambda_1 x} - ce^{\lambda_2 x} \qquad \text{..........} \quad (5.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Ancak bu fonksiyonun parametrelerinin (λ_1 , λ_2 , a , b , c) belirlenebilmesi için 5 katkı ve faydasının tesbit edilmesi gerekmektedir. Bu fonksiyonun daha basit bir biçimi olan,

$$U(x) = a - be^{\lambda x} \qquad \text{.............} \quad (5.4)$$

önerilebilir.

Logaritmik tip fayda fonksiyonu,

a , b , ß : Birer sabit

olmak üzere,

$$U(x) = a \; \mathrm{Ln}(x+\beta)+b \;, \quad x+\beta>0 \qquad \text{............} \quad (5.5)$$

Kuadritik tip fayda fonksiyonu da,

a , b , α : Birer sabit

olmak üzere,

$$U(x) = \alpha\left(x - \frac{1}{2}\alpha x^2\right) + b \quad , \alpha x \leq 1 \qquad \text{.............} \quad (5.6)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (ANG and TANG, 1984).

KLEIN vd. (1985), tercih edilecek fayda fonksiyonunun belirlenmesindeki sorunların, genel bir fayda fonksiyonu kullanılarak yok edilebileceğini ve bu genel fayda fonksiyonu tipinin, (5.3) ifadesi ile verilen (toplamlı) üstel fayda fonksiyon tipi olduğunu, bu fonksiyon tipinin parametrelerinin alabilecekleri değerlere bağlı olarak 8 farklı fayda fonksiyonu tipinin özelliklerini içerdiğini ileri sürmektedirler. Üstel tip fayda fonksiyonunun bu özelliği dikkate alınarak, çalışmada, maliyet ve risk fayda fonksiyonlarının üstel tip fayda fonksiyonu olduğu kabul edilmiştir.

Üstel tip fayda fonksiyonu, U(x),

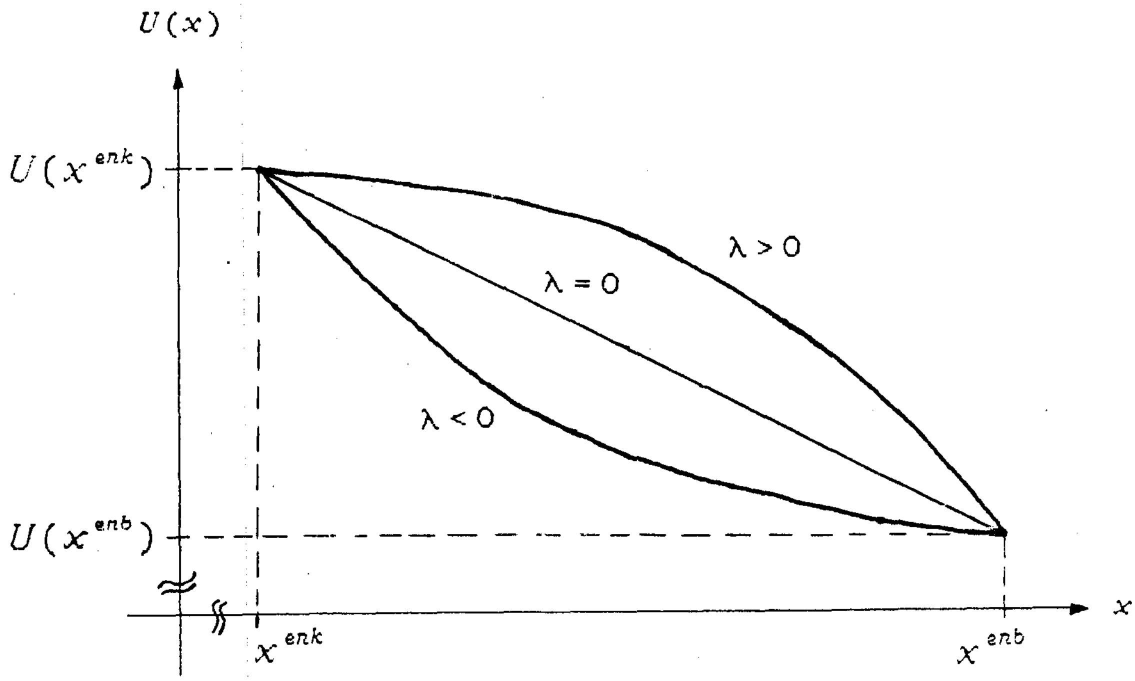
$$U(x^{enk}) = 1.0$$

$$U(x^{enb}) = 0.0$$

koşulunu sağlayacak şekilde, yeniden oluşturulabilir. Bu durumda U(x),

$$U(x) = \frac{e^{\lambda x^{enb}} - e^{\lambda x}}{e^{\lambda x^{enb}} - e^{\lambda x^{enk}}} \qquad \text{..............} \quad (5.7)$$

halini alır (Şekil-5.4).



Şekil-5.4. Kayıp Yapılı Problemler İçin
Üstel Tip Fayda Fonksiyonu

(5.7) ifadesi ile verilen U(x) fonksiyonunun konveksliği, λ'ya bağlıdır.

λ>0 ise, U(x) konkav bir fonksiyondur, karar vericinin risk karşıtı,

λ=0 ise, U(x) bir doğrudur, karar vericinin riske karşı duyarsız,

λ<0 ise, U(x) konveks bir fonksiyondur, karar vericinin risk yanlısı,

olduğunu gösterir.

λ, karar vericinin risk karşısındaki tutumunu gösteren bir parametredir. λ arttıkça, risk karşıtlık derecesi artar, bu nedenle de λ'ya **"Risk Karşıtlık Faktörü"** adı verilmiştir (ANG and TANG, 1984).

5.4.2. Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu

Kapasite artış miktarına bağlı olarak elde edilen maliyet ve riskin birer nitelik olduğu iki nitelikli fayda fonksiyonu KLEIN vd. (1985) tarafından önerilen 5 adımda belirlenebilir.

Nitelikler,

x_1 : Toplam maliyetin beklenen değeri
$\{x_1 = E[W(x)]\}$

x_2 : Toplam maliyetin standart sapması (risk)
$\{x_2 = S[W(x)]\}$

olarak tanımlansın.

Niteliklerin alabilecekleri enbüyük ve enküçük değerler, E[W(x)] ve S[W(x)] fonksiyonları yardımıyla belirlenebilir. Örneğin, Şekil-5.11'deki E[W(x)] ve S[W(x)] fonksiyonları incelendiğinde,

.Maliyet, x_1 için enbüyük değer 150 ve enküçük değer 100,

.Risk, x_2 için enbüyük değer 60 ve enküçük değer de 0

alınabilir. Ancak, E[W(x)] ve S[W(x)] fonksiyonlarına bakılarak yapılan keyfi seçim, maliyet ve talep parametrelerinde değişme olması halinde bazı sorunların doğmasına neden olabilir. Bu sakınca, doğrudan x_1 ve x_2 değerler üzerinde sınırlama getirmek yerine, kapasite artış miktarında sınırlama getirilerek, kısmen, giderilebilir.

Kapasite artış miktarının enküçük değeri x^{enk}, enbüyük değeri de x^{enb} olsun. Bu durumda,

$$x_1^{enb} = E[W(x^{enb})]$$

$$x_2^{enk} = S[W(x^{enb})]$$

$$x_2^{enb} = S[W(x^{enk})]$$

alınabilir. x_1^{enk}'ün belirlenmesi sorun teşkil edebilir. x_1^{enk}'ün alabileceği enküçük değerin sıfır olabileceği dikkate alınarak,

$$x_1^{enk} = 0$$

tercih edilebilir. Sözgelimi,

$$x^{enk} = 2$$

$$x^{enb} = 30$$

için,

$$x_1^{enk} = 100$$

$$x_1^{enb} = E[W(30)] = 155.950043$$

$$x_2^{enk} = S[W(30)] = 1.896147$$

$$x_2^{enb} = S[W(2)] = 97.272682$$

alınabilir.

Her bir nitelik için maliyet ve risk katkılarının fayda fonksiyonlarının (5.4) ifadesi ile verilen üstel tip fayda fonksiyonu olduğu varsayılsın.

Her iki nitelik de kayıp yapılı olduğundan,

$$U_1(x_1^{enk}) = 1.0$$

$$U_1(x_1^{enb}) = 0.0$$

ve

$$U_2(x_2^{enk}) = 1.0$$

$$U_2(x_2^{enb}) = 0.0$$

alınabilir.

Toplam maliyetin beklenen değerinin fayda fonksiyonu,

$$U_1(x_1^{enk}) = a_1 - b_1 e^{\lambda_1 x_1^{enk}} = 1.0$$

$$U_1(x_1^{enb}) = a_1 - b_1 e^{\lambda_1 x_1^{enb}} = 0.0$$

denklemlerinden,

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}} \\ a_1 &= \frac{e^{\lambda_1 x_1^{enb}}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}} \end{aligned}\right\} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots (5.8)$$

$$U_1(x_1) = \frac{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}} \qquad \dots\dots\dots\dots (5.9)$$

elde edilir. Benzer şekilde, toplam maliyetin standart sapması olan riskin fayda fonksiyonu da,

$$U_2(x_2^{enk}) = a_2 - b_2 e^{\lambda_2 x_2^{enk}} = 1.0$$

$$U_2(x_2^{enb}) = a_2 - b_2 e^{\lambda_2 x_2^{enb}} = 0.0$$

denklemlerinden,

$$\left.\begin{aligned} b_2 &= \frac{1}{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}}} \\ a_2 &= \frac{e^{\lambda_2 x_2^{enb}}}{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.10)$$

$$U_2(x_2) = \frac{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2}}{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.11)$$

elde edilir.

İki nitelikli fayda fonksiyonu,

$$U(x_1, x_2) = k_1 U_1(x_1) + k_2 U_2(x_2) + k k_1 k_2 U_1(x_1) U_2(x_2) \quad \ldots (5.12)$$

şeklindedir. Genel olarak, iki nitelikli fayda fonksiyonu için de,

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = 1.0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.13)$$

$$U(x_1^{enb}, x_2^{enb}) = 0.0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.14)$$

alınabilir.

İki nitelikli fayda fonksiyonundaki k , k_1 ve k_2 parametrelerinin tesbiti için en az üç (x_1, x_2) katkı ile bunların faydalarının belirlenmesi gerekmektedir.

(5.13) eşitliğinden,

$$\begin{aligned} U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) &= k_1 U_1(x_1^{enk}) + k_2 U_2(x_2^{enk}) \\ &\quad + k k_1 k_2 U_1(x_1^{enk}) U_2(x_2^{enk}) = 1.0 \end{aligned}$$

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = k_1(1) + k_2(1) + k k_1 k_2(1)(1) = 1.0$$

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = k_1 + k_2 + k k_1 k_2 = 1.0 \quad \ldots\ldots\ldots (5.15)$$

denklemi bulunur.

(5.14) eşitliğinden ise,

$$U(x_1^{enb}, x_2^{enb}) = k_1 U_1(x_1^{enb}) + k_2 U_2(x_2^{enb})$$
$$+ k k_1 k_2 U_1(x_1^{enb}) U_2(x_2^{enb}) = 0.0$$

$$U(x_1^{enb}, x_2^{enb}) = k_1(0) + k_2(0) + k k_1 k_2(0)(0) = 0.0$$

elde edildiğinden, k , k_1 ve k_2 parametrelerine bağlı bir denklem bulunamaz.

k , k_1 ve k_2 parametrelerinin belirlenebilmesi için, iki (x_1, x_2) katkı ile bunların faydalarının tesbiti gerekmektedir. Bu amaçla, karar vericinin farksızlık eğrileri kullanılabilir.

Tercih edilen farksızlık eğrileri, F_1 ve F_2 faydanın sağlandığı farksızlık eğrileri ve bu eğriler üzerinde, x_1^1 ve x_1^2 maliyet değerleri olsun.

F_1 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinde, x_1^1 maliyet için x_2^1 risk,

F_2 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinde, x_1^2 maliyet için de x_2^2 risk

elde edilmiş olsun.

Böylece,

$$U(x_1^1, x_2^1) = k_1 U_1(x_1^1) + k_2 U_2(x_2^1)$$
$$+ k k_1 k_2 U_1(x_1^1) U_2(x_2^1) = F_1 \qquad .. (5.16)$$

$$U(x_1^2, x_2^2) = k_1 U_1(x_1^2) + k_2 U_2(x_2^2)$$
$$+ k k_1 k_2 U_1(x_1^2) U_2(x_2^2) = F_2 \qquad .. (5.17)$$

denklemleri elde edilir.

(5.15) , (5.16) ve (5.17) denklemleri, doğrusal olmayan denklem sisteminin çözümü için geliştirilmiş bir paket program ile çözülerek, k , k_1 ve k_2 parametre değerleri bulunabilir.

Bulunan k , k_1 ve k_2 değerleri (5.12) ifadesi ile verilmiş olan iki nitelikli fayda fonksiyonunda yerine konulduğunda, maliyete (x_1) ve riske (x_2) bağlı bir fonksiyon, $U(x_1,x_2)$ elde edilir.

İki nitelikli fayda fonksiyonu, $U(x_1,x_2)$, kapasite artış miktarı x'in bir fonksiyonu şekline dönüştürülebilir.

$$x_1(x) = E[W(x)]$$
$$x_2(x) = S[W(x)]$$

dönüşümü yapıldığında, iki nitelikli fayda fonksiyonu, kapasite artış miktarı x'in bir fonksiyonu olur. Bu fonksiyon, U(x) ile gösterilebilir.

U(x) fonksiyonu,

$$\lambda_i = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2ir\sigma^2}{g^2}\right)}\right\} \quad , \quad i=0,1,2,\ldots$$

$$\lambda = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2r\sigma^2}{g^2}\right)}\right\}$$

$$x_1(x) = \frac{kx^a}{1-e^{\lambda x}}$$

$$x_2(x) = kx^a\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - \left[\frac{1}{1-e^{\lambda x}}\right]^2}$$

$$a_1 = \frac{e^{\lambda_1 x_1^{enb}}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}}$$

$$b_1 = \frac{1}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}}$$

$$a_2 = \frac{e^{\lambda_2 x_2^{enb}}}{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}}}$$

$$b_2 = \frac{1}{e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}}}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} U(x) = {} & k_1\left(a_1 - b_1 e^{\lambda_1 x_1(x)}\right) \\ & + k_2\left(a_2 - b_2 e^{\lambda_2 x_2(x)}\right) \\ & + k k_1 k_2\left(a_1 - b_1 e^{\lambda_1 x_1(x)}\right)\left(a_2 - b_2 e^{\lambda_2 x_2(x)}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(x) = {} & k_1 a_1 - k_1 b_1 e^{\lambda_1 x_1(x)} \\ & + k_2 a_2 - k_2 b_2 e^{\lambda_2 x_2(x)} \\ & + k k_1 k_2 a_1 a_2 - k k_1 k_2 a_1 b_2 e^{\lambda_2 x_2(x)} \\ & - k k_1 k_2 a_2 b_1 e^{\lambda_1 x_1(x)} \\ & + k k_1 k_2 b_1 b_2 e^{\lambda_1 x_1(x)} e^{\lambda_2 x_2(x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(x) = {} & k_1 a_1 + k_2 a_2 + k k_1 k_2 a_1 a_2 \\ & -(k_1 b_1 + k k_1 k_2 a_2 b_1) e^{\lambda_1 x_1(x)} \qquad \ldots\ldots\ldots \ (5.18) \\ & -(k_2 b_2 + k k_1 k_2 a_1 b_2) e^{\lambda_2 x_2(x)} \\ & + k k_1 k_2 b_1 b_2 e^{\lambda_1 x_1(x)} e^{\lambda_2 x_2(x)} \end{aligned}$$

haline gelir. U(x), kapasite artış miktarının bir fonksiyonu olduğundan, **"Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu"** şeklinde isimlendirilebilir.

Kapasite artışlarına ilişkin toplam maliyetin beklenen değeri ile standart sapmasının doğrusal bileşimi yerine, bunların karar vericiye olan faydalarının doğrusal olmayan birleşimi oluşturulmaya çalışılmış ve bu birleşim kapasite artış miktarı, x'in bir fonksiyonu şekline dönüştürülebilmiştir. İzleyen kesimde amaç fonksiyonu (5.18) ifadesi ile verilmiş olan modelin çözülebilirliği üzerinde durulacaktır.

5.4.3. Modelin Çözülebilirliği

Her seferinde, eşit miktarlarda kapasite artışını gösteren x ile ilgili tüm teknik ve karar vericinin tutumlarından oluşan kısıtların ortak çözüm kümesi S ile gösterildiğinde, amaç fonksiyonu kapasite artışı fayda fonksiyonu olan model,

$$x \in S$$

olmak üzere

$$Enb \quad U(x)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu kesimde, geliştirilen modelin çözülebilirliği üzerinde durulacaktır.

5.4.3.1. Konkavlık Araştırması

Bilindiği gibi, bir enbüyükleme modelinin çözümünde amaç fonksiyonunun konkavlığı çok önemlidir. Bu nedenle, yukarıdaki modelin çözülebilirliği için, öncelikle kapasite artışı fayda fonksiyonunun konkavlığı araştırılmalıdır.

Kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x)'in konkavlığı, $U_1[x_1(x)]$, $U_2[x_2(x)]$ ve $U_1[x_1(x)]*U_2[x_2(x)]$ fonksiyonlarının herbirinin konkavlığına bağlıdır. Kuramsal olarak, x'e göre, U(x) konkav, konveks veya bölgesel konkav olabileceği EK-1'de gösterilmiştir.

Maliyet fayda fonksiyonu, $U_1[x_1(x)]$ için, $U_1'[x_1(x)]$ ve $U_1''[x_1(x)]$ ifadeleri çıkartılarak, $U_1[x_1(x)]$ fonksiyonunun konkavlığı araştırılmıştır (EK-2). Bu işlemlerde,

$$\frac{dU_1[x_1(x)]}{dx} = 0$$

türev işlemi sonucunda,

$$a + e^{\lambda x}(\lambda x - a) = 0$$

denklemine erişilmiş, $x \in S$ için, yani,

$$0 < a < 1$$

$$x^{enk} \leq x \leq x^{enb}$$

kısıtları dikkate alınarak, denklemin sayısal çözümü sonucunda, tek çözümün (x^*) var olduğu ve bu çözüm için,

$$U_1''[x_1(x^*)] < 0$$

koşulunun sağlandığı görülmektedir. Bu özellikten, $U_1[x_1(x)]$ fonksiyonunun, x^* civarında konkav olduğu sonucuna varılmaktadır.

Kapasite artış miktarı, x'in alabileceği enküçük ve enbüyük değerler için,

$$\lim_{x \to x^{enb}} U_1[x_1(x)] \rightarrow 0$$

ve

$$\lim_{x \to x^{enk}} U_1[x_1(x)] \rightarrow 0$$

olduğundan, $U_1[x_1(x)]$'in bir noktada bütünsel enbüyük değer alan bir fonksiyon olduğu söylenebilir.

Benzer yaklaşım, $U_2[x_2(x)]$ ve $U_1[x_1(x)]*U_2[x_2(x)]$ fonksiyonları için de uygulanmış, ancak, kayda değer bir sonuç elde edilememiştir.

$U_1[x_1(x)]$, $U_2[x_2(x)]$ ve $U_1[x_1(x)]*U_2[x_2(x)]$ fonksiyonlarının toplamından oluşan u(x) fayda fonksiyonunun konkavlığının, fonksiyondaki parametrelerin alabilecekleri negatif, sıfır ve pozitif değerleri dikkate alınarak, sistematik bir yaklaşımla, sayısal verilerle araştırılması uygun görülmektedir.

Kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x),

$$x_1(x) = E[W(x)]$$
$$x_2(x) = S[W(x)]$$

olmak üzere,

$$U(x) = k_1 a_1 + k_2 a_2 + k k_1 k_2 a_1 a_2$$
$$-(k_1 b_1 + k k_1 k_2 a_2 b_1) e^{\lambda_1 x_1(x)}$$
$$-(k_2 b_2 + k k_1 k_2 a_1 b_2) e^{\lambda_2 x_2(x)}$$
$$+ k k_1 k_2 b_1 b_2 e^{\lambda_1 x_1(x)} e^{\lambda_2 x_2(x)}$$

şeklindedir.

U(x) fonksiyonunun konkavlığı,

a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , λ_1 , λ_2 , k , k_1 , k_2

parametrelerinin alabileceği negatif , sıfır ve pozitif değerleri dikkate alınarak, sistematik bir yaklaşımla, araştırılabilir.

$$x_1^{enk} \leq x_1 \leq x_1^{enb}$$
$$x_2^{enk} \leq x_2 \leq x_2^{enb}$$

ve

$$U_1(x_1^{enb}) = 0.0$$
$$U_1(x_1^{enk}) = 1.0$$
$$U_2(x_2^{enb}) = 0.0$$
$$U_2(x_2^{enk}) = 1.0$$

kısıtları nedeniyle, a_1, a_2, b_1 ve b_2 parametreleri λ_1 ve λ_2'ye bağlı olarak değer alır. Bu parametrelere keyfi değer ataması yapılamaz.

(5.8) eşitliklerinden dolayı,

$\lambda_1 > 0$ için,

$$e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}} > 0 \Rightarrow b_1 > 0 \Rightarrow a_1 > 0$$

ve $\lambda_1 < 0$ için,

$$e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}} < 0 \Rightarrow b_1 < 0 \Rightarrow a_1 < 0$$

olduğu, benzer şekilde, (5.10) eşitliklerinden dolayı da,

$\lambda_2 > 0$ için,

$$e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}} > 0 \Rightarrow b_2 > 0 \Rightarrow a_2 > 0$$

ve $\lambda_2 < 0$ için,

$$e^{\lambda_2 x_2^{enb}} - e^{\lambda_2 x_2^{enk}} < 0 \Rightarrow b_2 < 0 \Rightarrow a_2 < 0$$

olduğu görülmektedir.

k , k_1 ve k_2 parametreleri de karar vericinin farksızlık eğrilerine ve λ_1 ve λ_2'ye bağlı olarak değer alır. Bu özellik, k , k_1 ve k_2 parametrelerinin de λ_1 ve λ_2'ye bağlı olduğunu ve keyfi değer ataması yapılamayacağını göstermektedir.

Yapılan açıklamalardan, U(x)'in konkavlığının λ_1 ve λ_2 parametrelerinin alabileceği negatif, sıfır ve pozitif değerlere bağlı olabileceği sonucuna varılmaktadır.

$\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 < 0$

$\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$

bileşimleri için, U(x) fonksiyonunun konkavlığı araştırılabilir.

U(x) fonksiyonunun konkavlık araştırması, λ_1 ve λ_2'nin yukarıda belirtilen bileşimleri için, $x^{enk} \leq x \leq x^{enb}$ aralığında, U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölgelerin belirlenmesiyle yapılabilir.

U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölgeler, x'e, x^{enk}'den başlanarak x^{enb} değere ulaşıncaya kadar, küçük artışlar verilerek belirlenebilir. Ancak, x'deki artışın ne kadar olması önemlidir.

Çoğu sayısal çözüm yöntemlerinde, durma kriteri, x veya f(x)'deki farklılaşmanın verilen bir tolerans değerinden küçük olmasıdır. Tolerans, karar verici tarafından belirlebilir ve karar vericinin x veya f(x) değerinde kabul edebileceği hata miktarını gösterir.

Toleransın bu özelliği, U(x)'in konkav olduğu bölgelerin belirlenmesi esnasında, x'deki artış miktarının tesbit edilmesinde kullanılabilir. Herhangi bir (j+1). ardıştırmada x'değeri,

x_j : j. ardıştırmadaki x'in değeri
$x_{(j+1)}$: (j+1). ardıştırmadaki x'in değeri
h : x'deki artış miktarı

olmak üzere,

$$x_{(j+1)} = x_j + h \qquad \text{(5.19)}$$

ifadesiyle belirlenebilir. h, tolerans değeri kadar alındığında, U(x) fonksiyonunun konkav olduğu aralık için de en fazla h (tolerans) değeri kadarlık bir hata olur ki karar verici bu hatayı kabul edebilmektedir.

U(x) fonksiyonunun konkav olduğu ilk bölge için başlangıç x değeri, x^{enk} değerinden itibaren h değeri kadar artışlar verilerek $U''(x)<0$ koşulunu sağlayan ilk x değeri, $x_{(1,b)}$ olarak tesbit edilir. U(x) fonksiyonu, $x_{(1,b)}$ noktasından itibaren konkavdır. $U''(x)>0$ koşulu sağlanıncaya kadar, her ardıştırmada, x'e h değeri kadar artışlar verilerek $U''(x)$ hesaplanır. $U''(x)>0$ öncesi son $U''(x)<0$ koşulunu sağlayan x değeri de, konkav olduğu bölgenin bitiş noktası, $x_{(1,s)}$ olarak tesbit edilir. U(x) fonksiyonunun izleyen konkav bölgesinin başlangıç noktası, $x_{(2,b)}$, $U''(x)<0$ koşulunun sağlandığı izleyen ilk x değeri olur. Bu işlem, x değeri x^{enb} değere ulaşana kadar devam eder.

U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölge sayısı bir veya daha fazla ise, U(x) fonksiyonunu enbüyükleyen x^*, her konkav bölge için yerel eniyi çözümler dikkate alınarak belirlenebilir. U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölge yok ise, U(x) fonksiyonunun enbüyük değeri k_2, eniyi çözüm de x^{enb} olur.

U(x) fonksiyonunu konkav olduğu bölgelerin belirlenmesi amacıyla, önce, $x_1'(x)$, $x_1''(x)$, $x_2'(x)$, $x_2''(x)$, $U'(x)$ ve $U''(x)$ ifadeleri çıkartılmış ve EK-3'de verilmiştir.

U(x)'in konkavlığını araştırmak üzere, yukarıda açıklanan yaklaşımın akış genel akış şeması Şekil-5.5'de verilmiştir.

5.4.3.2. <u>Çözüm Algoritması</u>

Kapasite artış planlaması problemine fayda fonksiyonu yaklaşımı ile geliştirilen modelinin, sayısal çözüm esasına dayanan bir algoritma ile eniyi çözümü bulunabilir. Önerilen algoritmanın **genel akış şeması** Şekil-5.6'da verilmiştir.

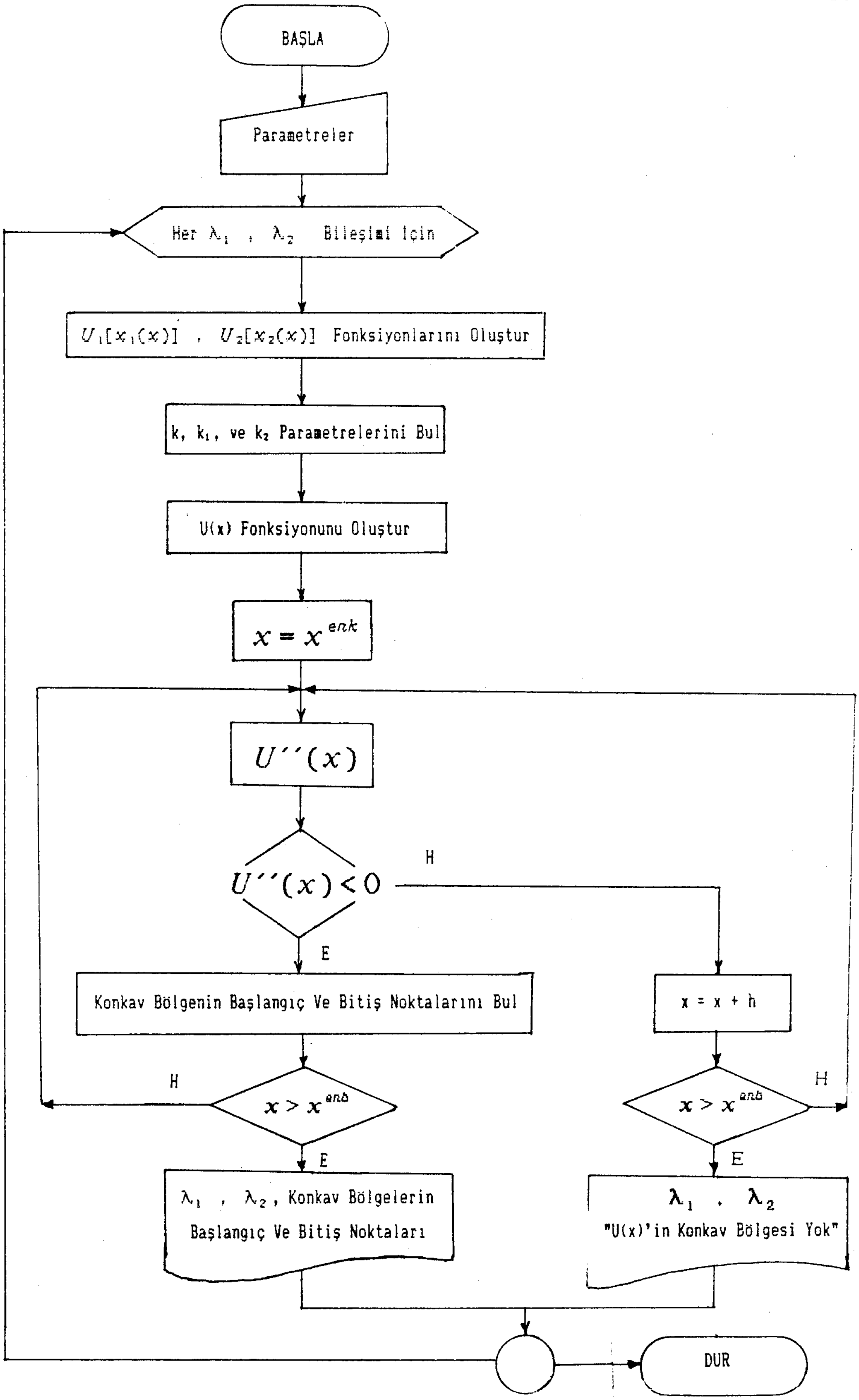
Önerilen algoritma ile 9 temel adımda eniyi çözüm bulunabilir.

ADIM-1: Maliyet, talep, λ_1 , λ_2 ve h (tolerans), x^{enk} , x^{enb} , parametre değerleri girilir.

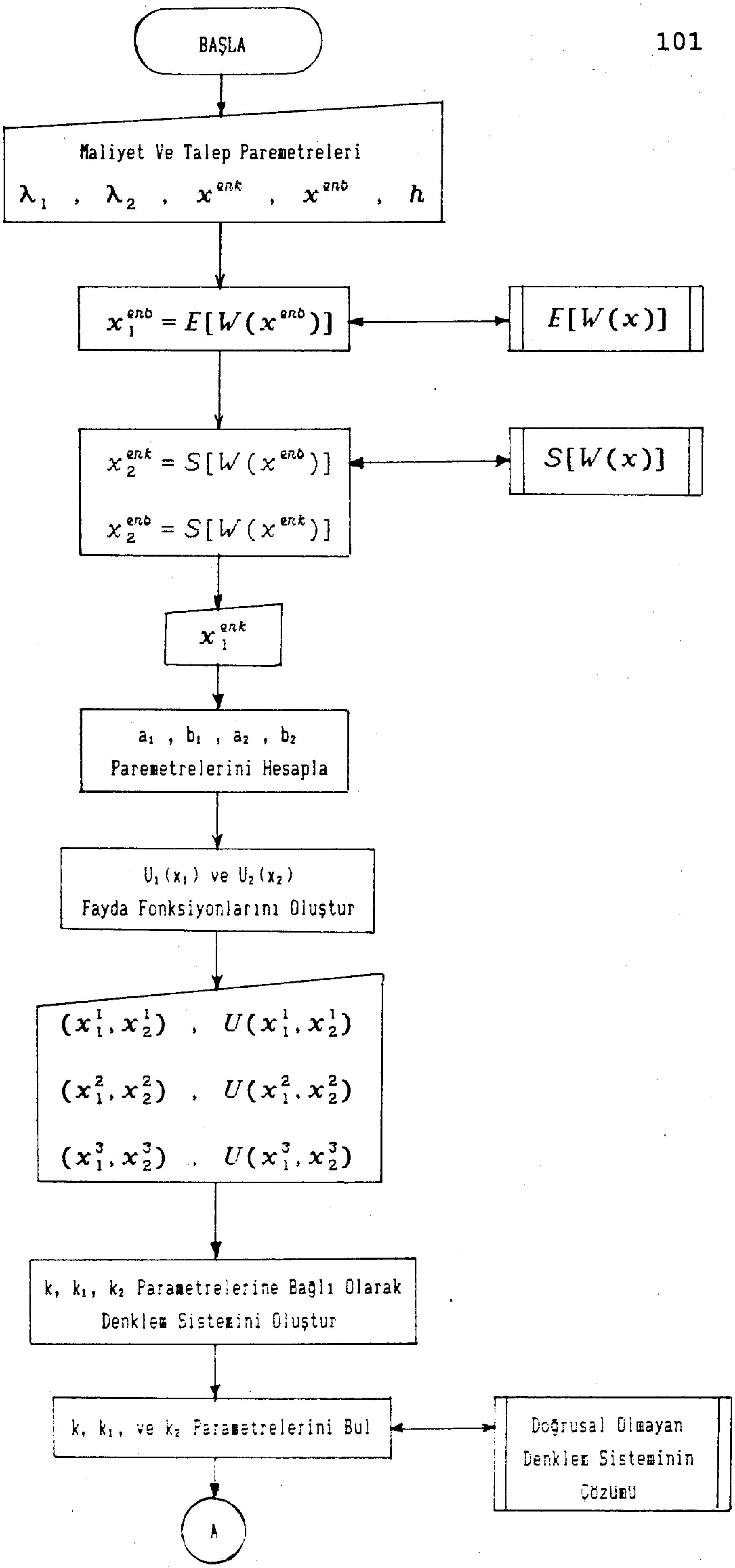
ADIM-2: E[W(x)] ve S[W(x)] ifadeleri kullanılarak, x_1^{enb}, x_2^{enk} ve x_2^{enb} değerleri hesaplanır, x_1^{enk} girilir.

ADIM-3: (5.8) ve (5.10) denklemleri kullanılarak, a_1, a_2, b_1 ve b_2 hesaplanır. Bu durumda, maliyet ve risk fayda fonksiyonları belirlenmiştir.

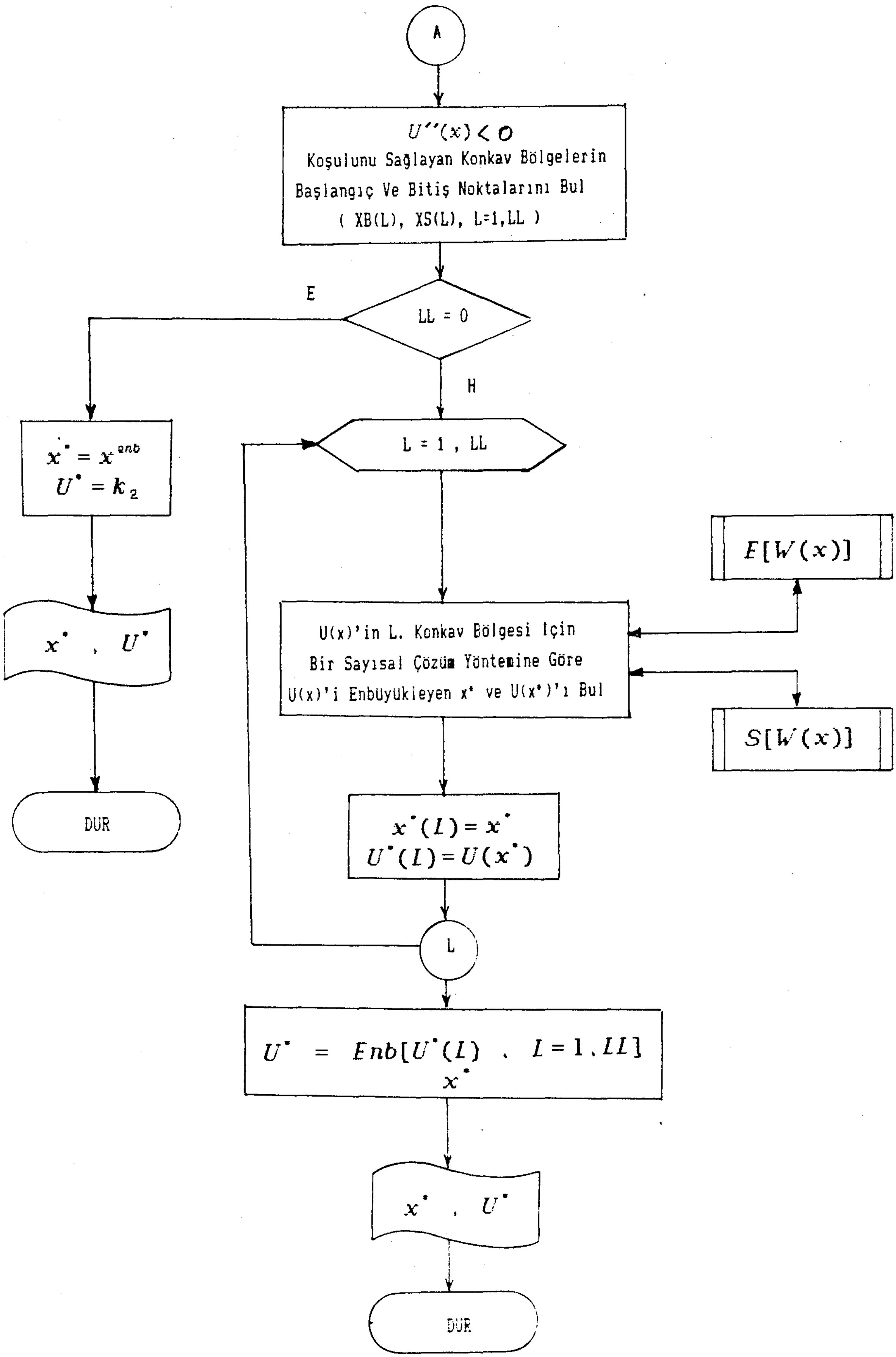
ADIM-4: k , k_1 ve k_2 parametreleri hesaplanır. Herhangi üç (x_1,x_2) katkı çifti karar vericiye sunularak, bunların faydaları istenir veya karar vericinin farksızlık eğrilerinden bulunur. (5.15), (5.16) ve (5.17) gibi doğrusal olmayan denklem sistemi kurulur. Bu denklem sisteminin çözümü için özel bir algoritmaya ihtiyaç vardır. Eğer x_1 veya x_2 katkıları, enküçük katkı (enbüyük fayda) olacak şekilde tercih edilir ise, k_1 veya k_2'li teriminin katsayıları 1 olacağından, denklem sisteminin çözümü kolaylaşır.



Şekil-5.5. U(x) Fonksiyonunun Konkavlık Araştırması
Genel Akış Şeması



Şekil-5.6. Önerilen Yaklaşımın Eniyi Çözüm
Algoritmasının Genel Akış Şeması



Şekil-5.6. Önerilen Yaklaşımın Eniyi Çözüm Algoritmasının Genel Akış Şeması (Devam)

Örneğin, karar vericinin farksızlık eğrileri üzerinde maliyet ve risk ile faydaları,

$$(x_1^{enk}, x_2^1) \quad ve \quad U(x_1^{enk}, x_2^1) = F_1$$

$$(x_1^2, x_2^{enk}) \quad ve \quad U(x_1^2, x_2^{enk}) = F_2$$

$$(x_1^{enk}, x_2^{enk}) \quad ve \quad U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = 1$$

alınır ise (Şekil-5.7), denklem sistemi,

$$\left.\begin{aligned} U(x_1^{enk}, x_2^1) &= k_1 U_1(x_1^{enk}) + k_2 U_2(x_2^1) \\ &\quad + k k_1 k_2 U_1(x_1^{enk}) U_2(x_2^1) = F_1 \\[1em] U(x_1^2, x_2^{enk}) &= k_1 U_1(x_1^2) + k_2 U_2(x_2^{enk}) \\ &\quad + k k_1 k_2 U_1(x_1^2) U_2(x_2^{enk}) = F_2 \\[1em] U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) &= k_1 U_1(x_1^{enk}) + k_2 U_2(x_2^{enk}) \\ &\quad + k k_1 k_2 U_1(x_1^{enk}) U_2(x_2^{enk}) = 1 \end{aligned}\right. \quad \ldots \quad (5.20)$$

haline gelir. Bu denklem sisteminin çözümü,

$$U_1(x_1^{enk}) = 1.0$$

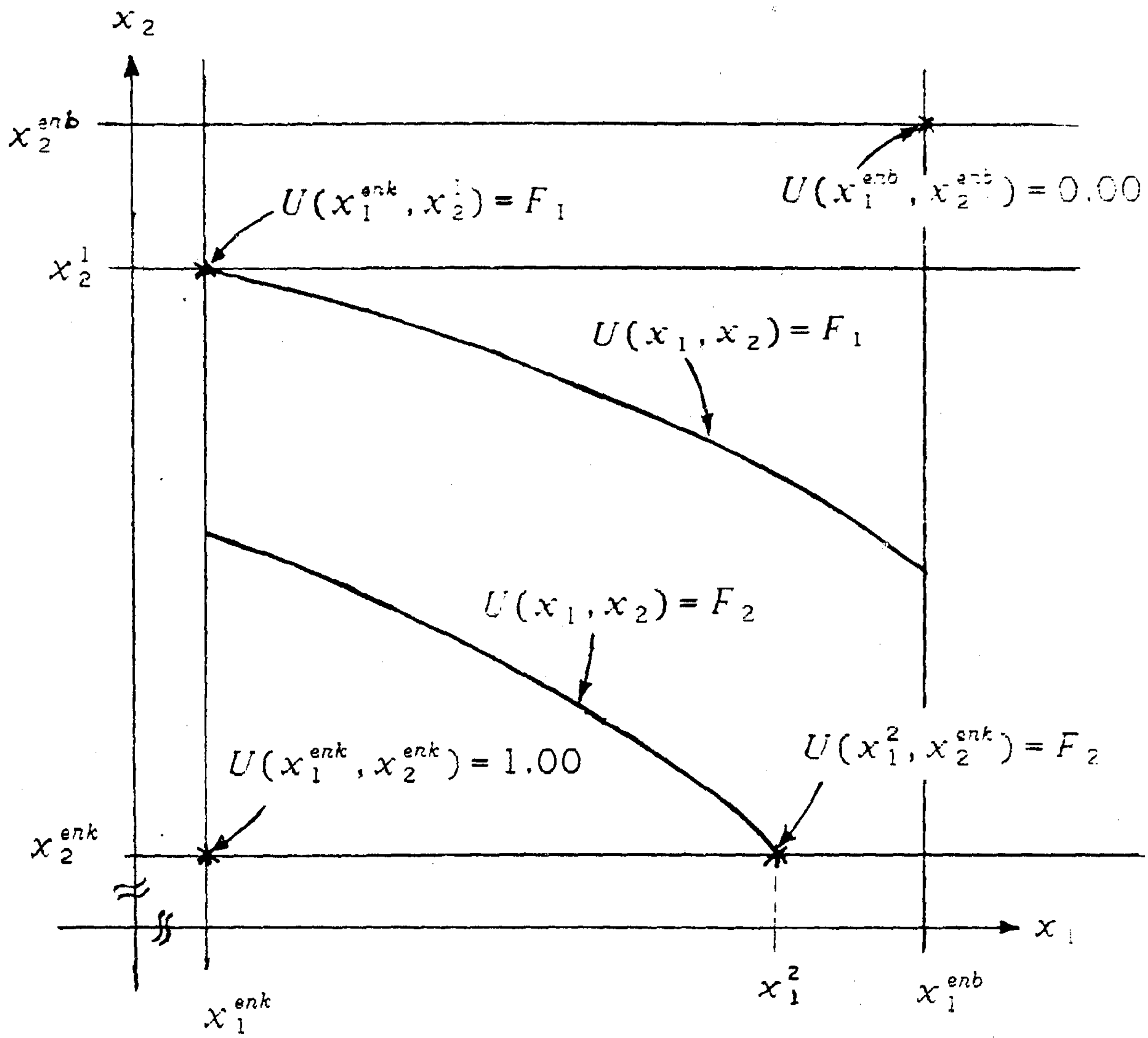
ve

$$U_2(x_2^{enk}) = 1.0$$

olduğundan,

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{F_1 - U_2(x_2^1)}{1 - U_2(x_2^1)} \\ k_2 &= \frac{F_2 - U_1(x_1^2)}{1 - U_1(x_1^2)} \\ k &= \frac{1 - k_1 k_2}{k_1 k_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5.21)$$

ifadeleri ile bulunabilir.



Şekil-5.7. Karar Vericinin F_1 Ve F_2 Faydaları İçin Farksızlık Eğrileri

k, k_1 ve k_2 parametrelerinin bulunmasıyla, (5.12) ifadesiyle verilen iki nitelikli fayda fonksiyonu ve (5.18) ifadesiyle verilen kapasite artışı fayda fonksiyonu belirlenmiştir.

ADIM-5: U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölgeler, başlangıç ve bitiş noktaları, belirlenir.

ADIM-6: U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölge yok ise, eniyi çözüm, $x^*=x^{enb}$ ve $U(x^*)=k_2$ olur. Durulur.

ADIM-7: U(x) fonksiyonunda bulunan konkav bölge sayısı kadar 8. adım tekrarlanır.

ADIM-8: U(x) fonksiyonunun konkav bölgesinde, U(x)'i enbüyükleyen x^* ve $U(x^*)$ değerleri, bir sayısal çözüm yöntemine göre bulunur.

ADIM-9: Son adımda, kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x)'in bütünsel enbüyük çözümü araştırılır. Bütünsel enbüyük çözüm, konkav bölgelerin eniyi çözümlerinden bulunur.

Bu kesimde, kapasite artış miktarının birer fonksiyonu olan maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının uygun birleşimi oluşturulmuş ve bu birleşim kapasite artış miktarının bir fonksiyonu şekline dönüştürülmüştür. Bu fonksiyonun konkavlık araştırması ile konkav olduğu bölgeler belirlenebilir. Fonksiyonun konkav olduğu bölgelerde eniyi çözüm, önerilen algoritma aracılığıyla elde edilebilir.

İzleyen kesimlerde, modelin irdelenmesi ve model parametrelerinin sayısal değerlerle ele alınarak, çözümü üzerinde durulacaktır.

5.5. MODELİN İRDELENMESİ

Kapasite artış planlaması probleminin fayda fonksiyonu yaklaşımı ile modellenmesinde, modelleme yaklaşımı üzerinde aşağıdaki yorumlar yapılabilir.

1. Fayda teorisi ile ilgili açıklamaların yapıldığı bazı kaynaklarda (HOLLOWAY, 1979 gibi), üstel fayda fonksiyonu,

$$U(x) = a - b e^{-\lambda x}$$

biçiminde önerilmektedir. Bu fayda fonksiyonu biçimi, $\lambda < 0$ için (5.4) ifadesi ile verilen üstel fayda fonksiyonu ile aynı yapıda olur. Üstel fayda fonksiyonunun bu biçimi, model üzerindeki genellemeleri etkilememektedir. Ancak, konkavlık araştırmasında, $U'(x)$ ve $U''(x)$ ifadelerinin değiştirilmesi gerekmektedir.

2. Modelde kullanılacak fayda fonksiyonunu tipinin değiştirilmesi ile, $x_1(x)$, $x_1'(x)$, $x_2(x)$ ve $x_2'(x)$ ifadeleri değişmediği halde, $U'(x)$ ve $U''(x)$ ifadeleri değişir. U(x)'in konkavlık araştırmasından önce, $U'(x)$ ve $U''(x)$ ifadelerinin çıkartılması gerekmektedir.

3. $\lim_{x \to x^{enk}} U(x) \to 0$

$\lim_{x \to x^{enb}} U(x) \to 0$

olduğundan,.

$$k_2 \leq U(x)^{enb} \leq 1$$

ifadesi, (5.4.1) kesiminde belirtilen tüm fonksiyonlar için geçerlidir. Benimsenen fayda fonksiyonu konveks veya konkav olsun, kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x)'in enbüyüklenmesi araştırıldığından, $x \neq 0$ koşulunu sağlayan bir çözüm mutlaka vardır.

4. $x_1(x)$ fonksiyonu, bir noktada yerel enküçük değer alan, $x_2(x)$ fonksiyonu ise yerel enküçük değer almayan konveks bir fonksiyondur. Maliyet ve risk fayda fonksiyonları da sürekli ve konkav veya konveks fonksiyon tipinde seçildiğinde, U(x) fonksiyonunun da bir noktada bütünsel enbüyük değer alan bir fonksiyon yapısında olması beklenir. Bu özellik de, $x \neq 0$ koşulunu sağlayan bir çözümün mutlaka olduğunu gösterir.

5. U(x) fonksiyonunun konkav olduğu bölgelerin belirlenmesinde, sayısal tarama esasına dayanan ve hatanın h (tolerans) kadar olduğu bir yaklaşım kullanılmıştır. Yaklaşımda,

$$\frac{x^{enb} - x^{enk}}{h}$$

sayıda $U''(x)$ değerinin hesaplanması gerekmektedir. Örneğin, her λ_1 ve λ_2 bileşimleri için,

$x^{enb} = 30$
$x^{enk} = 2$
$h \;= 0.001$

iken, 28.000 sayıda, tüm λ_1 ve λ_2 bileşimleri kombinasyonları (λ_1, λ_2 > , = , < 0) için ise 252.000 sayıda U''(x) hesaplanması gerekmektedir. Tolerans küçüldükçe ve/veya $(x^{enb} - x^{enk})$ arttıkça, hesaplama sayısı da artmaktadır.

5.6. MODELİN SAYISAL VERİLERLE SINANMASI

Bu kesimde, çözüm algoritması önerilen kapasite artış planlaması problemi modelinin, modeldeki parametrelerin tercih edilen sayısal değerleri için eniyi çözümün elde edilmesi ve parametrelerdeki değişmelerin eniyi çözüme olan etkileri üzerinde durulacaktır.

5.6.1. Eniyi Çözümün Elde Edilmesi

Kapasite artış miktarının bir fonksiyonu olan kapasite artışı fayda fonksiyonunun tercih edilen parametre değerlerine bağlı olarak oluşturulması ve eniyi çözümün elde edilmesi de 5 genel adımda belirlenebilir.

x_1 : Toplam maliyetin beklenen değeri

x_2 : Toplam maliyetin standart sapması (risk)

olarak tanımlandığında, bunların alabilecekleri enbüyük ve enküçük değerler, E[W(x)] ve S[W(x)] fonksiyonları (Şekil-5.8) yardımıyla belirlenebilir.

Maliyet, x_1 (E[W(x)]), için enbüyük değer 155.950043 (x=30) ve enküçük değer de 100 alınabilir.

Risk, x_2 (S[W(x)]), için de enbüyük değer 97.272682 (x=2) ve enküçük değer de 1.896147 (x=30) alınabilir.

Böylece,

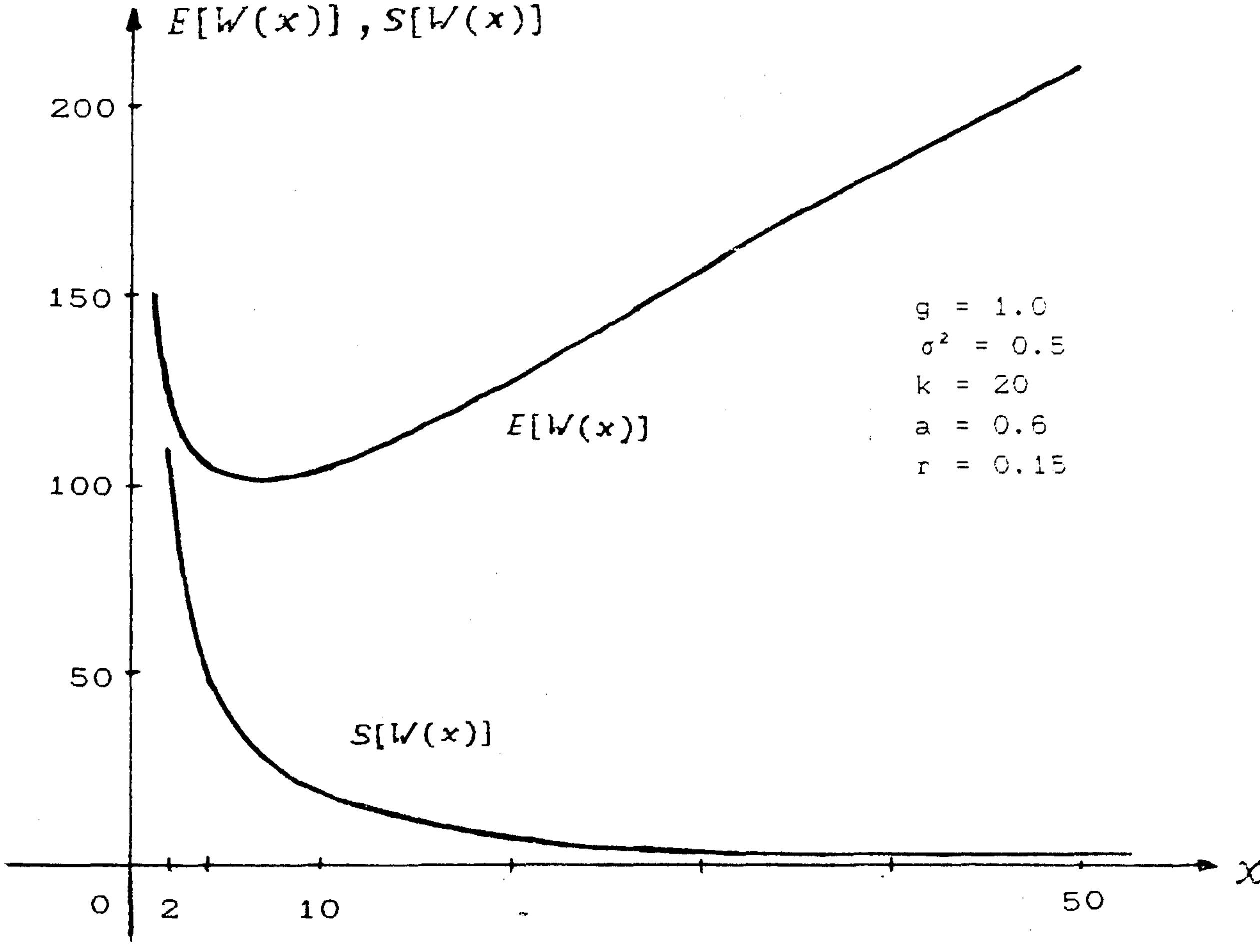
$$x^{enk} = 2$$

$$x^{enb} = 30$$

$$x_1^{enk} = 100$$

$$x_1^{enb} = x_1(x^{enb}) = x_1(30) = 155.950043$$
$$x_2^{enk} = x_2(x^{enb}) = x_2(2) = 1.896147$$
$$x_2^{enb} = x_2(x^{enk}) = x_2(2) = 97.272682$$

olur.



Şekil-5.8. E[W(x)] Ve S[W(x)] Fonksiyonları

Kapasite artışı fayda fonksiyonunun konkav olduğu bölgelerin ve bu bölgelerdeki eniyi çözümlerin,

.Maliyet parametreleri,

$k = 20$

$a = 0.6$

$r = 0.15$

.Talep parametreleri,

$g = 1.0$

$\sigma^2 = 0.5$

.x'deki artış miktarı,

$h = 0.001$

.U(x) fonksiyonunun tanım aralığı,

$x^{enk} = 2$

$x^{enb} = 30$

.Maliyet ve Risk fayda fonksiyonlarının enküçük ve enbüyük değerleri (tanım aralığı),

$$x_1^{enk} = 100$$

$$x_1^{enb} = x_1(x^{enb}) = 155.950043$$

$$x_2^{enk} = x_2(x^{enb}) = 1.896147$$

$$x_2^{enb} = x_2(x^{enk}) = 97.272682$$

.Tercih edilen farksızlık eğrileri, x_1 ve x_2 katkı değerleri ile bunların faydaları,

$$U(x_1^1, x_2^1) = U(100, 80) = 0.50$$

$$U(x_1^2, x_2^2) = U(140, 1.896147) = 0.75$$

$$U(x_1^3, x_2^3) = U(100, 1.896147) = 1.00$$

için araştırılması tercih edilmiştir.

Her bir nitelik için maliyet ve risk katkılarının fayda fonksiyonlarının (5.4) ifadesi ile verilmiş olan üstel tip fayda fonksiyonu olduğu varsayılmıştır.

Her iki nitelik de kayıp yapılı olduğundan,

$$U_1(x_1^{enk}) = U_1(100) = 1.0$$

$$U_1(x_1^{enb}) = U_1(155.950043) = 0.0$$

ve

$$U_2(x_2^{enk}) = U_2(1.896147) = 1.0$$

$$U_2(x_2^{enb}) = U_2(97.272682) = 0.0$$

alınabilir.

Toplam maliyetin beklenen değerinin fayda fonksiyonu,

$$U_1(x_1) = a_1 - b_1 e^{100\lambda_1} = 1.0$$

$$U_1(x_1) = a_1 - b_1 e^{155.950043\lambda_1} = 0.0$$

denklemlerinden,

$$b_1\{e^{155.950043\lambda_1} - e^{100\lambda_1}\} = 1.0$$

$$b_1 = \frac{1}{e^{155.950043\lambda_1} - e^{100\lambda_1}}$$

$$a_1 = b_1 e^{155.950043\lambda_1}$$

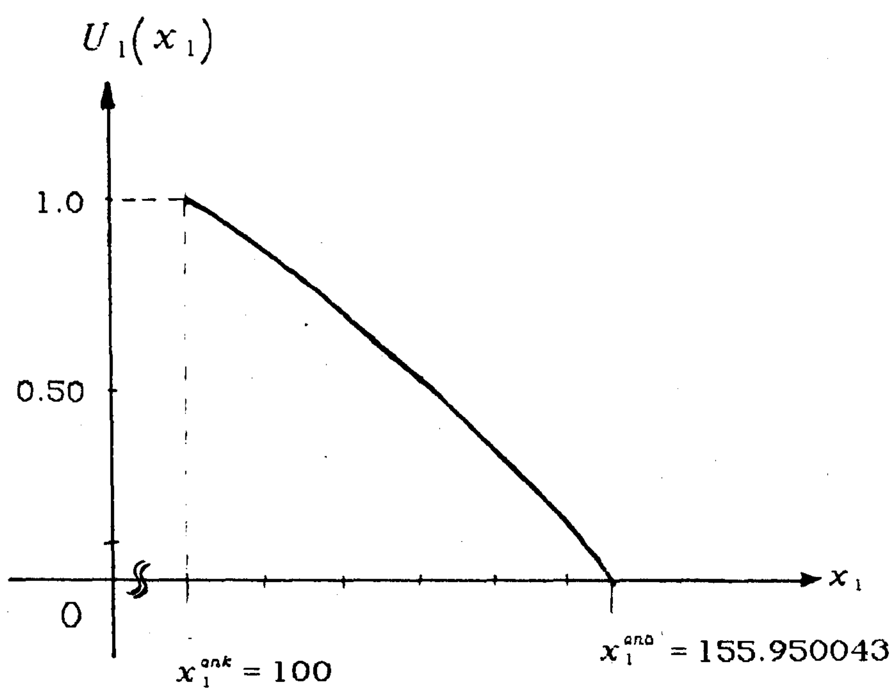
elde edilir. Karar vericinin risk karşıtı ve $\lambda_1 = 0.01$ olduğu varsayıldığında,

$a_1 = 2.333693$
$b_1 = 0.490638$

ve fayda fonksiyonu da

$$U_1(x_1) = 2.333693 - 0.490638e^{0.01x_1}$$

olur (Şekil-5.9).



Şekil-5.9. Karar Vericinin Maliyet Fayda Fonksiyonu

Toplam maliyetin standart sapması olan riskin fayda fonksiyonu da,

$$U_2(x_2) = a_2 - b_2 e^{1.896147\lambda_2} = 1.0$$

$$U_2(x_2) = a_2 - b_2 e^{97.272682\lambda_2} = 0.0$$

denklemlerinden,

$$b_2\{e^{97.272682\lambda_2} - e^{1.896147\lambda_2}\} = 1.0$$

$$b_2 = \frac{1}{e^{97.272682\lambda_2} - e^{1.896147\lambda_2}}$$

$$a_2 = b_2 e^{97.272682\lambda_2}$$

elde edilir. Karar vericinin risk karşıtı ve $\lambda_2 = 0.01$ olduğu varsayıldığında,

a_2 = 1.626777
b_2 = 0.615004

ve fayda fonksiyonu da

$$U_2(x_2) = 1.626777 - 0.615004 e^{0.01 x_2}$$

elde edilir (Şekil-5.10).

İki nitelikli fayda fonksiyonu,

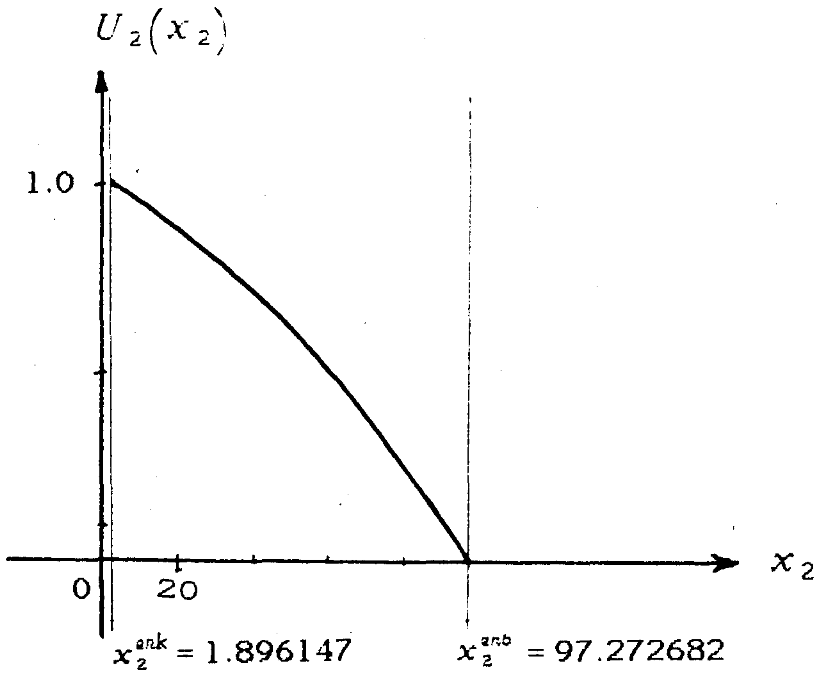
$$U(x_1, x_2) = k_1 U_1(x_1) + k_2 U_2(x_2) + k k_1 k_2 U_1(x_1) U_2(x_2)$$

şeklindedir. Genel olarak, iki nitelikli fayda fonksiyonu için de,

$$U(x_1^{enk}, x_2^{enk}) = U(100, 1.896147) = 1.0$$

$$U(x_1^{enb}, x_2^{enb}) = U(155.950043, 97.272682) = 0.0$$

alınabilir.



Şekil-5.10. Karar Vericinin Risk Fayda Fonksiyonu

k , k_1 ve k_2 parametrelerinin tesbiti için en az üç (x_1, x_2) katkı çifti ile faydalarının belirlenmesi gerekmektedir.

U(100,1.896147) = 1.0

ifadesinden,

$$U(100,1.896147)=k_1U_1(100)+k_2U_2(1.896147)$$
$$+kk_1k_2U_1(100)U_2(1.896147)=1.0$$

$$U(100,1.896147)=k_1(1)+k_2(1)+kk_1k_2(1)(1)=1.0$$

$$U(100,1.896147)=k_1+k_2+kk_1k_2=1.0 \qquad \text{.... (5.22)}$$

denklemi bulunur.

U(155.950043,97.272682) = 0.0

ifadesinden ise,

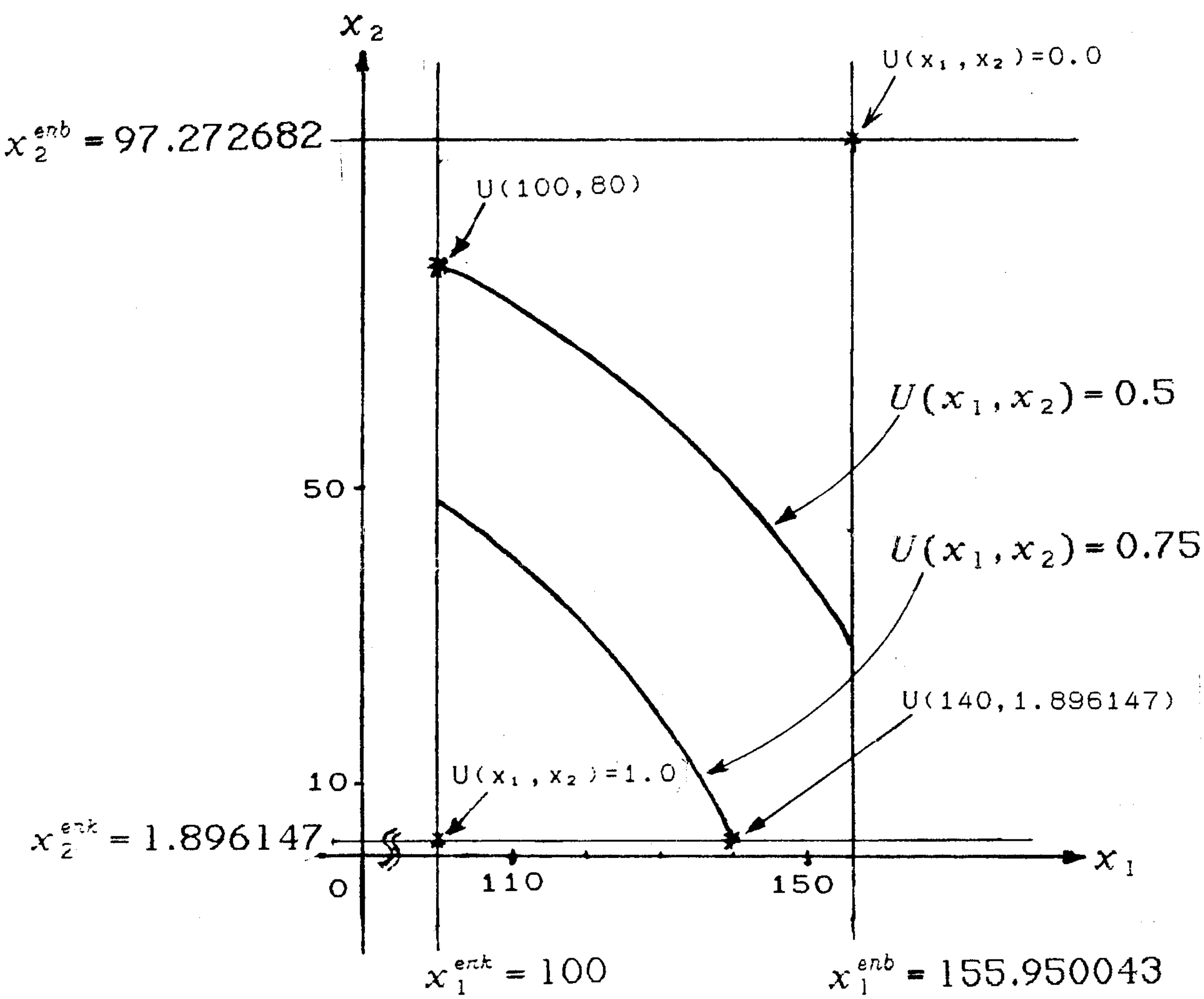
$$U(155.950043, 97.272682) - k_1 U_1(155.950043) + k_2 U_2(97.272682)$$
$$+ k k_1 k_2 U_1(155.950043) U_2(97.272682) = 0.0$$

$$U(155.950043, 97.272682) = k_1(0) + k_2(0) + k k_1 k_2(0)(0) = 0.0$$

elde edildiğinden, k , k_1 ve k_2 parametrelerine bağlı bir denklem bulunamaz.

k , k_1 ve k_2 parametrelerinin belirlenebilmesi için, iki (x_1,x_2) katkı çifti ile bunların faydaları, karar vericinin farksızlık eğrilerinden bulunabilir.

Karar vericinin 0.5 ve 0.75 faydaları için farksızlık eğrileri Şekil-5.11'de verildiği gibi olsun.



Şekil-5.11. Karar Vericinin 0.5 ve 0.75 Faydaları İçin Farksızlık Eğrileri

Tercih edilen katkılar, 0.5 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinde x_1=100 (x_1^{enk}) ve 0.75 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinde x_2=1.896147 (x_2^{enk}) noktaları olsun.

0.5 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinden, x_1=100 için x_2=80 ve 0.75 faydanın sağlandığı farksızlık eğrisi üzerinden de x_2=1.896147 için x_1=140 bulunur.

U(100,80) = 0.5
U(140,1.896147) = 0.75

eşitliklerinden,

$$U(100,80) = k_1 U_1(100) + k_2 U_2(80) + k k_1 k_2 U_1(100) U_2(80) = 0.5$$

$$U(100,80) = k_1 + 0.258060 k_2 + 0.258060 k k_1 k_2 = 0.5 \quad \cdots \quad (5.23)$$

$$U(140,1.896147) = k_1 U_1(140) + k_2 U_2(1.896147)$$
$$+ k k_1 k_2 U_1(140) U_2(1.896147) = 0.75$$

$$U(140,1.896147) = 0.344058 k_1 + k_2 + 0.344058 k k_1 k_2 = 0.75 \quad \ldots \quad (5.24)$$

denklemleri elde edilir.

(5.22) , (5.23) ve (5.24) denklemleri, doğrusal olmayan denklem sisteminin çözümü için geliştirilmiş bir paket program ile çözülebilir. Ancak, farksızlık eğrileri üzerinde (x_1^{enk}, x_2^1) ve (x_1^2, x_2^{enk}) noktaları alındığından, (5.21) ifadeleri ile verilen çözüm denklemleri kullanılarak, k , k_1 ve k_2 parametreleri bulunabilir. Çözüm sonucunda,

k = 0.272732
k_1 = 0.326091
k_2 = 0.618869

olarak bulunur. Böylece iki nitelikli fayda fonksiyonu,

$$U(x_1, x_2) = 0.326091 U_1(x_1) + 0.618869 U_2(x_2)$$
$$+ 0.055040 U_1(x_1) U_2(x_2) \quad \ldots\ldots \quad (5.25)$$

elde edilir.

İki nitelikli fayda fonksiyonu, U(x_1,x_2), kapasite artış miktarı x'in bir fonksiyonu şekline dönüştürülebilir.

x_1(x) = E[W(x)]
x_2(x) = S[W(x)]

dönüşümü yapıldığında, iki nitelikli fayda fonksiyonu, kapasite artış miktarı x'in bir fonksiyonu olur. Bu fonksiyon, U(x),

$$\lambda_i = 2\{1-\sqrt{1+0.15i}\}\ , \quad i=0,1,2,\ldots$$

$$\lambda = 2\{1-\sqrt{1.15}\}$$

$$x_1(x) = \frac{20x^{0.6}}{1-e^{\lambda x}}$$

$$x_2(x) = 20x^{0.6}\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - \left[\frac{1}{1-e^{\lambda x}}\right]^2}$$

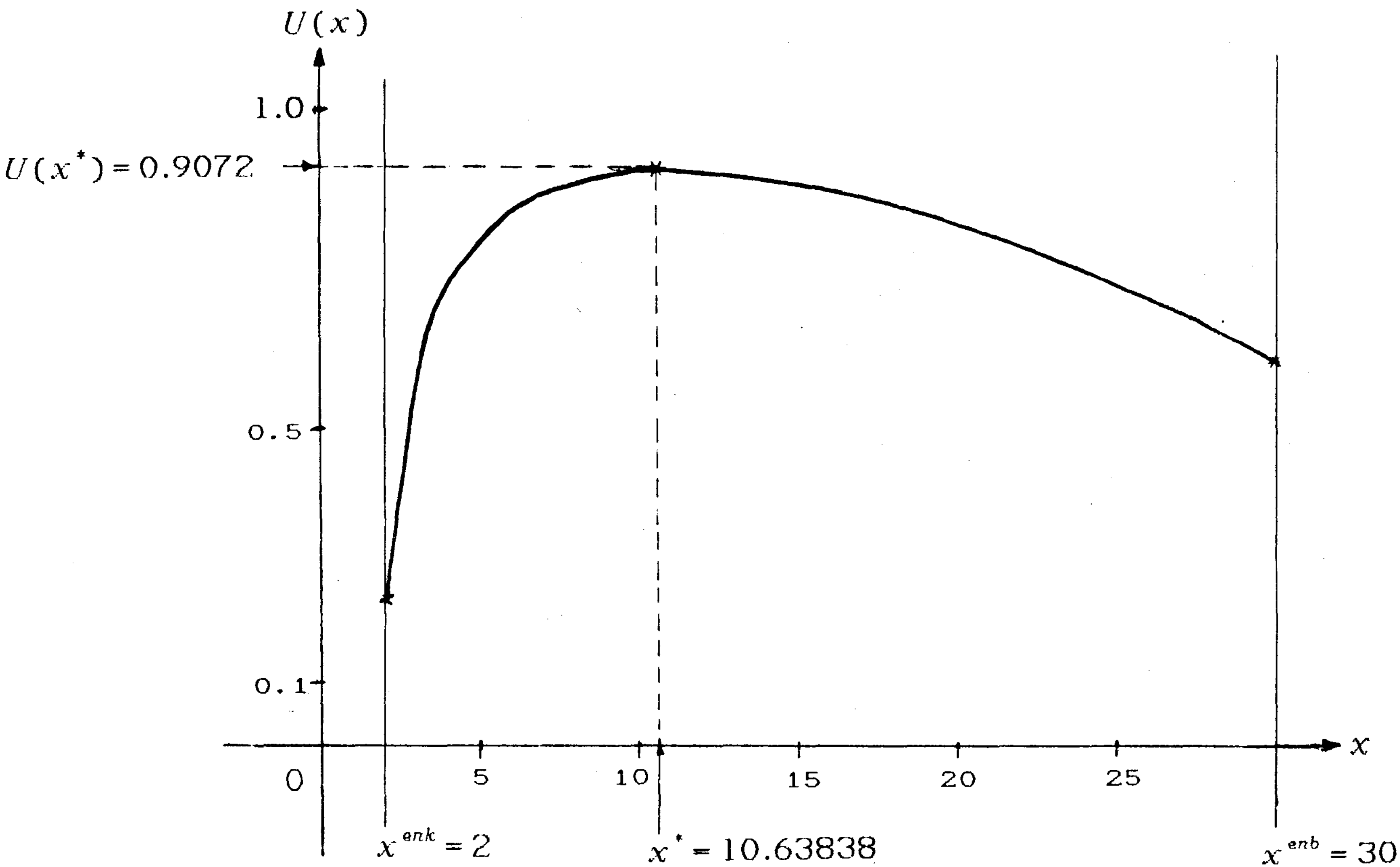
olmak üzere,

$$U(x) = 1.97671 - 0.203923e^{0.01x_1(x)} - 0.45902e^{0.01x_2(x)}$$
$$+0.016608e^{0.01x_1(x)}e^{0.01x_2(x)} \qquad \ldots.\ (5.26)$$

haline gelir.

U(x) fonksiyonu bir noktada yerel enbüyük değer alan bir fonksiyondur (Şekil-5.12), bu fonksiyonu enbüyükleyen x değeri bir sayısal çözüm yöntemiyle bulunabilir. Türev ifadesine ihtiyaç göstermeyen Önemli Aralık (Golden Section) çözüm yöntemi ile U(x)'i enbüyükleyen eniyi çözüm araştırılmıştır. Bu amaçla, EK-4'de verilmiş olan bilgisayar programı yazılmış ve 10^{-5} hata ile, eniyi çözüm 10.64 birim bulunmuştur (EK-5). Bu sonuç, kapasitenin her 10.64 yılda bir 10.64 birim arttırılması gerektiğini göstermektedir.

Kapasite artışı fayda fonksiyonu, kapasite artış miktarı, x ile maliyet ve fayda fonksiyonlarındaki sınırlamalar dikkate alınarak, maliyet, talep ve diğer parametrelerin tercih edilen değerleri için (5.26) ifadesi ile verildiği gibi çıkartılmıştır. Bu fonksiyonun, konkavlık araştırması algoritması ile konkav olduğu bölgeler belirlenerek, fonksiyonu enbüyükleyen eniyi çözüm, önerilen çözüm algoritması ile bulunabilmektedir.



Şekil-5.12. Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu

İzleyen alt kesimde, model parametrelerindeki değişmelerin eniyi çözüme olan etkileri üzerinde durulacaktır.

5.6.2. Duyarlılık Analizleri

Eniyi çözüm, fayda fonksiyonunun üssel ve $\lambda_1=\lambda_2=0.01$ değerleri için bulunmuştur. Ayrıca,

- $\lambda_1 \leq 0$, $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \leq 0$, $\lambda_2 \geq 0$ olmasının,

- Farksızlık eğrilerinin değişmesinin,

- Faiz oranının ve ekonomik ölçek sabitinin değişmesinin,

- Talep parametrelerindeki değişmelerin

eniyi çözümü nasıl etkilediği araştırılmıştır.

λ_1 ve λ_2'nin -0.1 , -0.075 , -0.050 , -.025 , 0 , 0.025 , 0.050 , 0.075 ve 0.1 değerleri için U(x)'in konkav olduğu bölgeler ve bu bölgelerdeki yerel eniyi çözümler araştırılmış ve sonuçlar EK-6'da verilmiştir. Eniyi çözüm değerleri incelendiğinde, genel olarak,

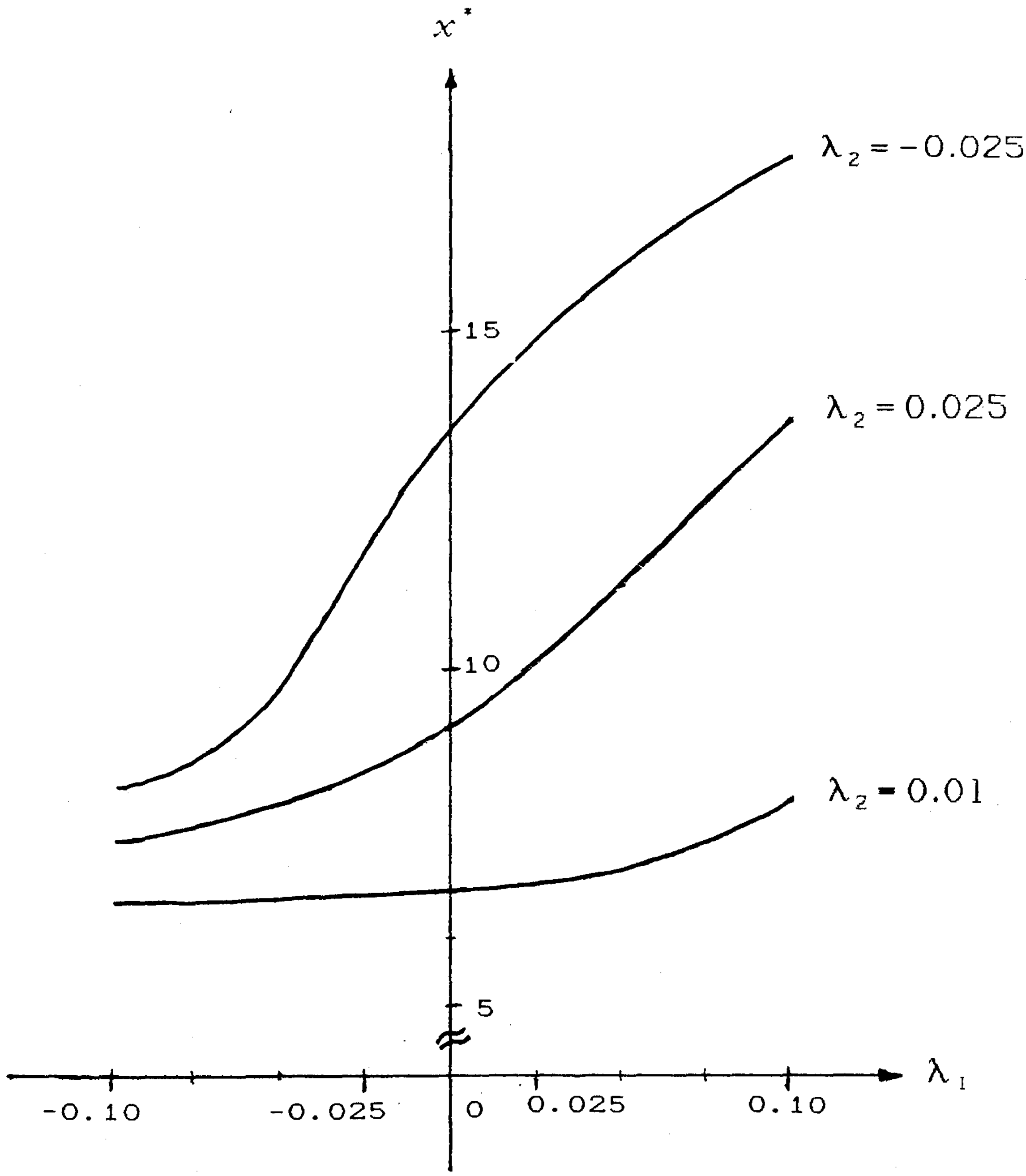
- λ_1 sabit iken, λ_2 arttıkça x^*'ın azaldığı,

- λ_2 sabit iken, λ_1 arttıkça x^*'ın arttığı,

dikkat çekmektedir (Şekil-5.13).

Karar vericinin, risk karşısında daha çok risk karşıtı olması halinde, eniyi çözüm değeri azalmaktadır. Bu sonuç, karar vericinin daha az ve kısa sürede artışlar yapması gerektiğini göstermektedir.

Karar verici, maliyet karşısında daha çok risk karşıtı olması halinde ise daha yüksek miktarda kapasite artışları yapılması gerektiği sonucuna varılmaktadır.



Şekil-5.13. λ_1 ve λ_2 Değerlerine Bağlı Olarak Eniyi Çözümlerin Değişimi

Farksızlık eğrilerinin değişmesinin eniyi çözüme olan etkisi araştırılmıştır.

U(100,80) = 0.5
U(140,1.896147) = 0.75
U(100,1.896147) = 1.0

farksızlık eğrilerinin varlığı halinde, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01$ için eniyi çözüm 10.63838 birim bulunduğu halde,

U(100,70) = 0.5
U(140,1.896147) = 0.75
U(100,1.896147) = 1.0

farksızlık eğrileri kullanılarak,

$k = 1.756971$
$k_1 = 0.182511$
$k_2 = 0.618869$

ve eniyi çözüm de x^*=11.69896 birim bulunmuştur (EK-7).

Ekonomik ölçek sabiti, a=0.6 iken, faiz oranı, r'deki değişmelerin eniyi çözümü nasıl etkiledikleri araştırılmıştır.

Faiz oranına bağlı eniyi çözüm değerleri incelendiğinde, r azaldıkça eniyi çözüm değerlerinin hızlı bir şekilde arttığı görülmektedir (Şekil-5.14). Bu özellik, faiz oranının yüksek olduğu ortamlarda, kapasite artışlarının kısa sürelerde ve küçük miktarlarda artışlar yapılarak, yatırımın faiz oranı riskine karşı korunmasına imkan tanımaktadır.

Faiz oranı, r=0.15 iken, eniyi çözümlerin a'daki değişmelere göre değerleri araştırılmıştır. Şekil-5.15'de görüldüğü gibi, a arttıkça, eniyi çözümler hızlı bir şekilde azalmaktadır. Bu özellik, a, 1'e doğru yaklaştıkça, kapasiteyi bir birim arttırmanın maliyeti yükseldiğinden, kapasite artışlarının kısa sürelerde ve küçük miktarlarda yapılmasının gerektiğini göstermektedir.

k = 20
a = 0.6
g = 1.0
σ^2 = 0.5
$x^{enk} = 2$

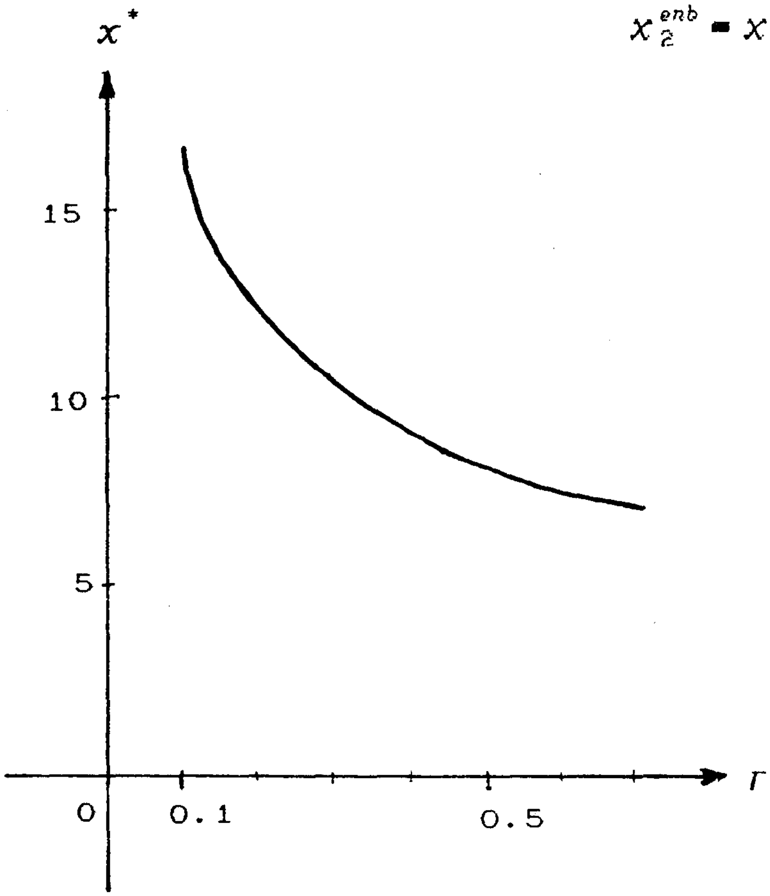
$x^{enb} = 30$

$x_1^{enk} = 0$

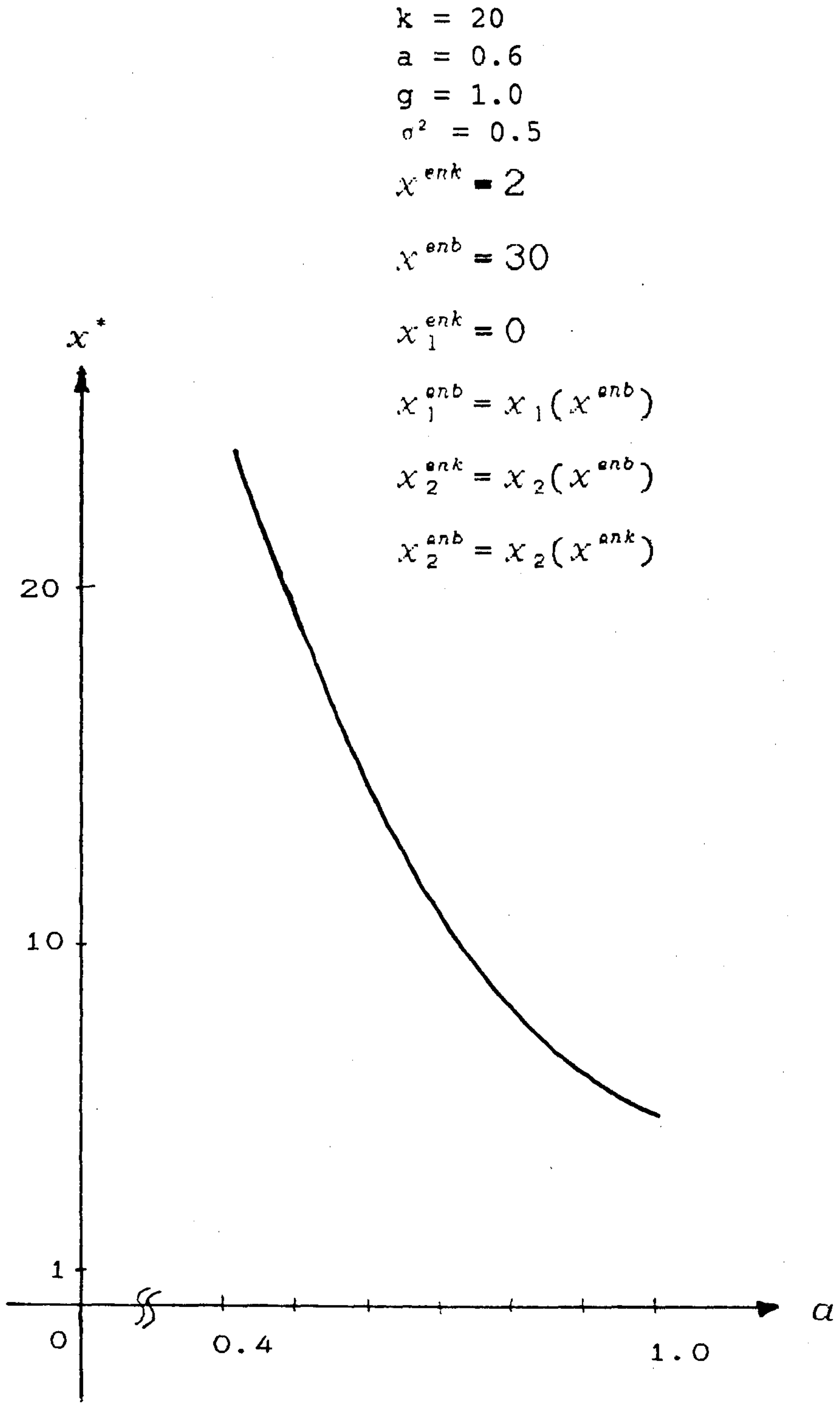
$x_1^{enb} = x_1(x^{enb})$

$x_2^{enk} = x_2(x^{enb})$

$x_2^{enb} = x_2(x^{enk})$



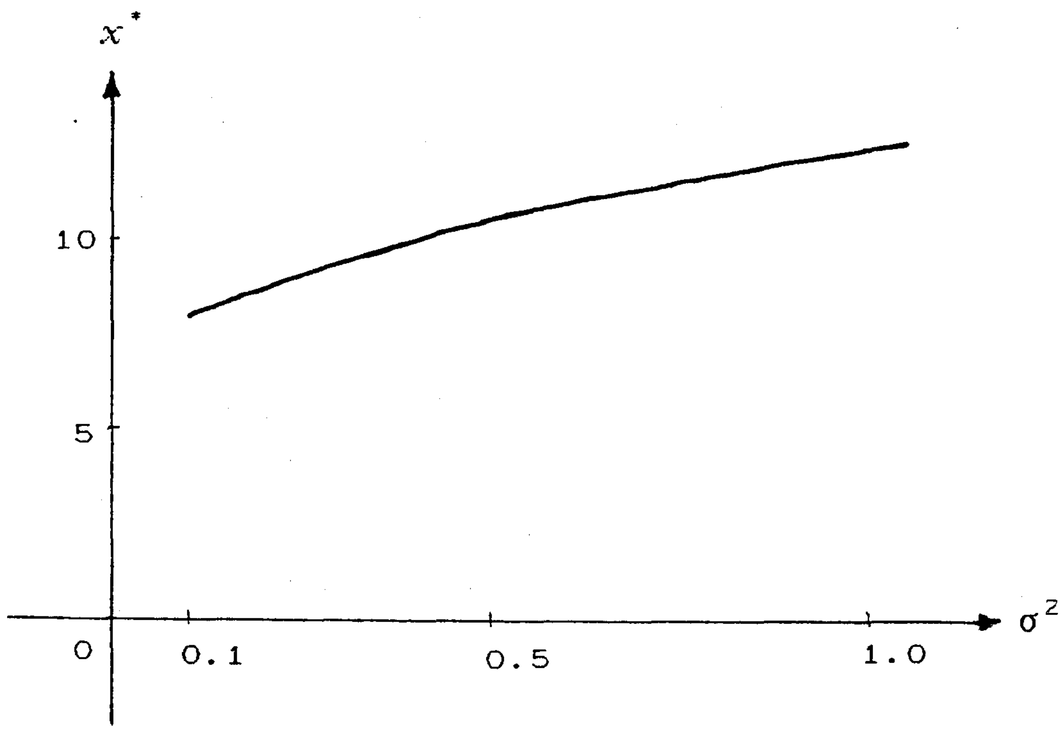
Şekil-5.14. Faiz Oranı, r'ye Bağlı Olarak Eniyi Çözümlerin Değişimi



Şekil-5.15. Ekonomik Ölçek Sabiti, a'ya Bağlı Olarak Eniyi Çözümlerin Değişimi

Talep parametreleri, g ve σ^2'deki değişmelerin eniyi çözüme olan etkisi araştırılmıştır.

g=1.0 iken, σ^2 arttıkça eniyi çözümlerin de arttığı görülmektedir (Şekil-5.16).



Şekil-5.16. Talep Varyansı, σ^2'ye Bağlı Olarak Eniyi Çözümlerin Değişimi

Şekil-5.16 incelendiğinde, talep varyansındaki değişmelerin, diğer parametrelerdeki değişmeler dikkate alındığında, eniyi çözümlerin çok fazla değişmediği, eniyi çözümlerin talep varyansına bağımlılığının daha az olduğu dikkat çekmektedir.

Talep varyansı, σ^2=0.5 iken, talep ortalamasındaki değişmelerin eniyi çözümleri nasıl etkiledikleri de araştırılmış ve sonuçlar Tablo-5.1'de verilmiştir.

Tablo-5.1. Talep Ortalamasına Bağlı Olarak
Eniyi Çözüm Değerleri

g	x^*
0.6	8.47255
0.7	8.93228
0.8	9.54882
0.9	10.12474
1.0	10.63838

Tablo-5.1 incelendiğinde, talep varyansı sabit iken, talep ortalaması arttıkça eniyi çözümlerin de arttığı görülmektedir. Benzer şekilde, g'deki değişmelerin de eniyi çözümleri çok fazla etkilemedikleri dikkat çekmektedir.

Eniyi çözümün, λ_1 , λ_2 , farksızlık eğrileri , a , r , g ve σ^2 parametrelerine bağlı olarak değişimleri incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda, eniyi çözümün, talep parametrelerindeki değişmelere karşı fazla duyarlı olmadığı, ancak, karar vericinin maliyet ve risk karşısındaki tutumu ve maliyet parametrelerindeki değişmelere karşı oldukça duyarlı olduğu görülmektedir. Karar vericinin maliyet ve risk karşısındaki tutumunun kısa sürede değişmeyeceği dikkate alınırsa, eniyi çözümün, önemli ölçüde, maliyet parametrelerine duyarlı olduğu, böylece, kapasite artış planlaması probleminin çözümü sonucunda, maliyet parametrelerindeki değişmelerin eniyi çözümü nasıl etkiledikleri konusunda duyarlılık analizlerinin yapılması gerektiği sonucuna varılmaktadır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Talebin rassal ve zamanla doğrusal arttığı, üretim merkezi sayısının tek, planlama uzayının sonsuz olduğu kapasite artış planlaması probleminin fayda fonksiyonu yaklaşımı ile modellendiği ve çözüm yaklaşımının açıklandığı bu çalışmada ulaşılan sonuçlar ile ileride yapılabilir çalışmalar için öneriler aşağıda özetlenmiştir.

Talebin rassal olduğu kapasite artış planlaması problemi için, maliyet ve riskin karar vericiye olan faydalarının üstel fayda fonksiyonu ile belirlenebildiği durum ele alınarak, kapasite artış miktarına bağlı maliyet ve risk fayda fonksiyonları oluşturulmuştur. Bu fonksiyonlar, niteliklerin maliyet ve risk olduğu iki nitelikli fayda fonksiyonu şeklinde düzenlenerek "**Kapasite Artışı Fayda Fonksiyonu**" olarak isimlendirilebilen ve kapasite artış miktarının bir fonksiyonu haline gelmiş olan amaç fonksiyonu elde edilmiştir. Amaç fonksiyonunu enbüyükleyen eniyi çözümün elde edilebilmesi amacıyla, önce bu fonksiyonun konkav olduğu bölge veya bölgeleri belirleyen, daha sonra da fonksiyonun konkav olduğu herbir bölge için Önemli Aralık sayısal çözüm yöntemi ile eniyi çözümü ve bu eniyi çözümler içinde de bütünsel eniyi çözümü bulan çözüm algoritması geliştirilmiştir. Bu algoritmaya uygun bilgisayar programı aracılığıyla, maliyet, talep ve diğer parametrelerin tercih edilen değerleri için, kapasite artışı fayda fonksiyonunu enbüyükleyen eniyi çözüm bulunabilmiştir.

Kang ve Park'ın yaklaşımında, riske ağırlık verilmesi halinde, amaç fonksiyonunun eniyi değeri bulunamamaktadır. Önerilen yaklaşımda, $U_1[x_1(x)]$ (maliyetin amaç fonksiyonundaki payının sıfır) olması halinde, amaç fonksiyonu,

$$U(x) = k_2\ U_2[x_2(x)]$$

haline gelir ki,

$$x^{enk} \leq x \leq x^{enb}$$

$$0 \leq U_2[x_2(x)] \leq 1$$

kısıtları nedeniyle

$$0 \leq U(x) \leq 1$$

koşulunu sağlayan en az bir çözüm vardır. Bu sonuç, Kang ve Park'ın önerdiği modeldeki sakıncanın ortadan kalktığını göstermektedir.

Kang ve Park'ın yaklaşımındaki amaç fonksiyonunun sonsuz toplamlı terimlerden oluşması sakıncası, E[W(x)], sonsuz toplamlı terimden kurtarılarak kısmen giderilmiştir. Bu haliyle dahi, eniyi çözümün elde edilme süresi 2/3 oranında azaltılmıştır.

Kapasite artış planlaması problemine fayda fonksiyonu yaklaşımının, Kang ve Park'ın önerdiği yaklaşımdan daha etkin olduğu savunulamaz. Zira, her iki yaklaşımdaki amaç fonksiyonunun birimleri birbirinden farklıdır. Önerilen yaklaşımın Kang ve Park'ın yaklaşımına alternatif bir yaklaşım olduğu belirtilebilir.

Modelde, maliyet ve riskin fayda fonksiyonunun üstel tip fayda fonksiyonu ile belirlenebileceği durum ele alınmıştır. Modelin çözümü (5.4.1) kesiminde belirtilen tüm fayda fonksiyonu tipleri için gerçekleştirilmiş ve kapasite artışı fayda fonksiyonunu konkav yapan en az bir bölge olduğu görülmüştür. Modelde benimsenen fayda fonksiyonu, konveks, konkav veya bölgesel konkav olsun,

$$\lim_{x \to x^{enk}} U(x) = 0$$

ve

$$\lim_{x \to x^{enb}} U(x) = 0$$

olduğundan,

$$k_2 \leq U(x)^{enb} \leq 1$$

koşulunu sağlayan en az bir çözüm bulunabilir.

Fayda teorisi için yapılan genel eleştiriler, önerilen yaklaşım için de geçerlidir. Gerek maliyet ve gerekse risk fayda fonksiyonlarının belirlenmesi son derece zor bir işlemdir. Ancak bu önemli sakınca, fayda teorisi esasına dayanan tüm yaklaşımlarda kendini göstermektedir. Bununla birlikte, önerilen yaklaşımda, maliyet ve riskin karar vericiye faydaları dikkate alındığından, eniyi çözümün karar verici tarafından uygulanabilirliğinin artması beklenir.

Problemin modellenmesinde, amaç fonksiyonunda, maliyet ve risk olmak üzere iki bileşene yer verilmiştir. Fayda teorisinde ikiden fazla nitelikli fayda fonksiyonu oluşturulabilmektedir. Kapasite artış planlaması probleminin daha fazla amaç fonksiyonu bileşeninin yer aldığı modellerinin geliştirilebilmesi halinde de problemin fayda fonksiyonu yaklaşımı ile modeli oluşturulabilir.

Talebin rassal olması halinde, talebin Weiner, Poisson ve Doğum/Ölüm sürecine göre davrandığı durumlar ele alınarak modeller geliştirilmiştir. Talebin diğer uygun rassal süreçlere göre davranması halinde problemin modeli geliştirilebilir.

Planlama uzayının sonsuz olması halinde, kaynağın ekonomik ömrünün dolayısıyla yenilenebilmesinin ele alındığı çalışmayla karşılaşılamamıştır. Talebin belirli ve rassal olduğu durumlar için kaynağın yenilenebilmesini de dikkate alan modeller geliştirilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

ACAR, N., 1989, Üretim Planlaması Yöntem Ve Uygulamaları, MPM Yayınları:280, Ankara, 209 s.

ALTUĞ,O. ,1989, Maliyet Muhasebesi İlkeler-Uygulamalar, Marmara Üniversitesi Nihad Sayar Yayın Ve Yardım Vakfı Yayınları, 434-667, 422 s.

ANG, A.H. and TANG, W.H., 1984, Probabilty Concept In Engineering Planning And Design, Valume II, John Wiley & Sons, Inc., New York, 562 p.

BAKER, K.R. and SCHRAGE, L.E., 1978, "Finding An Optimal Sequence by Dynamic Programming : An Extension to Precedence-Retated Tasks", Operations Research, 26, 1, 111-120.

BECKER, L. and YEH, W.W.G., 1974, "Optimal Timing, Sequencing, And Sizing of Multiple Reservior Surface Water Suppl Facilities", Water Resources Research, 10, 1, 57-62.

BESSIERE, F., 1970, "The Investment 85 Model Of Electricite De Frence", Management Science, 17, B192-B211

BHAT, U.N., 1972, Elements Of Applied Stochastic Processes, John Wiley & Sons, Inc., New York, 414 p.

BUFFA, E.S., 1983, Modern Production/Operations Management, John Wiley & Sons, Inc., New York, 478 p.

BUSSEY, L.E., 1978, The Economic Analysis Of Industrial Projects, Prentice_hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 491 p

BUTCHER, W.S., HAIMES, Y.Y and HALL, W.A., 1969, "Dynamic Programming For The Optimal Sequencing Of Water Supply Projects", Water Resources Bullation, 5, 1196-1204.

BUZACOTT, J.A. and CHAOUCH, A.B., 1988, "Capacity Expansion With Interrupted Demand Growth", European Journal Of Operational Research (NH), 34, 19-26.

DAELLENBACH, G.H., GEORGE, J.A. and McNICKLE, D.C., 1978, Introduction To Operations Research Techniques, Allyn And Bacon, Inc., Boston.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

DAVIS, M.H.A., DEMPSTER, M.A.H., SETHI, S.P. and VERMES, D., 1983, "A New Approach To Optimal Capacity Expansion Under Uncertainty", in: ORSO/TIMES Meeting Bulletin, p.191, Olando Meeting.

ERLENKOTTTER, G.H. and MANNE, A.S. (Ed. A.S.MANNE), 1967, Investment For Capacity Expansion Size, Location And Time-Phasing, George Allen And Unwin Ltd., London, 239 p.

FONG, C.O. and SRINIVASAN, V., 1976, "Multiperiod Capacity Expansion And Shipment Planning With Linear Costs", Naval Research Logistics Quarterly, 23, 37-52.

ERLENKOTTER, D., 1973, "Sequencing Expansion Projects", Operations Research, 21, 542-553.

ERLENKOTTER, D., 1974, "A Dynamic Programming Approach To Capacity Expansion With Specialization", Management Science, 21, 3, 360-362.

ERLENKOTTER, D., 1975, "Capacity Planning For Large Multilocation System : Approximate And Incomplete Dynamic Programming Approaches", Management Science, 22, 3, 274-285

ERLENKOTTER, D., 1977, "Capacty Expansion With Imports End Inventories", Management Science, 23, 7, 694-702.

ERLENKOTTER, D. and ROGERS, J. S., 1977, "Sequencing Competitive Expansion Projects", Operations Research, 25, 6, 937-951.

FONG, C.O. and RAO, M.R., 1975, "Capacity Expansion With Two Producing Regions And Concave Costs", Management Science, 22, 3, 331-339.

FONG, C.O. and SRINIVASAN, V., 1981, "The Multiregion Dynamic Capacity Expansion Problems, Part I - II", Operations Research, 29, 4, 787-816.

FONG, C.O. and SRINIVASAN, V., 1986, "A Multiregion Dynamic Capacity Expansion Problem : An Improved Heuristic", Management Science, 32, 9, 1140-1152.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

FRASER, J.M., 1990, "Utility Based On Net Present Worth", European Journal Of Operational Research (NH), 48, 242-251.

FREIDENFELDS, J., 1974, "Cable Sizing With Stochastic Demand", Proceedings of the Sixth Annual Pittsburgh Conference on Modelling and Simulation, University of Pittsburgh, Published by the Instrument Society of America.

FREIDENFELDS, J., 1978, "Loop Plant Modelling : A Simple Model For Studying Feeder Capacity Expansion", Bell System Technical Journal, 57, 4, 807-834.

FREIDENFELDS, J. and McLAUGHLIN, C.D., 1979, "A Heuristic Branch-And-Bound Algorithm For Telephone Feeder Capacity Expansion", Operations Research, 27, 3, 567-582.

FREIDENFELDS, J., 1980, "Capacity Expansion When Demand Is A Birth/Death Random Process", Operations Research, 28, 3, 712-721.

FREIDENFELDS, J., 1981a, Capacity Expansion Analysis Of Simple Models With Applications, Elsevier North Holland, Inc., New York, 291 p.

FREIDENFELDS, J., 1981b, "Near Optimal Solution Of A Two-Type Capacity Expansion Problem", Computers And Operations Research, 8, 221-239.

GIGLIO, R.J., 1970, "Stochastic Capacity Models", Management Science, 17, 3, 174-184.

GROOVER, M.P., 1987, Automation, Production Systems And Computer Integreted Manufacturing, Prentice-Hall, International Editions, 808 p.

HIGLE, J.L., 1991, "Production Planning With Discounting And Stochastic Demands", European Journal Of Operational Research, 50, 257-265.

HINOMOTO, H., 1965, "Capacity Expansion With Facilities Under Technological Improvement", Management Science, 11, 5, 581-592.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

HOLLAWAY, C.A., 1979, Decision Making Under Uncertainty Models And Choices, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 522 p.

HOPKINS, D.S.P., 1971, "Infinite-Horizon Optimality In A Equipment Replacement And Capacity Expansion Model", Management Science, 18, 3, 145-156.

JELEN, F.C. and BLACK, J.H., 1983, Cost And Optimization Engineering, McGraw-Hill, Inc., New York, 538 p.

KALOTAY, A.J., 1973, "Capacity Expansion And Specialization", Management Science, 20, 1, 56-64.

KANG, H.W. and PARK, S.J., 1983, "An Efficient Curve In Stochastic Capacity Expansion", OMEGA, 11, 2, 147-153.

KARLIN, S. and TAYLOR, H.M., 1975, A First Course In Stochastic Processes, Academic Press, Inc., New York, 557 p.

KENEY, R.L., 1972, "An Illustrated Procedure For Assessing Multiattributed Utility Functions", Sloan Management Review, 12, 1, 37-50.

KLEIN, C. , MARKOWITZ, S.M. and RAVINDRAN, A., 1985, "Assesment Of Multiattribute Measurable Value And Utility Function Via Mathematical Programming", Decision Science, 16, 3, 309-324.

LEE, S.B. and LUSS, H., 1987, "Multifacility Type Capacity Expansion Planning: Algorithms And Complexities", Operations Research, 35, 2, 249-253.

LEVIN, N., TISHER, A. and ZAHAVI, J., 1985, "Capacity Expansion Of Power Generation Systems With Uncertainty In The price Of Primary Energy Resources", Management Science, 31, 2, 175-187.

LUSS, H., 1979, "A Capacity Expansion Model For Two Facilty Types", Naval Research Logistics Quarterly, 26, 291-303.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

LUSS, H., 1982, "Operations Research And Capacity Expansion Problems : A Survey", Management Science, 30, 5, 907-947.

LUSS, H., 1984, "Capacity Expansion Planning For A Single Facilty Product Line", European Journal Of Operational Research (NH), 18, 27-34.

MANNE, A.S., 1961, "Capacity Expansion And Probabilistic Growth", Econometrica, 29, 632-649.

MANNE, A.S. (Ed.), 1967, Investment For Capacity Expansion Size, Location And Time-Phasing, George Allen And Unwin Ltd., London, 239 p.

MANNE, A.S. and VEINOTT, A.F.Jr, (Ed.A.S.MANNE), 1967, Investment For Capacity Expansion Size, Location And Time-Phasing, George Allen And Unwin Ltd., London, 239 p.

MORIN, T.L. and ESOGBUE, A.M.O., 1971, "Some Efficient Dynamic Programming Algorithms For The Optimal Sequencing and Scheduling oıf Water Supply Projects", Water Resources Research, 7, 3, 479-484.

NEEBE, A.W. and RAO, M.R., 1986, "Sequencing Capacity Expansion Projects In Continuous Time", Management Science, 32, 11, 1467-1479.

NİŞANCI, İ., 1984, Üretim Planlaması Ve Kontrolü, SEGEM Yayınları, Ankara, 180 s.

O'LAOGHAIRE, D.T. and HIMMELBAU, D.M., 1974, Optimal Expansion Of A Water Resources System, Academic Press, New York.

ONG, S.L. and ADAMS, B.J., 1989, "The Effect Of Discreatizing The Planning Period On The Optimal Cost Of Capacity Expansion Systems", European Journal Of Operational Research (NH), 43, 292-304.

ÖZGEN, H., 1987, Üretim Yönetimi, Bizim Büro Basımevi, Adana, 232 s.

PARZEN, E., 1962, Stochastic Processes, Holden-Day, Inc., New York, 324 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

PETERSON, E.R., 1973, "A Dynamic Programming Model For The Expansion Of Electric Power System", Management Science, 20, 4, 656-664.

PHILIP, G. and LIITTSCHWAGER, J.M., 1979, "An Optimal Capacity Expansion Model With Economies Of Scale", The Engineering Economist, 24, 4, 195-216.

RAO, M.R., 1976, "Optimal Capacity Expansion With Inventory", Operations Research, 24, 2, 291-300.

ROCKLIN, S.M., KASPHE, R. A. V. and GEORGE, C. , 1984, "Capacity Expansion/Constraction Of A Facility With Demand Augmentation Dynamics", Operations Research, 32, 1, 133-147.

ROSE, I.M., 1976, Engineering Investment Decision Planning Under Uncertainty, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 477 p.

SAVAŞ, V.F., 1979, İktisadi Analiz, Bursa İ.T.İ.A. Yayın No:9, Sermet Matbaası, İstanbul, 537 s.

SHERALI, H.D. and STASCHUS, K., 1990, "A Two-Phase Decomposition Approach For Electric Utility Capacity Expansion Planning Including Nondispatchable Technologies", Operations Research, 38, 5, 773-791.

SMITH, R.L., 1976, "General Horizon Results for the Deterministic Capacity Problem", in IEEE Int. Conf. on Communications.

SMITH, R.L., 1979, "Turnpike Results For Single Location Capacity Expansion", Management Science, 25, 3, 474-484.

SMITH, R.L., 1980, "Optimal Expansion Policies For Deterministic Capacity Expansion Problem", Engineering Economist, 25, 3, 149-160.

SMITH, R.L., 1981, "Planning Horizons For The Deterministic Capacity Problem", Computers And Operations Research, 8, 209-220.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

SPRECHER, C.R., An Introduction To Investment Management, Houghton Mifflin Company, Boston, 1978, p.

SRINIVASAN, V., (Ed.A.S.MANNE), 1967, Investment For Capacity Expansion Size, Location And Time-Phasing, George Allen And Unwin Ltd., London, 239 p.

ŞENEL, M., 1983, Nümerik Analiz, Bizim Kitabevi, Eskişehir, 327 s.

TAPIERO, C.S., 1979, "Capacity Expansion Of Deteriorating Facility Under Uncertainty", RAIRO Recherce Operationnella/Operations Research, 13, 1, 55-66.

TERSINE, R.J., 1985, Production/Operations Management: Concept Structure And Analysis, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 752 p.

TOLGA, Ethem, 1984, Tesis Tasarımında Mühendislik Ekonomisi, İTÜ Rektörlük Ofset Atölyesi, İstanbul, 225 s.

TRIFON, R. and LIVNAT, A., 1973, "The Spatial Allocation of Schools Over Time In Cities", J. Reg. Urban Econ., 2, 387-400.

TÜZEMEN, M.Ş., 1987, Belirsizlik Ortamında Sermaye Piyasasına Yatırım Tercihleri -Markowitz Modelin Türk Sermaye Piyasasında Uygulanması, Doktora Tezi, A.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü, 131 s. (Yayımlanmamış).

UDAYABHANU, V. and MORTON, T.E., 1988, "Planning Horizons For Capacity Expansion", European Journal Of Operational Research (NH), 34, 3, 297-307.

WILLIAMS, E.E. and FINDLAY III, M.C., 1974, Investment Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 476 p.

WINSTON, W.L., 1987, Operations Research : Applications And Algorithms, Duxbury Press, Boston, 1025 p.

VOLMAN, T.E., BERY, W.L. and WHYBARK, D.C., 1988, Manufacturing Planning And Control Systems, Richard D. Irwin, Inc., 746 p.

YAGED, B.Jr, 1973, "Minimum Cost Routing For Dynamic Network Models", Networks, 10, 193-224.

EKLER

EK-1. U(x) Fonksiyonunun Yapısı

Kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x)'in yapısı hakkında, kapasite artış miktarı ile $x_1(x)$ ve $x_2(x)$ değerlerindeki sınırlamalar dikkate alınarak, genel bir kanıya varılabilir.

Bir fonksiyon, f(x)'in,

$$x \to -\infty \quad (veya \quad x \to 0)$$

ve

$$x \to \infty$$

için f(x) değerinin limitinin belirlenmesiyle, bu fonksiyonun en az bir noktada yerel eniyi değer alıp almadığı konusunda genel bir kanıya varılabilir.

Kapasite artışı fayda fonksiyonu, U(x)'in de

$$x^{enk} \leq x \leq x^{enb}$$

aralığında değerlerinin belirlenmesiyle, yapısı hakkında genel bir kanıya varılabilir.

$$\lim_{x \to x^{enk}} \quad x_1(x) \quad \to \quad \sim x_1^{enb}$$

$$\lim_{x_1 \to x_1^{enb}} \quad U_1(x_1) \quad \to \quad \sim 0$$

ve

$$\lim_{x \to x^{enk}} \quad x_2(x) \quad \to \quad x_2^{enb}$$

$$\lim_{x_2 \to x_2^{enb}} \quad U_2(x_2) \quad \to \quad 0$$

elde edildiğinden,

EK-1. (Devam)

$$\lim_{\substack{U_1(x_1) \to \sim 0 \\ U_2(x_2) \to 0}} U(x) \to \sim 0$$

veya

$$\lim_{x \to x^{enk}} U(x) \to \sim 0$$

olur. Benzer şekilde,

$$\lim_{x \to x^{enb}} x_1(x) \to x_1^{enb}$$

$$\lim_{x_1 \to x_1^{enb}} U_1(x_1) \to 0$$

ve

$$\lim_{x \to x^{enb}} x_2(x) \to x_2^{enk}$$

$$\lim_{x_2 \to x_2^{enk}} U_2(x_2) \to 1$$

elde edildiğinden,

$$\lim_{\substack{U_1(x_1) \to 0 \\ U_2(x_2) \to 1}} U(x) \to k_2$$

veya

$$\lim_{x \to x^{enb}} U(x) \to k_2$$

EK-1. (Devam)

olur. Bu durumda, U(x) fonksiyonunun muhtemel yapısı,

i. En az bir noktada yerel enbüyük vardır (Şekil-1.a),

$$U(x)^{enb} = Enb\{Yerel\ \ U(x)^{enb}, U(x^{enb})\}$$

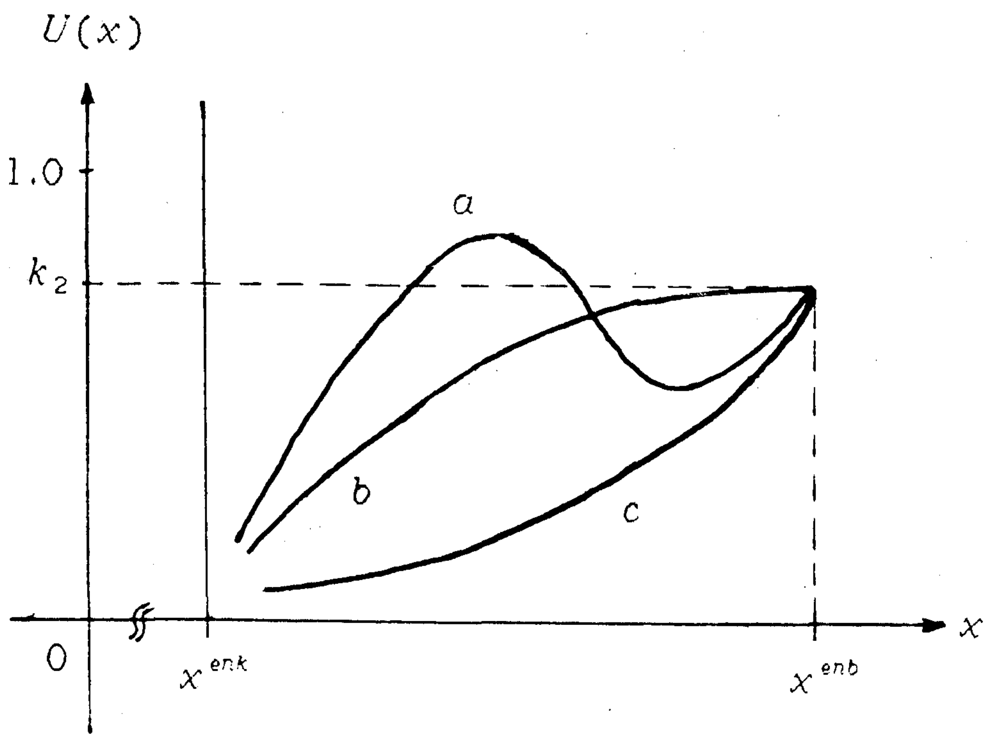
ii. Yerel enbüyük nokta yoktur, U(x) konkav bir fonksiyon yapısındadır (Şekil-1.b),

$$U(x)^{enb} = k_2$$

iii. Yerel enbüyük nokta yoktur, U(x) konveks bir fonksiyon yapısındadır (Şekil-1.c),

$$U(x)^{enb} = k_2$$

şeklindedir.



Şekil-1. U(x) Fonksiyonunun Yapıları.

EK-1. (Devam)

Şekil-1'de verilmiş olan U(x) fonksiyonu yapıları ıncelendiğinde, U(x) fonksiyonunun, x'e göre konkav, konveks veya bölgesel konkav olabileceği görülmektedir.

U(x) fonksiyonu, kapasite artış miktarında ve fayda değerlerindeki sınırlamalar nedeniyle, fonksiyonun bir yerel eniyi noktası olmaması halinde, fonksiyon konveks veya konkav olsun, eniyi çözüm x^{enb}, eniyi değer de k_2 olmaktadır. Fonksiyon en az bir noktada yerel enbüyük değer alması halinde ise, fonksiyonun eniyi çözümü, yerel eniyi çözümler ve uygun çözüm alanının uç noktalarında fonksiyon değerleri dikkate alınarak bulunabilir.

EK-2. $U_1[x_1(x)]$, Maliyet Fayda Fonksiyonunun Konkavlık İspatı

$U_1[x_1(x)]$, Maliyet Fayda Fonksiyonu,

$$\lambda = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2r\sigma^2}{g^2}\right)}\right\}$$

$$x_1(x) = \frac{kx^a}{1-e^{\lambda x}}$$

$$x_1(x)^{enk} \le x_1(x) \le x_1(x)^{enb}$$

olmak üzere,

$$U_1[x_1(x)] = a_1 - b_1 e^{\lambda_1 x_1(x)}$$

$$U_1[x_1(x)] = \frac{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1(x)}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}}$$

şeklindedir.

$U_1[x_1(x)]$ fonksiyonunu eniyileyen x,

$$\frac{dU_1[x_1(x)]}{dx} = 0$$

ifadesiyle bulunabilir. Buradan,

$$U_1'[x_1(x)] = -\lambda_1 x_1'(x)\left[\frac{e^{\lambda_1 x_1(x)}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}}\right] = 0$$

elde edilir.

$U_1'[x_1(x)]=0$ koşulu, her x için $(x \ne -\infty)$ için,

$$\lambda_1 x_1'(x) \ne 0$$

olduğundan,

EK-2. (Devam)

$$-\lambda_1 x_1'(x) = 0$$

için sağlanır. $\lambda_1 \neq 0$ için,

$$x_1'(x) = 0$$

koşulunu sağlayan x'in bulunması gerekmektedir.

$$x_1(x) = \frac{k x^a}{1 - e^{\lambda x}}$$

olduğundan,

$$x_1'(x) = \frac{k x^a}{1 - e^{\lambda x}} \left[\frac{a}{x} + \frac{\lambda e^{\lambda x}}{1 - e^{\lambda x}} \right] = 0$$

elde edilir.

$x_1'(x) = 0$ koşulu,

$$\frac{k x^a}{1 - e^{\lambda x}} = 0$$

veya

$$\left[\frac{a}{x} + \frac{\lambda e^{\lambda x}}{1 - e^{\lambda x}} \right] = 0$$

için sağlanır.

.k>0 , x>0 , a>0 olduğundan,

$$\left[\frac{k x^a}{1 - e^{\lambda x}} \right] > 0$$

$.r>0$, $\sigma^2>0$, $g^2>0$ için $\lambda<0$ ve $\lambda<0$ olduğundan,

$$[1 - e^{\lambda x}] > 0$$

olur. Böylece, her x için $(x \neq 0)$,

EK-2. (Devam)

$$\left[\frac{k x^{a}}{1-e^{\lambda x}}\right] > 0$$

olur. Buradan,

$$x_1'(x) = 0$$

olabilmesi için,

$$\left[\frac{a}{x} + \frac{\lambda e^{\lambda x}}{1-e^{\lambda x}}\right] = 0$$

olması gerekmektedir.

.a>0 ve x>0 olduğundan,

$$\left[\frac{a}{x}\right] > 0$$

.$\lambda < 0$, $e^{\lambda x} > 0$, $1-e^{\lambda x} > 0$ olduğundan,

$$\left[\frac{\lambda e^{\lambda x}}{1-e^{\lambda x}}\right] < 0$$

olur. Bu sonuç, denklemi sıfıra eşitleyen bir x değeri olabileceğini göstermektedir.

$$\left[\frac{a}{x} + \frac{\lambda e^{\lambda x}}{1-e^{\lambda x}}\right] = 0$$

$$a(1-e^{\lambda x}) + x(\lambda e^{\lambda x}) = 0$$

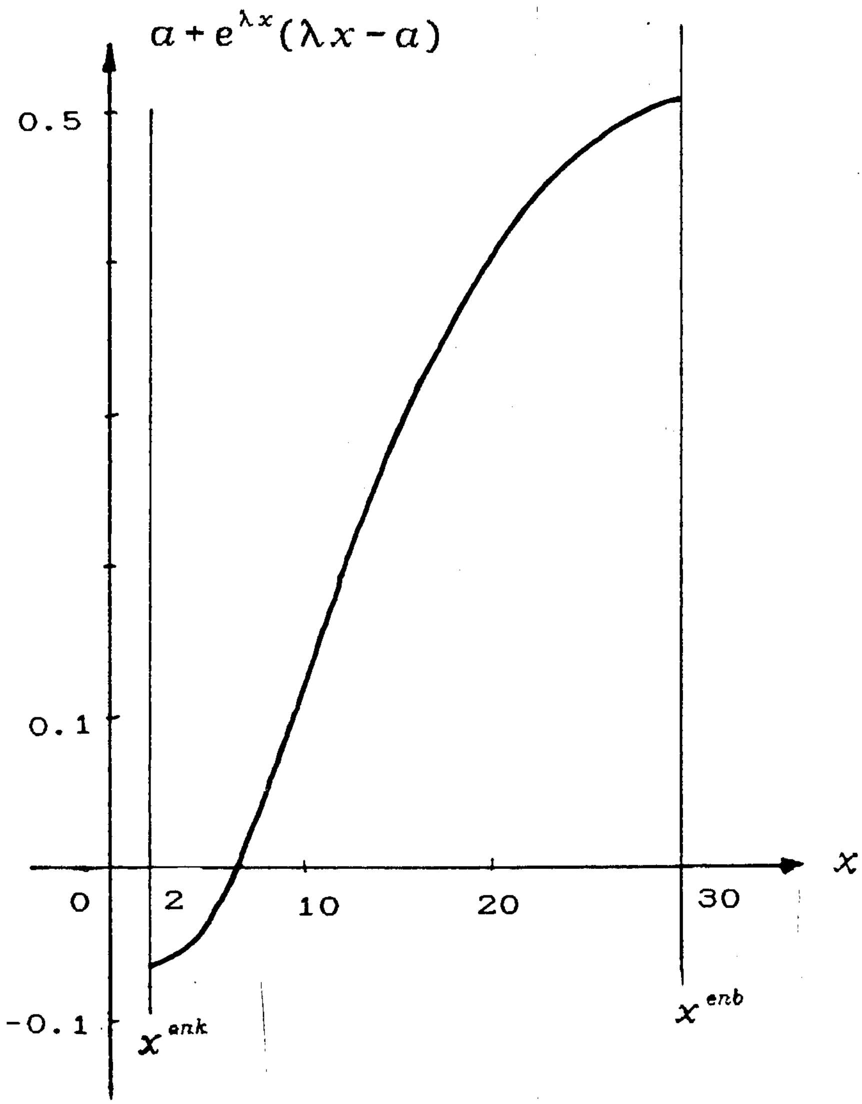
$$a - a e^{\lambda x} + \lambda x e^{\lambda x} = 0$$

$$a - e^{\lambda x}(\lambda x - a) = 0$$

elde edilir. Denklemin analitik çözümü bulunamayabilir. Denklem, 0<a<1 ve $x^{(\iota)} \leq x \leq x^{(u)}$ kısıtları dikkate alınarak, sayısal çözüm yöntemleriyle çözülebilir.

EK-2. (Devam)

Denklemin sayısal çözümü sonucunda, 10^{-4} hata ile, $x^*=6.3$ olan tek çözümün mevcut olduğu görülmektedir (Şekil-2).



Şekil-2. $a+e^{\lambda x}(\lambda x-a)$ Fonksiyonu

$U_1[x_1(x)]$, Maliyet Fayda Fonksiyonunun x^* çivarındaki yapısı (konkav veya konveks olduğu) $U_1''[x_1(x)]$ değeri ile belirlenebilir.

EK-2. (Devam)

$$U_1''[x_1(x)] = (-\lambda)\frac{x_1''(x)e^{\lambda_1 x_1(x)} + \lambda_1 (x_1'(x))^2 e^{\lambda_1 x_1(x)}}{e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}}}$$

olur. $U_1[x_1(x)]$'in konkavlığı,

.x^* civarında ve

.her x için

incelenebilir.

x^*, $x_1'(x)=0$ koşulunu sağladığından, ve $x_1(x)$, x^* civarına yerel enküçük değer aldığından,

$$x_1'(x^*)=0$$

$$x_1''(x^*)>0$$

olur. Bu durumda, $U_1''[x_1(x)]$'in işareti λ_1'e bağlı kalır.

$\lambda_1>0$ iken,

$$x_1''(x^*)>0$$

$$e^{\lambda_1 x_1(x^*)}>0$$

$$[x_1'(x^*)]^2=0$$

$$e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}} > 0$$

olduğundan, $U_1''[x_1(x)]<0$ olur.

EK-2. (Devam)

$\lambda_1 < 0$ iken,

$x_1''(x^*) > 0$

$e^{\lambda_1 x_1(x^*)} > 0$

$[x_1'(x^*)]^2 = 0$

$$e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}} < 0$$

olduğundan, $U_1''[x_1(x)] < 0$ olur.

O halde, $U_1[x_1(x)]$ fonksiyonu, bir noktada (x^*) yerel enbüyük değer alan ve bu nokta civarında konkav olan bir fonksiyondur.

$U_1[x_1(x)]$ fonksiyonunun, her x için konkavlığı, λ_1'in işaretine bağlıdır.

$\lambda_1 > 0$ iken,

$e^{\lambda_1 x_1(x)} > 0$

$[x_1'(x)^2] > 0$

$$e^{\lambda_1 x_1^{enb}} - e^{\lambda_1 x_1^{enk}} > 0$$

olduğu halde, $x_1''(x)$'in işareti için bir şey söylenemez. MANNE (1961) ve KANG and PARK (1983), E[W(x)] fonksiyonunun yerel enküçük noktası olan bir fonksiyon olduğunu ifade ettikleri halde, bu fonksiyonun konveks bir fonksiyon olduğunu belirtmemişlerdir.

EK-2. (Devam)

Eğer E[W(x)] yani $x_1(x)$ fonksiyonu konveks bir fonksiyon ise, her x için $x_1''(x)>0$ olacağından, $U_1''[x_1(x)]<0$ olur. Bu da $U_1[x_1(x)]$ fonksiyonunun, $\lambda_1>0$ ve her x için konkav bir fonksiyon olduğunu göstermektedir.

Şayet, $x_1(x)$ fonksiyonu en az bir bölgede konkav ise, $x_1''(x)<0$ olacağından, $U_1[x_1(x)]$'in konkavlığı

$$x_1''(x)e^{\lambda_1 x_1(x)}+\lambda_1(x_1'(x))^2 e^{\lambda_1 x_1(x)}$$

ifadesinin işaretine bağlıdır. Bu ifadenin pozitif olduğu bölgelerde $U_1[x_1(x)]$ konkav, negatif olduğu bölgelerde ise $U_1[x_1(x)]$ konveks bir fonksiyon olur.

Benzer şekilde, $\lambda_1<0$ için, $U_1[x_1(x)]$'in konkavlığı belirtilen ifadenin işaretine bağlıdır. İfade pozitif ise, $U_1''[x_1(x)]<0$ olacağından konkav, ifade negatif ise, $U_1''[x_1(x)]>0$ olacağından konveks bir fonksiyon olur.

Sonuç olarak, $U_1[x_1(x)]$ fonksiyonu, yerel enbüyük noktası civarında konkav bir fonksiyon olduğu halde, her x için konkav olduğu belirlenememiştir.

EK-3. $x_1'(x)$, $x_1''(x)$, $x_2'(x)$, $x_2''(x)$, $U'(x)$, $U''(x)$ İfadeleri

$$\lambda_i = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2ir\sigma^2}{g^2}\right)}\right\} \quad , \quad i=0,1,2,\ldots$$

$$\lambda = \frac{g}{\sigma^2}\left\{1-\sqrt{\left(1+\frac{2r\sigma^2}{g^2}\right)}\right\}$$

$$x_1(x) = \frac{kx^a}{1-e^{\lambda x}}$$

$$x_2(x) = kx^a\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-\left[\frac{1}{1-e^{\lambda x}}\right]^2}$$

olmak üzere,

$$x_1'(x) = \frac{(akx^{a-1})(1-e^{\lambda x})-(-\lambda e^{\lambda x})(kx^a)}{(1-e^{\lambda x})^2}$$

$$x_1'(x) = \frac{akx^{a-1}}{1-e^{\lambda x}}+\frac{\lambda kx^a e^{\lambda x}}{(1-e^{\lambda x})^2}$$

$$x_2'(x) = akx^{a-1}\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}}$$

$$+\frac{kx^a}{2}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$

$$*\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x}+2(1-e^{\lambda x})^{-3}(-\lambda e^{\lambda x})\right]$$

$$x_2'(x) = akx^{a-1}\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}}$$

EK-3. (Devam)

$$+\frac{kx^{a}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_{i}e^{\lambda_{i}x}-2(1-e^{\lambda x})^{-3}(\lambda e^{\lambda x})\right]}{2\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_{i}x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}}}$$

$$U(x)=k_1\left(a_1-b_1e^{\lambda_1x_1(x)}\right)$$
$$+k_2\left(a_2-b_2e^{\lambda_2x_2(x)}\right)$$
$$+kk_1k_2\left(a_1-b_1e^{\lambda_1x_1(x)}\right)\left(a_2-b_2e^{\lambda_2x_2(x)}\right)$$

$$U(x)=k_1a_1-k_1b_1e^{\lambda_1x_1(x)}$$
$$+k_2a_2-k_2b_2e^{\lambda_2x_2(x)}$$
$$+kk_1k_2a_1a_2-kk_1k_2a_1b_2e^{\lambda_2x_2(x)}$$
$$-kk_1k_2a_2b_1e^{\lambda_1x_1(x)}$$
$$+kk_1k_2b_1b_2e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}$$

$$U(x)=k_1a_1+k_2a_2+kk_1k_2a_1a_2$$
$$-(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1)e^{\lambda_1x_1(x)}$$
$$-(k_2b_2+kk_1k_2a_1b_2)e^{\lambda_2x_2(x)}$$
$$+kk_1k_2b_1b_2e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}$$

$$U'(x)=-\lambda_1(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1)x_1'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}$$
$$-\lambda_2(k_2b_2+kk_1k_2a_1b_2)x_2'(x)e^{\lambda_2x_2(x)}$$
$$-kk_1k_2b_1b_2\left(\lambda_1x_1'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}+\lambda_2x_2'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}\right)$$

EK-3. (Devam)

$$U'(x) = -\lambda_1(k_1 b_1 + k k_1 k_2 a_2 b_1) x_1'(x) e^{\lambda_1 x_1(x)}$$
$$-\lambda_2(k_2 b_2 + k k_1 k_2 a_1 b_2) x_2'(x) e^{\lambda_2 x_2(x)}$$
$$+ k k_1 k_2 b_1 b_2 e^{\lambda_1 x_1(x)} e^{\lambda_2 x_2(x)} (\lambda_1 x_1'(x) + \lambda_2 x_2'(x))$$

$$x_1''(x) = \frac{a(a-1)kx^{a-2}(1-e^{\lambda x}) - (-\lambda e^{\lambda x})(akx^{a-1})}{(1-e^{\lambda x})^2}$$
$$+ \frac{[(a\lambda k x^{a-1})(e^{\lambda x}) + (\lambda k x^{a} \lambda e^{\lambda x})](1-e^{\lambda x})^2}{(1-e^{\lambda x})^4}$$
$$- \frac{[2(1-e^{\lambda x})(-\lambda e^{\lambda x})(\lambda k x^{a} e^{\lambda x})]}{(1-e^{\lambda x})^4}$$

$$x_1''(x) = \frac{a(a-1)kx^{a-2}}{(1-e^{\lambda x})} + \frac{2a\lambda k x^{a-1} e^{\lambda x}}{(1-e^{\lambda x})^2}$$
$$+ \frac{\lambda^2 k x^{a} e^{\lambda x}}{(1-e^{\lambda x})^2} + \frac{2\lambda^2 k x^{a} e^{2\lambda x}}{(1-e^{\lambda x})^3}$$

$$x_2''(x) = a(a-1)kx^{a-2}\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - (1-e^{\lambda x})^{-2}}$$
$$+ \frac{akx^{a-1}}{2}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - (1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$
$$* \left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x} + 2(1-e^{\lambda x})^{-3}(-\lambda e^{\lambda x})\right]$$

$$+ \frac{akx^{a-1}}{2}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x} - (1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$
$$* \left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x} - 2(1-e^{\lambda x})^{-3}(\lambda e^{\lambda x})\right]$$

EK-3. (Devam)

$$-\frac{kx^{a}}{4}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-3/2}$$

$$*\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x}+2(1-e^{\lambda x})^{-3}(-\lambda e^{\lambda x})\right]$$

$$*\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x}-2(1-e^{\lambda x})^{-3}(\lambda e^{\lambda x})\right]$$

$$+\frac{kx^{a}}{2}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$

$$*\left\{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i^2 e^{\lambda_i x}-2\lambda\left[-3(1-e^{\lambda x})^{-4}(-\lambda e^{\lambda x})(e^{\lambda x})+\lambda e^{\lambda x}(1-e^{\lambda x})^{-3}\right]\right\}$$

$$x_2''(x)=a(a-1)kx^{a-2}\sqrt{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}}$$

$$+akx^{a-1}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$

$$*\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x}-2\lambda e^{\lambda x}(1-e^{\lambda x})^{-3}\right]$$

$$-\frac{kx^{a}}{4}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-3/2}$$

$$*\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i e^{\lambda_i x}-2\lambda e^{\lambda x}(1-e^{\lambda x})^{-3}\right]^{2}$$

$$+\frac{kx^{a}}{2}\left[\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)e^{\lambda_i x}-(1-e^{\lambda x})^{-2}\right]^{-1/2}$$

$$*\left\{\sum_{i=0}^{\infty}(i+1)\lambda_i^2 e^{\lambda_i x}-2\lambda^2 e^{\lambda x}(1-e^{\lambda x})^{-3}\left[3e^{\lambda x}(1-e^{\lambda x})^{-1}+1\right]\right\}$$

EK-3. (Devam)

$$U''(x) = -\lambda_1(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1)$$
$$*\left[x_1''(x)e^{\lambda_1x_1(x)}+\lambda_1x_1'(x)x_1'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}\right]$$
$$-\lambda_2\left(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1\right)$$
$$*\left[x_2''(x)e^{\lambda_2x_2(x)}+\lambda_2x_2'(x)x_2'(x)e^{\lambda_2x_2(x)}\right]$$
$$+kk_1k_2b_1b_2*\left(\lambda_1x_1'(x)+\lambda_2x_2'(x)\right)$$
$$*\left[\lambda_1x_1'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}+\lambda_2x_2'(x)e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}\right]$$
$$+kk_1k_2b_1b_2*\left[\left(\lambda_1x_1''(x)+\lambda_2x_2(x)''(x)\right)e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}\right]$$

$$U''(x) = -\lambda_1\left(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1\right)$$
$$*\left[x_1''(x)e^{\lambda_1x_1(x)}+\lambda_1\left(x_1'(x)\right)^2e^{\lambda_1x_1(x)}\right]$$
$$-\lambda_2\left(k_1b_1+kk_1k_2a_2b_1\right)$$
$$*\left[x_2''(x)e^{\lambda_2x_2(x)}+\lambda_2\left(x_2'(x)\right)^2e^{\lambda_2x_2(x)}\right]$$
$$+kk_1k_2b_1b_2\ e^{\lambda_1x_1(x)}e^{\lambda_2x_2(x)}$$
$$*\left[\left(\lambda_1x_1'(x)+\lambda_2x_2'(x)\right)^2+\lambda_1x_1''(x)+\lambda_2x_2''(x)\right]$$

olur.

EK-4. ENIYI .BAS Bilgisayar Programı

```
REM ENIYI .BAS
REM BU PROGRAM USSEL TIP FAYDA FONKSIYONU ICIN
REM    VERILEN LAMDA1 VE LAMDA2 PARAMETRELERINE BAGLI OLARAK;
REM    1. MALIYET VE RISK FAYDA FONKSIYONLARINI,
REM    2. TERCIH EDILEN FARKSIZLIK EGRILERI ICIN
REM       FAYDA DEGERLERINI KULLANARAK  K1 , K2 VE K PAREMETRELERINI,
REM    3. U(X) FONKSIYONUNUN KONKAV OLDUGU BOLGELERI,
REM    4. U(X) FONKSIYONUNU ENBUYUKLEYEN X DEGERLERINI
REM  HESAPLAR.

CLS
REM PARAMETRELERIN OKUNMASI
REM MALIYET PARAMETRELERI
READ K, A, R
DATA 20,0.6,0.15
LPRINT "MALIYET PARAMETRELERI :"
LPRINT "         k = "; K
LPRINT "         a = "; A
LPRINT "         r = "; R

REM TALEP PARAMETRELERI
READ G, VAR
DATA 1,0.5
LPRINT
LPRINT "TALEP PARAMETRELERI :"
LPRINT "         ORT.   = "; G
LPRINT "         VARYANS= "; VAR

REM TOLERANS PARAMETRELERI
READ TOL1, TOL2
DATA 0.001,0.001

REM X'DEKI ARTIS MIKTARI
READ H
DATA 0.01
LPRINT
LPRINT "X'DEKI ARTIS MIKTARI:"
LPRINT "             H = "; H
```

EK-4. (Devam)

```
REM FONK. ENK VE ENB DEGERELERI
READ XENK, XENB
DATA 2,30
LPRINT
LPRINT "KAPASITE ARTIS MIKTARI X'IN ,"
LPRINT "   ENKUCUK X   = "; XENK
LPRINT "   ENBUYUK X   = "; XENB

REM FAYDA FONK. ENK VE ENB DEGERELERI
READ X1ENK
DATA 100
X = XENB
GOSUB 1000
X1ENB = BD
X = XENB
GOSUB 2000
X2ENK = SS
X = XENK
GOSUB 1000
GOSUB 2000
X2ENB = SS
LPRINT
LPRINT "FAYDA FONK. ENK. VE ENB. DEGERLERI:"
LPRINT USING "        MALIYET FAYDA FONK.: ENK : ###.######  ENB : ###.###### "; X1ENK, X1ENB
LPRINT USING "        RISK    FAYDA FONK.: ENK : ###.######  ENB : ###.###### "; X2ENK, X2ENB

REM FAYDA FONK. LAMDA DEGERLERI
READ LAMDA1, LAMDA2
DATA  .01, .01
LPRINT
LPRINT USING "LAMDA1= #.###"; LAMDA1
LPRINT USING "LAMDA2= #.###"; LAMDA2

B1 = 1 / (EXP(X1ENB * LAMDA1) - EXP(X1ENK * LAMDA1))
A1 = B1 * EXP(X1ENB * LAMDA1)
B2 = 1 / (EXP(X2ENB * LAMDA2) - EXP(X2ENK * LAMDA2))
A2 = B2 * EXP(X2ENB * LAMDA2)
REM  FAYDA FONKSIYONLARININ DENKLEMLERI
LPRINT
LPRINT USING "MAL. FAYDA FONK. : U1(X1)=####.########### - ####.########### EXP(#.###*X1)";
  A1, B1, LAMDA1
LPRINT USING "RISK FAYDA FONK. : U2(X2)=####.########### - ####.########### EXP(#.###*X2)";
  A2, B2, LAMDA2
```

EK-4. (Devam)

```
REM FARKSIZLIK EGRILERI PARAMETRELERI
READ X12, X21, F1, F2
DATA 140, 80, 0.5 , 0.75
LPRINT
LPRINT "TERCIH EDILEN FARKSIZLIK EGRILERI X1 VE X2 DEGERLERI:"
LPRINT "            X1              X2          FAYDA  "
LPRINT USING "      ###.######    ###.######      #.###    "; X1ENK, X21, F1
LPRINT USING "      ###.######    ###.######      #.###    "; X12, X2ENK, F2
LPRINT USING "      ###.######    ###.######      #.###    "; X1ENK, X2ENK, 1

U1 = A1 - B1 * EXP(X12 * LAMDA1)
U2 = A2 - B2 * EXP(X21 * LAMDA2)
K1 = (F1 - U2) / (1 - U2)
K2 = (F2 - U1) / (1 - U1)
KK1K2 = 1 - K1 - K2
LPRINT
LPRINT "IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONU : "
LPRINT USING "     U(X1,X2)=###.####### U1 + ###.####### U2 + ###.####### U1 U2"; K1, K2, KK1K2

REM U(X)'IN KONKAV OLDUGU BOLGELERIN BELIRLENMESI VE YAZIMI
LPRINT
LPRINT "U(X) FONKSIYONUNUN KONKAV BOLGELRI"
GOSUB 4000
IF L = 0 THEN
   LPRINT "FONKSIYONUN KOKAV BOLGESI YOKTUR"
   LPRINT USING "ENIYI COZUM : ##.##  ###.###### "; XENB, K2
   STOP
END IF

FOR LL = 1 TO L
REM BASLANGIC BELIRSIZLIK ARALIGI
XMIN = XB(L)
XMAX = XS(L)
REM ONEMLI ARALIK YONTEMINE GORE
REM FONKSIYONUN KONKAV OLDUGU LL. BOLGE ICIN ENIYI COZUM
GOSUB 5000
ENIYIX(LL) = X
ENIYIUX(LL) = U
```

EK-4. (Devam)

```
    LPRINT
    LPRINT USING "##. YEREL ENIYI COZUM :"; LL
    LPRINT "X       ="; X
    LPRINT "E[W(X)] ="; BD
    LPRINT "S[W(X)] ="; SS
    LPRINT "U(X1,X2)="; U
    NEXT LL

    REM BUTUNSEL ENIYI COZUM
    BENIYIC = -1
    BENIYID = -1
    FOR LL = 1 TO L
    IF ENIYIUX(LL) >= BENIYID THEN
     BENIYID = ENIYIUX(LL)
     BENIYIC = ENIYIX(LL)
    END IF
    NEXT LL
    LPRINT
    LPRINT "BUTUNSEL ENIYI COZUM "
    LPRINT "X       ="; BENIYIC
    LPRINT "U(X)    ="; BENIYID

    STOP
    END

1000 REM E[W(X)] DEGERININ HESABI
    BDTER = 0
    LAMDA = 0
    LAMDA = (G / VAR) * (1 - SQR(1 + 2 * R * VAR / G ^ 2))
    BDTER = 1 / (1 - EXP(LAMDA * X))
    BD = K * X ^ A * BDTER
    RETURN

2000 REM S[W(X)] DEGERININ HESABI
    N2 = -1
    SSTER = 0
    SSTER2 = 0
    SSTER3 = 0
    SSTER4 = 0
    LAMDAN = 0
```

EK-4. (Devam)

```
2010 N2 = N2 + 1
     LAMDAN = (G / VAR) * (1 - SQR(1 + 2 * N2 * R * VAR / G ^ 2))
     SSTER = SSTER + EXP(LAMDAN * X) * (N2 + 1)
     SSTER3 = SSTER3 + LAMDAN * (N2 + 1) * EXP(LAMDAN * X)
     SSTER4 = SSTER4 + LAMDAN * LAMDAN * (N2 + 1) * EXP(LAMDAN * X)
     IF ABS(SSTER - SSTER2) <= TOL2 GOTO 2100
     SSTER2 = SSTER
     GOTO 2010
2100 SS = K * (X ^ A) * SQR(SSTER - BDTER ^ 2)
     RETURN

3000 REM U(X) FONKSIYONUNUN IKINCI TUREV DEGERININ HESAPLANMASI

     REM X1'IN BIRINCI TUREV DEGERI
     T1 = A * K * X ^ (A - 1) * BDTER
     T2 = LAMDA * EXP(LAMDA * X) * K * X ^ A * BDTER ^ 2
     X1T1 = T1 + T2

     REM X2'NIN BIRINCI TUREV DEGERI
     T1 = (A / X) * SS
     T2 = SSTER3 - 2 * LAMDA * BDTER ^ 3 * EXP(LAMDA * X)
     T3 = 2 * SQR(SSTER - BDTER ^ 2)
     X2T1 = T1 + K * X ^ A * T2 / T3

     REM X1'IN IKINCI  TUREV DEGERI
     T1 = A * (A - 1) * K * X ^ (A - 2) * BDTER
     T2 = 2 * LAMDA * A * K * X ^ (A - 1) * EXP(LAMDA * X) * BDTER ^ 2
     T3 = LAMDA ^ 2 * K * X ^ A * EXP(LAMDA * X) * BDTER ^ 2
     T4 = 2 * LAMDA ^ 2 * K * X ^ A * EXP(2 * LAMDA * X) * BDTER ^ 3
     X1T2 = T1 + T2 + T3 + T4

     REM X2'NIN IKINCI TUREV DEGERI
     T1 = (A * (A - 1) / X ^ 2) * SS
     T2 = A * K * X ^ (A - 1) * (SSTER - BDTER ^ 2) ^ (-1 / 2)
     T3 = SSTER3 - 2 * BDTER ^ 3 * LAMDA * EXP(LAMDA * X)
     T4 = (1 / 4) * K * X ^ A * (SSTER - BDTER ^ 2) ^ (-3 / 2)
     T5 = (1 / 2) * K * X ^ A * (SSTER - BDTER ^ 2) ^ (-1 / 2)
     T6 = SSTER4 - 2 * LAMDA ^ 2 * EXP(LAMDA * X) * BDTER ^ 3 * (3 * EXP(LAMDA * X) * BDTER + 1)
     X2T2 = T1 + T2 * T3 - T4 * T3 ^ 2 + T5 * T6

     REM U(X)'IN BIRINCI TUREVININ DEGERI
     T1 = LAMDA1 * (K1 * B1 + KK1K2 * A2 * B1) * X1T1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     T2 = LAMDA2 * (K2 * B2 + KK1K2 * A1 * B2) * X2T1 * EXP(LAMDA2 * SS)
     T3 = KK1K2 * B1 * B2 * EXP(LAMDA1 * BD) * EXP(LAMDA2 * SS) * (LAMDA1 * X1T1 + LAMDA2 * X2T1)
     UT1 = -T1 - T2 + T3
```

EK-4. (Devam)

```
     REM U(X)'IN IKINCI TUREVININ DEGERI
     T1 = LAMDA1 * (K1 * B1 + KK1K2 * A2 * B1) * EXP(LAMDA1 * BD)
     T2 = X1T2 + LAMDA1 * X1T1 ^ 2
     T3 = LAMDA2 * (K2 * B2 + KK1K2 * A1 * B2) * EXP(LAMDA2 * SS)
     T4 = X2T2 + LAMDA2 * X2T1 ^ 2
     T5 = KK1K2 * B1 * B2 * EXP(LAMDA1 * BD) * EXP(LAMDA2 * SS)
     T6 = (LAMDA1 * X1T1 + LAMDA2 * X2T1) ^ 2 + (LAMDA1 * X1T2 + LAMDA2 * X2T2)
     UT2 = -T1 * T2 - T3 * T4 + T5 * T6
     RETURN

4000 REM U(X)'IN KONKAV OLDUGU BOLGELERIN BELIRLENMESI
     L = 0
     X = XENK

4050 GOSUB 1000
     GOSUB 2000
     GOSUB 3000
     IF UT2 < 0 GOTO 4100
     X = X + H
     IF X <= XENB GOTO 4050
     RETURN

4100 REM ILK KONKAV BOLGE BULUNDU.
     L = L + 1
     XB(L) = X
     X = X + H
     IF X <= XENB GOTO 4150
     XS(L) = XENB
     LPRINT USING "##. KONKAV BOLGE  : ###.######  ###.######"; L, XB(1), XS(1)
     RETURN

4150 GOSUB 1000
     GOSUB 2000
     GOSUB 3000
     IF UT2 > 0 GOTO 4200
     REM KONKAV BOLGE DEVAM EDIYOR
     X = X + H
     IF X <= XENB GOTO 4150
     XS(L) = X - H
     GOTO 4300
```

EK-4. (Devam)

```
4200 REM KONKAV BOLGE BITTI. KONVEKS BOLGE BASLADI.
     XS(L) = X - H
4210 X = X + H
     IF X > XENB GOTO 4300
     GOSUB 1000
     GOSUB 2000
     GOSUB 3000
     IF UT2 > 0 GOTO 4210
     REM U(X) KONKAV OLDU.
     L = L + 1
     XB(L) = X
     GOTO 4150

4300 REM SONUCLARIN YAZIMI
     LPRINT USING "##. KONKAV BOLGE  : ###.######  ###.######"; L, XB(1), XS(1)
     IF L >= 2 THEN
     REM BIRDEN FAZLA KONKAV BOLGE VARDIR.
     FOR LL = 2 TO L
     LPRINT USING "##. KONKAV BOLGE  : ###.######  ###.######"; LL, XB(LL), XS(LL)
     NEXT LL
     END IF
     RETURN

5000 REM  GOLDEN SECTION YONTEMINE GORE ENIYI X DEGERININ BULUNMASI
     LAM = (SQR(5) - 1) / 2
     LAMK = XMIN + (1 - LAM) * (XMAX - XMIN)
     X = LAMK
     GOSUB 1000
     FLAMK1 = A1 - B1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     GOSUB 2000
     FLAMK2 = A2 - B2 * EXP(LAMDA2 * SS)
     REM IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONUN DEGERI
     FLAMK = K1 * FLAMK1 + K2 * FLAMK2 + KK1K2 * FLAMK1 * FLAMK2
     NUK = XMIN + LAM * (XMAX - XMIN)
     X = NUK
     GOSUB 1000
     FMUK1 = A1 - B1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     GOSUB 2000
     FMUK2 = A2 - B2 * EXP(LAMDA2 * SS)
     REM IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONUN DEGERI
     FMUK = K1 * FMUK1 + K2 * FMUK2 + KK1K2 * FMUK1 * FMUK2
     GOTO 5030
```

EK-4. (Devam)

```
5010 IF FLAMK > FMUK GOTO 5020
     XMIN = LAMK
     LAMK = NUK
     NUK = XMIN + LAM * (XMAX - XMIN)
     X = NUK
     GOSUB 1000
     FMUK1 = A1 - B1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     GOSUB 2000
     FMUK2 = A2 - B2 * EXP(LAMDA2 * SS)
     REM IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONUN DEGERI
     FLAMK = FMUK
     FMUK = K1 * FMUK1 + K2 * FMUK2 + KK1K2 * FMUK1 * FMUK2
     GOTO 5030

5020 XMAX = NUK
     NUK = LAMK
     LAMK = XMIN + (1 - LAM) * (XMAX - XMIN)
     X = LAMK
     GOSUB 1000
     FLAMK1 = A1 - B1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     GOSUB 2000
     FLAMK2 = A2 - B2 * EXP(LAMDA2 * SS)
     REM IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONUN DEGERI
     FMUK = FLAMK
     FLAMK = K1 * FLAMK1 + K2 * FLAMK2 + KK1K2 * FLAMK1 * FLAMK2

5030 IF XMAX - XMIN > TOL1 GOTO 5010
     X = XMIN + (XMAX - XMIN) / 2
     GOSUB 1000
     U1 = A1 - B1 * EXP(LAMDA1 * BD)
     GOSUB 2000
     U2 = A2 - B2 * EXP(LAMDA2 * SS)
     REM IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONUN DEGERI
     U = K1 * U1 + K2 * U2 + KK1K2 * U1 * U2
     RETURN
```

EK-5. $\lambda_1=\lambda_2=0.01$ İçin Eniyi Çözüm

```
MALIYET PARAMETRELERI :
       k =  20
       a =  .6
       r =  .15

TALEP PARAMETRELERI :
       ORT.    =  1
       VARYANS=  .5

X'DEKI ARTIS MIKTARI:
            H =  1

KAPASITE ARTIS MIKTARI X'IN ,
   ENKUCUK X    =  2
   ENBUYUK X    =  30

FAYDA FONK. ENK. VE ENB. DEGERLERI:
       MALIYET FAYDA FONK.: ENK : 100.000000  ENB : 155.950043
       RISK    FAYDA FONK.: ENK :   1.896147  ENB :  97.272682

LAMDA1= 0.010
LAMDA2= 0.010

MAL. FAYDA FONK. : U1(X1)=   2.33369255066 -    0.49063807726 EXP(0.010*X1)
RISK FAYDA FONK. : U2(X2)=   1.62677681446 -    0.61500418186 EXP(0.010*X2)

TERCIH EDILEN FARKSIZLIK EGRILERI X1 VE X2 DEGERLERI:
            X1              X2            FAYDA
      100.000000       80.000000          0.500
      140.000000        1.896147          0.750
      100.000000        1.896147          1.000

IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONU :
    U(X1,X2)=  0.3260912 U1 +   0.6188694 U2 +   0.0550395 U1 U2

U(X) FONKSIYONUNUN KONKAV BOLGELRI
 1. KONKAV BOLGE  :    2.000000   30.000000

 1. YEREL ENIYI COZUM :
X        = 10.63838
E[W(X)] = 105.1818
S[W(X)] = 16.44417
U(X1,X2)= .907205

BUTUNSEL ENIYI COZUM
X        = 10.63838
U(X)     = .907205
```

EK-6. λ_1 Ve λ_2 Değerlerine Bağlı Olarak Eniyi Çözüm Sonuçları*

λ_2 / λ_1	-0.100	-0.075	-0.050	-0.025	0.000	0.025	0.050	0.075	0.100
-0.100	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	8.1333	7.4805	7.0346	6.7408	6.6147
-0.075	30.0000	30.0000	30.0000	8.6969	8.4878	7.6710	7.1052	6.7809	6.6531
-0.050	30.0000	30.0000	30.0000	9.6833	9.1687	8.0071	7.2641	6.8561	6.6704
-0.025	30.0000	30.0000	28.6259	11.6997	9.7370	8.4438	7.4999	7.0346	6.7173
0.000	25.0050	20.5536	16.1882	13.9525	10.7134	9.2213	7.8187	7.4821	6.9701
0.025	20.3130	18.8292	16.8485	14.8924	12.0583	10.1136	8.4585	7.4824	6.9461
0.050	20.3130	18.9395	17.6654	16.0775	13.5034	11.6990	9.2623	8.0068	7.1853
0.075	20.3130	19.3558	18.3073	16.8242	14.6219	12.5057	10.4077	8.6416	7.5585
0.100	20.3130	19.7320	18.8652	17.6215	16.1465	13.5832	11.6990	9.4404	8.1438

(*) Parametre değerleri;

.Maliyet parametreleri : k=20 , a=0.6 , r=0.15

.Talep parametreleri : g=1.0 , σ^2=0.5

.x'deki artış miktarı : h=0.10

.U(x) Fonksiyonu Tanım Aralığı :

$x^{enk} = 2$, $x^{enb} = 30$

.Maliyet ve risk fayda fonksiyonlarının enküçük ve enbüyük değerleri (tanım aralığı),

$$x_1^{enk} = 100 \quad , \quad x_1^{enb} = x_1(x^{enb}) = 155.950043$$

$$x_2^{enk} = x_2(x^{enb}) = 1.896147 \quad , \quad x_2^{enb} = x_2(x^{enk}) = 97.272682$$

.Tercih edilen farksızlık eğrileri, x_1 ve x_2 katkı değerleri ile bunların faydaları,

U(100,80)=0.50 , U(140,1.896147)=0.75

U(100,1.896147)=1.00

alınmıştır.

EK-7. Tercih Edilen Farksızlık Eğrilerinin Değişmesi Halinde Eniyi Çözüm Sonuçları

```
MALIYET PARAMETRELERI :
       k =  20
       a =  .6
       r =  .15

TALEP PARAMETRELERI :
       ORT.   =  1
       VARYANS=  .5

X'DEKI ARTIS MIKTARI:
           H =  1

KAPASITE ARTIS MIKTARI X'IN ,
   ENKUCUK X   =  2
   ENBUYUK X   =  30

FAYDA FONK. ENK. VE ENB. DEGERLERI:
       MALIYET FAYDA FONK.: ENK : 100.000000  ENB : 155.950043
       RISK    FAYDA FONK.: ENK :   1.896147  ENB :  97.272682

LAMDA1= 0.010
LAMDA2= 0.010

MAL. FAYDA FONK. : U1(X1)=  2.33369255066 -    0.49063807726 EXP(0.010*X1)
RISK FAYDA FONK. : U2(X2)=  1.62677681446 -    0.61500418186 EXP(0.010*X2)

TERCIH EDILEN FARKSIZLIK EGRILERI X1 VE X2 DEGERLERI:
           X1              X2           FAYDA
       100.000000      70.000000       0.500
       140.000000       1.896147       0.750
       100.000000       1.896147       1.000

IKI NITELIKLI FAYDA FONKSIYONU :
    U(X1,X2)=  0.1825919 U1 +   0.6188694 U2 +   0.1985387 U1 U2

U(X) FONKSIYONUNUN KONKAV BOLGELRI
 1. KONKAV BOLGE  :  2.000000   30.000000

 1. YEREL ENIYI COZUM :
X        = 11.69896
E[W(X)] = 107.1905
S[W(X)] = 14.45445
U(X1,X2)= .8952045

BUTUNSEL ENIYI COZUM
X        = 11.69896
U(X)     = .8952045
```

ÖZGEÇMİŞ

1961, Söğüt doğumlu olan Emin KAHYA, ilk, orta ve lise öğrenimini Eskişehir'de tamamladı. Eylül 1983'de Anadolu Üniv. M.M.F. Endüstri Müh. Bölümü'nde lisans, Eylül 1985'de Anadolu Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Müh. Programında da yüksek lisans öğrenimini tamamladı ve Ekim 1985'de aynı birimde doktora öğrenimine başladı. Lisans eğitimi sonrası Mart 1984-Temmuz 1985 arasında bir jant imalat kuruluşunda planlama şefi olarak görev aldı. Temmuz 1985'de Anadolu Üniv. M.M.F. Endüstri Müh. Bölümü Endüstri Müh. Ana Bilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi kadosuyla göreve başladı. Nisan 1988-Ağustos 1989 tarihleri arasında askerlik görevini tamamladı. Ocak 1992'de Öğretim Görevlisi olan Emin KAHYA, bu tarihe kadar, Üretim Planlaması, Yöneylem Araştırması, Bilgisayar Programlama, Sistem Analizi, Benzetim, Nümerik Analiz, Diferansiyel Hesap ve Mühendislik Ekonomisi (5 devre) derslerinin yardımcılığını yaptı, bu tarihten sonra da Mühendislik Ekonomisi dersini yürütmeye başladı. 3 adet ders notu ve rapor, 1 adet yurt içi makale, 3 adet uygulama projesi ve 1 adet bölüm içi seminer gerçekleştiren Emin KAHYA, evli ve bir çocuk babasıdır.