

**BULANIK TOPOLOJİYE DAYALI  
KENAR BULMA ALGORİTMASI**

Murat Hazer  
Yüksek Lisans Tezi

Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı  
Mayıs – 2007

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

**Murat Hazer**'in **Bulanık Topolojiye Dayalı Kenar Bulma Algoritması** başlıklı **Elektrik Elektronik Mühendisliği** Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans tezi 15.05.2007 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	<b>Adı-Soyadı</b>	<b>İmza</b>
Üye (Tez Danışmanı) :	<b>Yard. Doç Dr. HAKAN G. ŞENEL</b>	.....
Üye	<b>: Yard. Doç Dr. ATAKAN DOĞAN</b>	.....
Üye	<b>: Yard. Doç Dr. YUSUF OYSAL</b>	.....

**Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun**  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

**Enstitü Müdürü**

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **BULANIK TOPOLOJİYE DAYALI KENAR BULMA ALGORİTMASI**

**Murat HAZER**

**Anadolu Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman: Yard. Doç. Dr. Hakan Güray ŞENEL**

**2007, 51 sayfa**

Kenar bulma, en önemli görüntü işleme görevlerinden biridir. Nesne tanıma, hedef izleme ve bölütleme gibi daha yüksek seviyeli görüntü işleme algoritmalarında ilk aşama olarak yer alır ve bunların başarısını arttıran en önemli etkenlerden biridir. Kenar bulma yöntemleri olarak, kesikli birinci dereceden türev, ikinci dereceden türevin sıfır geçişleri, anisotropik difüzyon, çok ölçekli yöntemler sayılabilir. Algoritmaların çoğunluğu, dar bir alanda yönlü gradyan hesabına dayanmaktadır. Bu tez çalışmasında, kenar bulma işleçlerinin daha geniş bir pencere içinde hesaplanmasını sağlayan, bulanık topoloji ve bağlantı derecesi haritalarını kullanan bir yöntem geliştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Görüntü işleme, Kenar Bulma, Bulanık Topoloji, Bağlantı Derecesi Haritası, Topolojik Gradyan

## **ABSTRACT**

**Master of Science Thesis**

### **FUZZY TOPOLOGY BASED EDGE DETECTION ALGORITHM**

**Murat HAZER**

**Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Electrical and Electronics Engineering Program**

**Supervisor: Assist. Prof. Dr. Hakan Güray ŞENEL**

**2007, 51 pages**

Edge detection is one of the important image processing tasks. It takes part in higher level image processing tasks such as object recognition, target tracking and segmentation, and it facilitates these methods to perform in a better way. First order derivative, zero crossings of second order derivative, anisotropic diffusion and multi scale methods can be noted as widely used edge detection algorithms. Most of the methods aim to calculate gradient in a small observation window. In this thesis work, we developed a new method for calculating gradient by using fuzzy topology and degree of connectedness maps in larger observation windows.

**Keywords:** Image Processing, Edge Detection, Fuzzy Topology, Degree of Connectedness Map, Topological gradient

## TEŞEKKÜR

Tezin her aŐamasında bilgisini ve yardımlarını esirgemeyen danıŐmanım Yrd.Doç.Dr. Hakan G. ŞENEL'e ok teşekkür ederim. DiŐer juri üyelerim Yrd.Doç.Dr. Emin GERMEN'e, Yrd.Doç.Dr. Yusuf OYSAL'a ve Yrd.Doç.Dr. Atakan DOŐAN'a ayrıca teşekkür ederim.

Murat HAZER

Mayıs 2007

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1. Kenar Bulma .....	1
1.2. Gradyan Temelli Yöntemler .....	2
1.3. Laplasyan Temelli Yöntemler .....	13
1.4. Laplasyanın Gausyanına Dayanan Yöntemler .....	15
1.5. Canny Yöntemi .....	17
1.6. Anizotropik Difüzyon .....	18
<b>2. BULANIK TOPOLOJİ</b> .....	<b>20</b>
2.1 Kuram .....	21
2.1.1. Bulanık Bağlılık (Fuzzy Connectedness) .....	21
2.1.2. Bağlantı Haritası (The Connectivity Map) .....	22
2.1.3. Birbirine Bağlı Bileşenlerin İşaretlenmesi (Connected Component Labeling - CCL) .....	23
<b>3. TOPOLOJİ KULLANAN GRADYAN ÖLÇÜTÜ</b> .....	<b>26</b>
3.1. Bulanık Topoloji .....	26
3.2. BDH'nin Özellikleri .....	27
<b>4. TOPOLOJİ TEMELLİ GRADYAN İŞLECİ</b> .....	<b>31</b>
4.1. Geniş Gradyan İşleçleri .....	31
4.2. Topolojik Gradyan İşleçleri .....	34

<b>5. UYGULAMA.....</b>	<b>42</b>
5.1. Gürültü Ortamında Topolojik Gradyan Yönteminin Başarımı .....	42
5.2. Doğal Görüntüler .....	45
<b>6. SONUÇ.....</b>	<b>49</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>50</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

1.1 Orijinal gemi görüntüsü .....	7
1.2 Robert işleci sonucu .....	7
1.3 Prewitt işleci sonucu .....	9
1.4 Sobel işleci sonucu .....	9
1.5 Laplasyan ve sıfır geçiş yöntemi sonucu .....	14
1.6 LoG işleci sonucu .....	16
1.7 Canny işleci sonucu .....	18
2.1 4'lü komşuluğun ve 8'li komşuluğun komşuluk grafikleri .....	20
2.2 $\Sigma$ 'nın alt kümesi S ve S'nin tümleyeni .....	22
2.3 7x7'lik görüntü kesitinin Bağlantı Haritası .....	22
2.4 CCL algoritmasının uygulanması .....	24
2.5 CCL algoritmasının uygulanması .....	24
3.1 İki yakın çizgi nesnesinin oluşturduğu görüntünün kesiti, .....	28
3.2 Gürültü eklenmiş görüntünün kesiti ve bağlantı haritası .....	29
3.3 Adım kenar kesiti .....	29
4.1 Lena Görüntüsü .....	32
4.2 Değişik filtre genişliklerine göre kesikli türev süzgeçlerinin frekans tepkisi ..	29
4.3 Yokuş kenar için BDH grafikleri .....	36
4.4 Barb isimli test görüntüsü .....	37
4.5 9x9 sobel işleci sonucu .....	38
4.6 9x9 Sobel etrafında 11x11 pencereleli Topolojik Sobel sonucu .....	39
4.7 Yavaş değişen kenar topolojik gradyan ve sobel işleci sonucu .....	40
4.8 Yavaş değişen kenarın negatifi Sobel'e dayalı gradyan ve sobel işleci sonucu .....	41
4.9 Yavaş değişen kenar kesiti topolojik gradyanların minimumu ve sobel işleci sonucu .....	41
5.1 Lena ve Kameraman .....	46
5.2 Lena görüntüsü üzerinde 5x5'lik BDH içinde 3x3 Sobel işleci .....	47
5.3 Kameraman görüntüsü üzerinde 5x5'lik BDH içinde 3x3 Sobel işleci .....	48



## ÇİZELGELER DİZİNİ

5.1 7x7 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları .....	44
5.2 9x9 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları .....	44
5.3 11x11 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları .....	45

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$f(x)$	: Kesiksiz uzayda 1 boyutlu fonksiyon
$f_c(x, y)$	: Kesiksiz fonksiyon
$\nabla f_c(x, y)$	: Gradyan
$f(n_1, n_2)$	: Kesikli uzayda fonksiyon
$\nabla^2 f_c(x, y)$	: Laplaysan
$\nabla^2 f(n_1, n_2)$	: Kesikli uzayda laplaysan
$g_c(x, y)$	: Gaussian
$S_{i,j,t}$	: Isı difuzyon fonksiyonu
$\Sigma$	: Kesikli uzayda dikdörtgen matris
$\sigma$	: P ve Q pikselleri arasındaki yol
$S_w(\sigma)$	:Yolun bağlantı derecesi
$C_w(p, q)$	: P ve Q arasındaki bağlantı derecesi
$DOCM_w(o)$	: Bağlantı derecesi haritası
BDH	: Bağlantı derecesi haritası

## 1. GİRİŞ

Kenar bulma, en önemli görüntü bulma görevlerinden biridir. Daha yüksek seviyeli görüntü işleme yöntemleri içinde ilk aşama olarak yer aldığından, onların başarısına da önemli etkileri bulunmaktadır. Kenar bulma algoritmalarının, bu yöntemler içinde ilk aşamada uygulanmasının önemli gerekçelerinden biri, görüntü üzerindeki bilginin sadece gerekli olanlarının ayrılmasıdır. Kenarlar, o görüntü içindeki en önemli bilgidir. İnsan görme sistemi, doğrudan kenarların algılanmasına dayanır [1].

Fiziksel bir kavram olarak kenar, nesnelere kırım yaptığı, renklerinin değiştiği yerleri tanımlamak için kullanılır. Kenar, görüntülerde fiziksel anlamı dışında da yer alır. Örneğin, gölgeler ve iki nesnenin görüntüsünün üst üste gelmesi de, görüntülerde kenar olarak belirlenen bölümler oluşturabilir. Görüntülerdeki kenar tanımı, fiziksel bir karşılığı olsun ya da olmasın, piksel değerlerindeki ani değişimleri ifade eder.

Bu çalışmada, çeşitli kenar bulma algoritmaları incelenmiş; avantajları ve dezavantajları belirlenmiştir. Yapılan incelemede, var olan kenar bulma algoritmalarının temelde dar alanlarda piksel değerleri üzerinde yaptıkları inceleme ve hesaplama sonucunda kenarları buldukları anlaşılmıştır. Daha geniş bir alanda, piksel değerlerinin değişimlerinin incelenmesi, incelenen noktaya yakın olan daha fazla nesnenin hesaplama katılması gerekçesiyle düşünülmemiştir. Dar alanda hesaplama yapılması, hedeflenen kenar modelinin adım (step) kenar olmasına neden olmuştur. Bu tezde, daha geniş gözlem pencereleri ve dolayısıyla çekirdekler kullanarak kenar bulunmasını sağlayan bir yöntem öne sürülmüştür.

### 1.1. Kenar Bulma

Kenarların, görüntülerde piksel değerlerindeki ani değişimlerin gerçekleştiği yerler olarak tanımlamıştık. Görüntülerde ani değişim gösteren yerleri bulan ve kenar olup olmadıklarını inceleyen çeşitli kenar bulma yöntemleri bulunmaktadır. Bu yöntemler sınıflandırılırsa, bütün algoritmaların üç ana başlıkta toplanabileceği görülebilir [2].

**Optimal işleçler:** Bu grupta, dar bir piksel komşuluğunda tek bir kenarın bulunacağı varsayılır. Bu yöntemlerin temel amacı, bu kenarı bulacak en uygun süzgeci bulmaktır. Marr ve Hildreth, Gaussian'ın Laplasyanı işlecini kullanarak kenarlara karşılık gelen sıfır geçişlerini aramayı önermiştir [1]. Haralick [3] pikseller üzerinde uyguladığı interpolasyon denklemi üzerinden bulduğu türev değerini kullanarak bulduğu gradyan değeriyle, ikinci türev üzerinde gradyan yönündeki sıfıra geçişleri arayan bir yöntem sunmuştur. Canny [4] Gaussian maskenin türevinden elde edilen işlecin uygulanmasına dayanan bir yöntem önermiştir. Görüntü işleme alanında kullanılan ilk yöntemler olan Roberts, Prewitt ve Sobel [5] işleçleri de en uygun işleçlere örnektir.

Bu yöntemlerin en büyük sorunu, ele aldıkları piksel komşuluğunda sadece bir tane kenarın olduğunu varsaymalarıdır. Gerçek görüntülerde, birden fazla nesneye ait kenarların birbirine yakın olması bu yöntemlerin başarıyla uygulanmasına engel yaratmaktadır.

**Çok ölçekli Yöntemler:** Ani piksel değişimlerini bulmadan önce uygulanacak yumuşatma işleminin çeşitli seviyelerde gerçekleştirilmesi ve bu seviyelerde kenarların bulunmasına dayanan yöntemlerdir. İlk olarak, görüntünün ileri bir yumuşatma seviyesindeki hali üzerinden bulunan baskın kenarlara ek olarak, azalan yumuşatma oranlarında kenarlar bulunur ve bir kenar haritası elde edilir. İlk olarak Marr ve Hildreth [1] tarafından önerilen fikir, Witkin [6] tarafından uygulamaya geçirilmiştir. Canny, kenar bulma yönteminde iki ölçeğe dayanan yönteminin başarılı sonuçlar verdiğini göstermiştir.

**Uyarlamalı Yöntemler:** Kenar bulma işleçlerinden önce uygulanan yumuşatma işleminin uyarlamalı olarak gerçekleştirilmesi düşüncesinin uygulamasını Perona ve Malik [7], önerdiği Anisotropik Difüzyon formülüne dayanan yönteminde göstermiştir. Kenarın bulunduğunu anladığında yumuşatma oranını azaltan ve düz alanlarda gürültüyü azaltan yöntem, kenar bulma öncesindeki yumuşatma işleminin uyarlanmasına dayanmaktadır [17][18].

## 1.2.Gradyan Temelli Yöntemler

Kenar bulmak için kullanılabilir en temel yöntem, türevin kullanılmasıdır [1]. Bir boyutlu kesiksiz bir uzayda, türevin ani değişimlerin olduğu yerlerde

maksimum olur. Fakat iki boyutlu uzayda, kenarın hangi çizgi üzerinde yer aldığı diğer bir deyişle yönü önem kazanmaktadır. Bu süreçte, birbirine yakın kenarların birbirleriyle etkileşecekleri, yön gibi değişken olabilecek parametrelerin de hesaba katılması gerekecektir.

Görüntülerin kesikli bir uzay olarak tanımlanabilmesi, türevlerin doğrudan bulunmasındaki önündeki en önemli sorundur. Bu şekilde, türevlerin ancak yaklaşık değerleri bulunabilir. Türev bulmak ve daha genele olarak bütün kenar bulma yöntemlerinin en önemli sorunları, gürültü, yakın kenarların yarattığı girişim ve kesikli bir yapı olması nedeniyle hesaplamalarda kesiksiz uzayın avantajlarının kullanılmamasıdır [10].

Gürültü, ani piksel değişimlerinin bulunmasındaki en önemli sorunlardan ilkidir. Gürültü içeren bir pikselin hesaplamaya katılması, sanal olarak ani bir değişimin gerçekleşmesini ve bu yerin kenar olarak işaretlenmesine neden olabilir. Ani değişimleri bulan türev ve benzeri yöntemlerin, genellikle yüksek geçiren süzgeçler olarak nitelenmeleri nedeniyle gürültüye hassas bir ortam oluştururlar [1].

Belirli bir yerdeki anlık değişimin bulunması için belirli sayıda piksel değerinin incelenmesi gereklidir. Ne kadar pikselin hesaplamaya katılacağı konusu kenar bulma işindeki en önemli sorunlardan biridir. Geniş bir alanda kenarın ve dolayısıyla değişimin incelenmesi, daha fazla sayıda birbiriyle ilgisiz kenarın sürece dâhil olmasına neden olarak, incelenen noktadaki kenarın saptanmasını engelleyebilir [1]. Bu sebeple, genellikle kenar bulma algoritmaları dar bir alanda kenar bulma işlevini gerçekleştirmeye çalışırlar. Daha az sayıda piksel değeri gürültüye açık bir ortam sunması, görüntünün kenar bulma sürecinden önce yumuşatılmasıyla engellenebilir. Bu şekilde gürültü ve önemsiz detaylar temizlenebilir. Yumuşatma işleminin ne ölçüde gerçekleştirileceği de ayrı bir sorundur. Yüksek oranda gürültü bulunan görüntülerde, yumuşatmanın seviyesi ayarlanabilir ama önemli ayrıntıların da yok edilmesi yüksek bir olasılıktır.

Yumuşatmanın aşamalı olarak gerçekleştirilmesi, çok ölçekli kenar bulma algoritmalarının ortaya çıkmasını sağlamıştır [11, 1, 4]. Görüntü çeşitli ölçeklerde yumuşatılır ve her seviyede elde edilen görüntü üzerinde kenar bulma işi

uygulanır. Daha sonra her ölçekte elde edilen kenarlar birleştirilerek, doğru bir sonuç bulunabilir. Fakat minimum ve maksimum ölçeklerin ne olacakları, görüntü üzerinde hangi ölçek adımlarıyla bulma işleminin yapılacağı açık sorulardır.

Gradyan iki boyutlu bir uzayda, değişimin ölçüsünü ve yönünü veren bir değerdir. Gradyan temelli kenar bulma yönteminin temel formülü, kesiksiz uzay için, gradyan  $\nabla$  'dır [5].

$$\nabla f_c(x, y) = \frac{\partial f_c(x, y)}{\partial x} i_x + \frac{\partial f_c(x, y)}{\partial y} i_y \quad (1.1)$$

Burada  $i_x$  ve  $i_y$ ,  $x$  ve  $y$  yönlerindeki birim vektörlerdir. Gradyan değerinin bir vektör olduğunu unutulmamalıdır. Diğer bir deyişle, herhangi bir yerde,  $(x_0, y_0)$ , gradyan vektörünün genliği  $|\nabla f_c(x_0, y_0)|$  ve yönü  $S \nabla f_c(x_0, y_0)$  bulunmaktadır.

Gradyan vektörünün genliği şöyle hesaplanabilir.

$$|\nabla f_c(x_0, y_0)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f_c(x_0, y_0)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_c(x_0, y_0)}{\partial y}\right)^2} \quad (1.2)$$

Gradyanın genliği üzerinde yapılan maksimum hesaplanması, ani değişimlerin oranını da belirtir. Yerel anlamda bulunan genliğin maksimuma eriştiği noktalar, kenarın oradan geçip geçmediğini de belli edebilir [5]. Birbirine komşu piksellerin gradyan genliklerinin belirli bir seviyenin üstünde olması, bunların aynı kenar üzerinde bulunan pikseller olduklarının da göstergesidir [4].

Kenarların bulunmasındaki bir sonraki aşama, gradyan genliğinin eşiklenmesidir. Bu şekilde, genlik seviyesi belirli bir orandan yüksek olanlar kenar olarak işaretlenebilir [4].

$$|\nabla f_c(x_0, y_0)| \geq T \quad (1.3)$$

Eşiklenmiş gradyan görüntüsündeki kenar olmaya aday olan pikseller, birbirlerine yakın küçük çizgiler olarak belirlemektedir. Bu çizgiler, tek piksel genişlikte olabildikleri gibi, daha kalın da olabilirler. Bu nedenle, kenarların bulunduğu çizgilerin inceltilmesi gerekebilir.

İnceltme işlemi için, en yaygın kullanılan yöntem maksimum olmayan noktaların bastırılmasıdır [4]. Bir noktanın kenar olarak işaretlenmesi için, en az bir yönde gradyan değerinin yerel maksimum olması gereklidir. Kalın kenarlarda,

bu yöntemin sanal kenar alanları ortaya çıkardığı bilinmesine rağmen, sık kullanılan bir algoritmadır.

Eşik değerinin seçilmesinde objektif bir ölçüt olarak, gürültüdeki ortam gürültüsü oranı ya da diğer bir deyişle sinyal gürültü oranı (SNR: Signal to Noise Ratio) kullanılabilir [4]. Bununla birlikte, eşik değerinin yüksek seçilmesi çok fazla sayıda kenarın bulunmasını sağlayabileceği gibi düşük seçilmesi de ayrıntıların kaybolmasına neden olabilir.

Gradyan bulma sürecinde  $x$  ve  $y$  yönlerindeki yönlü gradyanların karelerinin toplanarak, karekökünün alınması ve bu sonucun kullanılması yerine yönlü gradyanlar da hesaplama sürecinin içine katılabilir. Yönlü gradyan değerleri ayrıca eşiklenerek daha sonra sonuçlar birleştirilebilir. Yönlü gradyan hesaplamaları için en basit çözüm birbirine dik  $x$  ve  $y$  yönlerindeki gradyanların hesaplanmasıdır [4,5].

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial f_c(x,y)}{\partial x} \right| &\geq T \quad y \text{ yönündeki kenarlar için} \\ \left| \frac{\partial f_c(x,y)}{\partial y} \right| &\geq T \quad x \text{ yönündeki kenarlar için} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Herhangi bir,  $\mathbf{n}$  vektörü yönünde gradyanın hesaplanabilmesi için

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{n}} &= \nabla f_c(x,y) \cdot \mathbf{n} \\ \frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{n}} &= \frac{\partial f_c(x,y)}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial f_c(x,y)}{\partial y} \sin \theta \end{aligned} \quad (1.5)$$

formüllerinin hesaplanması gereklidir.

Kesikli uzayda, gradyan hesaplaması ancak yaklaşık bir değer olarak, bir noktanın etrafındaki değerler kullanılarak gerçekleştirilebilir [5]. Kesiksiz uzayda bir fonksiyon olan  $f_c(x,y)$ 'nin kesikli uzaydaki örneklenmiş halinin  $f(n_1, n_2)$  olduğunu düşünelim. İndisler  $n_1$  ve  $n_2$ , sırasıyla yatay ve düşey noktaları göstermektedir. Kesiksiz uzayda, gradyan formülü, ancak türevin kesikli uzayda yaklaşık değerini bulmak için kullanılan süzgeçlerle  $h_1(n_1, n_2)$  ve  $h_2(n_1, n_2)$  hesaplanabilir. Yaklaşık gradyan değeri aşağıdaki formüllerle bulunabilir.

$$\begin{aligned} f_1(n_1, n_2) &= f(n_1, n_2) * h_1(n_1, n_2) \\ f_2(n_1, n_2) &= f(n_1, n_2) * h_2(n_1, n_2) \end{aligned} \quad (1.6)$$

İki süzgecin kullanılması, yatay ve düşey yönlerdeki gradyanların hesaplanması içindir. Tek bir gradyan değeri, yönlü gradyanlar kullanılarak bulunabilir.

$$\begin{aligned} |\nabla f(n_1, n_2)| &= \sqrt{f_1^2(n_1, n_2) + f_2^2(n_1, n_2)} \\ \nabla f(n_1, n_2) &= \tan^{-1}\left(\frac{f_2(n_1, n_2)}{f_1(n_1, n_2)}\right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Yaklaşık türev bulmak için kullanılabilen, birinci derece ve merkez fark için formül

$$\begin{aligned} f_1(n_1, n_2) &= f(n_1, n_2) - f(n_1 - 1, n_2) \\ f_2(n_1, n_2) &= \frac{1}{2}[f(n_1 + 1, n_2) - f(n_1 - 1, n_2)]. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Orijin pikselin yeri  $(n_1, n_2)$ 'dir. Süzgeç formu eğer süzgeç çekirdeği haline getirilirse

$$\begin{aligned} h_1(n_1, n_2) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad h_2(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \\ h_1(n_1, n_2) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_2(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.9)$$

formülleri elde edilebilir [5]. Sunulan ilk formül sırasının en önemli sorunu, yatay ve düşey yönlerde hesaplanan gradyan değerlerinin, aynı yerlerde yüksek değer vermemesidir. Lokalizasyon problemi, ikinci sıra formüllerde çözülmüş durumdadır.

Birinci fark denklemleri  $45^\circ$  döndürüldüğünde  $h_1(n_1, n_2)$  ve  $h_2(n_1, n_2)$  Roberts kenar çekirdeği bulunur:

$$h_1(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_2(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Robert'in kenar çekirdeği, diagonal kenarların bulunması için kullanılan bir yöntemdir. Genellikle, yatay ve düşey kenarların bulunmasında diğer yöntemlere göre zayıf kalmaktadır (Şekil 1.1, 1.2). Kenarların lokalizasyonlarında çekirdeğin 2x2 olmasının da etkisi bulunmaktadır. Doğru bir gradyan hesabı için en az



3x3'lık çekirdeklerin kullanılması uygun dūŖecektir. Ayrıca, sadece iki değer kullanarak gradyanın hesaplanması, gürültünün etkisini arttırabilir. Sadece bir pikselin gürültüye denk gelmesi, gradyanın doğru sonuç vermesini engelleyebilir.



Ŗekil 1.1 Orijinal Gemi görüntüsü



Ŗekil 1.2 Roberts İşleci Sonucu

Gürültünün etkisini azaltmak için, en uygun yöntem kenar işlecine yumuşatma işleminin de dâhil edilmesidir. En uygun yumuşatma süzgeci,  $h_a(n_1, n_2)$  ortalama değer filtresidir [5].

$$h_a(n_1)=[1 \ 1 \ 1], \quad h_b(n_2)=[-1 \ 0 \ 1] \quad (1.11)$$

Eğer iki süzgeç birbiriyle dış vektör olarak çarpılırsa, 3x3 bir yapı elde edilebilir.

$$h_a(n_1) \times h_b(n_2) = h_1(n_1, n_2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [-1 \ 0 \ 1] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Eğer yatay yönde yapılan bu işlem, düşey yönde de tekrar edilirse, Prewitt kenar işleci elde edilir.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Prewitt, kenar işleci yumuşatma ve yaklaşık türev süreçlerinden oluştuğu için, Roberts işlecine göre daha başarılıdır (Şekil. 1.3). Gürültüye karşı daha dirençlidir. Eğer, bir yöndeki yumuşatma süzgeci değiştirilirse,

$$h_a(n_1)=[1 \ 2 \ 1], \quad h_b(n_2)=[-1 \ 0 \ 1] \quad (1.14)$$

yumuşatma işlemini daha gerçekleştiren Sobel kenar işleci

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

elde edilir [5].

Sobel kenar işleci, Roberts ve Prewitt işleçlerine göre gürültüye daha dayanıklıdır. Prewitt işleci, diyagonal kenarlar için düşey ve yatay kenarlara göre daha az tepki verirken, Sobel tersi şekilde çalışır. Bunu çözmek için Frei ve Chen, şu operatörü geliştirmiştir:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$



Şekil 1.3 Prewitt İşleci Sonucu

Çok sık kullanılan Roberts, Prewitt ve Sobel kenar işleçleri tasarım itibariyle 3x3 büyüklüktedir. Gemi görüntüsüne uygulanmış hali Şekil 1.4’te görülebilir.



Şekil 1.4 Sobel İşleci Sonucu

Daha büyük çekirdeklerin hesaplanması için, kesikli türev hesaplamalarının daha yüksek seviyede, daha fazla sayıda örnek kullanarak bulunması gereklidir.

Daha büyük çekirdek boyutlarının gürültüyü daha küçük çekirdeklere göre daha iyi bastırıldığı ve gerçek türeve yakın bir türev değeri hesapladığı bilinmektedir [12].

Yaklaşık türev hesabında en iyi yöntem Taylor serisinin kullanılmasıdır [13]. Bir nokta etrafında Taylor serisi yaklaşımı şöyle hesaplanabilir:

$$f(x) = f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \frac{h^3}{3!} f'''(a) + \frac{h^4}{4!} f^{iv}(a) + \frac{h^5}{5!} f^v(a) + \dots \quad (1.17)$$

Burada  $h = x - a$  'dır. Düzgün kesikli bir uzayda, Taylor serisi açılımı değişik adımlar için şöyle bulunabilir.

$$\begin{aligned} f_{i-1} &= f_i - f_i' + \frac{1}{2} f_i'' - \frac{1}{6} f_i''' + \frac{1}{24} f_i^{iv} - \frac{1}{120} f_i^v + \frac{1}{720} f_i^{vi} \dots \\ f_{i-2} &= f_i - 2f_i' + \frac{4}{2} f_i'' - \frac{8}{6} f_i''' + \frac{16}{24} f_i^{iv} - \frac{32}{120} f_i^v + \frac{64}{720} f_i^{vi} \dots \\ f_{i-3} &= f_i - 3f_i' + \frac{9}{2} f_i'' - \frac{27}{6} f_i''' + \frac{81}{24} f_i^{iv} - \frac{243}{120} f_i^v + \frac{729}{720} f_i^{vi} \dots \end{aligned} \quad (1.18)$$

Diğer yönden hesaplama şöyledir.

$$\begin{aligned} f_{i+1} &= f_i + f_i' + \frac{1}{2} f_i'' + \frac{1}{6} f_i''' + \frac{1}{24} f_i^{iv} + \frac{1}{120} f_i^v + \frac{1}{720} f_i^{vi} \dots \\ f_{i+2} &= f_i + 2f_i' + \frac{4}{2} f_i'' + \frac{8}{6} f_i''' + \frac{16}{24} f_i^{iv} + \frac{32}{120} f_i^v + \frac{64}{720} f_i^{vi} \dots \\ f_{i+3} &= f_i + 3f_i' + \frac{9}{2} f_i'' + \frac{27}{6} f_i''' + \frac{81}{24} f_i^{iv} + \frac{243}{120} f_i^v + \frac{729}{720} f_i^{vi} \dots \end{aligned} \quad (1.19)$$

Yaklaşık türev,  $f_i'$

$$f_i' = [a \quad b \quad c \quad 0 \quad d \quad e \quad g] \begin{bmatrix} f_{i+3} \\ f_{i+2} \\ f_{i+1} \\ f_i \\ f_{i-1} \\ f_{i-2} \\ f_{i-3} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Formüldeki bilinmeyenlerin hesaplanması için, Taylor serisi açılımlarının formüle konulması gereklidir.

$$\begin{aligned}
& a(f_i - f_i' + \frac{1}{2}f_i'' - \frac{1}{6}f_i''' + \frac{1}{24}f_i^{iv} - \frac{1}{120}f_i^v + \frac{1}{720}f_i^{vi} + \dots) \\
& + b(f_i - 2f_i' + \frac{4}{2}f_i'' - \frac{8}{6}f_i''' + \frac{16}{24}f_i^{iv} - \frac{32}{120}f_i^v + \frac{64}{720}f_i^{vi} + \dots) \\
& + c(f_i - 3f_i' + \frac{9}{2}f_i'' - \frac{27}{6}f_i''' + \frac{81}{24}f_i^{iv} - \frac{243}{120}f_i^v + \frac{729}{720}f_i^{vi} \dots) \\
& + d(f_i + f_i' + \frac{1}{2}f_i'' + \frac{1}{6}f_i''' + \frac{1}{24}f_i^{iv} + \frac{1}{120}f_i^v + \frac{1}{720}f_i^{vi} \dots) \\
& + e(f_i + 2f_i' + \frac{4}{2}f_i'' + \frac{8}{6}f_i''' + \frac{16}{24}f_i^{iv} + \frac{32}{120}f_i^v + \frac{64}{720}f_i^{vi} + \dots) \\
& + g(f_i + 3f_i' + \frac{9}{2}f_i'' + \frac{27}{6}f_i''' + \frac{81}{24}f_i^{iv} + \frac{243}{120}f_i^v + \frac{729}{720}f_i^{vi} \dots)
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Eğer formül yeniden organize edilirse,

$$\begin{aligned}
& f_i(a + b + c + d + e + g) + \\
& f_i'(-a - 2b - 3c + d + 2e + 3g) + \\
& f_i''(\frac{a}{2} + 2b + \frac{9c}{2} + \frac{d}{2} + 2e + \frac{9g}{2}) + \\
& f_i'''(-\frac{a}{6} - \frac{8b}{6} - \frac{27c}{6} + \frac{a}{6} + \frac{8b}{6} + \frac{27c}{6}) + \\
& f_i^{iv}(\frac{a}{24} + \frac{16b}{24} + \frac{81c}{24} + \frac{d}{24} + \frac{16e}{24} + \frac{81g}{24}) + \\
& f_i^v(-\frac{a}{120} - \frac{32b}{120} - \frac{243c}{120} + \frac{d}{120} + \frac{32e}{120} + \frac{243g}{120}) + \\
& f_i^{vi}(\frac{a}{720} + \frac{64b}{720} + \frac{729c}{720} + \frac{d}{720} + \frac{64e}{720} + \frac{729g}{720})
\end{aligned} \tag{1.22}$$

şeklinde bir formül dizisi bulunur. Burada, ilk türevin açılımının kalabilmesi için yüksek seviyeli türevlerin katsayıları sıfır olması gereklidir. Denklem sistemi kurulursa

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 & 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 4/2 & 9/2 & 1/2 & 4/2 & 9/2 \\ -1/6 & -8/6 & -27/6 & 1/6 & 8/6 & 27/6 \\ 1/24 & 16/24 & 81/24 & 1/24 & 16/24 & 81/24 \\ -1/120 & -32/120 & -243/120 & 1/120 & 32/120 & 243/120 \\ 1/720 & 64/720 & 729/720 & 1/720 & 64/720 & 729/720 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

ve çözümlerse

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/60 \\ -3/20 \\ 3/4 \\ -3/4 \\ 3/20 \\ -1/60 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Sobel  $7 \times 7$  işlecinin bulunması için  $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1]$  yumuşatma vektörüyle dış çarpım yapıldığında, ortak çarpan düşünülmediğinde elde edilen sonuç alttadır:

$$\begin{bmatrix} 1 & -9 & 45 & 0 & -45 & 9 & -1 \\ 2 & -18 & 90 & 0 & -90 & 18 & -2 \\ 3 & -27 & 135 & 0 & -135 & 27 & -3 \\ 4 & -36 & 180 & 0 & -180 & 36 & -4 \\ 3 & -27 & 135 & 0 & -135 & 27 & -3 \\ 2 & -18 & 90 & 0 & -90 & 18 & -2 \\ 1 & -9 & 45 & 0 & -45 & 9 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Diğer yandan, 1 boyutlu sayısal türev alan süzgeçlerin, 2 boyuta uygulanmasıyla da büyük çekirdeklerin oluşturulabileceği gösterilmiştir [12]. Bir boyut üzerinde elde edilen spline temelli türev çekirdeği, diğer ekseninde 1B'lu yumuşatma çekirdeğiyle dış çarpımla çarpılırsa, 2 boyutlu bir çekirdek elde edilmektedir. Bu yöntemle elde edilen sonuçlar, Taylor serisi yaklaşımıyla elde edilen yöntemlerden farklı bir çekirdek üretmektedir. Örneğin  $7 \times 7$  bir çekirdek şöyle bulunmuştur:

$$\begin{bmatrix} 49 & 76 & 55 & 0 & -55 & 76 & 49 \\ 121 & -243 & -301 & 0 & 301 & 243 & -121 \\ 156 & -639 & -685 & 0 & 685 & 639 & -156 \\ 81 & -490 & -1138 & 0 & 1138 & 490 & -81 \\ 156 & -639 & -685 & 0 & 685 & 639 & -156 \\ 121 & -243 & -301 & 0 & 301 & 243 & -121 \\ 49 & 76 & 55 & 0 & -55 & 76 & 49 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

İki veya daha fazla boyutlu sinyallerde, bir boyutta 1B'lu türev çekirdeğinin diğer boyutlarda yumuşatma çekirdeklerinin kullanılmasına dayanan diğer bir yaklaşımı, Farid ve Simoncelli önermiştir [10]. Bir boyutlu yumuşatma çekirdeği

ve bunun türevinin çarpılmasına dayanan yöntemde  $D_0$  ve  $D_1$  olarak bulunan yumuşatma ve türev çekirdekleri çarpılarak 2 boyutlu gradyan işleci bulunmaktadır.

$$D = D_0 \times D_1$$

$$= [0.026455 \quad 0.24807 \quad 0.450951 \quad 0.24807 \quad 0.026455] \times \begin{bmatrix} -0.097537 \\ -0.309308 \\ 0 \\ 0.309308 \\ 0.097537 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

### 1.3 Laplasyan Temelli Yöntemler

Laplasyan formülü, kesiksiz uzay için şöyle tanımlıdır [1].

$$\nabla^2 f_c(x, y) = \nabla \cdot \nabla f_c(x, y) = \frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial y^2} \quad (1.28)$$

$\nabla^2 f_c(x, y)$ 'ın sıfır geçişleri,  $f_c(x, y)$  fonksiyonunun kenar noktalarında gerçekleşir. Laplasyan temelli kenar bulmak algoritmalarının en önemli özelliklerinden biri, kenarlarda tek piksel genişlikte tepki vermesi ve bu şekilde inceltme işlemine gerek duymamasıdır. Kesiksiz Laplasyan formülünün diğer bir özelliği izotropik olması ve diğer bir deyişle yönlü olmamasıdır. Bütün yöndeki kenarlara tepki vermektedir. Ayrıca, kenarların bulunduğu yerlerde kapalı konturlar halinde çıktı verir. Bu şekilde, gradyan temelli yöntemlerdeki gibi kesikli küçük çizgiler halinde sonuç üretmez. Gemi görüntüsüne uygulanmış hali, Şekilde 1.5'te görülebilir.

Laplasyana dayanan yöntemlerin en büyük sorunu gürültüdür. Birinci türevden daha fazla gürültüye hassastır. Gürültü nedeniyle, olmayan kenarlar ortaya çıkabilir. Ayrıca, fonksiyondaki büküm noktaları da kenar olarak işaretlenebilir. Büküm noktaları için, ayrıca birinci türeve de bakılması gerekli olabilir. Bu da işlem yükünü artırır [14][5].



Şekil 1.5 Laplasyan ve sıfır geçiş yöntemi sonucu

Kesikli uzayda, Laplasyan formülünün ikinci türevin yaklaşık hesabıyla uyarlanması gerekmektedir. Gradyan hesabının aksine burada iki yönlü filtreye gerek duyulmaz. Çünkü, Laplasyan izotropik özelliktedir [14]. Tahmini Laplasyan,  $f(n_1, n_2)$  görüntüsü için şöyle hesaplanabilir.

$$\nabla^2 f(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (1.29)$$

En basit Laplasyan formülü, birinci dereceden yaklaşık türeve

$$\frac{\partial f_c(x, y)}{\partial x} \rightarrow f_x(n_1, n_2) = f(n_1 + 1, n_2) - f(n_1, n_2), \quad (1.30)$$

dayanarak hesaplanabilir. İkinci türev, yukarıdaki formül kullanarak bulunabilir:

$$\frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial x^2} \rightarrow f_{xx}(n_1, n_2) = f_x(n_1, n_2) - f_x(n_1 - 1, n_2) \quad (1.31)$$

Her iki denklemin birleşimi

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial y^2} &\rightarrow f_{yy}(n_1, n_2) \\ &= f(n_1, n_2 + 1) - 2f(n_1, n_2) + f(n_1, n_2 - 1) \\ &= [1 \quad -2 \quad -1]^T \end{aligned} \quad (1.32)$$

sonucunu verir. Aynı şekilde, formül y yönünde gerçekleşirse,



$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial x^2} &= f_{xx}(n_1, n_2) \\
&= f(n_1 + 1, n_2) - 2f(n_1, n_2) + f(n_1 - 1, n_2) \\
&= [1 \quad -2 \quad -1]
\end{aligned} \tag{1.33}$$

elde edilir. Her iki yöndeki formüller birleştirilirse, tahmini Laplasyan için şu formül elde edilir.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.34}$$

Eğer, yumuşatma işlemleri de eklenirse, alternatif olabilecek Laplasyan işlemleri elde edilebilir

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \tag{1.35}$$

#### 1.4. Laplasyanın Gaussyanına Dayanan Yöntemler

Laplasyanın gürültüden etkilenmesi, Laplasyandan önce bir yumuşatma işleminin gerekliliğini de göstermiştir. Fakat yumuşatma işleminin ölçeği önemli bir sorundur. Kenarlar, değişik yumuşatma oranlarıyla elde edilmiş görüntülerde izlenebilir. Yüksek yumuşatma oranlarında beliren kenarlar daha belirgin durumda izlenirken, düşük yumuşatma oranlarında ayrıntılar daha fazladır (Şekil 1.6).



**Şekil 1.6** LoG İşleci Sonucu

Marr ve Hildreth [1], değişik ölçeklerde uygulanabilen bir yöntem önermişlerdir. Gaussian formülündeki

$$g_c(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.36)$$

Sigma değeri değiştirilerek değişik yumuşatma oranları elde edilebilir. Gausyanın alçak geçiren bir süzgeç olarak çalıştığı bilinmektedir. Gausyan fonksiyonunun frekans alanındaki karşılığı da Gausyandır,

$$G(\Omega_x, \Omega_y) = 2\pi\sigma^2 \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2)\right). \quad (1.37)$$

Laplasyan ve Gausyan işlemleri doğrusal olduklarından, her iki işlem de evriştirilerek, hem yumuşatma hem de kenar bulma özellikleri olan yeni bir işleç bulunabilir [11]. Gausyanın Laplasyanı (LoG: Laplacian of Gaussian) şöyle hesaplanabilir

$$\begin{aligned} h_c(x, y) &= \nabla^2 g_c(x, y) \\ &= \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (1.38)$$

Gausyanın Laplasyanı, Meksika şapkası şeklinde bir fonksiyondur. LoG, iki farklı varyansı olan Gausyan yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Genellikle, daha optimal olması nedeniyle Gausyanın Laplasyanı, Gausyan farkına göre daha tercih edilmektedir.

### **1.5.Canny Yöntemi**

Canny yöntemi, birinci ve ikinci türevi amaca uygun olarak kullanılmaktadır. Adım kenar modelinin Gausyan gürültü eklenmiş halini model olarak seçer. Temel olarak gradyan temelli bir yöntemdir ama Laplasyan özelliğini de kullanır. Geliştirilmesi sırasında Canny, üç koşulu hedeflemiştir: 1) düşük bulma oranı, 2) iyi kenar lokalizasyonu, 3) her kenar için tek bir filtre tepkisi [4,15].

Bir boyutlu bir fonksiyonda, Gausyanın birinci türevinin optimal bir sonuç verdiğini göstermiş ve bunu iki boyutlu uzaya uygulamıştır. Gausyanın türevi, görüntüyü yumuşatmakta hem de bir kenarın birden fazla tepki vermesini engellemektedir.

Canny'nin yöntemi, görüntünün Gausyan'la yumuşatılmasıyla başlar. Yumuşatılmış görüntü üzerinde, gradyan genliği ve yönü belirlenir. Bu değerler kullanılarak, en büyük değere karşılık gelmeyen ama genlik nedeniyle kenar olabilecek noktalar belirlenerek bunlar bastırılır. Bunun için 3x3'lük bir komşulukta, gradyan değerleri sınanır.

İlk elemelerden sonra, kalan pikseller hysteresis tarzında, iki değerle eşiklenir. Bir eşik değeri, diğerinin iki veya üç katı olarak seçilir. Kenar olması aday bölümdaki piksellerden en az biri üst eşik değeri geçiyse, kenar haritasında tutulur. Diğerleri alt değerle eşiklenir. Gemi görüntüsüne uygulanınca elde edilen sonuç Şekil 1.7'de gösterilmektedir.

Çeşitli yumuşatma seviyelerinde elde edilen görüntülerdeki kenarlar, yukarıda belirtilen yöntemle bulunurken, bunların hepsinin birleştirilebilmesi için Canny bir yöntem önermiştir [4].



Şekil 1.7 Canny Yöntemi Sonucu

## 1.6. Anizotropik Difüzyon

Perona and Malik [7], bir ölçek uzayının ısı difüzyon denklemi kullanılarak oluşturulabileceğini göstermiştir. Görüntü,  $S$ 'nin herhangi bir  $(i, j)$  noktasındaki ısı difüzyon denkleminin şöyle

$$S_{i,j,t} = \text{div}(c_{i,j,t} \nabla S) \quad (1.39)$$

hesaplanabileceğini göstermiştir. Burada  $\nabla$  gradyan operatörünü,  $\text{div}$  de divergence işlecini ifade etmektedir.  $c_{i,j,t}$  değeri ısı difüzyon denkleminin  $(i, j)$  noktasındaki katsayısını ve  $t$  de iterasyon sayısını göstermektedir. Eğer  $c_{i,j,t}$ 'nin bütün görüntü üzerinde sabit olduğunu varsayarsak, difüzyon denklemi izotropik Gaussian yumuşatmasını yapmaktadır. İzotropik olmayan difüzyon işleminde, difüzyon katsayısının lokal görüntü gradyanına dayalı şekilde değişmesi sağlanır.

Görüntülerde olduğu gibi kesikli uzayda izotropik olmayan difüzyon denklemini, Perona ve Malik şöyle vermektedir:

$$S_{i,j,t+1} = S_{i,j,t} + \lambda(c_N \nabla_N + c_S \nabla_S + c_E \nabla_E + c_W \nabla_W) \quad (1.40)$$

Burada  $c$  ve  $\nabla$ , sırasıyla, difüzyon katsayısı ve basit fark işlecidir. Yukarıdaki formülde, dört ana yönde hesaplanan dört difüzyon katsayısı bulunmaktadır. Örneğin, kuzey yönündeki difüzyon katsayısı,

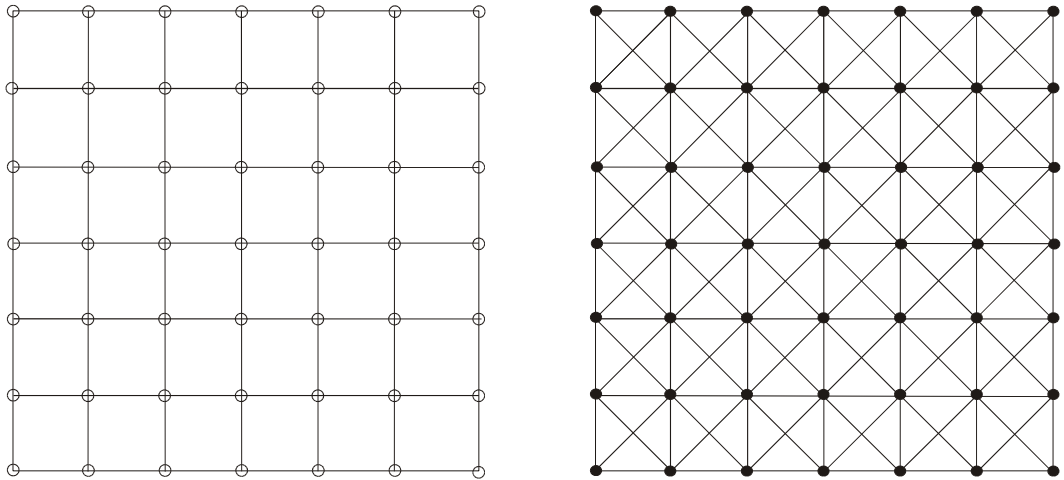
$c_N = \exp[-(\nabla_N / k)^2]$  ve  $\nabla_N = S_{i-1,j,t} - S_{i,j,t}$  formüllerinden bulunmaktadır. Parametre,  $\lambda$ , yumuşatma seviyesini ayarlamak için kullanılmaktadır. Ölçek,  $k$  paramteriyle ayarlanmaktadır [7].

## 2. BULANIK TOPOLOJİ

Modern genel topoloji, herhangi bir noktasının rasgele geçilen bir komşuluğunda sınırsız sayıda birçok aynı özelliğİ gösteren nokta bulunan, uzamsal eleman veya noktalardan oluşan kümeleri inceler. Bu tür kümelere örnek olarak eleman sayısı sayılamayan sürekli ortamlar verilebilir. Genel topoloji, süreklilik, kenar ve sınır gibi kavramlardan sorumludur; bu nedenle noktaların çevresinde bulunan nesnelerin, diğere bir deyişle bunların komşuluğunun incelenmesini gerektirir. Fakat sayısallaştırılmış görüntüler her zaman sınırlı sayıda eleman içerir. Bu yüzden, sınırlı kümeler için daha uygun bir topolojiye ihtiyaç duyulmuştur.

Bir görüntüyle piksellerin gri değerlerinin oluşturduğu küme arasındaki başlıca farklılık, görüntüde bulunan gri seviyeli pikseller arasındaki komşuluk ilişkilerinden kaynaklanır. Görüntünün analizi için, bölgelerin birbiriyle olan bağlantı oranları, sınırları, komşulukları gibi bir çok kavram kullanılır. Ama bu kavramları bilgisayarlar için kullanılabilir hale getirmek zor olabilir.

1970'lerin başında Rosenfeld [16] görüntüyü, düğümleri piksellerden oluşan ve kolları komşu pikselleri birbirine bağlayan bir grafik olarak incelemeyi önermiş ve bu grafiğı "komşuluk grafiğı" olarak adlandırmıştır (Şekil 2.1). Böylece, piksellerin oluşturdukları sınırlı sayıda eleman içeren kümeler için topolojik kavramları tanımlayabilme olasılığı ortaya çıkmıştır



**Şekil 2.1.** 4'lü komşuluğun (solda) ve 8'li komşuluğun (sağda) komşuluk grafikleri. (O) pikselleri, çizgiler komşuluk ilişkilerini göstermektedir

## 2.1 Kuram

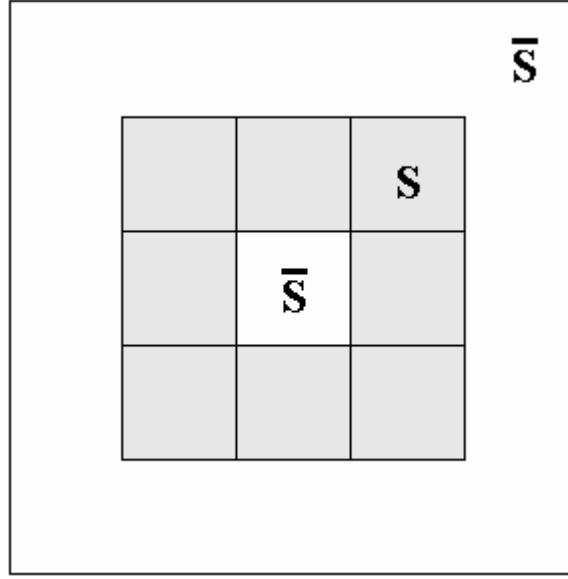
$\Sigma$  doğal sayılar koordinat sisteminde dikdörtgen bir matris olsun.  $\Sigma$  pratik amaçlarla görüntünün kendisi olarak düşünülebilir.  $\Sigma$  'nin içindeki  $P(x, y)$  noktası yatay ve dikeyde  $(x \pm 1, y)$  ve  $(x, y \pm 1)$ , köşegenlerde de  $(x \pm 1, y \pm 1)$ ,  $(x \pm 1, y \mu 1)$  olarak gösterilen komşu noktalara sahiptir.  $P$ 'nin yatay ve dikeydeki komşulukları 4-bitişigi veya 4-komşuları (4-adjacent or 4-neighbors), tüm komşulukları da 8-bitişigi veya 8-komşuları olarak tanımlanır.  $P$  ve  $Q$ ,  $\Sigma$  'da iki nokta olmak üzere,  $P$ 'yi  $Q$ 'ya birleştiren bir  $\rho$  yolu,  $P = P_0, P_1, \dots, P_n = Q$  ve  $P_i \sim P_{i-1}$ ,  $1 \leq i \leq n$ , noktalar dizisi olarak ifade edilir.

$S$ ,  $\Sigma$  'nın bir alt kümesi olsun.  $P$  ve  $Q$  noktalarının  $S$  kümesinin içinde birbirine bağlı olabilmesi için,  $P$ 'den  $Q$ 'ya giden yolun  $S$ 'nin içinde bulunan noktalardan oluşması gerekir. “Bağlılık” bir denklik ifadesidir.  $P$  noktası  $P$  noktasına sıfır uzunluğunda bir yolla bağlıdır, eğer  $P$ ,  $Q$ 'ya bağlıysa  $Q$  da  $P$ 'ye bağlıdır ve eğer  $P$ ,  $Q$ 'ya bağlı  $Q$  da  $R$ 'ya bağlı ise  $P$  noktası  $R$  noktasına bağlıdır. Bu ilişki  $S$ 'yi denk sınıflara ayırır. Bu sınıflara  $S$ 'nin birbirine bağlı bileşenleri denir (connected components of  $S$ ).

$\bar{S} = \Sigma - S$ ,  $S$ 'nin tümleyeni olsun. Kolaylık açısından  $\Sigma$  'nın kenarlarında bulunan tüm +noktaların  $\bar{S}$ 'in içinde olduğu kabul edilir. Bu yüzden  $\bar{S}$ 'in bir bileşeni her zaman  $\Sigma$  'nın kenarını,  $B$ 'yi, içerir. Eğer başka bileşenler de varsa, bunlar  $S$ 'de bulunan delikler (holes) olarak adlandırılır (Şekil 2.2).

### 2.1.1 Bulanık Bağlılık (Fuzzy Connectedness)

$\sigma$ ,  $\Sigma$  'nın bir bulanık alt kümesi,  $\rho: P = P_0, P_1, \dots, P_n = Q$  iki nokta arasında bir yol olsun.  $\rho$  'nun  $\sigma$  'ya göre kuvveti  $s_\sigma(\rho)$ ,  $\min_{0 \leq i \leq n} \sigma(P_i)$  olarak tanımlanır. Bir yolun kuvveti, içinde bulunan en küçük piksel değeridir.  $P$  ve  $Q$ 'nun bağlantı derecesi (degree of connectedness – DOC )  $c_\sigma(P, Q) = \max_\rho s_\sigma(\rho)$  olarak ifade edilir ve maksimum işlemi  $P$ 'den  $Q$ 'ya olan tüm yollar üzerinde uygulanır. Bu konuyla ilgili tanımlar Rosenfeld'in “Fuzzy Digital Topology” adlı makalesinde bulunabilir.



Şekil 2.2.  $\Sigma$ 'nin alt kümesi S ve S'nin tümleyeni  $\bar{S}$

### 2.1.2 Bağlantı Haritası (The Connectivity Map)

Eğer P'nin,  $(2m+1) \times (2n+1)$  boyutundaki ( $m > 0, n > 0$ ) bir dikdörtgen penceresinin orta noktası olduğunu düşünürsek, bu pencerenin DOC haritası, ortanoktanın diğer noktalara nasıl bağlandığını gösterir. Bu tip haritalara bağlantı haritaları ya da “conn-map” adı verilir (Şekil 2.3).

117	120	118	120	118	188	117
118	115	116	115	118	119	117
113	115	115	116	119	117	119
111	113	114	117	119	115	116
112	111	117	116	119	120	115
117	111	116	118	118	119	110
114	115	114	117	117	116	113

(a)

117	117	117	117	117	117	117
117	115	116	115	117	117	117
113	115	115	116	117	117	117
111	113	114	117	117	115	116
112	111	117	116	117	117	115
115	111	116	117	117	117	116
114	115	114	117	117	116	113

(b)

Şekil 2.3.  $7 \times 7$ 'lik görüntü kesitinin Bağlantı Haritası; (a) Orijinal görüntünün  $7 \times 7$ 'lik bir kesiti ve (b)  $7 \times 7$ 'lik kesitin orta noktası olan 117 değerindeki pikselin bağlantı haritası



Şenel makalesinde yeni bir kavram olarak bağlantı haritalarının tanımını vermektedir [18]. P'den Q'ya olan tüm yollar içindeki piksel değerleri için, P noktası en küçük piksel değerine sahipse, P noktasının Q noktasına olan bağlantı değeri  $\alpha$ -bağlılığı olarak adlandırılır.  $\sigma$ , P noktasının komşuluğundaki pikseller,  $I(P)$ , P noktasının görüntü içerisindeki değeri ve  $I(\sigma)$  komşuluktaki görüntü,  $M(P)$  ve  $M(\sigma)$  conn-map'in değerleri olsun.  $\sigma_A$ ,  $\sigma$ 'nın içinde P noktasına  $\alpha$ -bağlı piksellerin oluşturduğu alt küme,  $\sigma_B$ ,  $\sigma$ 'nın içinde P'nin  $\alpha$ -bağlı olduğu piksellerin oluşturduğu alt küme ve  $\sigma_C$ ,  $\sigma$ 'da P noktasına bağlı olmayan piksellerin oluşturduğu alt küme olsun.

$P_i, Q_j, R_k$  ( $i, j, k > 0$ )  $\sigma$  içindeki herhangi bir nokta olmak üzere, eğer  $P_i \in \sigma_A$  ise bağlantı haritasındaki değeri aynı kalır ( $I(P_i)$ ). Eğer  $Q_j \in \sigma_B$  ise,  $Q_j$ 'nin bağlantı haritasındaki değeri  $I(P)$  olur. Eğer  $R_k \in \sigma_C$  ise, bağlantı haritasındaki noktası için  $R_k$ 'nin P pikseline olan bağlantı değerini alır. Tüm alt kümeler için özetleyecek olursak

$$M(P_i) = P_i \in \sigma_A \text{ olan tüm pikseller için } I(P_i),$$

$$M(Q_j) = Q_j \in \sigma_B \text{ olan tüm pikseller için } I(P) \text{ ve}$$

$$M(R_k) = R_k \in \sigma_C \text{ olan tüm pikseller için } c_\sigma(R_k, P).$$

### 2.1.3 Birbirine Bağlı Bileşenlerin İşaretlenmesi (Connected Component Labeling - CCL)

Birbirine bağlı bileşenleri işaretlenmesi işleminde, görüntü taranır ve piksellerin birbirine olan bağlantıları temel alınarak görüntü çeşitli bölgelere ayrılır. Bağlı bir bileşende bulunan her bir pikselin, piksel yoğunlukları birbirine eşittir ve birbirlerine aynı yoldan bağlıdır.

CCL, ikili ve gri seviyeli görüntülerde çeşitli şekillerde kullanılabilir. Geliştirilen yöntemde ikili girdi görüntüsü ve 4-komşuluk esas alınarak uygulanmıştır. CCL algoritması görüntüyü satır bazında piksel değeri 1 olan P noktasını bulana kadar tarar. P noktası bulunduktan sonra dördü komşuluğundaki noktalar sınanarak, tarama işlemi sırasında daha önce işlenip işlenmedikleri

kontrol edilir. Bu bilgi temel alınarak, P noktasının işaretlenmesi aşağıdaki gibi yapılır.

- Eğer komşuluğundaki 4 noktada piksel değerleri 0 ise, P'ye yeni bir etiket atanır.
- Eğer komşuluğundaki herhangi bir nokta 1 değerine sahipse, o noktanın etiketi P'ye atanır.
- Eğer birden çok nokta 1 değerine sahipse, herhangi birinin etiketi P'ye atanır ve diğer etiketlerinin birbirine eşit olup olmadığı kontrol edilir.

Tarama işlemi sona erdikten sonra birbirine eşit olan etiketler tek bir etikete atanır ve son basamak olarak da görüntü tekrar taranarak, birbirine bağlı ama farklı etiketlere sahip noktaların etiketleri tek bir etiketle değiştirilir (Şekil 2.4 – 2.5).

1	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1

(a)

2	2	2	0	0	0	3
0	2	2	2	0	3	3
0	0	0	0	0	3	0
4	4	4	4	0	0	0
4	0	4	0	4	0	0
0	0	4	4	4	0	0
0	0	0	0	0	0	5

(b)

**Şekil 2.4.** CCL algoritmasının uygulanması. (a) Orijinal görüntü kesitleri (b) CCL algoritması sonucunda ortaya çıkan görüntü kesitleri

0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1

(a)

0	0	4	0	0	3	3
0	4	4	4	0	3	3
0	4	4	4	0	3	3
0	0	4	0	0	3	3
0	0	0	4	0	0	0
4	0	4	4	4	0	4
4	4	4	0	4	4	4

(b)

**Şekil 2.5.** CCL algoritmasının uygulanması. (a) Orijinal görüntü kesitleri (b) CCL algoritması sonucunda ortaya çıkan görüntü kesitleri

ram görüntüsü üzerinde bu yöntemleri uyguladığımızda elde edilen görüntü Şekil 2.4 gibi olmaktadır.

### 3. TOPOLOJİ KULLANAN GRADYAN ÖLÇÜTÜ

Birbirine bağlı bileşenler bir görüntü içinde yer alan en temel bilgi parçalarıdır. Bağlantılılık, sayısal topolojinin temel kavramıdır. Sayısal topolojinin sadece iki piksel değerinden oluşan ikili görüntülerde uygulaması açıktır. Sayısal topoloji kullanılarak, ikili görüntülerde alanlar, nesnelerin sınırları ve kenarlar tanımlanabilir. Gri seviyeli görüntülerdeyse, sayısal topolojinin karşılığı bulanık topolojidir. Rosenfeld sayısal topolojiyi, çok seviyeli görüntüler için genişleterek bulanık topolojiyi tanımlamıştır [16]. Rosenfeld, gri seviyeli görüntülerdeki piksel değerleri  $[0,0\dots1,0]$  arasına ölçeklendiğinde, görüntünün bulanık küme olarak düşünülebileceğini önermiştir. Böylece, ölçeklenmiş piksel değeri, o pikselin parlak nesnelere içindeki üyelik fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Benzer şekilde, görüntünün negatifi alındığında elde edilen görüntüdeki ölçeklenmiş piksel değerleri, piksellerin koyu nesnelere kümesi içindeki üyeliklerinin ölçüsü olarak düşünülebilir.

#### 3.1. Bulanık Topoloji

$\Sigma$  sembolü tamsayı koordinatların oluşturduğu dikdörtgen iki boyutlu bir diziyi tanımlasın. Koordinatları  $(x,y)$  olan herhangi bir piksel olan  $p$ ,  $\Sigma$ 'nin elemanıdır.  $\Sigma$ 'nin bulanık alt kümesi olan  $W$ ,  $p \in \Sigma$  olmak şartıyla, sıralı ikililerden,  $W = (p, \mu_W(p))$  oluşmaktadır. Buradaki  $\mu_W(p)$ , pikselin parlak noktalar içindeki üyelik derecesini, diğer bir deyişle ölçeklenmiş piksel değerini vermektedir.

$W$ 'nin  $\Sigma$ 'nin bulanık alt kümesi olduğunu ve  $\sigma : p = p_0, p_1, p_2, \dots, p_n = q$  dizisinin  $W$  içindeki herhangi iki noktayı birbirine kesiksiz olarak bağlayan bir yol olduğunu düşünelim. Yolun, diğer bir deyişle  $\sigma$ 'nin kuvveti,  $S_W(\sigma)$ , yol üzerindeki en zayıf bağlantıdır.

$$S_W(\sigma) \equiv \min_{0 \leq i \leq n} \mu_W(p_i) \quad \forall p_i \in \sigma \quad (3.1)$$

İkili (binary) görüntülerde, iki noktanın birbirine bağlı olduğu, iki noktayı bağlayan ve sadece parlak piksellerden oluşan bir yolun varlığıyla anlaşılabilir.

Diğer yandan, gri seviyeli görüntülerde iki pikselin bağlantılı olduğunu göstermek için farklı bir yaklaşım gerekir. Bu nedenle önerilen bulanık topoloji, gri seviyeli görüntülerdeki piksel değerlerinin ikiden fazla olması nedeniyle oluşan belirsizliği, bağlantılılık derecesi kavramıyla ölçülebilir hale getirmektedir [16]. Görüntüdeki her iki piksel çiftine,  $(p, q)$ , sıfır ve bir aralığında bir sayı verilmektedir. Bu değer, iki noktanın  $p$  ve  $q$ 'nun hangi dereceyle birbirine bağlı olduğunu göstermektedir.

Pratikteki hesaplamalarda ölçeklenmiş değerler yerine gerçek piksel değerler kullanılmasının önünde herhangi bir engel bulunmamaktadır. Gri seviyeli görüntülerde  $p$  ve  $q$  arasındaki bağlantı derecesi şöyle tanımlanmaktadır [16].

$$C_w(p, q) \equiv \max_{\sigma} S_w(\sigma) \quad \forall \sigma : p, K, q \quad (3.2)$$

İki pikselin,  $p$  ve  $q$ 'nun  $W$  içinde bağlı olabilmesi için, tanım itibariyle,  $C_w(p, q) = \min(\mu_w(p), \mu_w(q))$  koşulunun sağlanması gereklidir. Bağlantı derecesi iki piksel değerinin en küçüğünden daha büyükse, bu iki nokta birbirine bağlıdır. Gri seviyeli görüntülerdeki bağlantılılık uygulamaları ve daha geniş tanımlar [17]'de verilmektedir.

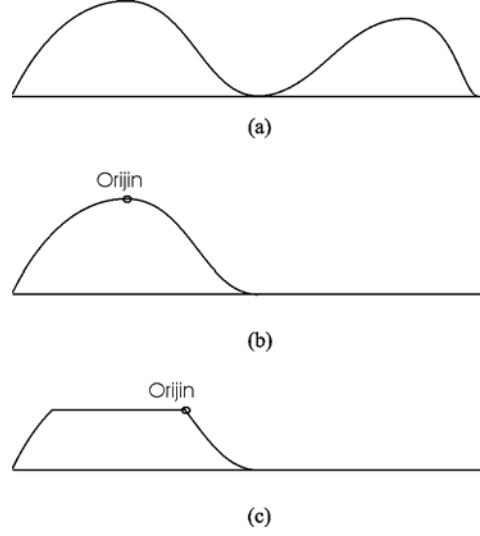
Şenel çalışmasında, pikseller arasındaki bağlantı derecelerinin kullanılarak, küçük gözlem pencereleri için bağlantı derecesi haritasının (BDH) nasıl oluşturulacağını tanımlamıştır [18]. Bağlantı derecesi haritası,  $o \in W$  pikselinin diğerleriyle nasıl bağlandığını şöyle göstermektedir

$$DOCM_w(o) = C_w(o, p) \quad \forall p \in W \quad (3.3)$$

### 3.2. BDH'nin Özellikleri

Bağlantılılık derecesi haritaları (BDH), gözlem penceresinde merkezde bulunan piksele bağlı olmayanların yok edilmesini sağlayabilir. Bir gözlem penceresi içinde yer alan piksel değerleri kullanılarak yeni bir pencere oluşturulmaktadır. Bunun içindeki değerler, merkez piksele olan bağlantı derecelerini göstermektedir. Görüntünün içindeki nesnelerin nasıl algılandığına bakılarak, iki farklı BDH oluşturulabilir. Zira görüntü içinde birbirine bağlı parlak pikseller ve bunların oluşturduğu nesnelerin kenarlarının bulunması istenebileceği gibi, koyu piksellerin birleşerek oluşturdukları koyu nesnelerin de bulunması

gerekebilir. Eğer görüntü olduğu gibi kullanılırsa, parlak pikseller için BDH hesaplanabilir. Maksimum piksel değerine göre görüntünün tersi alınır, koyu noktalar için de BDH elde edilebilir.

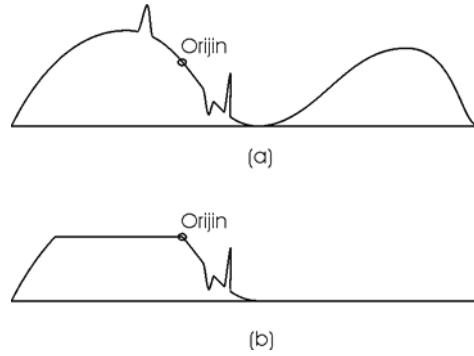


**Şekil 3.1.** (a) İki yakın çizgi nesnesinin oluşturduğu görüntünün kesiti, (b) Orijin nesnenin tepe noktasındayken bağlantı derecesi haritası, (c) orijinin yamaçta yer aldığı durumda bağlantı derecesi haritası

Bağlantı derecesi haritalarının nasıl çalıştığını gösterebilmek için, üzerinde birbirine yakın iki çizginin bulunduğu bir görüntü kullanılacaktır (Şekil 3.1.a). Bu görüntünün belirli bir yerinden kesit alınarak, bir boyuta taşınması tercih edilmiştir. İki boyutlu uzayda bağlantıların çok farklı yollar üzerinden gerçekleşebilmesine rağmen, BDH'nin nasıl çalıştığının gösterilebilmesi için kesit görüntüler yeterlidir.

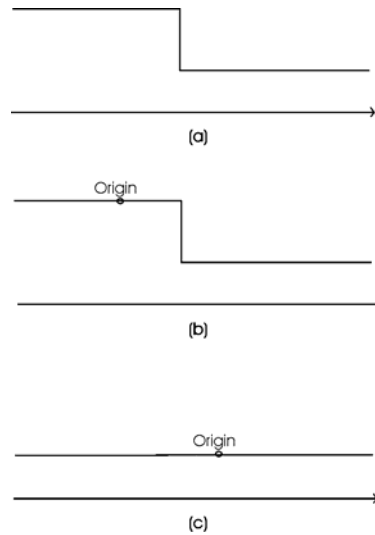
Şekil 3.1.b'de gösterilen orijin referans alınır, ortaya çıkan BDH'de, sağdaki çizgi görülmemektedir. Görüntüde merkez piksele bağlı olmayan nesnelere ortadan kaldırılmıştır. Eğer, merkez soldaki nesnenin tepesi yerine, sağdaki nesneye yakın olan yamaçta yer alırsa, sağdaki nesne ortadan kalktığı gibi soldaki nesnenin bir bölümü de kesilmektedir (Şekil. 3.1.c). Diğer bir deyişle, bağlantı olmayan nesnelere bir miktar bozulmayla ortadan kaldırılmaktadır. Bağlantı derecesi haritasının bu özelliği sorun olarak görülse de, soldaki nesnenin bir

kısımının ortadan kaldırılmasından nasıl yararlanacağı, makalenin ilerideki bölümlerinde anlatılacaktır.



**Şekil 3.2.** (a) Gürültü eklenmiş görüntünün kesiti, (b) Bağlantı derecesi haritası.

Şekil 3.1.a'da gösterilen görüntüde üç piksele gürültü eklenirse (Şekil 3.2.a), Şekil 3.2.b'deki bağlantı derecesi haritası elde edilir. Orijin pikselin değerinden yüksek olan ve gürültü içeren pikseller, soldaki nesnenin bir kısmıyla birlikte temizlenmektedir. Orijinin sağında yer alan gürültüler de deformasyon yaratarak, sağdaki nesneyle birlikte yok edilmektedir. Kısacası, BDH'de gürültü bileşenleri eğer orijine bağlı değilse, bağlı olmayan diğer nesnelerle birlikte temizlenmektedir. Bu bağlamda BDH gürültü temizlemek için kullanılabilir.



**Şekil 3.3.** (a) Adım kenarın kesiti, (b) Orijin soldaki yüksek Bölümde yer alırsa elde edilen bağlantı derecesi haritası, (c) Orijin sağdaki bölümde yer alırsa elde edilen bağlantı derecesi haritası

Adım kenarlar için BDH, kenarın yalıtılmasını sağlamaktadır. İdeal adım kenar, Şekil 3.3.a'da gösterilmektedir. Şekil 3.3.b, orijin soldaki yüksek bölüme konulursa elde edilen BDH'yi göstermektedir. Şekilde görüleceği gibi, adım kenar bozulma olmadan BDH'ye taşınmaktadır. Diğer yandan, orijin sağdaki düşük piksel değerli bölüme konulursa, BDH'de düz bir grafik elde edilmektedir (Şekil 3.3.c). Bu durum, gözlem penceresindeki en düşük değerli pikselin, kendi piksel değerine eş değer derecede diğerlerine bağlanmasından ileri gelmektedir [18]. Çünkü en düşük değerli piksel her zaman diğerlerine bağlıdır. Bu örnekten de anlaşılacağı gibi, BDH asimetrik şekilde, parlak nesnelere öne çıkarır şekilde çalışmaktadır.

İlk incelemede, BDH'de gözlemlenen asimetrik durumun sorunlar çıkarabileceği düşünülebilir. Bu makalede önerilen yöntemin geliştirilmesinde, bu özellikten yararlanılabilir. Yukarıda da belirtildiği gibi, bağlantı derecesi haritası görüntünün kendisi ve negatifinden olmak üzere iki şekilde elde edilmektedir. Her iki harita birbirini tamamlayan bilgilere sahiptir. “Parlak” ve “koyu” bağlantı haritalarından elde edilen bilgiler ve BDH'lerdeki birbirini tamamlayan asimetriklik birleştirilebilir.

BDH oluşturmak için boyutları  $3 \times 3$  'ten daha büyük olan görüntü parçaları kullanılmalıdır. Çünkü  $3 \times 3$  görüntü parçasında, 8'lik bağlantı kullanılırsa bütün elemanlar birbirine bağlı durumdadır. Aynı mantıkla hareket edilirse  $5 \times 5$  parça da yeterli olmayabilir. Genellikle, BDH'nin uygulanabilmesi için  $5 \times 5$  'lik gözlem pencerelerinden büyük parçalar seçilmelidir.



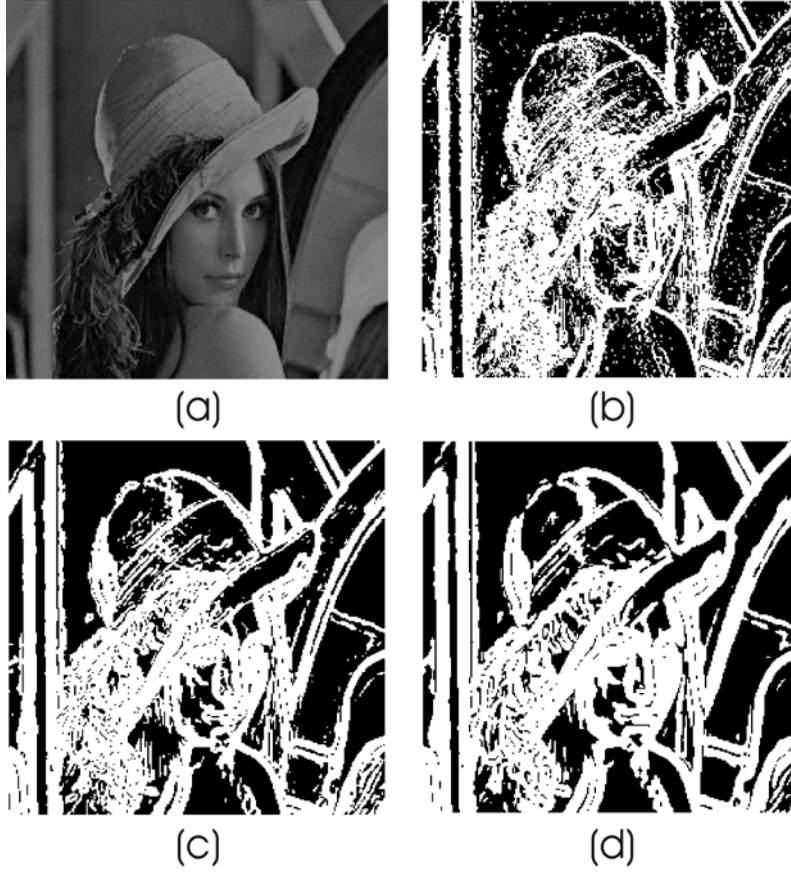
## 4. TOPOLOJİ TEMELLİ GRADYAN İŞLECI

Kenar bulma algoritmasına türev aşamasından önce eğer bağlantılılık temelli bir yumuşatma süreci eklenirse, yöntemin başarısı arttırılabilir. Bu çalışmada, çeşitli kenar bulma yöntemlerine eklenebilecek, bağlantılılık temelli bir ön filtreleme süreci tanıtılmaktadır. BDH'nin var olan süzgeçler için uygulanabileceğini ilk olarak Şenel [18] göstermiştir. Yumuşatma yöntemi olarak kullanılan medyan süzgecinin çeşitli sorunlarını vurgulamış ve BDH üzerinde medyan uygulanmasını önermiştir. Topolojik medyan süzgeci, geleneksel olana göre gürültüyü daha az süzmekle birlikte, kenarları daha iyi korumaktadır. Aybar [19], Şenel'in [18] önerdiği BDH haritaları üzerine Sobel çekirdeğini uygulamıştır. Önerilen Topolojik Sobel işleci, geleneksel Sobel'e göre daha fazla ayrıntıyı korumakta ve yakındaki nesnelere etkilenmemektedir. Özellikle, daha büyük çekirdek boyutlarının kullanılabilmesi şeklinde gradyan ve türev temelli kenar bulma yöntemlerine eklenebilmektedir. Bu çalışmada, Aybar'ın [19] önerdiği şekliyle sadece açık veya koyu renkli BDH'ler üzerinde uygulanan Sobel işleci yerine, açık ve koyu renkli BDH'lerden elde edilen gradyan bilgilerinin nasıl birleştirilerek daha iyi bir kenar işlecinin oluşturulabileceği anlatılmaktadır.

### 4.1. Geniş Gradyan İşleçleri

Kesikli koordinat sistemlerinde, fonksiyonun  $x$  eksenindeki bir noktadaki yaklaşık türev değeri, o noktanın sağında ve solundaki piksel değerleri kullanılarak nümerik olarak hesaplanabilir. Ne kadar fazla nokta kullanılırsa, yaklaşık türev o kadar gerçek değerine yaklaşır ve gürültüye karşı direnci artar. Bununla birlikte, işlecin genişliği büyüdükçe yakın nesnelere birbirini etkilemeye başlar ve kenar olmayan noktalar kenar olarak işaretlenir. Örneğin, Lena görüntüsünde (Şekil 4.1.a),  $3 \times 3$  Sobel çekirdeği kullanılarak elde edilen görüntü, ortalama değerinde eşiklenerek ikili görüntü haline getirilmiştir (Şekil 4.1.b). Eğer,  $7 \times 7$  ve  $9 \times 9$  Sobel çekirdekleriyle aynı görüntü işlenirse, sırasıyla Şekiller 4.1.c ve 4.1.d elde edilmektedir. Büyük çekirdekle elde edilen görüntülerde, çizgilerin kalın olduğu ve yakın kenarların birbirine karıştığı görülmektedir. Her

ne kadar uyarlamalı eşikleme yöntemleri kullanılarak kenar görüntüsü bir ölçüde temizlenebilse bile, taşma sorunları tam olarak ortadan kaldırılamamaktadır.

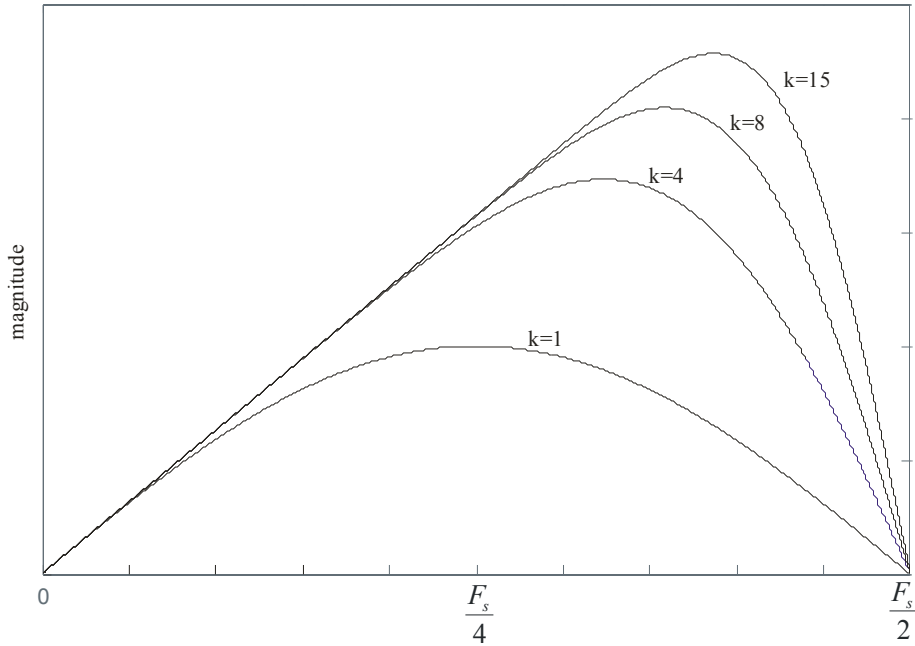


**Şekil 4.1.** (a) Lena görüntüsü, (b) Sobel 3x3 (c) Sobel 7x7, (d) Sobel 9x9 (görüntüler ortalama değerlerinde eşiklenmiştir).

Kenar bulma yöntemlerinde algılanabilecek kenarlar genellikle gürültü eklenmiş adım kenarlardır. Adım kenar,  $3 \times 3$  'lük bir gradyan çekirdeği içine denk geldiğinde en büyük gradyan genliği elde edilir. Bu şekilde işleç tepkisinin sadece kenar üzerinde gerçekleşmesi sağlanabilir.

Yavaş değişen nesne sınırlarında, örneğin yokuş kenarlarda daha büyük çekirdekler iyi tepki verebilir. Fakat adım kenarlarda büyük çekirdek genişlikleri, yakındaki nesnelerin sınırlarıyla karışma, tepkinin kenarın etrafında da sürmesi ve taşma sorunları oluşturabilir. Eğer yakındaki nesnelerin karışması engellenebilirse, büyük işleçler taşma yaratmadan bütün kenar türlerinde iyi sonuçlar verebilir.

Büyük işleç kullanımının iki avantajı bulunmaktadır. İlki, türev alınan eksenin dışındaki ekseninde, daha iyi bir yumuşatma sağlanmasıdır. Bu şekilde, gradyan uygulanmadan önce Gaussian gibi daha ağır yumuşatma yöntemlerinin kullanılmasına gerek duyulmamasıdır. İkinci avantajı, çekirdeğin derecesi arttıkça, gerçek türeve daha yakın bir değerin elde edilmesidir. İdeal bir türev filtresinin frekans tepkisi  $H(\omega) = j\omega$  denklemiyle bulunabilir. Bu tepkinin mutlak değeri, genlik ve frekans eksenleri arasında doğrusal bir çizgiyi göstermektedir. Örneğin, Şekil AA'de görüldüğü gibi, türev daha fazla örnekle bulunduğu (k sayısı örnek sayısını göstermektedir), doğrusal parça daha yüksek frekanslarda doğrusal olacak şekilde uzamaktadır. Daha küçük filtre genişliklerinde, türev sadece düşük frekansta doğru hesaplanabilmekte ve örnek içindeki yüksek frekanslar türev hesabını bozmaktadır. İşte bu nedenle, 3x3 veya 5x5 gradyan işleçlerde, işleçlerin uygulanmasından önce yumuşatma önemlidir.



Şekil 4.2: Değişik filtre genişliklerine göre kesikli türev süzgeçlerinin frekans tepkisi

Canny'nin [4] makalesinde belirttiği optimal gradyan işlecinin özellikleri ve buna ek olarak düşünülen özellikler özetle şöyle olmalıdır:

- Gradyan tepkisi kenarın bulunduğu yerde gerçekleşmeli,

- Etraftaki nesnelerin kenarları gradyan tepkisine etki etmemeli,
- İşleç içindeki örnek sayısı, türevin görüntünün frekans özellikleri göz önüne alınarak doğru hesaplanmasına yetecek genişlikte olmalı,
- Çekirdek boyutunun gürültünün sinyal seviyesine oranı olan SNR göz önüne alınarak bulunmalı,
- Hatalı kenar bulmaya karşı önlem almalı,
- Düz alanlarda hayalet kenarlar üretmemelidir.

Bu tez çalışmasında önerilen yöntem, optimal işleçler için yukarıda belirtilen özellikler göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. Topolojik özellikler kullanıldığında, geleneksel türev işleçlerinin uygulanmasındaki sorunların bir kısmı çözülebilmektedir.

#### 4.2. Topolojik Gradyan İşleçleri

$I$ 'nin değerleri  $I(x, y)$  olan ve  $p(x, y)$  piksellerini içeren bir görüntü olduğunu varsayalım.  $W$ 'nin de  $(2n+1) \times (2n+1)$  gözlem penceresi olduğunu düşünelim. Gözlem penceresi, görüntünün belirli bir yerinde bulunduğu, pencerenin kapladığı alandaki pikselleri gösteren hareketli bir pencere olduğunu varsayalım. Parlak pikseller için  $I$  görüntüsü üzerinde,  $(x, y)$  koordinatlarında BDH şöyle bulunabilir [18]:

$$DOCMb(x, y; x_0, y_0) = \begin{cases} C_w(p(x, y), p(x_0, y_0)) & \begin{matrix} x_0 \in [x-n, x+n], \\ y_0 \in [y-n, y+n] \end{matrix} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (4.1)$$

Formül (4),  $(x_0, y_0)$  koordinatları, gözlem penceresinin orijinini göstermektedir.

$I^c$  görüntüsü,  $I$  görüntüsünün negatiftir ve her pikselin değeri,  $L$  görüntüdeki maksimum piksel değeri olmak üzere  $I^c(x, y) = L - I(x, y)$  şeklinde hesaplanabilir. Parlak noktalar için tanımlanan haritaya benzer olarak, koyu renkli pikseller için, BDH  $I^c$  görüntüsü üzerinde şöyle hesaplanabilir [18]:

$$DOCMd(x, y; x_0, y_0) = \begin{cases} C_w(p(x, y), p(x_0, y_0)) & \begin{matrix} x_0 \in [x-n, x+n], \\ y_0 \in [y-n, y+n] \end{matrix} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (4.2)$$

$g_x$  ve  $g_y$ 'nin  $(2k+1) \times (2k+1)$  boyutlarındaki gradyan çekirdeklerini gösterebiliriz. Genellikle,  $k \leq n$  durumu olmalıdır, çünkü BD haritası gradyan çekirdeğini kapsamalıdır. Örneğin,  $9 \times 9$  gradyan işleci,  $11 \times 11$ 'lik BDH üzerinde hesaplanabilir. Buna göre,  $x$  eksenini boyunca, parlak ve koyu noktalar için topolojik gradyan değerleri

$$\begin{aligned} TG_x^b(x, y) &= \sum_{\forall x_1, y_1} DOCMb(x, y; x_1, y_1) g_x(x_1, y_1) \\ TG_x^d(x, y) &= \sum_{\forall x_1, y_1} DOCMd(x, y; x_1, y_1) g_x(x_1, y_1) \end{aligned} \quad (4.3)$$

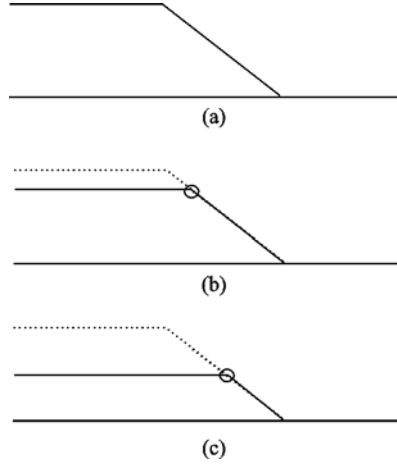
yardımıyla hesaplanabilir [19]. Burada  $x_1 \in [x-k, x+k]$ ,  $y_1 \in [y-k, y+k]$  olmak üzere  $g_x$ ,  $x$  eksenini yönündeki gradyan işlevidir. Benzer şekilde,  $y$  eksenini boyundaki yönlü gradyanlar

$$\begin{aligned} TG_y^b(x, y) &= \sum_{\forall x_1, y_1} DOCMb(x, y; x_1, y_1) g_y(x_1, y_1) \\ TG_y^d(x, y) &= \sum_{\forall x_1, y_1} DOCMd(x, y; x_1, y_1) g_y(x_1, y_1) \end{aligned} \quad (4.4)$$

formülleriyle bulunabilir [19]. Toplam topolojik gradyan  $x$  ve  $y$  koordinatlarındaki gradyanların karelerinin toplamının kareköküdür.

$$\begin{aligned} TG^b &= \sqrt{TG_x^b TG_x^b + TG_y^b TG_y^b} \\ TG^d &= \sqrt{TG_x^d TG_x^d + TG_y^d TG_y^d} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Topolojik gradyan ölçütünün özelliklerine bakıldığında, geleneksel gradyandan farklı bir tepki verdiği gözlemlenebilir. Geleneksel gradyan, aranan kenarın ortasında maksimum tepki verirken, kenarın etrafında da simetrik olarak gradyan değeri üretmektedir. Aşağıda anlatıldığı gibi topolojik olan gradyan, geleneksel gradyana göre daha farklı bir tepki vermektedir. Şekil 4.3.b ve 4.3.c, yokuş kenarlar için çeşitli orijin yerlerinde BD haritalarını göstermektedir. Orijinler yokuş üzerinde konumlandığında, parlak olan sol tarafın kesildiği görülmektedir. Bu nedenle, topolojik gradyan, geleneksel olana göre daha az genlik üretir.



**Şekil 4.3.** (a) Yokuş kenar, (b) Yokuş üzerindeki orijin için BDH (c) Yokuş üzerindeki diğer bir orijin için BDH

Sobel çekirdeği kullanılarak topolojik gradyan ve geleneksel Sobel işlecinin sonuçlarının karşılaştırılması amacıyla, Barb görüntüsü (Şekil 4.4) üzerinde, Sobel 9x9 ve 9x9 çekirdek etrafında 11x11 pencereci Topolojik Sobel uygulanmıştır. Sobel 9x9 için elde edilen görüntü, Şekil 4.5’de gösterilmektedir. Şekil 4.6’de gösterilen 9x9 Sobel etrafında 11x11 pencereci Topolojik Sobel’in sonucu, Şekil 4.5 ile karşılaştırılırsa, Topolojik Sobel’in örüntüleri (texture) daha iyi koruduğu, kenar çizgilerinin göreceli olarak daha ince olduğu, daha düşük genlikleri kenarları daha iyi bulduğu görülmektedir. Bununla birlikte, Topolojik Sobel’in, aynı işleç büyüklüğündeki geleneksel Sobel’e göre daha iyi çalışmasına rağmen, sıkıntıları olduğu da görülmektedir. Büyük işleç genişliklerinde çıkan ayrıntıların karışması sıkıntısı bir ölçüde kendisini göstermektedir.

Şekil 4.5 ve Şekil 4.6 üzerindeki parlak noktaları kullanarak yapılan Topolojik işlecin, geleneksel Sobel’e göre daha iyi sonuçlar vermesine rağmen, Topolojik Sobel’in sonuçları daha iyi bir noktaya getirilebilir. Parlak ve koyu noktalar için yapılan topolojik Sobel işleminin bir şekilde birleştirilebilirse, sonuçlar daha iyi bir noktaya getirilebilir.

Sobel ve Prewitt gibi geleneksel işleçlerde, yavaş değişen kenarların (Şekil 4.7.a) etrafında da belirli bir alanda gradyan değeri üretir (Şekil 4.7.c). İşleç boyutu büyüdükçe, kenar etrafındaki tepki verilen alan artar. Parlak noktalar için topolojik gradyan hesaplanırsa (Şekil 4.7.b), kenarın açık renkli tarafında koyu

tarafa göre daha fazla tepki gösterdiği anlaşılabilir. Kenarın koyu bölümünde herhangi bir gradyan değeri üretilmemektedir. .

Eğer görüntünün negatifi (Şekil 4.8.a) üzerinde topolojik gradyan hesaplanırsa, Şekil 4.4.b elde edilir. Şekilde görüleceği gibi, bu topolojik gradyan koyu noktalarda daha fazla tepki verirken, parlak noktalarda tepki azalmaktadır. Geleneksel Sobel işleci negatif görüntü üzerinde, normal görüntü üzerinde verdiği tepkinin aynısını vermektedir. (Şekil 4.8.c).



**Şekil 4.4:** Barb isimli test görüntüsü

Şekil 4.7 ve 4.8 karşılaştırılırsa, BDH-parlak ve BDH-koyu'ya dayalı topolojik gradyanların birbirilerini tamamlayacak şekilde kenarla ilgili bilgi verdikleri görülmektedir. Bu çalışmada önerilen, koyu ve açık BDH'lere dayanan gradyan değerlerinin belirli bir noktadaki en küçük değerinin alınmasıdır. Bu

şekilde geniş işleçlerin büyüklükleri nedeniyle kenar etrafında verdikleri tepki sadece değişimin olduğu yerde elde edilebilir. Bu özelliğin gösterilebilmesi için, önerilen Topolojik Sobel işlecinin kenar etrafında ne kadar tepki verdiğini gösterilebilir. Şekil 4.9.a'daki yavaş değişen kenar üzerinde, parlak ve koyu noktalar için topolojik Sobel işleci uygulanıp minimumları alındığında, Şekil 4.9.b elde edilmektedir. Şekil 4.9.c'de gösterilen geleneksel Sobel işleci kenar etrafında bir miktar tepki verirken, minimumla hesaplanan topolojik gradyan, kenar üzerinde sadece değişimin olduğu bölümde değer üretmektedir.



Şekil 4.5: 9x9 sobel işleci sonucu





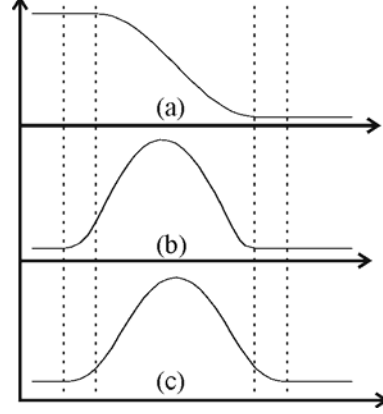
Şekil 4.6: 9x9 Sobel etrafında 11x11 pencereyi Topolojik Sobel sonucu

Bu veriler ışığında bu çalışmada önerilen topolojik gradyan şöyle hesaplanabilir

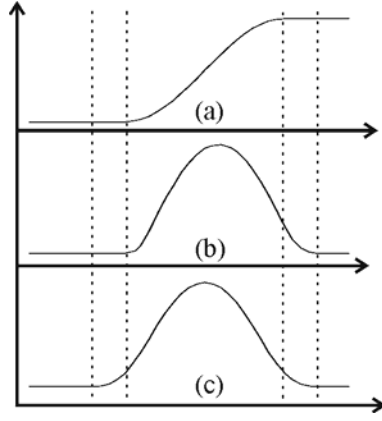
$$TG = \min(TG^b, TG^d) \quad (4.6)$$

TG gradyanı, büyük işleç büyüklüklerinde gradyan tepkisinin sadece değişim alanlarında oluşmasını sağlar. Bu şekilde, taşma ve yakındaki nesnelerin kenarlarının birleşmesi sorunlarını ortadan kaldırdığı düşünülmektedir. Aybar'ın [19] önerdiği yöntemde bağlantı haritaları sadece yakındaki nesnelerin gradyana etkisini azaltmak için kullanılmaktadır. Bu çalışmada önerilen yöntemde,

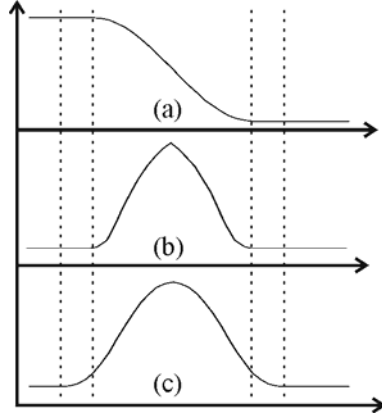
BDH'nin bu özelliğine ek olarak, asimetrik tepki verme özelliğinin de kullanılabilceği gösterilmektedir.



**Şekil 4.7:** (a) yavaş değişen kenar, (b) Sobel işlecine dayalı topolojik gradyan sonucu, (c) Geleneksel Sobel işleci sonucu



**Şekil 4.8:** (a) Yavaş değişen kenarın negatifi, (b) BDH üzerinde Sobel'e dayalı gradyan, (c) Geleneksel Sobel işleci sonucu



**Şekil. 4.9:** (a) Yavaş değişen kenar kesiti, (b) parlak ve koyu noktalar için hesaplanan topolojik Sobel gradyanlarının minimumu, (c) geleneksel Sobel işleci sonucu

## 5. UYGULAMA

Bir kenar bulma algoritmasının başarımının diğerleriyle karşılaştırılması her zaman zor olmuştur. Sentetik ve doğal görüntüler üzerinde performansların ölçüldüğü çeşitli yöntemler bulunmaktadır [2,10]. Bazıları gözlemci kullanarak performansı ölçerken, bazıları kesin doğru olarak kabul edilen görüntülerle kendi elde ettikleri sonuçları karşılaştırmaktadır. Bazı araştırmacılar, kenar bulma algoritmalarının başarımının, daha yüksek seviyeli görüntü işleme görevlerinde uygulandıklarında elde edilen başarıma göre ölçmüşlerdir [11]. En yaygın yöntem, sentetik görüntüler kullanarak, kesin doğru olarak kabul edilen kenar görüntülerinin elde edilenlerle karşılaştırılmasıdır. Doğal görüntülerde ise kesin olarak belirlenmiş doğru kenar görüntüleri bulunmadığından sadece niteliksel olarak karşılaştırma yapılabilir [6].

Bu çalışmada, doğal görüntüler kullanılarak yapılan başarıım ölçme işleminin zorluğu kabul edilerek, sentetik görüntülerin kullanılmasına karar verilmiştir. Bununla birlikte, doğal görüntülerden elde edilen kenar görüntüleri de niteliksel olarak karşılaştırılacaktır. Önerilen yöntem herhangi bir gradyan veya türeve dayalı işleci tamamlamak için kullanılabilmesi için, karşılaştırma işleminde türeve dayalı herhangi bir işleç kullanılabilir. Burada, sadece Sobel işlecinin sonuçlarından yararlanılacaktır. Sobel işleci, Prewitt ve Roberts işleçlerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Taylor serisi açılımı kullanılarak daha büyük boyutlarda işleçler üretilebilmektedir. Sobel'le daha iyi performansların elde edilmesi, diğer işleçlerle de verimli sonuçlar alınacağı anlamına gelmektedir.

### 5.1. Gürültü Ortamında Topolojik Gradyan Yönteminin Başarımı

Bu bölümde, Sobel işleci kullanan topolojik gradyan ölçümü incelenecek ve geleneksel Sobel işleciyle karşılaştırılacaktır. Bağlantı derecesi haritası üzerinde gradyan hesaplanması herhangi bir gradyan işleciyle gerçekleştirilebilir. Bu şekilde değiştirilen gradyan hesabının, geleneksel yöntemle göre daha iyi çalışması beklenebilir.

Nicelik olarak performansları karşılaştırılabilmek için üzerinde yokuş kenarı bulunan 1000x90'lık bir görüntü oluşturulmuştur. Görüntünün bir satırından alınan kesitteki piksel değerleri

$$I(p(l)) = \begin{cases} 200 & l \leq 43 \\ 200 - 5(l - 43) & 44 \leq l \leq 62 \\ 100 & 63 \leq l \leq 90 \end{cases} \quad (5.1)$$

formülüyle hesaplanabilir. Ardından, varyansları 5, 10, 15 ve 20 olan Gauss gürültü eklenerek bir dizi görüntü elde edilmiştir. Bu görüntü üzerine  $(2k+1) \times (2k+1)$  boyutlarında Sobel işleç uygulanmış ve  $k$ 'nin değişik değerleri için bir dizi sonuç bulunmuştur. Daha sonra aynı görüntüler üzerine  $(2k+3) \times (2k+3)$  boyutlarında BDH içinde  $(2k+1) \times (2k+1)$  boyutlarında Sobel işleci uygulanmıştır. BDH'nin boyutu, uygulanan Sobel işlecinden biraz daha büyük seçilmiştir.

Bir kenar bulma yönteminin gürültü ortamında nasıl tepki verdiğini ölçebilmek için, iki özelliğin ölçülmesi gereklidir. Birinci ölçüm, gradyan değerinin kenarın bulunduğu alanın ne kadar dışına taşıdığını belirlemektir. Her iki yöntemin de gradyan değerlerinde değişik büyüklükler vermesi nedeniyle, kenarlardaki gradyan değerleri, kenar üzerinde elde edilen toplam gradyana bölünerek taşma oranı adını verilen bir değer elde edilecektir. Her satır için taşma oranı, TO,

$$TO = \frac{\sum_{l=e_1-k}^{e_1-1} G(p(l)) + \sum_{l=e_2+k}^{e_2+1} G(p(l))}{\sum_{l=e_1}^{e_2} G(p(l))} \quad (5.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $e_1$  ve  $e_2$  kenarın başladığı ve bittiği yerleri ifade etmektedir.

Ölçülen diğer özellik de, gürültünün düz alanlarda ne ölçüde bastırıldığıdır. Düz alanlardaki piksel değerlerinin varyansı, R

$$R^2 = \frac{\sum_{l=1}^{e_1-k-1} (G(p(l)) - m_g)^2}{e_1 - k - 2} \quad (5.3)$$

formülüyle hesaplanabilir. Varyans düşük olduğunda, gürültünün düşürüldüğü anlamına gelmektedir. Formülde  $m_g$  düz alandaki piksel değerlerinin ortalama değerini göstermektedir.

**Çizelge 5.1.** 7x7 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları

Gürültü $\sigma$	9x9 BDH içinde 7x7		7x7 Sobel	
	Sobel			
	TO	R	TO	R
0	0.000	0.00	0.007	0.00
5	0.075	9.46	0.084	22.85
10	0.113	19.19	0.120	46.29
15	0.137	28.61	0.147	68.95

**Çizelge 5.2.** 9x9 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları

Gürültü $\sigma$	11x11 BDH içinde 9x9		9x9 Sobel	
	Sobel			
	TO	R	TO	R
0	0.000	0.0	0.038	0
5	0.104	14.10	0.114	121.9
10	0.150	38.54	0.160	69.34
15	0.179	42.35	0.192	103.75

**Çizelge 5.3.** 11x11 gradyan çekirdek için çeşitli gürültü oranlarında taşma oranları

Gürültü $\sigma$	13x13 BDH içinde 11x11			
	Sobel		11x11 Sobel	
	TO	R	TO	R
0	0.000	0.0	0.099	0
5	0.164	19.31	0.176	47.16
10	0.203	38.88	0.216	95.55
15	0.235	57.65	0.251	142.98

Çizelge 1, 2 ve 3, değişik gürültü seviyeleri için taşma oranlarını göstermektedir. Gürültü olmadığı zaman taşma oranının sıfır olduğu görülmektedir. Eğer gürültü artarsa, topolojik Sobel için taşma oranları her zaman için geleneksel Sobel'in oranlarından düşüktür. Topolojik Sobel'in en önemli avantajlarından biri, düz alanlardaki varyans değeri olan  $R$ 'nin diğerine göre oldukça düşük olmasıdır. Bu şekliyle topolojik Sobel gürültü bastırma oranları açısından, diğerine göre daha başarılıdır.

## 5.2. Doğal Görüntüler

Nitelik olarak önerilen topolojik Sobel işleçlerinin doğal görüntüler üzerinde nasıl çalıştığını göstermek için, Lena (Şekil 5.1.a) ve Kameraman (Şekil 5.1.b) resimleri seçilmiştir. Lena görüntüsü, yüzdeki gölgeler, şapkadaki örüntü ve sarkan tüyler nedeniyle görüntü sıkıştırma ve kenar bulma yöntemlerinin sınanmasında kullanılmaktadır. Kameraman görüntüsü, geri planda yer alan yapılar ve kamera üzerindeki ayrıntılar nedeniyle kenar bulma algoritmalarının uygulandığı sinama görüntülerinden biridir.

Lena görüntüsü üzerine  $5 \times 5$  BDH üzerinde  $3 \times 3$  Sobel uygulandığında, Şekil 5.1.a elde edilmiştir. Geleneksel  $3 \times 3$  Sobel işleci kullanılırsa Şekil 5.1.b'deki görüntü elde edilmektedir. Gradyan görüntülerinin eşik değeri olarak, görüntü ortalamalarının üç katı seçilmiştir.

Topolojik Sobel, diğerine göre daha ince çizgiler ortaya çıkarmakta ve şapkadaki ayrıntılar daha iyi görülmektedir. Eğer,  $11 \times 11$  BDH üzerinde  $9 \times 9$

Sobel uygulanırsa ve eşik değeri görüntü ortalamasının üç katı olarak seçilirse, Şekil 5.2.c'deki görüntü elde edilmektedir. Standart  $9 \times 9$  Sobel işleci, Şekil 5.2.d'deki görüntüyü vermektedir. Şekil 5.2.a ve 5.2.c incelenirse, işleç genişlikleri oldukça farklı olmasına rağmen görüntüler birbirine yakındır. Görüntüler arasındaki fark, gürültü olarak adlandırılabilir tek pikselden oluşan tepkilerdir. Daha fazla örnek kullanılarak gradyan hesaplandığından, daha yüksek dereceli Sobel işleci gürültüyü daha kolay etkisiz hale getirmektedir. Şekil 5.2.b ve 5.2.d karşılaştırılırsa, daha yüksek dereceli standart Sobel işlecinin daha az kenarı bulduğu ve ayrıntıların iç içe girdiği görülmektedir.



(a)

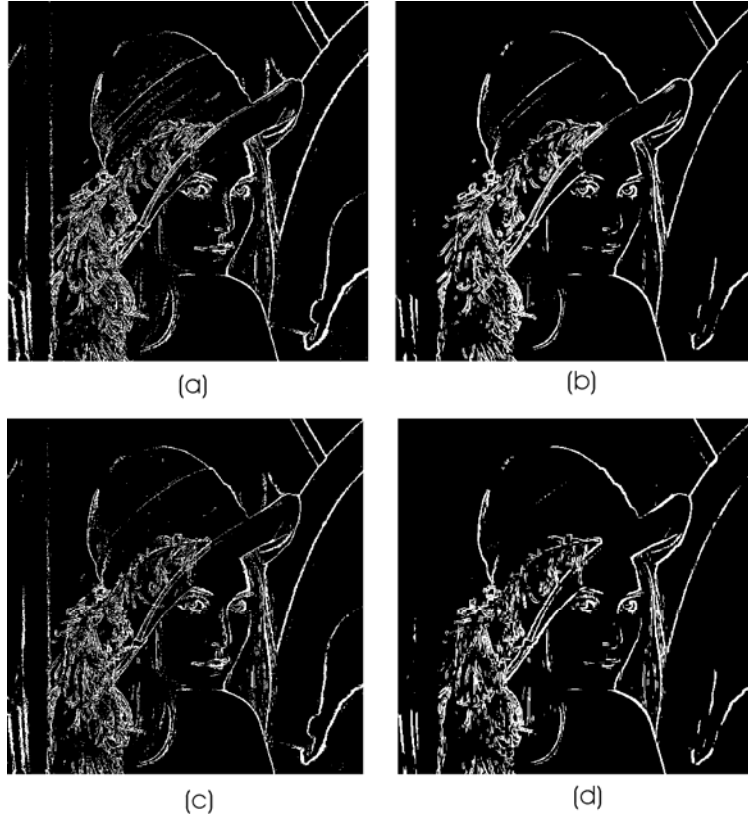


(b)

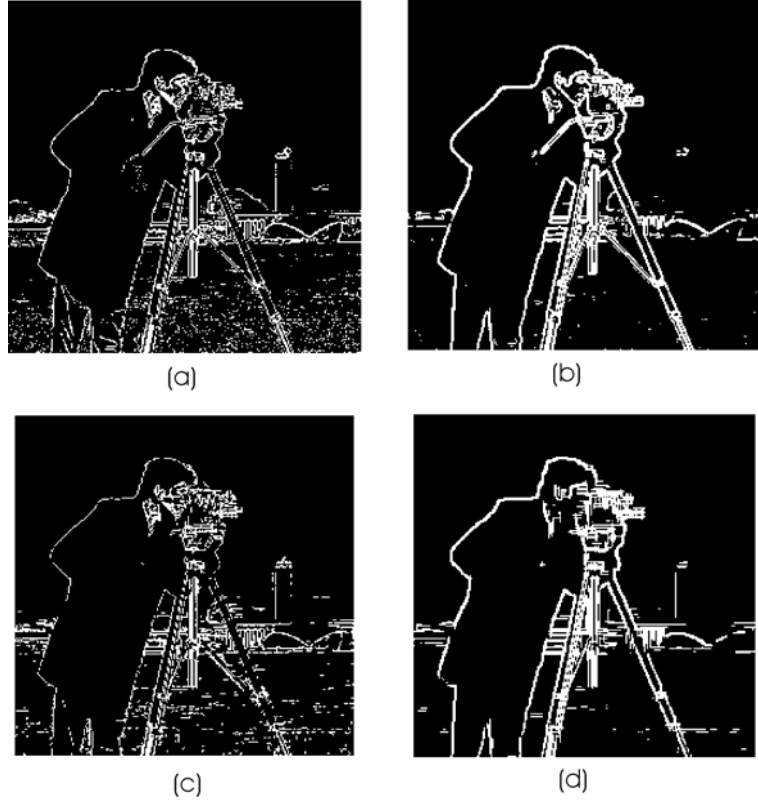
Şekil 5.1. a) Lena, b) Kameraman.



Kameraman görüntüsüne uygulanan  $3 \times 3$  ve  $13 \times 13$  topolojik ve standart Sobel işleçlerinin sonuçları Şekil 5.3'de gösterilmektedir. Şekil 5.3.a  $5 \times 5$  BDH üzerinde  $3 \times 3$  Sobel çalıştırılmasıyla ve Şekil 5.3.c  $15 \times 15$  BDH üzerinde  $13 \times 13$  Sobel uygulanmasıyla elde edilmiştir. Buna karşılık gelen  $3 \times 3$  ve  $13 \times 13$ 'lük standart Sobel işleçlerinin sonuçları Şekil 5.3.b ve 5.3.c'te gösterilmektedir. Şekil 5.3.a ve 5.3.b incelenirse, her iki görüntünün birbirine çok yakın olduğu anlaşılmaktadır. Standart Sobel'e göre ayrıntılar daha belirginken, gradyan çizgileri de daha incedir. Süzgecin yapısında, iki gradyan ölçümünün minimum değeri seçildiğinden ince ayrıntıların ayrık pikseller olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Tek başına duran pikseller ve silik ayrıntılardan ortaya çıkan piksel grupları topolojik Sobel'de işleç büyüklüğü arttıkça azalmaktadır.



**Şekil 5.2** (a)  $5 \times 5$ 'lik BDH içinde  $3 \times 3$  Sobel işleci, (b)  $3 \times 3$ 'lük standart Sobel işleci, (c)  $11 \times 11$ 'lik BDH içinde  $9 \times 9$ 'lük Sobel işleci, (d) standart Sobel  $9 \times 9$



**Şekil 5.3** (a) 5x5'lik BDH içinde 3x3 Sobel işleci, (b) 3x3'lük standart Sobel işleci, (c) 15x15'lik BDH içinde 11x11'lik Sobel işleci, (d) standart Sobel 11x11

## 6. SONUÇ

Türeve dayalı işleçler gürültüye karşı hassas olmaları nedeniyle yumuşatılmış görüntüler üzerinde uygulanmış ya da işlecin içine yumuşatma özellikler eklenmiştir. Bu çalışmada, bulanık topoloji kullanarak oluşturulan bağlantı derecesi haritalarına dayanan ön yumuşatma işlemi kullanılarak, daha geniş gradyan işleçlerinin görüntülere daha sorunsuz şekilde uygulanabileceği bir yöntem sunulmuştur. Önerilen topolojik gradyan, sadece değişimin gerçekleştiği yerde tepki vermekte ve yakın kenarların etkisini azaltmaktadır.

Bağlantı derecesi haritaları, sadece türeve dayalı işleçlere eklenebilecek bir yöntem değildir. Belirli bir gözlem penceresi içinde kenar bulmaya yarayan bütün algoritmalarda kullanılabilir. Gelecekte BDH kavramının, LoG, İzotropik difüzyon gibi yöntemlerde de kullanılabilmesi konusunda çalışılacaktır.

## KAYNAKLAR

- [1] Marr, D., Hildreth, E. *Theory of edge detection*, Proc. R. Soc. Lond. A, Math. Phys. Sci., B 207, pp. 187–217, 1980.
- [2] Saint-Marc, P., Chen, J., ve Medioni, G. *Adaptive Smoothing: A General Tool for Early Vision* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, **13(6)**, 1991.
- [3] Haralick, R.M. *Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives*, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 6 58–68, 1984.
- [4] Canny, J. F. *A Computational Approach to Edge Detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, **8(6)**, 1986.
- [5] Bovik, A. *Handbook of Image and Video Processing*, CRC Pres. 2003.
- [6] Witkin, A. *Scale Space Filtering*, Proceedings of IJCAI, 1983.
- [7] Perona, P. Ve Malik, J. *Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion* IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence, **12(6)**, 1990.
- [8] Tremblais, B. ve Augereau, B. *A Fast Multi-scale Edge Detection Algorithm*, Pattern Recognition Letters, **25**, s. 603–618, 2004.
- [9] Michell, E. D., Caprile, B., Ottonello, P. ve Torre, V. *Localization and Noise in Edge Detection*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence. **11(10)**, 1989.
- [10] Farid, H. ve Simoncelli, E.P. *Differentiation of Discrete Multidimensional Signals*, IEEE Transactions On Image Processing, Vol. 13, No. 4, 2004.
- [11] Basu, M. *Gaussian-Based Edge-Detection Methods: A Survey*, IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics, Part C: Applications And Reviews, **32(3)**, 2002.
- [12] Azaria, M., Vitsnudel, I. ve Zeevi, Y. Y. *The Design of two dimensional Gradient Estimators Based on One-Dimensional Operators*, IEEE Transactions on Image Processing, **5(1)**, 1996.
- [13] Möller, T., Machiraju, R., Mueller, K. ve Yagel, R. *Evaluation and Design of Filters Using a Taylor Series Expansion*, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, **3(2)**, 1997.

- [14] Clark, J.J. *Authenticating Edges Produced by Zero-Crossing Algorithm*, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, **11(1)**, January 1989.
- [15] Ding, L., Goshtasby, A. *On Canny Edge Detector* Pattern Recognition, **34**, 2001.
- [16] Rosenfeld, A. *Fuzzy Digital Topology* Information and Control, **40(1)**, s. 76–87, 1979.
- [17] Braga-Neto, U. ve Goutsias, J. *Grayscale Level Connectivity: Theory and Applications*, IEEE Transactions On Image Processing, **13(12)**, 2004.
- [18] Senel, H. G., Peters, R. A. ve Dawant, B. *Topological Median Filters*, IEEE Transactions On Image Processing, **11(12)**, 2002.
- [19] Aybar, E. *Topolojik kenar işleçleri*, doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, 2004.