CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN GENELLEME ARACILIĞIYLA GELİŞTİRİLMESİ PERSPEKTİFİNDE ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Gözde AYBER

Eskişehir, 2017

CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN GENELLEME ARACILIĞIYLA GELİŞTİRİLMESİ PERSPEKTİFİNDE ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ İNCELENMESİ

Gözde AYBER

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Mayıs, 2017

Bu Tez Çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1606E546 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Gözde AYBER'in "Cebirsel Düşünmenin Genelleme Aracılığıyla Geliştirilmesi Perspektifinden Ortaokul Matematik Ders Kitaplarının İncelenmesi" başlıklı tezi 25.05.2017 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi programı yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Unvanı-Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	: Doç.Dr. Nilüfer KÖSE	
Üye	: Doç.Dr. Yaşar AKKAN	

Prof.Dr. Handan DEVECİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdürü

ÖZET

CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN GENELLEME ARACILIĞIYLA GELİŞTİRİLMESİ PERSPEKTİFİNDE ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ İNCELENMESİ

Gözde AYBER

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mayıs, 2017

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmenlere rehberlik etmesi ve öğrenmeye kaynak oluşturmasıyla önemli bir yere sahip olan, tamamlayıcı öğretim materyallerinden biri olarak görülen ders kitaplarının genelleme sürecini desteklemesi etkili bir matematik öğrenimi ve öğretimi, aynı zamanda matematiksel ve cebirsel düşünme gelişimi için önemlidir. Bu bağlamda yapılan araştırma ile ortaokul matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmenin gelişiminde genelleme süreci açısından "Aritmetiğe ve Niceliksel Muhakemeye", "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişkiye" ders kitaplarında ne kadar ve nasıl yer verildiğine yanıt aranmıştır. Araştırmanın verilerinin toplanmasında nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yaklaşımı kullanılmıştır. Ders kitaplarındaki görev ve uygulamalar araştırmanın analitik çerçevesinin iki temel boyutu esas alınarak oluşturulan bir kodlama matrisi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonunda ders kitaplarında yer alan görev ve etkinliklerin analitik çerçeve bağlamında benimsenen genelleme bileşenlerinden "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" bileşenini yüksek oranda karşıladığı, "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenler" bileşeninin ise yer yer göz ardı edildiği görülmüştür. Ayrıca bu görev ve etkinliklerdeki genelleme durumlarının öğrencilere hazır olarak sunulduğu, öğrencilerin genellemeleri keşfetmeleri ve ifade etmelerine olanak sağlayan genelleme durumlarına büyük ölçüde yer verilmediği belirlenmiştir. Buna ek olarak ders kitaplarının tümünde genelleme durumlarının öğretim programına paralel olarak günlük hayatla ilişkilendirilmeye çalışıldığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Matematik eğitimi, Matematiksel düşünme, Cebirsel düşünme, Genelleme, Matematik ders kitapları

ABSTRACT

AN ANALYSIS OF SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS FROM THE PERSPECTIVE OF FOSTERING ALGEBRAIC THINKING THROUGH GENERALIZATION

Gözde AYBER

Department of Mathematics Education
Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, May, 2017

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Efficient usage of generalization by the textbooks which are regarded as one of the supplementary teaching materials and constitute a substantial place on learning and teaching process by guiding the teachers is important for an effective mathematics learning and teaching, and development of mathematical and algebraic thinking as well. In this research, it was sought to understand how and to what extent secondary school mathematics textbooks include both “Generalization of Arithmetic and Quantitative Reasoning”, and “Patterns and Functional Relationship” in terms of generalization in the development of algebraic thinking. In this study, the document analysis approach, a qualitative research method, was used with the aim of collecting data. Tasks and practices in the textbooks were analyzed using a coding matrix based on two basic dimensions of the analytical framework of the research. As a result of the research, it was seen that the task and practices in the textbooks supported the component of “Generalization of Arithmetic and Quantitative Reasoning” sufficiently, and the component of “Patterns and Functional Relation/ Variables” was partly ignored. It has been also noticed that the generalizations in these tasks and practices are presented directly to the students. Moreover, the tasks and practices which are expected to allow students to explore and express the generalizations are mostly ignored. In addition, it has been observed that generalizations have been generally associated with everyday life in parallel with the curriculum in all textbooks.

Keywords: Mathematics education, Mathematical thinking, Algebraic thinking, Generalization, Mathematics textbooks

ÖNSÖZ

Mesleğimin ayrıntılarını öğrenmek ve öğrencilerime daha faydalı olabilmek için henüz aşmam gereken birçok süreç olduğunun farkında olarak;

lisansüstü eğitimim boyunca ilminden ve tecrübelerinden faydalandığım, çalışma esnasında sabırla hatalarımı tespit eden, eksikliklerimi gösteren ve bunları yaparken daima keyifle gülümseyen, öğrencisi olduğum için kendimi ayrıcalıklı saydığım, insani ve ahlaki değerleri ile örnek edindiğim değerli öğretmenim, tez danışmanım Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya,

tez jürimde yer alarak çalışmamı detaylı bir biçimde okuyan, görüş ve önerileri ile tezime önemli katkılarda bulunan değerli öğretmenlerim Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE ve Doç. Dr. Yaşar AKKAN'a,

koşulsuz sevgi ve destekleri ile her zaman daha iyi hissetmemi sağlayan ve benim için hayatı güzel ve yaşanır kılan canım ailem, ilk öğretmenlerim; babam Salih AYBER'e, annem Nihal AYBER'e ve ablam Gökçe AYBER'e,

ve desteğini her daim hissettiğim Gürhan ÜNAL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

"If I have seen further it is only by standing on the shoulders of giants."

Gözde AYBER
Eskişehir, 2017

31/05/2017

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Gözde AYBER

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB **:** Milli Eğitim Bakanlığı

CCSSM **:** Common Core State Standards in Mathematics

NCTM **:** National Council of Teachers of Mathematics

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

"Öğrenenlere genelleme olanağı sunmayan bir ders
matematik dersi değildir." (Mason, 1996)

Matematik öğrenimi temelde matematiksel düşünmeyi öğrenmeyi gerektiren bir süreçtir. Matematiksel düşünmenin doğası genel olan durumu tanımayı, değerlendirmeyi, ifade etmeyi ve yönlendirmeyi gerektirir (Mason, 1996). Genelleme süreci olarak ifade edilen bu süreç; ilgiyi özel durumlardan olası tüm durumlara çekerek, önceden tanımlanmış tüm ortak özelliklere genişleterek, aynı zamanda özel durumları ve ortak unsurları analiz ederek konuyu tanımaya yardımcı olan düşünmenin sıralı eylemleri olarak ifade edilmektedir (Malara, 2012). Örüntüleri belirlemek, benzerlikleri tanımlamak ve benzer unsurları ilişkilendirmek genelleme sürecinin temelini oluşturur. Bu süreçte kilit unsur olaylar arasındaki benzerlikleri belirlemek değil, bu benzerlikleri genişletme ve uyarlamanın yanı sıra ilgiyi özel durumlardan olası tüm durumlara değiştirmektir.

Tek bir durumun farklı özelliklerine bakılmaksızın bir bütünün temsili olarak görülerek incelenmesiyle genelleme yapmak mümkündür. Hilbert'in ünlü aforizmasında belirttiği üzere, "Matematik yapma sanatı, genel durumun tüm öğelerini içeren özel durumu bulmaktır." Mason'a (1996) göre de matematik öğretiminde öğrencilerin, "özelden geneli görme" ve "genelde özeli görme" olmak üzere çifte farkındalık kazanmaları gerekir.

Matematikteki "genelleme" kavramı bu bağlamda değerlendirildiğinde, aşağıdaki gibi, genelleme teriminin en yaygın anlamlarını iki farklı kategoriyle temsil eden (Kaput, 2008; Krutetskii, 1976; Mason 1996) matematiksel ifadelerle sıklıkla karşılaşılmaktadır;

1) 1, 4, 7, 10, 13, … şeklinde devam eden dizinin genel terimini bulunuz.
2) n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsünü hesaplamak için bir formül bulunuz.
3) 1 + 2 + 3 +…+ (n-1) + n toplamını hesaplamak için genel bir formül bulunuz.
4) $a_1 = \sqrt{2}$, $a_n = \sqrt{2} + a_{n-1}$, $n \geq 2$ olmak üzere bu dizinin n. terimi (a_n) açık bir formül bulunuz.

5) İki ardışık tamsayının toplamı tektir.
6) İki negatif tamsayının çarpımı pozitiftir.
7) Bir üçgende herhangi iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paraleldir ve uzunluğu paralel olduğu bu kenarın yarısı kadardır.
8) Artan bir fonksiyonun türevi daima pozitiftir.

İlk dört örnekle temsil edilen birinci kategori, verilen birkaç nesnenin hangi sınıfa ait olduğunu tanımlamayı gerektirir. Bu kategoride ulaşılmak istenen matematiksel amaç; çeşitli şekillerde verilen, belirli durumlarda ortaya çıkan ve tüm ortak özellikleri içeren soyut bir nesne belirlemektir. Örneğin birinci ifadede, dizinin ilk beş teriminden yararlanarak herhangi bir terimini bulmamıza olanak sağlayacak şekilde genel bir kural (3n – 2) oluşturmak amaçlanmaktadır. İkinci kategori ise yukarıdaki son dört örnekle temsil edilen ifadeleri içerir. Bunlar bazı ortak özelliklere sahip tüm nesneler için geçerli genel önermelerdir. Örneğin yedinci ifade herhangi bir üçgenin sahip olduğu bir özelliktir. Bu kategorideki ifadeleri ispatlamak için, genel bir kural oluşturmaya yol açan süreci tanımak, tanımlamak ve uygulamak; yani genelleme yoluyla sürece dâhil olmak gerekir.

Matematik alanyazınında genelleme kavramı birden fazla anlama sahiptir. Genelleme, nesnelerin tüm özellikleri için geçerli bir ifade oluşturmak amacıyla bilgiyi aktarmanın bir yolu (Dörfler, 1991) olarak görülebilir. Aynı zamanda özel durumlardan sağlanan ya da özel durumlara sebep olan (Davydov, 1990; Krutetskii, 1976; Polya, 1990), üst düzey düşünme becerisi gerektiren ve yansıtıcı soyutlamayı geliştiren (Piaget, 1970) bir süreç olarak da düşünülebilir. Dolayısıyla matematik öğreniminde genelleme, yıllardır kalıplaşmış kuralları uygulamak yerine öğrencilerin genellemeleri kullanmalarına olanak sağlamak amacıyla muhakemelerindeki değişiklikleri belirlemenin yanı sıra genelleme sürecindeki matematiksel yeterliliklerini geliştirmek için de bir fırsat olarak nitelendirilmelidir.

Uluslararası alanda matematik eğitimini yönlendiren kuruluşlardan olan *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM] tarafından matematik eğitimine dair ilkeler ve standartlar belirlenmiş, içerik standartlarından biri de cebir olarak alanyazına kazandırılmıştır (NCTM, 2000). Cebir alanında öğrencilere kazandırılması öngörülen temel beceriler ise “niceliksel ilişkilerin temsiline bağlı olarak birtakım kavram ve becerileri öğrenme” ve “genellemeler, fonksiyonlar ve örüntüleri şekillendirmek için matematiksel düşünme biçimi geliştirme” olarak ifade edilmiştir (NCTM, 2000).

Amerika Birleşik Devleti'ndeki eğitim reformlarının omuriliği olarak görülen *Common Core State Standards for Mathematics* [CCSSM] de NCTM ile paralel olarak, matematik eğitiminin genellemeyi de içeren matematiksel uygulamalar yoluyla gelişeceğini savunur. Bu matematiksel uygulamalardan sekizincisi ise "yinelenen muhakemedeki düzeni arama ve ifade etme" olarak tanımlanmıştır (National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2010).

Türkiye'ye bakıldığında ise 2006 ve 2013 yılında yenilenen ortaokul matematik dersi öğretim programlarında öğrencilere kazandırılması öngörülen temel becerilerden biri olarak genellemenin önemi vurgulanmış ve öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalarda çözümü genelleme sürecinin gerekliliğine yer verilmiştir. Ayrıca öğretim programında öğrencilere akıl yürütme becerilerinin kazandırılması için dikkate alınması gereken göstergelerden biri "mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma" olarak belirtilmiştir (MEB, 2006; 2013).

Dahası, matematik eğitimi alanında cebirsel düşünme üzerine yapılmış birçok çalışmada da genellemenin ortaokul öğrencileri için önemli olduğu ifade edilmektedir. (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Armstong, 1995; Bishop, 1997; Blanton vd., 2015; Çayır ve Akyüz, 2015; Haldar, 2014; Kaput ve Blanton, 2000; Lee ve Lee, 2015; Mason, 2008; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Radford, 2011; Rivera ve Becker, 2011). Bu araştırmalarda; genellemeyi ifade etmek için farklı stratejiler geliştirmeye ve farklı hesaplama stratejileri oluşturmaya, ulaşılan genellemeye benzer diğer kavramlarla ilişki kurmaya, sayı özelliklerini keşfetmek için ters işlem yapmaya olanak sağlayan genelleme durumlarının cebirsel düşünme bağlamında önem teşkil ettiği vurgulanmaktadır. Ayrıca Bednarz, Kieran ve Lee (1996), cebirsel düşünme bağlamında öğrencilerin özelleştirme ve genelleme becerilerinin gelişimini desteklemek için nasıl etkinlikler hazırlanabileceğini, "özelden geneli görme" ve "genelde özeli görme" için öğrencileri nasıl teşvik edeceklerini araştırmışlardır. Lee (1996) ise bu çalışmalarını genellenebilen örüntüleri kullanarak cebir öğretme amacıyla daha ileri bir noktaya taşımış; fonksiyonları, modellemeyi ve problem çözmeyi genelleme etkinliklerinin bir türü olarak düşünmüştür. Kaput, Carraher ve Blanton (2008) da yaptıkları kapsamlı çalışmalarda genellemenin cebirsel düşünmede kritik bir rol oynadığını ve ortaokullarda erken cebir öğretiminin önemli olduğunu ifade etmiştir. Dumitraşcu (2015) ise Amerika'daki üçüncü sınıf ders kitapları ve öğretmen kılavuz kitaplarında yer alan sayı ve şekil örüntülerindeki genelleme durumlarını modelleme perspektifi bağlamında incelemiş, kitaplardaki cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik görevleri belirlemiş ve öğrencileri genelleme sürecinin içerisinde tutma potansiyeline sahip yeni görevler oluşturmuştur.

Alanyazında, yukarıda bahsedilen araştırmalar haricinde cebirsel düşünme bağlamındaki genelleme perspektifine ilişkin araştırmalara rastlanmamıştır. Türkiye'de ise ders kitaplarını genelleme perspektifi bağlamında inceleyen bir araştırma görülmemiştir. Oysaki Matematik Dersi Öğretim Programı'nda da önemi vurgulanan genelleme, cebirsel düşünmenin önemli bir belirteci ve daha sonraki cebir öğrenimi ve öğretimi için de bir hazırlık sürecidir (Cooper ve Warren, 2011). Ayrıca cebirsel düşünmenin matematiksel düşünmenin önemli bir adımı olduğu ve sadece cebir öğrenme alanıyla sınırlı kalmadığı dikkate alındığında, genellemenin tüm öğrenme alanlarındaki matematiksel durumları ve örüntüleri içeren bir süreç olduğu da düşünülmelidir. Dolayısıyla öğrenme ve öğretme sürecinde öğretmenlere rehberlik etmesi ve öğrenmeye kaynak oluşturmasıyla önemli bir yere sahip olan, tamamlayıcı öğretim materyallerinden biri olarak görülen ders kitaplarının genelleme kullanımını desteklemesi etkili bir matematik öğrenimi ve öğretimi, aynı zamanda matematiksel ve cebirsel düşünmenin gelişimi için ayrıca önemlidir. Bu nedenle matematik ders kitaplarının programda öne sürülen genelleme yapma becerisini kazandırmaya yönelik etkinliklere yer verip vermediği, yer veriyorsa nasıl ele aldığı araştırma için önemli bir problem olarak görülmüştür.

Bu problemden yola çıkılarak yapılan bu araştırma ile cebirsel düşünmenin gelişiminde aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genellemeye ve örüntüler ile fonksiyonel ilişkiyi genellemeye farklı ders kitaplarında ne kadar ve nasıl yer verildiğine yanıt aranmıştır.

1.2. Kuramsal Çerçeve

1.2.1. Cebirsel düşünme bakış açısından genelleme

Cebirsel düşünme ifadesi telaffuz edildiği ilk anda cebir ile ilgili bir kavram gibi düşünülse de karşılık geldiği anlam araştırıldığında cebirden daha farklı ve daha geniş bir anlama sahip olduğu görülür. Dolayısıyla alanyazında cebirsel düşünmenin farklı yönlerine vurgu yapan pek çok tanımla da karşılaşılır.

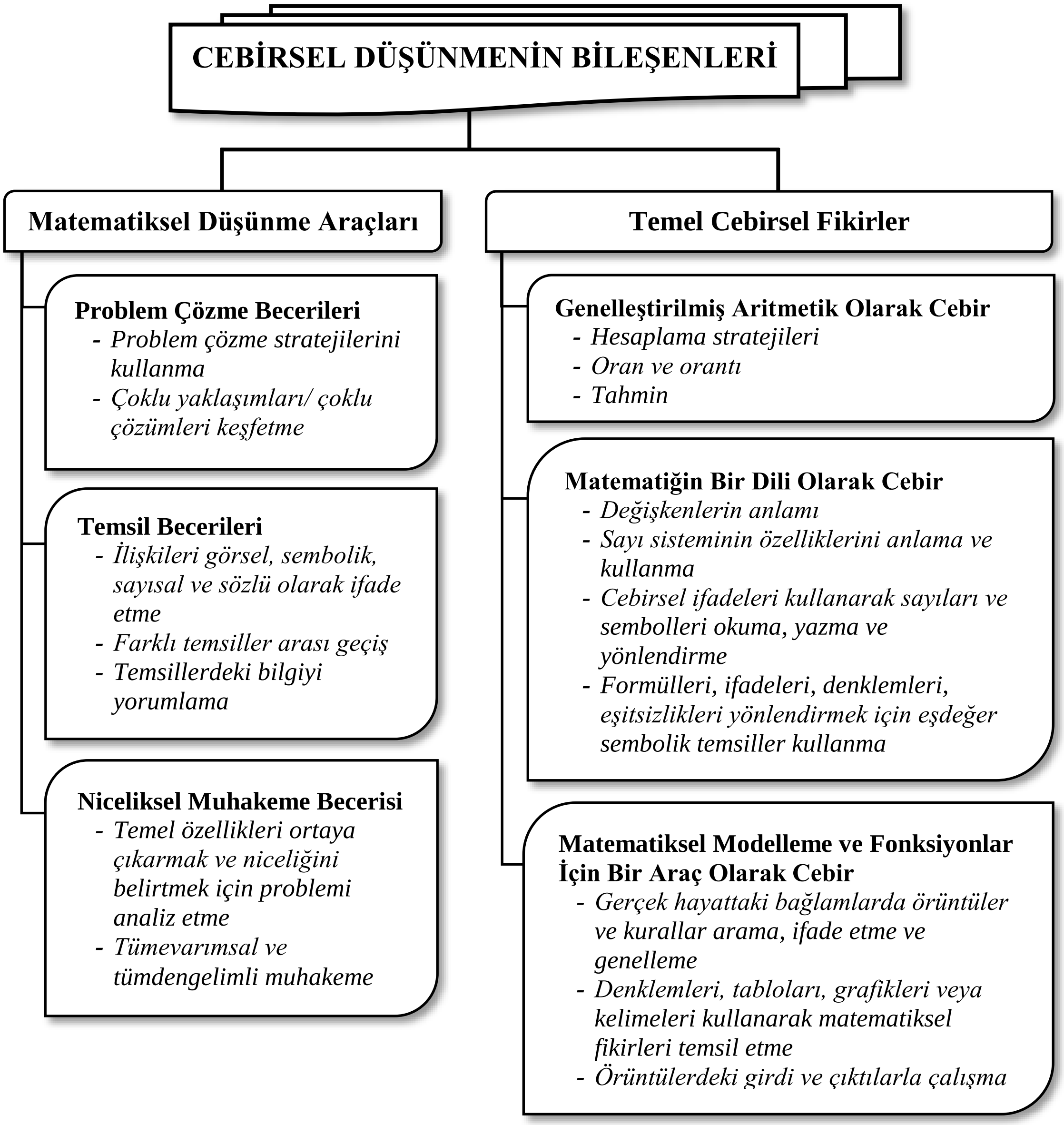
Cebirsel düşünme; "akıl yürütme, temsil kullanma, değişkenleri anlama, sembolik temsillerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, temsiller arasında dönüşüm yapma” (Kaf, 2007) gibi matematik için olmazsa olmaz becerileri barındıran bir düşünme şeklidir. Çelik’e (2007) göre cebirsel düşünme; sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden (sembolik, grafik, tablo gibi) yararlanma, genellemeleri formüle etme olmak üzere üç ana beceriden oluşmaktadır. Wogyai ve Kamol (2004) ise sadece temsil boyutunu ele alarak cebirsel düşünmenin; gösterim, model (örüntü) ve değişken olmak üzere üç temel beceriden oluştuğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca NCTM’in (2000) de matematik eğitimine dair belirlediği ilke ve standartlardan biri olan cebirsel düşünme; fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir.

Kaput (1999), cebirsel düşünmeyi beş maddede aşağıdaki şekilde özetlemiştir. Cebirsel düşünme:

- aritmetiği ve örüntüleri genelleme,
- sembolleri anlamlı kullanma,
- sayı sistemindeki yapıyı görünür kılma ve hesaplayarak soyutlama yapma,
- fonksiyonlarla, ilişkilerle ve ortak değişimle çalışma,
- matematiksel modelleme

sürecidir.

Kriegler (2008) ise Şekil 1.1’de görüldüğü üzere cebirsel düşünmeyi iki temel başlık altında incelemiştir.



Şekil 1.1. *Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri*
Kaynak: *Kriegler, 2008, s. 2*

Dahası cebirsel düşünme; bilinmeyeni bulmak, varsayımları doğrulamak ve fonksiyonel ilişkileri belirlemek için matematiksel bilginin yorum ve analizini, matematiksel sembol ve araçların etkili bir şekilde kullanımını gerektiren bir süreçtir (Herbert ve Brown, 1997). Bu süreçte eldeki durumlardan gerekli bilgiler seçilerek cebirsel ilişkileri tanımlamak; orantısal akıl yürütmek; değişken, eşitlik, örüntü ve fonksiyon gibi kavramları içselleştirmek için matematiksel bilginin farklı temsiller kullanılarak sunulması önemlidir (Herbert ve Brown, 1997; Greenes ve Findell, 1998). Çünkü cebirsel düşünme farklı ve çoklu temsiller yardımıyla düşünceleri açığa vurmayı, cebirsel ilişkilerin içerisinde yer alan somut-yarı somut ve soyut kavramları betimlemeyi ve muhakeme etme yoluyla sonuca ulaşabilmeyi temsil eder (Kaya, 2015).

Sembolleri anlamlandırarak kullanma (Kieran ve Chalouh, 1993), sembollere anlamlar yükleyerek cebirsel ilişkiler arasında bağ kurma (Kaya, 2015) ve dolayısıyla matematiksel düşünme cebirsel düşünmenin merkezi olarak görülmekte, cebirsel düşünme nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme (Driscoll, 1999) ile gerçekleşen bir düşünme biçimi olarak da ifade edilmektedir.

Genel olarak cebirsel düşünmenin matematiksel düşünmenin alt kümesi olan bir düşünme biçimi olduğu ve içerisinde pek çok temel beceriyi barındırdığı söylenebilir. Muhakeme, temsil kullanma, fonksiyonel düşünme, genelleme yapma bu becerilerden bazılarıdır (Bednarz, Kieran ve Lee, 1996; Driscoll ve Moyer, 2001; Kaput ve Blanton, 2000; Mason, 1996; Wagner ve Kieran, 1999). Genelleme becerisi ise matematikte merkezi bir rol üstlenmesi açısından ön plana çıkmaktadır.

Genelleme Mason (1996) tarafından matematiğin kalbi olarak tanımlanırken, Kaput (2008) cebirsel düşünmenin kalbini, genellemenin amacına hizmet eden karmaşık sembolleştirme süreci olarak tanımlamaktadır. Genelleme öğrencilerin zihinsel süreçlerini ortaya çıkaran matematiksel aktivitelerin özgün bir süreci; başka bir deyişle cebirsel düşünmenin önemli bir belirteci (Cooper ve Warren, 2011) ve dolayısıyla matematiksel etkinliklerin merkezi ve matematiksel bilgi gelişiminin temelidir (Polya, 1957). Aynı zamanda, matematiksel kavramların şekillenmesinde, teoremlerin keşfinde ve matematiksel problemlerin çözümünde ortaya çıkan önemli süreçlerden biridir (Ciosek, 2012, s. 38).

Malara (2012) genelleme sürecini ilgiyi özel durumlardan olası tüm durumlara çekerek, önceden tanımlanmış tüm ortak özelliklere genişleterek, aynı zamanda özel durumları ve ortak unsurları analiz ederek konuyu tanımaya yardımcı olan düşünmenin sıralı eylemleri olarak tanımlamıştır. Ona göre örüntüleri belirlemek, benzerlikleri tanımlamak ve benzer unsurları ilişkilendirmek genelleme sürecinin temelini oluşturur. Bu süreçte kilit unsur olaylar arasındaki benzerlikleri belirlemek değil, bu benzerlikleri genişletme ve uyarlamanın yanı sıra ilgiyi özel durumlardan olası tüm durumlara değiştirmektir. Lee (1996) de cebirin ve gerçekte tüm matematiğin ilişkilerin genellemesinden ibaret olduğunu savunmaktadır. Mason ve Johnston-Wilder'a (2004) göre ise matematik başlı başına ilişkiler ile ilgilenir ve böylece bağlamlar daha az öneme sahiptir. Dubinsky (1991) ise genelleme sürecinden "bir önceki durumdan farklı yeni bir durumda kullanılan ve temsil edilen mevcut bir şema" olarak bahsetmiştir. Baki'ye (2006) göre de genelleme belli bir durum veya olaydaki örüntüyü bulup bir düşüncede toplama işidir.

Radford ve Peirce (2006) genellemeyi; aritmetik ve cebirsel genelleme olarak iki ayrı başlık altında incelemişlerdir. Buna göre aritmetik genelleme genel bir kural oluşturulmadan örüntünün bazı ortak özelliklerinin ve terimler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, cebirsel genelleme ise bu ortak özelliklerin ve ilişkilerin fark edilmesi sonucu genel bir kural elde edilmesidir.

Krutetskii (1976'den aktaran Dumitraşcu, 2015, s. 18) matematiksel kavramları genelleme yoluyla öğrenen öğrencilerde iki yöntem keşfetmiştir. Birinci yöntem *"deneysel genelleme"* olup, bu genelleme belirli sembollerin sistematik bir şekilde değiştiği genelleme durumlarına dayanır. Genelde matematikte başarılı olamayan öğrenciler genellemeleri anlamlandırabilmek için bu yolu kullanırlar. İkinci yöntem olan *"teorik genellemede"* ise öğrenciler genelleme durumlarındaki bağıntıları ve ilişkileri tanımlayarak sadece bir örnekle bile çözümü genelleyebilirler. Bu öğrenciler problemin belli bir bölümünü genellemek yerine probleme yaklaşım yöntemlerini ve çözümlerini genelleyebilme potansiyeline sahiptir. Dolayısıyla başarılı öğrencilerin teorik genellemeyi tercih ettikleri söylenebilir. Birçok araştırmacı genellemenin deneysel türünün öğrencilerin matematik öğreniminde zorluk yaratacağını, somut örneklerin kullanımının aşina olmadıkları problemlerin çözümünde öğrencileri kısıtladığını ifade etmişlerdir (Davydov, 1990; Krutetskii, 1976; Dougherty ve Slovin, 2004; Schmittau, 2003).

Krygowska (1979'den aktaran Ciosek, 2012, s. 40) genelleme durumlarını; tümevarım yoluyla genelleme, muhakemeyi genelleyerek genelleme, belli durumları birleştirerek genelleme, yinelenenlerin farkına vararak genelleme olmak üzere dört ayrı başlık altında incelemiştir (bkz. Tablo 1.1).

Tablo 1.1. *Krygowska'ya Göre Genelleme Durumları*

Genelleme Durumu	Açıklamalar	Örneklendirme
Tümevarım yoluyla genelleme	f(n) ile temsil edilebilen genel bir kural bulunur. Öncelikle f(1), f(2), f(3) bulunduktan sonra bulunan bu sonuçların genel kuralı uygularken elde edilebileceğinin farkına varılır.	n doğal sayısı iki doğal sayının karesinin toplamı olarak yazılabiliyorsa, 2n sayısı da iki doğal sayının toplamı olarak yazılabilir. $n = x^2 + y^2$ $2n=z^2 + r^2$ $n = 1^2 + 2^2 = 5$ $2n=10 = 3^2 + 1^2$ $n = 3^2 + 4^2 = 25$ $2n=50 = 7^2 + 1^2$ $2n = (x + y)^2 + 1^2$ $n = 5^2 + 7^2 = 74$ $2n=148 \neq 12^2 + 1^2$ $2n = (x + y)^2 + (x – y)^2$ $2n = x^2 + 2xy + y^2 + x^2 – 2xy + y^2$ $2n = 2x^2 + 2y^2 = 2 (x^2 + y^2)$
Muhakemeyi genelleyerek genelleme	Öncelikle tek bir durum için geçerli olan muhakemenin farklı bir durumda da aynı kalacağı ve daha genel bir sonuç elde etmenin gerekli olacağı fark edilir. Bu durum sabitlerin değişmesiyle ya da ispat sürecinde kendiliğinden ortaya çıkar.	(3 + 2) x (3 – 2) = 32 – 4 (4 + 2) x (4 – 2) = 42 – 4 (5 + 2) x (5 – 2) = 52 – 4 (6… (5 + 2) x (5 – 2) = 25 – 4 (5 + 3) x (5 – 3) = 25 – 9 (5 + 4) x (5 – 4) = 25 – 16 (5… $(x+y)(x–y) = x^2 – y^2$
Belli durumları bir araya getirerek genelleme	Her birinin farklı bir özelliği temsil ettiği bir grup durum genel bir durumla değiştirilerek ispat edilebilir ve asıl durum onun özel durumu olur.	Sadece dik açılı üçgenlerde uygulanan Pisagor Teoremi; dar açılı, geniş açılı ve tüm düzlemsel üçgenler için de kosinüs formülü yardımıyla genellenebilir.
Yinelenenlerin farkına vararak genelleme	Tümevarım yoluyla genellemede de olduğu gibi n'ye bağlı olarak bir f(n) formülü bulunur. Ancak burada yinelenen örüntü fark edilerek f(2), f(1)'i elde etmek için; f(3), f(2)'yi elde etmek için kullanılır.	L(n), n tane doğrunun kesiştiği nokta sayısı olsun; L(2) = 1, L(3) = L(2) + 2, L(4) = L(3) + 3, … L(n) = L(n - 1) + (n – 1). Tabi ki L(n) için genel bir formül bulmak da mümkündür: L(n)=1+2+3+...+(n–1)=n(n-1)/2

Dörfler'e (1991, s. 63) göre "genelleme yapma" ve "genelleme" aynı kavramlar gibi görülmesine karşın farklı anlamlara sahiptir. "Genelleme yapma" mevcut ve potansiyel genel durumların ortaya çıkmasını sağlayan sosyal-bilişsel bir süreçken, "genelleme" ise bilişsel yapıların yerini tutan ürünleri ortaya çıkaran kişisel algının içerisinde psikolojik bir süreç olarak görülebilir. Dörfler'in bu ayrımına paralel olarak genelleme; sahip olduğu farklı özelliklere ve geliştirilen varsayımlara karşın, iki farklı bakış açısıyla ele alınabilir (Yerushalmy, 1993). Bu bakış açılarından ilki genellemeyi bir süreç (etkinlik ya da eylem) olarak ele alırken, diğeri ise bir ürün (bir sürecin ya da nesnenin sonucu) olarak ele almaktadır.

Birçok çalışma da öğrencilerin düşünme süreçlerinin gelişiminde genellemenin önemine vurgu yapmaktadır (Blanton, 2008; CCSSM, 2010; Mason, 2005; NCTM, 2000; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Mason, Burton ve Stacey'e (2010) göre genellemelerin kullanımı, matematik öğreniminin her düzeyinde etkili bir öğretim ve öğrenme için gereklidir. Mason ve Johnston-Wilder'a (2004) göre ise öğretmenler genellemelerin farkına varmayıp, öğrencilerine kendi genellemelerini ifade etmelerine olanak sağlayacak nitelikte etkinlikler sunmadıkları takdirde matematiksel düşünme gerçekleşmez ve dolayısıyla öğrencilere genelleme olanağı sunmayan bir ders matematik dersi değildir.

Genellemenin yapısı, özellikleri ve kavramsallaştırılmasına yönelik yapılan tüm açıklamalar ışığında, bu çalışmada genelleme süreç ya da etkinliğin aksine ürün ya da nesne olarak kavramsallaştırılmıştır. Dolayısıyla kural geliştirmek amacıyla yürütülen genelleme süreci, dinamik ve kişiye özgü olduğundan dolayı ders kitaplarında incelenen görev ve etkinliklerdeki genellemeler sabit nesneler olarak değerlendirilmiştir.

1.2.1.1. *Genellemenin bakış açıları ve bileşenleri*

Birçok araştırmacı, çalışmalarında cebirsel düşünmenin doğasını ve içeriğini analiz etmeye, öğrencilerin sembolleri kullanma ve genelleme becerilerinin geliştirilmesine odaklanmıştır. Cebir kavramının çok yönlü bir etkinlik olarak kavramsallaştırılmasında geçmiş yılların en etkili çalışmalarından biri Kaput'un teorik modelidir.

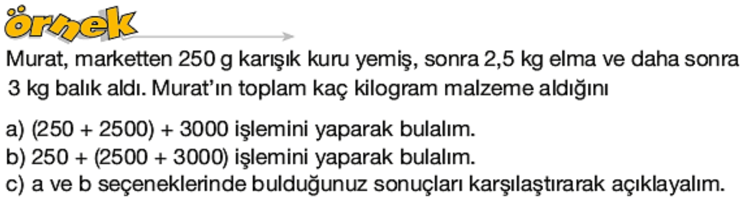
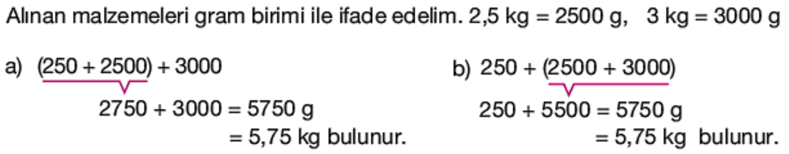
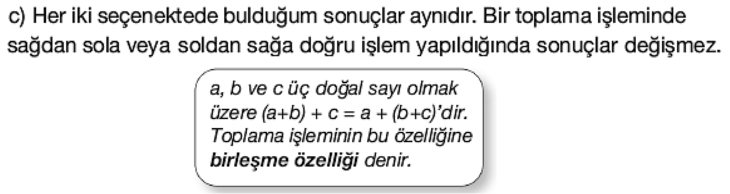
Kaput'a (2008) göre cebirsel düşünme ve matematik iki temel görüşü paylaşır; matematik genellemelerle ve genellemeleri ifade etmeyle, genellemelerle muhakeme yapabilmek için özelleştirilmiş sembol sistemlerini kullanmakla ilgilidir. Bu iki temel görüş, cebirin içerik analizi için Kaput (2008) tarafından teorik bir çerçeveye dönüştürülmüştür. Bu çerçeve iki temel bakış açısından oluşur:

- **Bakış Açısı A *(Genellemeleri ifade etme)*:** Sabit ve sürekli durumları genelleme ve bu genellemeleri sistematik olarak geleneksel sembol sistemleriyle ifade etme olarak cebir.
- **Bakış Açısı B *(Genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma)*:** Geleneksel sembol sistemlerinde ifade edilen genellemelerdeki eylemlerin ve muhakemenin sözdizimsel yönlendirmesi olarak cebir.

Bakış açısı A'da genellemeler üretilir, gerekçelendirilir ve çeşitli şekillerde ifade edilir. Bakış açısı B'de ise içerikler sembollerle ilişkilendirilir ve semboller anlamlarından bağımsız olarak değerlendirilir. Bu süreçlerin her ikisinde de gözlenebilir bir sembolleştirme olduğu söylenebilir. Bakış açısı B'de geleneksel sembol sistemlerinin kullanıldığı tam cebirsel bir sembolleştirme görülürken, Bakış açısı A'da aynı genelleme ve muhakeme amaçlarıyla cebirsel olan ancak daha az geleneksel sembolizasyon kullanılarak gerçekleştirilen yarı-cebirsel sembolleştirme söz konusudur. Fuji (2003) ise yarı-cebirsel sembolleştirmeyi yarı-değişken kavramıyla desteklemektedir. Yarı-değişken kullanılarak yapılan muhakemede sembollerin kullanımı gerekli değildir. Örneğin; $78 - 49 + 49 = 78$ sayı cümlesindeki 78 ve 49 sayısı *"herhangi bir sayıya diğer bir sayı önce eklenip sonra çıkarılırsa başlangıçtaki sayı değişmez"* ilişkisini gösteren yarı-değişken olarak kullanılmıştır. Buradaki amaç öğrencilere genellemeyi $a - b + b = a$ gibi bir ifadeyle tanıtmak yerine öğrencilerin matematiksel ilişkileri gözlemlemelerini sağlamaktır. Gözlem yüzeysel (looking at) ya da daha derin (looking through) bir seviyede olabilir (Kaput, Blanton ve Moreno, 2008). Bu gözlemleme sürecinde temsiller öğrencilerin etkinliklerle etkileşime girme biçimine bağlı olarak farklı roller üstlenebilen çok yönlü bir yapı olarak görülebilir. Başka bir deyişle öğrenciler odaklanma düzeylerine bağlı olarak etkinlikleri sadece gözden geçirebilir (looking at) ya da derinlemesine inceleyebilir (looking through). Örneğin bir öğrenci temsili gözlemlediğinde temsilin kendi özellikleriyle ilgili yorum yapabilir, sabit ve sürekli durumları genelleyebilir ve bu genellemeleri sistematik olarak geleneksel sembol sistemleriyle ifade edebilir. Ancak derinlemesine incelerken ifade ettiği genellemelerdeki muhakemelerini sözdizimsel olarak yönlendirebilir, analiz ettiği özellikleri kavramsal süreçlerin ya da nesnelerin özelliklerini fark etmede kendisine yardımcı olacak şekilde kullanabilir.

Bakış açılarını daha iyi analiz edebilmek amacıyla Tablo 1.2'de Bakış açısı A ve Bakış Açısı B'yi örneklendiren problem durumu sunulmuştur.

Tablo 1.2. *Bakış Açısı A ve Bakış Açısı B'ye İlişkin Örnek Problem Durumu*

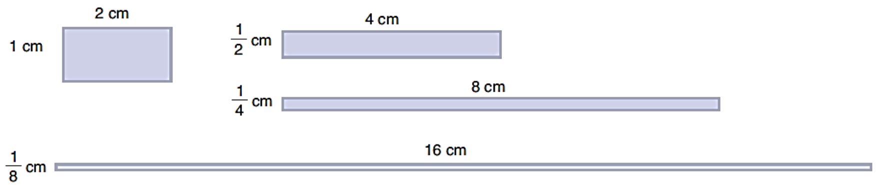
Örnek Problem Durumu	 örnek Murat, marketten 250 g karışık kuru yemiş, sonra 2,5 kg elma ve daha sonra 3 kg balık aldı. Murat'ın toplam kaç kilogram malzeme aldığını a) (250 + 2500) + 3000 işlemini yaparak bulalım. b) 250 + (2500 + 3000) işlemini yaparak bulalım. c) a ve b seçeneklerinde bulduğunuz sonuçları karşılaştırarak açıklayalım.
Bakış Açısı A Genellemeleri ifade etme süreci	 Alınan malzemeleri gram birimi ile ifade edelim. 2,5 kg = 2500 g, 3 kg = 3000 g a) $\underbrace{(250 + 2500)} + 3000$ 2750 + 3000 = 5750 g = 5,75 kg bulunur. b) $250 + \underbrace{(2500 + 3000)}$ 250 + 5500 = 5750 g = 5,75 kg bulunur.
Bakış Açısı B Genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma	 c) Her iki seçenektede bulduğum sonuçlar aynıdır. Bir toplama işleminde sağdan sola veya soldan sağa doğru işlem yapıldığında sonuçlar değişmez. *a, b ve c üç doğal sayı olmak üzere (a+b) + c = a + (b+c)'dir. Toplama işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** denir.*

Tablo 1.2'deki problem durumunun a ve b seçeneklerinde öğrencilerden problemin sonucunu iki farklı hesaplama stratejisi kullanarak bulması istenmektedir. Buradaki amaç, öğrencilere birleşme özelliğini $(a + b) + c = a + (b + c)$ gibi bir ifadeyle tanıtmak yerine öğrencilerin kendi hesaplamaları yardımıyla matematiksel ilişkileri gözlemlemesini sağlamaktır. Böylece öğrenciler bu matematiksel ilişkilerdeki sabit ve sürekli durumları (bir toplama işleminde toplananlar değişse de sağdan sola ya da soldan sağa işlem yapıldığında sonucun değişmemesi) analiz ederek genelleyebilecek ve bu genellemeleri sistematik olarak geleneksel sembol sistemleriyle ifade edebilecektir. Dolayısıyla problemin a ve b seçeneklerinin genellemeleri ifade etme sürecini, yani Bakış Açısı A'yı desteklediği söylenebilir. Ancak problemin a ve b seçeneklerinde öğrencilerden sadece bir örneğe dayalı olarak birleşme özelliğini genellemelerinin beklenemeyeceği düşünülse de, bu problemin öncesinde verilen etkinlik ile öğrencilerin matematiksel ilişkinin farkına varmaları için gerekli ortam oluşturulmuştur.

Problemin c seçeneğinde ise öğrencilerden buldukları sonuçları karşılaştırmaları istenmektedir. Bu noktada öğrencilerin problemdeki içerikleri sembollerle ilişkilendirmesi ve sembolleri problemdeki anlamlarından bağımsız olarak düşünmeleri gerekir. Öncesinde yarı-değişken olarak kullandıkları sayıları (250, 2500, 3000) böylece cebirsel sembollere (a, b, c) dönüştürebilir, sembolik ifadelerle akıl yürütebilirler. Başka bir deyişle geleneksel sembol sistemlerinde ifade ettikleri genellemelerdeki muhakemelerini sözdizimsel olarak yönlendirebilirler. Bu nedenle problemin c seçeneğinin öğrencileri genellemelerini ifade etme için temsilleri kullanmaya yönlendirdiği, dolayısıyla Bakış Açısı B'yi desteklediği söylenebilir.

Tablo 1.3'te de Bakış açısı A ve Bakış Açısı B'yi örneklendiren başka bir problem durumu sunulmuştur.

Tablo 1.3. *Bakış Açısı A ve Bakış Açısı B'ye İlişkin Örnek Problem Durumu 2*

Örnek Problem Durumu	**Örnek:** Uzun kenar uzunluğu 2 cm, kısa kenar uzunluğu 1 cm olan bir dikdörtgensel bölgenin alanını değiştirmeden kenar uzunluklarını değiştirelim ve oluşturduğumuz dikdörtgensel bölgeleri inceleyelim: 
Bakış Açısı A Genellemeleri ifade etme süreci	Her seferinde oluşturulan dikdörtgenlerin alanları değişmemektedir. Dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki örüntüleri inceleyelim: $1 = 2^0$: 2 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = 2^{-1}$: 2 $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$: 2 $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$ Örüntüdeki sayılar 2 ile bölündüğünde her seferinde üsler 1 azalır. $2 = 2^1$ · 2 $4 = 2^2$ · 2 $8 = 2^3$ · 2 $16 = 2^4$ Örüntüdeki sayılar 2 ile çarpıldığında her seferinde üsler 1 artar.
Bakış Açısı B Genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma	Bir üslü sayı paydan paydaya, paydadan paya alındığında üssün işareti değişir. n doğal sayı, $a \neq 0$ olmak üzere, $a^0 = 1$, $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ veya $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ dir.

Kaput'un (2008) teorik modelindeki bakış açılarının cebirsel muhakemenin yanı sıra genelleme perspektifiyle de örtüştüğü, cebirsel düşünme ve genellemenin benzer ilkeleri ve özellikleri paylaştığı görülmektedir. Bu nedenle araştırmada cebir altyapısına ait bu bakış açıları genelleme için kullanılmıştır. Ayrıca Kaput (2008) bu iki bakış açısını bünyesinde bulunduran üç aşama tanımlamış, bu aşamalar araştırmada genellemenin bileşenleri olarak kullanılmıştır. Aynı zamanda cebirsel düşünme ve genelleme üzerine yapılmış çeşitli araştırmaların sentezlenmesiyle (Blanton, 2008; Mason, 2005; Van de Walle vd., 2012) bu bileşenlere ait alt bileşenler belirlenmiştir. Analitik çerçevenin bileşenlerini oluşturan cebirsel düşünme aşamaları ve bu aşamalara ait alt bileşenler aşağıda açıklanmıştır.

Aşama 1 (Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme): Aritmetikte ve niceliksel muhakemede ortaya çıkan hesaplamaların ve ilişkilerin soyutlanmasını içeren yapılar ve sistemler:

- Sayı sistemlerindeki yapıyı görünür kılma ve hesaplayarak soyutlama yapma
- Eşit işaretinin anlamı ve ilişkisel düşünme
- Niceliksel muhakeme

Aşama 1'in alt bileşenlerini örnekleyen genelleme durumları Tablo 1.4'te sunulmuştur.

Tablo 1.4. *Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme - Alt Bileşenler*

Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma	**Sayı sisteminin özellikleri**	**Toplama ve Çıkarma** Etkisiz Eleman Özelliği: a + 0 = a, a – 0 = a Ters Eleman Özelliği: a – a = 0 Değişme Özelliği: a + b = b + a Birleşme Özelliği: a + (b + c) = (a + b) + c
		Çarpma ve Bölme Etkisiz Eleman Özelliği: a x 1 = a, a ÷ 1 = a Ters Eleman Özelliği: a ÷ a = 1, a ≠ 0 Yutan Eleman Özelliği: a x 0 = 0 Değişme Özelliği: a x b = b x a Birleşme Özelliği: a x (b x c) = (a x b) x c
		Temel Özelliklerden Elde Edilen Varsayımlar a + b – b = a a x b ÷ b = a, b ≠ 0 a x (b + c) = (a x b) + (a x c) a x (b – c) = (a x b) – (a x c)
	Teklik ve çiftlik bağıntıları	Ç + Ç = Ç Ç – Ç = Ç Ç x Ç = Ç T + Ç = T T – Ç = T T x Ç = Ç T + T = Ç T – T = Ç T x T = T
	İşlem özellikleri arasındaki ilişkileri kullanarak genelleme	Ardışık 5 tam sayının toplamı: n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) Ardışık 3 çift tam sayının toplamı: n + (n+2) + (n+4) Ardışık 4 tek tam sayının toplamı: n + (n+2) + (n+4) + (n+6)
	Özellikleri kullanarak kısa yollar geliştirme	1 + 2 + 3 + … + 98 + 99 + 100 Toplamları 101 olacak şekilde gruplama; 100 + 1 99 + 2 98 + 3 97 + 4… $\frac{100\,x\,101}{2}$
Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme	**Eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması**	37 yerine 23 + 14 yazmak… 23 + 14 = 10 + 27 23 + 14 = 19 + 18 23 + 14 = 14 + 23
	Doğru/yanlış ve açık cümleler	73 + 56 = 71 + 58 (doğru) 73 + 56 = 70 + 58 (yanlış) 73 + 56 = 71 + □ (açık)

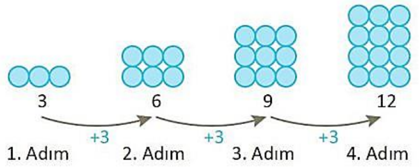
	İlişkisel düşünme	8 + 4 = __ + 5 4 ile 5 arasındaki fark 1 olduğu için kutu yerine gelecek sayı 8'den 1 eksik olmalı 8 + 4 = (7 + 1) + 4 = 7 + (1 + 4) 8 + 4 = 7 + 5
Niceliksel Muhakeme	**Niceliksel bilgiyi yorumlama ve sonuç çıkarma**	Eren, Alper ve Cem üç yakın arkadaştır ve birbirleriyle sık sık telefonda görüşmektedirler. İçlerinden herhangi birisinin kontörü azalması durumunda diğer iki arkadaş o kişiye kontör göndermektedir. Bu üç arkadaşın belli bir süre içerisinde birbirlerinden aldıkları kontör miktarı şu şekildedir: - Eren'e Alper'den 12, Cem'den 18 kontör gelmiştir. - Alper'e Eren'den 24, Cem'den 16 kontör gelmiştir. - Cem'e; Alper'den 5, Eren'den 8 kontör gelmiştir. Verilen bu bilgilere göre Alper'in başlangıçtaki kontör miktarı ile son durumdaki kontör miktarını kıyaslayınız. ***Niceliksel muhakemeye dayalı çözüm:*** Kendimi Alper olarak düşünüyorum. Arkadaşlarımın bana gönderdikleri kontörler benim onlara gönderdiklerimden fazlaysa kârda, benim onlara gönderdiklerim onların bana gönderdiklerinden fazlaysa zarardayım demektir. Arkadaşlarım bana 24 ve 16 kontör gönderdi. Ben ise arkadaşlarıma 12 ve 5 kontör gönderdim. Onların bana gönderdiği kontörler benim onlara gönderdiklerimden daha fazla gözüküyor. Demek ki şuan başlangıçta sahip olduğumdan daha fazla kontörüm olması gerekiyor.

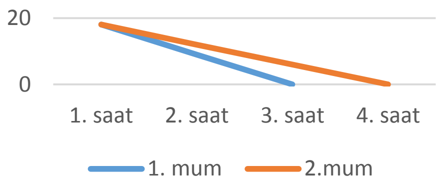
Aşama 2 (Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenler): Örüntüleri genelleme, fonksiyonel ilişki ve ortak değişimler:

- Örüntüler ve fonksiyonel ilişki
- Değişkenlerin anlamı

Aşama 2'in alt bileşenlerini örnekleyen genelleme durumları Tablo 1.5'te sunulmuştur.

Tablo 1.5. *Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenler - Alt Bileşenler*

Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki	**Örüntüleri genelleme**	**Tekrarlayan örüntüleri genelleme**	■ ■■ ■ ■■ ■ ■■ … ΔΔ Δ Δ Δ ΔΔ Δ Δ … **A B B A B B A B B A B B…**
		Sayı örüntülerini genelleme	2, 4, 6, 8, … 1, 4, 7, 10, 13, … 2, 6, 12, 20, 30, … 3, 3, 6, 9, 15, 24, …
		Şekil örüntülerini genelleme	

	Grafikler ve değişim oranı (Eğim)	

Değişkenlerin Anlamı	**Bilinmeyen değerler olarak kullanılan değişkenler**	x + 5 =7 7 = x +5 7 = 5 + x
	Çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanılan değişkenler	y = 3x – 5 2x – 3y = 4z a – 2b = 1
	Parametre olarak kullanılan değişkenler	mx + n = y

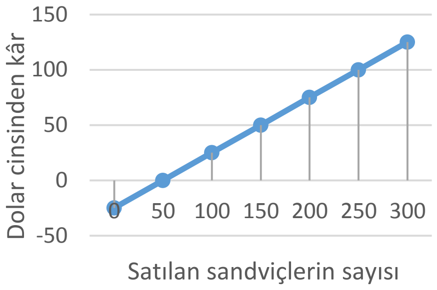
Aşama 3 (Modelleme): Matematikte ya da günlük hayatta modelleme dilini kullanma:

- Çoklu temsiller

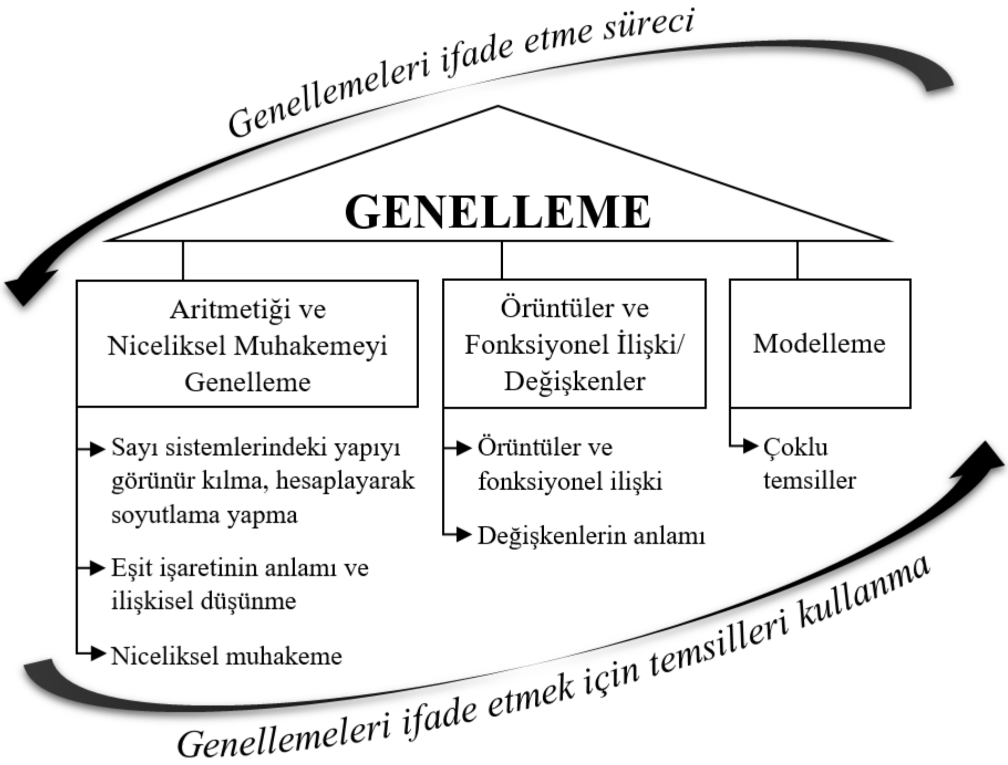
Aşama 3’ün alt bileşenlerini örnekleyen genelleme durumları Tablo 1.6’da sunulmuştur.

Tablo 1.6. *Modelleme - Alt Bileşenler*

<table>
<tr><td rowspan="4">Modelleme</td><td rowspan="4">Çoklu temsiller</td><td>Bağlam</td><td>Brian kolej ücretini ödemek için büyük gösteri ve oyunların yapıldığı spor salonunun yanında el arabasında sosisli sandviç satarak para kazanmaya çalışıyor. El arabasının sahibine gecelik $35 kira ödüyor. Sosisli sandviçin tanesini $1.25’ten satıyor. Sosisli sandviçler, soslar, peçeteler ve diğer kâğıt ürünler için kendisinin masrafı her bir sandviç için ortalama 60 senttir. Dolayısıyla tek bir sosisli sandviçten kendi kârı 65 senttir.</td></tr>
<tr><td>Tablo</td><td>Satılan Sandviç Sayısı (Bağımsız Değişken) Kâr (Bağımlı Değişken)
<table>
<tr><th>Satılan Sandviç</th><th>Kâr</th></tr>
<tr><td>0</td><td>-35.00</td></tr>
<tr><td>50</td><td>-2.50</td></tr>
<tr><td>100</td><td>30.00</td></tr>
<tr><td>150</td><td>62.50</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Sözel açıklama</td><td>Kâr, satılan sandviç sayısının bir fonksiyonudur. Satılan her bir sandviçi $0.65 ile çarparız, sonra da el arabası için $35 çıkarırız.</td></tr>
<tr><td>Semboller</td><td>Sattığı sandviç sayısı: S
Kâr: K
$K = (0.65 \times S) – 35$</td></tr>
</table>

Grafikler	

Etkili bir matematik öğretiminin günlük hayat ile doğrudan ilişkili olması ve öğrencilere kazandırılan bilgi-becerilerin günlük hayatta kullanabilmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenlenmesi gerekmektedir. Son yıllarda matematik öğretimine yönelik geliştirilen kaynaklar da cebirsel düşünmenin kazanımı sürecinin erken basamaklarında ezberlemeye yönlendiren basit algoritmik problemlerden ziyade, öğrencilerin cebirsel becerilerini geliştirecek, günlük hayat problemlerinin kullanımını desteklemektedir (Kabael ve Tanışlı, 2010, s.218). Bu nedenle araştırmada incelenen genelleme durumları günlük hayat durumları ve matematiksel durumlar olmak üzere iki ayrı başlık altında incelenmiştir. Ayrıca araştırmanın temel amacı ortaokul matematik ders kitaplarının genelleme sürecini nasıl desteklediğini belirlemek olduğundan, kuramsal çerçeve (Bkz. Şekil 1.2) bağlamında benimsenen cebirsel düşünme bileşenlerinden ilk iki bileşen analiz kapsamına alınmıştır. Modelleme bileşeninin incelenme kapsamına alınması araştırmayı çok fazla genişleteceğinden dolayı başka bir çalışmayla incelenmesi planlanmıştır.



Şekil 1.2. *Kuramsal Çerçeve Bağlamında Benimsenen Genelleme Bileşenleri*

1.2.1.2. *Matematik öğretim programlarında genelleme*

Dünya çapında matematik eğitimine yön veren kuruluşlardan biri olan NCTM'in 2000 yılında yayımladığı "Principles and Standarts for School Mathematics" (Okul Matematiğinin İlke ve Standartları) adlı kitapta okul matematiğinin standartları içerik ve süreç standartları olarak ikiye ayrılmış, içerik standartlarından biri ise cebir olarak belirlenmiştir. Bu standartta cebirin önemi "*Cebir standardında yer alan düşünceler okullardaki matematik müfredatının en önemli parçasını oluşturur. Cebirde yeterlilik yetişkin yaşamında, iş dünyasında ve yükseköğrenime hazırlanırken önemlidir. Tüm öğrenciler cebir öğrenmelidir.*" (NCTM, 2000, s.33) şeklinde ifade edilir. Çoğu yetişkin açısından cebirin sadece sembollerle çalışmak olarak görüldüğü ancak cebirin bundan çok farklı anlamlara sahip olduğu, öğrencilerin sembolleri kendi düşüncelerini kaydetmek için kullanmaları ve cebiri içselleştirebilmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Cebir alanında öğrencilerden beklenenler ise "*Örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlama; cebir sembolleri kullanarak matematiksel durumları ve yapıları gösterme ve analiz etme;*

niceliksel ilişkileri göstermek ve anlamak için matematiksel modeller kullanma; çeşitli bağlamlardaki değişimleri analiz etme" (NCTM, 2000, s.35) olarak belirtilmiştir.

Amerika Birleşik Devletleri'ndeki yeni eğitim reformunun omurgası haline gelen CCSSM de matematik öğretiminin, matematiksel uygulamalarla geliştiği genellemenin bu matematiksel uygulamalardan biri olduğu vurgulanmıştır (National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2010). Bahsi geçen bu uygulamada (yinelenen muhakemedeki düzeni arama ve ifade etme) "Matematikte uzman öğrenciler eğer işlemler tekrar ediyorsa bunun farkına varır ve hem genel bir metot ve hem de kısa yollar ararlar. Problem çözüm sürecinde ayrıntılarla ilgilenirken, aynı zamanda sürecin gözetimini sürdürürler. Onlar aralardaki sonuçların kabul edilebilirliğini sürekli olarak değerlendirirler." şeklinde belirtilir.

Türkiye'de ise 2006 ve 2013 yıllarında yenilenen İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematiksel kavramları anlayabilen, kavramlar arasında ilişki kurabilen, bu kavramları-ilişkileri günlük hayatlarında ve farklı disiplinlerde kullanabilen ve farklı temsillerle ifade edebilen öğrenciler yetiştirmek matematik eğitiminin genel amaçları arasında gösterilmektedir (MEB, 2006; 2013). Matematik eğitiminin bu gayesi öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimine önem verildiğini göstermektedir. Bunun yanı sıra öğretim programında öğrencilere kazandırılması öngörülen temel becerilerden biri olarak genellemenin önemi vurgulanmakta ve öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalarda çözüm olarak genelleme sürecinin gerekliliğine yer verilmektedir. Aynı zamanda öğrencilere muhakeme becerilerinin kazandırılması için dikkate alınması gereken göstergelerden ikisi *"mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma"*, *"matematiksel bir durumu analiz ederken matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklama ve kullanma"* (MEB, 2013) olarak belirtilmektedir. Öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve değişken kullanarak ifade etmesi de temel cebir becerisi olarak ele alınmaktadır. Programda belirtildiği üzere öğrencilerin örüntülerdeki ilişkileri keşfetmeleri ve bu ilişkileri genellemeleri dış dünyayı algı becerilerinin gelişmesine olanak sağlayacaktır. Ayrıca örüntülerin farklı temsillerle ifade edilmesi ve özellikle sembolik olarak gösterilmesi, cebirin temel kavramlarının şekillenmesinde önemli bir yere sahip olacaktır.

NCTM (2000) ve CCSSM (2010) standartlarında; genellemeyi ifade etme için farklı stratejiler geliştirmeye, farklı hesaplama stratejileri oluşturmaya, ulaşılan genellemeye benzer diğer kavramlarla ilişki kurmaya, sayı özelliklerini keşfetmek için ters işlem yapmaya olanak sağlayan genelleme durumlarının cebirsel düşünme bağlamında önem teşkil ettiği vurgulanmaktadır. Türkiye'deki öğretim programında ise uluslararası programlarla paralel olarak örüntüler; işlem özelliklerinin öğretimi, öğrencilerin bu özellikleri kendince anlamlandırabilmesi, fonksiyonların öğretimi ve yinelemeli örüntülerin görsel temsili için bir araç olarak gösterilmektedir (MEB, 2013).

1.2.2. Ders kitaplarının matematik eğitimindeki yeri ve önemi

Öğretmenlere rehberlik etmesi ve öğrenmeye kaynak oluşturmasıyla öğretimde önemli bir yere sahip olan tamamlayıcı öğretim materyallerinden biri de ders kitaplarıdır. Ders kitapları, öğretim programında yer alan kazanımlara planlı ve sarmal bir şekilde yer verdiğinden dolayı öğretmen ve öğrencilerin temel başvuru kaynağı ve vazgeçilemeyen ders materyali olma özelliğini korumaktadır (Kolaç, 2003). Öğretme ve öğrenme sürecini desteklemesi bakımından ülkemizde %72,64 oranıyla her ders için en çok kullanılan ders materyali olduğu ortaya konan (Seven, 2001) ve ulaşılması en kolay ders aracı olma özelliğiyle ders kitapları, öğrencilerin neler öğreneceğini ve öğretmenlerin neleri öğreteceğini önemli ölçüde etkilemektedir. Ayrıca öğretim programının uygulanmasında (Duman, Karakaya, Çakmak, Eray ve Özkan, 2001) ve sınıf içi uygulamaların planlanmasında da (Yalın, 1996, sf:61) öğretmenlere yol göstermektedir. Aynı zamanda ders kitapları gerekli kavramlara ve genellemelere yer vererek öğrencilere bağımsız ve öğrenme hızlarına uygun çalışma, kendi kendine öğrenme, öğrendikleri konuları pekiştirme, edindiği bilgileri düzenleme olanağı sunar (Şahin ve Turanlı, 2005, s. 329; Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76).

Bir ders kitabı sınıfta neler olduğunu tamamen yansıtamaz. Ancak öğrencilerin matematik bilgilerine etkisi olabilecek öğretim hedeflerinin ne olduğunu gösterir ve öğretim uygulamalarının planlanmasında önemli rol oynar (Dumitraşcu, 2015). Dolayısıyla öğretmen ve öğrencilerin sıklıkla kullandıkları ders kitaplarının nitelikli olması eğitimin kalitesini yükseltecek, aynı zamanda programda hedeflenen amaçlara daha kolay ulaşılmasını sağlayacaktır (Kolaç, 2003). Ders kitaplarının öğretim programına uygun olmaması, kazanım dışı görev ve uygulamalara yer vermesi öğretmenleri ve öğrencileri olumsuz etkilemekte, öğrencilerde kavram yanılgılarına neden olmaktadır. Ayrıca ders kitapları içerik bakımından çok iyi hazırlanmış olsa dahi, programda belirtilen genel yaklaşımla örtüşmüyorsa, taşıması gereken zaruri nitelikleri taşımıyorsa programın başarısız olmasına neden olacaktır (Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, sf:76).

Ders kitaplarının eğitim ve öğretimde merkezi bir rol alması, matematik eğitimi alanyazınında çeşitli konu alanlarında ders kitapları üzerine çalışmalar yapılmasına yol açmıştır (Ashcraft ve Christy, 1995; Bakılan-Mutu, 2008; Freeman ve Porter, 1989; Hamann ve Ashcraft, 1986; Jitendra, Deatline-Buchman ve Sczesniak, 2005; Kerpiç ve Bozkurt, 2011; Tanışlı ve Köse, 2011; Taşdemir, 2011; Yeniterzi ve Işıksal, 2015). Aynı zamanda ülkemizde de yenilenen ilköğretim programlarıyla birlikte ilköğretim matematik ders kitaplarında da revizyona gidilmiştir. Yeniden düzenlenen ders kitaplarında "öğrenci merkezli eğitim" ilkesi dikkate alınmış, "matematik yaparken matematik öğrenme" yaklaşımı benimsenmiş ve öğrencilerin aktif katılımcısı olduğu etkinliklere sıklıkla yer verilmiştir. Bu etkinliklerde de yapılandırmacı yaklaşım esas alınarak, öğrencilere hazır bilgiler verilmesinden kaçınılmış, öğrencilerin günlük hayat durumlarıyla ilişkili problemler yardımıyla kendi bilgilerini kendilerinin oluşturmalarına olanak sağlanmaya çalışılmıştır (Ekinci ve Öter, 2015).

Eğitimin her kademesinde önemli olmakla birlikte, ders kitaplarının ilköğretimde sahip olduğu önem daha büyüktür. Özellikle matematik dersinde öğrencilere kazandırılması gereken kavram ve beceriler açısından ilköğretim bir başlangıç dönemi olarak görülmektedir. Aynı zamanda matematik ders kitaplarındaki ifadelerin karmaşık olması, verilen örneklerin günlük hayatla ilişkilendirilmemesi matematik dersindeki başarısızlığın nedenleri arasında gösterilmektedir (Göze, 1999). Bu nedenle ilköğretimdeki matematik ders kitaplarının niteliği ön plana çıkmaktadır.

1.3. İlgili Alanyazın

Alandaki çalışmalarda matematik ders kitaplarının sınıf ve öğretim programlarıyla ilişkisi, kazanımlara ve standartlara uygunluğu, işlenişi, ölçme ve değerlendirme, becerileri yansıtma, kavramsal ve günlük hayat örneklendirmeleri, öğrencilerin sahip olduğu bazı matematiksel zorlukları etkileme yönleri gibi farklı boyutlar ele alınıp incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Ulusal alanyazında ortaokul matematik ders kitaplarının genelleme perspektifi açısından değerlendirildiği bir çalışma ile karşılaşılmamış, uluslararası alanyazında ise tek bir çalışmaya rastlanmıştır. Bu nedenle çalışmalar; "ders kitaplarının analizine yönelik çalışmalar" ve ders kitapları öğrencilerin genelde matematik bilgilerini özelde ise genelleme becerilerini doğrudan etkilediğinden dolayı “genelleme üzerine öğrencilerle yapılan çalışmalar” olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

1.3.1. Genelleme üzerine öğrencilerle yapılan çalışmalar

Özdemir, Dikici ve Kültür (2015) yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri incelemek amacıyla dokuz öğrenci ile yürüttükleri araştırmalarında veri toplama aracı olarak 10 sorudan oluşan örüntü testi ve beş sorudan oluşan mülakat testi kullanılmışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre orta ve yüksek başarı seviyesine sahip öğrenciler yinelemeli ve belirgin stratejileri kullanarak örüntünün kuralını bulmayı başarırken, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler örüntünün kuralını bulmakta zorlanmışlardır. Öğrencilerin örüntünün kuralını bulurken görsel stratejilerden yararlanmadığı, yinelemeli ilişkilere odaklanarak çözüme ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin en çok kullandıkları stratejiler ise tahmin-kontrol ve bütüne genişletme stratejileri olarak belirlenmiştir. Öğrenciler tekrarlı örüntü sorularında yakın ve orta uzaklıktaki terimleri kullanarak örüntünün kuralını bulmayı başarırken, artarak genişleyen örüntü sorularında aynı başarıyı elde edemedikleri görülmüştür. Tüm bu sonuçlardan yola çıkarak araştırmada öğrencilerin artarak genişleyen örüntü problemlerinde zorlandıkları tespit edilmiş, bu zorluğun aşılabilmesi için öğrencilerin doğru stratejiyi etkin bir şekilde kullanmalarını sağlamak gerektiği ifade edilmiştir.

Lee ve Lee (2015), Kore’deki ortaokul öğrencilerinin örüntü genelleme stratejilerini ve örüntü genelleme süreçlerini incelemek amacıyla gerçekleştirdikleri çalışmalarında 24 yedinci sınıf öğrencisiyle çalışmışlardır. Çalışmada örüntü genelleme sürecine dair; teşhis, ifade, strateji seçimi ve uygulanması, haritalama ve genelleme olmak üzere beş farklı aşama belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğunun verilen örüntü probleminde cebirsel formüle ulaşarak bu beş aşamayı başarıyla tamamladığı görülmüştür. Belli bir aşamada duraklayan diğer öğrenciler ise örüntüleri genellerken zorluk yaşamıştır. Ayrıca öğrencilere örüntünün karmaşıklık düzeyine bağlı olarak üç farklı düzeyde (iyi tanımlanmış, orta seviye karmaşık, belirsiz) örüntü problemi sunulmuştur. Öğrencilerin orta seviye karmaşık örüntü problemlerinde görsel stratejiyi, iyi tanımlanmış ve belirsiz örüntü görevlerinde sayısal stratejiyi benimsendiği elde edilen sonuçlar arasındadır.

Çayır ve Akyüz (2015) araştırmalarında, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma kapsamında farklı okullardan seçilen 425 dokuzuncu sınıf öğrencisine lineer şekil örüntülerini genellemeye yönelik iki açık uçlu problem yöneltilmiştir. Bu problemler standart olmayan problemlerden seçilmiş, öğrencilerden örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade edebilmeleri için sembolleri kullanması istenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin farklı düşünme yapıları ve çözüm stratejileri kullanılan örüntü problemleri yardımıyla belirlenmiş, en çok kullandıkları stratejiler yinelemeli, belirgin ve orantı stratejileri olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin yakın terimleri bulmada örüntüyü devam ettirebildiklerinden dolayı uzak terimleri bulmaya oranla daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerden bazılarının örüntü kuralını sembol kullanmayarak sözel bir şekilde ifade ettiği, dolayısıyla öğrencilerin örüntüyü tanımakta zorlanmadıkları, ancak örüntünün kuralını cebirsel gösterimlerle ifade edemedikleri elde edilen sonuçlar arasındadır.

Blanton vd. (2015) araştırmalarında, erken cebir öğretiminin üçüncü sınıf öğrencileri üzerinde uzun süreli ve kapsamlı etkilerini incelemişlerdir. Araştırma kapsamında 106 öğrencinin; 39'una erken cebir öğretimi, 67'sine geleneksel öğretim uygulanmış, erken cebir öğretimindeki; matematiksel eşitlik ve denklemleri, aritmetiği genelleme ve fonksiyonel düşünmeyi de içeren cebirsel düşünmeye dair öğrencilerin fikirlerini yansıtan değerlendirmeler paylaşılmıştır. Araştırma sonucunda, erken cebir öğretimi uygulanan grubun geleneksel matematik öğretimi uygulanan gruba göre daha başarılı ve problem çözümünde cebirsel stratejileri kullanamaya daha yatkın olduğu görülmüştür.

Haldar (2014), dördüncü sınıf öğrencilerinin aritmetik genellemeleri nasıl ele aldıklarını incelemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında genellemenin üç türüne odaklanmıştır; **(i) değişimin yönü** (pozitif sayılarla çıkarma işleminde sayısal değer azalırken toplama işleminde artar), **(ii) özdeşlikler** (herhangi bir sayı 0 ile toplandığında ya da herhangi bir sayıdan 0 çıkarıldığında sayısal değer değişmez), **(iii) işlemler arasındaki ilişki** (toplama ve çıkarma birbirlerinin ters işlemidir). Araştırmanın verileri iki ayrı grupla klinik görüşme yapılarak toplanmıştır. İlk grupla yapılan çalışmada (n=24) öğrencilerin toplama ve çıkarma etkinliklerindeki toplamsal düşünmelerine odaklanılırken, ikinci grupla yapılan çalışmada (n=24) öğrencilerin çarpma ve bölme etkinliklerindeki çarpımsal düşünmelerine odaklanılmıştır. Çalışma kapsamında öğrenciler kullandıkları stratejilere göre dört düzeye ayrılmıştır. Düzey 1 ve 2'deki öğrenciler yerine koyma yöntemini ve belli örnekleri kullanırken, düzey 3 ve 4'teki öğrenciler ise herhangi bir örneğe bağlı kalmadan aritmetik işlemlerle ilgili genellemeler yapmıştır. Her iki çalışmada da işlemler arasındaki ilişkiyi bulma etkinliklerinin düşük seviye genelleme becerisi, özdeşlik etkinliklerinin ise daha ileri seviye genelleme becerisi gerektirdiği görülmüştür. Benzer şekilde öğrencilerin toplamsal alanda çarpımsal alandan daha ileri seviye genellemeler ürettiği görülmüştür. Çarpımsal etkinlikler öğrencilere daha zor gelmesine rağmen, öğrencilerin düşünme şekilleri ve etkinliklerin zorluk derecesi her iki alanda da aynıdır. Diğer çalışmalarla paralel olan bulgular, toplamsal ve çarpımsal genellemelerin benzer gelişimsel ilerlemeler içerebileceğini göstermiştir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012) araştırmalarında, altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerle ilgili genelleştirme stratejilerini belirlemeyi ve karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma altı, yedi ve sekizinci sınıfta öğrenim gören toplam 18 öğrenci ile gerçekleştirilmiş, dört sorudan oluşan veri toplama aracından elde edilen veriler daha önce yapılan araştırmalardaki genelleştirme stratejileri dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin genel olarak ardışık terimler arasındaki farkı bularak “yinelemeli” stratejiyi kullandığı, fonksiyonel stratejiyi kullanan öğrencilerin sayısının oldukça az olduğu belirlenmiştir. Ayrıca altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin büyük bir kısmının örüntü kuralını sözel olarak ifade ettiği, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise cebirsel temsiller kullandığı görüşmüştür.

Chua ve Hoyles (2010) araştırmalarında öğretmen ve öğrencilerin örüntü genelleme problemlerinin çözüm sürecimde tercih ettikleri stratejileri karşılaştırmışlardır. Araştırmada herhangi bir genelleme probleminin çözüm süreci göz önüne alındığında “Öğretmenler sınıfta hangi stratejileri kullanır?”, “Hangi stratejiler öğrencilere yardımcı olur?”, “Strateji seçiminin altında yatan gerekçeler nelerdir?” gibi sorulara cevap aranmıştır. Araştırma sonucunda genelleme stratejilerine ilişkin öğretmen ve öğrencilerin tutumlarında farklılıklar saptanmıştır. Öğretmenler örüntünün özündeki fonksiyonel kuralı bulmada sayısal yöntemin öğrencilere daha çok yardımcı olacağını düşünürken, öğrenciler biçimsel yöntemlerin kuralı daha hızlı bulmalarını sağladığını belirtmişlerdir.

Olkun vd. (2010) çalışmalarında üç, dört ve beşinci sınıf öğrencilerinin modelleme ve genelleme sürecinin rutin olmayan sözel problemleri çözerken nasıl ortaya çıktığını incelemişlerdir. Araştırma kapsamında farklı okullardan 278 öğrenciye rutin olmayan bir problem yöneltilmiş, sonrasında modelleme gerektiren etkinlikler uygulanmıştır. Araştırma sonucunda bazı öğrencilerin ipucu verilmeyen problemlerde zorlandıkları, bazı öğrencilerin ise şekil ortadan kalktığında sorun yaşadıkları saptanmıştır. Zorluk düzeyi yüksek problemlerde öğrencilerin başarı düzeylerinin oldukça düşük olduğu belirlenmiş, deneysel müdahale ile yalnızca beşinci sınıf öğrencilerinde kayda değer bir gelişme gözlendiği ifade edilmiştir.

Tanışlı ve Özdaş (2009) araştırmalarında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede uyguladıkları stratejileri belirlemek amacıyla yüksek, orta ve düşük başarı düzeyine sahip 12 öğrenciyle çalışmışlardır. Araştırmacılar veri toplamada "klinik görüşme" ve "öğrenci günlüklerini" kullanırken, verileri analiz sürecini ise "verinin işlenmesi", "verinin görsel hâle getirilmesi", "sonuç çıkarma ve teyit etme" olmak üzere üç bölüme ayırmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin sabit ya da artarak değişen şekil örüntülerini genellerken görsel ve cebirsel yaklaşımı benimsedikleri, belirgin stratejilerle karşılaştırıldığında yinelemeli stratejileri daha sık kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin yakın genellemelerde yinelemeli, uzak genellemelerde ise belirgin stratejileri kullandığı elde edilen sonuçlar arasındadır.

Carraher, Martinez ve Schliemann (2008), çalışmalarında öğrencilerin lineer fonksiyonlarla karşılaştıklarında geometrik şekillerle ilgili genelleme yapma becerilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmacılar fonksiyon, örüntü kavramı ve matematik eğitimindeki genellemeye odaklanarak, 15 üçüncü sınıf öğrencisinin genellemeye nasıl ulaştıklarını ve bu genellemelerini nasıl ifade ettiklerini incelemişlerdir. Birçok öğrenci problemlerde karşılaştıkları n değerini artırarak fonksiyonu yinelemeli dizi olarak kavramsallaştırmış, f(n) değerine ulaşabilmiştir. Araştırmacılara göre eğer bu öğretim yöntemi izlenirse, öğrencilerin üstü kapalı ifadeleri yerine fonksiyonu nasıl kavramsallaştırdıkları kolaylıkla tanımlanabilir. Dahası bu öğretim yöntemi teorik genellemeden deneysel genellemeye dönüşümü sağlaması açısından oldukça önemlidir.

Ellis (2007) araştırmasında öğrencilerin matematiksel muhakeme sürecinde inşa ettikleri genelleme türlerini incelemiştir. Yedi adet yedinci sınıf öğrencisine üç hafta süreyle öğretim uygulanmış, sonrasında bu öğrencilerle klinik görüşme yapılmıştır. Araştırmanın bulgularına göre; ilişki kurma (iki ya da daha fazla problem arasında ilişki kurma), araştırma (tekrar edenleri ve benzerlikleri araştırma) ve genişletme (örüntü ya da ilişkiyi daha genel bir duruma genişletme) olmak üzere üç temel genelleme türü belirlenmiştir. Araştırmacıya göre genellemeyi yansıtma; duruma, tanımaya ve stratejiye göre şekillenir. Araştırma kapsamında öğrencilerin bakış açılarındaki genellemeleri tespit etme, genelleme eylemlerini nasıl birbiriyle ilişkilendirdiklerini ve neyi genel olarak gördüklerini belirleme imkânı sunmuştur.

Lannin (2005) araştırmasında, eğitim aracı olarak elektronik tablolama programı kullanarak altıncı sınıf öğrencilerinin genellemeleri ispatlama ve geliştirme olanağı sunan örüntü görevlerine yaklaşımlarını incelemiştir. Araştırmanın bulgularına bakıldığında öğrencilerin genellikle uygun gördükleri genellemeleri kullandıkları ve kapsamlı örnekleri kullanarak ispat yaptıkları görülmüştür. Geometrik şemaları kullanan öğrencilerin genel argümanları ve geçerli ispatları oluşturmada daha başarılı olduğu, ancak bazı öğrencilerin genel ilişkilerdense belli değerlere daha çok odaklandığı ve nadiren kendi genellemelerini ispatladıkları tespit edilmiştir.

Ainley, Wilson ve Bills (2003) araştırmalarında ortaokul öğrencilerinin sözel olarak ifade ettikleri genellemeleri gözlemleyerek kullandıkları farklı stratejileri yarı yapılandırılmış görüşmelerle belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada öğrencilerin hesaplamalardan farklı olarak içeriği nasıl genelledikleri incelenmiş ve bulgular çerçevesinde öğretim programının planlanması ve uygulanması için öneriler sunulmuştur. Öğrencilerin genelleme problemlerini çözerken gerekli hesaplamalar yerine içeriği genellemeye odaklanması önerilmiş, aksi takdirde sembolik temsillerdeki önemli bağlantıların göz ardı edilebileceği ifade edilmiştir.

Bishop (1997) araştırmasında yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntülerle ilgili düşünme süreçlerini incelemiştir. Araştırma kapsamında klinik görüşme yapılan öğrencilere örüntü blokları ile modellenebilen, ilişkilerin genellenebildiği ve sembollerle gösterilebildiği alan ve çevre problemleri yöneltilmiştir. Araştırma sonucunda matematiksel örüntülerin kullanımının desteklenmesi öğrencileri cebirsel düşünmeye teşvik ettiği ifade edilmiştir. Aynı zamanda çevre ve alan örüntülerindeki ilişkiyi keşfetme deneyimlerinin öğrencilerin ifadeleri anlamalarını kolaylaştırdığı elde edilen sonuçlar arasındadır.

1.3.2. Ders kitaplarının analizine yönelik çalışmalar

Uluslararası alanyazında, Dumitraşcu (2015) tarafından yürütülen çalışmada, Amerika’daki üçüncü sınıf ders ve öğretmen kılavuz kitaplarında yer alan sayı ve şekil örüntülerindeki genelleme durumları araştırılmış, Kaput’un deneysel yolla cebir öğreniminde öne sürdüğü kuramsal çerçeveye dayalı olarak bir kodlama yapısı oluşturularak genelleme durumları bu yapıya göre incelenmiştir. Araştırma kapsamında, kitaplardaki cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik görevler belirlenmiş ve öğrencileri genelleme sürecinin içerisinde tutma potansiyeline sahip yeni görevler oluşturulmuştur.

Bu şekilde oluşturulmuş görevlerin ortaokulun erken dönemlerinde başlaması ve devamlı bir süreç olarak ilerlemesi gereken cebirsel düşünme gelişimini destekleyeceği düşünülmektedir. Ayrıca alanyazındaki diğer çalışmalarda üçüncü sınıf öğrencilerinin genellemeleri ifade etme için sembolleri kullanabildikleri görüldüğü halde, bu çalışmada işlem özelliklerini sezgisel olarak kullandıkları belirlenmiştir.

Yeniterzi ve Işıksal (2015) yedinci sınıfta yer alan konuların, fen ve teknoloji dersi konu ve kavramlarıyla ne derece ilişkilendirildiğini görebilmek amacıyla yaptıkları araştırmalarında öğretim programları üzerinde 2005 yılında yapılan değişiklikler doğrultusunda hazırlanan yedinci sınıf matematik öğretmen kılavuz kitabını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, fen ve teknoloji dersinin yedinci sınıf matematik dersindeki tüm öğrenme alanlarıyla ilişkili olduğu gözlenmiş, ancak yeterli ölçüde fen ve teknolojiyle ilgili kavramların kullanılmadığı, kullanılan kavramların ise birçoğunun kavramsal nitelikte olmadığı belirlenmiştir.

Kerpiç ve Bozkurt (2011) çalışmalarında etkinlik tasarım ve uygulama prensiplerinin analizinde kullanılan ölçütleri dikkate alarak yedinci sınıf matematik ders kitaplarındaki etkinlikleri incelemişlerdir. Araştırma sonucunda ders kitaplarındaki etkinliklerin çoğu prensibi karşıladığı ancak zaman kullanımı, öğretmenin rolü, öğrenci zorlukları gibi bazı prensipler açısından yetersiz kaldığı görülmüştür. Ayrıca ders kitabındaki etkinliklerin çoğunun amacına uygun, sınıflarda uygulanabilir nitelikte olduğu ifade edilmiştir.

Sarpkaya (2011) araştırmasında altı, yedi ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel görevleri bilişsel istemler açısından karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Bilişsem istemler; ezberleme, ilişkilendirmeden kavrama, ilişkilendirerek kavrama ve matematik yapma olmak üzere dört seviyeye ayrılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre ders kitaplarında yer alan görevlerin genellikle ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem türü görevler olduğu görülürken, sınıf uygulamalarında ise ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem türü görevlere rastlanmıştır.

Arslan ve Özpınar (2009) çalışmalarında 2005 yılında yenilenen öğretim programına uygun bir şekilde hazırlanmış iki tane altıncı sınıf matematik ders kitabını belirlenen ölçütler dâhilinde inceleyerek, 13 öğretmenle yarı yapılandırılmış mülakat yapmışlardır. Araştırma sonunda incelenen ders kitaplarının gereken özelliklere çoğunlukla sahip olduğu, ancak bazı özelliklerin göz ardı edildiği ve bu nedenle bazı açılardan yeterli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca ders kitaplarının ölçme-değerlendirme açısından incelendiğinde yeterli olduğu, ancak değerlendirme bölümünde bilgi, kavrama ve uygulama haricinde örneklerin yer almadığı tespit edilmiştir.

Tutak ve Güder'in (2012) beşinci sınıf öğretmenlerinin matematik ders kitapları ile ilgili görüşlerine tespit etmek amacıyla yaptıkları çalışmalarında 110 adet beşinci sınıf öğretmenine; ders kitabını tanıma ve kullanma düzeyi, ders kitabının dili ve görsel öğeler, ders kitabının içeriği ve etkinlikler, kitapta bulunan ölçme-değerlendirme etkinlikleri olmak üzere dört başlık altında ele alınan ölçek maddeleriyle hazırlanmış anket uygulanmıştır. Veriler incelendiğinde öğretmenlerin ders kitabını derste temel kaynak olarak kullandıkları fakat etkinlikleri yetersiz buldukları belirlenmiştir. Ayrıca çalışmada öğretmen görüşleri mesleki deneyim ve eğitim durumları olmak üzere iki farklı değişken açısından değerlendirilmiş, değişkenler arasında anlamlı bir fark görülmemiştir.

Tanışlı ve Köse'nin (2011) ilköğretim matematik ders kitaplarını eşit işareti ve ilişkisel düşünme bağlamında değerlendirdikleri çalışmalarında, dört seri ilköğretim 1-5 matematik ders ve öğrenci çalışma kitapları incelenmiştir. Araştırma kapsamında ders kitaplarındaki eşit işaretinin kullanıldığı durumlar işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan içerik kodlaması esas alınarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda eşit işaretinin özellikle işlemler-eşitlik-yanıt şeklinde kullanıldığı ve bu durumlarda eşit işaretinin ilişkisel anlamını öne çıkaran örneklerin istenilen seviyede olmadığı belirlenmiştir. Ayrıca araştırmacılar, kitaplarda eşit işaretinin ilişkisel anlamını öne çıkaran içeriklerin yetersiz kalmasının öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimleri açısından bir sınırlılık yarattığını ifade etmişlerdir.

Taşdemir (2011) ilköğretim birinci kademede okutulan matematik ders kitaplarını öğretmen görüşleri doğrultusunda değerlendirdiği çalışmasında; içerik, öğrenme, öğretme ve ölçme-değerlendirme ölçütlerini esas alarak geliştirdiği anketi 97 sınıf öğretmeni üzerinde uygulamıştır. Araştırma sonucunda ders kitaplarının genel olarak belirlenen niteliklere sahip olduğu, ancak öğrenci merkezli eğitimi ve materyal kullanımını desteklemesi, kazanımlara uygun hazırlanması gibi bazı açılardan yetersiz olduğu belirlenmiştir.

Yukarıda incelenen ders kitaplarına yönelik araştırmalar bağlamında bu çalışma alanyazındaki çalışmalarla bölümler bazında karşılaştırılmış, bu karşılaştırma Tablo 1.7'de sunulmuştur.

Tablo 1.7. *Bölümler Bazında Alanyazınla Mevcut Çalışmanın Karşılaştırılması*

Bölüm	Alanyazın	Mevcut çalışma
Yöntem	Alanyazındaki çalışmalar genellikle nicel ya da nitel yöntemler içermektedir. Nicel çalışmalar betimsel ve deneysel araştırma yöntemlerinin benimsendiği araştırmalardır. Nitel çalışmalar ise cebirsel düşünme sürecindeki bilgi ve becerileri incelemeye yönelik olarak yürütülmüştür.	Bu çalışmada da alandaki çalışmalarla paralel olarak nitel yöntem kullanılmıştır. Ayrıca bu çalışma ders kitaplarında genelleme durumlarına ne kadar ve nasıl yer verildiğine odaklanarak ders kitaplarının genelleme perspektifini cebirsel düşünme bağlamında destekleyip desteklemediğini doküman analiziyle incelemesi bakımından önceki çalışmalardan ayrılmaktadır.
Örneklem	Alanyazında ders kitaplarına yönelik çalışmaların çoğunlukla tek sınıf düzeyine odaklandığı görülmektedir.	Çalışmada 5, 6, 7 ve 8. sınıf olmak üzere tüm sınıf düzeylerindeki ders kitapları incelendiğinden dolayı çalışma örneklem bakımından diğer çalışmalardan ayrılmaktadır.
Konu seçimi	Alandaki çalışmalarda matematik ders kitaplarının sınıf ve öğretim programlarıyla ilişkisi, kazanımlara ve standartlara uygunluğu, işlenişi, ölçme ve değerlendirme, becerileri yansıtma, kavramsal ve günlük hayat örneklendirmeleri, öğrencilerin sahip olduğu bazı matematiksel zorlukları etkileme yönleri gibi farklı boyutlar ele alınıp incelenmiş ve değerlendirilmiştir.	Bu çalışma ortaokul matematik ders kitaplarını genelleme perspektifi açısından değerlendirmesiyle ve bu bağlamda ders kitaplarındaki hem aritmetik ve niceliksel muhakemedeki hem de örüntüler, fonksiyonel ilişki ve değişkenlerdeki genelleme durumlarını araştırmasıyla diğer çalışmalardan ayrılmaktadır.
Veri toplama araçları	Alandaki ders kitaplarının incelenmesine yönelik çalışmalarda veri toplama aracı ders kitapları ve anket kullanılmıştır.	Bu çalışmada da alanyazındaki çalışmalara paralel olarak veri toplama aracı olarak ders kitapları ve farklı olarak analitik çerçeve kapsamında oluşturulan kodlama matrisi kullanılmıştır.
Verilerin analizi	Alanyazındaki çalışmalarda elde edilen nicel verilerin analizinde betimsel ve çıkarımsal istatistik kullanılmıştır. Nitel verilerin analizinde ise daha çok betimsel analiz yapılarak var olan durumlar ortaya konmuştur.	Mevcut çalışmanın nicel analizinde alanyazındaki çalışmalarda da olduğu gibi betimsel analiz yapılarak veriler özetlenmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Nitel analizde ise tematik analiz kullanılarak oluşturulan kodlama matrisi yardımıyla toplanan veriler analiz edilmiştir. Son olarak nitel ve nicel analizler ilişkilendirilmiştir.

1.4. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Araştırmanın genel amacı cebirsel düşünmenin gelişiminde genelleme süreci açısından aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genellemeye ve örüntüler ve fonksiyonel ilişkiyi genellemeye ders kitaplarında ne kadar ve nasıl yer verildiğini belirlemektir.

Bu genel amaç kapsamında aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

1) Ortaokul matematik ders kitapları "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" bileşenine ait etkinliklere ne kadar ve nasıl yer vermektedir?

2) Ortaokul matematik ders kitapları "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişkiyi Genelleme" bileşenine ait etkinliklere ne kadar ve nasıl yer vermektedir?

Türkiye'de 2003-2004 eğitim ve öğretim yılından itibaren öğrencilere ücretsiz olarak ders kitabı dağıtılmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığının bu yaklaşımı hem öğretmenler hem de öğrenciler açısından büyük bir avantajdır. Öte yandan öğrencilere genelleme yapma becerisi kazandırmanın cebirsel düşünme ve üst düzey düşünebilme becerilerinin gelişiminde önemli bir rolü olduğu göz önüne alındığında, ders kitaplarının genelleme yapma becerisini kazandırmaya yönelik etkinliklere yer verip vermemesi de önemlidir. Bu bakış açısıyla incelenen ders kitaplarında bu tür etkinliklere yer verildiği sonucuna ulaşıldığı takdirde etkinliklerin nasıl ele alındığına yönelik var olan durumun ortaya konulması, yer verilmediği sonucuna ulaşıldığı takdirde bu eksikliğin nasıl giderilebileceğine dair öneriler ileriki yıllarda hazırlanacak ya da yeniden düzenlenecek olan ders kitaplarının yazımına rehberlik edebilecektir. Bu nedenle araştırmanın Türkiye açısından önemli olduğu söylenebilir. Ayrıca araştırmada uyarlanan analitik çerçevenin matematik eğitimi alanyazınına, araştırma sonunda elde edilen bulgu ve sonuçların da genelleme kavramının öğretimine yönelik ileride yapılacak alan eğitimi çalışmalarına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma,

1) 2013 – 2016 eğitim öğretim yılları arasında okutulacak ders kitabı olarak seçilen ders kitaplarıyla sınırlıdır.
2) Örneklem 2013 – 2016 eğitim öğretim yılları arasında beş, altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeyinde okutulacak ders kitabı olarak seçilen sekiz adet ortaokul matematik ders kitabıyla sınırlıdır.

3) Ders kitaplarında yer alan görevlerin incelenmesi yalnızca “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile sınırlıdır.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Deseni

Nitel araştırmalarda tek başına bir veri toplama yöntemi olarak da kullanılabilen doküman incelemesi, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasını sağlar. Aynı zamanda araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Bu araştırmada da, ders kitaplarındaki genelleme durumları içeren görevler cebirsel düşünme bağlamında incelendiğinden dolayı nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yaklaşımı kullanılmıştır.

2.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmada amaçlı örneklem yöntemlerinden "ölçüt örnekleme" yöntemi benimsenmiştir. Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Bu bağlamda araştırmada yıl, sınıf ve yayınevi olmak üzere üç temel ölçüt belirlenmiştir. Belirlenen bu temel ölçütler doğrultusunda, öncelikle 2013 yılında yenilenen İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre hazırlanmış olan ve 2013-2016 yılları arasında okutulan ders kitapları göz önüne alınmıştır. 2013-2016 yılları arasında beş, altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeylerinde Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından onaylanan ikişer adet farklı özel yayınevlerine ait, birer adet ise MEB yayınlarına ait toplam üçer adet ders kitabının okutulacak kitap olarak belirlendiği görülmüştür. Araştırmada ise özel yayınevleri ve MEB yayınlarına ait ders kitaplarının karşılaştırılabilmesi amacıyla her yayınevine ait birer adet ders kitabı örneklem dâhiline alınmış, bu süreçte güncel olanların seçilmesine özen gösterilmiştir. Dolayısıyla araştırmanın örneklemini her sınıf düzeyinden ikişer adet ders kitabı olmak üzere toplam sekiz adet ders kitabı oluşturmaktadır. Çalışmanın tamamında etik ilkeler ve gizlilik prensibi göz önüne alınarak bu yayınevleri *"çember yayınları"* ve *"daire yayınları"* takma isimleriyle kullanılmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırmada veriler, ders kitaplarında yer alan; merak uyandırıcı problem durumu, etkinlik, uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altındaki genelleme durumu içeren görevler incelenerek ders kitaplarından toplanmıştır. Araştırmada matematik ders kitapları cebirsel düşünmenin gelişimi bağlamında incelendiğinden dolayı sadece "Sayılar ve İşlemler" ve "Cebir" öğrenme alanlarında görülen genelleme görevleri inceleme kapsamına alınmıştır. İnceleme kapsamına alınan üniteler ve konuları tüm sınıf düzeyleri ve her iki yayınevi için Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1. *Ders Kitaplarından İnceleme Kapsamına Alınan Üniteler ve Konuları*

Yayınevi ve Sınıf	Üniteler	Konular
Çember Yayınları 5. sınıf	Ünite 1: Doğal Sayılar ve İşlemler	Örüntüler Milyonlar Doğal Sayılarla İşlemler Bir Sayının Karesi Ve Küpü Zaman Ölçme
	Ünite 4: Kesirler, Ondalık Gösterim ve Yüzde	Kesirler Ondalık Gösterimler Yüzdeler
Daire Yayınları 5. sınıf	Ünite 1: Doğal Sayılar ve İşlemler	Doğal Sayılar Uzunluk ve Zaman Ölçme
	Ünite 4: Kesirler	Kesirler Yüzde
Çember Yayınları 6. sınıf	Ünite 2: Bölünebilme Kuralları ve Kesirler	Ortak Bölenler ve Katlar Kesirler Her Yerde
	Ünite 3: Ondalık Kesirler	Virgülden Sonrası Ne Söyler? Ondalık Kesirlerle İşlemler
	Ünite 4: Matematiğin Gücü	Cebirle Tanışıyoruz Sayı Örüntüsü Üslü Sayılar
	Ünite 5: Sayılarla İşlemler	Toplama ve Çarpma İşlemleri Tam Sayılar
	Ünite 6: Oran, Orantı, Yüzdeler ve Ölçme	Oran Orantı ve Yüzdeler
Daire Yayınları 6. sınıf	Ünite 1: Doğal Sayılar	Üslü Sayılar Doğal Sayılarla İşlemler Doğal Sayıların Çarpanları ve Katları Asal Sayılar
	Ünite 2: Kesirler	Oran Kesirler Ondalık Kesirler

	Ünite 4: Tam Sayılar	Tam Sayılar Sayı Örüntüleri Cebirsel İfadeler
Çember Yayınları 7. sınıf	Ünite 1: Tam Sayılardan Rasyonel Sayılara	Tam Sayılarla İşlemler Rasyonel Sayılar
	Ünite 2: Tam Sayılar, Cebir ve Geometri	Tam Sayıların Kuvveti ve Cebir Denklemler ve Koordinat Sistemi
	Ünite 3: Orantı ve Çokgenler	Orantıdan Çıktık Yola
Daire Yayınları 7. sınıf	Ünite 1: Tam Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İşlemler	Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri Rasyonel Sayılar ve Ondalık Gösterim
	Ünite 2: Denklemler	Eşitlik ve Denklem Doğrusal Denklemler
	Ünite 3: Oran-Orantı ve Yüzdeler	Oran ve Orantı
Çember Yayınları 8. sınıf	Ünite 1: Geometriden Olasılığa	Üslü Sayılar
	Ünite 2: Sayıların Dünyası	Gerçek Sayılar Özdeşlikler, Çarpanlarına Ayırma ve Rasyonel İfadeler
	Ünite 4: Matematikte Yolculuk	Eğim, Denklem Sistemleri ve Grafikler
Daire Yayınları 8. sınıf	Ünite 1	Üslü Sayılar Kareköklü Sayılar Gerçek Sayılar
	Ünite 2	Örüntüler ve İlişkiler Cebirsel İfadeler Denklemler Eşitsizlikler
	Ünite 3	Eğim

Araştırmanın verileri önceki bölümlerde bahsedilen, araştırmanın analitik çerçevesinin ilk iki aşaması (Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme, Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler) esas alınarak araştırmacılar tarafından oluşturulan ve Tablo 2.2'de sunulan kodlama matrisi ile analiz edilmiştir. Bu kodlama matrisi aynı zamanda genelleme durumlarının görülme yüzdelerini belirlemek için de kullanılmıştır. Tabloda Ç$_x$ ile gösterilen sütunlar çember yayınlarının hazırlamış olduğu ders kitabını, D$_x$ ile gösterilen sütunlar ise daire yayınlarına ait ders kitabını ve alt indisle gösterilen x yerine gelecek sayılar ise sınıf düzeyini ifade etmektedir. Ders kitaplarındaki genelleme durumlarının sıklıkları yüzde olarak hesaplanarak grinin tonlarıyla ilişkilendirilmiştir. Sıklığı temsil eden renkler ve yüzde aralıkları Şekil 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.2. *Kodlama Matrisi*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)						(2)			
	Bileşenler Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç$_x$	**D$_x$**	**Ç$_x$**	**D$_x$**	**Ç$_x$**	**D$_x$**	**Ç$_x$**	**D$_x$**	**Ç$_x$**	**D$_x$**
A	**Gh**										
	Md										
B	**Gh**										
	Md										

Şekil 2.1. *Sıklığı Temsil Eden Renkler ve Yüzde Aralıkları*

Bulguları yorumlamak için kullanılan kodlama matrisinde kullanılan kısaltmalar aşağıda açıklanmıştır.

1: *Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme*

S: Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma

E: Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme

N: Niceliksel Muhakeme

2: *Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki / Değişkenler*

Ö: Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki

D: Değişkenlerin Anlamı

A: Genellemeleri İfade Etme Süreci

B: Genellemeleri İfade Etme İçin Temsilleri Kullanma

Gh: Günlük Hayat Durumları

Md: Matematiksel Durumlar

Aşağıda ders kitaplarında yer alan genelleme durumlarını analiz etmek amacıyla oluşturulan kodlama matrisinin kullanımına dair bir örnek verilmiştir.

Beşinci sınıf matematik ders kitabından bir metin:

> “Yandaki kitabın her sayfasında 50 kelime bulunmaktadır. Kitap 20 sayfadan oluşuyorsa kitapta toplam kaç kelime bulunmaktadır?
>
> Bir Sayfadaki Kelime Sayısı x Sayfa Sayısı = Kitaptaki Toplam Kelime Sayısı
> 50 x 20 = 1000
> İçinde 1000 kelime bulunan hikâye kitaplarından;
> 1 tane okursam 1000,
> 10 tane okursam 10 000,
> 100 tane okursam 100 000,
> 1000 tane okursam 1 000 000 kelime okumuş olurum.” (Ünite 1, sf: 12)

Kod: A 1 Gh S

S: *Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma, Hesaplayarak Soyutlama Yapma*
Gh: *Günlük Hayat Durumları*
1: *Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme*
A: *Genellemeleri İfade Etme Süreci*

Gerekçe: Bu görevde öğrencilere kazandırılması hedeflenen kazanım “En çok dokuz basamaklı doğal sayıları okur ve yazar” kazanımıdır. Bu bağlamda öğrencilere, dört işlem gerektiren bir günlük hayat (Gh) problemi sunulmuş ve öğrencilerin problemin sonucunu 9 basamaklı sayılara genellemesi amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında okunan hikâye kitaplarının sayısı sistematik bir şekilde artırılmış ve dolayısıyla okunan kelime sayısı da 9 basamaklı sayılara ulaşmıştır. Problemin çözüm sürecindeki bu aşamalar öğrencilerin genellemeleri ifade etme sürecini desteklediğinden Genellemeleri İfade Etme Süreci’nin (Bakış Açısı A) bir parçasıdır. Bu süreçte öğrencinin aritmetiksel işlemleri anlamlandırması, kitap sayısı ile okunan kelime sayısı arasında niceliksel bir ilişki kurması beklenir. Bu nedenle kitapta yer alan bu görev, genelleme bileşenlerinden Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme (Aşama 1) bileşenini ve bu bileşenin alt bileşenlerinden Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma Ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma (S) bileşenini kapsamaktadır.

Yukarıdaki etkinliğin devamı:

> “Dakikada 80 kelime okusak bile, 1 000 000 kelimeyi bitirebilmek için, yaklaşık 9 gün boyunca hiç ara vermeksizin okumamız gerekir. Bunun ne kadar zor olduğunu düşünebiliyor musunuz? Öyleyse "bir milyon" büyük bir sayıdır.”

Kod*: *B 1 Gh S

S: *Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma, Hesaplayarak Soyutlama Yapma*
Gh: *Günlük Hayat Durumları*
1: *Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme*
B: *Genellemeleri İfade Etme İçin Temsilleri Kullanma*

Gerekçe: Bir önceki etkinlikte özel durumlarla çalışan öğrencinin elde ettiği sonuçları farklı temsiller kullanarak ifade etmesi beklenir. Dolayısıyla bir önceki etkinliğin devamı olan metinde sözel temsil kullanılarak bir milyonun büyük bir sayı olduğu ifade edildiğinden dolayı Bakış Açısı B (Genellemeleri İfade Etme İçin Temsilleri Kullanma) olarak kodlanmıştır. Koddaki diğer üç etiket bir önceki örneğin gerekçesinde ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Yukarıda kodlaması yapılan ve her bir kodu gerekçeleriyle açıklanmış olan görevin kodlama matrisine yerleştirilmiş hali Tablo 2.3'te sunulmuştur.

Tablo 2.3. *Ders Kitabındaki Görevin Kodlama Matrisine Yerleştirilmesi*

Aşamalar Bakış Açıları		**(1)**						**(2)**			
	Bileşenler Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç_x	D_x	Ç_x	D_x	Ç_x	D_x	Ç_x	D_x	Ç_x	D_x
A	**Gh**	■ **A 1 Gh S**									
	Md										
B	**Gh**	■ **B 1 Gh S**									
	Md										

2.4. Kodlama Sisteminin Güvenilirliği

Veri analizine geçmeden önce kodlama sisteminin güvenilirliğini test etmek amacıyla ilk aşamada araştırmacılar dışında matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan ve cebirsel düşünmeye ilişkin bir dersi almış olan iki öğrenciyle çalışılmıştır. Buradaki amaç araştırmacılar tarafından hazırlanan kodlama sisteminin dışarıdan farklı bir gözle incelendiğinde fikir birliğine ulaşılıp ulaşılmadığını belirlemektir. Bu süreçte kodlama sistemi araştırmacılardan biri tarafından öğrencilere iki saatlik bir oturumla tanıtılmış ve sistemin nasıl kullanılacağı adım adım anlatılmıştır. Kodlama sisteminin bileşenleri tartışılmış ve birkaç örnek üzerinde çalışılmıştır. Daha sonra öğrencilerden ders kitaplarındaki belli bir konuyu kodlamaları istenmiştir. Bir hafta sonra toplantı yapılmış ve iki öğrenci tarafından belirlenen kodlar araştırmacıların kodlamalarıyla karşılaştırılmıştır. Kodlar arasındaki anlaşmazlıklar fikir birliğiyle ve kodların yeniden tanımlanmasıyla çözülmüştür.

İkinci aşamada ise bu kodlama sistemi araştırmacılar tarafından kullanılarak ders kitaplarındaki genelleme durumları bağımsız olarak incelenmiştir. Daha sonra iki araştırmacı bir araya gelerek yapmış oldukları analizleri karşılaştırmış, görüş birliği ve görüş ayrılığı olan maddeleri belirlemişlerdir. Kodlama güvenilirlik hesaplaması için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenilirlik yüzdesi kullanılmış ve güvenilirlik %90 olarak hesaplanmıştır.

3. BULGULAR

Bu araştırmada, ortaokul matematik ders kitaplarında cebirsel düşünmenin gelişimi açısından aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme, örüntüler ve fonksiyonel ilişki/değişkenler bileşenlerine ne kadar ve nasıl yer verildiğinin incelenmesi ve ders kitaplarında yer alan görev ve uygulamalarda bu iki bileşene rastlanma sıklıklarının açıklanması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, 2013 - 2016 yılları arasında okutulacak ders kitabı olarak seçilen her sınıf düzeyinden farklı yayın evlerine ait ikişer adet ders kitabının doküman analizi sonucunda elde edilen bulgular bu bölümde yer almaktadır. Bulguların akış şeması Şekil 3.1'de sunulmuştur.

Şekil 3.1. *Bulgular Akış Şeması*

Şekil 3.1'de verilen akış şemasına göre bulgular beş alt bölümde sunulmaktadır. Araştırmada elde edilen verilerin analizi sonucunda sırasıyla bir, iki, üç ve dördüncü alt bölümlerde beş, altı, yedi ve sekizinci sınıf seviyesindeki ders kitaplarında yer alan görev ve uygulamaların genelleme perspektifi bağlamında analizi ile ilgili bulgular verilmiştir.

Beşinci bölümde ise bütün sınıf seviyelerinin ders kitaplarında yer alan görev ve uygulamaların karşılaştırmalı analizine ait bulgular yer almaktadır.

3.1. Beşinci Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

İncelenen çember yayınları beşinci sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı ile ilgili 673 görev yer almakta, bunların 11’i konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 10’u etkinlik ve geriye kalan 652’si de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı ile ilgili 673 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Daire yayınları beşinci sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı ile ilgili 260 görev yer almakta, bunların 11’i konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 14’ü etkinlik ve geriye kalan 235’i de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı ile ilgili 260 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 3.1. *Analitik Çerçeveye Göre Genelleme Durumlarının Beşinci Sınıf Ders Kitaplarında Görülme Yüzdeleri*

Aşamalar Bakış Açıları		**(1)**						**(2)**			
	Bileşenler Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç$_5$	**D$_5$**	**Ç$_5$**	**D$_5$**	**Ç$_5$**	**D$_5$**	**Ç$_5$**	**D$_5$**	**Ç$_5$**	**D$_5$**
A	**Gh**	**%25,4**	**%13,6**	**%2,5**	**%3,4**	**%2,5**	**%0,6**	**%1,4**	**%1**	**%0**	**%0**
	Md	**%25,4**	**%26,6**	**%13,2**	**%24,9**	**%0**	**%1,3**	**%3,2**	**%1**	**%11**	**%8,1**
B	**Gh**	**%2,5**	**%4,7**	**%0**	**%0**	**%0**	**%0**	**%1,4**	**%1**	**%0**	**%0**
	Md	**%5,4**	**%6,1**	**%2,1**	**%6,1**	**%0**	**%0**	**%3,2**	**%1**	**%0**	**%0**

Tablo 3.1’deki sıklık düzeylerine bakıldığında her iki yayına ait ders kitabında odak noktasının “Aşama 1 – Bakış Açısı A” üzerinde olduğu görülür. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan genelleme durumlarının “Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme” aşamasında genellemeleri ifade etme sürecini desteklediği görülmüştür. Bu süreçte, Aşama 1’in alt bileşenlerinden “Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma” bileşenine, “Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme” ve “Niceliksel Muhakeme” bileşenlerine oranla daha yoğun olarak yer

verilmiştir. Sayı sistemlerindeki genelleme durumlarının yoğunluğu, beşinci sınıf öğretim programında "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanının ön plana çıkmasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla kitaplardaki görev ve uygulamaların, öğrencilere eşit işaretini anlamlandırma, ilişkisel düşünme ve niceliksel muhakeme yapma becerisini kazandırmaya yönelik düzenlenmediği izlenimini vermektedir. Diğer taraftan ders kitaplarında günlük hayat durumlarını içeren görevler önemli ölçüde yer almasına rağmen matematiksel durumları içeren görevlere daha çok rastlanmıştır.

Analiz kapsamında beşinci sınıf ders kitaplarından elde edilen bulgular iki bölüme ayrılmıştır.

3.1.1. Aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait kitapların analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.2 ve Tablo 3.3'te görüldüğü üzere "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasında en çok rastlanan genelleme durumları "Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma" alt bileşenine ait durumlardır. Bu bileşen karşımıza Bakış Açısı A'yı destekler nitelikte çıkmaktadır. Bu bileşene çember yayınlarına ait ders kitabında daire yayınlarına ait ders kitabına oranla daha çok yer verildiği görülmektedir. "Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme" bileşeninde ise genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde günlük hayat durumlarına yer verilmemiştir. Bu bileşene ait matematiksel durumlara daire yayınlarında çember yayınlarına oranla daha sık rastlanmıştır. Niceliksel muhakemeyi destekleyen genelleme durumları ise sadece genellemeleri ifade etme sürecinde görülmüş, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde görülmemiştir.

Tablo 3.2. *Çember Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (5.sınıf)*

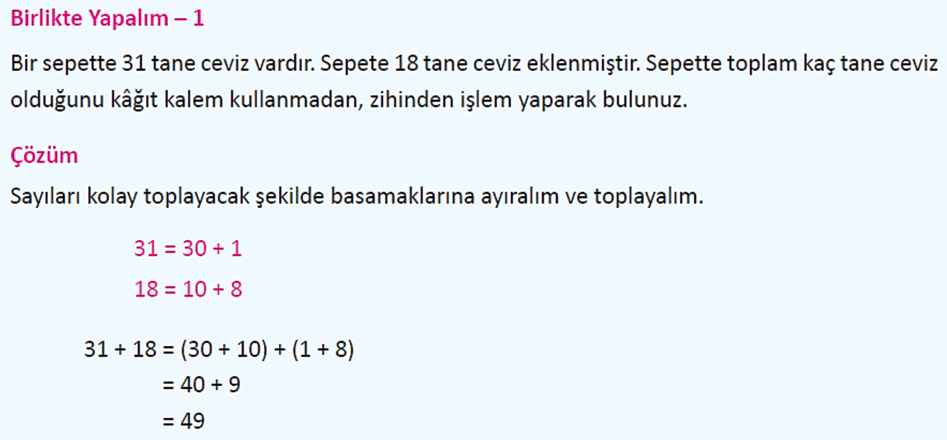
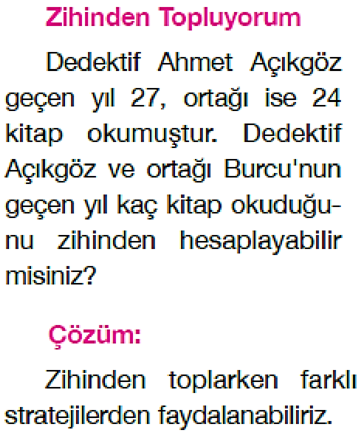
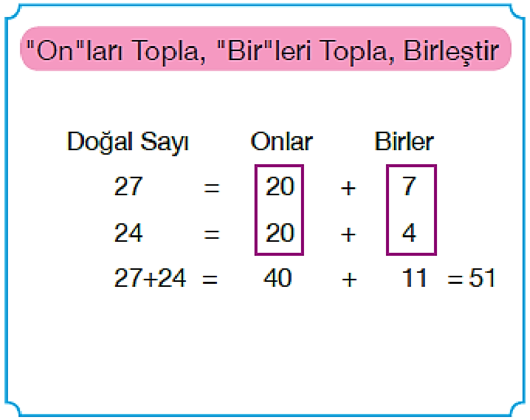
Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%25,4**	**%2,5**	**%2,5**
	Md	**%25,4**	**%13,2**	**%0**
B	Gh	**%2,5**	**%0**	**%0**
	Md	**%5,4**	**%2,1**	**%0**

Tablo 3.3. *Daire Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (5.sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%13,6**	**%3,4**	**%0,6**
	Md	**%26,6**	**%24,9**	**%1,3**
B	Gh	**%4,7**	**%0**	**%0**
	Md	**%6,1**	**%6,1**	**%0**

Tablo 3.4 ve Tablo 3.5'te "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

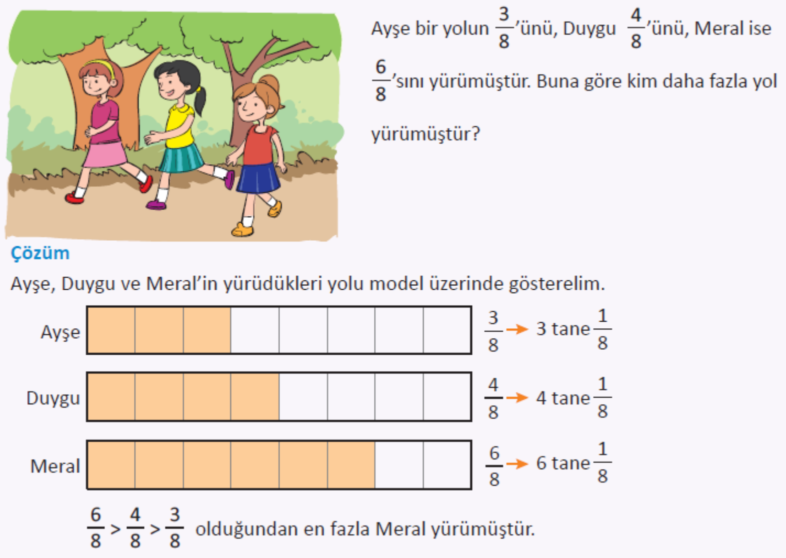
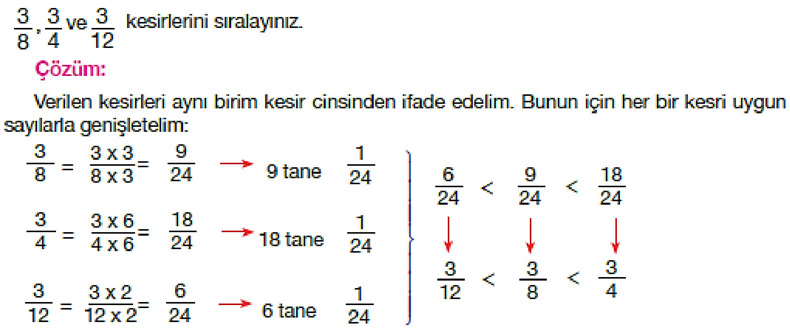
Tablo 3.4. *Beşinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Durum	Açıklama
Çember	A1GhS A1MdE	 Birlikte Yapalım – 1 Bir sepette 31 tane ceviz vardır. Sepete 18 tane ceviz eklenmiştir. Sepette toplam kaç tane ceviz olduğunu kâğıt kalem kullanmadan, zihinden işlem yaparak bulunuz. Çözüm Sayıları kolay toplayacak şekilde basamaklarına ayıralım ve toplayalım. $31 = 30 + 1$ $18 = 10 + 8$ $31 + 18 = (30 + 10) + (1 + 8)$ $= 40 + 9$ $= 49$	A1GhS Günlük hayatla ilişkilendirilen bu görevde öğrencinin sayı sistemlerinin özelliklerini kullanarak problem durumundaki genellemeyi ifade etmesi amaçlanmıştır. A1MdE Matematik cümlelerinde kullanılan eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması ve öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini desteklenmesi hedeflenmiştir. Ayrıca daire yayınlarındaki zihinden toplama işleminde her öğrencinin kendi stratejisini kendisinin belirleyebileceğine dikkat çekilmiştir.
Daire	A1GhS A1MdE	 Zihinden Topluyorum Dedektif Ahmet Açıkgöz geçen yıl 27, ortağı ise 24 kitap okumuştur. Dedektif Açıkgöz ve ortağı Burcu'nun geçen yıl kaç kitap okuduğunu zihinden hesaplayabilir misiniz? Çözüm: Zihinden toplarken farklı stratejilerden faydalanabiliriz.  "On"ları Topla, "Bir"leri Topla, Birleştir Doğal Sayı Onlar Birler $27 = \boxed{20} + \boxed{7}$ $24 = \boxed{20} + \boxed{4}$ $27+24 = 40 + 11 = 51$	

Tablo 3.4’te yer alan çember yayınlarına ait ders kitabındaki görevde öğrenciden verilen günlük hayat probleminde sayı sisteminin özelliklerini kullanarak eşit işaretini anlamlandırması ve probleme uygun matematik cümlesini yazıp, ilişkileri yorumlaması beklenmektedir. Eşit işareti bu ilişkileri göstermenin başlıca yöntemidir ve bu ilişkiler genelleştirilip sembolik olarak ifade edildiğinde semboller anlamlarından bağımsız olarak değerlendirilerek başka sayılarla çalışmak için kullanılabilir hale gelmektedir. Çember yayınlarına ait ders kitabındaki bu tür genelleştirilebilir ilişkiler içeren problemler, öğrencilerin sonraki sınıf düzeylerinde karşılaşacakları cebirsel ifadelerde bu genellemeleri kullanabilmeleri ve sembolleri kullanabilme becerilerinin gelişmesi açısından oldukça önemlidir.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki görev de çember yayınlarında yer alan benzer görevlerle aynı amaçları taşımaktadır. Problemin çözüm sürecinde önce onluklar, sonra birlikler bir araya getirilmiş ve çıkan sonuçlar toplanarak büyükten küçüğe doğru basamak değerleri birleştirilmiştir. Ancak problemin devamında öğrencilere yöneltilen “Siz de başka bir strateji kullanarak çözüme ulaşabilir misiniz?” sorusuyla öğrencilerin kendi stratejilerini belirlemeleri amaçlanmış, böylece öğrencilere sayı sistemlerinin özelliklerini kullanarak işlem özelliklerini genelleme ve elde ettikleri bu genellemelerini ifade etme olanağı sunulmuştur. Bu tür görevler öğrencilerin sabit ve sürekli durumları genelleyerek bu genellemelerini sistematik olarak sembol sistemleriyle ifade etmelerini, sonrasında ise geleneksel sembol sistemleri ile ifade ettikleri genellemelerdeki eylemlerini ve muhakemelerini sözdizimsel olarak yönlendirmelerini sağlar. Öğrencileri bu amaçlarla yönlendiren görevler cebirsel düşünme gelişimleri için oldukça önemlidir.

Tablo 3.5. *Beşinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Durum	Açıklama
Çember	A1GhS A1GhN B1MdS	 Ayşe bir yolun $\frac{3}{8}$'ünü, Duygu $\frac{4}{8}$'ünü, Meral ise $\frac{6}{8}$'sını yürümüştür. Buna göre kim daha fazla yol yürümüştür? **Çözüm** Ayşe, Duygu ve Meral'in yürüdükleri yolu model üzerinde gösterelim. Ayşe $\frac{3}{8} \rightarrow$ 3 tane $\frac{1}{8}$ Duygu $\frac{4}{8} \rightarrow$ 4 tane $\frac{1}{8}$ Meral $\frac{6}{8} \rightarrow$ 6 tane $\frac{1}{8}$ $\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8}$ olduğundan en fazla Meral yürümüştür.	<u>A1GhS</u> Günlük hayatla ilişkilendirerek öğrencinin sayı sistemlerinin özelliklerini ve modellemeyi kullanarak problem durumundaki genellemeyi ifade etmesi amaçlanmıştır. <u>A1MdS</u> Öğrencilerden verilen problemde sayı sisteminin özellikleri kullanarak farklı kesirler arasında büyük küçük ilişkisi kurması beklenmiştir. Öğrencilere görsel destek sağlanmamıştır.
Daire	A1MdS A1MdE	 $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}$ ve $\frac{3}{12}$ kesirlerini sıralayınız. **Çözüm:** Verilen kesirleri aynı birim kesir cinsinden ifade edelim. Bunun için her bir kesri uygun sayılarla genişletelim: $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24} \rightarrow$ 9 tane $\frac{1}{24}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24} \rightarrow$ 18 tane $\frac{1}{24}$ $\frac{3}{12} = \frac{3 \times 2}{12 \times 2} = \frac{6}{24} \rightarrow$ 6 tane $\frac{1}{24}$ $\frac{6}{24} < \frac{9}{24} < \frac{18}{24}$ $\frac{3}{12} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$	<u>A1MdE</u> Matematik cümlelerinde kullanılan eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması ve öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini desteklenmesi hedeflenmiştir.

Tablo 3.5’te yer alan çember yayınlarına ait ders kitabındaki görevde öğrencilerden sayı sisteminin özelliklerini kullanarak, verilen problemdeki niceliksel bilgiyi günlük hayatlarıyla ilişkilendirmeleri, niceliksel bilgiyi yorumları ve bir sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Problemin çözümünde kesir karoları kullanılarak öğrencilerin matematiksel olguları daha derinden anlamalarını sağlamak amacıyla görsel destek sağlanmıştır. Problemin sonunda yer verilen *“Paydaları eşit kesirler aynı birim kesirlerden oluşur. Daha fazla birim kesre sahip olan kesir daha büyüktür. Dolayısıyla payı büyük olan kesir daha büyüktür.”* cümlesinde ilişkilendirmeye dayalı olarak gerçekleşecek genellemeyi ifade etme durumu söz konusudur. Böylelikle öğrenci problem sonucunda ulaştığı genellemeyi sembolik olarak ifade edebilecek ve daha sonra sembolleri anlamlarından bağımsız olarak değerlendirip karşılaşacağı benzer problemlerde kullanabilecektir.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki görevde ise günlük hayat durumuna yönelik olmayan problem işlemsel bilgiye yöneliktir. Kesir kavramının anlamı burada göz ardı edilmiş ve işlemsel anlamaya dayalı bir çözüm yöntemi izlenmiştir. Aynı zamanda problemin çözüm sürecinde çoklu temsiller kullanılmamıştır. Dolayısıyla öğrencinin kavramsal anlamasını geliştirmeye yönelik güdüleyici bir tutum görülmemiştir. Problemin çözümü sonucunda öğrencilere hazır olarak sunulan genelleme cümlesi ile *(Paydaları eşit olan kesirlerden payı büyük olan kesir daha büyüktür. Paydaları eşit olmayan kesirleri sıralarken kesrin birimleri eşitlenir.)* öğrencilerin kendi genellemelerine ulaşmalarına olanak sağlanmamıştır.

Beşinci sınıf ders kitaplarındaki aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme aşamasını destekleyen görev ve uygulamalarda genelleme durumları çoğunlukla konu ile bağıntılı bir örneğin ardından verilmiş, örnekler genellemeye olanak sağlayacak şekilde genişletilmemiştir. Dolayısıyla cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemek amacıyla öğrencilerin genellemelerini ifade etmelerini sağlayacak ortam yaratılmamıştır.

3.1.2. Örüntüler ve fonksiyonel ilişki/ değişkenler ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait kitapların analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.6 ve Tablo 3.7’de görüldüğü üzere “Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler” aşamasında en çok rastlanan genelleme durumları “Örüntüler ve Fonksiyonlarla Çalışma” alt bileşenine ait durumlardır. Bu bileşene çember ve daire yayınlarına ait ders kitaplarında neredeyse aynı oranda yer verilmiştir. “Değişkenlerin

Anlamı” alt bileşeninde hem genellemeleri ifade etme (Bakış Açısı A) hem de genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma (Bakış Açısı B) sürecinde günlük hayat durumlarına yer verilmediği görülmüştür. Ayrıca bu bileşende genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde matematiksel durumlarla da karşılaşılmamıştır. “Örüntülerle ve Fonksiyonlarla Çalışma” alt bileşenine ait matematiksel durumlara çember yayınlarında daire yayınlarına oranla daha sık rastlanmıştır.

Tablo 3.6. *Çember Yayınlarında Aşama 2’nin Görülme Yüzdeleri (5.sınıf)*

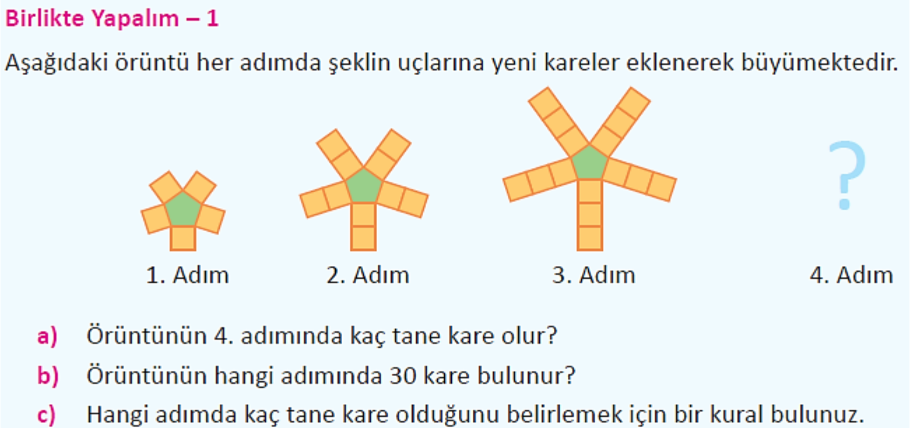
Aşamalar Bakış Açıları		**(2)**	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%1,4**	**%0**
	Md	**%3,2**	**%11**
B	Gh	**%1,4**	**%0**
	Md	**%3,2**	**%0**

Tablo 3.7. *Daire Yayınlarında Aşama 2’nin Görülme Yüzdeleri (5.sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		**(2)**	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%1**	**%0**
	Md	**%1**	**%8,1**
B	Gh	**%1**	**%0**
	Md	**%1**	**%0**

Tablo 3.8 ve Tablo 3.9’da “Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler” aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.8. *Beşinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Durum	Açıklama
Çember	A2MdÖ B2MdÖ	 **Birlikte Yapalım – 1** Aşağıdaki örüntü her adımda şeklin uçlarına yeni kareler eklenerek büyümektedir. 1. Adım 2. Adım 3. Adım ? 4. Adım **a)** Örüntünün 4. adımında kaç tane kare olur? **b)** Örüntünün hangi adımında 30 kare bulunur? **c)** Hangi adımda kaç tane kare olduğunu belirlemek için bir kural bulunuz.	<u>A2MdÖ/B2MdÖ</u> Verilen şekil örüntüsünde öğrencinin her bir adımdaki şekiller arasındaki ilişkiyi görüp sonraki adımda gelecek şekli tahmin etmesi, ilişkiyi tablolaştırarak çoklu gösterimlerden yararlanması gerekmektedir. Ayrıca öğrenciden herhangi bir adımda kaç kare olduğunu bulması için bir genellemeye ulaşması beklenmektedir.
Daire	A2GhÖ B2GhÖ	 **Örnek** Üniversite ile şehir merkezi arasında öğrenci ulaşımını sağlayan bir otobüsün üniversiteden şehir merkezine gidip tekrar geri dönmesi 50 dakika sürmektedir. Gün içinde hiç ara vermeden çalışan bu otobüs, merkeze gitmek için saat 9.00'da üniversiteden ayrıldıysa saat kaçta 6. servisine çıkar? Aynı firmaya ait diğer bir otobüs başka bir rotadaki bir seferini 35 dakikada tamamlıyor. 08.30'da ilk seferine çıkan bu otobüs de hiç durmadan çalışıyorsa 8. seferine kaçta çıkar?	<u>A2GhÖ/ B2GhÖ</u> Verilen günlük hayat probleminde öğrenciden öncelikli olarak problemi içselleştirmesi ve örüntüyü sonraki adımlara devam ettirmesi beklenmektedir. Sonrasında ise aynı problem durumu farklı verilerle sunularak problemin çözümü için bir genellemeye ulaşılması hedeflenmektedir.

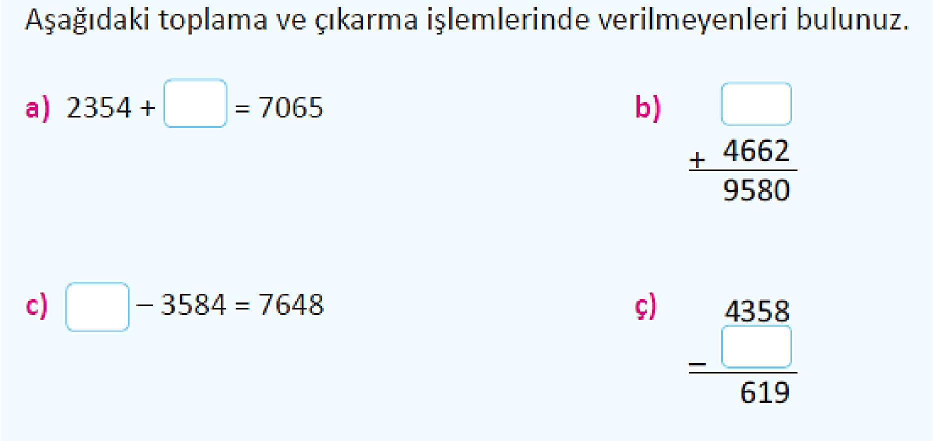
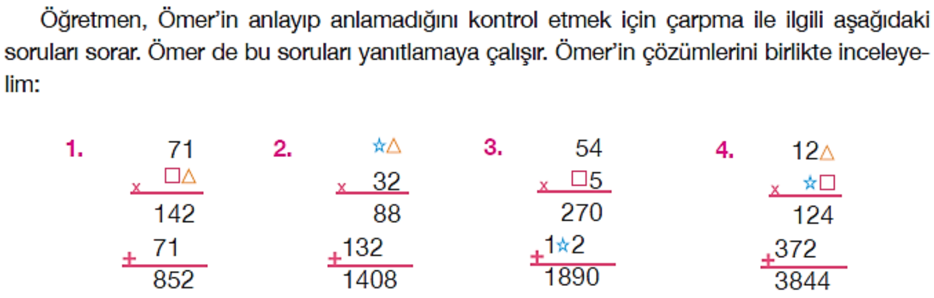
Tablo 3.8'de yer alan çember yayınlarına ait ders kitabındaki şekil örüntüsü probleminde ilk olarak öğrencilere *"Örüntünün 4. adımında kaç tane kare olur?"* sorusu yöneltilmiştir. Burada öğrencilerden ardışık terimler arasındaki ilişkiyi keşfederek örüntüyü yakın bir adım olan 4. adıma kadar devam ettirmeleri beklenmektedir. Daha sonra *"Örüntünün hangi adımında 30 adet kare bulunur?"* sorusuyla öğrenciye uzak bir adımdaki kare sayısını bulmak için bir kurala ihtiyacı olduğunu sezdirilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin bu noktada adım sayısıyla terim arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri, yani fonksiyonel ilişkileri kullanarak örüntünün kuralını ifade etmeleri ve örüntünün tüm adımları için geçerli olacak bir kurala ulaşmaları gerekmektedir.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki örüntü problemine bakıldığında bir günlük hayat problemine yer verildiği görülür. Bu problemde öğrenciden örüntüyü yakın bir adım olan 6. adıma kadar devam ettirmesi istenmiş fakat uzak adımlarla ilgili bir soru cümlesine yer verilmemiştir. Aksine problemin verileri değiştirilerek örüntünün kuralının pekiştirilmesi hedeflenmiştir. Bu tür problemler öğrencilerin problemi genişletmesine katkı sağlamasına rağmen genellemelerini ifade etmesine olanak sağlamamaktadır.

Tablo 3.9'da ders kitaplarındaki bilinmeyen değerler olarak kullanılan değişkenleri içeren dört işlem problemleri yer almaktadır. Çember yayınlarında kullanılan değişkenler sadece kutu temsili ile ifade edilirken, daire yayınlarında ise birden fazla temsil kullanılmıştır. Bu problemlerde öğrenciden verilmeyen değerlerin işlemdeki yerini anlamaları ve bilinmeyenleri bulmaları beklenmektedir. Ders kitaplarındaki bu tür görevlere bakıldığında genellikle işlemsel bilginin kullanıldığı, öğrencilerin herhangi bir genellemeye ihtiyaç duymadan doğru yanıta ulaşılabilecek türde görevler olduğu söylenebilir.

Beşinci sınıf ders kitaplarında yer alan görevlerin çoğu genellemeleri ifade etme sürecini desteklemelerine karşın bu genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanmalarını destekleyen görevler değildir. Bunun yanı sıra öğrenciye işlem yapma yeteneğinin kazandırılması açısından ilişkilendirmeye dayanmayan, sadece matematiksel işlem içeren görevler oldukça fazladır. Bu nedenle beşinci sınıf ders kitaplarının öğrencilerin; problemin çözüm sürecinde genellemelerini ifade etme ve bu genellemeleri temsil kullanarak ifade etme gibi cebirsel düşünme becerilerini kazanmalarına yardımcı olacak şekilde tasarlanmadığı söylenebilir.

Tablo 3.9. *Beşinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Durum	Açıklama
Çember	A2MdD	 Aşağıdaki toplama ve çıkarma işlemlerinde verilmeyenleri bulunuz. a) 2354 + ☐ = 7065 b) ☐ + 4662 9580 c) ☐ – 3584 = 7648 ç) 4358 – ☐ 619	A2MdD İşlem becerisi gerektiren problemlerdeki bilinmeyen değerler olarak kullanılan değişkenler; çember yayınlarında kutu, daire yayınlarında ise kare, yıldız, üçgen gibi değişik şekillerle gösterilmiştir. Burada öğrencilerden verilmeyen değerlerin işlemdeki yerini anlamaları ve işlemsel becerilerini kullanarak bilinmeyenleri bulmaları beklenmektedir.
Daire	A2MdD	 Öğretmen, Ömer'in anlayıp anlamadığını kontrol etmek için çarpma ile ilgili aşağıdaki soruları sorar. Ömer de bu soruları yanıtlamaya çalışır. Ömer'in çözümlerini birlikte inceleyelim: 1. 71 x □△ 142 + 71 852 2. ☆△ x 32 88 +132 1408 3. 54 x □5 270 +1☆2 1890 4. 12△ x ☆□ 124 +372 3844	

3.2. Altıncı Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

İncelenen çember yayınları altıncı sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 381 görev yer almakta, bunların 21’i konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 34’ü etkinlik ve geriye kalan 326’sı da uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 381 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Daire yayınları altıncı sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanı ile ilgili 512 görev yer almakta, bunların 19’u konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 19’u etkinlik ve geriye kalan 474’ü de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 512 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 3.10. *Analitik Çerçeveye Göre Genelleme Durumlarının Altıncı Sınıf Kitaplarında Görülme Yüzdeleri*

Aşamalar / Bakış Açıları		**(1)**						**(2)**			
	Bileşenler / Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç$_6$	**D$_6$**	**Ç$_6$**	**D$_6$**	**Ç$_6$**	**D$_6$**	**Ç$_6$**	**D$_6$**	**Ç$_6$**	**D$_6$**
A	**Gh**	**%17,3**	**%12,8**	**%15,9**	**%7,7**	**%17,5**	**%11,4**	**%3,4**	**%3,1**	**%4,6**	**%4,5**
	Md	**%17,4**	**%21,4**	**%19,2**	**%18,7**	**%0**	**%0**	**%5,7**	**%3,3**	**%17,9**	**%13,1**
B	**Gh**	**%3,6**	**%1,2**	**%0**	**%0**	**%0**	**%0**	**%1,6**	**%1,3**	**%2,3**	**%1,9**
	Md	**%16,3**	**%11,2**	**%0,9**	**%0,7**	**%0**	**%0**	**%3,5**	**%2,1**	**%3,7**	**%5,4**

Tablo 3.10’daki sıklık düzeylerine bakıldığında her iki yayına ait ders kitabında odak noktasının Aşama 1 – Bakış Açısı A üzerinde olduğu görülür. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan genelleme durumlarının “Aritmetiği Ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme” aşamasında genellemeleri ifade etme sürecini desteklediği görülmüştür. Bu süreçte, Aşama 1’in alt bileşenlerinden “Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma” ve “Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme” bileşenlerine “Niceliksel Muhakeme” bileşenine oranla daha yoğun

bir şekilde verilmiştir. Aşama 1'in alt bileşenlerinden "Niceliksel Muhakeme" bileşenine ise günlük hayat durumlarındaki genellemeleri ifade etme sürecini destekleyen görevler dışında yer verilmemiştir. Ayrıca cebirsel düşünmenin gelişiminde oldukça önemli bir yere sahip olan "Örüntüler ve Fonksiyonlarla Çalışma" ve "Değişkenlerin Anlamı" bileşenlerini destekleyen genelleme durumlarına genellemeleri ifade etme sürecinde temsil kullanarak ifade etme sürecinden daha yoğun olarak yer verilmiştir.

Tablodaki Bakış Açısı A'nın ve Bakış Açısı B'nin sıklık değerleri karşılaştırıldığında, A'ya ait satırların daha koyu renklerle gösterildiği görülmüştür. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan çoğu genelleme durumu genellemeleri ifade etme süreciyle sınırlı kalmış, ifade edilen bu genellemeleri temsil kullanarak ifade etme sürecine yeteri kadar yer verilmemiştir.

Analiz kapsamında altıncı sınıf ders kitaplarından elde edilen bulgular iki bölüme ayrılmıştır.

3.2.1. Aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait kitapların analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.11 ve Tablo 3.12'de görüldüğü üzere "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasında genelleme durumları en sık "Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma" alt bileşenine ait görev ve uygulamalarda görülmüştür. Bu bileşen kapsamındaki genellemeler karşımıza matematiksel durumlar içeren görev ve uygulamalardaki genellemeleri ifade etme sürecini destekler nitelikte çıkmaktadır. Bu bileşene ait matematiksel durumlara her iki yayında aynı sıklıkta, günlük hayat durumlarına ise çember yayınlarında daha sık rastlanmıştır. Niceliksel muhakemeyi destekleyen genelleme durumlarına ise sadece genellemeleri ifade etme sürecinde günlük hayat problemleri kapsamında rastlanmış, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde rastlanmamıştır.

Tablo 3.11. *Çember Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (6.sınıf)*

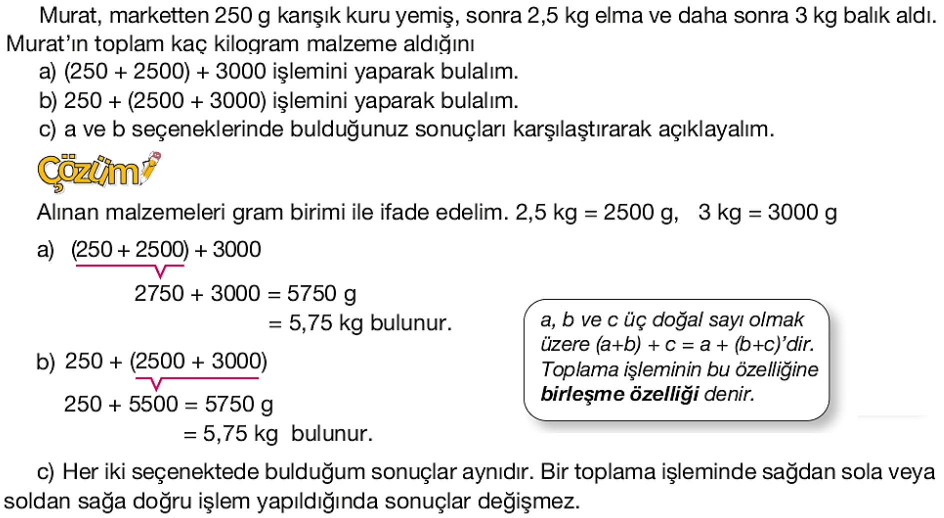
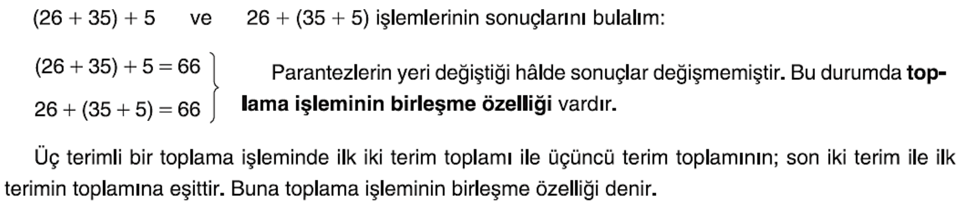
Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%17,3**	**%15,9**	**%17,5**
	Md	**%17,4**	**%19,2**	**%0**
B	Gh	**%3,6**	**%0**	**%0**
	Md	**%16,3**	**%0,9**	**%0**

Tablo 3.12. *Daire Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (6. sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%12,8**	**%7,7**	**%11,4**
	Md	**%21,4**	**%18,7**	**%0**
B	Gh	**%1,2**	**%0**	**%0**
	Md	**%11,2**	**%0,7**	**%0**

Tablo 3.13 ve Tablo 3.14'te "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

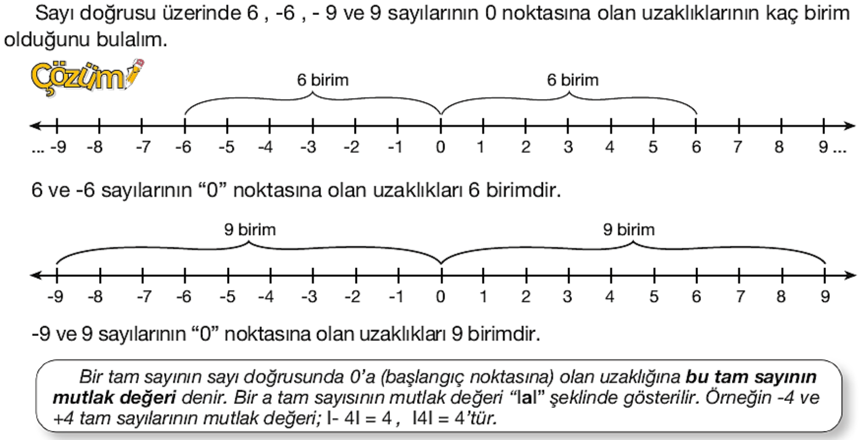
Tablo 3.13. *Altıncı Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	<u>A1GhS</u> <u>A1MdE</u> <u>B1MdS</u>	 Murat, marketten 250 g karışık kuru yemiş, sonra 2,5 kg elma ve daha sonra 3 kg balık aldı. Murat'ın toplam kaç kilogram malzeme aldığını a) (250 + 2500) + 3000 işlemini yaparak bulalım. b) 250 + (2500 + 3000) işlemini yaparak bulalım. c) a ve b seçeneklerinde bulduğunuz sonuçları karşılaştırarak açıklayalım. Çözüm Alınan malzemeleri gram birimi ile ifade edelim. 2,5 kg = 2500 g, 3 kg = 3000 g a) $\underbrace{(250 + 2500)} + 3000$ 2750 + 3000 = 5750 g = 5,75 kg bulunur. b) $250 + \underbrace{(2500 + 3000)}$ 250 + 5500 = 5750 g = 5,75 kg bulunur. *a, b ve c üç doğal sayı olmak üzere (a+b) + c = a + (b+c)'dir. Toplama işleminin bu özelliğine* ***birleşme özelliği*** *denir.* c) Her iki seçenektede bulduğum sonuçlar aynıdır. Bir toplama işleminde sağdan sola veya soldan sağa doğru işlem yapıldığında sonuçlar değişmez.	<u>A1GhS / A1MdE / B1MdS</u> Günlük hayatla ilişkilendirerek öğrencinin sayı sistemlerinin özelliklerini kullanmasıyla problem durumundaki genellemeyi ifade etmesi amaçlanmıştır. Ayrıca matematik cümlelerinde kullanılan eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması ve öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini desteklenmesi hedeflenmiştir. Genellemeyi ifade etme için değişkenler kullanılmıştır.
Daire	<u>A1MdS</u> <u>A1MdE</u> <u>B1MdS</u>	 (26 + 35) + 5 ve 26 + (35 + 5) işlemlerinin sonuçlarını bulalım: $\left.\begin{array}{l}(26 + 35) + 5 = 66 \\ 26 + (35 + 5) = 66\end{array}\right\}$ Parantezlerin yeri değiştiği hâlde sonuçlar değişmemiştir. Bu durumda **toplama işleminin birleşme özelliği** vardır. Üç terimli bir toplama işleminde ilk iki terim toplamı ile üçüncü terim toplamının; son iki terim ile ilk terimin toplamına eşittir. Buna toplama işleminin birleşme özelliği denir.	

Tablo 3.13’te yer alan çember yayınlarına ait ders kitabındaki görevde öğrenciden verilen günlük hayat probleminde sayı sisteminin özelliklerini kullanarak eşit işaretini anlamlandırması ve probleme uygun matematik cümlesini yazıp, ilişkileri yorumlaması beklenmektedir. Çember yayınlarına ait ders kitabında verilen bu tür problemler öğrencilerin sayı sistemlerindeki genellemeleri ifade etmeleri ve sonraki sınıf düzeylerinde bu genellemeleri ifade etme için sayılar yerine sembolleri kullanabilme becerilerini geliştirmesinde oldukça önemlidir. Problemin ilk aşamasında öğrenciden öncelikle kuru yemiş ve elmanın ağırlığı toplayıp daha sonra bulduğu sonuca balığın ağırlığını eklemesi istenmiştir. İkinci aşamada ise öncelikle elma ve balığın ağırlıklarını toplayıp bulduğu sonuca kuru yemişin ağırlığını eklemesi istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin farklı işlemler yaparak aynı sonucu bulmasını sağlamaktır. Böylelikle öğrenci toplama işlemini yaparken parantezin yeri, yani işlem önceliği değiştiğinde sonucun değişmediğini fark edecek ve bir genellemeye ulaşabilecektir. Fakat öğrenciye sunulan bu genelleme durumu farklı örneklerle genişletilmemiş, öğrencinin genellemeye ulaşmasına olanak sağlanmamıştır.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki görevde ise çember yayınlarından farklı olarak öğrencinin genellemeyi ifade etmesine olanak sağlayacak bir yönerge verilmemiştir. Ayrıca çember yayınlarında değişken kullanılarak ifade edilen genelleme durumu daire yayınlarında sözel olarak ifade edilmiştir.

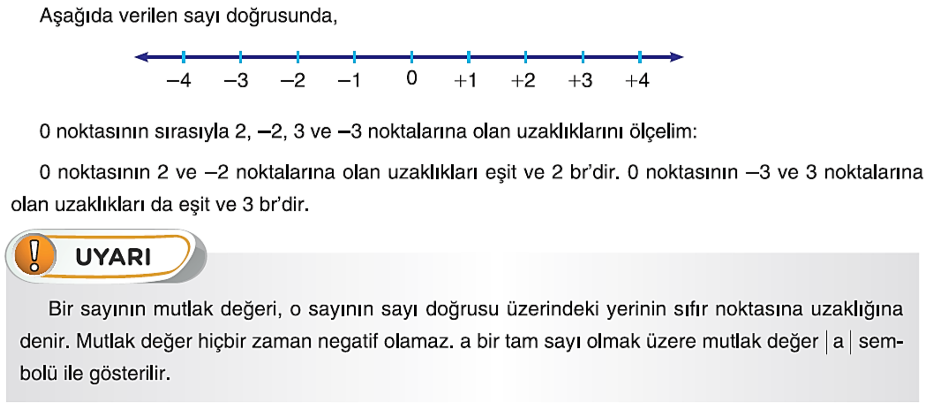
Tablo 3.14. *Altıncı Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

<table>
<tr><th>Yayınevi</th><th>Kod</th><th>Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek</th><th>Açıklama</th></tr>
<tr>
<td><i>Çember</i></td>
<td><u>A1MdS</u>
<u>B1MdS</u></td>
<td>


Sayı doğrusu üzerinde 6 , -6 , - 9 ve 9 sayılarının 0 noktasına olan uzaklıklarının kaç birim olduğunu bulalım.

6 ve -6 sayılarının “0” noktasına olan uzaklıkları 6 birimdir.

-9 ve 9 sayılarının “0” noktasına olan uzaklıkları 9 birimdir.

*Bir tam sayının sayı doğrusunda 0’a (başlangıç noktasına) olan uzaklığına **bu tam sayının mutlak değeri** denir. Bir a tam sayısının mutlak değeri “|a|” şeklinde gösterilir. Örneğin -4 ve +4 tam sayılarının mutlak değeri; |- 4| = 4 , |4| = 4’tür.*
</td>
<td rowspan="2"><u>A1MdS / B1MdS</u>
Öğrencilerden, verilen tam sayıların sayı doğrusunda 0 sayısına olan uzaklığını ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden uzaklığın negatif tam sayılarla ifade edilemeyeceğini fark etmeleri ve aynı uzaklığa sahip pozitif ve negatif sayıların mutlak değerlerinin aynı olacağını ifade etmeleri beklenmektedir. Böylelikle bir genellemeye ulaşmaları hedeflenmiştir.</td>
</tr>
<tr>
<td><i>Daire</i></td>
<td><u>A1MdS</u>
<u>B1MdS</u></td>
<td>


Aşağıda verilen sayı doğrusunda,

0 noktasının sırasıyla 2, –2, 3 ve –3 noktalarına olan uzaklıklarını ölçelim:

0 noktasının 2 ve –2 noktalarına olan uzaklıkları eşit ve 2 br’dir. 0 noktasının –3 ve 3 noktalarına olan uzaklıkları da eşit ve 3 br’dir.

UYARI

Bir sayının mutlak değeri, o sayının sayı doğrusu üzerindeki yerinin sıfır noktasına uzaklığına denir. Mutlak değer hiçbir zaman negatif olamaz. a bir tam sayı olmak üzere mutlak değer |a| sembolü ile gösterilir.
</td>
</tr>
</table>

3.2.2. Örüntüler ve fonksiyonel ilişki/ değişkenler ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait ders kitaplarının analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.15 ve Tablo 3.16'da görüldüğü üzere “Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler” aşamasında genelleme durumlarına yer verilmeyen görev ve uygulamalara rastlanmamıştır. En sık rastlanan genelleme durumları değişkenlerin kullanıldığı görev ve uygulamalarda genellemeleri ifade etme sürecinde görülmüştür. Çember yayınlarına ait ders kitabında bu bileşene daire yayınlarına ait ders kitaplarından daha sık yer verilmiştir. Dolayısıyla “Değişkenlerin Anlamı” alt bileşenini destekleyen genelleme durumlarını ifade etme için temsil kullanımı çember yayınlarında daha yoğun olarak görülmüştür.

Aşama 2'nin her iki alt bileşeninde yer alan matematiksel durumlarda genellemeleri ifade etme sürecine (Bakış Açısı A) öncelik verilmiş, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma (Bakış Açısı B) bir önceki aşamada da olduğu gibi yetersiz kalmıştır. Günlük hayat durumlarındaki genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma süreci çember yayınlarında daha baskın olarak görülmüştür.

Tablo 3.15. *Çember Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (6. sınıf)*

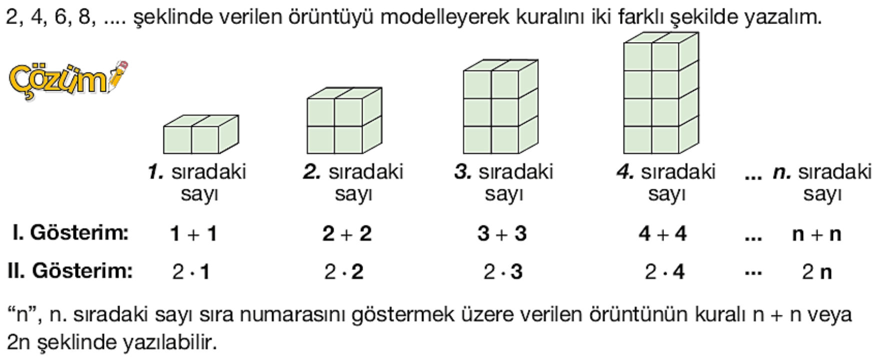
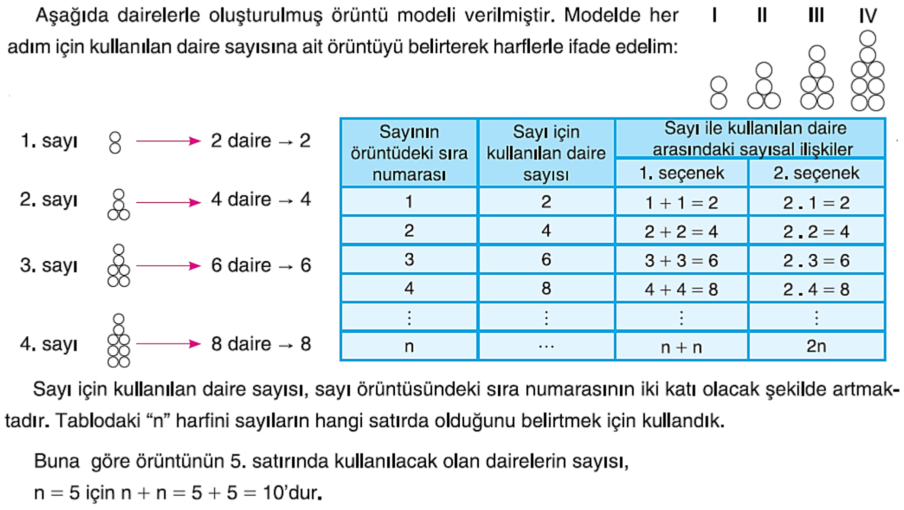
Aşamalar Bakış Açıları		**(2)**	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%3,4**	**%4,6**
	Md	**%5,7**	**%17,9**
B	Gh	**%1,6**	**%2,3**
	Md	**%3,5**	**%3,7**

Tablo 3.16. *Daire Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (6. sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		**(2)**	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%3,1**	**%4,5**
	Md	**%3,3**	**%13,1**
B	Gh	**%1,3**	**%1,9**
	Md	**%2,1**	**%5,4**

Tablo 3.17 ve Tablo 3.18'de “Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler” aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.17. *Altıncı Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A2MdÖ B2MdÖ A2MdD B2MdD		A1MdÖ / B1MdÖ A1MdD / B1MdD Öğrenciden verilen sayı örüntüsündeki terim ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri ve bu doğrultuda örüntünün kuralını değişken kullanarak veya kullanmadan ifade etmesi beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerden örüntünün kuralını iki farklı şekilde ifade etmeleri istenerek, cebirsel ifadelerle işlem yapma becerilerinin pekişmesi amaçlanmıştır.
Daire	A2MdÖ B2MdÖ A2MdD B2MdD		

2, 4, 6, 8, ... şeklinde verilen örüntüyü modelleyerek kuralını iki farklı şekilde yazalım.

Çözüm

	1. sıradaki sayı	***2.*** sıradaki sayı	***3.*** sıradaki sayı	***4.*** sıradaki sayı	...	***n.*** sıradaki sayı
I. Gösterim:	**1 + 1**	**2 + 2**	**3 + 3**	**4 + 4**	...	**n + n**
II. Gösterim:	2 · **1**	2 · **2**	2 · **3**	2 · **4**	...	2 **n**

“n”, n. sıradaki sayı sıra numarasını göstermek üzere verilen örüntünün kuralı n + n veya 2n şeklinde yazılabilir.

Aşağıda dairelerle oluşturulmuş örüntü modeli verilmiştir. Modelde her adım için kullanılan daire sayısına ait örüntüyü belirterek harflerle ifade edelim:

1. sayı → 2 daire → 2
2. sayı → 4 daire → 4
3. sayı → 6 daire → 6
4. sayı → 8 daire → 8

Sayının örüntüdeki sıra numarası	Sayı için kullanılan daire sayısı	Sayı ile kullanılan daire arasındaki sayısal ilişkiler	
		1. seçenek	2. seçenek
1	2	1 + 1 = 2	2 . 1 = 2
2	4	2 + 2 = 4	2 . 2 = 4
3	6	3 + 3 = 6	2 . 3 = 6
4	8	4 + 4 = 8	2 . 4 = 8
⋮	⋮	⋮	⋮
n	···	n + n	2n

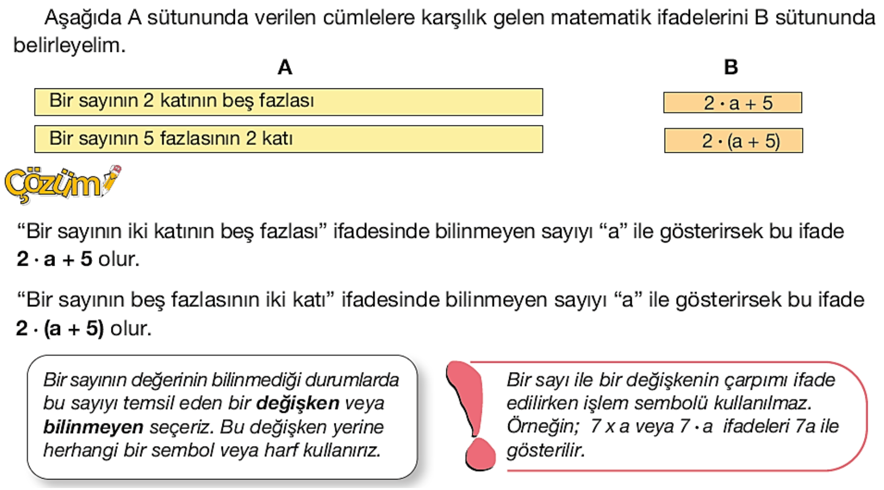
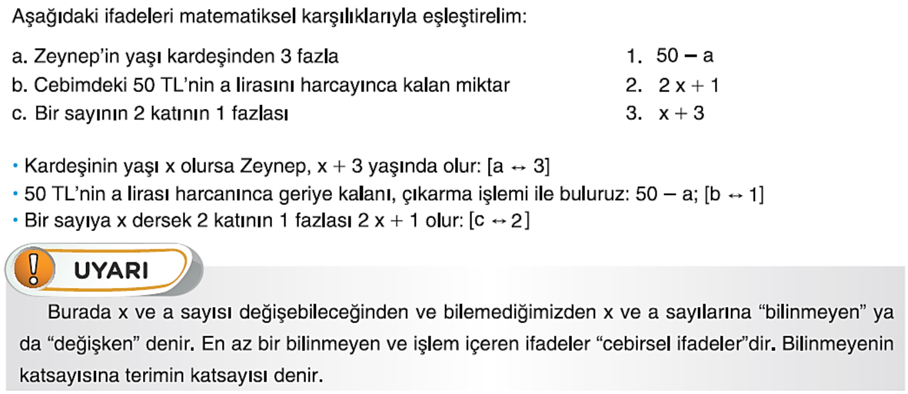
Sayı için kullanılan daire sayısı, sayı örüntüsündeki sıra numarasının iki katı olacak şekilde artmaktadır. Tablodaki “n” harfini sayıların hangi satırda olduğunu belirtmek için kullandık.

Buna göre örüntünün 5. satırında kullanılacak olan dairelerin sayısı,
n = 5 için n + n = 5 + 5 = 10’dur.

Tablo 3.17’de sunulan çember yayınlarına ait görevde öğrencilerden verilen sayı örüntüsünü şekil örüntüsü olarak modellemeleri istenmekte ve böylelikle temsiller arası geçiş yapmaları hedeflenmektedir. Daha sonra örüntüdeki fonksiyonel ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere dair bir genellemeye varmaları ve bu genellemeyi geleneksel sembol sistemleriyle ifade etmeleri beklenmektedir. Bu süreçte öncelikle sıra sayısı ile terim arasındaki fonksiyonel ilişki iki farklı şekilde gösterilmiş, daha sonra “n. terim” değişken kullanılarak ifade edilmiştir. Aynı zamanda oluşturulan şeklin yapısına bağlı olarak örüntünün önce toplamsal daha sonra çarpımsal ilişkilendirmeyle genellendiği de görülmektedir. Öte yandan, ulaşılan bu genelleme sözel temsil kullanılarak ifade edilmemiş, örüntünün herhangi bir terimini ya da terimden sıra sayısını (ters işlem) bulmaya örnek verilmemiştir. Dolayısıyla cebirsel düşünmenin gelişimi için oldukça önemli olan örüntü oluşturma, tanıma, genişletme uygulamada etkin yer alırken, farklı temsiller kullanarak genelleme ve genellemeyi test etme yer almamaktadır. Bu nedenle çember yayınlarındaki örüntü probleminin öğrencilerin geleneksel sembol sistemleriyle ifade ettikleri genellemelerdeki muhakemelerini ve eylemlerini yönlendirmelerini desteklemediği söylenebilir.

Daire yayınlarına ait ders kitabında verilen örüntü, çember yayınlarından farklı olarak şekil örüntüsü olarak verilmiş, öğrencilerin şekil örüntüsünden yararlanarak sayı örüntüsüne ulaşmaları beklenmiştir. Bu süreçte verilen şekil örüntüsünün yapısı analiz edilmeden, diğer bir deyişle şekil örüntüsünden uzaklaşarak sadece sayı örüntüsünün ardışık terimleri arasındaki yinelemeli ilişki ve örüntünün yakın terimleri tablo temsili kullanılarak iki farklı şekilde gösterilmiştir. Tabloda şekil örüntüsünden bağımsız, terimler arasında hem toplamsal hem çarpımsal ilişkiden yararlanarak sadece sayılara odaklı bir kurala ulaşıldığı görülmektedir. Ancak cebirsel düşünmede, özellikle şekil örüntülerinde şeklin yapısının analiz edilmesi ve bu yapıya bağlı bir genellemeye ulaşılması oldukça önemlidir. Dolayısıyla daire yayınlarına ait ders kitabında bu durumun ihmal edildiği söylenebilir.

Tablo 3.18. *Altıncı Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	<u>B1MdD</u>	 Aşağıda A sütununda verilen cümlelere karşılık gelen matematik ifadelerini B sütununda belirleyelim. **A** — **B** Bir sayının 2 katının beş fazlası — $2 \cdot a + 5$ Bir sayının 5 fazlasının 2 katı — $2 \cdot (a + 5)$ Çözüm “Bir sayının iki katının beş fazlası” ifadesinde bilinmeyen sayıyı “a” ile gösterirsek bu ifade **$2 \cdot a + 5$** olur. “Bir sayının beş fazlasının iki katı” ifadesinde bilinmeyen sayıyı “a” ile gösterirsek bu ifade **$2 \cdot (a + 5)$** olur. *Bir sayının değerinin bilinmediği durumlarda bu sayıyı temsil eden bir **değişken** veya **bilinmeyen** seçeriz. Bu değişken yerine herhangi bir sembol veya harf kullanırız.* *Bir sayı ile bir değişkenin çarpımı ifade edilirken işlem sembolü kullanılmaz. Örneğin; 7 x a veya 7 · a ifadeleri 7a ile gösterilir.*	<u>B1MdD / B1GhD</u> Öğrencinin günlük hayat veya matematiksel durumlardaki bilinmeyeni değişken kullanarak ifade etmesi ve problem cümlesine uygun cebirsel ifadeyi oluşturması beklenir. Buradaki önemli nokta öğrencinin verilenleri doğru bir şekilde yorumlaması, bilinmeyeni doğru bir şekilde ifade etmesidir.
Daire	<u>B1GhD</u>	 Aşağıdaki ifadeleri matematiksel karşılıklarıyla eşleştirelim: a. Zeynep’in yaşı kardeşinden 3 fazla — 1. $50 - a$ b. Cebimdeki 50 TL’nin a lirasını harcayınca kalan miktar — 2. $2x + 1$ c. Bir sayının 2 katının 1 fazlası — 3. $x + 3$ • Kardeşinin yaşı x olursa Zeynep, x + 3 yaşında olur: [a ↔ 3] • 50 TL’nin a lirası harcanınca geriye kalanı, çıkarma işlemi ile buluruz: 50 – a; [b ↔ 1] • Bir sayıya x dersek 2 katının 1 fazlası 2 x + 1 olur: [c ↔ 2] **UYARI** Burada x ve a sayısı değişebileceğinden ve bilemediğimizden x ve a sayılarına “bilinmeyen” ya da “değişken” denir. En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler “cebirsel ifadeler”dir. Bilinmeyenin katsayısına terimin katsayısı denir.	

3.3. Yedinci Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

İncelenen çember yayınları yedinci sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 329 görev yer almakta, bunların 12’si konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 24’ü etkinlik ve geriye kalan 293’ü de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 329 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Daire yayınları yedinci sınıf matematik ders kitabında “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanı ile ilgili 499 görev yer almakta, bunların 12’si konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 19’u etkinlik ve geriye kalan 468’i de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan “Sayılar ve İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları ile ilgili 499 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 3.19. *Analitik Çerçeveye Göre Genelleme Durumlarının Yedinci Sınıf Kitaplarında Görülme Yüzdeleri*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)						(2)			
	Bileşenler Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç$_7$	D$_7$	Ç$_7$	D$_7$	Ç$_7$	D$_7$	Ç$_7$	D$_7$	Ç$_7$	D$_7$
A	**Gh**	%10,6	%6,6	%3,3	%5,5	%6,3	%2,5	%1,6	%0,6	%2	%2,6
	Md	%14,5	%24	%7,9	%9,5	%0	%0	%6,1	%2,8	%20,2	%16
B	**Gh**	%2,6	%4,4	%0	%0	%0	%0	%0,5	%1,1	%0,6	%0,7
	Md	%7,7	%8,3	%1,5	%0,9	%0	%0	%3,8	%2,3	%10,2	%11,6

Tablo 3.19’daki sıklık düzeylerine bakıldığında her iki yayına ait ders kitabında odak noktasının “Aşama 1 – Bakış Açısı A” ve “Aşama 2 – Bakış Açısı A” üzerinde olduğu görülür. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan genelleme durumlarının “Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme” ve “Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenler” aşamalarında genellemeleri ifade etme sürecini desteklediği görülmüştür. Bu süreçte, Aşama 1’in alt bileşenlerinden “Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma” bileşenine, “Eşit İşaretinin Anlamı

ve İlişkisel Düşünme” ve “Niceliksel Muhakeme” bileşenlerine oranla daha yoğun bir şekilde verilmiştir. Aşama 1’in alt bileşenlerinden “Niceliksel Muhakeme” bileşenine ise günlük hayat durumlarındaki genellemeleri ifade etme sürecini destekleyen görevler dışında yer verilmemiştir. Ayrıca cebirsel düşünmenin gelişiminde oldukça önemli bir yere sahip olan “Örüntüler ve Fonksiyonlarla Çalışma” ve “Değişkenlerin Anlamı” bileşenlerini destekleyen genelleme durumlarına yoğun olarak yer verildiği görülmüştür.

Tablodaki Bakış Açısı A’nın ve Bakış Açısı B’nin sıklık değerleri karşılaştırıldığında, A’ya ait satırların daha koyu renklerle gösterildiği görülmektedir. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan çoğu genelleme durumu genellemeleri ifade etme süreciyle sınırlı kalmış, ifade edilen bu genellemeleri temsil eden sembolleştirme aşamasına yeteri kadar yer verilmemiştir.

Analiz kapsamında yedinci sınıf ders kitaplarından elde edilen bulgular iki bölüme ayrılmıştır.

3.3.1. Aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait kitapların analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.20 ve Tablo 3.21’de görüldüğü üzere aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme aşamasında genelleme durumları en sık “Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma” alt bileşenine ait görev ve uygulamalarda görülmüştür. Bu bileşen kapsamındaki genellemeler karşımıza matematiksel durumlar içeren görev ve uygulamalardaki genellemeleri ifade etme sürecini destekler nitelikte çıkmaktadır. Bu bileşene ait matematiksel durumlara her iki yayında aynı sıklıkta, günlük hayat durumlarına ise çember yayınlarında daire yayınlarına oranla daha sık rastlanmıştır. Niceliksel muhakemeyi destekleyen genelleme durumlarına ise sadece genellemeleri ifade etme sürecinde günlük hayat problemleri kapsamında rastlanmış, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde rastlanmamıştır.

Tablo 3.20. *Çember Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (7.sınıf)*

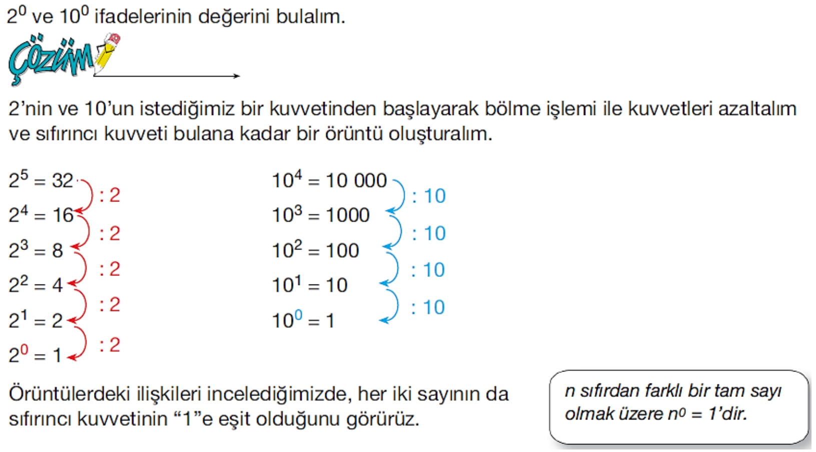
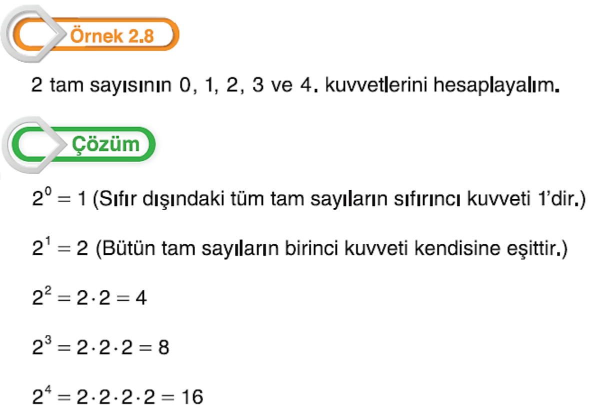
Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%10,6**	**%3,3**	**%6,3**
	Md	**%14,5**	**%7,9**	**%0**
B	Gh	**%2,6**	**%0**	**%0**
	Md	**%7,7**	**%1,5**	**%0**

Tablo 3.21. *Daire Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (7.sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%6,6**	**%5,5**	**%2,5**
	Md	**%24**	**%9,5**	**%0**
B	Gh	**%4,4**	**%0**	**%0**
	Md	**%8,3**	**%0,9**	**%0**

Tablo 3.22 ve Tablo 3.23'te "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

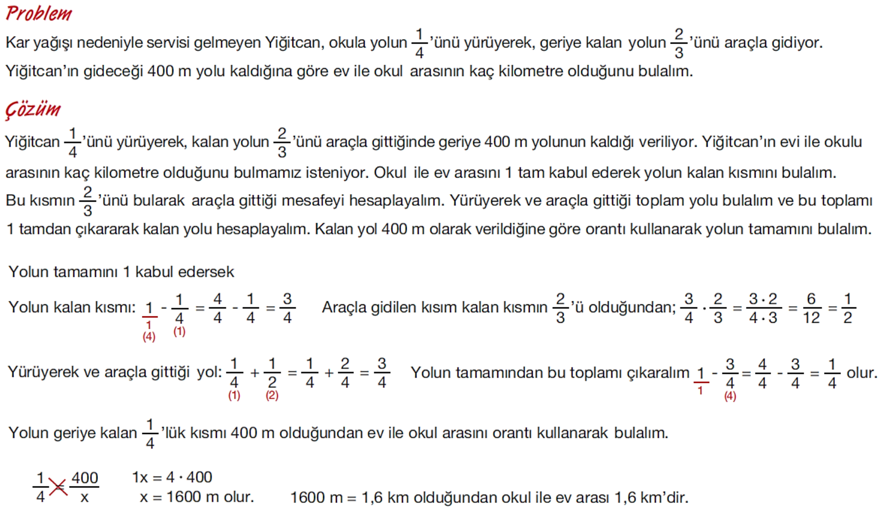
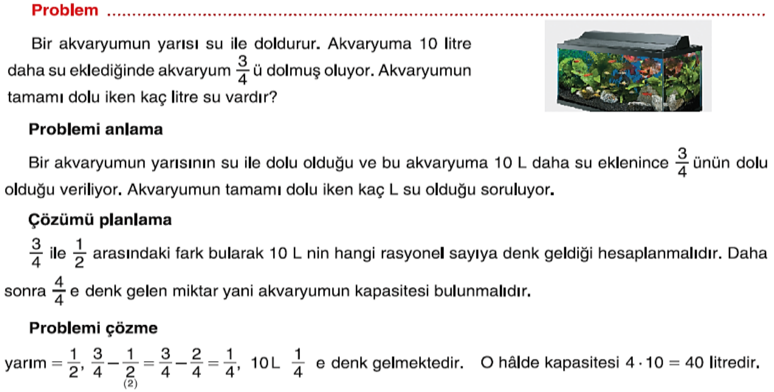
Tablo 3.22. *Yedinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A1MdS B1MdS (A1MdÖ)	 2^0 ve 10^0 ifadelerinin değerini bulalım. Çözüm 2'nin ve 10'un istediğimiz bir kuvvetinden başlayarak bölme işlemi ile kuvvetleri azaltalım ve sıfırıncı kuvveti bulana kadar bir örüntü oluşturalım. $2^5 = 32$: 2 $2^4 = 16$: 2 $2^3 = 8$: 2 $2^2 = 4$: 2 $2^1 = 2$: 2 $2^0 = 1$ $10^4 = 10\,000$: 10 $10^3 = 1000$: 10 $10^2 = 100$: 10 $10^1 = 10$: 10 $10^0 = 1$ Örüntülerdeki ilişkileri incelediğimizde, her iki sayının da sıfırıncı kuvvetinin “1”e eşit olduğunu görürüz. *n sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $n^0 = 1$'dir.*	A1MdS Öğrencilerden verilen aritmetiksel görevde üslü sayılarla ilgili bilgi ve deneyimlerini kullanarak mantıksal muhakeme yapması ve kuvveti 0 olan sayıların değerini bulması beklenmektedir.
Daire	A1MdS B1MdS	 Örnek 2.8 2 tam sayısının 0, 1, 2, 3 ve 4. kuvvetlerini hesaplayalım. Çözüm $2^0 = 1$ (Sıfır dışındaki tüm tam sayıların sıfırıncı kuvveti 1'dir.) $2^1 = 2$ (Bütün tam sayıların birinci kuvveti kendisine eşittir.) $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	B1MdS Öğrencilerden verilen aritmetiksel görevde üslü sayılarla ilgili bilgi ve deneyimlerini kullanarak mantıksal muhakeme yapması ve kuvveti 0 olan sayılar için bir genellemeye ulaşması beklenmektedir.

Tablo 3.22'deki her iki yayına ait görevlerde öğrencilerden sayı sisteminin özelliklerini kullanarak verilen aritmetiksel görevdeki üslü ifadelerin değerlerini bulması beklenmektedir. Öğrencilerin bu görevde üslü ifadelerle ilgili bilgi ve deneyimlerini kullanarak mantıksal muhakeme yapması ve kuvveti 0 olan üslü ifadelerle ilgili bir genellemeye ulaşması gerekir. Çember yayınlarına ait ders kitabında, öğrencilerin üslü ifadelerin üssündeki artışın sonucun büyüklüğüne olan etkisini anlamalarını sağlamak amacıyla 2^5 örneğiyle başlanmış, üs birer birer azaltılarak bir sayı örüntüsü oluşturulmuştur. Bu örüntüde öğrenciden beklenen üslü ifadenin üssü birer azaltıldığında sayının aslında tabanına bölündüğünü, yani bir geometrik dizi oluşturduğunu fark etmesidir. Dolayısıyla 2^1 üslü ifadesi 2'ye bölündüğünde 1 sonucu elde edilmiştir. Bulunan sonucun pekişmesi amacıyla aynı çözüm süreci tabanı 10 olan üslü sayılar için de uygulanmış, oluşturulan örüntü sonucunda 10^0 üslü ifadesinin değeri 1 bulunmuştur. Bu iki özel örnekten sonra öğrencinin örüntülerdeki ilişkiyi anlamlandırması ve kuvveti 0 olan sayıların 1'e eşit olduğunu ifade etmesi amaçlanmıştır. Ulaşılan genelleme değişken kullanılarak "n 0'dan farklı bir tamsayı olmak üzere $n^0 = 1$" şeklinde ifade edilmiştir.

Daire yayınlarına ait ders kitabında ise kuvveti 0 olan sayılar için bir örüntü oluşturulmamış, çözüme "$2^0 = 1$" ifadesiyle başlanmıştır. Genelleme durumu örneğin hemen arkasından "Sıfır dışındaki tüm sayıların sıfırıncı kuvveti 1'dir." şeklinde ifade edilmiştir. Bu durumda öğrencinin kendi genellemesine ulaşması için herhangi bir yönlendirme yapılmamış, genellemeleri ifade etme süreci göz ardı edilmiştir. Bu süreci öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişimi, özelde ise genelleme becerilerinin gelişimi açısından değerlendirdiğimizde, Bakış Açısı A'ya yer verilmeden doğrudan Bakış Açısı B'ye geçildiği, diğer bir deyişle öğrencileri genelleme sürecine dâhil etmeden kuralı ezberlemeye yönlendirdiği söylenebilir.

Tablo 3.23. *Yedinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A1GhS A1MdE A1GhN	 Problem Kar yağışı nedeniyle servisi gelmeyen Yiğitcan, okula yolun $\frac{1}{4}$'ünü yürüyerek, geriye kalan yolun $\frac{2}{3}$'ünü araçla gidiyor. Yiğitcan'ın gideceği 400 m yolu kaldığına göre ev ile okul arasının kaç kilometre olduğunu bulalım. Çözüm Yiğitcan $\frac{1}{4}$'ünü yürüyerek, kalan yolun $\frac{2}{3}$'ünü araçla gittiğinde geriye 400 m yolunun kaldığı veriliyor. Yiğitcan'ın evi ile okulu arasının kaç kilometre olduğunu bulmamız isteniyor. Okul ile ev arasını 1 tam kabul ederek yolun kalan kısmını bulalım. Bu kısmın $\frac{2}{3}$'ünü bularak araçla gittiği mesafeyi hesaplayalım. Yürüyerek ve araçla gittiği toplam yolu bulalım ve bu toplamı 1 tamdan çıkararak kalan yolu hesaplayalım. Kalan yol 400 m olarak verildiğine göre orantı kullanarak yolun tamamını bulalım. Yolun tamamını 1 kabul edersek Yolun kalan kısmı: $\underset{(4)}{\frac{1}{1}} - \underset{(1)}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Araçla gidilen kısım kalan kısmın $\frac{2}{3}$'ü olduğundan; $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ Yürüyerek ve araçla gittiği yol: $\underset{(1)}{\frac{1}{4}} + \underset{(2)}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ Yolun tamamından bu toplamı çıkaralım $\frac{1}{1} - \underset{(4)}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ olur. Yolun geriye kalan $\frac{1}{4}$'lük kısmı 400 m olduğundan ev ile okul arasını orantı kullanarak bulalım. $\frac{1}{4} \times \frac{400}{x}$ 1x = 4 · 400 x = 1600 m olur. 1600 m = 1,6 km olduğundan okul ile ev arası 1,6 km'dir.	A1GhS / A1MdE / A1GhN Öğrencilerden verilen günlük hayat problemindeki nicelik ve nicelikler arasındaki ilişkiler üzerinde akıl yürütmesi ve bu süreçte niceliklerin çoklu gösterimlerini etkili bir şekilde kullanması beklenmektedir. Aynı zamanda verilen günlük hayat problemleri öğrencinin sayı sistemlerinin özelliklerini ve eşit işaretini etkin bir şekilde kullanımını gerektirir.
Daire	A1GhS A1MdE A1GhN	 **Problem** .... Bir akvaryumun yarısı su ile doldurur. Akvaryuma 10 litre daha su eklediğinde akvaryum $\frac{3}{4}$ ü dolmuş oluyor. Akvaryumun tamamı dolu iken kaç litre su vardır? **Problemi anlama** Bir akvaryumun yarısının su ile dolu olduğu ve bu akvaryuma 10 L daha su eklenince $\frac{3}{4}$ ünün dolu olduğu veriliyor. Akvaryumun tamamı dolu iken kaç L su olduğu soruluyor. **Çözümü planlama** $\frac{3}{4}$ ile $\frac{1}{2}$ arasındaki fark bularak 10 L nin hangi rasyonel sayıya denk geldiği hesaplanmalıdır. Daha sonra $\frac{4}{4}$ e denk gelen miktar yani akvaryumun kapasitesi bulunmalıdır. **Problemi çözme** yarım $= \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} - \underset{(2)}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$, 10 L $\frac{1}{4}$ e denk gelmektedir. O hâlde kapasitesi $4 \cdot 10 = 40$ litredir.	

3.3.2. Örüntüler ve fonksiyonel ilişki/ değişkenler ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait ders kitaplarının analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.24 ve Tablo 3.25'te görüldüğü üzere "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler" aşamasında genelleme durumlarına yer verilmeyen görev ve uygulamalara rastlanmamıştır. En sık rastlanan genelleme durumları değişkenlerin kullanıldığı görev ve uygulamalarda genellemeleri ifade etme sürecinde görülmüştür. Çember yayınlarına ait ders kitabında bu bileşene daire yayınlarına ait ders kitaplarından daha sık yer verilmiştir. Dolayısıyla "Değişkenlerin Anlamı" alt bileşenini destekleyen genelleme durumlarını ifade etme için temsil kullanımı daire yayınlarında daha yoğun olarak görülmüştür.

Aşama 2'nin her iki alt bileşeninde yer alan matematiksel durumlarda genellemeleri ifade etme sürecine (Bakış Açısı A) öncelik verilmiş, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma (Bakış Açısı B) bir önceki aşamada da olduğu gibi yetersiz kalmıştır. Matematiksel durumlardaki genellemeleri ifade etme için sembolleri kullanma çember yayınlarında daha baskın olarak görülmüştür.

Tablo 3.24. *Çember Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (7.sınıf)*

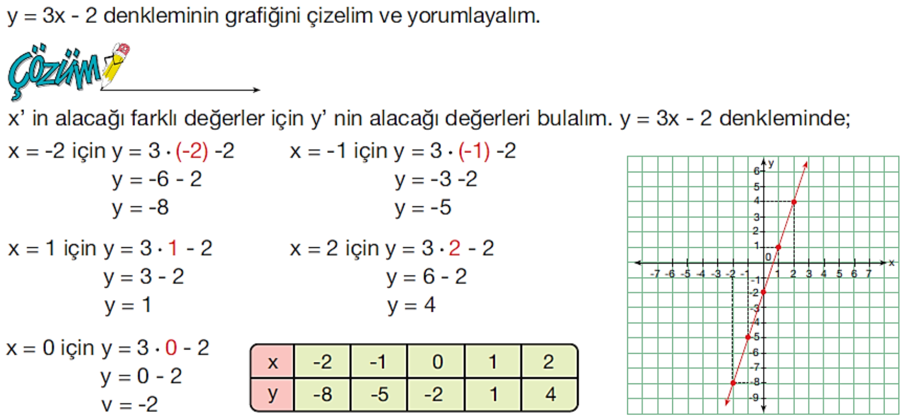
Aşamalar Bakış Açıları		(2)	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%1,6**	**%2**
	Md	**%6,1**	**%20,2**
B	Gh	**%0,5**	**%0,6**
	Md	**%3,8**	**%10,2**

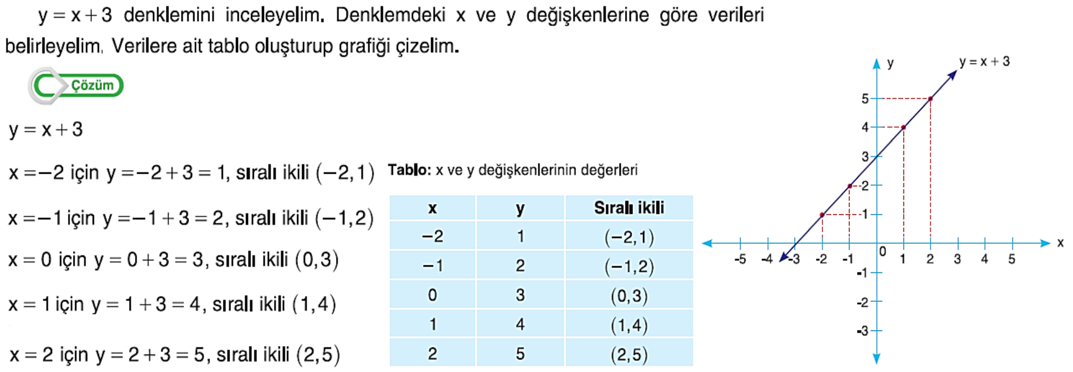
Tablo 3.25. *Daire Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (7.sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		(2)	
	Bileşen Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%0,6**	**%2,6**
	Md	**%2,8**	**%16**
B	Gh	**%1,1**	**%0,7**
	Md	**%2,3**	**%11,6**

Tablo 3.26 ve Tablo 3.27'de "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.26. *Yedinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

<table>
<tr><th>Yayınevi</th><th>Kod</th><th>Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek</th><th>Açıklama</th></tr>
<tr><td><i>Çember</i></td><td>A1MdÖ</td><td>

$y = 3x - 2$ denkleminin grafiğini çizelim ve yorumlayalım.
Çözüm
x' in alacağı farklı değerler için y' nin alacağı değerleri bulalım. $y = 3x - 2$ denkleminde;
$x = -2$ için $y = 3 \cdot (-2) -2$
$y = -6 - 2$
$y = -8$
$x = -1$ için $y = 3 \cdot (-1) -2$
$y = -3 -2$
$y = -5$
$x = 1$ için $y = 3 \cdot 1 - 2$
$y = 3 - 2$
$y = 1$
$x = 2$ için $y = 3 \cdot 2 - 2$
$y = 6 - 2$
$y = 4$
$x = 0$ için $y = 3 \cdot 0 - 2$
$y = 0 - 2$
$v = -2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-8</td><td>-5</td><td>-2</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>

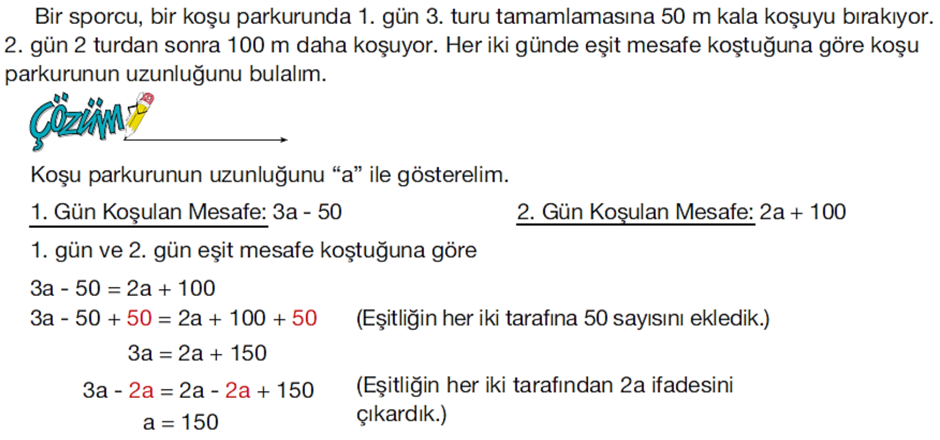
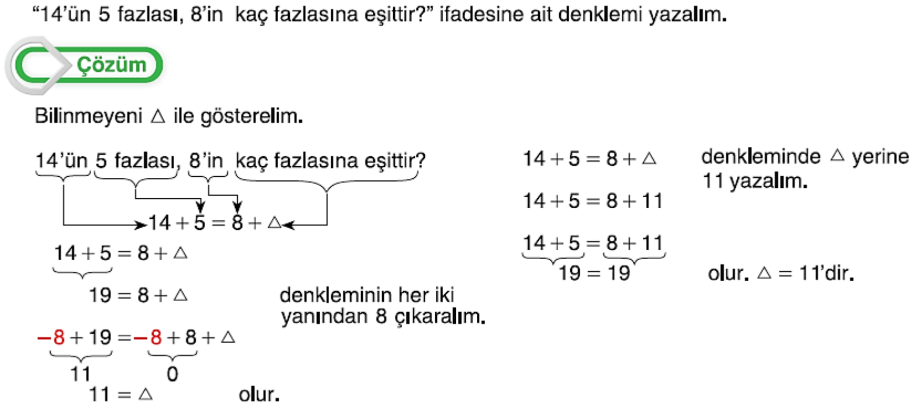
</td><td rowspan="2">A1MdÖ
Öğrenciden verilen iki bilinmeyenli denklemlerin grafiğinin çizmesi istenmiştir.
Öğrencinin denklem grafiğini çizerken x'in alacağı farklı değerler için y'nin alacağı değerleri bulması gerekir.
Daha doğru bir grafik çizimi için grafiğin eksenleri kestiği noktaların belirlenmesi gerekir.</td></tr>
<tr><td><i>Daire</i></td><td>A1MdÖ</td><td>

$y = x + 3$ denklemini inceleyelim. Denklemdeki x ve y değişkenlerine göre verileri belirleyelim. Verilere ait tablo oluşturup grafiği çizelim.
Çözüm
$y = x + 3$
$x = -2$ için $y = -2 + 3 = 1$, sıralı ikili $(-2,1)$
$x = -1$ için $y = -1 + 3 = 2$, sıralı ikili $(-1,2)$
$x = 0$ için $y = 0 + 3 = 3$, sıralı ikili $(0,3)$
$x = 1$ için $y = 1 + 3 = 4$, sıralı ikili $(1,4)$
$x = 2$ için $y = 2 + 3 = 5$, sıralı ikili $(2,5)$
Tablo: x ve y değişkenlerinin değerleri
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th><th>Sıralı ikili</th></tr>
<tr><td>−2</td><td>1</td><td>(−2,1)</td></tr>
<tr><td>−1</td><td>2</td><td>(−1,2)</td></tr>
<tr><td>0</td><td>3</td><td>(0,3)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td><td>(1,4)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td><td>(2,5)</td></tr>
</table>

</td></tr>
</table>

Tablo 3.26’da sunulan her iki yayınevine ait görevlerde öğrencilerin denklemlerdeki iki değişken arasında bir ilişki olduğunu, dolayısıyla bağımsız değişkendeki değişime karşın bağımlı değişkende de bir değişim meydana geldiğini keşfetmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerden bu iki değişken arasındaki ilişkiyi çoklu temsilleri kullanarak ifade etmeleri beklenmektedir. Çünkü değişken arasındaki ilişki grafik yardımıyla çok daha net ve bütüncül bir şekilde görülebilir.

Problemin çözümünde her iki yayına ait ders kitabında da x değişkenine -2 ve +2 aralığındaki ardışık tam sayılar verilmiş, böylece öğrencilerin bu denklemlerin aslında bir örüntü ifade ettiğini anlaması amaçlanmıştır. Böylece x’e verilen her değer için y’nin alacağı değerlerin sistematik bir biçimde artacağı ya da azalacağı fark ettirilmeye çalışılmıştır. x'in alacağı değerler için y’nin alacağı değerler tablo temsilleriyle gösterilmiş, dolayısıyla aralarındaki ilişkinin görülmesini kolaylaştırılmıştır. Daha sonra x ve y değişkenlerine göre belirlenen veriler koordinat sisteminde gösterilmiş ve doğrusal denklemlerin grafiği çizilmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları grafiklerle genelleme sürecini ifade etmeleri beklenir.

Tablo 3.27. *Yedinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A1GhD	 Bir sporcu, bir koşu parkurunda 1. gün 3. turu tamamlamasına 50 m kala koşuyu bırakıyor. 2. gün 2 turdan sonra 100 m daha koşuyor. Her iki günde eşit mesafe koştuğuna göre koşu parkurunun uzunluğunu bulalım. ÇÖZÜM Koşu parkurunun uzunluğunu “a” ile gösterelim. 1. Gün Koşulan Mesafe: 3a - 50 2. Gün Koşulan Mesafe: 2a + 100 1. gün ve 2. gün eşit mesafe koştuğuna göre $3a - 50 = 2a + 100$ $3a - 50 + 50 = 2a + 100 + 50$ (Eşitliğin her iki tarafına 50 sayısını ekledik.) $3a = 2a + 150$ $3a - 2a = 2a - 2a + 150$ (Eşitliğin her iki tarafından 2a ifadesini çıkardık.) $a = 150$	A1GhD / A1MdD Öğrencinin günlük hayat veya matematiksel problemlerdeki bilinmeyeni değişken kullanarak ifade etmesi ve problem cümlesine uygun denklemi oluşturması beklenir. Buradaki önemli nokta öğrencinin verilenleri doğru bir şekilde yorumlaması ve denklemi bu doğrultuda kurmasıdır.
Daire	A1MdD	 “14’ün 5 fazlası, 8’in kaç fazlasına eşittir?” ifadesine ait denklemi yazalım. Çözüm Bilinmeyeni △ ile gösterelim. 14’ün 5 fazlası, 8’in kaç fazlasına eşittir? $14 + 5 = 8 + \triangle$ $\underbrace{14 + 5}_{} = 8 + \triangle$ $19 = 8 + \triangle$ denkleminin her iki yanından 8 çıkaralım. $\underbrace{-8 + 19}_{11} = \underbrace{-8 + 8}_{0} + \triangle$ $11 = \triangle$ olur. $14 + 5 = 8 + \triangle$ denkleminde △ yerine 11 yazalım. $14 + 5 = 8 + 11$ $\underbrace{14 + 5}_{19} = \underbrace{8 + 11}_{19}$ olur. $\triangle = 11$’dir.	

3.4. Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

İncelenen çember yayınları sekizinci sınıf matematik ders kitabında incelenen öğrenme alanları ile ilgili 309 görev yer almakta, bunların 11'i konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 25'i etkinlik ve geriye kalan 273'ü de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan 309 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Daire yayınları sekizinci sınıf matematik ders kitabında 247 görev yer almakta, bunların 9'u konuya giriş için kullanılan merak uyandırıcı problem durumu, 25'i etkinlik ve geriye kalan 213'ü de uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları altında verilen görevlerdir. Ders kitabında yer alan 247 görev genelleme perspektifi bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 3.28. *Analitik Çerçeveye Göre Genelleme Durumlarının Sekizinci Sınıf Kitaplarında Görülme Yüzdeleri*

Aşamalar Bakış Açıları		**(1)**						**(2)**			
	Bileşenler Durum	**S**		**E**		**N**		**Ö**		**D**	
		Ç$_8$	**D$_8$**	**Ç$_8$**	**D$_8$**	**Ç$_8$**	**D$_8$**	**Ç$_8$**	**D$_8$**	**Ç$_8$**	**D$_8$**
A	**Gh**	**%6**	**%4,3**	**%3,7**	**%3,9**	**%2,8**	**%3,2**	**%4**	**%3,7**	**%0,7**	**%0,9**
	Md	**%11,3**	**%16,8**	**%13,4**	**%19,3**	**%0**	**%0**	**%10,9**	**%15,3**	**%17,2**	**%17,4**
B	**Gh**	**%0,3**	**%0,2**	**%0**	**%0**	**%0**	**%0**	**%3,2**	**%0,4**	**%4,3**	**%0,2**
	Md	**%5,7**	**%6,1**	**%1,4**	**%1,2**	**%0**	**%0**	**%6**	**%3,4**	**%8,3**	**%3,1**

Tablo 3.28'deki sıklık düzeylerine bakıldığında her iki yayında yer alan görev ve uygulamalardaki genelleme durumlarının tüm bileşenlere homojen olarak dağıldığı görülmüştür. Aşama 1'in alt bileşenlerinden "Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma" ve "Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme" bileşenlerine yoğun bir şekilde yer verilirken, "Niceliksel Muhakeme" bileşenine günlük hayat durumlarındaki genellemeleri ifade etme sürecini destekleyen görevler dışında yer verilmemiştir. Ayrıca cebirsel düşünmenin gelişiminde oldukça önemli bir yere sahip olan "Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme", "Değişkenler ve Örüntüler" gibi bileşenleri destekleyen

genelleme durumlarına, matematiksel durumlar içeren görev ve uygulamalarda günlük hayat durumu içerenlere oranla daha yoğun bir şekilde yer verilmiştir. Tablodaki Bakış Açısı A'nın ve Bakış Açısı B'nin sıklık değerleri karşılaştırıldığında, A'ya ait satırların daha koyu renklerle gösterildiği görülmüştür. Diğer bir ifadeyle ders kitaplarında yer alan çoğu genelleme durumu genellemeleri ifade etme süreciyle sınırlı kalmış, ifade edilen bu genellemeleri temsil eden sembolleştirme aşamasına yeteri kadar yer verilmemiştir.

Analiz kapsamında sekizinci sınıf ders kitaplarından elde edilen bulgular iki bölüme ayrılmıştır.

3.4.1. Aritmetiği ve niceliksel muhakemeyi genelleme ile ilgili bulgular

İki farklı yayınevine ait kitapların analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.29 ve Tablo 3.30'da görüldüğü üzere "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasında genelleme durumları en sık "Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme" alt bileşenine ait görev ve uygulamalarda görülmüştür. Bu bileşen kapsamındaki genellemeler karşımıza matematiksel durumlar içeren görev ve uygulamalardaki genellemeleri ifade etme sürecini destekler nitelikte çıkmaktadır. Daire yayınlarına ait ders kitabında bu bileşene, çember yayınlarına ait ders kitaplarındakilerden daha çok yer verilmiştir. Bu bileşene ait matematiksel durumlara daire yayınlarında çember yayınlarına oranla daha sık rastlanmıştır. Niceliksel muhakemeyi destekleyen genelleme durumlarına ise sadece genellemeleri ifade etme sürecinde rastlanmış, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde rastlanmamıştır.

Tablo 3.29. *Çember Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (8.sınıf)*

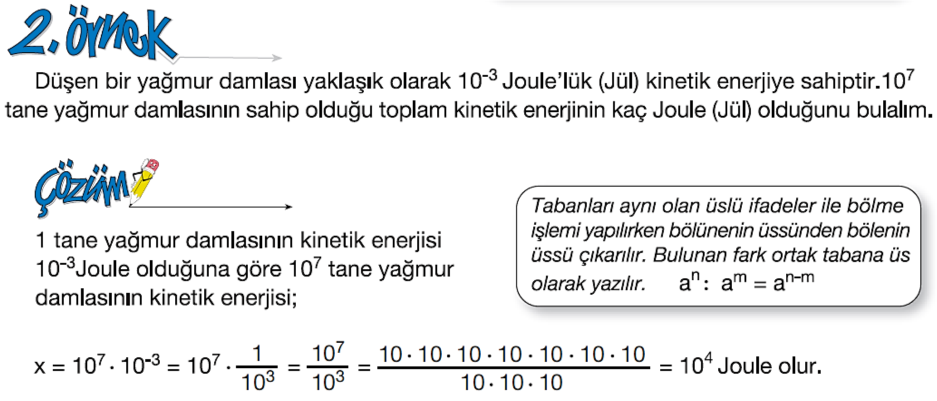
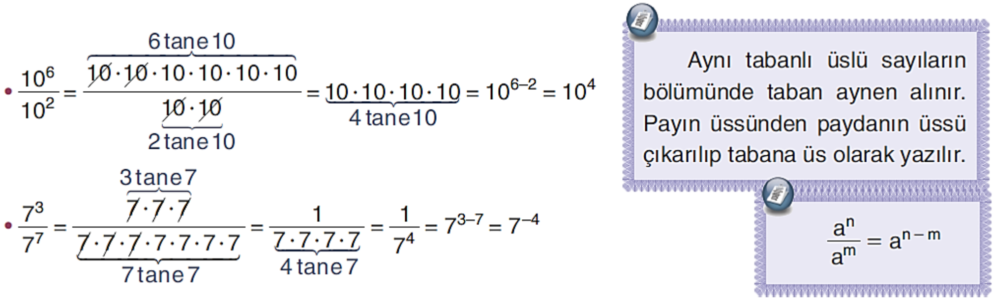
Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%6**	**%3,7**	**%2,8**
	Md	**%11,3**	**%13,4**	**%0**
B	Gh	**%0,3**	**%0**	**%0**
	Md	**%5,7**	**%1,4**	**%0**

Tablo 3.30. *Daire Yayınlarında Aşama 1'in Görülme Yüzdeleri (8.sınıf)*

Aşamalar Bakış Açıları		(1)		
	Bileşen Durum	**S**	**E**	**N**
A	Gh	**%4,3**	**%3,9**	**%3,2**
	Md	**%16,8**	**%19,3**	**%0**
B	Gh	**%0,2**	**%0**	**%0**
	Md	**%6,1**	**%1,2**	**%0**

Tablo 3.31 ve Tablo 3.32'de "Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genelleme" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

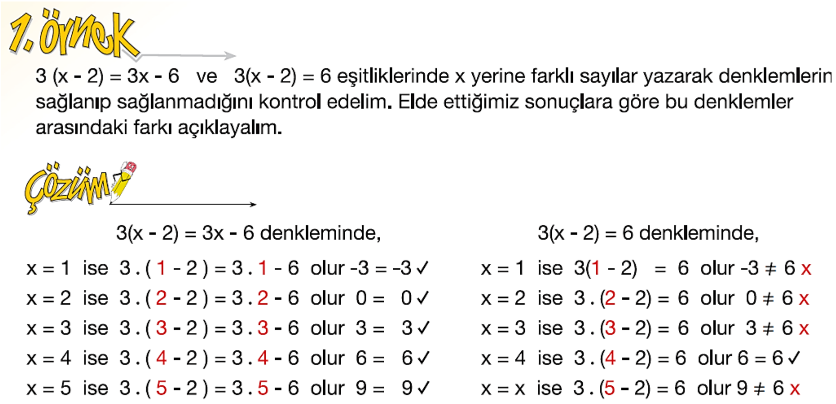
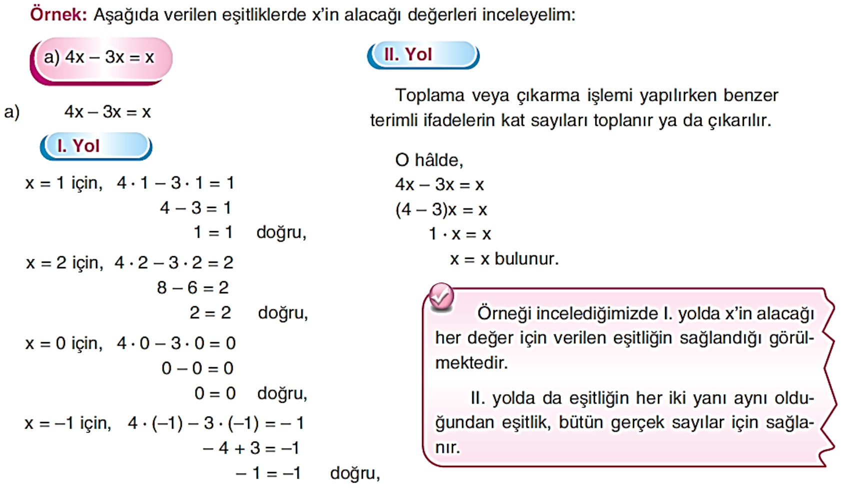
Tablo 3.31. *Sekizinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A1GhS B1MdS A1GhN	 **2. örnek** Düşen bir yağmur damlası yaklaşık olarak 10^{-3} Joule'lük (Jül) kinetik enerjiye sahiptir.10^{7} tane yağmur damlasının sahip olduğu toplam kinetik enerjinin kaç Joule (Jül) olduğunu bulalım. **Çözüm** 1 tane yağmur damlasının kinetik enerjisi 10^{-3}Joule olduğuna göre 10^{7} tane yağmur damlasının kinetik enerjisi; *Tabanları aynı olan üslü ifadeler ile bölme işlemi yapılırken bölünenin üssünden bölenin üssü çıkarılır. Bulunan fark ortak tabana üs olarak yazılır.* $a^{n} : a^{m} = a^{n-m}$ $x = 10^{7} \cdot 10^{-3} = 10^{7} \cdot \frac{1}{10^{3}} = \frac{10^{7}}{10^{3}} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 10^{4}$ Joule olur.	A1GhS Problem durumu günlük hayatla ilişkilendirilerek, öğrencinin sayı sistemlerinin özelliklerini kullanması ve problem durumundaki genellemeyi ifade etmesi amaçlanmıştır. A1MdS Problem durumu matematiksel durum olarak verilmiştir. B1MdS Genellemeyi ifade etme sürecinin ardından öğrencilerden beklenen genellemeleri ifade etme için sembolleri etkili bir şekilde kullanmalarıdır.
Daire	A1MdS B1MdS	 • $\frac{10^{6}}{10^{2}} = \frac{\overbrace{\cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}^{6 \text{ tane } 10}}{\underbrace{\cancel{10} \cdot \cancel{10}}_{2 \text{ tane } 10}} = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{4 \text{ tane } 10} = 10^{6-2} = 10^{4}$ • $\frac{7^{3}}{7^{7}} = \frac{\overbrace{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}^{3 \text{ tane } 7}}{\underbrace{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{7 \text{ tane } 7}} = \frac{1}{\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{4 \text{ tane } 7}} = \frac{1}{7^{4}} = 7^{3-7} = 7^{-4}$ Aynı tabanlı üslü sayıların bölümünde taban aynen alınır. Payın üssünden paydanın üssü çıkarılıp tabana üs olarak yazılır. $\frac{a^{n}}{a^{m}} = a^{n-m}$	

Tablo 3.31'de yer alan çember yayınlarına ait ders kitabındaki görevde öğrencilerden sayı sisteminin özelliklerini kullanarak, verilen problemdeki niceliksel bilgiyi günlük hayatlarıyla ilişkilendirmeleri, niceliksel bilgiyi yorumları beklenmektedir. Sonrasında problemin çözümü için probleme uygun matematik cümlesini ve matematiksel işlemi belirlemeleri gerekmektedir. Bu süreçte öğrenciye yaptığı işlemin aynı amacı taşıyan başka problemlerde de geçerli olup olmayacağını sorgulatmak gerekir. Fakat bunun yerine ders kitaplarındaki tüm görev ve uygulamalarda konu ile ilgili ilk örnekle beraber genellemenin sembollerle ifade edilen kuralı verilmiş, öğrenciye işlemdeki düzeni fark edip kendi genellemesini ifade etme olanağı sağlanmamıştır.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki görevde ise, çember yayınlarında günlük hayat problemi olarak verilen görev matematiksel problem olarak verilmiştir. Bu durumda öğrencinin verilen matematiksel işlemi günlük hayatla ilişkilendirememesi, problemin çözüm sürecini aynı türdeki problemlere genişletememesine neden olacak ve dolayısıyla bir genellemeye ulaşamayacaktır. Daire yayınlarının bu tutumu cebirsel düşünmenin gelişimi için şüphesiz ki bir dezavantajdır. Çember yayınlarıyla paralel olarak ders kitabındaki tüm görev ve uygulamalarda konu ile ilgili ilk örnekle beraber genellemenin sembollerle ifade edilen kuralı verilmiş, öğrenciye kendi genellemesini ifade etme olanağı sağlanmamıştır.

Tablo 3.32. *Sekizinci Sınıf Ders Kitaplarında Aritmetiği ve Niceliksel Muhakemeyi Genellemeye İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A1MdE B1MdE	 **1. Örnek** $3(x - 2) = 3x - 6$ ve $3(x - 2) = 6$ eşitliklerinde x yerine farklı sayılar yazarak denklemlerin sağlanıp sağlanmadığını kontrol edelim. Elde ettiğimiz sonuçlara göre bu denklemler arasındaki farkı açıklayalım. **Çözüm** $3(x - 2) = 3x - 6$ denkleminde, $x = 1$ ise $3.(1 - 2) = 3.1 - 6$ olur $-3 = -3$ ✓ $x = 2$ ise $3.(2 - 2) = 3.2 - 6$ olur $0 = 0$ ✓ $x = 3$ ise $3.(3 - 2) = 3.3 - 6$ olur $3 = 3$ ✓ $x = 4$ ise $3.(4 - 2) = 3.4 - 6$ olur $6 = 6$ ✓ $x = 5$ ise $3.(5 - 2) = 3.5 - 6$ olur $9 = 9$ ✓ $3(x - 2) = 6$ denkleminde, $x = 1$ ise $3(1 - 2) = 6$ olur $-3 \neq 6$ x $x = 2$ ise $3.(2 - 2) = 6$ olur $0 \neq 6$ x $x = 3$ ise $3.(3 - 2) = 6$ olur $3 \neq 6$ x $x = 4$ ise $3.(4 - 2) = 6$ olur $6 = 6$ ✓ $x = x$ ise $3.(5 - 2) = 6$ olur $9 \neq 6$ x	<u>A1MdE</u> Öğrenciden verilen özdeşlik ve denklem arasındaki farkı anlamlandırması beklenmektedir. Bu süreç esnasında özdeşlik ve denklemlerdeki değişkenlere farklı değerler verilmiş ve eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması amaçlanmıştır. <u>B1MdE</u> Eşit işareti kullanılarak verilen doğru, yanlış ve açık cümleler ile eşit işaretinin işlemin sonucunu bulmak için kullanılmadığı, eşitliğin her iki tarafı için bir denge durumu sağladığı belirtilmeye çalışılmıştır.
Daire	A1MdE B1MdE	 **Örnek:** Aşağıda verilen eşitliklerde x'in alacağı değerleri inceleyelim: a) $4x – 3x = x$ a) $4x – 3x = x$ **I. Yol** $x = 1$ için, $4 \cdot 1 – 3 \cdot 1 = 1$ $4 – 3 = 1$ $1 = 1$ doğru, $x = 2$ için, $4 \cdot 2 – 3 \cdot 2 = 2$ $8 – 6 = 2$ $2 = 2$ doğru, $x = 0$ için, $4 \cdot 0 – 3 \cdot 0 = 0$ $0 – 0 = 0$ $0 = 0$ doğru, $x = –1$ için, $4 \cdot (–1) – 3 \cdot (–1) = – 1$ $– 4 + 3 = –1$ $– 1 = –1$ doğru, **II. Yol** Toplama veya çıkarma işlemi yapılırken benzer terimli ifadelerin kat sayıları toplanır ya da çıkarılır. O hâlde, $4x – 3x = x$ $(4 – 3)x = x$ $1 \cdot x = x$ $x = x$ bulunur. Örneği incelediğimizde I. yolda x'in alacağı her değer için verilen eşitliğin sağlandığı görülmektedir. II. yolda da eşitliğin her iki yanı aynı olduğundan eşitlik, bütün gerçek sayılar için sağlanır.	

3.4.2. Örüntüler Ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler İle İlgili Bulgular

İki farklı yayınevine ait ders kitaplarının analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, Tablo 3.33 ve Tablo 3.34'te görüldüğü üzere "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler" aşamasında genelleme durumlarına yer verilmeyen görev ve uygulamalara rastlanmamıştır. En sık rastlanan genelleme durumları değişkenlerin kullanıldığı görev ve uygulamalarda genellemeleri ifade etme sürecinde görülmüştür. Çember yayınlarına ait ders kitabında bu bileşene daire yayınlarına ait ders kitaplarından daha sık yer verilmiştir. Dolayısıyla "Değişkenlerin Anlamı" alt bileşenini destekleyen genelleme durumlarını ifade etme için sembol kullanımı çember yayınlarında daha yoğun olarak görülmüştür.

Aşama 2'nin her iki alt bileşeninde yer alan matematiksel durumlarda genellemeleri ifade etme sürecine (Bakış Açısı A) öncelik verilmiş, genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma (Bakış Açısı B) bir önceki aşamada da olduğu gibi yetersiz kalmıştır. Günlük hayat durumlarındaki genellemeleri ifade etme için sembolleri kullanma çember yayınlarında daha baskın olarak görülmüştür.

Tablo 3.33. *Çember Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (8.sınıf)*

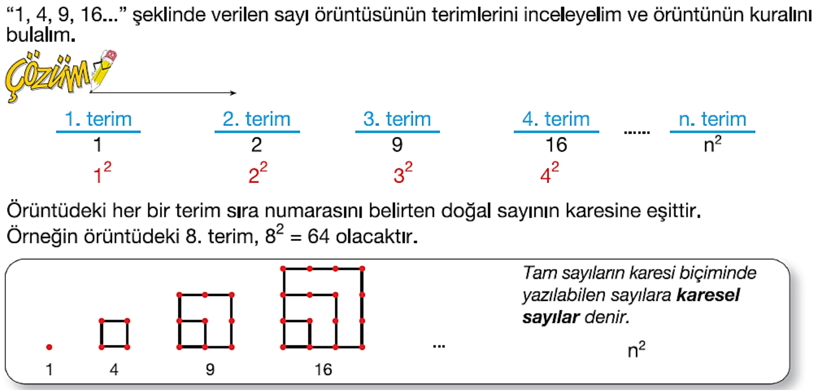
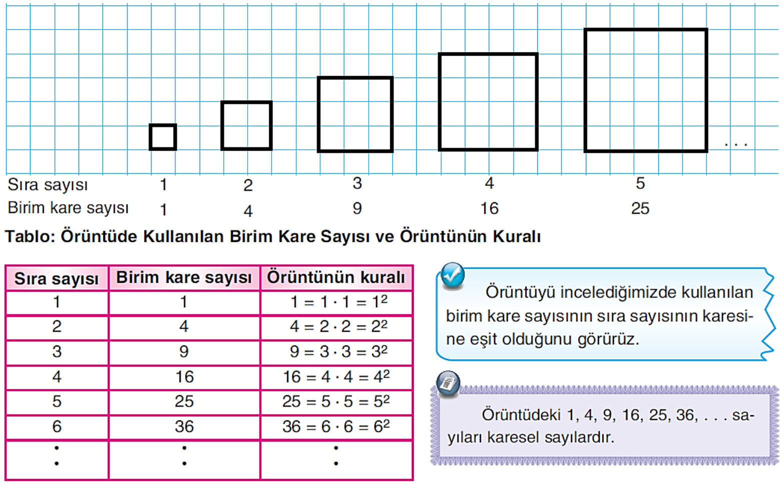
Aşamalar / Bakış Açıları		(2)	
	Bileşen / Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%4**	**%0,7**
	Md	**%10,9**	**%17,2**
B	Gh	**%3,2**	**%4,3**
	Md	**%6**	**%8,3**

Tablo 3.34. *Daire Yayınlarında Aşama 2'nin Görülme Yüzdeleri (8.sınıf)*

Aşamalar / Bakış Açıları		(2)	
	Bileşen / Durum	**Ö**	**D**
A	Gh	**%3,7**	**%0,9**
	Md	**%15,3**	**%17,4**
B	Gh	**%0,4**	**%0,2**
	Md	**%3,4**	**%3,1**

Tablo 3.35 ve Tablo 3.36'da "Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenler" aşamasını örnekleyen, farklı yayınlardan seçilen problem durumları karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.35. *Sekizinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 1*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A2MdÖ B2MdÖ B2MdD		A2MdÖ / B2MdÖ / B2MdD Öğrenciden, verilen şekil örüntüsünden sayı örüntüsüne ulaşarak veya hazır olarak verilen sayı örüntüsündeki terim ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri ve bu doğrultuda örüntünün kuralını değişken kullanarak veya kullanmadan ifade etmesi beklenmektedir.
Daire	A2MdÖ B2MdÖ		

"1, 4, 9, 16..." şeklinde verilen sayı örüntüsünün terimlerini inceleyelim ve örüntünün kuralını bulalım.

ÇÖZÜM

1. terim	2. terim	3. terim	4. terim	......	n. terim
1	2	9	16		n^2
1^2	2^2	3^2	4^2		

Örüntüdeki her bir terim sıra numarasını belirten doğal sayının karesine eşittir. Örneğin örüntüdeki 8. terim, $8^2 = 64$ olacaktır.

Tam sayıların karesi biçiminde yazılabilen sayılara ***karesel sayılar*** *denir.*

Tablo: Örüntüde Kullanılan Birim Kare Sayısı ve Örüntünün Kuralı

Sıra sayısı	Birim kare sayısı	Örüntünün kuralı
1	1	$1 = 1 \cdot 1 = 1^2$
2	4	$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$
3	9	$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$
4	16	$16 = 4 \cdot 4 = 4^2$
5	25	$25 = 5 \cdot 5 = 5^2$
6	36	$36 = 6 \cdot 6 = 6^2$
⋮	⋮	⋮

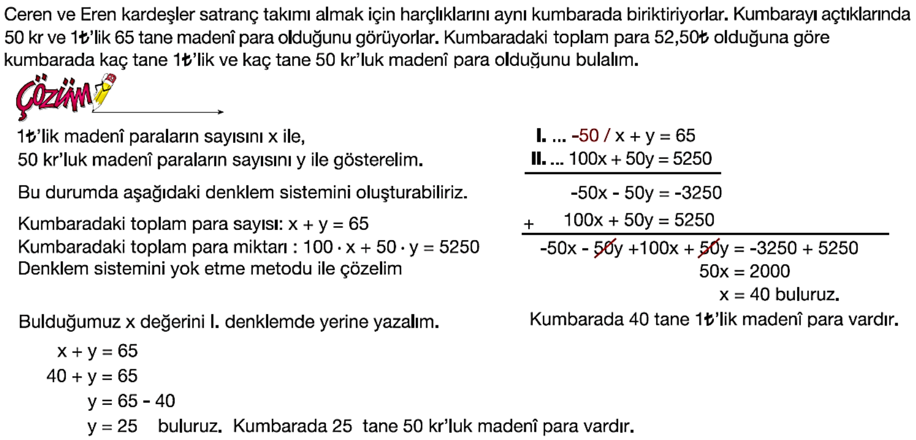
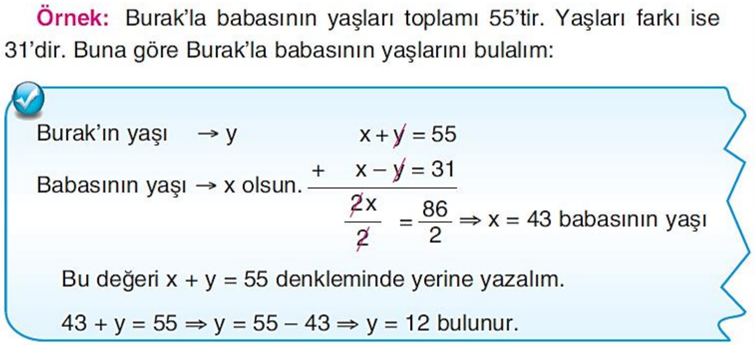
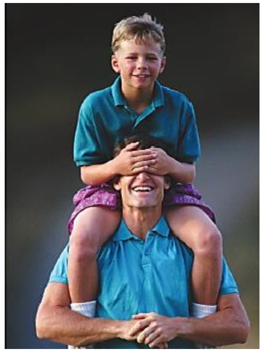
Örüntüyü incelediğimizde kullanılan birim kare sayısının sıra sayısının karesine eşit olduğunu görürüz.

Örüntüdeki 1, 4, 9, 16, 25, 36, . . . sayıları karesel sayılardır.

Tablo 3.35’te çember yayınlarına ait görevde öğrencilerden verilen sayı örüntüsündeki matematiksel ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere ait bir genellemeye varmaları ve bu genellemeyi sembol kullanarak bir kuralla ifade etmeleri beklenmektedir. Görevin çözüm sürecinde öncelikle örüntüdeki ilk dört terimin sıra sayısının karesi olduğu tablo temsiliyle (tam olarak tablo temsilini karşılamasa da), n. terim değişken kullanılarak n^2 olarak ifade edilmiştir. Örüntünün kuralı çözüm sürecinin başında verilerek öğrencilere kendi genellemelerine ulaşma olanağı sunulmamıştır. Başlangıçta verilen sayı örüntüsü, örüntünün kuralı ifade edildikten sonra şekil örüntüsüne dönüştürülmüştür. Diğer yandan verilen şekil örüntüsünde terim (nokta sayısı) ve sıra sayısı ilişkilendirmesi yapılmadan karesel sayılar tanımlanmıştır. Ancak cebirsel düşünmede özellikle şekil örüntülerinde şeklin yapısının analiz edilmesi ve bu yapıya bağlı bir genellemeye ulaşılması oldukça önemlidir. Dolayısıyla ders kitabında bu durumun ihmal edildiği söylenebilir.

Daire yayınlarına ait ders kitabındaki örüntü ise, çember yayınlarından farklı olarak şekil örüntüsü olarak verilmiş, öğrencilerin şekil örüntüsünden yararlanarak sayı örüntüsüne ulaşmaları beklenmiştir. Tabloda şekil örüntüsünün yapısının analiz edilerek çarpımsal ilişki olarak ifade edildiği ve genel bir kurala ulaşıldığı görülmüştür. Ancak ulaşılan genelleme sadece sözel temsille ifade edilmiş, farklı temsillerin kullanımı ihmal edilmiştir. Dolayısıyla cebirsel düşünmenin gelişimi için oldukça önemli olan örüntü oluşturma, tanıma, genişletme uygulamada etkin bir şekilde yer alırken, farklı temsiller kullanarak genelleme ve genellemeyi test etme yer almamaktadır.

Tablo 3.36. *Sekizinci Sınıf Ders Kitaplarında Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki/ Değişkenlere İlişkin Görevlerden Bazı Örnekler – 2*

Yayınevi	Kod	Genelleme Perspektifini Destekleyen Duruma Örnek	Açıklama
Çember	A2GhD	 Ceren ve Eren kardeşler satranç takımı almak için harçlıklarını aynı kumbarada biriktiriyorlar. Kumbarayı açtıklarında 50 kr ve 1₺'lik 65 tane madenî para olduğunu görüyorlar. Kumbaradaki toplam para 52,50₺ olduğuna göre kumbarada kaç tane 1₺'lik ve kaç tane 50 kr'luk madenî para olduğunu bulalım. Çözüm 1₺'lik madenî paraların sayısını x ile, 50 kr'luk madenî paraların sayısını y ile gösterelim. Bu durumda aşağıdaki denklem sistemini oluşturabiliriz. Kumbaradaki toplam para sayısı: $x + y = 65$ Kumbaradaki toplam para miktarı : $100 \cdot x + 50 \cdot y = 5250$ Denklem sistemini yok etme metodu ile çözelim **I.** ... $-50\ /\ x + y = 65$ **II.** ... $100x + 50y = 5250$ $-50x - 50y = -3250$ $+\quad 100x + 50y = 5250$ $-50x - \cancel{50}y + 100x + \cancel{50}y = -3250 + 5250$ $50x = 2000$ $x = 40$ buluruz. Kumbarada 40 tane 1₺'lik madenî para vardır. Bulduğumuz x değerini I. denklemde yerine yazalım. $x + y = 65$ $40 + y = 65$ $y = 65 - 40$ $y = 25$ buluruz. Kumbarada 25 tane 50 kr'luk madenî para vardır.	A2GhD Öğrencilerden verilen günlük hayat problemindeki nicelikleri anlamlandırması, değişkenlerle ifade etmesi ve bu değişkenleri kullanarak iki bilinmeyenli bir denklem sistemi oluşturması beklenmektedir. Sonrasında ise öğrencinin oluşturduğu denklem sistemini çözmesi ve her iki bilinmeyeni de bulması hedeflenmiştir.
Daire	A2GhD	 **Örnek:** Burak'la babasının yaşları toplamı 55'tir. Yaşları farkı ise 31'dir. Buna göre Burak'la babasının yaşlarını bulalım: Burak'ın yaşı → y Babasının yaşı → x olsun. $x + \cancel{y} = 55$ $+\quad x - \cancel{y} = 31$ $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{86}{2} \Rightarrow x = 43$ babasının yaşı Bu değeri $x + y = 55$ denkleminde yerine yazalım. $43 + y = 55 \Rightarrow y = 55 - 43 \Rightarrow y = 12$ bulunur. 	

3.5. Tüm Sınıflar İçin Ders Kitabında Yer Alan Görevlerin Genelleme Perspektifi Bağlamında Karşılaştırılması

Ders kitaplarındaki genelleme durumları sınıf düzeylerine göre ayrı ayrı incelendikten sonra tüm sınıf düzeyleri arasında karşılaştırma yapılarak sahip oldukları ortak ve farklı özellikler belirlenmiş ve Tablo 3.37'de sunulmuştur.

Tablo 3.37'deki ders kitaplarında yer alan genelleme durumlarının ortak ve farklı özellikleri incelendiğinde bu genelleme durumlarının çoğunun genellemeleri ifade etme sürecini desteklemesine karşın genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanmayı destekleyen görevler olmadığı görülmüştür. Başka bir deyişle, ders kitaplarındaki görevlerin sabit ve sürekli durumları genelleme ve bu genellemeleri sistematik bir şekilde geleneksel sembol sistemleriyle ifade etme sürecini desteklediği söylenebilir. Ancak bu genellemelerdeki muhakemeleri sözdizimsel olarak yönlendirme ve ilişkileri, sembolleri kavramsal süreçleri fark etmek için kullanma sürecini desteklemediği söylenebilir. Günlük hayat durumları içeren genelleme durumlarına her iki yayınevine ait ders kitaplarında neredeyse aynı oranda yer verildiği görülmüş ancak çember yayınlarına ait ders kitaplarında cebirsel düşünmenin gelişimine katkı sağlayacak şekilde yer verildiği belirlenmiştir. Bileşenlerden "Niceliksel Muhakeme" bileşenine genellemeleri ifade etme sürecinde nadir de olsa rastlanırken genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma sürecinde rastlanmamıştır. Bunun yanı sıra ders kitaplarında öğrencilere işlem yeteneğinin kazandırılmasını amaçlayan ancak ilişkilendirmeye dayanmayan, sadece aritmetiksel işlem içeren görevler oldukça fazladır. Sadece altıncı sınıf ders kitaplarında günlük hayat durumlarını içeren görevlere de matematiksel durumlar içeren görevler kadar önem verildiği belirlenmiştir. Tüm bu değerlendirmeler ışığında, çalışma kapsamında oluşturulan analitik çerçevenin bileşenlerine göre incelenen ders kitaplarının cebirsel düşünme bağlamında genelleme perspektifini destekleyecek şekilde tasarlanmadığı söylenebilir.

Tablo 3.37. *Tüm Sınıflar İçin Ders Kitabında Yer Alan Görevlerin Genelleme Perspektifi Açısından Karşılaştırılması*

	Ortak Özellikler	Farklı Özellikler
Sayı Sistemlerindeki Yapıyı Görünür Kılma ve Hesaplayarak Soyutlama Yapma	▪ Bu bileşen Bakış Açısı-A sürecinde Bakış Açısı-B sürecine oranla daha sık görülmüştür. ▪ Her iki bakış açısında da matematiksel durumlar içeren görevlere günlük hayat durumları içeren görevlerden daha sık yer verilmiştir. ▪ Altı ve yedinci sınıf düzeylerinde matematiksel durumlar içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere aynı sıklıkta yer verilmiştir.	▪ Tüm sınıf düzeylerinde günlük hayat durumu içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir. ▪ Beş ve sekizinci sınıf düzeylerinde matematiksel durumlar içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir.
Eşit İşareti ve İlişkisel Düşünme	▪ Bu bileşen Bakış Açısı-A sürecinde Bakış Açısı-B sürecine oranla daha sık görülmüştür. ▪ Yedi ve sekizinci sınıf düzeylerinde günlük hayat durumları içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere aynı sıklıkta yer verilmiştir. ▪ Beş, altı ve yedinci sınıf düzeylerinde matematiksel durumlar içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere aynı sıklıkta yer verilmiştir.	▪ Beş ve altıncı sınıf düzeylerinde günlük hayat durumu içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir. ▪ Sekizinci sınıf düzeyinde matematiksel durumlar içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere daire yayınlarında daha fazla yer verilmiştir.
Niceliksel Muhakeme	▪ Bu bileşene Bakış Açısı-B sürecinde yer verilmemiştir. ▪ Sekizinci sınıf düzeyinde günlük hayat durumları içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere her iki yayında da aynı sıklıkta yer verilmiştir. ▪ Matematiksel durumlar içeren ve Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere beşinci sınıf düzeyinde aynı sıklıkta yer verilmiş, altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeylerinde yer verilmemiştir.	▪ Beş, altı ve yedinci sınıf düzeylerinde günlük hayat durumu içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir.
Örüntüler ve Fonksiyonel İlişki	▪ Bu bileşen Bakış Açısı-A sürecinde Bakış Açısı-B sürecine oranla daha sık görülmüştür. ▪ Bakış Açısı-A sürecinde matematiksel durumlar içeren görevlere günlük hayat durumları içeren görevlerden daha sık yer verilmiştir. ▪ Tüm sınıf düzeylerinde günlük hayat durumları içeren görevlerdeki genellemeleri ifade etme sürecini destekleyen görevlere aynı sıklıkta yer verilmiştir.	▪ Matematiksel durumlar içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere Beş, altı ve yedinci sınıf düzeylerinde çember yayınlarında, sekizinci sınıf düzeyinde daire yayınlarında daha fazla yer verilmiştir.
Değişkenlerin Anlamı	▪ Bu bileşen Bakış Açısı-A sürecinde Bakış Açısı-B sürecine oranla daha sık görülmüştür. ▪ Her iki bakış açısında matematiksel durumlar içeren görevlere günlük hayat durumları içeren görevlerden daha sık yer verilmiştir. ▪ Günlük hayat durumları içeren ve Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeylerinde aynı sıklıkta yer verilmiş, beşinci sınıf düzeyinde yer verilmemiştir.	▪ Tüm sınıf düzeylerinde matematiksel durum içeren görevlerdeki Bakış Açısı-A sürecini destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir. ▪ Sekizinci sınıf düzeyinde günlük hayat durumları içeren görevlerdeki temsil kullanımını destekleyen görevlere çember yayınlarında daha fazla yer verilmiştir.

4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

4.1. Tartışma ve Sonuç

Matematik ders kitapları öğretmenlerin derslerinde temel kaynak olarak kullandığı tamamlayıcı öğretim materyallerinden biri olarak görülmektedir (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004; Demirel ve Kıroğlu, 2005; Güzel ve Adıbelli, 2011; Tutak ve Güder, 2012). Bu nedenle ders kitaplarının; öğrencilerin matematiksel ve cebirsel düşünme becerilerini geliştirecek, matematiksel kavram ve ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kullanabilmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenlenmeleri şüphesiz önemlidir. Ayrıca bu kitaplar MEB tarafından yayınlanan Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'na uygun bir şekilde hazırlanmalı; programın genel amaçları, öğrenme-öğretme yaklaşımı ve öğrencilere kazandırılması öngörülen temel beceriler önemle göz önüne alınmalıdır. Aynı zamanda öğretim programında yer verilen matematiğin temel amaçlarında vurgulandığı gibi öğrencilere günlük hayatta gerçek problemleri çözme becerisi kazandırmalıdır (MEB, 2013). Alandaki çalışmalara bakıldığında ise ortaöğretim öğrencilerinin problem çözerken işlemsel yönden yeterli oldukları ancak çoğunun günlük hayat problemlerini çözmede başarısız oldukları görülmektedir (Akkuş, 2008; Doruk ve Umay, 2011; Erdem vd., 2011; Erturan, 2007; Guberman, 2004; Inoue, 2008; Karataş ve Güven 2010; Umay, 2003; Yavuz Mumcu, 2011). Oysaki Inoue'nin (2008) de belirttiği gibi öğrenciler gerçek dünya ile ilişkilendirebilecekleri, hayallerinde canlandırabilecekleri durumlarla okul ortamında karşılaştırılmalı ve öğrencilerin mevcut durumları gerçekle ilişkilendirebilme becerileri geliştirilmelidir. Bu bakış açıları dikkate alındığında incelenen ders kitaplarının tümünde genelleme durumlarının programa ve incelenen çalışmalara paralel olarak günlük hayatla ilişkilendirilmeye çalışıldığı görülmektedir. Yayınevleri açısından baktığımızda ise çember yayınlarına ait ders kitaplarında günlük hayat durumları içeren genelleme durumlarına, daire yayınlarına ait ders kitaplarına oranla daha kapsamlı bir şekilde yer verildiği dikkat çekmektedir.

Dünya çapında matematik eğitimine yön veren ve Amerika Birleşik Devletleri'nin önemli kurumlarından biri olan Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'nin çalışmalarında [NCTM] (2000) ve Amerika Birleşik Devletleri'ndeki yeni eğitim reformunun omurgası haline gelen Matematikte Ortak Temel Eyalet Standartları'nda [CCSSM] (2010) ve cebirsel düşünmenin gelişimi üzerine yapılan araştırmalarda (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Armstong, 1995; Bishop, 1997; Blanton vd., 2015; Çayır ve Akyüz, 2015; Haldar, 2014; Kaput ve Blanton, 2000; Lee ve Lee, 2015; Mason, 2008; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Radford, 2011; Rivera ve Becker, 2011); genellemeyi ifade etme için farklı stratejiler geliştirmeye, farklı hesaplama stratejileri oluşturmaya, ulaşılan genellemeye benzer diğer kavramlarla ilişki kurmaya, sayı özelliklerini keşfetmek için ters işlem yapmaya olanak sağlayan genelleme durumlarının cebirsel düşünme bağlamında önem teşkil ettiği vurgulanmaktadır. Öğretim programında ise örüntüler; işlem özelliklerinin öğretimi, öğrencilerin bu özellikleri kendince anlamlandırabilmesi, fonksiyonların öğretimi ve yinelemeli örüntülerin görsel temsili için bir araç olarak gösterilmektedir (MEB, 2013). Dolayısıyla öğrencileri genelleme yapmaya teşvik edici örüntü problemlerinin zenginliği şüphesiz ki öğrencileri cebirsel düşünme sürecinin aktif bir katılımcısı haline getirmektedir. Radford'a (2008) göre ise örüntüleri genelleme sürecinde, terimlere ilişkin bir özellik genellenebilirken, herhangi bir terimi hesaplarken kullanılabilecek bir kural elde edilemeyebilir. Bu süreçte elbette bir genelleme durumu söz konusudur ancak bu durum sadece Bakış Açısı A'nın bir parçasıdır. Bu bağlamda aritmetik işlem becerisi gerektiren (bir sayının katlarını bulma, belli bir kurala göre sayıları artırma ya da azaltma, işlem özelliklerindeki örüntüyü belirleme vb.) Bakış Açısı A düzeyindeki genellemelerin gelişimini destekleyen görevlere tüm yayınlara ait ders kitaplarında sık sık yer verildiği görülmektedir. Bu tür görevlerin Bakış Açısı B düzeyindeki genelleme becerisini geliştirme potansiyeline sahip olması ve aynı zamanda öğrencilerin farklı örüntü çeşitlerini (sayı katlarındaki örüntüler, farklı sayıların ortak katlarındaki örüntüler vb.) oluşturmalarına olanak sağlaması sebebiyle cebirsel düşünmede oldukça önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Lee ve Lee, 2015; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015). Ancak ders kitaplarındaki görevlerin genellemenin sadece Bakış Açısı A düzeyindeki gelişimini desteklediği, Bakış Açısı B düzeyindeki gelişiminin yer yer göz ardı edildiği de görülmektedir. Diğer bir deyişle, ders kitaplarındaki görevlerin öğrencilerin sabit ve sürekli durumları genellemelerini ve ulaştıkları bu genellemeleri sistematik olarak geleneksel sembol sistemleriyle ifade etmelerini desteklediği, ancak bu süreçteki eylemlerini ve muhakemelerini sözdizimsel olarak yönlendirmelerini sağlamadığı söylenebilir. Ders kitapları yayınevlerine göre ayrı ayrı değerlendirildiğinde ise analiz, sentez ve soyutlama süreçlerinin etkin bir şekilde kullanımını gerektiren (Mason, 2008) ve öğrencilere genelleme olanağı sunan Bakış Açısı B düzeyindeki örüntü problemlerine, çember yayınlarına ait ders kitaplarında daire yayınlara oranla daha çok yer verildiği görülmektedir. Ayrıca örüntü problemlerinin öğrencilere fonksiyonel ilişki kurabilecekleri görevler hâlinde sunulması, öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerini bir üst seviyeye çıkarmalarına yardımcı olmaktadır. İncelenen ders kitaplarında ise ne yazık ki bu amaca yönelik genelleme durumlarına rastlanmamıştır.

Cebirdeki en önemli kavram yanılgılarından biri öğrencilerin, eşit işaretinin bir eylem anlamına geldiğini düşünmeleridir (Perso, 1992). Nitekim Stephens (2006) cebirde öğrencilerin yaşadıkları zorlukların temel nedenlerinden birinin öğrencilerin eşit işaretine yükledikleri yanlış anlamdan kaynaklanabildiğine dikkati çeker. Yapılan araştırmalar da öğretmenlerin, öğrencileri ile birlikte eşit işaretini sıklıkla kullanmalarına karşın, eşitlik kavramı ve eşit işareti hakkında öğrencilerin ne algıladıkları üzerine pek düşünmediklerini göstermektedir (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Aynı zamanda öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak görememelerinin onların cebirsel düşünme gelişimlerini doğrudan etkilediği de vurgulanmaktadır (Kieran, 1981; Knuth, Alibali, McNeil, Weinmberg ve Stephens, 2005; Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali, 2006). Kieran (1981) ise öğrencilerin eşit işaretini anlamlandırmaları ile cebirsel denklemleri çözmeleri arasında güçlü bir ilişkinin olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle eşit işaretinin anlamlandırılması ve yorumlanmasında bu sembolün sonuçtan ziyade bir ilişkiyi temsil ettiğinin vurgulanması cebir öğrenme açısından son derece önemlidir. Ancak ders kitaplarındaki genelleme durumlarına bakıldığında eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılmadığı, ilişkisel düşünmeye temel oluşturacak şekilde kullanılmadığı, aksine bir işlem sembolü olarak kullanıldığı görülmüştür. Araştırmanın bu sonucuna benzer bir biçimde, Tanışlı ve Köse (2011) ders kitaplarındaki eşit işaretini ve ilişkisel düşünmeyi inceledikleri çalışmalarında, eşit işaretinin ağırlıkla işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde kullanıldığı, ders kitaplarının öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kazanmalarına yardımcı olacak şekilde düzenlenmediği sonucuna ulaşmışlardır.

Değişken kavramı öğrencilerin öğrenim hayatları boyunca sıklıkla karşılaştığı matematikteki en temel kavramlardan biridir (Hircsh ve Lappan, 1989). Değişkenlerin kullanılmaya başlamasıyla öğrenciler yapacakları genellemelerde ve bazı matematiksel durumların ifadesinde yeni bir dil kullanmaya başlamış olurlar (Yenilmez ve Teke, 2008). Formüllerde, cebirsel ifadelerde, denklemlerde, özdeşliklerde ve benzeri durumlarda değişkenin yüklendiği anlamın (bilinmeyen değerler ya da çeşitlik gösteren çokluklar), öğrenciler tarafından kavranması büyük önem taşımaktadır (MEB, 2006). Aynı zamanda bilinmeyen olarak ifade edilen harfli ifadeler, değişken ve değişkenler arası ilişkiler olarak ifade edildiğinde, bilinmeyen kavramından değişken kavramına geçiş için gerekli öğretim motivasyonunun sağlanacağı öngörülmektedir (Dede, 2004). Dolayısıyla değişken kavramını cebirsel düşünmenin gelişimi açısından değerlendirdiğimizde bahsedilen her iki anlamının da etkili bir şekilde kullanılması önemlidir. Aksi takdirde öğrencilerin bilinmeyen nicelikler arasındaki ilişkileri görebilmede zorlanacakları söylenebilir. Nitekim alandaki çalışmalara baktığımızda öğrencilerin sayı ve sayı ilişkilerini içeren model örneklerini değişken kullanarak genelleyebilmede (Dede, 2004), sözel bir problemi denkleme dönüştürme aşamasında değişkenlerin kullanımında (Kieran ve Chalouh, 1993), sözel ifadeleri değişkene, değişkenleri de sözel ifadelere dönüştürmede (Rosnick, 1981), genelleştirilmiş sayılar ya da bilinmeyen olarak kullanılan harfli ifadeleri yorumlamada (Macgragor and Stacey, 1997) zorlandıkları, değişken kavramını belli kalıplarla ezberleyerek, değişkeni bir çokluğu ya da değişen değerleri göstermek yerine bir varlığın etiketi olarak kullandıkları görülmektedir (Soylu, 2006). Oysaki öğrenci ve öğretmenlerin birincil kaynak olarak kullandıkları ders kitaplarında değişken kavramının farklı anlamlarına etkili bir şekilde yer verilerek değişken kavramına ilişkin kavram yanılgılarının büyük ölçüde önüne geçilebilir. Ancak incelenen her iki yayınevine ait ders kitaplarında değişken kavramının genellikle bilinmeyen değerler olarak kullanıldığı, çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanılmadığı ve öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini geliştirecek şekilde ifade edilmediği görülmüştür.

Bastable ve Schifter (2008) bir problem durumunda ulaşılması hedeflenen genellemeye adım adım ulaşılması gerektiğini ve bu bağlamda işlem özelliklerinin geçerli olup olmadığının kanıtlanabilmesi için sayı kümeleri arasındaki hiyerarşinin izlenmesi gerektiğini ifade etmektedir. Yani genelleme durumları öncelikle doğal sayılar, daha sonra tam sayılar, rasyonel sayılar ve son olarak reel sayılar kümelerinin hepsi için geçerli olmalıdır. Ancak ders kitaplarında işlem özellikleri ile ilgili örnekler sadece tam sayılar kümesiyle sınırlı kalmaktadır. Örneğin ders kitaplarında çarpma işleminin değişme özelliği ile ilgili sadece tam sayılar kümesinden örnekler verilmekte (3x7=7x3, (+7)x(-5)=(-5)x(+7)), diğer sayı kümelerine ait örneklere $\left(\frac{3}{5}x\frac{15}{12}=\frac{15}{12}x\frac{3}{5}\text{ , }\sqrt{2}\,x\,\sqrt{3}=\sqrt{3}\,x\,\sqrt{2}\right)$ yer verilmemektedir. Dolayısıyla ders kitabındaki Aşama 1'i destekleyen görevlerin genellemeleri ifade etme süreci (Bakış Açısı A) ile sınırlı kaldığı söylenebilir.

Oysaki bu sınırlılık aritmetiksel problemlerde kullanılan sayıların, niceliklerle (axb=bxa) ve nicelikler arasındaki ilişkilerle değiştirilmesiyle ortadan kaldırılabilir.

Smith ve Thompson (2007) niceliksel muhakemeye odaklanmanın öğrencilerin kavramsallaştırma, akıl yürütme, nicelikler ve nicelikler arasındaki ilişkiler üzerinde çalışma becerilerini geliştirebileceğini, niceliksel muhakeme tabanlı cebir öğretiminin öğrencilerinin cebirdeki başarı olasılığını arttırdığını, aritmetiksel ve cebirsel bilgiyi daha anlamlı ve üretken hale getirdiğini savunurlar. Aynı zamanda niceliksel muhakemeye öğrencilerin ilk ve ortaokul yıllarında önem verilmesi genel durumlarla ilgili matematiksel fikirler geliştirmelerini ve bu matematiksel fikirler sayesinde cebirsel gösterimlerdeki ifadeleri mantıklı bulmalarını sağlar. Başka bir deyişle niceliksel muhakeme becerisi, cebirdeki güçlü temsil ve yönlendirme biçimleri için kavramsal bir içerik sağlar. Ancak incelenen ders kitaplarında niceliksel muhakeme bileşenine tüm sınıf düzeylerinde neredeyse hiç yer verilmediği görülmektedir. Niceliksel muhakeme becerisinin gelişimi cebirsel düşünmenin gelişimini desteklediğinden dolayı ders kitaplarının niceliksel muhakeme bileşenine yer vermemesi öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimleri açısından olumsuz bir durum oluşturabilir.

Genellemeleri ifade etme süreci (Bakış Açısı A) işlem özelliklerini gerek rakamlar yardımıyla, gerekse sözel olarak (gelenek sembol sistemleriyle) ifade etmeyi gerektiren görevleri de içermektedir. Bu tür görevler aynı zamanda aritmetiksel problemlerin çözüm sürecinde kullanışlı stratejiler olarak benimsenen işlem özelliklerini içermesinden dolayı Aşama 1'in alt bileşeni olarak kabul edilmektedir. Ders kitaplarında bu düzeye ait genellemelerin yer yer sembolik (geleneksel semboller kullanılarak), yer yer görsel (şekil, resim ya da grafik) temsillerle ifade edildiği, çember yayınlarında sembolik temsillerden görsel temsillere geçişe daire yayınlarına kıyasla daha sık yer verildiği görülmektedir. Bakış Açısı B düzeyindeki aritmetiksel problemlerin çözüm sürecinde ise öncelikle sayısal ifadelerin ve eşitliklerin analizi, daha sonra bu analizler sonucu ulaşılan ortak özelliklerinin sentezi yapılmakta ve son olarak da tespit edilen ortak özellikler genel gösterimle ifade edilmektedir (Krutetskii, 1976). Böylece genelleme durumunu temsil etmek için kullanılan genel gösterim başarıyla inşa edilmiş olur. Ayrıca bu süreçte geleneksel sembol sistemleriyle ifade edilen genellemelerdeki eylemler ve muhakemeler sözdizimsel olarak yönlendirilebilir, analiz edilen özellikler kavramsal süreçlerin ya da nesnelerin özelliklerinin farkına varılmasında kullanılabilir. Kaput'a (2008) göre bu süreçleri açık bir şekilde ifade edebildiğimiz ve genelleme durumlarını inceleyebildiğimiz etkinlikler cebirsel olarak nitelendirilebilir. Ancak her iki yayınevine ait ders kitaplarında bu özellikler ve genellemeler sezgisel olarak doğru kabul edilmekte, sadece aritmetiksel işlem yapmak için kullanılmaktadır. Ayrıca çember yayınlarına ait ders kitaplarında öğrencilerin genel gösterimi inşa etmelerine olanak sağlayan genelleme durumlarına yetersiz de olsa yer verilirken, daire yayınlara ait ders kitaplarında bu genelleme durumlarına neredeyse hiç yer verilmemektedir.

Çalışmanın tamamında öğrencileri cebirsel düşünme sürecinin bir parçası haline getirebilecek potansiyele sahip görevleri belirlemek amacıyla Kaput'un (2008) cebirsel düşünme teorisi kullanılmıştır. Kaput teorisinde iki temel amaç belirlemiştir. Bu amaçlardan biri öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini Bakış Açısı A düzeyinden Bakış Açısı B düzeyine taşımak, bir diğeri ise öğrencilerin Aşama 1'den Aşama 2'ye geçişini kolaylaştırmak amacıyla öğrencilere yeni bir bakış açısı kazandırmaktır. Ancak çalışma sonucunda yayınevi ayırt etmeksizin Türkiye'deki ders kitaplarının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini Bakış Açısı A (genellemeleri ifade etme süreci) düzeyinden Bakış Açısı B (genellemeleri ifade etme için temsilleri kullanma) düzeyine taşıma amacını tam olarak taşımadığı ve Aşama 2'nin azımsanamayacak kadar göz ardı edildiği görülmektedir. Dolayısıyla Aşama 2'nin ders kitaplarında gerektiği gibi ele alınmaması öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimlerini sınırlayan önemli etkenlerden biridir. Ayrıca çember yayınlarına ait ders kitaplarının cebirsel düşünme bağlamında genelleme perspektifini birçok bakımdan daha etkin bir şekilde desteklediği, daire yayınlarına ait ders kitaplarının çember yayınlarına göre yetersiz kaldığı görülmektedir. Oysaki öğrenci ve öğretmenlerin birincil kaynak olarak kullandıkları ders kitaplarında genelleme perspektifini destekleyen etkinliklere yer verilmesi ve öğrenme ortamlarının çeşitlendirilmesi cebirsel düşünmenin gelişimi sürecinde kritik bir öneme sahiptir.

Araştırmanın sonuçlarına ve gelecekte yapılacak benzer araştırmalara dayalı olarak aşağıdaki öneriler verilebilir.

4.2. Öneriler

Ders kitaplarının genelleme perspektifi bağlamında incelenmesine yönelik gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen sonuçlara ve gelecekte yapılabilecek benzer çalışmalara yönelik öneriler bu bölümde sunulmuştur.

4.2.1. Araştırma sonuçlarına yönelik yapılan öneriler

1. Öğretim programında yer almasına karşın ders kitaplarında yeterince yer verilmeyen genelleme perspektifine ilişkin görevlerle ilgili eksiklikler hali hazırda var olan ders kitaplarının düzenlenmesiyle ya da yeniden yazılacak olan ders kitaplarıyla giderilmelidir.
2. Ders kitaplarındaki genellemelerin sezgisel olarak doğru kabul edilmesi ve aritmetiksel problemlerin çözümünde kullanılması, öğrencilerin kendi genellemelerini inşa etmesini engelleyebilir. Bu nedenle genelleme durumları öğrencilerin kendi genellemelerini oluşturmalarına olanak sağlayacak şekilde ve öğrencileri keşfetmeye yönlendirecek nitelikle düzenlenmelidir.
3. Etkili bir matematik öğretiminin günlük hayat ile doğrudan ilişkili olması ve öğrencilere kazandırılan bilgi-becerilerin günlük hayatta kullanabilmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenlenmesi gerekmektedir. Dolayısıyla ders kitaplarındaki görev ve uygulamalarda günlük hayat problemlerine daha fazla önem verilmelidir.
4. Türkiye'de bugüne kadar yayınlanmış ders kitaplarından genellemeyi daha geniş bir bakış açısıyla destekleyen ders kitaplarının okutulacak kitaplar olarak seçilmediği görülmektedir. Bu nedenle okutulacak ders kitaplarının seçiminde, öğretmenlere hedeflerine en yakın ders kitabını seçme olanağı sunan farklı politikalar geliştirilebilir.
5. Son olarak bu araştırma, genelleme perspektifi bağlamında farkındalık yaratarak müfredat geliştirenlerin cebirsel düşünmenin gelişimini destekleyecek nitelikte kaliteli görevler tasarlamalarına rehberlik edebilir.

4.2.2. Gelecek araştırmalar için öneriler

1. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı'nca onaylanarak ders kitabı olarak kabul edilen ancak uzun süreler boyunca okutulacak ders kitabı olarak seçilmeyen diğer yayınevlerine ait ders kitapları başka bir araştırmayla incelenebilir.
2. Araştırma kapsamında oluşturulan analitik çerçevenin 3. aşaması olan modelleme bileşeninin genelleme perspektifini nasıl ve ne ölçüde desteklediği başka bir araştırmayla incelenebilir.

KAYNAKÇA

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165).

Akkuş, O. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 35, 01-12.

Altun, M., Arslan, Ç. ve Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.

Ainley, J., Wilson, K. ve Bills, L. (2003). Generalising the context and generalising the calculation. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA* (Vol. 2, pp. 9-16). Honolulu: Center for Research and Development Group, University of Hawaii.

Armstrong, B. (1995). Teaching patterns, relationships, and multiplication as worthwhile mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics,* 1(7), 446-450.

Arslan, S. ve Özpınar, İ. (2009). İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12,* 97-113.

Ashcraft, M. H. ve Christy, K. S. (1995). The frequency of arithmetic facts in elementary texts: Addition and multiplication in grades 1-6. *Journal for Research in Mathematics Education*, 396-421.

Bakılan-Mutu, B. (2008*). 6. ve 7. sınıf matematik ders kitapları hakkında öğretmen görüşleri.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Derya Kitabevi.

Bastable, V. ve Schifter, D. (2008). Classroom stories: Examples of elementary students engaged in early algebra. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 165–184). New York: Lawrence Erlbaum.

Bednarz, N., Kieran, C. ve Lee, L. (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. In *Approaches to algebra* (pp. 3-12). Springer Netherlands.

Bishop, J. W. (1997). *Middle school students' understanding of mathematical patterns and their symbolic representations.* Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Pearson Education.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I. ve Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education,* 46(1), 39-87.

Čadež, T. H. ve Kolar, V. M. (2015). Comparison of types of generalizations and problem-solving schemas used to solve a mathematical problem. *Educational Studies in Mathematics, 89*(2), 283-306.

Carraher, D. W., Martinez, M. V. ve Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*, 40(1), 3-22.

Ciosek, M. (2012). Generalization in the process of defining a concept and exploring it by students. *Generalization in mathematics at all educational levels,* 38-56.

Cooper, T. J. ve Warren, E. (2011). Years 2 to 6 students' ability to generalise: Models, representations and theory for teaching and learning. *In Early Algebraization* (pp. 187-214). Springer Berlin Heidelberg.

Çayır, M. Y. ve Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(2).

Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi

Chua, B. L. ve Hoyles, C. (2010b). Teacher and student choices of generalising strategies: A tale of two views? *Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education,* 2, 24- 31. Tokyo, Japan: EARCOME.

Davydov, V. V. (1990). *Types of generalization in instruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (Soviet Studies in Mathematics Education, Vol. 2). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, *4*(1), 24-56.

Delice, A., Aydın, E. ve Kardeş, D. (2009). Öğretmen adayı gözüyle matematik ders kitaplarında görsel öğelerin kullanımı. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi,* 8(16), 75-92.

Demirel, Ö. ve Kıroğlu, K. (2005). *Eğitim ve ders kitapları*. (Editörler: Ö. Demirel ve K. Kıroğlu) Konu alanı ders kitabı incelemesi. Ankara: Öğreti Yayınları.

Doruk, B.K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*, 124-135.

Dougherty, B. J. ve Slovin, H. (2004). Generalized diagrams as a tool for young children’s problem solving. In *Proceedings of the 28th Conference of the International* (Vol. 2, pp. 295-302).

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. *In Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 61-85). Springer Netherlands.

Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.

Driscoll, M. ve Moyer, J. (2001). Using students' work as a lens on algebraic thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(5), 282.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–126). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Duman, T., Karakay, N., Çakmak, M., Eray. M. ve Özkan, M. (2001). *Konu alanı ders kitabı inceleme kılavuzu- matematik 1-8.* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Dumitraşcu, G. G. (2015). *Generalization: Developing mathematical practices in elementary school.* Doctoral Dissertation. Arizona: University of Arizona

Ekinci, A. ve Öter, Ö. M. (2015). İlköğretim okulları ders kitapları, öğrenci çalışma kitapları ve öğretmen kılavuz kitaplarının branşlara göre incelenmesi çalıştayları raporu. *Eğitim Fakültelerinin Öğretmen Yetiştirme Kapasitesinin Güçlendirilmesi Projesi*, 15, 2015.

Ellis, A. B. (2007). Connections between generalizing and justifying students’ reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38(3), 194–229.

Erdem, E., Gürbüz, R. ve Duran, H. (2011). Geçmişten günümüze gündelik yaşamda kullanılan matematik üzerine: teorik değil pratik. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 2(3), 232-246.

Erturan, D. (2007). *7.sınıf öğrencilerinin sınıf içindeki başarıları ile günlük hayatta matematiği fark edebilmeleri arasındaki ilişki.* Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics, 6,* 232-236.

Freeman, D. J. ve Porter, A. C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools?. *American Educational Research Journal,* 26(3), 403-421.

Fuji, T. (2003). Probing students’ understanding of variables through cognitive conflict: Is the concept of a variable so difficult for students to understand. In *Proceedings* *of the 27th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 47-65).

Greenes, C. E. ve Findell, C. (1998). *Algebra: Puzzles ve Problems*. Creative Publications.

Göze, N. (1999) . Matematik zor değildir. *Çağdaş Eğitim Dergisi,* 256, 36-37.

Guberman, S.R. (2004). A comparative study of children's out-of-school activities and arithmetical achievements. *Journal for Research in Matehamatics Education.* 35(2), 117-150.

Güzel, H. ve Adıbelli, S. (2011). 9. sınıf fizik ders kitabının eğitsel, görsel, dil ve anlatım yönünden incelenmesi. *Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 26, 200-216.

Haldar, L. C. (2014). *Students' Understandings of Arithmetic Generalizations.* Doctoral Dissertation. Berkeley: University of California

Hamann, M. S. ve Ashcraft, M. H. (1986). Textbook presentations of the basic addition facts. *Cognition and Instruction*, 3(3), 173-202.

Herbert, K. ve Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-345.

Hirsch, C. R. ve Lappan, G. (1989). Implementing the. *Mathematics Teacher, 82*(8), 614-18.

Inoue, N. (2008). Minimalism as a guiding principle: Linking mathematical learning to everyday knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(1), 36-67.

Jitendra, A. K., Deatline-Buchman, A. ve Sczesniak, E. (2005). A comparative analysis of third-grade mathematics textbooks before and after the 2000 NCTM standards. *Assessment for Effective Intervention*, 30(2), 47-62.

Kabael, T. U. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1).

Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi

Kaput, J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra', in E. Fennema and T. Romberg(eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, Erlbaum, Mahwah, NJ, pp. 133–155.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5–17). New York: Routledge, Taylor & Francis Group.

Kaput, J. J. ve Blanton, M. L. (2000). Algebraic Reasoning in the Context of Elementary Mathematics: Making It Implementable on a Massive Scale. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kaput, J. J., Blanton, M. L., ve Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 19-55). New York: Lawrence Erlbaum.

Kaput, J. J., Carraher, D. W., ve Blanton, M. L. (Eds.). (2008). *Algebra in the early grades*. New York: Routledge, Taylor & Francis Group.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin günlük yaşam problemlerini çözebilme becerilerinin belirlenmesi, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi,* 12(1), 201-217.

Kaya, D. (2015). Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme. Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi

Kerpiç, A. ve Bozkurt, A. (2011). Etkinlik tasarım ve uygulama prensipleri çerçevesinde 7. sınıf matematik ders kitabı etkinliklerinin değerlendirilmesi/An evaluation of the 7th grade mathematics textbook tasks within the framework of principles of task design. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(16).

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics, 12*(3), 317-326

Kieran, C. ve Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research Ideas for the Classroom, Middle Grades Mathematics*, 179-198.

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A. ve Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & Variable. *ZDM, 37*(1), 68-76.

Kolaç, E. (2003). İlköğretim dördüncü sınıf Türkçe ders kitaplarının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 105-137.

Köse, N. Y., & Tanışlı, D. (2011). İlköğretim Matematik Ders Kitaplarında Eşit İşareti ve İlişkisel Düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5*(2).

Kriegler, S. (2008). Just what is algebraic thinking. UCLA: Department of Mathematis.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren,* (translated from the Russian by J. Teller). Chicago, IL: University of Chicago Press.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.

Lee, C. ve Lee, S. Y. (2015). The process of pattern generalization and the pattern generalization strategies of the early 7th grade students in Korea. *Far East Journal of Mathematical Education*, 14(2), 137.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In N. Bednarz, C. Kieran, and L. Lee, (Eds.). *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*, Kluwer, Dordrecht/Boston/London, pp. 87–106.

Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics, 33*, 1-19.

Malara, N. A. (2012). Generalization processes in the teaching/learning of algebra: students behaviours and teacher role. In: Maj-Tatsis B., Tatsis K. (Eds.) *Generalization in mathematics at all educational levels*, Wydawnictwo Uniwersitetu Rzeszowskiego, Rzeszów (Poland), 57-90.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, and L. Lee, (Eds.), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 65-86). Kluwer: Dordrecht/Boston/London.

Mason, J. (2005). *Developing thinking in algebra*. Londan: Sage.

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010) *Thinking mathematically* (2nd ed.), London, Pearson.

Mason, J. (2008). Making use of children's powers to produce algebraic thinking. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), Algebra in the Early Grades (pp. 57–94). New York: Lawrence Erlbaum.

Mason, J. ve Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental constructs in mathematics education*. Psychology Press.

MEB. (2006). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu. TTKB.* Ankara: MEB Yayınları.

MEB. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5-6-7-8. Sınıflar) öğretim programı. TTKB*. Ankara: MEB Yayınları.

Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington D.C: Author.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartin, F. T. ve Gülbağcı, H. (2010). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 34(151).

Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 523-548.

Perso, T. (1992). Making the Most of Errors. *Australian Mathematics Teacher*, *48*(2), 12-14.

Piaget, J. (1970). *Science of Education and the Psychology of the Child*. New York: Orion Press.

Polya, G. (1957*). How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J: Princeton University Press.

Polya, G. (1990). *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in mathematics* (Vol. 1). Princeton University Press.

Radford, L. ve Peirce, C. S. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter* (Vol. 1, pp. 2-21).

Radford, L. (2011). Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue From Multiple Perspectives* (pp. 303–22). Berlin: Springer-Verlag.

Rivera, F. ve Becker, J. (2011). Formation of pattern generalization involving linear figural patterns among middle school students: Results of a three-year study. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue From Multiple Perspectives* (pp. 323–366). Berlin: Springer-Verlag.

Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *The Mathematics Teacher*, *74*(6), 418-450.

Sarpkaya, G. (2011). İlköğretim ikinci kademe cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesi: Matematik ders kitapları ve sınıf uygulamaları. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi

Schmittau, J. (2003). Cultural-historical theory and mathematics education. *Vygotsky's educational theory in cultural context*, 225-245.

Seven, S. (2001). İlköğretim Sosyal Bilgiler Ders Kitapları Hakkında Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Manisa: Celal Bayar Üniversitesi

Smith, J. ve Thompson, P. W. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 95-132). New York: Erlbaum.

Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30).

Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(3), 249-278.

Şahin, S. ve Turanlı, N. (2005). Liselerde okutulan Lise I. sınıf matematik kitaplarının değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25 (2).

Tanışlı, D. ve Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160).

Tanışlı, D. ve Köse, N. Y. (2013) Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi,* 44(44).

Tanisli, D. ve Ozdas, A. (2009). The strategies of using the generalizing patterns of the primary school 5th grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(3), 1485-1497.

Taşdemir, C. (2011). İlköğretim 7. sınıf matematik ders kitabının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi: Bitlis ili örneği. *Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,* 3(6), 96-110.

Tutak, T. ve Güder, Y. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğretmenlerinin matematik ders kitabı hakkındaki görüş ve düşünceleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19, 16-28.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*, 234-243.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Wagner, S. ve Kieran, C. (1989). An agenda for research on the learning and teaching of algebra. *Research issues in the learning and teaching of algebra*, 220-237.

Wongyai, P. ve Kamol, N. (2004) *A Framework in Characterizing Lower Secondary School Students' Algebraic Thinking*. ICME.

Yalın, H. (1996). Ders Kitapları Tasarımı. *Millî Eğitim Dergisi*, *132*.

Yılmaz, R. (2011). Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü. Yayınlanmamış Doktora tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi.

Yavuz Mumcu, H. (2011). 12. sınıf öğrencilerinin matematiği kullanma becerilerinin yorumlanması. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(15), 229-246.

Yeniterzi, B. ve Işıksal-Bostan, M. (2015). An examination of the 7th grade mathematics teacher's guidebook in terms of the relationship between mathematics and science. *İlköğretim Online,* 14(2), 407- 420.

Yerushalmy, M. (1993). Generalization, induction, and conjecturing: A theoretical perspective. In L. Schwartz, M. Yerushalmy, & B. Wilson (Eds.), *The geometric suppose: What is it a case of?* (pp. 57–84). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Yeşildere, D. ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(2), 141-153.

Yılmaz, R. ve Argün, Z. (2013). Matematiksel genelleme sürecinde görselleştirme ve önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28-2).

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Sözkesen Matbaacılık.