

# **ORTAK VEKTÖR YÖNTEMİYLE ÖZNİTELİK ÇIKARIMI**

Halil GÜVENÇ

Yüksek Lisans Tezi

Elektrik – Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak 2009

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

**Halil GÜVENÇ**'in “**Ortak Vektör Yöntemiyle Öznitelik Çıkarımı**” başlıklı **Elektrik-Elektronik Mühendisliği** Anabilim Dalındaki Yüksek Lisans Tezi 26.12.2008 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	<u>Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Tez Danışmanı):	Yard. Doç. Dr. ATAKAN DOĞAN	.....
Üye	: Prof. Dr. ATALAY BARKANA	.....
Üye	: Doç. Dr. YUSUF OYSAL	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **ORTAK VEKTÖR YÖNTEMİYLE ÖZİNİTELİK ÇIKARIMI**

**Halil GÜVENÇ**

**Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman: Yard. Doç. Dr. Atakan DOĞAN  
2009, 90 sayfa**

Bu çalışmanın amacı, yüz resminin tamamını kullanmak yerine resimlerin çeşitli bölgelerinden, doğrusal alt uzay indirgeme tekniklerinden ortak vektör ve ayırt edici ortak vektör yöntemleri ile öznelik çıkarımı yaparak, seçilen öznelik bölgesi – tanıma oranı, tüm öznelik uzayının farksızlık alt uzayı – tanıma oranı ve kullanılan piksel sayısı – tanıma oranı ilişkilerini incelemek ve yorumlamaktır. Bunun için, sınıfları en iyi temsil edebilen bölgeler matematiksel bir yaklaşımla belirlenmiş, öznelik çıkarımı yaparak ayırt edici ortak vektör yöntemini uygulayan bir yüz tanıma uygulaması geliştirilmiştir. Yüz tanıma uygulaması, AR, Yale B, ORL, Faces94, Faces95 ve Faces96 gibi çeşitli veri tabanları ile denenmiştir. Çalışmada söz konusu yöntemlerle, yüz resminden daha az piksel kullanarak amaçlanan hedeflere ulaşılmış, göz civarından başlayarak seçilen piksellerle kabul edilebilir tanıma başarımları için kullanılan piksel oranlarında büyük sadeleştirmelere gidilmiştir. Bu yaklaşım ayırt edici ortak vektör yönteminin daha hızlı çalışmasına, daha az depolama alanı kullanmasına ve gerçeklemeye uygun olmasına olanak sağlamaktadır. Sonuç kısmında elde edilen veriler bir araya getirilerek değerlendirilmiş ve yorumlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Ortak Vektör Yöntemi, Ayırt Edici Ortak Vektör Yöntemi, Öznelik Seçimi, Öznelik Çıkarımı, Yüz tanıma, OVY, AOY

**ABSTRACT****Master of Science Thesis****FEATURE EXTRACTION  
WITH COMMON VECTOR APPROACH****Halil GÜVENÇ****Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Electrical and Electronics Engineering Program****Supervisor: Assistant Prof. Dr. Atakan DOĞAN  
2009, 90 pages**

The purpose of this study is to analyze and to comment selected feature region – recognition rate, null subspace of all feature space – recognition rate and pixel usage – recognition rate relationships by doing feature extraction with linear subspace reduction techniques such as common vector and discriminative common vector approaches. For this, the regions representing the classes in the best way were determined with a mathematical approach, a face recognition application extracting face features and applying the common vector and discriminative common vector approaches was developed. Face recognition application was experimented with various databases such as AR, Yale B, ORL, Faces94, Faces95 ve Faces96. In the study, the purposes were realized by implementing above techniques, efficient simplifications were succeeded at pixel usage rates with selected pixels beginning at the middle regions of eyes in answer to acceptable losses in recognition rate. This touch enables faster implementation, less storage area and suitability to realize for discriminative common vector approach. In conclusion, data gotten from application were evaluated and commented by being combined after each experiment.

**Keywords:** Common Vector Approach, Discriminative Common Vector Approach, Feature Selection, Feature Extraction, Face Recognition, CVA, DCVA

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının hazırlanması sırasında, baőta tez danıőmanım Sayın Yar. Doç Dr. Atakan DOĞAN olmak üzere, desteklerini esirgemeyen, büyük emekleri olan ve yol gosteren hocam Sayın Prof. Dr. Atalay BARKANA'ya, teorik kısımların uygulamaya dökülmesi sırasında önerileri ve yaklaşımlarıyla önemli katkıları olan Sayın Ar. Gör. Mehmet KOÇ'a, bana her zaman destek veren sevgili aileme ve değerli arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Halil GÜVENÇ

Ocak 2009

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>2</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>3</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>5</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>6</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>6</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1. Örüntü.....	1
1.2. Örüntü Tanıma .....	1
1.3. Öznitelik .....	1
1.4. Örüntü Tanıma Aşamaları .....	2
1.5. Öznitelik Çıkarımı .....	3
1.6. Öznitelik Seçimi .....	4
1.7. Sınıflandırma .....	5
1.8. Tez Çalışması .....	5
<b>2. ÖZİNİTELİK SEÇİM YÖNTEMLERİ</b> .....	<b>7</b>
2.1. En Uygun Temsil için Öznitelik Seçimi.....	7
2.2. Ortak Vektör Yaklaşımı .....	9
2.2.1. Yetersiz veri durumu .....	10
2.2.2. Yeterli veri durumu .....	14
2.3 Ayırt Edici Ortak Vektör Yöntemi .....	16
2.3.1. Ortak değişim matrisini kullanarak ayırt edici ortak vektör yönteminin uygulanması .....	16
2.3.2. Gram-Schmidt dikleştirme yöntemini kullanarak ayırt edici ortak vektör yönteminin uygulanması.....	22
2.4 Ana Bileşen Analizi .....	25
2.5 Doğrusal Ayırma Analizi .....	28

<b>3. UYGULAMALAR .....</b>	<b>30</b>
3.1. Kullanılan Veri Tabanları .....	30
3.1.1. AR yüz veri tabanı.....	30
3.1.2. Yale B yüz veri tabanı.....	31
3.1.3. ORL yüz veri tabanı .....	32
3.1.4. Faces94 yüz veri tabanı .....	33
3.1.5. Faces95 yüz veri tabanı .....	33
3.1.6. Faces96 yüz veri tabanı .....	34
3.2. Özniteliğin Alınacağı Bölgenin Seçimi .....	34
3.3. Özniteliğin Boyutları ve Alt Uzaylar Arasındaki İlişki .....	38
3.4. Yazılım Programı.....	39
3.5. Başlangıç Deneyleri .....	45
3.5.1. Ortak vektör yaklaşımında yetersiz veri durumu deneyi.....	45
3.5.2. Ortak vektör yaklaşımında yeterli veri durumu deneyi.....	47
3.5.3. Ayırt edici ortak vektör yöntemi deneyi .....	49
3.6. Kapsamlı Deneyler.....	58
3.6.1. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler .....	58
3.6.2. AR yüz veri tabanı karıştırılmadan yapılan deneyler.....	59
3.6.3. AR yüz veri tabanı karıştırılarak yapılan deneyler.....	61
3.6.3.1. 299x222 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	61
3.6.3.2. 120x90 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	64
3.6.3.3. 90x68 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	65
3.6.3.4. 60x40 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	67
3.6.3.5. 24x18 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	69
3.6.3.6. Deneylerin sonuçları .....	71
3.6.4. Yale B yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler .....	72
3.6.4.1. 47 resim ile yapılan deneyler .....	72
3.6.4.2. 20 resim ile yapılan deneyler .....	74
3.6.4.3. Deneylerin sonuçları .....	76
3.6.5. ORL yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler.....	77
3.6.5.1. 112x92 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler .....	77

3.6.5.2. Deneyleerin sonuçları .....	79
3.6.6. Faces94, Faces95 ve Faces96 yüz veri tabanları ile yapılan deneyleer .....	80
3.6.6.1. Faces94 yüz veri tabanı ile yapılan deneyleer .....	80
3.6.6.2. Faces95 yüz veri tabanı ile yapılan deneyleer .....	82
3.6.6.3. Faces96 yüz veri tabanı ile yapılan deneyleer .....	83
3.6.6.4. Deneyleerin sonuçları .....	85
<b>4. SONUÇ ve ÖNERİLER.....</b>	<b>86</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>88</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

1.1. Örüntü tanıma aşamalarının veri boyutu ve sınıflandırma kolaylığı açısından analizini .....	2
1.2. Resim tabanlı yüz tanımda öznitelik seçim yöntemleri .....	4
2.1. İki sınıf için seçilen uygun ( $e_2$ ) ve uygun olmayan ( $e_1$ ) tabanlar .....	9
2.2. Aynı sınıfa ait iki boyutlu iki vektör ve sınıfın ortak vektörü .....	13
3.1. AR yüz veri tabanında bir kişinin bütün resimleri.....	31
3.2. AR yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri.....	31
3.3. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin bütün resimleri.....	32
3.4. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan 47 resmi .....	32
3.5. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan 20 resmi .....	32
3.6. ORL yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri .....	32
3.7. Faces94 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri .....	33
3.8. Faces95 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri .....	33
3.9. Faces96 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri .....	34
3.10. Ortalama resim, a) AR yüz veri tabanındaki tüm resimlerin ortalama resmi, b) Ortalama resmin 3 boyutlu gösterimi .....	35
3.11. Türevi alınmış ortalama resim a) Ortalama resmin ilk üç türevi b) Üçüncü türev .....	36
3.12. Fark resimleri ve son fark resminin türevi a) AR yüz veri tabanında bir kişinin 14 resmi ile ortalama resim arasındaki Farklar b) Bütün farklar birbirinden çıkarıldıktan sonra elde edilen son fark resmi ve 3. türev.....	37
3.13. Uygulama yazılımının algoritması .....	44
3.14. Özniteliğin alınacağı ilk kişiye ait iki resim .....	45
3.15. Özniteliğin alınacağı ilk kişiye ait üç resim.....	47
3.16. Göz hizasından örnek öznitelik seçimi, a) Tüm resim, b) Seçilen öznitelikler .....	49

3.17. Kullanılan öznitelik vektörleri, a) İlk Sınıfın ilk öznitelik vektörü b) İlk Sınıfın tüm öznitelik vektörleri c) Tüm sınıfların tüm öznitelik vektörleri.....	50
3.18. Ortak vektör, a) İlk Sınıfın Ortak Vektörü, b) Üç sınıfın ortak vektörleri.....	51
3.19. Üç sınıf tanıma probleminde sınıflar arası saçılım matrisinin sıralanmış öz değerleri, tek bir aritmetik değer üzerine iz düşürülmüş ortak vektörler ile sınıflar içi ve arası uzaklıklar .....	52
3.20. İlk sınıfa ait eğitim (sıfır ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznitelikleri .....	53
3.21. İlk sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü .....	53
3.22. İlk sınıf için test verisinin izdüşümü ve doğru tanıma.....	54
3.23. İkinci sınıfa ait eğitim (sıfır ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznitelikleri .....	55
3.24. İkinci sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü .....	55
3.25. İkinci Sınıf için test verisinin izdüşümü ve yanlış tanıma.....	56
3.26. Aynı sınıfa ait eğitim (50 ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznitelikleri .....	56
3.27. Üçüncü sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü .....	57
3.28. Üçüncü sınıf için test verisinin izdüşümü ve yanlış tanıma .....	57
3.29. AR veri tabanındaki 90x68 boyutlu resimler için öznitelik bölgesi göz olduğunda “*” ve ağız ile burun olduğunda “.” elde edilen tanıma oranları.....	58
3.30. AR yüz veri tabanı karıştırılmadan yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	62
3.31. Veri tabanı karıştırılmadan elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	63
3.32. AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	63
3.33. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	64

3.34. AR yüz veri tabanı 4 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	65
3.35. Veri tabanı 4 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	65
3.36. AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	66
3.37. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	66
3.38. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	67
3.39. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	67
3.40. AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	68
3.41. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	68
3.42. AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	69
3.43. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	70
3.44. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 1 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	70
3.45. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 4 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	70
3.46. AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği.....	72
3.47. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen a) ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve b) tüm yüz resmi.....	73
3.48. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller.....	73

3.49. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller.....	74
3.50. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	74
3.51. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	75
3.52. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	75
3.53. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 4 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	75
3.54. ORL yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	77
3.55. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller .....	78
3.56. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	78
3.57. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı % 5,75 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	78
3.58. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı % 9,75 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	79
3.59. Faces94 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	80
3.60. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	81
3.61. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 0.6 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	81
3.62. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 3 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	81
3.63. Faces95 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	82
3.64. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	82

3.65. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi .....	83
3.66. Faces96 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği .....	83
3.67. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	84
3.68. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 0.4 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	84
3.69. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 1 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi.....	84

## ÇİZELGELER DİZİNİ

### Sayfa

3.1. Ortak vektör bulma yöntemlerinin işlem süresi bakımından kıyaslaması .....	42
3.2. Algoritmada kullanılan simgeler ve anlamları .....	43
3.3. AR yüz veri tabanından seçilen 2 kişi için farklılık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları.....	59
3.4. AR yüz veri tabanından seçilen 3, 10 ve 50 kişi için farklılık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları.....	60
3.5. AR yüz veri tabanından seçilen 117 kişi için farklılık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları.....	61
3.6. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları.....	71
3.7. Yale B yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları.....	76
3.8. ORL yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları.....	79
3.9. Faces94 Faces95 ve Faces96 yüz veri tabanları kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları.....	85

## 1. GİRİŞ

Bu bölümde çalışmanın içeriğini ile ilgili gerekli tanımlar yapılmıştır.

### 1.1. Örüntü

Örüntü, nesnelere ile ilgili gözlenebilir veya ölçülebilir bilgilere verilen addır. Başka bir ifadeyle örüntü, olay veya nesnelere düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi olarak tanımlanır [1]. Ses sinyali, retina, parmak izi, insan yüzü ve biyomedikal cihazlardan elde edilen görüntüler örüntünün bazı örneklerindedir [2].

### 1.2. Örüntü Tanıma

Örüntü tanıma, aralarında ortak özellik bulunan ve bir ilişki kurulabilen karmaşık işaret örneklerini veya nesnelere eldeki öznelik verilerine dayanarak tanımlama veya sınıflandırmadır. Örüntü tanıma sistemleri 30 yılı aşkın bir süredir tıp alanında, hava tahminlerinde, fabrika üretim hata denetim sistemlerinde, jeolojide ve tarımda kullanılmaktadır. Gelişen teknolojiye paralel olarak, yüz tanıma, ses tanıma, konuşma ve konuşmacı tanıma, optik karakter tanıma, parmak izi tanıma, veri madenciliği, DNA sınıflandırma, biyomedikal uygulamaları, ayrık haberleşme işaretlerini tanıma ve radar hedef sınıflama, otomatik savunma sistemleri gibi birçok alanda da kullanılmaktadır [3].

### 1.3. Öznelik

Örüntüleri tamamen ya da kısmen temsil eden nitel ya da nicel verilere Öznelik denir. Öznelikler, sınıfları birbirinden ayırmada kullanılır [2].

#### 1.4. Örüntü Tanıma Aşamaları

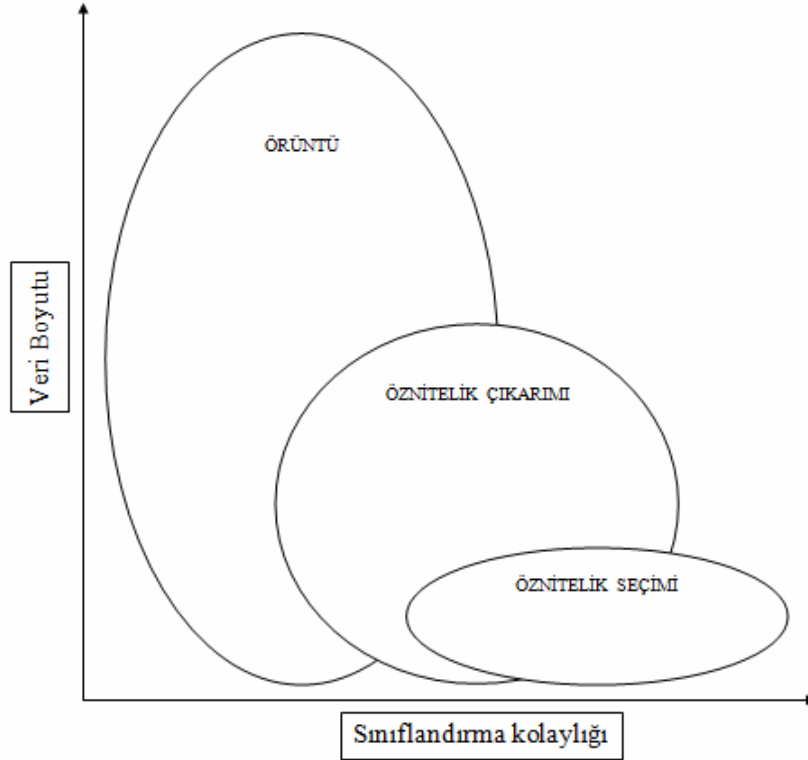
Örüntü tanıma genel olarak aşağıdaki önemli aşamalardan oluşmaktadır:

1. İşaret / Görüntü İşleme: İşaret veya görüntünün filtre edildiği, çeşitli dönüşüm ve gösterim teknikleri ile işlendiği, bileşenlerine ayrıldığı veya modellendiği kısımdır.

2. Öznitelik Çıkarma: Örüntünün tamamını sınıflayıcıya vermek yerine veri boyutunun indirildiği ve tanımlayıcı anahtar özelliklerinin tespit edildiği ve normalleştirmeye tabii tutulduğu aşamadır.

3. Öznitelik Seçme: Çıkarılmış özniteliklerin daha küçük bir alt uzaya taşındığı, gereksiz verinin dışarıda bırakıldığı aşamadır.

4. Sınıflandırma: Çıkarılan öznitelik kümesinin indirildiği ve formüle edildiği tanımlayıcı karar aşamasıdır.



Şekil 1.1. Örüntü tanıma aşamalarının veri boyutu ve sınıflandırma kolaylığı açısından analizini



## 1.5. Öznitelik Çıkarımı

Örüntü tanıma aşamalarından biri olan öznitelik çıkarımı sistemin başarımında etkili bir rol oynar. Uygun seçilmiş öznitelikler sınıfların karakteristik özelliklerini barındırırlar ve tanıma başarımını olumlu yönde etkilerler. Öznitelik çıkarımının amacı, sınıfa ait bilginin mümkün olan en çoğunu daha küçük boyutlara taşıyabilmektir. Diğer bir ifadeyle öznitelik çıkarımının amacı  $n$ -boyutlu bir  $X$  gözlem uzayından, daha küçük  $m$ -boyutlu  $Y$  öznitelik uzayına,  $X$  uzayının içerdiği bilginin mümkün olan en çoğunu transfer edebilen bir  $T$  dönüşümü bulmaktır [2].

$$X[n \times n] \xrightarrow{T} Y[m \times m] \quad n > m \quad (1.1)$$

Öznitelik çıkarımının iki önemli yararı vardır. Bunlardan birincisi,  $n$ -boyutlu uzaydan daha küçük  $m$ -boyutlu bir uzaya dönüşüm yapıldığından, işlem kargaşası önemli ölçüde azalmasıdır. Diğeri ise, seçilen öznitelik vektörleri verilen bir eğitim seti için daha karakteristik karar kuralları oluşturur. Fakat (1.1)'deki  $T$  dönüşümünde kaybolan gerekli bilgi, doğru sınıflandırma yapılmasını engellemektedir. Bazı durumlarda öznitelikleri bilgi kaybı olmaksızın seçmek mümkündür. Bu öznitelik vektörü kümesine En Uygun Öznitelikler denir. En uygun öznitelikler, hata olasılık fonksiyonunda artmaya neden olmayan özniteliklerdir. Yani hem  $X$  örnek uzayında hem de  $Y$  öznitelik uzayındaki hata olasılıklarının aynı kalmasını sağlarlar. Böylelikle  $X$  örnek uzayındaki bütün bilgi  $Y$  öznitelik uzayına aktarılmış olur. Bunun için  $m$ -boyutlu en uygun öznitelikler  $X$  örnek uzayının kertesini en yüksek yapan doğrusal bağımsız vektörlerden oluşmalıdır [4].

Diğer taraftan seçilen öznitelikler bazı durumlarda, tanıma başarımını hiç ya da kayda değer derecede etkilemeyecek bilgiler içerebilir. Bunların sınıflayıcıya verilmeden önce ayıklanmaları gerekir. En uygun öznitelikler aynı zamanda yeterli istatistikler olarak bilinirler.  $\omega$ ; sınıf,  $x$ ;  $n$ -boyutlu  $X$  uzayı örneği,  $y$ ;  $Y$  örnek uzayındaki öznitelik örneğini göstermek üzere; herhangi bir yeterli istatistik  $y$  aşağıdaki gibi yazılabilir.

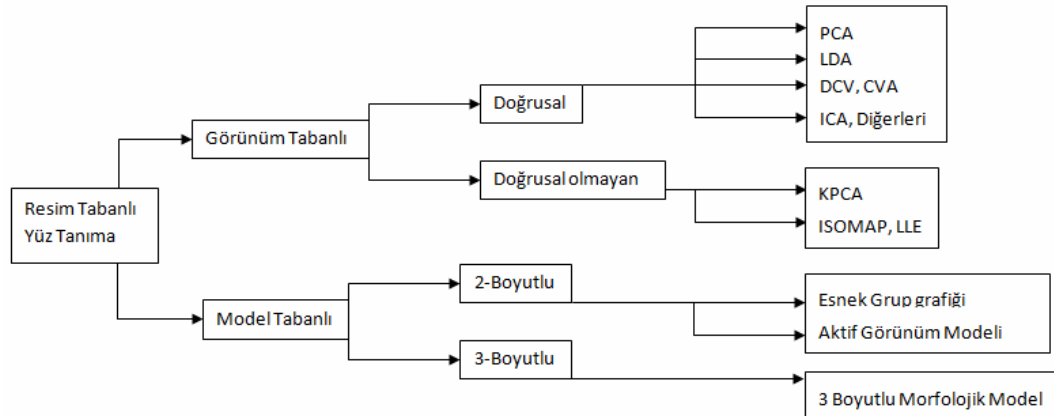
$$P_{x|y, \omega_i}(X | Y, \omega_i) = P_{x|y, \omega_j}(X | Y, \omega_j) \quad \forall i, j \quad (1.2)$$

$$i = 1, \dots, n \quad , \quad j = 1, \dots, m$$

Denklem (1.2)'de  $y$  biliniyorken  $x$ 'in olasılığı,  $\omega$  sınıftan bağımsızdır. Eğer  $y$ , bir yeterli istatistik ise en uygun karar kuralı  $x$ 'den bağımsız olarak yapılabilir.

## 1.6. Öznitelik Seçimi

Öznitelik seçimi, çıkarılmış özniteliklerin barındırdığı gereksiz bilgiyi dışarıda bırakacak en küçük alt kümeyi bulmayı amaçlar. Şekil 1.2'de öznitelik seçim yöntemlerinden bazıları gösterilmiştir. Bunlar arasında, doğrusal boyut indirgeme yöntemlerinden Ana bileşen analizi ve Doğrusal ayırma analizi iyi bilinen yöntemlerdir [5].



Şekil 1.2. Resim tabanlı yüz tanımda öznitelik seçim yöntemleri [5]

Tez çalışmasının konusu olan ortak vektör yöntemi (Common Vector Approach, CVA) ve ayırt edici ortak vektör yöntemi (Discriminative Common Vector Approach, DCV) ise doğrusal ayırma analiziyle (Linear Discriminant Analysis, LDA) yakından ilgilidir. Ana bileşen analizinde (Principal Component Analysis, PCA), bütün sınıfları temsil eden ortak değişim matrisinin en büyük öz değerlerine karşılık gelen öz vektörler kullanılır. Buradaki amaç, en uygun temsil

için kullanılan öznitelikle orijinal veri arasındaki ortalama karesel hatanın en az düzeyde kalmasını sağlamaktır [4].

Doğrusal ayırma analizinde ise sınıflar arası uzaklığı en çok yapılmaya, sınıf içi dağılımı en aza indirilmeye çalışılır. Bunlar arasında, etkili doğrusal boyut indirgeme yöntemleri ortak vektör yöntemi ve ayırt edici ortak vektör yöntemidir [6].

### 1.7. Sınıflandırma

Örüntü tanımanın son aşaması sınıflandırma işlemidir. Bu sonuç aşamasında, sınıfları temsil eden boyutları belli oranda indirgenmiş öznitelik vektörlerinin çeşitli ölçütlere göre karşılaştırmaları yapılarak hangi sınıfa yakın olduğu belirlenir. Çalışmada karşılaştırma ölçütü olarak, “Öklid uzaklığı” kullanılmıştır.

### 1.8. Tez çalışması

Yüz tanıma, örüntü tanıma uygulamalarının biridir. Yüz tanıma için çeşitli yöntemler önerilmiştir [7]. Bu yöntemlerden bazılarında yüz resmi hiçbir dönüşüm uygulanmadan *satırxsütun* boyutunda bir vektöre dönüştürülmüştür. Fakat resim boyutu çok büyük olduğunda sınıflandırma işlemi maliyetli olmakta ve birçok gereksiz öznitelik işlemlerde kullanılmaktadır. Resimdeki gereksiz bu özniteliklerin elenebilmesi için resim bir ön işlemde geçirilip daha küçük boyuta indirilebilir. Böylece az bilgi kaybı ile resim daha az boyutta temsil edilmiş olur [8,9].

Bu çalışmada, ön işlemde geçirilmiş yüz resimlerinden oluşan veri tabanlarındaki sınıfları en iyi temsil edebilen özniteliklerin nerelerden seçilmesi gerektiği belirlenmiş, daha az sayıda piksel kullanarak ortak vektör ve ayırt edici ortak vektör yöntemleri ile sınıflandırma yapılmıştır. Öznitelikler veritabanları için yapılan ön çalışma sonucunda elde edilen verilerden yararlanılarak bulunan bir yaklaşım ile çıkarılmıştır. Bunun için öncelikle küçük boyutlarda yöntemin işlevliliği gösterilmiştir. Ayırt edici ortak vektörler, bütün sınıfları temsil eden ortak değişim matrisinin farklılık alt uzayını, farksızlık alt uzayını ve Gram-Schmidt

yöntemiyle elde edilen birimlik taban vektörlerini kullanarak üç ayrı yöntemle bulunmuştur. Ortak vektörü elde ederken kullanılan yöntemler hız ve doğruluk yönünden analiz edilerek en hızlı ve doğru yöntem seçilmiştir. Geliştirilen uygulama yazılımı tanıma oranları, öznelik vektörlerinin boyutları ve çıkarıldığı bölgeler kaydedilerek denenmiştir. Çalışmanın son aşamasında özneliklerin seçildiği bölge ve tanıma oranı, resimlerden alınan piksel sayısı ve tanıma oranı ile ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayının boyutu ve tanıma oranı ilişkileri karşılaştırılıp yorumlanmıştır.

Tez çalışmasının düzeni şu şekildedir, 2. bölümde, genel olarak kullanılan alt uzay öznelik seçim yöntemleri tanıtılmıştır. 3. Bölüm, tez çalışmasının kapsadığı tüm deneysel çalışmaları içermektedir. 4. Bölümde, çalışmayla ilgili araştırmalara ve deneysel çalışmalara ilişkin sonuçlar bulunmaktadır.

## 2. ÖZİNİTELİK SEÇİM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde, alt uzay teknikleri kullanılarak boyut indirilmesi için kullanılan bazı öznelik seçim yöntemlerinin matematiksel açıklamaları bulunmaktadır.

### 2.1. En Uygun Temsil için Öznelik Seçimi [22]

$n$ -boyutlu bir  $x$  vektörü, bazı birimlik taban vektörlerinin doğrusal birleşimi şeklinde yazılabilir. Taban vektörleri,  $\vec{u}_j, j = 1, 2, \dots, n$  olmak üzere,

$$\vec{x} = y_1 u_1 + y_2 u_2 + \dots + y_m u_m + y_{m+1} u_{m+1} + \dots + y_n u_n \quad (2.1)$$

$$\tilde{x} = y_1 u_1 + y_2 u_2 + \dots + y_m u_m \quad (2.2)$$

$$\varepsilon = \vec{x} - \tilde{x} = \sum_{j=m+1}^n y_j \vec{u}_j = y_{m+1} u_{m+1} + \dots + y_n u_n \quad (2.3)$$

$$j = m+1, \dots, n$$

olmaktadır. Denklem (2.1)'de taban vektörlerinden bazılarını (2.2)'deki gibi seçerek  $\tilde{x}$  vektörü elde edilir ve boyut indirgenir. Bu durumda oluşan hata vektörü (2.3)'deki gibi olur.  $y_{m \times 1}$  katsayı vektörünü ve  $U_{n \times m}$  birimlik taban vektörü matrisini ifade etmektedir. Buradan,  $m$ -boyutlu  $y_{m \times 1}$  vektörü ve ortalama karesel hata (MSE) (2.6)'daki gibi elde edilebilir.

$$\vec{y}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad U_{n \times m} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & \dots & u_{m1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{1n} & u_{2n} & \dots & u_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\tilde{x}_{n \times 1} = U_{n \times m} \cdot \vec{y}_{m \times 1}, \quad \vec{y}_{m \times 1} = U_{n \times m}^T \cdot \tilde{x}_{n \times 1} \quad (2.5)$$

$$E = E[|\varepsilon|^2] = E[|\vec{x} - \tilde{x}|^2] \quad (2.6)$$

Denklem (2.7), tabanın birimdik olması koşulu ile, (2.10)'daki gibi yazılabilir.

$$E = E[\varepsilon^T \varepsilon] = E \left[ \left( \sum_{j=m+1}^n y_j \vec{u}_j \right)^T \left( \sum_{j=m+1}^n y_j \vec{u}_j \right) \right] = \vec{u}_j^T \sum_{j=m+1}^n E[y_j^2] \vec{u}_j \quad (2.7)$$

$$y_j^2 = (y_j)^T (y_j) = (\vec{u}_j^T \tilde{x})^T (\vec{u}_j^T \tilde{x}) = \tilde{x}^T \vec{u}_j \vec{u}_j^T \tilde{x} = \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (2.8)$$

$$\vec{u}_j^T \vec{u}_j = 1, \quad j = m+1, \dots, n \quad (2.9)$$

$$E = \vec{u}_j^T \sum_{j=m+1}^n E[y_j^2] \vec{u}_j = \vec{u}_j^T \sum_{j=m+1}^n E[\tilde{x}^T \tilde{x}] \vec{u}_j = \sum_{j=m+1}^n \vec{u}_j^T R_{\tilde{x}\tilde{x}} \vec{u}_j \quad (2.10)$$

Oluşan en küçültme problemi Lagrange çarpanları yöntemi kullanılarak çözülebilir.

$$E' = \sum_{j=m+1}^n \vec{u}_j^T R_{\tilde{x}\tilde{x}} \vec{u}_j + \sum_{j=m+1}^n \lambda_j (1 - \vec{u}_j^T \vec{u}_j) \quad (2.11)$$

$R_{\tilde{x}\tilde{x}}$  öz ilinti matrisi olmak üzere, en küçük hata için gerekli şart,

$$\frac{\partial E'}{\partial u_j} = 2(R_{\tilde{x}\tilde{x}} \vec{u}_j - \lambda_j \vec{u}_j) = 0, \quad j = m+1, \dots, n \quad (2.12)$$

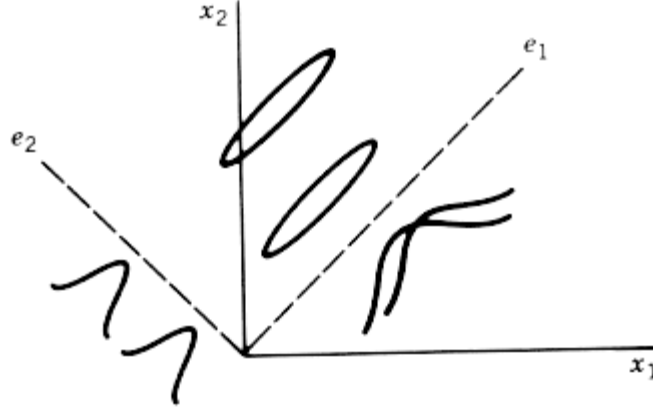
$$R_{\tilde{x}\tilde{x}} \vec{u}_j - \lambda_j \vec{u}_j = 0, \quad j = m+1, \dots, n$$

$$(R_{\tilde{x}\tilde{x}} - \lambda_j \mathbf{I}) \vec{u}_j = 0, \quad j = m+1, \dots, n$$

$$R_{\tilde{x}\tilde{x}} - \lambda_j \mathbf{I} = 0, \quad j = m+1, \dots, n$$

$$R_{\tilde{x}\tilde{x}} = \lambda_j \mathbf{I}, \quad j = m+1, \dots, n \quad (2.13)$$

Denklem (2.13), hata değerinin en k¼¼k olduğu durumu ifade etmektedir. Vekt¼rlerin taşındığı yeni uzayın  $u_j$  dik taban vekt¼rleri, öz ilinti matrisinin öz vekt¼rleri ise hata değeri en k¼¼k olmaktadır.



Şekil 2.1. İki sınıf için seçilen uygun ( $e_2$ ) ve uygun olmayan ( $e_1$ ) tabanlar

## 2.2. Ortak Vektör Yaklaşımı [4,12]

Ortak vektör, bir sınıfa ait öznelik vektörlerindeki farklılıklar çıkarıldıktan sonra geriye kalan ve o sınıf için değişmeyen özelliklerin oluşturduğu vektöre denir [4]. Ortak vektörün hesaplandığı ve tahmin edildiği iki durum vardır. Seçilen öznelik vektörlerinin boyutu ( $n$ ), bu vektörlerin sayılarına ( $m$ ) eşit olduğunda ya da büyük olduğunda yetersiz veri durumu ortaya çıkar. Bunun tam tersi durumda, yani seçilen öznelik vektörlerinin boyutu ( $n$ ), bu vektörlerin sayılarından ( $m$ ) küçük olduğunda ise yeterli veri durumu söz konusudur.

### 2.2.1. Yetersiz veri durumu [10,12,19]

Bir sınıfa ait vektör boyutu ( $n$ ), vektör sayısına ( $m$ ) eşit ya da büyük olduğunda yetersiz veri durumu ortaya çıkar.  $R^n$   $n$ -boyutlu bir vektör uzayı olsun. Bir sınıfa ait öznelik vektörleri  $\vec{a}_i$ ,

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{i,dif} + \vec{x} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.14)$$

Burada,

$\vec{a}_{i,dif}$  ; fark vektörü,

$\vec{x}$  ; ortak vektör,

olmak üzere iki vektörün toplamı şeklinde yazılabilir. Denklem (2.14)'de  $m$  tane vektör denklemi ve  $m+1$  tane bilinmeyen vektör vardır. Bu durumda  $\vec{x}$  için sonsuz çözüm vardır. Ortak vektörü elde etmek için en iyileme ölçütü aşağıdaki gibi olsun.

$$F_1 = \|\vec{a}_{1,dif}\|^2 + \dots + \|\vec{a}_{m,dif}\|^2 = \|\vec{a}_1 - \vec{x}\|^2 + \dots + \|\vec{a}_m - \vec{x}\|^2 \quad (2.15)$$

$F_1$ 'in  $\vec{x}$ 'e göre türevi alınır,

$$\frac{\partial F_1}{\partial \vec{x}} = 2(\vec{a}_1 - \vec{x}) + \dots + 2(\vec{a}_m - \vec{x}) = 0 \quad (2.16)$$

$$0 = 2[(\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_m) - m\vec{x}]$$

$$0 = 2m \left[ \frac{\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_m}{m} - \vec{x} \right]$$

$$0 = 2m[\vec{a}_{ave} - \vec{x}]$$

$$\vec{x} = \vec{a}_{ave} \quad (2.17)$$



Bu en iyileme ölçütüne göre ortak vektör sınıfın ortalamasına eşittir. Diğer bir en iyileme ölçütü ile de ortak vektör bulunabilir. Bu ölçüt için fark alt uzayı tanımlanabilir. Bir sınıfa ait öznelik vektörlerinin  $\alpha_i$  ( $i=1,\dots,m$ ) seçilen bir referans vektörüne göre farkları fark kümesini oluşturur.

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= \vec{a}_2 - \vec{a}_1 \\ \vec{b}_2 &= \vec{a}_3 - \vec{a}_1 \\ &\vdots \\ \vec{b}_{m-1} &= \vec{a}_m - \vec{a}_1\end{aligned}\tag{2.18}$$

Fark kümesi vektörleri tarafından gerilen alt uzay  $B$  ile gösterilirse,

$$B = \text{span} \{ \vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_{m-1} \}\tag{2.19}$$

Denklem (2.19)'da tanımlanan  $B$ 'ye öznelik vektörlerinin fark uzayı denir. Denklem (2.20)'de görüldüğü gibi bu taban vektörleri kullanılarak Gram-Schmidt dikleştirme metoduyla birimdik vektör kümesi elde edilir.

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 &= \vec{b}_1 & \vec{z}_1 &= \frac{\vec{d}_1}{\|\vec{d}_1\|} = \frac{\vec{b}_1}{\|\vec{b}_1\|} \\ \vec{d}_2 &= \vec{b}_2 - \langle \vec{b}_2, \vec{z}_1 \rangle \vec{z}_1 & \vec{z}_2 &= \frac{\vec{d}_2}{\|\vec{d}_2\|} \\ &\vdots & &\vdots \\ \vec{d}_{m-1} &= \vec{b}_{m-1} - \sum_{i=1}^{m-2} \langle \vec{b}_{m-1}, \vec{z}_i \rangle \vec{z}_i & \vec{z}_{m-1} &= \frac{\vec{d}_{m-1}}{\|\vec{d}_{m-1}\|}\end{aligned}\tag{2.20}$$

Herhangi bir  $\alpha_i$  öznelik vektörünün bu birimdik taban vektörleri üzerine izdüşümü aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$\bar{a}_i = \sum_{k=1}^{m-1} \langle \bar{a}_i, \bar{z}_k \rangle \bar{z}_k \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.21)$$

Ortak vektör, herhangi bir  $\alpha_i$  öznelik vektörü ve bu vektörün  $B$  fark alt uzayına izdüşümünün farkı olarak tanımlanır.

$$\bar{a}_{com} = \bar{a}_i - \bar{a}_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.22)$$

En iyileme ölçütü aşağıdaki gibi olsun,

$$F_2 = \|\bar{a}_{1,dif} - \bar{a}_1\|^2 + \|\bar{a}_{2,dif} - \bar{a}_2\|^2 + \dots + \|\bar{a}_{m,dif} - \bar{a}_m\|^2 \quad (2.23)$$

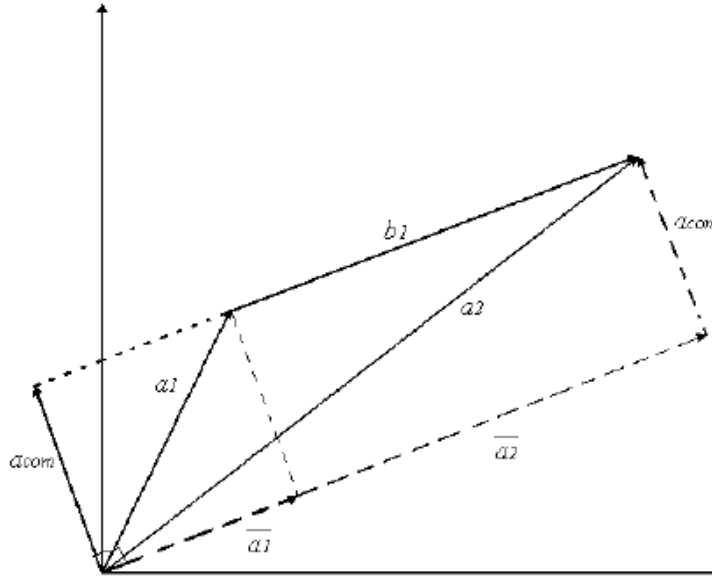
$F_2$  ölçütünün en küçük olabilmesi için bu fark vektörlerinin  $\alpha_m$  vektörlerine yakın olmaları gerekir. Bu durumda, (2.14)'e bağlı olarak ortak vektör aşağıdaki gibi seçilir.

$$\bar{x}_{opt} = \bar{a}_{com} \quad (2.24)$$

Denklem (2.14) ve (2.23) kullanılarak,

$$\begin{aligned} F_2 &= \left( \|\bar{a}_1 - \bar{x} - \bar{a}_1\|^2 + \dots + \|\bar{a}_m - \bar{x} - \bar{a}_m\|^2 \right)_{\bar{x}=\bar{a}_{com}} \\ &= \|\bar{a}_1 - \bar{a}_{com} - \bar{a}_1\|^2 + \dots + \|\bar{a}_m - \bar{a}_{com} - \bar{a}_m\|^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

yazılabilir. Denklem (2.22)'yi kullanarak,  $F_2 = 0 + 0 + \dots + 0 = 0$  elde edilir.  $\alpha_{com}$  vektörü  $i$ 'nin seçiminden bağımsızdır. Diğer bir deyişle  $F_2$  ölçütünden elde edilen ortak vektör her sınıf için tektir ve herhangi bir sınıfın kendi içinden seçilen referans vektöründen bağımsızdır [10].



Şekil 2.2. Aynı sınıfa ait iki boyutlu iki vektör ve sınıfın ortak vektörü

Yetersiz veri durumunda bir sınıfa ait ortak vektör, ortak değişim matrisinin sıfır öz değerlerine karşılık gelen öz vektörlerin doğrusal bileşimleri doğrultusundadır [10]. Bir sınıfa ait ortak değişim matrisi,

$$C_{n \times n} = \sum_{i=1}^m (\bar{a}_i - \bar{a}_{ave})(\bar{a}_i - \bar{a}_{ave})^T \quad (2.26)$$

şeklinde tanımlanır. Ortak değişim matrisi, öznelik vektörlerinin ortalama vektörüne göre değişimlerini göstermektedir. Yetersiz veri durumunda  $C_{n \times n}$  ortak değişim matrisinin sıfırdan farklı öz değerlerine karşılık gelen öz vektörleri  $B$  fark alt uzayı için birimlik taban oluşturur. Buna göre fark alt uzayının dik tümleyeni olan  $B^\perp$ , sıfıra eşit olan öz değerlere karşılık gelen öz vektörler tarafından gerilir. Ortak vektör fark alt uzayındaki her vektöre dik olduğundan,  $B^\perp$  farksızlık uzayında yer almalıdır. O halde ortak vektör  $C_{n \times n}$ 'in sıfıra eşit öz değerlerine karşılık gelen öz vektörlerin doğrusal bileşimidir. Bu durumda ortak vektör, sıfırdan farklı öz değerlere karşılık gelen öz vektörlerin fark alt uzayı üzerine izdüşümlerinin vektörün kendisinden çıkarılmasıyla da elde edilebilir [10].

Ortak vektör yaklaşımı yetersiz veri problemine çözüm getirmiştir. Bu problem, diğer yöntemlerin çalışmadığı bir durumdur. Çünkü diğer yöntemlerin hepsinde ortak değişim matrislerinin tersinin kullanılması gerekmektedir [19]. Yetersiz veri durumunda, tüm sınıfların ortak değişim matrisinin tersi yoktur. Bir matrisin tersinin olabilmesi için matrisin kertesinin, matristeki satır ya da sütun sayısına eşit olması gerekir. Fakat bu satır ya da sütunlardan en az biri doğrusal bağımlı ise matrisin tersi yoktur. Yetersiz veri durumunda en az bir satır ya da sütun doğrusal bağımlıdır.

### 2.2.2. Yeterli veri durumu [12]

Bir sınıfa ait vektörlerin boyutları ( $n$ ) bu vektörlerin sayısından ( $m$ ) küçük ise yeterli veri durumu ortaya çıkar. Yeterli veri durumunda fark uzayını öz vektörler bütün uzayı gerer ve farksızlık alt uzayı oluşmaz. Yani ortak vektör  $\vec{0}$  olur. Bu durumda  $\alpha_{com}$  tahmini yapılabilir. Bunun için  $n \times n$  boyutlu ortak değişim matrisinin öz değerleri küçükten büyüğe sıralanır. Bu öz değerlerden en küçük  $k$  tanesi  $\mathbf{B}^\perp$  farksızlık alt uzayını tanımlıyor olsunlar.  $\mathbf{B}^\perp$  ve  $\mathbf{B}$  birbirlerine dik uzaylar olduklarından geriye kalan  $(n-k)$  kadar öz değer  $\mathbf{B}$  fark alt uzayını tanımlarlar. Sınıfa ait herhangi bir vektörün  $\mathbf{B}$  alt uzayına izdüşüm fark vektörü (2.27)'de, sınıfın öz nitelik vektörleri de (2.28)'deki gibi olur.

$$\vec{a}_{i,dif} = \sum_{i=k+1}^n (\vec{a}_i^T u_i) u_i \quad (2.27)$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{i,dif} + \vec{a}_{com} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.28)$$

$(n-k)$  tane fark alt uzayı taban vektörü ya da  $k$  tane farksızlık alt uzayı taban vektörünü kullanarak ortak vektör elde edilebilir.  $k$  tane farksızlık alt uzayı taban vektörünü kullanarak,

$$\vec{a}_{com} = \sum_{i=1}^k (\vec{a}_{com}^T u_i) u_i \quad (2.29)$$

yazılabilir. En küçük karesel hata için,

$$F_3 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \boldsymbol{\varepsilon}_j^T \boldsymbol{\varepsilon}_j = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (\bar{\mathbf{a}}_i - \bar{\mathbf{a}}_{i,dif} - \bar{\mathbf{a}}_{com})^T (\bar{\mathbf{a}}_i - \bar{\mathbf{a}}_{i,dif} - \bar{\mathbf{a}}_{com}) \quad (2.30)$$

gibi bir eniyileme ölçütü tanımlanabilir.  $F_3$  'ün  $\alpha_{com}$ 'a göre türevi alınır,  $F_3$  ortak vektöre göre en küçük yapılmış olur.  $\alpha_{com}$ 'un  $u_j$  ( $i=1,2, \dots,k$ ) yönünde bileşeni olmadığından türev sonucu,

$$\bar{\mathbf{a}}_{com}^T \mathbf{u}_i = \bar{\mathbf{a}}_{com,i}^T = \bar{\mathbf{a}}_{ave}^T \mathbf{u}_i \quad i = 1,2, \dots, k \quad (2.31)$$

olarak bulunur. Denklem (2.31)'de  $\alpha_{ave}$  sınıfın ortalama vektörünü göstermektedir. Bu durumda ortak vektör,

$$\bar{\mathbf{a}}_{com} = \sum_{i=1}^k (\bar{\mathbf{a}}_{ave}^T \mathbf{u}_i) \mathbf{u}_i \quad (2.32)$$

şeklinde ya da,

$$P_{cov}^\perp = \sum_{i=1}^k \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T \quad (2.33)$$

olmak üzere,

$$\bar{\mathbf{a}}_{com} = P_{cov}^\perp \bar{\mathbf{a}}_{ave} \quad (2.34)$$

şeklinde hesaplanır. Yetersiz veri durumu için bir sınıfa ait herhangi bir öznelik vektörünün fark uzayına izdüşümünün öznelik vektörünün kendisinden çıkarılmasıyla elde edilen vektör daima ortak vektörü verir. Yeterli veri durumu için ise bir sınıfa ait vektörün farksızlık uzayına izdüşümü, o sınıfın ortak vektörüne yakın olacaktır. Herhangi bir  $x$  vektörü için  $x_{rem}$  kalan vektörü,

$$\bar{x}_{rem} = \bar{x} - \sum_{j=1}^{m-1} (\bar{x}^T \bar{u}_j) \bar{u}_j \quad (2.35)$$

formülüyle bulunur. Denklem (2.35)'de  $u_j$  ( $i=1,2, \dots,m-1$ ), fark alt uzayının birimdik taban vektörleridir.  $x_{rem}$ , ayrıca  $x$  'in farksızlık alt uzayına iz düşümüyle de hesaplanabilir. Herhangi bir  $x$  öznelik vektörünün  $C^{(i)}$  ( $i=1,\dots,K$ ) sınıflarından hangisine ait olduğunu bulmak için  $x_{rem}$  ile arasındaki Öklid mesafesine bakılır. Ortak vektör yaklaşımında,

$$C^* = \arg \min \left[ \|\bar{x}_{rem}^{(i)} - \bar{a}_{com}^{(i)}\|^2 \right] \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (2.36)$$

karar kuralı kullanılır. Denklem (2.36)'de  $x_{rem}$ ,  $x$  vektörünün  $i$ . sınıftan elde edilen kalan vektörünü,  $a_{com}$  ise bu sınıfa ait ortak vektörü göstermektedir.

### 2.3. Ayırt Edici Ortak Vektör Yöntemi [6,10,14,18]

Çalışmanın bu kısmında ayırt edici ortak vektör yöntemi detaylı bir biçimde açıklanmıştır.

#### 2.3.1. Ortak değişim matrisini kullanarak ayırt edici ortak vektör yönteminin uygulanması [6,18]

Ayırt edici ortak vektör yöntemi, ortak vektör yaklaşımından farklı olarak tüm sınıfların değişim matrisinden faydalanır [6,18]. Burada, ortak vektörler, öznelik vektörlerinin, tüm sınıflara ait ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayına iz düşürülmesiyle elde edilir. Ayırt edici ortak vektörler ise, elde edilen öznelik vektörü boyutundaki ortak vektörlerin, ortak vektörlere ait değişim matrisinin farklılık alt uzayına iz düşürülmesi ile elde edilir [6]. Sonuçta boyutu ortak vektörlere ait değişim matrisinin farklılık alt uzayını geren birimdik vektör sayısına eşit olan ayırt edici ortak vektörler elde edilir [6].

Eğitim seti her biri  $N$  örnek içeren,  $C$  farklı sınıftan oluşsun. Bu durumda eğitim setinde toplam  $M=N.C$  örnek vardır.  $i$ . sınıfa ait,  $m$ . örneğin öznelik vektörü  $d$ -boyutlu uzayda  $x_m^i$  ile gösterilirse; sınıf içi, sınıflar arası ve toplam

değişim (Saçılım) matrisleri,  $S_W$ ,  $S_B$ ,  $S_T$  aşağıdaki eşitlikler kullanılarak bulunabilir.  $\mu$ , eğitim setindeki tüm örneklerin ortalama vektörü,  $\mu_i$ ,  $i$ . sınıfa ait ortalama vektörü,  $A$  ise  $d \times M$  boyutlu matris olmak üzere,

$$S_W = \sum_{i=1}^C \sum_{m=1}^N (x_m^i - \mu_i)(x_m^i - \mu_i)^T = AA^T \quad (2.37)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^C N(\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (2.38)$$

$$S_T = \sum_{i=1}^C \sum_{m=1}^N (x_m^i - \mu)(x_m^i - \mu)^T = S_W + S_B \quad (2.39)$$

$$A = [ x_1^1 - \mu_1 \quad \dots \quad x_N^1 - \mu_1 \quad x_2^1 - \mu_2 \quad \dots \quad x_N^C - \mu_C ] \quad (2.40)$$

$V$  ve  $V^\perp$  sırasıyla,  $S_W$  matrisinin farklılık alt uzayını ve farksızlık alt uzayını temsil eden uzaylar olsun. Bu iki uzayın toplamı  $d$ -boyutlu bütün özneliklerin oluşturduğu uzayı vermektedir.  $S_W$  matrisinde  $r$  tane ( $r < d$ ) doğrusal bağımsız vektör olsun. Bu durumda söz konusu uzaylar ve bu uzayların toplamı,

$$V = \text{span} \{ \alpha_k \mid S_W \alpha_k \neq 0, k = 1, \dots, r \} \quad (2.41)$$

$$V^\perp = \text{span} \{ \alpha_k \mid S_W \alpha_k = 0, k = r + 1, \dots, d \} \quad (2.42)$$

$$V \oplus V^\perp = R^d \quad (2.43)$$

şeklinde olurlar. Farklılık ve farksızlık uzaylarını bulmak için, yine bu uzayları geren birimlik vektör takımlarını bulmak gerekir.  $S_W$  'nin öz vektör analizi ile bu uzayları geren taban vektörleri bulunabilir [6].  $\alpha_k$  ( $k=1, \dots, d$ ) birimlik taban vektörleridir. Denklem (2.41)'de  $\alpha_k$  ( $k=1, \dots, r$ ) vektörleri,  $S_W$  'nin sıfırdan farklı özdeğerlerine karşılık gelen özvektörleridir ve  $V$  farklılık alt uzayını gererler.

Farklılık alt uzayı her sınıftan  $(N-1)$  tane birimlik taban vektörü tarafından gerilir.  $M$  tane sınıf olduğuna göre, farklılık alt uzayı toplam  $M(N-1)$  tane taban vektöründen oluşur [6]. Başka bir ifadeyle farklılık alt uzayının boyutu,

$$\dim R(S_w) = r = M(N-1) \quad (2.44)$$

olur. Denklem (2.42)'de  $\alpha_k$  ( $k=r+1, \dots, d$ ) vektörleri ise  $S_w$  'nin sifıra eşit olan özdeğerlerine karşılık gelen özvektörleridir ve  $V^\perp$  farksızlık alt uzayını gererler. Farksızlık alt uzayının boyutu,  $S_w$  'nin toplam boyutundan farklılık alt uzayının boyutu çıkarılarak elde edilir.

$$\dim N(S_w) = d - r = d - M(N-1) \quad (2.45)$$

$S_w$  'nin sırasıyla farklılık ve farksızlık alt uzaylarına yansıtım matrisleri sırasıyla (2.46) ve (2.47)'de gösterilmiştir, eğitim setindeki örneklerin bu uzaylara izdüşümleri (2.49)'deki gibi olur.

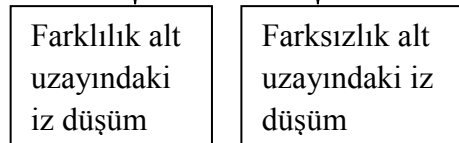
$$Q = [\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_r], \quad P = QQ^T \quad (2.46)$$

$$\bar{Q} = [\bar{\alpha}_{r+1}, \dots, \bar{\alpha}_d], \quad \bar{P} = \bar{Q}\bar{Q}^T \quad (2.47)$$

Denklem (2.43)'den yararlanarak  $x_m^i$  öznitelik vektörleri aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$\bar{x}_m^i = \bar{y}_m^i + \bar{z}_m^i \quad (2.48)$$

$$\bar{x}_m^i = P\bar{x}_m^i + \bar{P}\bar{x}_m^i = \underbrace{QQ^T \bar{x}_m^i}_{\text{Farklılık alt uzayındaki iz düşüm}} + \underbrace{\bar{Q}\bar{Q}^T \bar{x}_m^i}_{\text{Farksızlık alt uzayındaki iz düşüm}} \quad (2.49)$$





Denklem (2.49)'da görüldüğü gibi,  $x_m^i$  öznitelik vektörlerinin, biri farklılık diğeri de farksızlık alt uzayında olmak üzere iki bileşeni vardır. Farksızlık alt uzayındaki bileşen,

$$\bar{z}_m^i = \bar{x}_m^i - \bar{y}_m^i \quad (2.50)$$

$$\bar{z}_m^i = \bar{x}_{com}^i \quad (2.51)$$

$$\bar{x}_{com}^i = \bar{x}_m^i - P\bar{x}_m^i = \bar{x}_m^i - QQ\bar{x}_m^i \quad , \quad m=1, \dots, N, \quad i=1, \dots, C \quad (2.52)$$

$$\bar{x}_{com}^i = \bar{P}\bar{x}_m^i = \overline{QQ}^T \bar{x}_m^i \quad , \quad m=1, \dots, N, \quad i=1, \dots, C \quad (2.53)$$

ortak vektörü vermektedir.  $S_W$  matrisi  $d \times d$  boyutludur. Farksızlık alt uzayını doğuran birimdik vektör setini bulmak,  $d$  boyutunun çok büyük olduğu durumlarda oldukça güçtür. Aksine,  $S_W$  matrisinin farklılık alt uzayını doğuran birimdik vektör seti çok daha küçük  $M \times M$  boyutlu  $A^T A$  matrisi kullanılarak kolayca bulunabilir [6]. Bu nedenle eğitim setindeki öznitelik vektörlerinin  $S_W$ 'nin sıfır alt uzayına izdüşümlerini bulmak için, farklılık alt uzayını doğuran vektör setinden yararlanılmaktadır. Denklem (2.40)'da  $A$  matrisi tanımlanmıştır.  $AA^T$  çarpımı  $d \times d$  boyutlu  $S_W$  ortak değişim matrisini verir.  $A^T A$  çarpımı ise  $M \times M$  boyutlu ( $M < d$ ) çok daha küçük bir matris oluşturur.  $d \times d$  boyutlu bir matrisin öz değer ve öz vektörlerini bulmak yerine, çok daha küçük  $M \times M$  boyutlu bir matrisin öz değer ve öz vektörlerini bulmak daha kolaydır. Bu matrisin sıfırdan farklı öz değerlerine karşılık gelen öz vektörler farklılık alt uzayını oluştururlar.  $S_W$  'nin farklılık alt uzayını bulmak için söz konusu öz vektörleri  $A^T$  ile çarpmak yeterli olacaktır. Bu işlem (2.54)'de açıklanmıştır.

$$\begin{aligned}
(AA^T - \lambda I)\vec{v} &= \vec{0} \\
\Downarrow \\
(A^T A - \lambda I)\vec{w} &= \vec{0} \\
((A^T A)A^T - (\lambda I)A^T)\vec{w} &= (\vec{0})A^T \\
(A^T AA^T - \lambda A^T)\vec{w} &= \vec{0} \\
(AA^T - \lambda I)A^T \vec{w} &= \vec{0} \\
\Downarrow \\
\vec{v} &= A^T \vec{w}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Bu aşamadan sonra ayırt edici ortak vektörleri bulmak için ortak vektörlerin değişim matrisi tanımlanır.  $\mu_{com}$  bütün ortak vektörlerin ortalamasını göstermek üzere,

$$\mu_{com} = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C \vec{x}_{com}^i, \quad i=1, \dots, C \tag{2.55}$$

$$A_{com} = [ \vec{x}_{com}^1 - \mu_{com} \quad \dots \quad \vec{x}_{com}^C - \mu_{com} ] \tag{2.56}$$

$$S_{com} = \sum_{i=1}^C (\vec{x}_{com}^i - \mu_{com})(\vec{x}_{com}^i - \mu_{com})^T = A_{com} A_{com}^T, \quad i=1, \dots, C \tag{2.57}$$

olarak tanımlanır.  $S_{com}$  matrisi  $C \times C$  boyutludur.  $S_{com}$ 'un sıfırdan farklı öz değerlerine karşılık gelen öz vektörler, en uygun yansıtım vektörlerini verir [6]. Bu doğrusal bağımsız vektörlerin sayısı,  $S_{com}$  matrisinin kertesine eşittir ve  $C$  sınıf sayısından bir eksiktir,  $C-1$  [6]. Denklem (2.54)'de uygulanan yöntem  $S_{com}$  matrisinin farklılık alt uzayını bulmak için de uygulanabilir.  $d \times d$  boyutlu  $A_{com} A_{com}^T$  matrisinin öz değer ve öz vektörlerini bulmak yerine, çok daha küçük  $C \times C$  boyutlu ( $C < d$ )  $A_{com}^T A_{com}$  matrisinin öz değer ve öz vektörlerini bulduktan sonra  $C-1$  tane sıfırdan farklı öz değere karşılık gelen öz vektörler alınarak  $\omega_k$  ( $k=1, \dots, C-1$ ) en uygun yansıtım vektörleri bulunur.  $V^\perp$  ve  $V$  sırasıyla  $S_{com}$ 'un farklılık ve farksızlık alt uzaylarını,  $R^C$  de bu iki uzayın toplamı olan tüm ortak vektör uzayını göstermek üzere, (2.58)'deki gibi en uygun yansıtım vektörleri yan yana sıralanırsa,

$$\omega_k = [\bar{\omega}_1 \ \bar{\omega}_2 \ \dots \ \bar{\omega}_C] \quad , \quad k = 1, \dots, C \quad (2.58)$$

$$V_{S_{com}} = span \{ \bar{\omega}_k \mid S_{com} \bar{\omega}_k \neq 0, k = 1, \dots, C-1 \} \quad (2.59)$$

$$V_{S_{com}}^\perp = span \{ \bar{\omega}_k \mid S_{com} \bar{\omega}_k = 0, k = C \} \quad (2.60)$$

$$V_{S_{com}} \oplus V_{S_{com}}^\perp = R^C \quad (2.61)$$

olarak yazılabilir. Bu durumda farklılık alt uzayına en uygun yansıtım matrisi  $W$  (2.62)'deki gibi olur.

$$W = [\bar{\omega}_1 \ \bar{\omega}_2 \ \dots \ \bar{\omega}_{C-1}] \quad (2.62)$$

$$J(W_{opt}) = \arg \max_{|W^T S_B W|} |W^T S_B W| = \arg \max_{|W^T S_{com} W|} |W^T S_{com} W| \quad (2.63)$$

Denklem (2.63)'den de anlaşılacağı gibi en uygun yansıtım matrisi sınıflar arası dağılımı en büyük yapar. Buradan  $(C-1)$  boyutlu ayırt edici ortak vektörler,

$$\bar{\Omega}_i = [\langle \bar{x}_m^i, \bar{\omega}_1 \rangle \quad \dots \quad \langle \bar{x}_m^i, \bar{\omega}_{C-1} \rangle]^T \quad (2.64)$$

$$\bar{\Omega}_i = W^T \bar{x}_m^i \quad , \quad m = 1, \dots, N, i = 1, \dots, C \quad (2.65)$$

eşitlikleriyle gibi bulunur. Denklem (2.64)'de yansıtım sabitleri, yani ayırt edici ortak vektörlerin elemanları  $(m=1, \dots, N)$  indeksinden, dolayısıyla bir sınıfa ait diğer öznitelik vektörlerinden bağımsızdır. Buna bağlı olarak denklem (2.65) eğitim setindeki örneklerin % 100 doğrulukla tanınmasını garanti eder. Bu garantiden diğer yöntemlerin hiçbirisinde bahsedilmemiştir [6]. Test sırasında,  $x_{test}$  herhangi bir test özniteliği olmak üzere, öznitelik vektörleri en uygun yansıtım matrisi ile yine aynı farklılık alt uzayına iz düşürülürler.

$$\bar{\Omega}_{test} = W^T \bar{x}_{test} \quad (2.66)$$

Sınıflandırma yapılırken eğitim ve testte elde edilen  $(C-1)$  boyutlu ayırt edici ortak vektörler karşılaştırılır. Bu yüzden Ayırt edici ortak vektör yöntemi gerçeklemeye uygundur.

$$C^* = \arg \min \left\{ \| W^T (\bar{x}_{test} - \bar{x}_m^i) \| \right\} = \arg \min \left\{ \| \bar{\Omega}_{test} - \bar{\Omega}_i \| \right\} \quad (2.67)$$

$$i = 1, \dots, C$$

gibidir. “Eigenface”, “Fisherface” ve “Direct-LDA” gibi diğer yöntemlerde ise test verisi eğitim setindeki tüm öznitelik vektörleriyle karşılaştırıldığından gerçek zamanlı uygulamalar için pratik değildirler [6].

$M=NC$  ve  $d$  öznitelik vektörlerinin boyutu olmak üzere, ayırt edici ortak vektörler bu bölümde anlatıldığı gibi hesaplanırsa,

$$\text{Gerekli işlem sayısı} = l \left( \frac{4M^3}{3} + 2M^3 - M^2 \right) + 2dM(M - C) + dC \quad (2.68)$$

olur [6].

### 2.3.2. Gram-Schmidt dikleştirme yöntemini kullanarak ayırt edici ortak vektör yönteminin uygulanması [6,10]

Bu yöntemde, öznitelik vektörlerinin birbirleri arasındaki farklara bakılarak, tüm sınıflar için tanımlanan ortak değişim matrisinin farklılık alt uzayını bulunur. Bunun için, her sınıfın ilk öznitelik vektörü diğerlerinden çıkarılarak bir sınıfın fark alt uzayı bulunur.

$$\bar{b}_k^i = \bar{x}_{k+1}^i - \bar{x}_1^i, \quad k = 1, \dots, N - 1 \quad (2.69)$$

$$B_i = \text{span} \left\{ \vec{b}_1^1, \dots, \vec{b}_{N-1}^1 \right\} \quad (2.70)$$

Her sınıfın fark alt uzayı birleştirilerek, tüm sınıflara ait fark alt uzayı oluşturulur. Bu uzaydaki doğrusal bağımsız vektör sayısı, bir önceki bölümde (2.37)'de tanımlanan tüm sınıflara ait ortak değişim matrisinin ( $S_W$ ) kertesine eşittir. Aynı zamanda  $B$  farklılık alt uzayı, bir önceki bölümde (2.41)'de tanımlanan  $S_W$ 'nin farklılık alt uzayıyla aynıdır [6].

$$B = B_1 + \dots + B_C = \text{span} \left\{ \vec{b}_1^1, \dots, \vec{b}_{N-1}^1, \vec{b}_1^2, \dots, \vec{b}_{N-1}^C \right\} \quad (2.71)$$

Sınıfların ilk öz nitelik vektörü referans alındığı için, her sınıfa ait ( $N-1$ ) tane doğrusal bağımsız vektör elde edilir. Bu durumda  $B$  farklılık alt uzayında toplam  $C(N-1)$  tane doğrusal bağımsız vektör vardır.  $B$  farklılık alt uzayını geren vektörleri alarak, tüm sınıfların farklılık alt uzayı (2.73)'deki gibi bulunabilir. Denklem (2.73)'de  $D^T D$  tersi alınabilir, pozitif tanımlı bir matristir [6].

$$D = \left[ \vec{b}_1^1, \dots, \vec{b}_{N-1}^1, \vec{b}_1^2, \dots, \vec{b}_{N-1}^C \right] \quad (2.72)$$

$$P = D(D^T D)^{-1} D^T \quad (2.73)$$

Farklılık alt uzayını bu şekilde bulmak yerine, bir diğer ara yöntem olarak “2.3.3 Yetersiz Veri Durumu” bölümünde, (2.20)'de açıklanan Gram-Schmidt dikleştirme yöntemi kullanılabilir. Bunun için (2.71)'de tanımlanan  $B$  farklılık alt uzayını geren fark vektörleri Gram-Schmidt dikleştirme yöntemine göre birim dikleştirilir. Bu işlem bir önceki ortak vektör bulma yöntemine göre çok daha az işlem yükü gerektirmektedir. Öz vektör analizi için gerekli işlem sayısı  $l$  olmak üzere, Gram-Schmidt dikleştirme yöntemiyle ayırt edici ortak vektör hesabı (2.74)'deki kadar işlem gerektirmektedir [6].

$$\text{Gerekli işlem sayısı} = 2d(M - C)^2 + d(M - C) \quad (2.74)$$

Gram-Schmidt yöntemiyle elde edilen birimlik taban vektörleri kullanılarak farklılık alt uzayı bulunabilir. Farklılık alt uzayını geren doğrusal bağımsız vektör sayısı,

$$\text{Farklılık alt uzayı boyutu} = C(N - 1) = CN - C = M - C \quad (2.75)$$

kadardır. Farklılık alt uzayını geren bu vektörlerden, (2.76) gereğince  $P$  farklılık alt uzayı elde edilir. Bu uzayın tümleyeni olan farksızlık alt uzayı (2.78)'de, birim matristen farklılık alt uzayı çıkarılarak elde edilebilir.

$$U = [\vec{\beta}_1, \dots, \vec{\beta}_{M-C}] \quad P = UU^T \quad (2.76)$$

$$\bar{U} = [\vec{\beta}_{M-C+1}, \dots, \vec{\beta}_d] \quad \bar{P} = \bar{U}\bar{U}^T \quad (2.77)$$

$$P + \bar{P} = I \quad (2.78)$$

Buradan ortak vektörler öznelik vektörlerinin farksızlık alt uzayı üzerine iz düşürülerek ya da, öznelik vektörlerinden farklılık alt uzayındaki izdüşümleri çıkarılarak elde edilebilir.

$$\vec{x}_{com}^i = \bar{P}\vec{x}_m^i = x_m^i - P\vec{x}_m^i = \bar{Q}\bar{Q}\vec{x}_m^i = x_m^i - QQ\vec{x}_m^i \quad (2.79)$$

$$m = 1, \dots, N, \quad i = 1, \dots, C$$

Ortak vektörler elde edildikten sonra daha önceki bölümde açıklanan şekliyle (2.57) eşitliği kullanılarak  $S_{com}$  ortak vektörlerin değişim matrisi bulunur. Denklem (2.59) ve (2.62) kullanılarak  $W$  en uygun iz düşüm matrisi oluşturulur. Eğitim ve test için, ayırt edici ortak vektörler sırasıyla (2.65) ve (2.66) kullanılarak elde edilir. Karşılaştırma ölçütü olarak (2.67)'deki ölçüt kullanılır.

#### 2.4. Ana Bileşen Analizi [11,12,19]

Ana bileşen analizi eldeki veri kümesinin dağılımı koruyarak yeni bir veri uzayına taşır. Bu taşıma işlemi daha küçük boyutlu bir uzaya yapılır, böylece öznitelik uzayının boyutu da azaltılmış olur. Bu yöntem, veri kümesini bir uzaydan daha küçük bir diğer uzaya taşırken en az bilgi kaybını garanti eder [11].  $n$ -boyutlu uzaydaki öznitelik vektörleri aşağıdaki gibi olsunlar,

$$\vec{x}_i = \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.80)$$

Bu vektör kümesinden herhangi bir  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) vektörü, hiç veri kaybı olmadan  $u_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) birimlik tabanların doğrusal bileşimleri şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^n z_i \vec{u}_i \quad (2.81)$$

$$z_i = \vec{u}_i^T \vec{x}_i \quad \text{ve} \quad \vec{u}_i^T \vec{u}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.82)$$

$\vec{x}$  vektörü (2.83)'deki gibi ayrıştırılabilir.

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^m z_i \vec{u}_i + \sum_{i=m+1}^n z_i \vec{u}_i \quad (2.83)$$

$\vec{x}$  vektörü  $m$  boyuta indirgenirse,

$$\tilde{\vec{x}} = \sum_{i=1}^m z_i \vec{u}_i + \sum_{i=m+1}^n b_i \vec{u}_i \quad (2.84)$$

yazılabilir. (2.84)'de  $b_i$  katsayıları sabittir, Bu durumda, yeni uzayda  $z_i$  vektörlerinin boyutu  $m$ 'dir. Boyut indirgindikten sonra oluşan hata,

$$\begin{aligned}
\bar{x}_{nx1} - \tilde{x}_{nx1} &= \sum_{i=1}^m z_i \bar{u}_i + \sum_{i=m+1}^n z_i \bar{u}_i - \left( \sum_{i=1}^m z_i \bar{u}_i + \sum_{i=m+1}^n b_i \bar{u}_i \right) \\
&= \sum_{i=m+1}^n (z_i - b_i) \bar{u}_i
\end{aligned} \tag{2.85}$$

gibi yazılır. En az bilgi kaybıyla boyut indirgemek için hatanın en küçük değerini hangi durumda aldığını bulmak gerekir. Buna göre  $N$  tane vektör için en küçük yapılması gereken hata fonksiyonu,

$$E_{\min} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \|\bar{x}_{nx1} - \tilde{x}_{nx1}\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i=m+1}^n (z_i^n - b_i)^2 \tag{2.86}$$

olmaktadır. Hatanın en küçük olduğu noktayı bulmak için  $E_{\min}$ 'nin  $b_i$ 'ye göre türevi sıfıra eşitlenir. Buna göre,

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^n \tag{2.87}$$

denklem (2.82)'den yararlanarak ve sınıfın ortalama vektörü,

$$\bar{x}_{ave} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{x}^n \tag{2.88}$$

olmak üzere,

$$b_i = \bar{u}_i^T \bar{x}_{ave} \tag{2.89}$$

olarak bulunur. Denklem (2.89), (2.86)'de yerine koyulursa,

$$E_{\min} = \frac{1}{2} \sum_{i=m+1}^n \bar{u}_i^T \Phi \bar{u}_i \tag{2.90}$$



elde edilir. Burada  $\Phi$ ,  $\{x_i^n\}$  öznitelik vektör kümesinin değişim matrisidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Phi = \sum_{n=1}^N (\bar{x}^n - \bar{x}_{ave})(\bar{x}^n - \bar{x}_{ave})^T \quad (2.91)$$

$E_{min}$  hata fonksiyonunu en küçük yapmak için seçilmesi gereken taban vektörleri, “2.1. En uygun temsil için öznitelik seçimi” bölümünde açıklandığı gibi,

$$\Phi \bar{u}_j = \lambda_j \bar{u}_j \quad \text{ve} \quad \lambda_j \geq 0 \quad (2.92)$$

ortak değişim matrisinin öz vektörleri olarak seçilir. Denklem (2.92), (2.90)’de yerine koyulur ve taban vektörlerinin (2.82)’deki gibi birimdik olduğu göz önüne alınırsa,

$$E_{min} = \frac{1}{2} \sum_{i=m+1}^n \lambda_i \quad (2.93)$$

olarak elde edilir. En küçük hata  $n-m$  tane en küçük öz değere karşılık gelen öz vektörleri eleyerek elde edilir. Geri kalan  $m$  tane öz vektör öznitelik vektörlerinin taşıdığı yeni uzayın birimdik taban vektörleridir [19].

$$\underbrace{\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m}_{\text{En büyük öz değerler}} > \underbrace{\lambda_{m+1} > \dots > \lambda_n}_{\text{En küçük öz değerler}} \quad (2.94)$$

$$\underbrace{u_1 > u_2 > \dots > u_m}_{\text{En büyük öz değerlere karşılık gelen öz vektörler}} > \underbrace{u_{m+1} > \dots > u_n}_{\text{En küçük öz değerlere karşılık gelen öz vektörler}} \quad (2.95)$$

## 2.5. Doğrusal Ayırma Analizi [12,19]

Doğrusal Ayırma Analizi yansıtım algoritmalarından biridir. Yansıtım sınıf seçiminin başarımını arttırmak için yapılır, özneliklerin yansıtıldığı yeni uzayda sınıflandırma işlemi daha kolay yapılabilir. Bu uzayı bulabilmek için aşağıdaki ölçüt arttırılmaya çalışılır [12, 19].

$$d = \frac{\text{SINIFLAR ARASI DAGILIM}}{\sum \text{SINIF İÇİ DAGILIM}} \quad (2.96)$$

$i$ . sınıfa ait,  $m$ . örneğin öznelik vektörü  $d$ -boyutlu uzayda  $x_m^i$  ile gösterilirse; sınıf içi ve sınıflar arası değişim matrisleri,  $S_w$ ,  $S_B$ ,

$$S_w = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C \sum_{m=1}^N (\bar{x}_m^i - \mu_i)(\bar{x}_m^i - \mu_i)^T \quad (2.97)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^C (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (2.98)$$

$$\mu_i = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \bar{x}_m^i \quad (2.99)$$

$$\mu = \frac{1}{NC} \sum_{i=1}^C \sum_{m=1}^N \bar{x}_m^i \quad (2.100)$$

gibi elde edilir.  $\mu$ , eğitim setindeki tüm örneklerin ortalama vektörünü,  $\mu_i$   $i$ . sınıfa ait ortalama vektörünü göstermektedir. Bu durumda en büyük ölçütü;

$$J_r = \left( \frac{S_B}{S_w} \right) \quad (2.101)$$

olacaktır.  $J_r$ 'nin sıfırdan farklı öz değerlerine karşılık gelen öz vektörler  $W$  yansıtım matrisini oluşturur. Çünkü sınıflar arası farkı en büyük yapmak için bu değişim matrisinin farklılık alt uzayı kullanılmalıdır. Bu değişim matrisinin herhangi bir  $C$  sınıf için  $(C-1)$  kadar sıfırdan farklı öz değeri vardır [12]. Yansıtım işlemi,

$$\bar{y} = W\bar{x} \quad (2.102)$$

ile yapılır. Sınıflandırma işlemi ise,

$$C^* = \arg \min_i \left\{ \| W(\bar{x} - \bar{x}_{ort}^i) \| \right\} \quad i = 1, 2, \dots, C \quad (2.103)$$

şeklinde bilinmeyen vektörün, sınıfların ortalamalarından olan Öklid uzaklığına bakılarak yapılır.

### 3. UYGULAMALAR

Bu bölümde çalışmanın öncelikli inceleme konusu olan ayırt edici ortak vektör yönteminin uygulanma aşamaları, kullanılan veri tabanları ve deney sonuçları bulunmaktadır.

#### 3.1. Kullanılan Veri Tabanları

Uygulamalarda kullanılan veri tabanları, AR, Yale B, ORL, Faces94, Face95 ve Faces96 yüz veri tabanlarıdır. Veri tabanları uygulamalarda,

Veri Tabanı No: Adı\_Boyutu\_Resim (Kişi, Resim, Toplam piksel sayısı)

3: AR117\_120x90\_14 (117K, 14R, 10800)

şeklinde isimlendirilmiştir. Kolaylık olması açısından orijinal resimler Matlab programlama dili kullanılarak (imresize komutuyla) daha küçük boyutlara indirgenmiştir.

##### 3.1.1. AR yüz veri tabanı

AR yüz veritabanı, 126 kişiden alınan ve her biri farklı aydınlanma, yüz ifadeleri, atkılı ve gözlüklü imgeler içeren her bir sınıf için 26 resimden oluşmaktadır [15]. Bu resimler Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Veritabanındaki resimler 299x222 boyutundadır. Uygulamalarda, 64 erkek ve 53 bayan olmak üzere toplam 117 denek AR yüz veri tabanından seçilmiştir. Deneylerde her bir sınıftan gözlük ve kaşkol kullanılmayan 14 resim olmak üzere toplamda 1638 resim kullanılmıştır.

AR yüz veri tabanı,

- 1: AR50\_299x222\_14 (50K, 14R, 66378)
- 2: AR50\_24x18\_14 (50K, 14R, 432)
- 3: AR117\_120x90\_14 (117K, 14R, 10800)
- 4: AR117\_90x68\_14 (117K, 14R, 6120)
- 5: AR117\_60x40\_14 (117K, 14R, 2400)

şekilleriyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.1. AR yüz veri tabanında bir kişinin bütün resimleri



Şekil 3.2. AR yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri

### 3.1.2. Yale B yüz veri tabanı

Genişletilmiş YALE yüz veritabanında 38 kişiden alınan ve her biri için 64 farklı aydınlanma durumunda olan resimlerden oluşmaktadır [16]. Resimlerin her biri 192x168 boyutundadır. Bu resimler içinden, yüz resminin seçilemeyecek kadar karanlık olanları elenerek her denekten 47 resim alınmıştır. Deneylerde kullanılan 20 resimden oluşan diğer veri tabanı ise 47 resim içinden bir eleme daha yapılarak oluşturulmuştur. Yale B yüz veri tabanı,

- 6: YALE\_38\_85x75\_47 (38K, 47R, 6375)
- 7: YALE\_38\_85x75\_20 (38K, 20R, 6375)

şekilleriyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.3. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin bütün resimleri



Şekil 3.4. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan 47 resmi



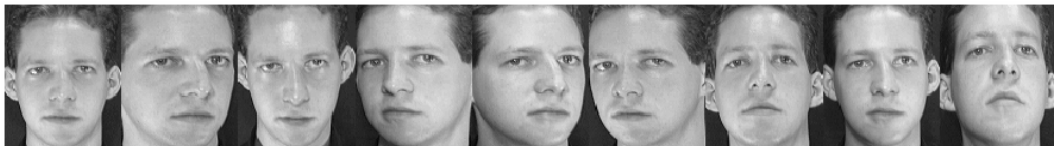
Şekil 3.5. Yale B yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan 20 resmi

### 3.1.3. ORL yüz veri tabanı

ORL yüz veritabanında 40 kişiden alınan ve her biri için 9 farklı yüz pozisyonu bulunan resimlerden oluşmaktadır [17]. Resimlerin her biri 112x92 boyutundadır. Deneysel veri tabanındaki bütün resimler alınmıştır. ORL yüz veri tabanı,

8: ORL\_40\_112x92\_9 (40K, 9R, 10304)

şekliyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.6. ORL yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri

### 3.1.4. Faces94 yüz veri tabanı

Faces94 yüz veritabanında 142 kişiden alınan ve her biri için 9 farklı göz pozisyonuna sahip olan resimlerden oluşmaktadır. Resimlerin her biri 200x180 boyutundadır. Deneylerde veri tabanındaki bütün resimler alınmıştır. Faces94 yüz veri tabanı,

9: Faces94\_142\_70x63\_9 (142K, 9R, 4410)

şekliyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.7. Faces94 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri

### 3.1.5. Faces95 yüz veri tabanı

Faces95 yüz veritabanında 72 kişiden alınan ve her biri için 9 farklı aydınlatma ve farklı göz pozisyonu olan resimlerden oluşmaktadır. Resimler 200x180 boyutundadır. Deneylerde veri tabanındaki bütün resimler alınmıştır. Faces95 yüz veri tabanı,

10: Faces95\_72\_70x63\_9 (72K, 9R, 4410)

şekliyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.8. Faces95 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri

### 3.1.6. Faces96 yüz veri tabanı

Faces96 yüz veritabanında 169 kişiden alınan ve her biri için 9 yüz ifadesine sahip olan resimlerden oluşmaktadır. Resimler 196x196 boyutundadır. Deneylerde veri tabanındaki bütün resimler alınmıştır. Faces96 yüz veri tabanı,

11: Faces96\_169\_60x60\_9 (169K, 9R, 3600)

şekliyle kullanılmaktadır.



Şekil 3.9. Faces96 yüz veri tabanında bir kişinin kullanılan resimleri

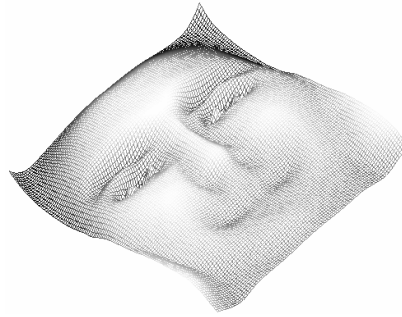
### 3.2. Özniteliğin Alınacağı Bölgenin Seçimi

Özniteliğin alınacakları bölgeyi seçmede bir dizi yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan birisi kullanılacak veritabanındaki tüm resimlerin ortalamasının türevlerini almaktır. Bunun amacı, türev almanın matematiksel anlamından yararlanarak, ortalama resimdeki en ani konkav ve konveks geçişler gösteren bölgeleri saptamaktır. Sonuç türev resimlerinde özniteliklerin alınacağı en karakteristik bölgelerin bulunması amaçlanmaktadır. AR veri tabanındaki tüm resimlerin ortalaması alınırca,



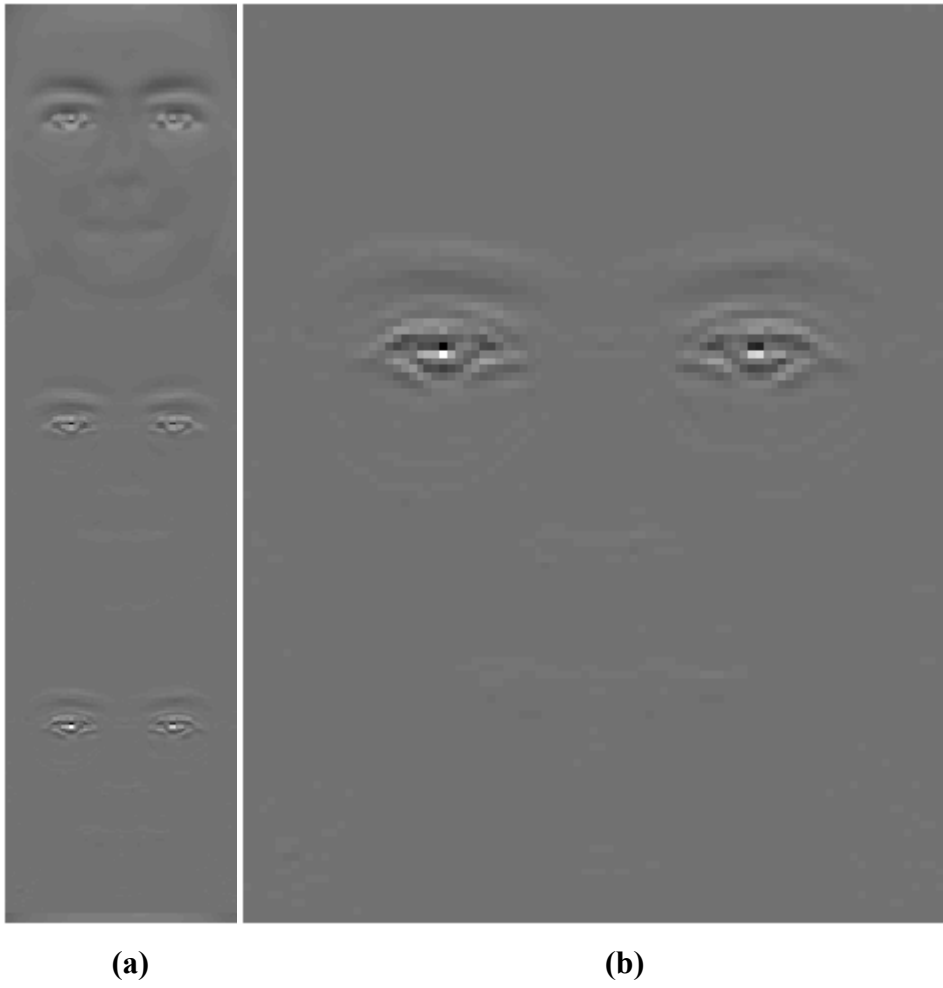


(a)



(b)

**Şekil 3.10.** Ortalama resim, a) AR yüz veri tabanındaki tüm resimlerin ortalama resmi, b) Ortalama resmin 3 boyutlu gösterimi



**Şekil 3.11.** Türevi alınmış ortalama resim a) Ortalama resmin ilk üç türevi b) Üçüncü türev

Şekil 3.11’de görüldüğü gibi bir resmin birkaç kez türevi alınarak en hızlı değişim gösteren bölgeleri bulunmuştur. Başka bir deyişle resimdeki en karakteristik bölgeler bulunmuş, böylelikle yüz resminde öznitelik çıkarımı sırasında dışarıda bırakılmaması gereken bölgelerin saptanabileceği düşünülmüştür. Şekil 3.11 b)’de AR veri tabanındaki tüm resimlerin ortalamasının üçüncü türevi görülmektedir. Dikkat edilecek olursa, gözler ve yakın çevresi bu resimde hala belirgin olmasına rağmen resmin diğer bölgelerinde bu özelliğe rastlanamamaktadır.

Bir diğerk yöntem ise, eğitim setindeki resimlerin ortalama ile olan farklarına bakılabilir. Ortak değişim matrisinin matematiksel anlamına benzeyen bu yaklaşımla, elde edilen bu farkları da birbirinden çıkararak en son ortaya çıkan fark resminde eğitim setinde ilk bakışta fark edilmeyen fakat en kararlı öznitelikleri bulmak amaçlanmıştır. Bu bölgeler eğitim setindeki resimler arasında en karakteristik değişmeyen ve alınan her fark sonrası sifıra yakınsayan bölgelerdir. AR yüz veri tabanındaki ilk kişi denek olarak seçilirse, Şekil 3.10'da görüldüğü gibi, gözler, kaşlar, burun ve ağız dışında kalan bölgeler belirgin değildir.



(a)



(b)

**Şekil 3.12.** Fark resimleri ve son fark resminin türevi a) AR yüz veri tabanında bir kişinin 14 resmi ile ortalama resim arasındaki farklar b) Bütün farklar birbirinden çıkarıldıktan sonra elde edilen son fark resmi ve 3. Türev

Bu deney diğer veri tabanları için de yapılabilir. Bu çalışmalar sonucunda elde edilen verilere dayanarak sınıfları ayırmada kullanılacak en uygun özniteliklerin;

1. Gözler ve yakın çevresinden,
2. Burun ve yakın çevresinden,
3. Ağız ve yakın çevresinden

alınması gerektiği sonucuna varılmıştır.

### 3.3. Özneliğin Boyutları ve Alt Uzaylar Arasındaki İlişki

$M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı olmak üzere, farklılık alt uzayını geren vektör sayısının yani bu uzayın boyutunun  $M(N-1)$  olduğu ve farklılık alt uzayının boyutunun tüm öznitelik uzayının toplam boyutundan farksızlık alt uzayının boyutunun çıkarılarak bulunduğu “2.2. Ayırt edici ortak vektör yöntemi” bölümünde açıklanmıştı. Farksızlık uzayının bu boyut değeri, ortak değişim matrisi ya da Gram-Schmidt dikleştirme yöntemlerinin her ikisi için de geçerlidir.  $(Ek+1)$  farksızlık alt uzayının boyutunu değiştirmek için kullanılan değişken olmak üzere, öznitelik uzayının toplam boyutu (3.1)’deki gibi olsun. Bu durumda her resmin seçilen öznitelik bölgesinden,

$$Px = M(N - 1) + 1 + Ek \quad (3.1)$$

kadar piksel alınması gerekmektedir. Burada,

$$FARKLILIK ALT UZAYI boyutu = M(N - 1) \quad (3.2)$$

$$FARKSIZLIK ALT UZAYI boyutu = Ek + 1 \quad (3.3)$$

olmaktadır. Farksızlık alt uzayının boyutunu değiştirmek için kullanılan başka bir değişken de  $Ek$  olarak tanımlanırsa, buna göre her resmin seçilen öznitelik bölgesinden,

$$Px = M(N - 1) + Ek \quad (3.4)$$

kadar piksel alınması gerekmektedir. Burada,

$$FARKLILIK \text{ ALT UZAYI boyutu} = M(N - 1) \quad (3.5)$$

$$FARKSIZLIK \text{ ALT UZAYI boyutu} = Ek \quad (3.6)$$

olmaktadır.

### 3.4. Yazılım Programı

Veri tabanlarının analiz edilebilmesi için, Matlab programlama dilinde bir yazılım geliştirilmiştir. Veri tabanındaki kişi ve resim sayısı arttırıldığında daha çabuk sonuçlar alabilmek için hızlandırma çalışmaları yapılarak yazılıma son şekli verilmiştir.

Yazılım programı,

1. “Tek Test, Tüm Test” bölümü,
2. “Farksızlık alt uzayı boyutuna göre tanıma oranları” bölümü,

olmak üzere iki ana kısımdan oluşmaktadır. Her iki kısımda da, girilen  $M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı ve  $Ek$  farksızlık alt uzayının boyutunu değiştirmek için kullanılan değişken olmak üzere, her resmin seçilen öznitelik bölgesinden, (3.4)’de belirtilen kadar piksel alınır. Farklılık alt uzayının boyutu (3.5)’de ve farksızlık alt uzayı boyutu (3.6)’da gösterildiği gibidir.

$S_W$  (2.37)'de tanımlanan tüm sınıflar için ortak değişim matrisi,  $A$  (2.40)'da tanımlanan sınıfların ortalama vektöründen öznelik vektörlerinin çıkarılmasıyla elde edilen matrisi göstermek üzere, ortak vektörü elde etmek için üç farklı yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemler,

1. “ $A^T A$  ile  $S_W$ 'nin farklılık alt uzayını bul”, bu yöntemde (2.54)'deki yöntemden yararlanılarak  $S_W$ 'nin (2.46)'daki farklılık alt uzayı bulunmuştur.
2. “ $AA^T$  ile  $S_W$ 'nin farksızlık alt uzayını bul”, bu yöntemde (2.42)'deki eşitlik kullanılarak (2.47)'deki farksızlık alt uzayı bulunmuştur.
3. “Gram-Schmidt ile farklılık alt uzayını bul”, bu yöntemde (2.20)'de açıklanan Gram-Schmidt dikleştirme yöntemi kullanılarak (2.71)'deki farklılık alt uzayını geren birimdik taban vektörleri bulunmuştur.

şeklindedir. İlk yöntemde, seçilen öznelik vektörleri tüm sınıfları temsil eden  $S_W$ 'den daha küçük bir ortak değişim matrisinin farklılık alt uzayı üzerine yansıtılmıştır. Daha sonra (2.54)'de açıklandığı gibi, bu fark alt uzayından tüm sınıfları temsil eden ortak değişim matrisi  $S_W$ 'nin farklılık alt uzayı bulunmuştur. Bu uzaya yansıtım sonucu elde edilen sonuç vektörler, öznelik vektörlerinden çıkarılarak ortak vektörler bulunmuştur.

İkinci yöntemde, seçilen öznelik vektörleri tüm sınıfları temsil eden ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayı üzerine yansıtılmış ve ortak vektörler bulunmuştur.

Üçüncü yöntemde ise ilk yöntemdekine benzer şekilde, işlem zamanı bakımından etkili olduğu bilinen Gram-Schmidt dikleştirme yöntemiyle farklılık alt uzayını geren birimdik taban vektörleri elde edilmiş, öznelik vektörlerinden bu uzaya izdüşümleri çıkarılarak ortak vektörler bulunmuştur.

İkinci yöntemde çok yüksek boyutlarda işlem zamanı artmakta ve yazılım programı işlem yapamamaktadır. İlk yöntemde daha küçük bir değişim matrisine öz vektör analizi uygulandığı için ve üçüncü yöntemde Gram-Schmidt dikleştirme yordamı ile birimdik taban vektörlerinin oluşturulması öz vektör analizi gerektirmediğinden işlem zamanı önemli ölçüde azalmıştır. Söz konusu



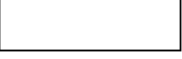



yöntemler, ikinci yönteme göre çok daha hızlı sonuç vermektedir. Boyut arttıkça ortaya çıkan işlem karmaşası da ortadan kalkmış olup, çok yüksek boyutlarda da doğru sonuçlar vermektedir. Çizelge 3.1.'de, yukarıda açıklanan yöntemler küçük boyutlu ve büyük boyutlu iki farklı veri tabanında işlem süresi bakımından karşılaştırılmıştır. Deney sonucunda kaydedilen sürelerin ortalaması alınarak en yavaş yönteme göre kıyaslama yapılmıştır. 3.1.'de de görüldüğü gibi " $A^T A$  ile  $S_W$ 'nin farklılık alt uzayını bul" olarak adlandırılan yöntem, en yavaş yöntem olan " $AA^T$  ile  $S_W$ 'nin farksızlık alt uzayını bul"a göre 20,684 kat daha hızlıdır. "Gram-Schmidt ile farklılık alt uzayını bul" olarak adlandırılan 3. yöntem ise en yavaş 1. yönteme göre 17,47 kat daha hızlıdır. Yöntemlerin hepsi aynı ortak vektörleri verdiğinden sonuçlar arasında bir farklılık oluşmamıştır. Deneylerde en hızlı yöntem kullanılmıştır.

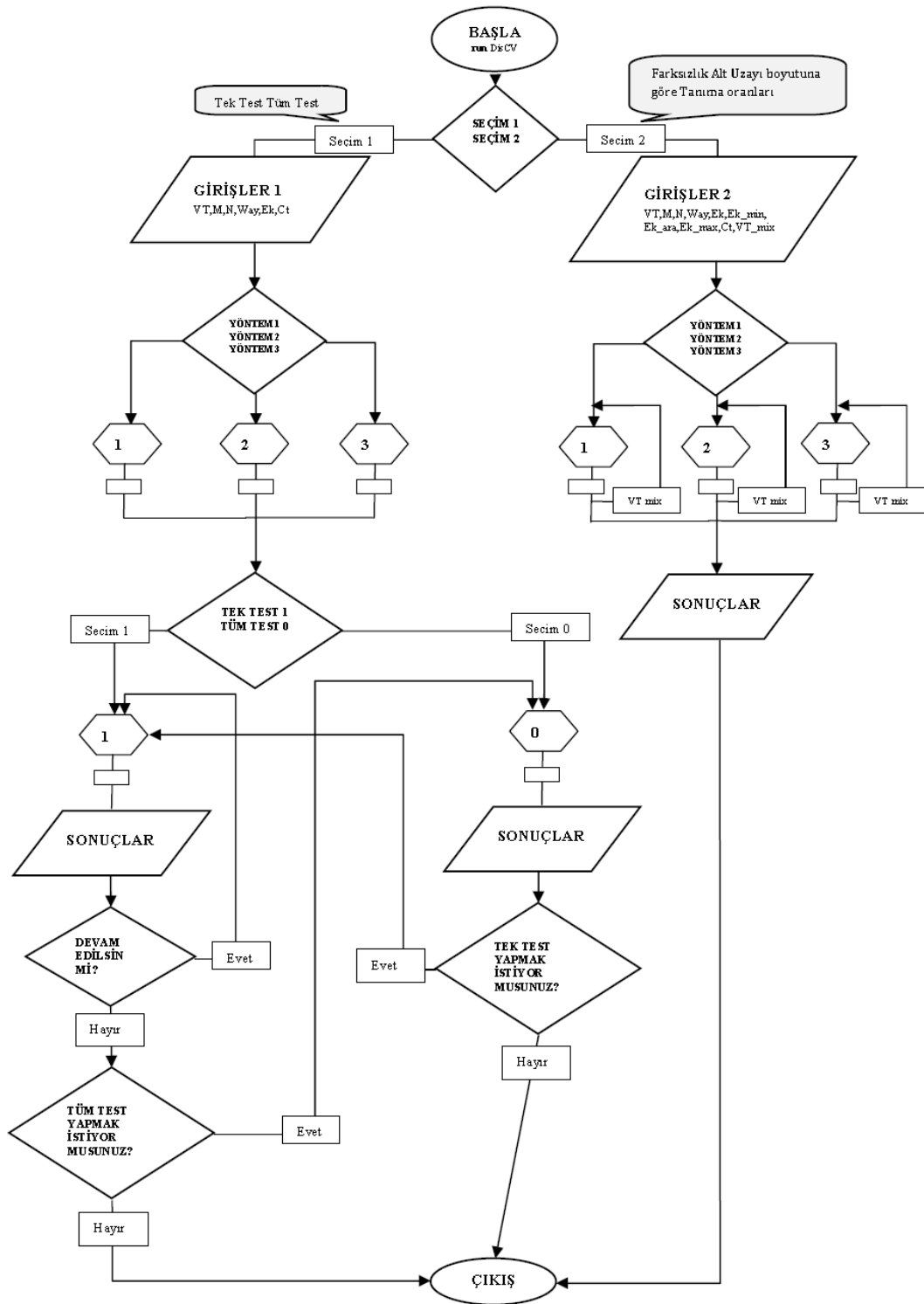
**Çizelge 3.1.** Ortak vektör bulma yöntemlerinin işlem süresi bakımından kıyaslaması

Ortak vektör bulma yöntemi	Kullanılan veri tabanı	Geçen süre (sn)	Ortalama süre (sn)	Hız katsayısı
1. Yöntem “ $A^T A$ ile $S_{ij}$ 'nin farklılık alt uzayını bul.”	AR, 50 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 24x18 boyutunda Farklılık alt uzayı; 10:10:130 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	64,98	629,48	20,684 (En hızlı)
	AR, 117 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 90x68 boyutunda Farklılık alt uzayı; 500:500:5500 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	1193,98		
2. Yöntem “ $AA^T$ ile $S_{ij}$ 'nin farklılık alt uzayını bul.”	AR, 50 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 24x18 boyutunda Farklılık alt uzayı; 10:10:130 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	80,48	13.019,94	1 (En yavaş)
	AR, 117 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 90x68 boyutunda Farklılık alt uzayı; 500:500:5500 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	25.959,4		
3. Yöntem “Gram-Schmidt ile farklılık alt uzayını veren birimlik taban vektörlerini bul.”	AR, 50 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 24x18 boyutunda Farklılık alt uzayı; 10:10:130 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	66,31	745,405	17,47 (2. En hızlı)
	AR, 117 kişi, 7 eğitim, 7 test Resimler 90x68 boyutunda Farklılık alt uzayı; 500:500:5500 Veri tabanı 5 kez karıştırıldı.	1424,5		



**Çizelge 3.2.** Algoritmada kullanılan simgeler ve anlamları

Simge	Simgenin Adı ve Anlamı
	<b>Elips:</b> Akış şemasının başlangıç ve bitiş yerlerini gösterir.
	<b>Paralel Kenar:</b> Programa veri girişi ve programdan elde edilen sonuçların çıkış işlemlerini gösterir. (Oku, Yaz)
	<b>Dikdörtgen:</b> Aritmetik işlemler ve değişik atama işlemlerinin temsil edilmesi için kullanılır. ( $A=A+1$ , Final=100 vb...)
	<b>Eşkenar Dörtgen:</b> Bir karar verme işlemini temsil eder. (Eğer $s < 0$ ise Yaz "Sayı negatif" vb...)
	<b>Altıgen:</b> Program içinde belirli blokların ardı ardına tekrar edileceğini gösterir. (Döngü kurmak için kullanılır)
	<b>Oklar:</b> Diyagramın akış yönünü,yani her hangi bir adımdaki işlem tamamlandıktan sonra hangi adıma gidileceğini gösterir.



Şekil 3.13. Uygulama yazılımının algoritması

### 3.5. Başlangıç Deneyleri

#### 3.5.1. Ortak vektör yaklaşımında yetersiz veri durumu deneyi

Bu deneyde, kullanılan her sınıf için aynı bölgeden piksel alınması şartıyla ikinci bölümde anlatılan ortak vektör yaklaşımı uygulanmıştır. Yetersiz veri durumu için ortak vektörler bulunmuştur. Bir sınıfa ait vektör boyutu ( $n$ ), vektör sayısına ( $m$ ) eşit ya da büyük olduğunda yetersiz veri durumu ortaya çıkar. Oluşturulan ortak değişim matrisinin tersi yoktur. Diğer yöntemlerin uygulanmasını engelleyen bu soruna Yetersiz veri problemi denir [20]. Yetersiz veri durumunun oluşması için AR veri tabanında 2 resme sahip bir kişi için öznitelik vektörlerinin en az  $3 \times 1$  boyutlu olmaları gerekir.



Şekil 3.14. Öznitelik alınacağı ilk kişiye ait iki resim

$M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı olmak üzere, yetersiz veri durumunu sağlayacak kadar piksel olarak,

$$Piksel = M(N - 1) + 1 = 2(2 - 1) + 1 = 3$$

öznitelik bölgesini sol göz bebeği seçerek,

$$x_1^1 = \begin{bmatrix} 97 \\ 189 \\ 236 \end{bmatrix} \quad x_2^1 = \begin{bmatrix} 201 \\ 240 \\ 182 \end{bmatrix} \quad x_{ave}^1 = \begin{bmatrix} 149 \\ 214,5 \\ 209 \end{bmatrix}$$

öznitelik vektörleri oluşturulur. Bu sınıf için ortak değişim matrisi,

$$C_1 = \begin{bmatrix} 5408 & 2652 & -2808 \\ 2652 & 1300.5 & -1377 \\ -2808 & -1377 & 1458 \end{bmatrix}$$

olmaktadır. Değişim matrisinin öz değer ve öz vektörleri,

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0.5076 & 0.2831 & -0.8138 \\ -0.1338 & -0.9071 & -0.3991 \\ 0.8511 & -0.3115 & 0.4225 \end{bmatrix} \quad D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8166.5 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0 \quad u_1 = \begin{bmatrix} 0.5076 \\ -0.1338 \\ 0.8511 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 0 \quad u_2 = \begin{bmatrix} 0.2831 \\ -0.9071 \\ -0.3115 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_3 = 8166.5 \quad u_3 = \begin{bmatrix} -0.8138 \\ -0.3991 \\ 0.4225 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Dikkat edilecek olursa, farksızlık alt uzayı  $M(N-1)=2(2-1)=2$  öz vektörden oluşmaktadır. Görüldüğü gibi  $C$  matrisinin farklılık alt uzayının boyutu, önceki bölümlerde tanımlanan tüm sınıflara ait ortak değişim matrisi  $S_W$  matrisinin farksızlık alt uzayının boyutuna eşittir. Bunun sebebi, bulunan değişim matrisinin sınıf içi dağılımı temsil ediyor olmasındandır. Ortak vektör yaklaşımı sınıfların kendi değişim matrisleriyle ilgilenir. Fark alt uzayına iz düşümler öz nitelik vektörlerinden çıkarılarak, ya da farksızlık alt uzayı üzerindeki iz düşümler bulunarak ortak vektörler elde edilir.

$$Acom^1 = x_1^1 - (x_1^1)^T u_3) u_3 = x_2^1 - (x_2^1)^T u_3) u_3 = [52.5359 \quad 167.1955 \quad 259.0871]$$

### 3.5.2. Ortak vektör yaklaşımında yeterli veri durumu deneyi

Bir sınıfa ait vektörlerin boyutları ( $n$ ) bu vektörlerin sayısından ( $m$ ) küçük ise yeterli veri durumu ortaya çıkar. Yeterli veri durumunda oluşturulan ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayı yoktur bu yüzden ortak vektör tahmini yapılır. Fakat ortak değişim matrisinin tersi vardır. Bu diğer yöntemler için hayati bir özellik olmasına rağmen ortak vektör yönteminde hatalara yol açar [12]. Yeterli veri durumunun oluşması için AR veri tabanında 3 resme sahip bir kişi için öznitelik vektörlerinin en fazla  $3xI$  boyutlu olmaları gerekir.



Şekil 3.15. Öznitelik alınacağı ilk kişiye ait üç resim

Şekil 3.15'deki resimlerin kişiye göre sağ göz bebeğinden 2 piksel alarak,  $2xI$  boyutunda 3 adet öznitelik vektörü oluşturulmuştur.

$$x_1^1 = \begin{bmatrix} 189 \\ 236 \end{bmatrix} \quad x_2^1 = \begin{bmatrix} 240 \\ 182 \end{bmatrix} \quad x_3^1 = \begin{bmatrix} 109 \\ 155 \end{bmatrix} \quad x_{ave}^1 = \begin{bmatrix} 179,33 \\ 191 \end{bmatrix}$$

Ortak değişim matrisi,

$$C_1 = \begin{bmatrix} 8720,66 & 2421 \\ 2421 & 3402 \end{bmatrix}$$

değişim matrisinin öz değer ve öz vektörleri,

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0,3609 & -0,9326 \\ -0,9326 & -0,3609 \end{bmatrix} \quad D_1 = \begin{bmatrix} 2465 & 0 \\ 0 & 9657 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 2465 \quad u_1 = \begin{bmatrix} 0,3609 \\ -0,9326 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 9657 \quad u_2 = \begin{bmatrix} -0,9326 \\ -0,3609 \end{bmatrix}$$

yaklaşık ortak vektör,

$$Acom^1 = (x_{ave}^1)^T u_1 = [-40,93 \quad 105,76]$$

fark vektörleri,

$$Adif_1^1 = (x_1^1)^T u_2 = [243,82 \quad 94,36]$$

$$Adif_2^1 = (x_2^1)^T u_2 = [269,99 \quad 104,49]$$

$$Adif_3^1 = (x_3^1)^T u_2 = [146,97 \quad 56,88]$$

hata vektörleri,

$$\varepsilon_1^1 = x_1^1 - Adif_1^1 - Acom^1 = [-13,89 \quad 35,88]$$

$$\varepsilon_2^1 = x_2^1 - Adif_2^1 - Acom^1 = [10,93 \quad -28,25]$$

$$\varepsilon_3^1 = x_3^1 - Adif_3^1 - Acom^1 = [2,96 \quad -7,64]$$

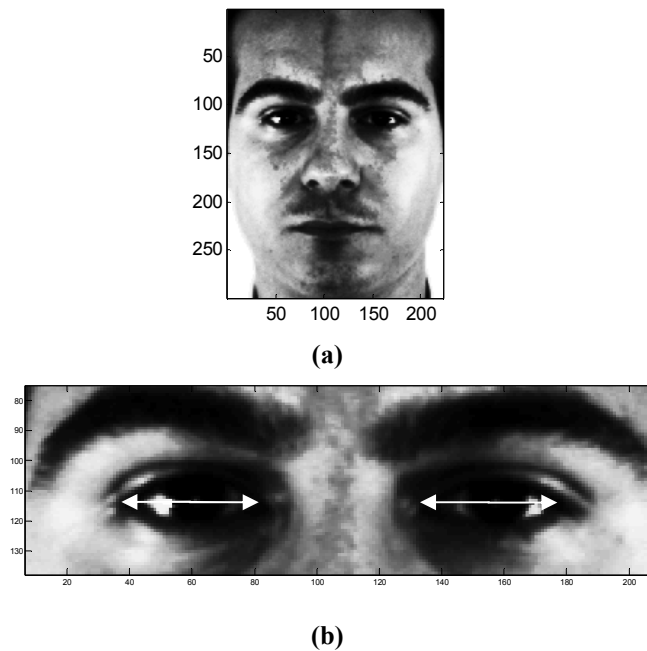
olarak elde edilmiştir.

### 3.5.3. Ayırt edici ortak vektör yöntemi deneyi

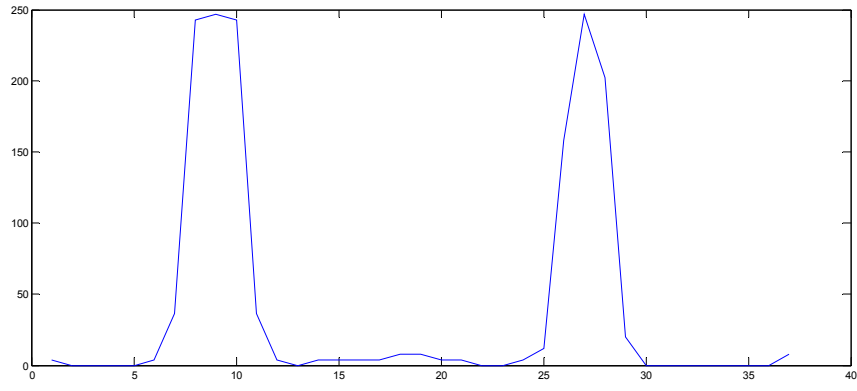
$M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı ve  $(Ek+1)$  farksızlık alt uzayının boyutunu değiştirmek için kullanılan değişken olmak üzere, her resmin seçilen öznelik bölgesinden, (3.1)'de belirtilen kadar piksel alınarak, farklılık alt uzayı (3.2)'de ve farksızlık alt uzayı (3.3)'de gösterildiği gibi olmak üzere, AR yüz veri tabanından alınan ilk 3 kişiye ait  $299 \times 222$  boyutunda 13 resmin kullanıldığı eğitim setinde ayırt edici ortak vektörler tek bir aritmetik sayıya indirgenmiş ve sınıflar bu sayılar tarafından temsil edilmiştir. Test setinde eğitim setinde kullanılan resimlerden geriye kalan 14. resim test edilmiştir. Karşılaştırma ölçütü elde edilen aritmetik sayılar arasındaki Öklid uzaklığı yani bu sayıların farkı olarak alınmış ve buna göre testler yapılmıştır.

Yapılan testlerde ilk sınıf ve üçüncü sınıf için ortak vektörler kendi sınıflarının yakınına iz düşmüş fakat ikinci sınıfın iz düşüm değeri ilk sınıfınki ile karışmıştır. Bu deney için, eğitim sınıflandırma başarımı % 100 olmasına rağmen, test tanıma başarımı  $2/3$ , yani % 66,6'dır.

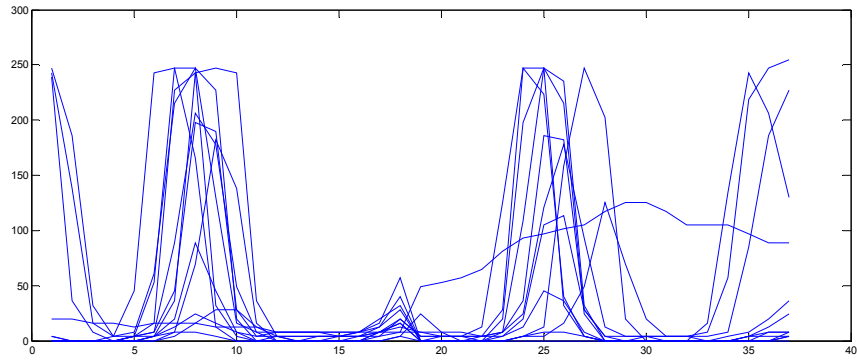
**Eğitim seti:** Şekil 3.16'da gösterilen öznelikler kişinin sağ ve sol göz retinası üzerinden alınmıştır. Bu özneliklerin her birinin boyutu  $(3 \times (13-1)) + 1 = 37$  pikseldir.



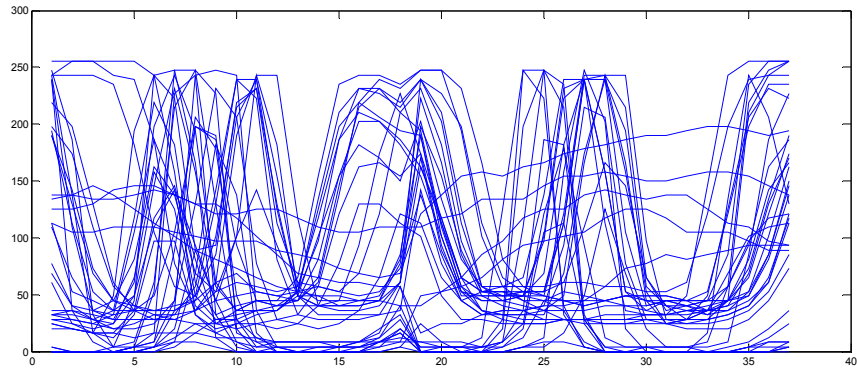
Şekil 3.16. Göz hizasından örnek öznelik seçimi, a) Tüm resim, b) Seçilen öznelikler



(a)



(b)

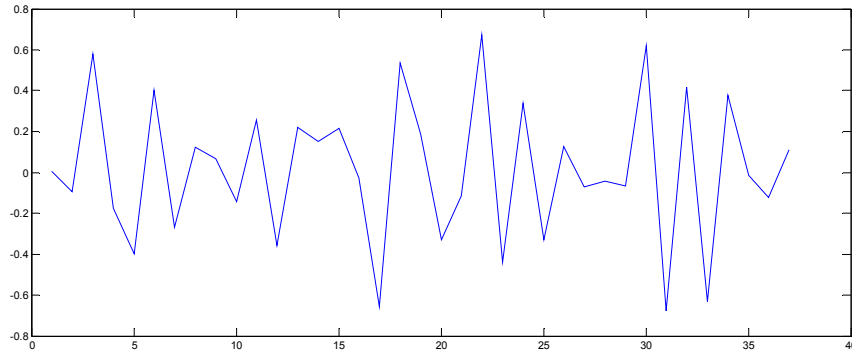


(c)

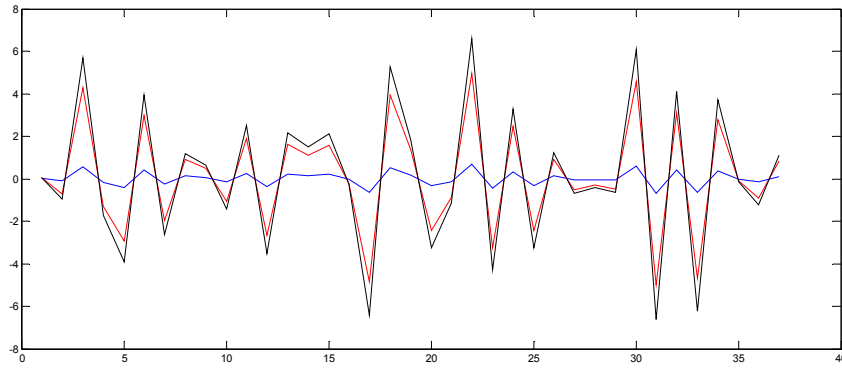
**Şekil 3.17.** Kullanılan öznelik vektörleri, a) İlk Sınıfın ilk öznelik vektörü b) İlk Sınıfın tüm öznelik vektörleri c) Tüm sınıfların tüm öznelik vektörleri



Tüm sınıfları temsil eden ortak değişim matrisi oluşturularak bu matrisin farksızlık alt uzayı bulunmuştur. Farklılık alt uzayını geren birimdik vektör sayısı  $3 \times (13-1) = 36$ , Farksızlık alt uzayının geren birimdik vektör sayısı ise  $1$ 'dir. Her sınıfın öznitelik vektörlerinin,  $1$  boyutlu farksızlık alt uzayı üzerine iz düşürülmesiyle her sınıf için bir ortak vektör elde edilmiştir. İlk sınıfın ortak vektörü ve tüm sınıfların ortak vektörleri Şekil 3.18'de görülebilir.



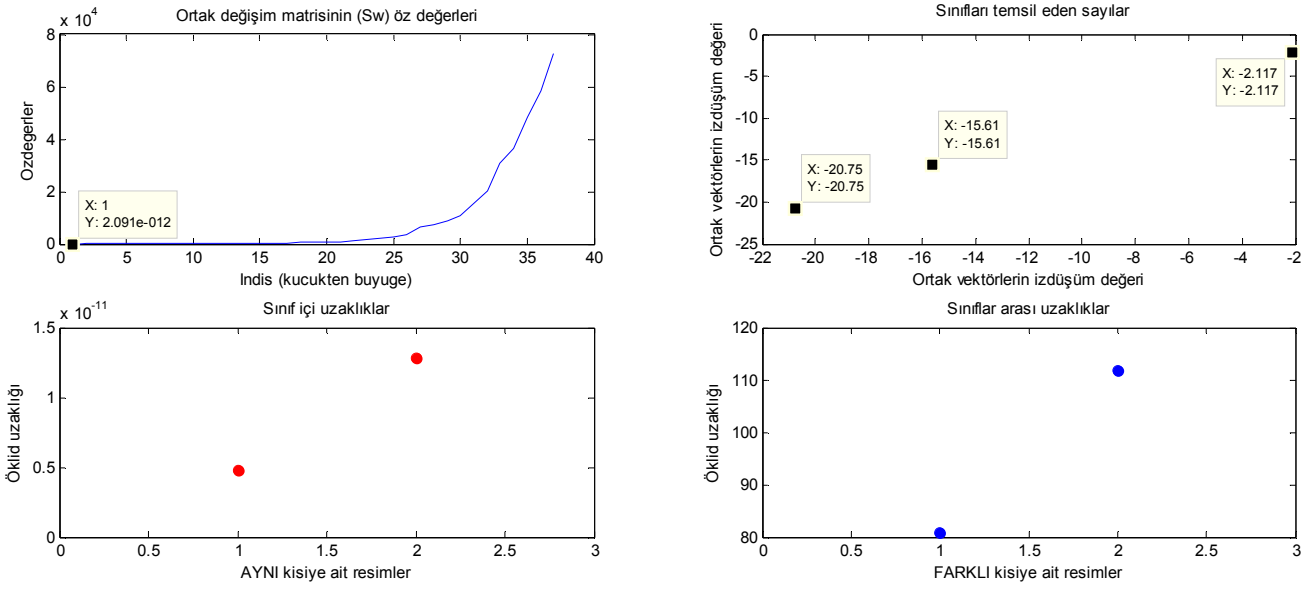
(a)



(b)

**Şekil 3.18.** Ortak vektör, a) İlk Sınıfın Ortak Vektörü, b) Üç sınıfın ortak vektörleri

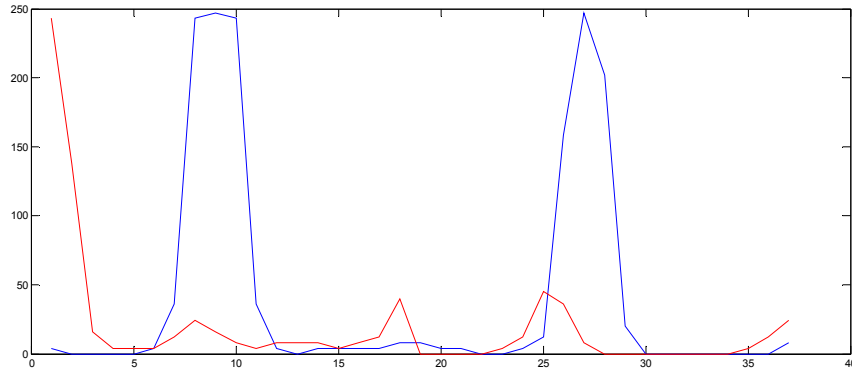
Şekil 3.19'da, ortak değişim matrisinin  $2.091 \times 10^{-12}$  değerindeki sıfır öz değerine karşılık gelen öz vektörün gerdiği farksızlık alt uzayında oluşan ortak vektörlerin bir doğru üzerindeki izdüşümleri, ilk sınıf için,  $-2.11$ , ikinci sınıf için,  $-15.61$  ve üçüncü sınıf için ise  $-20.75$ 'dir. Bu sayılar sınıflandırmada kullanılacaktır.



**Şekil 3.19.** Üç sınıf tanıma probleminde sınıflar arası saçılım matrisinin sıralanmış öz değerleri, tek bir aritmetik değer üzerine iz düşürülmüş ortak vektörler ile sınıflar içi ve arası uzaklıklar

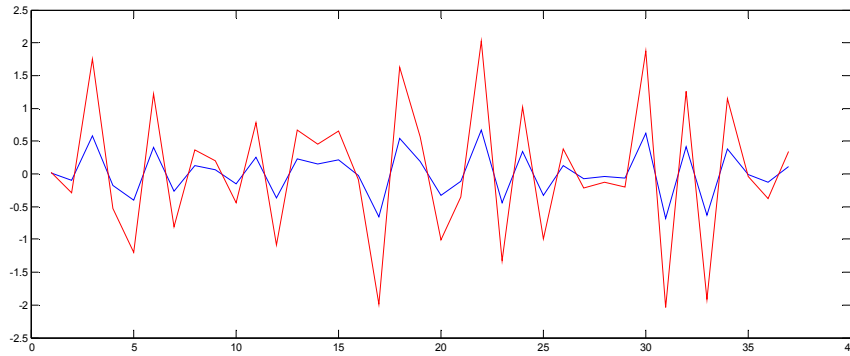
**Test Seti:** Testte, kişilerin eğitim kümesinde kullanılmayan 14. resimleri alınmıştır. Şekil 3.15’de gösterilen şekliyle, yine sağ ve sol göz retina bölgesinden 37 piksel alınarak öznelik vektörleri oluşturulmuştur. Bu özneliklerin her birinin boyutu  $37 \times 1$ ’dir.

Birinci kişi için test:

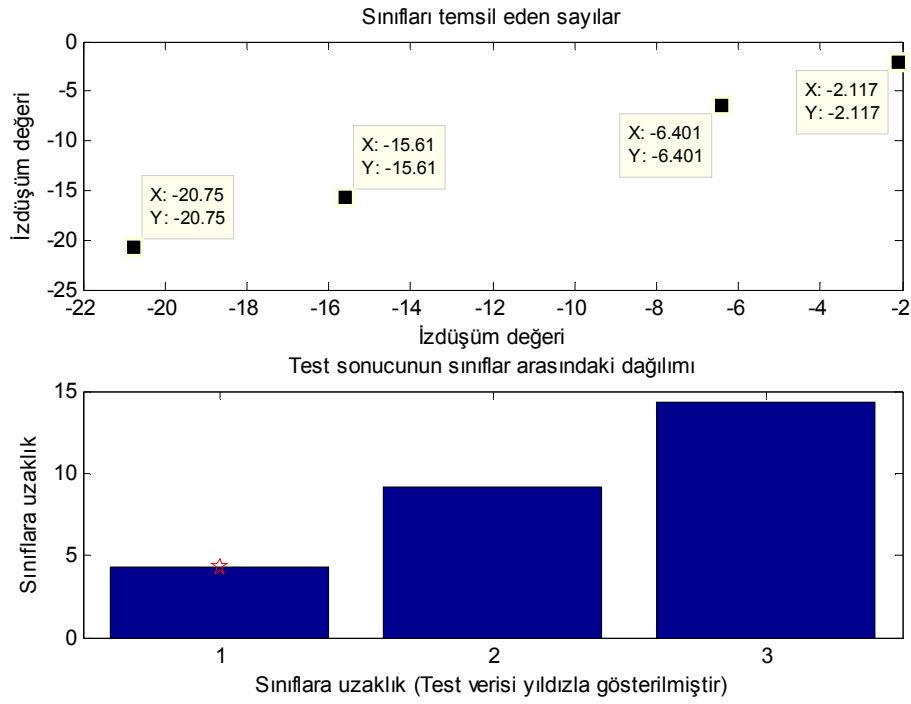


**Şekil 3.20.** İlk sınıfa ait eğitim (sıfır ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznelikleri

Şekil 3.21’de eğitimde ve testte elde edilen, aynı sınıfa ait ortak vektörün bir karşılaştırması sunulmuştur.



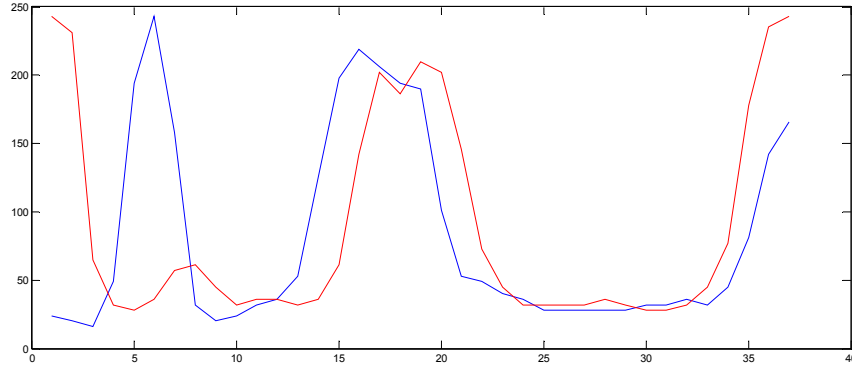
**Şekil 3.21.** İlk sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü



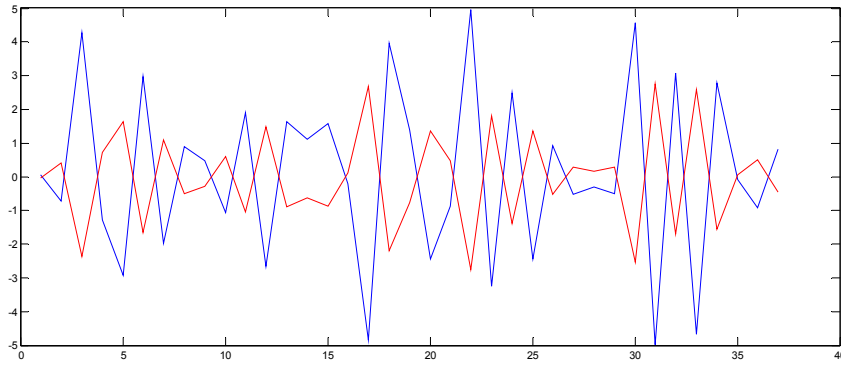
**Şekil 3.22.** İlk sınıf için test verisinin izdüşümü ve doğru tanıma

Şekil 3.22’de bir ortak vektörler ve tek boyutlu farklılık alt uzayı taban vektörünün iç çarpımı sonucu elde edilen, sınıfları temsil eden aritmetik sayıların, eğitim ve test için bir doğru üzerinde hangi sınıfa yakın olduğu görülmektedir. Test özniteliğinin, eğitim setinde kullanılan aynı farklılık alt uzayına iz düşürülmesiyle oluşan ilk kişiye ait ortak vektörün iz düşüm değeri  $-6.401$ ’dir ve ilk sınıfa daha yakındır. Bu bir doğru tanıma örneğidir.

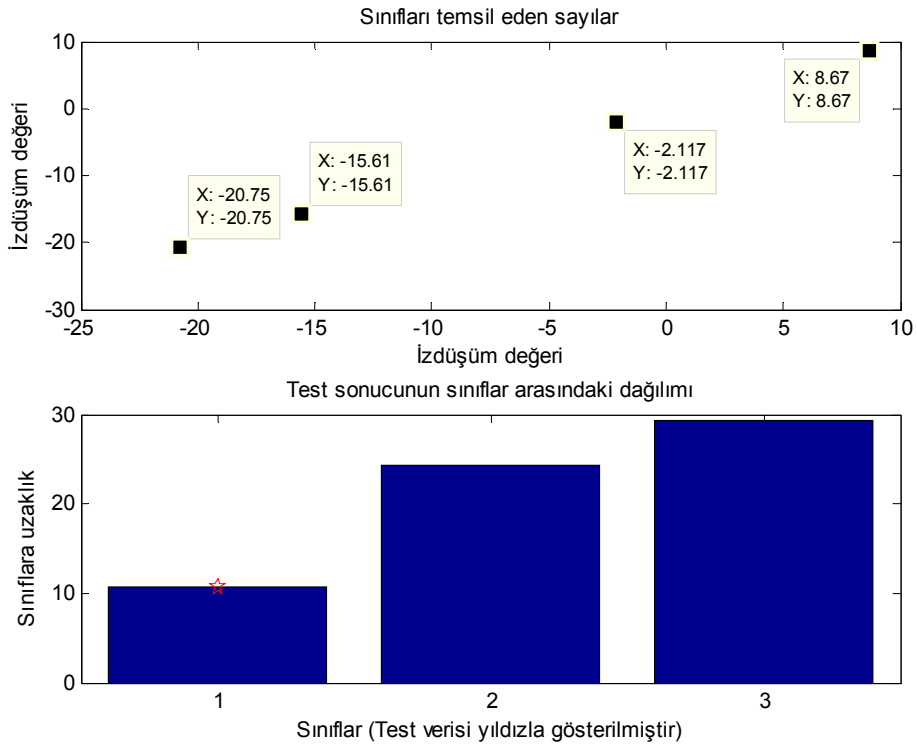
İkinci kişi için test: İkinci sınıfın eğitim kümesinde kullanılmayan 14. resmine ait öznelik Şekil 3.15'deki gibi alınır.



**Şekil 3.23.** İkinci sınıfa ait eğitim (sıfır ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznelikleri



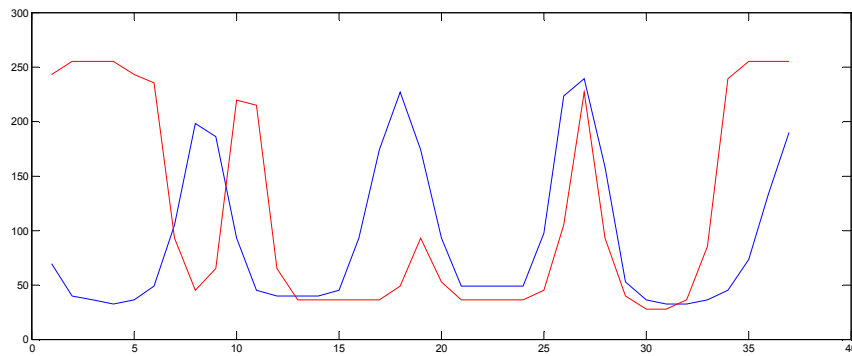
**Şekil 3.24.** İkinci sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü



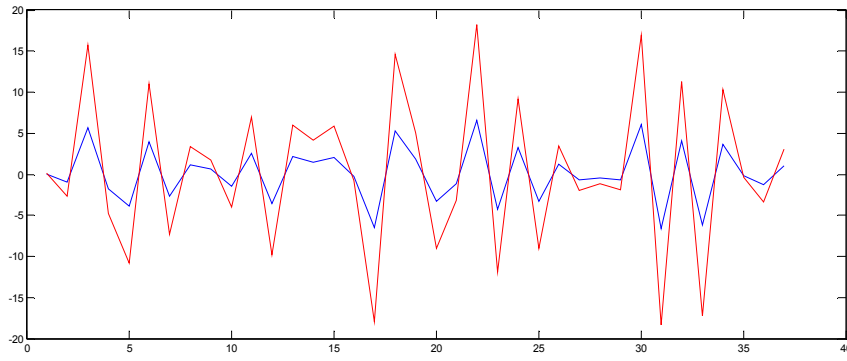
Şekil 3.25. İkinci Sınıf için test verisinin izdüşümü ve yanlış tanıma

Şekil 3.25’de, test özniteliğinin, eğitim setinde kullanılan aynı farksızlık alt uzayına iz düşürülmesiyle oluşan ikinci kişiye ait ortak vektörün iz düşüm değeri 8.67’dir ve ilk sınıfa daha yakındır. Bu bir yanlış tanıma örneğidir.

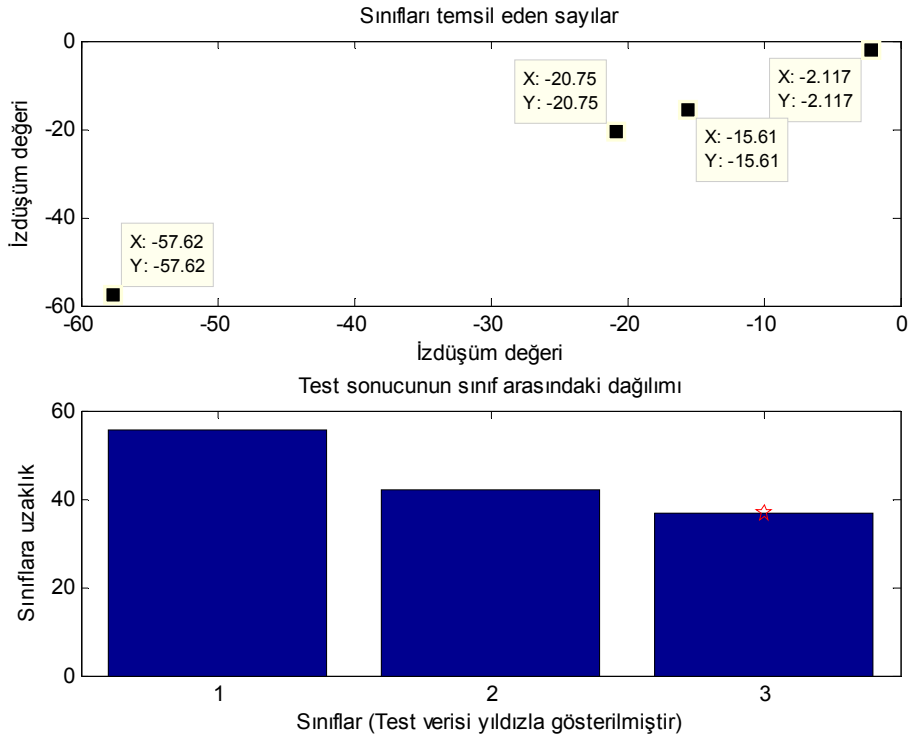
Üçüncü kişi için test: Üçüncü sınıfın eğitim kümesinde kullanılmayan 14. resmine ait öznitelik Şekil 3.15’dekine benzer şekilde alınır.



Şekil 3.26. Aynı sınıfa ait eğitim (50 ile başlayan) ve test (250 ile başlayan) öznitelikleri



Şekil 3.27. Üçüncü sınıfın eğitim ve testte elde edilen ortak vektörü



Şekil 3.28. Üçüncü sınıf için test verisinin izdüşümü ve yanlış tanıma

Şekil 3.28'de, test özneliğinin, eğitim setinde kullanılan aynı farklılık alt uzayına iz düşürülmesiyle oluşan üçüncü kişiye ait ortak vektörün iz düşüm değeri -57.62'dir ve üçüncü sınıfa daha yakındır. Bu da bir doğru tanıma örneğidir.

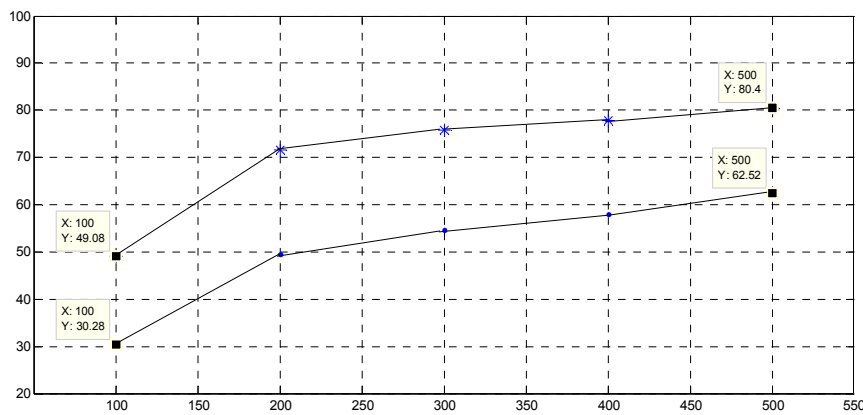
### 3.6. Kapsamlı Deneyler

#### 3.6.1. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler

AR yüz veri tabanı için çeşitli deneyler yapılmıştır. Bu deneylerden ilkinde tüm uzayı temsil eden sınıfların ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayının boyutu ve özneliğin alındığı göz bölgesinin beraber tanıma başarımına olan etkisini incelenmiş ve sonuçlar kaydedilmiştir. Elde edilen sonuçlar bir sonraki alt bölümde görülebilir.

AR yüz veri tabanı için yapılan diğer deneylerde ise, kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı istenilen sayıda karıştırılmış ve her karıştırma için döngü tekrar edilmiştir. Her karıştırma sonucunda elde edilen tanıma oranları kaydedilerek ortalamaları alınmıştır.

Şekil 3.29’da AR yüz veri tabanından alınan 117 kişiye ait 90x68 boyutlu resimlerden 7’si eğitimde 7’si testte kullanılmıştır. Farksızlık alt uzayının boyutu 100’den başlanarak, 100’er aralıklarla, 500’e kadar arttırılmıştır. Veri tabanı 2 kez karıştırılmış ve sonuçların ortalaması alınmıştır. Öznitelik bölgesi göz olduğunda yıldız (\*) ile gösterilen, öznitelik bölgesi ağız ve burun olduğunda ise nokta (.) ile ifade edilen sonuçlar elde edilmiştir. Söz konusu veri tabanının bu boyutu için, göz bölgesinin ağız ve burun bölgesine göre tanıma başarımı arttırma bakımından yaklaşık % 18 ~ 20 daha etkili olduğu söylenebilir.



Şekil 3.29. AR veri tabanındaki 90x68 boyutlu resimler için öznitelik bölgesi göz olduğunda “\*” ve ağız ile burun olduğunda “.” elde edilen tanıma oranları



### 3.6.2. AR yüz veri tabanı karıştırılmadan yapılan deneyler

Bu deneyde algoritması Şekil 3.13’de gösterilen yazılımın “Tek test, tüm test” kısmı kullanılmıştır. Veri tabanı karıştırılmamış her tanıma oranı sonucu tek döngüyle bulunmuştur. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan bu çalışmanın amacı, farksızlık alt uzayının boyutu ve özneliğin alındığı resimlerinin göz bölgesinin beraber tanıma başarımına olan etkisini incelemektir.

$M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı ve  $(Ek+1)$  farksızlık alt uzayının boyutunu değiştirmek için kullanılan değişken olmak üzere, her resmin seçilen öznelik bölgesinden, (3.1)’de belirtilen kadar piksel alınarak, farklılık alt uzayı (3.2)’de ve farksızlık alt uzayı (3.3)’de gösterildiği gibi olmak üzere küçük boyutlardan başlanarak veri tabanının tamamını kapsayacak şekilde denemeler yapılmıştır.

Denemelerde veri tabanındaki kişilere ait resimlerin göz ve çevresinden alınan öznelikler kullanılarak tüm sınıfların ortak değişim matrisi bulunmuştur. Daha sonra  $S_W$  ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayı kullanılarak ortak vektörler elde edilmiştir. Her deneme için test setinde  $M$  sınıfın  $(N+1)$ . resimleri eğitim setindeki sınıflara atanmıştır. Sınıflandırma, eğitim ve testte elde edilen ortak vektörlerin aralarındaki Öklid uzaklıkları karşılaştırılarak yapılmıştır. Deneme sonuçları Çizelge 3.3., Çizelge 3.4. ve Çizelge 3.5.’te ayrıntılarıyla gösterilmiştir.

**Çizelge 3.3.** AR yüz veri tabanından seçilen 2 kişi için farksızlık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları

Öznelik Bölgesi	Kişi Sayısı	Resim Sayısı (Eğitim/Test)	Test Resmi	EK Piksel	Kullanılan Piksel Yüzdesi	Toplam/Farklılık /Farksızlık alt uzayı boyutları	Süre (Dk.) (Eğitim/ Tüm Test)	Tanıma Oranı (Eğitim/Test)
13 (Göz)	2	13/1	(14.)	0	25/10800 = % 0,23	25 / 24 / 1	0,033	% 100/% 100
			(13.)	0	23/10800 = % 0,21	23 / 22 / 1	0,033	% 100/% 100
	11/1	(12.)	0	21/10800 = % 0,19	21 / 20 / 1	0,033	% 100/% 50	
		(12.)	1	22/10800 = % 0,20	22 / 20 / 2	0,033	% 100/% 50	
		(12.)	2	23/10800 = % 0,21	23 / 20 / 3	0,033	% 100/% 50	
		(12.)	3	24/10800 = % 0,22	24 / 20 / 4	0,033	% 100/% 50	
		(12.)	4	25/10800 = % 0,23	25 / 20 / 5	0,033	% 100/% 50	
		(12.)	5	26/10800 = % 0,24	26 / 20 / 6	0,033	% 100/% 100	
		10/1	(11.)	5	24/10800 = % 0,22	24 / 18 / 6	0,033	% 100/% 50
			(11.)	6	25/10800 = % 0,23	25 / 18 / 7	0,033	% 100/% 50
			(11.)	7	26/10800 = % 0,24	26 / 18 / 8	0,033	% 100/% 50
			(11.)	8	27/10800 = % 0,25	27 / 18 / 9	0,033	% 100/% 50
			(11.)	9	28/10800 = % 0,26	28 / 18 / 10	0,033	% 100/% 50
			(11.)	10	29/10800 = % 0,27	29 / 18 / 11	0,033	% 100/% 50
			(11.)	11	30/10800 = % 0,28	30 / 18 / 12	0,033	% 100/% 50
			(11.)	12	31/10800 = % 0,29	31 / 18 / 13	0,033	% 100/% 50
	(11.)		13	32/10800 = % 0,30	32 / 18 / 14	0,033	% 100/% 50	
	(11.)		14	33/10800 = % 0,31	33 / 18 / 15	0,033	% 100/% 50	
				∴	∴	∴	∴	∴
	(11.)	26	45/10800 = % 0,42	45 / 18 / 27	0,034	% 100/% 100		

Çizelgelerde görüldüğü gibi öncelikle küçük boyutlar için farklılık alt uzayı sabit tutularak, farklılık alt uzayının boyutu artırılmıştır. Daha sonra resim sayısı ve kişi sayısı artırılarak farklılık alt uzayının da boyutu artırılmıştır. Böylelikle resimlerden alınan piksel sayısı da kendiliğinden artarak ortaya çıkan tanıma oranları kaydedilmiştir.

**Çizelge 3.4.** AR yüz veri tabanından seçilen 3, 10 ve 50 kişi için farklılık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları

Öznitelik Bölgesi	Kişi Sayısı	Resim Sayısı (Eğitim/Test)	Test Resmi	EK Piksel	Kullanılan Piksel Yüzdesi	Toplam/Farklılık /Farklılık alt uzayı boyutları	Süre (Dk.) (Eğitim/ Tüm Test)	Tanıma Oranı (Eğitim/Test)			
13 (Göz)	3	13/1	(14.)	0	37/10800 = % 0,33	37 / 36 / 1	0,072	% 100/% 33			
			(14.)	5	42/10800 = % 0,40	42 / 36 / 6	0,071	% 100/% 100			
			(13.)	5	39/10800 = % 0,37	39 / 33 / 6	0,071	% 100/% 0			
			(13.)	6	40/10800 = % 0,38	40 / 33 / 7	0,071	% 100/% 33			
			(13.)	7	41/10800 = % 0,39	41 / 33 / 8	0,071	% 100/% 66			
			(13.)	8	42/10800 = % 0,40	42 / 33 / 9	0,071	% 100/% 66			
			(12.)	9	43/10800 = % 0,41	43 / 33 / 10	0,071	% 100/% 66			
			(12.)	10	44/10800 = % 0,42	44 / 33 / 11	0,071	% 100/% 100			
			13 (Göz)	10	13/1	(14.)	50	171/10800 = % 1,58	171 / 120 / 51	0,083	% 100/% 90
						(14.)	70	191/10800 = % 1,77	191 / 120 / 71	0,083	% 100/% 100
(14.)	100	221/10800 = % 2,05				221 / 120 / 101	0,084	% 100/% 100			
13 (Göz)	50	13/1				(14.)	300	901/10800 = % 8,34	901 / 600 / 301	1,083	% 100/% 84
			(14.)	500	1101/10800 = % 10,2	1101 / 600 / 501	2,09	% 100/% 92			
			(14.)	700	1301/10800 = % 10,2	1301 / 600 / 701	3,81	% 100/% 90			
			(14.)	1000	1601/10800 = % 14,82	1601 / 600 / 1001	7,53	% 100/% 94			
			(3.)	500	551/10800 = % 5,1	551 / 50 / 501	0,12 / 0,065	% 100/% 84			
			(4.)	1000	1101/10800 = % 10,2	1101 / 100 / 1001	1,18	% 100/% 48			
			(4.)	2000	2101/10800 = % 19,45	2101 / 100 / 2001	5,62 / 1,6	% 100/% 70			
			(5.)	2400	2551/10800 = % 23,6	2551 / 150 / 2401	12,3 / 2,7	% 100/% 44			

**Çizelge 3.5.** AR yüz veri tabanından seçilen 117 kişi için farklılık alt uzayı boyutuna göre elde edilen tanıma oranları

Öznitelik Bölgesi	Kişi Sayısı	Resim Sayısı (Eğitim/Test)	Test Resmi	EK Piksel	Kullanılan Piksel Yüzdesi	Toplam/Farklılık /Farklılık alt uzayı boyutları	Süre (Dk.) (Eğitim/ Tüm Test)	Tanıma Oranı (Eğitim/Test)
13 (Göz)	117	13/1	(14.)	0	1405/10800 = % 13	1405/ 1404/ 1	1,28 / 0,1	% 100/% 2,56
			(14.)	120	1525/10800 = % 14,1	1525/ 1404/ 121		% 100/% 61,54
			(14.)	500	1905/10800 = % 17,6	1905/ 1404/ 501	15,3 / 1,21	% 100/% 91,45
			(14.)	700	2105/10800 = % 19,5	2105/ 1404/ 701	22,8 / 1,77	% 100/% 94,02
			(14.)	900	2305/10800 = % 21,3	2305/ 1404/ 901		% 100/% 94,87
			(14.)	1200	2605/10800 = % 24,1	2605/ 1404/ 1201	52,23 / 4,05	% 100/% 96,58
			(14.)	1404	2809/10800 = % 26	2809/ 1404/ 1405	58,65 / 4,55	% 100/% 97,44
			(14.)	1830	3235/10800 = % 29,9	3235 / 1404/ 1831	94,89 / 7,76	% 100/% 98,29
			(14.)	2644	4049/10800 = % 37,5	4049 / 1404/ 2645	232,8 / 16,6	% 100/% 98,29
			(14.)	3274	4679/10800 = % 43,32	4679 / 1404/ 3275	380,4 / 31,1	% 100/% 98,29
			(13.)	2750	4038/10800 = % 37,4	4038/ 1287/ 2751	200,4 / 15,2	% 100/% 98,29
			(8.)	1500	2253/10800 = % 20,9	2253/ 702/ 1551	20,8 / 3	% 100/% 80,34
			(7.)	2000	2586/10800 = % 23,9	2586/ 585/ 2001	32,7 / 5	% 100/% 100
			(7.)	1500	2086/10800 = % 19,3	2086/ 585/ 1501	16,6 / 2,8	% 100/% 99,14
			(7.)	1000	1586/10800 = % 14,7	1586/ 585/ 1001	7 / 1	% 100/% 97,44
			(7.)	500	1086/10800 = % 10,1	1086/ 585/ 501	2 / 0,33	% 100/% 91,45
			(6.)	2000	2469/10800 = % 22,9	2469/ 468/ 2001	25,4 / 4,83	% 100/% 29,05
			(5.)	1500	1852/10800 = % 17,1	1852/ 351/ 1501	11,1 / 2,45	% 100/% 54,7
			(3.)	117	235/10800 = % 2,2	235/ 117/ 118	0,033	% 100/% 76,06
			(3.)	500	618/10800 = % 5,7	618/ 117/ 501	0,26 / 0,13	% 100/% 81,19
			(3.)	550	658/10800 = % 6,09	658/ 117/ 551	0,33 / 0,15	% 100/% 82,05
			(3.)	3900	4018/10800 = % 37,2	4018/ 117/ 3901	80,8 / 2	% 100/% 87,18
			(2.)	5000	5117/10800 = % 47,4	5117/ 116/ 5001	10,3 / 0,083	% 100/% 96,58

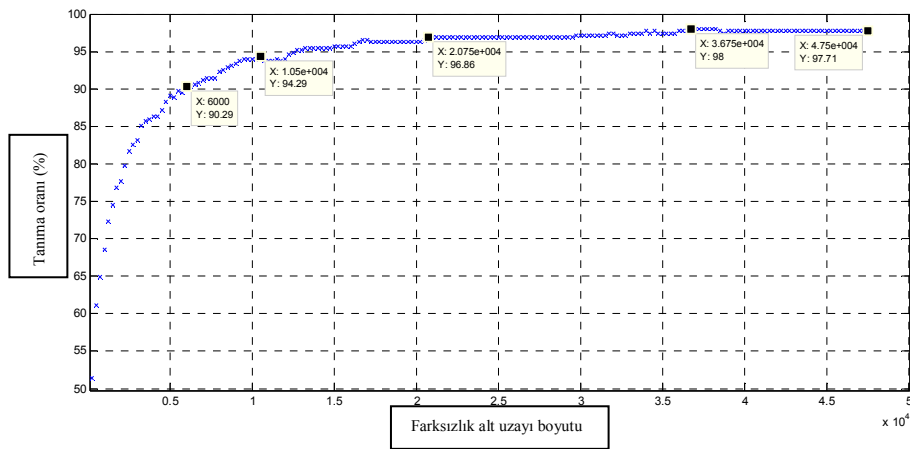
Çizelgelerden de görülebileceği gibi, tek tek yapılan denemeler boyut arttıkça çok zaman almakta ve farksızlık alt uzayı boyutunun değişimine göre tanıma oranlarını görebilmek için birçok deneme yapılması gerekmektedir. Bu aşamadan sonra algoritması Şekil 3.13’de gösterilen yazılımın “Farksızlık alt uzayına göre tanıma oranları” kısmı geliştirilmiştir.

### 3.6.3. AR yüz veri tabanı karıştırılarak yapılan deneyler

Çalışmanın bu kısmında, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı istenilen sayıda karıştırılmış ve her karıştırma için döngü tekrar edilmiştir. Her karıştırma sonucunda elde edilen tanıma oranları kaydedilerek ortalamaları alınmıştır.

#### 3.6.3.1. 299x222 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Çalışmanın bu bölümünde, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı orijinal 299x222 boyutlarındadır. AR veri tabanı karıştırılmadan yapılan bir deneyin sonuç tanıma oranı grafiği Şekil 3.29’da gösterilmiştir. Deneyde, 50 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmıştır. Farksızlık alt uzayı boyutu 250’den başlanarak, 250 aralıklarla 47750’ye kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir.



Şekil 3.30. AR yüz veri tabanı karıştırılmadan yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.30'da da görüldüğü gibi tanıma oranının ilk en büyük değeri % 98'dir. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 36.750'dir ve toplam boyutun % 55.36'sıdır.  $M$  kişi sayısı,  $N$  resim sayısı, kullanılan piksel sayısı  $P_x$ , resmin boyutları  $m \times n$  olmak üzere,

$$P_x = M(N - 1) + Ek = 50(7 - 1) + 36750 = 37050$$

Farklılık alt uzayı boyutu

Farksızlık alt uzayı boyutu

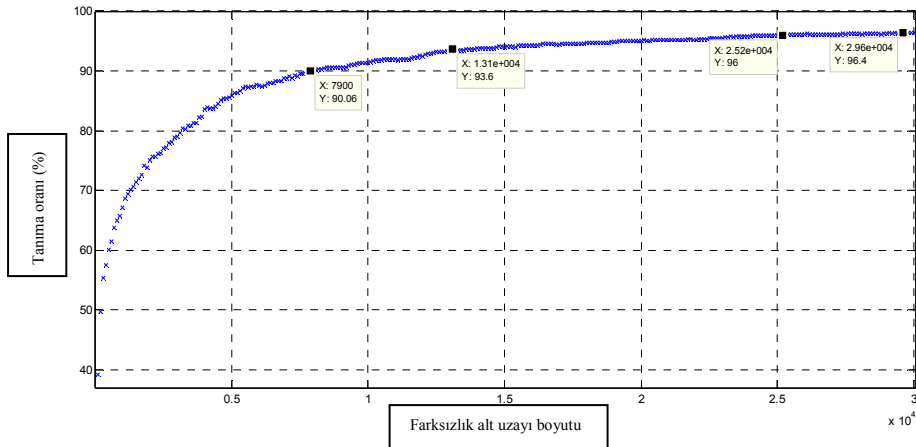
$$\frac{P_x}{m \times n} = \frac{37050}{299 \times 222} = \% 55.82$$

oranında piksel kullanılmıştır. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.31'de gösterilmiştir.



Şekil 3.31. Veri tabanı karıştırılmadan elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Diğer taraftan, AR veri tabanı karıştırılarak 5 kez tekrar edilen başka bir deneyin sonuç ortalama tanıma oranı grafiği ise Şekil 3.32'de gösterilmiştir. Deneyde, her karıştırma işleminden sonra, bir önceki deneyde olduğu gibi 50 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmış, farksızlık alt uzayı boyutu 250'den başlanarak, 250 aralıklarla 30000'e kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiş ve ortalamaları alınmıştır.



**Şekil 3.32.** AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.32’de görüldüğü gibi tanıma oranının ilk en büyük değeri % 96.4’dür. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 29.600’dür ve toplam boyutun % 44.59’udur. Bu tanıma oranında kullanılan piksel sayısı 29.900’dür. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 45.05’ine eşittir. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.33’de gösterilmiştir. Deneyin bu kısmında kullanılan piksel oranının düşük olması farksızlık alt uzayı boyutunun son değerinin diğer deneye göre daha düşük olmasındandır.

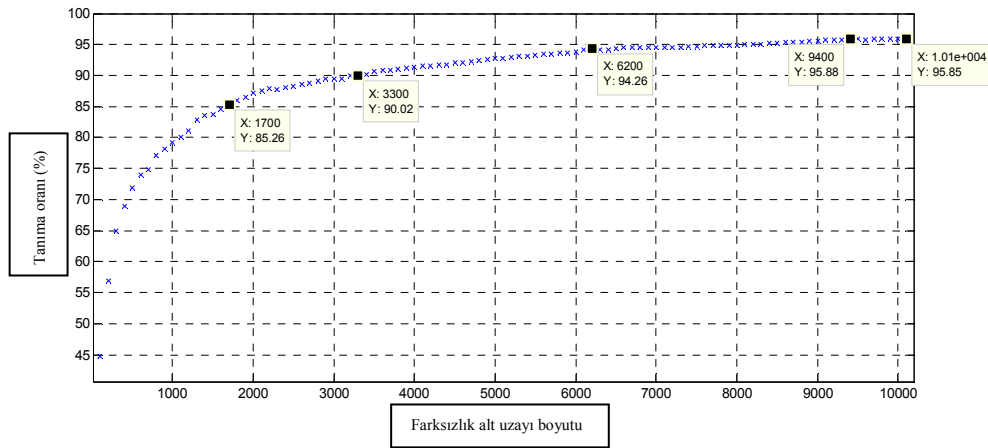


**Şekil 3.33.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Görüldüğü gibi deneyin bu bölümünde 299x222 boyutunda olan resimlerdeki piksellerin tümü kullanılamamıştır. Bunun sebebi kullanılan Matlab programının kendi hafıza sınırlamasıdır. Bu yüzden sonraki bölümlerde resimler, bütün piksellerin taranabildiği boyutlara indirgenmiştir.

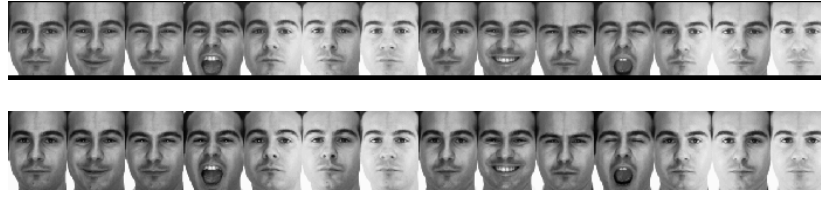
### 3.6.3.2. 120x90 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Çalışmanın bu bölümünde, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı 120x90 boyutlarına indirgenmiş ve deneyler bu resimlerle yapılmıştır. Deneyde, 117 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmıştır. Farklılık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100 aralıklarla 10100'ye kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farklılık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 4 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



Şekil 3.34. AR yüz veri tabanı 4 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

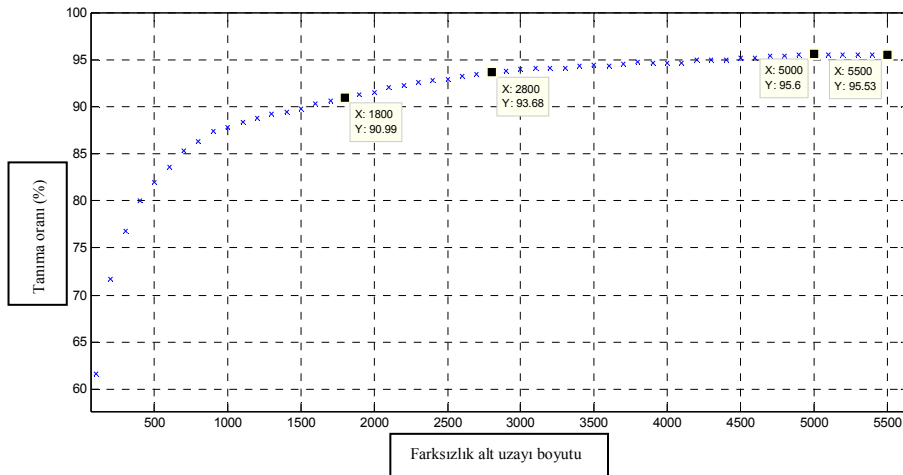
Şekil 3.34'de görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 95.88'dir. Bu tanıma oranında farklılık alt uzayının boyutu 9400'dür ve toplam boyutun % 87.04'üdür. Bu tanıma oranında kullanılan piksel sayısı 10.102'dir. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 93.54'ine eşittir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranı % 95.85 olmaktadır. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.35'de gösterilmiştir.



Şekil 3.35. Veri tabanı 4 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

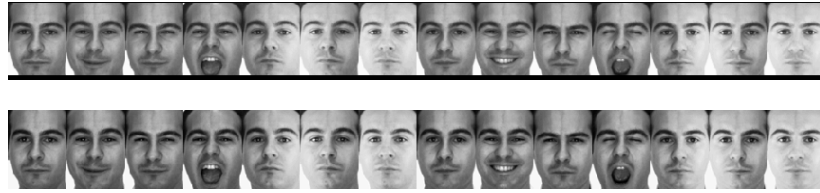
### 3.6.3.3. 90x68 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Çalışmanın bu bölümünde, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı 90x68 boyutlarına indirgenmiş ve deneyler bu resimlerle yapılmıştır. Deneyde, 117 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmıştır. Farklılık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100 aralıklarla 5500'ye kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farklılık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 5 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



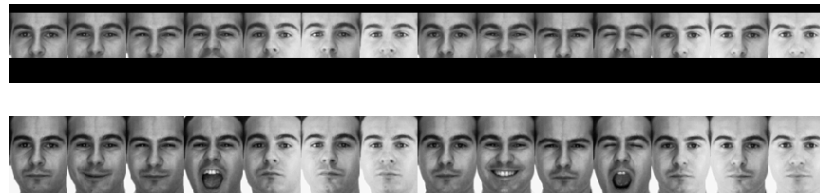
Şekil 3.36 AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.36'de görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 95.6'dır. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 5000'dir ve toplam boyutun % 81.7'sidir. Bu tanıma oranında kullanılan piksel sayısı 5702'dir. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 93.17'sine eşittir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranı yine % 95.53 olmaktadır. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.37'da gösterilmiştir.



**Şekil 3.37.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

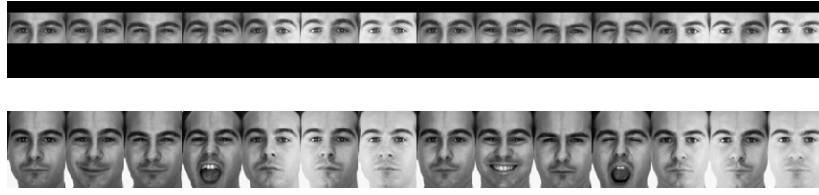
Şekil 3.38'de yaklaşık % 2 tanıma kaybına karşılık yüz resminden alınan piksel sayısı toplam piksel sayısına göre yaklaşık % 42.78 daha azdır. Bu tanıma oranı için farksızlık alt uzayı boyutu 2800'dür. Farklılık alt uzayı boyutu ise 702'dir. Kullanılan toplam piksel 3502'dir.



**Şekil 3.38.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.39'de % 5 tanıma kaybına karşılık ise kullanılan piksel sayısı toplam piksel sayısına göre yaklaşık % 59,11 daha azdır. Farksızlık alt uzayı boyutu 1800, farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 2502'dir.

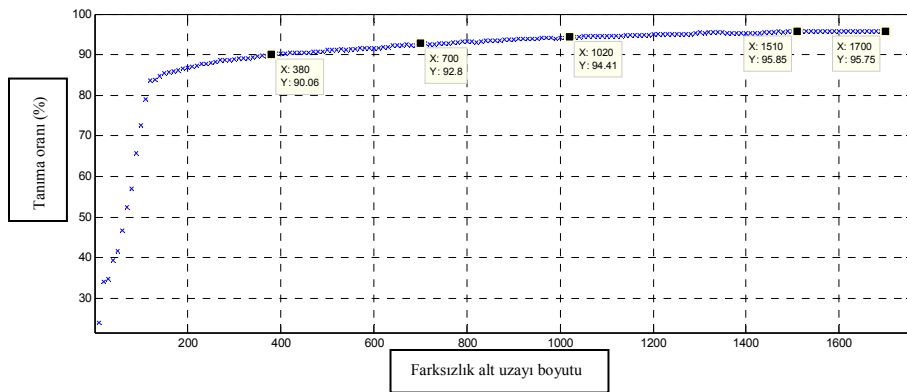




**Şekil 3.39.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.3.4. 60x40 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Çalışmanın bu bölümünde, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı 60x40 boyutlarına indirgenmiş ve deneyler bu resimlerle yapılmıştır. Deneyde, 117 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmıştır. Farklılık alt uzayı boyutu 10'dan başlanarak, 10 aralıklarla 1700'e kadar artırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farklılık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 5 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



**Şekil 3.40** AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.40'da görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 95.85'dir. Bu tanıma oranında farklılık alt uzayının boyutu 1510'dur ve toplam boyutun % 62.92'sidir. Bu tanıma oranında kullanılan piksel sayısı 2212'dir. Bu piksel sayısı

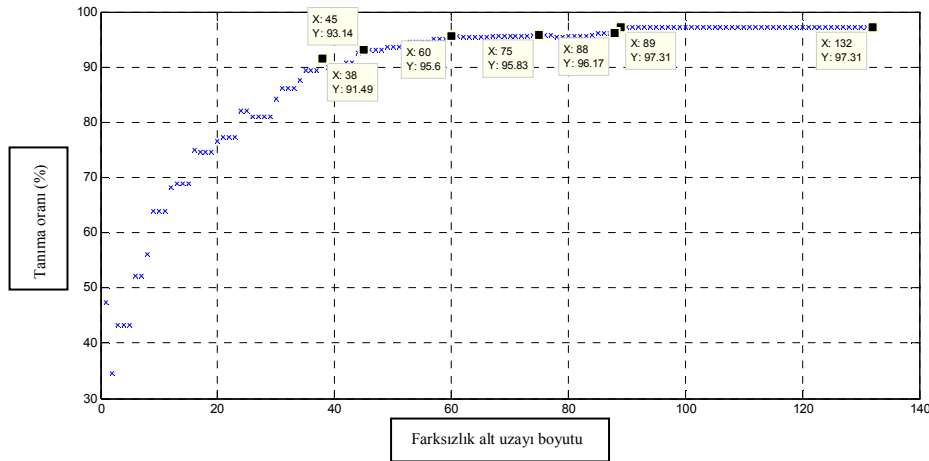
tüm piksellerin % 91.17'sine eşittir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranı % 95.75 olmaktadır. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.41'de gösterilmiştir.



**Şekil 3.41.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.3.5. 24x18 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Çalışmanın bu bölümünde, AR yüz veri tabanındaki kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı 24x18 boyutlarına indirgenmiş ve deneyler bu resimlerle yapılmıştır. Deneyde, 117 kişi ve her kişiye ait 7 resim eğitim setinde, geri kalan 7 resim de test setinde kullanılmıştır. Farklılık alt uzayı boyutu 1'den başlanarak, 1 aralıklarla 132'ye kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farklılık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 4 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



**Şekil 3.42.** AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.42’de görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 97.31’dir. Bu tanıma oranında farklılık alt uzayının boyutu 132’dir ve resmin tamamı kullanılmıştır. Farklılık alt uzayı boyutu toplam boyutun % 30.56’sıdır. Bu tanıma oranında kullanılan piksel sayısı 432’dür. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 100’üne eşittir. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.43’de gösterilmiştir.



**Şekil 3.43.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.44’de görüldüğü gibi yaklaşık % 1 tanıma kaybına karşılık yüz resminden alınan piksel sayısı resmin tamamının kullanıldığı duruma göre yaklaşık % 10 daha azdır. Bu tanıma oranı için farklılık alt uzayı boyutu 88, farklılık alt uzayı boyutu ise 300 ve toplam boyut 388’dir.



**Şekil 3.44.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 1 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.45'de ise % 4 tanıma kaybına karşılık ise kullanılan pikseller görülmektedir. Burada resmin tamamının kullanıldığı duruma göre kullanılan piksel sayısı % 20,14 daha azdır. Farksızlık alt uzayı boyutu 45, farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Toplam boyut ve kullanılan piksel sayısı ise 345'dir.



**Şekil 3.45.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 4 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.3.6. Deneylerin sonuçları

AR yüz veri tabanı için yapılan bütün deneylerin sonuçları Çizelge 3.6.'da verilmiştir. Çizelge 3.6.'da tanıma başarımının kabul edilebilir kayıpları için yüz resminden alınması gereken piksel sayıları da bulunmaktadır. Buradan veri tabanındaki herhangi boyuttaki bir resmin tüm pikselleri kullanılmadan da en yüksek tanıma başarımı sağlanabileceği görülebilir. Bazı deneylerde tüm pikseller kullanılarak elde edilen tanıma oranları, bu piksellerin % 90 ~ 93 kullanılarak elde edilenlere göre % 0,03 ~ 0,1 daha düşük kalmıştır. Bunun nedenleri arasında tanıma başarımını hiç etkilemeyen hatta daha da düşmesine sebep olan gereksiz öznitelikler gösterilebilir.

Çizelge 3.6. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları

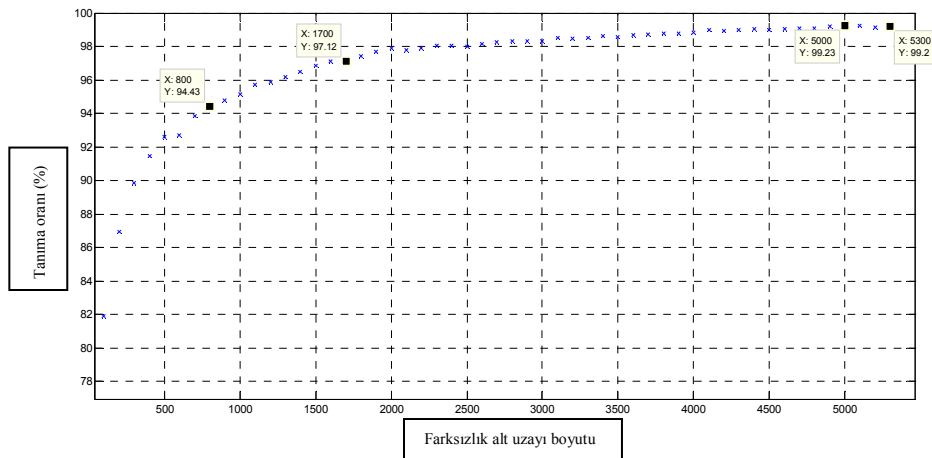
DB	M	N	m, n	mxn	Mix	R(Sw)	N(Sw)	R(Sw)+N(Sw)	$\frac{N(Sw)}{N(Sw)+R(Sw)}$	%	%	%	%
Veri Tabanı	Kişi Sayısı	Eğitim/Test Resim Sayısı	Resim Boyutları	Toplam Piksel Sayısı	Veri Tabanı karıştırma sayısı	Farklılık alt uzayı M.(N-1)	Farklılık alt uzayı EK	Seçilen Piksel Sayısı	Boşluk Uzayı boyutunun Toplam boyuta oranı	Kullanılan piksel sayısının toplam piksele oranı	Tanma oranı	Tanma Oranı Yaklaşık Değişim	Seçilen Piksel Oranı Yaklaşık Değişim
AR	50	7 Eğitim / 7 Test	299x222	66378	1 kez	300	47750	48050	71,94	72,39	97,71	-	-
						300	36750	37050	55,36	55,82	<b>98,00</b>	0,29	-16,57
						300	20750	21050	31,26	31,71	<b>96,86</b>	-0,85	-40,68
						300	10500	10800	15,82	16,27	<b>94,29</b>	-3,42	-56,12
117	7 Eğitim / 7 Test	120x90	10800	4 kez	702	10098	10800	93,50	100,00	<b>95,85</b>	-	-	
					702	9400	10102	87,04	93,54	<b>95,88</b>	0,03	-6,46	
					702	6200	6902	57,41	63,91	<b>94,26</b>	-1,59	-36,09	
					702	3300	4002	30,56	37,06	<b>90,02</b>	-5,83	-62,94	
117	7 Eğitim / 7 Test	90x68	6120	5 kez	702	5418	6120	88,53	100,00	<b>95,53</b>	-	-	
					702	5000	5702	81,70	93,17	<b>95,6</b>	0,07	-6,83	
					702	2800	3502	45,75	57,22	<b>93,68</b>	-1,85	-42,78	
					702	1800	2502	29,41	40,88	<b>90,99</b>	-4,54	-59,12	
117	7 Eğitim / 7 Test	60x40	2400	5 kez	702	1698	2400	70,75	100,00	<b>95,75</b>	-	-	
					702	1510	2212	62,92	92,17	<b>95,85</b>	0,10	-7,83	
					702	1020	1722	42,50	71,75	<b>94,41</b>	-1,34	-28,25	
					702	700	1402	29,17	58,42	<b>92,80</b>	-2,95	-41,58	
50	7 Eğitim / 7 Test	24x18	432	4 kez	300	132	432	30,56	100,00	<b>97,31</b>	-	-	
					300	89	389	20,60	90,05	<b>97,31</b>	0,00	-9,95	
					300	60	360	13,89	83,33	<b>95,60</b>	-1,71	-16,67	
					300	38	338	8,80	78,24	<b>91,49</b>	-5,82	-21,76	

### 3.6.4. Yale B yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler

Genişletilmiş YALE yüz veritabanında 38 kişiden alınan ve her biri için 64 farklı aydınlanma durumunda olan resimlerden oluşmaktadır. Resimler 192x168 boyutundadır [21]. Yale B yüz veri tabanı için çeşitli deneyler yapılmıştır. Bu deneylerde kullanılan resimler 85x75 boyutlarına indirgenmiş ve sadece bu boyutlardaki resimler kullanılmıştır. Deneylerin her ikisinde 38 kişi olmak üzere, birinde 47 resim, diğerinde ise 20 resim kullanılmıştır. Kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı istenilen sayıda karıştırılmış, tüm uzayı temsil eden sınıfların ortak değişim matrisinin farksızlık alt uzayının boyutu ve özneliğın alındığı göz bölgesinin beraber tanıma başarımına olan etkisini incelenmiş ve sonuçlar kaydedilmiştir. Her karıştırma sonucunda elde edilen tanıma oranları kaydedilerek ortalamaları alınmıştır.

#### 3.6.4.1. 47 resim ile yapılan deneyler

Bu deneyde 38 kişiden alınan 47 resimden 30'u eğitimde geri kalan 17'si ise testte kullanılmıştır. Farksızlık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100 aralıklarla 5300'e kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farksızlık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 5 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



Şekil 3.46 AR yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.46'da görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 99.23'dür. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 5000'dir ve bu toplam boyutun % 78.43'üdür. Farklılık alt uzayı boyutu 1102'dir. Bu tanıma oranında kullanılan toplam piksel sayısı 6102'dir. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 95.72'sine eşittir. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.47'de gösterilmiştir.



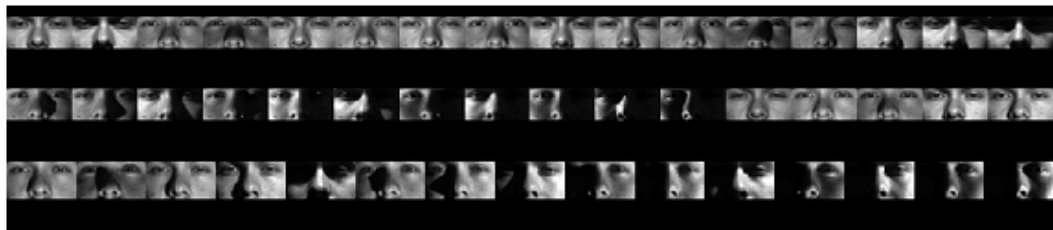
(a)



(b)

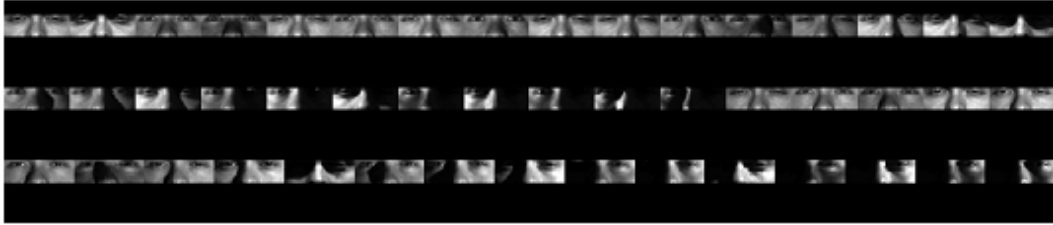
Şekil 3.47. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen a) ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve b) tüm yüz resmi

Şekil 3.48'de yaklaşık % 2 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 1700'dür. Farklılık alt uzayı boyutu ise değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 2802'dir ve bu toplam piksel sayısının % 43.95'idir.



Şekil 3.48. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller

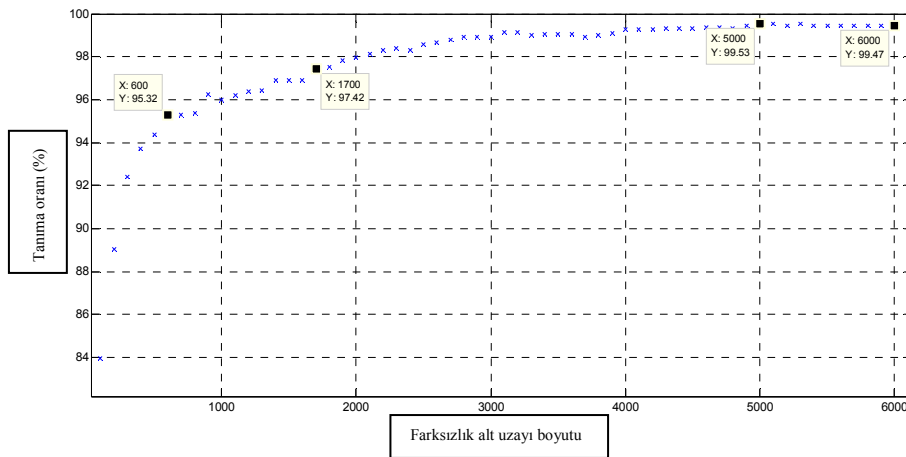
Şekil 3.49’da % 5 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 800’dür. Farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 1902’dir ve bu toplam piksel sayısının % 29.84’üne eşittir.



Şekil 3.49. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller

### 3.6.4.2. 20 resim ile yapılan deneyler

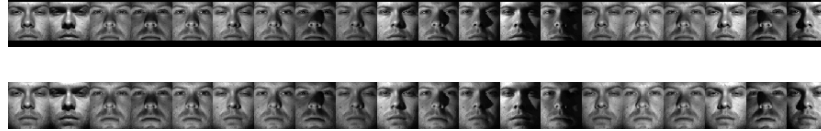
Bu deneyde 38 kişiden alınan 20 resimden, 10’u eğitimde diğer 10’u ise testte kullanılmıştır. Farksızlık alt uzayı boyutu 100’den başlanarak, 100 aralıklarla 6100’e kadar arttırılmış ve buna göre elde edilen tanıma oranları kaydedilmiştir. Farksızlık alt uzayının son boyut değerinde resmin tamamı kullanılmıştır. Bu işlemler veri tabanı karıştırılarak 5 kez tekrar edilmiş ve sonuçların ortalaması alınmıştır.



Şekil 3.50. Yale B yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği



Şekil 3.50'de görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 99.53'dür. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 5000'dir ve bu toplam boyutun % 78.43'üdür. Farklılık alt uzayı boyutu 342'dir. Bu tanıma oranında kullanılan toplam piksel sayısı 5342'dir. Bu piksel sayısı tüm piksellerin % 83.8'sine eşittir. Bu piksellerin alındığı bölgeler ve tüm yüz resmi Şekil 3.51'de gösterilmiştir.



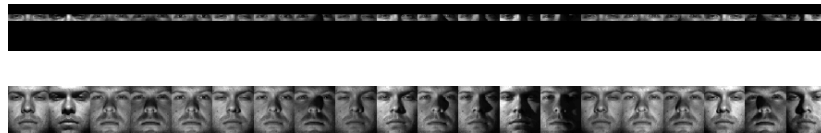
**Şekil 3.51.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.52'de yaklaşık % 2 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 1700'dür. Farklılık alt uzayı boyutu ise 342'dir. Kullanılan toplam piksel 2042'dir. Yüz resminden alınan piksel sayısı toplam piksel sayısına göre yaklaşık % 67.97 daha azdır.



**Şekil 3.52.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düşüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.53'de % 4 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 600'dür. Farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 942'dir. Burada kullanılan piksel sayısı toplam piksel sayısına göre yaklaşık % 85,22 daha azdır.



**Şekil 3.53.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 4 düşüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.4.3. Deneylerin sonuçları

Yale B yüz veri tabanı için yapılan bütün deneylerin sonuçları Çizelge 3.7.'de verilmiştir. Çizelge 3.7.'de tanıma başarımının kabul edilebilir kayıpları için yüz resminden alınması gereken piksel sayıları da bulunmaktadır. Buradan veri tabanındaki herhangi boyuttaki bir resmin tüm pikselleri kullanılmadan da en yüksek tanıma başarımı sağlanabileceği görülebilir. Bazı deneylerde tüm pikseller kullanılarak elde edilen tanıma oranları, bu piksellerin % 84 ~ 95 kullanılarak elde edilenlere göre % 0,03 ~ 0,06 daha düşük kalmıştır. Bunun nedenleri arasında tanıma başarımını hiç etkilemeyen hatta daha da düşmesine sebep olan gereksiz öznitelikler gösterilebilir.

**Çizelge 3.7.** Yale B yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları

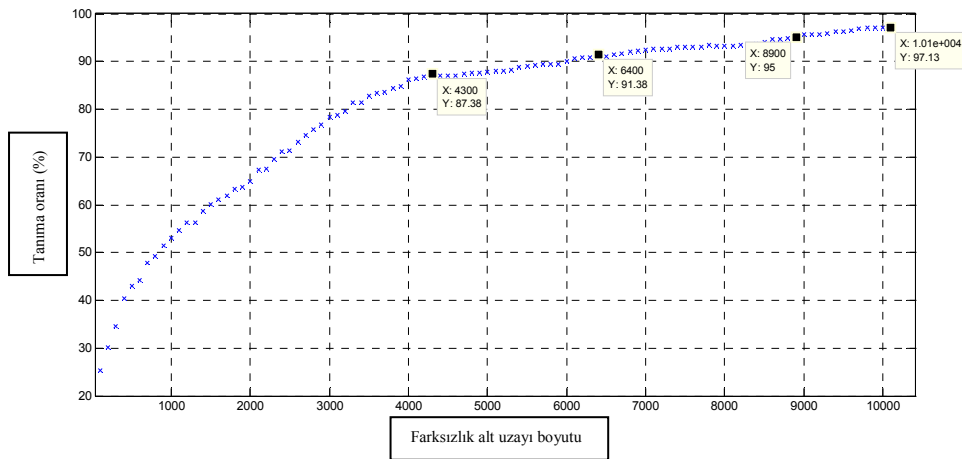
DB	M	N	m, n	m×n	Mix	R(Sw)	N(Sw)	R(Sw)+N(Sw)	$\frac{N(Sw)}{N(Sw)+R(Sw)}$	%	%	%	%
Veri Tabanı	Kişi Sayısı	Eğitim/Test Resim Sayısı	Resim Boyutları	Toplam Piksel Sayısı	Veri Tabanı karıştırma sayısı	Farklılık alt uzayı M.(N-1)	Farksızlık alt uzayı EK	Seçilen Piksel Sayısı	Boşluk Uzayı boyutunun Toplam boyuta oranı	Kullanılan piksel sayısının toplam piksele oranı	Tanma oranı	Tanıma Oranı Yaklaşık Değişim	Seçilen Piksel Oranı Yaklaşık Değişim
YALE B	38	30 Eğitim / 17 Test	85x75	6375	5 kez	1102	5273	6375	82,71	100,00	99,20	-	-
						1102	5000	6102	78,43	95,72	99,23	0,03	-4,28
						1102	1700	2802	26,67	43,95	97,12	-2,08	-56,05
						1102	800	1902	12,55	29,84	94,43	-4,77	-70,16
	10 Eğitim / 10 Test	85x75	6375	5 kez	342	6033	6375	94,64	100,00	99,47	-	-	
					342	5000	5342	78,43	83,80	99,53	0,06	-16,20	
					342	1700	2042	26,67	32,03	97,42	-2,05	-67,97	
342	600	942	9,41	14,78	95,32	-4,15	-85,22						

### 3.6.5. ORL yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler

ORL yüz veri tabanı, yüz resimlerinin kamera açıları değiştirilerek oluşturulmuş doğrusal olmayan veri tabanlarına bir örnektir [13]. Veritabanı 40 kişiden alınan ve her biri için 9 farklı yüz pozisyonunda olan resimlerden oluşmaktadır.

#### 3.6.5.1. 112x92 boyutundaki resimlerle yapılan deneyler

Deneyde kullanılan resimlerin her biri 112x92 boyutundadır. Deneylerde veri tabanındaki bütün resimler, 5'i eğitim 4'ü test olmak üzere kullanılmıştır. Kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı istenilen sayıda karıştırılmış, tüm öznitelik uzayının farksızlık alt uzayının boyutu ve özneliğinin alındığı göz bölgesinin beraber tanıma başarımına olan etkisini incelenmiştir. Her karıştırma sonucunda elde edilen tanıma oranları kaydedilerek ortalamaları alınmıştır.



Şekil 3.54. ORL yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.54'de görüldüğü gibi tanıma oranının en büyük değeri % 97.13'dür ve bu tanıma oranında yüz resmindeki tüm pikseller kullanılmıştır. Bu tanıma oranında farksızlık alt uzayının boyutu 10144'dür ve bu toplam boyutun % 98.45'idir. Farklılık alt uzayı boyutu 160'dır. Bu tanıma oranında kullanılan

toplam piksel sayısı 10304'dür. Şekil 3.55'de bu tanıma oranında alınan pikseller görülmektedir.



**Şekil 3.55.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller

Şekil 3.56'de yaklaşık % 2 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 8900'dür. Farklılık alt uzayı boyutu ise değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 9060'dır. Bu piksel sayısı toplam piksel sayısının % 87.93'üdür.



**Şekil 3.56.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 2 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.57'da % 5.75 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 6400'dür. Farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 6560'dır. Bu piksel sayısı toplam piksel sayısının % 63.66'sıdır.



**Şekil 3.57.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı % 5,75 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Şekil 3.58’de % 9.75 tanıma kaybına karşılık farksızlık alt uzayı boyutu 4300’dür. Farklılık alt uzayı boyutu değişmemiştir. Kullanılan toplam piksel 4460’dır. Bu piksel sayısı toplam piksel sayısının % 43.28’idir.



Şekil 3.58. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı % 9,75 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.5.2. Deneylerin sonuçları

ORL yüz veri tabanı için yapılan bütün deneylerin sonuçları Çizelge 3.8.’de verilmiştir. Çizelge 3.8.’de tanıma başarımının kabul edilebilir kayıpları için yüz resminden alınması gereken piksel sayıları da bulunmaktadır. Elde edilen sonuçların daha önce yapılmış bazı çalışmalara göre daha iyi oldukları söylenebilir [13].

Çizelge 3.8. ORL yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları

DB	M	N	m, n	mxn	Mix	R(Sw)	N(Sw)	R(Sw)+N(Sw)	$\frac{N(Sw)}{N(Sw)+R(Sw)}$	%	%	%	%
Veri Tabanı	Kişi Sayısı	Eğitim/Test Resim Sayısı	Resim Boyutları	Toplam Piksel Sayısı	Veri Tabanı karıştırma sayısı	Farklılık alt uzayı M.(N-1)	Farksızlık alt uzayı EK	Seçilen Piksel Sayısı	Boşluk Uzayı boyutunun Toplam boyuta oranı (%)	Kullanılan piksel sayısının toplam piksele oranı	Tanıma oranı	Tanıma Oranı Yaklaşık Değişim	Seçilen Piksel Oranı Yaklaşık Değişim
ORL	40	5 Eğitim / 4 Test	112x92	10304	5 kez	160	10144	10304	98,45	100,00	<b>97,13</b>	-	-
						160	8900	9060	86,37	87,93	<b>95,00</b>	-2,13	-12,07
						160	6400	6560	62,11	63,66	<b>91,38</b>	-5,75	-36,34
						160	4300	4460	41,73	43,28	<b>87,38</b>	-9,75	-56,72

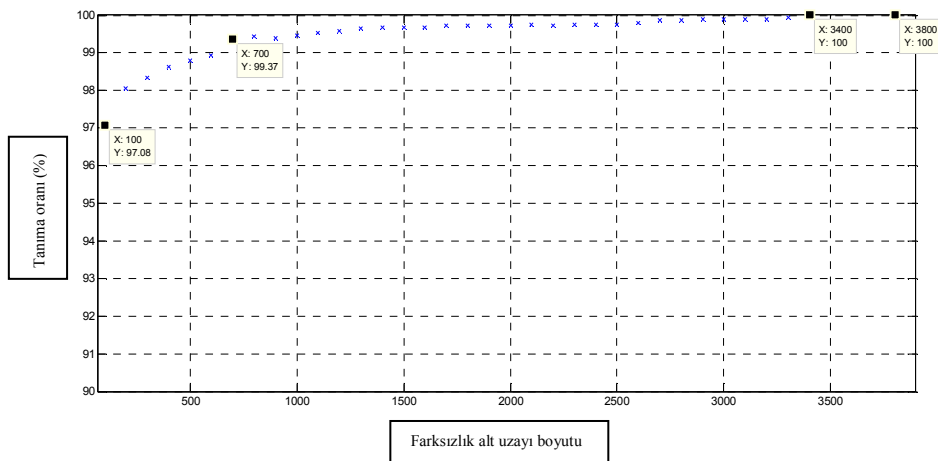
### 3.6.6. Faces94, Faces95 ve Faces96 yüz veri tabanları ile yapılan deneyler

Faces94 yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerde 142 kişiden alınan resimler 70x63 boyutlarına, Faces95 yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerde de 72 kişiden alınan resimler 70x63 boyutlarına, Faces96 yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerde ise yine benzer olarak 169 kişiden alınan resimler 60x60 boyutlarına indirgenmiş ve sadece söz konusu boyutlardaki resimler kullanılmıştır.

Her üç yüz veri tabanı için, kişilerden alınan 9 resmin, 5'i eğitim setinde 4 test setinde kullanılmıştır. Kişilerin eğitim ve test için kullanılan resimlerinin tamamı istenilen sayıda karıştırılmış, tüm öznitelik uzayının farksızlık alt uzayının boyutunun tanıma başarımına olan etkisi incelenmiş ve sonuçlar kaydedilmiştir. Her karıştırma sonucunda elde edilen tanıma oranları kaydedilerek ortalamaları alınmıştır.

#### 3.6.6.1. Faces94 yüz veri tabanı ile yapılan deneyler

Faces94 yüz veri tabanı, farksızlık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100'er aralıklarla, 3800'e kadar arttırılarak tanıma oranları kaydedilmiştir. Şekil 3.59'da görüldüğü gibi resmin tamamı kullanıldığında tanıma oranı % 100 olmaktadır.



Şekil 3.59. Faces94 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği

Şekil 3.60'da görülen şekilde alınan piksellerle, farksızlık alt uzayı boyutu 3400 olduğunda tanıma oranı yine % 100 olmakla beraber, kullanılan piksel oranı tüm piksellere göre % 89.98 olmaktadır. Tanıma oranından yaklaşık % 0.6 kayıpla, kullanılan piksel oranı % 28.75'e düşürülmüştür. Şekil 3.61'de bu durumda alınan pikseller gösterilmiştir.



Şekil 3.60. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi



Şekil 3.61. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 0.6 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

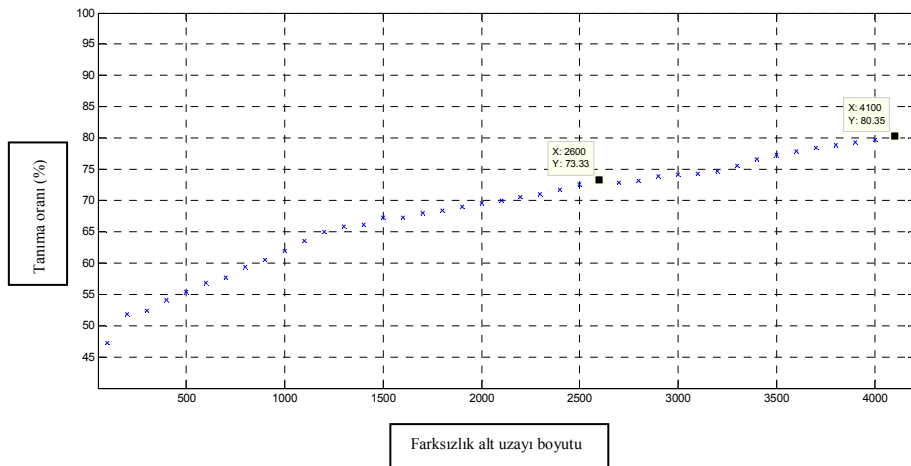
Tanıma oranından yaklaşık % 3 kayıpla, kullanılan piksel oranı % 15.15'e düşürülmüştür. Şekil 3.62'de bu durumda alınan pikseller gösterilmiştir.



Şekil 3.62. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 3 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.6.2. Faces95 yüz veri tabanı ile yapılan deneyler

Faces95 yüz veri tabanı, farksızlık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100'er aralıklarla, 4100'e kadar arttırılarak tanıma oranları kaydedilmiştir. Şekil 3.63'de görüldüğü gibi resmin tamamı kullanıldığında tanıma oranı % 80.35 olmaktadır. Bu noktadaki farksızlık alt uzayı boyutu 4100'dür. Bu tanıma oranında alınan pikseller Şekil 3.64'de gösterilmiştir.



Şekil 3.63. Faces95 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği



Şekil 3.64. Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Tanıma oranından yaklaşık % 7 kayıpla, kullanılan piksel oranı % 65.48'e düşürülmüştür. Şekil 3.65'de bu durumda alınan pikseller gösterilmiştir.

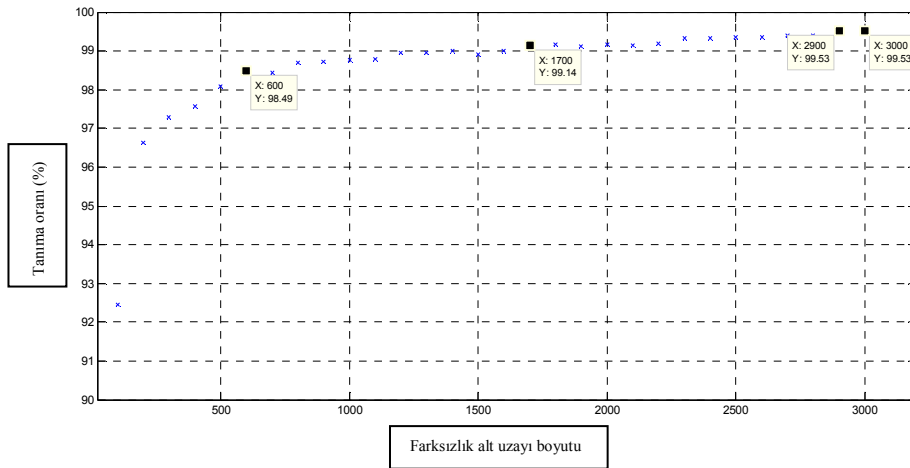




**Şekil 3.65.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 5 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.6.3. Faces96 yüz veri tabanı ile yapılan deneyler

Faces96 yüz veri tabanı, farksızlık alt uzayı boyutu 100'den başlanarak, 100'er aralıklarla, 3000'e kadar arttırılarak tanıma oranları kaydedilmiştir. Şekil 3.66'da görüldüğü gibi resmin tamamı kullanıldığında tanıma oranı % 99.53 olmaktadır. Bu noktadaki farksızlık alt uzayı boyutu 3000'dür. Bu tanıma oranında alınan pikseller Şekil 3.67'de gösterilmiştir.

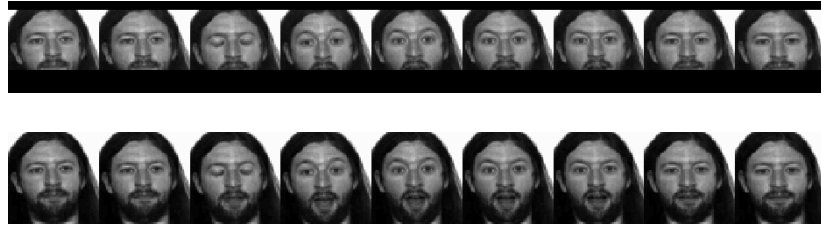


**Şekil 3.66.** Faces96 yüz veri tabanı 5 kez karıştırılarak yapılan deneyin sonuç tanıma oranı grafiği



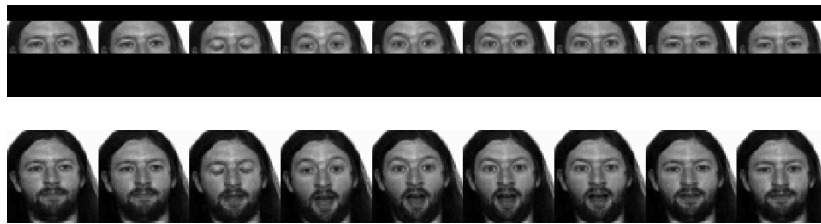
**Şekil 3.67.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen ilk en çok tanıma oranında yüz resminden alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Tanım oranından yaklaşık % 0.4 kayıpla, kullanılan piksel oranı % 66'ya düşürülmüştür. Şekil 3.68'de bu durumda alınan pikseller gösterilmiştir.



**Şekil 3.68.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 0.4 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

Tanım oranından yaklaşık % 1 kayıpla, kullanılan piksel oranı % 35.44'e düşürülmüştür. Şekil 3.69'da bu durumda alınan pikseller gösterilmiştir.



**Şekil 3.69.** Veri tabanı 5 kez karıştırılarak elde edilen en çok tanıma oranı yaklaşık % 1 düştüğünde alınan pikseller ve tüm yüz resmi

### 3.6.6.4. Deneylerin sonuçları

Faces94, Faces95 ve Faces96 yüz veri tabanları kullanılarak yapılan bütün deneylerin sonuçları Çizelge 3.9.'da verilmiştir. Çizelge 3.9.'da tanıma başarımının kabul edilebilir kayıpları için yüz resminden alınması gereken piksel sayıları da bulunmaktadır. Buradan veri tabanındaki herhangi boyuttaki bir resmin tüm pikselleri kullanılmadan da en yüksek tanıma başarımı sağlanabileceği görülebilir. Bazı deneylerde tüm pikseller kullanılarak elde edilen tanıma oranları, bu piksellerin % 77 ~ 81 kullanılarak elde edilenlerle aynı kalmıştır. Bunun nedenleri arasında tanıma başarımını hiç etkilemeyen hatta daha da düşmesine sebep olan gereksiz öznitelikler gösterilebilir.

**Çizelge 3.9.** Faces94 Faces95 ve Faces96 yüz veri tabanları kullanılarak yapılan deneylerin sonuçları

DB	M	N	m, n	mxn	Mix	R(Sw)	N(Sw)	R(Sw)+N(Sw)	$\frac{N(Sw)}{N(Sw)+R(Sw)}$	%	%	%	%
Veri Tabanı	Kişi Sayısı	Eğitim/Test Resim Sayısı	Resim Boyutları	Toplam Piksel Sayısı	Veri Tabanı karıştırma sayısı	Farklılık alt uzayı M,(N-1)	Farksızlık alt uzayı EK	Seçilen Piksel Sayısı	Boşluk Uzayı boyutunun Toplam boyuta oranı (%)	Kullanılan piksel sayısının toplam piksele oranı	Tanıma oranı	Tanıma Oranı Yaklaşık Değişim	Seçilen Piksel Oranı Yaklaşık Değişim
Faces94	142	5 Eğitim / 4 Test	70x63	4410	5 kez	568	3842	4410	87,12	100,00	100,00	-	-
						568	3400	3968	77,10	89,98	100,00	0,00	-10,02
						568	700	1268	15,87	28,75	99,37	-0,63	-71,25
						568	100	668	2,27	15,15	97,08	-2,92	-84,85
Faces95	72	5 Eğitim / 4 Test	70x63	4410	5 kez	288	4122	4410	93,47	100,00	80,35	-	-
						288	2600	2888	58,96	65,49	73,33	-7,02	-34,51
Faces96	169	5 Eğitim / 4 Test	60x60	3600	5 kez	676	2924	3600	81,22	100,00	99,53	-	-
						676	2900	3576	80,56	99,33	99,53	0,00	-0,67
						676	1700	2376	47,22	66,00	99,14	-0,39	-34,00
						676	600	1276	16,67	35,44	98,49	-1,04	-64,56

#### 4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Yüz resminden alınması gereken piksel sabit olduğunda, özneliklerin çıkarıldığı bölge tanıma oranında etkin değişikliklere neden olmaktadır. Bu yüzden öznelikler, sınıfları en iyi temsil edebilen bölgelerden seçilmelidir. AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan bir deneyde, göz bölgesinin ağız ve burun bölgesine göre tanıma başarımı artırma bakımından yaklaşık % 18 ~ 20 daha etkili olduğu ortaya çıkmıştır.

Yapılan deneylerde, öznelik uzayının boyutu arttıkça seçilmesi gereken piksel sayısı da artmaktadır. Bu uzayın alt uzayları olan farklılık ve farksızlık uzaylarının boyutu kişi, resim ve ek piksel sayısı değiştirilerek, (3.4) , (3.5) ve (3.6)'deki gibi ayarlanabilir. Yüz resimlerinin göz bölgesinden (Her iki göz bebeğinin tam ortalarından başlanarak) (3.4)'de belirtilen kadar öznelik alınmış ve öznelik uzayına aktarılmıştır. Tüm özneliklerin farklılık alt uzayları (3.5)'deki gibi, farksızlık alt uzayları da (3.6)'deki gibi olmak üzere, bu öznelikler doğrusal boyut indirgeme tekniklerinden ayırt edici ortak vektör yöntemi ile çok daha küçük yeni bir öznelik uzayına aktarılmış ve sınıflandırma bu yeni uzayda yapılmıştır. Sınıflandırma işleminde, (2.64)'deki ayırt edici ortak vektörler, (2.65)'deki test vektörleri ile karşılaştırılmış ve (2.66)'deki ölçüt kullanılmıştır.

Yöntemin işlerliği gösterildikten sonra, öznelikler yine gözlerden başlanarak gerekli sayıda alınmış, bu kez tüm öznelik uzayının farksızlık alt uzayının boyutu arttırılarak tanıma oranlarındaki değişimler kaydedilmiştir. Ortak vektör yönteminin yetersiz veri durumu problemine çözüm getirdiği daha önceki bölümlerde açıklanmıştı. Az veri durumunda en az bir sıfır öz değer olduğundan, öznelik uzayının en az bir boyutlu farksızlık alt uzayı vardır. Resimlerden alınan piksel sayısı arttırılarak farksızlık alt uzayını gereken birimlik vektör sayısı ve dolayısıyla farksızlık alt uzayı boyutu da arttırılmış olur. Çizelge 3.4.'deki gibi sınıflandırılacak kişi sayısının az olduğu durumlarda küçük boyutlu farksızlık alt uzayı yeterli olurken, Çizelge 3.6.'da gösterilen şekilde kişi sayısı arttırıldıkça en çok tanıma oranına ulaşmak için söz konusu alt uzayın boyutunun da arttırılması gerekmektedir.

AR veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerin hemen hemen hepsinde tüm piksellerin % 90 ~ 93'ü kullanılarak en çok tanıma oranı elde edilmiştir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranı % 0,03 ~ 0,1 daha düşük olmuştur. Yale B veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerde yine aynı şekilde tüm piksellerin % 84 ~ 95'i kullanılarak en çok tanıma oranı elde edilmiştir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranları % 0,03 ~ 0,06 daha düşük olmuştur. Faces94 ve Faces96 veri tabanları kullanılarak yapılan deneyler ise tüm piksellerin % 77 ~ 81'i kullanılarak en çok tanıma oranı elde edilmiştir. Tüm pikseller kullanıldığında ise tanıma oranları aynı kalmıştır. ORL ve Faces95 veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerde en çok tanıma oranı tüm piksellerin kullanıldığı durumda ortaya çıkmıştır. ORL veri tabanı kullanılarak elde edilen tanıma oranları daha önce yapılmış olan bazı çalışmalara göre daha yüksektir (Bkz. [13]).

Deneyler doğrultusunda elde edilen başka bir sonuç da, önışlemeden geçirilmiş olan, gözlerin görünür ve bütün resimler için aynı noktada olduğu veri tabanlarının tanıma oranlarını daha da iyileştirdiğidir. Örneğin aydınlanma farkları barındıran Yale B veri tabanı kullanılarak yapılan deneyler, farklı yüz ifadeleri barındıran ve bazı resimlerde gözlerin görünmediği AR yüz veri tabanı kullanılarak yapılan deneylerden daha iyi sonuçlar vermiştir.

Resim boyutunun büyüklüğü zaman ve depolama açısından kullanılan yöntemin verimliliğini olumsuz etkilemektedir. Göz civarından başlayarak seçilen piksellerle tanıma başarımındaki küçük azalmalara karşılık piksel vektör boyutunda büyük sadeleştirilmelere gidilmiştir. Bu ise ayırt edici ortak vektör yönteminin daha hızlı çalışmasına ve daha az depolama alanı kullanmasına olanak sağlamaktadır.

## KAYNAKLAR

- [1] Anonim, *Büyük Türkçe sözlük*, Türk Dil kurumu, 2008.
- [2] Günel S., *Örüntü tanıma uygulamalarında alt uzay analiziyle öznelik seçimi ve sınıflandırma*, Doktora tezi, Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 2001.
- [3] Türkoğlu İ., *Örüntü tanıma sistemleri*, Ders notları, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2003, S. 6.
- [4] Gülmezoğlu M.B., Dzhafarov V. ve Barkana A., *The Common Vector Approach and its Relation to Principal Component Analysis*, IEEE transactions on speech and audio processing, **9**(6), 655, Eylül 2001, pp. 657.
- [5] Xiaoguang Lu, *Image Analysis for Face Recognition*, Dept. of Computer Science & Engineering, Michigan State University, East Lansing, MI, 48824, 2007, S. 7.
- [6] Çevikalp H., Neamtu M., Wilkes M. ve Barkana A., *Discriminative common vectors for face recognition*, IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, **27**(1), Ocak 2005, S. 12.
- [7] Zhao W., Chellappa R., Rosenfeld A., ve Phillips P.J., *"Face Recognition: A literature survey"*, Technical Report CAR-TR-948, University of Maryland, 2000.
- [8] Turk M., ve Pentland A.P., *"Eigenfaces for Recognition"*, Journal of Cognitive Neuroscience, **3** (1), 1991, 71-86.
- [9] Belhumeur P.N., Hespanha J.P., ve Kriegman D.J., *"Eigenfaces and fisherfaces: recognition using class specific linear projection"*, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, **19** (7), 1997, 711-720.
- [10] Gülmezoğlu M. B., Dzhafarov V., Keskin M., ve Barkana A., *A Novel Approach To Isolated Word Recognition*, IEEE Trans. Speech and Audio Processing, **7**, 1999, pp. 620-628
- [11] Kramer, M. A., *Nonlinear Principal Component Analysis Using Autoassociative Neural Networks*, Neural Computation, **9** (7), 1493-1516

- [12] Koç M., *Sınıf içi ve Sınıflar arası dağılımlardan elde edilen ölçütlerin birleştirilerek fonem tanımda kullanılması*, Yüksek Lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Ağustos 2006, S. 16.
- [13] Çevikalp H.<sub>1</sub> ve Neamtu M.<sub>2</sub> , “*Nonlinear common vectors for pattern classification*”, <sub>1</sub> Department of Electrical Engineering and Computer Science, Vanderbilt University, <sub>2</sub> Department of Electrical Engineering and Computer Science, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, USA.
- [14] Çevikalp H.<sub>1</sub>, Neamtu M.<sub>2</sub>, Wilkes M.<sub>1</sub> ve Barkana A.<sub>3</sub>, *Kişi yüzlerinin ayırtdilmesi için yeni bir yöntem*, <sub>1</sub> Department of Electrical Engineering and Computer Science, Vanderbilt University, <sub>2</sub> Department of Electrical Engineering and Computer Science, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, USA, <sub>3</sub> Osmangazi Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Meşelik, Eskişehir.
- [15] Martinez A.M. ve Benavente R., *The AR Face Database*, CVC Technical Report #24, Computer Vision Center (CVC), Barcelona, Spain, 1998.
- [16] Swets ve Weng J., *Using Discriminant Eigenfeatures for Image Retrieval*, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, **18** (8), Aug. 1996, pp. 831-836.
- [17] ORL Database of Faces, AT&T Laboratories Cambridge. Kullanılabilir: <http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>
- [18] Gülmezoğlu M. B.<sub>1</sub> , Çevikalp H.<sub>2</sub> ve Barkana A.<sub>1</sub> , *Ortak vektör yöntemine yeni bir bakış açısı*, <sub>1</sub> Osmangazi Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Meşelik, Eskişehir, <sub>2</sub> Department of Electrical Engineering and Computer Science, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, USA.
- [19] Delac K., Grgic M. ve Grgic S., *Independent Comparative Study of PCA, ICA, and LDA on the FERET Data Set*, Grgic University of Zagreb, FER, Unska 3/XII, Zagreb, Croatia Received 28 December 2004; accepted 27 February 2006, S. 274.

- [20] Thomaz C. E. ve Gillies D. F., “*Small Sample Size*”: *A Methodological Problem in Bayes Plug-in Classifier for Image Recognition*, Technical Report 6/2001, Department of Computing, Imperial College of Science Technology and Medicine, 180 Queen’s Gate, London SW7 2BZ, United Kingdom, S. 8-9.
- [21] Thomaz Lee K.C., Ho J. ve Kriegman D., *Acquiring linear subspaces for facerecognition under variable lighting*, IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence, **27** (5), 2005, 684-698.
- [22] Gose E.<sub>1</sub> , Johnsonbaugh R.<sub>2</sub> ve Jost S.<sub>2</sub>, *Pattern Recognition and Image Analysis*, <sub>1</sub>Department of Electrical Engineering and Computer Science University of Illinois at Chicago, <sub>2</sub>School of Computer Science, Telecommunication and Information Systems Depaul University, 1996, S. 74.
- [23] Ünsalan C.<sub>1</sub>, Erçil A.<sub>2</sub>, *Öznitelik Seçme Yöntemlerinin Karşılaştırılması ve Basarı Kriteri*, Proceedings of IEEE SIU, <sub>2</sub>Boğaziçi Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, <sub>1</sub>Boğaziçi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kızılcahamam, 1998, pp. 60-65.