Bir Polis Devriye Aracı Rotasının Elektronik Çalışma Sayfası Modeli Yardımıyla Belirlenmesi

Determining Optimal Routing Solution Of a Patrol Car With Electronic Spreadsheet Model

Doç.Dr. Hasan DURUCASU*

Öz: *Ağ akışları, çizge kuramının temel çalışma konularındandır. Ayrıt ve düğüm rotalama problemleri, ağ akış problemlerinin bir tipi olarak ele alınır. Zaman içinde, çizge kuramı başlığı altında incelenen ayrıt ve düğüm rotalama problemleri için özgün çözüm algoritmaları geliştirilmiştir. Öte yandan, bu problemlerin doğrusal programlama yaklaşımıyla da çözülebileceği bilinmektedir.*
Bu çalışmada ayrıt rotalama problemi olarak ortaya çıkan, bir polis devriye aracı için en iyi rota çözümünün bulunması konusu incelenmiştir; polis devriye aracı en kısa mesafeyi katedecek şekilde, belli bir bölgenin belirli cadde ya da sokaklarından herhangi bir yönde en az bir kez geçmek zorundadır.
Öncelikle problem, doğrusal programlama yaklaşımı kullanılarak MS-Excel elektronik çalışma sayfası üzerinde modellenmiş ve sonra Excel-Çözücü yazılımı kullanılarak, modelin çözümleri elde edilmiştir. Sonunda, araç için en iyi rotalar belirlenmiştir.

Anahtar sözcükler: *Çizge Kuramı, Ayrıt Rotalama Problemi, Doğrusal Programlama, Excel-Çözücü.*

Abstract: *Network flows is the basic study subject of graph theory. Arc and node routing problems are considered as a type of network flows. In time, original solution algorithms have been devoloped for arc and node routing problems which are studied under the title of graph theory. On the other hand, it is known that these problems can also be solved by linear programming approach.*
In this study, finding the optimal routing solution for a patrol car, which is an arc routing problem, is studied; a patrol car should pass in certain streets in a specific area at least once in any direction by taking the shortest distance in total.
Firstly, the problem is modelled on the MS-Excel electronic spreadsheet by using linear programming approach and then solutions of the model are obtained by Excel-Solver software. Finally, the optimal routings for the car are determined.

Key Words: *Graph Theory, Arc Routing Problem, Linear Programming, Excel-Solver.*

* Anadolu Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, Yunusemre Kampusü, 26470, Eskişehir, e-posta: hdurucasu @anadolu.edu.tr

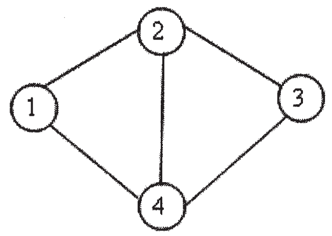
1. GİRİŞ

Bilindiği gibi düğüm rotalama ve ayrıt rotalama başlıkları altında incelenen rotalama problemleri, ağ (network) modellerinde en iyileme problemlerinin önemli konularından birini oluşturur. Düğüm rotalama problemlerinde, bir ağ üzerinde yer alan tüm düğümlere bir kez uğrayarak en kısa rotaların belirlenmesi konusu ele alınır. Bu problemlerin tipik örneği Gezgin Satıcı Problemidir. Ayrıt rotalama problemlerinin amacını ise, bir ağ üzerinde yer alan belirli ayrıtlardan ya da tüm ayrıtlardan en az bir kez geçerek başlangıç düğümüne dönen en kısa rota ya da rotaları belirlemek oluşturur. Çizge kuramı (graph theory) içinde ayrıt rotalama problemleri, belirli bazı ayrıtlardan ya da tüm ayrıtlardan geçme durumuna göre sırasıyla Kırsal ya da Çinli Postacı problemi adlarıyla tanınır. Yalnızca Çinli Postacı probleminin bile, kendi içinde çok sayıda ayrı tipte tasnif edilebileceği bilinmektedir. Zaman içinde çizge kuramı temelinde ele alınan değişik sınıftaki rotalama probleminin her biri için, özgün çözüm algoritmaları geliştirilmiştir. Öte yandan bu söz konusu problemlerin doğrusal programlama yaklaşımıyla da çözülebileceği bilinmektedir. Kuşkusuz doğrusal programlamanın günümüzde de popülerliğini sürdürmesinin bir nedeni de, her geçen gün daha da gelişen güçlü bilgisayar yazılımının ve donanımının varlığıdır. Bu sayede, çok sayıda tekrarlı hesaplamaların elle çözümünü imkansızlaştırabileceği bir çok problem, kısa sürede hatasız bir biçimde çözüme kavuşturulabilmektedir. EK'teki liste ağ modelleri, doğrusal programlama ve ilgili bilgisayar yazılımının zaman içindeki gelişimini özetlemektedir. Söz konusu bu çizelgede verilen konuyla ilgili önemli tarihlerin incelenmesinden de kolayca izlenebileceği gibi, ayrıt rotalama problemlerine temel oluşturan Königsberg köprü problemi zaman içinde doğrusal programlama modellerinden çok önceleri ele alınmıştır. Benzer biçimde, Dantzig tarafından doğrusal programlamaya yeni genişlemelerin gerçekleştirildiği yıllarda, elektronik çalışma sayfasının henüz bilinmediği görülmektedir.

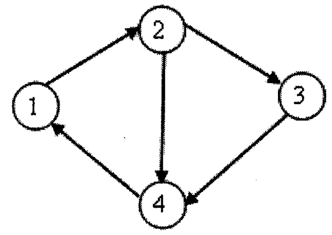
Bu nedenle, bu çalışmada öncelikle, ayrıt rotalama probleminin yönelimli çizge (directed graph) yapısından hareketle genel doğrusal programlama modeli geliştirilmekte ve bu matematiksel modelin elektronik çalışma sayfasına uyarlanması için gerekenler aktarılmaktadır. Bunu, doğrusal programlama elektronik çalışma sayfası modelinin çözümü için kullanılan Çözücü yazılımının kısa tanıtımı izlemektedir. Son olarak, bir polis devriye aracının en iyi rotasının belirlenmesi amacıyla, ilgili matematiksel model ve çalışma sayfasının geliştirilmesi ve Excel-Çözücü kullanarak çözüm elde etme aşamasına yer verilmiştir.

2. AĞ MODELLERİ

İşletme yönetim biliminin önemli çalışma konularından birini oluşturan ağ modellerinin temeli matematik kuramlarından biri olan çizge kuramına dayanır. Çizge, çizgilerle (ayrıtlar) birleştirilmiş noktaların (düğümlerin) sonlu kümesidir (CALDWELL, 1995). Düğüm bir bağlantı noktasıdır. Çizgede bazı düğümler ayrıtlarla birleştirilir. Ayrıtlar, düğümler arasındaki ilişkiyi belirler. N, n tane düğüm içeren düğümler kümesi; A, m tane ayrıt içeren ayrıtlar kümesi olduğunda G çizgesi $G = (N, A)$ biçiminde ifade edilir. Çizgenin grafiği çizilirken düğümler, içlerine yerleştirilen sayı ya harflerle isimlendirilmiş çemberler, ayrıtlar da düğümleri birleştiren çizgiler yardımıyla gösterilir (TAHA, 2000).



Şekil 1. Çizge



Şekil 2. Yönelimli Çizge

Şekil 1'de verilen çizge için n=4 ve m=5'tir ve düğümler kümesi N={1,2,3,4} ve ayrıtlar kümesi A={(1,2),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)} olmak üzere G=(N,A) çizgesi verilmiştir. Şekil 1'de verilen çizgenin ayrıtları için herhangi bir yönün söz konusu edilmediği görülmektedir. Bu tür çizgeler yönelimsiz çizge (undirected graph) olarak tanınır. Yönelimsiz çizgelerdeki A kümesinin elemanları ayrıt adlarıdır ve (1,2) ya da (2,1) gösterimi arasında bir fark bulunmaz.

Buna karşılık yönelimsiz çizgenin ayrıtlarına bir yön (grafik gösteriminde yönlü oklarla işaretlenen) eklendiğinde, yönelimli çizge söz konusu olur (wordiq.com/definition/Graph_theory, 2004). $G = (N, A)$ yönelimli çizgesi, N düğümler kümesi ve elemanları farklı düğümlerin sıralı ikililerinden oluşan A ayrıtlar kümesinden meydana gelir. Yönelimli çizgede (1,2) ve (2,1) gösterimleri birbirlerinin yerine kullanılamaz. Şekil 2'deki $G = (N,A)$ çizgesi için $n = 4$ ve $m = 5$'tir ve $N = \{1,2,3,4\}$ olmasına karşın $A = \{(1,2),(2,3),(2,4),(3,4),(4,1)\}$ yazılır.

Yönelimli çizgenin düğüm ve/veya ayrıtları, maliyet, kapasite ve/veya arz ve talep değerlerini ifade eden sayılarla ilişkilendirildiğinde yönelimli ağ (directed network) elde edilir (AHUJA vd., 1993).

Bu çalışmada yönelimli ağın, tüm i ve j düğümleri arasındaki (i,j) ve (j,i) ayrıtlarından herhangi birini en az bir kez kullanarak başlangıç düğümüne geri dönen bir aracın katedeceği mesafeyi en kısa kılacak biçimde, aracın geçmesi gerekli ayrıtların belirlenmesi problemi ele alınacaktır. Geçilmesi gereken ayrıtlar kümesine bundan böyle rota denecektir. Günümüzde en iyileme problemlerinin çözümü için doğrusal programlamanın yaygın olarak kullanıldığı bir gerçektir. Bundan dolayı öncelikle problemin doğrusal matematik modelinin geliştirilmesi konusu hatırlatılacaktır.

3. AYRIT ROTALAMA PROBLEMİNİN MATEMATİKSEL MODELİ

Bilindiği gibi en düşük maliyetli akış modeli, tüm ağ problemlerinin en temel modelidir. Bu nedenle diğer ağ modellerine en düşük maliyetli akış modelinin özel durumları ya da genellemeleri gözüyle bakılabilir. En düşük maliyetli ağ akış probleminde amaç, bir ağ üzerinden gönderilen ürün ya da malların en az nakliye maliyetini, kimi düğümlerin arz ve diğer kimi düğümlerin taleplerini tatmin ederek belirlemektir.

En düşük maliyetli akış modelinde, n düğümden meydana gelen N kümesi ve m ayrıttan oluşan A kümesi ile tanımlanan G=(N,A) yönelimli çizgesi ele alınır. j ile i. düğümle ayrıt bağlantısı olan düğümler gösterilip, $\forall\ (i,j) \in A$ için ayrıttaki akışa ilişkin maliyet c_{ij} ile belirtilir. Söz konusu bu akış maliyetinin, akış miktarıyla doğrusal olarak değiştiği varsayılır.

$\forall$ $(i,j) \in A$ için, bu ayrıtta akabilecek en yüksek miktarı gösteren u_{ij} kapasite ve aynı ayrıtta akabilecek en düşük miktarı gösteren l_{ij} alt sınır olarak benimsenir.

Her düğüm i $(i \in N)$ için, düğüm arz/talep'ini gösteren $b(i)$ tam sayısı bilindiğinde;

$b(i) > 0$ olduğunda i, arz düğümü;

$b(i) < 0$ olduğunda i, $-b(i)$ talepli bir talep düğümü ve

$b(i) = 0$ olduğunda ise i bir aktarma düğümüdür.

En düşük maliyetli akış modelinde, karar değişkenleri ayrıt akışları olup, $\forall$ $(i,j) \in A$ ayrıtı üzerindeki akış x_{ij} biçiminde gösterilir.

En düşük maliyetli akış problemi aşağıda formüle edilen bir doğrusal en iyileme modelidir.

En küçükleme $\sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$ (1)

Kısıtlar;

$\forall i \in N$ için $\sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ij} - \sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ji} = b(i)$ (2)

$\forall$ $(i,j) \in A$ için $l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}$ (3)

Yukarıdaki modelde $\sum_{i=1}^{n} b(i) = 0$ eşitliği de söz konusudur.

(2) denkleminin sol tarafının ilk terimi, belirli bir düğüm için düğümden toplam dışarı akışı göstermektedir. Benzer biçimde ikinci terim, belirli bir düğüm için, düğüme toplam içeri akışı göstermektedir. Bu kısıtlama denklemi, belirli bir düğüm için toplam dışarı akış ile toplam içeri akış arasındaki farkın, düğüm arz/talep'ine eşit olacağını belirtmektedir. Düğüm arz düğümü ise, dışarı akış içeri akışı aşar; tersine düğüm talep düğümü ise, bu kez de içeri akış dışarı akışı aşar; ve nihayet düğüm aktarma düğümü olduğunda dışarı akış içeri akışa eşittir. Akış aynı zamanda (3)'de verilen alt sınır ve kapasite kısıtlamasını da sağlamalıdır. Birçok gerçek hayat uygulamasında ayrıt akışlarının alt sınırı sıfır olduğundan, modelde alt sınır değerleri açık olarak belirtilmezse, bunların, akış sınırı kısıtlaması olan (3) denkleminde sıfır oldukları varsayılır.

Bazı problemlerde bütün ayrıt kapasitelerinin ayrıt maliyetlerinin ve düğümlerin arz/talep değerlerinin tamsayılı olduğu varsayılır. Bu varsayım *tamsayılılık varsayımı* olarak tanınır (AHUJA v.d., 1993).

Yönelimli ağ modelinin ayrıtlarından en az bir kere geçmek koşuluyla en az mesafeyi katederek başlangıç düğümüne dönme problemine ilişkin doğrusal programlama matematik modeli, en düşük maliyetli akış probleminin matematik modelinin uyarlanmasıyla geliştirilebilir. Ortaya konan son problemde x_{ij} ile, c_{ij} uzunluklu her bir (i,j) $((i,j) \in A)$ ayrıtının üzerinden geçiş sayısı gösterilebilir. Doğal olarak x_{ij}'ler, o ayrıtın kaç kez kullanıldığını belirten tam sayı değerlere sahip olacaktır. i. düğümle j. düğümü birleştiren ayrıtının uzunluğu c_{ij} olarak verildiğinde, problemin matematik modelinin amaç fonksiyonu $Z_{enküçük} = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$ olarak yazılır.

Geliştirilmeye çalışılan modelin düğümlerinin tümü aktarma düğümü olduklarından, en düşük maliyetli akış modelinin (2) no'lu kısıtlama denklemleri, $\forall i \in N$ için $\sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ij} - \sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ji} = 0$ biçimine girer. Çözüm aranan problemde her bir ayrıttan en az bir kez geçme koşulu, (3) no'lu denkleme uyarlanarak ifade edildiğinde, $\forall\ (i,j) \in A$ için $x_{ij} + x_{ji} \geq 1$ eşitsizliği elde edilir.

Böylelikle bir ağ modelinin ayrıtlarından en az bir kez geçilmesiyle, en kısa mesafeyi katetme problemine ilişkin doğrusal programlama matematik modeli;

Amaç: $$Z_{enküçük} = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} \tag{4}$$

Kısıtlar: $\forall i \in N$ için $$\sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ij} - \sum_{(j:(i,j)\in A)} x_{ji} = 0 \tag{5}$$

$$\forall\ (i,j) \in A \text{ için } x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \tag{6}$$

$$x_{ij} \text{ tamsayı} \tag{7}$$

$$x_{ij} \geq 0 \tag{8}$$

olarak özetlenir.

Yukarıda verilen probleme ilişkin olarak geliştirilen model, tamsayılı doğrusal programlama çözüm yaklaşımlarıyla çözülebilir. Fakat düğüm ve ayrıt sayısının yüksek olduğu problemlerde iterasyon sayısı çoğalacağından, elle çözüm güçleşip imkansızlaşabilir. İnsandaki hataya eğilim ve aynı tür işlemlerden bıkıp yılma, çözümün imkansızlığının nedenini oluşturabilir. Belki de bu nedenle, doğrusal programlamanın ortaya çıkmasından sonra bile, ağ modellemesi ve bu modellere ilişkin özgün çözüm algoritmaları konusundaki çalışmalar sürdürülmüştür.

4. BİR DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ELEKTRONİK ÇALIŞMA SAYFASI MODELİ VE ÇÖZÜMÜ

Gerçek bir olayın soyut olarak temsili için mantıksal varsayım ve matematik ilişki kümelerinin bilgisayar ortamındaki ifadesine bilgisayar modeli adı verilir. Bilgisayar modeli de elektronik çalışma sayfaları üzerinde oluşturulabilir. Elektronik çalışma sayfası, klasik muhasebe defteri sayfaları gibi satır ve sütunlardan oluşan ızgara çizgilerine sahiptir. Bu haliyle, elektronik çalışma sayfası, satır ve sütunların kesişiminden oluşan hücrelere yerleştirilen verinin rahatça işlenebildiği esnek ve dinamik bir ortamdır. Elektronik çalışma sayfası üzerine kurulan modeller tasarruf, çabukluk, uygunluk ve kavrama-anlama özelliklerinin etkin olarak gerçekleştirildiği ortamlardır (DURUCASU, 2002).

Doğrusal programlama probleminin elektronik çalışma sayfası modeli ve çözümü, çalışma sayfasında elektronik çalışma sayfası modelinin tasarımı ve Çözücü kullanımı aşamalarında tamamlanır.

Çalışma sayfası üzerindeki doğrusal programlama modeli girişler, değişen hücreler, amaç (hedef) hücre ve kısıtlamalar unsurlarından oluşur. Elektronik çalışma sayfasında amaç ve kısıtlayıcı denklemleri ifade etmek için gerekli veri, elektronik çalışma sayfasının giriş unsurunu oluşturur. Girişler, çalışma sayfasının herhangi bir konumuna yerleştirilebilir.

Elektronik çalışma sayfasındaki modelde, klasik doğrusal programlama modelinde kullanılan *x* gibi değişken adlandırmaları yerine, karar değişkeni rolünü üstlenecek hücre aralıklarının belirlenmesi yoluna gidilir. İçerdikleri değerler, amacı eniyilemek için değişebileceğinden, bu hücre aralıkları değişen hücreler olarak ele alınır. Amaç (hedef) hücre, amaç fonksiyonunun değerinin içinde oluşması için çalışma sayfasında yer verilen bir hücredir. İlk aşama doğrusal programlama bileşenleri ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri tanımlayan girişlerin, değişen hücrelere yerleştirilen deneme değerlerinin ve bunlara ilişkin formüllerin çalışma sayfasına yerleştirilmesinden oluşur. Elektronik çalışma sayfası doğrusal programlama modeli kurulurken çalışma sayfası, değişen hücrelerle hedef hücreyi ilişkilendiren (değişen hücreler değerlerinin değişimine bağlı olarak amaç (hedef) hücredeki değerin değişmesini sağlayan) bir formülü içermelidir. Kısıtlayıcı denklemlerinin sol tarafı başta olmak üzere, değişen hücreler değerleriyle ilgili değişik kısıtlama ifadelerinin katsayılarının da, giriş olarak çalışma sayfasında bulunması gerekir.

Klasik doğrusal programlama modelinin kısıtlayıcı denklemleri genellikle girişler, değişen hücreler ve amaç (hedef) hücre gibi doğrudan çalışma sayfası üzerinde yer almazlar. Diğer kısıtlayıcı denklemlerinin yanı sıra, değişen hücre değerleri olarak ortaya çıkan karar değişkeni değerlerinin negatif olmaması gereği Çözücü'nün Kısıtlamalar alanında ifadesini bulacaktır.

Çalışma sayfası düzenlenirken tanımlayıcı başlıklar, hücre biçimleri, sütun genişlikleri dolgu ve yazı tipi renkleri, kenarlıklar gibi çalışma sayfasının izlenmesini kolaylaştıran görsel öğelerin kullanımı kullanıcının seçimi doğrultusunda gerçekleştirilir (DURUCASU, 2003).

Çalışma sayfası sözü edilen bu ana noktalar dikkat edilerek düzenlendikten sonra, Çözücü kullanımını içeren ikinci aşama devreye sokulur. Söz konusu bu ikinci aşamada, Çözücü modülü kullanılarak, belirlenen amaç (hedef) hücrenin değişen hücreler ve kısıtlamalar doğrultusunda en iyi çözümü bulunur. İlk modelleme aşaması sağlıklı bir biçimde tamamlandığında, bunu izleyen ikinci aşama olan Çözücü kullanımı aşaması kolayca doğru sonuç üretecektir.

Çözücü (ya da Eniyileyici), ticari bir işletme olan Frontline Systems Inc. tarafından üretilen, bilgisayar son kullanıcılarının kıt kaynakların tahsisi problemi konusunda en iyi yolu bulmalarına yardımcı olmak için kullanılan bir yazılım modülüdür. Bir çok problemin çözümünde kullanılabilmesine karşın, Yatırım ve Finans, Üretim ve Dağıtım ile Ağ (şebeke) problemleri genel tipik kullanım örnekleri olarak sıralanabilir (solver.com/tutorial.htm/2004).

Gerçekten de Frontline Systems'ın en iyileme problemlerinin çözümü için geliştirilmiş, kolay anlaşılabilir ve geleneksel doğrusal programlamadan başlayarak yapay zekaya kadar genetik ve çağcıl algoritmalarla donanmış çok zengin bir teknoloji platformu bulunmaktadır (solver.com/technology.htm/2004).

Frontline Systems, Microsoft Excel, Lotus 1-2-3 ve Quatro Pro yazılımları için Çözücü/Eniyileyici modülleri geliştirmektedir. Standart Office yazılımındaki Excel'de bulunan Çözücü modülü, primal simpleks yöntemini kullanarak, 200 karar değişkenli doğrusal programlama problemlerini çözebilmektedir. Primal simpleks yönteminin gelişmiş biçimini temel alan Premium Solver adlı diğer bir yazılım 1000 karar değişkeni ile ifade edilen doğrusal modelleri çözebilmektedir. Dual simpleks algoritmasını temel alan Premium Solver Platform adlı yazılım ise, 2000 karar değişkenli modellere çözüm getirmektedir. Frontline Systems'ın 200 000 karar değişkenli doğrusal modelleri çözen yazılımları bulunmaktadır (solver.com/technology2.htm/2004).

Bu çalışmada Excel yazılımının standart Çözücü modülü kullanılmıştır. Excel'in Araçlar menüsünden Çözücü satırı seçildiğinde, Çözücü Parametreleri penceresi ekranda oluşur. Çözücü parametreleri iletişim penceresinde, kullanıcının doldurması ve/veya içinden seçim yapması gereken Hedef Hücre, Değişen Hücreler, Kısıtlamalar ve Eşittir adlı dört ana bölüm ve çeşitli düğmeler yer alır (Şekil 10).

Hedef Hücre alanında, çalışma sayfasına yerleştirilen formül sonucu ifade edilen amaç fonksiyonunun, eniyilenmesi istenen değerinin oluşacağı hücre belirtilir. Bu alanın, bir hücre başvurusu içermesi zorunludur. En Büyük, En Küçük ve Değer seçeneklerini içeren Eşittir alanı, hedef hücrenin enbüyüklenmesinin veya enküçüklenmesinin işaretlenerek belirlendiği alandır. Hedef hücrenin belirli bir değeri kazanması istendiğinde, sözkonusu bu değer, Değer'in sağındaki kutuya girilir.

Kısıtlamalar alanı, negatif olmama dahil, modelin tüm kısıtlayıcı denklemlerinin listelendiği alandır.

Çözücü Parametreleri penceresindeki Değişen Hücreler alanı, hedef hücre olarak tanımlanmış hücre, amaçlanan hedefine erişene değin, modeldeki kısıtlar göz önünde tutularak değerleri ayarlanacak hücreleri belirtir. Değişen Hücrelerin doğrudan veya dolaylı olarak hedef hücre ile ilişkilendirilmiş olması gerekir.

Pencerede yer alan Çöz düğmesi ise, modelin yazılım yardımıyla çözüm işlemini başlatır.

5. BİR DEVRİYE ARACININ EN KISA ROTASININ BELİRLENMESİ

Yönelimli olmayan bir çizgenin tüm ayrıtlarından en az bir kez geçme koşuluyla, toplamda en az mesafeyi katetme problemine ilişkin bir uygulama, *Yönsüz Çinli Postacı Problemi: Polis Devriye Aracı İçin Bir Uygulama* başlığı altında, çizge kuramına dayanan en kısa mesafeli eşleştirme yöntemi kullanılarak ülkemizde yakın zamanda gerçekleştirilmiştir (EMEL, 2003). Yönelimli olmayan çizge için geliştirilen bu çözüm yaklaşımı ile bu çalışmada incelenen yönelimli ağ yapısının doğrusal programlama çalışma sayfası modeli ve Çözücü kullanımı yaklaşımı karşılaştırılmasının rahatlıkla yapabilmesini sağlayabilmek amacıyla, söz konusu çalışmanın verileri, ele alınan modelin boyutunun çok küçük olması gerçeğine rağmen bu çalışmada da aynen kullanılmıştır.

Söz konusu çalışmada, Bursa'nın 10 mahalleli bir bölgesindeki bir polis merkezine bağlı bir polis devriye aracının en kısa rotasının belirlenmesi problemi ele alınmaktadır. Polis merkezinin devriye için sadece bir araç tahsis edebileceği bilinmektedir. İncelenen bölgede kullanılacak devriye aracının hareket noktası, Muammer Sencer Polis Merkezi olarak ele alınmıştır. Söz konusu polis merkezi, Demirtaşpaşa mahallesi sınırları içinde bulunduğundan, devriye aracının çıkış noktası Demirtaşpaşa mahallesi olarak ele alınmıştır. İncelemeye konu bölgede yer alan mahalleler ve ağ modelinde bu mahalleleri temsil edecek düğümlere verilen numaralar Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Seçilen Bölgenin Mahalleleri ve Düğüm Numaraları

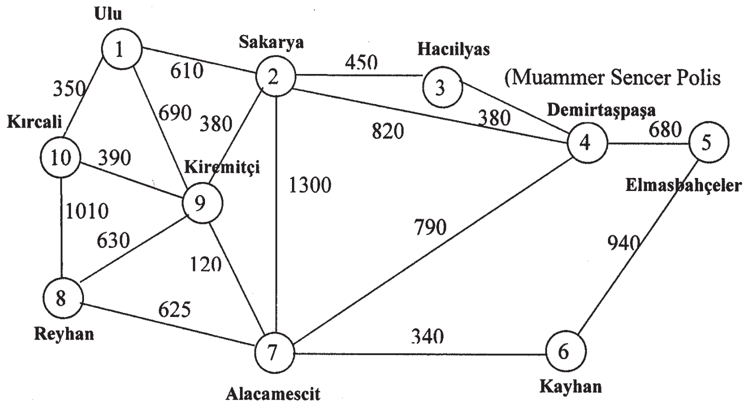
Numaralar	Mahalle isimleri
1	Ulu
2	Sakarya
3	Hacıilyas
4	Demirtaşpaşa(Muammer Sencer Polis Merkezi)
5	Elmasbahçeler
6	Kayhan
7	Alacamescit
8	Reyhan
9	Kiremitçi
10	Kırcali

Devriye aracının mahalleden mahalleye geçerken kullandığı sokak ve caddeler, öngörülen birtakım ölçütlere göre belirlenmiştir. Mahalleleri bağlayan tüm sokak ve caddeler iki yönlüdür. Seçilen sokak ve caddelerle birleştirilen mahalleler arası mesafeler Çizelge 2'de verilmiştir. Sokak ve caddelerin her hangi bir geçiş kısıtlaması bulunmamaktadır.

Düğümler olarak mahalleleri, ayrıtlar olarak sokak ve caddeleri içeren yapı, Şekil 3'te verilen biçimde oluşturulabilir. Ele alınan problemin amacı, çıkış (ve varış) noktası olarak belirlenen Demirtaşpaşa mahallesinden hareket eden bir devriye aracının, Şekil 3'te yer alan bütün ayrıtları en az bir kez kullanarak, başladığı nokta olan Demirtaşpaşa mahallesine en kısa mesafeyi katederek geri dönmesidir.

Çizelge 2. Seçilen Bölgede Yer Alan Mahallelerin Arasındaki Mesafeler (metre)

Caddelerin Bağlı Olduğu Mahalleler	Caddelerin Uzunlukları	Cadde İsimleri
1-2	610	Ulu Cadde
1-9	690	Gazcılar Caddesi
1-10	350	Kırcali Caddesi
2-3	450	Ulu Cadde
2-4	820	Düz Sokak
2-7	1300	Celal Bayar Caddesi
2-9	380	Sakarya Sokak
3-4	380	Abdal Cadde
4-5	680	Osmangazi Caddesi (İnönü Caddesi devamı)
4-7	790	Osmangazi Caddesi
5-6	940	Kemal Bengü Caddesi
6-7	340	Kayhan Caddesi
7-8	625	Cumhuriyet Caddesi
7-9	1200	Haşim İşcan Caddesi 1
8-9	630	Haşim İşcan Caddesi 2
8-10	1010	Haşim İşcan Caddesi 3
9-10	390	Namık Kemal Caddesi



Şekil 3. Bursa'nın 10 Mahalleli Bir Bölgesi ve Polis Devriye Aracının Geçmesi Gereken Sokak ve Caddeler

5.1. Problemin Matematiksel ve Elektronik Çalışma Sayfası Modeli

Yukarıda ele alınan yapı için tam sayılı doğrusal programlama matematik modelinin (4) denklemi ile verilen amaç fonksiyonu açık olarak,

$$\begin{aligned}
Z_{enküçük} &= 610*x_{12} + 690*x_{19} + 350*x_{1,10} + 450*x_{23} + 820*x_{24} + 1300*x_{27} + 380*x_{29} + \\
&380*x_{34} + 680*x_{45} + 790*x_{47} + 940*x_{56} + 340*x_{67} + 625*x_{78} + 1200*x_{79} + 630*x_{89} + \\
&1010*x_{8,10} + 390*x_{9,10} + 610*x_{21} + 690*x_{91} + 350*x_{10,1} + 450*x_{32} + 820*x_{42} + \\
&1300*x_{72} + 380*x_{92} + 380*x_{43} + 680*x_{54} + 790*x_{74} + 940*x_{65} + 340*x_{76} + 625*x_{87} + \\
&1200*x_{97} + 630*x_{98} + 1010*x_{10,8} + 390*x_{10,9}
\end{aligned} \tag{9}$$

biçiminde yazılır*.

(4)'te verilen genel modelin c_{ij} katsayıları, ele alınan ağ modelinde ilgili *(i,j)* ayrıtlarının (sokak ve caddelerin) uzunluklarıdır. Amaç fonksiyonunda yer alan x_{ij} terimleri, *i* düğümü ile ayrıt bağlantısı olan *j* düğümü arasında varolan akışın gerçekleştirilme ((*i,j*) ayrıtının kullanım) sayısını göstermektedir.

Ele alınan probleme ilişkin (5) denklemleri açık olarak,

1 düğümü için $x_{12} + x_{19} + x_{1,10} - x_{21} - x_{10,1} = 0$

2 düğümü için $x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{27} + x_{29} - x_{12} - x_{32} - x_{42} - x_{72} - x_{92} = 0$

3 düğümü için $x_{32} + x_{34} - x_{23} - x_{43} = 0$

4 düğümü için $x_{42} + x_{43} + x_{45} + x_{47} - x_{24} - x_{34} - x_{54} - x_{74} = 0$

* x karar değişkeninin tek basamaklı olanlarının dışındaki indis ifadelerinde, okuma kolaylığı sağlanması amacıyla virgül karakteri kullanılmıştır<None>.

5 düğümü için	$x_{54} + x_{56} - x_{45} - x_{65} = 0$	(10)
6 düğümü için	$x_{65} + x_{67} - x_{56} - x_{76} = 0$	
7 düğümü için	$x_{72} + x_{74} + x_{76} + x_{78} + x_{79} - x_{27} - x_{47} - x_{67} - x_{87} - x_{97} = 0$	
8 düğümü için	$x_{87} + x_{89} + x_{8,10} - x_{78} - x_{98} - x_{10,8} = 0$	
9 düğümü için	$x_{91} + x_{92} + x_{97} + x_{98} + x_{9,10} - x_{19} - x_{29} - x_{79} - x_{89} - x_{10,9} = 0$	
10 düğümü için	$x_{10,1} + x_{10,8} + x_{10,9} - x_{1,10} - x_{8,10} - x_{9,10} = 0$	

biçiminde yazılır.

Modelde yer alan tüm ayrıtlardan en az bir kez geçilmesini sağlayan (6) kısıtlamaları, Çizelge 2'nin ilk sütununda verilen ayrıt sırasına uygun olarak,

$$\begin{array}{ll} x_{12} + x_{21} \geq 1 & x_{47} + x_{74} \geq 1 \\ x_{19} + x_{91} \geq 1 & x_{56} + x_{65} \geq 1 \\ x_{1,10} + x_{10,1} \geq 1 & x_{67} + x_{76} \geq 1 \\ x_{23} + x_{32} \geq 1 & x_{78} + x_{87} \geq 1 \\ x_{24} + x_{42} \geq 1 & x_{79} + x_{97} \geq 1 \\ x_{27} + x_{72} \geq 1 & x_{89} + x_{98} \geq 1 \\ x_{29} + x_{92} \geq 1 & x_{8,10} + x_{10,8} \geq 1 \\ x_{34} + x_{43} \geq 1 & x_{9,10} + x_{10,9} \geq 1 \\ x_{45} + x_{54} \geq 1 & \end{array} \qquad (11)$$

olarak yazılır.

(7) ifadesi, (11) eşitsizliklerinin tüm terimlerinin tamsayı değerli olmasını sağlarken, (8) ifadesi ise bunların negatif olmamasını garanti etmektedir.

Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Uzunluğu
1	2	2	1	610
1	9	9	1	690
1	10	10	1	350
2	3	3	2	450
2	4	4	2	820
2	7	7	2	1300
2	9	9	2	380
3	4	4	3	380
4	5	5	4	680
4	7	7	4	790
5	6	6	5	940
6	7	7	6	340
7	8	8	7	625
7	9	9	7	1200
8	9	9	8	630
8	10	10	8	1010
9	10	10	9	390

Şekil 4. DP Elektronik Çalışma Sayfasının Girişleri

Yukarıda elde edilen doğrusal programlama matematik modelinin elektronik çalışma sayfası üzerine yansıtılması amacıyla, önce Çizelge 2'de verilen ayrıt uzunluklarının çalışma sayfasına kazandırılmasıyla işe başlanır. Şekil 4'teki girişler oluşturulurken, mesafenin yönden bağımsız olduğu gerçeği göz önünde tutulmuştur. Örneğin 1 düğümü ile 2 düğümü arasındaki mesafeyi gösteren ayrıt (1,2)'nin uzunluğu, 2 düğümü ile 1 düğümü arasındaki mesafeyi temsil eden ayrıt (2,1)'in uzunluğuna eşit olup, bu değer 610'dur.

Daha sonra çalışma sayfasına, matematik modelde yer alan karar değişkenlerinin değişen hücreler olarak eklenmesi aşamasına gelinir (Şekil 5).

	B	C	D	E	F	G	H
4–5	Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Uzunluğu
6		1	2		2	1	610
7		1	9		9	1	690
8		1	10		10	1	350
9		2	3		3	2	450
10		2	4		4	2	820
11		2	7		7	2	1300
12		2	9		9	2	380
13		3	4		4	3	380
14		4	5		5	4	680
15		4	7		7	4	790
16		5	6		6	5	940
17		6	7		7	6	340
18		7	8		8	7	625
19		7	9		9	7	1200
20		8	9		9	8	630
21		8	10		10	8	1010
22		9	10		10	9	390

Şekil 5. DP Elektronik Çalışma Sayfasının Değişen Hücreleri

Şekil 5'in B6:B22 ve E6:E22 hücre aralıkları karar değişkeni değerleri içerecek değişen hücrelerdir. Örneğin B6 hücresinin; C6 ve D6 hücrelerinin girişleri olan 1 ve 2 sayıları göz önünde bulundurularak x_{12}'ye karşılık geldiği algılanabilir. Benzer biçimde, örneğin E18 hücresinin de x_{87}'ye tahsis edilmiş olduğu, bu hücreye soldan komşu iki hücre olan F18 ve G18 hücrelerinin içerdikleri 8 ve 7 sayılarından anlaşılabilir.

Başlangıçta çalışma sayfasında, modelin değişen hücrelerine keyfi deneme değerleri girilir. Şekil 6'nın değişen hücreler aralığının deneme değerleri gözlendiğinde; (1,2), (2,9), (9,8) ve (8,10) ayrıtlarının birer kez kullanılmış olduğu gözlenebilmektedir. Değişen hücrelere kazandırılan deneme değerlerinin, problemdeki her ayrıtın en az bir kez kullanılması gereğini yerine getiremediği görülmektedir. Bu gereğin yerine getirilmesi işini Çözücü modülü üstlenecektir.

H23 hücresi amaç (hedef) hücre olarak tasarlanıp, bu hücreye (9) eşitliğine karşılık gelmek üzere = TOPLA.ÇARPIM(B6:B22;H6:H22)+TOPLA.ÇARPIM(E6:E22;H6:H22) girişi gerçekleştirildiğinde, hücrede değişen hücrelerde yer alan değerlere bağlı olarak oluşan bir sayı belirecektir. Keyfi deneme değerlerine bağlı olarak oluşan sayı Şekil 6'dan izlenebilmektedir.

H23 =TOPLA.ÇARPIM(B6:B22;H6:H22)+TOPLA.ÇARPIM(E6:E22;H6:H22)

Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Uzunluğu
1	1	2	0	2	1	610
0	1	9	0	9	1	690
0	1	10	0	10	1	350
0	2	3	0	3	2	450
0	2	4	0	4	2	820
0	2	7	0	7	2	1300
1	2	9	0	9	2	380
0	3	4	0	4	3	380
0	4	5	0	5	4	680
0	4	7	0	7	4	790
0	5	6	0	6	5	940
0	6	7	0	7	6	340
0	7	8	0	8	7	625
0	7	9	0	9	7	1200
0	8	9	1	9	8	630
1	8	10	0	10	8	1010
0	9	10	0	10	9	390
						2630

Şekil 6. Amaç (Hedef) Hücre

H23 amaç (hedef) hücresinde oluşan değerin, çalışma sayfası modelinin B sütunundaki sayıların, H sütununda kendilerine karşılık gelen satırlarda bulunan sayılarla çarpım toplamının (1*610+1*380+1*1010); modelin E sütunundaki sayıların H sütununda kendilerine karşılık gelen satırlarda bulunan sayılarla çarpım toplamına (1*630) eklendiği görülür. Bunun da, (9)'la ifade edilen değer olduğu kolayca görülür. Modeldeki bütün ayrıtlar kullanılmamış olduğundan en iyi çözüm elde edilememiştir.

Bu noktada çalışma sayfası modelinin tamamlanabilmesi için kısıtlama denklemlerine temel oluşturacak diğer bazı unsurların çalışma sayfası üzerindeki yapıya eklenmesi gerekecektir. Bu çabadan olmak üzere ilk olarak çalışma sayfasına, ele alınan ağ modelinin Düğüm numaraları ve Akış sütunu Şekil 7'de verilen biçimde kazandırılır.

Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Kullanımı	Başlama Düğüm	Bitiş Düğüm	Ayrıt Uzunluğu	Düğüm #	Akış
1	1	2	0	2	1	610	1	
0	1	9	0	9	1	690	2	
0	1	10	0	10	1	350	3	
0	2	3	0	3	2	450	4	
0	2	4	0	4	2	820	5	
0	2	7	0	7	2	1300	6	
1	2	9	0	9	2	380	7	
0	3	4	0	4	3	380	8	
0	4	5	0	5	4	680	9	
0	4	7	0	7	4	790	10	
0	5	6	0	6	5	940		
0	6	7	0	7	6	340		
0	7	8	0	8	7	625		
0	7	9	0	9	7	1200		
0	8	9	1	9	8	630		
1	8	10	0	10	8	1010		
0	9	10	0	10	9	390		
						2630		

Şekil 7. Düğümler

L6: L15 hücre aralığında (10) denklemlerinin sol tarafını ifade eden formüllerin oluşturulması gerekir. Buna göre;

1 düğümü için L(6) hücresine = B6+B7+B8-E6-E7-E8,

2 düğümü için L(7) hücresine = E6+B9+B10+B11+B12-B6-E9-E10-E11-E12

3 düğümü için L(8) hücresine = E9+B13-B9-E13

4 düğümü için L(9) hücresine = E10+E13+B14+B15-B10-B13-E14-E15

5 düğümü için L(10) hücresine = E14+B16-B14-E16

6 düğümü için L(11) hücresine = E16+B17-B16-E17

7 düğümü için L(12) hücresine = E11+E15+E17+B18+B19-B11-B15-B17-E18-E19

8 düğümü için L(13) hücresine = E18+B20+B21-B18-E20-E21

9 düğümü için L(14) hücresine = E7+E12+E19+E20+B22-B7-B12-B19-B20-E22

10 düğümü için L(15) hücresine = E8+E21+E22-B8-B21-B22

girişi yapıldığında, (10) denklemlerinin sol tarafı elektronik çalışma sayfasına aktarılmış olur (Şekil 8). Yukarıda verilen ifadelerde yer alan hücre başvurularının klavyeden girilmesinin güç olacağı düşünülebilir. B4:G22 alanında yer alan tablo izlenerek, fare yardımıyla ilgili hücrenin işaretlenerek tıklatılmasıyla, ifadelerde yer alan hücre başvuruları kolayca oluşturulabilir. L6:L15 aralığı hücrelerinde değişen hücrelere girilen keyfi değerlere bağlı olarak, değişik sayılar oluşmuştur. (10) denklemlerinin tam olarak ifade edilebilmesi için, Çözücü modülünden bu aralıktaki tüm sayıları sıfır yapması istenecektir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4		Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt				
5		Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu			Düğüm #	Akış
6		1	1	2	0	2	1	610			1	1
7		0	1	9	0	9	1	690			2	0
8		0	1	10	0	10	1	350			3	0
9		0	2	3	0	3	2	450			4	0
10		0	2	4	0	4	2	820			5	0
11		0	2	7	0	7	2	1300			6	0
12		1	2	9	0	9	2	380			7	0
13		0	3	4	0	4	3	380			8	0
14		0	4	5	0	5	4	680			9	0
15		0	4	7	0	7	4	790			10	-1
16		0	5	6	0	6	5	940				
17		0	6	7	0	7	6	340				
18		0	7	8	0	8	7	625				
19		0	7	9	0	9	7	1200				
20		0	8	9	1	9	8	630				
21		1	8	10	0	10	8	1010				
22		0	9	10	0	10	9	390				
23								2630				
24												

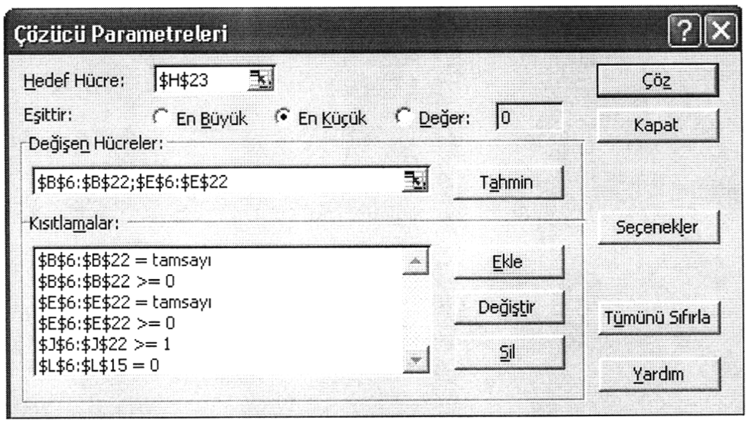
Şekil 8. Akış Denklemleri

Çalışma sayfası modelinin tamamlanabilmesi için kısıtlama denklemlerine temel oluşturacak ikinci unsurun çalışma sayfası üzerindeki yapıya eklenmesi amacıyla, J sütununa (11) denklemlerinin sol taraflarına karşılık gelen çalışma sayfası formülasyonu oluşturulur. Buna göre J6:J22 aralığının her bir hücresinde, B ve E sütunlarının ilgili satırlarında yer alan hücrelerin değerlerinin toplamı yer alacaktır (Şekil 9). (11) denklemlerinin tam ifadesini oluşturmak için, daha sonra Çözücü'den bu aralık değerlerini 1'den büyük ya da 1'e eşit kılması istenecektir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3										Ayrıttan		
4		Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt		Geçiş		
5		Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu		Sayısı	Düğüm #	Akış
6		1	1	2	0	2	1	610		1	1	1
7		0	1	9	0	9	1	690		0	2	0
8		0	1	10	0	10	1	350		0	3	0
9		0	2	3	0	3	2	450		0	4	0
10		0	2	4	0	4	2	820		0	5	0
11		0	2	7	0	7	2	1300		0	6	0
12		1	2	9	0	9	2	380		1	7	0
13		0	3	4	0	4	3	380		0	8	0
14		0	4	5	0	5	4	680		0	9	0
15		0	4	7	0	7	4	790		0	10	-1
16		0	5	6	0	6	5	940		0		
17		0	6	7	0	7	6	340		0		
18		0	7	8	0	8	7	625		0		
19		0	7	9	0	9	7	1200		0		
20		0	8	9	1	9	8	630		1		
21		1	8	10	0	10	8	1010		1		
22		0	9	10	0	10	9	390		0		
23								2630				
24												

Şekil 9. Her bir Ayrıttan Geçiş Sayısı

Bu noktada çalışma sayfası üzerinde yapılması gereken işlemler sona erdiğinden, Çözücü modülünün kullanıma sokulması aşamasına geçilir. Bu amaçla Araçlar mönüsünün Çözücü satırının işaretlenip tıklatılmasıyla, Çözücü Parametreleri penceresi açılır. Çözücü Parametreleri penceresinde Şekil 10'da verilen girişler gerçekleştirilir.



Şekil 10. Çözücü Parametreleri Penceresi

Şekil 10'daki pencerenin Çöz düğmesi tıklatılıp, *Çözücü tüm koşulları ve sınırlamaları sağlayan bir çözüm buldu* ifadesini içeren Çözücü Sonuçları penceresinden, Çözümü Sakla seçeneği işaretlenip, Tamam düğmesi tıklatıldığında, Şekil 11'de verilen çalışma sayfası görünümü elde edilir. Bu sonucun ekranda görüntülenmesi, Pentium IV sınıfı işlemciye sahip bir bilgisayarda yaklaşık olarak 3-4 saniye almaktadır[1].

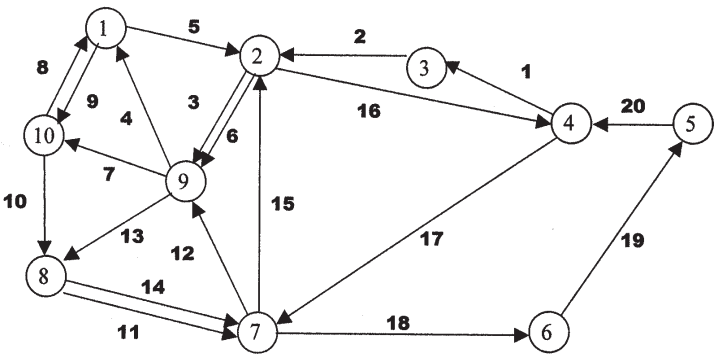
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3										Ayrıttan		
4		Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt		Geçiş		
5		Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu		Sayısı	Düğüm #	Akış
6		1	1	2	0	2	1	610		1	1	0
7		0	1	9	1	9	1	690		1	2	0
8		1	1	10	1	10	1	350		2	3	0
9		0	2	3	1	3	2	450		1	4	0
10		1	2	4	0	4	2	820		1	5	0
11		0	2	7	1	7	2	1300		1	6	0
12		2	2	9	0	9	2	380		2	7	0
13		0	3	4	1	4	3	380		1	8	0
14		0	4	5	1	5	4	680		1	9	0
15		1	4	7	0	7	4	790		1	10	0
16		0	5	6	1	6	5	940		1		
17		0	6	7	1	7	6	340		1		
18		0	7	8	2	8	7	625		2		
19		1	7	9	0	9	7	1200		1		
20		0	8	9	1	9	8	630		1		
21		0	8	10	1	10	8	1010		1		
22		1	9	10	0	10	9	390		1		
23								12940				

Şekil 11. Çözücü'nün İlk Çalıştırılması Sonucu Oluşan Çalışma Sayfası Görünümü

Probleme özgü olarak geliştirilen elektronik çalışma sayfası modelinin Ayrıttan Geçiş Sayısı sütunundaki sayıların, hangi ayrıt(lar)a ait olduğunun belirlenmesi için, ilgili satırın Ayrıt Kullanımı başlıklı B ve E sütunları gözlenir. 0'dan farklı hücrelerin sağ iki komşu hücresinin değerleri kullanılan ayrıtın adını belirtir. Örneğin J6 hücresindeki 1 geçiş sayısı, B6 hücresinin değeri 0'dan farklı olduğundan (1,2) ayrıtına ilişkindir. Şekil 11'de elde edilen tablonun J sütununda elde edilen sayıların izlenmesinden anlaşılabileceği gibi, (i,j) veya (j,i) ayrıtlarının herhangi birinden en az bir kez geçme kısıtlamaları sağlanmış bulunmaktadır. (1,10) ve (10,1) ayrıtlarından birer kez; (2,9) ve (8,7) ayrıtlarından ikişer kez, diğer ayrıtlardan ise birer kez geçilmesiyle katedilecek en kısa mesafe olarak 12940 m. bulunmuştur.

4 düğümü başlangıç olarak ele alındığında, çalışma sayfası modelinde elde edilen değerlerden hareketle (4,3), (3,2), (2,9), (9,1), (1,2), (2,9), (9,10), (10,1), (1,10), (10,8), (8,7), (7,9), (9,8), (8,7), (7,2), (2,4), (4,7), (7,6), (6,5), (5,4) biçiminde bir rota çözüm olarak benimsenebilir. Bu durum Şekil 12 yardımıyla özetlenmektedir.

1 Sözü edilen süre Değişen Hücreler'e girilen deneme değerlerine göre değişmektedir.



Şekil 12. Çözücü'nün İlk Çalıştırılması Sonucu Oluşturulan Rota

Şekil 11'de verilen çalışma sayfası görünümünden hareketle, (değişen hücreler keyfi deneme değerleri olarak Çözücü'nün ilk çalıştırılması sonucu elde edilen sonuçlar benimsenerek), Çözücü ikinci bir kez çalıştırıldığında elde edilen çalışma sayfası görünümü Şekil 13'te verilmiştir.

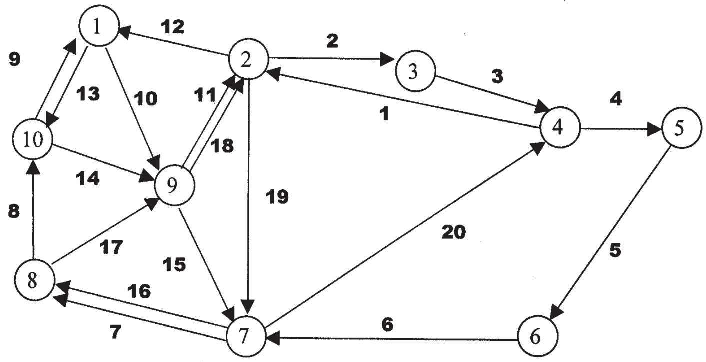
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3										Ayrıttan		
4		Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt		Geçiş		
5		Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu		Sayısı	Düğüm #	Akış
6		0	1	2	1	2	1	610		1	1	0
7		1	1	9	0	9	1	690		1	2	0
8		1	1	10	1	10	1	350		2	3	-0
9		1	2	3	0	3	2	450		1	4	0
10		0	2	4	1	4	2	820		1	5	0
11		1	2	7	0	7	2	1300		1	6	0
12		0	2	9	2	9	2	380		2	7	0
13		1	3	4	0	4	3	380		1	8	0
14		1	4	5	0	5	4	680		1	9	0
15		0	4	7	1	7	4	790		1	10	0
16		1	5	6	0	6	5	940		1		
17		1	6	7	0	7	6	340		1		
18		2	7	8	0	8	7	625		2		
19		0	7	9	1	9	7	1200		1		
20		1	8	9	0	9	8	630		1		
21		1	8	10	0	10	8	1010		1		
22		0	9	10	1	10	9	390		1		
23								12940				

Şekil 13. Çözücü'nün İkinci Çalıştırılması Sonucu Oluşan Çalışma Sayfası Görünümü

Şekil 13'te verilen çalışma sayfasının J sütununun izlenmesinden, geliştirilen modelin her (*i,j*) veya (*j,i*) ayrıtlarının herhangi birinden en az bir kez geçme kısıtlamalarının yine sağlanmış bulunduğu görülmektedir. Bu kez de (1,10) ve (10,1) ayrıtlarından birer kez; (9,2) ve (7,8) ayrıtlarından ikişer kez, diğer ayrıtlardan ise birer kez geçilmesiyle katedilecek en kısa mesafe olarak yine 12940 m. bulunmuştur.

Şekil 11 ile Şekil 13 birlikte incelendiğinde, değişen hücrelerin içeriklerinin farklı olmasına rağmen amaç (hedef) hücre değerinin aynı kaldığı görülmektedir. Bilindiği gibi doğrusal programlamada bu durum, alternatif en iyi çözüm olarak tanınmaktadır. Ele alınan modelin tek bir en iyi çözümü bulunmayıp, birden fazla alternatif en iyi çözüme sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Bu kez de Şekil 13'te Ayrıt Kullanımı başlıklı değişen hücreler değerlerinden hareketle, 4 düğümü başlangıç olarak ele alınarak (4,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8), (8,10), (10,1), (1,9), (9,2), (2,1), (1,10), (10,9), (9,7), (7,8), (8,9), (9,2), (2,7), (7,4) biçiminde bir rota çözüm olarak benimsenebilir. Bu durum Şekil 14 yardımıyla özetlenmektedir.



Şekil 14. Çözücü'nün İkinci Çalıştırılması Sonucu Oluşturulan Rota

Diğer alternatif çözüm sonuçlarının elde edilebilmesi için Çözücü'nün yeniden çalıştırılması yeterlidir. Gerçekten de Çözücü üçüncü kez, Çözücü Parametreleri penceresinde herhangi bir değişiklik yapılmaksızın Şekil 13'te verilen modelden hareketle çalıştırıldığında, bu kez de Şekil 15 ile verilen çalışma sayfası görünümü elde edilir.

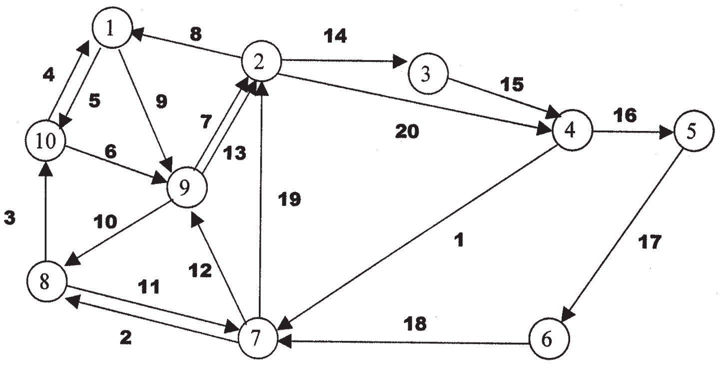
Şekil 15'ten görüldüğü gibi, çalışma sayfası modelinin değişen hücrelerin içerdiği değerlerin değişikliğe uğramasına karşın, ayrıttan geçiş sayısını gösteren J6:J22 aralığı değerleri ve H23 amaç (hedef) hücre değeri, önceki sonuçların aynısı kalmıştır. Bu da Çözücü'nün türettiği farklı alternatif çözümlerin bitmediği biçiminde yorumlanabilir.

Şekil 15'in Ayrıt Kullanımı başlıklı değişen hücreler değerleri izlenerek, başlangıç düğümü 4 nolu düğüm olan (4,7), (7,8), (8,10), (10,1), (1,10), (10,9), (9,2), (2,1), (1,9), (9,8), (8,7), (7,9), (9,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,2), (2,4) rotası elde edilebilir. Bu rota, Şekil 16 yardımıyla görsel olarak izlenebilmektedir.

Diğer alternatif çözümlerin elde edilmesi için Çözücü'nün yeniden çalıştırılması yeterlidir. Artık bilindiği gibi bir önceki çalışma sayfası değişen hücreler değerleri bir sonraki çözüm için deneme değerlerini oluşturmaktadır. Alternatif çözümlerin dayandığı tüm rotaların uzunluğu 12940 metredir. Bu uzunluğun, 1 ve 10, 2 ve 9, 7 ve 8 düğümlerinin belirlediği ayrıtların ikişer kez, geliştirilen modelde yer alan diğer ayrıtların ise bir kez geçilmesiyle oluştuğu görülmektedir.

	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L
3								Ayrıttan		
4	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Geçiş		
5	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu	Sayısı	Düğüm #	Akış
6	0	1	2	1	2	1	610	1	1	0
7	1	1	9	0	9	1	690	1	2	0
8	1	1	10	1	10	1	350	2	3	0
9	1	2	3	0	3	2	450	1	4	0
10	1	2	4	0	4	2	820	1	5	0
11	0	2	7	1	7	2	1300	1	6	0
12	0	2	9	2	9	2	380	2	7	0
13	1	3	4	0	4	3	380	1	8	0
14	1	4	5	0	5	4	680	1	9	0
15	1	4	7	0	7	4	790	1	10	0
16	1	5	6	0	6	5	940	1		
17	1	6	7	0	7	6	340	1		
18	1	7	8	1	8	7	625	2		
19	1	7	9	0	9	7	1200	1		
20	0	8	9	1	9	8	630	1		
21	1	8	10	0	10	8	1010	1		
22	0	9	10	1	10	9	390	1		
23							12940			

Şekil 15. Çözücü'nün Üçüncü Çalıştırılması Sonucu Oluşan Çalışma Sayfası Görünümü



Şekil 16. Çözücü'nün Üçüncü Çalıştırılması Sonucu Oluşturulan Rota

5.2. Çözümlerin Değerlendirilmesi

Ele alınan örnek problem, doğrusal programlama elektronik çalışma sayfası modeli oluşturulduktan sonra Çözücü yardımıyla çözülmüştür. Çözücü yardımıyla çalışma sayfası üzerinde elde edilen çözümlerden, seçenekli olarak birden fazla en iyi çözüm türetilebileceği anlaşılmaktadır. Doğrusal programlama çalışma sayfası modelinin çözümünden hareketle türetilen bu alternatif rotalardan herhangi birinin bir diğerine üstünlüğü bulunmamaktadır. Aksi takdirde, yani herhangi bir gerekçeyle bir rotanın diğerine üstün tutulması durumunda üstünlüğü sağlayan etkenin, kısıt olarak modele eklenmesi gerekir (ESİN, 1984). Bu da doğal olarak geliştirilen modelin yapısının değişmesine yol açar.

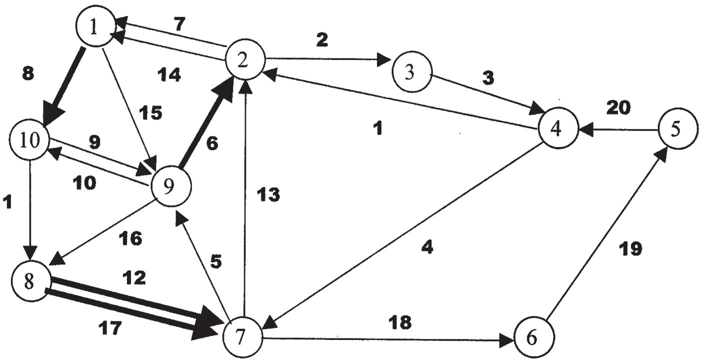
Öte yandan modelin yapısındaki değişikliklerin Excel-Çözücü'ye uyarlanması son derecede basittir. Örneğin bazı caddelerin tek, diğerlerinin çift yönlü olması durumunda kurulan bir önceki model değişecektir. Gerçekten de örneğin Sakarya sokak, Cumhuriyet caddesi ve Kırcali caddelerinin (9,2), (8,7) ve (1,10) ayrıtlarıyla belirlenen biçimde tek yönlü olarak trafiğe açık olması özel durumu için, modele eklenmesi gerekli kısıtlamalar \$B\$12=0, \$B\$18=0 ve \$E\$8=0 biçiminde Çözücü Parametreleri penceresinin Kısıtlamalar alanına eklenip, Çöz düğmesi tıklatılarak Çözücü çalışmaya başlatıldığında Şekil 17'de verilen çalışma sayfası görünümü elde edilir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3										Ayrıttan		
4		Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt	Başlama	Bitiş	Ayrıt		Geçiş		
5		Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Kullanımı	Düğüm	Düğüm	Uzunluğu		Sayısı	Düğüm #	Akış
6		0	1	2	2	2	1	610		2	1	-0
7		1	1	9	0	9	1	690		1	2	0
8		1	1	10	0	10	1	350		1	3	0
9		1	2	3	0	3	2	450		1	4	0
10		0	2	4	1	4	2	820		1	5	0
11		0	2	7	1	7	2	1300		1	6	0
12		0	2	9	1	9	2	380		1	7	0
13		1	3	4	0	4	3	380		1	8	0
14		0	4	5	1	5	4	680		1	9	0
15		1	4	7	0	7	4	790		1	10	0
16		0	5	6	1	6	5	940		1		
17		0	6	7	1	7	6	340		1		
18		0	7	8	2	8	7	625		2		
19		1	7	9	0	9	7	1200		1		
20		0	8	9	1	9	8	630		1		
21		0	8	10	1	10	8	1010		1		
22		1	9	10	1	10	9	390		2		
23								13210				
24												

Şekil 17. Yön Kısıtlamalı Modelin Çözümü

Amaç (hedef) hücre değerinin izlenmesinden en iyi çözüm değerinin değişmiş olduğu gözlenmektedir. Bu değişikliği doğuran, (1,2) ve (8,7) ayrıtlarından ikişer kez, (9,10) ve (10,9) ayrıtlarından birer kez olmak üzere modeldeki diğer tüm ayrıtlardan birer kez geçilmiş olmasıdır.

Şekil 17'nin Ayrıt Kullanımı başlıklı değişen hücreler değerlerinden hareketle, başlangıç düğümü 4 nolu düğüm olan (4,2), (2,3), (3,4), (4,7), (7,9), (9,2), (2,1), (1,10), (10,9), (9,10), (10,8), (8,7), (7,2), (2,1), (1,9), (9,8), (8,7), (7,6), (6,5), (5,4) rotası elde edilebilir. Bu rota, Şekil 18 yardımıyla görsel olarak izlenebilmektedir.



Şekil 18. Yön Kısıtlamalı Modelin Çözümü Sonucu Oluşturulan Rota

Kuşkusuz elektronik çalışma sayfası modellerinin burada sözü edilen esnekliği, ele alınan problemin temel yapısını değiştirmeyecek değişiklikler için söz konusu edilebilir. Örneğin problemin, *Bir polis merkezine bağlı devriye araçlarının en iyi rotalarının belirlenmesi* biçiminde değiştirilmesi, geliştirilen modelin yapısını tamamen değiştirip, ilgili yayınlarda Araç Rotalama adıyla ele alınan karmaşık bir diğer modelin kullanımını gerektireceğinden, bir diğer çalışmanın konusunu oluşturabilecektir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, bir ayrıt rotalama probleminin elektronik çalışma sayfası üzerinde modellenip Excel-Çözücü yardımıyla çözümü ele alınmıştır.

Probleme ilişkin doğrusal programlama modelinin Excel çalışma sayfası modeli yardımıyla elde edilen çözümünün çizge kuramına dayanan bir çözümle karşılaştırılabilmesini sağlamak amacıyla, uygulamada bu konuda en kısa eşleştirme yöntemini kullanarak ülkemizde yakın zamanda yapılmış bir çalışmanın verileri, söz konusu çalışmada ele alınan modelin boyutlarının çok küçük olması göz ardı edilerek, iki yaklaşım arasındaki farkın rahat ve net biçimde ortaya konması amacıyla kullanılmıştır.

Excel elektronik çalışma sayfasında doğrusal model oluşturma ve Çözücü kullanımı konusuna yatkın olmayanların olabileceği düşüncesiyle, çalışmada bu konularda bilgilendirme yoluna gidilmiştir. Bu da, önerilen çözümün uygulanması zor, uzun bir süreç olduğu yanılgısına yol açabilecektir. Ancak elektronik çalışma sayfası ve Çözücü kullanımına yatkın çalışmacılar için, matematik modelin kağıt üzerinde geliştirilmesine gerek duyulmaksızın, matematik modele temel oluşturan düşünceler ışığında, doğrudan elektronik çalışma sayfası modelinin oluşturulabileceği bilinmelidir.

Excel elektronik çalışma sayfasında doğrusal model oluşturma ve Çözücü kullanımı yaklaşımı, karşılaştırma yapabilmek için ele alınan örnekten daha geniş boyuttaki modellere kolaylıkla uyarlanabilir. Temel yapıyı değiştirmeyen uyarlamalar ve değişikliklerle, modelin yeniden çözümü de gayet kolay bir biçimde gerçekleştirilebilmektedir. En kısa mesafeli eşleştirme yöntemi böylesi uyarlamalar konusunda esnek değildir.

En kısa mesafeli eşleştirme yöntemi yardımıyla en kısa rotayı oluşturan ayrıtların sadece kullanım sayısı elde edilmektedir. Bundan da, rotanın oluşturulması safhasında son derece gerekli olan ayrıtların kullanım yönü konusunda araştırmacıyı yönlendirici bir çıkarsama sağlanamamaktadır; bu nedenle rota belirleme işlemi güçleşmektedir. Buna karşılık rotanın ayrıt akış yönlerini de veren elektronik çalışma sayfası modeli çözümüyle rota belirleme işlemi çok daha kolay yapılabilmektedir.

Rotalama modellerini sınıflandırma ve her bir sınıf probleme çözüm getirecek özgün algoritma geliştirme konusunda yoğunlaşmaktan çok, ağ modellerinin doğrusal programlama çalışma sayfası modelini kurma konularında gayret gösterilmesi önerilir.

Ayrıt ve düğüm rotalama problemlerine ilişkin çözümler, çizge kuramına dayanan çözüm algoritmaları yardımıyla elde edilmektedir. EK'te verilen listeden de görülebileceği gibi, En Kısa Rota Problemi, Çinli Postacı Problemi konularındaki çalışmalar, 1960'lı yıllarda yapılmıştır. Öteden beri bu problemlere doğrusal programlama yaklaşımıyla da çözüm getirilebileceğinin bilinmesine karşın, o tarihlerde simpleks çözüm algoritmasının çok sayıda ardışık hesaplamalarının, insandaki hataya eğilim, bıkma, gözden kaçırma gibi kusurların elle çözümü imkansızlaştırmasından, doğrusal programlama dışı çözüm arayışları sürdürülmüştür. Halbuki 1978 yılında elektronik çalışma sayfasının ve 1980'li yıllarda Çözücü yazılımının geliştirilmiş olması sonucu simpleks algoritmasının tatsız hesaplamaları bilgisayara terkedilmiştir. İnsani sınırlılıkların ve yetersizliklerin en aza indirilmesini sağlayan bu olumlu gelişmelere rağmen, günümüzde benzer en iyileme problemlerinin hala 1960'lı yılların yaklaşımı uyarınca, doğrusal programlama dışı yöntemlerle çözülmesine çalışıldığı gözlenmektedir. Bilimsel çeşitlilik ve zenginlik açısından bu çalışmaların sürdürülmesinin yararlı olacağı düşünülmekle birlikte, gerçek hayat uygulamaları ve öğrenme kolaylığı açılarından ağ yapılarının elektronik çalışma sayfası modelini kurma ve bunları Çözücü yardımıyla çözme yönündeki çalışmaların yaygınlaştırılması önerilir.

KAYNAKÇA

Ahuja, Ravindra K., Magnanti, Thomas L., ve Orlin, James B. (1993). *Network Flows,* Prentice Hall:New Jersey.

Caldwell, Chris K..(1995). http://www.utm.edu/cgi-bin/caldwell/ tutor/departments/Math /**graph**/intro (erişim tarihi 20.01.2004)

Durucasu, Hasan (2002). *Excel Laboratuarı*. Birlik Ofset Yayıncılık: Eskişehir.

Durucasu, Hasan (2003). *Excel-Çözücü ile Doğrusal Programlama*. Birlik Ofset Yayıncılık: Eskişehir.

Emel, Gül Gökay, Taşkın Çağatan ve Dinç Emtullah (2003). Yönsüz Çinli Postacı Problemi: Polis Devriye Araçları İçin Bir Uygulama, *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,* 1(3), 121-140.

Esin, Alptekin (1984). *Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri,* Gazi Üniversitesi Basın-Yayın Yüksekokulu Basımevi: Ankara.

Taha, Hamdy A. (2000). *Yöneylem Araştırması,* 6. Basımdan Çeviri,Literatür Yayıncılık: İstanbul.

http://www.bricklin.com/history/firstad.htm (erişim tarihi 28.05.04)

http://www.bricklin.com/history/saiidea.htm (erişim tarihi 30.05.04)

http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-02/frhistorysb1.html (erişim tarihi 20.05.04)

http://www.solver.com/pressinfo.htm (erişim tarihi 22.05.04)

http://www.solver.com/technology.htm (erişim tarihi 01.06.04)

http://www.solver.com/technology2.htm#Primal%20and%20Dual%20Simplex%20Method (erişim tarihi 15.05.04)

http://www.solver.com/tutorial.htm#What%20are%20Solvers%20Good%20For? (erişim tarihi 31.05.04)

http://www.wordiq.com/definition/Graph_theory (erişim tarihi 10.01.2004)

EK: Konuyla İlgili Önemli Tarihler (lionhrtpub.com/2004'den derlenmiştir)

1736 Königsberg Köprü Problemi , L. Euler

1826 Eşitsizliklerin Çözümü, J. Fourier

1826 Doğrusal Denklemlerin Çözümü, C. F. Gauss

1902 Eşitsizlik Sistemlerinin Çözümü, J. Farkas

1915 Doğrusal Denklemlere Pozitif Çözüm, E. Stiemke

1941 Ulaştırma Problemi, F. L. Hitchcock

1947 Doğrusal Programlama Modeli, G. B. Dantzig

1947 Simpleks Metodu, G. B. Dantzig

1950 En Kısa Yol Problemi

1950 Ulaştırma Problemine Bilgisayar Yardımıyla İlk Çözüm

1951 Bilgisayar Temelli İlk Simpleks Algoritması

1951 Doğrusal Eşitsizlikler ve Programlama Konusunda İlk Sempozyum

1951 Doğrusal Eşitsizliklerin Etkisindeki Değişkenlerin Doğrusal Fonksiyonlarının Enbüyüklenmesi (Simpleks Metodu), G. Dantzig

1951 Ulaştırma Problemine Simpleks Metodunun Uygulanması, G.Dantzig

1953 Doğrusal Programlamaya Giriş, A. Charnes, W.W. Cooper, A. Henderson

1953 Gözden Geçirilmiş Simpleks Metodu İçin Alternatif Algoritma, G. Dantzig, W. Orchard-Hays

1954 FORTRAN Programlama Dili, J. Backus, I. Ziller

1955 Gezgin Satıcı Problemi, M. Flood

1956 CPM/PERT/MPM, J. Kelley, Jr., W. Walker/D. Malcolm, J. Roseboom, C. C. Fazar/B. Roy

1958 Doğrusal Programlama: Metod ve Uygulamaları, S. I. Gass

1958 Tamsayılı Programlama, R. Gomory

1959 En Kısa Rota Problemi, E. Dijkstra

1962 Çinli Postacı Problemi, M. K. Kwan

1963 Doğrusal Programlama ve Genişlemeleri, G. Dantzig

1964 Araç Rotalama Algoritması, Clarke and Wright

1978 Elektronik Çalışma Sayfasının İcadı, Dan Fylstra (bricklin.com/history/saiidea.htm/ 2004)

1979 VISIual CALCulation'ın Tanıtımı, Dan Fylstra (bricklin.com/history/firstad.htm/2004)

1980 Yöneylem Araştırması Problemlerine Çözüm Amacıyla Elektronik Çalışma Sayfalarının Uygulama Yazılımlarına Eklenmesi

1987 Frontline Systems Inc'in Kuruluşu, Dan Fylstra (solver.com/pressinfo.htm/2004)