

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ZİHNİN
GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ
KAZANIMINA YÖNELİK DİNAMİK
GEOMETRİ YAZILIMINDAKİ
ÖĞRENME SÜREÇLERİ**

Doktora Tezi

Candaş UYGAN

Eskişehir, 2016

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK
ALİŐKANLIKLARININ KAZANIMINA YÖNELİK DİNAMİK GEOMETRİ
YAZILIMINDAKİ ÖĞRENME SÜREÇLERİ**

Candaş UYGAN

DOKTORA TEZİ

**Matematik Eğitimi Doktora Programı
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE**

**Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Eylül, 2016**

Bu tez çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1406E300 no.lu proje kapsamında desteklenmiőtir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Candaş UYGAN'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımındaki Öğrenme Süreçleri" başlıklı tezi 21.09.2016 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Doç.Dr. Nilüfer KÖSE

Üye : Prof.Dr. Erdiñ ÇAKIROĞLU

Üye : Doç.Dr. Ali ERSOY

Üye : Doç.Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Üye : Yard.Doç.Dr. Melih TURĞUT

Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdürü

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ KAZANIMINA YÖNELİK DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMINDAKİ ÖĞRENME SÜREÇLERİ

Candaş UYGAN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eylül, 2016

Danışman: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın genel amacı 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımında (DGY'de) zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) kapsamındaki akıl yürütme süreçlerinin gelişimini araştırmaktır. Nitel türdeki bu çalışmada öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Araştırma Eskişehir ilinde sosyo-ekonomik durumu orta-düşük seviyedeki bölgede yer alan bir devlet ortaokulundaki 21 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler arasından, altı öğrenci araştırmanın odak katılımcıları olarak seçilmiştir. Öğretim deneyinin ilk haftalarında katılımcıların DGY araçlarını tanımalarını sağlayan orkestrasyon tiplerine ağırlık verilmiştir. Sürecin sonraki bölümlerinde ise katılımcıların ZGA süreçlerini destekleyen matematiksel tartışmalar yapmalarını ve işbirlikli çalışmalarını sağlayan yeni orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Öğretim deneyi sürecinde katılımcıların DGY'de çalışırken, bir göreve uygun araç seçme, seçilen aracın prosedürünü uygulama ve geometrik temsil biçimlerini anlamaya ilişkin enstrümantal zorluklarla karşılaştıkları görülmüştür. Öğretim sürecinin sonraki bölümlerinde bu zorluklara ilişkin önlemler geliştirilirken, odak katılımcıların ZGA temelli problemlerin çözümünde DGY'ye yönelik farklı kullanım şemaları inşa ettikleri ve DGY araçları yardımıyla "ilişkilendirme", "genelleme", "değişmezleri araştırma" ve "keşif ve yansıtma" süreçlerinde ilerleme kaydettikleri ortaya çıkmıştır.

Anahtar Sözcükler: Ortaokul matematik öğrenimi, Zihnin geometrik alışkanlıkları, Dinamik geometri yazılımı, Enstrümantal oluşum, Enstrümantal orkestrasyon.

ABSTRACT

LEARNING PROCESSES OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS IN DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE REGARDING ACHIEVEMENT OF GEOMETRIC HABITS OF MIND

Candaş UYGAN

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Institute of Educational Sciences, September, 2016

Supervisor: Associate Professor Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The general purpose of this study was to investigate the development of 7th grade students' reasoning processes within the scope of the geometric habits of mind (GHoM) in the dynamic geometry software (DGS). In this qualitative study, the teaching experiment model was considered. The study was carried out with 21 students attending a middle school in the city of Eskişehir in a region with a middle-low socio-economic level. Among these students, six students were selected as the focus group of the study. In the initial weeks of the teaching experiment, the focus was on the types of orchestration that allowed the students to recognize the DGS tools. In the next parts of the process, new orchestration types which allowed the participants to make mathematical discussions supporting GHoM processes and to study cooperatively were used. During the teaching experiment, it was seen that the participants faced various instrumental difficulties in relation to selecting an appropriate tool for a mathematical task, applying the procedure of the selected tool and understanding the geometric representation forms. In the following parts of the teaching process in which various precautions were taken against these difficulties, it was seen that the focus group constructed various utilisation schemes regarding DGS tools while solving GHoM based problems and made progress in terms of the processes regarding "reasoning with relationships", "generalizing geometric ideas", "investigating invariants" and "balancing exploration and reflection" by means of the DGS tools.

Keywords: Middle school mathematics learning, Geometric habits of mind, Dynamic geometry software, Instrumental genesis, Instrumental orchestration.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin tarafıma ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışma içerisindeki hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu aşamalarının tümünde bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; araştırma sürecinin ortaya koymadığı tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Candaş UYGAN

TEŞEKKÜR

Bu doktora tez çalışması, beş yıllık doktora öğrenim sürecinde değerli hocalarımdan edindiğim bilgi ve deneyimler ışığında ortaya koyduğum emeğin en son ürünüdür. Zaman zaman yorucu ama her anı öğretici olan bu serüvende kazandığım araştırmacı kimliğimin baş mimarı olan ve araştırma sürecim boyunca getirdiği öneriler ve eleştirilerle hem tez çalışmama hem de akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan danışmanım Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye tüm kalbimle minnettarım. Tez izleme komitesinde yer alarak, gerçekleştirdiğim araştırmayı yakından takip eden, bakış açımaya yön veren, hem aklımdaki soruları yanıtlamama yardımcı olan hem de yeni sorular üzerinde düşünmemi sağlayan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Melih TURĞUT'a; doktora eğitimimin hem ders aşamasında hem de tez çalışmam sırasında kapısı bana her zaman açık olan ve tez izleme komitesindeki önerileriyle akademik gelişimime büyük katkılar sağlayan değerli hocam Doç. Dr. Ali ERSOY'a; tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle çalışmama katkı sağlayan Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a ve Prof. Dr. Erdiñ ÇAKIROĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora sürecinin başından itibaren tüm zor anlarımda yanımda yer alan ve desteklerini her zaman arkamda hissettiğim sevgili dostlarım Eren Can AYBEK'e, Zeynep KILIÇ'a, Deniz ÖZEN'e, Nurhan ATALAY'a, Sultan ZENGİN'e, Seyid DEMİR'e, Aris KHLICIAN'a, Mansur ENGİN'e, Şükrü KÖSE'ye, Ayla ATA BARAN'a, Hakan BARAN'a, Ayça AKIN'a, Deniz EROĞLU'na ve ofis arkadaşlarım Mehmet Fatih KAYA'ya, Melis DEMİR'e, Şule Betül TOSUNTAŞ'a, Tuğba İNCİ'ye, Mehmet ERSOY'a, Yusuf AY'a; üzerimde büyük emekleri olan değerli hocalarım Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya, Doç. Dr. Aytaç KURTULUŞ'a, Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e, Oray SÖKMEN'e ve kriz anlarının gizli kahramanı Gözde ÖZEL'e tüm kalbimle minnettarım...

Tez araştırmam kapsamında, öğretim sürecini yürüttüğüm ve çok güzel anılar paylaştığım ortaokulda; yardımsever misafirlikleriyle beni araştırma sürecinin her anında kendi okulundaymışım gibi hissettiren değerli yöneticilere, öğretmenlere ve diğer çalışanlara; ortaokulda ilk öğretmenlik tecrübemi kendileriyle birlikte yaşadığım ve bu süre boyunca yüzümdeki tebessümün kaynağı olan 21 pırlanta "öğrencime" sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Sizleri hiçbir zaman unutmayacağım...

Uygulama sürecinin yürütüldüğü bilgisayar sınıfındaki teknik sorunların giderilmesinde büyük emekleri olan Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü öğrencileri Samet ARSLAN ve Bülent KARACA'ya yürekten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora öğrenim sürecinde sağladığı burs ile bana maddi destek veren Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na ve danışmanımın yürütücülüğündeki proje kapsamında tezime teknik destek sağlayan Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'na teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, bugünlere gelmem için verdikleri emekler ve yarattıkları manevi güç kelimelere sığdıramayacak kadar değerli olan annem Kübra UYGAN'a, babam Halil UYGAN'a ve kardeşim Ahmet Caner UYGAN'a en derin duygularıyla teşekkür ederim.

Eskişehir, 2016

Candaş UYGAN

Araştırma süreci devam ederken bizlere veda eden, çocukluğumun güzel kalpli ve
lmsz kahramanına...

Anneannem Fadime ALPASLAN'a ithafen...

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar DİZİNİ	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ	xviii
KISALTMALAR DİZİNİ	xxvii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.1.1. Geometri öğretimi.....	2
1.1.1.1. Geometrik akıl yürütmenin gelişimi	4
1.1.1.2. Zihnin geometrik alışkanlıkları.....	6
1.1.2. Dinamik geometri ortamları	13
1.1.2.1. Çizim ve oluşum.....	19
1.1.2.2. Dinamik geometri ortamlarında sürüklenme.....	20
1.1.3. Enstrümantal yaklaşım.....	23
1.1.3.1. Enstrümantal oluşum.....	24
1.1.3.2. Enstrümantal oluşumda öğretmen rolü	28
1.1.3.3. Enstrümantal orkestrasyon	30

1.2. Araştırmanın Amacı.....	37
1.3. Araştırmanın Önemi.....	37
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	39
1.5. Tanımlar.....	39
2. YÖNTEM.....	41
2.1. Öğretim Deneyi.....	41
2.2. Katılımcılar ve Pilot Uygulama.....	43
2.3. Verilerin Toplanması.....	50
2.4. Araştırma Süreci.....	51
2.5. Verilerin Analizi.....	58
3. BULGULAR.....	60
3.1. Ön Klinik Görüşmenin Bulguları.....	60
3.1.1. Odak katılımcıların ön klinik görüşmedeki ZGA süreçleri.....	61
3.1.1.1. Ön klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri.....	62
3.1.1.2. Ön klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	64
3.1.1.3. Ön klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri.....	70
3.1.1.4. Ön klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri.....	71
3.2. Birinci Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon.....	81
3.2.1. Birinci öğretim bölümündeki didaktik düzenleme.....	85
3.2.2. Birinci öğretim bölümündeki faydalanma biçimi.....	87
3.2.3. Birinci öğretim bölümündeki didaktik performans.....	92
3.3. Birinci Klinik Görüşmenin Bulguları.....	98

3.3.1. Odak katılımcıların birinci klinik görüşmedeki enstrümantal zorlukları.....	99
3.4. İkinci Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon.....	113
3.4.1. İkinci öğretim bölümündeki didaktik düzenleme.....	117
3.4.2. İkinci öğretim bölümündeki faydalanma biçimi.....	119
3.4.3. İkinci öğretim bölümündeki didaktik performans.....	123
3.5. İkinci Klinik Görüşmenin Bulguları.....	129
3.5.1. İkinci klinik görüşmede odak katılımcıların ZGA süreçleri.....	132
3.5.1.1. İkinci klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri.....	132
3.5.1.2. İkinci klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	136
3.5.1.3. İkinci klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri.....	140
3.5.1.4. İkinci klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri.....	142
3.5.2. Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki enstrümanları.....	149
3.6. Üçüncü Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon.....	155
3.6.1. Üçüncü öğretim bölümündeki didaktik düzenleme.....	159
3.6.2. Üçüncü öğretim bölümündeki faydalanma biçimi.....	161
3.6.3. Üçüncü öğretim bölümündeki didaktik performans.....	165
3.7. Üçüncü Klinik Görüşmenin Bulguları.....	174
3.7.1. Üçüncü klinik görüşmedeki ZGA süreçleri.....	176
3.7.1.1. Üçüncü klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri.....	176
3.7.1.2. Üçüncü klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	179

3.7.1.3. Üçüncü klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri.....	184
3.7.1.4. Üçüncü klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri.....	186
3.7.2. Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki enstrümanları.....	198
3.8. Dördüncü Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon....	207
3.8.1. Dördüncü öğretim bölümündeki didaktik düzenleme.....	212
3.8.2. Dördüncü öğretim bölümündeki faydalanma biçimi.....	214
3.8.3. Dördüncü öğretim bölümündeki didaktik performans.....	220
3.9. Dördüncü Klinik Görüşmenin Bulguları.....	243
3.9.1. 4a numaralı klinik görüşmenin bulguları.....	243
3.9.1.1. Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri.....	244
3.9.1.1.1. 4a numaralı klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri	244
3.9.1.1.2. 4a numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	248
3.9.1.1.3. 4a numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri	250
3.9.1.1.4. 4a numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri.....	251
3.9.1.2. Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki enstrümanları.....	258
3.9.2. 4b numaralı klinik görüşmenin bulguları.....	263
3.9.2.1. Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri.....	265
3.9.2.1.1. 4b numaralı klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri.....	265
3.9.2.1.2. 4b numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	268
3.9.2.1.3. 4b numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri.....	273

3.9.2.1.4.	4b numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri.....	275
3.9.2.2.	Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki enstrümanları.....	284
3.9.3.	4c numaralı klinik görüşmenin bulguları.....	294
3.9.3.1.	Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri.....	295
3.9.3.1.1.	4c numaralı klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri.....	295
3.9.3.1.2.	4c numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri.....	298
3.9.3.1.3.	4c numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri	304
3.9.3.1.4.	4c numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri	305
4.	SONUÇ	311
4.1.	Atakan’ın Öğrenme Süreci.....	313
4.1.1.	Atakan’ın enstrümantal oluşum süreci.....	313
4.1.2.	Atakan’ın ZGA gelişimi.....	316
4.2.	Veli’nin Öğrenme Süreci.....	317
4.2.1.	Veli’nin enstrümantal oluşum süreci.....	317
4.2.2.	Veli’nin ZGA gelişimi.....	319
4.3.	Sera’nın Öğrenme Süreci.....	320
4.3.1.	Sera’nın enstrümantal oluşum süreci.....	320
4.3.2.	Sera’nın ZGA gelişimi	322
4.4.	Sıla’nın Öğrenme Süreci.....	323
4.4.1.	Sıla’nın enstrümantal oluşum süreci.....	323
4.4.2.	Sıla’nın ZGA gelişimi.....	325
4.5.	Lale’nin Öğrenme Süreci.....	326

4.5.1. Lale'nin enstrümantal oluşum süreci.....	326
4.5.2. Lale'nin ZGA gelişimi.....	328
4.6. Nuray'ın Öğrenme Süreci.....	329
4.6.1. Nuray'ın enstrümantal oluşum süreci.....	329
4.6.2. Nuray'ın ZGA gelişimi.....	332
4.7. Enstrümantal Orkestrasyon Sürecinin Gelişimi	333
5. TARTIŞMA.....	341
6. ÖNERİLER.....	358
KAYNAKÇA	362
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1.	İlişkilendirme Sürecinin Bileşenleri.....	7
Tablo 2.	Genelleme Sürecinin Bileşenleri.....	9
Tablo 3.	Değişmezleri Araştırma Sürecinin Bileşenleri.....	10
Tablo 4.	Keşif ve Yansıtma Sürecinin Bileşenleri.....	11
Tablo 5.	Öğretim Deneyi Kapsamındaki Öğretim Bölümleri ve Klinik Görüşmeler.....	52
Tablo 6.	Klinik Görüşmelerde Kullanılan Problemlerin Türleri ve Çözüldükleri Ortam.....	57
Tablo 7.	Ön Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	62
Tablo 8.	Ön Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri.....	64
Tablo 9.	Ön Klinik Görüşmedeki "Değişmezleri Araştırma" Süreçleri	70
Tablo 10.	Ön Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	72
Tablo 11.	Birinci Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri.....	84
Tablo 12.	Birinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar.....	91
Tablo 13.	Odak Katılımcıların Birinci Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları.....	105
Tablo 14.	İkinci Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Odak ZGA'lar.....	115
Tablo 15.	İkinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar.....	122
Tablo 16.	İkinci Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	133
Tablo 17.	İkinci Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri.....	136
Tablo 18.	İkinci Sorudaki "Değişmezleri Araştırma" Süreçleri.....	140
Tablo 19.	İkinci Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	142

Tablo 20. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları.....	150
Tablo 21. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları.....	153
Tablo 22. Üçüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri.....	156
Tablo 23. Üçüncü Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar.....	164
Tablo 24. Üçüncü Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	176
Tablo 25. Üçüncü Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri.....	179
Tablo 26. Üçüncü Klinik Görüşmedeki "Değişmezleri Araştırma" Süreçleri...	184
Tablo 27. Üçüncü Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	187
Tablo 28. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları.....	199
Tablo 29. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları.....	205
Tablo 30. Dördüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri.....	210
Tablo 31. Dördüncü Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar.....	219
Tablo 32. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	245
Tablo 33. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri.....	248
Tablo 34. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki "Değişmezleri Araştırma" Süreçleri.....	250
Tablo 35. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	252
Tablo 36. Odak Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları.....	259
Tablo 37. Odak Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları.....	263
Tablo 38. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	265
Tablo 39. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri.....	269

Tablo 40. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri.....	273
Tablo 41. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	276
Tablo 42. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları.....	284
Tablo 43. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları.....	292
Tablo 44. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri.....	295
Tablo 45. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri.....	299
Tablo 46. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri.....	304
Tablo 47. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri.....	305

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	DGY’de Algıya ve Kuramsal Bilgiye Dayalı Düşünme Biçimlerinin Döngüsü	20
Şekil 2.	Enstrümantal Oluşumun Bileşenleri.....	25
Şekil 3.	Pilot Uygulamada ve Öğretim Deneyinde Kullanılan Yazılımlar.....	45
Şekil 4.	Çalışma Kâğıdında Farklı Açılardan Görüntüleri Verilen Yapıyı GSU’da İnşa Etme.....	46
Şekil 5.	Pilot Uygulama Sonunda Öğrencilerin Oturma Düzeni.....	49
Şekil 6.	1 ve 2 Numaralı Kameraların Görüş Açısı.....	51
Şekil 7.	3 Numaralı Kameranın Görüş Açısı.....	51
Şekil 8.	Öğretim Deneyinde Tasarlanan Etkinliklerin Kategorileri	54
Şekil 9.	Ön Klinik Görüşmenin Birinci Problemi.....	60
Şekil 10.	Ön Klinik Görüşmenin İkinci Probleminde Alanı Sorulan Çokgen.....	61
Şekil 11.	Ön Klinik Görüşmenin Üçüncü Probleminde Verilen Dikdörtgensel Bölgeler.....	61
Şekil 12.	Ön Klinik Görüşmenin Birinci Sorusuna İlişkin Öğrenci Örnekleri	63
Şekil 13.	Birim Karelerin Köşeleri Üzerinde Yapılan İşaretlemeler.....	66
Şekil 14.	Sıla ve Nuray’ın Verilen Şekli Genişlettikleri Çizimleri.....	67
Şekil 15.	Veli’nin Kullandığı Yöntemler.....	68
Şekil 16.	Sera’nın Kullandığı Yöntemler.....	68
Şekil 17.	Algısal Gerekçeyle Yardımcı Çizim Yapma ve Tahmini Uzunluk Değeri Verme.....	69
Şekil 18.	Veli’nin Algıya Dayalı Olarak Gerçekleştirdiği Akıl Yürütme.....	70
Şekil 19.	Sera’nın Görünmez Geometrik Yer Üzerinde Sürdürdüğü İşaretlemeler.....	71

Şekil 20.	Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin Birinci Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	74
Şekil 21.	Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin İkinci Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	77
Şekil 22.	Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	79
Şekil 23.	Atakan’ın Tümdengelimli Akıl Yürütmeye Dayalı Doğrulama Süreci.....	80
Şekil 24.	Birinci Öğretim Bölümünün İlk İki Haftasında Etkinlik Dosyalarının Ara Yüz Görüntüsü.....	86
Şekil 25.	Geometrik Yer Keşfinde İşaretleyerek Sürükleme İşlemini Kolaylaştırmak İçin “Grid” Butonunun Açılması.....	87
Şekil 26.	Birinci Öğretim Bölümünde Özelleştirilen Araç Menüleri.....	88
Şekil 27.	Birinci Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinlikler.....	89
Şekil 28.	Birinci Öğretim Bölümünün Üçüncü Haftasındaki Etkinlikler.....	90
Şekil 29.	Birinci Öğretim Bölümünün Dördüncü Haftasındaki Etkinlikler....	90
Şekil 30.	Öğrencilerin Sürükleme Yardımıyla İç Ters Açılara Yönelik Yaptığı Araştırma.....	91
Şekil 31.	Sera’nın A1 Nolu Bilgisayarda Çözüm Adımlarını Sunması	96
Şekil 32.	Birinci Klinik Görüşmede DGY Araç Çubuğunda Yer Alan Araçlar.....	99
Şekil 33.	Birinci Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan Enstrümantal Zorluklar ve Zorluklara Neden Olan Etkenler.....	100
Şekil 34.	“Açı” Aracının Prosedüründeki Pedagojik Sınırlılık.....	104
Şekil 35.	“Oluşum” ve “Çizim” Temsillerini Ayırt Etmeye Yönelik Soru.....	110
Şekil 36.	Sıla’nın Birinci Şeklin Orta Dikme Oluşumu Olup Olmadığına Yönelik İncelemesi.....	112
Şekil 37.	Grafik Görünümünün Sağ Tarafında Açılı Ölçülerine İlişkin Verileri İçeren Çizelge	117
Şekil 38.	Genelleme Sürecine Yardımcı Olmak İçin “Üçgen” Aracının Tasarlanması	118

Şekil 39.	Göreve Uygun Sürgülerin Tasarlanması ve Etkinliklere Eklenmesi.....	119
Şekil 40.	İkinci Öğretim Bölümünün İlk İki Haftası Kapsamındaki Etkinlikler.....	120
Şekil 41.	İlk İki Hafta Kapsamında Tümdengelimli Doğrulamaya Yönelik Etkinlikler.....	121
Şekil 42.	Üçüncü Hafta Kapsamındaki 2 Numaralı Etkinlik.....	122
Şekil 43.	Üçüncü Hafta Kapsamındaki 4 Numaralı Etkinlik.....	122
Şekil 44.	Ölçüm Değerlerini Gösteren Etiketlerin Kenar ve Köşelerin Üzerini Kapatması	124
Şekil 45.	6 ve 10 Numaralı Etkinliklerde Doğrulama Süreçlerinin Öğrencilere Açıklanması.....	126
Şekil 46.	Sürgü Üzerindeki Sayı Değerleri İle Şekiller Arasındaki İlişkinin İncelenmesi.....	127
Şekil 47.	Üçüncü Hafta Kapsamındaki 4 Numaralı Etkinlikte Benzer Üçgenlerin Oluşturulması.....	128
Şekil 48.	İkinci Klinik Görüşmenin Birinci Problemi.....	130
Şekil 49.	İkinci Klinik Görüşmenin İkinci Problemi.....	130
Şekil 50.	İkinci Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemi.....	131
Şekil 51.	İkinci Klinik Görüşmenin Dördüncü Problemi	132
Şekil 52.	İkinci Klinik Görüşmenin Beşinci Problemi	132
Şekil 53.	Lale'nin Birinci Sorudaki Noktaları Birleştirerek Oluşturduğu Üçgenin Kenar Uzunluklarını İlişkilendirmesi	134
Şekil 54.	Odak Katılımcıların Birinci Soruda Yaptıkları İlişkilendirmeler.....	134
Şekil 55.	Sürükleme Testi Yardımıyla Orta Dikme Üzerindeki Noktaların A ve B Noktalarına Uzaklıklarını İnceleme	135
Şekil 56.	Soruda İstenen Dik Doğru ve Orta Dikme Arasındaki Paralellik İlişkisini Ortaya Koyma.....	135
Şekil 57.	Verilen Üçgenlerin Kenar Uzunluklarının ve Açılarının İlişkilendirilmesi.....	136

Şekil 58.	Orta Dikme Oluşumu Yerine “Doğru” Aracını Kullanarak Orta Dikme Çizimi Yapma.....	138
Şekil 59.	Odak Katılımcıların Yöndeş Açılı Odaklı Düşünceden Yararlanması.....	139
Şekil 60.	Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki DD Süreçleri.....	141
Şekil 61.	Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin Birinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	143
Şekil 62.	Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	145
Şekil 63.	Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	147
Şekil 64.	Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin Dördüncü Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	148
Şekil 65.	İkinci Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan “Bağımlı - Bağımsız Nesne Bilgisi” Kategorili Enstrümantal Zorluk.....	153
Şekil 66.	Öteleme ve Yansıma Dönüşümü Odaklı Etkinliklerdeki Düzenlemeler	160
Şekil 67.	Aynı Grafik Görünümü Üzerinde Kırmızı Çizgi ile Birbirinden Ayrılan Etkinlikler	160
Şekil 68.	Gerçek Yaşam Durumlarını Temel Alan Yansıma ve Dönme Odaklı Etkinlikler.....	161
Şekil 69.	“Sürgü” Yardımıyla Tasarlanan Dönme Hareketi İçerikli “Yelkovan” ve “Çapa” Etkinlikleri.....	161
Şekil 70.	Üçüncü Öğretim Bölümünün Birinci Haftasındaki Etkinlikler.....	163
Şekil 71.	Üçüncü Haftadaki 5 Numaralı Etkinlik.....	163
Şekil 72.	“İzi Aç” ve Sürüklenme Yardımıyla Simetrik Köşe Noktalarını Birleştiren Doğru Parçalarının Orta Dikmelerini Görselleştirme....	168
Şekil 73.	Üçüncü Klinik Görüşmenin Birinci Problemi.....	174
Şekil 74.	Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Problemi.....	175
Şekil 75.	Üçüncü Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemi.....	175
Şekil 76.	Üçüncü Klinik Görüşmenin Dördüncü Problemi.....	176

Şekil 77.	Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki “İlişkilendirme” Süreçleri.....	178
Şekil 78.	Atakan ve Sera'nın İkinci Problemdeki "İlişkilendirme" Süreçleri.....	178
Şekil 79.	Veli ve Lale'nin İkinci Problemdeki “İlişkilendirme” Süreçleri.....	179
Şekil 80.	Sürgü 180° Dönme Açısına Getirildiğinde Çokgenlerin Karşılıklı Köşelerinin Orta Noktalarını İlişkilendirme.....	179
Şekil 81.	Rastgele Doğrular ve Orta Dikme Üzerinde “Doğruda Yansıt” Aracıyla Yapılan Deneme-Yanımlar Sonucu Çıkarıma Ulaşma.....	181
Şekil 82.	Odak Katılımcıların Üçüncü Problemdeki VSD Süreçleri.....	183
Şekil 83.	Sürükleme Sırasında Çokgenlerin Simetrik Köşelerinin Çakışıp Çakışmadığını İnceleme.....	185
Şekil 84.	Sürüklemeyle Çokgenlerin Karşılıklı Köşelerinin Çakışıp Çakışmadığını İnceleme.....	185
Şekil 85.	Sürgü Yardımıyla İz Bırakarak Sürükleme ve Köşe Noktalarının Geometrik Yerlerini Görselleştirme.....	186
Şekil 86.	Odak Katılımcıların Üçüncü Problemdeki EKK Süreçleri.....	186
Şekil 87.	Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki “KÖP” Süreçleri.....	188
Şekil 88.	Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin Birinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	190
Şekil 89.	Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları.....	193
Şekil 90.	Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları	196
Şekil 91.	Atakan ve Veli'nin Üçüncü Problemde İzlediği Çözüm Adımları.....	198
Şekil 92.	Sera'nın Üçüncü Problemde İzlediği Çözüm Adımları.....	198
Şekil 93.	Aynı Grafik Görünümü İçerisinde Kırmızı Çizgilerle Ayrılan Etkinlikler.....	213
Şekil 94.	Dördüncü Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinliklere “Sürgü” Aracının Eklenmesi.....	213

Şekil 95. Masalara Yerleştirilen Geometri Şeritleri ve Kilitli Tutulan Öğrenci Bilgisayarları.....	214
Şekil 96. Dördüncü Öğretim Bölümünde Kullanılan Şema ve Tablo.....	215
Şekil 97. Dördüncü Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinlikler.....	215
Şekil 98. Dördüncü Öğretim Bölümünün Üçüncü Haftasındaki Etkinlikler.....	216
Şekil 99. Dördüncü Öğretim Bölümünün Dördüncü Haftasındaki Etkinlikler.....	217
Şekil 100. Dördüncü Öğretim Bölümünün Beşinci Haftasındaki Etkinlikler	217
Şekil 101. Beşinci Haftadaki 5 Nolu Etkinlik Kapsamındaki Oluşumlar.....	218
Şekil 102. Dörtgenlerin İlişkilendirilmesi ve Alan Bağlılıklarının Keşfedilmesi	225
Şekil 103. Dikdörtgen Oluşumunun Kenarlarının Orta Noktalarının Birleştirilmesi	226
Şekil 104. Üçüncü Haftanın Üçüncü Etkinliğinde Lale'nin Çözüm Adımları.....	231
Şekil 105. Eylül'ün Birinci Adımda “Dik Doğru” Aracını; İkinci Adımda “Açıortay” Aracını Kullanarak Tamamladığı Kare Oluşumu.....	236
Şekil 106. Beşinci Haftanın Birinci Etkinliğinde Verilen Farklı Durumlar Üzerinde Tartışma.....	237
Şekil 107. Problemden Verilen Dikdörtgensel Bölgelerin DGY’de İncelenmesi.....	237
Şekil 108. Beşinci Haftanın Üçüncü Etkinliği.....	238
Şekil 109. Beşinci Haftanın Dördüncü Etkinliği Kapsamındaki İncelemeler....	239
Şekil 110. Merkez Noktası Bilinen Çember Oluşumu İçinde İkizkenar Üçgen Oluşumunun İnşası.....	239
Şekil 111. Merkez Noktası Bilinen Bir Çember Oluşumu İçinde Dikdörtgen Oluşumunun İnşası.....	240
Şekil 112. Merkez Noktası Bilinen Bir Çember Oluşumu İçinde Kare Oluşumunun İnşası.....	241

Şekil 113. Birbirlerinin Merkez Noktalarından Geçen Eş Çemberler İçinde İnşa Edilen Eşkenar Üçgen Oluşumu.....	242
Şekil 114. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Doğrulama” Kategorili Birinci Soru.....	244
Şekil 115. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Gizli Parçayı Araştırma” Kategorili İkinci Soru.....	244
Şekil 116. Birinci Problemde Nuray ve Veli’nin “İlişkilendirme” Süreçleri....	245
Şekil 117. Sıla’nın Orta Dikme ve Orta Noktaları İlişkilendirmesi.....	246
Şekil 118. Karşılıklı Köşelerin Orta Noktalarının 180° Dönme Dönüşümünde Çakışması.....	246
Şekil 119. Köşeleri Birleştiren Doğru Parçalarının 180° Dönmede Bir Noktada Kesişmesi.....	247
Şekil 120. İşaretlenen Orta Noktayı Merkez Kabul Eden Çemberlerin Oluşturulması ve Sürgüyle Dönme Hareketinin İncelenmesi.....	247
Şekil 121. Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemdeki “Amacı Ön Plana Alma” Göstergeleri.....	253
Şekil 122. Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemdeki “Amacı Ön Plana Alma” Süreçleri.....	255
Şekil 123. Sera’nın 10 ⁰ ve 190 ⁰ Dönme Açılarında Karşılıklı Noktaların Orta Noktalarını İnşa Etmesi ve Orta Noktayı Merkez Alan Çember Oluşumu Yapması.....	256
Şekil 124. Atakan’ın 180° Dönme Dönüşümünde Karşılıklı Köşelerin Orta Noktalarının Çakıştığı Yerde İz Bırakması ve İzi Merkez Alan Çemberleri Oluşturması.....	257
Şekil 125. Veli’nin 4a Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Sorusuna Yönelik Çözümü.....	257
Şekil 126. 4a Numaralı Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan “İz Odaklı Zorluk”.....	262
Şekil 127. 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemi.....	264
Şekil 128. 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemi.....	265
Şekil 129. Sürükleme Yardımıyla Eşkenar Dörtgen Oluşumunun Köşeleri Arasındaki “Bağımlı-Bağımsız Nesne” İlişkisinin Araştırılması.....	266

Şekil 130. Soruda Verilen Oluşum (Soldaki Eşkenar Dörtgen Oluşumu) İle İnşa Edilen Oluşumun (Sağdaki Deltoit Oluşumu) Özelliklerinin Karşılaştırılması	267
Şekil 131. Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki ÖMB Süreçleri.....	267
Şekil 132. Odak Katılımcıların İkinci Problemdeki TŞPİ Süreçleri.....	268
Şekil 133. Deltoit Oluşumunda Kenarları Köşegene Göre Yansımaları Üzerinden İlişkilendirme.....	268
Şekil 134. Verilen Oluşumda Köşegenlerin Oluşturduğu Üçgenlere Yönelik İnceleme.....	273
Şekil 135. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemdeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri.....	274
Şekil 136. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemdeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri.....	275
Şekil 137. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Sorusunda AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları.....	278
Şekil 138. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Sorusunda AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları.....	281
Şekil 139. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemi.....	294
Şekil 140. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemi	295
Şekil 141. Katılımcıların Çizdikleri Üçgenlerdeki İlişkilendirmeleri.....	296
Şekil 142. Üçgenlerin Tepe Noktalarından Geçen Doğrular Arasındaki İlişkinin İncelenmesi.....	297
Şekil 143. Eş Dörtgenleri Birleştirerek Benzerini Oluşturma.....	297
Şekil 144. Odak Katılımcıların İkinci Problemde Dörtgenlerin Kenarlarına Yönelik İlişkilendirmeleri.....	298
Şekil 145. Dörtgeni Parçalayarak Tanıdık Çokgenler Oluşturma.....	298
Şekil 146. Veli'nin Kenar Uzunluklarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci.....	302
Şekil 147. Veli'nin İç Açılarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci.....	302
Şekil 148. Sera'nın Kenar Uzunluklarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci.....	303

Şekil 149. Sera'nın İç Açılarının İlişkinine Yönelik Genelleme Süreci.....	303
Şekil 150. Nuray'ın İç Açılarının İlişkinine Yönelik Genelleme Süreci.....	304
Şekil 151. Nuray'ın Kenar Uzunluklarının İlişkinine Yönelik Genelleme Süreci.....	304
Şekil 152. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Probleminde AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları.....	307
Şekil 153. Odak Katılımcıların 4c Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Probleminde AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları.....	309
Şekil 154. Öğretim Deneyi Boyunca Ortaya Çıkan Enstrümantal Zorluklar ve Zorluklara Neden Olan Etkenler.....	312
Şekil 155. Öğretim Deneyi Sürecinde Gerçekleştirilen Enstrümantal Orkestrasyon ve Öğretmen – DGY – Öğrenci İlişkisi.....	340

KISALTMALAR DİZİNİ

- A1** : Öğretmen masasında öğrencilere öğretimsel açıklamaların yapıldığı masaüstü bilgisayarın kodu
- A2** : Öğretmen masasında öğrenci bilgisayarlarının yönetildiği dizüstü bilgisayarın kodu
- ADA** : Algıya dayalı akıl yürütme
- AÖP** : Amacı ön plana alma
- Atk** : Atakan
- BŞİ** : Bağımsız şekilleri ilişkilendirme
- DA** : Değişmezleri araştırma
- DD** : Dinamik düşünme
- DGY** : Dinamik geometri yazılımı
- DY** : Deneme-yanılma
- EKK** : Etkilerin kanıtlarını kontrol etme
- G** : Genelleme
- GÇ** : Geri çıkarım
- GSU** : Google SketchUp
- HA** : Hatalı adım
- İ** : İlişkilendirme
- KG** : Klinik görüşme
- KÖP** : Keşfi ön plana alma
- KY** : Keşif ve yansıtma
- La** : Lale
- Nu** : Nuray
- ÖMB** : Özel muhakeme becerileri

- Se** : Sera
- SI** : Sıla
- TA** : Tümdengelimli akıl yürütme
- TÇK** : Tam bir çözüm kümesi için genel kural arama
- TDY** : Tanıdık durumlardan yararlanma
- TŞPİ** : Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme
- Y1** : A1 nolu bilgisayarın ekran görüntüsünün yansıtıldığı yazı tahtası
- Y2** : Matematiksel sembollerin ve açıklamaların yazıldığı yazı tahtası
- VI** : Veli
- VSD** : Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma
- ZGA** : Zihnin geometrik alışkanlıkları

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitiminin temel öğrenme alanlarından birisi olan geometri, matematiksel kavramların inşasında tarihsel ve kültürel yönden önemli bir yere sahiptir. Euclid, “Elementler” isimli eserinde geometri aracılığıyla matematiğe aksiyomatik yapıyı ve formal ispatı tanıtırken; bu kitaptaki çeşitli problem çözümleri matematiğin bazı alt dallarının gelişimine zemin hazırlamıştır (Baki, 2008). Bu özelliğiyle okul matematiğinde de önemli bir yere sahip olan geometri, öğrencilerin görselleştirme, sezgisel düşünme, problem çözme, varsayım üretme, tümdengelimli akıl yürütme ve kanıt yapma becerilerine katkı sağlamakta ve matematiğin diğer konularının öğrenimine de yardımcı olmaktadır (Jones, 2002). Buna karşılık sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematik başarısını değerlendirmek amacıyla yapılan Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması’nın (The Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS) 1999 ve 2007 yıllarındaki sonuçları Türkiye’deki öğrencilerin en çok geometri alanında zorlandıklarını ve bu alandaki öğretime daha fazla önem verilmesi gerektiğini göstermektedir (Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı EARGED, 2003; 2011). Bu noktada öğrencilerin geometri başarılarının artırılması için öğrenme sürecinde ne tür düşünme biçimlerinin desteklenmesi gerektiği ve bu sürece nasıl rehberlik edileceği, üzerinde önemle durulması gereken konulardandır.

Alanyazındaki pek çok çalışma geometri öğreniminin merkezindeki düşünme biçimlerinin neler olduğuna ilişkin farklı kuramsal çerçeveler sunarken (Duval, 1998; Fischbein, 1993; Van Hiele, 1984); Driscoll, DiMatteo, Nikula ve Egan (2007) öğrencilerin geometri çalışırken kullandıkları üretken düşünme yollarını Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) kuramsal çatısı altında açıklamışlardır. ZGA’ya göre bu düşünme yolları “İlişkilendirme”, “Genelleme”, “Değişmezleri Araştırma” ve “Keşif ve Yansıtma” olarak sınıflandırılan, birbiriyle ilişkili 4 temel akıl yürütme sürecidir. Araştırmacılar bu akıl yürütme süreçlerinin öğrencilerin geometrik kavramları keşfetme ve geometri problemlerini çözme becerilerini güçlendirdiğini ortaya koymaktadırlar (Driscoll vd. 2007; Driscoll vd., 2008; Özen, 2015).

Geometri öğrenimindeki üretken düşünme yollarının desteklenmesi için üzerinde durulan bir diğer konu, geometrik yapıların incelenmesinde hangi öğretimsel araçların etkili biçimde kullanılabileceği ile ilgilidir. Bu bağlamda alanyazındaki çalışmalar dinamik geometri yazılımlarının (DGY) öğrencilere geometrik yapıların özelliklerini keşfetmede ve problemleri çözmeye geleneksel araçların sağlayamadığı etkileşimli yollar sunduğunu ortaya koymaktadırlar (Arzarello, Olivero, Paola & Robutti, 2002; Battista, 2007; Tapan-Broutin, 2010; Hershkowitz vd., 2002; Leung, 2015; Olivero, 2001). Diğer yandan alanyazında ZGA süreçlerinin gelişimi bağlamında çoğunlukla öğretmenlere ve öğretmen adaylarına odaklanan çalışmaların yer aldığı görülürken; DGY destekli geometri öğreniminin ortaokul öğrencilerinin ZGA süreçlerini nasıl etkilediği bağlamında alanyazında bir boşluk söz konusudur.

DGY destekli geometri öğreniminde 7. sınıf öğrencilerinin ZGA süreçleri bu çalışmanın konusunu oluştururken; öğrencilerin bu süreçte DGY'nin hangi boyutlarından yararlandıkları, ne tür zorluklarla karşılaştıkları ve DGY destekli öğretimin nasıl yürütüldüğü araştırmanın kritik bileşenlerini oluşturmaktadır. Bu bağlamda NCTM (2000) raporları ve yürürlükte olan MEB'in (2009; 2013a) matematik öğretimi programları, öğretmenlere geometri öğretiminde DGY kullanımını önermelerine karşılık, DGY destekli öğrenme sürecinin hangi boyutlarına dikkat etmeleri gerektiğini vurgulamamaktadırlar. Bu konuya ilişkin olarak, alanyazında Enstrümantal Oluşum (Verillon and Rabardel, 1995) olarak isimlendirilen teori, bir artefektin matematiksel görevlere uygun bir araca dönüşüm sürecine yönelik kuramsal bir çerçeve sunarken; bu sürecin desteklenmesi için öğretimin nasıl organize edilebileceği ise Enstrümantal Orkestrasyon (Trouche, 2003) isimli kuramsal çerçeve kapsamında ele alınmaktadır. Bu bağlamda, yapılan çalışmada öğrencilerin DGY destekli geometri öğreniminde ZGA süreçlerini gerçekleştirmek için DGY'nin hangi boyutlarından yararlandıkları ve DGY destekli öğretim sürecinin nasıl yürütüldüğü sorularına yanıt aranırken, araştırma sürecinde Enstrümantal Oluşum ve Enstrümantal Orkestrasyon'un sunduğu perspektiften yararlanılmıştır.

1.1.1. Geometri öğretimi

Günlük yaşamda karşılaşılan kitap kaplama, kartondan kutu yapma, bahçe duvarı inşa etme gibi rutin işlerden; mühendislik, mimarlık, görsel sanatlar gibi disiplinler

içerisindeki problemlerin çözümüne kadar pek çok görev geometri bilgisine sahip olmayı gerektirmektedir (Altun, 2005). Bu bağlamda geometri, görsel dünya kapsamındaki örüntülerin, yönelim ve konumların, görsel bilgilere yönelik kodların, gerçek nesnelere ile bu nesnelere temsilleri arasındaki dinamik etkileşimlerin algılanmasını sağlayan “uzay ve şekil” çalışma alanının temelini oluşturmaktadır.

Baki’ye (2008, s. 333) göre geometri çalışmanın amacı, “düzlemde ve 3-B uzayda geometrik nesnelere özelliklerini tanıma, aralarındaki ilişkileri bulma, geometrik yeri tanımlama, dönüşümleri açıklama, ifade etme, geometrik önermeleri kanıtlama” olarak özetlenmektedir. Bu amaçların ötesinde, geometri matematiğin diğere konu alanları olan ölçme ve cebirin öğrenimine de zemin sağlamaktadır. Bu noktada geometrik yapıların sahip olduğu değişen ve değişmeyen özelliklerin keşfedilmesi ve bu özellikler arasındaki ilişkilerin incelenmesi bireyde cebirsel düşünmeyi sağlarken, alan ve hacim formüllerinin keşfedilmesi ölçme alanının öğrenimine temel oluşturmaktadır (Programme for International Students Assessment [PISA], 2012). Bu nedenle geometri konu alanı ilkokuldan ortaöğretime kadar okul matematiğinin her sınıf düzeyinde diğere konu alanlarıyla ilişkili biçimde öğretim programlarında yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013a; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013b; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010) geometri öğretim programlarının dört temel içeriği kapsamaması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu içerikler *geometrik şekiller ve özellikleri*, *geometrik dönüşümler*, *konum* ve *görselleştirme* ile ilgili bilgi ve becerilerin kazandırılmasını hedeflemektedir. *Geometrik şekiller ve özellikleri* iki/üç boyutlu geometrik yapıların hangi özellikler üzerine inşa edildiğini ve birbirleriyle nasıl ilişkiler içinde bulduklarını inceler. *Geometrik dönüşümler* öteleme, yansıma, dönme dönüşümlerinin ve benzerlik kavramının öğrenilmesini amaçlar. *Konum*, uzaydaki geometrik yapıların yerlerinin analitik boyutta araştırılmasını hedefler ve *görselleştirme*, uzaydaki geometrik yapıların farklı yönlerden görünümelerini ve belli manipülasyonlar sonucu meydana getirecekleri görüntüleri zihinde canlandırma becerisinin gelişimini kapsar (MEB, 2013a; MEB, 2013b; Van de Walle vd., 2010). Bu dört içerik birbiriyle ilişkilidir ve geometri öğretiminde bu içeriklerin etkileşimli olarak ele alınması önemlidir. Bunun yanı sıra her bir içerik kapsamında öğrencilerin kavramlar arasında ilişkileri araştırdığı, geometrik yapıların özelliklerine yönelik çıkarımlar yaptığı ve bu

çıkarımların doğruluğunu gösterdiği düşünme süreçleri geometri öğretiminin temel süreçleri arasındadır (NCTM, 2000). Çünkü bu süreçlerin ortaya çıkarılması öğrencilerin geometrik akıl yürütme süreçlerinin gelişiminde kritik bir öneme sahiptir (Battista, 2007; Jones, Fujita and Kunimune, 2012).

1.1.1.1. Geometrik akıl yürütmenin gelişimi

NCTM (2000) matematiğin tüm öğrenme alanlarında *akıl yürütmeyi* temel süreç standartlarından birisi olarak açıklamaktadır. Bunun yanında okul matematiğinde geometri öğrenme alanına yönelik akıl yürütme becerilerinin gelişimi öğrencilerde matematiksel kanıt için gerekli ön becerilerin kazanılmasında önemli yere sahiptir. Bu çerçevede öğrencilerin geometrik yapıları incelerken ilişkiler üzerinde düşündükleri, varsayımlar ürettikleri, genellemeler aracılığıyla kurallar inşa ettikleri, düşüncelerini sınıfta savundukları öğrenme süreçlerinin gerçekleşmesi önemlidir (Battista and Clements, 1995; de Villiers, 1999; Jones, 2000).

Geometrik akıl yürütme ve kanıtın gelişimi bağlamında Van Hiele (1984) hiyerarşik yapıda 5 düzey tanımlamıştır: Görsel düzey, açıklayıcı/ analitik düzey, soyut/ ilişkisel düzey, formal tümdengelim düzey, en üst düzey. Birinci düzey olan görsel düzeyde öğrencilerin akıl yürütme biçimleri şekillerin görünümüne ve görünüm üzerinde gerçekleştirilen dönüşümlere dayanmaktadır. İkinci düzey olan açıklayıcı/ analitik düzeyde öğrenciler şekillerin özellikleri üzerinde akıl yürütmeye başlarlar. Öğrenciler belli çizimler ve modeller üzerinde deneysel yollarla akıl yürütürler. Üçüncü olarak soyut/ ilişkisel düzeydeki öğrenciler tanımlar oluşturabilir ve akıl yürütürken gerek ve yeter koşulların ayrımını anlamaya başlarlar. Bu düzeyde tanımlara dayalı mantıksal argümanlar öğrenciler tarafından geliştirilebilir (Nassar, 2010). Geometride tümdengelimli akıl yürütme süreci öğrenciler tarafından bu düzeyde gerçekleştirilmeye başlamaktadır (de Villiers, 1987'den akt. Battista and Clements, 1995, s.50). Dördüncü olarak formal tümdengelim düzeyindeki öğrenciler aksiyomları, tanımları ve teoremleri yorumlama becerisini kazanır ve bunlar üzerinden formal kanıtlar yaparlar. En üst düzeyde ise öğrenciler sadece belli bir matematiksel sistem içerisinde değil farklı matematik sistemleri üzerinde de akıl yürütebilirler.

Van Hiele'in geliştirdiği kuram, geometrik akıl yürütmenin gelişim basamaklarını yansıtırken, Fischbein (1993) geometrik akıl yürütmenin yapısını Şekilsel Kavram

Teorisi ışığında ortaya koymuştur. Bu bağlamda soyut yapıdaki kavram ve görsel özellikteki şekil arasında nasıl bağ kurulduğu geometrik akıl yürütmenin niteliğini ortaya koymaktadır. Örnek olarak, şekle bağlı fikirlerin kavrama yönelik fikirleri etkilediği bir süreçte sezgisel çıkarımlar ön plana çıkmakta ve geometrik akıl yürütmenin tümdengelimli yapısı eksik kalmaktadır. Böylece kavramın özelliklerine yönelik ulaşılan genellemeler hatalar barındırabilmektedir. Diğer yandan sadece soyut kavramlar üzerinde düşünme yoluyla gerçekleştirilen akıl yürütme süreçlerinde ise şeklin sağladığı sezgi ve tahmin basamakları eksik kalmakta ve sonuca ulaşmak zorlaşabilmektedir. Bu nedenle şekil üzerinde düşünme, geometrik akıl yürütmenin sezme ve tahmin yapma aşamasını; kavram üzerinde düşünme ise matematiksel gerekçelerle formal bir çıkarıma ulaşma aşamasını oluşturmaktadır ve etkileşimli olarak kullanılmaları akıl yürütme sürecini güçlendirmektedir (Güven ve Karpuz, 2016).

Diğer yandan Duval (1998) geometri öğreniminde farklı bir model ortaya koyarken, 3 tür bilişsel sürecin önemini vurgulamıştır: *görselleştirme süreci*, *oluşum süreci* ve *akıl yürütme süreci*. Görselleştirme süreci geometrik yapıların görsel temsilleri üzerinde düşünmeyi ve sezgisel çıkarımlara ulaşmayı içermektedir. Oluşum süreci, bilinen özelliklerden yola çıkarak, geometrik yapıları uygun araçlarla oluşturma sürecidir. Akıl yürütme süreci, incelenen geometrik kavramların değişmez özelliklerine ve sahip oldukları ilişkilere yönelik soyut çıkarımlar üretmeyi ve bu çıkarımları matematiksel gerekçelerle savunmayı içermektedir. Duval (1998), geometri öğreniminde bu süreçlerin ortaya konmasının geometrik düşünme yetkinliğini arttırdığını vurgularken; bir başka çalışmasında öğrencilerin geometrik bir yapıyı incelerken 4 farklı kavrama biçimini ortaya koyduklarını belirtmiştir: *algısal kavrama*, *sıralı kavrama*, *söylemsel kavrama*, *işlevsel kavrama* (Duval, 1995). Algısal kavrama, öğrencinin geometrik bir şeklin görsel temsiline ilk baktığı anda bu şekli tanımlayıp tanımlayamadığı ile ilgilidir. Sıralı kavrama ise, öğrencinin bir geometrik yapıyı oluşturma sürecini ya da bu oluşum sürecini nasıl açıkladığını kapsamaktadır. Söylemsel kavrama, bir geometrik şeklin içerisinde algısal kavramayla tespit edilemeyen özelliklerin ortaya çıkarılmasını; bir şeklin tanım, teorem ve aksiyomlara dayalı olarak incelenmesini; bilinen özellikleri üzerinden çıkarım yaparak ulaşılabilen yeni özelliklerinin kavranmasını ifade etmektedir. Son olarak işlevsel kavrama, verilen bir şeklin tanıdık parçalara ayrılması, daha büyük tanıdık bir şekle genişletilmesi, ya da

duruşunun değiştirilmesi gibi çeşitli yollarla düzenlenmesine ya da dönüştürülmesine yönelik kavrayışları kapsamaktadır. Duval'e (2006, s. 108) göre, geometrik akıl yürütme ve problem çözme etkinlikleri bu kavramaların etkileşimli gerçekleşmesine bağlıdır ve "geometrik şekil olarak tanımlanan yapılar, her zaman söylemsel ve görsel türdeki temsillerin her ikisiyle de bağlantılıdır".

İlkokuldan itibaren farklı öğretim kademelerinde geometrik akıl yürütmenin nasıl desteklenebileceği, literatürde birçok çalışmanın odak noktası olmaya devam etmektedir (Battista and Clements, 1995; Fidler, 1999; Fischbein, 1987; Jones, Fujita and Kunimune, 2012). Bu konu bağlamında, ortaokul geometri öğrenimine odaklanan Driscoll, DiMatteo, Nikula ve Egan (2007) öğrencilerdeki önemli düşünme yollarını *Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA)* çatısı altında tanımlamışlardır.

1.1.1.2. Zihnin geometrik alışkanlıkları

Zihnin matematik alışkanlıkları Goldenberg, Cuoco ve Mark (1998) tarafından matematiksel gücü ortaya çıkaran düşünme becerileri olarak ele alınırken, formal matematiğin öğrenilmesinin bu alışkanlıkların gelişimine bağlı olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacılara göre, bu alışkanlıkları gelişmiş olan bireyler özel deneyler üzerinde tümevarımsal akıl yürütme yapmakta; örüntülerin değişen ve değişmeyen bileşenlerini incelemekte; varsayımlar geliştirmekte; varsayımlarının doğruluğunu hem informal hem de formal olarak savunmakta; matematiksel yöntemler, stratejiler ve algoritmalar üzerinde düşünebilmekte; soyut matematiksel yapıları görselleştirerek açıklamaktadır.

Driscoll vd. (2007), matematiğin alt öğrenme alanlarından birisi olan geometrinin öğrenimi sırasında öne çıkan üretken düşünme yollarını modelledikleri yeni bir kuramsal çerçeve geliştirmişlerdir. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin geometri problemlerini çözerken gerçekleştirdikleri akıl yürütme süreçlerinin detaylı olarak incelenmesiyle modellenen ZGA, matematik öğretmenlerine bu süreçlerin gelişimi için uygun öğrenme ortamlarını tasarlamalarını önermektedir (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll vd., 2007; Driscoll vd., 2008; Özen, 2015).

Driscoll vd. (2008) ZGA çatısı altında dört önemli düşünme süreci tanımlamıştır:

- a. İlişkilendirme,
- b. Genelleme,

- c. Değişmezleri araştırma,
- d. Keşif ve yansıtma.

İlişkilendirme süreci geometrik yapıların özellikleri arasındaki ilişkilerin araştırılmasını içermektedir. Bu süreçte öğrenciler ortaya çıkarılan ilişkilerin geometrik yapıları anlama ve problem çözme süreçlerine nasıl yardımcı olacağı üzerinde düşünmektedirler. İlişkilendirme süreci içerisinde, “Bu şekiller birbirlerine benzer midir?”, “Bu şekiller birbirinden farklı mıdır?”, “Bu tanımı karşılayan özellikler nelerdir?”, “Bu şekli diğer şekle benzetmek için neler yapmam gerekir?”, “Bu ilişkiyi farklı bir boyut altında ele alırsak ne olur?” sorulan örnek sorulardır. Bununla birlikte, ilişkilendirme süreci kendi içinde farklı tür düşünme yollarını da içermektedir. Driscoll ve diğerleri (2008), İlişkilendirme sürecinin bileşenlerini *tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme (TŞPİ)*, *bağımsız şekilleri ilişkilendirme (BŞİ)* ve *özel muhakeme becerilerini kullanma (ÖMB)* olarak açıklamaktadırlar. Bu bileşenler ve bileşenlere yönelik göstergeler Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1. *İlişkilendirme Sürecinin Bileşenleri*

Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme	Bağımsız şekilleri ilişkilendirme	Özel muhakeme becerileri
<ul style="list-style-type: none"> • Bir geometrik yapı içerisindeki parçaları fark etme ve ilişkilendirme (örn; geometrik bir yapıya bakma ve parçaların bir kısmının bir dikdörtgen oluşturduğunu görme). • Bir geometrik yapı içerisinde şekiller oluşturma (örn; bir çokgenin köşegenlerini çizerek çokgenin içinde üçgenler oluşturma). 	<ul style="list-style-type: none"> • Ortak olan bazı özellikleri dikkate alarak iki geometrik yapıyı karşılaştırma. • Ortak olan ve olmayan tüm özellikleri dikkate alarak iki geometrik yapıyı karşılaştırma. • Bir, iki ve üç boyutlu bileşenleri arasındaki ilişkileri dikkate alarak geometrik yapıları karşılaştırma. 	<ul style="list-style-type: none"> • İki ya da daha fazla geometrik yapı üzerinde orantısal akıl yürütme (örn; iki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları arasında 3/2 orantısal ilişkinin olduğunun fark etme ve alanları oranına yönelik çıkarım yapma). • Geometrik yapıları ilişkilendirmek için simetriyi kullanmak (örn; ikizkenar üçgende yüksekliğin simetrik iki dik üçgen oluşturduğunu fark etme).

Tablo 1. (Devam) *İlişkilendirme Sürecinin Bileşenleri*

Tek bir şeklin parçalarını ilişkilendirme	Bağımsız şekilleri ilişkilendirme	Özel muhakeme becerileri
<ul style="list-style-type: none">Tek bir geometrik yapıyı oluşturabildiği fark edilen iki geometrik şekli ilişkilendirme (örn; iki eş ikizkenar dik üçgenin uygun birleşiminin bir kareyi oluşturduğunu fark etme).		

Kaynak: Driscoll vd., 2008, s. 7-9.

ZGA bileşenlerinden *genelleme*, geometrik bir yapı içinde bir özelliğin ya da ilişkinin “her zaman” ortaya çıkıp çıkmadığına ya da “hangi koşullarda ortaya çıktığına” yönelik sorulara yanıt aranmasını içermektedir. Bu akıl yürütme sürecinde keşfedilen özelliği sağlayan tüm örnekleri inceleme ya da bu özelliği sağlamayan bir karşıt örnek bulma işlemleri gerçekleşir (Driscoll, 2001; Driscoll vd., 2007; Driscoll vd. 2008). Genelleme süreci içerisinde öğrencilerin gerçekleştirdikleri akıl yürütme biçimleri öğrencilerde formal kanıt becerilerinin gelişimi öncesinde önemli yere sahiptir. Çünkü öğrenciler yaptıkları deneysel incelemeler sonucunda tekrar eden ilişkilere yönelik bir varsayım ortaya koymaktadırlar. Bu varsayımın doğruluğuna ilişkin sorgulama yapmaları ve argümanları matematiksel gerekçelerle savunmaları ise onların kanıt sürecine başlamalarını sağlamaktadır (Balacheff, 1988; de Villiers, 1999; Hanna, 2000; Harel and Sowder, 1998).

Driscoll vd. (2007) genelleme kapsamında *tanıdık durumlardan yararlanma (TDY)*, *varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma (VSD)* ve *tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama (TÇK)* olmak üzere üç alt süreç tanımlamışlardır. Bu süreçlere ilişkin göstergeler Tablo 2’de görülmektedir.

Tablo 2. Genelleme Sürecinin Bileşenleri

Tanıdık durumlardan yararlanma	Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma	Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama
<ul style="list-style-type: none">• Özel durumları dikkate alma (bir kenarı ve alanı verilmiş üçgenler sorulduğunda dik üçgenleri düşünme).• Çözüme uyan diğer bazı örnekler için özel durumların ötesine bakma (verilen alana sahip geniş açılı üçgenler de arama).• Daha önce tanımlanmış durumların içerisindeki özellikleri değiştirilerek yeni durumlara yönelik genelleme yapma (örn; yansıma dönüşümü yardımıyla simetrik üçgenleri araştırma).• Başka çözümlerin olduğunu sezme ancak bu çözümlerin nasıl oluşturulacağını bilememe (bu çözüm kümesinin başka elemanları da olmalı, ama bunlar neler?).	<ul style="list-style-type: none">• Sonlu olmayan bir küme üzerinde belli durumların sağlandığını anlama; ancak sadece belli özel kümeler üzerinde çalışma (örn; bir grafik üzerinde sadece tamsayı koordinatlarına sahip noktaların inceleme).• Üzerinde çalışılan durumun sağlandığı sonsuz ve sürekli farklı kümeleri inceleme ancak bu kümeleri sınırlandırma (örn; düzlemde sadece sınırlı bir bölgenin incelenmesi) ya da küme üzerinden yanlış bir çıkarıma ulaşma (örn; yanlış geometrik şekil ile kümenin temsil edilmesi).	<ul style="list-style-type: none">• Tüm çözüm kümesini inceleme ve neden daha fazla çözümün olmadığını açıklama.• Belli bir sınıf geometrik yapı için evrensel olarak doğru olan bir kuralın olduğunu fark etme (örn; bir çokgenin tüm kenar uzunluklarının iki katına çıkarılması durumunda alan ölçüsünün dört katına çıkacağını fark etme).• Problemleri ve kuralları daha geniş bir bağlamda inceleme (örn; kenar – alan ilişkisinden sonra kenar – hacim ilişkisine bakma ve üç boyutlu bir yapının kenar uzunluklarının iki katına çıkarılması durumunda hacim ölçüsünün sekiz katına çıkacağını bulma).

Kaynak: Driscoll vd., 2008, s. 9-10.

Üçüncü ZGA bileşeni olan *değişmezleri araştırma*, geometrik bir yapıya ilişkin belirli bir özellik değiştirildiğinde diğer özelliklerden hangilerinin sabit kaldığını incelemeyi içermektedir. Bu incelemelerde bir şeklin belirli parçaları manipüle edilebilmekte ya da öteleme, yansıma ve dönme gibi geometrik dönüşümlerden yararlanılabilmektedir. Bu işlemler içerisinde “Bu şekil nasıl buna dönüştü?”, “Neler

değiştirdi? Neden?”, “Neler sabit kaldı? Neden?” ve “Eğer aynı işlemi bu şekilde tekrar tekrar uygularsam neler olur?” sorularının sorulması kritik öneme sahiptir. Bunun yanında Driscoll vd. (2008), değişmezleri araştırma sürecine ait iki alt bileşeni tanımlamışlardır. Bunlar, *dinamik düşünme (DD)* ve *etkilerin kanıtlarını kontrol etme (EKK)* olarak açıklanmıştır. Bu bileşenlere yönelik göstergeler Tablo 3’te görülmektedir.

Tablo 3. *Değişmezleri Araştırma Sürecinin Bileşenleri*

Dinamik düşünme	Etkilerin kanıtlarını kontrol etme
<ul style="list-style-type: none"> Durağan bir durum hakkında dinamik düşünme (Örn; “Bu üçgenin tepe noktasını taban kenarına paralel çizilmiş doğru üzerinde hareket ettirsem alanın aynı kalıp kalmayacağını merak ediyorum.”). Bir dönüşüm uygulanırsa nelerin değişeceğini ve nelerin aynı kalacağını düşünme (örn; “Bir doğru parçasını bu merkez nokta etrafında döndürdüğüm zaman merkez noktaya ne olur? Aynı kalır, değil mi?”). Bir dönüşümün etkilerini sürekli gözleme ve etkilerin ortak yönlerini inceleme (örn; bir üçgenin kenar uzunluklarını 2, 3 ve 0.5 katına genişletme ve nelerin değişip değişmediğinin inceleme). Bir noktanın ya da şeklin süreklilik sağlayan manipülasyonunun etkileri üzerinde düşünme ve oluşan şekil ile diğerleri arasında nelerin meydana geleceğini tahmin etme (örn; çevre uzunluğu 12 br ve alan ölçüsü 6 br^2 olan bir üçgen ile çevre uzunluğu 12 br ve alan ölçüsü 4 br^2 olan ikinci bir üçgen arasında çevre uzunluğu 12 br ve alan ölçüsü 5 br^2 olan bir üçgenin de var olabileceğinin düşünülmesi). 	<ul style="list-style-type: none"> Bir geometrik yapıya belli bir dönüşüm uygulandığında her şeyin değişmediğini sezme (örn; “Bu üçgenin kenarları belli oranlarda büyütüldüğünde sadece ilk üçgenin daha büyüğünü elde ediyoruz.”). Belirli bir dönüşüm her seferinde uygulandığında hep aynı etkilerin ortaya çıktığını fark etme (örn; bir üçgenin kenarları belli oranlarda büyütüldüğünde üçgenin açılarının her seferinde aynı kalacağını gözlemesi). Belli bir dönüşüm sonunda ortaya çıkan değişmezleri fark etme ve neden değişmez olduğunu açıklama (örn; bir üçgenin belli bir doğruya göre yansıma dönüşümü gerçekleştirildiğinde, ilk üçgene eş bir üçgenin elde edileceğini fark etme ve bunun nedeninin, yansımanın kâğıt katlama ve bir şeklin eşinin kâğıdın diğer tarafında ortaya çıkarılması etkinliğine benzer olduğunun söylenmesi).

Kaynak: *Driscoll vd., 2008, s.10-12.*

ZGA bileşenlerinden dördüncüsü olan *keşif ve yansıtma* ise bir probleme çeşitli yollardan yaklaşmayı deneme, düzenli olarak geriye bakma ve durumu değerlendirme ile ilgilidir. “Eğer şöyle olursa...” ile “Bu deneyimden ne öğrendim?” soruları bu zihinsel alışkanlığın gerçekleştiğinin göstergeleridir (Driscoll vd., 2007; Driscoll vd. 2008). Bu tür içsel sorulara verilebilecek diğer örnekler şunlardır: “Eğer bu şekle şu parçayı eklersem/ şekilden şu parçayı çıkarırsam ne olur?”, “Bu işlemin sonucu bana ne anlatmaktadır?”, “Problemi çözmek için daha önce denediğim yöntemler şimdiki yaklaşımına ne tür bilgiler vermektedir?”, “Bu çözüm yöntemleri ilişkili midir ve bana nasıl yardımcı olabilirler?”, “Eğer çözüme ulaşırsam, buradaki büyük resim bana ne söylüyor?”

Driscoll vd. (2008) *keşif ve yansıtma* kapsamında da iki önemli düşünme biçimini tanımlamaktadır. Bunlar, *keşfi ön plana alma (KÖP)* ve *amacı ön plana alma (AÖP)* bileşenleridir. Bu iki bileşene ait göstergeler Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4. *Keşif ve Yansıtma Sürecinin Bileşenleri*

Keşfi Ön Plana Alma	Amacı Ön Plana Alma
<ul style="list-style-type: none"> • Sezgi ve tahmin aracılığıyla araştırma yapma (örn; “Bu yöntemin işe yaramadığı görülüyor. Farklı bir şeyler deneyeyim.”). • Duruma yönelik bazı değerlendirmeler ile araştırma yapma (örn; “Bu işlem önemli bir şeyler ortaya çıkardı mı?”). • Benzer stratejiler deneme (örn; “Daha önce ne denemiştiniz?”). • Bir durumun, koşulun ya da geometrik yapının bazı özelliklerini değiştirme ve değişimler üzerinde düşünme (örn; “Bu iki nokta yerine şu iki noktayı birleştirirsem ne olur?”). 	<ul style="list-style-type: none"> • Araştırma sürecinin önemli bir aşamasını yansıtan büyük resme düzenli olarak bakma (örn; “Bu durum, benim bulmayı umduğum sonuç ile nasıl bağlantılıdır?”). • Amaca ulaşmaya yardımcı olabilecek ilişkili adımları tanımlama (örn; “Bir paralelkenarın parçalarını yeniden birleştirerek dikdörtgen elde edebileceğimi biliyorum. Dikdörtgeni de benzer biçimde bir paralelkenara dönüştürebilirim.”). • Final durumunun ne gösterdiğini ortaya koyma (örn; “Ortaya çıkacak yeni noktalar kümesinin y – eksenine göre simetrik olacağını biliyorum. Dolayısıyla bulacağım noktalar kümesi neye benzeyecek?”).

Tablo 4. (Devam) *Keşif ve Yansıtma Sürecinin Bileşenleri*

Keşfi Ön Plana Alma	Amacı Ön Plana Alma
	<ul style="list-style-type: none">• Çözüme yönelik üzerinde akıl yürütülmüş varsayımlar öne sürmek ve bu varsayımların test edilmesine yönelik çeşitli yollar üretmek (örn; “Çözüme uyan tüm noktalar y-eksenine göre simetrik olacaklar. Bunun anlamı, noktalar kümesinin iki paralel doğru olduğudur. Bunu test etmek için bu doğruları çizerek noktaların bu varsayıma uyup uymadığını görmem gerekiyor”)

Kaynak: *Driscoll vd., 2008, s. 12-13.*

Driscoll vd. (2008) geometri öğreniminde ZGA süreçlerinin kazanmanın önemini vurgularken; alanyazında bu süreçlerin kazanımını inceleyen çalışmaların sayıca az oldukları ve yetişkenlere odaklandıkları görülmektedir. Bu bağlamda Köse ve Tanışlı (2014) sınıf öğretmeni adaylarının önemli bölümünün bağımsız şekilleri ilişkilendirme, özel muhakeme becerilerini kullanma ve genelleme yapmada zorlandıklarını; çözüm sürecinde hatalı stratejiler uyguladıklarını ve dinamik düşünme sürecini kullanmada yetersiz kaldıklarını ortaya koymuşlardır. Bu noktada araştırmacılar ortaya çıkan sonuçların öğretmen adaylarının önceki öğrenme deneyimleriyle de yakından ilgili olduğunu ve öğretim süreçlerinde sistematik problem çözme ve sınıf içi tartışmaya dayalı yöntemlere daha fazla yer verilmesi gerektiğini öne sürmüşlerdir. Bir başka çalışmada ise Özen (2015) öğretmenlerin ZGA süreçlerine odaklanmış ve ders imecesi (lesson study) yöntemi kapsamında 5 ortaokul matematik öğretmenin ZGA süreçlerindeki gelişimlerini araştırmıştır. Ortaya çıkan sonuçlar, öğretmenlerin işbirlikli çalışmalar aracılığıyla ZGA temelli etkinlikler ve problemler tasarladıklarını; ZGA süreçlerini dikkate alarak birbirlerinin öğretim süreçlerini değerlendirdiklerini ve kendi derslerini ZGA süreçleri çerçevesinde planladıklarını göstermiştir. Bu sonuçlar, işbirliği ve tartışma odaklı bir öğretmen yetiştirme modeli olan ders imecesinin öğretmenlerin ZGA süreçlerinin gelişiminde etkili olarak kullanılabildiğini ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adaylarının ilişkilendirme ve problem çözme süreçlerinin geliştirilmesine odaklanan bir diğer çalışmada ise Köse, Tanışlı, Erdoğan ve Ada (2012) ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı 77 öğretmen adayının teknoloji destekli öğrenme ortamındaki oluşum problemlerini çözme ve ilişkilendirme süreçlerini

incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçları Cabri Geometri II yazılımını içeren TI-Nspire CAS destekli öğrenme sürecindeki oluşum inşa etme ve ispat yapma etkinliklerinin katılımcıların kâğıt-kalem problemlerinin çözümündeki ilişkilendirme becerilerine olumlu etki ettiğini göstermiştir. Bu sonuç aynı zamanda geometrik akıl yürütme süreçlerinin gelişiminde öğretim teknolojilerinin etkili biçimde kullanılabilirdiğini de ortaya koymuştur.

Alanyazındaki araştırmalar zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı öğrenme sürecinin öğrencilerin geometrik akıl yürütme becerilerinin gelişimine katkı sağladığını ortaya koymaktadırlar. Bu nedenle bu alışkanlıkların kazanımı için uygun yöntemlerin ve araçların kullanıldığı öğrenme ortamlarının tasarlanmasına ihtiyaç vardır. Bu noktada yazı tahtası ve tebeşir gibi geleneksel öğretim araçlarıyla oluşturulan statik temsiller, geometrik kavramların özelliklerinin araştırılmasında bazı sınırlılıklara sahiptirler (Laborde, 2001). Bununla birlikte yapılan pek çok araştırma dinamik geometri ortamlarının, deney ve keşfe yönelik etkileşimli yapıları nedeniyle, öğrencilerdeki ilişkişel düşünme, varsayım geliştirme ve kanıt yapma süreçlerini desteklediğini vurgulamaktadır (Arzarello, Olivero, Paola and Robutti, 2002; Baccaglini-Frank, 2010; Battista, 2007; de Villiers, 2004; Hanna, 2000; Hanna and Sidoli, 2007). Bu sonuçlardan hareketle matematik öğretimine ilişkin ulusal ve uluslararası kuruluşların raporları, geometri öğretim sürecinde dinamik geometri ortamlarından yararlanılması ve öğrenme sürecinin bu çerçevede organize edilmesi konularında öğretmenlere öneriler getirmektedirler (MEB, 2009; MEB, 2013a; MEB; 2013b; NCTM, 2000).

1.1.2. Dinamik geometri ortamları

Dinamikliğin doğasında hareket ve eylem yer almaktadır. “Dinamik geometri” terimi ise, etkileşimli bilgisayar yazılımları gibi araçlarla yürütülen etkin ve araştırmaya dayalı geometriye karşılık gelmektedir (Mehdiyev and Vos, 2010). Bu tür geometrinin çalışıldığı dinamik geometri ortamları, temsiller üzerinde gerçekleştirilen manipülasyonların kullanıcıya görsel geri bildirimler sağladığı olgusal ortamlardır (Leung, 2008; Leung, 2015). Dinamik geometri ortamlarına örnek olarak Cabri, Sketchpad ve GeoGebra gibi bilgisayar yazılımları verilebilmektedir. Bu yazılımlar kendilerine özgü arayüzlere ve tekniklere sahip olmakla birlikte, geometrik nesnelerin temsil edilmesinde benzer göstergebilimsel potansiyele (semiotic potential) (Mariotti, 2009) sahiptirler ve kullanıcıların geometrik ilişkileri deneysel süreçler içerisinde

incelemelerini sağlamaktadırlar (Hershkowitz vd., 2002). Bu çerçevede Hegedus ve Moreno-Armella (2010) dinamik geometri yazılımlarına özgü 5 temel özelliği şu şekilde açıklamışlardır:

- Navigasyon: Ekranda gezinme, matematiksel şekilleri taşıma, ekranı kaydırma ve yakınlaştırma özelliğidir.
- Etkileşim (Interaction): Tıklama yaparak ekrandaki şekilleri seçme, sürüklenme ve manipüle etme özelliğidir.
- Notlarla açıklama (Annotation): Şekillerin parçaları üzerine etiketler, yazılı açıklamalar, sayısal değerler ekleyebilme özelliğidir.
- Simülasyon: Geometrik kavramlarla bağlantılı görsel verilerin canlandırmasını oluşturabilme özelliğidir.
- Manipülasyon: Geometrik oluşumları, sahip oldukları matematiksel değişmezleri gözlemleyecek biçimde hareket ettirebilme özelliğidir.

Geliştirilen ilk DGY'ler okul matematiğini desteklemekten çok matematikçilerin araştırmalarını desteklemek amacıyla tasarlanmış olsalar da, sonraki yıllarda DGY'lerin yeni sürümleri pek çok matematik eğitimcisinin fikirleri doğrultusunda matematik eğitimini de destekleyecek biçimde revize edilmişlerdir (Chan and Leung, 2014). Bu sayede öğrenciler bu araçlar yardımıyla matematiksel kavramların grafiksel, cebirsel ve sayısal temsilleri üzerinde akıl yürütme ve bu kavramların ilişkilerini araştırma fırsatları yakalamışlardır. Bu noktada DGY'ler öğretmenlere geleneksel araçlara kıyasla daha üretken öğretimsel yöntemleri kullanma olanağı verirken (Laborde, 2007); öğrencilere de kâğıt ya da tahta üzerindeki temsiller üzerinde gerçekleşmesi zor olan farklı akıl yürütme süreçlerini kullanma, geometrik oluşumlar üzerinde sezgiye dayalı incelemeler yapma, varsayımlar üretme ve kanıt yapma becerilerini geliştirme fırsatlarını sağlamaktadır (Baccaglioni-Frank, 2010; Baccaglioni-Frank, 2011; Olivero and Robutti, 2007).

Literatürde çeşitli DGY'lerin geometri öğrenme sürecine etkililiğini inceleyen pek çok araştırma yer almaktadır. Bu araştırmalarda özellikle deneysel türdeki çalışmalar (Özçakır, AYTEKİN, Altunkaya ve Doruk, 2015; Güven, 2012), meta analiz biçiminde gerçekleştirilen çalışmalar (Chan and Laung, 2014; Cantürk-Günhan ve Açıkan, 2016) ve nitel çalışmalar dikkat çekmektedir. Deneysel çalışmaların sonuçları, DGY destekli

öğretim süreçlerinin katılımcıların matematik başarılarına, tahmin ve ilişkilendirme becerilerine katkı sağladığını (Özçakır, Aytekin, Altunkaya ve Doruk, 2015) ve matematiksel kavramları anlama düzeylerini derinleştirdiğini (Güven, 2012) göstermiştir. Nitekim DGY'lerin ilkokuldan ortaöğretime kadar farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin başarılarına etkisinin incelendiği 1990–2013 yılları arasında yayınlanmış 9 kontrol gruplu deneysel araştırmanın analiz edildiği bir meta analiz çalışmasında (Chan and Leung, 2014) DGY destekli öğretimin farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin tümünün matematik başarılarında olumlu etki yarattığını; bu etkinin ilkokul öğrencilerinde daha büyük olduğunu; ortaokul ve ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin matematik başarıları arasında anlamlı bir fark oluşmadığını; DGY'nin kullanıldığı kısa dönemli (iki haftadan kısa) öğretim süreçlerinin öğrencilerin başarılarını daha fazla arttırdığını göstermiştir. Ortaya çıkan bu sonuçların DGY destekli öğretimin uygun bir şekilde tasarlanıp tasarlanmamasıyla da yakından ilişkili olduğu vurgulanmıştır.

Meta analiz türündeki bir başka çalışmada ise Cantürk-Günhan ve Açıkan (2016) Türkiye'de son 9 yılda dinamik geometri yazılımlarının geometri başarısına etkisini deneysel yolla araştıran 41 çalışmanın analizini yapmışlardır. Analizin sonuçları ilköğretim birinci kademeye yönelik yapılan çalışmaların etki büyüklüğünün orta; ilköğretim ikinci kademe, ortaöğretim ve yükseköğretime yönelik yapılan çalışmaların etki büyüklüğünü ise güçlü düzeyde olduğunu ortaya koymuştur. Bunun yanında deney süreleri bağlamında 1-20 saat ve 21 saatin üstü öğretim süreçlerini içeren araştırmaların etki büyüklüklerinin farklılaşmadığı ve ikisinin de güçlü etkiye sahip olduğu açıklanmıştır.

Alanyazında DGY'ler üzerinde yürütülen deneysel araştırmaların dışında DGY'lerin matematiksel düşünme süreçlerindeki etkisini derinlemesine inceleyen pek çok nitel araştırma da yer almaktadır. Bu bağlamda Soldano ve Arzarello (2016) yaptıkları çalışmada 10. sınıf öğrencilerinin iPad ve Android tabletlerde çoklu-dokunmatik dinamik geometri yazılımlarında hazırlanan oyun temelli etkinlikleri tamamlarlarken kanıt süreci içerisinde kavramları nasıl ilişkilendirdiklerini ve mantıksal sorgulamaları nasıl yaptıklarını incelemiştir. Öğretim deneyi kapsamında yürütülen çalışmada iki öğrencinin birbirlerine karşı oynadıkları 5 oyun etkinliğinde oyunu kazanmaları için verilen aksiyomlar ve bilinen sonuçlar arasında mantıksal zinciler

oluşturarak sonuca götüren stratejiler inşa etmeleri gerekmektedir. Ortaya çıkan sonuçlar yapılan etkinliklerin öğrencilerin “eğer...ise...” türündeki koşullu önermeleri içeren akıl yürütme süreçlerine, stratejik düşünme yollarına ve kavramlar arasındaki mantıksal ilişkilendirme süreçlerine katkı sağladığını ortaya koymuştur.

Bir diğer araştırmada Healy ve Hoyles (2001) 14–15 yaşlarındaki öğrencilerin DGY’deki (Cabri’deki) problem çözme ve kanıt yapma süreçlerini incelemiştir. Araştırmanın sonuçları DGY’nin başarılı öğrencilerin problem çözme süreçlerine aracılık etmesinin dışında argümantasyon sürecinden tümdengelimli akıl yürütme sürecine geçmelerine katkı sağladığını ortaya koymuştur. Diğer yandan DGY’deki araçların kullanıcıların hedeflerini karşılayacak biçimde düzenlenememesi durumunda başarı düzeyi düşük öğrencilerin DGY’de matematiksel düşüncelerini açıklamada ve problem çözmeye yetersiz kalabildikleri ortaya çıkmıştır.

Benzer türde bir diğer araştırmada Jones (2000) 12 yaşındaki öğrencilerin DGY’deki çalışmaları boyunca tümdengelimli akıl yürütme süreçlerindeki değişimi incelemiştir. Gerçekleştirilen boylamsal çalışmada katılımcıların DGY’deki çeşitli dörtgenlerin özelliklerine yönelik argümanları ve gerekçeleri incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları katılımcıların argümanlarını savunurken “çünkü doğru görünüyor” ya da “çünkü bu durumlarda doğruluğu sağlanıyor” benzeri informal açıklamalarının zamanla matematiksel bilgiye dayalı gerekçeleri içerdiğini göstermiştir. Bunun yanında katılımcıların bu açıklamalarında DGY’ye özgü “sürüklenme” gibi terimlere de yer verdikleri görülürken; DGY araçları yardımıyla dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anladıkları, geometrik oluşumlar içerisindeki fonksiyonel bağımlılığa ve değişmeyen özelliklere dair açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Araştırmacı DGY’nin ortaokul düzeyindeki öğrencilerin tümdengelimli akıl yürütme süreçlerini geliştirmelerine ve dörtgenlere ilişkin kapsayıcı tanımları anlamalarına katkı sağladığını açıklarken; DGY’deki öğrenme süreçlerinin etkili biçimde gerçekleşmesi için öğrencilerin öncelikle geometrik oluşumlar içerisindeki fonksiyonel bağımlılığın ve değişmez özelliğinin ne anlama geldiğini kavramaları gerektiğini belirtmiştir. Bunun yanı sıra DGY’deki tümdengelimli akıl yürütme sürecinin en iyi şekilde desteklenmesi için öğretmenlerin sınıftaki öğrencilerin argümanlar geliştirmelerine ve bu argümanların gerekçelerini açıklamalarına fırsat vermeleri gerektiği vurgulanmıştır.

Alanyazında ortaokul ve ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin dışında üniversite düzeyindeki DGY destekli matematik öğrenme sürecine yönelik de pek çok çalışmanın yer aldığı bilinmektedir (Güven, Baki ve Çekmez, 2012; Hazzan and Goldenberg, 1997; Presmeg, Barrett and McCrone, 2007). Bu bağlamda Presmeg, Barrett ve McCrone (2007) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının hem DGY araçlarıyla hem de geleneksel araçlarla geometrik oluşumlar yaptıkları ve geometrik kavramların anlamlarını keşfettikleri uygulamalar içerisinde akıl yürütme, argümantasyon ve genelleme becerilerine odaklanırlarken; çalışmanın sonuçları katılımcıların geometrik yapılardaki değişen ve değişmeyen özelliklerin araştırılmasına yönelik yürüttükleri işbirlikli tartışma süreçlerinin ve DGY'deki geometrik oluşumları çizimlerden ayırt etmek için kullanılan “bozulabilirlik” gibi öğretimsel metaforların katılımcıların genelleme süreçlerini desteklediğini ortaya koymuştur. Bir diğer çalışmada Güven, Baki ve Çekmez (2012) 34 matematik öğretmeni adayının DGY'deki problem çözme süreçlerini incelerlerken; bu çalışmalarda öğrencilerin DGY'de iki çembere de teğet olan bir doğru inşa etme probleminde geometrik yer (locus), sürükleme ve ölçme araçlarından faydalanarak üç tür çözüm stratejisi geliştirdiklerini ve çözümlerini tamamladıklarını ortaya koymuşlardır. Hazzan ve Goldenberg (1997) ise matematik bölümünde öğrenim gören ve akademik başarı düzeyi yüksek olan üç lisans öğrencisinin DGY'deki fonksiyonel ilişkileri nasıl anlamlandırdıklarını incelerlerken; katılımcıların DGY'deki sürükleme stratejileri yardımıyla geometrik oluşumları inceledikleri; fonksiyonel ilişkilerdeki bağımlı ve bağımsız nesnelere statik ortamdan farklı olarak *harekete* ve *davranışa* bağlı olarak keşfettikleri belirlenmiştir. Buradan hareketle araştırmacılar fonksiyonel ilişkilerin araştırılmasında ve tartışılmasında DGY'nin etkili biçimde kullanılabileceğini ortaya koymuşlardır.

Diğer yandan alanyazındaki bazı araştırmalar DGY'nin geometri öğreniminde bazı olumsuz durumlar da yaratabildiklerini göstermektedirler. Bu araştırmalardan birisinde Hölzl (1996) bazı öğrencilerin DGY'deki problemlere çözüm ararlarken geometrik yapıların içerdikleri matematiksel anlamlar üzerinde düşünmek yerine çözümlerin sadece işlemsel kısımlarına odaklandıklarını ortaya koyarken; Olivero ve Robutti (2007) de 15 – 16 yaşlarındaki öğrencilerin açık uçlu geometri problemleri üzerinde çalışırken sürekli DGY'nin ölçme araçlarına odaklandıklarını ve bu nedenle

teorik bilgiye dayalı akıl yürütme yerine ölçüm sonuçlarına dayalı çıkarımlar yaptıklarını ortaya koymuşlardır.

DGY destekli öğretim sürecinde ortaya çıkabilecek bazı olumsuz durumların incelendiği bir diğer araştırmada ise de Villiers (2007) bu olumsuzlukları sekiz başlık altında açıklamıştır. Araştırmacı (1) öğretmenlerin DGY destekli öğretim ortamlarında yeni öğretimsel teknikler geliştirmek yerine DGY'yi geleneksel öğretim yaklaşımları içerisinde kullanma eğiliminde olabildiklerini; (2) öğrencilerin geometri çalışmalarına başlamadan önce mutlaka DGY araçlarında birer usta haline gelmelerinin beklenebildiğini ve öğretmenlerin DGY'yi uygun pedagojik stratejiler içerisinde düzenleyerek öğrenme sürecine dahil etmediklerini; (3) öğrencilerin DGY'deki geometrik oluşumların özelliklerini anlamadan oluşum inşa etme türündeki etkinliklerin içerisine dahil edilebildiklerini; (4) DGY'deki geometrik çalışmaların mutlaka öğrencilerin öğrenmelerini arttıracığı düşüncesindeki öğretmenlerin sürece yeterince rehberlik etmeyebildiklerini; (5) neden-sonuç ilişkileri (bağımlı-bağımsız nesnelere) ve önemli değişkenler vurgulanmadan DGY'deki dinamik görselleştirmenin özensizce kullanılabildiğini; (6) DGY'nin kullanıldığı öğrenme süreçleri içerisinde somut materyal ya da kâğıt-katlama etkinliği gibi "eskimiş" olarak düşünülen araçlardan faydalanılmadığını; (7) DGY destekli öğrenme sürecinde daha etkili öğretim tekniklerini ve çalışmaları ortaya çıkaracak değerlendirme sürecinin gerçekleştirilmediğini; (8) DGY'deki kanıt süreçlerinde görselleştirmenin ortaya koyduğu informal doğrulamaların öğrenciler tarafından yeterli görülebildiğini ortaya koymuştur.

Geometrik kavramlar soyut yapılar olmakla birlikte bu yapılar üzerindeki incelemeler ancak onları temsil eden işaret, kelime ya da sembollerle yapılabilmektedir. Bununla birlikte, kullanılan göstergebilimsel araçların ve temsillerin incelenen bir kavram üzerinde akıl yürütme güçlüklerine yol açmamasını sağlamak da önemli bir konudur (Duval, 2000; Laborde, 2003). Bu noktada, dinamik geometri yazılımlarının (DGY) kavramlara yönelik sunduğu *oluşumlar (figures/constructions)*, kâğıt ve yazı tahtası üzerindeki *çizimlerden (drawings)* derin bir şekilde ayrılmaktadır. Bu ayrımın bilinmesi DGY temelli geometri öğrenimini sağlamada kritik bir yere sahiptir.

1.1.2.1. *Çizim ve oluşum*

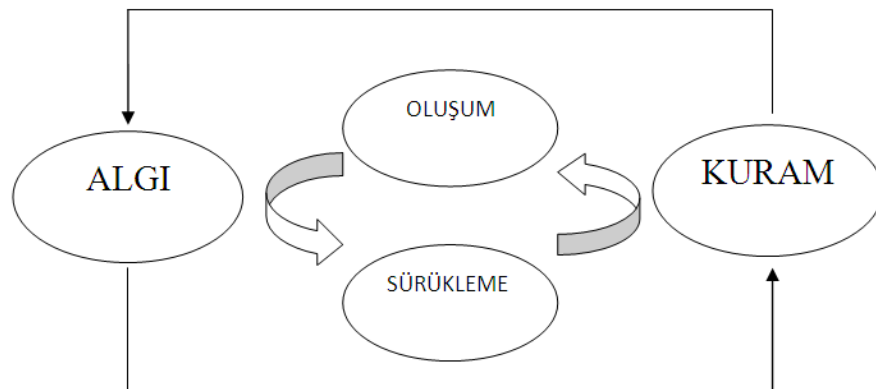
Çizim, matematiksel bir nesnenin fiziksel yapıdaki temsil biçimlerinden birisidir ve kişinin matematiksel nesne ve çizim arasında kurduğu ilişkiler *geometrik şekli* ortaya çıkarmaktadır. Bu noktada geometrik şeklin iki bileşeninden birisi soyut yapıdaki matematiksel nesne, diğeri ise bu soyut nesneyi temsil eden olası tüm çizimlerin kümesinden alınan bir elemandır (Laborde and Capponi, 1994'ten akt. Tapan-BROUTIN, 2016, s.309). Diğeryandan grafik türündeki bir temsil biçimi olan çizim, sınırlı doğası gereği tek başına matematiksel bir nesnenin özelliklerini yansıtmada yetersiz kalmaktadır (Tapan-BROUTIN, 2014; Tapan-BROUTIN, 2016). Örnek olarak bir dikdörtgen çizimi, dikdörtgen olarak tanımlanan geometrik nesnenin oluşturduğu kümenin elemanlarından bir tanesini temsil etmektedir ve kümeye ait değişmez özelliklerin tümünü yansıtmamaktadır.

Oluşum ise geometrik nesnenin yapısındaki değişmez özelliklere bağlı olarak inşa edilen bir temsil türüdür ve bir oluşumu meydana getirmek, geometrik nesneye ilişkin özel bir görüntüyü kâğıda çizmekten farklı bir süreçtir. Bu özelliğinden dolayı oluşum geometrik nesneye ilişkin kümenin özel bir elemanının değil, kümenin tüm elemanlarının özelliklerini yansıtmaktadır (Tapan-BROUTIN, 2010). Dinamik geometri ortamlarındaki oluşumlar, öğrencilerin geometrik kavramları keşfedecekleri yeni etkinlik türlerinin kullanımına olanak vermiştir. Bu etkinliklerden birisi *kara kutu (black box)* olarak isimlendirilmektedir (Laborde, 2001). Kara kutu, nasıl inşa edildiği belli olmayan bir oluşumun öğrencilere sunulduğu ve öğrencilerin aynı oluşumu yeniden inşa etmelerinin istendiği bir etkinlik türüdür (Laborde, 1995). Galindo (1998) bu tür etkinliklerin kâğıt ortamındaki geometrik çizimler üzerinde uygulanamadığını; çünkü çizimlerin geometrik yapının bileşenleri arasındaki tüm ilişkileri yansıtmakta yetersiz kaldığını vurgulamıştır. Diğeryandan dinamik geometri ortamları, ekranda sunulan oluşumlar üzerinde dinamik araştırmalar yapılmasını ve geometrik nesnelere ait değişmez özelliklerin keşfedilmesini sağlamaktadır (Bretscher, 2009; Laborde, 2001). Bu süreçte hareket ettirilen oluşumun, temsil ettiği geometrik nesnenin özelliklerini göstermeye devam etmesi *harekete dayanıklılık ilkesi* olarak isimlendirilmektedir (Tapan-BROUTIN, 2016). Bu bağlamda oluşumun hareketi ise *sürükleme (dragging)* aracılığıyla sağlanmaktadır.

1.1.2.2. Dinamik geometri ortamlarında sürüklenme

Geometrik şekillerin incelenmesinde “hareket” ve “manipülasyon” fikirlerinin gelişimi sonucu DGY’de bir araç olarak ortaya çıkan sürüklenme işlemi, geometrik oluşumların analiz edilmesinde önemli yere sahiptir (Scher, 2000). Bu noktada, sürüklenme aracılığıyla manipüle edilen oluşumların davranışları, kullanıcıya geometrik nesnenin hangi özelliklerinin değişmez olduğuyla ilgili dönütler vermektedir (Laborde, 2001). Bu sayede kullanıcıların geometrik ilişkilere yönelik akıl yürütme, varsayımlar ortaya koyma ve varsayımlarını test etme süreçleri desteklenmektedir (Baccaglioni-Frank, 2010; Baccaglioni-Frank and Mariotti, 2010).

DGY’deki sürüklenme işlemi, kullanıcıların keşif sırasında şekil üzerinde algısal (perceptual) düşünme biçiminden matematiksel çıkarımlara ulaştığı kuramsal (theoretical) düşünme biçimine geçiş sürecini (ascending process) gerçekleştirmelerine yardımcı olmaktadır. Bu noktada sürüklenme işlemi bir araştırma aracı olarak kullanılmaktadır. Diğer yandan DGY’de çalışan kullanıcılar, ulaştıkları matematiksel çıkarımların doğruluğunu test etmek için bu defa kuramsal düşünme biçiminden algısal düşünme biçimine geçiş sürecini (descending process) gerçekleştirebilmekteler ve bu aşamada sürüklenme işlemi bir değerlendirme aracı olarak da kullanabilmektedirler (Arzarello vd., 2002; Soldano, Arzarello and Robutti, 2015). DGY’de sürüklenme aracılığıyla yürütülen bu akıl yürütme süreci algı ve kuramsal bilgi odaklı düşünme biçimlerinin etkileşimiyle devam etmektedir (bkz. Şekil 1).



Şekil 1. DGY’de Algıya ve Kuramsal Bilgiye Dayalı Düşünme Biçimlerinin Döngüsü

Kaynak: Arzarello vd., 2002, s. 66.

Sürükleme işlemi, matematiksel hedeflere bağlı olarak farklı stratejiler altında gerçekleştirilmektedir. Olivero (1999), Arzarello (2001), Arzarello vd. (2002) tarafından yapılan araştırmalarda, öğrencilerin 7 tür sürükleme stratejisini kullandıkları gözlenmiştir. Bunlar *rastgele sürükleme* (wandering dragging), *amaçlı sürükleme* (guided dragging), *kısıtlı sürükleme* (bound dragging), *gizli geometrik yer sürüklemesi* (dummy locus dragging), *geometrik yeri işaretleyerek sürükleme* (line dragging), *bağımlı sürükleme* (linked dragging) ve *sürükleme testi* (dragging test) olarak ele alınmıştır. *Rastgele sürükleme*, nesne üzerindeki bağımsız bir noktayı serbestçe sürüklemeyi; *amaçlı sürükleme*, nesne üzerindeki bir noktayı özel bir şekil meydana getirmek amacıyla sürüklemeyi; *kısıtlı sürükleme*, nesne üzerindeki noktayı şeklin belirli özellikleri korunacak biçimde sürüklemeyi; *gizli geometrik yer sürüklemesi*, nesne üzerindeki bir noktayı şeklin özelliğini bozmayan bir güzergâh (gizli geometrik yer) üzerinde hareket ettirmeyi; *geometrik yeri işaretleyerek sürükleme*, üzerinde çalışılan geometrik yeri noktalar ya da “iz” ile görselleştirmeyi; *bağımlı sürükleme* nesneye ait bir noktayı özel bir eğri üzerinde sürüklemeyi; *sürükleme testi* ise ulaşılan çıkarımların doğruluğunu test etmek amacıyla yapılan sürüklemeyi içermektedir (Köse, Uygan ve Özen, 2012). Arzarello vd. (2002) bu sürükleme çeşitlerinin öğrenciler tarafından ilişkileri araştırma, varsayımda bulunma, varsayımı doğrulama ve savunma gibi farklı amaçlarla kullanıldığını vurgulamaktadırlar. Örneğin rastgele ve amaçlı sürükleme daha çok geometrik ilişkilerin araştırılması aşamasında kullanılırken, gizli geometrik yer sürüklemesi araştırılan geometrik yapıya ilişkin varsayım oluşturulmasında, sürükleme testi ise varsayımın doğruluğunun araştırılmasında kullanılabilir. Sürükleme stratejilerine ilişkin yapılan başka bir sınıflamada Tapan (2006), sürüklemeyi “doğrulamak ya da çürütmek için sürükleme (déplacement pour valider ou invalider)”, “varsayım oluşturmak için sürükleme (déplacer pour conjecturer)” ve “açıklamak için sürükleme (déplacer pour constater)” olmak üzere üç şekilde tanımlamıştır. Doğrulamak ya da çürütmek için sürüklemeye kişinin bir geometrik yapıya yönelik meydana getirdiği oluşumun geçerliliği incelenmektedir. Varsayım oluşturmak için sürüklemeye ise kişi, problem çözme sürecinde sürüklemeyi hedeflenen sonuç doğrultusunda varsayım oluşturmak ve çıkarım yapmak için kullanmaktadır. Açıklamak için sürüklemeye ise geometrik oluşumların kendilerine özgü sabit özelliklerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Diğer yandan sürüklenme stratejilerinin desteklediği akıl yürütme biçimlerini araştıran Arzarello vd. (2002) ve Baccaglioni-Frank (2011) öğrencilerin sürüklenme sırasında algısal düşünmeden kuramsal düşünmeye geçiş yaparken *geri-çıkarma* (*abduction*) türündeki akıl yürütmeyi gerçekleştirebildiklerini ortaya koymuşlardır. Geri-çıkarma, öğrencilerin gözlem sonuçlarını matematiksel bilgileri içerisinde yorumladıkları bir akıl yürütme biçimidir. Tümevarım ve tümdengelim ile birlikte üç temel akıl yürütme biçiminden birisi olan geri-çıkarmının doğasını daha iyi açıklamak için şu örnek ele alınabilir:

“Bir çantanın bezelye ile dolu olduğu bilinsin. Şu önermeler üzerinde düşünelim: A) elimdeki bezelyeler beyaz; B) çantadaki bezelyeler beyaz; C) bu bezelyeler bu çantadan. Bir tümdengelim doğru olduğu bilinen B ve C önermelerinden yola çıkarak A sonucuna ulaşan bir akıl yürütme biçimidir. Bir tümevarım ise doğruluğu bilinen A ve C önermeleri üzerinden B sonucuna ulaşmaktadır. Diğer yandan geri-çıkarma A ve B önermelerinden yola çıkarak C sonucuna varan bir akıl yürütme biçimidir” (Peirce, 1960’tan akt. Olivero, 1999, s. 4).

Geri-çıkarmın ürettiği bilgiler kesinliğe değil, olasılığa dayalıdır ve bu akıl yürütme biçimi dinamik geometri ortamlarında algıya dayalı düşünme ve matematiksel bilgiye dayalı düşünme süreçlerinin eş zamanlı gerçekleşmesi sırasında ortaya çıkabilmektedir (Arzarello vd., 2002). Bu akıl yürütme biçiminin kullanılması, öğrencilerin DGY’deki araştırmalarında matematiksel çıkarımlara ulaşmalarına ve kanıt yapma becerilerini geliştirmelerine katkı sağlamaktadır (Baccaglioni-Frank, 2011).

Akıl yürütme biçimleri ve kanıt bağlamında yapılan bir araştırmada Harel ve Sowder (1998) öğrencilerin kanıt şemalarını incelerlerken; geometrik şekiller üzerinde özel manipülasyonlar yapma ve elde edilen sonuçlardan yararlanarak kanıt adımlarını inşa etme sürecini *dönüşümsel kanıt şeması* (*transformational proof scheme*) başlığı altında ele almışlardır. Araştırmacılara göre dönüşümsel kanıt şeması, özel örneklerin verdiği sonuçlar üzerinden doğrulama yapmayı içeren *tümevarım kanıt şemasından*; ya da nesnelere görünüşlerinin nasıl algılandığına dayanarak yapılan doğrulamayı kapsayan *algısal kanıt şemasından* farklı olarak özel manipülasyonlar yardımıyla tümdengelimli çıkarım sürecinin desteklemesine odaklanmaktadır. Bu noktada, geometrik şekiller üzerinde özel manipülasyonlara olanak tanıyan dinamik geometri ortamları, öğrencilerin deneysel çalışmalarını yürütürken, aynı zamanda matematiksel bilgiye dayalı çıkarımlar yapmalarına ve dönüşümsel kanıt süreçlerini inşa etmelerine de katkı sağlayabilmektedir. Böylece öğrencilerin formal kanıtlar için gerekli olan

tümdengelimli akıl yürütme sürecinin gelişimine katkı sağlanabilmektedir (Hoyles and Jones, 1998; Leung and Lopez-Real, 2002).

King ve Schattschneider (1997) geleneksel geometri öğretiminde öğrencilere tanımların, teoremlerin ve kanıtların hazır olarak sunulduğunu ifade ederken, öğrencilerin matematik yapma sürecinde deneyim kazanamadıklarını belirtmiştir. Bu noktada GeoGebra gibi DGY'ler öğrencilerin kendi öğrenmeleri ile meşgul olmalarını sağlamaktadır. Diğer yandan bir teknolojinin öğrenme görevleri bağlamında nasıl kullanıldığı bireyden bireye farklılık gösterebilmektedir ve bu konu öğrencilerin teknolojiye yönelik oluşturduğu kullanım şemasıyla yakından ilgilidir (Trouche, 2004). Bu kullanım şemalarının oluşum süreci *Enstrümantal Yaklaşım* ile açıklanmaktadır.

1.1.3. Enstrümantal yaklaşım

Enstrümantal yaklaşımın temeli Vygotsky (1930'dan akt. Guin and Trouche, 1999, s. 201) tarafından şekillendirilmiştir. Bu noktada Vygotsky'e göre, kullanıcının bir araç üzerindeki eylemlerini geliştirmesi sırasında ortamdaki artefekt sistemleri, kişinin bilişsel kapasitesini genişletmektedir. Buradaki öğrenme süreci, özne ve artefekt (artifact) arasında fiziksel ve psikolojik boyutları içeren bir bağ oluşturmakta ve bu sayede enstrümantal eylemlerin (instrumented act) ortaya çıkmasını sağlamaktadır. Bu eylemler kapsamında, Vygotsky (1962'den akt. Guin and Trouche, 1999, s. 201), dil ve fikirlerin arasındaki güçlü ilişki gibi, jestler ve düşüncenin arasında da yakın bir bağ olduğuna vurgu yapmaktadır.

Enstrümantal yaklaşımın psikolojik bileşeni şemadır. Vergnaud (1996'dan akt. Guin and Trouche, 2002, s. 205) şema kavramını, belirli durumlara yönelik davranışların kalıplaşmış organizasyonunu sağlayan, zihindeki dinamik ve fonksiyonel varlık olarak açıklamaktadır. Bir enstrümana yönelik şemanın yapısının anlaşılması için şemanın iki bileşeninin dikkate alınması gerekmektedir: *jestler (gestures)* ve *işlemsel değişmezler (operational invariants)*. Trouche (2004) bu iki bileşeni “buz dağı” metaforunu kullanarak karşılaştırmıştır. Bu bağlamda, basitçe gözleyebildiğimiz jestler buz dağının görünen kısmına karşılık gelirken, işlemsel değişmezler buz dağının görünmeyen kısmıdır. Burada jestler ve işlemsel değişmezlerin -başka bir deyişle eylemlerin ve düşüncelerin- diyalektik ilişkisinin oluşturduğu psikolojik unsurlar ise

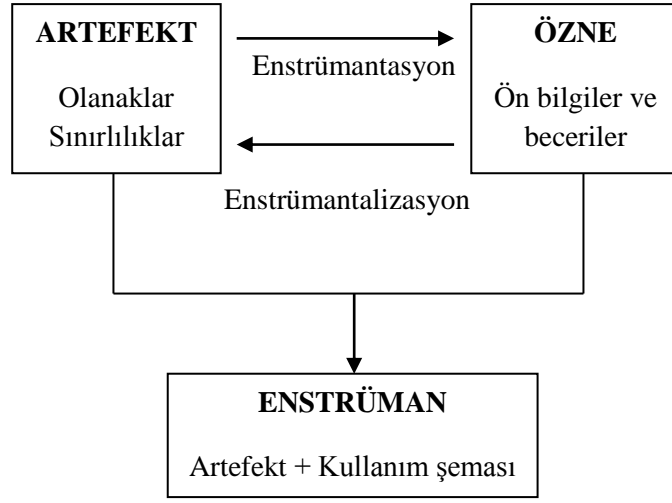
şemayı meydana getirmektedir. İşlemsel değişmezler jestlere yön verirken aynı zamanda jestlerin sonuçlarından da etkilenmektedir (Guin and Trouche, 2002).

Vygotsky'nin fikirleri ve şema teorisi üzerine inşa edilen enstrümantal yaklaşımda bireyler bir görevi yerine getirmek için bu göreve uygun artefektleri birer enstrümana dönüştürmelidirler. Verillon ve Rabardel (1995) bu dönüşüm sürecinin yapısını *Enstrümantal Oluşum (Instrumental Genesis)* teorisi altında açıklamışlardır.

1.1.3.1. Enstrümantal oluşum

Enstrüman kavramını anlamak için içerdiği iki temel bileşenin anlaşılması gerekmektedir. Enstrümanın dışsal bileşeni artefekt ile ilgiliyken, psikolojik bileşeni kullanıcının artefekte yönelik oluşturduğu kullanım şemasını (utilisation scheme) içermektedir (Verillon and Rabardel, 1995). Artefekt uygun enstrümantal etkinlikler (instrumented activity) aracılığıyla enstrümana dönüştürülmesi amaçlanan insan yapımı bir nesnedir (Verillon, 2000). Kullanım şeması ise özel bir görevi (örneğin matematik problemini) tamamlamak için artefektten yararlanmaya yönelik zihinde yapılandırılmış sistematik bir prosedürü kapsamaktadır (Verillon and Rabardel, 1995). Enstrümantal oluşumda, örnek olarak, fonksiyon limitini hesaplayan bir enstrüman, hem artefektin (hesap makinesi) hem de bireyin oluşturduğu hesaplama şemasının her ikisinin kullanımı ile birlikte oluşturulmaktadır (Guin and Trouche, 1999).

Enstrümantal oluşum, özne ve artefektin birbirlerini etkiledikleri eş zamanlı iki süreci içermektedir (bkz. Şekil 2). Bu süreçlerden birisi *enstrümantalizasyondur (instrumentalization)*. Enstrümantalizasyon süreci kullanıcının artefektin sağlayıcı ve kısıtlayıcı yönlerine odaklanmasını içermektedir. Bu süreçte artefektin özellikleri tespit edilmekte ve kullanıcının şemalarına uygun olarak biçimlendirilmektedir (Trouche, 2004). Diğer süreç ise *enstrümantasyondur (instrumentation)* ve bu süreçte artefektin özellikleri öznenin düşünme biçimini etkilemekte ve kullanım şemalarını biçimlendirmektedir (Artigue, 2002). Eş zamanlı gelişen bu iki süreçte enstrüman aracılı (instrument-mediated) etkinlikler ortaya çıkmakta ve bireysel kullanım şemaları gelişmektedir (Drijvers and Trouche, 2008; Psycharis, 2006; Trouche, 2004).



Şekil 2. *Enstrümantal Oluşumun Bileşenleri*

Kaynak: *Trouche,2004, s. 289*

Alanyazında öğretim teknolojilerinin matematik öğrenimindeki enstrümantal oluşum süreçlerine ilişkin çeşitli araştırmaların yer aldığı görülmektedir. Drijvers (2000) üniversite öncesi ileri matematik öğrenimi alan 17 yaşındaki 22 katılımcıyla yürüttüğü araştırmada TI-92 sembolik hesap makinesinin matematiksel görevlerde kullanımı sırasında yaşanan zorlukları incelemiştir. Araştırmacı öğrenim sürecinde hem teknik hem de matematik bilgisi kaynaklı 5 tür zorluğun ortaya çıktığını belirlemiştir. Bu zorluklar (1) teknolojinin sağladığı matematiksel temsillerin öğrencilerin görmeyi beledikleri temsillerden farklı olması; (2) hesap makinesinin hesaplamalarda tam değerli ve yaklaşık değerli sonuçlar üreten modlarının olması ve bu modların zaman zaman karışıklığa yol açması; (3) hesap makinesinin bazı cebirsel hesaplamalardaki sınırlılığı ve öğrencilerin makineye yardımcı olacak cebirsel stratejileri kullanmada yetersiz kalmaları; (4) hesap makinesinin ne zaman ve nasıl kullanışlı olacağına karar vermedeki yetersizlik; (5) hesap makinesini kullanmanın değişken ve parametre kavramlarına ilişkin esnek düşünce yollarını gerektirmesi olarak ortaya çıkmıştır. Araştırmacı, öğretmenlerin bu zorlukların farkında olmasının TI-92 hesap makinesinin kullanımı sırasında etkili pedagojik stratejiler geliştirmelerini sağlayacağını belirtmiştir.

Bir sonraki araştırmada ise Drijvers ve Van Herwaarden (2000) 9. sınıf öğrencilerinin cebir öğreniminde parametreler içeren eşitliklerin çözümünde sembolik hesap makinesini kullanma süreçlerini inceledikleri bir sınıf öğretim deneyinde öğrencilerin parametre kavramına yönelik anlamalarını geliştirmeyi ve onların bu

kavramı genelleme sürecinde kullanmalarını amaçlamışlardır. Öğrencilerin öğrenme sürecindeki davranışlarının yorumlanması ile elde edilen sonuçlar, hedeflenen matematiksel süreçlerin gerçekleşmesinde hesap makinelerinin enstrüman haline getirilmesinin öğrenciler için kolay olmadığını ve ilgili teknolojinin doğru biçimde kullanımının araçların prosedürleri altında yatan matematiksel anlamları bilmeyi gerektirdiğini göstermiştir. Ayrıca araştırmacılar getirdikleri önerilerde, teknoloji destekli öğrenme ortamlarında sınıf içi tartışmalara ve örnek gösterimlere yer verilmesinin teknolojiye yönelik enstrümantal oluşum sürecine katkı sağlayabileceğini öne sürmüşlerdir.

Iranzo ve Fortuny (2009) tarafından yapılan çalışmada 16 yaşındaki bir öğrencinin DGY'deki (GeoGebra'daki) geometri problemlerini çözme süreçleri incelenmiş ve DGY ile kâğıt-kalem ortamlarındaki işlemleri arasındaki uyum enstrümantal yaklaşım altında araştırılmıştır. Araştırma sürecinde katılımcının DGY'deki geometrik oluşumlar üzerinde akıl yürütürken cebir ve grafik pencerelerini eş zamanlı olarak kullandığı görülürken; yazılımın kullanıcıya sağladığı olanakların ve problem çözümü sırasında öğretmenin sağladığı enstrümantal orkestrasyonun (Drijvers and Trouche, 2008) katılımcının çözüm stratejilerini etkilediği ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte katılımcının kullanım şemaları içerisinde karşıt örnek bulmak ve oluşumlarda diklik, üçgenlerin eşliği, alanların eşliği gibi geometrik özellikleri ayırt etmek için sürüklemeyi kullandıkları ve bu incelemeler sırasında algıya dayalı akıl yürütme süreçlerinin öne çıktığı belirlenmiştir. Diğer yandan katılımcının kâğıt-kalem problemleri üzerinde çalışırken cebirsel akıl yürütmeye daha fazla ağırlık verdiği gözlenmiştir.

Iranzo-Domenech (2009) tarafından yapılan bir diğer öğretim deneyinde 17 yaşındaki 12 ortaöğretim öğrencisinin DGY'deki (GeoGebra'daki) problem çözme süreçleri ve enstrümantal oluşum süreci incelenmiştir. Birinci öğretim bölümünde öğrencilerin matematiksel görevlerde ihtiyaçları olan araçlar tanıtılmış; sürükleme stratejilerinin geometrik ilişkilerin araştırılmasındaki potansiyeli açıklanmış; DGY'deki geometrik oluşumların özellikleri gösterilmiştir. Sonraki öğretim bölümlerinden ise her öğrenci bir bilgisayarda çalışacak biçimde DGY problemleri üzerinde öğrenme süreçleri gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonunda “güvensiz” olarak sınıflandırılan katılımcıların çizimleri oluşumlardan ayırt etmekte zorluk yaşadıkları ve verilen oluşumun tek bir görüntüsü üzerinde akıl yürüttükleri görülürken; öğretim sürecinin

sonraki bölümlerinde öğretmen tarafından uygulanan uygun etkinlikler yardımıyla bu öğrencilerin oluşumların özelliklerini araştırmak ve varsayımlarını test etmek için sürüklenme ve ölçme araçlarından faydalanmayı öğrendikleri belirlenmiştir. Araştırmacının “güvenli” olarak sınıflandırdığı öğrenciler ise oluşumları sürükleyerek geometrik yapının farklı görüntüleri üzerinde çalıştıkları; varsayımlarını üretirlerken ve doğrularlarken dinamik görselleştirmeden faydalandıkları; bununla birlikte tümgelemlilik akıl yürütme süreçlerinin ilerleme kaydetmediği ve akıl yürütme süreçlerini oluşumların görüntüleri üzerinden gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Araştırmacının “özerk” olarak sınıflandırdığı öğrencilerin ise sürüklemeyi teorik bir kontrol aracı olarak kullandıkları; hem oluşumların değişmez özelliklerini araştırmada hem de inşa edilen oluşumları test etmede sürüklenmeden etkili biçimde faydalandıkları; DGY’deki çözüm süreçlerinde tüm dengeli akıl yürütme süreçlerini gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Iranzo (2009) öğretmenin yardımına minimum seviyede ihtiyaç duydukları için bu öğrencilerin “özerk” olarak adlandırıldıklarını açıklarken; diğer öğrencilerin tüm dengeli akıl yürütme süreçlerinin geliştirilmesinde daha uzun süreli öğretim deneylerinin faydalı olabileceğini öne sürmüştür.

Başka bir araştırmada ise Soldano ve Arzarello (2016) 10. sınıf öğrencilerinin iphone ve tabletlerde mantıksal sorgulamayı destekleyen DGY temelli oyunları oynarlarken oluşturdukları *enstrümantal eylem şemalarını* incelemiştir. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin DGY’yi kullandıkları enstrümantal eylemlerinde *deneysel, açıklayıcı ve kontrol edici* işlemlerin ön plana çıktığını göstermiştir. Bu bağlamda öğrenciler yazılımın araçlarını oyun etkinlikleri içerisinde doğru stratejileri araştırmak, öne sürülen matematiksel fikirleri görselleştirerek açıklamak, dinamik araştırmalar içerisinde birbirlerinin argümanlarını desteklemek ya da çürütmek ve çizimler yapmak amacıyla kullandıkları belirlenmiştir.

Yapılan araştırmalar Enstrümantal Oluşum Teorisi’nin öğretim teknolojilerinin matematik öğreniminde kullanımına yönelik önemli bir kuramsal çerçeve sağladığını göstermektedir. Bununla birlikte bu çalışmalar öğrencilerde enstrümantal oluşum sürecinin gerçekleşmesini sağlamak için kullanılacak öğretim araçlarının öğretim ortamına uygun biçimde entegre edilmesi ve sürece katkı sağlayacak pedagojik stratejilerin dikkatlice planlanmasının bir gereklilik olduğunu göstermektedir. Bu

süreçler, teknoloji destekli öğrenme ortamında öğretmene yeni sorumluklar yüklemektedir.

1.1.3.2. Enstrümantal oluşumda öğretmenin rolü

Rabardel (1995'ten akt. Artigue, 1998, s. 125) teknolojinin her geçen gün matematik eğitimine daha fazla entegre olmasıyla eğitimcilerin enstrümantal yaklaşım bağlamında çözüm bulması gereken yeni soruların ortaya çıktığını belirtmektedir: (1) Teknolojinin bir enstrümana dönüştürüldüğü süreçte hangi öğrenme süreçleri gerçekleşir ve ben bu süreçleri nasıl organize edebilirim? (2) Bu süreçlerin matematiksel bilgiyle ilişkileri nasıl gerçekleşir? (3) Bu süreçte ortaya çıkan sorunlarla nasıl başa çıkabilirim? Diğer yandan Assude, Grugeon, Laborde ve Soury-Lavargne (2006) öğretmenlerin enstrümantal oluşum süreçlerindeki rollerini ele alırken, konuyu enstrümantal entegrasyon başlığı altında incelemiştir. Bu yaklaşım öğretmenlerin, öğrencilere sunulan teknolojinin enstrümantal oluşumu için koşulları nasıl organize edeceklerini ve enstrüman aracılı etkinlikleri (instrument mediated activities) nasıl planlayacaklarını göstermektedir. Bu bağlamda araştırmacılar; öğretim sürecinde teknolojinin mi yoksa matematiksel içeriğin mi odak olduğunu; tasarlanan öğretimsel görevlerin tamamlanmasında enstrümantal becerilerin mi yoksa matematik bilgisinin mi baskın olduğunu; öğrenme sürecinde bu iki bilginin arasındaki etkileşimin ne boyutta olduğunu temel alarak dört entegrasyon biçimi tanımlamışlardır.

Eğer öğrenciler artefektin kullanımına yönelik başlangıç seviyesinde ise artefekt, *enstrümantal başlangıç (instrumental initiation)* ya da *enstrümantal keşif (instrumental exploration)* biçimleri altında öğrenme ortamına entegre edilebilmektedir. Enstrümantal başlangıçta öğretmenin temel amacı öğrencilerin teknolojiyi nasıl kullanacaklarını öğrenmelerini sağlamaktır. Bu süreçte öğrencilerin enstrüman bilgilerini geliştirmek için sınıfta DGY araçlarını kullanmaya yönelik etkinlikler yürütülmektedir. Enstrümantal keşifte ise öğretmenin amacı öğrencilerin enstrüman bilgilerini ve matematik bilgilerini aynı anda geliştirmelerine olanak sağlamaktır. Bu süreçte öğrenciler teknolojiyi matematiksel görevlerin içinde keşfederlerken; enstrüman bilgisi ile matematiksel bilgi arasındaki ilişki görevin yapısına ve öğretmenin sürece nasıl aracılık ettiğine göre değişebilmektedir (Assude, 2007).

Öğrenciler daha önce artefekt kullanmışlar ise artefekt *enstrümantal pekiştirme (instrumental reinforcement)* ya da *enstrümantal ortak yaşam (instrumental symbiosis)* biçimleri altında öğrenme ortamına entegre edilebilmektedir. Enstrümantal pekiştirmede, öğrenciler matematiksel görevleri tamamlarken *enstrümantal zorluklarla (instrumental difficulties)* karşılaşmaktadırlar. Bu aşamada öğretmen artefektin özel parçalarının nasıl kullanacağıyla ilgili öğrencilere bilgi vermekte ve teknik zorlukların aşılması için destek sağlamaktadır. Öğretmenin amacı matematiksel bilginin geliştirilmesidir. Bunun yanında enstrüman bilgisi ve matematiksel bilgi arasındaki ilişki öğretmenin artefektin kullanımı için sağladığı destek yollarına göre değişebilmektedir. Enstrümantal ortak yaşamda öğrenciler enstrüman bilgileriyle matematik bilgilerini eş zamanlı olarak geliştirebilecekleri matematiksel görevleri tamamlamaktadırlar. Tasarlanan görevlerde bu iki bilgi türü birbiriyle bağlantılıdır. Bu nedenle enstrümantal ortak yaşamda enstrüman bilgisi ile matematik bilgisi arasındaki ilişki en üst düzeydedir ve eş zamanlı olarak birbirlerini geliştirmektedirler (Assude vd., 2006; Assude, 2007).

Enstrümantal entegrasyon modeli öğretmenin bir artefekt öğrenme ortamına entegre ederken süreci nasıl planlayacağına ışık tutarken; bazı araştırmacılar teknolojinin matematik öğretimine entegre edilmesinin öğretmenlerce karmaşık bir süreç olarak algılandığını ortaya koymuşlardır (Lagrange and Ozdemir Erdogan, 2009; Monaghan, 2004). Bunun yanı sıra farklı öğretmenler aynı teknolojiyi öğrenme ortamına oldukça farklı planlamalar aracılığıyla entegre edebilmektedir. Bu çerçevede, Robert ve Rogalski (2005) öğretmenlerin kendine özgü öğretim yöntemlerinin hem karmaşık hem de değişmez yapıda olduğunu vurgularken, Lagrange ve Monaghan (2009) teknolojik araçların kullanımının bu öğretim biçimlerindeki karmaşıklığı daha da büyüttüğünü ve öğretmenlerin öğretim tarzlarındaki değişmez yapıya meydan okuduğunu ifade etmiştir. Buradan hareketle, öğretmenlerin geleneksel öğretim ortamlarında uyguladıkları öğretim tekniklerinin ve ders içi organizasyonlarının teknoloji destekli öğretim sürecinde de başarılı biçimde gerçekleşmesi her zaman mümkün olmamaktadır. Bu durum uygun teknolojilerin öğrenme ortamında birer enstrüman olarak kullanımını sağlamak için öğretmenlerin yeni öğretim tarzları oluşturmasını gerektirmektedir. Bu gereklilik *enstrümantal orkestrasyon (instrumental*

orchestration) modelinin ortaya çıkmasını sağlamıştır (Drijvers vd., 2010; Trouche, 2003; Trouche, 2004).

1.1.3.3. Enstrümantal orkestrasyon

Teknoloji destekli sınıflardaki öğrenme süreçleri, öğretmenlerin öğretimsel görevler içerisinde teknolojik araçların (enstrümanların) kullanımını *orquestra etmesi* ile gerçekleşmektedir (Drijvers and Trouche, 2008). Bu noktada Kendal, Stacey ve Pierce (2004) öğretmenlerin teknolojik araçların sınıf içinde kullanılmasında belli öğretim tekniklerini diğerlerine tercih ettiklerini ve bu sayede öğrencilerin öğrenme süreçlerine rehberlik ettiklerini göstermişlerdir. Trouche (2003) öğretmenlerin bu süreç içerisinde yaptığı uygulamaları daha iyi açıklamak için *enstrümantal orkestrasyon* metaforunu kullanmıştır.

Enstrümantal orkestrasyon, öğretmenlerin belli bir matematiksel kazanıma yönelik olarak öğrenme ortamlarına uygun çeşitli artefektleri, öğrencilerin enstrümantal oluşumlarına destek olacak biçimde sistematik olarak organize etmesidir (Trouche, 2003). Trouche (2004) enstrümantal orkestrasyonun içerisinde iki temel bileşen tanımlarken, bunları *didaktik düzenleme (didactic configuration)* ve *faydalanma biçimi (exploitation mode)* olarak isimlendirmiştir. Didaktik düzenleme, öğrencilerin bireysel ya da gruplar içerisinde çalışacakları öğrenme ortamlarının düzenlenmesinde ve öğrenme araçlarının belirlenmesinde öğretmenin verdiği kararları yansıtmaktadır. Drijvers, Boon, Doorman, Reed ve Gravemeijer (2010) müzikal metaforlar bağlamında didaktik düzenleme sürecini, bando içinde yer alacak müzik enstrümanlarının seçimine ve bu enstrümanların farklı sesleri içeren çok sesli müziğin ortaya çıkmasını sağlayacak biçimde organize edilmesi olarak açıklamaktadır. Orkestrasyon sürecinin ikinci aşaması olan faydalanma biçimi, öğretmenin oluşturduğu didaktik düzenlemeden yarar sağlayacak biçimde etkinliklerdeki amaçlarını ve öğrenme süreci içerisinde öğrenciler için önemli görülen noktaları belirlemesini içermektedir. Drijvers vd. (2010) faydalanma biçimini müzikal metaforlar bağlamında, her bir müzikal enstrümanı içeren partiyonların (bölmelerin) tespit edilmesi ve gerçekleşmesi beklenen harmonilerin zihinde canlandırılması olarak açıklamaktadır.

Trouche (2004) aynı çalışmada öğretmenlerin öğretim teknolojilerine yönelik ne tür orkestrasyonlar düzenleyebileceklerini de incelerken daha önce Guin ve Trouche

(1999) ile Guin ve Trouche'un (2002) çalışmalarında ortaya çıkan bir orkestrasyon biçimini didaktik düzenleme ve faydalanma biçimi aşamaları altında yeniden açıklamıştır. Bu orkestrasyon tipinde "Sherpa" ünvanıyla tanımlanan bir öğrenci bilgisayar ortamında yaptığı çalışmaları ya da öğretmen tarafından istenen işlemleri sınıfa sunmaktadır. Bu orkestrasyon tipine yönelik didaktik düzenlemede öğretim ortamı sınıftaki öğrencilerin Sherpa'nın sunduğu işlemleri kolayca takip edebilmelerini sağlayacak şekilde düzenlenir. Bu noktada Sherpa'nın bir tepegöz ya da projeksiyon cihazına bağlı bilgisayarda çalışması esastır. Faydalanma biçiminde ise öğretmen Sherpa'nın istenen çalışmaları sınıfa faydalı biçimde sunacağı bir öğretim süreci hazırlamaktadır (Dijvers vd., 2013; Drijvers vd., 2010; Özdemir Erdoğan, 2016). Drijvers vd. (2010) tarafından sonraki çalışmalarda *Sherpa iş başında (Sherpa at work)* olarak tanımlanan bu orkestrasyon tipinin öğretmenlerce öğretim sürecinin sosyal boyutunu güçlendirmek amacıyla tercih edildiği vurgulanırken; Trouche (2004) öğretmenin bu orkestrasyonla öğrencilerin enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon süreçlerini kollektif biçimde yönettiğini, bir öğrencinin bilgisayarda neler yaptığının izlenmesi yoluyla sınıftaki öğrencilerin enstrümantal tekniklerinin karşılaştırıldığını ve bu sürecin öğretmene öğrencilerin enstrümantal eylem şemalarının nasıl oluştuğuna ilişkin önemli bilgiler sağladığını vurgulamıştır.

Diğer yandan Drijvers vd. (2010) yaptıkları araştırmada enstrümantal orkestrasyonda *didaktik düzenleme* ve *faydalanma biçimi* olarak tanımlanan iki aşamanın yanına *didaktik performans (didactical performance)* olarak tanımladıkları üçüncü bir aşamayı eklemişlerdir. Didaktik performans, öğretmenin öğretim sürecindeki doğaçlamalarını içermektedir. Bu noktada öğretmenin seçtiği didaktik düzenleme ve faydalanma biçimi içerisinde belli bir anda hangi soruyu sorduğu, bir öğrenciden gelen veriyi nasıl değerlendirdiği, konunun ya da teknolojik aracın beklenmedik yönleriyle nasıl başa çıktığı onun didaktik performansını yansıtmaktadır. Müzikal metaforlar bağlamında didaktik performans, maestro ve bando etkileşimiyle birlikte amaçlanan müziğin ne kadar başarılı çalındığını içeren müzikal performansa karşılık gelmektedir Aynı araştırma içerisinde Drijvers vd. (2010) teknoloji destekli matematik öğretimi deneyimi düşük olan üç öğretmenin sınıflarında Algebra Arrows uygulamasına yönelik enstrümantal orkestrasyon süreçlerini incelenmişler ve *Sherpa iş başında*'dan ayrı olarak 5 yeni orkestrasyon tipini didaktik düzenleme ve faydalanma biçimi aşamalarına

bağlı olarak tanımlamışlardır: *teknik tanıtım (technical-demo)*, *ekrandakini açıklama (explain the screen)*, *ekran ve tahta arasında ilişki kurma (link screen-board)*, *ekrandakini tartışma (discuss the screen)*, *belirleme ve gösterme (spot and show)*. Birinci olarak, *teknik tanıtım* tipi orkestrasyonda öğretmen artefektin teknik özelliklerini öğrencilere tanıtmakta ve araç çubuğunun nasıl kullanıldığını göstermektedir. Bu orkestrasyon türü teknoloji destekli öğretimin başlangıç aşamasında uygulanmaktadır (Monaghan, 2004). *Teknik tanıtım* orkestrasyonuna ilişkin didaktik düzenleme, bilgisayar ekran yüzünün tahtaya projeksiyonla yansıtılmasını ve öğrencilerin teknik tanıtımı en iyi şekilde takip edebilmeleri için sınıf ortamının düzenlenmesini içermektedir. Faydalanma biçimi ise, artefekte ilişkin belli araçların çeşitli amaçlar bağlamında nasıl kullanılabileceklerini sunacak çalışmaları planlamayı kapsamaktadır (Drijvers vd., 2013; Drijvers vd., 2010; Özdemir Erdoğan, 2016; Tabach, 2013). İkinci olarak, *ekrandakini açıklama* tipindeki orkestrasyon, bilgisayar ekranında neler gerçekleştiğine yönelik tüm sınıfa açıklama yapmaya yöneliktir. Bu açıklamalar, sadece artefektin teknik özelliklerine değil; bu teknik araçların matematiksel içerikler bağlamındaki kullanımına vurgu yapmaktadır. Bu orkestrasyon türüne ilişkin didaktik düzenleme, teknik tanıtımdakine benzer biçimde gerçekleşmektedir. Faydalanma biçiminde ise, öğretmenler bilgisayar ekranından sınıfa sunacakları öğretimsel görevleri planlamakta ve yapılacak açıklamalara karar vermektedirler (Drijvers vd., 2013; Özdemir Erdoğan, 2016; Tabach, 2013). Üçüncü olarak *ekran ve tahta arasında ilişki kurma* orkestrasyonunda, öğretmenler teknoloji ortamındaki temsiller ile kâğıt ya da tahta gibi geleneksel ortamlardaki matematiksel temsiller arasındaki ilişkileri vurgularlar. Bu nedenle didaktik düzenleme, bilgisayar ve projeksiyon teknolojisinin yanında yazı tahtasının da sınıfta yer almasını gerektirmektedir. Faydalanma biçiminde ise, öğretmenler planladıkları öğretim araçlarını kullanarak -ekrandakini açıklama orkestrasyonunda olduğu gibi- öğrenci çalışmalarından ya da kendi belirlemiş olduğu problem durumundan yola çıkarak öğretim sürecini planlamaktadırlar (Drijvers vd., 2013; Drijvers vd., 2010; Tabach, 2013). Dördüncü olarak, *ekrandakini tartışma* orkestrasyonunda bilgisayar ekranında nelerin gerçekleştiğine yönelik sınıf içi tartışma odak noktasıdır. Bu çerçevede amaç, sınıfta kolektif bir enstrümantal oluşum sürecinin gelişimini sağlamaktır (Tabach, 2013). Bu orkestrasyon türüne ilişkin didaktik düzenlemede sınıf ortamı öğrencilerin teknolojiyi aktif biçimde kullanmalarını ve sınıf içi tartışmalara katılımlarını sağlayacak biçimde düzenlenmektedir. Bu orkestrasyon

türüne ilişkin faydalanma biçiminde çalışma kâğıtları, açık uçlu sorular ya da problem durumları sınıf içi tartışmaları harekete geçirmesi amacıyla öğretmen tarafından hazırlanmaktadır (Drijvers vd., 2010). Beşinci olarak, *belirleme ve gösterme* türündeki orkestrasyonda, belirlenen örnek öğrenci çalışmalarının öğretmen tarafından sınıfa gösterilmesi ve diğer öğrencilerin bu çalışmaya yönelik yorumlarını paylaşmaları ön plandadır. Didaktik düzenleme sürecinde, öğretmen dersten önce öğrenci çalışmalarına ulaşmalı ve öğrenme ortamını tartışma sürecini yönetecek biçimde düzenlemelidir. Faydalanma biçiminde ise öğretmen, öğrenci çalışmalarının hangi boyutlarına vurgu yapacağını planlamalı ve öğrencilerin tartışma sürecine katılmalarını sağlayacak soruları hazırlamalıdır (Drijvers vd., 2013; Drijvers vd., 2010; Özdemir Erdoğan, 2016; Tabach, 2013). Drijvers vd. (2010) ayrıca tanımlanan orkestrasyon tiplerinden tekniksel tanıtım, ekran açıklaması, ekran ve tahta arasında ilişki kurma orkestrasyonlarının öğretmen merkezli; ekrandakini tartışma, belirleme ve gösterme, Sherpa iş başında orkestrasyonlarının ise öğrenci merkezli yaklaşımı içerdiğii vurgulamıştır. Diğer yandan araştırmadaki öğretmenlerin ortaya çıkan orkestrasyon biçimlerini kullanma sıklıkları incelendiğinde öğretmenlerin tercihlerinin öğretim stillerine ve teknolojiye yönelik bilgilerine bağlı olarak değiştiği görülmüştür. Örnek olarak A ve C kodlu öğretmenlerin teknoloji bilgisini daha fazla içeren teknik tanıtım orkestrasyonuna ağırlık verirlerken, B kodlu öğretmenin bu orkestrasyonu diğerlerine göre daha az kullandığı ve belirleme ve gösterme orkestrasyonunu sıkça tercih ettiği görülmüştür. Bunun yanında A ve B kodlu öğretmenler çoğunlukla öğrenci merkezli orkestrasyonları tercih ederlerken; C kodlu öğretmenin ise başta teknik tanıtım olmak üzere öğretmen merkezli orkestrasyonları kullanma eğiliminde olduğu ortaya çıkmıştır.

Bir diğer araştırmada ise Tabach (2011) İsrail’de bir matematik öğretmenin teknoloji destekli öğretim sürecindeki teknolojik pedagojik alan bilgisini ve enstrümantal orkestrasyon biçimlerini incelediği araştırmada ortaya çıkan yeni bir orkestrasyon tipini açıklamıştır. *Teknoloji kullanılmayan açıklama (not-use-tech)* olarak isimlendirilen bu orkestrasyon tipine yönelik didaktik düzenlemede öğretmenin teknoloji kullanmadan tüm sınıfa açıklama yaptığı bir ortam kullanılırken, faydalanma biçiminde ise öğretmenin teknoloji kullanmayı tercih etmediği öğretimsel açıklamalar ön plandadır. Bu süreçte öğretmen genellikle öğrencilerin defterlerine yazdıkları bir matematiksel kavram ile ilgili öğrencilere bilgiler vermektedir.

Drijvers (2012) yaptığı bir sonraki çalışmasında önceki sınıflandırmalardan farklı olarak Hollandalı matematik öğretmenlerinin *yürüyerek çalışma (work-and-walk-by)* olarak isimlendirilen yeni bir orkestrasyon tipini yaygın olarak kullandıklarını açıklamıştır. Bu orkestrasyon tipindeki didaktik düzenlemede öğrencilerin bilgisayarda bireysel ya da iki kişilik gruplar halinde çalıştıkları bir öğrenme ortamı hazırlanmaktadır. Faydalanma biçiminde ise öğretmenin öğrenci bilgisayarlarının arasında dolaşarak öğrencilerin işlemlerini izlediği ve zorluk yaşayan öğrencilere yardımcı olduğu bir süreç planlanmaktadır.

Enstrümantal orkestrasyon bağlamındaki başka bir araştırmada Tabach (2013) İsrail’de İbranice ve Arapça eğitim yapılan iki farklı okulda 3 – 11. sınıflar kapsamında farklı kademelerde öğretmenliklerini sürdüren 3 ila 22 yıllık mesleki deneyime sahip ve teknoloji destekli öğretim tecrübesi az olan 30 matematik öğretmenin sınıflarındaki orkestrasyon süreçlerini incelemiştir. Araştırmacı yaptığı incelemede ilköğretim kademesinde 21, 17 ve 11 yıllık deneyimleri bulunan üç öğretmenin öğretim süreçlerinde bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma biçimlerine odaklanırken, bu öğretmenlerin *teknoloji kullanmadan teknoloji üzerine tartışma (discuss-tech-without-it)* ve *izleme ve rehberlik etme (monitor-and-guide)* olarak tanımlanan iki yeni orkestrasyon tipini kullandıklarını açıklamıştır. *Teknoloji kullanmadan teknoloji üzerine tartışma* kapsamında öğretmenin dersin ilk 9 dakikasında sınıfla teknoloji kullanımına yönelik tartışmalar yürüttüğü gözlenirken; buna karşılık öğretmenin bu tartışmalar sırasında teknolojinin kullanımına gerek duymayabildiği belirlenmiştir. Diğer yandan *izleme ve rehberlik etme* olarak isimlendirilen orkestrasyon kapsamında öğretmenlerin üç farklı yol izleyebildiğini açıklanmıştır. Bu orkestrasyon tipinde öğretmenler teknik tanıtım orkestrasyonuna benzer şekilde öğrencilerin teknik sorularına yanıt vermekte; - ekrandakini açıklama orkestrasyonuna benzer olarak ekrandaki işlemleri bir öğrenciye ya da öğrenci grubuna açıklamakta; sınıf yönetimi yazılımını kullanarak öğrencilerin işlemlerini takip etmekte ve işlemlerinde zorluklar yaşayan öğrenciye bu yazılım kanalıyla uzaktan mesajlar göndererek yardımcı olmaktadır. Diğer yandan Tabach (2013) araştırmasının sonunda 21 yıllık mesleki deneyime sahip bir öğretmenin teknoloji bilgisinde eksiklik yaşaması nedeniyle öğrencilerin enstrümantal oluşum süreçlerini desteklemede zorluklarla karşılaştığını ortaya koymuştur. Ayrıca araştırmacı çalışmaya katılan öğretmenlerin çoğunlukla öğrencilerin bilgisayardaki işlemlerini takip

ederek onlara gerekli anlarda bire bir destek verme eğiliminde olduklarına da vurgu yapmıştır.

Drijvers vd. (2013) tarafından yapılan bir diğer araştırmada sekizinci sınıf kademesinde matematik öğretmenliği yapan 12 katılımcının dijital matematik ortamlarına yönelik enstrümantal orkestrasyon süreçleri incelenmiş ve süreç içerisinde daha önce yapılan sınıflandırmadan farklı yeni orkestrasyon tiplerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Bu orkestrasyon tipleri *rehberlik etme ve açıklama (guide-and-explain)*, *teknik destek (technical-support)*, *tahtada öğretim (board-instruction)* olarak adlandırılmıştır. *Rehberlik etme ve açıklama* tipi orkestrasyon *ekrandakini açıklama* ve *ekrandakini tartışma* orkestrasyonlarıyla benzer özelliklere sahiptir. Bu orkestrasyona ilişkin didaktik düzenlemede öğretmenin öğrencilere teknolojinin olanaklarının neler olduğu konusunda rehberlik sağladığı ve öğrencilerin de öğretmenin açıklamalarını takip ettiği bir öğrenme ortamı düzenlenmektedir. Bu orkestrasyondaki faydalanma biçiminde ise öğretmen öğrencilere ucu kapalı bazı sorular yöneltmektedir. Buna karşılık öğrenci-öğretmen etkileşimi sınırlıdır ve öğretmenin rehberliği açık uçlu bir tartışmadaki gibi gerçekleşmemektedir. Eğer bu orkestrasyon bir öğrenciye bireysel olarak uygulanıyorsa rehberlik sürecinde öğretmen öğrencinin bilgisayarını kullanarak, öğrenciye ekranda matematiksel açıklamalar yapmaktadır. Ayrıca öğretmen bu süreçte öğrenciye ekrandaki işlemlerin anlamları ve sonuçları üzerinde düşünmesini sağlayacak sorular da sorabilmektedir. İkinci olarak bir öğrenciye bireysel olarak uygulanan teknik destek orkestrasyonunda öğrencilerin bilgisayardaki yazılım ya da donanıma yönelik karşılaştıkları teknik sorunların çözülmesi ön plandadır. Öğretmen bu teknik sorunların üstesinden gelmek için öğrenciye bire bir destek sağlamaktadır. Üçüncü olarak *tahtada öğretim (board instruction)* ise öğretmenin sınıfta teknoloji kullanma olanağı varken, teknolojiden bağımsız olarak yazı tahtası üzerinden tüm sınıfa açıklamalar yaptığı geleneksel öğretim yaklaşımını vurgulamaktadır. Bu orkestrasyondaki didaktik düzenleme geleneksel sınıf ortamına uygun biçimde planlanırken, faydalanma biçiminde öğrencinin katılımı ve etkileşimi farklı düzeylerde gerçekleştirilebilmektedir. Diğer yandan Drijvers vd. (2013) araştırmanın sonunda teknik tanıtım ve teknik destek olarak tanımlanan orkestrasyon tiplerinin pür teknoloji bilgisini fazlaca gerektirdiğini; rehberlik etme ve açıklama tipindeki orkestrasyonun ise pedagojik alan bilgisi ve teknolojik pedagojik alan bilgisini temele aldığını belirlemişlerdir. Diğer yandan

araştırmacılar araştırmaya katılan öğretmenlerin daha çok pedagojik alan bilgisini ve matematik alan bilgisini ortaya çıkaracak yöntemleri kullanmaya eğilim gösterdiklerini; öğretmenlerin büyük bölümünün *rehberlik etme ve açıklama* tipindeki orkestrasyonu kullandıklarını; teknoloji bilgisini merkeze alan orkestrasyon tiplerinde ise kendilerini rahat hissetmediklerini ve bu orkestrasyonları kullanmaktan kaçındıklarını ortaya çıkarmışlardır.

Türkiye’de yapılan bir araştırmada Şay ve Akkoç (2015) 5 matematik öğretmeni adayının teknoloji destekli öğrenme ortamlarında kullandıkları orkestrasyon tipleri ile sosyal ve sosyo-matematiksel normların birbirlerini nasıl etkilediklerini incelemişlerdir. Analiz sonuçları katılımcıların çoğunlukla teknik tanıtım (technical-demo), ekrandakini açıklama (explain-the-screen), ekran ve tahta arasında ilişki kurma (link-the-screen-board), ekrandakini tartışma (discuss-the-screen), Sherpa iş başında (Sherpa-at-work) ve teknoloji kullanılmayan açıklama (not-use-tech) orkestrasyon tiplerini kullandıklarını göstermiştir. Bu sonuçlar bağlamında sosyal ve sosyo-matematiksel normların kullanılan orkestrasyon tiplerinin belirleyicileri olduğu ortaya çıkarken; “doğru yanıt veren öğrenci tahtaya gelir” sosyal normunun Sherpa iş başında orkestrasyonuna; öğretmenin sınıftaki otorite olduğunu ortaya koyan sosyal normun ekrandakini açıklama, teknoloji kullanılmayan açıklama ve ekran ile tahta arasında ilişki kurma orkestrasyonlarına; “öğrenciye nasıl ve neden sorularını sorulur” sosyal normunun ve “mantıklı yanıt kabul edilir” sosyo-matematiksel normunun ekrandakini tartışma orkestrasyonuna neden olduğu belirlenmiştir.

Yapılan araştırmalar farklı ölkelerdeki öğretmenlerin teknoloji destekli öğretim ortamında öğretimsel yaklaşımlarına ve bilgilerine dayalı olarak farklı orkestrasyon tipleri kullanabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte Tabach (2013) öğretmenlerin enstrümantal orkestrasyonlarının tanımlanmasının eğitimcilerin bu alandaki örnek uygulamaları görmesini sağlayacağını; ancak bu araştırmaların kullanılabilir tüm orkestrasyon tiplerini tanımladıkları iddiasını taşımadıklarını vurgulamıştır. Araştırmacı teknoloji ve öğrenme ortamları değişime uğradıkça orkestrasyon tiplerinin de değişeceğini belirtmiştir.

Bu araştırmada ise ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometri yazılımına ilişkin enstrümantal oluşum süreçlerini desteklemek için nasıl bir enstrümantal orkestrasyon sürecinin uygulanabileceğine odaklanılmıştır. Araştırmanın öğretimsel bölümünün

planlanmasında ve uygulanmasında Drijvers vd (2012) tarafından tanımlanan didaktik düzenleme, faydalanma biçimi ve didaktik performans aşamaları temel alınmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçlerini incelemektir. Bu genel amaç bağlamında araştırma sürecinde aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

1. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometri öğreniminde dinamik geometri yazılımını kullanmaya yönelik enstrümantal oluşum süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
2. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları'nın kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
3. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinde Zihnin Geometrik Alışkanlıkları'nın gelişimi için dinamik geometri yazılımı destekli geometri öğretiminin enstrümantal orkestrasyon süreci nasıl gerçekleşmektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması'nın (The Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS) çeşitli ülkelerin sekizinci sınıf öğrencilerine uyguladığı matematik testlerinde Türkiye'nin 1999 yılında 38 ülke içerisinde 31. sırada; 2007 yılında ise 59 ülke arasında 30. sırada yer aldığı bilinmektedir (Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı EARGED, 2003; 2011). Bunun yanı sıra bu testler kapsamında geometrik akıl yürütme becerilerinin kullanımını ölçen geometri sorularındaki sonuçlar da, Türkiye'deki öğrencilerin bu becerilerin kullanımında zorlandıklarını ortaya koyarken; bu durum ülkemizdeki ortaokul geometri öğretiminin yeniden gözden geçirilmesini gerekli kılmıştır. Bu bağlamda MEB (2009; 2013a) tarafından geliştirilen matematik öğretim programlarında "akıl yürütme" süreci geometri öğrenimini de kapsayan tüm öğrenme alanlarında öğrencilerin gerçekleştirmesi gereken temel matematik süreçlerinden birisi olarak açıklanırken; Driscoll vd. (2007) bu sürecin bileşenlerini daha ayrıntılı görmek amacıyla

gerçekleştirdikleri araştırmada Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) modelini ortaya koymuşlardır. Geometrik düşünmenin bir süreç olması ve bu sürecin gelişimindeki anahtar kavramların öğrenme sürecindeki rolünün irdelendiği uzun soluklu çalışmalar hem öğretmenler hem de öğretmen eğitimcileri için öncü çalışmalar olarak düşünülebilir. Bununla birlikte alanyazında ZGA süreçlerinin gelişimini temel alan ve öğretim sürecini örnekleyen araştırmaların sayıca az olması ve Türkiye'deki çalışmaların çoğunlukla öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yönelik olması ortaokul öğrencilerinin ZGA süreçlerinin nasıl gerçekleştiğine yönelik net bir tablo sunmamaktadır.

İkinci olarak, NCTM (2000) raporlarında ve Türkiye'deki matematik öğretim programlarında (MEB, 2013a; MEB; 2013b) öğretmenlerin öğrencilerdeki geometrik düşünme süreçlerini desteklemeleri için DGY destekli geometri öğretimini önerdiği bilinmektedir. Buna karşılık, programların öğretmenlere DGY destekli öğrenme ortamlarında öğrenme sürecinin nasıl organize edileceği ve geometrik akıl yürütmenin ne tür görevler aracılığıyla geliştirilebileceğine yönelik detaylı açıklamalar, yönergeler ve işlevsel ipuçları sunmadıkları da görülmektedir. Bu bağlamda son 20 yıl içerisinde teknoloji destekli sınıflarda öğrencilerin teknolojiden yararlanma yollarına ve bu sürecin öğretmen tarafından organize edilme yöntemlerine ilişkin Enstrümantal Yaklaşım'ı temel alan çalışmaların ön plana çıktığı görülürken; Türkiye'de ortaokul öğrencilerin DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinin nasıl ortaya çıktığı ve bu süreçle ilişkin enstrümantal orkestrasyonun öğretmenler tarafından nasıl gerçekleştiğine ilişkin araştırmaların oldukça yeni olduğu bilinmektedir. Üstelik DGY destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerdeki ZGA süreçlerinin gelişimini nasıl etkilediğini inceleyen, öğretim süreçlerini bu bağlamda tasarlayan, geliştiren ve değerlendiren, öğretmenlere sınıf içi örnek uygulamalar sunan, kısaca DGY'nin nasıl bir enstrümana dönüşebileceği irdelenen bir çalışma ile de karşılaşılmamıştır. Bu gerekçelerden hareketle, bu araştırmada ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin ZGA süreçlerinin geliştirilmesi için DGY'nin geometri öğrenimine nasıl entegre edilebileceğine yönelik bir öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada 7. sınıf öğrencileriyle çalışılmasının nedeni MEB (2009) öğretim programı kapsamında 7. sınıf geometri alanında hem ZGA bileşenlerinin hem de DGY temelli etkinliklerin etkili biçimde kullanılabildiği “Eşlik ve Benzerlik” ve “Dönüşüm

Geometrisi” konularının yer almasıdır. Araştırma sürecinde DGY’nin geometri öğretimine entegrasyonu enstrümantal yaklaşım çerçevesinde planlanmış ve öğrencilerin enstrümantal oluşum süreçleri araştırılmıştır. Bu bilgilerin matematik öğretmenlerine *DGY – ZGA – öğrenci* üçgenindeki kritik süreçleri sunabileceği ve onlara DGY destekli geometri öğretiminin nasıl organize edileceğine yönelik ipuçları sağlayacağı düşünülmüştür.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırma Eskişehir’de, nüfusunun çoğunluğunu sosyo-ekonomik durumu düşük ve orta düzeydeki ailelerin oluşturduğu bir bölgede yer alan ortaokulda gerçekleştirilmiştir.
2. Araştırma 2014–2015 öğretim yılındaki 7. sınıf matematik öğretim programındaki “Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler”, “Eşlik ve Benzerlik”, “Dönüşüm Geometrisi”, “Dörtgenler” konuları bağlamında gerçekleştirilmiştir.
3. Araştırma kapsamında yürütülen öğretim deneyinde araştırmacı öğretmen rolünde sürece dahil olmuştur.
4. DGY destekli geometri öğretiminde GeoGebra yazılımı tercih edilmiştir.
5. Yürütülen araştırmada enstrümantal oluşum ve ZGA sürecinin gelişiminin derinlemesine incelenmesinde 6 odak katılımcı ile klinik görüşmeler yapılmıştır.
6. Yapılan araştırmada nitel veri toplama araçlarından yararlanılmıştır.

1.5. Tanımlar

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Geometrik akıl yürütme bağlamında “ilişkilendirme”, “genelleme”, “değişmezleri araştırma”, “keşif ve yansıtma” olarak tanımlanan dört temel geometrik alışkanlığı merkeze alan kuramsal çatıdır (Driscoll, 2008).

Dinamik geometri yazılımı: Geometrik yapıların özelliklerinin hareket ve manipülasyona dayalı deneysel süreçler içerisinde araştırıldığı ve manipülasyonların kullanıcıya görsel geri-bildirimler sağladığı teknolojik ortamlardır (Leung, 2008; Leung, 2015).

Sürükleme: Dinamik geometri yazılımında fare donanımı yardımıyla geometrik yapıların manipüle edilmesini sağlayan yöntemdir.

Oluşum: Geometrik nesnenin değişmez özelliklerine bağlı olarak inşa edilen bir matematiksel temsil biçimidir.

Enstrümantal oluşum: Öznenin bir görev içerisinde araç olarak kullanacağı bir artefekte yönelik kullanım şeması inşa etme ve artefeki bir enstrümana dönüştürme süreçlerini açıklayan kuramsal bir çerçevedir (Verillon and Rabardel, 1995).

Enstrümantal orkestrasyon: Öğretmenin, öğrencilerin enstrümantal oluşumlarına destek olmak için öğrenme ortamlarındaki artefektleri ve bu artefektlerden yararlanma sürecini nasıl organize edebileceğini ortaya koyan kuramsal bir çerçevedir (Trouche, 2003).

Öğretim deneyi: Öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini ve öğrenme sürecinin nasıl geliştirilebileceğini incelemeyi sağlayan, öğretim süreciyle iç içe gerçekleşen bir araştırma yöntemidir (Czarnocha and Maj, 2008).

2. YÖNTEM

Yapılacak olan çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri ortamlarındaki öğrenme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlandığı için nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Nitel araştırma, üzerinde çalışılan dünyayı görünür kılan yorumlayıcı bir dizi etkinlikleri içeren ve bu etkinlikleri gerçekleştiren araştırmacının bu dünyanın içindeki doğal bir unsur haline geldiği araştırma yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda araştırmacı içinde bulunduğu dünyayı bir dizi gözlem, alan notu, görüşme, günlük, fotoğraf, video kaydı ve ortama ilişkin artefektler aracılığıyla betimlemekte, analiz etmekte ve yorumlamaktadır. Bu bağlamda nitel araştırma, incelenen ortama yorumlayıcı ve natüralistik bir anlayışla yaklaşılmasını sağlamaktadır. Nitel araştırmacılar inceledikleri kişi ya da nesnelere kendi doğal ortamları içerisinde anlamlandırarak ve yorumlayarak araştırmaktadır (Bogdan and Biklen, 2007; Creswell, 2007; Denzin and Lincoln, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Yapılan çalışmada nitel yaklaşım çerçevesinde öğrencilerin düşünme ve öğrenme biçimlerinin incelenmesini ve süreç içerisinde elde edilen verilerden yola çıkarak sınıftaki öğrenme sürecinin gelişimini sağlayacak yeni planlamaların yapılmasını amaçlayan öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır.

2.1. Öğretim Deneyi

Öğretim deneyi, yapılandırmacı kurama dayanan bir yöntem olarak (Simon, 1995), öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini ve öğrenme sürecinin nasıl geliştirilebileceğini incelemeyi sağlayan, öğretim sürecinde öğretmenlere rehberlik eden öğretim temelli deneysel bir araçtır (Czarnocha and Maj, 2008). Steffe ve Thompson (2000) için öğretim deneyine yönelik standart bir yapı tanımlanamamaktadır. Çünkü öğretim deneyi araştırmacının çalıştığı bağlama dayalı olarak farklı biçimlerde tasarlanabilmektedir. Bu noktada Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer ve Schauble (2003) öğretim deneyinin küçük bir öğrenci grubunu kapsayan “birebir öğretim deneyi” türünde uygulanabileceği gibi; bir sınıf ortamındaki tüm öğrencilerin katıldığı “sınıf öğretim deneyi” türünde de tasarlanabileceğini belirtmektedir.

Öğretim deneyi, sınıftaki öğrencilerin matematik öğrenme etkinliklerinin araştırılmasında kendisini yenileyen dinamik bir yöntem olarak kullanılmaktadır. Bu noktada Steffe ve Thompson (2000, s. 267) matematik öğreniminde öğretim deneyinin amacını “birinci elden öğrencilerin matematik öğrenmelerini ve akıl yürütme süreçlerini deneyimlemek” olarak açıklamaktadır. Matematik eğitimi alanında öğretim süreci olmaksızın yapılan araştırmalar, öğrenciler tarafından inşa edilen matematiksel kavramların anlaşılmasında araştırmacılara yeterli ipuçları sağlayamamaktadır. Bu nedenle öğretim deneyi matematik eğitimcileri tarafından değerli bir araştırma yöntemi olarak kabul görmektedir. Bu yöntemin temel unsurlarından birisi Piaget’in geliştirdiği klinik görüşme tekniğidir (Steffe and Thompson, 2000). Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan klinik görüşme tekniği, temel olarak, özel problem durumları oluşturan araştırmacı ile bu problem durumlarının çözümü üzerinde düşünen öğrenci arasında gerçekleşen konuşmalardır (Ginsburg, 1997). Klinik görüşmede öğrencilere verilen problem durumları, onların bağlam üzerinde yeterince düşünüp yanıtlamalarını sağlayacak şekilde geliştirilmektedir. Bu yanıtlar öğrencinin düşünme süreçleriyle ilgili çıkarım yapılmasına olanak vermektedir (Goldin, 1997). Süreçte öğrencinin verdiği bazı yanıtlar, düşünme yollarının daha iyi anlaşılması amacıyla araştırmacının soracağı sonraki soruların ve görevlerin belirleyicisi olabilmektedirler. Öğretim deneyi, keşfedici bir yaklaşım olarak klinik görüşme yönteminden türemekle birlikte, öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini geliştirecek yollar tasarlamayı da içerdiği için klinik görüşmeden daha fazlasını içermektedir (Steffe and Thompson, 2000).

Bir öğretim deneyi, bir dizi *öğretim bölümlerini (teaching episodes)* içermektedir. Bir öğretim bölümü ise bir *öğretim temsilcisini (teaching agent)*, bir ya da daha fazla öğrenciyi, öğretim bölümlerine tanıklık eden bir araştırmacıyı ve öğretim bölümleri içerisinde meydana gelen gelişmeleri kaydeden bir yöntemi içermektedir. Bu kayıtlar daha sonrasında öğretim deneyine ilişkin geçmişe yönelik (retrospective) kavramsal analizlerin yapılmasına ve daha sonraki öğretim bölümlerinin hazırlanmasına olanak vermektedir (Czarnocha and Maj, 2008; Steffe and Thompson, 2000).

Öğretim deneyinin bir diğer önemli unsuru süreç içerisinde geliştirilen ve denenilen varsayımlardır. Öğretim deneyi temelli araştırma süreci, öğrencilerin matematik bilgilerinin ne olduğu ve nasıl geliştirilebileceğine yönelik teorilere ve önceki deneyimlere dayalı varsayımlar oluşturmayı gerektirmektedir. Bu varsayımlar nicel

deneysel araştırmalardaki hipotezlerden farklıdır. Çünkü öğretim deneyindeki varsayımların ispatlanması ya da reddedilmesi söz konusu değildir. Nicel deneysel araştırmalardaki hipotezler statik yapıda iken, öğretim deneyinin varsayımları süreç içerisinde evrilmekte ve yeniden düzenlenmektedir. Bu varsayımların en iyi şekilde yapılandırılması, değerlendirilmesi ve geliştirilmesi için öğretim temsilcisinin (araştırmacı-öğretmenin) öğrencilerle yakın ve güvenilir bir iletişim kurması gerekmektedir (Steffe, 1991).

Öğretim deneyi içerisinde geçmişe yönelik analizler (retrospective analysis) ve model oluşturma önemli yere sahiptir. Bu noktada; video kayıtları, araştırmacı notları, öğrenci ürünleri gibi kaynaklardan sağlanan veriler sürekli analiz edilerek süreç içerisinde yaşanan deneyimler değerlendirilmekte ve sürece ilişkin bilinçli bir farkındalık yaratılmaktadır. Bu farkındalık öğretim temsilcisinin, öğretim sırasında ulaşamadığı öğrenci eylemlerini ve etkileşimlerini incelemesini ve anlamlandırmasını sağlamaktadır (Elstak, 2007). Bunun yanı sıra öğrenmenin modellenmesi, öğrenme boyunca öğrencilerce gerçekleştirilen bilişsel ve matematiksel eylemlerin, zihinsel işlemlerin ve şema oluşturma sürecinin somut olarak açıklanmasını sağlamaktadır. Bu modeller, sonraki öğrenme sürecinin planlanmasında araştırmacıya kullanışlı bir kaynak sağlamaktadır (Cobb and Steffe, 1983; Steffe and Thompson, 2000).

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen öğretim deneyi, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişimi için öğretim programının kazanımlarına uygun DGY destekli etkinlikleri içeren bir sınıf öğretim deneyidir.

2.2. Katılımcılar ve Pilot Uygulama

Araştırmaya 2014-2015 eğitim ve öğretim yılında Eskişehir ilindeki bir devlet ortaokulunda öğrenimlerini sürdüren 21 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik durumu orta-düşük seviyedeki bir bölgede yer almaktadır. Eskişehir'deki pek çok ortaokulda bilgisayar derslikleri kapatılmış olmasına karşılık; bu ortaokuldaki bilgisayar dersliği, evlerinde özel bilgisayarları olmayan öğrencilerin araştırma ödevlerini yürütebilmeleri amacıyla kapatılmamıştır. Bu durum, araştırmanın bu ortaokulda yürütülmesindeki önemli bir etken olmuştur. Araştırmaya katılan 21 öğrencinin 18'i daha önce aynı bölgede öğrenim gördükleri ortaokul kapatıldığı için bazı öğretmenleriyle birlikte çalışmanın yürütüldüğü ortaokula 2014-

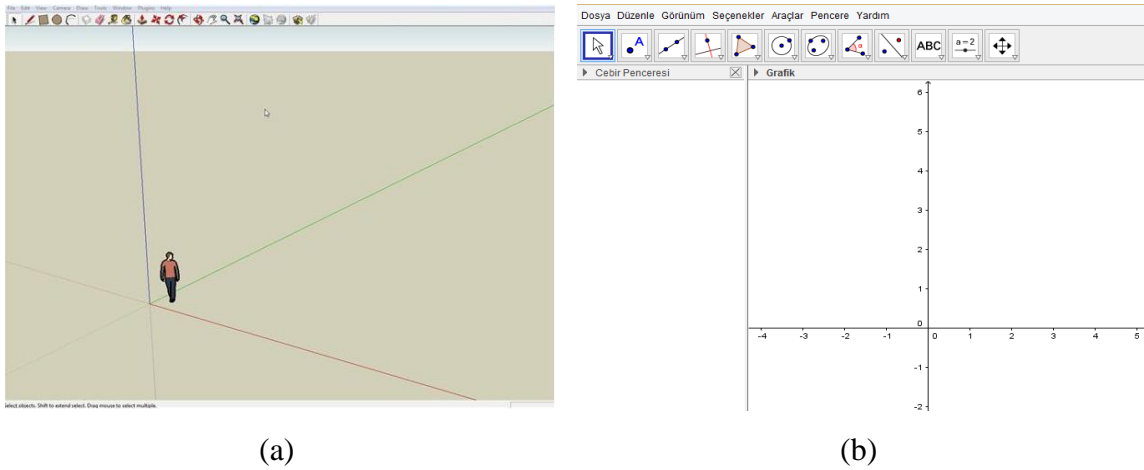
2015 öğretim yılının başında geçiş yapmışlardır. Diğer yandan üç öğrenci (Sera, Hakan, Hatice) araştırmanın yürütüldüğü ortaokula farklı okullardan geçiş yapmışlardır. Bu öğrencilerden Sera diğer 18 katılımcı ile aynı zamanda okula kayıt yaptırırken; Hakan ve Hatice ise güz dönemi içerisinde yürütülen pilot uygulamanın dördüncü haftasında sınıfa katılmışlardır. Ortaokulda iki yedinci sınıf şubesi vardır ve 7- A sınıfındaki öğrenci sayısı 24 olduğu için çalışmaya dönemin başında 19 öğrenci içeren 7- B sınıfı katılmıştır.

Araştırmacı katılımcılarıyla yürütülen öğretim deneyi sürecine öğretmen olarak katılmıştır. Araştırmacının bilgisayar destekli geometri öğretimi bağlamında daha önce ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülen öğretimsel deneyimleri olmuştur. Bu öğretim süreçlerinde DGY ve yüksek lisans tez araştırması çerçevesinde üç boyutlu modelleme yazılımı Google SketchUp (GSU) kullanılmıştır. Bunların yanı sıra araştırmacı ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin yer aldığı kısa süreli iki ayrı araştırmaya da öğretmen rolünde katılmış ve bunların bir tanesinde GSU destekli uygulamalar yürütülmüştür. Araştırmacı bu çalışmalar kapsamında ortaokul 7. sınıf öğrencileriyle klinik görüşme deneyimi de yaşamıştır. Bu çalışmalar dışında araştırmacının ortaokulda öğretmenlik deneyimi olmamıştır.

Araştırmacı çalışmanın yürütüleceği okulun kültürüne, fiziksel koşullarına, öğrencilerine, personeline uyum sağlamak ve odak katılımcıların belirlenmesi öncesinde öğrencilerin bilgisayar yazılımı kullanma becerileri ve ZGA süreçleriyle ilgili fikir sahibi olmak için katılımcılarla pilot uygulama gerçekleştirmiştir. Bu süreçte öğrencilerin de öğretmene (araştırmacıya), bilgisayar dersliğine ve kameralara uyum sağlamaları hedeflenmiştir.

Katılımcı öğrencilerle 2014-2015 öğretim yılının güz döneminde seçmeli ders olan Matematik Uygulamaları kapsamında bilgisayar dersliğinde 8 haftalık sürede toplam 16 ders saatinde yürütülen pilot uygulamada 2 ve 3 boyutlu geometrik şekilleri çizmeye yönelik bir bilgisayar yazılımı olan Google SketchUp (GSU) kullanılmıştır. Pilot uygulama sürecinde GSU'nun kullanılmasının nedeni bu yazılımın bir DGY olmamasıdır. Çünkü pilot uygulama sürecinin ardından gerçekleştirilecek araştırma sürecinde öğrencilerin bir DGY'yi ilk kez kullandıkları enstrümantal oluşum sürecinin incelenmesi hedeflenmiştir. Bunun yanı sıra, alanyazında ortaokul öğrencilerinin geometrik cisimlere yönelik öğrenmelerinde ve uzamsal becerilerinin gelişiminde

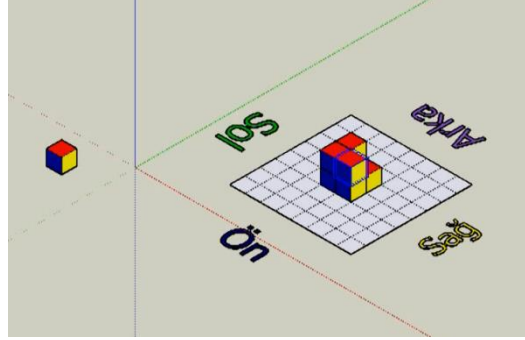
GSU'nun yararlı biçimde kullanılabilirdiğini açıklayan ulusal ve uluslararası araştırmaların bulunması (Erkoç, Gecü ve Erkoç, 2013; Kurtuluş and Uygan, 2010; La Ferla vd., 2009; Lew, 2009; Livingstone and Fleron, 2012; Toptaş, Çelik and Karaca, 2012; Turgut and Uygan, 2014; Turgut and Uygan, 2015; Uygan, 2011; Wasserman, 2015), yazılımın Türkçe sürümünün olması ve araştırmacının GSU destekli geometri etkinliklerinin tasarlanması konusunda tecrübe sahibi olması pilot uygulama sürecinde SketchUp'ın kullanılmasının diğer nedenleridir. Bununla birlikte, araştırmacı pilot uygulamada kullanılan GSU (bkz. Şekil 3a) ve araştırma sürecinde kullanılması planlanan GeoGebra (bkz. Şekil 3b) yazılımının bazı araçlarının benzer işlevlere sahip olmasının, öğrencilerin GeoGebra araçlarını öğrenmesini kolaylaştıracağını; diğer yandan bu araçlardan bazılarının farklı prosedürlere sahip olmasının GeoGebra'da bazı zorluklara neden olabileceğini ön görmüştür. Bu konuya ilişkin ortaya çıkan veriler "Bulgular" bölümünde ele alınmıştır.



Şekil 3. Pilot Uygulamada ve Öğretim Deneyinde Kullanılan Yazılımlar

Pilot uygulama sürecinde yürütülen etkinliklerde öğrencilerin Geometri ve Ölçme öğrenme alanlarına yönelik altıncı sınıfta kazandıkları bilgilerin bilgisayar destekli problem çözme etkinlikleri içerisinde tekrar edilmesi amaçlanmıştır. Uygulama sürecinin ilk haftasında bilgisayar yazılımının araçları öğrencilere tanıtılmış ve araçların kullanımına yönelik alıştırmalar yapılmıştır. Sonraki haftalarda ise (1) birim karelerden ve birim küplerden yararlanarak verilen alana ya da hacime sahip geometrik yapıları inşa etme, (2) farklı açılardan görünüşleri verilen 3 boyutlu yapıları birim küpler yardımıyla inşa etme (bkz. Şekil 4), (3) geometrik cisimleri inşa etme, (4) geometrik cisimlerin açınımlarını inşa etme, (5) 3 boyutlu yapılara ilişkin örüntü problemlerini

çözme, (6) 2 boyutlu şekilleri zihinde döndürme, (7) çeşitli geometrik cisimlerden meydana gelmiş yapıları içeren bir sitenin projesini tamamlama çalışmaları yürütülmüştür.



Şekil 4. *Çalışma Kâğıdında Farklı Açılardan Görüntüleri Verilen Yapıyı GSU'da İnşa Etme*

Pilot uygulama sürecinde yapılan gözlemlerde öğrencilerin yazılımı kullanmadaki becerileri ve matematiksel tartışmalara katılımlarına yönelik nitel veriler incelenmiştir. Bu çerçevede yapılan pilot uygulama, araştırmacıya ön klinik görüşmeler öncesinde katılımcılar ile ilgili ipuçları sağlamıştır. Uygulama sürecinin sonunda 8 öğrenciyle (Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale, Nuray, Okan, Hakan) bireysel olarak yapılan ön klinik görüşmeler, katılımcıların ZGA süreçlerinin detaylı olarak değerlendirilmesini ve bu öğrenciler arasından iki kişilik gruplar halinde çalışan toplam 6 odak öğrencinin belirlenmesini sağlamıştır. Bu noktada derslerde bir bilgisayarın iki öğrenci tarafından kullanılması ve yan yana oturan öğrencilerin birbirlerinin öğrenme sürecini etkileyen önemli değişkenler olması odak katılımcıların iki kişilik gruplar halinde seçilmesine neden olmuştur. Ön klinik görüşmelerin ardından odak katılımcılar, Atakan–Veli ikilisi, Sera–Sıla ikilisi ve Lale–Nuray ikilisi olarak belirlenmiştir. Odak katılımcıların seçilmesinde matematiksel tartışmalardaki performanslar, ön klinik görüşmedeki ZGA süreçleri, matematik karne notları ve pilot uygulama kapsamındaki bilgisayar yazılımını kullanma becerileri farklılık gösteren öğrencilerin belirlenmesine dikkat edilmiştir. Bunun yanında iki kişilik gruplar belirlenirken, pilot uygulama sürecinde birlikte çalışmaya alışan öğrenci grupları korunmuş ve değerlendirmeye alınan kriterler bağlamında farklı özelliklerdeki öğrencilere sahip olan gruplar seçilmiştir.

Odak katılımcıların tümünün doğum yılı 2002'dir. Bilgisayar dersliğinde farklı masalarda çalışan Atakan ve Sera etkinliklerde en fazla söz alan ve “ilişkilendirme” ile

“genelleme” süreçlerine ilişkin veriler ortaya koyan öğrenciler olmuşlardır. Ayrıca Atakan ve Sera, odak katılımcılara dâhil edilmeyen Filiz ve Melis ile birlikte, bilgisayar yazılımının araçlarını diğer öğrencilere göre daha hızlı öğrenmişlerdir. Pilot uygulama sürecinde dersi dikkatli biçimde takip ettikleri ve dersin işlenişini bozacak davranışları nadiren sergiledikleri görülen bu iki öğrenciden Sera’nın güz dönemi matematik karne notu “pekiyi”; Atakan’ın ise “Rasyonel Sayılar” konusunun yer aldığı ikinci sınavda aldığı 56 puanından dolayı “iyi” düzeyindedir. Atakan’ın evde kendisine ait bir çalışma odası ve masaüstü bilgisayarı varken; Sera kardeşiyle ortak odada çalışmaktadır ve evinde bir tane tablet bilgisayarı vardır. Atakan masaüstü bilgisayarında hem klavye hem de fare kullanımı gerektiren bilgisayar oyunları oynadığını belirtirken, Sera zaman zaman dokunmatik özellikteki bilgisayar oyunlarını oynadığını ifade etmiştir. Pilot uygulamanın ilk haftasındaki tanışma saatinde Atakan en sevdiği dersin matematik olduğunu ve gelecekte fen laboratuvarında çalışmak istediğini belirtirken; Sera en sevdiği dersin fen bilgisi olduğunu ve gelecekte iç mimar olmak istediğini açıklamıştır.

Bilgisayar dersliğinde Sera’nın yanında oturan Sıla derste nadiren söz alan bir öğrenci olmasına karşılık zaman zaman ilişkilendirme sürecine ilişkin veriler ortaya koymuştur. Sıla’nın derslerdeki motivasyonunun değişken olduğu ve dikkatinin kolay dağılabildiği gözlenmiştir. Bunun yanında Sıla’nın matematiği öğrenmenin formül ezberlemeye dayalı olduğunu düşündüğü; bilgisayar yazılımındaki işlemleri gerçekleştirirken zaman zaman zorlandığı ve Sera’dan destek aldığı gözlenmiştir. Sıla’nın güz dönemi matematik karne notu ise “iyi” düzeydedir. Kendisinden 4 yaş büyük bir kardeşiyle ortak odayı kullanan Sıla’nın evinde bir tablet bilgisayar bulunmaktadır. Sıla tablet bilgisayarında zaman zaman dokunmatik özellikteki bilgisayar oyunlarını oynadığını belirtmiştir. Bunun yanı sıra Sıla pilot uygulamanın ilk haftasındaki tanışma saatinde en sevdiği dersin İngilizce olduğunu ve gelecekte İngilizce öğretmeni olmak istediğini açıklamıştır.

Atakan’ın yanında oturan Veli evinde özel bilgisayarı olmayan bir öğrencidir. Veli’nin derslerde çekingen bir tutum izlediği, sınıf içi tartışmalarda ZGA sürecine ilişkin sınırlı veri ortaya koyduğu görülmüştür. Veli’nin bilgisayar yazılımındaki işlemleri gerçekleştirirken zaman zaman zorlandığı ve fareyi kullanma sorumluluğunu daha çok Atakan’a bırakmak istediği görülmüştür. Güz dönemi matematik karne notu “orta” düzeyde olan Veli her gün kent merkezine 30 km uzaklıktaki bir köyden okula

gelmektedir. Köye giden ulaşım araçlarının hareket saatlerindeki seyreklikten dolayı Veli'nin okuldaki son ders saatlerinde zaman zaman devamsızlık yaptığı ve eksiklerini tamamlamak için Atakan'ın notlarından yararlandığı görülmüştür. Veli ve Atakan okul saatleri dışında da sıkça görüşen iki yakın arkadaş olmakla birlikte, Veli Atakan'ın evinde bilgisayar oyunu oynama fırsatı yakaladığını belirtmiştir. Bunun yanı sıra kendisinden iki yaş küçük bir erkek kardeşiyle ayrı odaları bulunduğunu belirten Veli pilot uygulamanın ilk haftasındaki tanışma saatinde en sevdiği derslerin matematik ve fen bilgisi olduğunu ve gelecekte cerrah olmak istediğini açıklamıştır.

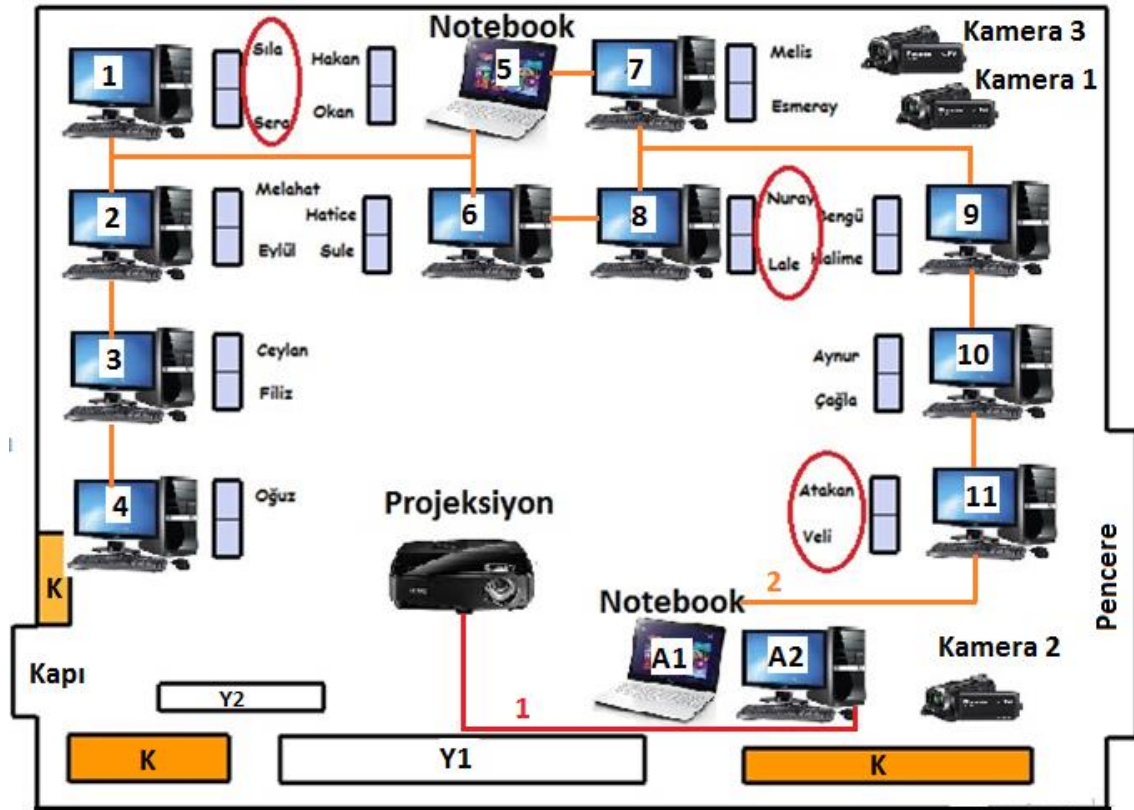
Odak öğrencilerden Lale bilgisayar yazılımındaki işlemleri uygulamakta zaman zaman zorlanan ve öğretmenden destek isteyen bir öğrencidir. Lale'nin etkinliklerdeki tartışmalara aktif olarak katılmak istemesine karşılık ve ZGA'ya ilişkin sınırlı veriler ortaya koyduğu görülmüştür. Diğer yandan Lale'nin altıncı sınıf geometri konuları kapsamındaki geometrik kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri olduğu; problem çözümlerinde rastgele formüller denediği ve ders içerisinde dikkatinin zaman zaman dağıldığı gözlenmiştir. Bunun yanı sıra Lale'nin güz dönemi matematik karne notunun “orta” düzeyde olduğu belirlenmiştir. Evde kendisine özel bir çalışma odası bulunmayan Lale evde bir masaüstü bilgisayar bulunduğunu belirtmiştir. Lale masaüstü bilgisayarda zaman zaman fare kullanımına dayalı oyunlar oynadığını açıklarken; pilot uygulamanın tanışma saatinde en sevdiği dersin fen bilgisi olduğunu ve gelecekte sağlık meslek lisesine gitmek istediğini ifade etmiştir.

Lale'nin grup arkadaşı olan Nuray evinde özel bilgisayarı olmayan bir öğrencidir. Nuray'ın altıncı sınıf matematik konularındaki geometrik kavramlara ilişkin ön bilgi eksikliğinin diğer odak öğrencilerden daha fazla olduğu; etkinliklerdeki tartışmalara katılma konusunda istekli olmasına karşılık ZGA süreçlerine ilişkin sınırlı veri ortaya koyduğu; bilgisayardaki işlemleri gerçekleştirirken çoğunlukla öğretmenin desteğini istediği gözlenmiştir. Nuray'ın güz dönemi matematik karne notu “orta” düzeydedir. Nuray evde çalışma odasını kardeşleriyle ortak kullandığını açıklarken; arkadaşlarının evlerinde çok ender bilgisayar oyunu oynadığını ve bu oyunların klavye kullanımı gerektiren oyunlar olduğunu belirtmiştir. Bunun yanı sıra Nuray en sevdiği dersin fen bilgisi olduğunu ve gelecekte sağlık meslek lisesine gitmek istediğini vurgulamıştır.

Öğrencilerin pilot uygulama sürecindeki matematiksel tartışmalarda “alay edilmek” korkusuyla fikirlerini paylaşmakta çekingen davranabildikleri belirlenmiştir.

Bununla birlikte bilgisayar kullanma becerisi iyi olan öğrencilerin fareyi yanındaki arkadışından daha fazla kullanmak istediği ve bu durumun bilgisayar yazılımını kullanmakta güçlük yaşayan öğrencilerin derste daha pasif kalmalarına yol açtığı görölmüşür. Pilot uygulama sürecinde ortaya çıkan bir diğer olumsuz durum ise Hakan–Okan ve Şule–Hatice ikilisinin zaman zaman bilgisayarlarında ders dışı işlemler gerçekleştirmeleridir. Ortaya çıkan bu olumsuz durumlar üzerine araştırmacı araştırma süreci başlamadan önce “bilgisayar dersliğinde uyulması gereken kurallar” başlıklı bir liste oluşturmuştur. Bu listenin ilk üç maddesinde öğrencilerin tartışma sürecinde birbirlerinin fikirlerine saygılı olacağı; bilgisayarı paylaşımcı biçimde kullanacağı; bilgisayarda ders dışı bir etkinlik gerçekleştirmeyeceğine dair kurallar yer almıştır. Öğrencilerin araştırma sürecinin ilk ders saatinde bu maddeleri sesli olarak okumaları istenmiştir.

Pilot uygulamaların sonunda öğrenci gruplarının bilgisayar dersliğindeki yerleşimi Şekil 5’te görölmektedir.

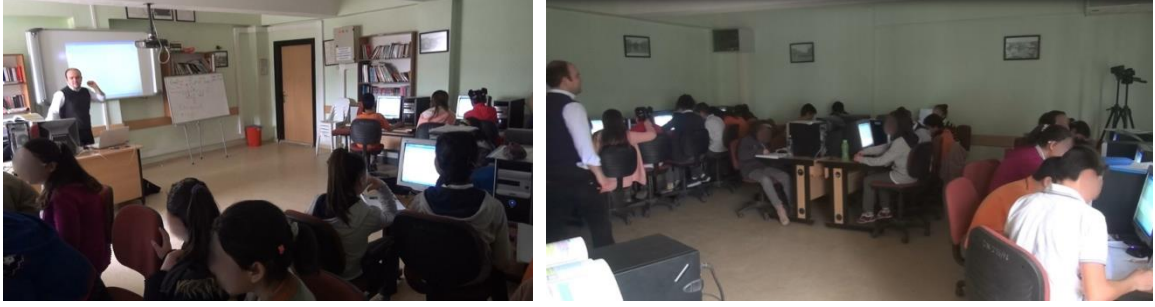


Şekil 5. Pilot Uygulama Sonunda Öğrencilerin Oturma Düzeni

Şekil 5’te görülen oturma düzeninde 1 nolu bilgisayar Sıla–Sera ikilisi, 2 nolu bilgisayar Melahat–Eylül ikilisi, 3 nolu bilgisayar Ceylan–Filiz ikilisi, 4 nolu bilgisayar Oğuz, 5 nolu notebook Hakan–Okan ikilisi, 6 nolu bilgisayar Hatice–Şule ikilisi, 7 nolu bilgisayar Melis–Esmeray ikilisi, 8 nolu bilgisayar Nuray–Lale ikilisi, 9 nolu bilgisayar Bengü–Halime ikilisi, 10 nolu bilgisayar Aynur–Çağla ikilisi, 11 nolu bilgisayar Atakan–Veli ikilisi tarafından kullanılmıştır. Şekil 7’de odak katılımcılar kırmızı renkteki elipsler içerisinde gösterilmişlerdir. Bunun yanında A1 ve A2 numaralı bilgisayarlar öğretmen masasındaki bilgisayarları göstermektedir. A1 nolu bilgisayar 1 numaralı ağ (kırmızı rekteki ağ) ile projeksiyon cihazına bağlı olan bilgisayardır. A2 nolu notebook ise 2 numaralı ağ (turuncu renkteki ağ) ile öğrenci bilgisayarlarına bağlıdır ve odak öğrencilerin ekran görüntülerinin monitörde izlenmesini ve kaydedilmesini sağlamaktadır. Diğer yandan bilgisayar dersliğindeki kitaplıklar Şekil 7’de “K” kodu; yazı tahtaları ise Y1 ve Y2 kodları ile gösterilmişlerdir. Y1 nolu yazı tahtası A1 nolu öğretmen bilgisayarındaki işlemlerin projeksiyon görüntülerini yansıtmaktadır. Y2 nolu yazı tahtası ise araştırmacı tarafından bilgisayar dersliğine getirilen 100 cm x 80 cm ebatlarında ve 140 cm yüksekliğindeki taşınabilir yazı tahtasıdır. Bununla birlikte bilgisayar dersliğinde öğrencilerin oturdukları döner sandalyelerin, katılımcıların gerektiği anlarda öğretmene ya da yazı tahtalarına odaklanmalarına yardımcı olduğu ve öğrenci bilgisayarlarının yönetilmesi amacıyla A2 nolu öğretmen bilgisayarında kullanılan yazılımın sınıf yönetimini kolaylaştırdığı görülmüştür. Buradan hareketle bu araçların araştırma sürecinde de kullanılmasına karar verilmiştir.

2.3. Verilerin Toplanması

Odak katılımcıların enstrümantal oluşum ve ZGA süreçlerine ilişkin verileri klinik görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Diğer yandan öğretim bölümlerindeki enstrümantal orkestrasyona yönelik verilerin toplanması için her öğretim bölümü öncesinde ve sonrasında araştırmacı günlüğü notları yazılmış ya da araştırmacı günlüğü videoları çekilmiş; öğretim bölümleri içerisinde ortaya çıkan verilerin kaydedilmesi için üç ayrı kamera ve ekran kaydetme özelliğine sahip bilgisayar yazılımı kullanılmıştır. Öğretim süreci içerisinde öğrencilerin 1 ve 2 numaralı kameralar tarafından kaydedilen görüntüleri Şekil 6’da (sırasıyla Şekil 6a ve Şekil 6b’de) görülmektedir.



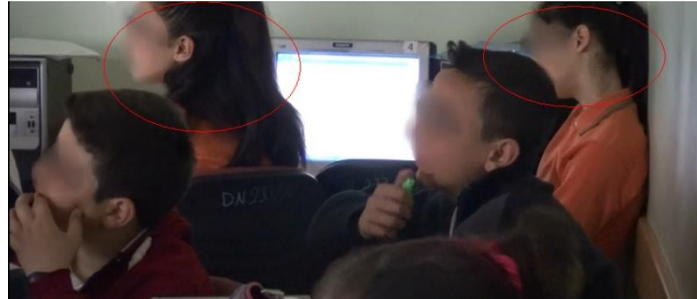
(a)

(b)

Şekil 6. 1 ve 2 Numaralı Kameraların Görüş Açısı

Kamera 1 öğretmen masası, Y1 ve Y2 nolu yazı tahtaları ve Nuray–Lale ikilisinin (Şekil 6a’da monitörleri kameraya dönük olan öğrenciler) görüntülerini kaydedecek biçimde; Kamera 2 ise başta Atakan–Veli ikilisi (bkz. Şekil 6b’de kadrajın sağ alt tarafındaki öğrenciler) olmak üzere tüm sınıfın görüntüsünü kaydedecek biçimde pencere tarafındaki duvarın iki ayrı köşesinde uçayaklar üzerinde konumlandırılmışlardır.

Birinci öğretim bölümünün üçüncü haftasından itibaren 3 nolu kamera kullanılmaya başlanmıştır (bkz. Şekil 7).



Şekil 7. 3 Numaralı Kameranın Görüş Açısı

Kamera 3, diğer iki kameranın çekim açılarına göre uzakta kalan Okan–Hakan ikilisinin (ön tarafta soldan sağa doğru) ve odak öğrenciler olan Sera–Sıla ikilisinin (arka tarafta soldan sağa doğru) görüntülerini kaydedecek biçimde Kamera 1’in yanında uçayak üzerinde konumlandırılmıştır.

2.4. Araştırma Süreci

Araştırmada uygulanan öğretim deneyi kapsamında 4 öğretim bölümü ve öğretim bölümlerinin aralarında 5 klinik görüşme dönemi gerçekleştirilmiştir. Öğretim

bölümlerinin ve klinik görüşmelerin içerikleri kronolojik sırada Tablo 5’te görülmektedir.

Tablo 5. *Öğretim Deneyi Kapsamındaki Öğretim Bölümleri ve Klinik Görüşmeler*

Adım No	Uygulama	İçerik
1	Ön Klinik Görüşme Dönemi	Kâğıt – kalem problemlerinde odak katılımcıların ZGA’larının incelenmesi
2	Birinci Öğretim Bölümü	Temel DGY araçlarının tanınması ve kullanımı; “Doğrular ve Açılar” konusuna ilişkin DGY destekli etkinlikleri içeren orkestrasyon biçimlerinin planlanması ve uygulanması
3	Birinci Klinik Görüşme Dönemi	Odak katılımcıların temel DGY araçlarına yönelik enstrümantal zorluklarının incelenmesi
4	İkinci Öğretim Bölümü	“Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularına ilişkin DGY destekli etkinlikleri içeren orkestrasyon biçimlerinin planlanması ve uygulanması
5	İkinci Klinik Görüşme Dönemi	Odak katılımcıların problem çözümlerinde DGY araçlarına ilişkin jestlerinin, enstrümantal zorluklarının ve ZGA süreçlerinin incelenmesi
6	Üçüncü Öğretim Bölümü	“Eşlik ve Benzerlik” ve “Geometrik Dönüşümler” konularına ilişkin DGY destekli etkinlikleri içeren orkestrasyon biçimlerinin planlanması ve uygulanması
7	Üçüncü Klinik Görüşme Dönemi	Odak katılımcıların problem çözümlerinde DGY araçlarına ilişkin jestlerinin, enstrümantal zorluklarının ve ZGA süreçlerinin incelenmesi
8	Dördüncü Öğretim Bölümü	“Geometrik dönüşümler”, “Dörtgenler” ve “Çember” konularına ilişkin DGY destekli etkinlikleri içeren orkestrasyon biçimlerinin planlanması ve uygulanması
9	Dördüncü Klinik Görüşme Bölümü	Odak katılımcıların problem çözümlerinde DGY araçlarına ilişkin jestlerinin, enstrümantal zorluklarının ve ZGA süreçlerinin incelenmesi; odak katılımcıların kâğıt kalem problemlerindeki ZGA süreçlerinin incelenmesi

Öğretim deneyi kapsamında yürütülen DGY destekli öğretim sürecinde GeoGebra yazılımından yararlanılmıştır. Öğretim sürecinde bu yazılımın kullanılmasının nedenleri GeoGebra’nın ücretsiz kullanıma açık olması ve Türkçe dil seçeneği olanaklarını sunmasıdır. Markus Hohenwarter ve yazılım uzmanlarından oluşan bir ekip tarafından matematik öğrenimini desteklemek amacıyla geliştirilen GeoGebra; geometri, cebir ve analiz konu alanlarını birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır (Hohenwarter and Fuchs, 2004; Hohenwarter and Lavicza, 2007). GeoGebra matematiksel nesnelerin

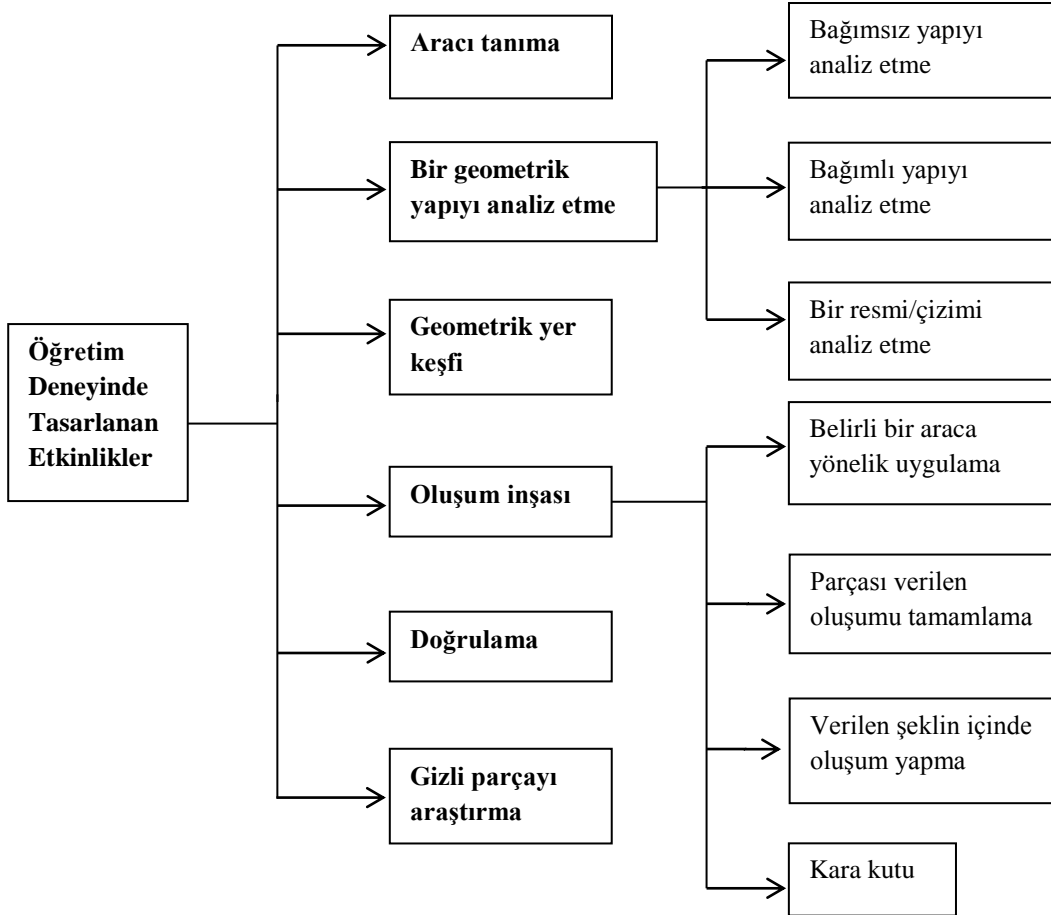
farklı türdeki temsillerini sunmak üzere grafik, cebir ve çizelge görünümünün kullanımına olanak vermektedir (bkz. EK - 6).

GeoGebra'nın standart arayüzündeki araç çubuğunda 12 araç menüsü yer almaktadır. Yapılan araştırmadaki öğretim bölümlerinde araç menüleri araştırmacı tarafından geometri konularının kazanımlarına ve etkinliklerin hedeflerine uygun olarak yeniden düzenlenmiştir. Öğretim bölümlerindeki etkinliklerin tasarlanmasında ya da yürütülmesinde yararlanılan araçların isimlerine, bu araçların menülerine, ikonlarına, işlevlerine (Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010) ve prosedürlerine yönelik açıklamalara EK-9'da yer verilmiştir.

Tapan-Broutin (2016) DGY araçları bağlamında “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “ışın” gibi temel çizimleri yapmayı sağlayan araçları ve “dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme” gibi geometrik oluşum inşa etmeyi sağlayan araçları birbirinden ayrı değerlendirmiştir. Bu çalışmada temel çizimlerin yapılmasını sağlayan araçlar *Temel Çizim Araçları*; oluşum inşa etmeyi sağlayan araçlar ise *Geometrik Oluşum Araçları* olarak açıklanmıştır. Bu bağlamda “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “ışın”, “vektör”, “çokgen”, “merkez ve bir noktadan geçen çember” araçları *Temel Çizim Araçları* olarak ele alınırken; “kesişim”, “orta nokta veya merkez”, “verilen uzunlukta doğru parçası”, “dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme”, “düzgün çokgen”, “merkez ve yarıçapla çember”, araçları ise *Geometrik Oluşum Araçları* olarak sınıflandırılmıştır. Bununla birlikte “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan” araçları *Ölçme Araçları* olarak; “doğruda yansıt”, “nuktada yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür”, “nesneyi vektörle ötele”, “nesneyi noktadan genişlet” araçları ise *Geometrik Dönüşüm Araçları* olarak isimlendirilmiştir.

Öğretim bölümleri kapsamında yürütülen etkinliklerin düzenlenmesinde GeoGebra'nın iki içerik menüsünden yaygın olarak yararlanılmıştır. GeoGebra'daki grafik görünümünün özellikleri, grafik görünümüne ait içerik menüsü kullanılarak değiştirilebilirken; bir nesneye ait içerik menüsü aracılığıyla da nesneye ilişkin özellikler düzenlenebilmektedir. Grafik görünümüne ait içerik menüsü, farenin sağ tuşu ile açılırken; nesneye ait içerik menüsü ise nesne üzerinde farenin sağ tuşu yardımıyla kullanılmaktadır (Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010; Hohenwarter and Lavicza, 2007). İçerik menülerine ilişkin görsellere ve açıklamalara EK - 4'te yer verilmiştir.

GeoGebra'nın kullanıldığı öğretim bölümlerinde tasarlanan etkinlikler amaçlarına, çözüm adımlarına ve DGY araçlarından yararlanma biçimlerine bağlı olarak 6 kategoriye ayrılmışlardır. Bunlar; “aracı tanıma”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi”, “oluşum inşası”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” etkinlikleridir (bkz. Şekil 8).



Şekil 8. Öğretim Deneyinde Tasarlanan Etkinliklerin Kategorileri

“Aracı tanıma” türündeki etkinlikler DGY’deki yeni bir aracın işlevinin ve prosedürünün öğrencilere tanıtılmasını ve aracın kullanımına yönelik alıştırma yapılmasını içermektedir. Bu türdeki etkinlikler sadece enstrüman bilgisini sağlamaya yönelik olup ZGA süreçlerine odaklanmamaktadır.

“Bir geometrik yapıyı analiz etme” türündeki etkinlikler öğretmen tarafından verilmiş bir geometrik yapının değişmez özelliklerini analiz etme, parçaları arasındaki ilişkileri ortaya koyma ve sunulan yapıya ilişkin genellemeye ulaşma süreçlerini içermektedir. Bu tür etkinlikler, özellikle, yeni bir geometrik kavramın ya da bağıntının

öğrenilmesi için kullanılırken; konunun içeriğine bağlı olarak bir problem durumu kapsamında da tasarlanabilmektedirler. Diğer yandan araştırmada kullanılan “bir geometrik yapıyı analiz etme etkinlikleri” de üç alt kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler “bağımsız yapıyı analiz etme”, “bağımlı yapıyı analiz etme” ve “bir resmi/çizimi analiz etme” etkinlikleridir. “Bağımsız yapıyı analiz etme” bir parametreye bağımlı olmayan bir geometrik yapının özelliklerini serbestçe araştırmayı içerirken; “bağımlı yapıyı analiz etme” etkinlikleri çeşitli parametrelere bağlı olarak verilmiş bir oluşumun analiz edilmesini kapsamaktadır. “Bir resmi/çizimi analiz etme” etkinliği ise bir oluşum yerine, grafik görünümüne kaydedilmiş matematiksel içerikli bir resmin (bir dağın göldeki yansıması vb.) analiz edilmesini içermektedir.

“Geometrik yer keşfi” türündeki etkinlikler bir çözüm kümesine yönelik araştırma yapmayı ve çözüm kümesinin oluşturduğu geometrik yeri keşfetmeyi hedeflemektedir. DGY’deki “geometrik yer keşfi” etkinliklerinde “izi aç” seçeneğinin kullanımı ön plana çıkmaktadır.

“Oluşum inşası” türündeki etkinlikler bir geometrik yapının DGY araçları yardımıyla oluşumunu inşa etmeyi kapsarken, dört alt kategoriye ayrılmaktadır. Bunlar “belirli bir araca yönelik uygulama”, “parçası verilen oluşumu tamamlama”, “verilen şeklin içinde oluşum yapma” ve “kara kutu” etkinlikleridir. “Belirli bir araca yönelik uygulama” etkinliğinde öğrencilerin istenen oluşumu gerçekleştirmek için yeni öğrendikleri bir aracı kullanmaları beklenmektedir. Bu araç yardımıyla, istenen oluşum kısa sürede tamamlanmaktadır. “Parçası verilen oluşumu tamamlama” etkinlikleri kenar, köşegen ya da yükseklik gibi tek bir parçası verilen oluşumun diğer parçalarını inşa etme etkinlikleridir. “Verilen şekil içinde oluşum yapma” etkinlikleri, grafik görünümünde verilen bir çokgen ya da çember oluşumu içerisinde istenen çokgen oluşumunu yapma etkinlikleridir. “Kara kutu” etkinlikleri ise grafik görünümünde verilen gizemli bir oluşumun özelliklerini analiz ederek, aynı özelliklere sahip yeni bir oluşum inşa etme etkinlikleridir.

“Doğrulama” etkinlikleri verilen bir ya da daha fazla geometrik yapının içerisindeki belli bir ilişkiye yönelik varsayımların matematiksel gerekçelerle doğrulanmasına odaklanmaktadır. Örnek olarak, gizlenmiş bir doğruya ya da noktaya göre simetrik olan iki çokgenin ilişkisinin araştırılması, varsayım yapılması ve bu varsayımların yardımcı oluşumlarla savunulması bir “doğrulama” etkinliğidir.

Doğrulama etkinliklerinde öğretmen sıkça “*neden?*”, “*bu iddianın gerekçesi nedir?*”, “*bu varsayımı neye dayanarak yaptınız?*” türündeki soruları sormaktadır.

“Gizli parçayı araştırma” türündeki etkinlikler, bir geometrik oluşum içerisindeki “gizlenmiş” parçasının oluşturulmasını hedeflemektedir. Bu tür etkinliklerin “doğrulama” etkinliklerinden farkı; parçası araştırılan geometrik oluşumun özelliklerinin en başta biliniyor olması ve sadece “gizli” parçanın keşfine odaklanılmasıdır. Örnek olarak; sürgü aracına bağlı olarak dönme hareketi gerçekleştiren çokgenlerin “gizlenmiş” olan dönme merkezinin araştırılması bir “gizli parçayı araştırma” etkinliğidir.

“Bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi”, “oluşum inşası”, “doğrulama” ve “gizli parçayı araştırma” etkinlikleri ait oldukları konuya ve içeriklerinde yer alan problemin yapısına bağlı olarak farklı ZGA süreçlerine odaklanabilmektedirler. Diğer yandan öğretim deneyi kapsamındaki “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” etkinlikleri ve “oluşum inşası” bağlamında “parçası verilen oluşumu tamamlama”, “verilen şekil içinde oluşum yapma” ve “kara kutu” etkinliklerinin tamamı “İlişkilendirme”, “Genelleme”, “Değişmezleri Araştırma” ve “Keşif ve Yansıtma” süreçlerine odaklanmaktadır.

Öğretim deneyi sürecinin başında ve her bir öğretim bölümünün sonunda 6 odak öğrencinin her birisiyle toplam 5 klinik görüşme gerçekleştirilirken; odak öğrencilerin çözüm süreçlerindeki enstrümanları, enstrümantal zorlukları ve ZGA kapsamındaki “İlişkilendirme”, “Genelleme”, “Değişmezleri Araştırma” ve “Keşif ve Yansıtma” sürecinin alt bileşeni olan Keşfi Ön Plana Alma (KÖP) sürecine yönelik bulgular tablolarda sunulmuştur. Diğer yandan öğrencilerin “Keşif ve Yansıtma” sürecinin ikinci alt bileşeni olan Amacı Ön Plana Alma (AÖP) sürecine yönelik bulgular, öğrencilerin çözüm adımlarını yansıtan grafikler içerisinde verilmiştir. Bunun yanı sıra Amacı Ön Plana Alma sürecinin sonunda ulaşılan eksik ya da hatalı sonuçlar metin kutusu içinde kırmızı punto ile gösterilirken; süreç içinde hatalı bir stratejinin fark edildiği ve yeni çözüm stratejilerinin geliştirilmeye başlandığı adımlar mavi punto ile verilmişlerdir.

Ön klinik görüşmede yer alan üç problem ve dördüncü klinik görüşmenin son iki problemi kâğıt üzerinde çözülen problemlerdir. Bu problemler Driscoll vd.’nin (2007) “Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5–10” isimli kitabındaki

problemlerden uyarlanmışlardır. Klinik görüşmelerde kullanılan diğer problemlerin tümü DGY ortamındaki problemlerdir.

Kâğıt ortamında çözülen problemler “geometrik yer keşfi”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “doğrulama” olmak üzere üç kategoriye ayrılırken; DGY ortamında çözülen problemler “geometrik yer keşfi”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” ve “oluşum inşası” olmak üzere dört kategoriye ayrılmaktadır. Bununla birlikte 1 nolu klinik görüşme odak öğrencilerin enstrümantal zorluklarını incelemeye dönük soruları içermektedir. Bu noktada enstrümantal zorluklar öğrencilerin problem çözümlerinde sonuca ulaşmalarını engelleyen veya geciktiren DGY’ye özgü güçlükler olarak ele alınmıştır. Klinik görüşmelerdeki problemler DGY destekli geometri öğretimi alanındaki bir uzmanın görüşleri çerçevesinde düzenlenmiş ve görüşmelerde kullanılmıştır. Klinik görüşmelerde (KG) kullanılan problemlerin türleri ve hangi öğretimsel ortamda çözüldükleri Tablo 6’da görülmektedir.

Tablo 6. *Klinik Görüşmelerde Kullanılan Problemlerin Türleri ve Çözüldükleri Ortam*

KG No	Problem No	Problem Türü	Ortam
0	1	Geometrik yer keşfi	Kâğıt
	2	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bir resmi/çizimi analiz etme)	
	3	Doğrulama	
1	Enstrümantal zorlukların incelenmesine yönelik sorular		DGY
2	1	Geometrik yer keşfi	DGY
	2	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	
	3	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	
	4	Doğrulama	
3	1	Doğrulama	DGY
	2	Doğrulama	
	3	Gizli parçayı araştırma	
4a	1	Doğrulama	DGY
	2	Gizli parçayı araştırma	
4b	1	Oluşum inşası (Kara kutu)	DGY
	2	Oluşum inşası (Kara kutu)	
4c	1	Geometrik yer keşfi	Kâğıt
	2	Doğrulama	

2.5. Verilerin Analizi

Araştırmada odak katılımcıların enstrümantal oluşum ve ZGA süreçlerine ilişkin verilerin analiz edilmesinde Miles ve Huberman (1984) tarafından ortaya konulan üç aşamalı analiz süreci kullanılmıştır. Bu sürecin ilk aşaması çoklu veri toplama teknikleriyle elde edilen *verilerin azaltılması (data reduction)* bölümüdür. Verilerin azaltılması sürecinde araştırmacı, amaçları bağlamında ham verinin hangi kısımlarını araştırmının dışında bırakacağına ve veri setine yönelik ne tür temalar oluşturacağına karar vermektedir (Özdemir, 2010).

Miles ve Huberman'ın (1984) analiz sürecinin ikinci aşaması *verilerin görselleştirilmesi (data displays)* bölümüdür. Bu basamakta azaltılan veriler, belli çıkarımlara ulaşılması amacıyla şema, şekil, tablo, grafik gibi görsel modellerle betimlenmektedir. Bu sayede veriler daha sade ve bütüncül bir yaklaşımla sunulmaktadır. Bu basamağın temelini Wertheimer, Köhler ve Koffka gibi sosyal bilimcilerin açıkladığı “gestalt psikolojisi” oluşturmaktadır (Özdemir, 2010). Gestalt psikolojisine göre insan zihni uyaranları parçalar halinde değil, bir bütün olarak algılaya eğilimindedir. Yapılan araştırmada enstrümantal orkestrasyon süreci; öğrencilerin enstrümantal oluşum süreci; öğrencilerin “ilişkilendirme”, “genelleme”, “değişmezleri araştırma” süreçleri ve “keşif ve yansıtma” bağlamındaki “keşfi ön plana alma” süreci ile ilgili veriler tablolar aracılığıyla görselleştirilmiştir. Diğer yandan öğrencilerin “amacı ön plana alma” süreci ile ilgili verileri grafikler aracılığıyla sunulmuştur. Bu noktada “amacı ön plana alma” sürecine ilişkin grafikler öğrencilerin problem çözme adımlarını ve bu adımlardaki akıl yürütme süreçlerini yansıtacak biçimde düzenlenmiştir. Bu grafiklerde hatalı stratejinin kullanıldığı adımlar ve hatalı stratejinin fark edilerek düzeltildiği adımlar farklı kodlar aracılığıyla belirtilirken; bu adımları oklar üzerinden takip eden katılımcılar “Atk (Atakan)”, “VI (Veli)”, “Se (Sera)”, “SI (Sıla)”, “La (Lale)”, “Nu (Nuray)” kısaltmalarıyla temsil edilmişlerdir. Bu kısaltmalara ZGA verilerini içeren tablolarda da yer verilirken; “amacı ön plana alma” sürecine ilişkin grafiklerde “Atk” ve “VI” lacivert; “Se” ve “SI” turuncu; “La” ve “Nu” yeşil renk ile gösterilmiştir.

Miles ve Huberman'ın (1984) analiz sürecinin üçüncü aşaması ise *sonuca ulaşma ve doğrulama (conclusion drawing/ verification)* bölümüdür. Bu basamakta veri analiz

süreci boyunca yapılan çıkarımlar karşılaştırılmakta, verilerin içerdiği anlamlar keşfedilmekte ve hedeflenen sonuca ulaşılmaktadır. Bu araştırmada eş zamanlı olarak gerçekleşen enstrümantal oluşum, ZGA ve enstrümantal orkestrasyon süreçlerine ilişkin veriler karşılaştırılmış, bu veriler arasındaki ilişkiler değerlendirilmiş ve ulaşılan sonuçlar gerekçelerle doğrulanmıştır.

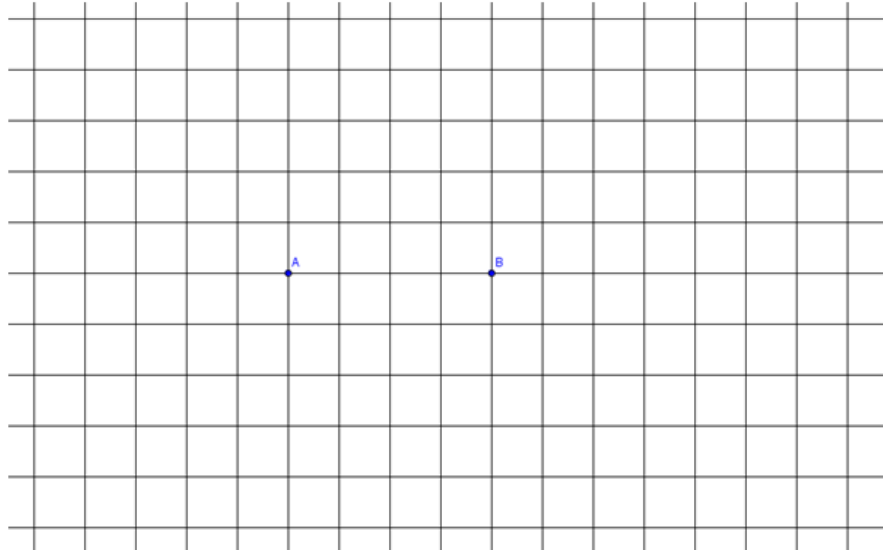
3. BULGULAR

Araştırmanın bulguları, öğretim deneyi sürecindeki klinik görüşme ve öğretim bölümü aşamalarına ait bulguları kronolojik sırayla yansıtmaktadır. Bu bağlamda ön klinik görüşme, her bir öğretim bölümü ve öğretim bölümlerinin aralarında yapılan klinik görüşmeler sırayla sunulmuştur. Ayrıca araştırma problemlerine uygun olarak, klinik görüşmelerdeki ZGA ve enstrümantal oluşum süreçlerine ilişkin bulgular ve öğretim bölümlerindeki enstrümantal orkestrasyon bulguları ayrı alt başlıklarda verilmiştir.

3.1. Ön Klinik Görüşmenin Bulguları

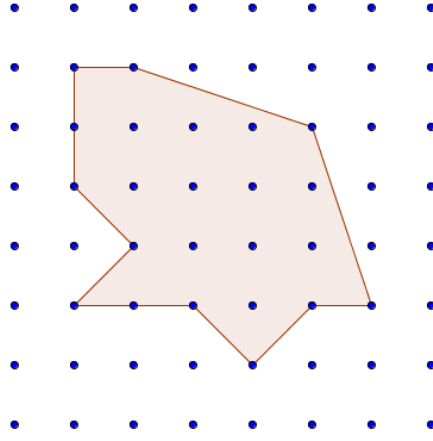
Katılımcılarla yapılan ön klinik görüşmenin birinci sorusu tüm ZGA bileşenlerini ortaya çıkarmaya uygun bir “geometrik yer keşfi” problemidir. Bu problemde kareli kâğıtta iki köşe noktası ve alanı verilmiş görünmez bir üçgenin üçüncü köşe noktasının nerede olabileceği sorulmaktadır (bkz. Şekil 9).

Alan ölçüsü $8 br^2$ olan bir üçgenin iki köşe noktası (A ve B) görülmektedir. Bu üçgenin üçüncü köşesi nerede olabilir?



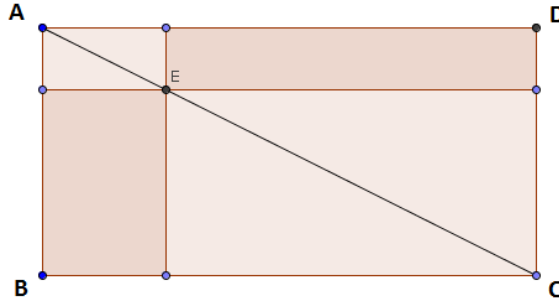
Şekil 9. Ön Klinik Görüşmenin Birinci Problemi

İkinci problem ilişkilendirme, Genelleme, Keşif ve Yansıtma bileşenlerini ortaya çıkarmaya uygun bir “geometrik yapıyı analiz etme” problemidir. Bu problemde noktalı kâğıtta verilmiş bir çokgenin alanının kaç br^2 olduğu sorulmaktadır (bkz. Şekil 10).



Şekil 10. *Ön Klinik Görüşmenin İkinci Probleminde Alanı Sorulan Çokgen*

Şekil 11’de verilen ABCD dikdörtgeni içerisindeki koyu renk ile gösterilen dikdörtgensel bölgelerin alanlarının karşılaştırılması ve aralarında bir ilişki olup olmadığının gerekçeleriyle açıklanması istendiği üçüncü problem ise tüm ZGA bileşenlerini ortaya çıkarma potansiyelini taşıyan bir “doğrulama” problemidir.



Şekil 11. *Ön Klinik Görüşmenin Üçüncü Probleminde Verilen Dikdörtgensel Bölgeler*

3.1.1. Odak katılımcıların ön klinik görüşmedeki ZGA süreçleri

Ön klinik görüşme kapsamında sorulan 3 probleme yönelik ortaya çıkan ZGA süreçleri "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" süreçlerine yönelik ayrı başlıklarda verilmiştir.

3.1.1.1. Ön klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri

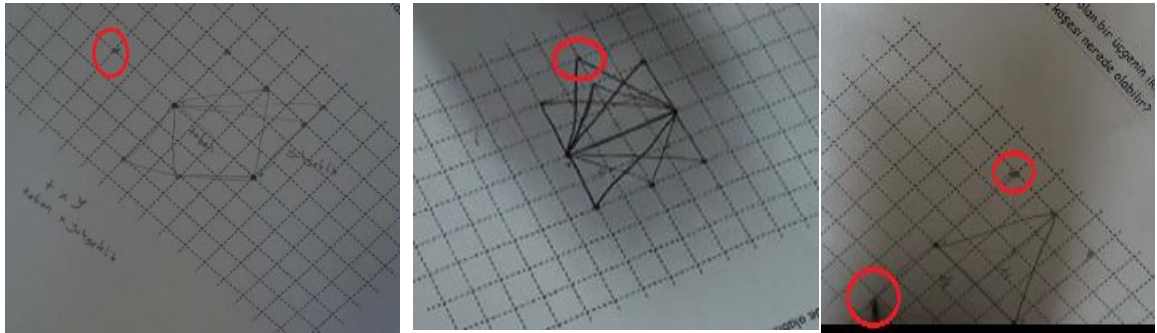
Odak katılımcıların ön klinik görüşmede sorulan üç probleme ilişkin gerçekleştirdikleri ZGA süreçlerinden “İlişkilendirme” bileşenine ait TŞPİ, BŞİ ve ÖMB süreçleri Tablo 7’de görülmektedir.

Tablo 7. Ön Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri

Soru 0.1	Soru 0.2	Soru 0.3
TŞPİ - Üçgenleri çizerken alan – yükseklik ilişkisine odaklanma [Atk, Se]	- Çokgeni tanıdık çokgenlere ayırma [Atk, Se, SI] - Çokgeni kareye genişletmek için eksik parçaların alanlarına odaklanma [Atk, Se, SI, La] - Çokgenin alanı için birim kareleri sayma [Atk, VI, La, Nu] - Çokgenin tümünü tanıdık bir çokgene dönüştürmek için parçaların yerlerini değiştirme [VI]	- Taralı dikdörtgenel bölgelerin alanları arasında ilişki kurma [Atk, VI, Se, La, SI, Nu] - Köşegenin dikdörtgende oluşturduğu üçgenlerin alanlarına odaklanma [Atk, Se] - Verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin kenar uzunluklarına odaklanma [Se, SI] - Yardımcı çizimlerle dikdörtgeni eş parçalara ayırma [VI, Se, La, Nu] - Verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin köşegenleri arasında ilişki kurma [Atk, Se]
BŞİ - Simetrik üçgenler arasında ilişki kurma [Atk, Se, SI] - Üçgenlerin yükseklikleri arasında ilişki kurma [Atk, Se] - Üçgenlerin AB kenarları arasında ilişki kurma [Atk, Se, SI, La]		
ÖMB - Simetri üzerinden akıl yürütme [Atk, Se, SI]		

Tablo 7 incelendiğinde ön klinik görüşme problemlerinde genel olarak Atakan ve Sera’nın diğer katılımcılara göre daha fazla ilişkilendirme yaptıkları; Nuray’ın ise en az

ilişkilendirme yapan katılımcı olduğu ortaya çıkmıştır. TŞPİ süreçleri çerçevesinde alanı ve 2 noktası verilen üçgenin üçüncü noktası için Atakan ve Sera'nın üçgenin alan bağıntısına dikkat ettikleri ve çizilen üçgenin 8 birimkarelik alana sahip olması için 4 birim yüksekliğe sahip olması gerektiğini düşündükleri görülmüştür. Diğer katılımcılar ise bu ilişkiyi dikkate almamışlardır. Katılımcıların bu problemin çözümünde BŞİ süreçleri incelendiğinde; Atakan, Sera ve Sıla'nın üçgenleri incelerken AB kenarına göre simetrik olan üçgenler arasında “eşlik” ilişkisini dikkate aldıkları ve çizilen her üçgenin AB kenarına göre simetriğinin de çözüm kümesine dâhil olduğunu düşündükleri görülmüştür. Diğer yandan Atakan ve Sera çizdikleri tüm üçgenlerin yüksekliklerinin eşit olması gerektiğini göz önüne almışlardır. Bu bileşene yönelik diğer süreçte Atakan, Sera, Sıla ve Lale çizilen üçgenlerin AB kenarları arasındaki ilişkiye odaklanmışlar ve üçgenlerin bu kenarlarının ortak olması gerektiğine dikkat etmişlerdir. Birinci problemin çözümündeki ÖMB süreçleri incelendiğinde Atakan, Sera ve Sıla'nın simetrik üçgenler üzerinde akıl yürüttükleri ve doğru çizimler yaptıkları görülmüştür. Tablo 7 incelendiğinde Veli ve Nuray'ın birinci problemin çözümünde ilişkilendirme yapamadıkları, Nuray'ın çözüm sürecinde ikizkenar bir üçgen çizerek üçgenin kenarlarından birisini yükseklik olarak gösterdiği ve çözümü ilerletemediği; Veli'nin ise yükseklikleri eşit olmayan ve tabanları ortak olmayan rastgele üçgenler çizdiği; soruda verilen A noktasının yerini değiştirdiği (bkz. Şekil 12a); taban kenarına göre simetrik olmayan üçgenler oluşturduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra Sıla'nın da üçgende yüksekliği değiştirerek çizim yaptığı (bkz. Şekil 12b); Lale'nin ise işaretlediği noktaların sadece birisinin tabana göre simetrisine odaklandığı, ancak simetrik noktayı hatalı belirlediği gözlenmiştir (bkz. Şekil 12c).



(a)

(b)

(c)

Şekil 12. Ön Klinik Görüşmenin Birinci Sorusuna İlişkin Öğrenci Örnekleri

Katılımcıların TŞPİ süreçleri bağlamında ikinci problem olan çokgenin alanını belirlemede; Atakan, Sera ve Sıla'nın verilen çokgeni tanıdık çokgenlere parçalamaya odaklandıkları; Atakan, Sera, Sıla ve Lale'nin verilen çokgeni bir kareye tamamlayacak eksik parçaların alanlarını inceledikleri; Atakan, Veli, Lale ve Nuray'ın verilen çokgenin içerisindeki birim kareleri saydıkları; Veli'nin ise verilen çokgenin tüm parçalarını yeniden birleştirerek tanıdık bir çokgen (kare) oluşturmayı düşündüğü görülmüştür. Bununla birlikte bulgular dikkate alındığında hiçbir katılımcının BŞİ ve ÖMB sürecine rastlanmamıştır.

Üçüncü probleminin çözümündeki TŞPİ süreçleri çerçevesinde tüm katılımcıların koyu renkle verilen dikdörtgensel bölgelerin alanları arasında ilişkiye odaklandıkları görülmüştür. Diğer yandan Atakan ve Sera'nın dikdörtgende köşegenin oluşturduğu üçgenleri ilişkilendirdikleri ve alanlarının eşit olduğunu ifade ettikleri; Sera ve Sıla'nın verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin kenar uzunluklarına odaklandıkları; Veli, Sera ve Nuray'ın yardımcı çizimlerle dikdörtgeni eş olduklarını tahmin ettikleri parçalara ayırdıkları; Atakan ve Sera'nın verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin köşegenlerini ilişkilendirdikleri ve köşegenlerin aynı doğru üzerinde yer aldığını belirttikleri ortaya çıkmıştır. Diğer yandan problemin yapısı gereği katılımcıların BŞİ ve ÖMB ile ilgili süreçleri görülmemiştir.

3.1.1.2. Ön klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri

Odak katılımcıların ön klinik görüşmedeki “Genelleme” süreçleri Tablo 8’de görülmektedir.

Tablo 8. Ön Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri

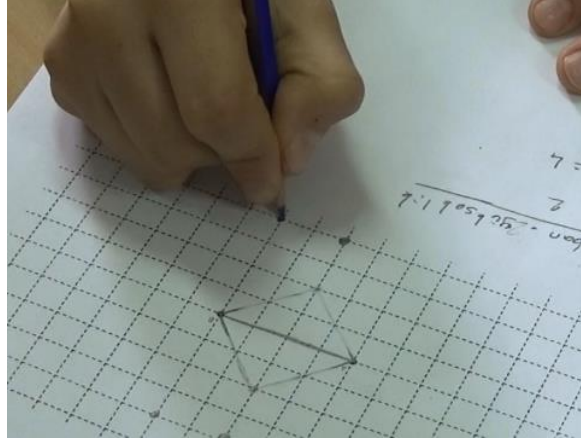
	Soru 0.1	Soru 0.2	Soru 0.3
TDY	- Üçgenin alan bağıntısı odaklı düşünce - doğru çıkarım [Atk, Se, La] - hatalı çıkarım [VI, SI, Nu]	- Karenin alan bağıntısı odaklı düşünce [Atk, VI, Se, La] - Üçgenin alan bağıntısı odaklı düşünce [Atk, Se]	- Dikdörtgende köşegen ve eş üçgenlere odaklı düşünce [Atk, Se] - Dikdörtgenin alan bağıntısı odaklı düşünce [Se, SI]
	- Simetri ve eşlik odaklı düşünce [Atk, Se, SI]	- Dikdörtgenin alan bağıntısı odaklı düşünce [Atk, Se]	

Tablo 8. (Devam) *Ön Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri*

	Soru 0.1	Soru 0.2	Soru 0.3
VSD	<ul style="list-style-type: none">- İkizkenar üçgene odaklanma [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]- Dik üçgenlere odaklanma [Atk, VI, Se, SI, La]- Alan bağıntısı ön bilgisine uygun olmayan üçgenler oluşturma [Atk, VI, SI, Nu]- Üçgenin tepe noktasını birim karelerin köşelerinde işaretleme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]- AB kenarına göre simetrik köşe noktalarını çözüm kümesine dahil etme [Atk, Se, SI]- Geniş açılı üçgenleri inceleme ve değerlendirme [Se]	<ul style="list-style-type: none">- Verilen çokgenin içindeki birim karelere odaklanma [Atk, VI, Se, La]- Verilen çokgen içinde dikdörtgen oluşturan parçalara odaklanma [Atk, Se]- Verilen çokgen için dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmayı deneme [SI]- Verilen çokgene dışarıdan parçalar ekleme ve oluşan yeni şeklin alanını hesaplama [Atk, Se, SI, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- ABCD dikdörtgeni içerisindeki üçgenel bölgelerin ilişkilerine yönelik çıkarım [Atk, Se]- Dikdörtgenel bölgelerin alanlarını karşılaştırırken görsel algıya dayalı yardımcı çizimler yapma [VI, Se, Nu]- Dikdörtgenel bölgelerin kenar uzunlukları için tahmini sayı değerleri kullanma ve alan hesabı yapma [Se, SI]- Taralı dikdörtgenel bölgelerin alanlarının eşit olmadığına yönelik görsel algıya dayalı çıkarım [SI, La]- Taralı dikdörtgenel bölgelerin alanlarının eşit olduğuna yönelik görsel algıya dayalı çıkarım [VI, Se, Nu]
TÇK		<ul style="list-style-type: none">- Problemin çözümünü sağlayan stratejilere yönelik genelleme [VI, Se]	<ul style="list-style-type: none">- Taralı dikdörtgenel bölgelerin alanlarının eşitliğine yönelik tümdengelimli çıkarım [Atk]

Tablo 8 incelendiğinde katılımcıların TÇK düzeyinde genellemelere ulaşmada zorlandıkları görülmektedir. Odak katılımcıların birinci probleme yönelik TDY süreçleri incelendiğinde; tüm katılımcıların üçgenin alan bağıntısını dikkate aldıkları görülürken; bu bağlamda Atakan, Sera ve Lale'nin doğru çıkarım yaptıkları; Veli, Sıla ve Nuray'ın ise hatalı çıkarımda buldukları görülmüştür. Hatalı çıkarım yapan öğrenciler, üçgende alan bağıntısını “*taban kenarının uzunluğu ile yüksekliğin çarpımı*” olarak açıklamışlardır. Bunun yanı sıra, Atakan, Sera ve Sıla'nın simetri ve eşlik odaklı düşünce üzerinden çözümlerini gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Bu öğrenciler alanı 8 birim kare olarak çizilen bir üçgenin taban kenarına göre simetrisi ile eş olduğunu ve simetrik üçgenin de alanının 8 birim kare olduğunu dikkate almışlardır. Katılımcıların VSD süreçleri incelendiğinde ise; tüm katılımcıların alanı 8 birim kare olması istenen üçgenlerin çiziminde öncelikle ikizkenar üçgenleri ele aldıkları; sonrasında Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale'nin dik üçgen çizdikleri; Atakan, Veli, Sıla ve Nuray'ın alan

bağıntısına ilişkin ön bilgilerine uygun olmayan üçgen çizimleri yaptıkları; Atakan, Sera ve Sıla'nın AB kenarına göre simetrik köşe noktalarını çözüm kümesine dâhil ettikleri; katılımcılardan yalnızca Sera'nın bazı geniş açılı üçgenlerin tepe noktalarına odaklandığı görülmüştür. Bunun yanında VSD süreçleri içerisinde, tüm katılımcıların tepe noktalarını araştırırken sadece kareli kâğıttaki birim karelerin köşelerinde işaretleme yaptıkları da belirlenmiştir (bkz. Şekil 13).

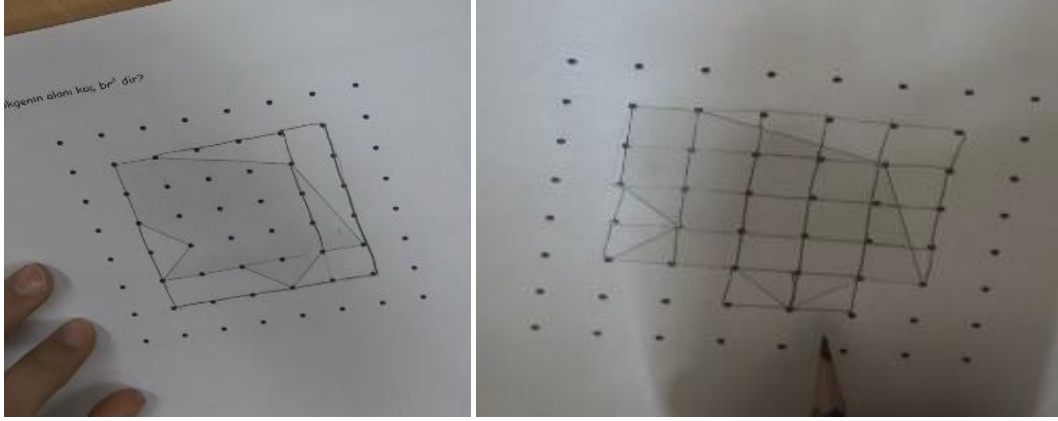


Şekil 13. Birim Karelerin Köşeleri Üzerinde Yapılan İşaretlemeler

Birinci problemin çözümünde hiçbir katılımcı tüm çözüm kümesine yönelik bir genellemeye ulaşamadığı için TÇK'ye ilişkin bir bulguyla karşılaşılmamıştır.

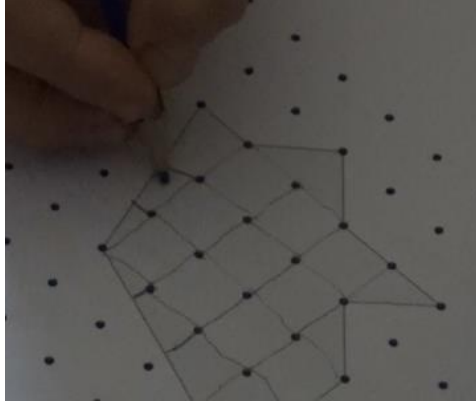
İkinci problemin çözümündeki TDY süreçleri incelendiğinde Atakan, Veli, Sera ve Lale'nin karenin alan bağıntısını kullanmayı ön plana aldıkları ve çözüm sürecini bunun üzerinden yapılandıkları görülmüştür. Bu katılımcılar verilen şekli bir kareye genişletmeyi ya da şeklin parçalarını yeniden birleştirerek bir kare oluşturmayı hedeflemişlerdir. Bunun dışında, Atakan ve Sera'nın üçgenin alan bağıntısı ve dikdörtgenin alan bağıntısı odaklı fikirler yardımıyla çözümler ortaya koydukları görülmüştür. İki katılımcı verilen şeklin içerisinde oluşturdukları üçgenlerin ve dikdörtgenlerin alanını kullanmayı ön plana almışlardır. Diğer yandan, Sıla ve Nuray'ın TDY'ye yönelik bir süreç gerçekleştirmedikleri belirlenmiştir. İkinci problemin çözümünde VSD bağlamındaki süreçler incelendiğinde Atakan, Veli, Sera ve Lale'nin verilen çokgen içerisindeki birim kareleri saydıkları; Atakan ve Sera'nın verilen şeklin içindeki dikdörtgen oluşturan parçalara odaklandıkları görülmüştür. Bununla beraber Atakan, Sera, Sıla ve Nuray'ın verilen çokgeni tanıdık bir çokgene tamamlayacak biçimde dışarıdan parçalar ekledikleri ve yeni oluşan şeklin alanını hesapladıkları

gözenmiştir. Bu işlem sırasında Atakan, Sera ve Sıla'nın verilen şekli kareye tamamladıkları; Nuray'ın ise yarım birim kareleri birer birim kareye genişleten çizimler yaptığı belirlenmiştir. Bu işlemlerin sonunda Atakan ve Sera'nın oluşturdukları kare üzerinden yeni çözüm stratejileri geliştirdikleri; Sıla ve Nuray'ın ise oluşturdukları şekillerin alanlarını hesaplayarak hatalı sonuca ulaştıkları gözlenmiştir (bkz. Şekil 14). Diğer yandan doğru sonuca ulaşmayan bir diğer çözüm sürecinde Sıla'nın verilen çokgenin alanını hesaplarken dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmaya çalıştığı ortaya çıkmıştır.

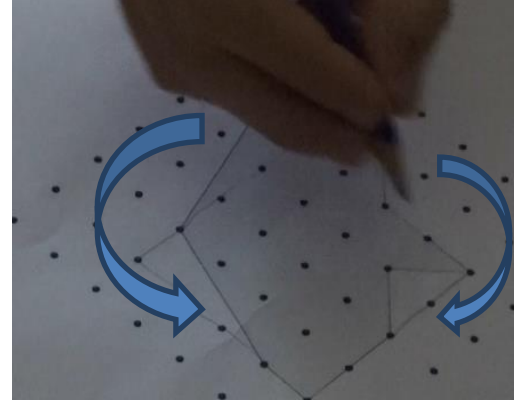


Şekil 14. Sıla ve Nuray'ın Verilen Şekli Genişlettikleri Çizimleri

TÇK bağlamında problemi ikişer farklı yöntemle çözen Veli ve Sera kullandıkları stratejilerin geçerliğine yönelik genellemeye ulaşmışlardır. Veli birinci çözümde verilen şeklin içerisindeki birim kareleri ve birleştiklerinde birim kare oluşturan parçaları hesaplama yöntemini (bkz. Şekil 15a); ikinci çözümde şeklin içerisindeki parçaların yerini değiştirerek bir kare oluşturma yöntemini kullanmıştır (bkz. Şekil 15b).



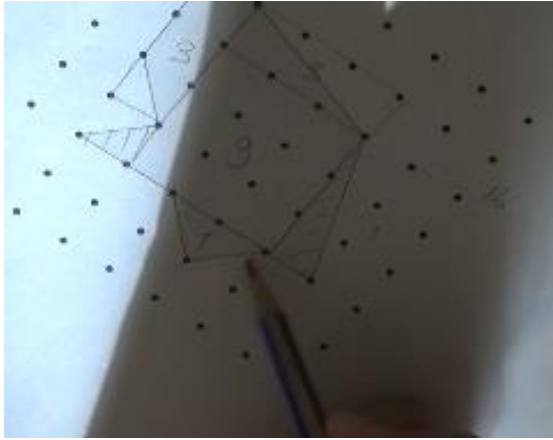
(a)



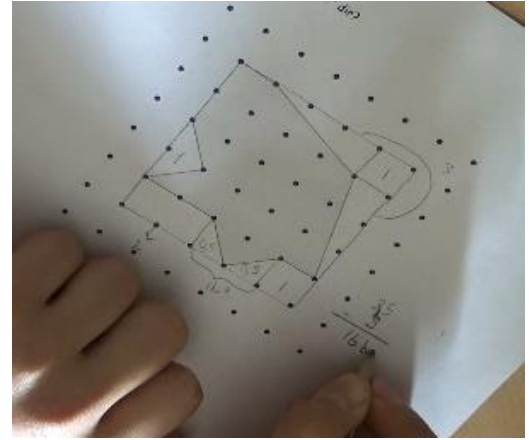
(b)

Şekil 15. Veli'nin Kullandığı Yöntemler

Bunun yanında Sera birinci çözümünde şeklin içerisinde üçgen, dikdörtgen ve kare oluşturan parçalara odaklanmış ve ayrı ayrı hesapladığı alanları toplamıştır (bkz. Şekil 16a). Sera ikinci çözümünde ise ek parçalar kullanarak verilen şekli bir kareye tamamlamış; daha sonra eklediği parçaların alanlarını karenin alanından çıkarmıştır (bkz. Şekil 16b).



(a)

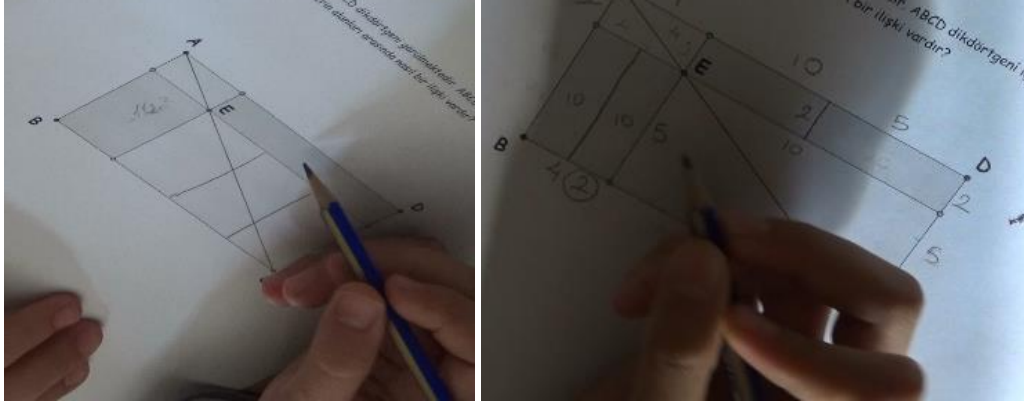


(b)

Şekil 16. Sera'nın Kullandığı Yöntemler

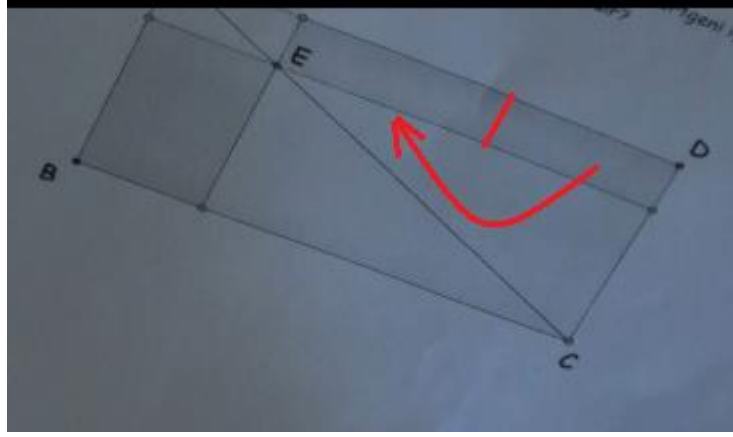
Üçüncü probleme yönelik TDY süreçleri bağlamında Atakan ve Sera bir köşegenin dikdörtgeni iki eş üçgene ayırdığı düşüncesi üzerinden çözüm yolları inşa etmişlerdir. Diğer yandan Sera ve Sıla dikdörtgenin alan bağıntısına odaklı düşünceden yola çıkmışlardır. Bu bağlamda iki katılımcı verilen dikdörtgenlerin kenar uzunlukları için tahmini değerler vererek alan bağıntısını uygulamayı düşünmüşlerdir. Üçüncü problemdeki VSD ile ilgili bulgular incelendiğinde Atakan ve Sera'nın verilen şekildeki dikdörtgenlerde köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin alanlarına ilişkin çıkarımda

buldukları; Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın algısal (perceptual) gerekçelerle (Harel and Sowder, 1998) yardımcı çizimler yaptıkları ya da dikdörtgenlerin kenar uzunlukları için tahmini değerler kullandıkları görülmüştür (bkz. Şekil 17). Sera ve Sıla'nın bu tahmini değerlerden yararlanarak dikdörtgenlerin alanlarını hesapladıkları ve çıkan sonuçları karşılaştırdıkları belirlenmiştir.



Şekil 17. *Algısal Gerekçeyle Yardımcı Çizim Yapma ve Tahmini Uzunluk Değeri Verme*

Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarını karşılaştırırken algısal gerekçeler üzerinden çıkarımlara ulaşmışlardır. Bu bağlamda Sıla ve Lale şekillerin görüntüsüne dayalı olarak taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olmadığını; Veli, Sera ve Nuray ise taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğunu ortaya koymuşlardır. Katılımcıların açıklamalarına örnek olarak, Lale “*Burası 10 birim (kare) olsa burası daha şey olur. Daha az olur yani. Daha az birim olur bence. Alanlarının eş olduğu bir durum olmaz. Çünkü bunun kısa kenarı ve bunun kısa kenarı arasında fark var*” biçiminde düşüncesini açıklarken; Veli “*Öğretmenim bunu (dikdörtgeni) ikiye bölersek... Bu iki parçası aynı olur. Bunu ikiye bölüp (parçaları üst üste) koysak eşit çıkabilir. Bunlar eşit mesela... Ondan sonra şuraya şöyle (dikdörtgenlerden birisinin parçalarını yeniden birleştirerek diğer dikdörtgenin eşini oluşturabileceğini düşünür)* (bkz. Şekil 18). *Öğretmenim eşitler bence*” açıklamasını yapmıştır.



Şekil 18. Veli'nin Algıya Dayalı Olarak Gerçekleştirdiği Akıl Yürütme

Üçüncü probleme ilişkin TÇK süreçleri kapsamında yalnızca Atakan'ın taralı dikdörtgenel bölgelerin alanlarının eşit olduğuna yönelik tümdengelimli akıl yürütmeye dayalı çıkarım yaptığı belirlenmiştir. Bu çerçevede Atakan bir köşegenin dikdörtgeni iki eş üçgene ayırdığını, dikdörtgenler içerisinde birbirine eş üçgenlerin oluştuğunu, eş üçgenlerin alanlarının eşit olduğunu ve dolayısıyla taralı dikdörtgenel bölgelerin alanlarının da eşit olması gerektiğini vurgulamıştır. Atakan “*İkisi de aynıdır bence. Burası (büyük dikdörtgenin köşegenini gösterir) birleşmiş. Bu iki üçgen (köşegenin dikdörtgende ayırdığı üçgenleri gösterir) aynı bence. Burayı da... İki üçgen (köşegenin diğer dikdörtgende ayırdığı üçgenleri gösterir) de aynı. Bunlar da (taralı dikdörtgenel bölgelerin kenarlarını ifade eder) eşit uzunlukta olmasa da alanları aynı olur öğretmenim*” ifadesini kullanmıştır.

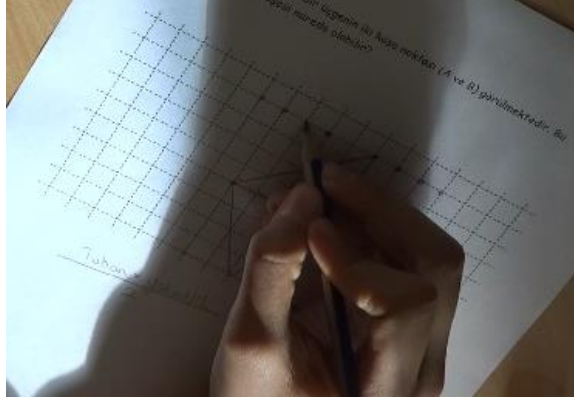
3.1.1.3. Ön klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

Odak katılımcıların ön klinik görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” süreçleri Tablo 9’da görülmektedir.

Tablo 9. Ön Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

	Soru 0.1	Soru 0.2	Soru 0.3
DD	- Üçüncü köşe noktasını görünmez bir doğru üzerinde değiştirme [Se]		
EKK	- Seçilen köşe noktalarına bağlı olarak yüksekliğin değişmediğini gösterme [Atk, Se]	- Çokgenin parçaları yer değiştirdiğinde alanın değişmediğini belirtme [Atk, V1, Se, La]	
	- Oluşturulan üçgenlerde taban kenarının değişmediği gösterilir [Atk, Se, S1, La]		

Yapılan klinik görüşmenin birinci probleminde sadece Sera'nın dinamik düşünmeyi gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Bu bağlamda Sera'nın üçgenin tepe noktasını görünmez bir geometrik yer (paralel doğrular) üzerinde değiştirdiği görülmüştür (bkz. Şekil 19). Bununla beraber Sera'nın doğruların üzerindeki tüm noktalara değil, sadece birim karelerin köşelerine karşılık gelen noktalara odaklandığı belirlenmiştir.



Şekil 19. *Sera'nın Görünmez Geometrik Yer Üzerinde Sürdüğü İşaretlemeler*

“EKK” süreçleri bağlamında Atakan ve Sera'nın oluşturulan üçgenlerin yüksekliklerinin değişmediğini; Atakan, Sera, Sıla ve Lale ise oluşturulan üçgenlerin taban kenarlarının aynı kaldığını belirttikleri görülmüştür. Bu bileşene ilişkin en fazla göstergelyi Atakan ve Sera ortaya koyarken, Veli ve Nuray'ın ilgili bileşene yönelik herhangi bir göstergesi ortaya çıkmamıştır.

Klinik görüşmenin ikinci probleminde, problemin yapısı gereği DD süreçleri görülmemiştir. Bunun yanında Atakan, Veli, Sera ve Lale'nin EKK ile ilgili süreçleri kapsamında, verilen çokgenin parçaları yer değiştirdiğinde alanının korunacağını dikkate aldıkları gözlenmiştir.

Klinik görüşmenin üçüncü probleminde ise, problemin yapısı uygun olmasına karşılık hiçbir katılımcı DD ve EKK ile ilgili bir süreç ortaya koymamıştır.

3.1.1.4. Ön klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

Odak katılımcıların ön klinik görüşmedeki “Keşif ve Yansıtma” ZGA'sı kapsamında “Keşfi Ön Plana Alma (KÖP)” süreçleri Tablo 10'da görülmektedir.

Tablo 10. Ön Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

	Soru 0.1	Soru 0.2	Soru 0.3
KÖP	- Çözüm kümesinde ikizkenar üçgenler olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Şeklin tanıdık çokgenlere ayrılabilirdiğini keşfetme [Atk, VI, Se]	- ABCD dikdörtgenin içerisinde eş üçgenler olduğunu keşfetme [Atk, Se]
	- Çözüm kümesinde dik üçgenler olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La]	- Şeklin içindeki parçaların tanıdık çokgenler oluşturacak biçimde birleştirilebildiğini keşfetme [Atk, VI, Se]	- Taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eş olduğunu keşfetme [Atk]
	- Çözüm kümesinde geniş açılı üçgenler olabileceğini keşfetme [Se]	- Birim karelere dayalı stratejiler keşfetme [Atk, VI, La, Nu]	
	- AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan üçgenlerin çözüm kümesinde yer aldığını keşfetme [Atk, Se, Sl]	- Şekli bir kareye genişletecek ek parçaların kullanılabilirdiğini keşfetme [Atk, Se, Sl, La] - Şeklin içindeki parçaların yerleri değiştirilerek bir kare oluşturulabilirdiğini keşfetme [VI]	

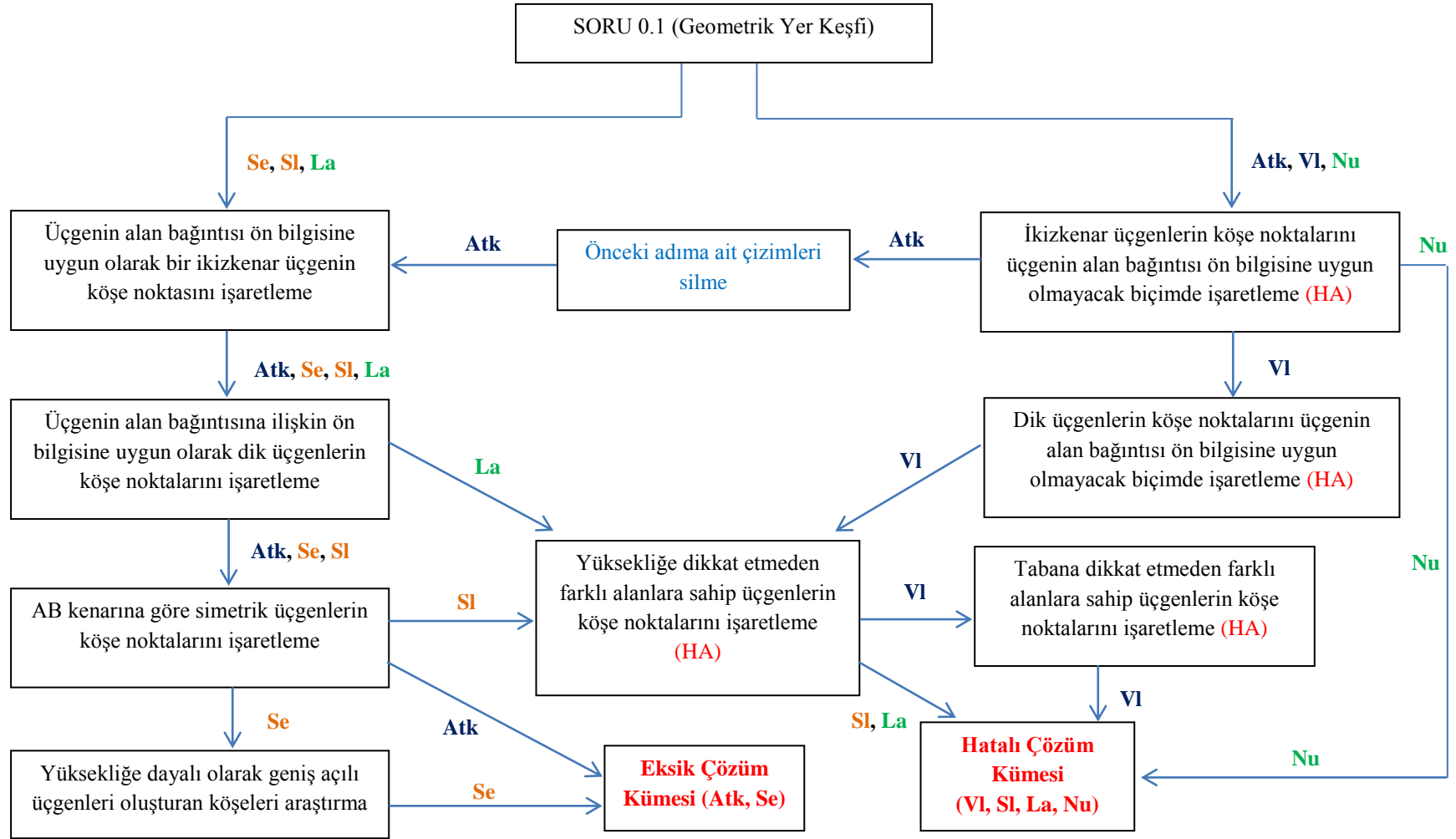
Tablo 10 incelendiğinde üç problemin çözümünde de Atakan ve Sera'nın diğer katılımcılardan daha fazla keşif süreci gerçekleştirdikleri görülmüştür. Birinci problemin çözümünde tüm katılımcılar çizdikleri ikizkenar üçgenlerin çözüm kümesinin içinde yer aldığını; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale çizdikleri dik üçgenlerin de çözüm kümesine dahil olduğunu; Sera çözüm kümesine geniş açılı üçgenlerin de dahil olabileceğini; Atakan, Sera ve Sıla AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan üçgenlerin çözüm kümesinin içinde yer aldığını keşfetmişlerdir. Çözüm sürecindeki en sınırlı keşfin Nuray tarafından yapıldığı görülürken, Lale ve Veli'nin de simetrik üçgenlere yönelik incelemelerinin yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Diğer yandan Sera'nın geniş açılı üçgenlerin tepe noktalarını işaretlemesine rağmen bu üçgenlerin taban kenarlarıyla ilgili kavramsal yanılgılara düştüğü ve yaptığı keşfin doğruluğundan bir süre emin olamadığı gözlenmiştir. Sera, “(İşaretlemeler) Buraya kadar gidebilir yani (kağıdın sonunu gösterir)... Ama burası (taban kenarının uzantısını gösterir) hesaba katılmıyor diye düşünüyorum hocam. Mesela bu (tepe noktası) buraya (geniş açılı üçgen oluşturacak bir yere) gidecek ya... Veya şuraya (işaretlediği noktalardan bir diğerini gösterir). Burada böyle üçgen (geniş açılı üçgen) oluşacak. Taban burayı... Burayı (taban kenarının uzantısını gösterir) da kapsıyor mu taban? Bence kapsamaz.

Şurası da taban olarak sayılır mı? Diye aklıma takıldı. Ama bence sayılmaz. Ben böyle hatırlıyorum hocam” ifadesini kullanmıştır.

İkinci probleme ilişkin KÖP bulguları incelendiğinde Atakan, Veli ve Sera'nın verilen şeklin çeşitli tanıdık çokgenlere parçalanabildiğini ve şeklin parçalarının tanıdık başka çokgenler oluşturacak biçimde birleştirilebildiğini keşfettikleri görülmüştür. Bununla birlikte Atakan, Veli, Lale ve Nuray yaptıkları incelemelerde birim karelere dayalı stratejileri; Atakan, Sera, Sıla ve Lale verilen şekli bir kareye genişletecek ek parçaların kullanılabildiğini; Veli ise verilen şeklin içerisindeki parçaların yerlerini değiştirerek tüm şeklin bir kareye dönüştürülebildiğini keşfetmişlerdir. İkinci probleme ilişkin çözüm sürecinde en sınırlı keşfin Sıla ve Nuray tarafından gerçekleştiği görülmüştür. Diğer yandan Atakan, Veli ve Sera'nın diğerlerinden daha fazla keşif sürecine girdikleri ortaya çıkmıştır. Buna karşılık Atakan'ın yaptığı incelemelerin ardından çözüm sürecini ilerletemediği ve sonuca ulaşamadığı bilinmektedir. Atakan verilen çokgenin içerisinde yer alan bazı parçaların alanlarını hesapladığında tam sayı olmayan değerlere ulaştığını fark etmiş ve her seferinde çözümün çıkmaza girdiğini düşünmüştür. Diğer yandan Sera ve Veli ulaştıkları keşiflerin ışığında doğru çözüm adımlarını takip etmişler ve sonuca ulaşmışlardır.

Tablo 10'daki üçüncü probleme ilişkin bulgulara göre, Atakan ve Sera verilen ABCD dikdörtgenin içerisinde eş üçgenler oluştuğunu keşfederlerken; Atakan bu keşfi ilerletmiş ve koyu renkli dikdörtgensel bölgelerin alanlarının da eşit olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bununla birlikte diğer katılımcıların üçüncü problemi çözerken herhangi bir keşif sürecine girmedikleri görülmüştür.

“Keşif ve Yansıtma” bileşeninin AÖP alt bileşeni kapsamında odak katılımcıların birinci probleme yönelik inşa ettikleri çözüm basamakları Şekil 20'de görülmektedir. Şekil 20'de katılımcıların inşa ettikleri hatalı adımlar “HA” kodu ile belirtilmiş ve kırmızı renkte gösterilmişlerdir. Bunun yanında Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray isimleri sırasıyla Atk, VI, Se, Sl, La ve Nu kısaltmalarıyla verilmiş; öğretim deneyi sürecinde yan yana oturan çiftlerden Atk ve VI koyu mavi renkte, Se ve Sl turuncu renkte, La ve Nu yeşil renkte gösterilmiştir.



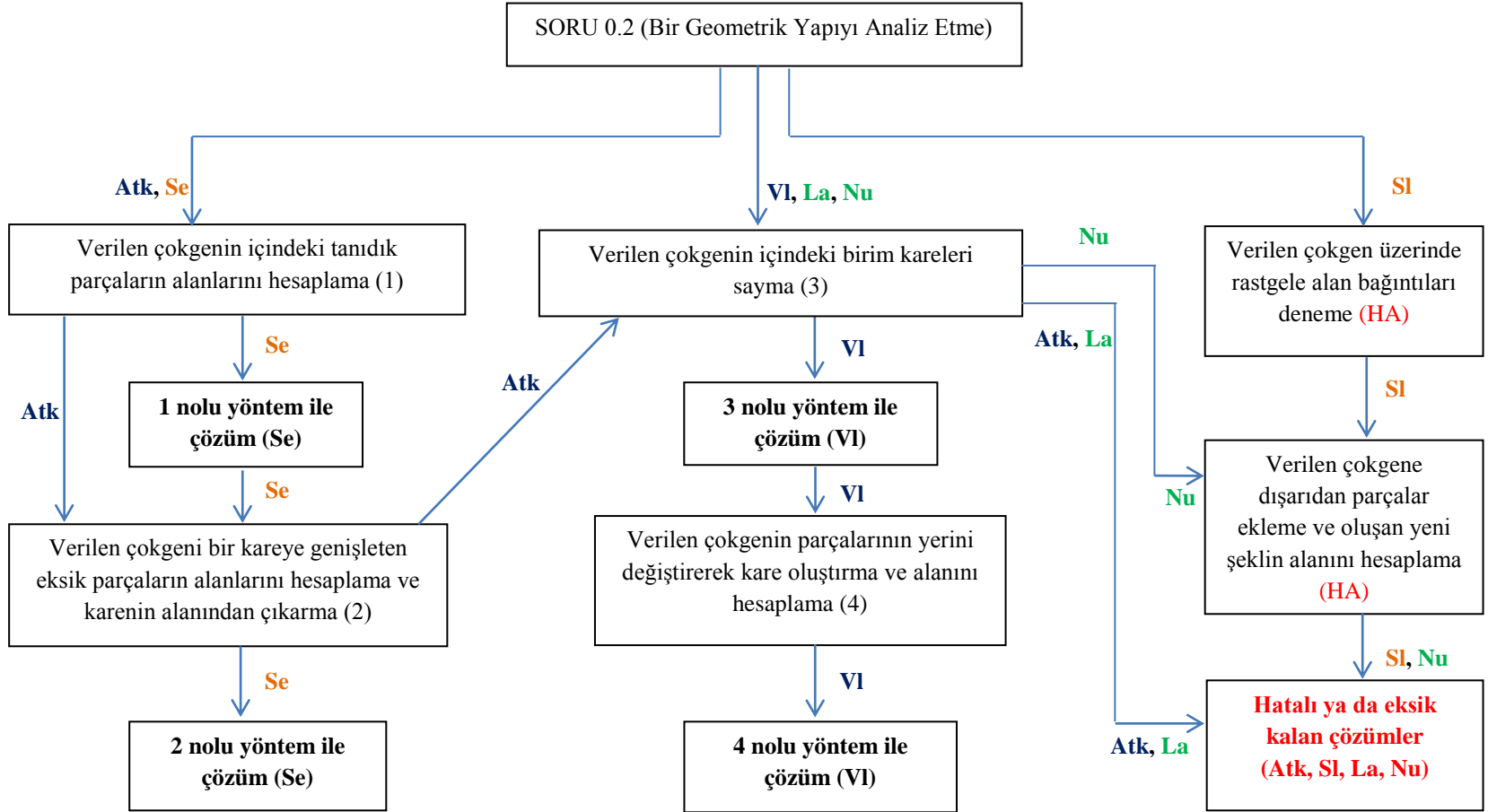
Şekil 20. Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin Birinci Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 20'ye göre Atakan'ın öncelikle üçgenin alan bağıntısı ön bilgisine uygun olmayacak biçimde hatalı ikizkenar üçgen çizimi yaptığı görülmüştür. Atakan ikinci adımında ise yaptığı hatayı fark ederek çizimini silmiş ve üçüncü adımda ikizkenar üçgenin köşe noktasını doğru yerde işaretlemiştir. Atakan sonraki adımlarda soruda verilen alana sahip dik üçgenleri oluşturan köşe noktalarını işaretlemiş ve simetri ön bilgisinden yararlanarak daha önce işaretlediği köşe noktalarının AB kenarına göre simetrilerini oluşturmuştur. Katılımcı çözüm kümesine geniş açılı üçgenlerin köşe noktalarını dâhil etmediği ve işaretlediği noktaları sadece birim karelerin köşelerinde seçtiği için eksik çözüm kümesine ulaşmıştır. Diğer katılımcı olan Veli'nin "Amacı Ön Plana Alma (AÖP)" sürecinde hatalı çözüm adımlarını takip ettiği gözlenmiştir. Bu noktada Veli birinci adımda üçgenin alan bağıntısı ön bilgisine uygun olmayacak biçimde bir ikizkenar üçgen çizimi yapmış; ikinci adımda yine ön bilgisine uygun olmayan dik üçgenler oluşturmuş; üçüncü adımda yükseklikleri farklı rastgele üçgen çizimleri yapmış; son adımda AB kenarları farklı üçgenler oluşturmuştur. İzlediği hatalı adımlar sonucunda Veli'nin hatalı çözüm kümesine ulaştığı görülmüştür.

Sera ve Sıla'nın izledikleri çözüm adımlarından birincisinde üçgenin alan bağıntısına ilişkin ön bilgisine uygun olarak ikizkenar üçgenin tepe noktasını oluşturdukları; ikinci adımda yine ön bilgisine uygun olarak dik üçgenlerin köşe noktalarını işaretledikleri; üçüncü adımda simetri ön bilgisini dikkate alarak taban kenarına göre simetrik üçgenler oluşturan köşe noktalarını işaretledikleri belirlenmiştir. Üçüncü adımdan sonra iki katılımcı farklı çözüm basamaklarını takip etmiştir. Sıla dördüncü adımda yükseklik değişmezine dikkat etmeden alanları eşit olmayan üçgenlerin köşe noktalarını çözüm kümesine dâhil etmiş ve hatalı çözüm kümesine ulaşmıştır. Sera ise yükseklik değişmezine dayalı olarak geniş açılı üçgenleri oluşturan köşe noktalarını incelemiştir. Sera incelemesini sadece birim karelerin köşe noktaları üzerinde yapmış ve eksik çözüm kümesine ulaşmıştır.

Lale birinci çözüm adımında üçgenin alan bağıntısı ön bilgisine uygun olarak ikizkenar üçgenin köşe noktasını işaretlemiş; ikinci adımda dik üçgenlerin köşe noktalarını işaretlemiş; üçüncü adımda yüksekliğe dikkat etmeden alanları birbirine eşit olmayan üçgenlerin köşe noktalarını işaretlemiş; izlediği adımlar sonucunda hatalı çözüm kümesine ulaşmıştır. Diğer odak katılımcı Nuray'ın ise üçgenin alan bağıntısına yönelik ön bilgisine uygun olmayacak biçimde ikizkenar üçgen oluşturduğu ve çözüm

adımlarını ilerletemeyerek hatalı çözüm kümesine ulaştığı görülmüştür. AÖP alt bileşeni kapsamında odak katılımcıların ikinci probleme yönelik inşa ettikleri çözüm basamakları Şekil 21’de görülmektedir.



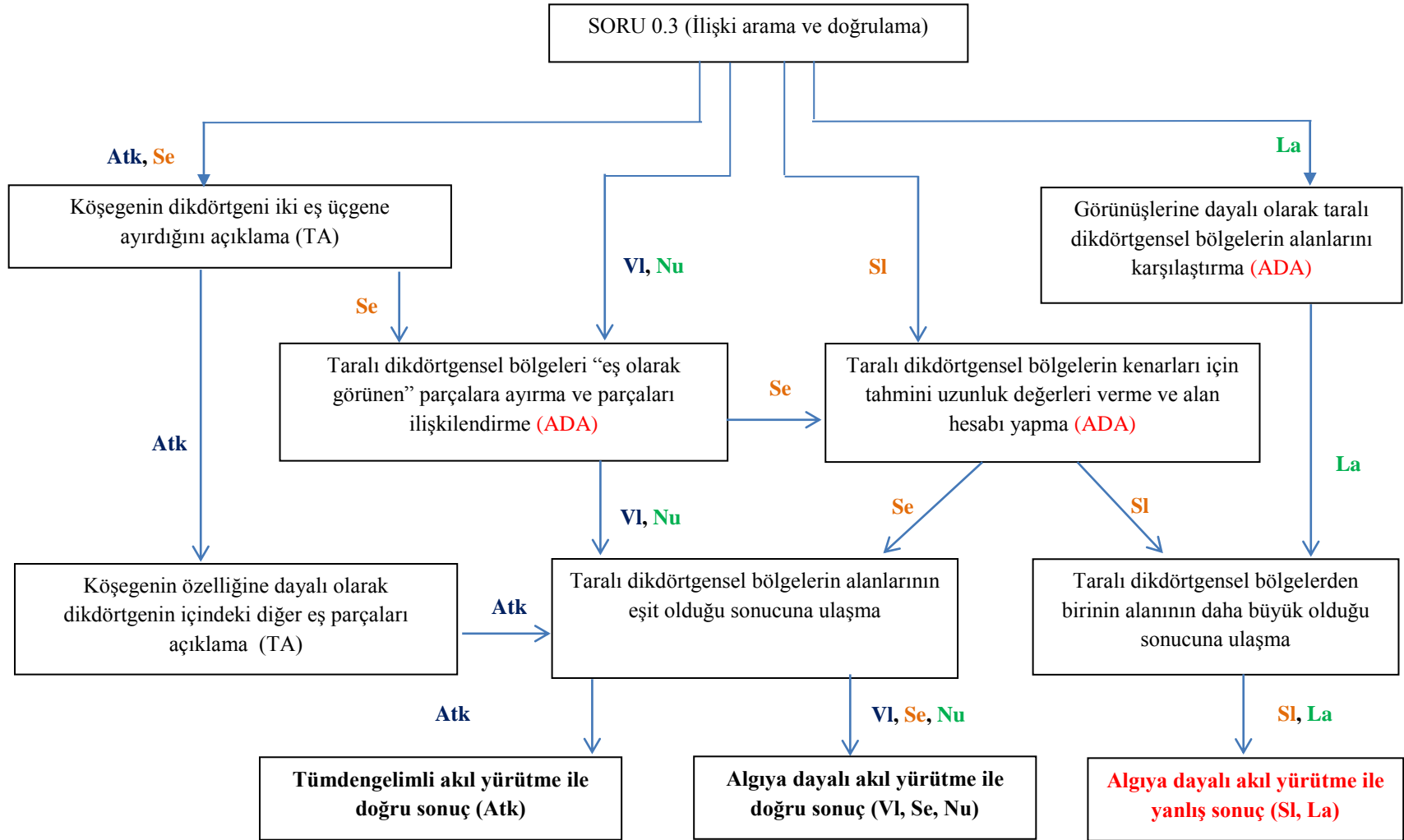
Şekil 21. Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin İkinci Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 21 ışığında katılımcıların 6 çözüm yolu inşa ettiği ve bunlardan iki tanesinin hatalı olduğu ortaya çıkmıştır. Atakan verilen çokgen içerisinde oluşan tanıdık parçaların alanlarını hesaplama; verilen çokgeni bir kareye tamamlayan eksik parçaların alanlarını hesaplayarak karenin alanından çıkarma; verilen çokgenin içerisindeki birim kareleri sayma stratejilerini kullanırken bunların hiçbirisiyle çözümü tamamlayamamıştır. Veli ise verilen çokgenin içerisindeki birim kareleri sayma adımı ve verilen çokgenin parçalarının yerlerini değiştirerek tüm şekli kareye dönüştürme ve alanı hesaplama adımı olmak üzere iki farklı çözüm yolunu kullanmış ve ikisiyle de doğru sonuca ulaşmıştır.

Sera birinci çözüm yolunda verilen çokgenin içerisindeki tanıdık parçaların alanlarını hesaplayarak; ikinci çözüm yolunda verilen çokgeni bir kareye tamamlayan eksik parçaların alanlarını hesaplayıp karenin alanından çıkararak doğru sonuca ulaşmıştır. Katılımcılardan Sıla'nın iki hatalı çözüm yolunu izlediği belirlenirken, bunlardan birincisinde verilen çokgen üzerinde rastgele alan bağıntıları denediği; ikincisinde verilen çokgene dışarıdan parçalar eklediği ve yeni oluşan çokgenin alanını hesapladığı görülmüştür.

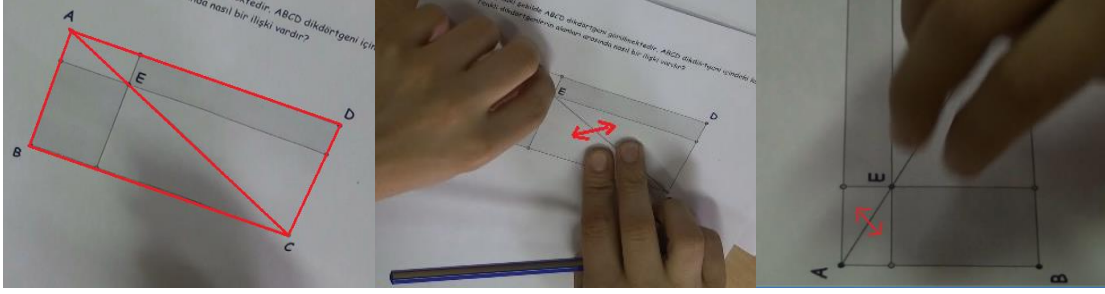
Lale ve Nuray izledikleri birinci çözüm yolunda verilen çokgenin içerisindeki birim kareleri sayma stratejisini kullanmışlar ancak sonuca ulaşamamışlardır. Bunun devamında Lale başka çözüm yolu kullanmazken, Nuray izlediği hatalı çözümde verilen şekle dışarıdan parçalar eklemiş ve yeni oluşan şeklin alanını hesaplayarak çözüme ulaştığını düşünmüştür.

Son olarak AÖP alt bileşeni kapsamında odak katılımcıların üçüncü probleme yönelik inşa ettikleri çözüm basamakları Şekil 22'de görülmektedir. Şekil 22'de katılımcıların doğrulama süreci içerisinde gerçekleştirdikleri tümdengelimli akıl yürütmeler "TA" kodu ile temsil edilirken; algıya dayalı akıl yürütmeler kırmızı renkteki "ADA" kodu ile gösterilmişlerdir.



Şekil 22. Odak Katılımcıların Ön Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 22 incelendiğinde tümdengelimli akıl yürütmeyi içeren bir basamağın; algıya dayalı akıl yürütmeyi içeren üç basamağın olduğu görülmektedir. Atakan'ın izlediği sürece göre, tümdengelimli akıl yürütmenin kullanıldığı birinci basamakta köşegenin dikdörtgeni iki eş üçgene ayırdığı açıklanmış ve üçgenlerin alanlarının eşit olduğu vurgulanmıştır. Atakan ikinci adımda köşegenin dikdörtgen içerisinde oluşturduğu diğer eş üçgenleri açıklamıştır (bkz. Şekil 23).



Şekil 23. Atakan'ın Tümdengelimli Akıl Yürütmeye Dayalı Doğrulama Süreci

Bu adımların ardından Atakan'ın taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğuna yönelik çıkarım yaptığı belirlenmiştir. Atakan “*Bunlar (taralı dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunluklarını ifade eder) eşit uzunlukta olmasa da alanları aynı olur öğretmenim*” biçiminde düşüncelerini ifade etmiştir. Bu çıkarımla birlikte Atakan'ın yaptığı doğrulamada tümdengelimli bir süreç izleyerek doğru sonuca ulaştığı ortaya çıkmıştır.

Diğer katılımcı Veli ilk basamakta algıya dayalı akıl yürütme sürecinde verilen dikdörtgenleri “eş görünen” parçalara ayırmış ve parçaları ilişkilendirmiştir. İkinci adımda Veli taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğu sonucuna ulaşmıştır. Böylece Veli izlediği süreçte şekillerin görünüşü üzerinden algıya dayalı akıl yürütme yapmış ve doğru sonuca yönelik çıkarım ortaya koymuştur.

Sera izlediği adımların ilkinde tümdengelimli akıl yürütmeyi gerçekleştirmiş ve köşegenin dikdörtgenleri iki eş üçgene ayırdığını belirtmiştir. Bununla birlikte Sera'nın ikinci adımda algıya dayalı akıl yürütmeye geçiş yaptığı ve taralı dikdörtgensel bölgeleri eş parçalara ayırarak parçaları ilişkilendirdiği görülmüştür. Sera üçüncü adımda da algıya dayalı akıl yürütmeyi sürdürmüş ve taralı dikdörtgensel bölgelerin kenarları için “tahmini” uzunluk değerleri kullanarak alanları hesaplamıştır. Sera'nın dördüncü adımda taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğuna yönelik

çıkarım yaptığı gözlenmiştir. Bu noktada Sera algıya dayalı akıl yürütme süreciyle doğru sonuca ulaştığı bir çıkarım yapmıştır.

Sıla'nın adımları incelendiğinde birinci basamakta taralı dikdörtgensel bölgelerin kenarları için tahmini uzunluk değerleri verildiği ve alanların hesaplandığı görülmüştür. Sıla sonraki adımda taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olmadığına yönelik çıkarım yapmıştır. Bu çıkarımla Sıla algıya dayalı akıl yürütme ile yanlış sonuca ulaştığı bir çıkarım yapmıştır.

Lale'nin izlediği süreç incelendiğinde, birinci adımda taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının görünüşlerine dayalı olarak karşılaştırıldığı; ikinci adımda ise taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olmadığına yönelik çıkarıma ulaşıldığı gözlenmiştir. Bu noktada Lale algıya dayalı akıl yürütme ile yanlış sonuca ulaşmıştır.

Nuray'ın doğrulama süreci incelendiğinde, birinci adımda koyu taralı dikdörtgensel bölgelerin “eş görünen” parçalara ayrıldığı ve parçaların ilişkilendirildiği; ikinci adımda ise taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğu sonucuna ulaşıldığı belirlenmiştir. Gerçekleştirilen süreç dikkate alındığında Nuray'ın algıya dayalı akıl yürütme ile doğru sonuca ulaştığı bir çıkarım yaptığı görülmüştür.

3.2. Birinci Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon

Birinci öğretim bölümü 4 haftalık öğretim sürecini kapsamaktadır ve bu bölümde DGY destekli öğrenme ortamlarında öğrencilerin menü araçlarını tanımaları ve kısa adımda çözülebilen DGY problemleri içerisinde kullanmaları amaçlanmıştır. Bu nedenle birinci öğretim bölümü enstrümantal başlangıç ve enstrümantal keşif türünde dersler olarak planlanmış, öğretim bölümünün ilk iki haftasında “aracı tanıma” çalışmalarına geniş yer ayrılmıştır. Bu çalışmalar kapsamında öğrencilerin menü araçlarının ikonlarını, menülerini, işlevlerini ve prosedürlerini öğrenmeleri ve öğretmenin işlemlerini takip ederek bilgisayarda bu araçların prosedürlerini uygulamaları hedeflenmiştir. Bu yönüyle “aracı tanıma” türündeki çalışmalarda enstrümantal oluşum sürecinin enstrümantalizasyon bileşeni ön plana çıkmıştır. Birinci öğretim bölümünün üçüncü ve dördüncü haftaları sömestr tatilinden sonra geldiği için öncelikle araç çubuğuna ilişkin hatırlatıcı açıklamalara yer verilmesi ve ardından “doğrular ve açılar” konusu kapsamında “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi” ve “oluşum inşası” türünde etkinliklerin yürütülmesi planlanmıştır. Menü

araçlarının öğrencilerin ZGA süreçlerini desteklemesinin istendiği bu iki haftada enstrümantal oluşum sürecinin enstrümantasyon bileşeni ön plana çıkmıştır. Bu etkinliklerde öğrencilerin ZGA süreçlerini desteklemek için (1) “aralarında bir ilişki var mı?”, “aralarında nasıl bir ilişki var?” türündeki sorulara; (2) özel örneklerden yola çıkarak genel duruma yönelik çıkarım yapılmasını sağlayan tartışma durumlarına; (3) dinamik düşünmeyi ve geometrik yapılardaki değişmeyen ilişkilerin keşfedilmesini kolaylaştırmak için sürükleme çalışmalarına; (4) problem çözme adımlarının yapılandırılması için matematiksel gerekçelerin sorgulandığı tartışma durumlarına yer verilmesi amaçlanmıştır.

Sınıfta her bir bilgisayarın iki öğrenci tarafından kullanılması öğrenme sürecinin işbirlikli çalışmaları içerecek biçimde planlanmasını gerektirirken; bu noktada “*işbirlikli problem çözme*” isimli yeni bir orkestrasyon tipi geliştirilmiştir. Bu orkestrasyon tipinde iki kişilik öğrenci gruplarının problem durumlarıyla baş başa bırakılmaları ve işbirlikli olarak çözüm yolları geliştirmeleri sağlanmaktadır. Süreç içerisinde öğretmenin “yürüyerek çalışma” orkestrasyonuna benzer biçimde sık sık öğrencilerin işlemlerini izlemesi, çözümlerini tamamlayan öğrencilerin sonuçlarını kontrol etmesi ve karşılaşılan bir enstrümantal zorlukta öğrencilere masalarında destek vermesi ön plandadır. Çalışma sırasında öğretmen zaman zaman öğrencilerin işbirliğini güçlendirmek için çözümlerini tamamlayan öğrencilerin enstrümantal zorluk yaşayan diğer gruplara rehberlik etmesini istemektedir. Bununla birlikte öğretmen grupların çalışmalarında yaygın olarak devam eden bir enstrümantal zorluğu belirlendiğinde ya da sınıfın genelinin çözüm stratejileri geliştirmede zorlandığını farketdiğinde ise öğrenci bilgisayarlarını kilitleyerek A1 nolu bilgisayardan tüm sınıfa öğretimsel açıklamalar yapmaktadır. Bu açıklamalar çözüme yönelik olduğu zaman ekrandakini açıklama; bir aracın doğru biçimde kullanımına yönelik olduğu zaman teknik tanıtım orkestrasyonuna benzer yöntemler izlenmektedir. Diğer yandan grupların problemin çözümünü tamamladığı durumlarda öğrencilerin öğretmen masasına gelerek çözümlerini sınıfa açıklamaları istenmektedir. Sürecin bu aşaması ise Sherpa iş başında orkestrasyonu içerisinde gerçekleşmektedir. Diğer orkestrasyon tipleriyle iç içe yürütülebilen ve iki kişi için bir bilgisayarın bulunduğu öğretim ortamına uygun bir şekilde ortaya çıkan *işbirlikli problem çözme* öğrencileri aktif olarak öğrenme sürecine dahil ettiği için öğrenci merkezli yapıdadır. Bu enstrümantal orkestrasyon tipine yönelik didaktik

düzenlemede iki öğrencinin bir bilgisayarda çalışması, öğretmenin öğrencilerin ekranlarını rahatça takip etmesi, çözümlerini tamamlayan öğrencilerin etrafındaki grupların ekranlarını rahatça izleyebilmesi ve öğretmenin gerektiğinde öğrenci bilgisayarlarını ana bilgisayardan (A2 nolu bilgisayar) kilitleyerek öğretmen masasında enstrümantal destek vermesini sağlayacak bir fiziksel planlama ön plandadır. Ayrıca bu aşamada DGY'deki araç menülerinin etkinlikteki öğretimsel amaçlara uygun biçimde hazırlanması da gerekmektedir. “İşbirlikli problem çözme” orkestrasyonuna ilişkin faydalanma biçiminde ise öğrenci gruplarının DGY'de problem durumlarıyla (çoğunlukla oluşum inşası türündeki problemlerle) başbaşa bırakıldıkları; işbirlikli çalışmanın ve tartışma sürecinin sağlandığı ZGA odaklı öğrenme etkinliklerinin planlanması ön plandadır. Didaktik performans sürecinde ise öğretmenin görevi öğrencilerin çözümlerini dikkatle takip etmek, çözümün hangi aşamalarında ne tür enstrümantal zorluklarla karşılaştıklarını belirlemek, sorun çözücü kararlar verip öğrencilere bire bir ya da öğretmen masasından enstrümantal destek sağlamak ve çözümü tamamlayan öğrencilerin çözümlerini kontrol ederek dönüt vermektir.

Birinci öğretim bölümü kapsamında kullanılan orkestrasyonlar “teknik tanıtım”, “teknik destek”, “ekrandakini açıklama”, “yürüyerek çalışma”, “rehberlik etme ve açıklama”, “ekrandakini tartışma”, “Sherpa iş başında” ve “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonlarıdır. “Ekrandakini açıklama” ve “ekrandakini tartışma” orkestrasyonlarının birlikte kullanıldığı etkinliklerde, öğretmen sürecin belirli bir aşamasında ekrandaki geometrik yapıya yönelik açıklamalar yapmış; sonraki bölümde ise öğrencilerin geometrik yapıyı incelerken geometrik ilişkiler ve değişmez özelliklerle ilgili düşüncelerini sağlayacak tartışmalar yürütülmüştür. Oluşum inşası türündeki etkinliklerde ise “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonu kullanılırken, bu etkinliklerin sonunda grupların performanslarına bağlı olarak öğrenci merkezli “Sherpa iş başında” ya da öğretmen merkezli “ekrandakini açıklama” orkestrasyon tipleriyle çözüm stratejileri sınıfa açıklanmıştır. Diğer yandan birinci öğretim bölümü kapsamında öğrencilerin bilgisayarda karşılaştıkları teknik sorunlara yardımcı olunması için “teknik destek” orkestrasyonu da kullanılırken; bu orkestrasyona etkinlik süreçlerinde değil, etkinlikler arasındaki geçiş süreçlerinde ihtiyaç doğduğu görülmüştür.

Tablo 11’de birinci öğretim bölümünde her bir haftaya yönelik planlanan çalışmaların hangi türde etkinlik oldukları ve hangi orkestrasyon tipini içerdikleri

görülmektedir. Ayrıca bu etkinliklerde ZGA kapsamındaki İlişkilendirme (İ), Genelleme (G), Değişmezleri Araştırma (DA), Keşif ve Yansıtma (KY) süreçlerinin hangilerinin gerçekleşmesinin hedeflendiği de Tablo 11’de yer almaktadır.

Tablo 11. Birinci Öğretim Bölümünde Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Hedef ZGA süreçleri
1	1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7	Aracı tanıma	Teknik tanıtım/ Yürüyerek çalışma/ Rehberlik etme ve açıklama	-
2	1 ve 2	Aracı tanıma	Teknik tanıtım/ Yürüyerek çalışma/ Rehberlik etme ve açıklama	-
	3 ve 4	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	5	Geometrik yer keşfi	Ekrandakini açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	6	Oluşum inşası (Verilen şekil içinde oluşum yapma)	Ekrandakini açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
3	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	2	Geometrik yer keşfi	Ekrandakini açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	3	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	İşbirlikli problem çözme/ Ekrandakini açıklama	İ; G
4	1 ve 2	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	3	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini açıklama	İ; G; DA; KY
	4	Geometrik yer keşfi	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	5	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	6	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	İ; G; DA

Tablo 11’e göre birinci öğretim bölümünde “araç tanıma” türünde 9; “bir geometrik yapıyı analiz etme” türünde 4; “geometrik yer keşfi” türünde 3; “oluşum inşası” türünde 6 etkinlik hazırlanmış ve uygulanmıştır. “Araç tanıma” türündeki çalışmalar ZGA süreçlerine odaklanmamakla birlikte, “teknik tanıtım”, “yürüyerek çalışma” ve “rehberlik etme ve açıklama” orkestrasyon tipleri aracılığıyla

yürütülmüştür. “Bir geometrik yapıyı analiz etme” çalışmaları sadece “bağımsız yapıyı analiz etme” türündeki etkinlikleri içerirken; bu etkinliklerin yürütülmesinde “ekrandakini tartışma” ve “ekrandakini açıklama” orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır. Bu etkinliklerden üç tanesi ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanırken; bir tanesi ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü destekleyecek yapıda planlanmış ve uygulanmıştır. Birinci öğretim bölümündeki “geometrik yer keşfi” etkinliklerinin uygulanmasında “ekrandakini açıklama”, “ekrandakini tartışma” ve “işbirlikli problem çözüme” orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Bu etkinliklerden birisi ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma sürecine odaklanırken; diğer ikisi ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü kapsamaktadır. Öğretim bölümündeki “oluşum inşası” etkinlikleri ise “belirli bir araca yönelik uygulama” (1 etkinlik), “parçası verilen oluşumu tamamlama” (4 etkinlik) ve “verilen şekil içinde oluşum yapma” (1 etkinlik) türündeki çalışmaları içermiştir. Bu çalışmaların yürütülmesinde “işbirlikli problem çözüme”, “ekrandakini açıklama” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. “Belirli bir araca yönelik uygulama” etkinliği ilişkilendirme ve genelleme süreçlerini; diğer “oluşum inşası” etkinlikleri ise ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü desteklemektedir.

Bu etkinliklerin dışında “doğrular ve açılar” konusunun öğrenimini desteklemek için üçüncü haftadaki DGY etkinliklerine geçilmeden önce geleneksel sınıf ortamında bir ders saati süresince kâğıt katlama etkinlikleri yürütülmüş ve “dikme”, “orta dikme”, “paralel doğrular” ve “üç doğrunun birbirine göre durumu” ile ilgili kavramların keşfedilmesi sağlanmıştır. Enstrümantal orkestrasyon sürecinin bulguları kapsamında geleneksel sınıf ortamındaki öğrenme süreci ele alınmamış ve bilgisayar dersliğindeki çalışmalara odaklanılmıştır.

Birinci öğretim bölümündeki enstrümantal orkestrasyon bulguları “didaktik düzenleme”, “faydalanma biçimi” ve “didaktik performans” başlıklarında sunulmuştur.

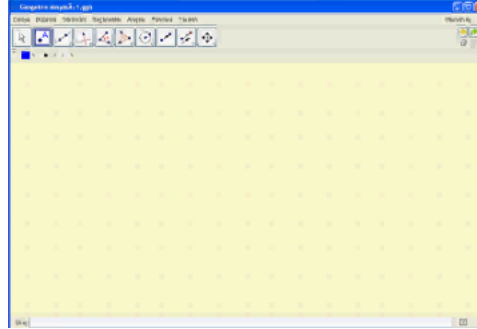
3.2.1. Birinci öğretim bölümündeki didaktik düzenleme

Öğretim bölümünün ilk iki haftası araç çubuğunun tanıtımını ve dinamik geometri ile ilişkili yeni kavramların öğretimini içermektedir. Öğretim sürecine yönelik yapılan

didaktik düzenlemede öğrencilerin bilgisayar dersliğinde pilot uygulama sonunda oluşturdukları Şekil 5'teki oturma düzeni, ikili gruplar, öğretim teknolojileri ve veri toplama araçlarının yerleşimi korunmuştur.

Didaktik düzenleme içerisinde tüm öğrencilerin pilot uygulamada olduğu gibi tekerlekli, dönebilen ve yüksekliği ayarlanabilen koltuklarda oturması sağlanmıştır. Böylece öğrencilerin gerekli anlarda monitörlerindeki işlemleri bırakarak yüzlerini öğretmene dönmelerinin kolaylaştırılması hedeflenmiştir. Öğretmen masasındaki A2 numaralı bilgisayarda -sınıf yönetimine yardımcı olması için- öğrenci bilgisayarlarının ekranlarını kilitleme fonksiyonu olan yazılım hazırlanmıştır. Diğer yandan öğretmen tavana monte edilmiş projeksiyon cihazı yardımıyla masaüstü bilgisayardaki işlemleri Y1 numaralı yazı tahtasına yansıtmayı amaçlamıştır. Derslikte duvara sabit olan yazı tahtası (Y1) dışında 100 cm x 80 cm ebatlarında taşınabilir bir yazı tahtası (Y2) da ekrandaki geometrik kavramların sembolik ve sözel temsillerinin yazılması amacıyla bilgisayar dersliğinde hazırlanmıştır.

Öğrencilerin birinci öğretim bölümünün ilk iki haftasında çalışmalarını yürüttükleri DGY etkinlik dosyalarının ara yüz görüntüleri Şekil 24'te görüldüğü gibi düzenlenmiştir.

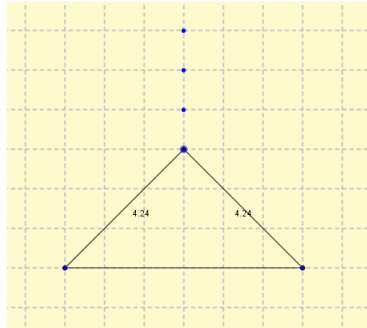


Şekil 24. *Birinci Öğretim Bölümünün İlk İki Haftasında Etkinlik Dosyalarının Ara Yüz Görüntüsü*

Birinci öğretim bölümünün ilk iki haftasında öğrencilerin derse başlamadan önce etkinlik dosyalarında etkinlik dışı işlemler yürütmeleri ve grafik görünümünü ders dışı şekillerle doldurmaları nedeniyle üçüncü haftadan itibaren dersin başlangıç aşamasında bilgisayar ekranlarının kilitlemesi amaçlanmıştır. Bunun yanında “aracı tanıma” türündeki etkinliklerde çok sayıda etkinlik dosyası arasında geçiş yapmak yerine, zaman

kaybını engellemek için, aynı grafik görünümünün (çizim tahtasının) boş yerlerinde çalışılması kararlaştırılmıştır.

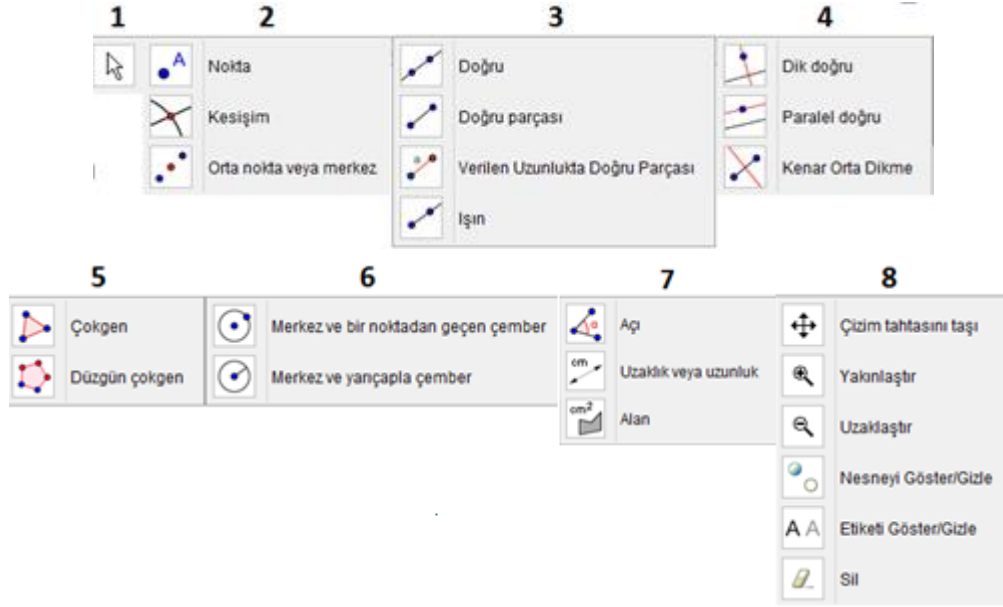
Birinci öğretim bölümünün dördüncü haftası ilk üç haftadan farklı olarak “doğrular ve açılar” konusunun öğrenimi kapsamında DGY araçlarının kullanımının geliştirilmesine odaklanmaktadır. DGY’de öğrencilere verilen çalışma kâğıtlarındaki her bir etkinliğin DGY’deki temsillerini içeren dosyalar A1 numaralı bilgisayara ve öğrenci bilgisayarlarına (1 – 11 numaralı bilgisayarlara) yüklenmiştir. Etkinliklerin amaçlarına bağlı olarak bazı araçlar araç çubuğundan çıkarılmıştır. Örnek olarak, üç doğrunun birbirine göre durumu bağlamında ilişkilendirme sürecinin gelişimini sağlamak amacıyla birbirini dik kesen l ve m doğruları verilmiş; etkinlikte l doğrusunu dik kesen üçüncü bir doğrunun oluşumu istenmiş; araç çubuğunda “paralel doğru” aracı yer alırken “dik doğru” aracı çıkarılmıştır. Bunun yanı sıra verilen problemlerin içeriğine bağlı olarak grafik görünümünde “grid (kutucuklar)” sekmesi açık bırakılmıştır. Örnek olarak, geometrik yer keşfi ile ilgili problemlerde birim karelerin köşelerinin “mknatis” özelliği, işaretçinin bu noktaların üzerine daha kolay gitmesini sağlamakta ve soruda istenen noktaların işaretlenmesi kolaylaşmaktadır (bkz. Şekil 25).



Şekil 25. Geometrik Yer Keşfinde İşaretleyerek Sürükleme İşlemini Kolaylaştırmak İçin “Grid” Sekmesinin Açılması

3.2.2. Birinci öğretim bölümündeki faydalanma biçimi

Birinci öğretim bölümünde aracı tanıma türündeki etkinlikler kapsamında Şekil 26’daki gibi özelleştirilen 8 araç menüsü içerisindeki araçların öğrenilmesi amaçlanmıştır.



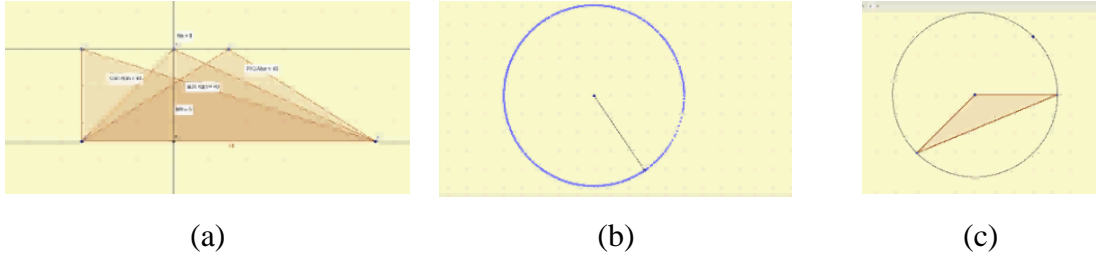
Şekil 26. Birinci Öğretim Bölümünde Özelleştirilen Araç Menüleri

Bunun yanı sıra öğretim bölümünün ilk haftasında sırasıyla (1) DGY'deki “dosya” ve “düzenle” menülerinin öğrenilmesi ve uygulanması; (2) grafik görünümü (çizim tahtası) üzerinde farenin sağ tuşu ile açılan içerik penceresinin (bkz. EK - 8) öğrenilmesi ve kullanılması; (3) Şekil 26'da görünen araç çubuğunun sekizinci menüsündeki araçların öğrenilmesi ve uygulanması; (4) Şekil 26'da görünen araç çubuğunun birinci ve ikinci menülerindeki araçların öğrenilmesi ve uygulanması; (5) “sürükleme”, “oluşum”, “değişmez özellik”, “bağımlı ve bağımsız şekil” kavramlarının öğrenilmesi; (6) Şekil 26'da görünen araç çubuğunun üçüncü, dördüncü ve beşinci menülerinin öğrenilmesi ve uygulanması; (7) öğrencilerin araç çubuğundaki tüm araçlara yönelik serbest çalışma yapmaları amaçlanmıştır.

İlk haftadaki öğretim, serbest çalışma etkinliği dışında, öğretmen merkezli öğretime ve öğrencilerin tahtaya yansıtılan DGY işlemlerini takip ederek alıştırmaya dayanmaktadır. Diğer yandan öğrencilerin araçları kullanırken karşılaştıkları zorluklar için öğretmenden yardım istemeleri ya da anlamadıkları bir aracın işlevi ya da prosedürü ile ilgili soru sormalarının sağlanması hedeflenmiştir.

Öğretim bölümünün ikinci haftasındaki etkinliklerde sırasıyla, (1) araç çubuğunun altıncı ve yedinci menülerindeki araçların ve iz bırakarak sürükleme işleminin öğrenilmesi; (2) birinci hafta öğrenilen araçlarla ilgili alıştırmaya yapılması; (3) yapılan oluşum ve çizimler üzerinde “oluşum”, “bağımlı ve bağımsız şekil”, “değişmez özellik”

kavramlarının tartışılması; (4) üçgende alan ve yükseklik ilişkisine odaklı araştırmaların yapılması (bkz. Şekil 27a); (5) iz bırakarak sürükleme işlemini, verilen uzunlukta doğru parçasının uç noktası üzerinde uygulama ve geometrik yeri (çember) inceleme (bkz. Şekil 27b); (6) “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracıyla inşa edilen çember oluşumları içerisinde ikizkenar üçgen oluşumu yapma (bkz. Şekil 27c) etkinliklerinin yürütülmesi amaçlanmıştır.

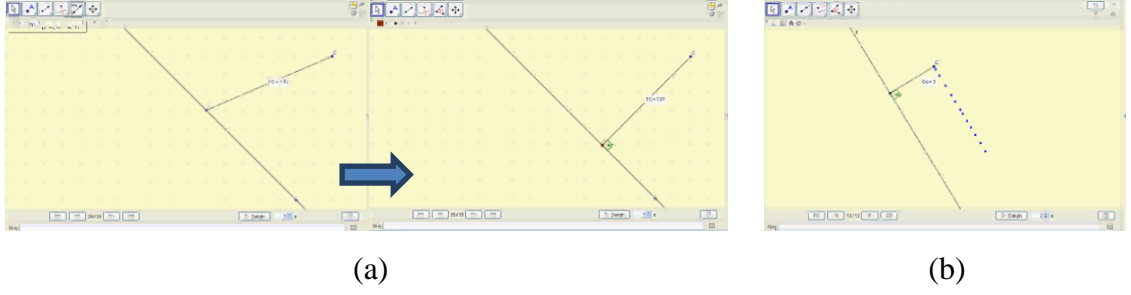


Şekil 27. Birinci Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinlikler

İkinci haftadaki öğretim planlaması, öğrencilerin sürece daha aktif biçimde katılmalarını sağlayacak etkinlikleri içermektedir. Bununla beraber öğretmenin etkinliklerin belirli bölümlerinde yer alan oluşumların (örnek; Şekil 27a'daki üçgenlerin) inşasını A1 nolu bilgisayardan öğrencilere göstermesi ve sürecin devamındaki araştırmaların öğrenciler tarafından yapılması hedeflenmiştir.

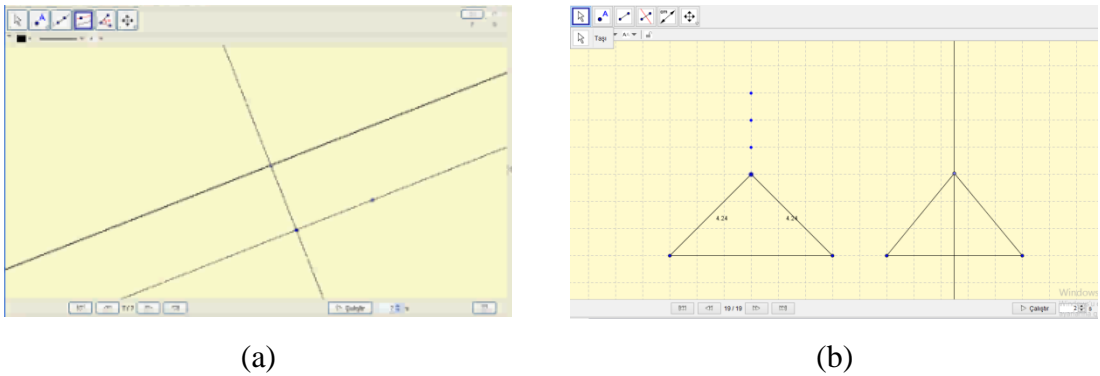
Birinci öğretim bölümünün ikinci haftasından sonra sömestr tatili başladığı için üçüncü haftadaki öğretimin ilk bölümünde araç çubuğunun hatırlanması; “sürükleme”, “oluşum”, “değişmez özellik”, “bağımlı-bağımsız şekil” kavramlarının yeniden açıklanması; öğrencilerin nesnenin üzerinde farenin sağ tuşu yardımıyla açılan içerik penceresindeki “nesneyi göster” ve “etiketi göster” seçeneklerini tanımaları ve uygulamaları amaçlanmıştır (bkz. EK - 8).

Üçüncü haftadaki öğretim sürecinin ikinci bölümünde öğretim programındaki “Doğrular ve Açılar” konusunun öğretimine yönelik DGY destekli etkinlik dosyaları hazırlanarak A1 nolu bilgisayara ve öğrenci bilgisayarlarına kaydedilmiştir. Bu etkinlikler (1) “dikme (doğruya dışındaki noktadan çizilen en kısa doğru parçası)” kavramının keşfi (bkz. Şekil 28a); (2) “işaretleyerek sürükleme” ve “gizli geometrik yer sürüklemesi” yardımıyla bir doğruya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin keşfi (bkz. Şekil 28b); (3) “dik doğru” aracı yardımıyla bir doğruya dışındaki noktalardan dikmeler oluşturma ve dikmelerin ilişkilerini araştırma etkinlikleridir.



Şekil 28. Birinci Öğretim Bölümünün Üçüncü Haftasındaki Etkinlikler

Dördüncü hafta kapsamında iki ders saatini içeren öğretim sürecinde “Doğrular ve Açılar” konusuna ilişkin DGY destekli yeni etkinlik dosyaları hazırlanmıştır. Bu etkinlikler (1) “paralel doğru” aracının yer almadığı araç çubuğunu kullanarak (“dik doğru” aracı yardımıyla) bir doğruya paralel doğru inşa etme; (2) “dik doğru” aracının yer almadığı araç çubuğunu kullanarak (“paralel doğru” aracı yardımıyla) dik kesişen l ve m doğrularından m doğrusuna dik olan yeni bir doğru inşa etme (bkz. Şekil 29a); (3) “orta dikme” aracının yer almadığı araç çubuğunu kullanarak (“orta nokta veya merkez” ve “dik doğru” araçları yardımıyla) bir doğru parçasının orta dikmesini inşa etme; (4) bir doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların oluşturduğu geometrik yeri (doğru parçasının orta dikmesi) keşfetme ve orta dikme oluşumundan yararlanarak ikizkenar üçgen oluşumu inşa etme (bkz. Şekil 29b); (5) “dik doğru” aracının yer almadığı araç çubuğunu kullanarak (“orta dikme” ve “paralel doğru” araçları yardımıyla) bir doğru parçasına dışındaki noktadan dik bir doğru inşa etme etkinlikleridir.



Şekil 29. Birinci Öğretim Bölümünün Dördüncü Haftasındaki Etkinlikler

Dördüncü haftadaki öğretimin 6 numaralı etkinliğinde “doğrular ve açılar” konusu kapsamında üç doğrunun oluşturduğu açılardan “yöndeş açılar”, “iç açılar”, “dış açılar”, “iç ters açılar”, “dış ters açılar” kavramlarının keşfi amaçlanmıştır. Bu etkinlikler

kapsamında öğrencilerin sürükleme yaparak doğruların birbirine göre durumlarını değiştirmeleri ve oluşan açılar arasındaki ilişkileri inceleyerek genellemelere ulaşmaları hedeflenmiştir (bkz. Şekil 30).



Şekil 30. Öğrencilerin Sürükleme Yardımıyla İç Ters Açılara Yönelik Yaptığı Araştırma

Birinci öğretim bölümündeki etkinlikler yürütülürken öğrenci merkezli ve öğretmen merkezli orkestrasyon biçimleri arasında geçişleri sağlamak için öğrenci bilgisayarlarının gerektiği anlarda kilitlenmesi kararlaştırılmıştır. Bu sayede öğrencilerin dikkatlerinin A1 nolu bilgisayardaki işlemlere ya da Y1 nolu tahtadaki çizimlere odaklanması planlanmıştır. Bu planlama sonraki öğretim bölümlerinin faydalanma biçimi aşamalarında da devam etmiştir.

Birinci öğretim bölümünde planlanan etkinliklerle öğrencilerin hem DGY araç menülerini hem de “Doğrular ve Açılar” konusuna ilişkin kavramları öğrenmeleri amaçlanmıştır. Bu bağlamda hazırlanan etkinliklerde öğrenimi amaçlanan matematiksel kavramlar sırasıyla Tablo 12’de sunulmuştur.

Tablo 12. Birinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1	DGY araç menüleri	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	-
2	DGY araç menüleri	1,2	-
	DGY’ye özgü kavramlar	3	Oluşum, bağımlı ve bağımsız şekil
	Üçgen	4	Üçgenin yüksekliği, üçgenin alanı
	Çember	5	Çember, yarıçap
		6	Çember, yarıçap, ikizkenar üçgen oluşumu

Tablo 12. (Devam) *Birinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar*

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
3 (1. Bölüm)	DGY araç menüleri	1	-
3 (2. Bölüm)	Doğrular ve Açılar	1	Dikme
		2	Noktanın doğruya uzaklığı, paralel doğrular
		3	Dik doğrular, paralel doğrular
4	Doğrular ve Açılar	1	Dik doğrular, paralel doğrular
		2	Dik doğrular, paralel doğrular
		3	Orta dikme
		4	Orta dikme, ikizkenar üçgen
		5	Orta dikme, dik doğrular, paralel doğrular
		6	Yöndeş açılar, iç açılar, dış açılar, iç ters açılar, dış ters açılar

Birinci öğretim bölümü kapsamında Tablo 12’de verilen konuların ve matematiksel kavramların uygun orkestrasyon süreciyle (bkz. Tablo 11) öğrenilmesi amaçlanmıştır. Bu etkinliklerde gerçekleşen öğrenme süreçlerine yönelik bulgular didaktik performans aşamasında verilmiştir.

3.2.3. Birinci öğretim bölümündeki didaktik performans

Birinci öğretim bölümünde, öğrencilerin karşılaştıkları enstrümantal zorluklar, matematiksel öğrenme güçlükleri ve öğretim teknolojileri kapsamında karşılaşılan teknik sorunlara karşılık öğretim planında yer almayan bazı öğretimsel açıklamalar yapılmış ve spontane çözümler geliştirilmiştir. Öğretim sürecinde öğrencilerden bazılarının etkinlikler başlamadan önce grafik görünümünü etkinlik dışı çizimlerle doldurdıkları görülmüştür. Bu durum için öğretmen, öğrencilere serbest çalışma etkinliği için süre verileceğini açıklamış ve öğrencilerin çizimlerini silmelerini sağlamıştır.

Öğretmen “oluşum” kavramının açıklanmasında öğrencilerin “orta nokta” çizimi ve “orta nokta” oluşumu yapmalarını sağlayarak aralarındaki farkı sürüklemekle yardımcıyla açıklamalarını istemiştir. Öğretmen tartışma sürecinde “*Hala orta noktası mı?*”, “*Burada değişen ve değişmeyen özellikler neler?*” sorularına yer vermiştir. Bu

soruların devamında öğretmen oluşumla ilişkili olarak “bağımlı – bağımsız şekil” kavramlarına geçiş yapmış ve kavramı “nesne - aynadaki görüntüsü” metaforuyla açıklamıştır. Daha sonra öğretmen öğrencilerden orta nokta oluşumunda bağımlı ve bağımsız şekilleri söylemelerini istemiştir. İlk önce Atakan’ın, daha sonra da pek çok öğrencinin orta noktanın diğer noktalara bağımlı olduğunu açıkladıkları görülmüştür. Öğrencilerden Eylül orta nokta oluşumunda noktaların farklı renklerde (siyah ve mavi) olduğunu göstermiş ve bu durumun nedenini sormuştur. Öğretmen oluşumlarda bağımlı ve bağımsız şekillerin farklı renklerde ortaya çıktığını sınıfa açıklamıştır.

Öğretim sürecinde öğretmen DGY araçlarının prosedürlerinin nasıl uygulanacağını A1 nolu bilgisayardan gösterirken; Melahat, Şule, Bengü, Nuray ve Ceylan’ın çeşitli araçların prosedürlerini uygulamada sıklıkla zorluk yaşadıklarını görmüş; masalarına giderek işlemleri nasıl yapmaları gerektiğini açıklamış ve işlemlerini takip etmiştir. Ayrıca öğretmen Oğuz ve Hatice’nin sık sık fare kullanımına dayalı (hedef nesne üzerine tıklama yapma, yeterli uzunlukta ve sayıda tıklama yapma vb.) zorluklarla karşılaştıklarını görmüş ve fareyi nasıl kullanmaları gerektiğini göstermiştir. Diğer yandan öğrencilerin pilot uygulamada kullandıkları GSU’daki bazı araç prosedürlerini DGY’ye transfer etmeye çalıştıkları ve bu bağlamda uygulamaya dönük hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu hatalardan biri, öğrencilerin doğru parçası oluştururken parmaklarını farenin sol tuşuna basılı tutarak işlem yapmaya çalışmalarıdır. Bu noktada öğretmen öğrencileri aracın prosedürüne yönelik uyarmıştır.

Öğretmen “verilen uzunlukta doğru parçası” inşa edilirken öğrencilerin uzunluk kutucuğuna sadece sayı değeri yazmaları gerektiğini ve GSU’dan farklı olarak uzunluk birimini (cm, m) yazmamaları gerektiğini belirtmiştir. Öğrencilerden Eylül kendi ekranındaki doğru oluşumunu ve Sera – Sıla’nın ekranlarındaki doğru parçası oluşumunu göstererek “*Öğretmenim benimki uzayıp gidiyor, onlarınki uzamıyor ama*” demiştir. Öğretmen bu sorunun ardından öğrencilerde doğru ve doğru parçasına yönelik kavramsal eksiklikler olabileceğini düşünmüş ve DGY’deki “doğru” ve “doğru parçası” araçları üzerinden iki kavramı öğrencilere açıklamıştır. Bu zorluğun ortaya çıkmasında GSU’da doğru kavramına ilişkin bir aracın olmamasının ve öğrencilerin ilk kez bir doğru oluşturmalarının da etken olabileceği düşünülmüştür.

Öğrenciler etkinlik sürerken öğretmene “*ekranın şekillerle dolduğu*” uyarısını yaptıklarında öğretmen öğrencilerin dosyalarını kaydedip kapatmalarını ve yeni boş

dosyaları açmalarını istemiştir. Serbest etkinlik aşamasında öğrencilerden Filiz'in iki paralel doğru oluşturduğu ve "kesişim" aracını bu doğrular üzerinde kullanmaya çalıştığını fark etmiştir. Öğretmen iki paralel doğrunun kesişmediğini ve kesişim noktalarının işaretlenemeyeceğini örnek üzerinden açıklamıştır.

Öğrencilerden Lale'nin doğru üzerinde oluşturulan bir noktanın neden sadece doğru üzerinde sürüklenebildiğini; Filiz'in de dik doğrular oluşumunda birinci doğru silindiği zaman ona dik olan ikinci doğrunun neden silindiğini sordukları görülmüştür. Öğretmen bu sorulara "bağımlı ve bağımsız şekil" kavramları üzerinden açıklamalar yapmış ve öğrencilere bir şeklin parçalarını ortadan kaldırmak için "sil" aracı yerine "nesneyi gizle/göster" aracını kullanmalarını önermiştir.

Öğretmen bazı öğrencilerin GSU araçlarına yönelik alışkanlıklardan dolayı DGY'deki "yakınlaştır/uzaklaştır" aracını fazlaca kullandıklarını ve grafik görünümündeki şekilleri çok büyüttükleri ya da küçülttüklerini fark etmiştir. Ayrıca bu aracın kullanımı sırasında "grid" görünümündeki birim karelerin ebatlarının da değiştiği görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerden bu aracı yeni yazılımda kullanmamalarını istemiştir.

Öğretmen etkinlik sürecinde zaman kaybını önlemek için öğrenci gruplarının araçların kullanımı konusunda birbirlerine destek olmalarını istemiştir. Bu süreçte öğretmen sınıfta yaygın olarak karşılaşılan bir zorluğu A1 nolu bilgisayardan öğrencilere göstermiş ve ilgili aracın kullanımı konusunda onlara rehberlik etmiştir. Öğrencilerin en çok "açı" aracının kullanımında zorluk yaşadıkları görülmüştür. "Açı" aracının kullanımında istenen açının ölçüsünü belirlemek için saatin tersi yönde işlem yapılması gerekliliği ve açı kavramına ilişkin bu matematiksel bilginin öğretim programının dışında yer alması nedeniyle yaşanan bu enstrümantal zorluk "açı" aracının öğrenme sürecine getirdiği pedagojik bir sınırlılık olarak tanımlanmıştır. Bu zorluğun üstesinden gelmek amacıyla, öğretmen tüm öğrencilerin DGY'deki açı ölçüsü ayarlarını 0° ile 180° arasında olacak biçimde değiştirmelerini sağlamıştır. Ayarlamaların ardından öğretmen, açı ölçümü yapılırken öğrencilerin açının kollarındaki ve köşesindeki noktalara hangi sırada tıklamaları gerektiğini açının adındaki (ABC açısı) harf sırasına bağlı olarak açıklamıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin sık sık geometrik yapıların oluşumları yerine çizimlerini yaptıkları (örneğin; "doğru" aracını kullanarak orta dikme görünümünde doğru çizdikleri) gözlenmiştir. Bunun üzerine öğretmen

öğrencilerden oluşturdukları geometrik yapılar üzerinde sürükleme testini kullanarak özelliklerini koruyup korumadıklarını incelemelerini istemiştir. Bu noktada oluşumun çizimden ayırt edilebilmesi için “harekete dayanıklılık” ilkesinin öğrencilere kazandırılması hedeflenmiştir.

Öğrencilerin birinci öğretim bölümünün ikinci haftasındaki 6 numaralı etkinlikte çember – ikizkenar üçgen ilişkilendirmelerini yapmakta zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu etkinlikte öğretmen hatalı oluşum yapan öğrencilerin oluşumlarını sürükleyerek hatalarını göstermiş ve çemberin yarıçapıyla üçgenin kenarları arasındaki ilişkiye yönelik sorular sorarak öğrencilerin oluşumu tamamlamalarını sağlamıştır. Etkinliğin son aşamasında öğretmen A1 nolu bilgisayardan çözüm adımlarını sınıfa açıklamıştır. Birinci öğretim bölümünün üçüncü haftasındaki 2 numaralı etkinlikte sınıfın büyük bölümünün işaretleyerek sürüklemeyi ve gizli geometrik yer sürüklemesini uyguladığı ve Filiz’in “*noktalardan çizilen doğru bu doğruya paralel olur*” çıkarımının sınıf tarafından onaylandığı görülmüştür. Benzer biçimde 3 numaralı etkinlikte de “dik doğru” aracı pek çok öğrenci tarafından hatasızca uygulanırken; Okan inşa edilen dik doğruların birbirine paralel olduğu çıkarımını yapmıştır. Bu çıkarımların doğruluğu öğretmen tarafından A1 nolu bilgisayarda gösterilmiş ve açıklanan genellemeler öğrenciler tarafından deftere yazılmıştır.

Diğer yandan üçüncü hafta kapsamındaki 1 numaralı etkinlik ile dördüncü haftadaki 1 numaralı etkinlikte öğrencilerin çoğunun beklenen ilişkileri kurmakta ve istenen işlemleri yapmakta zorlandıkları görülmüştür. Bu nedenle ilgili etkinliklerde öğrencilerin, verilen araçlar üzerinde bir süre düşünmeleri istenmiş ve doğrular arasındaki ilişkilere yönelik ön bilgilerin hatırlanması sağlanmıştır. Üçüncü haftanın 1 numaralı etkinliğindeki işlemler adım adım A1 nolu bilgisayardan öğrencilere gösterilmiş ve Y1 nolu tahtadaki görüntüler üzerinde tartışmalar yürütülmüştür. Dördüncü haftanın 1 numaralı etkinliğinde ise çözüme ulaşan Sera A1 nolu bilgisayara çağrılmış ve yaptığı işlemlerin nedenlerini açıklaması istenmiştir (bkz. Şekil 31).



Şekil 31. *Sera'nın A1 Nolu Bilgisayarda Çözüm Adımlarını Sunması*

Sera'nın açıklamaları sırasında diğer öğrencilerin ekranları A2 nolu bilgisayardan (bkz. Şekil 31'deki beyaz renkli notebook'tan) kilitlenmiş ve tüm öğrencilerin Sera'nın A1 nolu bilgisayardaki (projeksiyon cihazına bağlı olan masaüstü bilgisayar) işlemlerine ve açıklamalarına odaklanması sağlanmıştır. Bununla beraber öğretmen her etkinliğin sonunda ulaşılan genellemelerin çalışma kâğıtlarındaki etkinlik maddelerinin altına yazılmasını istemiştir. Benzer öğretim süreci 2, 4 ve 5 numaralı etkinliklerde de yürütülmüştür. Bu bağlamda Sıla 2 numaralı etkinlikte, Atakan ve Sera 4 numaralı etkinlikte, Eylül 5 numaralı etkinlikte A1 nolu bilgisayardan çözümlerini sınıfa sunmuşlardır. Diğer yandan 3 numaralı etkinlikte öğrencilerin önemli bölümünün (Şule–Hatice ikilisi; Lale–Nuray ikilisi; Esmeray–Melis ikilisi; Aynur–Çağla ikilisi) sürecin başında orta dikme oluşumu yapmak için “doğru” aracını seçtiği ve orta dikme gibi görünen doğru çizimi yaptıkları; Okan–Hakan ikilisinin ise “dik doğru” oluşumu yaptıkları ve bu doğruyu doğru parçasının orta noktasından geçecek biçimde sürükledikleri fark edilmiştir. Bu çerçevede öğrencilerin oluşum temsilinin özelliklerine yönelik zorluk yaşamaya devam ettikleri anlaşılmıştır. Öğretmen bu aşamada öğrencilerden inşa ettikleri oluşumu sürüklemelerini ve özelliklerin korunup korunmadığını incelemelerini istemiştir. Sürecin sonraki bölümünde sınıfın büyük bölümünün “orta nokta veya merkez” ve “dik doğru” araçlarını kullanarak istenen oluşumu tamamladıkları görülmüştür. Etkinliğin sonunda Lale A1 nolu bilgisayarda çalışmasını sunmak üzere iken dersin bitiş zili çaldığı için öğretmen etkinlikte kullanılan araçlara ve yapılan işlemlere ilişkin sınıfa açıklamalar yapmıştır.

“Sherpa iş başında” orkestrasyon tipi ilk uygulanmaya başladığında öğrencilerin öğretmen masasına gelmekte çekingen davrandıkları gözlenirken, bu konuda en cesaretli öğrencilerin Sera–Sıla, Atakan ve Eylül olduğu görülmüştür. Diğer yandan öğrencilerin 5 numaralı etkinlikte çözümün ilk adımı olan “orta dikme” inşa etme işlemini keşfedemedikleri fark edilmiş ve dördüncü haftanın birinci etkinliğinde ulaşılan genellemeler öğretmen tarafından hatırlatılmıştır. Bu hatırlatmalar üzerine istenen oluşumun Sera–Sıla, Atakan–Veli, Eylül–Melahat ve Filiz–Ceylan ikilileri tarafından inşa edildiği görülmüştür. Etkinliğin sonunda Eylül gönüllü olarak öğretmen masasına gelerek A1 nolu bilgisayardan işlemlerini sınıfa sunmuştur.

Dördüncü haftanın 6 numaralı etkinliğinde ise “ekrandakini tartışma” orkestrasyonunun öğrencilerin genelleme sürecini gerçekleştirmelerine yardımcı olduğu görülmüştür. Bu etkinlikte öğretmen öncelikle ekrandaki şekiller üzerinden “iç açılar”, “dış açılar”, “yöndeş açılar”, “iç ters açılar”, “dış ters açılar” kavramlarını açıklamış; ardından pek çok öğrenci verilen doğruları paralel olacak biçimde sürükledikten sonra açıların ilişkilerine yönelik genellemelere ulaşmışlardır. Etkinliğin sonunda öğrenciler ulaştıkları genellemeleri öğretmenin açıklamaları eşliğinde defterlerine yazmışlardır.

Birinci öğretim bölümünde öğretmenin sıkça karşılaştığı teknik sıkıntılardan birisi öğrencilerin yeni etkinlik dosyasını açmak için gerektiğinden fazla tıklama yapmaları ve bu durumdan dolayı pek çok DGY dosyası açılırken ekran görüntüsünün donmasıdır. Öğretmen öğretim sürecinde bu duruma önlem almak için öğrencilere ilgili dosyanın üzerinde farenin sol tuşuyla iki kez tıklama yaptıktan sonra bir süre beklemeleri gerektiğini açıklamış ve bilgisayar ekranında donma ile karşılaşan öğrencilerin bu sorun ortadan kalkana kadar diğer öğrenci gruplarının bilgisayarlarından etkinliği takip etmeleri ve çözüm sürecine yardımcı olmaları istenmiştir. Bu aşamada öğretmen “*teknik destek*” orkestrasyonu aracılığıyla öğrencilere yardımcı olurken, bu orkestrasyon etkinlik sürecinde değil; etkinliklerin arası geçişlerde ortaya çıkmıştır.

Birinci öğretim bölümünde sınıf yönetiminin sağlanması bağlamında öğrencilerin öğretmene ya da öğretmen masasında çözüm yöntemlerini sunan öğrenciye odaklanmaları istediğinde A2 nolu bilgisayardan tüm öğrenci bilgisayarlarının ekranları kilitlenmiştir. Bu işlem sınıfta genel olarak konsantrasyon bozukluğunun ve ders dışı eylemlerin gözlemlendiği anlarda da öğretmen tarafından gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin dikkatlerini derse vermeleri sağlanmıştır.

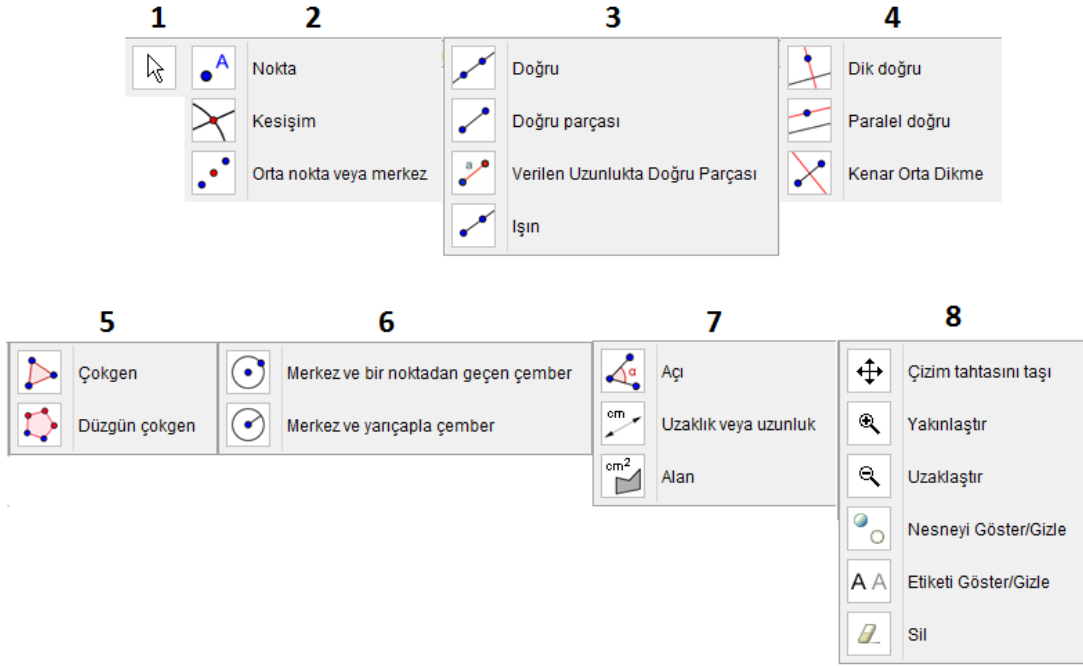
Birinci öğretim bölümü kapsamında gerçekleştirilen DGY destekli etkinliklerin ardından geleneksel derslikte “Doğrular ve Açılar” konusuna yönelik alıştırmalar ve problem çözümleri yapılmış ve konunun öğretimi tamamlanmıştır. Bilgisayar dersliğinde yürütülen birinci öğretim bölümünde öğretmen sınıf yönetimine ve öğrencilerin yazılımı kullanma sırasında karşılaştıkları güçlüklerle başa çıkmaya çalışmıştır. Bu bağlamda birinci öğretim bölümüne ilişkin çalışmalarda öğretmen sık sık kontrolü ele alarak öğretmen merkezli orkestrasyon içerisinde A1 nolu bilgisayardan açıklamalar yapmak zorunda kalmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin “genelleme” ve “değişmezleri araştırma” süreçlerine yönelik matematiksel tartışmalara katılmak konusunda henüz beklenen düzeylerde olmadıkları ve ortaya koydukları varsayımların nedenlerini açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Buradan hareketle sonraki öğretim bölümlerinde “burada değişmeyen bir özellikler var mı?”, “ortaya çıkan bu sonuçlar üzerinden bir çıkarım yapabilir miyiz?”, “bu çıkarımın nedenlerini açıklayabilir misiniz?” türündeki soruların daha sık sorulması ve daha fazla öğrencinin tartışmaya katılmasının sağlanması kararlaştırılmıştır.

Birinci öğretim bölümünde gerçekleştirilen etkinliklerde öğrencilerin DGY’ye yönelik bireysel düzenlemeleri sınırlı tutulmuştur. Bu çerçevede öğrencilerin etkinliklerde geometrik şekillerin renklerini ve kalınlıklarını değiştirmelerine izin verilirken; öğrencilerin serbest çalışma saatleri dışındaki geometrik etkinliklerde grafik görünümünün (renk, grid, eksenler), araç çubuğunun ve nokta sembolünün ayarlarını değiştirmelerine ve arayüzde cebir penceresi ya da çizelge penceresini açarak grafik görünümünün alanını küçültmelerine izin verilmemiştir.

3.3. Birinci Klinik Görüşmenin Bulguları

Birinci klinik görüşmede odak öğrencilerin birinci öğretim bölümü içerisindeki ilk enstrümantal oluşum sürecinde karşılaştıkları enstrümantal zorlukları ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu bağlamda öğrencilere Şekil 32’de görülen araçların kullanımını gerektiren çok sayıda soru sorulmuştur. Bu sorulardan bazıları şu şekildedir: “Çizim tahtasını kareli hale getirebilir misin?”, “Çizim tahtasını yana kaydırabilir misin?”, “Oluşturduğun noktanın etiketini gösterebilir misin?”, “Noktayı sürüklerken arkasında iz bırakabilir misin?”, “Doğru parçası oluşturabilir misin?”, “Doğru parçasının uzunluğunu ölçebilir misin?”, “Doğru parçasının orta dikmesini oluşturabilir misin?”, “Belirli uzunlukta bir doğru parçası oluşturabilir misin?”, “Bir düzgün çokgen

oluşturabilir misin?”, “Yarıçap uzunluğu belirli bir çember oluşturabilir misin?”, “Ekrandaki açının ölçüsünü gösterebilir misin?”

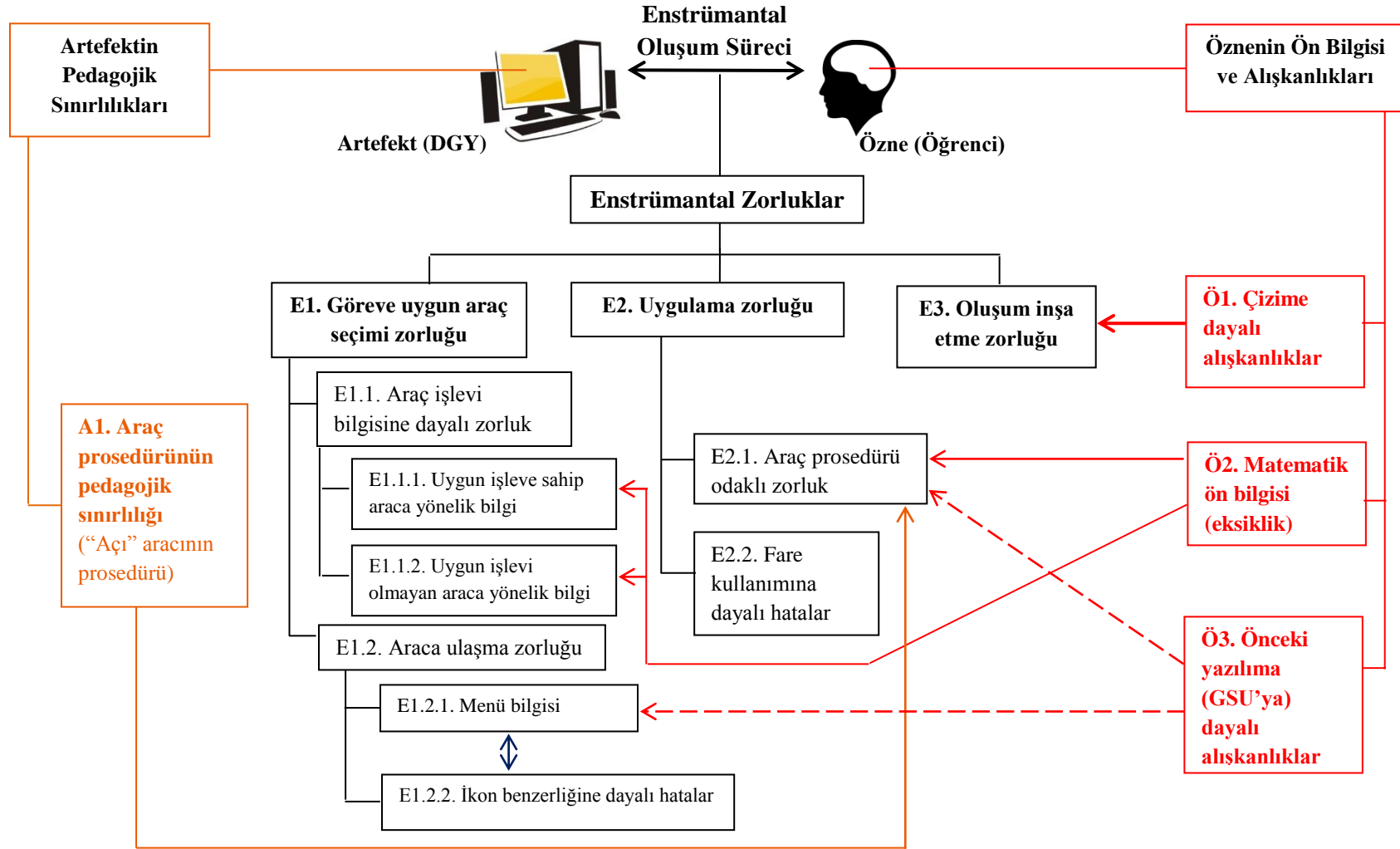


Şekil 32. Birinci Klinik Görüşmede DGY Araç Çubuğunda Yer Alan Araçlar

3.3.1. Odak katılımcıların birinci klinik görüşmedeki enstrümantal zorlukları

Odak katılımcıların birinci klinik görüşmede karşılaştıkları enstrümantal zorluklar üç temaya ayrılırken; bu temaların altında da bazı kategorilere ulaşılmıştır. Diğer yandan enstrümantal oluşum sürecinin iki temel unsuru olan özne (öğrenci) ve artefekt (DGY) kaynaklı bazı etkenlerin bu enstrümantal oluşumların ortaya çıkmasına neden olabildikleri görülmüştür. Bu noktada öğrencideki ön bilgi eksikliklerinin ya da ön alışkanlıklarının; DGY’de ise bazı pedagojik sınırlıklara sahip araçların enstrümantal zorluklarla yakından ilişkili olduğu belirlenmiştir.

Birinci klinik görüşmede ortaya çıkan enstrümantal zorluklar, bu zorluklara neden olan etkenler Şekil 33’te görselleştirilmiştir. Şekil 33’te ön bilgi/alışkanlıklar “kırmızı” ve DGY kaynaklı pedagojik sınırlılıklar “turuncu” renkte verilirken, hangi enstrümantal zorluklara neden oldukları oklar ile görselleştirilmiştir. Sonraki öğretim bölümlerinde devam eden etkilerine bağlı olarak bazı oklar kesikli (zayıf süreli etki), bazıları ise kalın (uzun süreli etki) olarak verilmişlerdir.



Şekil 33. Birinci Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan Enstrümantal Zorluklar ve Zorluklara Neden Olan Etkenler

Odak katılımcıların birinci klinik görüşmedeki enstrümantal zorlukları *Göreve Uygun Araç Seçimi Zorluğu*, *Uygulama Zorluğu* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* temalarına ayrılmışlardır. *Göreve Uygun Araç Seçimi Zorluğu* bir görevi tamamlamak için uygun işleve sahip aracın ne olduğu ve ona nasıl ulaşacağına yönelik zorlukları kapsamaktadır. *Uygulama Zorluğu* ise bir görevin tamamlanması için araçların doğru biçimde kullanımına yönelik karşılaşılan zorlukları içermektedir. *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ise öğrencilerin DGY’de bir geometrik nesnenin oluşumu yerine çizimini yaptıkları ya da “harekete dayanıklı” olmayan bir oluşum inşa ettikleri temsil bilgisi odaklı zorlukları yansıtmaktadır. Bu noktada, paralel doğrular oluşumunun istendiği bir görevde öğrencinin “doğru” aracını seçmesi ve paralel olarak görünen iki doğru çizmesi *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*’na örnek olarak verilebilir.

Diğer yandan *Göreve Uygun Araç Seçimi Zorluğu* ve *Uygulama Zorluğu* temalarının altında bazı kategorilere ulaşılmıştır. Bu bağlamda *Göreve Uygun Araç Seçimi Zorluğu* teması altında *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ve *Araca Ulaşma Zorluğu* kategorileri ortaya çıkmıştır. *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* kullanıcının araç çubuğunda verilen bir aracın fonksiyonuna yönelik bilgi eksikliğini; *Araca Ulaşma Zorluğu* ise kullanıcının araç çubuğunda hedeflediği aracı bulmada yaşadığı zorlukları göstermektedir. Bununla birlikte *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* kategorisinin de *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi* ve *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* alt kategorilerine; *Araca Ulaşma Zorluğu* kategorisinin de *Menü Bilgisi* ve *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* alt kategorilerine ayrıldıkları belirlenmiştir. *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi* odaklı zorluk, bir görevi tamamlamak için uygun işleve sahip araca yönelik bilgi eksikliğini kapsarken; *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* odaklı zorluk ise, bir görev için uygun işlevi olmayan araçlara yönelik bilgi eksikliğini içermektedir. Bu iki zorluğa örnek olarak; Veli birinci klinik görüşmede ışın oluşumu yapmak için araç çubuğunda uygun işleve sahip olan “ışın” aracını kullanmamış; bunun yerine uygun işlevi olmayan “doğru parçası” aracını seçmiş ve doğru parçası oluşturarak istenen işlemi gerçekleştirdiğini düşünmüştür. Veli’nin yaşadığı bu zorlukların temelinde “ışın” ve “doğru parçası” ile ilgili matematiksel bilgi eksikliklerinin ön plana çıktığı görülürken; göreve uygun işleve sahip araç olan “ışın” ve göreve uygun işlevi olmayan “doğru parçası” araçlarına yönelik bilgi eksikliklerinin ortaya çıktığı belirlenmiştir. Diğer yandan, bulgular katılımcıların zaman zaman uygun

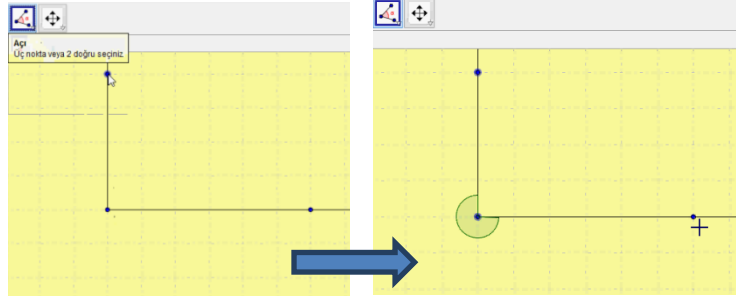
işlevi olmayan araç ile görevi tamamlayamadıklarını fark ettiklerinde; araç çubuğundaki göreve uygun olan aracı seçerek işlemleri tamamlayabildiklerini de göstermiştir. Bu nedenle *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* kategorisindeki bir zorluğun tespit edildiği durumda *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi* kategorisindeki bir zorluk ile karşılaşılmayabildiği görülmüştür. Örnek olarak, Nuray birinci klinik görüşmede çizim tahtasını (grafik görünümünü) taşımak için uygun işlevi olmayan “taşı” aracını seçerken; bu aracın işe yaramadığını görmüş ve kısa süre içerisinde uygun işleve sahip olan “çizim tahtasını taşı” aracını seçerek istenen işlemi gerçekleştirmiştir.

Araca Ulaşma Zorluğu'nun alt kategorilerinden *Menü Bilgisi* odaklı zorluk, kullanıcının hedeflediği aracı hangi menüde bulacağına dair bilgi eksikliğini yansıtmaktadır. Örnek olarak Atakan'ın birinci klinik görüşmede “alan” aracını araç çubuğunda değil; farenin sağ tuşu ile açılan içerik menüsünde aradığı görülmüştür. Atakan'ın bu zorluğunun temelinde pilot uygulamada kullanılan GSU araç menülerine dayalı alışkanlığının yer aldığı belirlenmiştir. *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* ise kullanıcının seçmek istediği araç yerine benzer ikona sahip başka bir aracı seçtiği algısal türde hataları kapsamaktadır. Örnek olarak, Lale bir doğru parçasının uzunluğunu belirlemek için “uzaklık veya uzunluk” aracı yerine benzer ikona sahip olan “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını seçmiş ve bu aracı kullanırken “uzaklık veya uzunluk” aracının prosedürünü uygulamaya çalışmıştır. Bu enstrümantal zorluk bağlamında benzer ikonlara sahip olan araçlar farklı menülerde yer alabilecekleri gibi aynı menü altında da öğrencileri yanıltabilmektedirler. Bununla birlikte *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* kullanıcıların işlem sırasında kısa sürede farkına vardıkları ve düzelttikleri hata türünü içerirken; bu yönüyle *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* ile ilgili enstrümantal zorluktan ayrılmaktadır. Diğer yandan birinci klinik görüşmenin bulguları, *Menü Bilgisi* odaklı zorlukların ve farklı menülerdeki iki araca yönelik *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar*'ın birbirlerinin ortaya çıkmasına neden olabildikleri görülmüştür. Bu noktada verilen göreve uygun bir aracın menüsüne yönelik bilgi eksikliği, öğrencinin hatalı bir menüde arama yapmasına ve bu menüdeki benzer ikona sahip başka bir aracı seçmesine neden olabilmektedir. Diğer yandan bir öğrencinin iki aracın ikonlarını karıştırması dolayısıyla bu araçların menülerini de karıştırabildiği ve bir aracı seçmek için benzer ikona sahip diğer aracın menüsüne

yönelebildiği görülmektedir. Bu nedenle Şekil 33'te bu iki enstrümantal zorluk arasındaki neden-sonuç ilişkisi çift yönlü ok ile temsil edilmiştir.

Diğer tema olan *Uygulama Zorluğu* altında *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* isimli kategoriler ortaya çıkmıştır. *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*, seçilen aracın nasıl çalıştığına yönelik bilgi eksikliğini içermektedir. Örnek olarak Sıla bir açının ölçüsünü belirlemek için “açı” aracını seçmiş, ancak saatin tersi yönünde işlem yapmadığı için bu aracın prosedürünü uygulamada zorluk yaşamıştır. Sıla'nın yaşadığı bu zorluğun temelinde DGY'deki “açı” aracının prosedüründeki pedagojik sınırlılığın ön plana çıktığı görülmüştür. *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ise kullanıcının fare kullanımına dair “hedef nesnenin üzerine tıklayamama” veya “hedef nesnenin üzerine fazla tıklama yapma” gibi işlem sürecinde zaman kaybına yol açan ve kullanıcı tarafından hemen fark edilerek düzeltilebilen psikomotor türdeki hataları içermektedir.

Öğrencilerin karşılaştığı enstrümantal zorlukların yanında bu enstrümantal zorlukların ne tür ön bilgi eksikliklerinden ya da ön alışkanlıklardan kaynaklandığı da incelenmiştir. *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* bağlamında bazı araçlara ilişkin karşılaşılan zorlukların ön matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklandığı; *Menü Bilgisi* odaklı zorluk kapsamında bazı araçlara ilişkin yaşanan zorlukların önceki yazılıma (GSU'ya) dayalı alışkanlıklara dayandığı; *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* içerisinde karşılaşılan bazı zorluklara ön matematiksel bilgi eksikliği ya da önceki yazılıma dayalı alışkanlıkların neden olduğu; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* bağlamında karşılaşılan güçlüklerin de öğrencilerin geometrik nesnelerin “çizimlerine” yönelik sahip oldukları alışkanlıklardan kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Diğer yandan DGY'nin “açı” aracının prosedürünün –içeriğindeki matematiksel bilgiden dolayı- ortaokul 7. sınıf öğrencileri için pedagojik sınırlılıklara sahip olduğu ve araca ilişkin gerekli düzenlemelerin yapılmadığı durumlarda öğrencilerde *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'a neden olduğu görülmüştür. Bu noktada bir açının ölçüsünün belirlenmesi için “açı” aracı kullanılırken açının kollarına ya da noktalarına saatin tersi yönünde tıklanması gerekmektedir. Aksi durumda istemeden ilgili açının dış bölgesine yönelik ölçme yapılmaktadır (bkz. Şekil 34).



Şekil 34. “Açı” Aracının Prosedüründeki Pedagojik Sınırlılık

Bu sınırlılık, “açı” aracının ayarlarının değiştirilmesini gerekli kılmıştır. Bu bağlamda öğretmen “Seçenekler” menüsüne girerek, açı ölçüsü 0° ile 180° arasında kalacak biçimde “açı” aracının ayarlarını değiştirmiştir.

Odak katılımcıların birinci klinik görüşmede karşılaştıkları enstrümantal zorluklar Tablo 13’te görülmektedir. Tablo 13’te bir aracın kullanımında ortaya çıkan enstrümantal zorluğun temelindeki bilgi eksikliği, alışkanlık ya da ilgili enstrümantal zorluğu etkileyen farklı bir zorluk türü, ilgili aracın yanında parantez içerisinde belirtilmiştir.

Tablo 13. Odak Katılımcıların Birinci Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları

Enstrümantal Zorluk Türü	Enstrümantal Zorluk Yaşanan Araçlar			
1. Göreve Uygun Araç Seçimi Zorluğu	1.1. Araç işlevi bilgisine dayalı zorluk	1.1.1. Uygun işleve sahip araca yönelik bilgi	VI: Doğru (<i>matematiksel bilgi eksikliği</i>), ışın (<i>mat. bilgi eks.</i>), orta dikme, verilen uzunlukta doğru parçası La: Nesneyi göster, açı (<i>mat. bilgi eks.</i>) Sl: Çizim tahtasını taşı Nu: Nesneyi göster, verilen uzunlukta doğru parçası	
		1.1.2. Uygun işlevi olmayan araca yönelik bilgi	VI: Doğru oluşturmak için “doğru parçası” aracını seçer (<i>mat. bilgi eks.</i>); ışın oluşturmak için “doğru parçası” aracını seçer (<i>mat. bilgi eks.</i>); orta dikme oluşumu için “dik doğru” aracını seçer Sl: Çizim tahtasını taşımak için “taşı” aracını seçer La: Açı ölçüsünü belirlemek için “uzaklık veya uzunluk” aracını seçer (<i>mat. bilgi eks.</i>) Nu: Çizim tahtasını taşımak için “taşı” aracını seçer; verilen uzunlukta doğru parçası oluşturmak için “paralel doğru” aracını seçer (<i>mat. bilgi eks.</i>); verilen uzunlukta doğru parçası oluşturmak için “doğru” aracını seçer (<i>mat. bilgi eks.</i>)	
		1.2. Araca ulaşma zorluğu	1.2.1. Menü bilgisi	Atk: Alan (<i>GSU’ya dayalı alışkanlıklar</i>), uzaklık veya uzunluk (<i>ikon benzerliğine dayalı hatalar</i>), kesişim VI: Nesneyi göster, uzaklık veya uzunluk Se: Verilen uzunlukta doğru parçası Sl: Grid, uzaklık veya uzunluk, açı, verilen uzunlukta doğru parçası (<i>ikon benz. day. hatalar</i>) La: Etiket göster, uzaklık veya uzunluk (<i>ikon benz. day. hatalar</i>), alan (<i>GSU’ya dayalı alışk.</i>) Nu: Grid, uzaklık veya uzunluk
			1.2.2. İkon benzerliğine dayalı hatalar	Atk, La: “Uzaklık veya uzunluk” yerine “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını seçer (<i>Menü bilgisi</i>) Sl: “Verilen uzunlukta doğru parçası” yerine “uzaklık veya uzunluk” aracını seçer (<i>Menü bilgisi</i>)

Tablo 13. (Devam) *Odak Katılımcıların Birinci Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları*

Enstrümantal Zorluk Türü	Enstrümantal Zorluk Yaşanan Araçlar
2. Uygulama Zorluğu 2.1. Araç prosedürü odaklı zorluk	Atk: Verilen uzunlukta doğru parçası (<i>GSU'ya dayalı alışk.</i>), açığı (<i>aracın pedagojik sınırlılığı</i>)
	VI: Açığı (<i>aracın pedagojik sınırlılığı</i>), paralel doğru, dik doğru, doğru parçası (<i>GSU'ya dayalı alışk.</i>), merkez ve yarıçapla çember SI: Dik doğru, açığı (<i>aracın pedagojik sınırlılığı</i>) La: Uzaklık veya uzunluk, düzgün çokgen Nu: Açığı (<i>Aracın pedagojik sınırlılığı</i>), orta dikme, dik doğru, paralel doğru (<i>mat. bilgi eks.</i>), alan
2.2. Fare kullanımını zorluğu	Atk, VI, La: Nesne seçimi sırasında fazladan tıklama yapar VI, Se, SI, La, Nu: Hedef nesnenin üzerine tıklanamaz
3. Oluşum İnşa Etme Zorluğu	Atk, VI, SI, La, Nu: İstenen oluşuma benzeyen çizimler yapar (<i>çizime dayalı alışkanlıklar</i>)

Tablo 13'e göre, en fazla enstrümantal zorlukla karşılaşan katılımcıların evlerinde bilgisayar bulunmayan Veli ve Nuray olduğu; en az zorlukla karşılaşan katılımcının ise Sera olduğu görülmüştür. Bunun yanında katılımcıların en fazla zorluk yaşadığı araçların “uzaklık veya uzunluk”, “verilen uzunlukta doğru parçası” ve “açığı” olduğu görülürken, bu bağlamda enstrümantal zorlukların ölçme araçlarında yoğun olarak ortaya çıktığı belirlenmiştir. Diğer yandan; tüm katılımcıların *Fare Kullanımı Zorluğu* ve *Menü Bilgisi* odaklı zorluk yaşadığı; Sera dışındaki katılımcıların *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile karşılaştığı; Atakan ve Sera dışındaki 4 katılımcının *Uygun İşleve Sahip Araca Dayalı Zorluk* ve *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamında hatalar yaptıkları ortaya çıkmıştır. Enstrümantal zorlukların ortaya çıkmasına neden olan bilgi eksikliği ve alışkanlıklar incelendiğinde ise matematiksel bilgi eksikliğine dayalı enstrümantal zorlukların diğerlerinden daha sık meydana geldiği görülmüştür.

Atakan'ın *Menü Bilgisi* odaklı zorluk bağlamında “uzaklık veya uzunluk” ve “kesişim” araçlarını bulmak için zaman harcadığı; “alan” aracını araç çubuğunda değil; farenin sağ tuşu ile açılan pencerede aradığı görülmüştür. “Alan” aracına ilişkin zorluk, pilot uygulamada kullanılan GSU’ya ilişkin alışkanlıktan kaynaklanırken, “uzaklık veya uzunluk” aracına ilişkin zorluğun temelinde *İkon Benzerliği Dayalı Hatalar*’ın olduğu belirlenmiştir. Bu noktada, Atakan'ın *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* bağlamında “uzaklık veya uzunluk” ve “verilen uzunlukta doğru parçası” araçlarının ikonlarını karıştırdığı ve doğru parçasının uzunluğunu belirlemek için “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını seçerek “uzaklık veya uzunluk” aracının prosedürünü kullanmaya çalıştığı gözlenmiştir. Ayrıca Atakan'ın *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* bağlamında “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını kullanırken uzunluk kutusunun içerisinde sayı değerinin yanına uzunluk birimini (m) yazdığı (önceki yazılıma dayalı alışkanlık) ve “açı” aracını kullanırken açının kollarına saatin tersi yönde tıklamadığı için hata yaptığı (DGY aracının prosedüründeki pedagojik sınırlılık); *Fare Kullanımı Zorluğu* bağlamında hedef nesneyi seçerken birden fazla tıklama yaptığı ve bu nedenle istemeden “yeniden tanımla” penceresini açtığı; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* bağlamında “çokgen” aracını seçerek düzgün çokgen oluşumuna benzeyen çizimler (eşkenar üçgen çizimi) yaptığı görülmüştür.

Veli'nin *Uygun İşleve Sahip Araca Dayalı Zorluk* bağlamında “doğru”, “ışın”, “orta dikme”, “verilen uzunlukta doğru parçası” araçlarında; *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamında da “doğru parçası” ve “dik doğru” araçlarında zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bu noktada Veli'nin hem doğru hem de ışın oluşturmak için “doğru parçası” aracını kullandığı; orta dikme oluşumu yapması istenildiğinde de “dik doğru” aracıyla dik doğru oluşumu yaptığı ve bu dik doğruyu orta dikme oluşumu gibi görünmesi için doğru parçasının orta noktasına sürüklediği belirlenmiştir. Bu veriler ışığında Veli'nin “doğru”, “ışın” ve “doğru parçası” araçlarına yönelik enstrümantal zorluklarının ön matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Diğer yandan Veli'nin *Menü Bilgisi* odaklı zorluk bağlamında “nesneyi göster” ve “uzaklık veya uzunluk” araçlarını yanlış menülerde aradığı; *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* çerçevesinde “açı”, “paralel doğru”, “dik doğru”, “doğru parçası” (önceki yazılıma dayalı alışkanlık) ve “merkez ve yarıçapla çember” araçlarını hatalı kullandığı belirlenmiştir. “Doğru parçası” aracına ilişkin zorluk bağlamında Veli'nin doğru parçası

oluştururken pilot uygulamada kullanılan yazılımdaki “doğru parçası” prosedürünü uyguladığı ve parmağını farenin sol tuşuna basılı tutarak doğru parçası oluşturmaya çalıştığı gözlenmiştir. Bu nedenle Veli'nin “doğru parçası” aracına yönelik karşılaştığı zorluğun önceki yazılıma dayalı alışkanlıktan kaynaklandığı görülmüştür. Bunun yanı sıra Veli'nin *Fare Kullanımı Zorluğu* kapsamında hedef nesneyi seçerken birden fazla tıklama yaptığı ya da hedef nesnenin üzerine tıklayamadığı; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* bağlamında istenen oluşuma benzeyen çizimler yaptığı (çizime dayalı alışkanlıklar) görülmüştür.

Sera'nın *Menü Bilgisi* odaklı zorluk bağlamında “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını yanlış menülerde aradığı; *Fare Kullanımı Zorluğu* çerçevesinde hedef nesnenin üzerine tıklayamadığı gözlenmiştir.

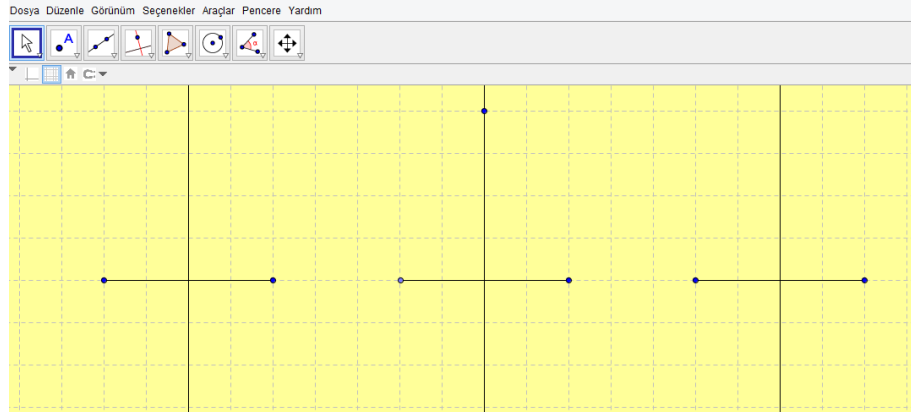
Sıla'nın *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamında çizim tahtasını taşımak için “taşı” aracını seçtiği; *Menü Bilgisi* odaklı zorluk kapsamında “grid”, “uzaklık veya uzunluk”, “açı” ve “verilen uzunlukta doğru parçası” araçlarını yanlış menülerde aradığı görülmüştür. Sıla'nın “verilen uzunlukta doğru parçası” aracına yönelik karşılaştığı *Menü Bilgisi* odaklı zorluğun temelinde *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar*'ın olduğu gözlenmiştir. Bu noktada Sıla'nın “verilen uzunlukta doğru parçası” ile “uzaklık veya uzunluk” araçlarının ikonlarını karıştırdığı ortaya çıkmıştır. Bunların yanında Sıla'nın birinci klinik görüşmede *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* çerçevesinde “dik doğru” ve “açı” araçlarını hatalı kullandığı; *Fare Kullanımı Zorluğu* içerisinde hedef nesnenin üzerine tıklayamadığı; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* kapsamında istenen oluşuma benzeyen çizimler yaptığı (çizime dayalı alışkanlıklar) belirlenmiştir. Sıla'nın “açı” aracına yönelik karşılaştığı *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'un temelinde “açı” aracının prosedüründeki pedagojik sınırlılığın yer aldığı görülmüştür.

Lale'nin *Uygun İşleve Sahip Araca Dayalı Zorluk* bağlamında “nesneyi göster” ve “açı” araçlarını kullanamadığı görülmüştür. Lale, açı ölçme görevinde açının kollarında iki nokta oluşturarak noktalar arasındaki uzaklığı ölçmüştür. Bu noktada Lale'nin “açı” aracına yönelik yaşadığı zorluğun açı kavramına ilişkin ön matematiksel bilgisinin eksik olmasından kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. *Menü Bilgisi* odaklı zorluk bağlamında ise Lale “alan”, “uzaklık veya uzunluk” ve “etiketi göster” araçlarını yanlış menülerde ararken; “alan” aracına ilişkin zorluğun pilot uygulamada kullanılan GSU'ya ilişkin alışkanlıktan kaynaklandığı belirlenmiştir. Bu bağlamda, Lale “alan” aracını, eski

yazılımda olduğu gibi farenin sağ tuşuyla açılan içerik menüsünde bulacağını düşünmüştür. Diğer yandan *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* bağlamında Lale'nin “uzaklık veya uzunluk” ve “verilen uzunlukta doğru parçası” araçlarının ikonlarını karıştırdığı görülürken; bu hataya “uzaklık veya uzunluk” aracına yönelik *Menü Bilgisi* odaklı zorluğun neden olduğu belirlenmiştir. Bu noktada Lale “uzaklık veya uzunluk” aracını hatalı menülerde ararken benzer ikondaki “verilen uzunlukta doğru parçası” aracına yönelmiştir. Bunların yanı sıra Lale'nin *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* kapsamında “uzaklık veya uzunluk” ve “düzgün çokgen” araçlarını kullanmada zorluk yaşadığı; *Fare Kullanımı Zorluğu* çerçevesinde işlem sırasında hedef nesnenin üzerine tıklayamadığı için işlemleri tekrar ettiği; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* kapsamında, istenen oluşumlara benzeyen çizimler yaptığı (çizime dayalı alışkanlıklar) görülmüştür.

Diğer odak katılımcı Nuray'ın *Uygun İşleve Sahip Araca Dayalı Zorluk* bağlamında “nesneyi göster” ve “verilen uzunlukta doğru parçası” araçlarına yönelik bilgi eksikliği olduğu; *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamında çizim tahtasını taşımak için “taşı” aracını kullanmaya çalıştığı ve matematiksel bilgi eksikliğine bağlı olarak verilen uzunlukta doğru parçası oluşturmak için “paralel doğru” ve “doğru” araçlarını kullanmayı denediği; *Menü Bilgisi* odaklı zorluk kapsamında “uzaklık veya uzunluk” ve “grid” araçlarını yanlış menülerde aradığı; *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* bağlamında “açı”, “orta dikme”, “dik doğru”, “paralel doğru” ve “alan” araçlarının prosedürünü uygulamada güçlük yaşadığı görülmüştür. Nuray'ın bir doğruya paralel olan başka bir doğru oluştururken paralel doğrunun noktalarını rastgele – ve ilk doğruyla kesişecek biçimde - belirlemeye çalıştığı gözlenmiştir. Bu bağlamda katılımcının açıklamaları alındığında, Nuray'ın paralel doğru ile dik doğruyu aynı matematiksel kavram olarak düşündüğü ortaya çıkmıştır. Buradan hareketle “paralel doğru” aracına yönelik yaşanan zorluğun ön matematiksel bilgi eksikliği ile ilişkili olduğu belirlenmiştir. Nuray'ın “açı” aracına yönelik yaşadığı zorluğun temelinde ise DGY'deki “açı” aracının prosedüründeki pedagojik sınırlılıklar yer almaktadır. Bu bağlamda Nuray açının noktalarına saatin tersi yönde tıklamadığı için istediği açının ölçüsünü belirleyememiştir. Son olarak Nuray'ın *Fare Kullanımı Zorluğu* bağlamında hedef nesnenin üzerine tıklayamadığı ve *Oluşum İnşası Odaklı Zorluk* bağlamında hedeflenen oluşuma benzeyen çizimler yaptığı ortaya çıkmıştır.

Birinci klinik görüşmede katılımcılara “oluşum” ve “bağımlı ve bağımsız şekil” kavramlarıyla ilgili sorular da sorulmuştur. Bu sorularda öğrencilere DGY’de orta dikme doğrusuna ilişkin “çizim” ve “oluşum” temsilleri sunulmuş ve öğrencilerin verilen şekilleri araştırarak düşüncelerini açıklamaları istenmiştir (bkz. Şekil 35).



Şekil 35. “Oluşum” ve “Çizim” Temsillerini Ayırt Etmeye Yönelik Soru

Şekil 35’te görünen soruda ilk iki şekil orta dikme çizimleri, üçüncü şekil orta dikme oluşumdur. Katılımcıların şekilleri sürüklerken yaptıkları açıklamalar incelendiğinde Atakan, Sera, Lale ve Nuray’ın sürükleme sırasında değişen ve değişmeyen özellikleri doğru tanımladıkları ortaya çıkmıştır. Bunun yanında Atakan, Sera ve Lale’nin üçüncü şekli tanımlarken “oluşum” kelimesini kullandıkları; Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın orta dikmenin doğru parçasına “bağımlı” olduğunu açıkladıkları görülmüştür. Bu açıklamalar aşağıdaki görüşme örneğinde sunulmuştur.

Araştırmacı: Evet Atakan, ne görüyorsun?

Atakan : Orta dikme (ilk şekli gösterir), orta dikme (ikinci şekli gösterir), orta dikme (üçüncü şekli gösterir).

Araştırmacı fareyi Atakan’a vermiştir.

Araştırmacı: Şimdi en soldan incelemeye başla bakalım.

Atakan ilk şekli sürüklemiş ve doğrunun orta dikme özelliğini korumadığını fark etmiştir.

Atakan : İlk şekil doğru değil öğretmenim, (doğru parçasının) hareket etmemesi gerekiyordu. Birbirine dik olması için...

Atakan ikinci şekli sürüklemiştir ve doğrunun orta dikme özelliğini korumadığını fark etmiştir.

Atakan : Öğretmenim orta dikmesi değil.

Atakan üçüncü şekli sürüklemiştir ve doğrunun orta dikme özelliğini koruduğunu açıklamıştır.

Atakan : Bu orta dikmedir, nereye götürürsek orta dikmedir.

Araştırmacı: Böyle şekillerin bir adı var mıydı?

Atakan : Oluşum...

Araştırmacı: Sadece orta dikmeyi tutup sürükleyebilir misin?

Atakan : Sürüklenmez öğretmenim. Bir tek buradan (doğru parçasını gösterir) tutup sürükleyebiliyorum.

Araştırmacı: Peki bağımlı şekil, bağımsız şekil neydi hatırlıyor musun? Burada var mı?

Atakan : Evet öğretmenim.

Araştırmacı: Hangisi hangisine bağımlı?

Atakan : Mesela şimdi... Orta dikme doğruya ('doğru' ifadesini kullanırken doğru parçasını gösterir) bağımlı...

Diğer bir odak katılımcı Sıla'nın ise, hatalı olarak, doğru parçasının orta dikme doğrusuna bağımlı olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Bunun yanı sıra katılımcılardan Veli ve Nuray'ın üçüncü şekilde orta dikmenin doğru parçasından bağımsız sürüklenememesinin nedenini orta dikmenin üzerinde nokta olmaması olarak açıkladıkları gözlenmiştir. Bu bağlamda aşağıda Nuray'ın açıklamaları örnek olarak verilmiştir.

Nuray : (Birinci şekil özelliğini) Korumuyor. Bu da (ikinci şekil de özelliğini) korumuyor. Bu (üçüncü şekil) koruyor.

Araştırmacı: Peki buradaki (üçüncü şekli gösterir) orta dikmeyi sürükleyebilir misin?

Nuray : Cık. Hareket etmiyor. Çünkü orta dikmenin noktaları falan yok.

Araştırmacı: Olsaydı hareket ettirebilir miydin?

Nuray : Hareket ettirebilirdim.

Diğer odak katılımcılar Veli ve Sıla'nın birinci ve ikinci şekildeki sürüklemelerde doğrunun orta dikme özelliğini kaybettiği bazı durumları fark edemedikleri ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda Veli ikinci şekli sürüklerken doğru ve doğru parçası dik kesiştiği sürece orta dikme özelliğinin korunduğunu, diğer durumda şeklin sahip olduğu özelliğin korunmadığını belirtmiştir. Sıla ise birinci şekille ilgili yaptığı incelemede orta

dikmenin doğru parçasının orta noktasından geçtiği durumlarda orta dikmenin özelliğini koruduğunu açıklamıştır. Bu noktada iki katılımcının orta dikme kavramına yönelik eksikliklerinin olduğu ve bu nedenle geometrik yapıya yönelik hatalı açıklamalar yaptıkları belirlenmiştir. Bu açıklamalara örnek olarak, aşağıda sırasıyla Veli'nin ve Sıla'nın görüşmelerinden alıntılar sunulmuştur. Birinci olarak Veli'ye aşağıdaki sorular sorulmuştur.

Araştırmacı: Diğer noktaları sürükleyebilir misin? Özellikleri korunuyor mu hareket ettirdiğinde?

Veli : Şöyle korunuyor da (doğru ve doğru parçası dik olacak biçimde sürüklemeye yapar), şöyle korunmuyor hocam (doğru parçası ve doğru kesişmeyecek biçimde sürüklemeye yapar).

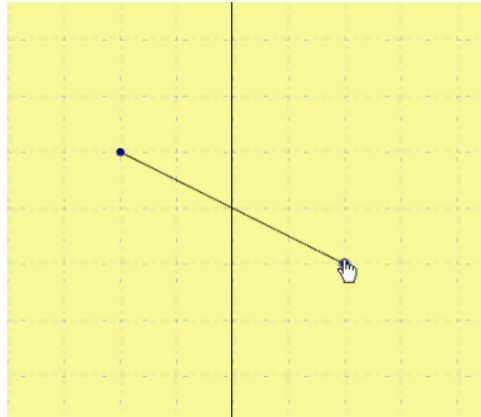
İkinci olarak Sıla'ya aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

Araştırmacı: Ne görüyorsun? Üç tane şekil var.

Sıla : Doğru parçasını kesen orta dikme...

Araştırmacı: Şimdi sürüklemeni isteyeyim senin, en soldan başlayarak... Ne gördüğünü söyle bakalım.

Sıla birinci şekli sürükleyerek incelemeye başlamıştır. Sıla doğru ve doğru parçası dik olmayacak biçimde; ancak doğru, doğru parçasının orta noktasından geçecek şekilde sürüklemeye yapmıştır (bkz. Şekil 36).



Şekil 36. *Sıla'nın Birinci Şeklin Orta Dikme Oluşumu Olup Olmadığına Yönelik İncelemesi*

Araştırmacı: Dediğin özelliği koruyor mu?

Sıla : Hocam şöyle yaptığım zaman dediğim özelliği koruyor. Orta dikme...

Katılımcı daha sonra ikinci şekli sürüklemiş ve verilen durumda doğrunun orta dikme özelliğini korumadığını açıklamıştır.

Sıla : Hocam orta noktasından geçmiyor. Her durumda geçmiyor.

Sıla daha sonra üçüncü şekli sürüklemiştir.

Sıla : Hocam orta dikme özelliğini koruyor.

Araştırmacı: Orta dikmeyi tek başına sürükleyebilir misin?

Sıla : Sürüklenmez hocam. Orta dikme sabit. Doğru parçası hareket etmezse orta dikme hareket etmez.

Araştırmacı: Bağımlı şekil, bağımsız şekil kelimelerini hatırlıyor musun? Ne demiştik mesela? Aynadaki görüntümüz bize bağımlıydı. Burada da benzer bir durum var mı?

Sıla : Evet hocam. Doğru parçasını biz hareket ettirmezsek bu (doğru) hareket etmez.

Araştırmacı: Hangisi hangisine bağımlı yani?

Sıla : Doğru parçası orta dikmeye...

Son olarak, odak katılımcıların tümü üçüncü şekli sürüklediklerinde orta dikme doğrusunun özelliğini koruduğunu açıklamışlardır. Bu açıklamalara örnek olarak Sera ilk iki şekil için “orta dikmesi değil, çünkü kaydınca değişiyor” ifadesini kullanırken, üçüncü şekil için “bu orta dikmesi” biçiminde görüşlerini belirtmiştir. Diğer katılımcı Lale de ilk iki şekil için “şimdi özelliğini kaybetti, doğru parçası hareket ediyor ama orta dikmesi hareket etmiyor” derken; üçüncü şekli sürüklediğinde “orta dikmesi sabit, hep ortada duruyor” açıklamasını yapmıştır.

3.4. İkinci Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon

Katılımcıların enstrümantal oluşum sürecinde karşılaştıkları ön zorluklar dikkate alındığında ikinci öğretim bölümünde belirli önlemlerin alınması kararlaştırılmıştır. Bu noktada *Menü Bilgisi* odaklı zorlukların üstesinden gelmek için araç çubuğunun işlenecek geometri konularının içeriği bağlamında, uygun araçlarla sınırlandırıldığı bir düzenlemenin yapılması kararlaştırılmıştır. Bu sayede öğrencilerin gereğinden fazla araç içeren araç menüleri içerisinde bilişsel yük yaşamalarının önlenmesi hedeflenmiştir.

İkinci olarak öğretim süreci içerisinde önceki yazılıma dayalı alışkanlıklardan dolayı uygun aracı seçmeye ya da uygulamaya dönük zorluk yaşamaya devam eden

öğrencilere kendi bilgisayar ekranlarından destek olunması kararlaştırılırken, aynı zorluğun pek çok öğrenci tarafından yaşanması durumunda tüm sınıfa A1 nolu bilgisayardan açıklama yapılması planlanmıştır.

Üçüncü olarak, “Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularının öğretiminde önemli bir yeri olan “açı” aracının kullanımına yönelik ön matematiksel bilgi eksikliğine dayalı zorlukların üstesinden gelmek için kavramsal ve uygulamaya dönük öğretimsel açıklamaların tekrar yapılması kararlaştırılmıştır. Diğer yandan ilgili geometri konularının öğretimi kapsamında sıklıkla kullanılması gereken bir diğer araç olan “uzaklık veya uzunluk” aracının uygulamasına yönelik de hatırlatıcı bilgilerin A1 nolu bilgisayardan verilmesi hedeflenmiştir.

“Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularının öğretimi kapsamında “oluşum” ve “çizim” temsilleri arasındaki farkın, öğrencilerin ortaya koydukları hatalı örnekler üzerinden yeniden tartışılması kararlaştırılmıştır. Bu bağlamda yapılacak tartışmaların “sürüklenme sırasında şeklin özellikleri korunuyor mu?”, “şeklin değişen değişmeyen özellikleri neler?” soruları üzerinden yapılandırılması planlanmıştır.

İkinci öğretim bölümü üç haftalık öğretim sürecini içerirken; birinci ve ikinci haftalarda toplam beş ders saatinde öğrencilerin “Çokgenler” konusuna ilişkin ZGA odaklı etkinlikleri tamamlamalarına odaklanılmıştır. Bu çerçevede çokgenlerde köşegen, iç açı, dış açı, iç bükey ve dış bükey çokgen kavramlarının öğrenimi ve üçgende iç açıların özelliklerine ilişkin doğrulama türünde bir etkinlik planlanmıştır. Üçüncü hafta ise üç ders saatini kapsamaktadır ve birinci ders saatinde “Eşlik ve Benzerlik” konusunun öğrenimi kapsamında çizim tahtasındaki sürgülerin ve araç çubuğundaki “nesneyi noktadan genişlet” aracının kullanımına yönelik çalışmaların yürütülmesi, sonraki iki ders saatinde kavramların öğretimine ilişkin ZGA odaklı etkinliklerin uygulanması kararlaştırılmıştır.

İkinci öğretim bölümünde hazırlanan etkinlikler “aracı tanıma”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “oluşum inşası” ve “doğrulama” olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Bununla birlikte ikinci öğretim bölümünde etkinliklerin içeriğine bağlı olarak “teknik tanıtım”, “ekrandakini açıklama”, “rehberlik etme ve çalışma”, “yürüyerek çalışma”, “ekrandakini tartışma”, “ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma”, “işbirlikli problem çözme” orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır. Tablo

14'te ikinci öğretim bölümünde haftalara bağlı yürütülecek çalışmaların hangi türde etkinlik oldukları, hangi orkestrasyon tipleriyle yürütüldükleri ve hangi ZGA bileşenlerine odaklandıkları görülmektedir.

Tablo 14. İkinci Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Odak ZGA'lar

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Odak ZGA'lar
1 ve 2	1	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Rehberlik etme ve açıklama	İ
	2	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	İ; G
	3	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Teknik tanıtım/ Yürüyerek çalışma/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	4	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Rehberlik etme ve açıklama / Ekrandakini tartışma/ Tahtada öğretim	İ; G
	5	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	6	Doğrulama	İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini açıklama	İ; G; DA; KY
	7	Aracı tanıma	Teknik tanıtım	-
	8	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Yürüyerek çalışma/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	9	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	10	Doğrulama	İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini açıklama	İ; G; DA; KY
3	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma / Rehberlik etme ve açıklama/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	2	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	3	Aracı tanıma	Teknik tanıtım	-
	4	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Rehberlik etme ve açıklama / Ekrandakini tartışma	İ; G; DA

Tablo 14'e göre ikinci öğretim bölümünde "aracı tanıma" türünde 2 etkinliğe; "bir geometrik yapıyı analiz etme" türünde 5 etkinliğe; "oluşum inşası" türünde 5 etkinliğe; "doğrulama" türünde 2 etkinliğe yer verilmiştir. "Aracı tanıma" türündeki etkinlikler

ZGA süreçlerine odaklanmazken, bu çalışmaların yürütülmesinde “teknik tanıtım” orkestrasyon tipinden yararlanılmıştır. “Bir geometrik yapıyı analiz etme” etkinliklerinden üç tanesi “bağımsız yapıyı analiz etme”; iki tanesi “bağımlı yapıyı analiz etme” türündeki etkinliklerdir. Bu etkinliklerin yürütülmesinde “ekrandakini tartışma”, “ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma” ve “rehberlik etme ve açıklama” orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. “Bağımlı yapıyı analiz etme” etkinliklerinden bir tanesi ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanırken; diğeri ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü kapsamaktadır. “Bağımsız yapıyı analiz etme” etkinliklerinden bir tanesi ise ilişkilendirme ve genelleme süreçlerini içerirken; diğeri ikisi ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanmıştır. İkinci öğretim bölümünde uygulanan “oluşum inşası” etkinliklerinin tümü öğrencilerin yeni öğrendikleri özel bir araçla çalıştıkları “belirli bir araca yönelik uygulama” çalışmalarınıdır. Bu çalışmaların yürütülmesinde “rehberlik etme ve açıklama”, “yürüyerek çalışma”, “ekrandakini tartışma” ve araçla ilgili matematiksel kavramların öğretiminde “tahtada öğretim” orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır. Bu etkinliklerden bir tanesi ilişkilendirme; bir diğeri ilişkilendirme ve genelleme; diğeri üçü ise ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanmışlardır. Son olarak, öğretim bölümündeki “doğrulama” etkinlikleri “işbirlikli problem çözme” ve “ekrandakini açıklama” orkestrasyon tipleri aracılığıyla yürülmüştür. Bu etkinlikler ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü destekleyecek biçimde hazırlanmış ve uygulanmıştır.

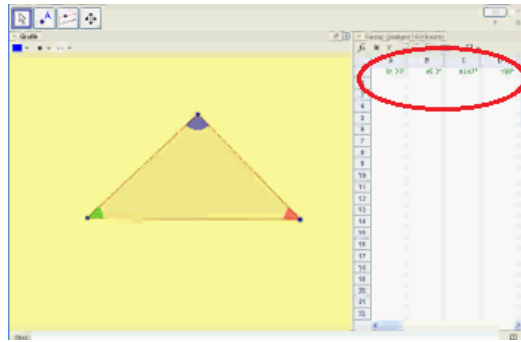
Bu etkinliklerin dışında öğrencilerin öğrendikleri kavramları kâğıt-kalem problemleri ile pekiştirmeleri için “Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularına ilişkin geleneksel öğretim ortamında problem çözme uygulamaları yapılmıştır. Enstrümantal orkestrasyon sürecinin bulguları kapsamında sadece bilgisayar dersliğindeki öğrenme sürecine odaklanılmış; geleneksel öğretim ortamındaki çalışmalara bulgularda yer verilmemiştir.

İkinci öğretim bölümündeki enstrümantal orkestrasyona ilişkin bulgular “didaktik düzenleme”, “faydalanma biçimi” ve “didaktik performans” başlıkları altında verilmiştir.

3.4.1. İkinci öğretim bölümündeki didaktik düzenleme

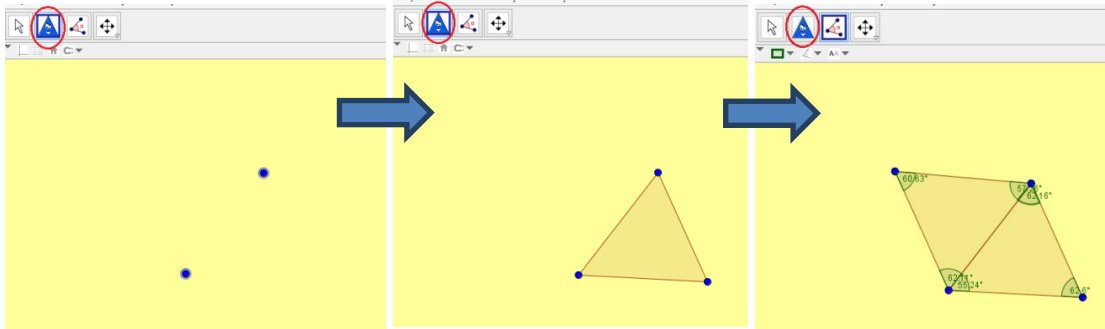
Öğretim bölümüne ilişkin yapılan didaktik düzenlemede birinci öğretim bölümündeki oturma düzeni ve mevcut öğretim teknolojilerinin yerleşimi değiştirilmemiştir. Bununla birlikte öğrencilerin kullandığı bilgisayarlardan birisinin ders sırasında arızalanması olasılığına karşılık etkinlik dosyalarının yüklü olduğu üçüncü notebook dersliğe getirilmiştir. Öğretmen dersten önce etkinlik dosyalarını öğrenci bilgisayarlarına yüklerken zamanı daha iyi kullanmak amacıyla A2 nolu bilgisayarda kurulu olan bir dosya paylaşım programından yararlanılmış ve 2 numaralı ağ yardımıyla etkinlik dosyaları öğrenci bilgisayarlarına kaydedilmiştir.

Birinci ve ikinci haftanın etkinliklerinde araç takımları, amaçlara bağlı olarak “taşı”, “nokta”, “doğru”, “ışın”, “doğru parçası”, “çokgen”, “düzgün çokgen”, “açı”, “uzaklık ve uzunluk”, “çizim tahtasını taşı” araçları arasından seçilen uygun araçları içermektedir. Öğretmenin DGY’ye yönelik gerçekleştirdiği bu düzenleme sayesinde öğrencilerin içeriği geniş bir araç çubuğu karşısında bilişsel yük yaşamalarının engellenmesi ve göreve uygun araçlara daha kolay ulaşılması amaçlanmıştır. Başka bir düzenlemede ise öğrencilerin çokgenler kapsamında dörtgen oluşumlarını sürükleyerek kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi özel dörtgenleri incelemelerini kolaylaştırmak amacıyla grafik görünümünde “grid” sekmesi açılmış ve öğrencilerin DGY’de verilen açıların ölçülerini doğru biçimde belirleyebilmeleri için açı ölçüsü 0° ile 180° arasında kalacak biçimde ayarlanmıştır. Ayrıca çokgenlerde iç açıların ve dış açıların ölçüleri toplamına ilişkin değişmezlerin keşfedilmesini kolaylaştırmak için grafik görünümünün sağ tarafında açı ölçülerine ve toplamlarına ilişkin verileri içeren bir çizelge de açılmıştır (bkz. Şekil 37).



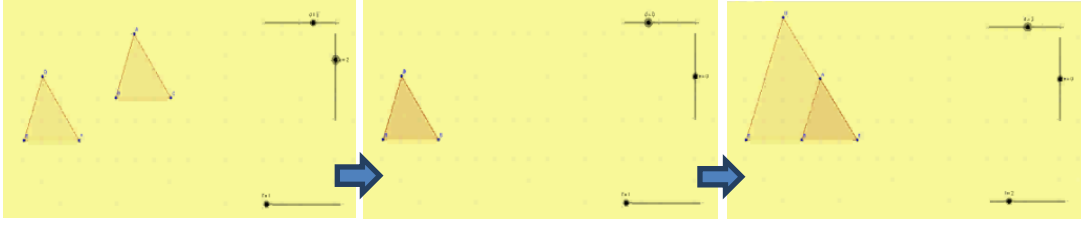
Şekil 37. Grafik Görünümünün Sağ Tarafında Açı Ölçülerine İlişkin Verileri İçeren Çizelge

İkinci haftanın etkinliğinde üçgenler yardımıyla çokgenlerde iç açılarının ölçüleri toplamına ilişkin genellemelere ulaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla öğretmen tarafından tasarlanan “üçgen” aracı da araç çubuğuna eklenmiştir. DGY’ye yönelik gerçekleştirilen düzenleme bağlamında “yeni araç oluştur” menüsü aracılığıyla tasarlanan ve DGY’ye eklenen bu araç, grafik görünümünde sadece üç noktaya tıklayarak üçgensel bölge oluşturmayı sağlayan kısa bir prosedürü içermektedir. Öğrencilerin “çokgen” aracıyla üçgensel bölge oluştururken –birinci köşe noktasına son işlemde tekrar tıklamak zorunda oldukları için- yaşayabilecekleri enstrümantal zorluğun önüne geçmek amacıyla daha kısa bir prosedüre sahip olan ve sadece üçgensel bölge oluşturmayı sağlayan “üçgen” aracı özelleştirilmiş araç çubuğuna eklenmiştir. DGY’de çokgensel bölge oluşturma işlevine sahip olan aracın adı “çokgen”; düzgün çokgensel bölge oluşturma işlevine sahip olan aracın adı “düzgün çokgen” olması nedeniyle ve öğrencilerin araçların adları ve işlevlerine yönelik kavram karışıklığı yaşamamaları amacıyla üçgensel bölge oluşturma işlevine sahip olan yeni aracın adı “üçgen” olarak belirlenmiştir (bkz. Şekil 38).



Şekil 38. Genelleme Sürecine Yardımcı Olmak İçin “Üçgen” Aracının Tasarlanması

Üçüncü haftanın etkinliklerinde “Eşlik ve Benzerlik” konusunun öğretimini desteklemek için araç çubuğuna öğrencilerin daha önce kullanmadıkları “nesneyi noktadan genişlet” aracı eklenmiştir. Bunun yanı sıra, çokgenlerin üst üste getirilerek ve genişletilerek dinamik olarak ilişkilendirilmesini sağlamak için göreve uygun sürgüler de tasarlanmış ve etkinliklere dâhil edilmiştir (bkz. Şekil 39).



Şekil 39. Göreve Uygun Sürgülerin Tasarlanması ve Etkinliklere Eklenmesi

İkinci öğretim bölümünün didaktik düzenlemesinde, birinci öğretim bölümüne benzer şekilde, öğrencilerin derse başlamadan önce etkinlik dosyalarında etkinlik dışı işlemler yürütmelerini engellemek için dersin başlangıç aşamasında A2 nolu bilgisayar aracılığıyla öğrenci bilgisayarlarının ekranlarının kilitlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bilgisayarların derslikteki hava sıcaklığını arttırması ve öğrencilerin bu durumdan şikâyetçi olmaları dolayısıyla dersten önce ve ders sürecinin belli bölümlerinde pencerenin açılması ve derslikteki hava sıcaklığının düşürülmesi planlanmıştır.

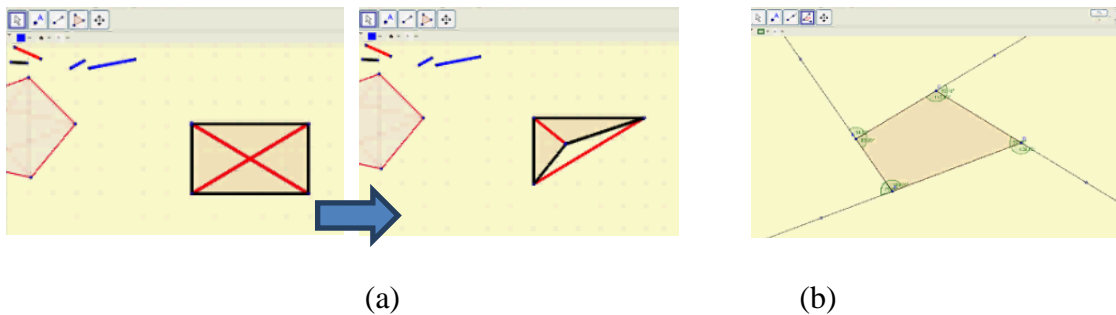
3.4.2. İkinci öğretim bölümündeki faydalanma biçimi

İkinci öğretim bölümü kapsamında öğrencilerin “Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularının öğrenimine ilişkin “oluşum inşası”, “bir geometrik yapıyı analiz etme” ve “doğrulama” etkinliklerini yürütmeleri planlanmıştır. Üç haftalık süreçte yürütülecek etkinlikler öğrencilerin kendi bilgisayarlarında araştırmalarını yürütmelerini, çıkarımları üzerinde tartışma yapmalarını ve öğretmen rehberliğinde genellemeye ulaşmalarını sağlayacak biçimde planlanmıştır. Diğer yandan öğrencilerin enstrüman bilgisi ya da ZGA süreçlerine ilişkin zorluk yaşamaları durumunda öğretmen merkezli orkestrasyon biçimleri olan “teknik tanıtım” ve “ekrandakini açıklama” yöntemlerine geçiş yapılarak öğretim sürecinin sürdürülmesi kararlaştırılmıştır. Tüm etkinliklerin başında öğrenci bilgisayarlarının ekranlarının kilitlenmesi ve A1 nolu bilgisayardan problem durumunun tanıtılması planlanırken; üçüncü hafta kapsamında “nesneyi noktadan genişlet” aracına yönelik açıklamaların öğretmen merkezli olarak yürütülmesi ve öğrencilerin tahtada izledikleri prosedürü uygulamaları hedeflenmiştir.

Etkinlikler kapsamında öğretmenin birinci klinik görüşmede enstrümantal zorluk yaşanan araçların işlevlerine ve prosedürlerine ilişkin öğrencilere sorular sorması, bilgi eksikliği görülen araçların yeniden açıklanması ve etkinlik sürecinde gerekli anlarda hatırlatıcı bilgilerin verilmesi amaçlanmıştır. Süreç boyunca öğretmenin öğrenci

gruplarının işlemlerini takip ederek ortaya çıkan yeni enstrümantal zorlukları belirlemesi ve zorluk yaşanan araçlarla ilgili öğrencilere destek vermesi planlanmıştır. Ayrıca gerçekleştirilecek tüm etkinliklerde öğrenci grupları içerisinde fareyi baskın olarak kullanan öğrencilerin daha paylaşımcı olmalarına yönelik uyarıların yapılması kararlaştırılmıştır.

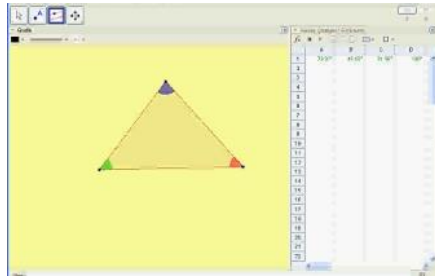
İkinci öğretim bölümünün birinci ve ikinci haftasındaki etkinliklerde, (1) herhangi üç tanesi doğrudan olmayacak biçimde noktalar oluşturulması ve bu noktaları ikişer ikişer birleştiren doğru parçaları inşa ederek çokgen oluşumlarının yapılması; (2) çokgen oluşumlarında köşegenlerin inşa edilmesi ve sürüklenme yardımıyla iç büyük çokgenlerin keşfedilmesi (bkz. Şekil 40a); (3) “düzgün çokgen” aracıyla oluşumların yapılması ve düzgün çokgenler ile düzgün olmayan çokgenlerin açı ilişkilerine yönelik genellemelerin yapılması; (4) “ışın” ve “açı” araçları yardımıyla bir iç açının komşu bütünlerinin inşa edilmesi ve dış açı kavramının keşfedilmesi (bkz. Şekil 40b); (5) sürüklenme temelli deneysel araştırmalarla iç açıların ölçüleri toplamının her üçgende 180° olduğunun keşfedilmesi ve genelleme yapılması; (6) tüm üçgenlerde iç açıların ölçüleri toplamının 180° olduğunun tümdengelimli yolla doğrulanması; (7) “üçgen” aracının özelliklerinin tanınması; (8) “üçgen” aracı yardımıyla inşa edilen üçgenlerin iç açıların özelliklerinden yararlanılarak dörtgen ve beşgenin iç açıları ölçüleri toplamının keşfedilmesi; (9) çokgenlerde dış açıların ölçüleri toplamının keşfedilmesi ve genelleme yapılması; (10) üçgende bir dış açının ölçüsünün kendisine komşu bütünler olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğunun tümdengelimli yolla doğrulanması amaçlanmıştır.



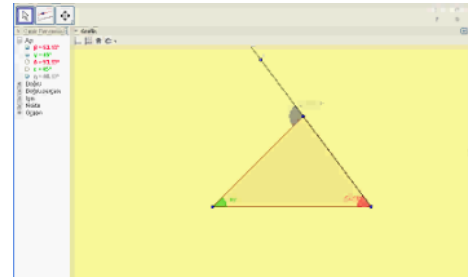
Şekil 40. İkinci Öğretim Bölümünün İlk İki Haftası Kapsamındaki Etkinlikler

Tümdengelimli doğrulamanın hedeflendiği 6 numaralı etkinlikte (bkz. Şekil 41a) öğrencilere “İç açıların ölçüleri toplamının 180° olmadığı bir üçgen olduğunu iddia ediyorum. Aksini söylüyorsanız, benim iddiamı çürütün. Ben iki şeyi biliyorum. Beni

ikna etmek için bu iki bilgiyi kullanarak bir çıkarımda bulunmalısınız. Bunlar (a) paralel doğruların bir kesenle oluşturduğu iç ters açılardan eş olduğu; (b) doğru açının 180° olduğudur” açıklamasının yapılması planlanmıştır. Tümdengelimli doğrulamaların hedeflendiği bir diğer etkinlik olan 9 numaralı etkinlikte (bkz. Şekil 41b) ise öğrencilere “İki iç açının ölçüleri toplamının, bir dış açının ölçüsüne eşit olmadığı bir üçgen olduğunu iddia ediyorum. Aksini söylüyorsanız, benim iddiamı çürütün. Üç şeyi biliyorum. Beni ikna etmek için bu üç bilgiyi kullanarak bir çıkarımda bulunmalısınız. Bunlar (a) paralel doğruların bir kesenle oluşturduğu iç ters açılardan eş olduğu; (b) paralel doğruların bir kesenle oluşturduğu yöndeş açılardan eş olduğu; (c) doğru açının 180° olduğudur” açıklamasının yapılması amaçlanmıştır. İlgili etkinliklerden 6 numaralı etkinliğin araç çubuğunda “taşı”, “nokta”, “paralel doğru”, “çizim tahtasını taşı” ve çizim tahtasından gizlenmiş eş açılar ortaya çıkarmayı sağlayan “nesneyi göster” araçlarının yer alması; 9 numaralı etkinlikte de “taşı”, “paralel doğru”, “çizim tahtasını taşı” ve “nesneyi göster” araçlarının yer alması planlanmıştır. Bu etkinliklerde öğrencilerin ölçme araçlarını kullanmadan matematiksel çıkarımlara ulaşması hedeflenmiştir.



(a)



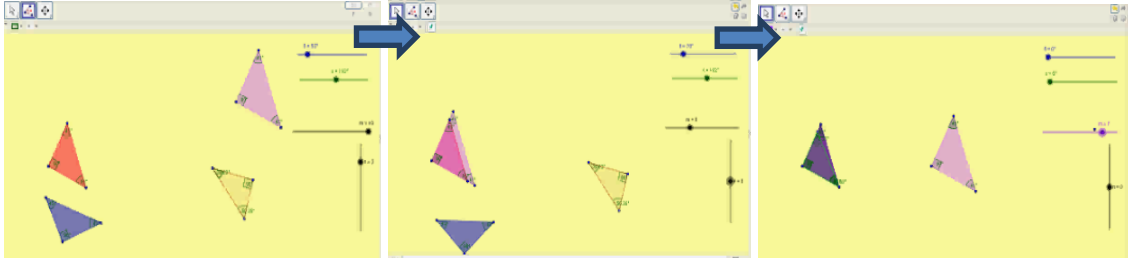
(b)

Şekil 41. İlk İki Hafta Kapsamında Tümdengelimli Doğrulamaya Yönelik Etkinlikler

Düzgün çokgenin özelliklerine ilişkin 3 numaralı etkinliğin ardından dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin düzgün çokgenin özelliklerini sağlayıp sağlamadığının tartışılması amaçlanırken; “açı” aracının kullanımını içeren 3 ve 4 numaralı etkinliklerde ilgili aracın kullanımına ilişkin prosedürün yeniden açıklanması ve öğrencilerin prosedürü doğru uygulayıp uygulamadıklarının incelenmesi planlanmıştır.

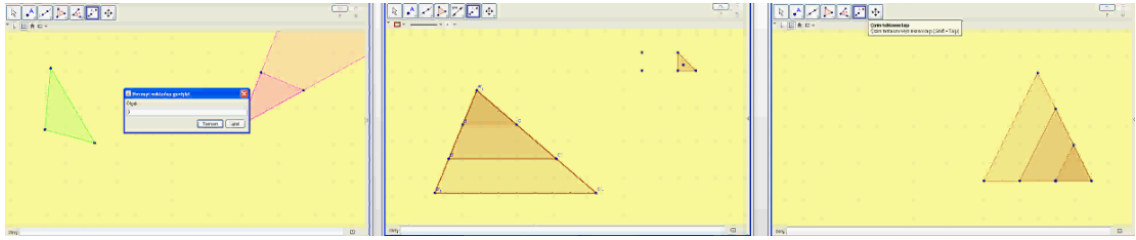
İkinci öğretim bölümünün üçüncü haftasındaki etkinliklerde (1) sürgü yardımıyla üçgenlerin belirli oranlarda genişletilmesi ve benzer üçgenlerde kenar uzunlukları oranına ilişkin değişmezlerin keşfedilmesi; (2) sürgü yardımıyla döndürülerek ya da

ötelenecek üst üste getirilebilen farklı renklerdeki üçgenlerden benzer olanların tahmin edilmesi; benzer üçgenlerin iç açılarının ölçülmesi ve benzer çokgenlerde iç açılara yönelik değişmez ilişkilerin keşfedilmesi (bkz. Şekil 42) amaçlanmıştır.



Şekil 42. Üçüncü Hafta Kapsamındaki 2 Numaralı Etkinlik

Üçüncü haftanın 3 numaralı etkinliğinde ise “nesneyi noktadan genişlet” aracına yönelik “teknik tanıtım” orkestrasyonunda öğretmen merkezli açıklamaların yapılması; 4 numaralı etkinlikte ise verilen üçgenlerin istenen oranlarda benzerlerinin oluşturulması (bkz. Şekil 43) ve meydana gelen benzer üçgen oluşumlarının ilişkileri üzerinde tartışılması amaçlanmıştır.



Şekil 43. Üçüncü Hafta Kapsamındaki 4 Numaralı Etkinlik

İkinci öğretim bölümünde öğrencilerin “Çokgenler” ve “Eşlik ve Benzerlik” konularına ilişkin kavramları DGY aracılığıyla öğrenmeleri hedeflenmiştir. Bu bağlamda hazırlanan etkinlikler kapsamında sırasıyla keşfedilmesi amaçlanan matematiksel kavramlar Tablo 15’te sunulmuştur.

Tablo 15. İkinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1 ve 2	Çokgenler	1	Çokgen, çokgensel bölge
		2	Çokgende köşegenler, iç bükey çokgenler
		3	Düzgün çokgenler, düzgün çokgenlerde iç açılar
		4	Çokgende dış açılar

Tablo 15. (Devam) *İkinci Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar*

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1 ve 2	Çokgenler	5 ve 6	Üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı
		7	-
		8	Dörtgen ve beşgenin iç açıları ölçüleri toplamı
		9	Çokgenlerde dış açıların ölçüleri toplamı
		10	Üçgende iç açılar ve dış açı arasındaki ilişki
3	Eşlik ve	1	Üçgenlerde eşlik ve benzerlik, benzerlik oranı
	Benzerlik	2	Benzer üçgenlerde iç açıları arasındaki ilişki
		3	-
		4	Benzerlik oranı

Tablo 16’da verilen konuların ve matematiksel kavramların uygun orkestrasyon süreciyle (bkz. Tablo 15) öğrenilmesi hedeflenirken, bu etkinliklerde ortaya çıkan öğrenme süreçlerine yönelik bulgular didaktik performans aşamasında verilmiştir.

3.4.3. İkinci öğretim bölümündeki didaktik performans

“Çokgenler” konusunun öğretimini kapsayan ilk iki haftalık bölümün 1 numaralı etkinliğinde öğrencilerin herhangi üçü doğrudan olmayacak noktalar oluşturmaları ve bu noktaları ikişer olarak birleştiren doğru parçaları oluşturarak çokgen oluşumlarını inşa etmeleri sağlanmıştır. Bu işlemlerin ardından öğrencilerin “çokgen” aracını kullanarak köşe noktalarına tekrar tıkladıkları ve çokgensel bölge inşa ettikleri görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen çokgen ve çokgensel bölge kavramları arasındaki farkı öğrencilere hatırlatma ve araç çubuğundaki “çokgen” aracının aslında “çokgensel bölge” inşa ettiğini belirtme gereği duymuştur. Diğer yandan öğrencilerden Çağla’nın “çokgen” aracını kullanırken köşe noktalarına uygun sırada tıklamayı araç prosedürü bilgisine dayalı zorlukla karşılaştığı görülmüş ve öğrenciye yaptığı hata açıklanarak enstrümantal destek sağlanmıştır. Bununla beraber, etkinliğin sonunda Lale çokgensel bölge kavramının ne olduğunu öğretmene yeniden sormuş ve öğretmen çokgensel bölge kavramını “alan” kavramıyla ilişkilendirerek öğrencilere yeniden açıklamıştır.

Öğretmen 2 numaralı etkinlik kapsamında çokgenlerde ardışık olmayan köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını “köşegen” olarak tanımlamış; öğrencilerin tanımını defterlerine yazmalarını istemiş ve çizim tahtasında inşa edilen çeşitli

çokgenlerin köşegenlerinin oluşturulmasını istemiştir. Öğretmen öğrencilere dörtgenlerin kaç köşegeni olduğunu sorduğunda pek çok öğrenciden doğru yanıtı almış; ancak beşgenin tüm köşegenlerinin sayısı sorulduğunda ise sadece Sera doğru yanıtı vermiştir. Bunun üzerine öğretmen A1 nolu bilgisayarda bir beşgenin tüm köşegenlerini inşa etmiş; öğrencilerin Y1 nolu tahtadan işlemleri takip etmelerini ve inşa etmeyi unuttukları köşegenleri görmelerini sağlamıştır. Bu etkinliğin devamında öğrencilerin bir dörtgeni, köşegenlerinden birisi dörtgensel bölge dışında kalacak biçimde sürüklemeleri ve meydana gelen yeni şeklin özelliklerini incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerden Lale, dörtgenlerin prototip görüntülerine dayalı akıl yürütme yaparak yeni şeklin dörtgen olmadığını öne sürmüştür. Bunun üzerine öğretmen çokgen ve dörtgen tanımlarını hatırlatarak ilgili şeklin dörtgen tanımına uyduğunu açıklamış ve ilgili dörtgenin bir önceki dörtgenlerden farkının ne olduğunu öğrencilere sormuştur. Sera yeni oluşan dörtgende köşegenin “dışarıda” kaldığını belirtmiştir. Bunun üzerine öğretmen iç bükey ve dış bükey çokgenlerin tanımlarını yapmış ve öğrencilerin tanımları deftere yazmaları istenmiştir.

Öğretmen “düzgün çokgen” aracıyla düzgün çokgensel bölge inşa etmeye dayalı etkinliklerde öğrencilerin bir bölümünün prosedürü hatırlayamadığını görmüş ve bunun üzerine A1 nolu bilgisayardan aracın prosedürünü hatırlatmıştır. Düzgün çokgensel bölge oluşumlarında iç açılar ve kenar uzunlukları ölçülürken ölçüm sonuçlarını veren etiketlerin şekillerin üzerini kapatması nedeniyle bazı öğrencilerin istedikleri işlemleri yapmakta zorlandıkları görülmüştür (bkz. Şekil 44). Bunun üzerine öğretmen öğrencilerin şeklin üzerini kapatan etiketlerin çizim tahtasının boş yerlerine nasıl taşınabileceğini göstermiştir.



Şekil 44. Ölçüm Değerlerini Gösteren Etiketlerin Kenar ve Köşelerin Üzerini Kapatması

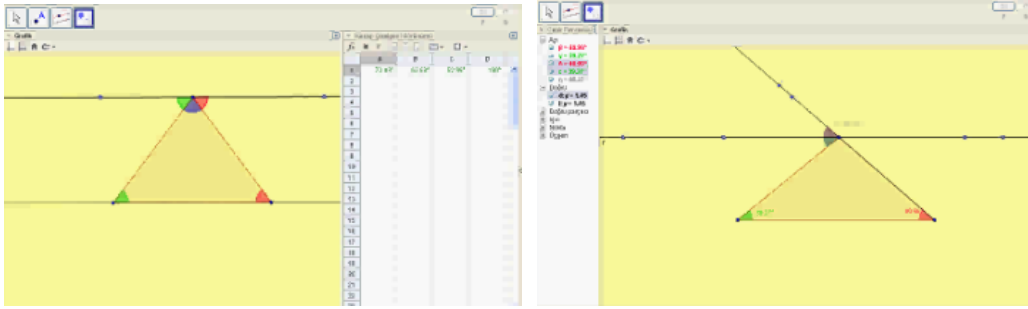
Düzgün çokgenlerin değişmez özellikleri incelenirken Okan “açılar eşit”, Lale de “kenar uzunlukları eşit” ifadelerini kullanmışlardır. Bu çıkarımlar üzerinden öğrencilerin düzgün çokgenin özelliklerine ilişkin genellemeleri defterlerine yazmaları istenmiştir. Etkinliğin devamında öğretmen A2 numaralı tahtaya dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen çizmiş ve öğrencilerin çizilen dörtgenlerden hangilerinin düzgün çokgen olduğunu gerekçeleriyle tartışmalarını istemiştir. Tartışma sürecinde Filiz ve Lale dikdörtgenin; Atakan ise eşkenar dörtgenin neden düzgün çokgen olmadıklarını gerekçeleriyle açıklamışlardır.

“Açı” aracının kullanımını gerektiren 3 ve 4 numaralı etkinliklerde öğretmen öğrencilerin inşa ettikleri açıları, açı kollarındaki ve açı köşesindeki noktalara göre isimlendirmelerini istemiştir. Açıların isimlendirilmesinde yaygın olarak yapılan hatalar üzerinde durulmuş ve “açı” aracının kullanımında noktalara tıklanırken, açının isimlendirmesindeki harf sırasına (ABC açısı için sırasıyla A, B ve C noktaları) dikkat edildiği hatırlatılmıştır.

Öğretmen 4 numaralı etkinliğin ardından çokgenlerde “dış açı” kavramının tanımını yapmış; öğrencilerin tanımı defterlerine yazmalarını ve bilgisayar ekranlarındaki şekilleri defterlerine çizerek dış açıları göstermelerini istemiştir. Bu noktada bazı öğrencilerin defterlerinde iç açı ve dış açıyı komşu bütünler olmayacak biçimde çizdikleri görülmüş ve hatalı çizimler tahtada gösterilmiştir. Bu hatalı çizimler üzerinde açıklamalar yapılarak öğrencilerin defterlerinde doğru çizimler yapmaları sağlanmıştır.

Çokgenlerde iç açıların ve dış açıların özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşılmasını amaçlayan 3, 5 ve 9 numaralı etkinliklerde “Sürükleme sırasında değişen ve değişmeyen özellikler neler?”, “Hangi özellik korunuyor?”, “Değişmeyen özellikler üzerinden nasıl bir genellemeye ulaşabiliriz?” soruları; 8 numaralı etkinlikte de “üçgende, dörtgende ve beşgende açı ölçüleri toplamı nasıl değişim gösteriyor?”, “Ölçüm sonuçları bir örüntü oluşturuyorlar mı?” soruları öğrencilere sorulmuş ve her seferinde daha fazla öğrencinin tartışmaya dâhil olması istenmiştir. Süreç içerisinde öğrenci argümanları üzerinde tartışıldıktan sonra öğretmen çokgenlerin iç açılarına ilişkin ulaşılan sonucu formal olarak açıklamış ve öğrencilerin bu açıklamaları deftere yazmalarını istemiştir.

Tümdengelimli doğrulamanın hedeflendiği 6 ve 10 numaralı etkinliklerde (bkz. Şekil 45) öğrencilerin beklenen ilişkilendirmeleri ve çıkarımları yapmakta zorlandıkları görülmüştür. Bu nedenle öğretmen öğrencilerin iki etkinlikte de “paralel doğru” aracından nasıl yararlanabilecekleri konusunda akıl yürütmelerini istemiş ve süreçle ilgili öğrencilere ipucu vermiştir. Öğrencilerden hiçbirinin iki etkinlikte de doğrulamayı tamamlayamadığı gözlemlenince öğretmen doğrulama sürecini A1 nolu bilgisayarda adım adım açıklamış ve her bir adımın matematiksel gerekçesini öğrencilerle tartışmıştır.



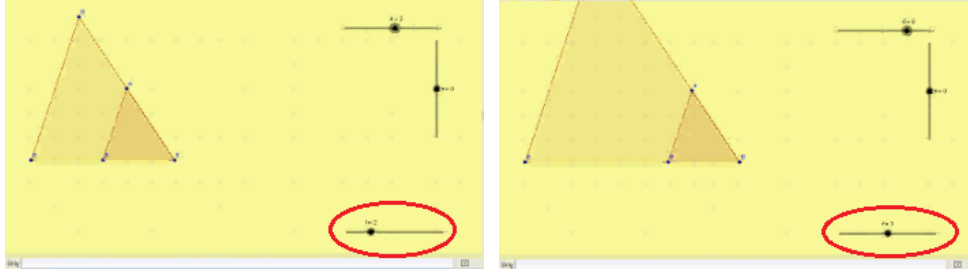
Şekil 45. 6 ve 10 Numaralı Etkinliklerde Doğrulama Süreçlerinin Öğrencilere Açıklanması

DGY'deki etkinliklerin tamamlanmasının ardından sonraki ders saatinde geleneksel derslikte “Çokgenler” konusuna ilişkin alıştırmalar ve problem çözümleri gerçekleştirilmiştir. Geleneksel derslikteki öğretim sürecine yönelik veriler DGY destekli öğretim bağlamının dışında kaldığı için araştırmanın bulgularında yer almamıştır.

İkinci öğretim bölümünün üçüncü haftasındaki 1 numaralı etkinlikte öğrenciler birinci ve ikinci sürgü yardımıyla çizim tahtasındaki üçgenlerin üst üste çakıştığını ve üçgenlerin eş olduklarını açıklamışlardır. Açıklama yapan öğrencilerden Melis'in tahtaya gelerek iki üçgenin eşliğini matematiksel semboller yardımıyla yazması istenmiştir. Melis'in “ \cong ” yerine “=” sembolünü kullandığı; “ ΔABC ” yerine de “ $\wedge ABC$ ” yazdığı ve eşliği yazarken üçgenlerin karşılıklı köşe noktalarına dikkat etmeden “ $\wedge ABC \cong \wedge EDF$ ” biçiminde eşliği ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen tahtada doğru sembollerini yazmış ve öğrencilere açıklamalar yapmıştır.

Öğrenciler etkinlikteki üçüncü sürgü yardımıyla üçgenlerden birisinin büyüüp küçüldüğünü belirtmişlerdir. Öğretmen sürgü üzerindeki sayılara ($f = 1, 2, 3, 4, \dots$)

dikkat edilmesini istemiş ve sayılarla şekiller arasındaki ilişkileri sormuştur (bkz. Şekil 46).



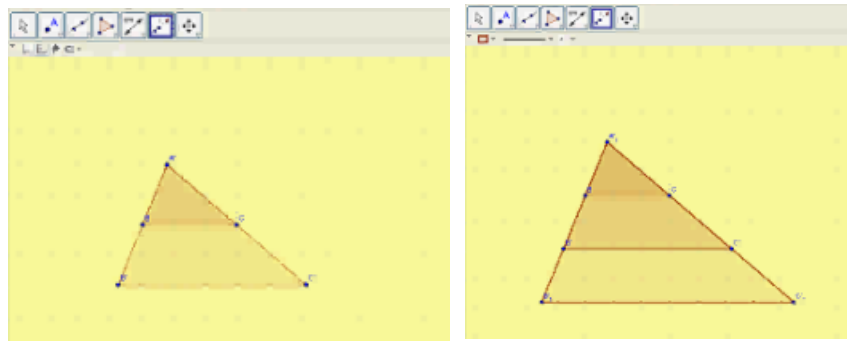
Şekil 46. Sürgü Üzerindeki Sayı Değerleri ile Şekiller Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Nuray “2 olduğunda 2 kat büyür” derken; Atakan “2 olduğunda dört kat büyür. Küçük üçgenden 4 tanesi büyüğün içini doldurur” yanıtını vermiştir. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerin üçgensel bölgelerin alanlarını değil; kenar uzunluklarını ilişkilendirmelerini istemiş ve kenar uzunlukları oranlarını sormuştur. Okan ve Lale kenar uzunlukları oranını “2” olarak açıklarlarken; diğer öğrenciler de bu açıklamaya katılmışlardır. Öğretmen A1 nolu bilgisayarda sürgüdeki sayı değerlerine bağlı olarak üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları oranının değiştiğini göstermiştir. Bu işlemlerin ardından “benzer çokgenlerin” ve “benzerlik oranının” tanımı yapılmış; konuya ilişkin semboller tahtada açıklanmıştır. İlk etkinliğin son bölümünde öğretmen öğrencilerden benzer çokgenlerde iç açılarının değişip değişmediğini tahmin etmelerini istemiştir. Atakan ve Lale “açıların aynı kaldığını” öne sürerlerken diğer öğrencilerden bu iddiaya bir itiraz gelmemiş ve benzer çokgenlerin iç açılarının ilişkisine yönelik sonuca ulaşılmıştır.

Üçüncü haftanın 2 numaralı etkinliğinde, öğrenciler sürgü yardımıyla üst üste çakışan üçgenlerin eş olduklarını belirtmişlerdir. Sonraki süreçte öğretmen tüm üçgenlerin iç açılarının ölçülmesini istemiştir. Öğrencilerden Filiz eş olmayan üçgenlerde de açıların eş olabildiğini belirtmiştir. Bunun üzerine öğretmen “İki üçgenin sadece iç açılarının eş olduğunu bilmemiz, üçgenlerin eş olduğunu söylememiz için yeterli midir?” sorusunu sormuştur. Filiz bu soruya “Kenar uzunluklarını bilmeliyiz” yanıtını vermiştir. Öğretmen eş üçgenler dışında verilen şekiller arasında benzer üçgenler olup olmadığını sorduğunda, Sera eş olmayan ama eş açıları olan iki üçgeni benzer üçgenler olarak açıklamıştır. Benzer çokgenlerde açıların eşliğine yönelik ulaşılan bu genelleme deftere yazılmıştır.

Öğretmen ilgili etkinlikte Veli, Halime ve Bengü'nün “açı” aracını kullanırlarken açının köşesindeki ve kollarındaki noktaları doğru sırada tıklamadıklarını görmüş ve bunun üzerine tüm öğrencilerin bilgisayar ekranlarını kilitleyerek A1 nolu bilgisayarda “açı” aracının prosedürünü yeniden açıklamıştır.

Üçüncü haftada “nesneyi noktadan genişlet” aracına yönelik “oluşum inşası” etkinliğinde (4 numaralı etkinlik) öğretmen öncelikle A1 nolu bilgisayarda ilgili aracı tanıtmış ve prosedürün nasıl uygulandığını göstermiştir. Sonraki süreçte öğretmen öğrencilerin çizim tahtasında üçgen inşa etmelerini; “nesneyi noktadan genişlet” aracını üçgen üzerinde kullanmalarını ve “ölçek” penceresine “2” sayısını yazmalarını istemiştir. Atakan işlem sonunda “Benzetti hocam” yanıtını verirken; Nuray “İki katı çıktı” biçiminde açıklama yapmıştır. Öğretmen öğrencilere ölçek penceresine yazılan “2” sayısının ne anlama geldiğini sormuştur. Lale “benzerlik oranı” yanıtını vermiştir. Öğretmen etkinliğin devamında öğrencilerin ilgili aracı tekrar kullanmalarını ve “ölçek” penceresine “3” yazmalarını istemiştir. Öğrenciler bu işlem sonunda ilk üçgenin kenar uzunluklarının 3 katına çıktığını ve benzer üçgenler oluştuğunu belirtmişlerdir. Diğer yandan işlemler sırasında zaman zaman öğrencilerin üçgenel bölge yerine üçgenin köşe noktasına tıkladıkları ve beklenen genişletme işlemini yapamadıkları görülmüştür. Öğretmen bu hatayı gerçekleştiren öğrencilerin masalarına giderek araç prosedürü ile ilgili açıklamalar yapmış ve işlemi gerçekleştirmelerini sağlamıştır. İkinci öğretim bölümü bu etkinlikle tamamlanmıştır (bkz. Şekil 47).



Şekil 47. Üçüncü Hafta Kapsamındaki 4 Numaralı Etkinlikte Benzer Üçgenlerin Oluşturulması

İkinci öğretim bölümünde öğretim programındaki kazanımlara bağlı olarak pek çok yeni matematiksel kavramın özelliklerinin keşfedilmesi amacıyla “verilen geometrik yapıyı analiz etme” türündeki etkinlikler fazlaca kullanılmıştır. Bunun

yanında öğrencilerin birinci öğretim bölümüne kıyasla matematiksel tartışmalarda daha fazla söz aldıkları ve birbirlerinin çıkarımlarını dinledikleri görülmüştür. Bu bağlamda sınıf yönetimi öğretmen için daha kolay gerçekleşirken, etkinliğin sonunda öğrenciler tarafından ulaşılan sonuçların öğretmenin formal açıklamaları ışığında deftere “genelleme” olarak yazılması sağlanmıştır.

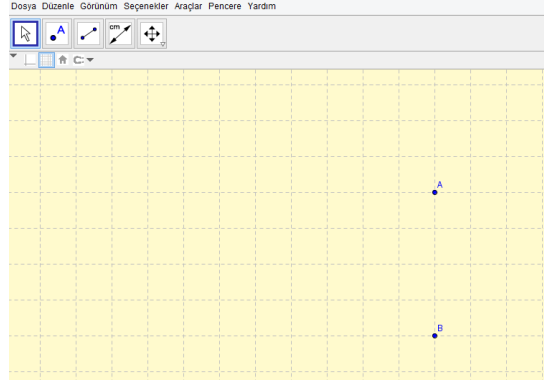
İkinci öğretim bölümünde öğrencilerin tümdengelimli doğrulama sürecine yönelik etkinliklerde, verilen araçlar üzerinden istenen akıl yürütmeyi gerçekleştirmekte zorlandıkları ve sonuca götüren yardımcı çizimleri yapamadıkları görülmüştür. Buradan hareketle sonraki doğrulama etkinlikleri için öğrencilerin verilen araçlar üzerinden akıl yürütmeleri ve strateji geliştirmeleri için daha fazla süre ayrılması kararlaştırılmıştır. Bunun noktada öğretmenin doğrulama etkinliklerinde kısa sürede çözümü açıklamak yerine, çözüm adımlarında kullanılabilecek araçlara yönelik ipuçları vermesinin ve gerekçelerini sormasının öğrencilerde tümdengelimli akıl yürütme becerilerinin gelişiminde daha faydalı olacağı düşünülmüştür.

İkinci öğretim bölümünde de, birinci öğretim bölümündeki gibi öğrencilerin DGY’ye yönelik bireysel düzenlemeleri (öğrencilerin DGY’nin ayarlarını serbestçe değiştirmeleri) sınırlı tutulmuştur. Bu bağlamda öğrencilerin sadece geometrik şekillerin renklerini ya da kalınlıklarını istedikleri gibi değiştirmelerine izin verilirken; eşlik ve benzerlik kavramlarına yönelik etkinliklerde öğretmen tarafından farklı renklerde hazırlanan çokgenlerden hangilerinin eş ya da benzer oldukları incelenmesi amaçlandığından, öğrencilerin bu etkinlikte renk düzenlemesi yapmalarına da izin verilmemiştir.

3.5. İkinci Klinik Görüşmenin Bulguları

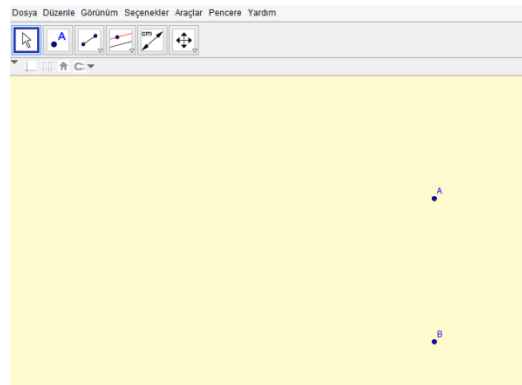
Katılımcılarla yapılan ikinci klinik görüşmenin birinci sorusu öğrencilerin tüm ZGA süreçlerini ortaya koyabileceği bir “geometrik yer keşfi” problemidir. Bu problemde çizim penceresinde öğrencilere A ve B noktaları verilmiştir. Öğrencilerden A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olan üçüncü bir noktanın geometrik yerinin belirlenmesi istenmiştir (bkz. Şekil 48). Araç yerleşim bilgisine ilişkin ortaya çıkan zorluğu azaltmak ve fazla sayıdaki aracın zihin karışıklığı yaratmasını önlemek için araç çubuğu birinci menüde “taşı”, ikinci menüde “nokta”, üçüncü menüde “doğru parçası”, dördüncü menüde “uzaklık veya uzunluk” ve beşinci menüde “çizim tahtasını taşı” ve

“sil” araçları ile sınırlandırılmıştır. Diğer yandan çözüm sürecinde amaçlı sürüklemeyi kolaylaştırması ve öğrencilerin C noktasını istenen bölgeye sürüklemesine yardımcı olması için grafik görünümde “grid” butonu açılmıştır.



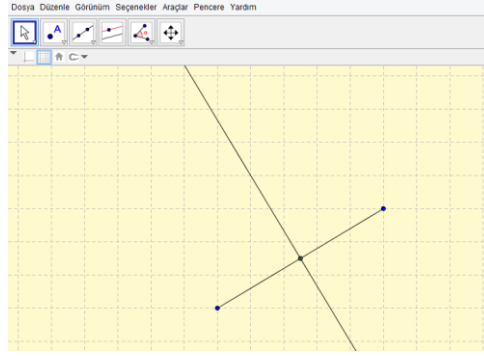
Şekil 48. İkinci Klinik Görüşmenin Birinci Problemi

İkinci soru öğrencilerin birinci problemin çözümündeki “Genelleme” sürecini devam ettirmelerini ve TÇK düzeyinde çıkarım yapılmasını hedefleyen bir “geometrik yer keşfi” problemini içermektedir. İkinci soruda öğrencilere A ve B noktalarının olduğu çizim penceresi tekrar sunulmuş ve katılımcıların birinci problemde “doğru” aracını kullanarak çizdikleri doğrunun oluşumunu yapmaları istenmiştir (bkz. Şekil 49). İkinci soruda araç çubuğunda daha fazla araca yer verilmiştir. Birinci menüde “taşı”; ikinci menüde “nokta”; üçüncü menüde “doğru parçası” ve “doğru”; dördüncü menüde “paralel doğru”, “orta dikme” ve “dik doğru”; beşinci menüde “uzaklık veya uzunluk”; altıncı menüde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır. Ayrıca öğrencileri, oluşum yapmak yerine – kareli kâğıtta yaptıkları gibi- çizim yapmaya yönlendirebileceği düşünülen “grid” görünüm kapatılmıştır.



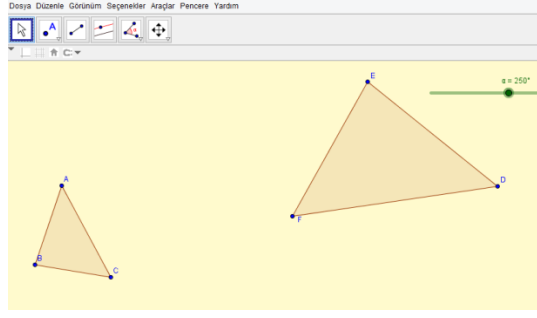
Şekil 49. İkinci Klinik Görüşmenin İkinci Problemi

Üçüncü soru öğrencileri hemen sonuca ulaştıracak “dik doğru” aracının araç menülerinde bulunmadığı ve çözüm için ZGA süreçlerinin gerçekleştirilmesi gereken bir “oluşum inşasını” kapsamaktadır. Bu soruda öğrencilere bir doğru parçasının orta dikme oluşumu verilmiş ve katılımcıların oluşumun özelliklerini tanımlaması; doğru parçası üzerinde yeni bir nokta oluşturması; bu noktadan geçen ve doğru parçasına dik olan bir doğru oluşturması istenmiştir (bkz. Şekil 50). Problemin içeriğinde araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta” ve “kesişim”; üçüncü menüsünde “doğru” ve “doğru parçası”; dördüncü menüsünde “paralel doğru”; beşinci menüsünde “açı” ve “uzaklık veya uzunluk”; altıncı menüsünde “çizim tahtasını taşı”, “sil” araçları yer almıştır. Ayrıca öğrencilerin sürüklemeye sırasında verilen şeklin orta dikme oluşumu olduğunu anlamalarını kolaylaştırmak için “grid” görünüm açılmıştır.



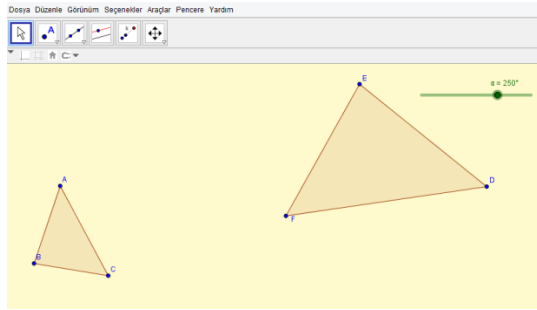
Şekil 50. İkinci Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemi

Dördüncü soru, grafik görünümde verilmiş iki üçgenin arasındaki ilişkiyi (benzerlik) araştırmayı içeren “doğrulama” problemidir. Probleme üçgenlerden birisinin duruşunun değiştirilmesini sağlayan bir sürgü yer almaktadır (bkz. Şekil 51). Bu problem bağımsız şekiller arasındaki ilişkilendirmeyi ve özel muhakeme becerilerinden “orantısal akıl yürütmeyi” ön plana çıkarmaktadır. Dördüncü problemdeki araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta” ve “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru parçası”; dördüncü menüsünde “paralel doğru”; beşinci menüsünde “açı” ve “uzaklık veya uzunluk”; altıncı menüsünde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır. Bu problemde “grid” butonu kapalı tutulmuştur.



Şekil 51. İkinci Klinik Görüşmenin Dördüncü Problemi

İkinci klinik görüşmenin beşinci sorusu “nesneyi noktadan genişlet” aracının kullanımına yönelik “enstrümantal zorlukları araştırma” türünde bir sorudur. Bu soru bağlamında dördüncü problemde yer alan üçgenler yeniden öğrencilere sunulmuş ve ABC üçgeni üzerinde işlem yaparak DEF üçgenine eş bir üçgen oluşturulması istenmiştir (bkz. Şekil 52). Bu problemdeki araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta”, “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru”, “doğru parçası”; dördüncü menüsünde “paralel doğru”; beşinci menüsünde “nesneyi noktadan genişlet”; altıncı menüsünde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır.



Şekil 52. İkinci Klinik Görüşmenin Beşinci Problemi

3.5.1. İkinci klinik görüşmede odak katılımcıların ZGA süreçleri

İkinci klinik görüşmede ortaya çıkan ZGA süreçleri "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" bileşenlerine ilişkin dört ayrı başlıkta verilmiştir.

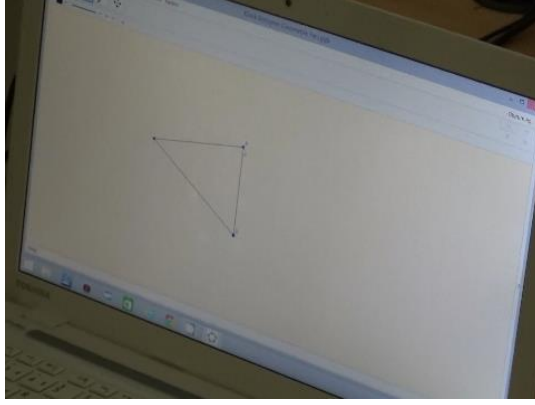
3.5.1.1. İkinci klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri

Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki “İlişkilendirme” süreçleri Tablo 16’da görülmektedir.

Tablo 16. İkinci Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri

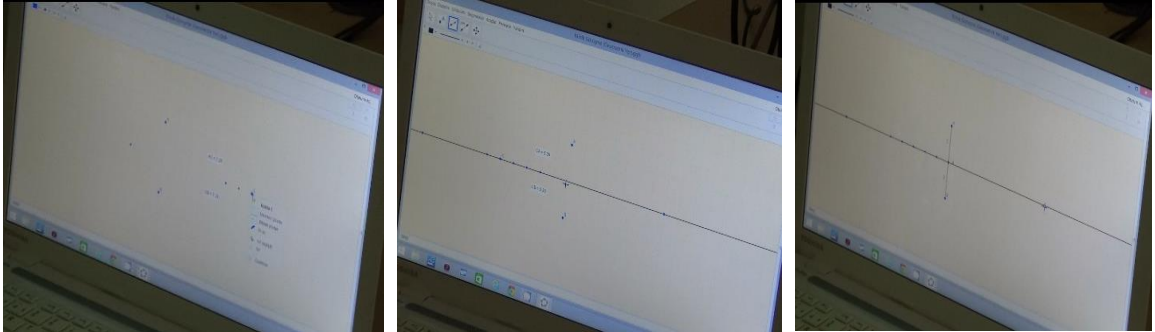
	Soru 2.1	Soru 2.2	Soru 2.3	Soru 2.4
TŞPİ	- Oluşturduğu üçgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirme [La]		- Verilen oluşumun parçalarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]	
BŞİ	- Noktaların birbirine uzaklıklarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, Nu] - Noktaların “doğrudaşlık” ilişkisine odaklanma [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - Çizilen doğru ile A ve B noktalarının orta noktasını ilişkilendirme [VI, SI] -Çizilen doğru ile AB doğru parçasını ilişkilendirme [Atk, Se, La, Nu]	- Oluşumu hedeflenen doğru ve AB doğru parçasını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - Orta dikme üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La]	- Oluşumu hedeflenen doğru ile verilen oluşumun parçalarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]	- İki üçgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - İki üçgenin iç açılarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - İki üçgenin alanlarını ilişkilendirme [VI]
ÖMB				- Orantısal akıl yürütme yardımıyla kenar uzunluklarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]

Tablo 16’ya göre, verilen problemlerin içeriği gereği, sadece “Eşlik ve Benzerlik” konusuna yönelik dördüncü problemin çözümünde ÖMB süreçlerine rastlanmıştır. Bunun yanında TŞPİ süreçleri birinci ve üçüncü problemde; BŞİ süreçleri ise tüm problemlerde ortaya çıkmıştır. Tüm katılımcıların üçüncü sorunun TŞPİ bileşeni, dördüncü sorunun ÖMB bileşeni ve tüm soruların BŞİ bileşeni bağlamında ilişkilendirme süreci gerçekleştirdikleri görülürken; birinci problemin TŞPİ bileşeninde yalnızca Lale’nin ilişkilendirme yaptığı belirlenmiştir. Birinci problemin TŞPİ bileşeni bağlamında, Lale çizim penceresindeki üç noktayı birleştirerek üçgen oluşturmuş ve oluşturduğu üçgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmiştir (bkz. Şekil 53).



Şekil 53. *Lale'nin Birinci Soruda Oluşturduğu Üçgenin Kenar Uzunluklarını İlişkilendirmesi*

Diğer yandan BŞİ süreçleri incelendiğinde Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Nuray'ın noktaların birbirine uzaklıklarını ilişkilendirdikleri; katılımcıların tümünün çizim penceresinde işaretledikleri noktalar arasındaki “doğruduşluk” ilişkisine odaklandıkları (bkz. Şekil 54a); Veli ve Sıla'nın doğruduş noktaldan geçen doğru ile A ve B noktalarını ilişkilendirdikleri (bkz. Şekil 54b); Atakan, Sera, Lale ve Nuray'ın çizilen doğru ve AB doğru parçasını ilişkilendirdikleri belirlenmiştir (bkz. Şekil 54c).



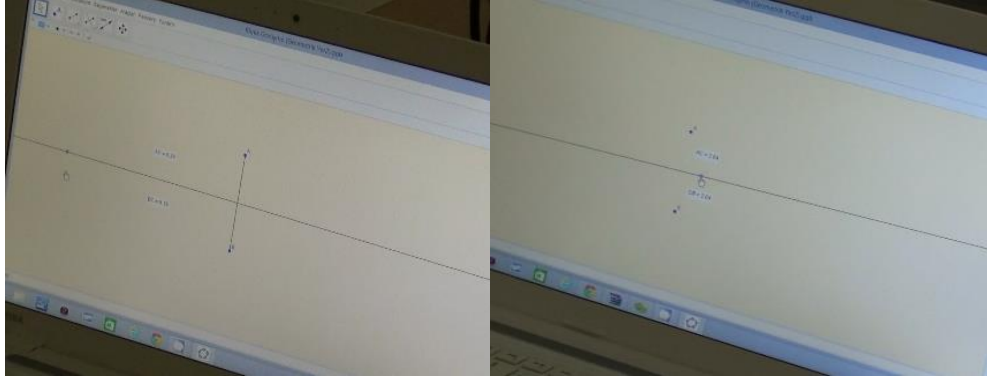
(a)

(b)

(c)

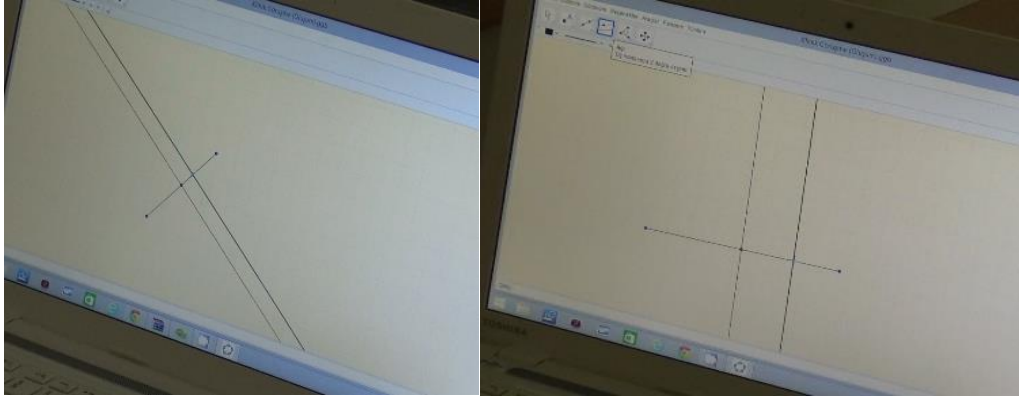
Şekil 54. *Odak Katılımcıların Birinci Soruda Yaptıkları İlişkilendirmeler*

İkinci problemin BŞİ bileşeni bağlamında, tüm katılımcılar oluşumu istenen doğru ile AB doğru parçasını ilişkilendirmişler; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale ise sürüklenme testi yaparak oluşturdukları orta dikme doğrusu üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarını ilişkilendirmişlerdir (bkz. Şekil 55).



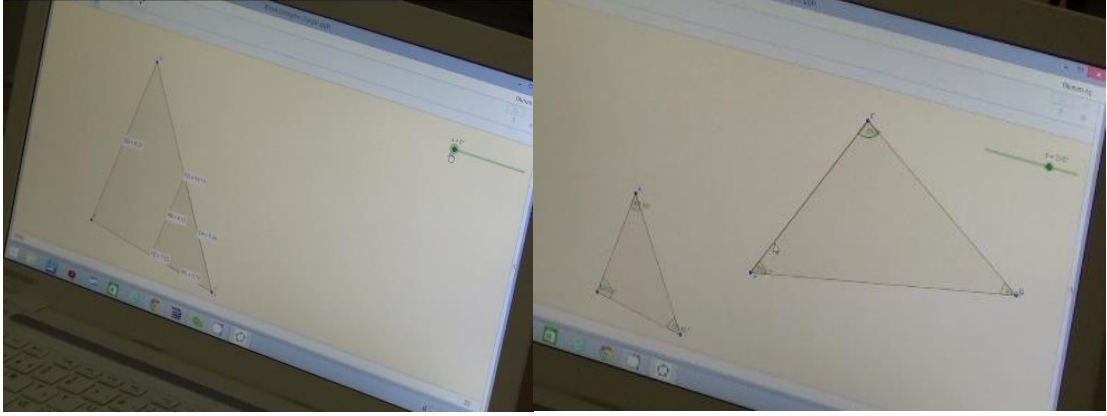
Şekil 55. *Sürükleme Testi Yardımıyla Orta Dikme Üzerindeki Noktaların A ve B Noktalarına Uzaklıklarını İnceleme*

Üçüncü problemin çözümündeki TŞPİ süreci bağlamında tüm katılımcıların verilen oluşumda doğru ve doğru parçasının ilişkisini inceledikleri; BŞİ süreci bağlamında ise oluşumu istenen doğru ile verilen orta dikme doğrusu arasındaki paralellik ilişkisine odaklandıkları görülmüştür (bkz. Şekil 56).



Şekil 56. *Soruda İstenen Dik Doğru ve Orta Dikme Arasındaki Paralellik İlişkisini Ortaya Koyma*

Dördüncü problemin çözümündeki BŞİ süreci çerçevesinde tüm katılımcıların verilen iki üçgenin kenar uzunluklarını ve açılarını ilişkilendirdikleri (bkz. Şekil 57); Veli'nin ise ayrı olarak, üçgenlerin alanlarını ilişkilendirdiği gözlenmiştir.



Şekil 57. Verilen Üçgenlerin Kenar Uzunluklarının ve Açılarının İlişkilendirilmesi

Diğer yandan dördüncü problemin ÖMB süreci kapsamında tüm katılımcıların ilişkilendirme yaparken orantısal akıl yürütmeyi kullandıkları ve kenar uzunlukları oranına odaklandıkları belirlenmiştir.

3.5.1.2. İkinci klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri

Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki “Genelleme” süreçleri Tablo 17’de görülmektedir.

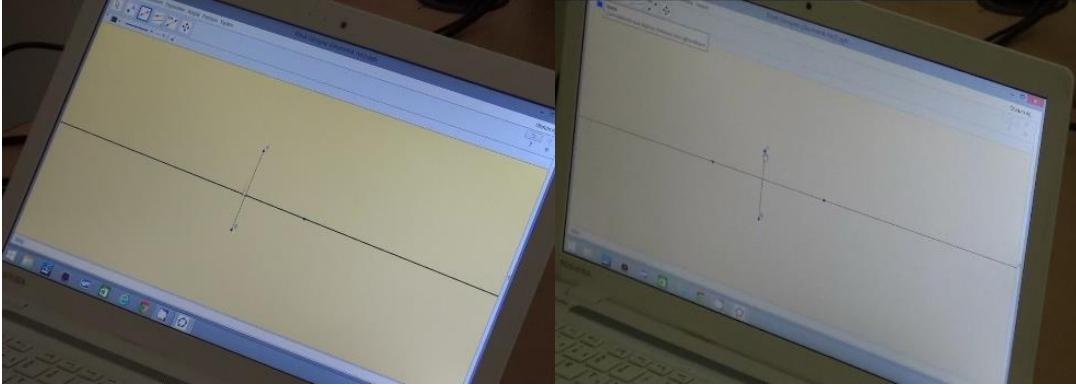
Tablo 17. İkinci Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri

	Soru 2.1	Soru 2.2	Soru 2.3	Soru 2.4
TDY	<ul style="list-style-type: none"> - Doğrudan noktalar odaklı düşünce [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - Orta dikme odaklı düşünce [Atk, Se, La] - Orta nokta odaklı düşünce [VI, SI, Nu] - İkizkenar üçgen odaklı düşünce [La] 	<ul style="list-style-type: none"> - Orta dikme odaklı düşünce [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] 	<ul style="list-style-type: none"> - Paralel doğrulara odaklı düşünce [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - Üç doğrunun birbirine göre durumuna odaklı düşünce [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] 	<ul style="list-style-type: none"> - Benzer üçgenlerde açı ve kenar özelliklerine odaklı düşünce [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] - Yöndeş açılara odaklı düşünce [Atk, VI, La]
TÇK	<ul style="list-style-type: none"> - Çözüm kümesine dahil edilen noktalardan geçen doğrunun [AB]’nin orta dikmesi olduğuna ilişkin çıkarım [Atk, Se, La] 	<ul style="list-style-type: none"> - AB doğru parçasının orta dikmesi üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta yer aldığına ilişkin çıkarım [Atk, VI, Se, SI, La] 	<ul style="list-style-type: none"> - Bir doğru parçasına dik olan doğrunun paralelinin de aynı doğru parçasına dik olduğu çıkarımı [Atk, VI, Se, SI, La, Nu] 	<ul style="list-style-type: none"> - Açılarının eşliği ve kenar uzunluklarının oranı üzerinden benzerlik ilişkisi ve benzerlik oranına yönelik çıkarım [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]

Tablo 17 incelendiğinde, tüm katılımcıların üçüncü ve dördüncü sorularda TÇK düzeyinde genelleme süreci gerçekleştirdiği görülmektedir. İkinci soruda ise sadece Nuray'ın TÇK düzeyine ulaşamadığı görülmüştür. Birinci sorudaki TDY süreçleri incelendiğinde tüm katılımcıların doğrudan noktalar odaklı düşünceden; Atakan, Sera ve Lale'nin orta dikme odaklı düşünceden; Veli, Sıla ve Nuray'ın orta nokta odaklı düşünceden; Lale'nin ise ikizkenar üçgen odaklı düşünceden hareketle çözüm süreçlerini yapılandırdıkları görülmüştür. Doğrudan noktalara odaklı düşünce bağlamında katılımcılar oluşan noktaların üzerinden bir doğrunun geçip geçmediğini inceledikleri; orta dikme odaklı düşünce bağlamında katılımcıların işaretlenen noktaların üzerinden geçen doğrunun A ve B noktalarını birleştiren doğru parçasının orta dikmesi olup olmadığını araştırdıkları; orta nokta odaklı düşünce üzerinden hareket eden katılımcıların oluşan doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçip geçmediğini inceledikleri; ikizkenar üçgen odaklı düşünceyi temel alan katılımcının (Lale) ise A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaları ABC ikizkenar üçgenini oluşturduktan sonra araştırdığı görülmüştür. Birinci sorunun VSD süreci incelendiğinde Sıla, Lale ve Nuray'ın A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaları ararken, noktalar arasındaki uzaklıkların farkına dikkat etmedikleri ve araştırmalarını yanlış bölgelerde yoğunlaştırdıkları görülmüştür. VSD bağlamındaki diğer süreçte tüm katılımcıların çözüm kümesine eklenen noktaların doğrudan olduğuna ilişkin çıkarım yaptıkları görülmüştür. Örnek olarak, Veli "*Hocam bunun (parmağıyla noktalar üzerinden geçen doğruyu görselleştirir)... Hepsinde vardır. Bu çizgide... Bir doğru hocam*" ifadesini kullanmış; Sıla "*Sonsuza kadar gider. Bir doğru... A ve B noktalarını ortadan kesen bir doğru olur hocam*" açıklamasını yapmış; Nuray "*Doğru parçası...Bayağı bir. Aslında doğru da olur yani. Çünkü noktaların... Sonsuza kadar gidebilir yani*" şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Bunun yanında Veli ve Sıla VSD bağlamında çözüm kümesine dâhil edilen noktalardan geçen doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçtiğine; Nuray çözüm kümesine dahil edilen noktalardan geçen doğrunun AB doğru parçasının orta noktasından geçtiğine ilişkin çıkarım yapmışlardır. Birinci sorunun TÇK bağlamındaki süreçleri incelendiğinde Atakan, Sera ve Lale'nin işaretlenen noktalardan geçen doğrunun AB doğru parçasının orta dikmesi olduğuna ilişkin çıkarım yaptıkları belirlenmiştir. Örnek olarak, Atakan "*Orta dikmesi olur hocam. Doğru parçasının orta dikmesi oluyor hocam*" ifadesini kullanırken, Sera "*Hocam doğru parçası oluşsa (parmağıyla A ve B noktalarını birleştiren doğru*

parçasını görselleştirir) dik keser. Ortasından geçiyordu. Orta dikme...” açıklamasını yapmış, Lale “AB doğrusuna orta dikme (el hareketiyle dik kesişimi görselleştirir)... A ve B doğru parçasına...” biçiminde düşüncelerini belirtmiştir.

İkinci sorunun TDY çerçevesinde tüm katılımcıların orta dikme odaklı düşünceleri çözüm sürecine taşıdıkları gözlenmiştir. Bu çerçevede katılımcılar çözüm sürecinde istenen doğru oluşumunun bir orta dikme oluşumu olması gerektiği çıkarımını yapmışlardır. VSD kapsamında ise Nuray’ın sürecin başında AB doğru parçasının orta noktasından geçen doğru oluşumu için “paralel doğru” aracını kullanmaya çalıştığı; Veli, Lale ve Nuray’ın ise orta dikme oluşumu yerine orta dikme gibi görünen doğru çizimi yaptıkları ve hatalı adım gerçekleştirdikleri ortaya çıkmıştır (bkz. Şekil 58).



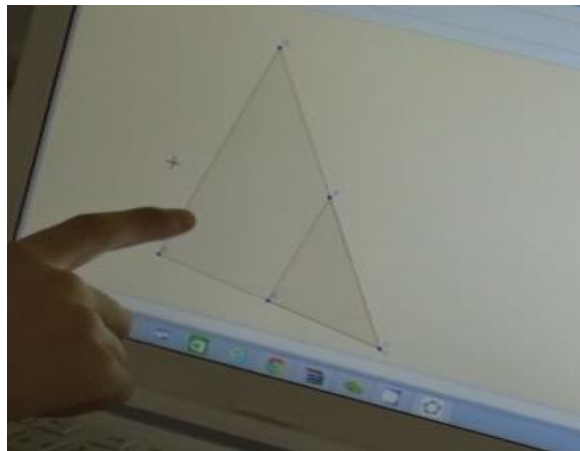
Şekil 58. Orta Dikme Oluşumu Yerine “Doğru” Aracını Kullanarak Orta Dikme Çizimi Yapma

TÇK sürecine ilişkin olarak Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale AB doğru parçasının orta dikmesi üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olduğuna yönelik çıkarım yaptıkları belirlenmiştir. Açıklamalara örnek olarak, Sera “*Değişmiyor, hep eşit hocam*” ifadesini kullanırken, Veli “*Hocam orta dikmesi olunca işte... (Nokta) Direk ortasında duruyor hocam. Yönünü değiştirsem bile hep eşit uzaklıkta kalıyor*” açıklamasını yapmış; Lale işlemleri sırasında “*Doğru parçası çizince A ve B doğru parçasına orta dikmeyi buluruz. Doğrunun üzerinde bir nokta belirlediğimizde A ve B doğrularını şey yaparız... Bir noktaya olan uzaklıklarını ölçeriz. O uzaklıklar tabii eşit çıkıyor*” biçiminde düşüncelerini paylaşmıştır.

Üçüncü sorunun TDY sürecinde tüm katılımcılar paralel doğrulara ve üç doğrunun birbirine göre durumuna odaklı düşünceler üzerinden çözüm süreçlerini

geliştirmişlerdir. Bu çerçevede katılımcılar istenen dik doğru oluşumu için araç çubuğunda “dik doğru” oluşumunu bulamadıkları zaman oluşturulacak dik doğrunun üçüncü doğruyla ilişkisini düşünmüşler ve paralel doğrulara yönelik çıkarıma ulaşmışlardır. VSD bağlamında ise Veli ve Nuray’ın dik doğru oluşumu yerine doğru parçasına dik görünen doğru çizimi yaptıkları gözlenmiştir. Üçüncü sorudaki TÇK süreci çerçevesinde tüm katılımcılar bir doğru parçasına dik olan doğrunun paralelinin de aynı doğru parçasına dik olduğunu çıkarımına ulaşmışlardır. Katılımcıların açıklamaları incelendiğinde Atakan’ın “*Bunlar paralel. Orta dikmenin paralelini oluşturdum. O da dikme oldu*” açıklamasını yaptığı; Sıla’nın “*Dik olduğu için paralel doğru da... Dik yaptım hocam. Bunu yaparak dik doğru oluşturdum. Ona paralel olursa... Dik doğru oluşturdum*” biçiminde düşüncelerini paylaştığı; Nuray’ın “*Orta dikme olduğu için... Paralel doğruya tıkladım. Sonra bu noktaya (doğru parçası üzerindeki nokta) tıklayıp şu doğrunun (orta dikme) üzerine tıkladım. Aynısı çıkıyor işte*” ifadesini kullandığı görülmüştür.

Dördüncü sorudaki TDY süreci bağlamında tüm katılımcılar benzer üçgenlerin özelliklerine odaklı düşüncelerini; Atakan, Veli ve Lale ise yöndeş açılara odaklı düşüncelerini çözüm süreçlerine taşımışlardır. Benzer üçgenlerin özelliklerine odaklı düşünce bağlamında katılımcılar inceledikleri üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki oranı ve açılarının eşliğini gördükten sonra benzerliğe yönelik çıkarıma ulaşırlarken; yöndeş açılara odaklı düşünce kapsamında katılımcılar açılar arasındaki ilişkileri incelerken paralel doğruların ortak kesenle oluşturdukları yöndeş açılarının eşliğini dikkate almışlardır (bkz. Şekil 59).



Şekil 59. Odak Katılımcıların Yöndeş Açılı Odaklı Düşünceden Yararlanması

Diğer yandan VSD ile ilgili süreçlerde, Veli benzerlik oranını incelemek için üçgenlerin alanları oranını ilişkilendirmiştir. Son olarak TÇK bağlamında tüm katılımcıların açılarını eşliği ve kenar uzunluklarının oranı üzerinden benzerlik ilişkisi ve benzerlik oranına yönelik çıkarıma ulaşmışlardır. Bu noktada Lale “*Yani mesela d ile e kenarı, a ile b kenarının... Böyle şey kadar... Yarıya kadar. Benzer olurlar. D ile A eşit mesela (açılardan bahseder)... Bunların ikisi birbirine benzer (büyük ve küçük üçgenleri fareyle gösterir). B ile E... Bir de şey... Ne vardı? C ile F... İkisi de aynı*” açıklamasını yaparken; Atakan “*AC, FD’ye karşılık geliyor. CB, FE’ye... AC de ED’ye... İki katına çıkar (kenar uzunlukları için konuşur). (Açıları inceler) İç açıları... C’nin açısı F ye eşittir. A nın açısı D ye... B de E ye...*” ifadesini kullanmıştır.

3.5.1.3. İkinci klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

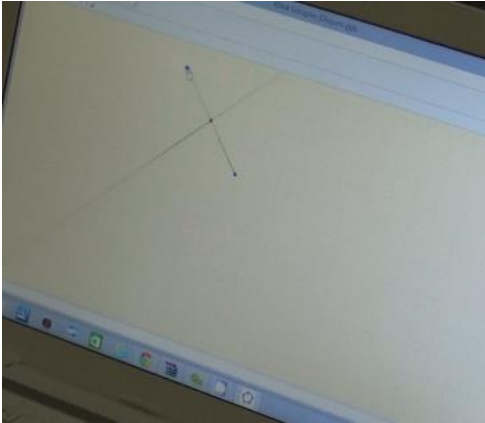
Odak katılımcıların ikinci soruya ilişkin “Değişmezleri Araştırma” süreçleri Tablo 18’de görülmektedir.

Tablo 18. İkinci Sorudaki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

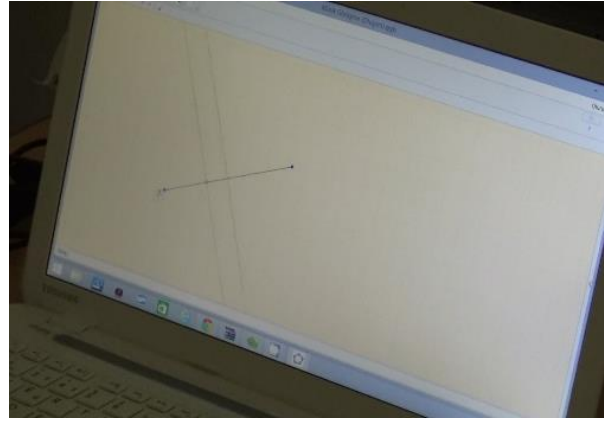
	Soru 2.1	Soru 2.2	Soru 2.3	Soru 2.4
DD	- Amaçlı sürüklenme yardımıyla inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Nokta işaretleyerek sürüklenme yardımıyla inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Gizli geometrik yer üzerinde sürüklenme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürüklenme testiyle orta dikme üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarının incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La]	- Oluşumun özelliklerini incelemek için sürüklenme yapma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Sürüklenme testi [Atk, VI, Se, La, Nu]	- Sürgü yardımıyla üçgenlerin duruşlarını değiştirerek inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
EKK	- A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların her zaman doğrudan kaldığını açıklama [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürüklemede orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını açıklama [Atk, VI, Se, Sl, La]	- Verilen oluşumun değişmez özelliklerini açıklama [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Üçgenlerin kenar uzunlukları oranının değişmediğini açıklama [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]

Tablo 18 ışığında tüm katılımcıların birinci, üçüncü ve dördüncü sorularda hem DD hem de EKK bağlamında “Değişmezleri Araştırma” süreçlerini gerçekleştirdikleri ortaya çıkmıştır. Bununla beraber Nuray’ın ikinci sorunun çözümünde bu süreçleri

ortaya koyamadığı görülmüştür. Birinci sorudaki DD sürecinde tüm katılımcıların amaçlı sürüklenme yardımıyla A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaları araştırdıkları; iz bırakarak sürüklenme yardımıyla istenen noktaları işaretledikleri; diğer istenen noktaları ararken gizli bir geometrik yer üzerinde sürüklenme yaptıkları gözlenmiştir. EKK ile ilişkili süreçlerde ise tüm katılımcılar A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların her zaman doğrudan kaldığını açıklamışlardır. İkinci sorunun çözümündeki DD sürecinde Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale sürüklenme yardımıyla orta dikme doğrusu üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarını incelerlerken; EKK sürecinde aynı katılımcılar sürüklenme sırasında orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını açıklamışlardır. Üçüncü soruya ilişkin DD sürecinde tüm katılımcılar verilen oluşumun özelliklerini incelemek için sürüklenme işleminden yararlanırlarken (bkz. Şekil 60a); Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray çözümün sonunda inşa ettikleri oluşumun doğruluğunu test etmek için sürüklenme işlemini kullanmışlardır (bkz. Şekil 60b).



(a)



(b)

Şekil 60. *Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki DD Süreçleri*

Üçüncü sorunun çözümündeki EKK sürecinde ise tüm katılımcıların sürüklenme sırasında verilen oluşumda hangi özelliklerin aynı kaldığını açıkladıkları görülmüştür. Dördüncü sorunun çözümündeki DD sürecinde tüm katılımcılar üçgenler arasındaki ilişkiyi araştırmak için sürgü yardımıyla üçgenlerin duruşlarını değiştirirlerken; EKK sürecinde de tüm katılımcılar üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları oranının değişmediğini vurgulamışlardır.

3.5.1.4. İkinci klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

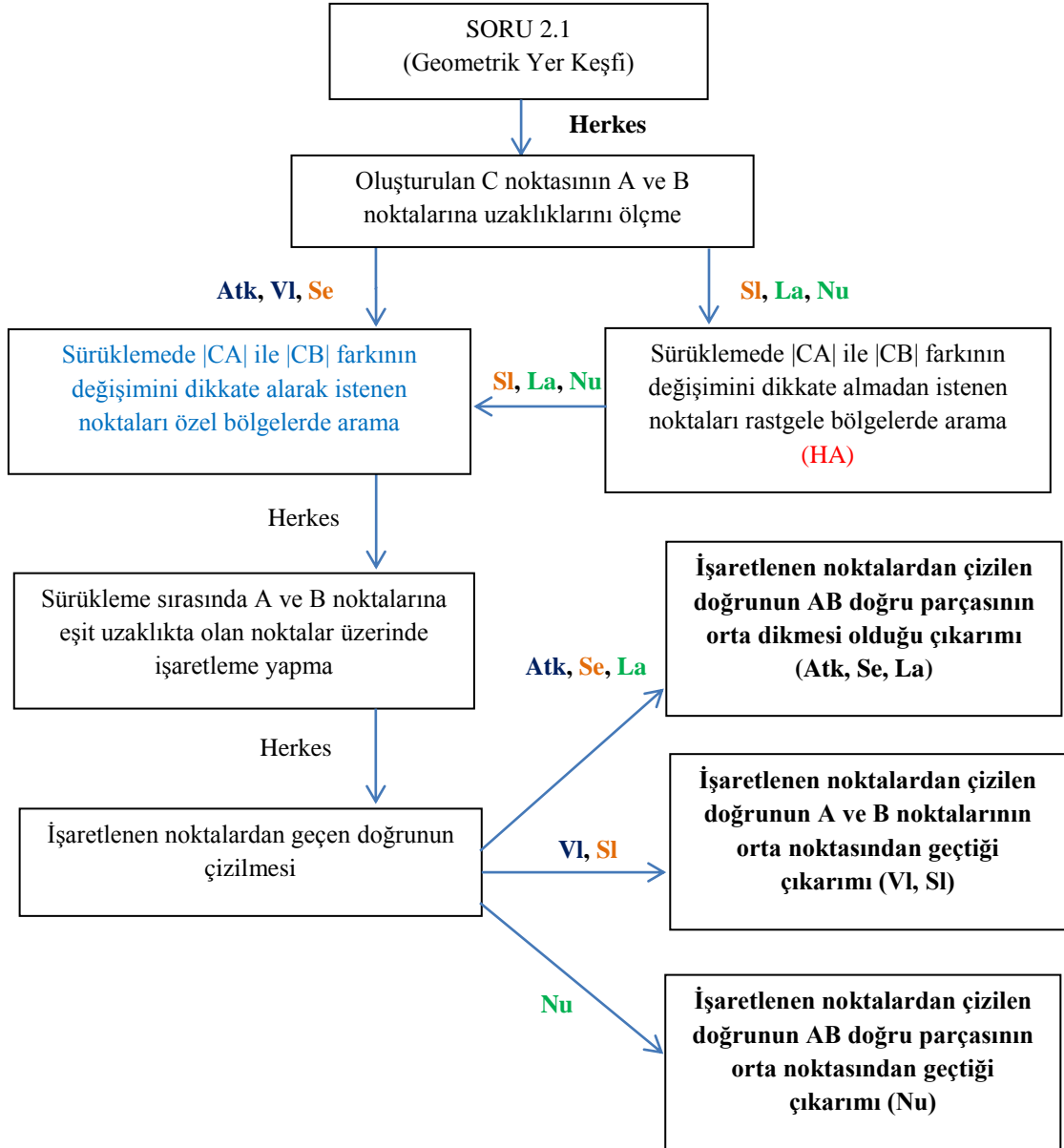
Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki “Keşif ve Yansıtma” bağlamındaki KÖP süreçleri Tablo 19’da görülmektedir.

Tablo 19. İkinci Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

	Soru 2.1	Soru 2.2	Soru 2.3	Soru 2.4
KÖP	- İşaretlenen noktaların doğrudan olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- “Doğru” aracıyla çizim yapma stratejisinin sonuca ulaştırmadığını keşfetme [VI, La, Nu]	- İstenen doğruyu oluşturmak için “orta dikme” aracının sonuc vermediğini keşfetme [Atk]	- Büyük üçgenin alanının küçük üçgenin alanının dört katı olduğunu keşfetme [VI]
	- İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçtiğini keşfetme [VI, Sl, Nu]	- Birinci soruda işaretlenen noktalardan geçen doğrunun [AB]’nin orta dikmesi olduğunu keşfetme [VI, Sl, Nu]	- Bir doğru parçasına dik olan iki doğrunun paralel olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- İki üçgenin açılarının eşliğini keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun [AB]’nin orta dikme olduğunu keşfetme [Atk, Se, La]	- [AB]’nin orta dikmesi üzerindeki noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La]		- Üçgenlerin kenar uzunluklarının oranını keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]

Tablo 19 incelendiğinde, tüm katılımcıların dört soruda da KÖP süreci gerçekleştirdiği görülürken, Nuray’ın ikinci soruda karşılaştığı enstrümantal zorluktan dolayı çözümü ilerletemediği ve sürecin ikinci keşfini yapamadığı belirlenmiştir. Birinci sorudaki KÖP süreci bağlamında tüm katılımcılar “iz bırakma” ile işaretledikleri noktaların doğrudan olduğunu; Veli, Sıla ve Nuray işaretlenen noktalardan geçen doğrunun AB doğru parçasının orta noktasından geçtiğini; Atakan, Sera ve Lale ise işaretlenen noktalardan geçen doğrunun AB doğru parçasının orta dikmesi olduğunu keşfetmişlerdir. İkinci soruda Veli, Lale ve Nuray “doğru” aracıyla çizim yapma stratejisinin sonuca ulaştırmadığını; Veli, Sıla ve Nuray ilk soruda işaretledikleri noktalardan geçen doğrunun AB doğru parçasının orta dikmesi olduğunu; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale ise AB doğru parçasının orta dikmesi üzerindeki noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olduğunu keşfetmişlerdir. Üçüncü sorunun çözümünde Atakan araç çubuğunda “dik doğru” aracının olmadığını görünce “dik doğru” aracını kullanmaya çalışmış ancak bu yöntemin sonuçsuz kaldığını keşfetmiştir. Diğer yandan bu sorunun çözümünde tüm katılımcılar bir doğru parçasına dik olan iki doğrunun paralel olduklarını ortaya çıkarmışlardır.

Odak katılımcıların ikinci soruda “Keşif ve Yansıtma” bağlamındaki “AÖP” sürecine ilişkin çözüm adımları Şekil 61’de görselleştirilmiştir. Bu görselleştirmede hatalı adımlar “HA” koduyla verilmiştir. “Mavi” renkte verilen adımlar ise öğrencilerin bir bölümünün önceki adımlarında hatalı adım uyguladıklarını ve doğru stratejiye geçiş yaptıklarını göstermektedir.

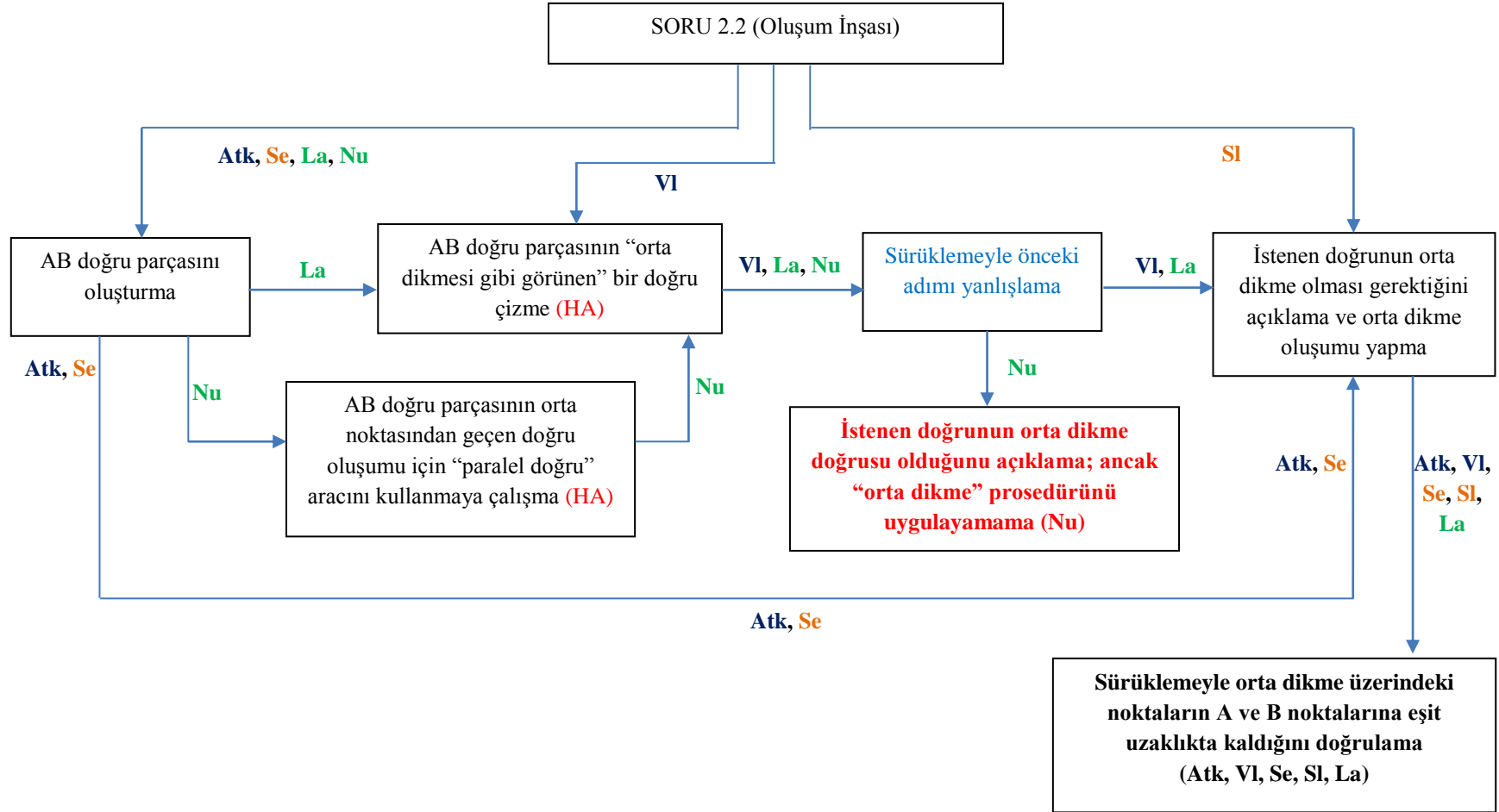


Şekil 61. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin Birinci Sorusundaki “AÖP” Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 61’e göre tüm katılımcılar birinci adımda rastgele bir nokta (C noktası) oluşturmuş ve bu noktanın A ve B noktalarına uzaklıklarını ölçmüşlerdir. Bununla birlikte Sıla, Lale ve Nuray ikinci adımlarında soruda istenen noktaları araştırırken |CA|

ve $|CB|$ farkını dikkate almadan rastgele bölgelerde sürüklemeye yapmışlardır. Sonraki adımda ise Sıla, Lale ve Nuray'ın diğer üç katılımcıyla (Atakan, Veli, Sera) birlikte $|CA|$ ve $|CB|$ farkının azaldığı bölgelerde sürüklemeye yaptıkları görülmüştür. Sonraki basamaklarda tüm katılımcılar sürüklemeye sırasında A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olan noktalar üzerinde işaretleme yapmışlar; işaretlenen noktalardan geçen doğruyu çizmişlerdir. Son basamakta Atakan, Sera ve Lale çizilen doğrunun AB doğru parçasının orta dikmesi olduğu çıkarımını; Veli ve Sıla çizilen doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçtiği çıkarımını; Nuray ise çizilen doğrunun AB doğru parçasının orta noktasından geçtiği çıkarımını yapmışlardır.

Odak katılımcıların ikinci sorunun çözümündeki “AÖP” sürecine ilişkin adımları Şekil 62’de görülmektedir. Şekil 62’de hatalı adımlar “HA” koduyla gösterilmiştir.



Şekil 62. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

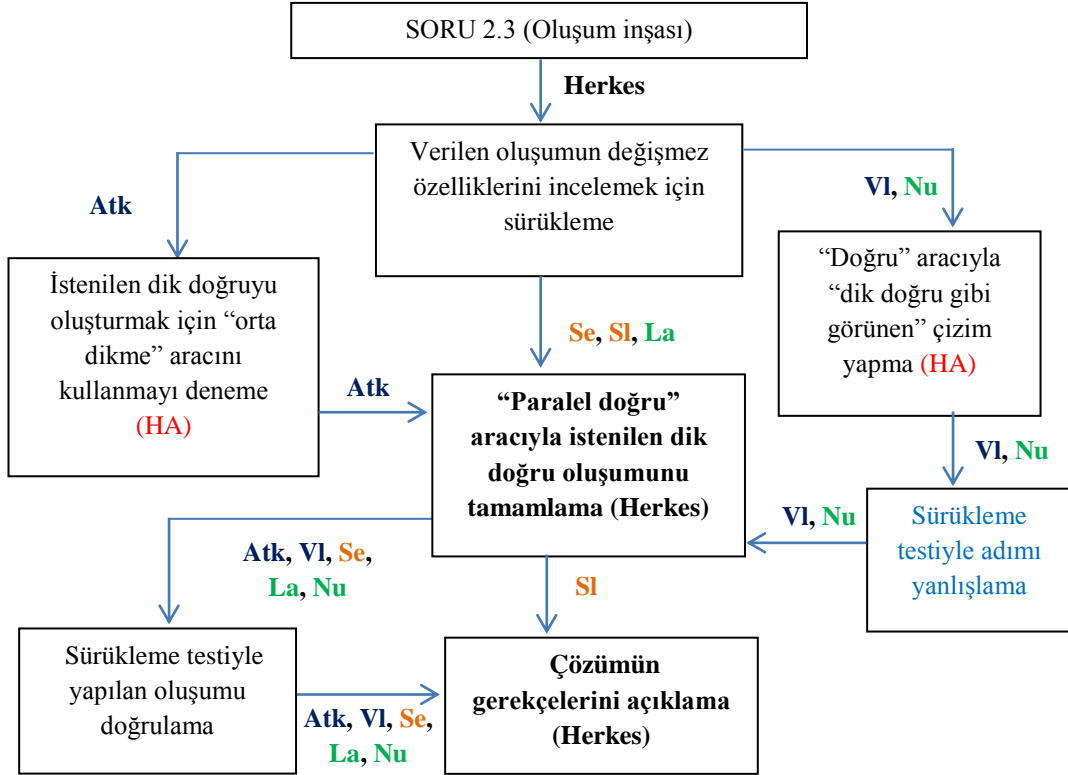
Şekil 62'ye göre, Atakan ve Sera çözüme AB doğru parçasını oluşturarak başlamışlardır. İki katılımcı sonraki adımda istenen doğrunun orta dikme doğrusu olduğunu açıklamışlar; AB doğru parçasının orta dikme oluşumunu yapmışlar ve son adımlarında sürüklemeye yaparak orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını doğrulamışlardır.

Lale ve Nuray ilk adımlarında AB doğru parçasını oluşturduktan sonra Nuray AB doğru parçasının orta noktasından geçen doğru oluşumu için “paralel doğru” aracını kullanmaya çalışmıştır. Sonraki adımda ise Lale ve Nuray'ın “doğru” aracını kullanarak birinci sorudaki gibi bir doğru oluşumu yaptıkları; daha sonra sürüklemeye yardımıyla hatalı adım izlediklerini fark ettikleri görülmüştür. Bu adımdan sonra iki katılımcı da istenen doğrunun orta dikme doğrusu olduğunu açıklamış, ancak Nuray “orta dikme” aracının prosedürünü uygulayamamıştır. Lale ise orta dikme oluşumu yapmış ve sürüklemeye yardımıyla orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını doğrulamıştır.

Diğer bir katılımcı olan Veli birinci adımda ilk sorudaki gibi bir doğru oluşumu yapmış; ikinci adımda sürüklemeye yaparak hatalı adım izlediğini ortaya çıkarmış; soruda istenen doğrunun orta dikme doğrusu olduğunu açıklayarak orta dikme oluşumu yapmıştır. Veli son adımda sürüklemeyi yararlanarak orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını doğrulamıştır.

Son olarak Sıla birinci adımda soruda istenen doğrunun orta dikme doğrusu olduğunu açıklayarak orta dikme oluşumunu yapmış; son adımda da sürüklemeye yaparak orta dikme üzerindeki noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını doğrulamıştır.

Üçüncü sorunun çözümüne ilişkin odak katılımcıların AÖP bağlamındaki çözüm adımları Şekil 63'te verilmiştir.



Şekil 63. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

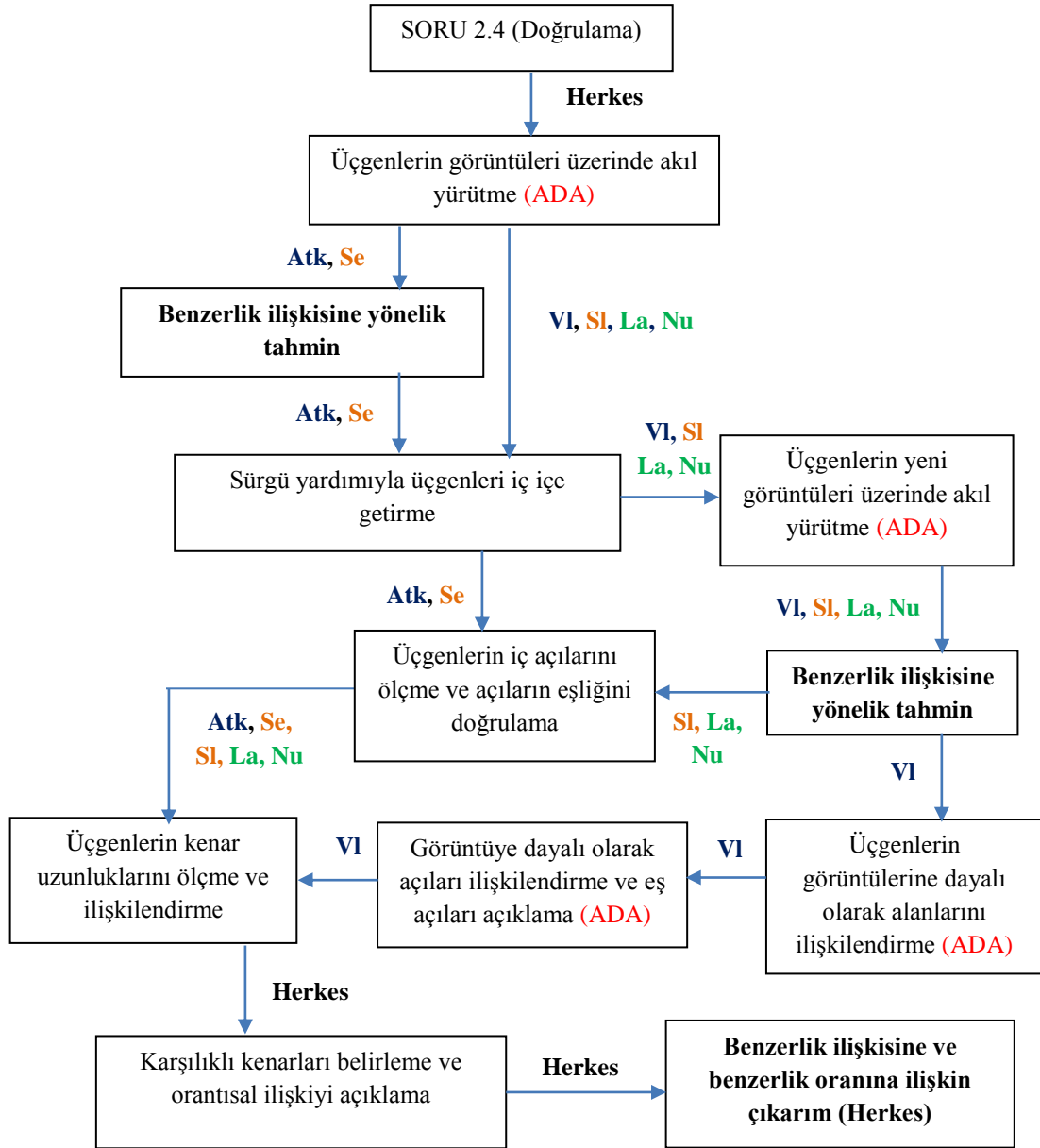
Şekil 63 incelendiğinde tüm odak katılımcıların birinci adımda soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini incelemek amacıyla sürükleme yaptıkları görülmüştür. Bu adımdan sonra Sera, Sıla ve Lale “paralel doğru” aracı yardımıyla verilen orta dikmeye paralel ve doğru parçasına dik olan bir doğru oluşturmuşlardır. Sonrasında Sera ve Lale’nin sürükleme testiyle oluşumun doğruluğunu test ettikleri; son adımda da Sera, Sıla ve Lale’nin çözümün gerekçelerini açıkladıkları görülmüştür.

Diğer yandan Atakan ikinci adımında istenilen dik doğruyu oluşturmak için “orta dikme” aracını kullanmayı denemiş ancak sonuç alamamış; üçüncü adımında “paralel doğru” aracıyla istenilen dik doğru oluşumunu yapmış; dördüncü adımda sürükleme testiyle oluşumun doğruluğunu kontrol etmiş; son adımda çözümün gerekçelerini açıklamıştır.

Diğer iki katılımcı olan Veli ve Nuray’ın ise ikinci adımlarında “doğru” aracıyla “dik doğru gibi görünen” bir çizim yaptıkları; üçüncü adımda sürükleme testi yardımıyla istenilen oluşumu tamamlayamadıklarını anladıkları; dördüncü adımlarında “paralel doğru” aracıyla istenilen dik doğru oluşumunu yaptıkları; beşinci adımlarında

sürükleme testiyle oluşumu doğruladıkları; altıncı adımlarında çözümün gerekçelerini açıkladıkları görülmüştür.

Dördüncü sorunun çözümünde odak katılımcıların AÖP sürecine ilişkin çözüm adımları Şekil 64’te verilmiştir. Şekil 64’te katılımcıların algıya dayalı akıl yürütme yaptıkları adımlar “ADA” ile kodlanmıştır.



Şekil 64. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmenin Dördüncü Sorusundaki “AÖP” Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 64'e göre doğrulama sürecinin başında katılımcıların algıya dayalı çıkarımlar gerçekleştirdiği; son adımlarda tümdengelimli gerekçelerin ön plana çıktığı görülmektedir. Birinci adımda tüm katılımcıların üçgenlerin görünüşlerinden yola çıkarak algıya dayalı akıl yürütme yaptıkları belirlenmiştir. İkinci adımda Atakan ve Sera üçgenlerin benzer olduğuna ilişkin tahminde bulunmuşlar; üçüncü adımlarında sürgü yardımıyla üçgenleri iç içe pozisyona getirmişler; dördüncü adımlarında üçgenlerin iç açılarını ölçerek açılar eşliğini doğrulamışlar; beşinci adımda üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçmüşler ve ilişkilerini incelemişler; altıncı adımda üçgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarına yönelik oranı açıklamışlar; son adımda benzerlik ilişkisine yönelik doğrulamayı tamamlamışlardır.

Katılımcılardan Veli, Sıla, Lale ve Nuray'ın ise ikinci adımlarında sürgü yardımıyla üçgenleri iç içe pozisyona getirdikleri; üçüncü adımda üçgenlerin yeni görüntüleri üzerinde akıl yürüttükleri; dördüncü adımda da benzerlik ilişkisine yönelik tahminde buldukları görülmüştür. Veli beşinci adımda görüntüye dayalı olarak alanları; altıncı adımda da görüntüye dayalı olarak açıları ilişkilendirmiş ve karşılıklı açıları açıklamıştır. Sonraki süreçte ise Veli üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçmüş; karşılıklı kenar uzunluklarına ilişkin oranı açıklamış; benzerlik ilişkisine yönelik doğrulamayı tamamlamıştır.

Bununla beraber Sıla, Lale ve Nuray dördüncü adımın ardından sırasıyla üçgenlerin iç açılarını ölçerek açılar eşliğini doğrulamışlar; üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçerek orantısal ilişkiyi incelemişler; karşılıklı kenar uzunluklarına ilişkin oranı açıklamışlar; son adımda da benzerlik ilişkisine yönelik doğrulamayı gerçekleştirmişlerdir.

3.5.2. Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki enstrümanları

Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmedeki jestleri (işlemleri) ve enstrüman olarak kullandıkları araçlara yönelik bulgular Tablo 20'de verilmiştir.

Tablo 20. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrümanlar
2.1	a. C noktası oluşturma	a. Herkes	a. Nokta
	b. AC, BC ve AB doğru parçalarını oluşturma	b. Lale	b. Doğru parçası
	c. AC ve BC uzaklıklarını ölçme	c. Herkes	c. Uzaklık veya uzunluk
	d. C noktasını rastgele sürüklenme	d. Sl, La, Nu	d. Taşı
	e. AC ve BC arasındaki fark azalacak biçimde C noktasını amaçlı sürüklenme	e. Atk, Vl, Se	e. Taşı
	f. AC = BC korunacak biçimde C noktasını iz bırakarak (işaretleyerek) sürüklenme	f. Herkes	f. İzi aç; Taşı
	g. İzlerin üzerinden geçen doğruyu oluşturma	g. Herkes	g. Doğru
2.2	a. AB doğru parçasını oluşturma	a. Atk, Se, La, Nu	a. Doğru parçası
	b. AB doğru parçasının orta noktasından geçen doğru oluşturmak için “paralel doğru” aracını seçme	b. Nu	b. Paralel doğru
	c. Orta dikme görünümünde doğru çizme ve sürükleyerek oluşumu test etme	c. Vl, La, Nu	c. Doğru; Taşı
	d. AB doğru parçasının orta dikmesini oluşturma	d. Atk, Vl, Se, Sl, La	d. Orta dikme
2.3	a. Verilen oluşumu incelemek için sürüklenme	a. Herkes	a. Taşı
	b. Dik doğru görünümünde doğru çizme ve sürükleyerek oluşumu test etme	b. Vl, Nu	b. Doğru; Taşı
	c. Doğru parçasına dik yeni bir doğru oluşturmak için orta dikmeye paralel doğru oluşturma	c. Herkes	c. Paralel doğru
	d. İnşa edilen oluşumu test etmek için sürüklenme	d. Herkes	d. Taşı
2.4	a. Üçgenlerin duruşunu değiştirme	a. Herkes	a. Sürgü
	b. Üçgenlerin iç açılarını ölçme	b. Atk, Se, Sl, La, Nu	b. Aç
	c. Üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçme	c. Herkes	c. Uzaklık veya uzunluk
2.5.	a. Üçgeni istenen benzerlik oranında genişletme	a. Atk, Se, Sl, La, Nu	a. Nesneyi noktadan genişlet

Tablo 20’ye göre odak katılımcıların birinci problemdeki kullanım şemaları incelendiğinde, tüm katılımcıların öncelikle üçüncü bir noktayı (C noktasını) oluşturmak için “nokta” aracını kullandıkları; ardından Lale’nin noktaları birleştiren doğru parçalarının uzunluklarını ilişkilendirmek için “doğru parçası” aracından yararlandığı görülmüştür. Sonraki süreçte, odak katılımcıların tümü sorunun amacına bağlı olarak |AC| ve |BC| uzaklıklarını görmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını çözüme dahil etmişler ve uzaklıkların eşit olup olmadığını incelemişlerdir. Katılımcılardan Sıla, Lale ve Nuray C noktasının A ve B noktalarına uzaklıklarının eşit olduğu bölgeleri incelemek amacıyla sürüklenme yapmaya başlarken, sürecin devamında bu üç katılımcının uzaklıkların nasıl değiştiğine dikkat etmeden C noktasını rastgele bölgelere sürüklediği görülmüştür. Diğer katılımcılardan Atakan, Veli ve Sera

ise sürüklemeyi $|AC|$ ve $|BC|$ arasındaki fark azalacak ve uzaklık değerleri birbirine yaklaşacak biçimde adım adım ve amaçlı olarak kullanmışlardır. Sürüklemeye dayalı incelemenin sonunda tüm katılımcıların C noktasının A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olduğu bir yer keşfettiği görülürken; katılımcılar bu yeri kaybetmemek için “izi aç” aracından faydalanmışlar ve sürükleme sırasında istenen özelliği koruyan yeni noktaları keşfettikçe bu noktaları da “izi aç” aracılığıyla işaretlemiştir. Son adımda katılımcılar soruda istenen noktaların aynı doğru üzerinde yer aldığına yönelik genellemeye ulaşırlarken, bu geometrik yeri görselleştirmek için “doğru” aracını kullanmışlardır.

İkinci problemin çözümü bağlamında Atakan, Sera, Lale ve Nuray “grid” görünümde olmayan çizim tahtasında AB doğru parçasını oluşturmanın, soruda istenen doğru oluşumunu tamamlamaya yardımcı olacağını düşünerek “doğru parçası” aracını kullanmışlardır. Sonraki süreçte Nuray istenen doğru oluşumunun AB doğru parçasını ortalayacağına yönelik genellemeden yola çıkmış; ancak bu doğruyu oluşturmak için “paralel doğru” aracını kullanmaya çalışmıştı. Hedefe uygun olmayan bir araç seçen Nuray bu adımın hatalı olduğunu görmüştür. Çözümün ilerleyen adımlarında Veli, Lale ve Nuray istenen özellikleri koruyan doğrunun oluşumu için basitçe çizim yapmayı düşünmüşler ve bu nedenle “doğru” aracını sürece dahil etmişlerdir. Çizimlerin ardından katılımcılar ekrandaki doğrunun istenen özelliği koruyup korumadığını değerlendirmek amacıyla “taşı” aracından yararlanmışlar ve sürükleme testi aracılığıyla oluşumun hatalı olduğunu görmüşlerdir. Çözüm sürecinde katılımcıların tümü istenen doğrunun AB doğru parçasının orta dikmesi olduğuna ilişkin genellemeye ulaşırlarken; son adımda Nuray dışındaki tüm katılımcılar “orta dikme” aracını doğru biçimde kullanarak istenen oluşumu tamamlamışlardır. Bununla birlikte Veli ve Sıla, diğer katılımcılardan farklı olarak “orta dikme” aracını kullanmadan önce AB doğru parçasını oluşturmamış ve orta dikmeyi kısa yoldan A ve B noktalarına tıklayarak inşa etmeyi tercih etmişlerdir.

Üçüncü problemdeki kullanım şemaları bağlamında tüm katılımcılar öncelikle verilen şeklin değişen ve değişmeyen özelliklerini görmek amacıyla “taşı” aracını seçmişler ve sürüklemeyi yararlanarak şeklin parçalarını ilişkilendirmişlerdir. Sonraki adımda Veli ve Nuray soruda istenen dik doğru oluşumunu basitçe çizebileceklerini düşünerek “doğru” aracını kullanmışlar ve oluşumun özelliklerini koruyup

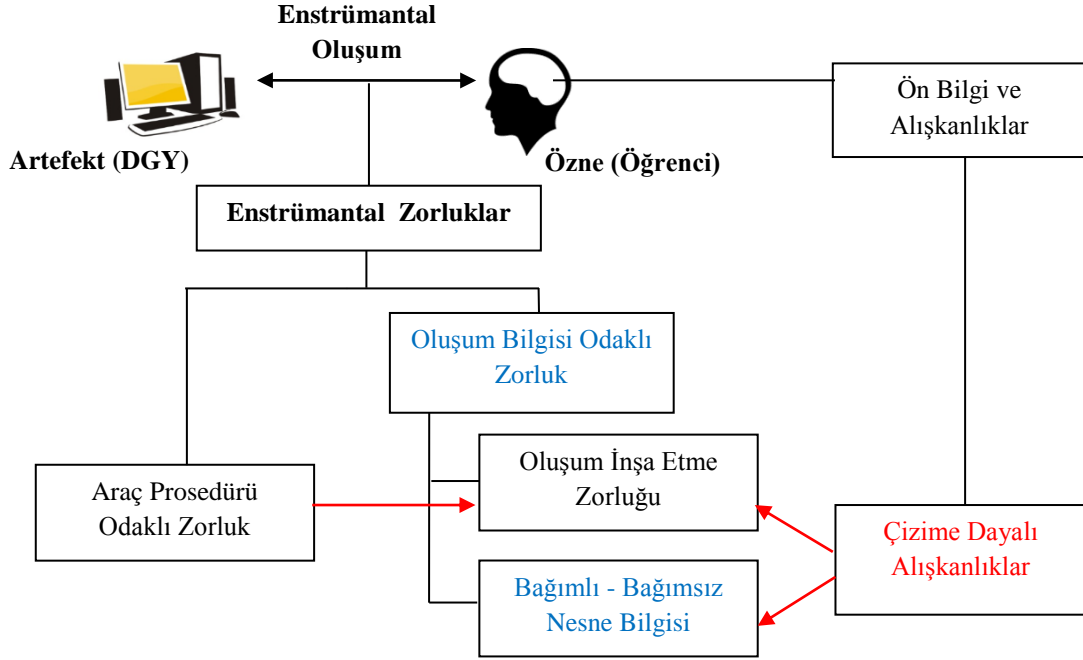
korumadığını görmek için “taşı” aracını seçerek sürüklenme testinden yararlanmışlardır. Çözümün devamında katılımcıların tümü “dik doğru” aracının yer almadığı menüler yardımıyla sonuca nasıl ulaşabileceklerini düşünürken, istenen doğrunun verilen orta dikmeye paralel olduğu çıkarımına ulaşmışlar ve oluşumu tamamlamak için “paralel doğru” aracını kullanarak çözümü tamamlamışlardır. Çözümün son aşamasında tüm katılımcılar yaptıkları oluşumun özelliğini koruyup korumadığını görmek amacıyla “taşı” aracını seçmişler ve sürüklenme testini kullanmışlardır.

Dördüncü problemdeki kullanım şemaları bağlamında katılımcıların tümü verilen üçgenlerin ilişkilerini araştırırken sürgünün üçgenlerden birisinin duruşunu ve konumunu değiştirdiğini fark etmişler ve üçgenler iç içe konumlanacak biçimde sürgüden yararlanmışlardır. Çözüm süreci içerisinde odak katılımcılar üçgenler arasında benzerlik ilişkisini olduğuna yönelik tahminde bulunurken; Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray üçgenlerin açılarını ilişkilerini görmek amacıyla “açı” aracından yararlanmışlar ve karşılıklı açılar eş olduğunu belirlemişlerdir. Bunun yanı sıra katılımcıların tümü kenar uzunluklarının ilişkilerini incelemek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını kullanırlarken kenar uzunlukları arasındaki belirli bir oranın değişmediğini fark etmişlerdir. Bu sonuçlar üzerinden katılımcıların tümü doğrulama sürecini tamamlamışlardır.

Beşinci sorudaki kullanım şemaları bağlamında Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray üçgenin istenen benzerlik oranında genişletilmesi için uygun işleve sahip olan aracı “nesneyi noktadan genişlet” olarak hatırlamışlar ve prosedürü uygulayarak çözümü tamamlamışlardır.

Odak katılımcıların ikinci klinik görüşme kapsamındaki problemlerin çözümünde karşılaştıkları enstrümantal zorluklar incelendiğinde *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* kategorisinin yanında oluşum bilgisi ile ilişkili olarak *Bağımlı - Bağımsız Nesne Bilgisi* kategorisinin de ortaya çıktığı görüşmüştür. Bu nedenle bu iki kategori *Oluşum Bilgisi Odaklı Zorluk* üst kategorisi altında incelenirken; bu enstrümantal zorluk türü öğrencilerin çizime dayalı alışkanlıklarının neden olduğu güçlüklerdir (bkz. Şekil 65). Ortaya çıkan yeni kategoriler Şekil 65’te “mavi” renkte gösterilmiştir. Bunun yanında ikinci klinik görüşme bulguları Nuray’ın *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*’nun nedenler arasında istediği ilk araca (orta dikme) yönelik yaşadığı *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*’un da yer aldığı belirlenmiştir. Bu noktada Nuray’ın hedeflediği aracı

kullanmada başarısız olunca çözümü tamamlamak için “doğru” aracıyla çizim yaptığı görülmüştür. Şekil 65’te ortaya çıkan bu yeni neden-sonuç ilişkisine de yer verilmiştir. Neden-sonuç ilişkisini göstermek için “kırmızı” renkte oklar kullanılmıştır.



Şekil 65. İkinci Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan “Bağımlı - Bağımsız Nesne Bilgisi” Kategorili Enstrümantal Zorluk

Odak katılımcıların ikinci klinik görüşmede karşılaştıkları enstrümantal zorluklar ve bu zorlukların temelindeki ön bilgi/alışkanlık ya da enstrümantal zorluklar Tablo 21’de görülmektedir.

Tablo 21. Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık veya enst. zorluk
2.1	a. Hedef nesnenin üzerine tıklayamama	a. Nu		a. Fare kullanımına dayalı hatalar	

Tablo 21. (Devam) *Odak Katılımcıların İkinci Klinik Görüşmede Karşılaştıkları Enstrümantal Zorluklar*

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanılan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık veya enst. zorluk
2.2	a. Orta dikme gibi görünen çizim yapma	a. Vl, La		a. Oluşum inşa etme zorluğu	a. Çizime dayalı alışkanlıklar
	b. Orta dikme aracını uygulamak için AB doğru parçasının sadece A noktasına tıklama	b. Nu	b. Orta dikme	b. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	c. AB doğru parçasının orta noktasından geçen doğru oluşturmak için “paralel doğru” aracını seçme	c. Nu	c. Paralel doğru	c. Uygun işlevi olmayan araca yönelik bilgi	c. Matematiksel bilgi eksikliği
	d. Orta dikme gibi görünen çizim yapma	d. Nu		d. Oluşum inşa etme zorluğu	d. Araç prosedürü odaklı zorluk
2.3	a. Verilen noktadan geçen dik doğruyu oluşturmak için “orta dikme” aracını seçme	a. Atk	a. Orta dikme	a. Uygun işlevi olmayan araca yönelik bilgi	a. Matematiksel bilgi eksikliği
	b. Silme işlemini yanlış nesne seçiliyken gerçekleştirme	b. Atk	b. Sil	b. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	c. Paralel doğru oluşumu yaparken prosedürü hatalı uygulama	c. Vl, Nu	c. Paralel doğru	c. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	d. Verilen orta dikme oluşumunda bağımlı nesneyi (orta dikmeyi) sürüklemeye çalışma	d. La.		d. Bağımlı-bağımsız nesne bilgisi	d. Çizime dayalı alışkanlıklar
	e. Doğru parçasına dik gibi görünen doğru çizimi yapma	e. Vl, Nu		e. Oluşum inşa etme zorluğu	e. Çizime dayalı alışkanlıklar

Tablo 21’e göre odak katılımcıların enstrümantal zorluklarında uygulamaya dayalı zorluk türlerinden *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*’un ön plana çıktığı ve beş katılımcının (Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray) seçtikleri çeşitli araçlarda bu zorluk türünü yaşadıkları belirlenmiştir. Birinci problemin çözümünde sadece Nuray’ın *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaştığı görülmüştür. İkinci problemin çözümünde Nuray’ın “paralel doğru” aracına ilişkin ön matematik bilgisi eksikliğinden kaynaklanan

Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi kategorili zorluk ile karşılaştığı; “orta dikme” aracına ilişkin de *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* yaşadığı ortaya çıkmıştır. Nuray’da ortaya çıkan bu *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*’un sürecin devamında katılımcıda *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*’na neden olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda Nuray orta dikme inşa etmek için “orta dikme” aracının prosedürünü uygulayamayınca çözümü tamamlamak için “doğru” aracını seçmiş ve orta dikme gibi görünen çizim yapmıştır. Diğer yandan Veli ve Lale çizime dayalı alışkanlıklarından dolayı *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile karşılaşmışlardır.

Üçüncü problemin çözümünde Atakan “orta dikme” aracına ilişkin ön matematik bilgisi eksikliğinden kaynaklanan *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* ile karşılaşırken, “sil” aracına yönelik *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* yaşamıştır. Bunun yanında Veli ve Nuray’ın “paralel doğru” aracıyla ilgili *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*; paralel doğrular oluşturma işleminde de çizime dayalı alışkanlıklardan dolayı *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile karşılaştıkları gözlenmiştir. Diğer katılımcı Lale ise çözüm sürecinde *Oluşum Bilgisine Dayalı Zorluk* kapsamındaki *Bağımlı - Bağımsız Nesne Bilgisi* ile karşılaşmıştır.

Dördüncü problemde katılımcıların sadece *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştıkları belirlenmiştir. Bu bağlamda Veli “açı” ve “sil” araçlarında; Lale ise “uzaklık veya uzunluk” ve “sil” araçlarına yönelik enstrümantal zorluklar yaşamışlardır.

“Nesneyi noktadan genişlet” aracına yönelik enstrümantal zorlukları araştırmak amacıyla sorulan beşinci soruda ise Veli’nin ilgili araca ilişkin *Uygun İşleve Sahip Araca Dayalı Zorluk*; Atakan, Sıla, Lale ve Nuray’ın ise *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştıkları belirlenmiştir.

3.6. Üçüncü Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon

Üçüncü öğretim bölümü üç haftalık öğretim sürecini kapsarken; birinci hafta (beş ders saati) “Eşlik ve Benzerlik”, “Öteleme” ve “Yansıma”; ikinci hafta (beş ders saati) “Yansıma” ve “Dönme”; üçüncü hafta (iki ders saati) “Dönme” kapsamındaki DGY destekli öğretim etkinliklerini içermektedir. “Enstrümantal pekiştirme” odaklı üçüncü öğretim bölümü bağlamında öğrencilerin DGY’nin yeni özelliklerini keşfetmelerini sağlamak, enstrümantal oluşumlarını desteklemek ve ZGA süreçlerini geliştirmek amaçlanmıştır. Hazırlanan öğretim etkinliklerinde çokgenlerin alanlarına yönelik

ilişkilerin keşfine; “nesneyi vektörle ötele” aracının öğrenimine ve bu araç kapsamında vektör kavramının inşa edilmesine; yatay ve düşey yönlü ötelemede nokta koordinatlarındaki değişmez özelliklerin keşfine; “doğruda yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür” araçlarının öğrenimine; yansıma ve dönme dönüşümlerindeki değişmez özelliklerin keşfine odaklanılmıştır.

Üçüncü öğretim bölümünde, 7. sınıf matematik öğretim programının içerisinde yer almamasına karşılık, yansıma ve dönme dönüşümünün öğreniminden önce öteleme dönüşümünün özelliklerine ilişkin bilgilerin tekrar edilmesi, öteleme dönüşümünde “vektör” kavramının öğrenilmesi, DGY’de “vektör” ve “nesneyi vektörle ötele” araçlarına yönelik kullanım biçimlerinin incelenmesi hedeflenmiştir.

Üçüncü öğretim bölümündeki öğretimsel hedefler bağlamında tasarlanan etkinlikler “aracı tanıma”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” ve “oluşum inşası” olmak üzere beş kategoriye ayrılmıştır. Öğretim bölümünde etkinliklerin içeriğine bağlı olarak “teknik tanıtım”, “ekrandakini açıklama”, “ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma”, “ekrandakini tartışma”, “rehberlik etme ve açıklama”, “Sherpa iş başında” ve “işbirlikli problem çözme” kullanılmıştır. Tablo 22’de üçüncü öğretim bölümünde her hafta kapsamında hangi tür etkinliklerin gerçekleştirildiği, hangi orkestrasyon tipinin kullanıldığı ve hangi ZGA bileşenlerine odaklanıldığı görülmektedir.

Tablo 22. *Üçüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri*

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Hedef ZGA’lar
1	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Rehberlik etme ve açıklama / Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma / Ekrandakini tartışma	İ; G; DA
	2	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Teknik tanıtım / Ekrandakini tartışma	I; G; KY
	3	Oluşum inşası (Verilen şeklin içinde oluşum yapma)	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	I; G; DA; KY
	4	Aracı tanıma	Teknik tanıtım/ Teknoloji kullanılmayan açıklama	-
	5	Aracı tanıma	Teknik tanıtım	-

Tablo 22. (Devam) *Üçüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri*

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Hedef ZGA'lar	
1	6	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	I; G; DA	
	7	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Ekrandakini tartışma	I; DA	
	8	Aracı tanıma	Teknik tanıtım	-	
	9	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Ekrandakini tartışma/ Rehberlik etme ve açıklama	I; G; DA	
	10	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bir resmi/çizimi analiz etme)	Ekrandakini tartışma/ Rehberlik etme ve açıklama	I; G; DA	
	11	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Ekrandakini tartışma/ Rehberlik etme ve açıklama	I; G; DA	
	12	Gizli parçayı araştırma	İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini açıklama	I; G; DA; KY	
	2	1	Doğrulama	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	I; G; DA; KY
		2	Doğrulama	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	I; G; DA; KY
		3	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma / Ekrandakini tartışma	I; G; DA; KY
		4	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	I; G; DA
		5	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	I; DA
6		Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	I; G; DA	
7		Geometrik yer keşfi	Ekrandakini tartışma / Rehberlik etme ve açıklama	I; G; DA	
8		Aracı tanıma	Teknik tanıtım	-	
9		Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini tartışma	I; G; DA; KY	
3	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma	I; G; DA	
	2	Aracı tanıma	Teknik tanıtım / Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma	I; G; DA	
	3	Oluşum inşası (Belirli bir araca yönelik uygulama)	Ekrandakini tartışma	I; G; DA	

Tablo 22. (Devam) *Üçüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri*

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Hedef ZGA'lar
3	4	Doğrulama	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	I; G; DA; KY
	5	Gizli parçayı araştırma	İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	I; G; DA; KY

Tablo 22'ye göre üçüncü öğretim bölümü kapsamında “aracı tanıma” türünde 4 etkinliğin; “bir geometrik yapıyı analiz etme türünde 8 etkinliğin; “geometrik yer keşfi” türünde 1 etkinliğin; “oluşum inşası” türünde 7 etkinliğin; “gizli parçayı araştırma” türünde 1 etkinliğin; “doğrulama” türünde 3 etkinliğin uygulandığı görülmektedir. “Aracı tanıma” türündeki etkinliklerin uygulanmasında “teknik tanıtım”, “teknoloji kullanılmayan açıklama” ve “ekran ve tahta (kağıt) arasında ilişki kurma” orkestrasyon tipleri kullanılırken; bu etkinliklerin üçünde ZGA süreçlerine odaklanılmamış, bir tanesinde ise aracın ilişkili olduğu matematiksel kavramın (noktaya göre simetri) öğrenilmesinde ilişkilendirme genelleme ve değişmezleri araştırma süreçleri yer almıştır. “Bir geometrik yapıyı analiz etme” etkinlikleri “bağımlı yapıyı analiz etme” (7 etkinlik) ve “bir resmi/çizimi analiz etme” (1 etkinlik) çalışmalarını kapsarken bu etkinliklerin yürütülmesinde “rehberlik etme ve açıklama”, “ekran ve tahta arasında ilişki kurma” ve “ekrandakini tartışma” orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır. Bu çalışmalardan “bağımlı yapıyı analiz etme” türündeki bir etkinlik ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanırken; diğerleri ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerini içermektedir. Dönme dönüşümünün öğrenimi kapsamında yer alan “geometrik yer keşfi” etkinliğinin yürütülmesinde “ekrandakini tartışma” ve “rehberlik etme ve açıklama” orkestrasyon tipleri kullanılırken, bu etkinlik ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçlerine odaklanacak biçimde planlanmış ve uygulanmıştır. “Oluşum inşası” türündeki etkinliklerden 6 tanesi “belirli bir araca yönelik uygulama”; 1 tanesi ise “verilen şeklin içinde oluşum yapma” etkinlikleridir. “Belirli bir araca yönelik uygulama” çalışmalarında “ekrandakini tartışma”, “rehberlik etme ve açıklama” ve “işbirlikli problem çözme” orkestrasyon tipleri kullanılırken; “verilen şeklin içinde oluşum yapma” etkinliğinde “işbirlikli problem çözme” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır. “Verilen şeklin içinde oluşum yapma” etkinliği ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri

araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerini yansıtırken; “belirli bir araca yönelik uygulama” çalışmalarından bir tanesi ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma; bir tanesi ilişkilendirme, genelleme, keşif ve yansıtma; üç tanesi ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma; bir tanesi ise ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma” süreçlerinin tümünü kapsayacak biçimde planlamış ve uygulanmıştır. “Gizli parçayı araştırma” etkinliğinin uygulanmasında “ekrandakini açıklama”, “işbirlikli problem çözme” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tipleri kullanılırken; bu etkinlik ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümüne odaklanmaktadır. “Doğrulama” etkinliklerinin uygulanmasında ise “işbirlikli problem çözme” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tiplerinden yararlanılırken bu çalışmalar da ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü kapsamaktadır.

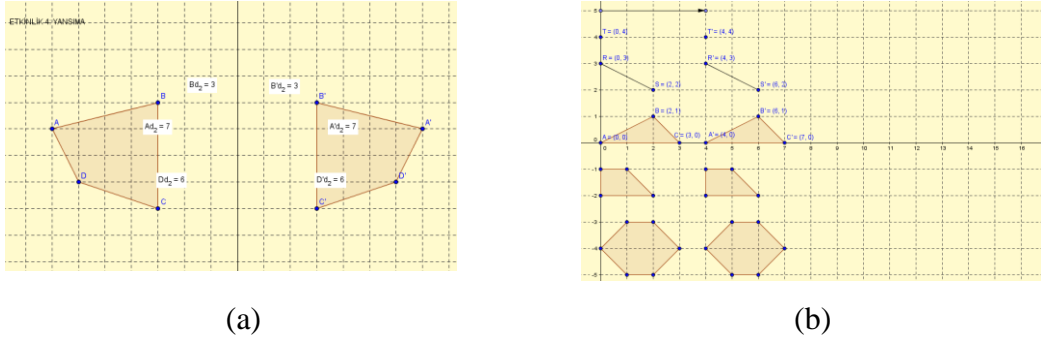
Bu etkinliklerin dışında öğrencilerin dönüşüm geometrisine yönelik öğrenmelerini desteklemek için geleneksel öğretim ortamında kâğıt-kalem problemleri ve geometrik dönüşümleri görselleştiren asetat kâğıtları aracılığıyla çalışmalarını sağlanmıştır. Enstrümantal orkestrasyon bulguları altında geleneksel öğretim ortamındaki çalışmalara yer verilmemiştir.

Üçüncü öğretim bölümündeki haftalar kapsamında gerçekleştirilen enstrümantal orkestrasyon sürecine ilişkin bulgular didaktik düzenleme, faydalanma biçimi ve didaktik performans başlıkları altında sunulmaktadır.

3.6.1. Üçüncü öğretim bölümündeki didaktik düzenleme

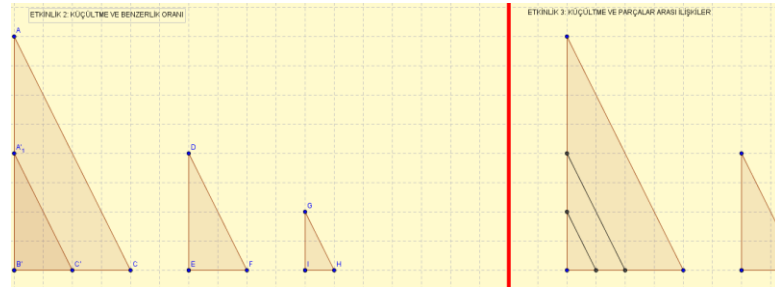
Öğretim bölümüne yönelik yapılan didaktik düzenlemede birinci ve ikinci öğretim bölümlerindeki mevcut öğretim teknolojilerinin ve veri toplama araçlarının yerleşimi ve oturma düzeni değiştirilmemiş; etkinlik dosyaları dersten önce A2 nolu bilgisayarda kurulu olan dosya paylaşım programı aracılığıyla öğrenci bilgisayarlarına yüklenmiştir. Üçüncü öğretim bölümüne ait etkinliklerde araç takımları, ikinci haftadaki araçlara ek olarak, “alan”, “vektör”, “nesneyi vektörle ötele”, “doğruda yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür”, “merkez ve bir noktadan geçen çember” araçlarını içermektedir. “Eşlik ve Benzerlik” konusuna ilişkin etkinliklerde benzer çokgenlerin alanları arasındaki orantısal ilişkinin keşfedilmesini kolaylaştırmak ve yansıma dönüşümüne yönelik ilk etkinliklerde yansıma doğrusu ve çokgenlerin köşe noktaları arasındaki

ilişkilerin incelenmesini desteklemek için grafik görünümünde “grid” seçeneği açılmıştır (bkz. Şekil 66a). Bununla beraber yatay ve düşey yönlü öteleme ve eksenlere göre yansıma dönüşümüne yönelik etkinliklerde noktaların koordinatlarındaki değişen ve değişmeyen özelliklerin keşfini sağlamak için grafik görünümündeki “grid” seçeneği yanında “eksenler” seçeneği de açılmış ve noktaların “etiket” ayarlarında koordinat değerleri gösterilmiştir (bkz. Şekil 66b).



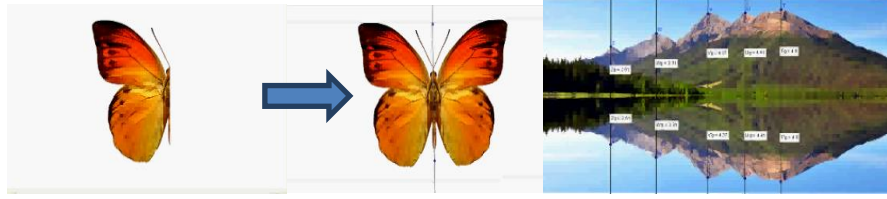
Şekil 66. Öteleme ve Yansıma Dönüşümü Odaklı Etkinliklerdeki Düzenlemeler

Zaman kaybını önlemek ve yeni etkinlik dosyasının açılması sırasında yaşanan teknik sıkıntıların önüne geçmek için belirli etkinlikler aynı grafik görünümü (çizim tahtasında) içerisinde hazırlanmıştır. Bu etkinlikler kırmızı çizgilerle birbirinden ayrılmış ve farklı başlıklarda sunulmuştur (bkz. Şekil 67). Bu düzen içerisinde “çizim tahtasını taşı” aracı yardımıyla etkinlikler arasında geçiş yapılabilmektedir.



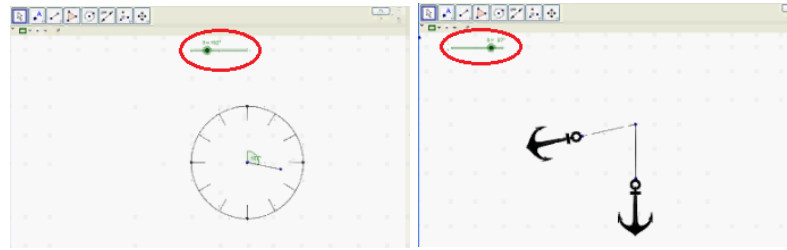
Şekil 67. Aynı Grafik Görünümü Üzerinde Kırmızı Çizgi ile Birbirinden Ayrılan Etkinlikler

Yansıma ve dönme dönüşümünde gerçek yaşam durumlarını temel alan etkinliklerin tasarlanmasında grafik görünümüne DGY dışından resimler eklenmiştir (bkz. Şekil 68).



Şekil 68. Gerçek Yaşam Durumlarını Temel Alan Yansıma ve Dönme Odaklı Etkinlikler

Bunun yanında “dönme dönüşümü” kavramından önce dönme hareketinin özelliklerinin incelenmesi için “sürgü” aracı etkinliklere dâhil edilmiştir (bkz. Şekil 69).



Şekil 69. “Sürgü” Yardımıyla Tasarlanan Dönme Hareketi İçerikli “Yelkovan” ve “Çapa” Etkinlikleri

Dışarıdan resim eklenen etkinliklerde, resimlerin yapısından dolayı grafik görünümü rengi “beyaz” olarak düzenlenirken, diğer etkinliklerde grafik görünümü “açık sarı” renkte düzenlenmiştir.

3.6.2. Üçüncü öğretim bölümündeki faydalanma biçimi

Üçüncü öğretim bölümünün birinci haftasında “Eşlik ve Benzerlik” konusuna ilişkin “bir geometrik yapıyı analiz etme” ve “oluşum inşası” türünde yeni etkinliklerin yürütülmesi ve ikinci klinik görüşmede Veli’nin “araç işlevi bilgisi eksikliği” bağlamında zorluk yaşadığı “nesneyi noktadan genişlet” aracının işlevinin ve prosedürünün sınıfa yeniden açıklanması kararlaştırılmıştır. Bunun yanında ikili gruplar içerisinde araçların kullanımına yönelik enstrümantal zorluk yaşayan öğrencilerin etkinliklerde fareyi daha fazla kullanmalarına olanak verilmesi de hedeflenmiştir. Dönüşüm geometrisine yönelik etkinliklerde ise öncelikle “vektör”, “nesneyi vektörle ötele”, “doğruda yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür” ve “nuktada yansıt” araçlarının kullanımına yönelik “aracı tanıma” etkinliklerinin öğretmen merkezli orkestrasyon kapsamında yürütülmesi ve öğrencilerin tahtada takip ettikleri işlemleri uygulamaları amaçlanmıştır. Diğer yandan dönüşüm geometrisinin öğrenimine yönelik

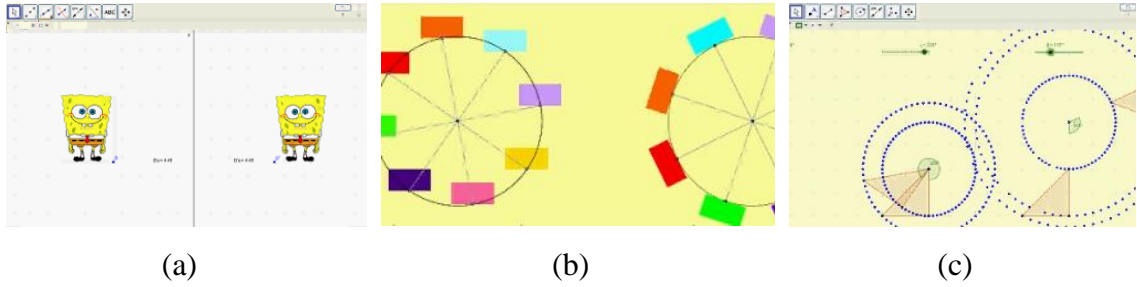
gerçek yaşam durumları ile ilişkili “oluşum inşası” ve “bir geometrik yapıyı analiz etme” etkinlikleri ve öğrencilerde tüm ZGA süreçlerini ortaya çıkarmak amacıyla yansıma ve dönme dönüşümlerine yönelik “doğrulama” ve “gizli parçayı araştırma” türündeki etkinlikler öğrenci merkezli orkestrasyon kapsamında planlanmıştır.

Etkinliklerin başında öğrenci bilgisayarlarının ekranlarının kilitlemesi ve A1 nolu bilgisayardan etkinliklerin tanıtılması planlanmıştır. Ayrıca etkinlik sürecinde öğrencilerin bilgisayarlarındaki işlemlerinin gözlenmesi ve ortaya çıkan enstrümantal zorluklara ilişkin öğrencilere destek sağlanması amaçlanırken; yürütülen etkinliklerde sınıf tarafından sıkça yapılan bir hata fark edildiğinde öğrenci bilgisayarlarının kilitlenerek A1 nolu bilgisayarda sık yapılan hataların gösterilmesi ve bu hatalara ilişkin gerekli destekleyici açıklamaların yapılması kararlaştırılmıştır.

Üçüncü öğretim bölümünün birinci haftasında öğrencilerin (1) benzer çokgenlerde benzerlik oranı ve alanlar oranına yönelik ilişkilendirme ve genelleme yapacakları; (2) “nesneyi noktadan genişlet” aracı yardımıyla verilen çokgenlerin benzerlerini oluşturacakları; (3) “nesneyi noktadan genişlet” aracını kullanmadan, verilen çokgenlerin benzerlerini oluşturacakları; (4) vektör kavramını ve “vektör” aracının kullanımını öğrenecekleri; (5) “nesneyi vektörle ötele” aracının kullanımını öğrenecekleri; (6) yatay ve dikey yönlü ötelemede noktaların koordinat değerlerindeki değişmeyen özellikleri inceleyecekleri; (7) “vektör” ve “nesneyi vektörle ötele” araçları yardımıyla verilen parçaları dikdörtgen oluşturacak biçimde öteleyecekleri; (8) “doğruda yansıt” aracının kullanımını öğrenecekleri; (9) “doğruda yansıt” aracından yararlanarak, verilen yarım kelebek resmini tamamlayacakları ve simetrik noktaların yansıma doğrusuna eşit uzaklıkta olduklarını keşfedecekleri; (10) gölde yansıması verilen bir dağ manzarası resminde karşılıklı noktalardan geçen doğruların yansıma doğrusuna dik olduğunu keşfedecekleri; (11) “doğruda yansıt” aracı yardımıyla bir dağ manzarası resminin göldeki yansımasını oluşturacakları; (12) gizlenmiş bir doğruya göre simetrik olan iki çokgenin arasındaki yansıma doğrusunu oluşturacakları etkinliklerin yapılması planlanmıştır.

Üçüncü öğretim bölümünün ikinci haftasında öğrencilerin (1) iki eş çokgenin verilen doğruya göre yansıyan olup olmadıklarını araştıracakları; (2) verilen eş çokgenlerin gizli bir doğruya göre simetrik olup olmadıklarını araştıracakları; (3) aynanın (yansıma doğrusunun) hareketine bağlı olarak nesne ve görüntüsü arasındaki

uzaklığın değişimini araştıracakları (bkz. Şekil 70a); (4) bir çokgenin x ve y eksenlerine göre yansımalarını oluşturacakları ve köşe noktalarına ait koordinat değerlerindeki değişmez özellikleri inceleyecekleri; (5) saat modelinde yelkovanın sürgü yardımıyla gerçekleştirilen hareketine bağlı olarak “dönme merkezi” ve “dönme açısı” kavramlarını öğrenecekleri; (6) sürgüye bağlı dönme hareketlerinde “çapa” ve “dönme dolap” modellerinin duruşlarındaki değişen ve değişmeyen özellikleri araştıracakları (bkz. Şekil 70b); (7) sürgü yardımıyla çokgenlerin bir köşe noktasına ya da çokgensel bölge dışındaki bir noktaya göre dönme hareketlerini gerçekleştirecekleri ve “izi aç” aracı yardımıyla köşe noktalarının geometrik yerini görselleştirecekleri (bkz. Şekil 70c); (8) “nesneyi nokta etrafında döndür” aracının kullanımını öğrenecekleri; (9) “nesneyi nokta etrafında döndür” aracı yardımıyla çeyrek parçası verilmiş bir çiçek resmini tamamlayacakları etkinlikler tasarlanmıştır.



Şekil 70. Üçüncü Öğretim Bölümünün Birinci Haftasındaki Etkinlikler

Üçüncü öğretim bölümünün üçüncü haftasında öğrencilerin (1) dönme simetrisine sahip çokgenleri keşfedecekleri; (2) “noktada yansıt” aracının kullanımını ve noktaya göre simetrisinin özelliklerini öğrenecekleri; (3) 180° dönme dönüşümü ile noktaya göre simetriyi ilişkilendirecekleri; (4) gizli bir noktaya göre simetrik olan iki eş çokgenin arasındaki ilişkiyi araştıracakları; (5) bir dönme hareketinde dönme merkezinin yerini araştırdıkları etkinlikler hazırlanmıştır (bkz. Şekil 71).



Şekil 71. Üçüncü Haftadaki 5 Numaralı Etkinlik

Üçüncü öğretim bölümü kapsamındaki “doğrulama” ve “gizli parçayı araştırma” türündeki etkinliklerde problemin yapısına bağlı olarak öğrencilere çözümü tamamlamaları için 5 – 10 dakika süre tanınması; etkinliğin sonunda çözüm sürecinin öğretmen ya da bir öğrenci tarafından sınıfa sunulması ve çözüm adımlarının gerekçeleriyle açıklanması planlanmıştır. Diğer yandan verilen geometrik yapıların özelliklerini araştırmaya odaklanan etkinliklerde öğrencilerin öğretmenin istediği işlemleri sırasıyla gerçekleştirmeleri ve ortaya çıkan durumları inceleyerek öğretmen tarafından sorulan sorular üzerinde tartışma yapmaları hedeflenmiştir. Tartışma sürecinin sonunda tanımların ve genellemelerin öğretmenin açıklamaları ışığında defterlere yazılması kararlaştırılmıştır.

Enstrümantal pekiştirme odaklı üçüncü öğretim bölümünde öğrencilerin ihtiyaç duymaları halinde, öğretmenin araçların işlevlerini ve konuya ilişkin bazı matematiksel bilgileri onlara hatırlatabileceği düşünülmüştür. Bu bağlamda öğretmenin süreç içinde öğrencilerin ekranlarını sürekli gözlemesi; hatalı araç kullanımına ilişkin öğrencileri masalarında uyardıkları; yaygın olarak gözlenen bir hataya ilişkin A2 nolu bilgisayardan açıklama yapması kararlaştırılmıştır.

Üçüncü öğretim bölümünde öğrencilerin hazırlanan DGY destekli etkinlikler aracılığıyla “Eşlik ve Benzerlik” ve “Dönüşüm Geometrisi” konularını öğrenmeleri hedeflenmiştir. Bu etkinliklerdeki matematiksel kavramlar Tablo 23’te sunulmuştur.

Tablo 23. *Üçüncü Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar*

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1	Eşlik ve Benzerlik	1	Benzerlik oranı, benzer çokgenlerde alanlar oranı
	DGY araçları	2	-
	Eşlik ve Benzerlik	3	Benzerlik oranı, benzer çokgenlerde kenarların ilişkisi
	Öteleme	4	Vektör
	DGY araçları	5	-
	Öteleme	6 ve 7	Vektör ve öteleme dönüşümü ilişkisi, vektör yardımıyla öteleme
	DGY araçları	8	-
	Yansıma	9	Yansıma doğrusu, yansıma doğrusunun özellikleri (simetrik noktaların yansıma doğrusuna eşit uzaklıkları)

Tablo 23. (Devam) *Üçüncü Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar*

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1	Yansıma	10 ve 11	Yansıma doğrusunun özellikleri (simetrik noktaları birleştiren doğru parçalarının yansıma doğrusuna dikliği)
		12	Yansıma doğrusunun özellikleri (yansıma doğrusunun orta dikme özelliği)
2	Yansıma	1	Yansıma doğrusunun özellikleri (simetrik şekillerin yansıma doğrusu ile ilişkileri)
		2	Yansıma doğrusunun özellikleri (yansıma doğrusunun orta dikme özelliği)
		3	Yansıma doğrusunun özellikleri (simetrik şekillerin yansıma doğrusu ile ilişkileri)
		4	Koordinat eksenlerine göre yansıma dönüşümü
	Dönme	5	Dönme merkezi, dönme açısı
		6	Dönme dönüşümünün özellikleri (şekillerin duruşu)
		7	Dönme dönüşümü ve çember ilişkisi
	DGY araçları	8	-
	Dönme	9	Özel dönme açıları
	3	Dönme	1
DGY aracı		2	-
Noktaya göre simetri		3	180° dönme dönüşümü , noktaya göre simetri
		4	Karşılıklı noktalar ve merkez nokta arasındaki ilişki
Dönme		5	180° dönme dönüşümünde karşılıklı noktalar ve dönme merkezi arasındaki ilişki

Tablo 23'te verilen konuların ve matematiksel kavramların uygun orkestrasyon süreciyle (bkz. Tablo 22) öğrenilmesi amaçlanmıştır. Bu etkinliklerdeki öğrenme süreçlerine yönelik bulgular didaktik performans aşamasında verilmiştir.

3.6.3. Üçüncü öğretim bölümündeki didaktik performans

Birinci haftanın 1 nolu etkinliğinin yürütülmesi sırasında öğrencilerin “nesneyi noktadan genişlet” aracını kullanırlarken araç prosedürü bilgisine dayalı bir hatayı sıkça yaptıkları gözlenmiştir. Bu hata, ilgili aracın kullanımında çokgensel bölge yerine çokgensel bölgenin köşe noktasına tıklanmasıdır. Bu hatalı işlemin sıkça tekrarlanması üzerine öğretmen A1 nolu bilgisayardan hatalı uygulamayı sınıfa göstermiş ve doğru

işlemlerle ilgili açıklama yapmıştır. Diğer yandan birinci etkinlik kapsamında Bengü ve Halime'nin benzerlik oranını “ölçek” penceresine hatalı yazmış oldukları görülürken, bu öğrencilerin hatalarını düzeltmeleri sağlanmıştır. Diğer yandan ikinci klinik görüşmede “nesneyi noktadan genişlet” aracını kullanamayan Veli'nin ilgili aracı hatasız bir biçimde kullandığı ve bu araca ilişkin enstrümantal oluşumunu geliştirdiği gözlenmiştir. Öğretmen 1 numaralı etkinlikte benzer çokgenlerde benzerlik oranı ve alanlar oranına yönelik ilişkilerin keşfedilmesini ve genelleme yapılmasını kolaylaştırmak için Y2 nolu tahtaya bir tablo çizmiş ve öğrencilerin alanlar oranına ilişkin açıklamalarını tabloya yazmıştır. Tablodaki veriler kapsamında öğretmen benzerlik oranı ve alanlar oranı arasındaki ilişkinin incelenmesini istediğinde Nuray “iki katıdır”; Melis “üç katıdır” derlerken; Sera “hep kendi katı olur” yanıtını vermiştir. Sera'nın bu yanıtı ardından diğer öğrenciler yapılan genellemeyi onaylamışlar ve öğretmen rehberliğinde defterlerine yazmışlardır. Öğretmen yapılan genelleme pekiştirilmesi için Y2 nolu tahtaya iki alıştırmaya sorusu yazmış ve öğrencilerin çözmelerini sağlamıştır.

Birinci haftanın 2 numaralı etkinliği kapsamında öğrencilerden verilen çokgenlerin daha küçük benzerlerinin oluşturulması için ölçek penceresine ne yazılabileceği sorulduğunda Atakan'ın “-3” dediği; Çağla'nın da “eksi mi yazacağız hocam?” sorusunu sorduğu duyulmuştur. İstenen işlemi yaptıkları görünen Sera ve Melis'in ise “1/4” yanıtını verdikleri gözlenmiştir. Öğretmen öğrencilerin ölçek penceresinde istenen benzerlik oranını yazmaları için klavyedeki “/” tuşunu nasıl kullanacaklarını A1 nolu bilgisayarın klavyesi yardımıyla göstermiştir.

Üçüncü etkinlik sırasında Sera'nın birbirine paralel gibi görünen doğru parçaları çizdiği; Atakan ve Veli'nin oluşturduğu çokgenlerin de sürüklendiklerinde özelliklerini korumadıkları gözlenmiştir. Bunun üzerine öğretmen öğrenci bilgisayarlarını kilitleyerek oluşum inşasına yönelik hatalı örnekler üzerinden sınıfa açıklamalar yapmıştır. Bu bağlamda öğretmen oluşumun sürüklendiği zaman özelliklerini koruduğunu öğrencilere hatırlatmıştır. Bu açıklamaların ardından Okan, Atakan, Veli, Sera, Sıla, Çağla ve Aynur'un çeşitli yöntemleri kullanarak istenen oluşumu yaptıkları görülmüştür. Yöntemlerinde farklı araçları kullanan Okan ve Çağla'nın A1 nolu bilgisayardan çözümlerini sınıfla paylaşmaları istenmiş ve araçların (“orta nokta veya

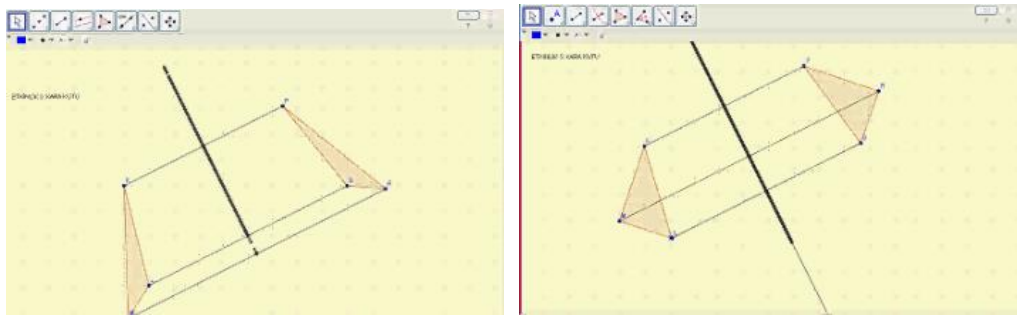
merkez”, “paralel doğru”) neden çözüme ulaştırdığı konusunda sınıf içi tartışmaların yapılması sağlanmıştır.

Dördüncü etkinlikte öteleme dönüşümü öncesinde vektör kavramına giriş yapıldığında Lale'nin vektörün “ışın ile aynı şey” olduğunu öne sürdüğü görülmüştür. Öğretmen bunun üzerine vektörün “yön ve uzaklık belirten bir büyüklük” olduğunu, ışıktan farklı olduğunu ve DGY’de öteleme dönüşümünün bir vektöre bağlı olarak gerçekleştiğini öğrencilere açıklamıştır. Bu açıklamaların ardından öğrencilerin grafik görünümünde “vektör” aracını nasıl kullanacakları A1 nolu bilgisayarda gösterilmiştir. Beşinci etkinlikte ise öğrenciler “nesneyi vektörle ötele” aracını nasıl kullanacaklarını öğretmenin teknik tanıtımı yardımıyla öğrenmişler ve oluşturdukları vektörlere bağlı olarak verilen çokgenler üzerinde öteleme dönüşümünü gerçekleştirmişlerdir.

Altıncı etkinlikte öğrencilerin yatay ve düşey yönlü öteleme dönüşümlerinde noktaların koordinat değerlerindeki değişen ve değişmeyen özellikleri incelemeleri için “etiketi göster” aracının özelliklerinde düzenlemeler yapılmıştır. Öğretmen bu etkinlikte apsis ve ordinat kavramlarının ne olduğunu öğrencilere hatırlattıktan sonra sürgüye bağlı olarak düşey ve yatay yönlü ötelemelerde koordinat değerlerinde değişen ve değişmeyen özellikleri sormuştur. Nuray düşey yönlü ötelemede “sayılar değişiyor” açıklamasını yaptıktan sonra öğretmen “sayı ikililerindeki tüm sayılar mı değişiyor?” sorusunu öğrencilere sormuş; Nuray “sadece sağ taraftakiler değişiyor”; Atakan ise “sol taraftaki sayılar hiç değişmiyor” yanıtını vermiştir. Yatay yönlü ötelemede ise Lale “bu sefer de x ekseni değişmiyor” açıklamasını yaparken; Okan “ordinat değişiyor hocam” demiş ve öğretmen bunun üzerine “yani apsis değişmiyor değil mi?” ifadesiyle öğrencilerin açıklamalarına katkı sunmuştur. Bu etkinlikte ulaşılan genellemeler öğretmenin açıklamaları rehberliğinde defterlere yazılmıştır.

Yedinci etkinlikte Atakan “bunda öteleme çubuğu (sürgü) yok” ifadesini kullanmış; bunun üzerine öğretmen ilgili etkinlikte öteleme dönüşümünü “nesneyi vektörle ötele” yardımıyla yapmaları gerektiğini vurgulamıştır. Aracın kullanımı sırasında Atakan’ın çokgensel bölgelerin üzerine tıklamak yerine köşelerine tıkladığı gözlenmiştir. Bu hatalı kullanıma bağlı olarak öğrencilerin ekranları kilitlemiş ve öğretmen A1 nolu bilgisayarda bu hataya tekrar dikkat çekmiştir. Bu uyarının ardından yedinci etkinlik tüm öğrenci grupları tarafından tamamlanmıştır.

Sekiz, dokuz ve on bir numaralı etkinliklerde öğrencilerin “doğruda yansıt” aracını uygulamada bir zorluk yaşamadıkları görülürken; dokuzuncu etkinlikte noktanın doğruya uzaklığı ile ilişkili bilgilerin öğrenciler tarafından hatırlanması sağlanmıştır. Bununla beraber dokuzuncu ve onuncu etkinlikler kapsamında bazı öğrencilerin “dik doğru” aracını kullanmakta zorluk yaşadıkları belirlenmiş ve ilgili aracın prosedürüne yönelik hatırlatıcı bilgiler verilmiştir. Bu etkinliklerde öğrenciler öğretmenin söylediği işlemleri takip etmişler ve sorduğu sorulara dayalı olarak yansıma dönüşümünde simetrik noktaların yansıma doğrusuna eşit uzaklıkta olduğu, simetrik noktalardan geçen doğruların paralel oldukları ve yansıma doğrusunu dik kestikleri genellemelerine ulaşmışlardır. On iki numaralı etkinlik kapsamında öğrencilerden sadece Filiz ve Sera’nın “orta dikme” odaklı stratejinden yararlanarak yansıma doğrusunu inşa ettikleri; Nuray, Lale, Atakan ve Veli’nin ise simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını inşa ettikten sonra çözüm sürecini ilerletemedikleri gözlenmiştir. Bunun üzerine öğretmen sınıftaki öğrencilerin yansıma doğrusu ve orta dikme doğrusu ilişkisini anlamlandırmalarına yardımcı olmak için herkesin simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta noktalarını oluşturmalarını ve bu noktalar üzerinde “izi aç” seçeneğini tıklamalarını istemiştir. Öğretmen bu işlemi A1 nolu bilgisayarda gerçekleştirdikten sonra öğrencilerle birlikte simetrik çokgenleri sürüklemiş ve grafik görünümünde gözlenen izin nasıl bir şekil meydana getirdiğini öğrencilere sormuştur (bkz. Şekil 72).



Şekil 72. “İzi Aç” ve Sürükleme Yardımıyla Simetrik Köşe Noktalarını Birleştiren Doğru Parçalarının Orta Dikmelerini Görselleştirme

Lale ve Atakan ortaya çıkan izlerin doğru parçalarının “üst üste gelen” orta dikmelerini meydana getirdiğini ve orta dikme doğrusunun yansıma doğrusu olduğunu açıklamışlardır. Orta noktalar üzerinde “izi aç” butonu aracılığıyla yapılan bu incelemede öğrencilerin yansıma doğrusunun “orta dikme” özelliğini anlamaları

beklenmiştir. Bununla birlikte bu öğretim bölümünün ardından gerçekleşen klinik görüşmede bazı öğrencilerin bu beklentiyi karşılamadıkları ve yansıma doğrusunu araştırma sürecinde “orta dikmelerin ilişkileri” yerine karşılıklı köşelerin “orta noktaları arasındaki doğrudanlık ilişkilerine” odaklandıkları belirlenmiştir. Bu bulgular “Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları” başlığı altında ele alınmıştır.

İkinci haftanın 1 nolu etkinliğinde öğrencilere verilen doğruya göre simetrik olmayan eş çokgen oluşumları sunulmuş ve öğrencilerin yansıma dönüşümünün olup olmadığını araştırmaları istenmiştir. Ayrıca öğretmen bu etkinliğin başında bağımlı ve bağımsız şekil kavramlarını öğrencilerin hatırlamasını sağlamış ve soruda verilen şekillerden hangisinin diğerine bağımlı olduğunu sormuştur. Lale ve Nuray bağımlı ve bağımsız şekilleri açıklamışlardır. Devam eden etkinlik sürecinde Okan çokgenlerin görüntülerine dayalı olarak yansımanın olduğunu öne sürerken, Çağla ve Sera bu argümana karşı çıkmışlardır. Sera karşıt argümanını desteklemek için A1 nolu bilgisayara gelmiş; grafik görünümünde “grid” seçeneğini açmış ve çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının doğruya eşit uzaklıkta olmadıklarını açıklamıştır. Birinci etkinliğin devamında öğretmen bu sefer iki eş çokgenin karşılıklı köşelerinin verilen doğruya eşit uzaklıkta olduğu; ancak verilen doğrunun karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmesi olmadığı yeni bir problemi öğrencilere vermiş ve çokgenlerin doğruya göre simetrik olup olmadığını sormuştur. Öğrencilerden Esmeray ve Çağla karşılıklı köşelerin doğruya eşit uzaklıkta olduğunu vurgulayarak çokgenlerin doğruya göre simetrik olduğunu öne sürerlerken Atakan, Veli ve Sıla bu argümana karşı çıkmışlardır. Atakan çokgenlerin karşılıklı köşelerinin doğruya eşit uzaklıkta olmasına rağmen çokgenlerin simetrik olmadıklarını vurgulamıştır, ancak bu karşıt argümanı desteklemek için bir matematiksel gerekçe sunamamıştır. Bunun üzerine öğretmen Atakan’ın A1 nolu bilgisayarda çokgenlerin karşılıklı köşelerinden verilen doğruya dikmeler oluşturmasını istemiştir ve dikme ayaklarının çakışmadığı vurgulanmıştır. Öğretmen bu açıklamaları desteklemek için Y2 nolu tahtada dikme çizimleri de yapmış ve DGY temsilleriyle tahtadaki çizimler arasında ilişki kurmuştur.

İkinci haftanın 2 numaralı etkinliği kapsamında öğrencilerden Atakan çokgenlerin bir doğruya göre simetrik olmadıklarını öne sürmüş ve gerekçe olarak sürüklenme sırasında çokgenlerin çakışmadığını belirtmiştir. Sera ve Sıla ise bu argümana karşı çıkarlarken; Sıla karşıt argümanının gerekçesi olarak çokgenlerin karşılıklı köşe

noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakıştığını belirtmiştir. Sıla yaptığı açıklamayı A1 nolu bilgisayarda yaptığı işlemlerle de desteklemiş ve doğrulamayı sınıfa sunmuştur. Bu açıklamaların ardından öğretmen Atakan'ın doğruya göre simetrik çokgenlerin duruşlarına dikkat etmesini istemiş ve doğruya göre simetrik olan her çokgen çiftinin sürüklenme sırasında çakışmayacağını belirtmiştir. Bu etkinliğin devamında öğrencilere gizli bir doğruya göre simetrik olmayan iki eş çokgen oluşumu verilmiş ve bu çokgenlerin doğruya göre simetrik olup olmadıkları sorulmuştur. Eylül, Filiz ve Çağla çokgenlerin doğruya göre simetrik olmadıklarını öne sürerlerken, Eylül argümanını doğrulamak için A1 nolu bilgisayarda çözümünü sınıfa sunmuştur. Bu sunum sırasında Eylül önce karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturmuştur. Bu aşamada öğretmen öğrencilere doğru parçaları arasında bir ilişkiyi fark edip etmediklerini sormuştur. Filiz verdiği yanıtta doğru parçalarının paralel olmadığını belirtirken, Eylül doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturarak, orta dikmelerin çakışık olmadığını ve dolayısıyla çokgenlerin doğruya göre simetrik olmadıklarını belirtmişlerdir.

İkinci haftanın 3 numaralı etkinliğinde öğrenciler ayna problemlerini çözerlerken DGY'deki modellerden yararlanmışlardır. Bu süreçte öğretmen aynanın hareketine bağlı olarak nesnenin görüntüsünün ne kadar uzaklıkta yer değiştirdiğini görselleştirmek için “izi aç” seçeneğinin kullanılabilirliğini vurgulamış; ancak öğrencilerin çizim tahtasında hedefe uygun olmayan izler oluşturduklarını fark edince bu yöntemden vazgeçilmesini istemiştir. Sınıftaki pek çok öğrenci problemi çözerken, öğretmen Y2 nolu tahtada verilen problemi modellemiş ve DGY temsilleriyle Y2 nolu tahtadaki çizimler arasında ilişki kurulmasını sağlamıştır.

İkinci haftanın 4 numaralı etkinliğinde öğrencilerin çokgenlerin köşe noktalarının koordinat değerlerini göstermeleri için “etiketi göster” seçeneğini açmaları ve çokgenlerin eksenlere göre yansıma dönüşümlerini gerçekleştirmeleri istenmiştir. İşlemlerin ardından öğrencilere, çokgenlerin köşe noktalarının koordinatları ile bu noktaların x ve y eksenlerine göre yansımalarının koordinatları arasındaki ilişkiler sorulmuştur. Atakan y eksenine göre yansıma dönüşümü ile ilgili açıklama yaparken “hocam eksiye düşüyor yansıması” ifadesini kullanmış, öğretmenin “apsis mi ordinat mı?” sorusuna karşılık Atakan “ordinat” demiş; bu yanıtı itiraz eden Sera, Sıla ve Lale “apsis hocam!” yanıtını vermişlerdir. Bunun üzerine öğretmen koordinat değerlerinde

apsis ve ordinat kavramlarının ne olduğunu Atakan için tekrar açıklamıştır. Etkinliğin devamında, x eksenine göre yansıma dönüşümünde koordinat değerleri arasındaki ilişki sorulduğunda ise, Sıla “o zaman da ordinat değişiyor” ifadesini kullanmıştır. Öğrenciler ulaştıkları genellemeleri öğretmenin açıklamaları ışığında deftere yazmışlardır.

Dönme dönüşümüne yönelik 5, 6 ve 7 numaralı etkinliklerde öğrenciler verilen oluşumları sürgü yardımıyla incelemişler ve “dönme merkezi”, “dönme açısı” ve dönme hareketindeki “geometrik yer” kavramlarını öğretmenin yaptığı tanımlar ışığında öğrenmişlerdir. Bunun yanında 5 numaralı etkinlikte yelkovanın hangi dönme açılarında 15, 30 ve 45 dakikalık dönme hareketi gerçekleştirdiği sorulmuş ve pek çok öğrenciden aynı anda doğru yanıtlar alınmıştır. Çapa ve dönme dolap modellerini içeren 6 numaralı etkinlikte ise öğretmen dönme hareketinde şekillerin duruşlarındaki değişimi açıklamış ve dönme dolap modelindeki oturma kabinlerinin hareketinin dönme hareketi olup olmadığı sorulduğunda Esmeray ve Atakan şekillerin duruşlarına dayanarak dönme dolaptaki kabinlerin dönme hareketi yapmadıklarını açıklamışlardır. Öğrenciler 7 numaralı etkinlik kapsamında “izi aç” seçeneği yardımıyla dönme hareketindeki geometrik yeri (çember) görselleştirirken; öğretmen ayrıca 180° dönme dönüşümü ve yansıma dönüşümü arasındaki farka vurgu yapmış; bu dönüşümlerde farklı görüntülerin ortaya çıktığını belirtmiş ve öğrencilere bu konuda uyarılarda bulunmuştur.

Çapa modelinin incelenmesine odaklanan 6 numaralı etkinlikte Ayça’nın dönme merkezini sürüklediği ve verilen modelin biçimini bozduğu görülmüştür. Bunun üzerine öğrenciler ilgili etkinlikte dönme merkezini sürüklememeleri konusunda uyarılmışlardır. Diğer yandan bazı öğrencilerin bilgisayarlarında verilen sürgülerin çalışmadığı ve dönme hareketini gerçekleştiremedikleri fark edilmiştir. Öğretmen bu öğrencilerin masalarına giderek etkinlikteki dönme hareketini sürgüye bağlı hale getirmiştir.

“Nesneyi nokta etrafında döndür” aracının kullanımını içeren 8 nolu etkinlikte öğretmen dönme dönüşümünde saat yönü ve saat yönünün tersinin ne olduğunu öğrencilere açıklamıştır. Bu etkinliğin ardından öğrenciler ilgili araç yardımıyla çeyrek parçası verilen bir çiçek resmini tamamlayacakları 9 numaralı etkinliğe geçmişlerdir. Dokuzuncu etkinlikte Sera ve Esmeray’ın diğer öğrencilerden önce çiçek resmini tamamladıkları görülmüştür. Bununla beraber öğretmen aracın prosedürünü uygulamada zorluk yaşayan Eylül’ün masasına giderek araç prosedür bilgisine yönelik

destek vermiştir. Bu etkinlik kapsamında öğretmen öğrencilerin hangi yönde kaç derece dönme dönüşümü uygulayarak sonuca ulaştıklarını sormuş ve gelen yanıtların doğru olup olmadığı sınıfta tartışılmıştır. Bu noktada Atakan “hocam 360 yazarsak ne olur?” sorusunu sormuş; öğretmen 360° dönme açısında verilen şekil ve görüntüsünün çakışık olacağını Atakan’a göstermiştir.

Üçüncü haftanın 1 numaralı etkinliği kapsamında öğrencilere sürgü yardımıyla merkez noktaları etrafından döndürülen çeşitli çokgen oluşumları verilmiş ve dönme hareketi sırasında bu çokgenlerden hangilerinin görüntüsü ile çakışık hale geldiği sorulmuştur. Öğrenciler sürgü yardımıyla verilen özelliğe sahip çokgenleri açıklarken; öğretmen bu özelliğe sahip çokgenlerin “dönme simetrisine” sahip olduklarını belirtmiştir. Etkinlik sürecinde öğretmen Y2 nolu tahtaya etkinlikteki çokgenlerin isimlerini içeren bir tablo çizmiş ve dönme simetrisine sahip çokgenlerin hangi dönme açılarında görüntüleriyle çakışık olduklarını öğrencilere sorarak tabloyu doldurmuştur. Üçüncü haftanın 2 numaralı etkinliğinde öğretmen sınıfa “nuktada yansı” aracını tanıtmış ve öğrencilerin A1 nolu bilgisayardan işlemleri takip ederek bu aracı kullanmalarını sağlamıştır. Öğrencilerden Sera’nın aracın kullanımında zorluk yaşayan Şule ve Hatice’ye yardımcı olduğu gözlenirken, Melis’in noktaya göre simetrik olan iki çokgenin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturduğu ve bu doğru parçalarının merkez noktada kesiştiklerini açıkladığı görülmüştür. Bu açıklama diğer öğrenciler tarafından da onaylanırken, öğretmen zaman zaman Y1 nolu tahta üzerine yansıyan DGY temsilleri üzerinde tahta kalemiyle çizim yapmış; noktaya ve doğruya göre simetri dönüşümlerinde şekillerin duruşları arasındaki farkı göstermiş ve öğrencilerin noktaya göre simetri dönüşümünün özelliklerini defterlerine yazmalarını sağlamıştır.

Üçüncü haftanın 3 numaralı etkinliğinde öğrencilerin verilen bir çokgenin önce bir noktaya göre simetrisini oluşturmaları; daha sonra verilen çokgenin aynı noktaya göre 180° dönme dönüşümünü gerçekleştirmelerini istemiştir. Öğrenciler istenen işlemler sonucunda iki dönüşümün görüntülerinin çakışık olduğunu ve sürüklenme sırasında bu özelliğin değişmediğini görmüşler ve noktaya göre simetri ve 180° dönme dönüşümünün aynı görüntüyü oluşturduğuna ilişkin açıklama yapmışlardır. Öğrenciler ulaşılan genellemeyi öğretmenin açıklamaları ışığında defterlerine yazmışlardır.

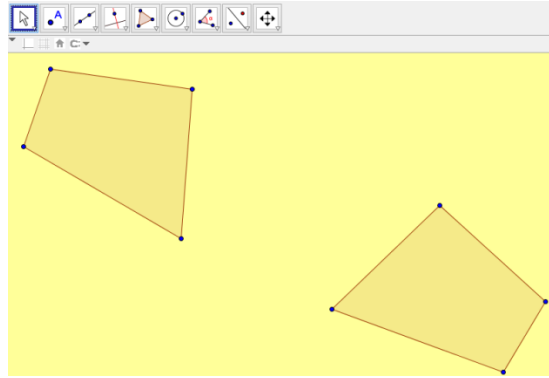
Üçüncü haftanın 4 numaralı etkinliğinde öğrenciler DGY’de gizli bir noktaya göre simetrik olan iki eş çokgenin arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Bu süreçte Atakan çokgenlerin simetrik olduğunu öne sürerken, bu dönüşümün doğruya ya da noktaya göre simetri olduğuna ilişkin bir açıklama yapmamıştır. Diğer yandan Sera, Lale ve Filiz çokgenlerin bir noktaya göre simetrik olduğunu öne sürmüşlerdir. Sera ve Lale bu argümanlarını desteklemek için karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının aynı noktada kesiştiğini açıklarken; Filiz karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarının çakışık olduğunu vurgulamıştır. Bu açıklamaların ardından Lale ve Filiz yaptıkları işlemleri A1 nolu bilgisayarda arkadaşlarına sunmuş ve noktaya göre simetri dönüşümünün özelliklerine dayanarak yaptıkları doğrulamayı göstermişlerdir.

Üçüncü haftanın 5 numaralı etkinliğinde öğrenciler popüler bir çizgi film kahramanının havada dairesel hareket yaptığı bir dönme hareketinde dönme merkezinin yerini araştırmışlardır. Bu süreçte Hakan ve Okan’ın deneme-yanılma stratejisi içerisinde rastgele çember oluşumları yaparak kahramanın bu çemberler üzerinde hareket edip etmediği sürgüyle test ettikleri gözlenmiştir. Diğer yandan sürgü 0° ve 180° dönme açılarını gösterirken Atakan ve Esmeray’ın sırasıyla kahramanın elindeki sopanın ucunda ve ayağının ucunda noktalar işaretledikleri ve bu noktaların orta noktasını oluşturdukları görülmüştür. Öğretmen bunun üzerine bu orta noktaları merkez kabul eden çember oluşturulduğunda, şekil üzerinde seçilen bir noktanın dönme hareketi sırasında bu çember üzerinde kalmadığını göstermiştir. Etkinliğin devamında Atakan sürgü 0° ve 180° dönme açılarında iken kahramanın elindeki sopanın ucunda iki karşılıklı nokta oluşturmuş, bu noktaların orta noktasını inşa etmiş, bu orta noktayı merkez kabul eden çemberi oluşturmuş ve sürgü yardımıyla oluşumun doğruluğunu test ederek çözümünü doğrulamıştır (bkz. Şekil 74).

Benzer bir çözüm yöntemini Filiz’in de gerçekleştirdiği görülürken, Atakan’ın teneffüs zili çalmadan önce yaptığı işlemleri A1 nolu bilgisayarda sunması sağlanmıştır. Atakan işlemlerini sunarken öğretmen 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetri dönüşümü arasındaki ilişkiyi hatırlatarak Atakan’ın geliştirdiği yöntemin neden geçerli olduğunu açıklamıştır.

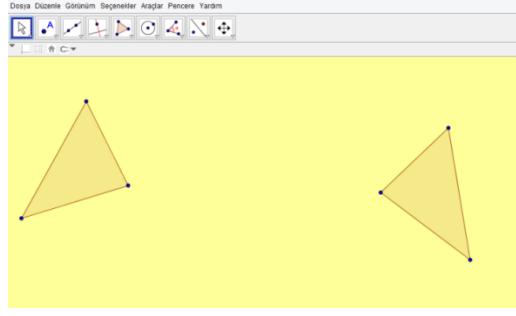
3.7. Üçüncü Klinik Görüşmenin Bulguları

Üçüncü klinik görüşmenin birinci sorusu yansıma dönüşümü bağlamında hazırlanmış bir “doğrulama” problemidir. Bu bağlamda aralarındaki yansıma doğrusu gizlenmiş iki simetrik dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve öğrencilerin varsayımlarını doğrulamaları istenmiştir (bkz. Şekil 73). Bununla birlikte problemdeki araç çubuğu daha önceki sorulara göre daha az sınırlandırılmıştır. Araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta”, “kesişim” ve “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru”, “doğru parçası” ve “ışın”; dördüncü menüsünde “dik doğru”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; beşinci menüsünde “çokgen” ve “düzgün çokgen”; altıncı menüsünde “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “merkez ve yarıçapla çember”; yedinci menüsünde “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan”; sekizinci menüsünde “doğruda yansıt”, “nuktada yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür” ve “nesneyi vektörle ötele”; dokuzuncu menüsünde “grafik görünümünü taşı” ve “sil” araçları yer almıştır.



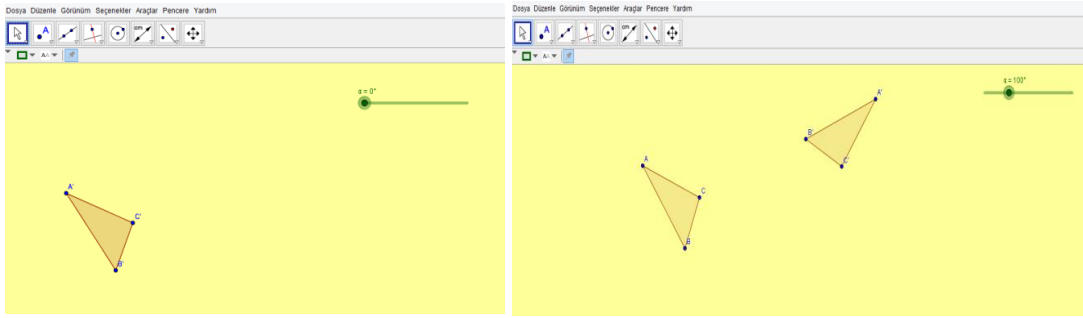
Şekil 73. Üçüncü Klinik Görüşmenin Birinci Problemi

Üçüncü klinik görüşmenin ikinci sorusu da bir “doğrulama” problemidir ve birinci soruda ulaşılan genellemelerin geliştirilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Bu problem kapsamında aralarında “bağımlılık” ilişkisi olan, ancak “yansıma” ilişkisi olmayan iki üçgen öğrencilere sunulmuş ve iki üçgenin arasında yansıma ilişkisi olup olmadığı sorulmuştur. Bu problemdeki araç çubuğu birinci problem ile aynı araçları içermiştir (bkz. Şekil 74).



Şekil 74. Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Problemi

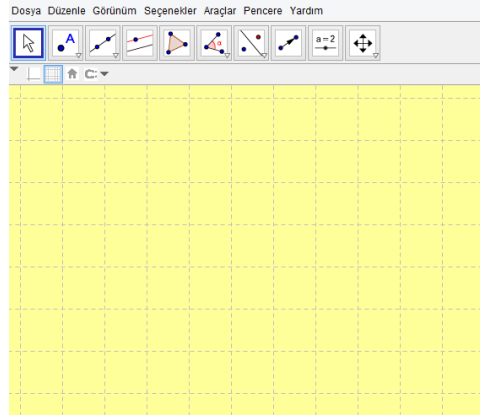
Üçüncü klinik görüşmenin üçüncü sorusu “gizli parçayı araştırma” türünde bir problemdir. İlgili problem bağlamında öğrencilerin verilen dönme hareketinde dönme merkezinin nerede olduğunu gerekçeleriyle göstermeleri istenmiştir. Araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta”, “kesişim” ve “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru”, “doğru parçası” ve “ışın”; dördüncü menüsünde “dik doğru”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; beşinci menüsünde “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “merkez ve yarıçapla çember”; altıncı menüsünde “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan”; yedinci menüsünde “doğruda yansıt”, “noktada yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür” ve “nesneyi vektörle ötele”; sekizinci menüsünde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır (bkz. Şekil 75).



Şekil 75. Üçüncü Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemi

Üçüncü klinik görüşmenin dördüncü sorusu “enstrümantal zorluğu araştırma” türünde bir sorudur. Bu soru kapsamında öğrencilerin çokgen, doğru ve nokta oluşumu yapmaları ve çokgen oluşumunun doğruya göre yansıma dönüşümünü; noktaya göre de hem saat yönünde hem de saat yönünün tersi yönünde 90° dönme dönüşümünü oluşturmaları istenmiştir. Bu sorudaki araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta”, “kesişim”, “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru”, “ışın” ve “doğru parçası”; dördüncü menüsünde “dik doğru”, “paralel doğru” ve “orta

dikme”; beşinci menüsünde “çokgen” ve “düzgün çokgen”; altıncı menüsünde “açı” ve “uzaklık veya uzunluk”; yedinci menüsünde “doğruda yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür”, “noktada yansıt”, “nesneyi vektörle ötele”; sekizinci menüde “vektör”; dokuzuncu menüde “sürgü”; onuncu menüde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır (bkz. Şekil 76).



Şekil 76. Üçüncü Klinik Görüşmenin Dördüncü Problemi

3.7.1. Üçüncü klinik görüşmedeki ZGA süreçleri

Üçüncü klinik görüşmede ortaya çıkan ZGA süreçleri "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" bileşenlerine yönelik ayrı başlıklarda verilmiştir.

3.7.1.1. Üçüncü klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri

Üçüncü klinik görüşmede odak öğrencilerin “İlişkilendirme” ZGA’sına ilişkin süreçleri Tablo 24’te görülmektedir.

Tablo 24. Üçüncü Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri

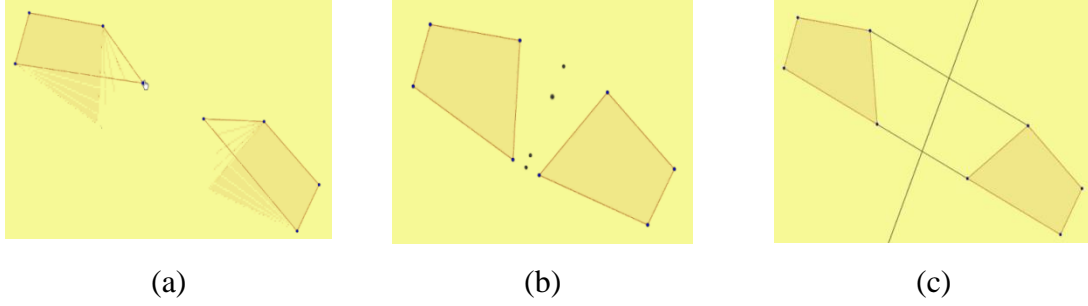
	Soru 1	Soru 2	Soru 3
BŞİ	- Çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Çember – dönme dönüşümü ilişkisi üzerine akıl yürütme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- Çokgenlerin simetrik köşelerinin orta noktaları arasındaki “doğrudaşlık” ilişkisi [Atk, VI]	- Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları arasındaki “doğrudaşlık” ilişkisi [VI]	- 180° dönmeye çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları arasındaki ilişki [Atk, VI]
	- Çokgenlerin simetrik köşelerinin orta noktaları ve yansıma doğrusu arasındaki ilişki [Atk, VI, La]	- Çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçaları arasındaki “paralellik” ilişkisi [Atk, Se]	

Tablo 24. (Devam) *Üçüncü Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri*

	Soru 1	Soru 2	Soru 3
BŞİ	<ul style="list-style-type: none">- Çokgenlerin simetrik köşelerinin yansıma doğrusuna uzaklıkları arasındaki ilişki [Atk, Sl, Nu]- Yansıma doğrusu – dik doğru ilişkisi [Nu]- Yansıma doğrusu – orta dikme ilişkisi [Se, Sl, La, Nu]- Çokgenlerin köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişki [Se]	<ul style="list-style-type: none">- Çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişki [Atk, Se]- Yansıma doğrusu – orta dikme ilişkisi [Atk, Se, Sl, La, Nu]- Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları ile yansıma doğrusu arasındaki ilişki [VI, La]	<ul style="list-style-type: none">- 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktası ve dönme merkezi arasındaki ilişki [Atk, VI, Se]
ÖMB	<ul style="list-style-type: none">- İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- İlişkilendirme sürecinde noktaya göre simetriye odaklanma [Atk, Nu]- İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma [La]

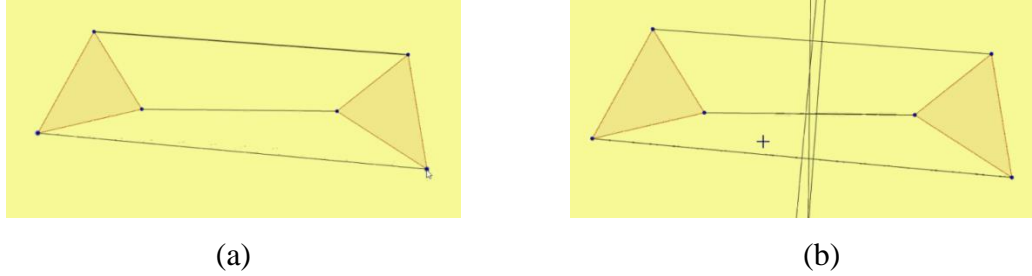
Birinci problemin çözümünde “BŞİ” süreci bağlamında bazı katılımcıların noktalar arasında, bazı öğrencilerin nokta ile doğrular arasında, bazılarının ise doğru parçası ile doğrular arasında ilişki aradıkları görülmüştür. Bu problemde tüm katılımcıların sürüklenme aracılığıyla çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisini inceledikleri (bkz. Şekil 77a); Atakan ve Veli’nin çokgenlerde simetrik köşelerin orta noktaları arasındaki “doğruduşluk” ilişkisini inceledikleri (bkz. Şekil 77b); Atakan, Veli ve Lale’nin çokgenlerdeki simetrik köşelerin orta noktaları ile yansıma doğrusu arasındaki ilişkiye odaklandıkları; Atakan, Sıla ve Nuray’ın çokgenlerdeki simetrik köşelerin yansıma doğrusuna uzaklıklarını inceledikleri; Nuray’ın simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasını dik kesen doğru ile yansıma doğrusunun ilişkisine odaklandığı; Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın çokgenlerde simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesi ile yansıma doğrusu arasında ilişki kurdukları; Sera’nın çokgenlerin simetrik köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadıklarını incelediği görülmüştür (bkz. Şekil 77c). Birinci probleme ilişkin

“ÖMB” sürecinde ise tüm katılımcıların ilişkilendirme yaparken yansıma dönüşümü üzerine akıl yürüttükleri ortaya çıkmıştır.



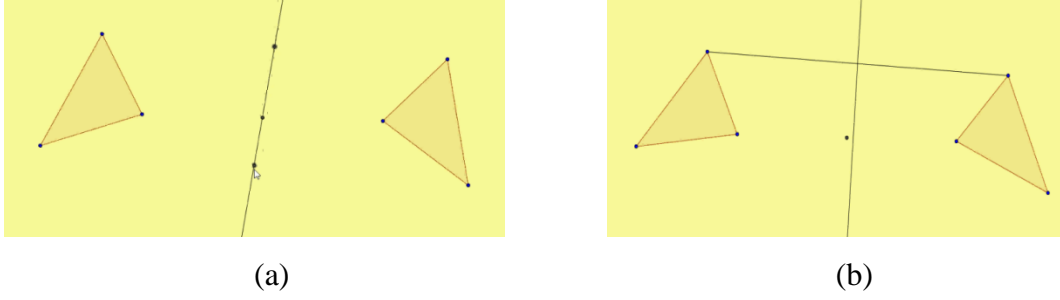
Şekil 77. Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki “İlişkilendirme” Süreçleri

İkinci problemin çözümündeki “BŞİ” sürecine yönelik bulgular incelendiğinde, tüm katılımcıların çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisini inceledikleri; Veli’nin çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarının “doğrudaşlık” ilişkisini incelediği; Atakan ve Sera’nın çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının paralel olup olmadıklarını (bkz. Şekil 78a) ve bu doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını araştırdıkları belirlenmiştir (bkz. Şekil 78b).



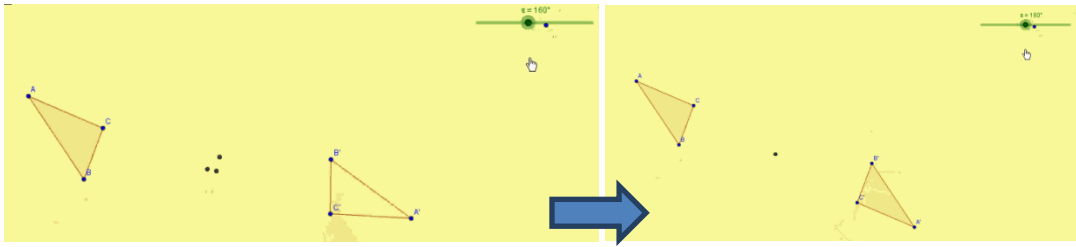
Şekil 78. Atakan ve Sera'nın İkinci Problemdeki “İlişkilendirme” Süreçleri

İkinci problemdeki “BŞİ” süreciyle ilgili diğer bulgularda Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın yansıma doğrusu ile çokgenlerde karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesi arasında ilişki kurdukları; Veli ve Lale’nin çokgenlerde karşılıklı köşelerin orta noktaları ile yansıma doğrusu arasındaki ilişkiye odaklandıkları ortaya çıkmıştır. Veli ilişkilendirmesinde yansıma doğrusunun orta noktalardan geçmesi gerektiğine odaklanırken (bkz. Şekil 79a), Lale karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin diğer köşelerin orta noktalarından geçmesi gerektiğini vurgulamıştır (bkz. Şekil 79b). İkinci problemin çözümündeki “ÖMB” süreci bağlamında ise tüm katılımcıların ilişkilendirme yaparken yansıma dönüşümüne odaklandıkları görülmüştür.



Şekil 79. Veli ve Lale'nin İkinci Problemdaki "İlişkilendirme" Süreçleri

Üçüncü problemin çözümündeki "BŞİ" sürecinde tüm katılımcılar dönme dönüşümü ve çember ilişkisine odaklanırlarken; Atakan ve Veli sürgüyü 180° dönme açısına getirerek çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarının çakışıp çakışmadıklarını incelemişler (bkz. Şekil 80); Atakan, Veli ve Sera 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktası ile dönme merkezi arasındaki ilişkiye odaklanmışlardır. Üçüncü problem bağlamındaki "ÖMB" süreci incelendiğinde ise Atakan ve Nuray'ın noktaya göre simetri üzerinden; Lale'nin ise yansıma dönüşümü üzerinden akıl yürüttükleri görülmüştür.



Şekil 80. Sürgü 180° Dönme Açısına Getirildiğinde Çokgenlerin Karşılıklı Köşelerinin Orta Noktalarını İlişkilendirme

3.7.1.2. Üçüncü klinik görüşmedeki "genelleme" süreçleri

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki "Genelleme" ZGA'sına yönelik gerçekleştirdikleri süreçler Tablo 25'te verilmiştir.

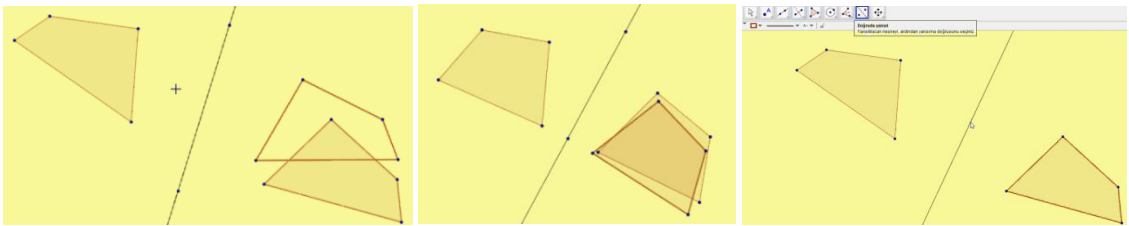
Tablo 25. Üçüncü Klinik Görüşmedeki "Genelleme" Süreçleri

	Soru 1	Soru 2	Soru 3
TDY	- Orta nokta odaklı düşünce [Atk, VI, La]	- Orta nokta odaklı düşünce [Atk, VI, La]	- Noktaya göre simetri odaklı düşünce [Atk, Nu]
	- Doğruduş noktalara odaklı düşünce [Atk, VI]	- Doğruduş noktalara odaklı düşünce [Atk, VI]	- Dönme hareketi – çember ilişkisine odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]

Tablo 25. (Devam) *Üçüncü Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri*

	Soru 1	Soru 2	Soru 3
TDY	- Dik doğru odaklı düşünce [Nu]	- Paralel doğrulara odaklı düşünce [Atk, Se]	- 180° dönme dönüşümüne odaklı düşünce [Atk, VI, Se]
	- Orta dikme odaklı düşünce [Se, SI, La, Nu]	- Orta dikme odaklı düşünce [Atk, Se, SI, La, Nu]	
VSD	- “Doğruda yansıt” aracı ile deneme-yanılma sonucu yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım [SI, La]	- Karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudaşlığı üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım [VI]	- Rastgele oluşturulan çemberlerin merkez noktalarının dönme merkezi olup olmadıklarını araştırma [Atk, VI, SI, La, Nu]
	- Simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudaşlığı üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin geri-çıkarm (abduction) [Atk, VI]	- Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma ve algısal gerekçelerle yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım yapma [Nu]	- 180° dönmeye çokgenlerin köşelerini, yansıma dönüşümüne göre eşleyerek araştırma yapma [VI, La]
	- Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma ve algısal gerekçelerle yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım [Nu]		- Rastgele seçilen noktaların dönme merkezi olup olmadıklarını “nesneyi nokta etrafında döndür” aracıyla araştırma [SI]
			- Rastgele seçilen noktaların dönme merkezi olup olmadıklarını “noktada yansıt” aracıyla araştırma [Nu]
TÇK	- Simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmasına dayanarak yansımanın varlığına yönelik çıkarım [Se]	- Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmaması üzerinden yansımaya ilişkin çıkarım [Atk, Se]	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışmasından yola çıkarak dönme merkezinin yerine yönelik çıkarım [Atk, VI, Se]
		- Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmaması üzerinden yansımanın varlığına yönelik çıkarım [Atk, Se]	- Verilen dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere yönelik sonuca ulaşma [Atk, VI, Se]
		- Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olmaması üzerinden yansımanın varlığına ilişkin çıkarım [SI]	
		- Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesi ile diğer köşelerin orta noktaları arasındaki ilişki üzerinden yansımanın varlığına ilişkin çıkarım [La]	

Tablo 25 ışığında, Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale'nin tüm çözüm kümesine dayalı bir genelleme gerçekleştirdiği görülmüştür. Bu noktada Sera ilk problemde; Atakan, Sera, Sıla ve Lale ikinci problemde; Atakan, Veli ve Sera üçüncü problemde TÇK süreçlerini ortaya koymuşlardır. Birinci problemin çözümündeki TDY süreçleri incelendiğinde Atakan, Veli ve Lale'nin orta nokta odaklı düşüncelerinden; Atakan ve Veli'nin doğrudan noktalar odaklı düşüncelerinden; Nuray'ın dik doğruya odaklı düşüncesinden; Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın ise orta dikmeye odaklı düşüncelerinden hareket ederek çözüm sürecini yapılandırdıkları ortaya çıkmıştır. Orta noktaya odaklı çözüm süreci bağlamında Atakan, Veli ve Lale yansıma doğrusunun çokgenlerdeki karşılıklı simetrik köşe noktalarının orta noktalarından geçtiğini hatırlayarak orta nokta oluşumlarını ön plana alırlarken; doğrudan noktalar odaklı çözüm çerçevesinde Atakan ve Veli oluşturulan orta noktaların doğrudan olması gerektiğini dikkate almışlardır. Dik doğru odaklı çözümde ise Nuray yansıma doğrusunun karşılıklı simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçasına dik olduğunu dikkate almış ve dik doğru oluşturmuştur. Orta dikmeye odaklı çözüm sürecinde ise Sera, Sıla, Lale ve Nuray yansıma doğrusunun karşılıklı simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmesi olduğunu hatırlamışlar ve orta dikme oluşumları üzerinden çözümü yapılandırmışlardır. Birinci problemin çözümündeki VSD süreci kapsamında Sıla ve Lale çokgenlerin arasında çizdikleri rastgele doğruların yansıma doğrusu olup olmadığını incelemek için “doğrudan yansıt” aracıyla deneme-yanılma yaparak yansıma ile ilgili çıkarıma ulaşmışlardır (bkz. Şekil 81).



Şekil 81. *Rastgele Doğrular ve Orta Dikme Üzerinde “Doğrudan Yansıt” Aracıyla Yapılan Deneme-Yanımlar Sonucu Çıkarıma Ulaşma*

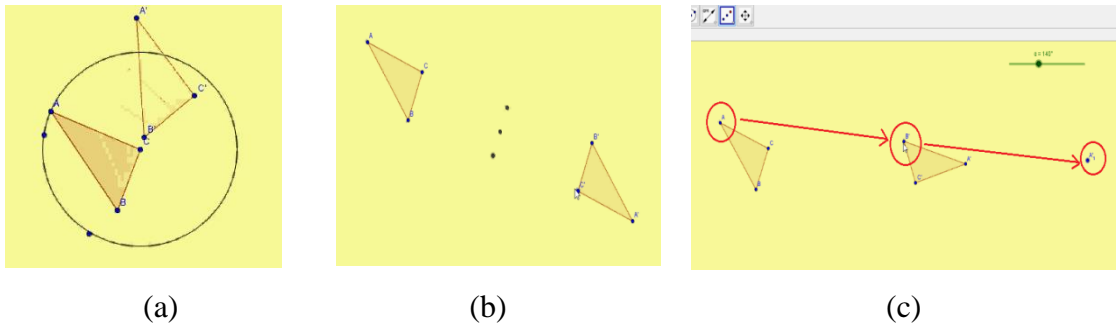
VSD ile ilgili süreçte diğer katılımcılardan Nuray karşılıklı simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturup görüntü üzerinden algıya dayalı çıkarım yaparken; Atakan ve Veli karşılıklı simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudanlığı üzerinden yansımanın varlığına ilişkin geri-çıkartım yapmışlardır. Bu

bağlamda Atakan “*Yansıması var. Hepsinin ortak (orta) noktası aynı şeyde birleşir (orta noktalardan geçen doğruyu oluşturur). Yansıma doğrusunun orta noktalarından geçmesi gerekiyor. Hepsinin aynı şeyi sağlaması gerek*” açıklamasını yaparken, Veli “*Hocam yansıması bu. Orta noktasını buldum hepsinin. Hepsinin orta noktasını buldum hocam. Aynı doğru... Hepsi de bir doğrudan geçiyor*” ifadesini kullanmıştır. Birinci problemin çözümündeki TÇK süreci bağlamında Sera simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmasına dayanarak çokgenlerin doğruya göre yansıyan olduğuna yönelik çıkarım yapmıştır. Bu çerçevede Sera, “*Bu (çakışan orta dikme doğrularını gösterir) yansıma doğrusu. Hocam bu doğru parçalarının orta dikmelerini alırsam, eğer ikisinin de (doğru parçalarının orta dikmeleri) ortak çıkarsa yansıma doğrusu olacağını düşünüyorum*” açıklamasını yapmıştır.

İkinci problemin çözümündeki TDY süreci bağlamında Atakan, Veli ve Lale’nin orta nokta odaklı düşüncelerden; Atakan ve Veli’nin doğruduş noktalara odaklı düşüncelerden; Atakan ve Sera’nın paralel doğrulara odaklanmış düşüncelerden; Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın orta dikmeye odaklı düşüncelerden hareket ederek çözüm sürecini yapılandırdıkları gözlenmiştir. Orta nokta, doğruduş noktalar ve orta dikme odaklı düşünme süreçlerinin birinci problemdeki TDY süreçleriyle benzer biçimde ortaya çıktığı görülürken; paralel doğrulara odaklı çözüm süreci bağlamında Atakan ve Sera’nın yansıma dönüşümünde iki çokgenin karşılıklı simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının paralel olması gerektiğini ön plana aldıkları ortaya çıkmıştır. İkinci problemin çözümündeki VSD süreci kapsamında Veli karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğruduşluğu üzerinden çokgenlerin yansıyan olduğuna ilişkin geri-çıkarma (abduction) yapmış; Nuray karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olarak görüldüğüne dayanarak yansıma dönüşümüne ilişkin çıkarıma ulaşmış; Sıla karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçasının orta dikmesi üzerinde “doğruduş yansıt” aracı ile deneme-yanılma yaparak yansıma dönüşümüne yönelik geri-çıkarma (abduction) yapmıştır. İkinci problemin çözümündeki TÇK sürecinde Atakan ve Sera önce karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmaması üzerinden; daha sonra karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmaması üzerinden çokgenlerin yansıyan olmadığına ilişkin çıkarıma ulaşmışlardır. Atakan bu bağlamda yaptığı açıklamada “*Bunların paralel olması gerekmiyor mu? Doğru parçalarının paralel olması gerekirdi. Dik*

olması gerekiyor (orta noktalarından geçen doğruyu gösterir). Hepsinin (doğru parçalarının orta dikmelerinin) bir doğru üzerinden geçmesi gerekiyor. Burada geçmiyor” ifadesini kullanırken; Sera “Hocam paralel değil doğrular (doğru parçaları) birbirine. O yüzden yansıma yok. (Doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturur ve çakışmadıklarını gösterir) Yok hocam” açıklamasını yapmıştır. Bunun yanı sıra Lale çokgenlerin karşılıklı iki köşesini birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin diğer karşılıklı köşelerin orta noktasından geçmemesine dayanarak verilen çokgenlerin yansıyan olmadıklarına yönelik çıkarıma ulaşmıştır. Lale işlemlerinin ardından “Bunun orta dikmesi... Bu yansıma değil miydi ki? Bu yansıma değil ki! Çünkü hocam... Hani orta dikmesi ya bunun. Fakat bu iki köşe noktasının orta noktasından orta dikmesi geçmiyor. Bu sayede yansıma değil” açıklamasını yapmıştır.

Üçüncü problemin çözümündeki TDY sürecinde Atakan ve Nuray’ın noktaya göre simetri odaklı düşüncelerini; Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray dönme hareketinin geometrik yerine (çember) odaklı düşüncelerini; Atakan, Veli ve Sera ise 180° dönme dönüşümüne odaklı düşüncelerini çözüm sürecine taşıdıkları görülmüştür. VSD bağlamında ise Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray rastgele oluşturdukları çemberlerin merkez noktalarının dönme merkezi olup olmadıklarını araştırmışlar (bkz. Şekil 82a); Veli ve Lale dönme merkezini araştırmaları için verilen çokgenlerin köşelerini yansıma dönüşümüne göre eşlemişler ve orta noktalarını oluşturmuşlar (bkz. Şekil 82b); Nuray “noktada yansıt” aracından yararlanarak verilen çokgenin köşelerinin rastgele seçilen noktalara göre simetrilerini oluşturmuş ve seçtiği noktaların dönme merkezi olup olmadıklarını araştırmıştır (bkz. Şekil 82c).



Şekil 82. Odak Katılımcıların Üçüncü Problemdaki VSD Süreçleri

İlgili problemin çözümündeki TÇK sürecinde Atakan, Veli ve Sera’nın 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakıştığı yerin dönme merkezini

gösterdiğine yönelik çıkarım yaptıkları; Atakan, Veli ve Sera'nın verilen dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere ilişkin sonuca ulaştıkları gözlenmiştir.

3.7.1.3. Üçüncü klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

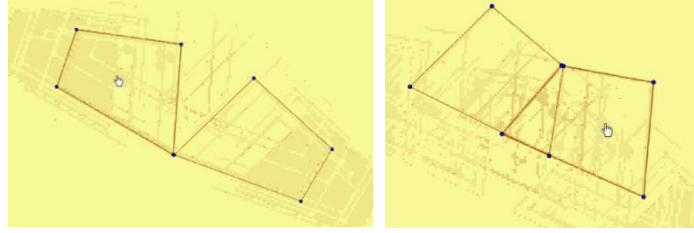
Üçüncü klinik görüşme kapsamında odak katılımcıların “Değişmezleri Araştırma” süreçlerine Tablo 26’da yer verilmiştir.

Tablo 26. Üçüncü Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

	Soru 1	Soru 2	Soru 3
DD	- Sürüklenme yardımıyla çokgenlerde değişen ve değişmeyen özelliklerin incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürüklenme yardımıyla çokgenlerde değişen ve değişmeyen özelliklerin incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürgü yardımıyla dönme açısının değiştirilmesi ve hareketin incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Sürgü yardımıyla köşelerin iz bırakarak döndürülmesi ve geometrik yerin görselleştirilmesi [Atk]
EKK	- Sürüklemede çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarının ve bir çokgenin diğerine bağımlı hareket edip etmediğinin incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürüklemede çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarının ve bir çokgenin diğerine bağımlı hareket edip etmediğinin incelenmesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışıp çakışmadığının incelenmesi [Atk, VI] - Dönme hareketinin rastgele oluşturulan çemberler üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi [Atk, VI, Sl, La, Nu]
	- Sürüklemede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin çakışıp çakışmadıklarının incelenmesi [Atk, La]	- Sürüklemede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin çakışıp çakışmadıklarının incelenmesi [Atk]	- Dönme hareketinin, köşelerin orta noktaları etrafında oluşturulan çember üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi [Atk, VI]
	- Karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığının inceleme [Se]	- Karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığının inceleme [Atk, Se] - Karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesinin, diğer iki karşılıklı köşenin orta noktasından geçip geçmediğini inceleme [La]	- Dönme hareketinin, belirlenen dönme merkezi etrafında oluşturulan çember üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi [Se]

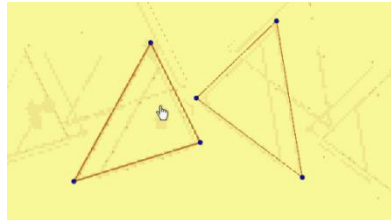
Tablo 26’ya göre üçüncü klinik görüşmede katılımcıların tümünün şekiller arasındaki ilişkileri araştırırken DD ve EKK süreçlerini gerçekleştirdikleri

görülmektedir. Birinci problemdeki DD süreçleri incelendiğinde katılımcıların tümünün sürükmeden yararlanarak çokgenlerde değişen ve değişmeyen özellikleri inceledikleri görülmüştür. Birinci problemin çözümündeki EKK sürecinde ise tüm katılımcılar sürükleme sürecinde çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarını ve çokgenlerden birisinin diğerine bağımlı hareket edip etmediğini araştırmışlar; Atakan ve Lale sürükleme yaparken çokgenlerin simetrik köşelerinin çakışıp çakışmadığını incelemişler (bkz. Şekil 83); Sera çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını incelemiştir.



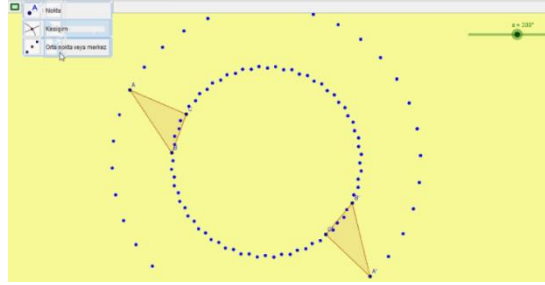
Şekil 83. *Sürükleme Sırasında Çokgenlerin Simetrik Köşelerinin Çakışıp Çakışmadığını İnceleme*

İkinci problemdeki DD süreçlerine ilişkin bulgulara göre, tüm katılımcılar sürükleme yardımıyla çokgenlerde değişen ve değişmeyen özellikleri araştırmışlardır. İlgili problemdeki EKK süreçleri bağlamında ise tüm katılımcılar sürükleme sırasında çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarını ve bir çokgenin diğerine bağımlı hareket edip etmediğini araştırmışlar; Atakan sürükleme yaparken çokgenlerin simetrik köşelerinin çakışıp çakışmadıklarını incelemiş (bkz. Şekil 84); Atakan ve Sera çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını incelemişler; Lale iki karşılıklı köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin diğer köşelerin orta noktasından geçip geçmediğini araştırmıştır.



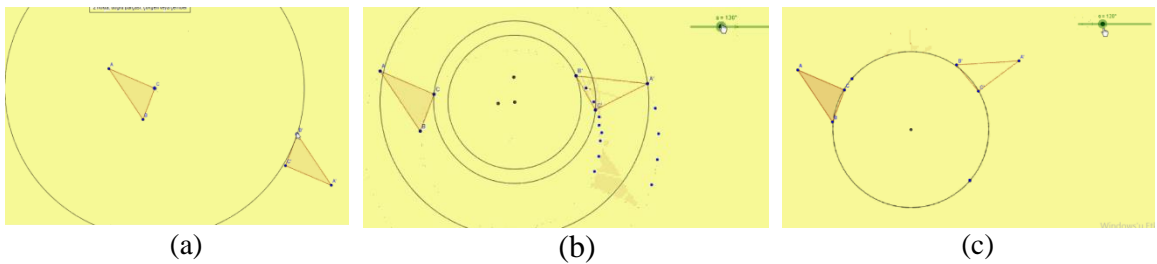
Şekil 84. *Sürüklemeye Çokgenlerin Karşılıklı Köşelerinin Çakışıp Çakışmadığını İnceleme*

Üçüncü problemdeki DD süreçleri bağlamında tüm katılımcıların sürgü yardımıyla dönme açısını değiştirdikleri ve çokgenin hareketini inceledikleri; Atakan'ın ise sürgü yardımıyla köşeleri iz bırakarak döndürdüğü ve köşe noktalarının geometrik yerlerini oluşturduğu gözlenmiştir (bkz. Şekil 85).



Şekil 85. Sürgü Yardımıyla İz Bırakarak Sürüklenme ve Köşe Noktalarının Geometrik Yerlerini Görselleştirme

Katılımcıların üçüncü problemdeki EKK süreçleri incelendiğinde, Atakan ve Veli 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarının çakışıp çakışmadığını incelemişler; Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray dönme hareketinin rastgele oluşturulan çemberler üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğini test etmişler (bkz. Şekil 86a); Atakan ve Veli verilen dönme hareketinin, karşılıklı iki köşenin orta noktası etrafında oluşturulan çemberlerin üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğini araştırmışlar (bkz. Şekil 86b); Sera ise soruda verilen dönme hareketinin, “izi aç” ve “orta nokta veya merkez” yardımıyla sabitlediği dönme merkezine göre inşa ettiği çember üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğini test etmiştir (bkz. Şekil 86c).



Şekil 86. Odak Katılımcıların Üçüncü Problemdeki EKK süreçleri

3.7.1.4. Üçüncü klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

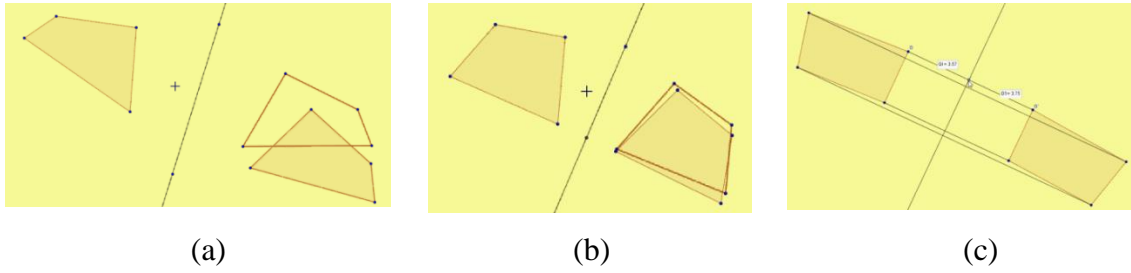
Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki “Keşif ve Yansıtma” bağlamındaki KÖP süreçleri Tablo 27’de görülmektedir.

Tablo 27. Üçüncü Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

Soru 1	Soru 2	Soru 3
KÖP - Çokgenlerden birinin diğerine bağımlı eş olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Sürüklenme sırasında simetrik köşelerin çakıştıklarını keşfetme [Atk, La] - Çokgenler arasında rastgele doğru oluşturarak deneme-yanılma yapmanın işe yaramadığını keşfetme [Sl, La] - Simetrik iki köşenin orta noktasından geçen her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını keşfetme [La] - Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasına dik her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını keşfetme [Nu] - Verilen çokgenlerde simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudan olduğunu keşfetme [Atk, VI] - “Doğrudan yansıt” aracıyla simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olduğunu keşfetme [Sl] - Simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakıştığını keşfetme [Se]	- Çokgenlerin eş ve birinin diğerine bağımlı olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudan olduklarını keşfetme [Atk, VI] - Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmadıklarını keşfetme [Atk, Se] - Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmadığını keşfetme [Atk, Se] - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olmadığını “doğrudan yansıt” yardımıyla keşfetme [Sl] - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına ait orta dikmenin, diğer iki köşenin orta noktasından geçmediğini keşfetme [La]	- Rastgele çember oluşumlarının geometrik yer olup olmadıklarını test etme yönteminin işe yaramadığını keşfetme [Atk, VI, Sl, La, Nu] - İz bırakma yardımıyla dönmeye ilişkin geometrik yeri keşfetme [Atk] - 180° dönme ve yansıma dönüşümü arasındaki farkı keşfetme [VI, La] - Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre dönme dönüşümünü inceleme yönteminin işe yaramadığını keşfetme [Sl] - Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre simetrisini oluşturma yönteminin işe yaramadığını keşfetme [Nu] - 180° dönmeye köşelerin orta noktası etrafında oluşturulan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini keşfetme [Atk, VI, Se] - Dönme hareketi sırasında köşe noktalarının çember üzerinde yer değiştirdiğini keşfetme [Se]

Tablo 27 ışığında üçüncü klinik görüşmede odak katılımcıların tümünün KÖP sürecine ilişkin bulgularının ortaya çıktığı; ancak yapılan keşiflerin her katılımcıyı doğru çözüme ulaştırmadığı görülmüştür. Birinci probleme yönelik KÖP sürecinde tüm katılımcılar çokgenlerin eş ve birinin diğerine bağımlı olduğunu; Atakan ve Lale sürüklenme sırasında karşılıklı köşelerin çakıştığını; Sıla ve Lale çokgenler arasında rastgele doğru oluşturma ve “doğrudan yansıt” aracıyla deneme-yanılma yapmanın sonuç vermediğini (bkz. Şekil 87a); Lale verilen çokgenlerde iki simetrik köşenin orta

noktasından geçen her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını (bkz. Şekil 87b); Nuray “uzaklık veya uzunluk” aracıyla, simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasını dik kesen her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını (bkz. Şekil 87c); Atakan ve Veli verilen çokgenlerde simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudaş olduğunu; Sıla deneme-yanılma aracılığıyla çokgenlerde simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olduğunu; Sera simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakıştığını keşfetmiştir.

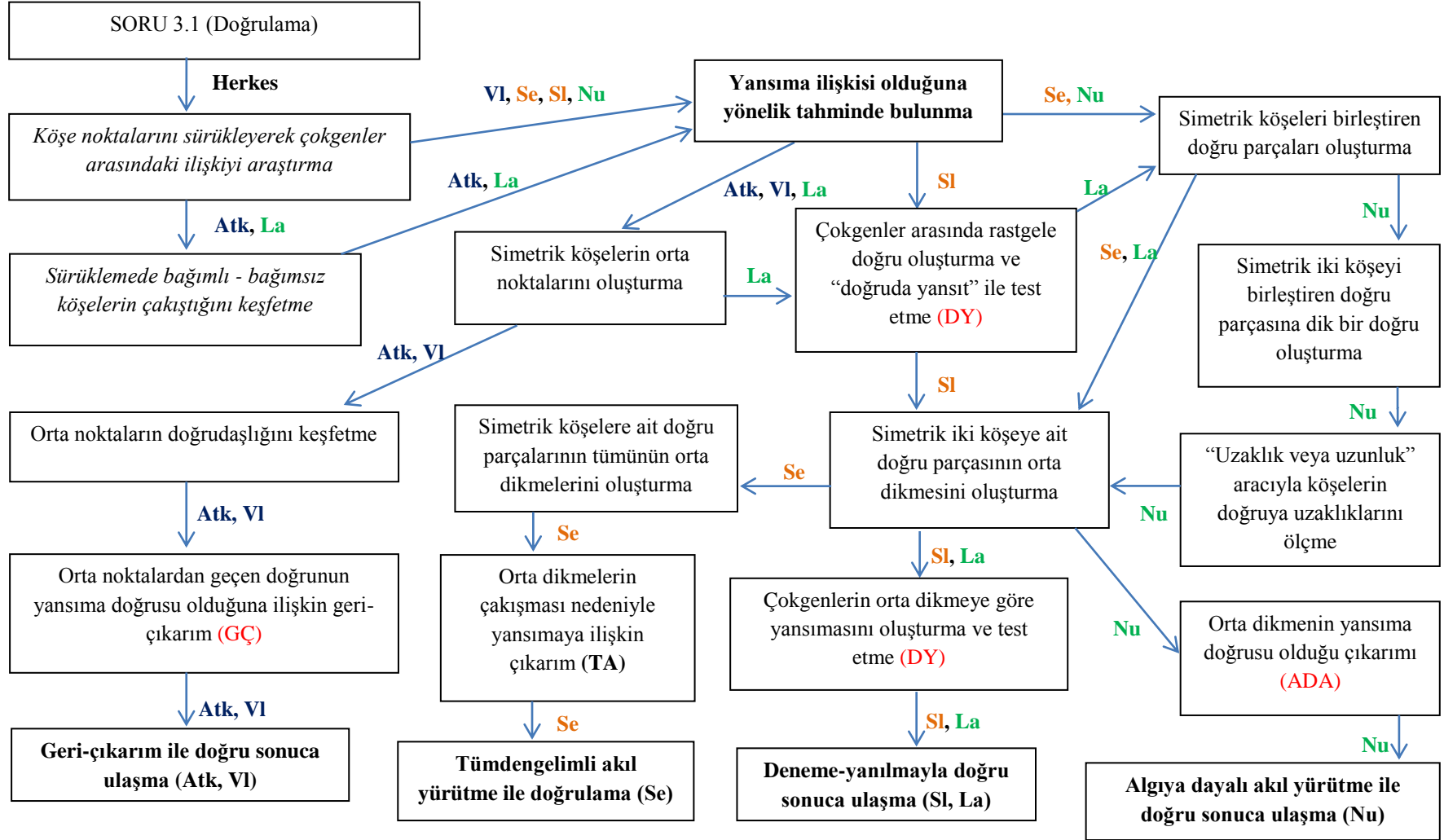


Şekil 87. Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki “KÖP” Süreçleri

İkinci probleme yönelik KÖP süreci bağlamında tüm katılımcıların, verilen çokgenlerin eş ve birinin diğerine bağımlı olduğunu; Atakan ve Veli karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudaş olduğunu; Atakan ve Sera karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmadıklarını ve orta dikmelerinin çakışmadıklarını; Sıla ve Lale “doğruda yansıt” yardımıyla karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olmadığını; Lale ise karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına ait orta dikmenin diğer iki köşenin orta noktasından geçmediğini keşfetmiştir.

Üçüncü probleme yönelik KÖP süreci bağlamında ise Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray verilen rastgele oluşturdukları çemberlerin verilen dönme dönüşümünde geometrik yer olup olmadıklarını test etme yönteminin işe yaramadığını; Atakan “izi aç” aracı yardımıyla köşe noktalarının dönme hareketi sırasındaki geometrik yerini; Veli ve Lale 180° dönme ve yansıma dönüşümünde karşılıklı köşelerin nasıl belirlendiğini; Sıla verilen üçgenlerden birisinin rastgele seçilen noktalara göre dönme dönüşümünü inceleme yönteminin çözüme ulaştırmadığını; Nuray üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre simetrisini oluşturma yönteminin sonuç vermediğini; Atakan, Veli ve Sera 180° dönmeye karşılıklı iki köşenin orta noktası etrafında oluşturulan çemberin, çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini; Sera dönme hareketinin inşa ettiği çember üzerinde gerçekleştiğini keşfetmiştir.

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmenin birinci problemine ilişkin AÖP süreci içerisindeki çözüm adımları Şekil 88’de verilmiştir. Şekil 88’de geri-çıkarmı yapılan adım “GÇ”, algıya dayalı akıl yürütmenin kullanıldığı adım “ADA”, deneme-yanılma stratejisinin kullanıldığı adım “DY”, tümdengelimli akıl yürütmenin kullanıldığı adım “TA” ile kodlanmıştır. Bunun yanında katılımcıların sürüklenme yardımıyla verilen çokgenleri inceledikleri adımlar italik yazı tipinde gösterilirken, yardımcı çizimleri kullandıkları adımlar normal yazı tipinde; tahmin geliştirdikleri ya da çıkarıma ulaştıkları adımlar ise kalın yazı tipinde gösterilmiştir.



Şekil 88. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin Birinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 88'e göre odak katılımcıların izledikleri adımların; geri-çıkarm (abduction) üzerinden doğru sonuca ulaşma (Atakan ve Veli), algısal gerekçe üzerinden doğru sonuca ulaşma (Nuray), deneme – yanılma stratejisi üzerinden doğru sonuca ulaşma (Sıla ve Lale) ve tündengelimli akıl yürütme ile doğrulama (Sera) olmak üzere dört farklı çözüm ortaya koydukları görülmektedir. Çözüm yolları incelendiğinde tüm katılımcıların birinci adımda çokgenlerin köşe noktalarını sürükleyerek aralarındaki ilişkileri araştırdıkları görülürken; Veli, Sera, Sıla ve Nuray bu araştırmanın sonrasında çokgenlerin simetrik olduğuna yönelik tahminde bulunmuşlar; Atakan ve Lale ise ikinci adımda karşılıklı çokgenlerin bağımlı ve bağımsız köşelerinin sürüklenme sırasında çakıştıklarını keşfetmişler ve üçüncü adımda yansıma dönüşümü olduğuna yönelik tahmin yapmışlardır. Sonraki süreçte Atakan ve Veli simetrik köşelerin orta noktalarını oluşturmuşlar; orta noktaların doğrudanlığına incelemişler; doğrudan olan orta noktalardan geçen doğrunun yansıma doğrusu olduğuna ilişkin geri-çıkarm yapmışlar ve çokgenler arasındaki ilişkiye yönelik doğru sonuca ulaşmışlardır. Atakan ve Veli yaptıkları geri-çıkarmda, yansıma doğrusunun simetrik iki çokgenin karşılıklı köşelerinin orta noktalarından geçtiği bilgisini dikkate almışlar ve soruda verilen iki çokgende karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudan olduğunu görmüşlerdir. Böylece Atakan ve Veli soruda verilen iki çokgenin, köşelerin orta noktalarından geçen doğruya göre yansıyan oldukları çıkarımını yapmışlardır.

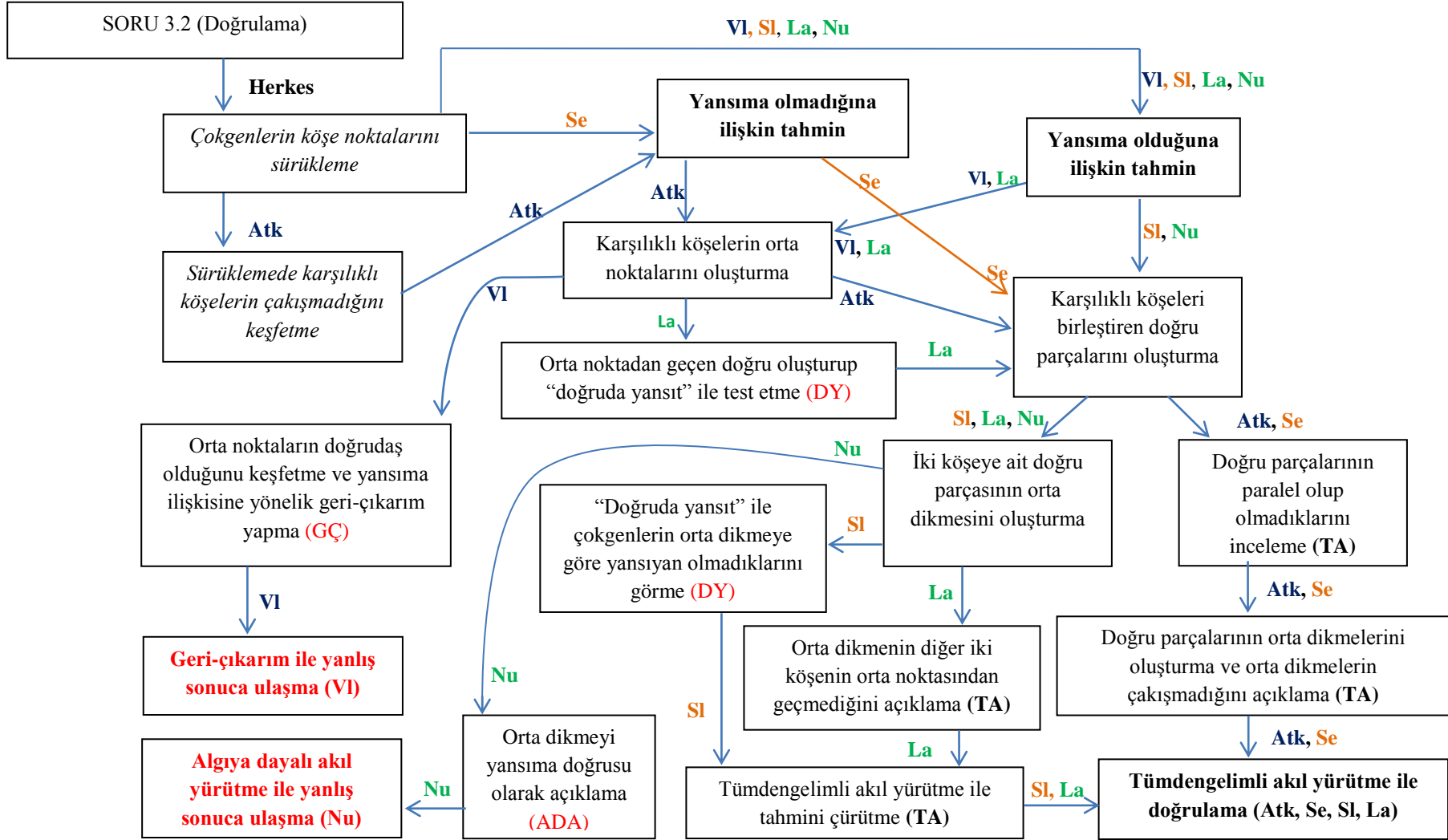
Sera ise yansıma ile ilişkin tahminin ardından üçüncü adımda çokgenlerin simetrik köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; dördüncü adımda bu doğru parçasının orta dikmesini oluşturmuş; beşinci adımda diğer simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının tümünün orta dikmelerini oluşturmuş; altıncı adımda orta dikmelerin çakıştığını görerek ortaya çıkan doğrunun yansıma doğrusu olduğuna yönelik çıkarım yapmış ve tündengelimli akıl yürütme sonucu doğrulama sürecini tamamlamıştır.

Diğer katılımcılardan Sıla tahmin basamağından sonra üçüncü adımda çokgenler arasında rastgele doğru oluşturmuş ve “doğrudan yansıt” aracı ile deneme-yanılma yapmış; dördüncü adımda simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasını oluşturmadan bu doğru parçasının orta dikmesini inşa etmiş; altıncı adımda “doğrudan yansıt” aracıyla çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımasını oluşturarak deneme-yanılma yapmış ve çokgenlerin arasında yansıma ilişkisi olduğunu görmüştür.

Diğer yandan Lale yansıma ilişkisine yönelik tahminde bulunduktan sonra üçüncü basamakta simetrik köşelerin orta noktalarını oluşturmuş; dördüncü basamakta çokgenler arasında rastgele doğru oluşturmuş ve “doğruda yansıt” aracıyla deneme-yanılma yapmış; beşinci basamakta simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; altıncı adımda simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturmuş; yedinci basamakta “doğruda yansıt” aracıyla çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımasını oluşturarak deneme-yanılma yapmış ve çokgenlerin arasında yansıma ilişkisi olduğunu görmüştür.

Son olarak Nuray tahmin basamağının ardından üçüncü basamakta simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; dördüncü basamakta bu doğru parçalarından birine dik bir doğru parçası oluşturmuş; beşinci basamakta “uzaklık veya uzunluk” aracıyla simetrik köşelerin dik doğruya uzaklıklarını ölçmüş ve uzaklıkların eşit olmadığını görmüş; altıncı basamakta simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturmuş; yedinci basamakta görüntüye dayalı olarak orta dikmenin yansıma doğrusu olduğuna yönelik çıkarıma ulaşmış ve algısal gerekçe üzerinden doğru sonuca varmıştır.

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmenin ikinci probleminde AÖP sürecine ilişkin çözüm adımları Şekil 89’da verilmiştir. Şekilde katılımcıların sürükleme yardımıyla verilen çokgenleri inceledikleri adımlar italik yazı tipinde gösterilirken, yardımcı çizimleri kullandıkları adımlar normal yazı tipinde; tahmin geliştirdikleri ya da çıkarıma ulaştıkları adımlar ise kalın yazı tipinde gösterilmiştir. Bununla birlikte, katılımcıların son adımda ulaştıkları yanlış çıkarımlar kırmızı renkte verilmiştir.



Şekil 89. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin İkinci Sorusundaki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 89 incelendiğinde katılımcıların izledikleri adımların; geri-çıkarm (abduction) ile yanlış sonuca ulaşma (Veli), algısal gerekçe ile yanlış sonuca ulaşma (Nuray), tümdengelimli akıl yürütme ile doğrulama (Atakan, Sera, Sıla ve Lale) olmak üzere dört farklı çözüm ortaya çıkardığı görülmüştür. Ortaya çıkan süreçte tüm katılımcıların birinci adımda çokgenlerin köşe noktalarını sürükleyerek aralarındaki ilişkiyi araştırdıkları belirlenmiştir. Katılımcılardan ikisi (Atakan ve Sera) verilen çokgenler arasında bir yansıma dönüşümü olmadığını öne sürerlerken; dördü (Veli, Sıla, Lale ve Nuray) çokgenler arasında yansıma dönüşümü olduğuna ilişkin tahminde bulunmuşlardır. Katılımcılardan Atakan ikinci adımında sürüklenme sırasında çokgenlerin karşılıklı köşelerinin çakışıp çakışmadığını incelemiş; üçüncü adımda çokgenlerin yansıyan olmadıklarına yönelik tahminde bulunmuş; dördüncü adımda çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturmuş ve doğrudanlığı fark etmesine rağmen tahmininden vazgeçmemiş; beşinci adımda karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; altıncı adımda doğru parçalarının paralel olmadıklarını vurgulamış; yedinci adımda karşılıklı köşelerin tümünü birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturmuş ve orta dikmelerin çakışmadığını göstererek çokgenlerin yansıyan olmadıklarını doğrulamıştır.

Veli ise ikinci adımında çokgenlerin yansıyan olduklarına yönelik tahminde bulunmuştur. Sonrasında katılımcı üçüncü adımında çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturmuş; dördüncü adımda orta noktaların doğrudan olduğunu açıklamış ve yansıma dönüşümüne ilişkin geri-çıkarm üzerinden yanlış sonuca ulaşmıştır. Veli yaptığı geri-çıkarmda, yansıma dönüşümü kapsamında yansıma doğrusunun iki çokgenin simetrik köşelerinin orta noktalarından geçtiği bilgisinden hareket etmiş ve soruda verilen iki çokgende karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudan olduğunu görmüştür. Veli çokgenlerin, karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarından geçen doğruya göre yansıyan oldukları çıkarımını yapmıştır.

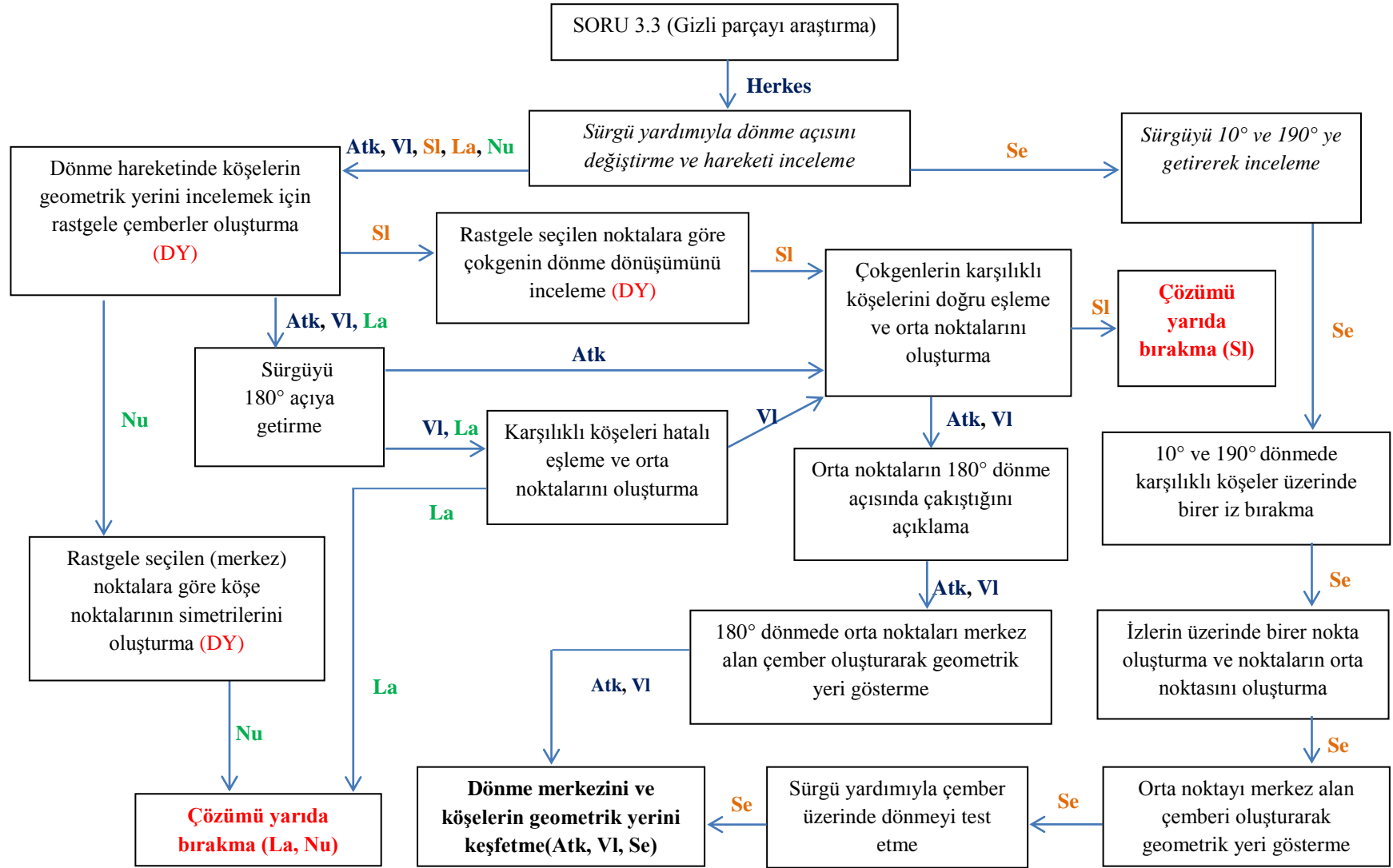
Sera ise yansıma dönüşümü olmadığı tahmininin ardından sırasıyla, çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; doğru parçalarının paralel olmadıklarını vurgulamış; karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturmuş ve orta dikmelerin çakışmadıklarını belirterek çokgenlerin yansıyan olmadıklarını doğrulamıştır.

Odak katılımcılardan Sıla çokgenlerin yansıyan olduklarına ilişkin tahminin ardından sırasıyla, çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturmuş; “doğruda yansıt” aracı yardımıyla deneme-yanılma yaparak çokgenlerin orta dikmeye göre yansıyan olmadıklarını görmüş; son adımda elindeki veriler üzerinde tündengelimli akıl yürütme yaparak tahminini çürütmüş ve çokgenlerin yansıyan olmadıkları sonucuna ulaşmıştır. Bu bağlamda Sıla yansıma dönüşümünde karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olduğu bilgisini ele almış ve çözüm sürecinde oluşturduğu orta dikmenin yansıma doğrusu olup olmadığını “doğruda yansıt” aracıyla test ederek sonuca ulaşmıştır.

Lale çokgenlerin yansıyan olduklarına ilişkin tahminin ardından sırasıyla, çokgenlerin karşılıklı iki köşesinin orta noktasını oluşturmuş; orta noktadan geçen rastgele bir doğru oluşturmuş ve “doğruda yansıt” aracı yardımıyla deneme – yanılma yaparak çokgenlerden birisinin bu doğruya göre yansımasını oluşturmuş; karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturmuş; oluşturulan orta dikmenin diğer karşılıklı iki köşenin orta noktasından geçmediğini açıklamış; elindeki veriler üzerinde tündengelimli çıkarım yaparak ilk tahminini çürütmüş ve çokgenlerin yansıyan olmadıklarını doğrulamıştır. Bu bağlamda Lale yansıma doğrusunun karşılıklı köşelerin orta noktalarından geçtiği bilgisini ele almış ve verilen problemde bu şartın sağlanmadığını keşfetmiştir.

Son katılımcı Nuray, çokgenlerin arasında yansıma ilişkisi olduğuna yönelik tahminin ardından çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş; doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturmuş; görüntüye dayalı olarak orta dikmenin yansıma doğrusu olduğunu açıklamış; algıya dayalı gerekçe ile çokgenlerin yansıyan oldukları sonucuna varmıştır.

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmenin üçüncü problemine ilişkin AÖP süreci bağlamındaki çözüm adımları Şekil 90’da görülmektedir. Şekilde katılımcıların sürgü yardımıyla verilen çokgenleri inceledikleri adımlar italik yazı tipinde gösterilirken, yardımcı çizimleri kullandıkları adımlar normal yazı tipinde; sonuca ulaştıkları adımlar ise kalın yazı tipinde gösterilmiştir. Bunun yanında çözümün yarıda bırakıldığı adımlar ise kırmızı renkte verilmiştir.

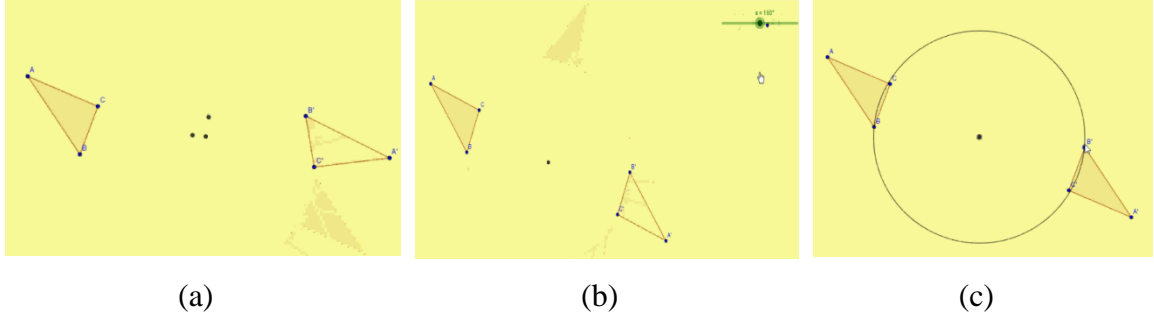


Şekil 90. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmenin Üçüncü Problemindeki AÖP Sürecine İlişkin Adımları

Şekil 90'a göre, katılımcıların dönme dönüşümü içerikli bu problemde çember odaklı çözüm stratejileri geliştirmeye çalıştıkları ortaya çıkarken katılımcıların yarısının 180° dönme dönüşümü odaklı çözüm adımları inşa ederek sonuca ulaştıkları gözlenmiştir.

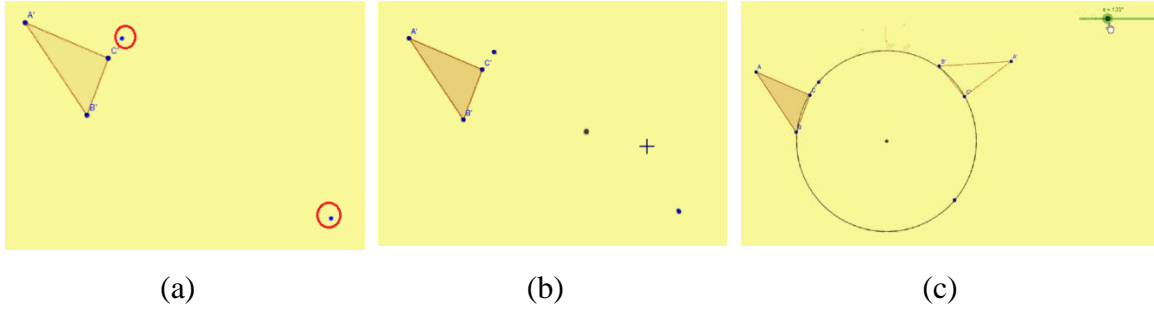
Katılımcıların tümü birinci adımda sürgü yardımıyla dönme açısını değiştirerek gerçekleşen hareketi ve çokgenler arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Sonraki süreçte Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray uyguladıkları deneme-yanılma stratejisinde dönme hareketi sırasında köşe noktalarının geometrik yerini incelemek için rastgele çemberler oluşturup sürgü yardımıyla üçgenlerin köşelerinin çember üzerinde hareket edip etmediklerini test etmişlerdir. Bu adımın ardından Sıla'nın bir başka deneme-yanılma stratejisinde rastgele seçtiği noktalara göre çokgenin dönme dönüşümünü incelediği; dördüncü adımda sürgü 100° dönme açısını gösterirken üçgenlerin karşılıklı köşelerini dönme dönüşümüne uygun olarak eşleştirdiği ve orta noktalarını oluşturduğu görülmüştür. Bununla beraber Sıla'nın dördüncü adımdan sonra çözümü devam ettiremediği gözlenmiştir. Diğer katılımcı Lale ise ikinci adımda kullandığı deneme-yanılma stratejisinin ardından sürgüyü 180° dönme açısına getirmiş; üçgenlerin karşılıklı köşelerini hatalı (yansıma dönüşümüne göre) eşleştirmiş ve çözümü ilerletememiştir. Diğer yandan Nuray yeni bir deneme-stratejisi kullandığı üçüncü adımda sürgü 140° dönme açısını gösterirken rastgele oluşturduğu noktalara göre üçgenin köşe noktalarının simetrisini oluşturmuştur. Sonraki süreçte Nuray'ın çözüme devam edemediği gözlenmiştir.

Çözüme ulaşmayı başaran katılımcılardan ikisi olan Atakan ve Veli üçüncü adımlarında sürgüyü 180° dönme açısına getirmişlerdir. Devamında Veli'nin önce üçgenlerin karşılıklı köşelerini hatalı eşleştirdiği; sonraki adımda ise hem Atakan hem de Veli'nin üçgenlerin karşılıklı köşelerini dönme dönüşümüne uygun olarak belirledikleri ve orta noktalarını oluşturdukları (bkz. Şekil 91a); orta noktaların 180° dönme açısında çakıştıklarını gördükleri (bkz. Şekil 91b); 180° dönmede çakışan orta noktaları merkez alan çemberin karşılıklı köşelerden geçtiğini gösterdikleri görülmüştür (bkz. Şekil 91c). Bu adımların ardından iki katılımcı dönme merkezini ve köşe noktalarının geometrik yerini keşfetmişlerdir.



Şekil 91. Atakan ve Veli'nin Üçüncü Problemden İzlediği Çözüm Adımları

Çözüme ulaşmayı başaran diğer katılımcı Sera, çözüm sürecinin ikinci adımında sürgüyü 10° ve 190° dönme açlarına getirmiş ve çokgenleri incelemiştir; ikinci adımda 10° ve 190° dönme açlarında çokgenin aynı köşe noktası üzerinde iz bırakmış (bkz. Şekil 92a); üçüncü adımda işaretlediği izlerin üzerinde birer nokta oluşumu yapmış ve bu noktaların orta noktalarını oluşturmuş (bkz. Şekil 92b); dördüncü adımda orta noktayı merkez alan çemberi oluşturarak geometrik yeri görselleştirmiş; beşinci adımda sürgü yardımıyla çokgenin köşe noktasının çember üzerinde hareket ettiğini göstererek (bkz. Şekil 92c) dönme merkezini ve köşe noktasının geometrik yerini keşfetmiştir. Sera, geri-çıkarma ile sonuca ulaşan Atakan ve Veli'den farklı olarak tümdengelimli akıl yürütme sonucu çıkarıma ulaşmıştır.



Şekil 92. Sera'nın üçüncü problemde izlediği çözüm adımları

3.7.2. Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki enstrümanları

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki jestleri (işlemleri) ve enstrüman olarak kullandığı araçlara yönelik bulgular Tablo 28'de görülmektedir.

Tablo 28. Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrüman olarak kullanılan araç
3.1	a. Çokgenlerin ilişkisini araştırmak için sürüklenme	a. Herkes	a. Taşı
	b. Çokgenler arasında rastgele doğru oluşturma ve çokgenlerden birinin bu doğruya göre yansımını oluşturma	b. Sl, La	b. Doğru; Doğruda yansıt
	c. Çokgenlerin simetrik köşelerinin orta noktalarını oluşturma	c. Atk, VI, La	c. Orta nokta veya merkez
	d. Simetrik iki köşenin orta noktasından geçen bir doğru oluşturma ve çokgenlerden birinin bu doğruya göre yansımını oluşturma	d. La	d. Doğru; Doğruda yansıt
	e. Simetrik köşelerin orta noktalarından geçen doğru oluşturma	e. Atk, VI	e. Doğru
	f. Simetrik köşeleri birleştiren doğru parçaları oluşturma	f. Se, Sl, La, Nu	f. Doğru parçası
	g. Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasına dik bir doğru oluşturma ve köşelerin doğruya uzaklıklarını ölçme	g. Nu	g. Dik doğru; Uzaklık veya uzunluk
	h. Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma	h. Se, Sl, La, Nu	h. Orta dikme
	i. Çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımını oluşturma	i. Sl, La	i. Doğruda yansıt
3.2	a. Çokgenlerin ilişkisini araştırmak için sürüklenme	a. Herkes	a. Taşı
	b. Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturma	b. Atk, VI, La	b. Orta nokta veya merkez
	c. Karşılıklı iki köşenin orta noktasından geçen bir doğru oluşturma ve çokgenlerden birinin bu doğruya göre yansımını oluşturma	c. La	c. Doğru; doğruda yansıt
	d. Karşılıklı köşelerin orta noktalarından geçen doğru oluşturma	d. VI	d. Doğru
	e. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları oluşturma	e. Atk, Se, Sl, La, Nu	e. Doğru parçası
	f. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturma	f. Atk, Se, Sl, La, Nu	f. Orta dikme
	g. Çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımını oluşturma	g. Sl	g. Doğruda yansıt
3.3	a. Dönme açısını değiştirme	a. Herkes	a. Sürgü
	b. Merkezi rastgele seçilmiş çemberler oluşturma	b. Atk, VI, Sl, La, Nu	b. Merkez ve bir noktadan geçen çember
	c. İz bırakarak döndürme işleminde köşe noktalarının izlediği geometrik yeri görselleştirme	c. Atk	c. İzi aç; sürgü
	d. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma	d. La, Nu	d. Doğru parçası; orta dikme
	e. Çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımını gerçekleştirme	e. La	e. Doğruda yansıt
	f. Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktaya göre simetrisini oluşturma	f. Nu	f. Noktada yansıt
	g. Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktaya göre dönme dönüşümünü oluşturma	g. Sl	g. Nesneyi nokta etrafında döndür

Tablo 28. (Devam) *Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrüman olarak kullanılan araç
3.3	h. 10° ve 190° dönmede çokgenin köşeleri üzerinde iz bırakma ve bu izlerin orta noktasını oluşturma	h. Se	h. Sürgü; izi aç; orta nokta veya merkez
	i. İzlerin orta noktasına bağlı çember oluşumu yapma	i. Se.	i. Merkez ve bir noktadan geçen çember
	j. Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturma	j. Atk, VI, La	j. Orta nokta veya merkez
	k. Karşılıklı köşelerin orta noktasına bağlı çember oluşumları yapma	k. Atk, VI	k. Merkez ve bir noktadan geçen çember
3.4	a. Yansıma dönüşümünü gerçekleştirme	a. Herkes	a. Doğruda yansıt
	b. Saat yönünün tersine 90° dönme dönüşümünü gerçekleştirme	b. Atk, VI, Se, SI, La	b. Nesneyi nokta etrafında döndür
	c. Saat yönünde 90° dönme dönüşümünü gerçekleştirme	c. Atk, VI, Se, SI, La	c. Nesneyi nokta etrafında döndür

Tablo 28'e göre birinci problemin çözümündeki kullanım şemaları incelendiğinde, katılımcıların tümünün öncelikle verilen çokgenlerin ilişkisini dinamik yolla incelemek amacıyla “taşı” aracını seçtikleri ve üzerinde sürüklenme yapılabilen bağımsız şekli sürükledikleri görülmüştür. Bu inceleme sırasında Veli, Sera, Sıla ve Nuray'ın çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının hareketine bağlı olarak verilen matematiksel durumun yansıma dönüşümü içerdiğine yönelik tahminde bulunurlarken; Atakan ve Lale bu tahmine köşe noktalarının sürüklenme sırasında çakışıp çakışmadıklarını inceledikten sonra ulaşmışlardır. Katılımcıların tahminlerini doğrulamaları istendiğinde Sıla ve Lale çokgenlerin bir doğruya göre yansıyan olduğunu göstermek amacıyla “doğru” aracını seçtikleri, çokgenlerin arasında bir doğru oluşturdukları ve “doğruda yansıt” aracını seçerek çokgenlerden birisinin doğruya göre yansımalarını oluşturdukları görülmüştür. Bu iki katılımcı izledikleri stratejinin sonuç vermediğini fark ettikten sonra yeni stratejiler üzerinde düşünmeye başlamışlardır. Katılımcılardan Atakan, Veli ve Lale yansıma doğrusunun nereden geçmesi gerektiği üzerinde akıl yürüttükten sonra karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını oluşturmak üzere “orta nokta veya merkez” aracını seçmişlerdir. Atakan ve Veli karşılıklı tüm köşe noktalarının orta noktalarını oluştururlarken; Lale sadece iki karşılıklı köşe çiftinin orta noktasını oluşturmuştur. Lale bu işlemin ardından yansıma doğrusunun bu nokta üzerinden geçtiğini düşünmüş ve “doğru” aracını seçerek noktadan geçen bir doğru

oluşturmuştur. Lale sonraki adımda “doğruda yansıt” aracını seçerek çokgenlerden birisinin bu doğruya göre yansımaları oluşturmuş ve orta noktadan geçen doğrunun yansımaya doğrusu olmadığını görmüştür. Atakan ve Veli ise karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarının doğrudaş olduğunu görmüşler ve bu noktaların aynı doğru üzerinde yer aldığını vurgulayarak yansımaya doğrusunun yerine ilişkin geri-çıkarıma ulaşmışlardır. İki katılımcı bu doğruyu göstermek amacıyla “doğru” aracını seçmişler ve orta noktalardan geçen doğruyu oluşturmuşlardır. Atakan ve Veli bu işlemle çözüm adımlarını sonlandırmışlardır. Diğer katılımcılardan Sera, Sıla, Lale ve Nuray ise yansımaya doğrusu ile karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının ilişkisinden yola çıkarak, sonraki çözüm adımlarında “doğru parçası” aracını seçmişler ve karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturmuşlardır. Bu dört katılımcıdan Nuray, yansımaya doğrusunu oluşturmak amacıyla “dik doğru” aracını seçmiş; doğru parçalarından birisine dik bir doğru oluşturmuş; karşılıklı köşe noktalarının bu doğruya uzaklıklarını ölçmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını kullanmış ve köşe noktalarının doğruya uzaklıkları eşit olacak biçimde dik doğruyu sürüklemiştir. Sonraki adımda araştırmacı, orta dikme gibi görünecek biçimde sürüklenen bu doğrunun bir oluşum olup olmadığını sorduğunda, Nuray işlemlerini geri almış ve orta dikme oluşumunu meydana getirmek için “orta dikme” aracını kullanmıştır. Nuray sadece bir tane doğru parçasının orta dikmesini oluşturduktan sonra bu doğrunun görüntüsünden yola çıkarak meydana gelen orta dikmenin yansımaya doğrusu olduğunu açıklamış ve yansımaya dönüşümünün varlığını doğruladığını düşünmüştür. Doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturmayı amaçlayan diğer katılımcılardan Sera, Sıla ve Lale de “orta dikme” aracını kullanırken; Sıla ve Lale oluşturdukları bir orta dikmenin yansımaya doğrusu olup olmadığını test etmek amacıyla “doğruda yansıt” aracını seçmişler ve çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımaya dönüşümünü gerçekleştirerek görüntünün ikinci çokgenle çakıştığını ortaya koymuşlardır. İki katılımcı çözüm sürecini bu adımla tamamlamışlardır. Son katılımcı Sera ise karşılıklı tüm köşe çiftlerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını görmek amacıyla “orta dikme” aracını her bir doğru parçası için kullanmış; çakışan orta dikmelerin yansımaya doğrusunun varlığını doğruladığını belirtmiştir.

İkinci problemin çözümünde de birinci probleme benzer biçimde “taşı (sürükleme)”, “doğru”, “doğru parçası” ve “orta dikme” enstrümanlarının öne çıktığı

görülmektedir. Tüm katılımcılar verilen çokgenlerin ilişkisini araştırmak için “taşı” aracını enstrümana dönüştürürken; “doğru parçası” ve “orta dikme” araçları beşer katılımcı tarafından kullanılmıştır. Bununla beraber üç katılımcı “orta nokta veya merkez” aracını; iki katılımcı “doğru” aracını; iki katılımcı deneme-yanılma stratejisi için “doğruda yansıt” aracını; bir katılımcı da “doğru” aracını enstrüman olarak kullanmıştır. İkinci problemin çözümündeki kullanım şemaları bağlamında katılımcıların tümünün çokgenlerin ilişkisini dinamik yolla araştırmak amacıyla “taşı” aracını seçtikleri ve üzerinde sürükleme yapılabilen “bağımsız” çokgenin köşe noktalarını sürüklemeye başladıkları görülmüştür. Bu inceleme sırasında Veli, Sıla, Lale ve Nuray köşe noktalarının birbirlerine yaklaştıklarını görmüşler ve köşe noktalarının çakışıp çakışmadığını dikkate almadan yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin tahminde bulunmuşlardır. Diğer katılımcılardan Atakan karşılıklı köşe noktalarının çakışmamasını; Sera ise çokgenlerin birbirine göre duruşlarını dikkate alarak verilen matematiksel durum içerisinde yansıma dönüşümü olmadığına yönelik tahminde bulunmuşlardır. Bu tahminlerin doğrulanması istendiğinde; Atakan, Veli ve Lale yansıma doğrusunun üzerinde olması gereken karşılıklı köşe çiftlerinin orta noktalarını oluşturmak amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını sürece dahil etmişlerdir. Bu üç katılımcıdan Lale sadece iki karşılıklı köşe çiftinin orta noktasını oluşturmuş; yansıma doğrusunun bu noktadan geçmesi gerektiğini düşünmüş; bu doğruyu oluşturmak amacıyla “doğru” aracını seçmiştir. Lale iki karşılıklı köşe çiftinin orta noktasından geçen bir doğru oluşturduktan sonra bu doğrunun yansıma doğrusu olup olmadığını test etmek amacıyla “doğruda yansıt” aracını seçmiş ve çokgenlerden birisinin bu doğruya göre yansımısını oluşturmuştur. Lale oluşan görüntünün ikinci çokgenle çakışmadığını görerek stratejisinin hatalı olduğunu görmüştür. Diğer katılımcı Veli ise tüm karşılıklı köşe çiftlerinin orta noktalarını oluşturduktan sonra bu noktaların doğrudaş olduğunu fark etmiş ve bu noktalar üzerinden geçen doğruyu oluşturmak için “doğru” aracını kullanmıştır. Veli yansıma dönüşümünde karşılıklı köşe çiftlerinin orta noktalarının yansıma doğrusu üzerinde yer aldığı genellemesinden hareketle verilen durumun yansıma dönüşümünü içerdiğine yönelik geri-çıkarıma ulaşmıştır. Diğer katılımcılar Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray ise yansıma dönüşümünde yansıma doğrusu ile karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının ilişkisinden yola çıkarak, önce köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını; ardından bu doğru parçalarının orta dikmelerini incelemek amacıyla

“orta dikme” aracını kullanmışlardır. Bu katılımcılardan Sıla doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturduktan sonra bu doğrunun yansıma doğrusu olup olmadığını test etmek amacıyla “doğruda yansıt” aracını kullanmış ve görüntünün ikinci çokgenle çakışmadığını görerek yansıma dönüşümünün varlığına yönelik yaptığı tahminini çürütmüştür. Diğer katılımcılardan Lale doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturduktan sonra bu doğrunun diğer doğru parçasının orta noktasından geçmediğini fark etmiş ve ilk yaptığı tahmini çürütmüş; Nuray ise doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturduktan sonra görüntüye dayalı olarak bu orta dikmenin çokgenler arasındaki yansıma doğrusu olduğu çıkarımına ulaşmıştır. Atakan ve Sera ise diğer katılımcılardan farklı olarak karşılıklı köşe çiftlerini birleştiren doğru parçalarının tümünün orta dikmelerini oluşturmuşlar ve bu orta dikmelerin çakışmadığını göstererek yansıma dönüşümünün var olmadığını doğrulamışlardır.

Üçüncü problemin çözümünde problemin içeriği gereği “sürgü” aracının tüm katılımcılar tarafından kullanıldığı görülürken; diğer ön plana çıkan araçlar beş katılımcı tarafından enstrümana dönüştürülen “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve dört katılımcı tarafından yararlanılan “orta nokta veya merkez” araçlarıdır. Bunun yanında “izi aç”, “doğru parçası” ve “orta dikme” araçları ikişer katılımcı; “doğruda yansıt”, “nuktada yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür” araçları da birer katılımcı tarafından kullanılmıştır.

Üçüncü problemin çözümündeki kullanım şemaları bağlamında katılımcıların tümünün ilk adımda dönme açısını değiştirmek ve dönme hareketini incelemek amacıyla ekrandaki sürgüyü kullandıkları görülmüştür. Dönme hareketinin incelenmesi ardından Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray bu dönme hareketinin meydana getirdiği çemberi ve merkez noktayı oluşturmak amacıyla “çember” aracını seçmişler ve merkezi rastgele seçilmiş çemberler oluşturarak dönme hareketinin bu çemberler üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğini sürgü yardımıyla test etmişlerdir. Bu stratejinin sonuca ulaştırmadığını gören Atakan, dönme hareketindeki geometrik yeri görselleştirmek için çokgenin köşe noktası üzerinde “izi aç” butonunu açmış ve sürgüden de yararlanarak geometrik yeri görselleştirmiştir. Diğer katılımcılardan ikisi Lale ve Nuray ise yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama sürecinde kullandıkları stratejiyi bu problemin çözümünde de kullanabileceklerini düşünmüşler ve karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmak için “doğru parçası” aracını; doğru parçalarının orta dikmesini

oluşturmak için “orta dikme” aracını kullanmışlardır. Sonraki adımda Nuray bu stratejiden vazgeçerken; Lale ise çokgenler arasında yansıma dönüşümü olup olmadığını incelemek amacıyla “doğruda yansıt” aracını seçmiş ve çokgenlerden birisinin orta dikmeye göre yansımalarını oluşturmuştur. Araştırmacı, verilen problemin dönme dönüşümünü içerdiğini ve dönme merkezini bulmayı amaçladığını hatırlattıktan sonra Lale işlemlerini geri almış ve farklı stratejiler üzerinde düşünmeye başlamıştır. Katılımcılardan Nuray ise, Lale’den farklı olarak çokgenlerden birisinin rastgele seçilen noktalara göre simetrilerini incelemek amacıyla “nuktada yansıt” aracını sürece dahil etmiştir. Nuray kısa süre içerisinde bu stratejisinin de sonuç vermeyeceğini görmüş ve çözümü yarıda bırakmıştır. Diğer katılımcı Sıla da dönme merkezinin yerini araştırmak için deneme-yanılma stratejisi altında “nesneyi nokta etrafında döndür” aracını seçmiş ve çokgenlerden birisinin rastgele seçtiği noktaya göre çeşitli dönme açılarıyla dönme dönüşümünü gerçekleştirmiştir. Sıla bu deneme-yanılma yönteminin sonuca ulaştırmadığını görerek stratejisinden vazgeçmiştir.

Öğretim bölümlerinde Sıla’nın yanında oturan Sera, yaptığı çözümde özel bir dönme açısı olan 180° den yararlanmak amacıyla sürgüyü kullanmış; dönme açısını aralarında 180° fark olan 10° ve 190° ye getirmiş ve bu dönme açılarında karşılıklı köşe noktalarını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonunu önce açmış, sonra kapatmıştır. Sera sonraki adımında 180° dönme dönüşümünde karşılıklı noktaların orta noktalarının dönme merkezi üzerinde yer aldığı genellemesinden yola çıkarak “orta nokta veya merkez” aracını seçmiş ve işaretlediği izlerin üzerine tıklayarak 10° ve 190° dönme açılarındaki karşılıklı noktaların orta noktasını oluşturmuştur. Sera son adımda, oluşturduğu orta noktanın dönme merkezi olduğunu doğrulamak ve dönme hareketinde karşılıklı köşe noktalarının geometrik yerini görselleştirmek için “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını seçmiş; orta noktayı merkez alan karşılıklı köşe noktalarından geçen çemberi oluşturmuş; karşılıklı köşe noktalarının dönme hareketi sırasında çember üzerinde hareket ettiklerini göstermek için sürgüden yararlanmıştır. Katılımcılardan Atakan, Veli ve Lale yansıma dönüşümüne ilişkin problemlerdeki gibi, çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları üzerinde akıl yürütmenin çözüme yardımcı olacağını düşünmüşler ve “orta nokta veya merkez” aracını kullanmışlardır. Bu adımda Veli ve Lale çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını yansıma dönüşümündeki gibi eşlemişler ve orta noktaları da bu eşlemeye göre oluşturmuşlardır. Lale bu adımın

ardından çözümünü yarıda bırakırken; Veli hatalı stratejisini fark etmiş ve karşılıklı köşe noktalarını dönme dönüşümüne uygun biçimde eşleyerek orta noktalarını oluşturmuştur.

Atakan ve Veli sürecin devamında orta noktaların çeşitli dönme açılarındaki ilişkilerini görmek amacıyla sürgüden yararlanmışlar; 180° dönme açısında orta noktaların çakıştıklarını ortaya koymuşlar; çakışan orta noktaları merkez alan çemberlerin karşılıklı köşe noktalarından geçip geçmediğini görmek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını kullanmışlar ve dönme merkezinin 180° dönmede karşılıklı köşe noktalarının orta noktası üzerinde olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Enstrümantal zorlukları incelemeye yönelik dördüncü problemin çözümünde ise tüm katılımcıların yansıma dönüşümünü gerçekleştirmek için “doğruda yansıt” aracını kullandıkları; Veli dışındaki katılımcıların istenen dönme dönüşümlerini gerçekleştirmek için “nesneyi nokta etrafında döndür” aracını doğru biçimde kullandıkları görülmüştür.

Odak katılımcıların üçüncü klinik görüşmedeki problemlerin çözümünde karşılaştıkları enstrümantal zorluklar Tablo 29’da görülmektedir.

Tablo 29. *Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanılan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık
3.1	a. Yansıma dönüşümünde yansıma doğrusunun üzerine tıklanamama	a. Sl, La		a. Fare kullanımına dayalı hatalar	
	b. Deneme – yanılma yönteminde yansıma doğrusu gibi görünen doğru çizme	b. Sl, La		b. Oluşum inşa etme zorluğu	b. Çizime dayalı alışkanlıklar
	c. Doğru parçasına dik bir doğruyu orta dikme gibi görünmesi için sürüklenme	c. Nu		c. Oluşum inşa etme zorluğu	c. Çizime dayalı alışkanlıklar
	d. Karşılıklı köşelerin doğruya uzaklığını ölçme işleminde yanlış nesnelere tıklama	d. Nu	d. Uzaklık veya uzunluk	d. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	e. Silme işlemini yanlış nesne seçiliyken gerçekleştirme	e. Nu	e. Sil	e. Araç prosedürü odaklı zorluk	
3.2	a. Deneme – yanılma için yansıma doğrusu gibi görünen doğrular çizme	a. La		a. Oluşum inşa etme zorluğu	a. Çizime dayalı alışkanlıklar

Tablo 29. (Devam) *Odak Katılımcıların Üçüncü Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanılan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık
3.3	a. Taşı aracını seçmeden verilen sürgüyü kullanmaya çalışma	a. V1	a. Sürgü	a. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	b. Silme işlemini yanlış nesne seçiliyken gerçekleştirme	b. V1	b. Sil	b. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	c. Deneme – yanılma için dönmede geometrik yer olabileceğini düşündüğü çemberler çizme	c. Atk, V1, S1, La, Nu		c. Oluşum inşa etme zorluğu	c. Çizime dayalı alışkanlıklar
3.4	a. Hedef nesnenin üzerine tıklayamama	a. La		a. Fare kullanımına dayalı hatalar	
	b. Dönme dönüşümü için gereken aracı yanlış menülerde arama	b. V1, S1, Nu	b. Nesneyi nokta etrafında döndür	b. Menü bilgisi	
	c. Dönme dönüşümünü uygularken çokgensel bölge yerine çokgenin köşe noktasını ve kenarını seçme	c. Nu	c. Nesneyi nokta etrafında döndür	c. Araç prosedürü odaklı zorluk	

Tablo 29 incelendiğinde katılımcıların enstrümantal zorluklarında *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'un ön plana çıktığı görülmüştür. Birinci problemin çözümünde Sıla ve Lale'nin *Fare Kullanımı Zorluğu* ve *Oluşum İnşası Odaklı Zorluk* ile karşılaştıkları; Nuray'ın *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ve “uzaklık veya uzunluk” ve “sil” araçlarında *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştığı görülmüştür. İkinci problemin çözümünde ise sadece Lale'nin *Oluşum İnşası Odaklı Zorluk* yaşadığı görülmüştür. Üçüncü problemin çözümünde Veli'nin “sürgü” ve “sil” araçlarında *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile; Atakan, Veli, Sıla, Lale ve Nuray'ın ise *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile karşılaştıkları ortaya çıkmıştır. Son olarak dördüncü soruda Lale'nin *Fare Kullanımı Zorluğu* ile; Veli, Sıla ve Nuray'ın “nesneyi nokta etrafında döndür” aracına yönelik *Menü Bilgisi* odaklı zorluk ile; Nuray'ın yine “nesneyi nokta etrafında döndür” aracına ilişkin *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştığı gözlenmiştir.

3.8. Dördüncü Öğretim Bölümündeki Enstrümantal Orkestrasyon

Dördüncü öğretim bölümünde öğrencilerin matematiksel bilgilerini enstrüman bilgileriyle sentezledikleri, araç çubuğundan serbestçe yararlandıkları ve farklı çözüm yolları geliştirdikleri “enstrümantal ortak yaşam” odaklı öğrenme sürecine odaklanılmıştır. Bu çalışmalarda öğretmenin çözüm süreçlerine müdahalesinin minimum düzeyde olması ve öğrencilerin çözüm süreçlerinde birbirlerine rehberlik etmesi planlanmıştır.

Dördüncü öğretim bölümü kapsamında çokgen oluşumuna yönelik etkinliklerde öğrencilerin dönüşüm geometrisi destekli özel muhakeme becerilerini problem çözme adımlarına dâhil etmeleri ve sürükleme yardımıyla hem verilen oluşumların değişmez özelliklerini araştırmaları hem de inşa ettikleri oluşumları test etmeleri hedeflenmiştir. Diğer yandan oluşum inşa etmeye dayalı etkinliklere geçilmeden önce, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'un ortaya çıktığı araçlara yönelik pekiştirme çalışmalarının yapılması planlanmıştır.

Dördüncü öğretim bölümü içerisinde, üçüncü klinik görüşmede belirlenen hatalı stratejiler üzerinde tartışılması için dönüşüm geometrisine yönelik problemlerin yeniden ele alınması kararlaştırılmıştır. Bu çerçevede üçüncü klinik görüşme bulguları bazı öğrencilerin iki çokgenin doğruya göre simetrik olup olmadığını araştırırken çözüm adımlarını deneme-yanılma stratejileri üzerinden yapılandıkları ve DGY araçlarını (“doğruda yansıt”) bu amaca hizmet edecek biçimde kullandıkları görülmüştür. Buradan hareketle dördüncü öğretim bölümündeki yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama etkinliklerinde “doğruda yansıt” aracının kullanımının sınırlandırılması ve öğrencilerin deneysel gerekçeler yerine matematiksel gerekçelere daha fazla odaklanması hedeflenmiştir. Diğer yandan üçüncü öğretim bölümündeki birinci haftanın on iki numaralı etkinliğinde (bkz. Şekil 72) bazı öğrencilerin “yansıma doğrusu – orta dikme” ilişkisi yerine “yansıma doğrusu – orta nokta” ilişkisine odaklandıkları ve iki çokgenin doğruya göre simetrik olup olmadıklarını incelerken sadece karşılıklı köşelerinin orta noktalarının doğrudaşlığını araştırdıkları belirlenmiştir. Bu stratejinin öğrencilerin geri-çıkarm (abduction) yapmasına ve ancak zaman zaman hatalı sonuçlara ulaşmasına neden olduğu belirlenmiştir. Buradan hareketle dördüncü öğretim bölümünde, karşılıklı köşelerinin orta noktaları doğrudaş olan iki çokgenin doğruya göre simetrik

olamayabileceğine yönelik DGY’de aksine örneklerin gösterilmesi ve yeni çözüm yolları üzerinde tartışılması amaçlanmıştır.

Dördüncü öğretim bölümü bilgisayar dersliğindeki beş haftalık öğretim sürecini kapsamaktadır. Birinci ve ikinci haftadaki öğretim süreçleri üçer ders saatini içermektedir ve hazırlanan öğretim etkinlikleri “Dörtgenler” konusu kapsamındaki kavramların öğrenimini gerçekleştirecek biçimde planlanmıştır. Üçüncü, dördüncü ve beşinci haftalardaki DGY destekli etkinlikler Matematik Uygulamaları Seçmeli Dersi kapsamında ikişer ders saatini içerecek biçimde hazırlanmıştır. Üçüncü haftanın ilk ders saatinde enstrümantal zorlukların sıkça yaşandığı araçlara ilişkin hatalı kullanımların gösterilmesi ve öğrencilerin tümünün bu araçları doğru biçimde kullanmalarının sağlanması amaçlanmıştır. Üçüncü haftanın ikinci ders saatinde ise üçgen ve dörtgen oluşumlarına ilişkin “kara kutu” etkinliklerinin yapılması planlanmıştır. Kara kutu etkinliklerinde öğrencilerin verilen bir üçgen ya da dörtgen oluşumunun değişmez özelliklerini ortaya çıkarmaları ve aynı özelliklere sahip yeni bir oluşum inşa etmeleri hedeflenmiştir.

Dördüncü haftanın ilk ders saatinde geometrik dönüşümlere ilişkin problemlerin yeniden çözülmesi ve hatalı stratejiler üzerinde tartışılması kararlaştırılmıştır. Bunun yanında dördüncü haftanın ikinci ders saati ve beşinci hafta kapsamındaki etkinliklerde dörtgenlere ilişkin yeni kara kutu etkinliklerinin yapılması ve çeşitli çokgensel bölgelerin alanlarının ilişkilendirilmesini içeren problemlerin çözülmesi amaçlanmıştır.

Belirlenen amaçlar doğrultusunda dördüncü öğretim bölümü kapsamında “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” ve “oluşum inşası” etkinlikleri hazırlanmıştır. Diğer yandan, dördüncü öğretim bölümünün yürütüldüğü nisan ve mayıs aylarında hava sıcaklığının yükselmesi, öğrencilerin derslere yönelik motivasyonlarının azalmaya başlaması ve öğrencilerin yarışma temelli etkinliklere ilgi duyması nedeniyle yeni bir orkestrasyon tipi olan “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonu tasarlanmıştır. Bu orkestrasyon tipinin tasarlanırken “*Sınıfın tümünü derste nasıl aktif hale getirebilirim?*”, “*Öğretmenin öğrenme sürecine müdahalesini nasıl azaltabilirim?*”, “*Dersteki motivasyon sorununun üstesinden nasıl gelebilirim?*”, “*Öğrencilerin birbirlerinin öğrenme süreçlerini desteklediği işbirlikli bir öğrenme ortamını nasıl oluşturabilirim?*” sorularına yanıt aranmıştır. Bağlama özgü bu orkestrasyon tipinde tüm sınıfın istenen bir geometrik oluşumu verilen süre içerisinde

DGY’de tamamlaması istenmektedir. Bu noktada süre dolmadan önce sınıftaki tüm öğrenciler problemi tamamlar ise sınıfa puan yazılmakta; aksi durumda öğretmene puan yazılmaktadır. Süreç içerisinde öğretmen öğrencilere herhangi bir destek vermemekte sadece inşa edilen bir oluşumun doğru olup olmadığını kontrol etmektedir. Buna karşılık bilgisayarlarında görevi tamamlayan gruplar diğer grupların işlemlerini gözleyebilmekte ve zorluk yaşayan arkadaşlarına sözel ipuçları sağlayabilmektedirler. Görevin sonunda problemi farklı yöntemlerle tamamlayan öğrenciler A1 nolu bilgisayardan çalışmalarını sınıfa sunarken; çözüm yollarının gerekçeleri üzerinde öğretmen rehberliğinde tartışmalar yürütülmektedir. Bu yönüyle birlikte “zamana karşı sınıf imecesi” öğrenci merkezli bir yapıya sahiptir. “Zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonunun didaktik düzenlemesinde DGY’de öğrencilerin ihtiyacı olan araç menüsünün hazırlanması ve arayüz görünümünün düzenlenmesi; çalışma başlayana kadar öğrencilerin öğretmenin açıklamalarına odaklanmasını sağlamak için ekran kilitleme fonksiyonu olan yazılımın sınıfta hazırlanması; ekranlarında istenen oluşumu tamamlayan öğrencilerin zorluk yaşayan diğer öğrencilerin ekranlarını kolayca izleyebilecekleri bir fiziksel düzenlemenin yapılması gerekmektedir. Bu orkestrasyon tipinin geliştirilmesinde sınıftaki öğrenci masalarının ve bilgisayarların doğal yerleşimi değerlendirilmiş ve yapılacak uygulama için uygun yapıda olduğu düşünülmüştür. Diğer yandan faydalanma biçiminde ise öğrencilerin istenen matematiksel süreçleri gerçekleştirebilecekleri, çözüm için farklı çözüm yolları geliştirebilecekleri; etkinlikte sunulan DGY araçlarından serbestçe yararlanabilecekleri problem durumlarının tasarlanması ve öğrenciler için gerekli zamanın sağlanması ön plandadır. Bu noktada, tasarlanan problemler genellikle “oluşum inşası” türünde üst düzey matematiksel süreçleri gerektiren problem durumları olmaktadır. “Zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonunun didaktik performans aşamasında ise öğretmenin rolü uygulama sürecinde öğrencilerin tamamladıkları oluşumların doğru olup olmadığını kontrol edip dönüt vermek; ne kadar süreleri kaldığı konusunda öğrencileri bilgilendirmek – ve sürece bağlı olarak öğrencilere ek süre vermek; bir öğrencinin başkasına destek sağlarken fareyi kontrolüne almasına engel olmak; öğrencilerde ortaya çıkan enerjinin dersin düzenini bozmasının önüne geçmektir.

Dördüncü öğretim bölümü içerisinde “ekrandakini açıklama”, “ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma”, “belirleme ve gösterme”, “tahtada öğretim”, “ekrandakini

tartışma”, “Sherpa iş başında”, “işbirlikli problem çözme” ve “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Tablo 30’da üçüncü öğretim bölümünde her hafta kapsamında hangi tür etkinliklerin gerçekleştirildiği, hangi orkestrasyon tipinin kullanıldığı ve hangi ZGA bileşenlerine odaklanıldığı görülmektedir.

Tablo 30. *Dördüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri*

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Odak ZGA’lar
1	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma/ Tahtada öğretim	İ; G; DA
	2	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımsız yapıyı analiz etme)	Ekrandakini tartışma/ Tahtada öğretim	İ; G; DA
2	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekran ve tahta(kâğıt) arasında ilişki kurma/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	2	Doğrulama	Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
3	1	Oluşum inşası (Kara kutu)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	2	Oluşum inşası (Verilen şeklin içinde oluşum yapma)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	3	Oluşum inşası (Kara kutu)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
4	1	Doğrulama	Belirleme ve gösterme/ İşbirlikli problem çözme / Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	2	Gizli parçayı araştırma	Belirleme ve gösterme/ İşbirlikli problem çözme / Ekrandakini açıklama	İ; G; DA; KY
	3	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	4	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	5	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	6	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Sherpa iş başında	İ; G; DA; KY
	7	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	Zamana karşı sınıf imecesi/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY

Tablo 30. (Devam) *Dördüncü Öğretim Bölümündeki Etkinlik Türleri, Orkestrasyon Tipleri ve Hedef ZGA Süreçleri*

Hafta No	Etkinlik No	Etkinlik Türü	Orkestrasyon tipi	Odak ZGA'lar
5	1	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	2	Bir geometrik yapıyı analiz etme (Bağımlı yapıyı analiz etme)	Ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma/ Ekrandakini tartışma	İ; G; DA; KY
	3	Oluşum inşası (Parçası verilen oluşumu tamamlama)	İşbirlikli problem çözme	İ; G; DA; KY
	4	Oluşum inşası (Verilen şeklin içinde oluşum yapma)	İşbirlikli problem çözme	İ; G; DA; KY
	5	Oluşum inşası (Verilen şeklin içinde oluşum yapma)	İşbirlikli problem çözme/ Sherpa iş baş.	İ; G; DA; KY

Tablo 30'a göre dördüncü öğretim bölümü kapsamında “bir geometrik yapıyı analiz etme” türünde 5 etkinliğin; “doğrulama” türünde 2 etkinliğin; “gizli parçayı araştırma” türünde 1 etkinliğin; “oluşum inşası” türünde 11 etkinliğin uygulandığı görülmektedir. “Bir geometrik yapıyı analiz etme” etkinlikleri “bağımlı yapıyı analiz etme” (3 etkinlik) ve “bağımsız yapıyı analiz etme” (2 etkinlik) çalışmalarını kapsarken bu etkinlikler kapsamında “ekrandakini tartışma”, “ekran ve tahta (kâğıt) arasındaki ilişki kurma” ve “tahtada öğretim” orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Bu çalışmalardan “bağımlı yapıyı analiz etme” etkinlikleri ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümüne odaklanırken; “bağımsız yapıyı analiz etme” etkinliklerinde ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma süreçleri ön plana çıkmıştır. “Doğrulama” türündeki etkinlikler kapsamında “ekrandakini tartışma”, “belirleme ve gösterme”, “işbirlikli problem çözme” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tiplerinden yararlanılırken; bu çalışmalar ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü kapsamaktadır.”Gizli parçayı araştırma” etkinliğinde “belirleme ve gösterme”, “işbirlikli problem çözme” ve “ekrandakini açıklama” orkestrasyon tiplerinden yararlanılırken; yürütülen etkinlikte ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümüne odaklanılmıştır. “Oluşum inşası” etkinlikleri “verilen şeklin içinde oluşum yapma” (3 etkinlik), “parçası verilen oluşumu tamamlama” (6 etkinlik) ve “kara kutu” (2 etkinlik) çalışmalarını kapsarken; bu etkinliklerin yürütülmesinde “işbirlikli problem çözme”, “zamana karşı sınıf imecesi” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyon tiplerinden

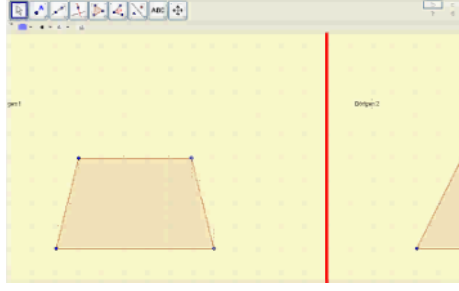
yararlanılmıştır. Oluşum inşası etkinlikleri ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinin tümünü içerecek biçimde planlanmış ve uygulanmıştır.

Bu etkinliklerin dışında öğrencilerin dörtgenler konusuna ilişkin öğrenmelerini desteklemek için geleneksel öğretim ortamında problem çözme çalışmaları da yapılmıştır. Bunun yanında “çember” konusunun öğretimi, öğretim deneyinin içeriğinin dışında tutulduğu için bu konu Matematik dersinin öğretmeni tarafından geleneksel öğretim ortamında işlenmiştir. Buna karşılık beşinci hafta kapsamındaki oluşum inşası etkinliklerinde öğrencilerin çokgen oluşumalarını inşa ederken çemberin özelliklerinden yararlanmaları istenmiştir. Enstrümantal orkestrasyon sürecinin bulguları sadece bilgisayar dersliğindeki öğrenme sürecine odaklandığı için geleneksel öğretim ortamındaki çalışmalar ele alınmamıştır.

Dördüncü öğretim bölümündeki enstrümantal orkestrasyona ilişkin bulgular didaktik düzenleme, faydalanma biçimi ve didaktik performans başlıkları altında sunulmuştur.

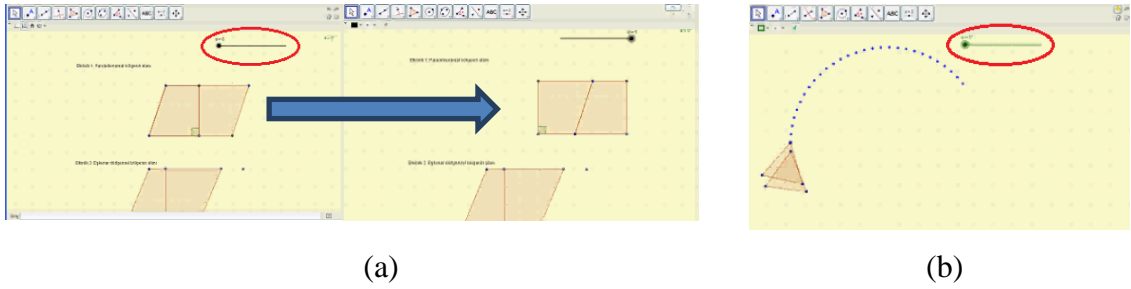
3.8.1. Dördüncü öğretim bölümündeki didaktik düzenleme

Dördüncü öğretim bölümüne yönelik didaktik düzenlemede ilk üç öğretim bölümündeki mevcut öğretim teknolojilerinin ve veri toplama araçlarının yerleşimi değiştirilmemiş ve öğrencilerin oturma düzeni korunmuştur. Ayrıca, önceki öğretim bölümlerinde olduğu gibi, etkinlik dosyaları dersten önce A2 nolu bilgisayarda kurulu olan dosya paylaşım programı aracılığıyla öğrenci bilgisayarlarına kaydedilmiştir. Dördüncü öğretim bölümünde kullanılacak araç çubuğunun düzenlenmesi bağlamında, öğrencilerin ilk üç öğretim bölümünde öğrendikleri tüm araçlar etkinliklerin araç çubuklarına eklenmiştir. Birinci ve ikinci haftadaki etkinliklerde sürükleme yardımıyla dörtgenler (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) arasındaki ilişkilerin incelenmesini kolaylaştırmak için grafik görünümünde “grid” sekmesi açılmıştır. Bunun yanı sıra zaman kaybını önlemek ve yeni etkinlik dosyasının açılması sırasında yaşanan teknik sıkıntıların önüne geçmek için belirli etkinlikler, üçüncü öğretim bölümünde olduğu gibi, aynı grafik görünümünde (çizim tahtasında) hazırlanmış, kırmızı çizgilerle birbirinden ayrılmış ve farklı başlıklarda sunulmuştur (bkz. Şekil 93).



Şekil 93. Aynı Grafik Görünümü İçerisinde Kırmızı Çizgilerle Ayrılan Etkinlikler

İkinci haftada dörtgenlerin alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla parçalarının yerlerinin değiştirilmesini (bkz. Şekil 94a); dördüncü hafta kapsamındaki dönme dönüşümüne yönelik etkinlikte ise dönme hareketinin gerçekleştirilmesini sağlamak için “sürgü” aracı etkinliğe dâhil edilmiştir (bkz. Şekil 94b).



Şekil 94. Dördüncü Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinliklere “Sürgü” Aracının Eklenmesi

İkinci hafta kapsamında, kenarları gizlenmiş ve köşegenleri verilmiş oluşumların hangi dörtgenlere ait olduklarının araştırılmasına odaklanan etkinlikte, öğrencilerin gizlenmiş kenarları oluşturmasını engellemek amacıyla “doğru parçası” aracı araç çubuğundan çıkarılmıştır. Diğer yandan birinci haftadaki etkinlikler kapsamında dörtgenlerin öğrenimini desteklemek için farklı uzunluklardaki geometri şeritleri dersten önce öğrenci masalarında hazırlanmış ve dersliğe gelen öğrencilerin etkinliklere başlamamaları için bilgisayarların ekranları kilitli tutulmuştur (bkz. Şekil 95).

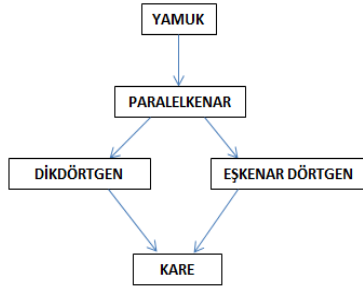


Şekil 95. *Masalara Yerleştirilen Geometri Şeritleri ve Kilitli Tutulan Öğrenci Bilgisayarları*

3.8.2. Dördüncü öğretim bölümündeki faydalanma biçimi

Dördüncü öğretim bölümünün birinci haftasında, verilen dörtgen oluşumları yardımıyla yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare kavramlarının özellikleri, dörtgenlerin arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi ve kapsayıcı tanımlar yardımıyla bu ilişkilere yönelik genellemelere ulaşılması hedeflenmiştir. Birinci haftadaki DGY etkinlikleri başlamadan önce öğrencilerin dörtgenlerin tanımlarına yönelik ön bilgilerinin ortaya çıkarılması, geometri şeritleriyle istenen dörtgenlerin oluşturulması, geometri şeritleri yardımıyla paralelkenar–dikdörtgen ve eşkenar dörtgen–kare ikililerinin ilişkilerinin incelenmesi hedeflenmiştir. Bu ön çalışmaların ardından, DGY destekli etkinlikler kapsamında (1) verilen dörtgen oluşumlarının kenar ve açı özelliklerinin incelenmesi, dörtgenlere ilişkin kapsayıcı tanımların yapılması ve dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin oluşturulması; (2) dörtgen oluşumlarında iç açılarının ve köşegenlerin özelliklerinin incelenmesi ve hiyerarşik ilişkideki dörtgenlerin köşegen özelliklerinin sırasıyla deftere yazılması planlanmıştır. Bu noktada, hiyerarşik ilişkiye dayalı yapılan incelemelerde, dörtgenlerdeki köşegen ilişkilerinin sırasıyla keşfedilmesi ve bu süreçte köşegenlerde ortaya çıkan yeni özelliklerin açıklanması amaçlanmıştır. Örnek olarak, paralelkenarın köşegenlerinin birbirlerini ortadıklarının açıklanması; özel bir paralelkenar olan dikdörtgenin köşegenlerinin ise birbirini ortalamasının yanı sıra eş olduklarının da ifade edilmesi hedeflenmiştir. Öğretim sürecinde, 1 nolu etkinliğin ardından kapsayıcı tanımları yapılan dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren bir şemanın (bkz. Şekil 96a) Y2 nolu tahtada çizilmesi ve dörtgenlerin ilişkisine yönelik doğru-yanlış türündeki soruların (Örn; “*Tüm eşkenar dörtgenler yamuktur. Doğru mu yanlış mı? Neden?*”) öğrencilere sorulması kararlaştırılırken; 2 numaralı etkinliğin

ardından dörtgenlere ilişkin özellikler tablosunun Y2 nolu tahtaya çizilmesi ve hücrelerin “+” işaretiyle doldurulması planlanmıştır (bkz. Şekil 96b).



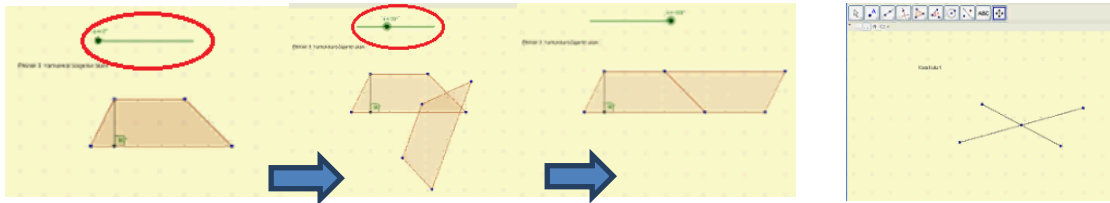
	Yamuk	Paralelkenar	Eşkenar dörtgen	Dikdörtgen	Kare
Karşılıklı iki kenarı paralel					
Karşılıklı tüm kenarları paralel					
Karşılıklı kenarları eş					
Tüm kenarları eş					
Karşılıklı iç açıları eş					
Tüm iç açıları eş					
Köşegenleri birbirini orta noktalarından keser					
Köşegenleri dik					
Köşegenleri eş					

(a)

(b)

Şekil 96. Dördüncü Öğretim Bölümünde Kullanılan Şema ve Tablo

İkinci haftadaki etkinliklerde ise dörtgenlerdeki köşegen özelliklerine yönelik genellemelerin pekiştirilmesi ve dörtgenlerin alanları arasındaki ilişkiden yararlanılarak alan bağıntılarına yönelik çıkarım yapılması amaçlanmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin, (1) dörtgenlerin parçalarının yerini değiştirerek paralelkenar – dikdörtgen, yamuk – paralelkenar, eşkenar dörtgen – dikdörtgen ikililerinin alanları arasındaki ilişkileri açıklamaları, DGY temsilleri ile çalışma kâğıdındaki problem arasında ilişki kurmaları ve dörtgenlerin alan bağıntılarına yönelik genellemelere ulaşarak verilen problemleri çözmeleri (bkz. Şekil 97a), (2) kenarları gizlenmiş ve köşegenleri doğru parçaları olarak verilmiş dörtgenleri incelemeleri ve matematiksel gerekçeler üzerinden köşegenlerin hangi dörtgene ait olduklarını açıklamaları (bkz. Şekil 97b) hedeflenmiştir.



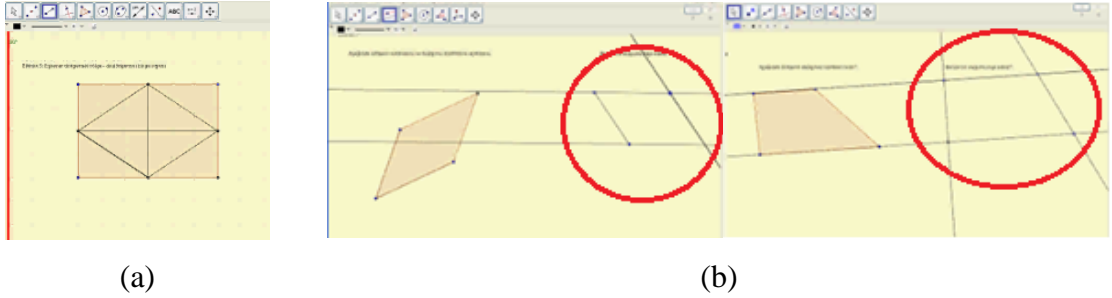
(a)

(b)

Şekil 97. Dördüncü Öğretim Bölümünün İkinci Haftasındaki Etkinlikler

Üçüncü haftada, etkinliklerden önce bazı öğrencilerin araç işlevi bilgisi eksikliği ya da araç prosedür bilgisi eksikliğine dayalı zorluklar yaşadığı “dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme”, “nesneyi noktadan genişlet”, “doğruda yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür” araçlarına yönelik sık yaptıkları hataların vurgulanması ve tüm öğrencilerin bu araçları doğru şekilde kullandıklarından emin olunması amaçlanmıştır.

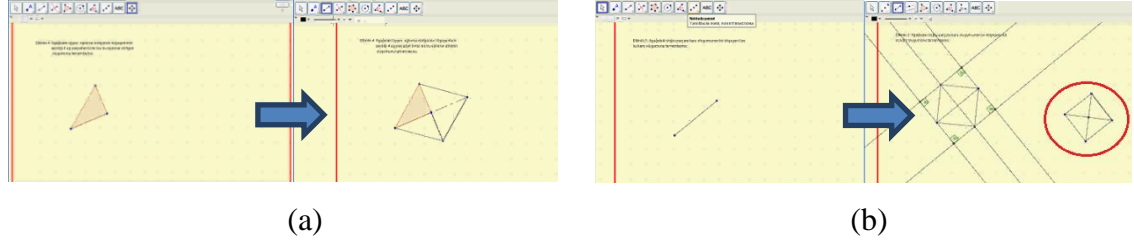
Bunun ardından üçüncü hafta kapsamında, oluşum bilgisine dayalı enstrümantal zorlukların azaltılması ve öğrencilerin üçgen ve dörtgenlere yönelik kavramsal bilgilerinin artırılması hedeflenmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerin verilen çokgen oluşumlarının değişmez özelliklerini inceleyecekleri ve aynı özelliklere sahip yeni oluşumlar inşa edecekleri etkinlikler hazırlanmıştır. Bu etkinliklerde öğrencilerin (1) verilen dik üçgen ve dikdörtgen oluşumlarının değişmez özelliklerini inceleyecekleri ve bu çokgenleri tanımlayarak yeni birer dik üçgen ve dikdörtgen oluşumu yapacakları; (2) oluşturdukları dikdörtgen oluşumu içerisinde eşkenar dörtgen oluşumu yapacakları (bkz. Şekil 98a); (3) verilen paralelkenar, yamuk ve dik yamuk oluşumlarının değişmez özelliklerini inceleyecekleri ve bu dörtgenleri tanımlayarak yeni birer paralelkenar, yamuk ve dik yamuk oluşumu yapacakları (bkz. Şekil 98b) çalışmalar planlanmıştır.



Şekil 98. Dördüncü Öğretim Bölümünün Üçüncü Haftasındaki Etkinlikler

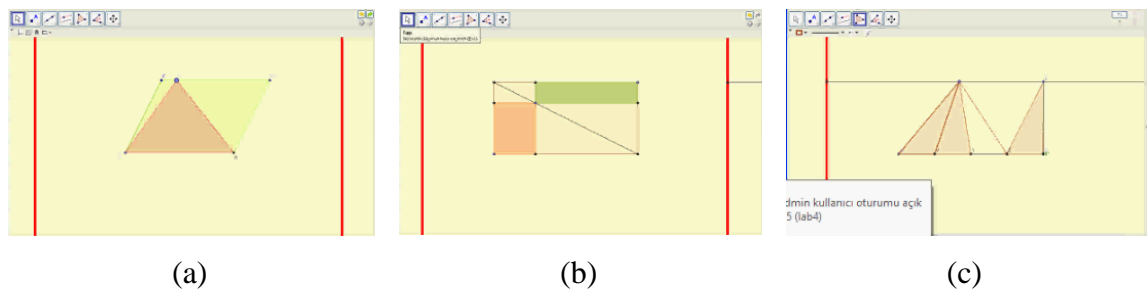
Dördüncü haftadaki öğretim sürecinin ilk iki etkinliğinde, 3 nolu klinik görüşmede geometrik dönüşümlere yönelik sorulan “doğrulama” ve “gizli parçayı araştırma” türündeki problemlerin yeniden incelenmesi ve hatalı çözüm yollarının değerlendirilerek doğru çözüm yollarının keşfedilmesi amaçlanmıştır. Sonraki etkinliklerde ise belirli parçaları verilen üçgen ve dörtgen oluşumlarının inşa edilmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin, (1) verilen eş çokgenlerin gizli bir doğruya göre simetrik olup olmadıklarını araştıracakları; (2) bir çokgenin dönme hareketinde dönme merkezinin nerede olduğunu inceleyecekleri; (3) soruda verilen doğru parçası “yükseklik” olacak biçimde bir üçgen oluşumu inşa edecekleri; (4) soruda verilen doğru parçası “yükseklik” olacak biçimde bir ikizkenar üçgen oluşumu inşa edecekleri; (5) soruda verilen doğru parçası “köşegen” olacak biçimde bir eşkenar dörtgen oluşumu inşa edecekleri; (6) soruda bir eşkenar dörtgenin dört eş parçasından birisi olarak verilen bir dik üçgenden yola çıkarak eşkenar dörtgen inşa edecekleri (bkz. Şekil 99a); (7) verilen doğru parçası köşegen olacak biçimde bir kare oluşumu inşa edecekleri (bkz.

Şekil 99b) etkinlikler planlanmıştır. Ayrıca bu etkinliklerde çözüme ulaşan öğrencilerin geliştirdikleri çözüm yollarını A1 nolu bilgisayardan sınıfa sunmaları ve çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamaları amaçlanmıştır.



Şekil 99. Dördüncü Öğretim Bölümünün Dördüncü Haftasındaki Etkinlikler

Beşinci hafta kapsamındaki öğretim sürecinin ilk bölümünde öğrencilerin paralelkenar ve dikdörtgensel bölge içerisinde oluşturulan çokgenlerin alanlarını ilişkilendirecekleri; yükseklikleri eşit ve alanları arasında belirli oranlar olan üçgen oluşumlarını inşa edecekleri etkinlikler hazırlanmıştır. Öğretim sürecinin ikinci bölümündeki etkinliklerde ise öğrencilerin çember konusuna yönelik yeni öğrenmiş oldukları “merkez açısı” ve “çevre açısı” kavramlarını inşa etmeleri, aynı yayı gören merkez açısı ve çevre açısı arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri ve çemberin özelliklerinden yararlanarak ikizkenar üçgen, dik üçgen, eşkenar üçgen ve kare oluşumlarını inşa etmeleri hedeflenmiştir. Buradan hareketle ilk bölümün etkinlikleri öğrencilerin (1) paralelkenarsal bölgenin içerisinde oluşturulan üçgensel bölgelerin alanlarını ilişkilendirecekleri (bkz. Şekil 100a), (2) dikdörtgensel bölge içerisinde oluşturulan dörtgensel bölgelerin alanlarını ilişkilendirecekleri (bkz. Şekil 100b), (3) eşit yüksekliğe sahip çeşitli üçgen oluşumları yapacakları ve alanları arasındaki ilişkileri araştıracakları (bkz. Şekil 100c) biçimde hazırlanmıştır.

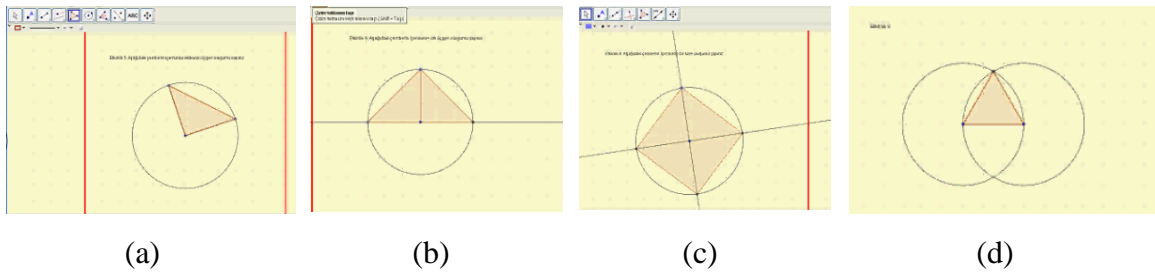


Şekil 100. Dördüncü Öğretim Bölümünün Beşinci Haftasındaki Etkinlikler

İlk bölümün 1 ve 2 numaralı etkinlikleri rutin olmayan gerçek yaşam problemleri çerçevesinde planlanmıştır. Bu bağlamda 1 numaralı etkinlikte öğretmen “Ali Amca'nın

şekildeki paralelkenarsal bölge biçiminde bir bahçesi varmış. Bahçeyi şekildeki gibi parçalara bölmüş ve turuncu renkte verilen kısma gül; sarı renkte verilen kısma ise menekşe ekmeye karar vermiş. Ali Amca'nın küçük oğlu babasına 'baba bahçeyi köşegenle ikiye bölseydin eşit alanları kullanmış olurdu' derken; büyük oğlu 'üçgenin tepe noktasını taban kenarının orta noktasında seçseydin eşit alanları kullanmış olurdu' demiştir. Baba ise kendi yaptığı düzenlemede gül ve menekşeyi alanları eşit olan bölgelere ektiğini öne sürmüştür. Bu tartışmada kim haklıdır? İnsanları nasıl ikna edersiniz?" sorusunu hazırlarken; 2 numaralı etkinlikte "İki arkadaşın şekildeki gibi dikdörtgensel bölge biçiminde bir tarlası varmış. Bu tarlayı paylaşmak için dikdörtgensel bölgeyi şekildeki gibi parçalayarak turuncu ve yeşil renklerde gösterilen yeni dikdörtgensel bölgeleri oluşturmuşlar. Arkadaşlardan birisi bölgelerin alanlarının eşit olmadığını öne sürerken, diğeri alanların eşit olduğunu belirtmiştir. Bu tartışmada kim haklıdır? İnsanları nasıl ikna edersiniz?" sorusunu sormayı planlamıştır.

Beşinci haftadaki öğretim sürecinin ikinci bölümü kapsamındaki etkinlikler ise, (4) çemberde aynı yayı gören merkez açı ve çevre açığı inşa edecekleri ve aralarındaki ilişkiye yönelik genelleme yapacakları, (5) verilen çemberlerin içerisinde sırasıyla ikizkenar üçgen, dik üçgen, dikdörtgen, kare ve eşkenar üçgen oluşumlarını inşa edecekleri (bkz. Şekil 101) şekilde planlanmıştır. Etkinlik kapsamında çözüme ulaşan öğrencilerin geliştirdikleri farklı çözüm yollarını A1 nolu bilgisayardan sınıfa sunmaları ve çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamaları amaçlanmıştır.



Şekil 101. Beşinci Haftadaki 5 Nolu Etkinlik Kapsamındaki Oluşumlar

Dördüncü öğretim bölümündeki bir etkinlik yürütülürken öğrenci merkezli ve öğretmen merkezli orkestrasyon biçimleri arasında geçişleri sağlamak için öğrenci bilgisayarlarının gerektiği anlarda kilitlenmesi amaçlanmıştır. Böylece öğrencilerin dikkatlerinin A1 nolu bilgisayardaki işlemlere ya da Y1 nolu tahtadaki çizimlere odaklanması planlanmıştır.

Dördüncü öğretim bölümünde öğrencilerin hazırlanan DGY destekli etkinlikler aracılığıyla “Dönüşüm Geometrisi”, “Dörtgenler” ve “Çember” konularını öğrenmeleri amaçlanmıştır. Bu etkinliklerde sırasıyla öğrenilmesi amaçlanan matematiksel kavramlar Tablo 31’de sunulmuştur.

Tablo 31. Dördüncü Öğretim Bölümündeki Matematiksel Kavramlar

Hafta	Konu	Etkinlik no	Matematiksel kavramlar
1	Dörtgenler	1	Yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, karede kenar ve açı özellikleri
		2	Yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, karede köşegen özellikleri
2	Dörtgenler	1	Yamuksal bölge, paralelkenarsal bölge, eşkenar dörtgensel bölgede alan bağıntıları
		2	Yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, karede köşegen özellikleri
3	Dörtgenler	1, 2 ve 3	Yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, karenin özellikleri
4	Yansıma dönüşümü	1	Yansıma doğrusunun özellikleri (simetrik şekillerin yansıma doğrusu ile ilişkileri)
	Dönme dönüşümü	2	Karşılıklı noktalar ve dönme merkezi arasındaki ilişki
	Üçgenler	3	Üçgende taban ve yükseklik
		4	İkizkenar üçgende kenarlar ve yükseklik ilişkisi
	Dörtgenler	5	Eşkenar dörtgende köşegen özellikleri
		6	
		7	Karede köşegen özellikleri
5 (1. Bölüm)	Dörtgenler	1	Dörtgensel bölge ve üçgensel bölgenin alan ilişkisi
		2	Dörtgensel bölgelerin alan ilişkisi
	Üçgenler	3	Üçgenlerde yükseklik ve alan ilişkisi
5 (2. Bölüm)	Çember	4	Çemberde merkez açı ve çevre açı
		5	Çember ve çokgenlerin ilişkisi

Tablo 31’de verilen konuların ve matematiksel kavramların uygun orkestrasyon süreciyle (bkz. Tablo 30) öğrenilmesi amaçlanmıştır. Bu etkinliklerdeki öğrenme süreçlerine yönelik bulgular ise didaktik performans aşamasında verilmiştir.

3.8.3. Dördüncü öğretim bölümündeki didaktik performans

Dördüncü öğretim bölümünün birinci haftası kapsamında DGY etkinliklerine başlamadan önce öğretmen öğrencilerin geometri şeritlerini kullanarak kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar, dikdörtgen ve yamuk oluşturmalarını istemiştir. İşlemler sırasında öğrencilerden Lale'nin "*kare ve eşkenar dörtgen aynı şey*" açıklamasını yaptığı görülmüş ve bunun üzerine öğretmen diğer öğrencilerin bu açıklamaya katılıp katılmadıklarını sormuştur. Filiz ve Esmeray eşkenar dörtgende açılarının değil; kenarlarının eş olduğunu belirtmişlerdir. Geometri şeritlerinden paralelkenar inşa etme aşamasında Lale–Nuray ikilisi ve Atakan–Veli ikilisinin bir önceki adımda inşa ettikleri eşkenar dörtgeni bozmadıkları görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen "*eşkenar dörtgen değil miydi o?*" sorusunu sorarken, Atakan "*paralelkenar öğretmenim, bu kenarlar paralel*" açıklamasını yaptığı; Lale'nin de "*öğretmenim ikisi (karşılıklı kenarlar) birbirine paralel işte*" ifadesini kullandığı görülmüştür. Bu noktada öğretmen eşkenar dörtgenin özel bir paralelkenar olduğunu vurgulamış ve öğrencilerin tüm kenarları eş olmayan bir paralelkenar inşa etmelerini istemiştir. İşlem sırasında paralelkenarın özelliklerinin açıklanması istendiğinde ise, Lale'nin paralelkenarın karşılıklı açılarının ve karşılıklı kenarlarının eşliğine vurgu yaptığı; Filiz ve Sera'nın karşılıklı kenarların paralel olduğunu belirttikleri gözlenmiştir.

Öğrencilerin geometri şeritlerinde dikdörtgen oluşturmaları istendiğinde pek çok öğrencinin önceki adımda inşa ettikleri paralelkenarları manipüle ederek dikdörtgen oluşturdukları görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen "*nasıl bu kadar kolay oldu?*" sorusunu sorduğunda, Nuray ve Lale iç açıları dik yapmanın yeterli olduğunu açıklamışlardır. Diğer öğrencilerin bu işlemi onayladıkları gözlenmiştir.

Geometri şeritleri yardımıyla yamuk oluşturma sürecinde, öğretmen öğrencilere yamuk inşa ederken hangi özelliklere dikkat ettiklerini sormuştur. Bu sırada Nuray'ın ikizkenar yamuk inşa ettiği ve "*kenarların eş olmasına dikkat ettik*" dediği görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen "*kenarların eş olması şart mı?*" sorusunu sınıfa sormuştur. Bu soru karşısında Lale'nin "*kenarların paralelliği*" ifadesini kullandığı; Atakan, Melis, Okan ve Nuray'ın bu açıklamayı desteklediği görülmüştür. Bu aşamada öğrencilerin ikizkenar yamuk dışında yamuk oluşumları da yaptığı gözlenirken, yamuğun özelliklerine ilişkin eksik açıklamaların yapıldığı ortaya çıkmıştır. Öğretmen DGY etkinliklerine geçmeden önce, son olarak, yamuğa ilişkin kavram yanılgıları olan

öğrencileri ortaya çıkarmak amacıyla “*dörtgenin tüm karşılıklı kenarları paralel olsaydı yamuk olur muydu?*” sorusunu sormuş ve Melis bu soruya “*olmazdı*” yanıtını vermiştir. Bu soruya başka bir öğrenciden yanıt gelmediği görülmüş ve yamuk kavramının pekiştirilmesi için 1 numaralı etkinliğe geçilmiştir.

Öğrenciler etkinliğe başladıklarında bilgisayardaki dörtgen oluşumunun yamuk olduğunu açıklamışlardır. Bu açıklamanın ardından öğretmen öğrencilerin oluşumun değişmez özellikleri açıklamalarını istemiştir. İnceleme sürecinde Melis’in “*Paraleller... Karşılıklı olanlar (kenarlar) değişmiyor*” ifadesini kullandığı görülmüştür. Öğretmen bunun üzerine sınıftan yamuğun tanımını istemiş; yanıt gelmemesi üzerine yamuğun tanımını hatırlatmıştır: “*Yamuk, en az iki karşılıklı kenarı birbirine paralel olan dörtgendir*”. Bunun ardından Lale yamuk oluşumunu paralelkenar meydana getirecek biçimde sürüklendiğinde “*yamuk özelliğinin kaybolduğunu*”, çünkü “*sadece iki kenarının paralel olması gerektiği*” düşüncesini öne sürmüştür. Lale’nin açıklamasına katılan Filiz de “*sadece iki kenarının paralel olması gerekmiyor muydu?*” sorusunu öğretmene sormuştur. Bunun üzerine öğretmen tanımda “*sadece*” kelimesinin geçmediğini belirtmiş ve en az iki karşılıklı kenarın paralel olmasının yamuk özelliğinin sağlanması için yeterli olduğuna vurgu yapmıştır. Açıklamaların ardından paralelkenarın özel bir yamuk olduğu genellemesi yapılmış ve kapsayıcı tanım deftere yazılmıştır: “*Paralelkenar karşılıklı tüm kenarları paralel olan dörtgendir. Bu tanım yamuğun özelliklerini de kapsadığı için paralelkenar yamuğun özel bir halidir*”. Birinci etkinliğin devamında öğrenciler bilgisayardaki paralelkenar oluşumunun değişmez özelliklerini incelemiştir. Lale inceledikleri dörtgende karşılıklı kenarların paralel olduğunu ve dörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerin dörtgeni komşu kenarları dik olacak biçimde sürüklemelerini istemiştir. Sınıftan “*dikdörtgen olabiliyor*” yanıtı gelmiştir. Öğretmen bu açıklamanın ne anlama geldiğini sınıfa sorduğunda, Filiz “*örnek olarak eşkenar dörtgen de paralelkenardır*” ifadesini kullanmış; Lale de bunun üzerine “*dikdörtgen de paralelkenarın özel bir halidir*” açıklamasını yapmıştır. Tartışmanın devamında Filiz dikdörtgende iç açılarının eş olduğunu ve “*paralelkenara bu özelliğinin eklendiğini*” belirtmiştir. Bunun üzerine öğretmen dikdörtgen için kapsayıcı tanımı açıklamış ve öğrencilerin defterlerine yazmasını istemiştir. Etkinliğin devamında öğrenciler yeni bir paralelkenar oluşumunu incelemeye başlamışlardır. Bu aşamada öğretmen öğrencilerin

paralelkenar oluşumunu, tüm kenarları eş olacak biçimde sürüklemesini istemiştir. Sınıftan pek çok öğrencinin meydana gelen dörtgen için “*baklava dilimi*” ifadesini kullandıkları duyulmuş ve öğrencilere dörtgenin matematiksel adı sorularak, “*eşkenar dörtgen*” yanıtı alınmıştır. Bu incelemede başta Atakan olmak üzere sınıftan pek çok öğrencinin eşkenar dörtgenin “*paralelkenarın özel bir hali*” olduğu genellemesine ulaştıkları duyulmuştur. Bu genellenenin ardından eşkenar dörtgenin kapsayıcı tanımı yapılmış ve öğrenciler tanımı defterlerine yazmışlardır.

Birinci etkinlikteki dördüncü oluşum olan eşkenar dörtgen oluşumu öğrenciler tarafından incelenmiştir. Bu aşamada öğretmen öğrencilerin eşkenar dörtgen oluşumunu, iç açıları eş olacak biçimde sürüklemelerini istemiştir. Öğrenciler meydana gelen dörtgenin kare olduğunu açıkladıklarında karenin “*eşkenar dörtgenin özel bir hali*” olduğu genellemesine ulaşılmış ve kapsayıcı tanım defterlere yazılmıştır. Etkinliğin sonraki bölümünde incelenen dikdörtgen oluşumunda ise öğretmen öğrencilerin dikdörtgen oluşumunu, tüm kenarları eş olacak biçimde sürüklemelerini istemiştir. Filiz karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu vurgularken, “*eşkenar dörtgen de oluyordu*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmen bunun üzerine karenin hem özel bir eşkenar dörtgen, hem de özel bir dikdörtgen olduğunu vurgulamış; buna karşılık eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin tanımlarındaki özelliklerin birbirini kapsamadığına dikkat çekmiştir. Bu bilgiyi pekiştirmek üzere, dörtgenlere yönelik hiyerarşik ilişkiyi gösteren şema (bkz. Şekil 98a) Y2 nolu tahtaya çizilmiş, şemada yer alan dörtgenlerin altlarına özellikleri yazılmış ve öğrencilere doğru-yanlış türündeki sorular sorulmuştur. Bu bağlamda “*tüm dikdörtgenler yamuktur*” önermesi için Melis ve Atakan “*yanlış*” yanıtını verirlerken, Sera “*doğru*” yanıtını vermiş; “*tüm kareler paralelkenardır*” önermesi için sınıftan topluca “*doğru*” yanıtı yükselmiş; “*tüm paralelkenarlar eşkenar dörtgendir*” önermesi için Melis, Atakan ve Okan “*doğru*” yanıtını verirlerken Sera “*yanlış*” yanıtını vermiş; “*tüm kareler yamuktur*” önermesi için sınıftaki öğrencilerin büyük bölümünden “*doğru*” yanıtı gelmiştir. Her bir yanıtın ardından önermedeki dörtgenlerin tanımları tekrar edilmiş ve dörtgenlerin özelliklerinin birbirini kapsayıp kapsamadığı açıklanmıştır. Etkinliğin sonunda Atakan’ın “*bunların hepsi yamuk*” ifadesini kullanarak ulaştığı genellemeyi ifade ettiği görülmüştür.

Birinci haftanın 2 numaralı etkinliğinde verilen yamuk oluşumunun iç açıları ölçülmüş ve açılar arasındaki ilişki tartışılmıştır. Bu aşamada öğretmen Y2 nolu tahtada

paralel doğruların kesenle oluşturduğu açıların özelliklerini hatırlatmış ve yamuğun iç açıları arasında da benzer ilişkinin olup olmadığını sormuştur. Atakan yamukta bütünler açıların olduğunu belirtirken, öğretmen belirtilen açıları Y1 nolu tahtadaki yamuk oluşumu üzerinde göstermiş ve öğrencilerin yamuğun iç açılarının özelliklerini deftere yazmalarını sağlamıştır. Sonraki adımda öğretmen yamuğun köşegenlerinin oluşturulmasını istemiştir. İşlemi gerçekleştiren öğrencilerden Melis köşegenlerin farklı uzunluklarda olduğunu ifade etmiştir. İkinci etkinlik kapsamında öğrenciler, yamuğun ardından, paralelkenar oluşumunun iç açılarını incelemiştir. Bu aşamada Melis, Filiz ve Sera karşılıklı açıların eş olduğunu belirtirlerken, Atakan komşu açıların bütünler olduğunu vurgulamıştır. Bunun ardından öğrenciler paralelkenarın köşegenlerini oluşturmuşlar ve ilişkilerini incelemiştir. Sera köşegenlerin “*birbirlerini orta noktalarında kestiklerini*” ifade ederken, Atakan köşegenlerin “*dik kesiştiklerini*” öne sürmüştür. Bunun üzerine öğretmen Atakan’ın dörtgeni sürükleyerek köşegenlerin dikliğini tekrar incelemesini istemiştir. İncelemenin devamında, öğrencilerin köşegenler eşit uzunlukta olacak biçimde paralelkenar oluşumunu sürüklemeleri istenmiştir. Melis ortaya çıkan dörtgenin dikdörtgen olduğunu açıklarken, Atakan ve Çağla istenen dörtgenin kare de olabileceğini belirtmişlerdir.

Birinci haftanın 2 numaralı etkinliği kapsamında öğrenciler üçüncü olarak eşkenar dörtgen oluşumunun köşegenlerini incelemiştir. Köşegenler arasındaki ilişki sorulduğunda öğrencilerden Atakan köşegenlerin “*birbirlerinin orta dikmeleri*” olduğunu ifade ederken; Lale, “*Bu sefer orta noktalarını kesmiyorlar*” açıklamasını yapmış; Melis ise Lale’nin argümanına karşı çıkmış ve “*Kesiyorlar*” ifadesini kullanmıştır. Bu noktada öğretmen de Lale’nin “orta nokta veya merkez” aracı yardımıyla bu ilişkiyi yeniden incelemesini istemiştir. Diğer yandan Melis köşegenlerin eşit uzunlukta olduğunu öne sürerken, Lale bu argümana karşı çıkmış ve farklı uzunluklarda olduklarını ona göstermiştir. Bu sırada ısrarla parmak kaldıran Sera söz almıştır ve köşegenler için “*birbirlerini orta noktalarında dik kesiyorlar*” genellemesini ifade etmiştir. Bu genellenin öğrenciler tarafından deftere yazılması istenmiştir. Eşkenar dörtgene yönelik yapılan inceleme sürecinde son olarak, öğretmen köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerini sormuştur. Filiz bu üçgenlerin “eş üçgenler” olduklarını ifade ederken; Nuray “*eşkenar üçgen*” olduklarını öne sürmüştür; Atakan ve

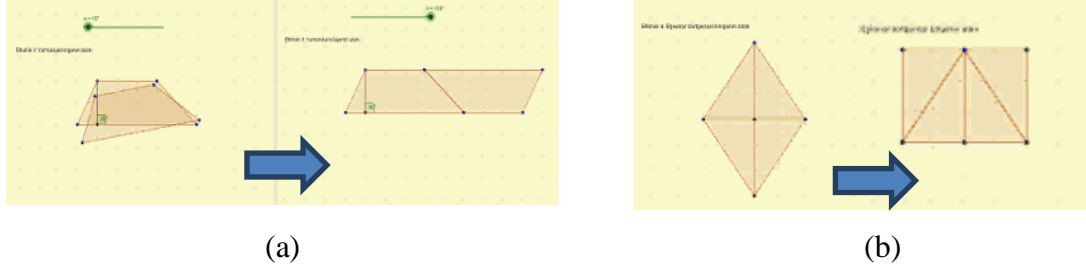
Melis ise bu argümana karşı çıkmışlar ve üçgenleri “*dik üçgen*” olarak açıklamışlardır. Öğretmen, Atakan ve Melis’in yanıtlarını onaylamıştır.

Öğrenciler 2 numaralı etkinlik kapsamında dördüncü olarak dikdörtgen oluşumunun köşegenlerini incelemiştirlerdir. Öğrencilerden Nuray ve Lale köşegenlerin “*birbirini orta noktalarında kestiklerini*” ifade ederlerken; öğretmen öğrencilere köşegenlerin dik kesişip kesişmediklerini sormuş ve öğrenciler “*hayır*” yanıtı vermişlerdir. Bunun yanı sıra Melis köşegenlerin dikdörtgende oluşturduğu üçgenlerden karşılıklı olanların eş olduklarını vurgularken; Filiz oluşan üçgenlerin “*ikizkenar üçgen*” olduğunu açıklamıştır. Öğretmen Filiz’in argümanına gerekçe olarak eş köşegenlerin birbirini iki eş parçaya ayırdığını belirtmiştir.

Öğrenciler iki numaralı etkinlik kapsamında son olarak kare oluşumunun köşegenlerini incelemiştirlerdir. Bu süreçte Sıla ve Sera köşegenlerin eş olduğunu; Nuray köşegenlerin dik kesiştiklerini; Filiz köşegenlerin birbirini orta noktalarından kestiklerini belirtmişlerdir. Öğretmen köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerini ve ilişkilerini sorduğunda ise Melis üçgenlerin eş olduklarını açıklamış; Atakan ise “*eşkenar üçgen*” olduklarını öne sürmüştür. Bunun üzerine Filiz ve Sera, Atakan’ın argümanına karşı çıkmışlar ve üçgenlerin ikizkenar üçgenler olduklarını belirtmişlerdir. Ayrıca Filiz bu üçgenlerin dik üçgenler olduğunu da eklemiştir. Köşegenlere ilişkin ulaşılan genellemeler defterlere yazılmıştır. Teneffüs zili çaldığı için dörtgenlere ilişkin özellik tablosu öğrencilere ödev olarak verilmiş ve ertesi gün geleneksel derslikte konuya ilişkin problemler çözülmeye önce tablo öğrenci yanıtları ışığında tahtada doldurulmuştur.

İkinci haftanın 1 numaralı etkinliğinde öğretmen paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin alanlarını hesaplamaya yönelik problemlerin olduğu çalışma kâğıtlarını öğrencilere dağıtmıştır. Çalışma kâğıtlarının birinci sayfasında yüksekliği ve taban kenarları verilen paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk; ikinci sayfasında köşegen uzunlukları verilen eşkenar dörtgen yer almaktadır ve bu dörtgenlerin alanları sorulmuştur. Öğrenciler alan bağıntılarını bilmedikleri dörtgenlere yönelik akıl yürütmek amacıyla bilgisayarda sürgüleri hareket ettirerek paralelkenarın parçalarından dikdörtgen oluşturmuşlar; iki eş yamuğu birleştirerek paralelkenar meydana getirmişler (bkz. Şekil 102a); eşkenar dörtgenin parçalarından ise dikdörtgen inşa etmişlerdir (bkz.

Şekil 102b). Öğretmen öğrencilerin DGY'deki ilişkilendirmelerden yola çıkarak çalışma kâğıtlarındaki problemleri çözmelerini istemiştir.



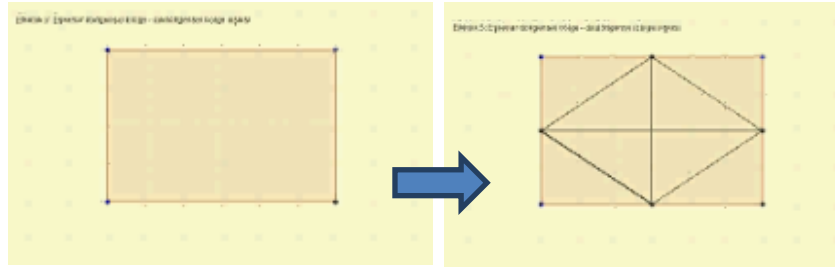
Şekil 102. Dörtgenlerin İlişkilendirilmesi ve Alan Bağlılarının Keşfedilmesi

Öğretmen öğrencilerden dörtgenlerin parçaları arasındaki ilişkileri açıklanmalarını istediğinde Atakan ve Sera ilk problemde paralelkenar ve dikdörtgenin yüksekliklerinin aynı olduğunu; Sera dikdörtgende yüksekliğin kenara karşılık geldiğini vurgulamıştır. Ayrıca öğretmen A1 nolu bilgisayardan paralelkenarı dikdörtgene dönüştürürken taban kenarının da değişmediğine dikkat çekmiştir. Melis ve Atakan problemin yanıtını söyleyerek paralelkenarın alan bağıntısına yönelik genellemeyi açıklamışlardır. Bu alan bağıntısı deftere yazılmış ve ikinci problemde taban kenarı ve yüksekliği verilen eşkenar dörtgenin alanına yönelik çözüm aranmıştır. Öğrencilerin pek çoğu eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu vurgularken Atakan, Filiz ve Lale paralelkenarın alan bağıntısını kullanarak yanıtı açıklamıştır. Öğretmen açıklanan yanıtı doğrulamış ve çözümünü tahtada göstermiştir.

Çalışma kâğıdındaki üçüncü problemde alan bağıntısı henüz bilinmeyen yamuğun üst taban kenarı uzunluğu (6 cm), alt taban kenarı uzunluğu (8 cm) ve yüksekliği (4 cm) verilmiştir. Bu problemde Melis alt taban kenarının uzunluğu ve yüksekliğin çarpımını 6 ile bölerlerse sonuca ulaşip ulaşamayacaklarını sormuş, öğretmen bu soruya yanıt vermeyerek, öğrencilerin bilgisayarda sürgü aracılığıyla iki eş yamuğu birleştirerek paralelkenar oluşturmalarını ve dörtgenlerin parçalarını ilişkilendirmelerini istemiştir (bkz. Şekil 104a). Bu incelemenin ardından Melis paralelkenarın alanını hesaplayıp sonucu ikiye böleceklerini söylerken; Filiz sonucu 28 cm^2 olarak açıklamış; diğer öğrenciler de bu yanıtı doğrulamıştır. Öğretmen tahtada yamuk ve paralelkenarın taban kenarlarının ilişkilerini açıklayarak yamuğun alan bağıntısını defterlere yazdırmıştır.

Çalışma kâğıdının dördüncü probleminde eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları (8 cm; 6 cm) verilmiş, öğrencilerin bilgisayardaki sürgü destekli işlemlerden

yararlanarak eşkenar dörtgenin alanını hesaplamaları istenmiştir. Atakan köşegenlerin eşkenar dörtgen içinde dört eş dik üçgen oluşturduğunu ve üçgenlerden birisinin alanını 4 ile çarparak sonuca ulaştığını (24 cm^2) belirterek çözümünü tahtada göstermiştir. Sonrasında öğretmen DGY'deki dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin ilişkisini sorduğunda Sera dikdörtgenin kenarlarından birisinin uzunluğunun eşkenar dörtgenin köşegenlerinden birisinin uzunluğunun yarısına eşit olduğunu belirtmiştir. Buradan hareketle öğretmen eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları için harfli ifadeler kullanmış ve alan bağıntısını tahtaya yazmıştır. Dördüncü problemin ardından öğretmen, öğrencilerin bilgisayarda verilen dikdörtgen oluşumunun kenarlarının orta noktalarını Şekil 103'teki gibi birleştirmelerini istemiştir.



Şekil 103. Dikdörtgen Oluşumunun Kenarlarının Orta Noktalarının Birleştirilmesi

Öğrencilerin büyük bölümü yeni oluşturulan dörtgenin eşkenar dörtgen olduğunu açıklarken; öğretmen dikdörtgenin alanı biliniyorsa eşkenar dörtgenin alanının nasıl bulunabileceğini sormuştur. Bu noktada Filiz dikdörtgenin alanının ikiye bölünmesi gerektiğini vurgulamış; Atakan ve Melis dikdörtgenin kenarlarının, eşkenar dörtgenin köşegenlerine eş olduklarını belirtmişlerdir. Buradan hareketle öğretmen Y1 nolu tahtada öğrencilerin belirttiği işlemlerin eşkenar dörtgenin alan bağıntısını yeniden ortaya çıkardığını göstermiştir.

İkinci haftanın ikinci etkinliği kapsamında öğrenciler sırasıyla köşegenleri verilmiş ve kenarları gizlenmiş olan paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare oluşumlarını incelemişlerdir. Öğrencilerin bu araştırma sırasında sürükleme işleminin yanında “uzaklık veya uzunluk” ve “açı” araçlarından da yararlandıkları görülmüştür. Paralelkenara ilişkin köşegenler incelendiğinde Hakan köşegenlerin dikdörtgene ait olduklarını öne sürerken, Veli paralelkenara ait olduklarını belirtmiş ve Hakan'ın argümanına karşı çıkmıştır. Öğrencilerden Okan köşegenlerin birbirinin orta noktalarından geçtiğini, dolayısıyla paralelkenar olduklarını öne sürdüğünde öğretmen

dikdörtgende de köşegenlerin birbirini ortaladığını söylemiştir. Bunun üzerine ısrarla parmak kaldıran Sera dikdörtgende köşegenlerin uzunluklarının her zaman eşit olduğunu, paralelkenarda ise olmadığını belirtmiştir. İkinci olarak kenarları gizlenmiş dikdörtgen oluşumuna ait köşegenlerin özellikleri incelendiğinde Atakan, Sıla ve Nuray'dan “dikdörtgen” yanıtı yükselmiştir. Öğrenciler gerekçe olarak, köşegenlerin birbirini ortaladığını ve eşit uzunlukta olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmen karede de aynı özelliğin olup olmadığını sorduğunda, Filiz köşegenlerin eşkenar dörtgene ait olduklarını öne sürmüştü; Eylül ise bu argümana karşı çıkmıştır. Atakan verilen köşegenlerin her zaman dik kesişmediklerini, karede ise köşegenlerin dik kesiştiğini belirtmiştir. Üçüncü olarak kenarları gizlenmiş eşkenar dörtgene ait köşegenler incelendiğinde Sera ve Sıla köşegenlerin eşkenar dörtgene ait olduklarını, çünkü dik kesiştiklerini açıklamışlardır. Öğretmen bu özelliğin çıkarım yapmak için yeterli olup olmadığını sorduğunda; Sıla köşegenlerin birbirini dik ortaladığını, Sera da köşegen uzunluklarının eşit olmadığını söylemişlerdir. Son olarak kenarları gizlenmiş kare oluşumunun köşegenleri incelendiğinde pek çok öğrenciden “kare” yanıtı gelmiştir. Öğretmen gerekçeleri sorduğunda Lale “köşegenler eşit, orta noktalarından geçiyorlar ve dik kesişiyorlar” yanıtını vermiştir.

Öğretmen rehberlik ettiği her tartışma sürecinin ardından verilen yanıtın doğru olup olmadığını göstermek için A1 nolu bilgisayardaki “doğru parçası” aracını kullanmış ve dörtgenlerin kenarlarını oluşturmuştur. Etkinlik sürecinde öğrencilerin “uzaklık veya uzunluk” ve “orta nokta veya merkez” araçlarından sıkça yararlandıkları gözlenmiştir. Bununla birlikte Nuray–Lale ikilisi ve Filiz–Ceylan ikilisinin etkinliğin bir bölümünde “araç çubuğunu özelleştir” seçeneğine tıkladıkları ve araç çubuğuna “doğru parçası” aracını eklemeye çalıştıkları gözlenmiştir. Bu noktada öğretmen sadece mevcut araçların kullanılması konusunda öğrencileri masalarında uyarmıştır.

Üçüncü haftada etkinliklere geçilmeden önce enstrümantal zorlukların sıkça yaşandığı araçlara (“dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme”, “nesneyi noktadan genişlet”, “doğruda yansıt”, “nesneyi nokta etrafında döndür”) yönelik yapılan hatalar açıklanmış ve öğrencilerin bu araçları kullanmaları sağlanmıştır. Bu bağlamda öğretmen dik doğru aracı kullanılırken doğru ya da doğru parçasını seçmek yerine, sıkça bunların üzerindeki noktaların tıkladığını vurgulamıştır. Ayrıca öğretmen, bir doğru parçasına dik oluşturulan doğrunun doğru parçası üzerinde sürüklenebilirken orta dikmenin neden

sürüklenemediğini A1 nolu bilgisayarda açıklamıştır. Sürecin devamında öğrencilerden bir doğru parçasına paralel bir doğru oluşturmaları istendiğinde Hakan–Okan ikilisinin paralel doğru gibi görünen bir doğru çizdikleri görülmüş; bunun üzerine öğrencilerin şekilleri sürüklemesi ve özelliklerin korunup korunmadığını incelemeleri istenmiştir. Oluşum bilgisine dayalı yapılan bu örnek hata A1 nolu bilgisayarda gösterilmiştir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin “paralel doğru” aracını kullanırlarken bir doğruya tıkladıktan sonra aynı doğru üzerindeki bir noktaya tıkladıkları görülmüştür. Bu noktada öğretmen yapılan işlemin çakışık doğrular oluşturduğunu açıklamış ve doğru dışındaki bir noktaya tıklamaları konusunda öğrencileri uyarmıştır.

Zorluk yaşanan diğer bir araç olan “nesneyi noktadan genişlet” aracının kullanımı amacıyla öğrencilerin bir çokgenin daha büyük benzerini oluşturmaları istenmiştir. Bu aşamada Çağla–Aynur ikilisi ve Hatice–Şule ikilisinin hangi aracı kullanacaklarını hatırlayamadıkları görülürken; Nuray’ın aracın prosedürünü uygularken çokgensel bölge yerine köşe noktasına tıkladığı gözlenmiştir. Bu sırada Sera–Sıla ikilisinin istenen işlemi doğru biçimde gerçekleştirdiği görülmüş ve bu iki öğrencinin A1 nolu bilgisayarda prosedürü sınıfa göstermesi sağlanmıştır. Öğrencilerin bir noktanın doğru parçasına göre yansıma dönüşümünü gerçekleştirmeleri istendiğinde ise Lale–Nuray ikilisinin “noktada yansıt” aracını seçerek doğru parçasının noktaya göre simetrisini oluşturdukları görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri dönüşümlerinin karıştırılmaması konusunda öğrencileri uyarılmış ve ilgili dönüşümler için hangi araçların kullanılması gerektiği öğrencilere sorulmuştur. İşlemleri doğru gerçekleştiren Eylül–Melahat ikilisinin A1 nolu bilgisayarda yaptığı işlemleri sınıfa sunması istenmiştir. Son olarak öğrencilerin bir doğru parçasının uç noktasına göre saat yönünde 90° dönme dönüşümünü gerçekleştirmeleri istenmiştir. Lale–Nuray ikilisinin işlemi ilk gerçekleştiren grup olduğu gözlenirken, “nesneyi nokta etrafında döndür” aracının prosedürünü hatırlayamayan Esmeray–Melis ikilisine aracın prosedürü hatırlatılmıştır. Ayrıca öğretmen Nuray’ın A1 nolu masaya gelerek aracın prosedürünü sınıfa açıklamasını istemiştir.

Üçüncü haftada öğrencilerin isteği doğrultusunda Melis ve Ceylan’ın yer değiştirmesine izin verilmiş; böylece etkinliklerde Filiz–Melis ikilisi ve Esmeray–Ceylan ikilisi birlikte çalışmışlardır. Üçüncü haftanın birinci etkinliğinde (kara kutu) öğrenciler ilk olarak yazılımdaki dik üçgen oluşumunu sürükleyerek değişmez

özellikleri incelemişlerdir. Öğrencilerden Hakan verilen oluşumun ikizkenar üçgen olduğunu öne sürerken, Sera iç açılarının hep aynı kaldığını iddia etmiştir. Bu noktada öğretmen öğrencilerin “açı” aracını kullanarak oluşumu tekrar incelemelerini istemiştir. Sürecin devamında Veli çeşitkenar üçgen olduğunu açıklamış; Filiz, Atakan ve Nuray da oluşumun dik üçgen olduğunu belirtmişlerdir. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerden yeni bir dik üçgen oluşumu yapmalarını istemiştir. Öğretmen, Atakan–Veli ikilisinin yansıma dönüşümünü kullanarak verilen dik üçgenin bir doğruya göre simetrisini oluşturduklarını görmüş ve öğrencilerin verilen oluşumdan bağımsız bir dik üçgen oluşturmaları gerektiğini vurgulamıştır.

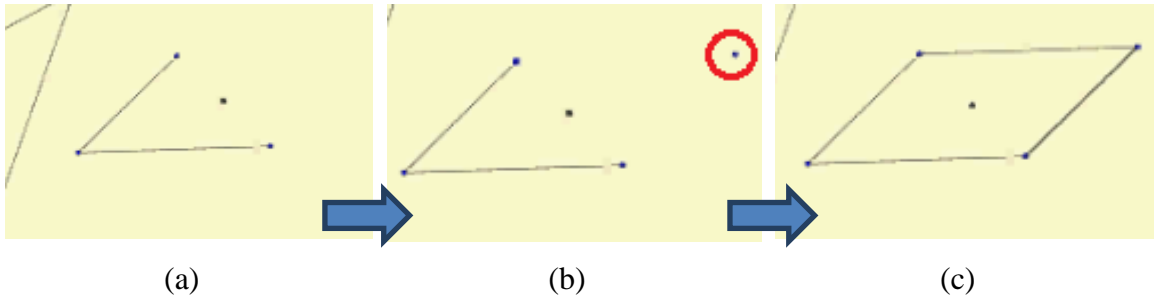
Öğretmen öğrencilerin ders içerisindeki motivasyonlarını yükseltmek için etkinliği “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonu kapsamında gerçekleştirmiştir. Bu etkinlikte 10 dakika içerisinde tüm öğrencilerin istenen oluşumu tamamlamaları durumunda sınıfın puan alacağı; aksi durumda öğretmenin puan alacağı açıklanmış ve süreç içerisinde oluşumlarını tamamlayan öğrencilerin arkadaşlarına sözlü yardımda bulunabilecekleri belirtilmiştir. Oluşumu ilk tamamlayan grup Filiz–Melis ikilisi olurken, bu iki öğrenci zorluk yaşayan arkadaşlarının masalarına giderek onlara ipucu vermişlerdir. Süreç içinde tüm sınıf istenen oluşumu tamamlamak için etkinliğe aktif olarak katılırken; istenen oluşum 8 dakika içerisinde öğrencilerin hepsi tarafından tamamlanmıştır. Bunun üzerine öğretmen öğrencilere “1 puan” yazarken; Filiz istenen oluşumu A1 nolu bilgisayarda “doğru” ve “dik doğru” araçlarıyla inşa etmiş ve çözüm adımlarını göstermiştir. Birinci etkinlik kapsamında öğrenciler, ikinci olarak, dikdörtgen oluşumunu incelemişlerdir. Öğrencilerden Lale oluşumda kenarların her zaman paralel olduğunu açıklarken; Şule dörtgenin dik açılara sahip olduğunu öne sürmüştü; Atakan ise oluşumun dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. Sınıftaki diğer öğrenciler Atakan’ın açıklamasına katıldıktan sonra, öğrencilerin yine 10 dakika içerisinde yeni bir dikdörtgen oluşumu yapmaları istenmiştir. Oluşumu önce Filiz–Melis ikilisi tamamlarken, hemen ardından Atakan–Veli ikilisi de dikdörtgeni inşa etmişler ve zorluk yaşayan arkadaşlarına çözüm adımlarına yönelik ipucu vermeye başlamışlardır. Bu sırada öğretmen öğrenci bilgisayarlarındaki çalışmalarını incelerken bazı oluşumlarda karşılıklı kenarların paralelliğinin korunmadığını görmüş ve öğrencileri bu konuda uyarmıştır. Sürecin sonunda tüm öğrenciler dikdörtgen oluşumunu tamamlarken;

Atakan–Veli ikilisi A1 nolu bilgisayarda “doğru”, “paralel doğru” ve “dik doğru” araçlarıyla oluşumu nasıl tamamladıklarını göstermişlerdir.

Üçüncü haftanın ikinci etkinliği (oluşum inşası) kapsamında öğrencilerin inşa ettikleri dikdörtgen oluşumu içerisinde eşkenar dörtgen oluşumu yapmaları istenmiştir. Oluşum ilk olarak Sera-Sıla ikilisi tarafından tamamlanırken, Atakan–Veli ikilisi de farklı bir yöntemle oluşumu tamamlamışlar ve zorluk yaşayan arkadaşlarına yardımcı olmaya başlamışlardır. İstenen oluşum 10 dakika dolmadan tüm öğrenciler tarafından tamamlanmıştır. Bunun ardından Sera–Sıla ikilisi A1 nolu bilgisayarda “orta nokta veya merkez” aracıyla dikdörtgenin kenarlarının orta noktalarını oluşturduklarını ve “doğru parçası” aracıyla kenarların orta noktalarını birleştirerek eşkenar dörtgen oluşumunu tamamladıklarını göstermişlerdir. Öğretmen kullanılan yöntemin neden eşkenar dörtgen oluşturduğunu sorduğunda Sera yaptıkları oluşumda köşegenlerin birbirinin orta noktalarından geçtiğini ve dik olduklarını söylerken; Lale ve Atakan da köşegenlerin dört eş dik üçgen oluşturduğunu açıklamışlardır. Sera–Sıla ikilisinin ardından Atakan–Veli ikilisinin de kullandıkları yöntemi A1 nolu bilgisayarda sunmaları istenmiştir. Bu noktada Atakan ve Veli verilen dikdörtgen oluşumunda karşılıklı iki köşenin orta noktasını oluşturduklarını ve bu noktanın kenarlardan birisine göre yansıma dönüşümünü gerçekleştirdiklerini açıklamışlardır. Bu adımın ardından Atakan köşelerini oluşturdukları eşkenar dörtgenin daha sonra kenarlarını inşa ettiklerini göstermiştir.

Üçüncü haftanın üçüncü etkinliği (kara kutu) kapsamında öğrencilerin verilen paralelkenar oluşumunu incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerden Filiz oluşumda kenarların her zaman paralel kaldığını belirtirken, Atakan ve Veli verilen dörtgenin paralelkenar olduğunu açıklamışlardır. Bu açıklama diğer öğrenciler tarafından da onaylanmıştır. Yapılan incelemenin ardından oluşum inşa sürecine geçilmiştir. Süreç içinde bazı öğrencilerin oluşum yerine paralelkenar görüntüsüne sahip çizimler yaptıkları görülmüş ve bu öğrencilerin sürükleme yaparak hatalarını görmeleri sağlanmıştır. Sürecin sonunda tüm öğrencilerin oluşumu tamamladıkları görülürken, Eylül A1 nolu bilgisayarda “doğru” ve “paralel doğru” aracıyla istenen oluşumu nasıl tamamladığını göstermiştir. Diğer yandan farklı bir yöntem kullanan Lale de A1 nolu bilgisayara gelmiş ve çözümünü sunmuştur. Lale çözümünde ilk olarak doğrudan olmayan üç nokta oluşturarak bu noktaları paralelkenarın köşe noktaları olarak

düşünmüş; bu noktalara bağlı olarak paralelkenarın iki komşu kenarını oluşturmuş; “orta nokta veya merkez” aracıyla karşılıklı iki köşe noktasının orta noktasını oluşturarak paralelkenarın merkez noktasını inşa etmiş; “noktada yansıt” aracıyla üçüncü köşe noktasının merkez noktaya göre simetrisini oluşturarak dördüncü köşe noktasını inşa etmiş; inşa ettiği köşe noktalarını “doğru parçası” aracıyla birleştirerek oluşumu tamamlamıştır (bkz. Şekil 104). Bu noktada Lale’nin paralelkenarda köşegenlerin birbirini ortaladığı bilgisine dayanarak karşılıklı köşe noktalarının köşegenlerin kesişim noktasına (merkez noktaya) göre simetrik olduklarını keşfettiği ortaya çıkmıştır.



Şekil 104. Üçüncü Haftanın Üçüncü Etkinliğinde Lale'nin Çözüm Adımları

Üçüncü etkinliğin devamında öğrencilerin verilen yamuk oluşumunu incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerden Lale verilen dörtgende karşılıklı iki kenarın her zaman paralel olduğunu ve bu dörtgenin bir yamuk oluşumu olduğunu açıklamıştır. Oluşum inşa etme sürecinde görevi tamamlayan öğrenciler zorluk yaşayan arkadaşlarına ipuçları verirken; tüm öğrenciler “doğru”, “paralel doğru” ve “doğru parçası” araçları yardımıyla yamuk oluşumunu tamamlamışlardır. Sürecin sonunda Filiz–Melis ikilisi A1 nolu bilgisayara gelerek araçlardan nasıl yararlandıklarını göstermişlerdir. Üçüncü etkinliğin son bölümünde öğrenciler verilen dik yamuk oluşumunu incelemişlerdir. Oluşumun değişmez özellikleri sorulduğunda Filiz dörtgenin iki tane dik açısı olduğunu açıklamış; bu açıklamaya katılan Sera dörtgenin bir yamuk olduğunu belirtmiştir. Dik yamuk oluşumunu inşa etme sürecinde “doğru”, “dik doğru” ve “paralel doğru” araçlarıyla dik yamuğu oluşturan Sera–Sıla ikilisinin zorluk yaşayan arkadaşlarına yardımcı oldukları görülmüştür. Bu süreçte bazı öğrencilerin oluşumdaki dik açıları dikkate almadan yamuk oluşturdukları gözlenmiş ve sürükleme yardımıyla yapılan hatalar gösterilmiştir. Etkinliğin sonunda Sera–Sıla ikilisi A1 nolu bilgisayarda çözüm adımlarını sınıfa göstermişlerdir. Üçüncü haftanın “zamana karşı sınıf imecesi”

kapsamındaki etkinliklerinde tüm öğrencilerin sürece aktif olarak katıldığı dikkat çekmiştir.

Dördüncü haftanın ilk etkinliğinde öğrenciler verilen iki eş çokgenin gizli bir doğruya göre simetrik olup olmadıklarını incelemişlerdir. Bu incelemede Eylül çokgenlerin simetrik olduklarını öne sürerken, gerekçe olarak karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarına ilişkin “*paralel gibi görünüyor*” ifadesini kullanmıştır. Diğer yandan Nuray–Lale ikilisinin çokgenlerin arasına rastgele bir doğru çizdiği ve bu doğrunun görüntüsüne yönelik algısal akıl yürütme yaparak, çokgenlerin doğruya göre simetrik olduklarını öne sürdüğü gözlenmiştir. Buna karşılık öğretmen, öğrencilere görüntünün yanıltıcı olabileceğini hatırlatmış; öğrencilerin varsayımlarını matematiksel gerekçelerle doğrulamalarını istemiştir. Ayrıca öğretmen Nuray–Lale ikilisinin masasına giderek karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları ile yansıma doğrusu arasındaki ilişkiyi sormuş; öğrenciler yansıma doğrusunun “orta dikme” olması gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrencilerden Atakan, Veli, Çağla ve Sera çokgenlerin doğruya göre simetrik olmadıklarını açıklarken, Sera bu çıkarımın gerekçesini “*doğru parçalarının orta dikmeleri farklı; eğer aynı olsaydı yansıma doğrusu olurdu*” ifadesiyle belirtmiştir. Okan da benzer ifadeleri kullanarak Sera’yı desteklemiş ve A1 nolu bilgisayarda “orta dikme” aracı yardımıyla çözüm sürecini sınıfa sunmuştur. Birinci etkinliğin devamında öğrenciler bu sefer doğruya göre simetrik olmayan iki eş çokgenin ilişkisini araştırmışlardır. Başta Okan ve Atakan olmak üzere, pek çok öğrenci “orta dikme” odaklı strateji üzerinden çokgenlerin doğruya göre simetrik olduklarını öne sürmüşlerdir. Bununla birlikte Filiz–Melis ikilisi karşılıklı köşelerin orta noktalarını oluştururlarken; Filiz bu noktaların doğrudaşlığına dayanarak iki çokgenin noktalardan geçen doğruya göre simetrik olduklarını öne sürmüştür. Bunun üzerine öğretmen Filiz’e kullandığı yöntemin yanıltıcı olabileceğini bir önceki soru üzerinden açıklamış ve tüm öğrencilere simetrik olmayan çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarının da doğrudaş olabileceklerini (aksine örnek) A1 nolu bilgisayardan göstermiştir. Sürecin sonunda “orta dikme” odaklı stratejiyi kullanan Eylül–Melahat ikilisi A1 nolu bilgisayarda çözüm adımlarını sınıfa sunmuşlardır.

Dördüncü haftanın ikinci etkinliğinde öğrenciler bir çokgenin sürgüye bağlı dönme hareketi gerçekleştiren görüntüsünü incelemişler ve dönme merkezinin yerini araştırmışlardır. Araştırma sırasında Atakan–Veli ikilisinin verilen iki çokgenin

karşılıklı köşe noktalarını yansıma dönüşümündeki gibi eşledikleri ve bu noktaların orta noktalarını oluşturdukları gözlenmiştir. Bunun üzerine öğretmen A1 nolu bilgisayarda sürüklemeyen yararlanarak iki çokgenin bağımlı köşe noktalarını göstermiş; sürgü yardımıyla bu köşelerin dönme sırasında çakıştıklarını vurgulamıştır. Sera–Sıla ikilisi 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını oluşturarak ve “izi aç” odaklı stratejiyi kullanarak dönme merkezinin yerini belirlemiştir. Buna karşılık sınıfta pek çok öğrencinin rastgele çemberler oluşturdukları ve dönme hareketinin bu çemberler üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğini inceledikleri görülmüştür. Bu aşamada öğretmen öğrencileri deneme-yanılma stratejisi yerine özel dönme açıları üzerinden akıl yürütmeleri konusunda uyarılmış ve bu açılar neler olabileceğini sormuştur. Bu soru üzerine öğrencilerin bir bölümünün sürgüyü 180° dönme açısına getirdikleri görülürken; sonraki adımda Nuray–Lale ikilisi karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturmuşlar ve kesişim noktasını dönme merkezi olarak açıklamışlardır. Öğretmen bu yöntemi sınıfa açıklamış ve kesişim noktasının neden dönme merkezi olduğunu sormuştur. Öğretmen sınıftan yanıt gelmeyince 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetri dönüşümü arasındaki ilişkiyi öğrencilere hatırlatmış ve A1 nolu bilgisayarda bu iki dönüşümün aynı görüntüyü oluşturduklarını göstermiştir.

Dördüncü haftanın üçüncü etkinliği öğrencilerin verilen doğru parçası “yükseklik” olacak biçimde bir üçgen oluşumunu nasıl yapacakları ile ilgilidir. Oluşum sürecinde Çağla–Aynur ikilisinin verilen doğru parçasını yükseklik yerine taban kenarı olacak biçimde bir üçgen oluşumu yaptığı görülürken, Atakan–Veli ikilisinin doğru parçası “yükseklik” olacak biçimde bir dik üçgen oluşumu yaptıkları fark edilmiştir. Öğretmen soruda istenen oluşumun özelliklerini Çağla ve Aynur’a hatırlatırken, Atakan–Veli ikilisine de üçgen oluşumunun sadece dik üçgenleri değil, diğer üçgenleri içermesi gerektiği açıklanmıştır. Diğer öğrencilerden Lale–Nuray ikilisi ve Eylül–Melahat ikilisi verilen doğru parçasının “yükseklik gibi” görüldüğü üçgenler oluşturmuşlardır. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerin oluşumları sürüklemesini ve verilen doğru parçasının yükseklik olup olmadığını değerlendirmelerini istemiştir. Etkinliğin sonunda, oluşumu tamamlayan öğrencilerden Sera–Sıla ikilisi A1 nolu bilgisayarda çözüm adımlarını sınıfa sunmuşlardır.

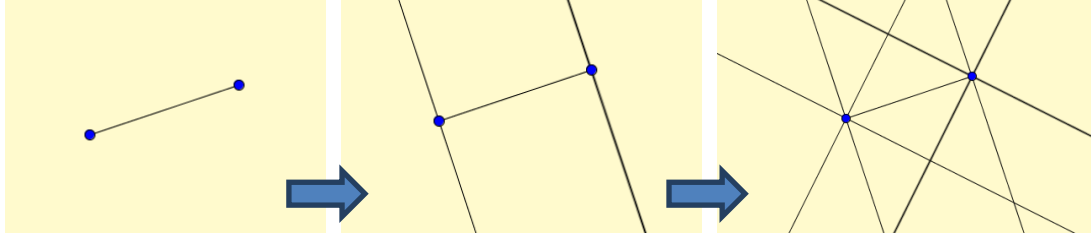
Dördüncü haftanın dördüncü etkinliğinde öğrencilerin verilen doğru parçası yükseklik olacak biçimde ikizkenar üçgen oluşumu yapmaları istenmiştir. Süreç içinde

Lale–Nuray ikilisi verilen doğru parçası yükseklik olacak biçimde bir çeşitkenar üçgen oluşumu yapmışlar ve öğretmen öğrencileri oluşumun özellikleri konusunda uyarmıştır. Öğrencilerin bir bölümünün üçgenin kenarlarını oluşturmak için sadece “doğru parçası” aracından yararlandığı görülürken, öğretmen bu özelliği inşa etmek için farklı yöntemlere ihtiyaçları olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine Nuray “*doğruda yansıt mı kullanacağız?*” sorusunu sorarken; pek çok öğrencinin bu yöntemden yararlanarak oluşumu tamamladıkları gözlenmiştir.

Dördüncü haftanın beşinci, altıncı ve yedinci etkinlikleri, öğrencilerin motivasyonunu yükseltmek için -üçüncü haftadaki etkinlikler gibi- “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonunda gerçekleştirilmiş ve 5 dakika içerisinde tüm öğrenciler istenen oluşumu tamamlarsa sınıfın puan alacağı; aksi takdirde puanın öğretmene yazılacağı açıklanmıştır. Beşinci etkinlikte öğrencilerin, verilen doğru parçası “köşegen” olacak biçimde eşkenar dörtgen oluşumu yapmaları istenmiştir. Oluşum ilk olarak Sera–Sıla ikilisi tarafından tamamlanırken, bu öğrenciler zorluk yaşayan arkadaşlarının işlemlerini gözlemişler ve çözüm yöntemlerine yönelik sözel ipuçları vermişlerdir. İstenen oluşumun inşa sürecinde “doğruda yansıt” ve “noktada yansıt” araçlarına dayalı stratejilerin ön plana çıktığı görülürken, öğrencilerin tümü 5 dakika dolmadan oluşumu tamamlamışlardır. Etkinliğin sonunda öğretmen öğrencilere kullandıkları stratejileri sorduğunda Melis ilk aşamada verilen doğru parçasının orta dikmesini oluşturduğunu açıklamıştır. Öğretmen bu adımın gerekçesini sorduğunda ise Filiz eşkenar dörtgende köşegenlerin birbirini ortaladığını belirtirken; Sera köşegenlerin dik olması gerektiğini vurgulamış; Lale de köşegenlerin eş dik üçgenler meydana getirdiğini açıklamıştır. Sonraki adımın ne olabileceği sorulduğunda Sera köşe noktalarını inşa etmek için orta dikme doğrusu üzerinde oluşturulan bir noktanın doğru parçasının orta noktasına göre simetrisinin oluşturulabileceğini belirtmiştir. Sera böylece “*köşegenlerin birbirini iki eş parçaya ayıracağını*” açıklamıştır. Diğer yandan Atakan “noktada yansıt” aracı yerine “doğruda yansıt” aracının da kullanılabileceğini belirtmiş ve orta dikme üzerinde oluşturulan noktanın doğru parçasına göre simetrisinin inşa edilebileceğini vurgulamıştır. Diğer öğrencilerden Lale–Nuray ikilisi ise köşeler yerine kenarların doğru parçasına göre simetrisinin oluşturulabileceğini; böylece eş kenarlar meydana getirileceğini açıklamışlardır. Öğretmen A1 nolu bilgisayarda, öne sürülen stratejilerin istenen oluşumu ortaya çıkardığını göstermiştir.

Dördüncü haftanın altıncı etkinliğinde öğrenciler bir eşkenar dörtgenin dört eş üçgeninden birisi olarak verilen dik üçgeni kullanarak eşkenar dörtgen oluşumunu nasıl inşa edeceklerini incelemişlerdir. Etkinlik oyun kapsamında yürütülürken, Okan–Hakan ikilisinin “noktada yansıt” aracı yardımıyla köşe noktalarını inşa ederken; Filiz–Melis ikilisinin ise “doğruda yansıt” aracı yardımıyla dik üçgenin kenarlarına göre yansıma dönüşümünü gerçekleştirdikleri gözlenmiştir. Bu öğrenciler oluşumlarını ilk tamamlayan gruplar olmuşlar ve zorluk yaşayan arkadaşlarına çözüm yöntemleri konusunda ipucu vermişlerdir. Etkinliğin sonunda tüm öğrencilerin istenen oluşumu tamamladıkları görülürken, Okan–Hakan ikilisi ile Filiz–Melis ikilisinin A1 nolu bilgisayarda çözüm yollarını sınıfla paylaşmaları istenmiştir.

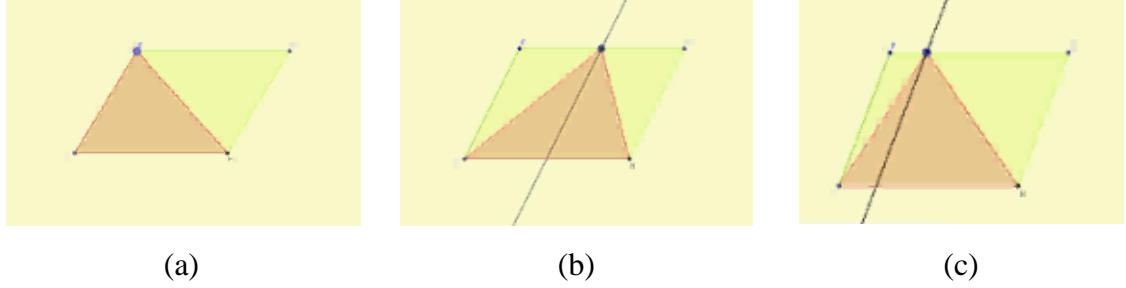
Dördüncü haftanın yedinci etkinliğinde öğrenciler verilen doğru parçası köşegen olacak biçimde bir kare oluşumunu nasıl yapacaklarını incelemişlerdir. Etkinlik sürecinde öğrencilerin stratejiler geliştirmekte zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Bu bağlamda bazı öğrencilerin verilen doğru parçası kenar olacak biçimde dörtgen oluşturdukları; bazı öğrencilerin ise doğru parçası köşegen olacak biçimde farklı dörtgenler oluşturdukları görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen karenin köşegenlerinin özelliklerini sorarken, Melis “eştirler” yanıtını vermiş; Eylül ise dik kesiştiklerini açıklamıştır. Öğretmen köşegenlerin birbirini orta noktalarında kestiklerini de hatırlattıktan sonra 90° dönme dönüşümünün bir strateji olarak kullanılıp kullanılamayacağını öğrencilere sormuştur. Öğretmen öğrencilerin oluşum sürecinde dönme dönüşümü üzerinden akıl yürütmekte zorlandıklarını gözlemleyerek, orta noktaya göre 90° dönme dönüşümü ile karenin ikinci köşegeninin nasıl oluşturulabileceğini zil çalmadan önce A1 nolu bilgisayarda göstermiş, çözümde kullanılan araçların ve çözüm adımlarının gerekçeleri açıklanmıştır. Bununla birlikte Eylül’ün, ilk adımda “dik doğru” aracını kullandığı; ikinci adımda ise öğretmenin araç çubuğundan çıkarmayı unuttuğu ve öğrencilerin daha önce kullanmadıkları “açıortay” aracını kullanarak istenen kare oluşumunu gerçekleştirdiği görülmüştür (bkz. Şekil 105). Bununla birlikte Eylül’ün çözüm sürecini ve hangi araçları kullandığını açıklayamadığı da görülmüştür. Bu noktada öğretmen Eylül’ün hangi stratejiyi kullandığını dersten sonra fark etmiştir.



Şekil 105. *Eylül'ün Birinci Adımda "Dik Doğru" Aracını; İkinci Adımda "Açıortay" Aracını Kullanarak Tamamladığı Kare Oluşumu*

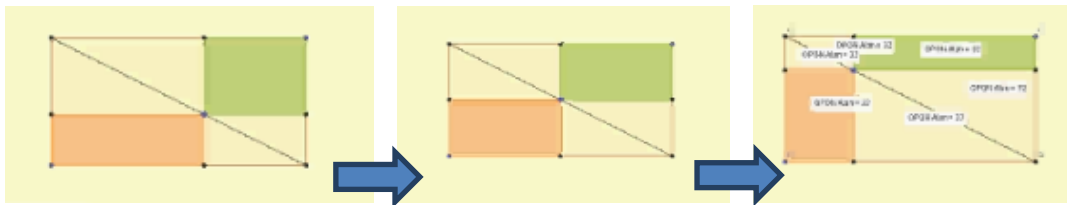
Filiz, Sera, Melis, Eylül, Okan, Ceylan ve Nuray'ın devamsızlık yaptıkları beşinci haftada Hakan, Lale, Sıla, Şule ve Oğuz bilgisayarlarında tek kişi çalışmışlar; diğer öğrenciler ise ikili gruplar halinde etkinlikleri yürütmüşlerdir. Beşinci haftanın ilk etkinliğinde öğrenciler verilen probleme yanıt ararlarken DGY'deki oluşumu (bkz. Şekil 106a) incelemişlerdir. Öğrencilerden Atakan ve Sıla problemdeki tartışmada herkesin (büyük kardeş, küçük kardeş ve baba) haklı olduğunu açıklarlarken; Lale, babanın hatalı olduğunu ve büyük kardeşin haklı olduğunu öne sürmüştür. Öğretmen öğrencilerden yanıtlarını savunmalarını istediğinde Lale köşegenin paralelkenarı iki eş üçgene ayırdığını açıklamış ve büyük kardeşin haklı olduğunu doğrulamıştır. Öğretmen küçük kardeşin argümanının doğru olup olmadığını sorduğunda ise öğrenciler üçgenin tepe noktasını paralelkenarın kenarının orta noktasına sürüklemişler ve yeniden incelemişlerdir. Sıla oluşan şekilde paralelkenarın yardımcı çizimle dört üçgene ayırdığını ve bu üçgenlerin üst üste katlanabileceğini vurgulamıştır. Buna karşılık öğretmen söz konusu üçgenlerin üst üste katlanamayacağını vurgulamış, ancak öğrencilerin yardımcı çizimle oluşan üçgenlerin alanları arasındaki ilişkiyi incelemelerini istemiştir. Atakan yardımcı çizimle meydana gelen eş paralelkenarların içerisindeki üçgenlerin alanlarının eşit olacağını ifade etmiş ve küçük kardeşin argümanını doğrulamıştır (bkz. Şekil 106b). Son olarak öğretmen, problemde babanın argümanının doğru olup olmadığını sormuştur. Lale babanın hatalı olduğunu iddia ederken, Atakan babanın doğru düşündüğünü ifade etmiştir. Babanın düzenlediği bahçe üzerinde yardımcı çizim yapıldığında Atakan oluşan üçgenlerden alanları eşit olanları göstermiş ve soruda verilen bölgelerin alanlarının eşit olacağını belirtmiştir (bkz. Şekil 106c). Sürecin devamında öğretmen paralelkenarın yüksekliği ve üçgenin yüksekliği arasındaki ilişkiyi sormuştur. Atakan yüksekliklerin eş olduğunu söylerken; Sıla, Lale ve Atakan üçgen sürüklendiğinde yüksekliğin değişmediğini ifade etmişlerdir.

Öğrenciler ayrıca üçgenlerin tabanlarının da değişmediğini açıklayarak problemde verilen üçgenlerin alanlarına ilişkin genellemeye ulaşmışlardır.



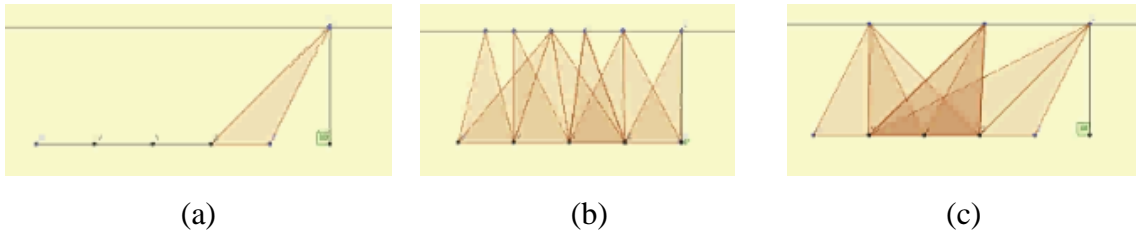
Şekil 106. Beşinci Haftanın Birinci Etkinliğinde Verilen Farklı Durumlar Üzerinde Tartışma

Beşinci haftanın ikinci etkinliğinde öğrenciler verilen probleme yanıt aramışlardır. Öğrencilerden Lale, Veli, Atakan ve Hakan problemde “yeşil” ve “turuncu” renklerde verilen dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğunu öne sürmüşlerdir. Öğretmen bu argümanların gerekçelerini sorduğunda, Esmeray “yeşil” renkte gösterilen dikdörtgensel bölgenin ikiye bölünüp parçaların yeniden birleştirilmesi durumunda “turuncu” renkteki dikdörtgensel bölgenin oluşturulabileceğine dair tahminde bulunmuştur. Öğretmen A1 nolu bilgisayarda “alan” aracı yardımıyla “yeşil” ve “turuncu” renkteki dikdörtgensel bölgelerin alanlarını ölçmüş ve sürüklemeye sırasında alanların her zaman eşit olduğunu görselleştirmiştir. Bu işlemin devamında öğretmen büyük dikdörtgensel bölgede köşegenin oluşturduğu çokgensel bölgelerden hangilerinin alanının eşit olduğunu sormuştur. Öğrencilerden Atakan, Sıla ve Lale verilen dikdörtgensel bölgede alanları eşit olan üçgenleri açıklamışlardır. Sürecin sonunda eş çokgensel bölgelerin içerisindeki alanları eşit olan parçalardan yola çıkılarak “yeşil” ve “turuncu” dikdörtgensel bölgelerin alanlarının da eşit olduğu çıkarımına ulaşılmıştır (bkz. Şekil 107).



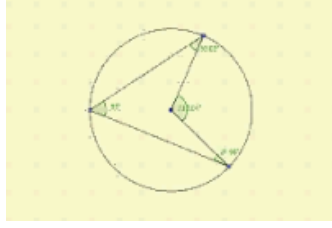
Şekil 107. Problemde Verilen Dikdörtgensel Bölgelerin DGY’de İncelenmesi

Beşinci haftanın üçüncü etkinliğinde öğrencilerden verilen bir üçgen ile eşit alana sahip olan yeni üçgenler inşa etmeleri istenmiştir (bkz. Şekil 108a). Atakan–Veli ikilisi tabanları ve yükseklikleri eş olacak biçimde çok sayıda üçgen oluştururken, Atakan “*bir sürü çizilebilir*” ifadesini kullanmıştır. Sürecin devamında pek çok öğrencinin istenen üçgenleri oluşturduğu gözlenmiştir (bkz. Şekil 108b). Bu etkinliğin devamında öğretmen ilk verilen üçgenin alanının iki katı alana sahip üçgen oluşumu istemiştir. Lale ilk verilen üçgenin taban kenarının uzunluğu iki katına çıkarılırsa alanın da iki katına çıkacağını vurgulamıştır. Bu argüman diğer öğrenciler tarafından da onaylanmıştır. Bunun üzerine öğrencilerin istenen oluşumu bilgisayarlarında inşa ettikleri görülmüştür (bkz. Şekil 108c).

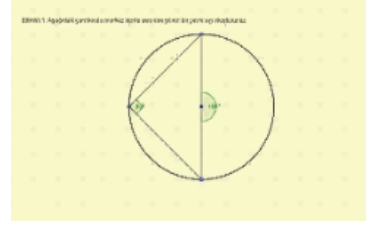


Şekil 108. *Beşinci Haftanın Üçüncü Etkinliği*

Beşinci haftanın dördüncü etkinliği kapsamında öğrencilerin bir çember oluşumunda merkez açı inşa etmeleri; ardından merkez açıyla aynı yayı gören çevre açığı oluşturmaları sağlanmıştır. Öğretmen oluşumun sürüklenerek incelenmesini ve açılar arasındaki ilişkinin açıklanmasını istemiştir (bkz. Şekil 109a). Lale “*çevre açı merkez açının iki katı*” derken; bu açıklamaya itiraz eden Sıla ve Atakan “*merkez açı çevre açının iki katı*” açıklamasını yapmışlardır. Öğrenciler açılar arasındaki bu ilişkinin sürüklenme esnasında her zaman aynı kaldığını vurgulamışlardır. Öğretmen öğrencilerin merkez açı 180° olacak biçimde oluşumu sürüklemelerini istediğinde çember içinde oluşan şekil için pek çok öğrenci “*üçgen*” derken Lale çemberin çapının da oluştuğuna dikkat çekmiştir. Öğretmen çapı gören çevre açının kaç derece olduğunu ve bu açının sürüklemede değişip değişmediğini sormuştur. Atakan ve Sıla sürüklenme sırasında çevre açının her zaman 90° olduğunu söylemişler ve öğretmen ulaşılan genellemeyi “*çapı gören çevre açı 90° olur*” biçiminde ifade etmiştir (bkz. Şekil 109b).



(a)



(b)

Şekil 109. *Beşinci Haftanın Dördüncü Etkinliği Kapsamındaki İncelemeler*

Beşinci haftanın beşinci etkinliğinde öğrencilerin, ilk olarak, merkez noktası bilinen bir çember oluşumunun içerisinde ikizkenar üçgen oluşumu inşa etmelerini istemiştir. Çağla–Aynur ikisili, Sıla, Hakan, Şule–Hatice ikilisi ve Atakan–Veli ikilisinin çemberin merkez noktasından ve yarıçapından yararlanarak oluşumu tamamladıkları görülmüştür (bkz. Şekil 110). Süreçte tüm öğrenci gruplarının bilgisayarlarında istenen oluşumu inşa ettikleri gözlenirken; Atakan çözüm adımlarını sunmak üzere A1 nolu bilgisayara gelmiş, öğretmen üçgenin kenarlarının neden eş olduğunu sormuştur. Lale iki kenarın yarıçapa eş olduğunu belirtmiştir.

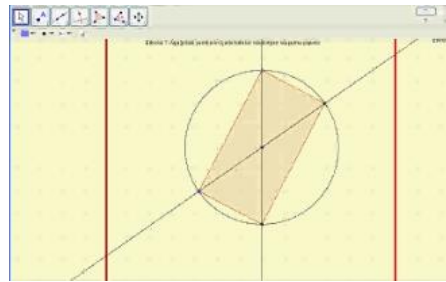


Şekil 110. *Merkez Noktası Bilinen Çember Oluşumu İçinde İkizkenar Üçgen Oluşumunun İnşası*

Beşinci etkinliğin ikinci bölümünde öğrencilerin merkez noktası bilinen bir çember oluşumunun içerisinde dik üçgen oluşturmaları istenmiştir. Sürecin başında Atakan etkinliğin birinci bölümünde inşa ettikleri ikizkenar üçgeni göstermiş ve bu üçgenin aynı zamanda dik üçgen olduğunu öne sürmüştür. Öğretmen Atakan'ın üçgeni sürüklemesini istemiş ve dik görünen açının özelliğini korumadığı görülmüştür. Öğretmen öğrencilerin oluşum sürecinde sadece yarıçapı kullanmaya çalıştıklarını gözlerken; sınıfın dördüncü etkinliğin sonunda ulaşılan genellemeyi de düşünmesini istemiştir. Lale ve Atakan dördüncü etkinlikte “çapı gören çevre açısı 90 derecedir” genellemesine ulaştıklarını hatırlatmışlar ve Lale çapı düşünmeleri gerektiğini

açıklamıştır. Bunun üzerine Lale, Sıla, Esmeray–Melahat ikilisi ve Atakan–Veli ikilisi çap ve çapı gören çevre açıdan yararlanarak istenen oluşumu tamamlamışlardır. Çözüm sürecinde Esmeray’ın istenen dik üçgen oluşumunu kapsayan bir dikdörtgen oluşumu yaptığı görülmüş ve öğretmen Esmeray’a gereğinden fazla işlem yaptığını açıklamıştır. Daha sonra Esmeray dik üçgen oluşumuna yönelik çözüm adımlarını A1 nolu bilgisayarda sınıfa sunmuştur.

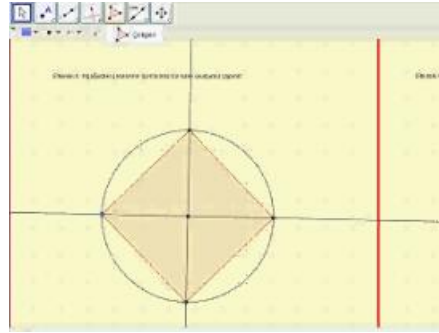
Beşinci etkinliğin üçüncü bölümünde öğrencilerin çember içerisinde bir dikdörtgen oluşturmaları istenmiştir. Çözüm sürecinde Lale ve Hakan’ın oluşum yerine dikdörtgen gibi görünen çizimler yaptığını gören öğretmen, değişmez özellikleri dikkate almaları konusunda öğrencileri uyarılmış ve sürükleme yardımıyla oluşumun doğruluğunu test etmelerini istemiştir. Öğrencilerden Esmeray–Melahat ikilisi çemberin çapından yararlanarak eşit uzunluktaki köşegenleri oluşturarak dikdörtgeni inşa etmiştir. Öğretmen Esmeray’a çemberin çapının dikdörtgenin hangi parçasına eş olduğunu sorduğunda, Lale “*köşegenine*” yanıtını verirken, Esmeray dikdörtgende köşegenlerin birbirini ortaladığını ifade etmiştir. Öğrencilerden Lale, Şule–Hatice ikilisi ve Çağla–Aynur ikilisinin de dikdörtgenin köşegenlerini inşa ederek oluşumu tamamladıkları görülürken, Atakan–Veli ikilisinin önce kenarları inşa etmeye çalıştıkları ve hatalı oluşum yaptıkları fark edilmiştir. Şule A1 nolu bilgisayarda köşegenleri nasıl inşa ettiğini sınıfa sunarken, Atakan inşa edilen köşegenlerin kare oluşturacağını öne sürmüştür. Şule dörtgenin kenarlarını inşa ettikten sonra oluşumun dikdörtgen olduğu görülmüştür (bkz. Şekil 111).



Şekil 111. *Merkez Noktası Bilinen Bir Çember Oluşumu İçinde Dikdörtgen Oluşumunun İnşası*

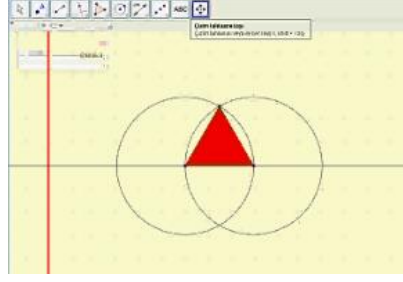
Dikdörtgen oluşumunun hemen ardından öğretmen bu sefer merkez noktası bilinen bir çember içerisinde kare inşa edilmesini istemiştir. Oluşum sürecinde Atakan ve Veli’nin çemberin çapından yararlanarak birbirini ortalayarak eş köşegenler inşa

ettikleri, ancak köşegenlerin dikliğine dikkat etmedikleri gözlenmiştir. Bu iki öğrenci sürüklenme ile kare yerine dikdörtgen oluşumu inşa ettiklerini fark ederken, Atakan'ın Veli'ye “*orta dikmeyi kullanacaktık*” dediği duyulmuştur. Atakan–Veli ikilisi dışında Sıla'nın da kare oluşumunu tamamladığı (bkz. Şekil 112) ve zorluk yaşayan öğrencilere ipucu verdikleri gözlenmiştir. Sürecin sonunda öğrencilerin büyük bölümünün oluşumu inşa ettiği görülürken, Sıla'nın A1 nolu bilgisayarda çözüm adımlarını sınıfa sunması istenmiştir. Öğretmen Sıla'nın sunumu sırasında kare oluşumunun köşegenleri ile dikdörtgen oluşumunun köşegenleri arasındaki farkı yeniden vurgulamıştır.



Şekil 112. *Merkez Noktası Bilinen Bir Çember Oluşumu İçinde Kare Oluşumunun İnşası*

Beşinci etkinliğin son bölümünde öğrencilerin, birbirlerinin merkez noktalarından geçen iki eş çember oluşumu içerisinde eşkenar üçgen inşa etmeleri istenmiştir. Oluşum sürecinde öğretmen öğrencilere çemberlerin yarıçapları arasındaki ilişkiyi sorduğunda Esmeray ve Lale iki eş çemberin yarıçap uzunluklarının eş olduğunu açıklamışlardır. Bu açıklamanın ardından başta Çağla–Aynur ikilisi olmak üzere Lale, Hakan, Sıla, Esmeray–Melahat ikilisi, Şule–Hatice ikilisi ve Atakan–Veli ikilisinin bilgisayarlarında istenen eşkenar üçgen oluşumunu tamamladıkları görülmüştür. Öğretmen inşa edilen oluşumun neden eşkenar üçgen olduğunu sorduğunda; Esmeray çemberlerin yarıçap uzunluklarının eşit olduğunu ve üçgenin kenarlarının yarıçapa eş olduğunu açıklamıştır. Etkinliğin sonunda öğretmen zil çalmadan önce A1 nolu bilgisayarda oluşum inşasını göstermiştir (bkz. Şekil 113).



Şekil 113. *Birbirlerinin Merkez Noktalarından Geçen Eş Çemberler İçinde İnşa Edilen Eşkenar Üçgen Oluşumu*

Gerçekleştirilen dördüncü öğretim bölümünde etkinliklerde öğrencilerin *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* yaşadıkları görülürken; bu zorluğun temelinde çizime dayalı alışkanlıkların yanı sıra bazı öğrencilerin inşa edecekleri çokgen oluşumlarının özelliklerine yönelik matematiksel bilgi eksikliklerinin de ortaya çıktığı görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen sınıf tartışması ile çokgenlere yönelik özelliklerin hatırlanmasını sağlamıştır. Gerçekleştirilen öğretim bölümünde öğrencilerin Sherpa iş başında orkestrasyon tipine uyum sağlamış oldukları ve öğretmen bilgisayarından çalışmalarını sunmak için istekli oldukları gözlenmiştir. Bunun yanı sıra “zamana karşı sınıf imecesi” olarak planlanan ve uygulanan yeni orkestrasyon tipinde öğrencilerin istenen oluşumları tamamlamak için yüksek motivasyonla çalıştıkları; buna karşılık bu motivasyonun, zaman zaman sınıfta gürültüye neden olduğu ve bazı öğrencilerin çözüme daha önce ulaşmak için rekabet içerisine girdikleri belirlenmiştir. Gerçekleştirilen etkinlikler ve uygulanan orkestrasyon biçimleri öğrencilerin bir oluşumda farklı stratejiler geliştirmelerine olanak sağlarken; bu farklı çözüm yollarının hepsi sınıfta tartışılmıştır. Süreç içerisinde öğrencilerin büyük bölümünün temel çizim araçlarını (“nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “merkez ve bir noktadan geçen çember”) ve geometrik oluşum araçlarını (“orta nokta veya merkez”, “paralel doğru”, “dik doğru”, “orta dikme”) etkili biçimde kullandıkları görülürken; geometrik dönüşüm araçlarından “doğruya göre yansıt” ve “noktaya göre yansıt” odaklı stratejiler geliştirdikleri; ancak bazı öğrencilerin zaman zaman “doğruya göre yansıt” ve “noktaya göre yansıt” araçlarını birbirlerinin yerine kullandıkları görülmüştür. Bu tür zorluklarda öğretmen ilgili araçların işlevlerine ve istenen geometrik dönüşümlere yönelik destekleyici öğretimsel açıklamalar yapmıştır. Diğer yandan öğrencilerin tümünün verilen bir oluşumu analiz ederken sürüklemeyi yararlandıkları; bazı öğrencilerin kenar ve açı ilişkilerini görmek için ölçme araçlarını (“uzaklık veya uzunluk”, “açı”)

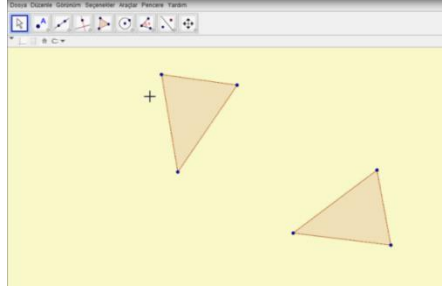
kullandıkları; bazılarının ise bu araçları kullanmaya gerek duymadan, sürüklenme sırasında kenar veya açı eşliklerinin bozulmadığına yönelik çıkarım yaptıkları görülmüştür. Öğretim deneyinin son bölümü olan dördüncü öğretim bölümünün ardından odak öğrencilerin enstrümantal oluşumlarını ve ZGA süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla her biriyle dördüncü klinik görüşme yapılmıştır.

3.9. Dördüncü Klinik Görüşmenin Bulguları

Dördüncü klinik görüşme üç bölümde gerçekleşmiş olup bu bölümler 4a, 4b ve 4c olarak numaralandırılmıştır. Katılımcıların üçüncü klinik görüşmede hatalı çözümler sergilediği yansıma ve dönme dönüşümü içerikli problemlere ilişkin, sonraki öğretim bölümünde hangi ZGA süreçlerini geliştirdiklerini ve hangi stratejilere yönelik genelleme yaptıklarını incelemek amacıyla 4a numaralı klinik görüşmede bu problemler yeniden ele alınmıştır. 4b numaralı klinik görüşmede katılımcıların öğretim programı kapsamında öğrendikleri eşkenar dörtgen ve daha önce karşılaşmadıkları deltoitin oluşumlarının yapılması istenmiştir. 4c numaralı klinik görüşmede ise odak katılımcılara kâğıt üzerinde iki adet ZGA odaklı problem sorulmuştur. Bu problemlerden birisi katılımcıların ön klinik görüşmede hatalı ya da eksik çözümler sergiledikleri birinci problemdir. Dördüncü klinik görüşmenin bu üç bölümüne ait bulgular ayrı başlıklarda ele alınmıştır.

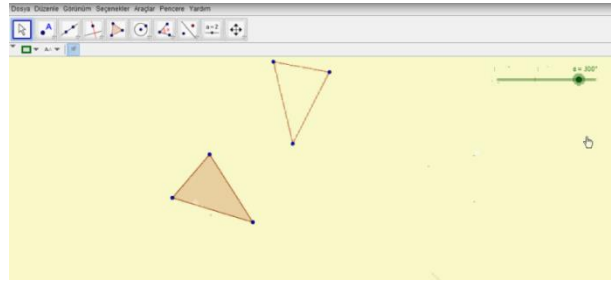
3.9.1. 4a numaralı klinik görüşmenin bulguları

4a numaralı klinik görüşmenin birinci sorusunda odak katılımcılara bir “doğrulama” problemi verilmiş ve iki eş üçgen arasında yansıma dönüşümü olup olmadığını doğrulamaları istenmiştir (bkz. Şekil 114). Araç çubuğunda öğrencilere birinci menüde “taşı”; ikinci menüde “nokta”, “kesişim”, “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüde “doğru” ve “doğru parçası”; dördüncü menüde “dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme”; beşinci menüde “çokgen”; altıncı menüde “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “merkez ve yarıçapla çember”; yedinci menüde “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan”; sekizinci menüde “doğruda yansıt”, “noktada yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür”; dokuzuncu menüde “çizim tahtasını taşı”, “etiketi göster/gizle” ve “sil” araçları verilmiştir.



Şekil 114. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Doğrulama” Kategorili Birinci Soru

4a numaralı klinik görüşmenin ikinci sorusunda katılımcılara bir “gizli parçayı araştırma” problemi verilmiş ve sürgüye bağlı bir dönme dönüşümü içinde dönme merkezinin yerinin bulunması istenmiştir (bkz. Şekil 115). Araç çubuğunda öğrencilere birinci menüde “taşı”; ikinci menüde “nokta”, “kesişim” ve “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüde “doğru” ve “doğru parçası”; dördüncü menüde “dik doğru”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; beşinci menüde “çokgen”; altıncı menüde “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “merkez ve yarıçapla çember”; yedinci menüde “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan”; sekizinci menüde “doğruda yansıt”, “noktada yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür”; dokuzuncu menüde “sürgü”; onuncu menüde “çizim tahtasını taşı”, “etiketi göster/gizle” ve “sil” araçları verilmiştir.



Şekil 115. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Gizli Parçayı Araştırma” Kategorili İkinci Soru

3.9.1.1. Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri

4a numaralı klinik görüşmede ortaya çıkan ZGA süreçleri, ZGA'nın alt bileşenleri olan "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" süreçlerine yönelik ayrı başlıklarda verilmiştir.

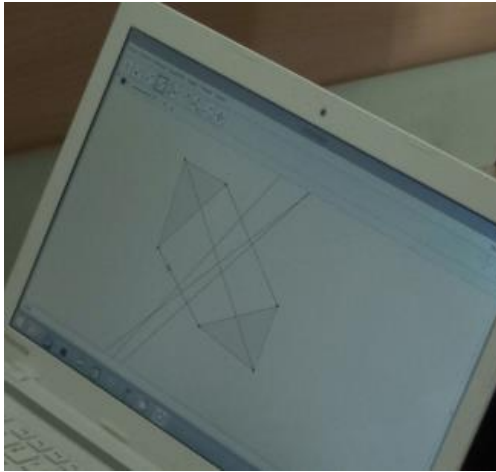
3.9.1.1.1. 4a numaralı klinik görüşmedeki “ilişkilendirme” süreçleri

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki “İlişkilendirme” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 32’de görülmektedir.

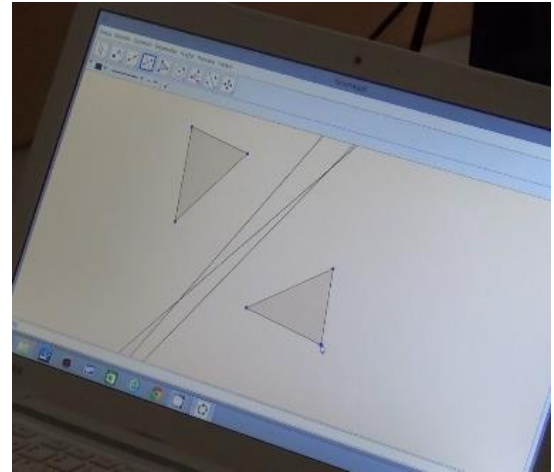
Tablo 32. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri

Soru 4a.1	Soru 4a.2
BŞİ - Çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arası ilişki [Atk, VI, Se, La Nu] - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesi ile diğer iki karşılıklı köşenin orta noktası arası ilişki [SI]	- Karşılıklı köşelerin orta noktaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki [Atk, VI, Se, SI, La] -Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki [Nu] - Çember ve dönme dönüşümü ilişkisi [Atk, VI, Se, SI]
ÖMB - Yansıma dönüşümü üzerine akıl yürütme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]	- 180° dönme ve noktaya göre simetri üzerine akıl yürütme [Atk, La]

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmenin birinci probleminin çözümündeki BŞİ süreçleri incelendiğinde; Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını yansıma dönüşümüne uygun olarak eşledikleri ve bu köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişkileri inceledikleri görülmüştür. Bu ilişkiler kapsamında öğrenciler orta dikmelerin çakışıp çakışmadıklarını araştırmışlardır (bkz. Şekil 116a). Bu süreçte Veli’nin doğru parçalarını oluşturmadan orta dikmeleri oluşturduğu ve ilişkilendirdiği görülmüştür (bkz. Şekil 116b).



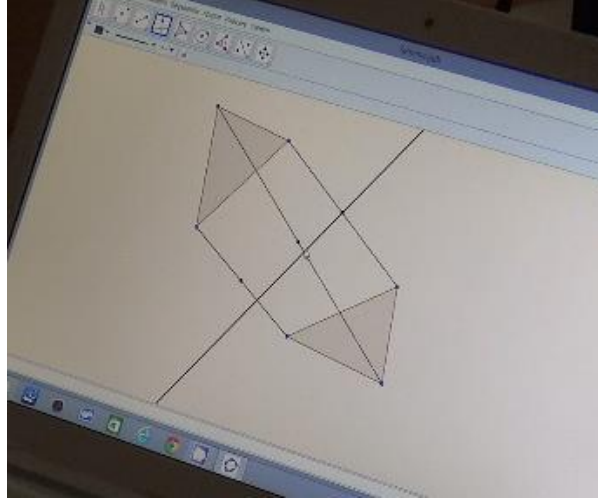
(a)



(b)

Şekil 116. Birinci Problemde Nuray ve Veli’nin “İlişkilendirme” Süreçleri

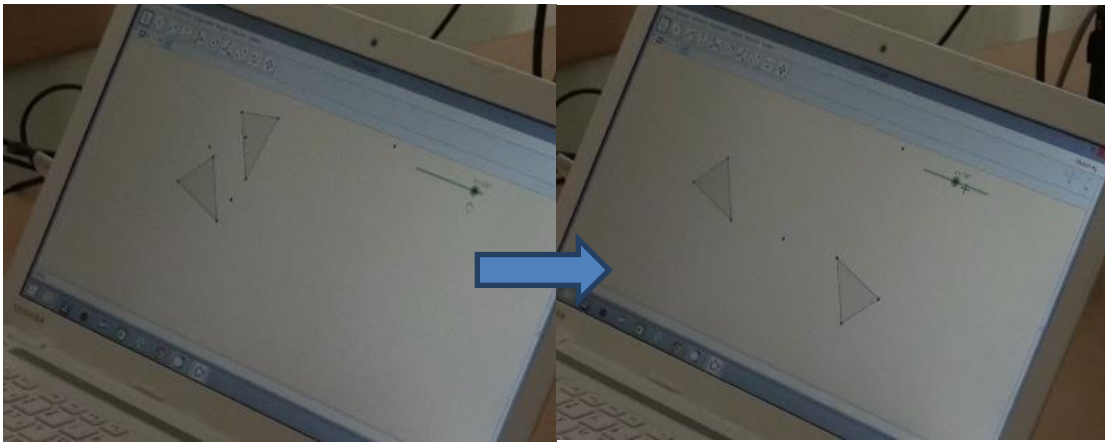
Sıla ise eşlediği köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturduktan sonra doğru parçalarından birisinin orta dikmesi ile diğer doğru parçalarının orta noktalarını ilişkilendirmiştir. Bu ilişkide, Sıla orta dikmenin tüm orta noktalardan geçip geçmediğini incelemiştir (bkz. Şekil 117).



Şekil 117. *Sıla'nın Orta Dikme ve Orta Noktaları İlişkilendirmesi*

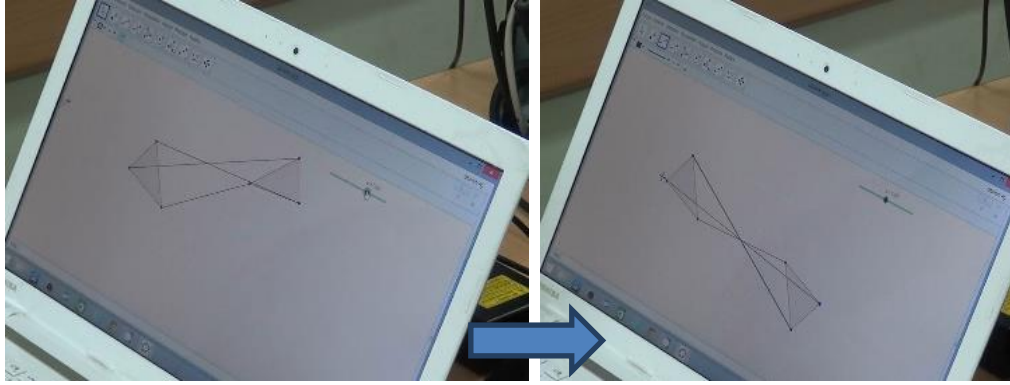
Katılımcıların birinci problemin çözümündeki ÖMB süreçleri incelendiğinde tüm öğrencilerin problemin içeriğine uygun olarak yansıma dönüşümünü temel alan ilişkilendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri gözlenmiştir.

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmenin ikinci problemindeki BŞİ süreçleri incelendiğinde ise; Atakan, Veli, Sera, Sila ve Lale'nin çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını dönme dönüşümüne uygun olarak eşledikleri ve bu köşe noktalarının orta noktaları ile dönme merkezi arasındaki ilişkiyi araştırdıkları görülmüştür. Bu ilişki kapsamında katılımcılar sürgüyü 180° dönme açısına getirerek orta noktaların çakışıp çakışmadığını incelemişlerdir. Öğrenciler orta noktaların 180° dönme açısında çakıştıkları yeri dönme merkezi olarak açıklamışlardır (bkz. Şekil 118).



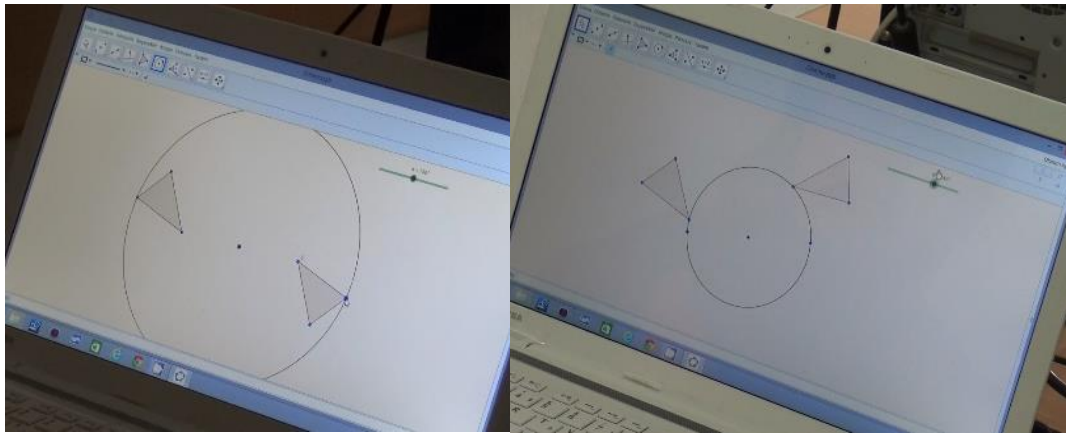
Şekil 118. *Karşılıklı Köşelerin Orta Noktalarının 180° Dönme Dönüşümünde Çakışması*

Bu katılımcılardan farklı olarak, Nuray eşlediği köşe noktalarını birleştiren doğru parçaları ile dönme merkezi arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Nuray ilişkilendirmesinde sürgüyü 180° dönme açısına getirerek oluşturduğu doğru parçalarının tek bir noktada kesişip kesişmediğini gözlemiştir. Nuray doğruların 180° dönmede kesiştikleri noktayı dönme merkezi olarak açıklamıştır (bkz. Şekil 119).



Şekil 119. Köşeleri birleştiren doğru parçalarının 180° dönmede bir noktada kesişmesi

Katılımcılardan Sera karşılıklı iki köşenin orta noktasını oluşturmuş, bu noktayı dönme merkezi olarak açıklamış ve orta noktayı merkez kabul eden çember oluşumu yapmıştır. Sera'nın dışında; Atakan, Veli ve Sıla da dönme merkezi olarak açıkladıkları noktayı merkez kabul eden çemberler oluşturmuşlardır. Atakan, Veli, Sera ve Sıla oluşturdukları çemberler ile soruda verilen çokgenlerin köşe noktaları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu bağlamda oluşturulan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarından geçip geçmediğini gözlemişler ve sürgü yardımıyla keşfettikleri durumun korunup korunmadığını incelemiştir (bkz. Şekil 120).



Şekil 120. İşaretlenen Orta Noktayı Merkez Kabul Eden Çemberlerin Oluşturulması ve Sürgüyle Dönme Hareketinin İncelenmesi

Katılımcılara çözümlerinde 180° dönme açısını neden kullandıkları sorulduğunda ise, Sera 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşe noktaları ve dönme merkezinin doğrudan olduğunu açıklamıştır. Atakan ve Lale ise 180° dönme açısını kullanmalarının gerekçesini “noktaya göre simetri” ile ilişkilendirerek açıklamışlardır. Bu bağlamda Atakan ve Lale’nin “noktaya göre simetri” odaklı ÖMB süreçlerini gerçekleştirmiş oldukları görülmüştür.

3.9.1.1.2. 4a numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki “Genelleme” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 33’te görülmektedir.

Tablo 33. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri

	Soru 4a.1	Soru 4a.2
TDY	- Yansıma doğrusu ve orta dikme odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- 180° dönme dönüşümü odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Noktaya göre simetri odaklı düşünce [Atk, La] - Çember ve dönme merkezi odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl]
TÇK	- Çokgenlerin karşılıklı köşelerine ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmaması üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına yönelik çıkarım [Atk, VI, Se, La, Nu] - Karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesi ile diğer köşelerin orta noktaları arasındaki ilişki üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına yönelik çıkarım [Sl]	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktalarının dönme merkezini gösterdiğine ilişkin çıkarım [Atk, VI, Se, Sl, La] - 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının dönme merkezinde kesiştiklerine ilişkin çıkarım [Nu] - Dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere yönelik çıkarım [Atk, VI, Se, Sl] - 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetrinin ilişkisine yönelik çıkarım [Atk, La]

4a numaralı klinik görüşmenin birinci ve ikinci problemlerinin çözümünde odak katılımcıların dördüncü öğretim bölümünde iki şeklin doğruya göre simetrik olup olmadığını doğrulamaya yönelik ulaştıkları genellemeler ortaya çıkmıştır. Odak katılımcıların birinci problemin çözümünde TDY süreçleri incelediğinde; Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın yansıma doğrusu ve orta dikme odaklı düşüncelerini çözüme dâhil ettikleri görülmüştür. Bunun yanında, katılımcıların TÇK süreçleri incelendiğinde; Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın verilen çokgenlerin karşılıklı

köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini ilişkilendirerek, üçgenlerin simetrik olup olmadıklarına yönelik çıkarım yaptıkları görülmüştür. Örnek açıklamalar incelendiğinde, Sera “*yok hocam, eğer doğruya göre yansıma olsaydı, bunların orta dikmeleri tek bir doğru oluştururdu*” derken; Veli “*yansıma değil hocam, hepsinin aynı... Orta dikmeleri aynı değil*” ifadesini kullanmıştır. Tüm çözüm kümesi için genellemeye yönelik bir başka göstergede ise Sıla, karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesi ile diğer iki köşenin orta noktası arasındaki ilişki üzerinden çokgenler arasında yansıma ilişkisi olmadığı çıkarımına ulaşmıştır. Sıla “*yok hocam, çünkü (orta dikmeyi) bulduğumda bu ikisinin (orta noktaların) üzerinden geçmedi*” açıklamasını yapmıştır.

Odak katılımcıların ikinci problemin çözümünde TDY süreçleri incelendiğinde; Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın 180° nin dönme dönüşümünde özel bir açı ölçüsü olduğu düşüncesinden hareket ettikleri; Atakan ve Lale’nin “noktaya göre simetri” ve “ 180° dönme dönüşümü” odaklı düşüncelerini çözüme ekledikleri görülmüştür. Atakan, Veli, Sera ve Sıla ise dönme merkezi ile çember ilişkisine odaklı düşünceden hareket ederek çözüm adımları geliştirmişlerdir. Odak katılımcıların ikinci probleme yönelik TÇK süreçleri incelendiğinde; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale’nin 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktaları arasındaki ilişkiden yola çıkarak dönme merkezinin nerede olduğuna yönelik çıkarım yaptıkları görülmüştür. Bu bağlamdaki örnek açıklamalarda, Atakan “*hocam bunu 180 derecede tutarız, orta noktalarını buluruz*” açıklamasını yaparken; Veli “*karşılıklı 180 dereceye getiririz, buradan orta noktayı alırım, çemberin tam merkezi oluyor burada*” ifadesini kullanmış; Lale de “*iki şeklin çakıştı... Köşe noktaları hani... Biz 180 dereceye getirdiğimizde şey olur, orası dönme merkezi olur*” açıklamasını yapmıştır. Nuray ise 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının kesişim noktalarından yola çıkarak aynı çıkarıma ulaşmıştır. Bu çerçevede Nuray “*bunların hepsi de kesişiyor, tam ortası merkez noktası işte*” açıklamasını yapmıştır. Diğer yandan katılımcılardan Atakan, Veli, Sera ve Sıla çember oluşumlarından yola çıkarak dönme hareketi sırasında köşe noktalarının takip ettikleri geometrik yere yönelik çıkarım yapmışlardır. Bu çerçevede örnek açıklamalar incelendiğinde Atakan “*karşılıklı noktaları hep aynı çemberde*” derken; Sera “*orta noktalardan çember oluşturdum, doğru yapıp yapmadığımı kontrol etmek için*” ifadesine yer vermiştir. Son olarak katılımcılardan

Atakan ve Lale 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetri dönüşümünün aynı geometrik dönüşümler olduğuna yönelik genellemelere ulaşmış olduğu ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda katılımcıların açıklamaları incelendiğinde Atakan'ın “*yansıma olur, noktaya göre yansıma... Orta noktaya göre yansıma*” ifadesine yer verdiği; Lale'nin de “*şekiller karşı karşıya geldiğinde (180° dönme dönüşümü gösterilir) biz onların orta noktalarını buluyoruz. Burada bir nevi şey oluyor. Noktaya göre yansıma oluyor*” açıklamasını yaptığı görülmüştür. Bu noktada DGY'de noktaya göre simetri dönüşümüne ilişkin aracın adının “noktada yansıt” olması dolayısıyla katılımcıların da “noktaya göre simetri” yerine “noktaya göre yansıma” ifadesini kullandıkları anlaşılmıştır.

3.9.1.1.3. 4a numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 34’te görülmektedir.

Tablo 34. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

	Soru 4a.1	Soru 4a.2
DD	- Sürüklemeye üçgenlerin köşeleri arasındaki ilişkiyi inceleme [Nu]	- Sürgü yardımıyla dönme açısını değiştirme ve hareketi inceleme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]
	- Sürüklemeye üçgenlerin köşeleri arasındaki değişmez ilişki [Nu]	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışıp çakışmadığını inceleme [Atk, VI, SI, La]
EKK	- Karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını inceleme [Atk, VI, Se, La, Nu]	- Dönme hareketinde karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının tek bir noktada kesişip kesişmediğini inceleme [Nu]
	- Karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesinin, diğer iki karşılıklı köşenin orta noktasından geçip geçmediğini inceleme [SI]	- Dönme hareketinde karşılıklı köşelerin aynı çember üzerinde kalıp kalmadığını test etme [VI, Se, SI]

Odak katılımcıların birinci problemin çözümünde DD süreçleri incelendiğinde sadece Nuray'ın bu ZGA bileşenine ait süreçleri gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu bağlamda Nuray çözüme başlarken verilen üçgenlerin köşe noktalarını sürükleyerek karşılıklı çokgenler arasındaki ilişkiyi dinamik olarak incelemiştir. Bu noktada, hem üçüncü klinik görüşmede hem de sınıf içi etkinliklerde yansıma dönüşümüne ilişkin benzer doğrulama süreçlerinin gerçekleştirilmiş olduğu bilinmektedir. Bu nedenle öğrencilerin çokgenlerin simetrik olup olmadıklarını incelemeye yönelik problemlerle karşılaştıklarında daha önce genelledikleri belirli çözüm stratejilerini hemen

uyguladıkları ve şekilleri incelemek için sürüklemeyi tercih etmedikleri düşünülmektedir. Katılımcıların birinci problemin çözümündeki “EKK” süreçleri incelendiğinde, Nuray’ın üçgenlerin karşılıklı köşe noktalarını sürüklerken noktalar arasındaki değişmez ilişkileri araştırdığı görülmüştür. Bunun yanında Veli, Sera, Lale ve Nuray izledikleri çözüm yollarında karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerini oluştururlarken orta dikmelerin çakışıp çakışmadıklarını araştırmışlardır. Bu katılımcılardan farklı olarak, Sıla çözüm yolunda karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerini ve orta noktalarını oluştururken orta dikmenin orta noktalardan geçip geçmediğini araştırmıştır.

İkinci problemin çözümünde katılımcıların DD süreçleri incelendiğinde tüm öğrencilerin sürgüyle dönme açısını değiştirerek dönme hareketini görselleştirdikleri görülmüştür. Katılımcıların DD süreçlerinin birinci probleme kıyasla ikinci problemin çözümünde daha fazla ortaya çıktığı görülmektedir. Bu farklılığa ikinci problemde verilen sürgü temelli yapı neden olmaktadır ve öğrenciler çözümlerini geliştirirken sürgüden yararlanmak zorundadırlar. İkinci problemin çözümünde katılımcıların EKK süreçleri incelendiğinde Atakan, Veli, Sıla ve Lale’nin karşılıklı köşelerin orta noktalarının 180° dönmede aynı yerde çakışıp çakışmadıklarını araştırdıkları görülmüştür. Bununla beraber, Nuray sürgü 180° dönme açısına getirilirken karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının aynı noktada kesişip kesişmediğini incelemiştir. Katılımcılardan Atakan, Veli, Sera ve Sıla dönme merkezi olarak belirledikleri noktayı merkez kabul eden çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçip geçmediğini araştırmışlar ve sürgüye bağlı dönme hareketi sırasında köşe noktalarının çember üzerinde hareket edip etmediklerini gözlemişlerdir.

3.9.1.1.4. 4a numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

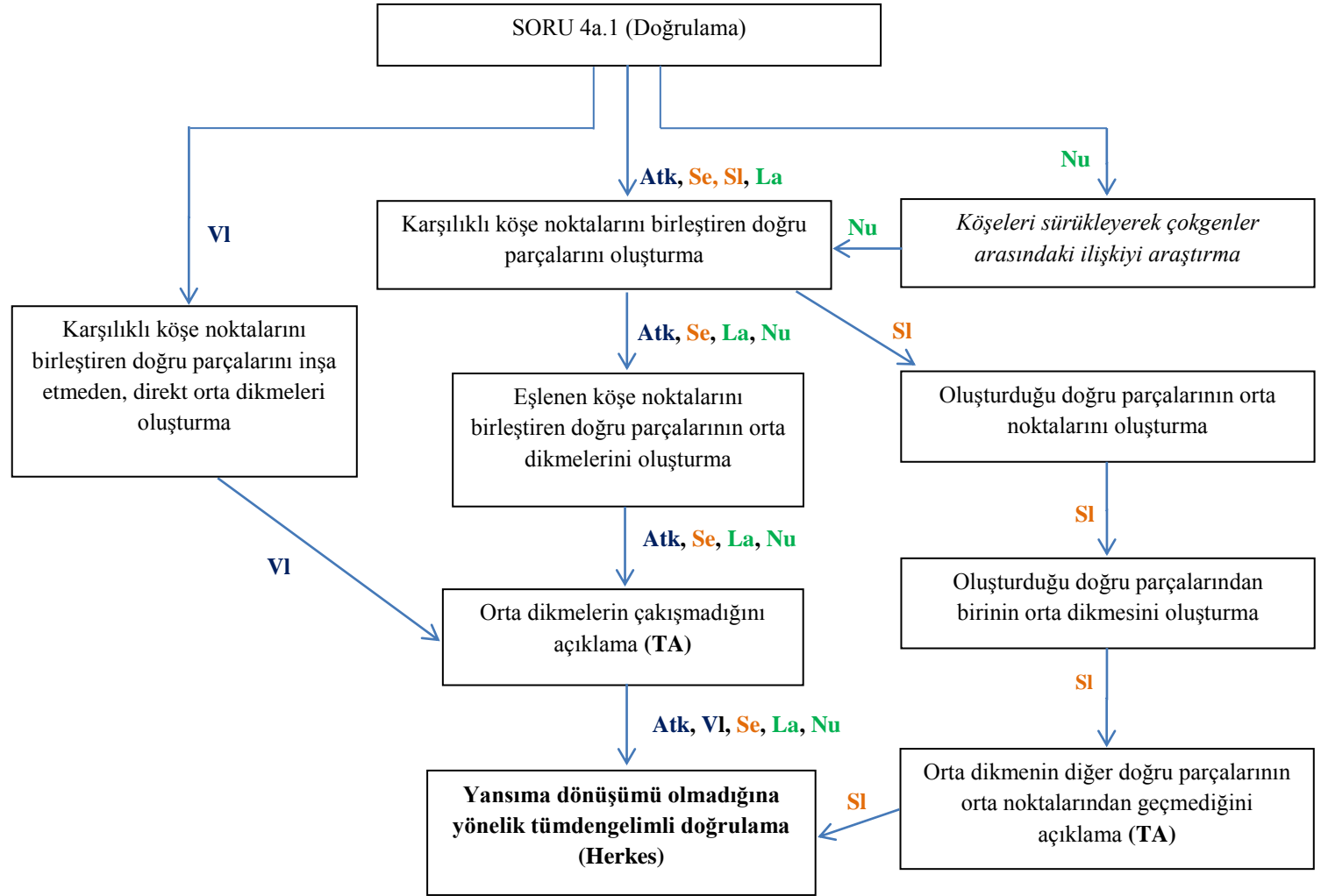
Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmede “Keşif ve Yansıtma” bağlamındaki “KÖP” süreçleri Tablo 35’te görülmektedir.

Tablo 35. 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

	Soru 4a.1	Soru 4a.2
KÖP	<p>- Çokgenlerin karşılıklı köşelerine ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmadığını keşfetme [Atk, VI, Se, La, Nu]</p> <p>- Karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesinin, diğer doğru parçalarının orta noktalarından geçmediğini keşfetme [SI]</p>	<p>- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakıştığını keşfetme [Atk, VI, SI, La]</p> <p>- 180° dönmede karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesiştiğini keşfetme [Nu]</p> <p>- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktasını merkez alan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini keşfetme [Atk, VI, Se, SI]</p>

Tablo 35 ışığında Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray'ın birinci problemin çözümünde, verilen çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını; Sıla'nın ise karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesinin diğer doğru parçalarının orta noktalarından geçip geçmediğini keşfettikleri görülmüştür. İkinci problemin çözümünde ise Atakan, Veli, Sıla ve Lale'nin 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarının çakışıp çakışmadığını; Nuray'ın çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesişip kesişmediklerini; Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın karşılıklı köşelerin orta noktasını merkez kabul eden çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçip geçmediğini keşfettikleri ortaya çıkmıştır.

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki birinci problemin çözümüne ait AÖP süreçleri Şekil 121'de çözüm şemaları biçiminde verilmiş ve çözüme giden adımlar görselleştirilmiştir.



Şekil 121. Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemindeki “Amacı Ön Plana Alma” Göstergeleri

Odak katılımcıların birinci probleme ilişkin çözümleri takip edildiğinde; Atakan, Sera ve Lale'nin çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturma ile çözüm sürecine başladıkları, sonraki adımda doğru parçalarının orta dikmelerini inşa ettikleri ve orta dikmelerin çakışmadığını açıkladıkları, son adımda da verilen çokgenler arasında yansıma dönüşümü olmadığına ilişkin tümdengelimli doğrulamaya ulaştıkları görülmüştür.

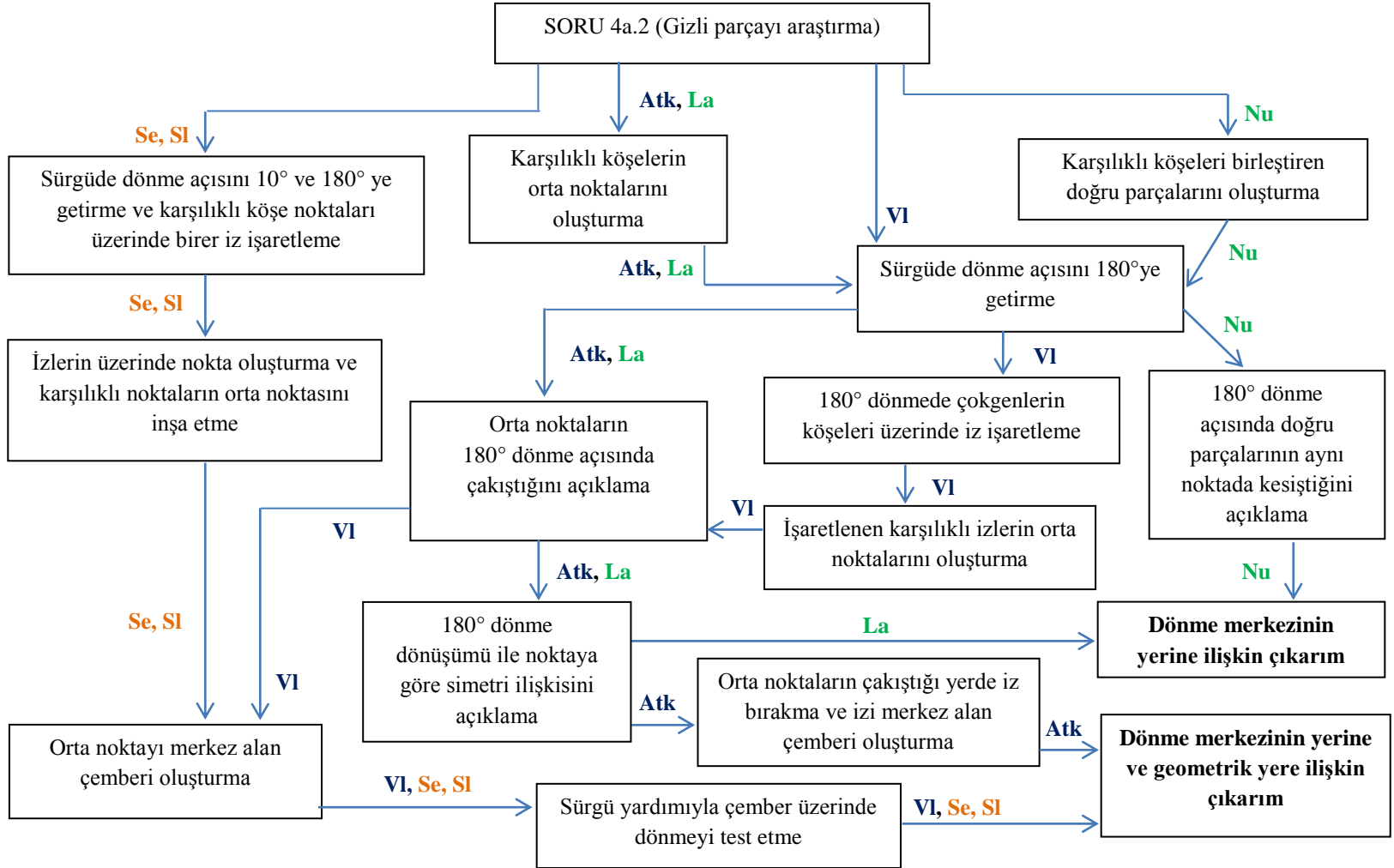
Veli ise birinci adımda diğer katılımcılardan farklı olarak çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarını oluşturmadan orta dikmeleri inşa etmiş ve ikinci adımda bu dikmelerin çakışmadığını açıklamıştır. Veli son adımda diğer katılımcılar gibi büyük resme odaklanmış ve tümdengelimli doğrulamaya ulaşmıştır.

Nuray birinci adımında köşe noktalarını sürükleyerek çözüme başlamış ve çokgenlerin köşeleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Nuray daha sonra Atakan, Sera ve Lale ile aynı yolu takip etmiş ve çokgenlerin ilişkisinde yansıma dönüşümü olmadığını tümdengelimli akıl yürütme yoluyla doğrulamıştır.

Diğer odak katılımcı Sıla'nın çözüm sürecinin ilk adımında çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturduğu; ikinci adımda doğru parçalarının orta noktalarını oluşturduğu; üçüncü adımda doğru parçalarından birisinin orta dikmesini oluşturduğu görülmüştür. Sıla'nın dördüncü adımda orta dikmenin tüm doğru parçalarının orta noktasından geçmediğini açıkladığı ve son adımda şekiller arasında yansıma dönüşümü olmadığını tümdengelimli akıl yürütme yoluyla doğruladığı görülmüştür.

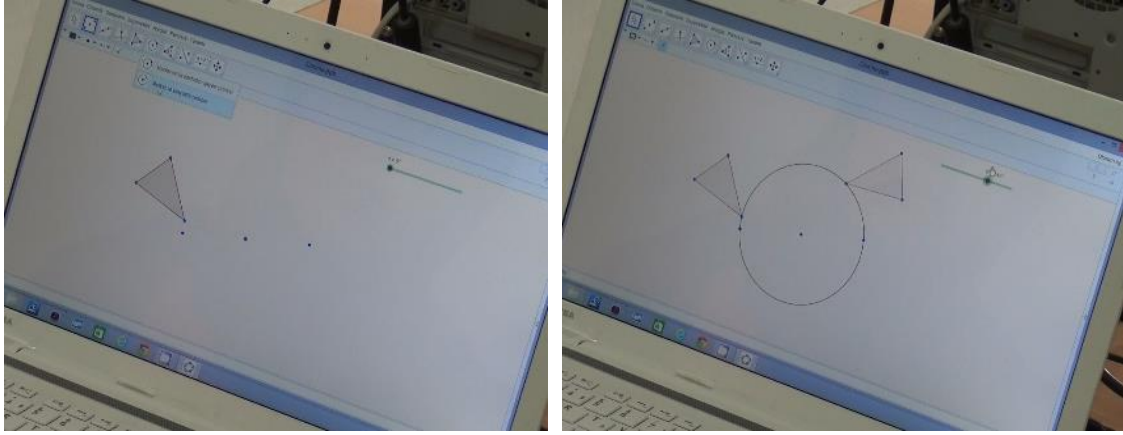
Şekil 121'de görüldüğü üzere ortaya çıkan ortak çözüm adımları, iki çokgenin doğruya göre simetrik olup olmadığının doğrulanmasında, orta dikmelerin ilişkilendirilmesine dayalı stratejinin katılımcılar arasında yaygın olarak genellendiğini ortaya koymaktadır. Çözüm adımları ve katılımcıların açıklamaları ışığında yansıma dönüşümünde yansıma doğrusu–orta dikme ilişkisinin öğrenciler tarafından anlamlandırılmış olduğu görülmüştür.

4a numaralı klinik görüşmedeki ikinci problemin çözümüne ilişkin AÖP süreçleri Şekil 122'de çözüm şemaları olarak düzenlenmiş ve çözüme giden adımlar görselleştirilmiştir.



Şekil 122. Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemindeki “Amacı Ön Plana Alma” Süreçleri

Katılımcıların ikinci probleme ilişkin çözümleri incelendiğinde, Sera ve Sıla'nın ilk adımlarında sürgüde dönme açısını 10° ye getirdikleri ve “izi aç” aracıyla çokgenin bir köşesinin konumunu işaretledikleri görülmüştür. İkinci adımlarında sürgüde dönme açısını 190° ye getirerek ve “izi aç” aracını kullanmışlar ve çokgenin aynı köşe noktasının konumunu tekrar işaretlemişlerdir. Sera ve Sıla üçüncü adımlarında işaretledikleri izler üzerinde noktalar oluşturmuşlar ve bu iki noktanın orta noktasını inşa etmişlerdir. Dördüncü adımda iki katılımcı inşa ettikleri orta noktayı merkez alan ve işaretlenen izlerden geçen çember oluşumu yapmışlardır. (bkz. Şekil 123).

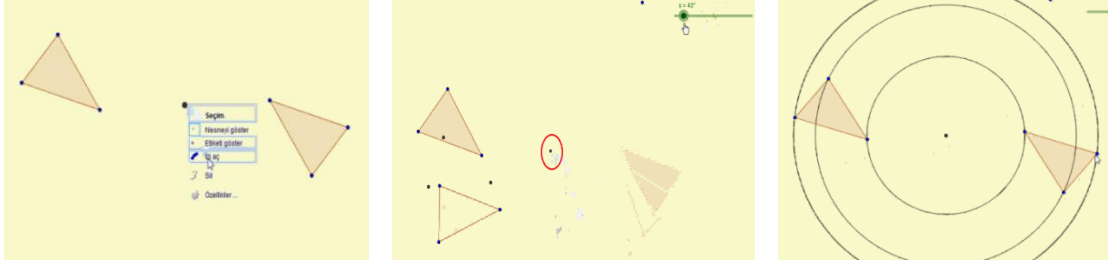


Şekil 123. *Sera'nın 10° ve 190° Dönme Açılarında Karşılıklı Noktaların Orta Noktalarını İnşa Etmesi ve Orta Noktayı Merkez Alan Çember Oluşumu Yapması*

Sera ve Sıla son adımda sürgüyü çalıştırarak çokgenin köşesinin oluşturulan çember üzerinde hareket ettiğini ortaya koymuşlar; dönme merkezinin yeri ve dönme hareketinde çokgenin köşe noktasının geometrik yeri ile ilgili sonuca ulaşmışlardır.

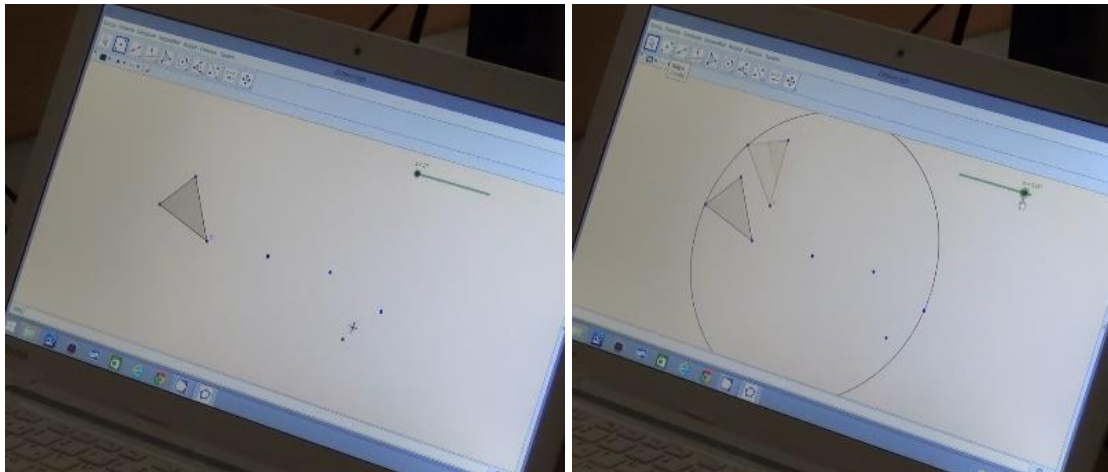
Atakan ve Lale'nin ise çözümlerinde çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturdukları; sürgüde dönme açısını 180 dereceye getirdikleri; karşılıklı köşelerin orta noktalarının 180° dönme açısında çakıştığını gösterdikleri ve bunun gerekçesi sorulduğunda katılımcıların 180° dönme dönüşümü ile noktaya göre simetrisinin ilişkisini açıkladıkları görülmüştür. Sonraki adımda Lale'nin orta noktaların çakıştığı yerden yola çıkarak dönme merkezinin yerine ilişkin sonuca ulaştığı ve geometrik yere yönelik bir araştırma yapmadığı gözlenmiştir. Atakan ise “izi aç” yardımıyla orta noktaların çakıştığı yerde bir iz bırakmış; sonra da bu izi merkez alan ve çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçen bir çember oluşturmuştur (bkz. Şekil 124).

Atakan, izlediği adımlar sonucunda dönme merkezinin yerine ve dönme hareketinde çokgenin köşe noktasının geometrik yerine ilişkin sonuca ulaşmıştır.



Şekil 124. *Atakan'ın 180° Dönme Dönüşümünde Karşılıklı Köşelerin Orta Noktalarının Çakıştığı Yerde İz Bırakması ve İzi Merkez Alan Çemberleri Oluşturması*

Odak katılımcılardan Veli ilk adımında sürgüde dönme açısını 180° ye getirmiştir. Katılımcı sonraki adımında dönme açısı 180° iken sürgüye bağlı hareket eden çokgenin tüm köşe noktaları üzerinde iz bırakmıştır. Veli daha sonra her bir iz üzerinde nokta oluşturmuş ve 180° dönmede karşılıklı noktaların orta noktalarını oluşturmuştur. Veli orta noktaların çakıştığını açıklamış ve bu noktayı merkez alan bir çember oluşumu yapmıştır. Oluşturulan çemberin karşılıklı noktalardan geçtiği gösterilmiştir. Veli sürgüyü çalıştırarak bu karşılıklı noktaların her zaman çember üzerinde kaldığını açıklamıştır (bkz. Şekil 125). Son adımda Veli dönme merkezinin yerine ve köşe noktasının dönmedeki geometrik yerine ilişkin sonuca ulaşmıştır.



Şekil 125. *Veli'nin 4a Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Sorusuna Yönelik Çözümü*

Diğer bir odak katılımcı Nuray ise çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarını oluşturarak çözüme başlamıştır. Katılımcı sonraki adımlarında

sürgüdeki dönme açısını 180° ye getirmiş; 180° dönme açısında doğru parçalarının aynı noktada kesiştiğini açıklamış ve kesişim noktası üzerinde dönme merkezinin yerine ilişkin sonuca ulaşmıştır. Nuray dönme hareketindeki geometrik yeri (çemberi) oluşturmaya yönelik bir işlem yapmamıştır.

Şekil 125'teki çözüm adımları incelendiğinde 180° dönme dönüşümü ve dönme merkezi ilişkisine yönelik genellenin tüm katılımcılar tarafından yapılmış olduğu görülmüştür. Atakan ve Lale bu genellenin gerekçesini noktaya göre simetri ve 180° dönme dönüşümü ilişkisi üzerinden açıklamışlardır. Bunun yanı sıra Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın dönme dönüşümü ve çember ilişkisini çözüm sürecinde etkili biçimde kullanırlarken; Sera'nın 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşe noktalarının çemberin merkez noktasıyla doğrudan olmasına vurgu yaptığı gözlenmiştir. Diğer katılımcılardan Veli 180° dönme dönüşümü ve orta nokta odaklı stratejiyi kullanmasının gerekçesini “*köşeler tam karşılıklı olur*” ifadesi ile açıklamıştır. Sıla ise 180° dönme açısında karşılıklı köşelerin orta noktalarının dönme merkezini oluşturacaklarını belirtirken kullandığı stratejide sürgüyü 10° ve 190° ye getirmek yerine; aralarında 180° fark olan farklı değerleri de kullanabileceğini ifade etmiştir. Bu noktada Sera, Sıla ve Veli (1) çember ile dönme dönüşümü ilişkisine, (2) 180° dönme dönüşümü ile dönme merkezi ilişkisine odaklanmışlar; buna karşılık 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetri ilişkisini kuramamışlardır. Lale ve Nuray'ın ise dönme dönüşümü ile çember ilişkisini vurgulamalarına karşılık; 180° dönme dönüşümü ile dönme merkezi ilişkisine yönelik genellemelere ulaşmış oldukları görülmüştür. Bununla birlikte Lale'nin Nuray'dan farklı olarak 180° dönme dönüşümü ile noktaya göre simetri dönüşümü arasındaki ilişkiye yönelik de genellemeye ulaştığı belirlenmiştir. Son olarak, Atakan'ın ise izlediği çözüm adımlarında diğer 5 katılımcının odaklandıkları ilişkilerin hepsine dikkat ettiği ve bu ilişkilere yönelik geçerli genellemelere ulaşmış olduğu ortaya çıkmıştır.

3.9.1.2. Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki enstrümanları

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşme sorularında kullandıkları enstrümanlar Tablo 36'da görülmektedir.

Tablo 36. Odak Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrüman
4a.1	a. Sürüklenme yardımıyla karşılıklı çokgenleri ilişkilendirme	a. Nu	a. Taşı
	b. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tümünü oluşturma	b. Atk, Se, Sl, La, Nu	b. Doğru parçası
	c. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturma ve karşılaştırma	c. Atk, Se, La, Nu	c. Orta dikme
	d. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturmada, bu doğru parçalarının orta dikmelerini oluşturma ve karşılaştırma	d. Vl	d. Orta dikme
	e. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta noktalarını ve iki karşılıklı köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturarak karşılaştırma yapma	e. Sl	e. Orta nokta veya merkez; dik doğru
4a.2	a. Verilen sürgü yardımıyla dönme açısının değiştirilmesi ve hareketin incelenmesi	a. Herkes	a. Sürgü
	b. Karşılıklı köşelerin orta noktalarını oluşturma ve 180° dönmeye orta noktaların çakışıp çakışmadığını inceleme	b. Atk, Vl, La	b. Orta nokta veya merkez; sürgü
	c. 180° dönmeye çokgenlerden birisinin orta noktaya göre simetrisini oluşturma	c. La	c. Noktada yansıt
	d. 180° dönmeye karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakıştığı yer üzerinde iz bırakma	d. Atk	d. İzi aç
	e. İzi merkez alan ve karşılıklı köşelerden geçen çemberler oluşturma	e. Atk	e. Merkez ve bir noktadan geçen çember
	f. Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarını oluşturma ve 180° dönmeye doğru parçalarının aynı noktada kesişip kesişmediklerini inceleme	f. Nu	f. Doğru parçası; Nokta; sürgü
	g. 180° dönmeye üçgenlerin köşeleri üzerinde iz bırakma ve karşılıklı noktaların orta noktalarını oluşturma	g. Vl, Se, Sl	g. Sürgü; İzi aç; orta nokta veya merkez
	h. İzlerin orta noktasını merkez alan ve karşılıklı köşelerden geçen çember oluşturma ve dönme sırasında köşelerin çember üzerinde kalıp kalmadığını inceleme	h. Vl, Se, Sl	h. Merkez ve bir noktadan geçen çember; sürgü

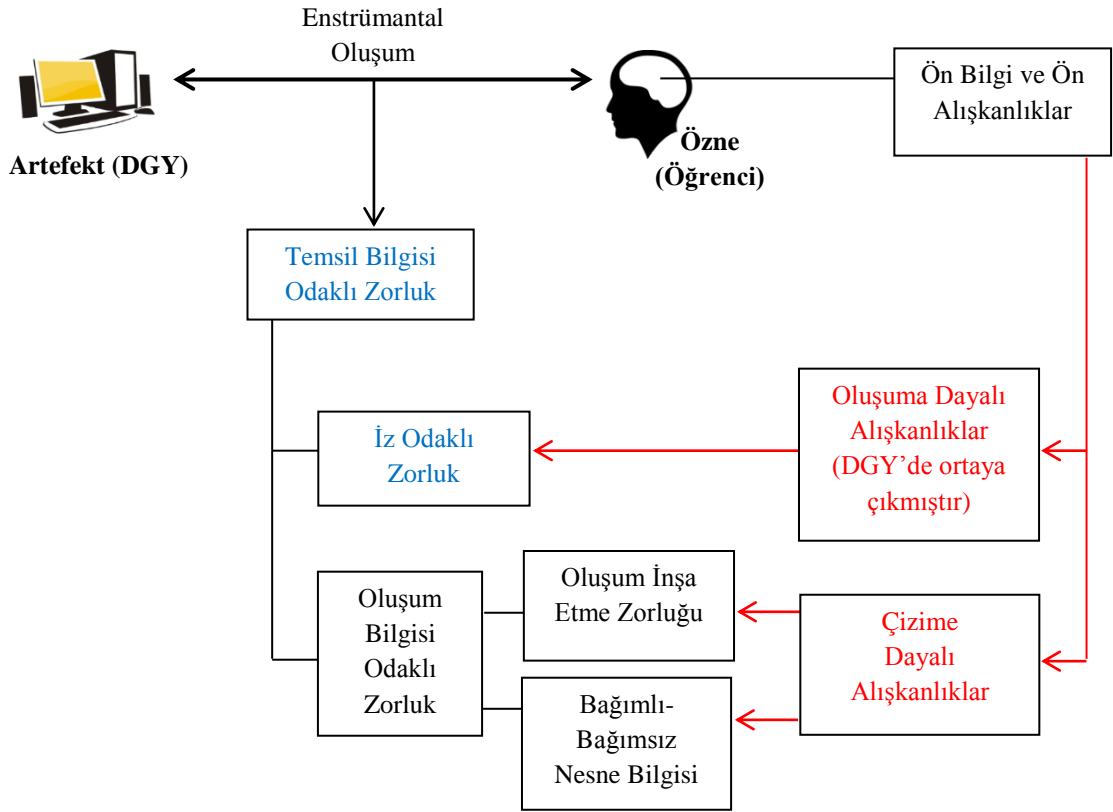
Tablo 36'ya göre katılımcıların birinci problemdeki kullanım şemaları incelendiğinde, Nuray'ın soruda verilen çokgenlerin ilişkisini dinamik yolla incelemek amacıyla "taşı" aracını seçtiği ve üzerinde sürüklenme yapılabilen bağımsız çokgeni sürüklediği görülürken; sonraki adımda sürüklemeye gerek duymayan Atakan, Sera, Sıla ve Lale ile beraber, yansıma doğrusunun karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçaları ile ilişkisini incelemek amacıyla "doğru parçası" aracını kullanmış ve ilgili doğru parçalarını oluşturmuştur. Sürecin devamında Atakan, Sera, Lale ve Nuray

bu doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişkiyi incelemek için “orta dikme” aracını kullanırlarken, orta dikmelerin çakışmadığını keşfetmişler ve verilen matematiksel durumda yansıma dönüşümünün olmadığını doğrulamışlardır. Diğer katılımcılardan Sıla ise doğru parçalarını oluşturduktan sonra bu doğru parçalarının orta noktalarını incelemek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanmış; ardından doğru parçalarından birisinin orta dikmesinin diğer doğru parçalarının orta noktalarından geçip geçmediğini görmek amacıyla “dik doğru” aracını seçmiş ve önce doğru parçasına, sonra orta noktasına tıklamıştır. Sıla yaptığı işlemin sonucunda orta dikmenin diğer doğru parçalarının orta noktalarından geçmediğini açıklamış ve verilen matematiksel durumda yansıma dönüşümünün var olmadığını doğrulamıştır. Son katılımcı Veli ise çözümünde orta dikmelerin ilişkisini incelemek amacıyla “doğru parçası” aracının kullanımına gerek duymadan sadece “orta dikme” aracını seçmiş ve karşılıklı köşe noktalarına tıklayarak hedeflediği doğruları oluşturmuştur. Veli bu doğruların çakışmadığını açıklayarak verilen matematiksel durumda yansıma dönüşümünün var olmadığını doğrulamıştır.

İkinci sorunun çözümünde ise, tüm katılımcıların sürecin pek çok aşamasında verilen sürgüden yararlandıkları ortaya çıkmıştır. Bununla beraber Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın “orta nokta veya merkez”, “izi aç” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember” araçlarını; Lale'nin “orta nokta veya merkez” ve “noktada yansıt” araçlarını; Nuray'ın ise “doğru parçası” ve “nokta” araçlarını enstrüman olarak kullandığı görülmektedir. Kullanım şemaları bağlamında tüm katılımcıların soruda verilen dönme hareketini incelemek amacıyla sık sık sürgüdeki dönme açısını değiştirdikleri görülmüştür. Bunun yanında 180° dönme açısında Veli çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını; Atakan ise karşılıklı köşe noktalarının orta noktasını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonunu kullanmışlardır. Atakan, Veli ve Lale çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanırlarken; sonraki adımda 180° dönme açısında orta noktaların çakıştığını göstermişler ve dönme merkezinin yerine ilişkin çıkarımda bulunmuşlardır. Lale ulaştığı sonucu doğrulamak için 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetri ilişkisinden yola çıkmış ve “noktada yansıt” aracını kullanarak çokgenlerden birisinin orta noktaya göre simetriğinin ikinci çokgenle çakıştığını göstermiştir. Atakan ve Veli ise ulaştıkları sonucu doğrulamak için orta noktayı merkez alan bir çemberin karşılıklı

köşe noktalarından geçip geçmediğini incelemişler ve “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını kullanarak hedefledikleri çemberleri oluşturmuşlardır. Ayrıca Atakan ve Veli dönme hareketi sırasında karşılıklı köşe noktalarının çemberler üzerinde kaldığını görmek amacıyla sürgüyü tekrar kullanmışlar; çember üzerinde gerçekleşen dönme hareketini göstermişler ve çözümü tamamlamışlardır. Diğer iki araştırmacı Sera ve Sıla da özel bir dönme açısı olan 180° temelli bir strateji kullanmak için sürgüyü önce 10° ye, daha sonra da 190° ye getirmişler ve çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonunu kullanmışlardır. Sera ve Sıla sonraki adımda 180° dönme dönüşümünde dönme merkezinin karşılıklı noktaların orta noktası üzerinde olduğuna ilişkin genellemeden hareketle “orta nokta veya merkez” aracını seçmişler ve işaretledikleri izlerin üzerine tıklayarak orta noktalarını oluşturmuşlardır. İki katılımcı son adımda orta noktayı merkez alan çemberlerin karşılıklı noktalardan geçtiğini görmek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını kullanmışlar; ardından dönme hareketi sırasında köşe noktalarının bu çember üzerinde hareket ettiğini göstermek için sürgüden faydalanmışlardır. Öğretim bölümlerinde Sera tarafından geliştirilen ve Sera’nın grup arkadaşı Sıla tarafından da benimsenen bu stratejinin sonunda çözüm süreci tamamlanmıştır.

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmede karşılaştıkları enstrümantal zorluklar Tablo 37’de görülmektedir. Bulgularda yeni bir enstrümantal zorluk türü olan “İz” Odaklı Zorluk’un ortaya çıktığı belirlenmiştir. Bu bağlamda Veli’nin işaretlediği iz üzerinde bir oluşum gibi işlem yapmaya çalıştığı görülmüştür. Bu zorluğun arka planında katılımcının öğretim bölümleri içerisinde, üzerinde işlem yapılan DGY oluşumlarına yönelik kazandığı alışkanlıkların rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu zorluk türü, *Oluşum Bilgisi Odaklı Zorluk* kategorisi ile birlikte *Temsil Bilgisine Dayalı Zorluk* üst kategorisi altında bir araya getirilmiştir (bkz. Şekil 126). Ortaya çıkan yeni kategoriler Şekil 126’da mavi renkte gösterilirken, zorluklara neden olan ön bilgi ve alışkanlıklar kırmızı renkte gösterilmiştir.



Şekil 126. 4a Numaralı Klinik Görüşmede Ortaya Çıkan “İz Odaklı Zorluk”

Odak katılımcıların 4a numaralı klinik görüşmedeki enstrümantal zorlukları Tablo 37’de görülmektedir.

Tablo 37. *Odak Katılımcıların 4a Numaralı Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanılan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık
4.a.1	Hatalı bir işlem ortaya çıkmamıştır				
4.a.2	a. “İzi aç” butonuyla işaretlediği iz üzerinde oluşum gibi işlem yapmaya çalışma	a. V1		a. “İz” odaklı zorluk	a. Oluşuma dayalı alışkanlıklar
	b. “Merkez ve bir noktadan geçen çember” aracı yerine “merkez ve yarıçapla çember” aracını seçme	b. Se	b. Merkez ve noktadan geçen çember & Merkez ve yarıçapla çember	b. İkon benzerliğine dayalı hatalar	
	c. Çokgenlerde karşılıklı köşelerin üzerinde iz bırakmak için “izi aç” butonu yerine “nokta” aracını kullanmaya çalışma	c. S1	c. Nokta	c. Uygun işlevi olmayan araca yönelik bilgi	

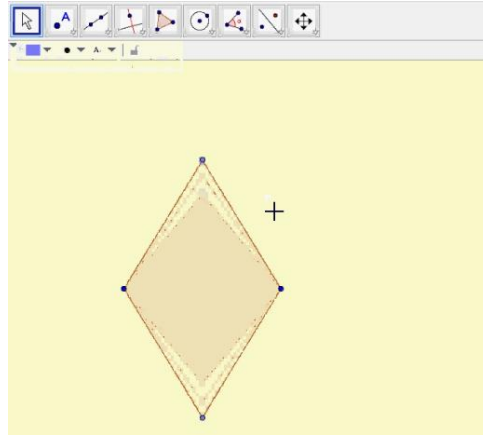
Tablo 37 ışığında odak katılımcıların birinci problemin çözümünde enstrümantal zorluk yaşamadıkları gözlenirken; ikinci problemin çözümünde Veli *İz Odaklı Zorluk* kapsamında çizim tahtasında işaretlediği izi nokta oluşumu gibi seçmeye çalışmıştır. Sera ise *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* kapsamında “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını seçmeyi hedeflerken “merkez ve yarıçapla çember” aracını seçmiştir. Diğer yandan Sıla *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* kapsamında karşılıklı köşelerin konumunu işaretlemek için “iz bırakma” yerine “nokta” aracını kullanmaya çalışmıştır.

3.9.2. 4b numaralı klinik görüşmenin bulguları

4b numaralı klinik görüşmede odak katılımcılara esrarengiz iki dörtgen oluşumunun yer aldığı iki ayrı kara kutu problemi verilmiştir. Bu problemler aynı çizim tahtasında hazırlanmıştır ve problemlerden birisi öğrencilere verildiğinde diğer problem çizim tahtasının görünmeyen bölümünde kalmaktadır. Bu nedenle problemler arasında

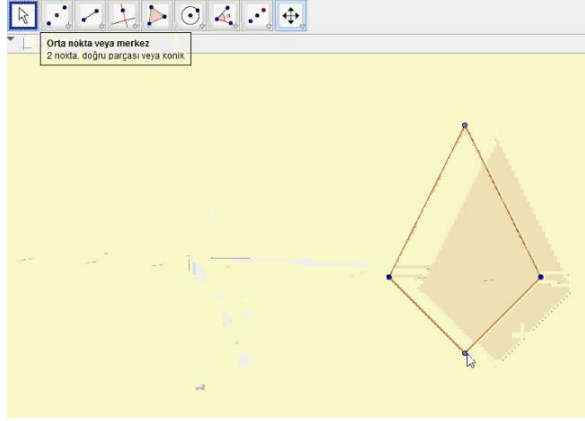
geçiş yapmak için “çizim tahtasını taşı” aracının kullanılması gerekmiştir. Problemlerin bu şekilde tasarlanmasının nedeni öğrencilere inşa ettikleri oluşumlar arasında aynı çizim tahtası üzerinde karşılaştırma yapma olanağını vermektir. Hazırlanan problemlerde araç çubuğunun birinci menüsünde “taşı”; ikinci menüsünde “nokta”, “kesişim” ve “orta nokta veya merkez”; üçüncü menüsünde “doğru” ve “doğru parçası”; dördüncü menüsünde “dik doğru”, “paralel doğru”, “orta dikme” ve “açıortay”; beşinci menüsünde “çokgen”; altıncı menüsünde “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “merkez ve yarıçapla çember”; yedinci menüsünde “açı”, “uzaklık veya uzunluk” ve “alan”; sekizinci menüsünde “doğruda yansıt”, “nuktada yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür”; dokuzuncu menüsünde “çizim tahtasını taşı” ve “sil” araçları yer almıştır.

Bu problemlerden birincisinde öğrencilerin verilen dörtgen (eşkenar dörtgen) oluşumunun değişmez özelliklerini açıklamaları, dörtgenin adını belirtmeleri ve aynı dörtgen oluşumunu inşa etmeleri istenmiştir (bkz. Şekil 127).



Şekil 127. 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemi

İkinci kara kutu probleminde öğrencilerin derslerde öğrenmedikleri bir dörtgen (deltoit) oluşumunun değişmez özelliklerini açıklamaları, özelliklere yönelik genellemeler yapmaları ve aynı dörtgen oluşumunu inşa edecek stratejiler geliştirmeleri istenmiştir (bkz. Şekil 128).



Şekil 128. 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemi

3.9.2.1. Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri

4b numaralı klinik görüşmede ortaya çıkan ZGA süreçleri sırasıyla "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" başlıklarında sunulmuştur.

3.9.2.1.1. 4b numaralı klinik görüşmedeki "ilişkilendirme" süreçleri

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki "İlişkilendirme" süreçleri Tablo 38'de görülmektedir.

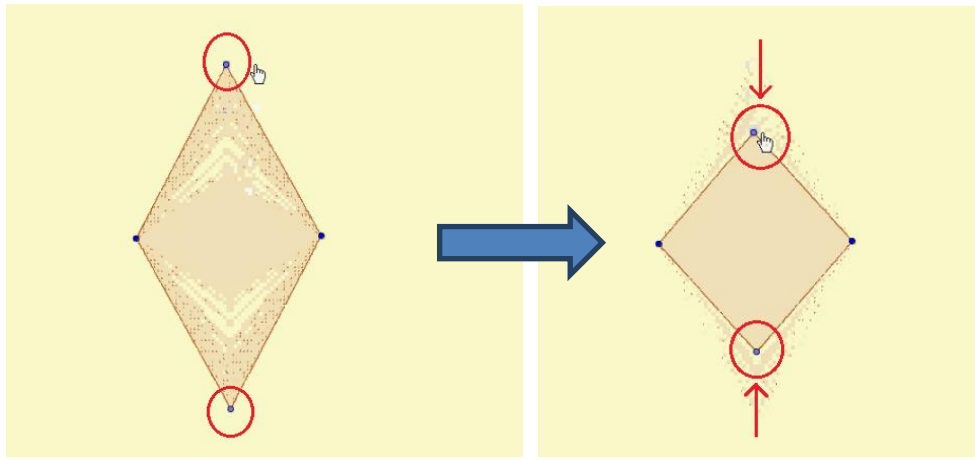
Tablo 38. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri

	Soru 4b.1	Soru 4b.2
TŞPİ	- Kenarlar arası ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Köşe noktaları arasındaki "bağımlılık" ilişkisi [Atk, VI, Se, La]
	- Köşegenler arası ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Kenarlar arası ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- Köşe noktaları arasındaki "bağımlılık" ilişkisi [Atk, VI]	- Köşegenler arası ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- İç açılar arası ilişki [Se, Nu]	- İç açılar arası ilişki [Atk, Se, Sl, La, Nu]
	- Köşegenler arasında oluşan üçgenler arası ilişki [Sl, La, Nu]	- Köşegenler arasında oluşan üçgenler arası ilişki [Atk, La, Nu]
		- Karşılıklı köşelerin orta noktaları arası ilişki [VI]

Tablo 38. (Devam) *4b Numaralı Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri*

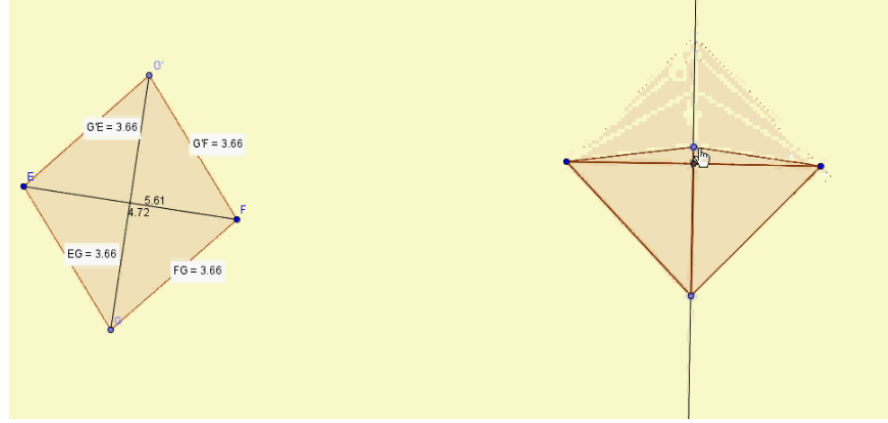
Soru 4b.1	Soru 4b.2
BŞİ - Eşkenar dörtgen ile kendi inşa ettiği dörtgenin parçalarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Eşkenar dörtgen ile deltoit oluşumu arası ilişkilendirme [Se, La] - Deltoit ile kendi inşa ettiği dörtgenin parçalarını ilişkilendirme [La, Nu]
ÖMB - Köşe noktaları arasındaki “noktaya göre simetri ilişkisi” [Atk, VI] - Kenarların köşegene göre yansımaları üzerine akıl yürütme [Se, Sl, La, Nu]	- Kenarların köşegene göre yansımaları üzerine akıl yürütme [Se, Sl, La, Nu]

Tablo 38 incelendiğinde odak katılımcıların tümünün her iki problemde de TŞPİ süreci ve birinci problemde de BŞİ ve ÖMB süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Birinci problemdeki TŞPİ süreçlerinde tüm katılımcılar verilen dörtgen oluşumunun kenarlarının ve köşegenlerinin ilişkilerini incelerlerken; Atakan ve Veli dörtgen oluşumun köşe noktaları arasındaki “bağımlı - bağımsız nesne” ilişkisine odaklanmışlardır (bkz. Şekil 129).



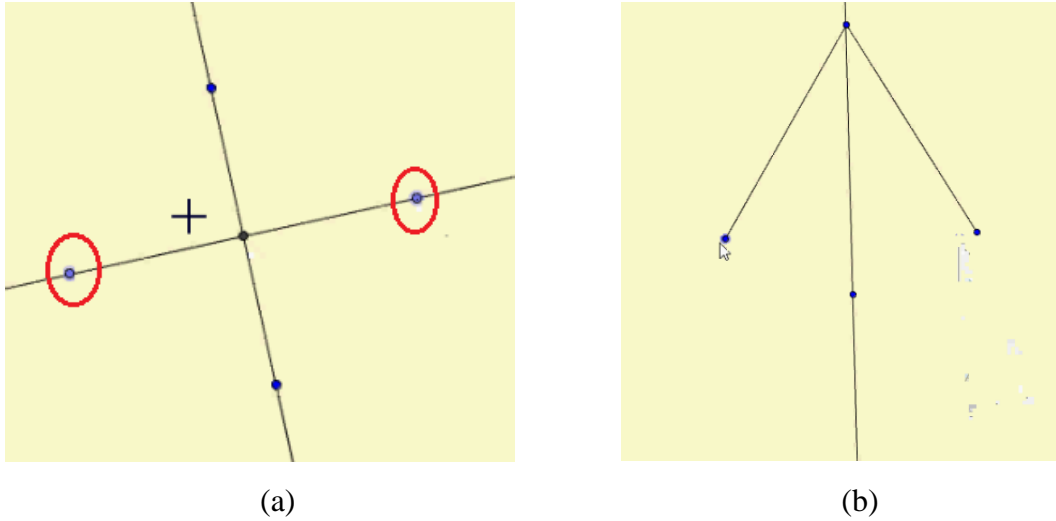
Şekil 129. *Sürükleme Yardımıyla Eşkenar Dörtgen Oluşumunun Köşeleri Arasındaki “Bağımlı-Bağımsız Nesne” İlişkisinin Araştırılması*

Birinci problemdeki TŞPİ kapsamındaki diğer bulgulara Sera ve Nuray iç açılar arasındaki ilişkileri incelerlerken; Sıla, Lale ve Nuray köşegenler arasında oluşan üçgenleri ilişkilendirmişlerdir. Birinci problemin çözümündeki BŞİ süreci bağlamında tüm katılımcıların verilen oluşum ile kendi inşa ettiği oluşumun parçalarını karşılaştırdıkları görülmüştür (bkz. Şekil 130).



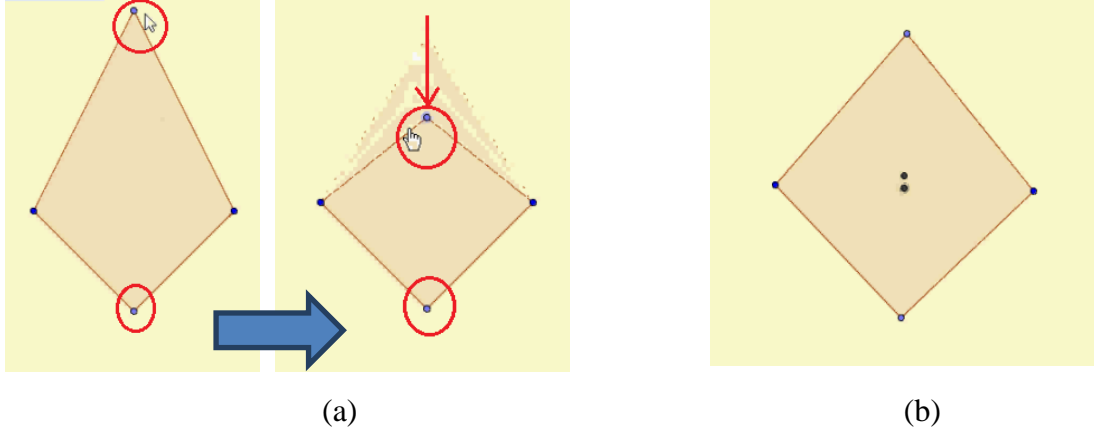
Şekil 130. Soruda Verilen Oluşum (Soldaki Eşkenar Dörtgen Oluşumu) ile İnşa Edilen Oluşumun (Sağdaki Deltoit Oluşumu) Özelliklerinin Karşılaştırılması

Diğer yandan ÖMB bağlamında Atakan ve Veli'nin oluşumun köşe noktaları arasındaki “noktaya göre simetri” ilişkisini kullandıkları (bkz. Şekil 131a); Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın oluşumdaki kenarların köşegenlere göre yansımaları üzerinden akıl yürüttükleri (bkz. Şekil 131b) belirlenmiştir.



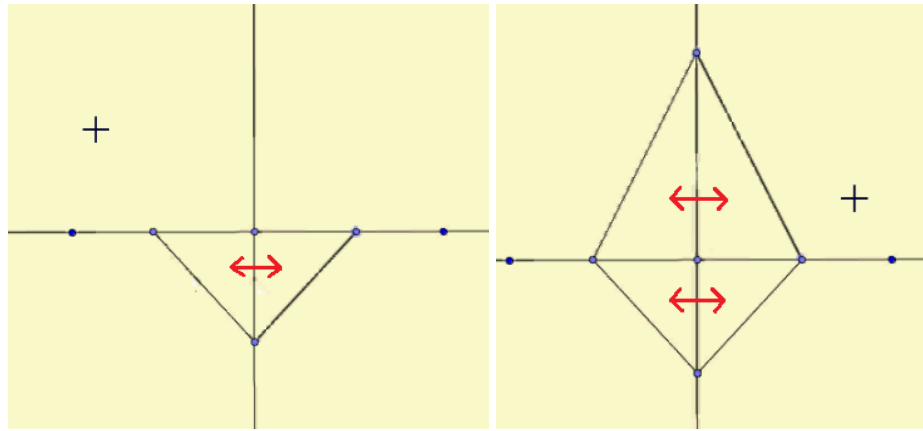
Şekil 131. Odak Katılımcıların Birinci Problemdeki ÖMB Süreçleri

İkinci problemin çözümündeki TŞPİ bulgularına göre tüm katılımcılar kenarlar arasındaki ve köşegenler arasındaki ilişkilere odaklanmıştır. Bunun yanında Atakan, Veli, Sera ve Lale oluşumun köşe noktaları arasındaki “bağımlı - bağımsız nesne” ilişkisine odaklanmıştır (bkz. Şekil 132a); Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray iç açılar arasındaki ilişkileri kurmuşlar; Veli dörtgen oluşumunun karşılıklı köşelerinin orta noktaları arasında ilişkilendirme yapmıştır (bkz. Şekil 132b).



Şekil 132. Odak Katılımcıların İkinci Problemdaki TŞPİ Süreçleri

İkinci problem kapsamındaki BŞİ süreci incelendiğinde Sera ve Lale'nin birinci sorudaki eşkenar dörtgen oluşumu ile ikinci soruda verilen deltoit oluşumunu ilişkilendirdikleri; Lale ve Nuray'ın inşa ettikleri oluşumları soruda verilen deltoit oluşumu ile karşılaştırdıkları gözlenmiştir. Son olarak ÖMB sürecinin bulgularına göre Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın deltoit oluşumunda kenarların köşegene göre yansımaları üzerinden akıl yürüttükleri belirlenmiştir (bkz. Şekil 133).



Şekil 133. Deltoit Oluşumunda Kenarları Köşegene Göre Yansımaları Üzerinden İlişkilendirme

3.9.2.1.2. 4b numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki “Genelleme” süreçleri Tablo 39’da verilmiştir.

Tablo 39. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri

	Soru 4b.1	Soru 4b.2
TDY	<ul style="list-style-type: none">- Bağımlı - bağımsız nesne odaklı düşünce [Atk, VI]- Yansıma odaklı düşünce [Se, Sl, La, Nu]- Noktaya göre simetri odaklı düşünce [Atk, VI]- Eşkenar dörtgenin özelliklerine odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Dik üçgen ve eşlik odaklı düşünce [Sl, La, Nu]- Dikdörtgen veya paralelkenarın özelliklerine odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- Bağımlı - bağımsız nesne odaklı düşünce [Atk, VI, Se, La]- Dik üçgen ve eşlik odaklı düşünce [Atk, La, Nu]- Yansıma odaklı düşünce [Se, Sl, La, Nu]- Eşkenar dörtgenin özelliklerine odaklı düşünce [VI, Se, La, Nu]- İç bükey çokgen odaklı düşünce [Sl, La, Nu]
VSD	<ul style="list-style-type: none">- Tanıdık dörtgen oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme [Atk, VI, Se, Nu]- Eşkenar dörtgen gibi görünen çizim yapma ve sürükleyerek değerlendirme [La, Nu]- Deltoit oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme [VI, Sl, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- Tanıdık dörtgen oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme [VI, Se, La, Nu]
TÇK	<ul style="list-style-type: none">- Kenarların eşliğine ilişkin genelleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Karşılıklı kenarların paralelliğine ilişkin genelleme [Se]- Komşu kenarları köşegenlere göre yansıyan olduğuna ilişkin genelleme [Se, Sl, La, Nu]- Tüm karşılıklı açıların eşliğine ilişkin genelleme [Se, Nu]- Karşılıklı köşelerin merkez noktaya göre simetrik olduğuna yönelik genelleme [Atk, VI]- Köşegenler arasındaki ilişkiye yönelik genelleme [Atk, VI, Se, Sl, La]- Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genelleme [Sl, La, Nu]- Verilen oluşumun eşkenar dörtgen olduğuna yönelik genelleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- Belirli komşu kenarların eşliğine ilişkin genelleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Belirli komşu kenarların köşegenlere göre simetrik olduğuna ilişkin genelleme [Se, Sl, La, Nu]- İki karşılıklı açının eşliğine ilişkin genelleme [Atk, Se, Sl, La, Nu]- Verilen oluşumda bağımsız köşe noktalarına ilişkin genelleme [Atk, VI, Se, La]- Köşegenler arasındaki ilişkiye yönelik genelleme [Atk, VI, Se, Sl, La]- Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genelleme [Atk, La, Nu]

Tablo 39 incelendiğinde tüm katılımcıların iki problemde de TÇK düzeyinde genelleme süreçleri gerçekleştirdikleri görülmektedir. Birinci problemdeki TDY sürecinde tüm katılımcılar eşkenar dörtgen; Atakan ve Veli bağımlı - bağımsız nesne ve

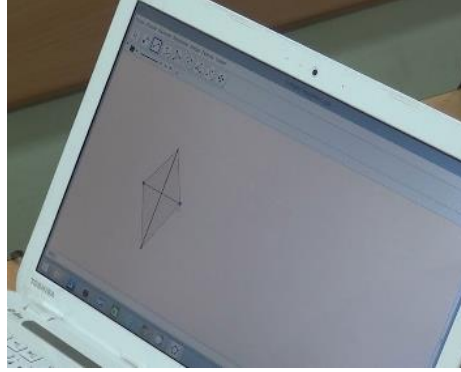
noktaya göre simetri; Sera, Sıla, Lale ve Nuray yansıma dönüşümü; Sıla, Lale ve Nuray dik üçgen ve eşlik kavramları; Atakan, Veli, Sera ve Nuray dikdörtgen veya paralelkenar odaklı düşünceden yola çıkarak çözüm süreçleri geliştirmişlerdir. Birinci problemin çözümünde VSD süreçleri incelendiğinde ise Atakan, Veli, Sera ve Nuray'ın eşkenar dörtgenden farklı dörtgen (dikdörtgen, paralelkenar) oluşumları yaparak süreci değerlendirdikleri; Lale ve Nuray'ın eşkenar dörtgen gibi görünen dörtgen çizimleri yaparak süreci gözden geçirdikleri; Veli, Sıla ve Nuray'ın eşkenar dörtgen oluşturmak isterken öğretim sürecinde daha önce karşılaşmadıkları “deltoit” oluşumu inşa ettikleri ve çözümün doğruluğunu değerlendirdikleri görülmektedir. Odak öğrencilerin TÇK ile ilgili bulgularına göre, tüm katılımcılar verilen oluşumda kenarların eşliğine ve oluşumun eşkenar dörtgen olduğuna; Sera karşılıklı kenarların paralel olduğuna; Sera, Sıla, Lale ve Nuray komşu kenarların köşegenlere göre yansıyan olduğuna; Sera ve Nuray oluşumdaki tüm karşılıklı açıların eşliğine; Atakan ve Veli karşılıklı köşelerin köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrik olduğuna; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale köşegenler arasındaki ilişkiye (köşegenlerin uzunluklarının farklı olması, köşegenlerin birbirinin orta dikmesi olması); Sıla, Lale ve Nuray köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşmışlardır. Örnek açıklamalar incelendiğinde Veli'nin “*Hocam hep kenar uzunlukları eşit. Eşkenar dörtgen... (Köşegenleri oluşturmak için orta dikme aracını kullandıktan sonra köşeleri inşa eder) Noktadan yansıttım kullandım. Karşısında bir tane daha (köşegenlerin kesişim noktasını gösterir)... Aynı eşitlikte olması için...*” açıklamasını yaptığı; Atakan'ın “(Kenarların özellikleri sorulduğunda) *Bu eşkenar dörtgen... Bunların (köşegenleri gösterir) hocam, her zaman orta dikmesi olur. Buraya doğru çizip orta dikmesi yaparsak bu noktalardan (bağımlı ve bağımsız köşe noktalarından) geçer*” ifadesini kullandığı; Sera'nın “*Karşılıklı kenarların uzunlukları eşit. Komşu kenarlar... Onlar da eşit. Hocam kenar uzunlukları hep aynı oluyor. Paralellik var. Şu iki açı da hep aynı oluyor. Bu ikisi ve bu ikisi (karşılıklı açıları gösterir)... Eşkenar dörtgen...*” ifadesine yer verdiği; Sıla'nın “*Kenarları eşit... Uzunlukları eşit hocam. Eşkenar dörtgen olma özelliği değişmiyor hocam. (Köşegenleri oluşturur) Dört ayrı... Üçgenler var. Dik üçgen hocam*” açıklamasını yaptığı; Lale'nin “*Şekil çok fazla şey olmuyor yani... Her zaman eşkenar dörtgen. İki tane köşegen var. Onlar her zaman eşit değil. Kenar uzunlukları eşit. Köşegenleri çizdiğimizde dört dik üçgen şey oluyor. Böyle 90 derecelik köşegenler... Yani hepsi dik üçgen. Hepsi 90 derece. Hepsinin tabanı eşkenar dörtgenin şeyi...*”

(Köşegeni gösterir) *Yarısı... (Oluşum inşası sürecinde) Önce bir köşegeni çizdim. Ondan sonra bir doğru yaptım hocam. Köşegene eşit olması için (köşe noktalarını gösterir)... Doğruda yansıttım (kenarları gösterir)*” biçiminde düşüncelerine yer verdiği; Nuray’ın “*Kare olabiliyor. Eşkenar dörtgen olabiliyor. Oluşum bu. Eşkenar dörtgen oluşumu. (Kenarlar için açıklama yapar) Birbirine eştirler. Hepsinin açıları birbirine eş... Yok hepsi değil! Sadece karşılıklı açıları birbirine eş. (Köşegenleri oluşturur) Dört tane... Eeee... Dik üçgen var*” açıklamasını yaptığı belirlenmiştir. Bununla birlikte katılımcılardan Veli, Sera ve Sıla’nın, köşegenlerin özelliklerine ve komşu kenarların köşegenlere göre yansıyan olduğuna ilişkin sözlü açıklamalar aracılığıyla genelleme yapmadıkları; ancak eşkenar dörtgen oluşumunun köşegenlerini “orta dikme” yardımıyla; komşu kenarlarını ise “doğruda yansıt” aracılığıyla inşa ettikleri belirlenmiştir. Bu veriler üzerinden üç katılımcının eşkenar dörtgenlerde köşegenlerin özellikleri ve komşu kenarların yansıyan olması üzerine genellemelere sahip oldukları belirlenmiştir. Ayrıca Atakan’ın karşılıklı iki köşe noktasının eşkenar dörtgenin merkez noktasına göre simetrik olduğuna yönelik sözel açıklamasına rastlanmasa da, eşkenar dörtgenin köşe noktalarını oluştururken, Veli’nin izlediği stratejiye benzer olarak, noktaya göre simetri dönüşümünden (“noktada yansıt” aracından) yararlandığı görülmüştür. Böylece Atakan’ın da Veli gibi eşkenar dörtgende karşılıklı köşe noktalarının merkez noktaya göre simetrik olduğuna yönelik genellemeye sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

İkinci problemdeki TDY bulguları bağlamında Atakan, Veli, Sera ve Lale bağımlı - bağımsız nesne kavramlarına; Atakan, Lale ve Nuray dik üçgen ve eşlik kavramlarına; Sera, Sıla, Lale ve Nuray yansıma dönüşümüne; Veli, Sera, Lale ve Nuray eşkenar dörtgene; Sıla, Lale ve Nuray iç bükey çokgen kavramına odaklı düşünce üzerinden çözüm süreçlerini inşa etmişlerdir. Diğer yandan ikinci problemin çözümündeki VSD sürecinde Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın deltiotten farklı dörtgen (eşkenar dörtgen) oluşumu yaparak süreci değerlendirdikleri; kenarlara ve köşegenlere ait özelliklerin yeni dörtgen oluşumunda değiştiğini fark ettikleri gözlenmiştir. Son olarak TÇK sürecine ilişkin bulgularda tüm katılımcıların soruda verilen oluşumdaki belirli komşu kenarların eşliğine; Sera, Sıla, Lale ve Nuray belirli komşu kenarların köşegene göre yansıyan olmasına; Atakan, Sera, Sıla ve Lale’nin dörtgen oluşumunda iki karşılıklı açının eşliğine ve bağımsız köşe noktalarına; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale köşegenler

arasındaki ilişkiye (köşegenlerin uzunluklarının farklı olması, köşegenlerin birbirinin orta dikmesi olması); Atakan, Lale ve Nuray'ın köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genellemeye ulaştıkları belirlenmiştir. Örnek açıklamalar incelendiğinde, Atakan “(Karşılıklı köşe noktalarını sürükler) *Bağımlı değil.* (Açıları ölçer ve sürükler) *Hocam iki açı eşit.* (Kenar uzunluklarını ölçer ve sürükler) *İki kenarları eşit.* (Köşegenleri oluşturur) *Köşegenler de değişmiyor hocam. Hep orta noktada kesişiyor. Bunun (birinci köşegenin) orta noktasında diğeri (ikinci köşegen) kesiyor*” ifadesini kullanmış; Veli “(Kenarları gösterir) *Bunların ikisi hep aynı duruyor. Bunlar (iki komşu kenar)... Bunlar (diğer komşu kenarlar) aynı kalıyor.* (Köşe noktalarını sürükler) *Burada bağımlı değil hocam*” açıklamasını yapmış; . Sera “*Bu açılar aynı kalıyor ama... Bunlar aynı kalmıyor. Bunu oynattığımda bunun açısı küçülüyor.* (Kenarları inceler) *Şöyle paralellik hiç yok bunda. Komşu kenarlar hocam... Uzunlukları eşit. Şunlar, şu ikisi (komşu kenarlardan eş olanları gösterir), ama bunlar değil (eş olmayan komşu kenarları gösterir).* *Hocam burayı (bağımsız köşe noktalarından birisi) kımıldattığımızda bundan (bağımsız köşe noktalarından diğeri) bağımsız hareket ediyor. Diğerinde (eşkenar dörtgen oluşumunda) birbirine bağımlı hareket ediyorlardı*” açıklamasına yer vermiş; Sıla “*İki kenarı birbirine eşit hocam.* (Kenar uzunluklarını ölçer ve sürükler) *Şununla şu da... (Açıları ölçer) Şu karşılıklı açılar birbirine eş hocam.* (Oluşum sürecinde köşegenleri inşa eder ve meydana gelen üçgenleri gösterir) *Üçgenler oluşturdum. Dik üçgenler... (Köşegenleri inşa ederken “orta dikme” aracını neden kullandığı sorulduğunda) Hocam şimdi ben bunları (köşegenleri) rastgele yapsam (karşılıklı iki köşe noktasının köşegene uzaklıkları) eşit olmayacak hocam*” ifadesine yer vermiştir. Diğer katılımcı Lale kenar ilişkilerine yönelik açıklamasında “(Sürükleme yaptıktan sonra) *Yani hocam. Şey bu da... (Komşu iki kenarı gösterir) Hep eş hocam. Mesela bununla bu eş. Bununla bu eş... Hocam mesela eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar falan hepsi eşitti. Ama bunlarda öyle değil.*” ifadesini kullanırken; köşegenler ve açılar bağlamında, “*hocam burada da köşegenleri çizdiğimizde dört tane dik üçgen... 90 derecelik dik üçgen oluşturabiliriz. Sonra... Köşegenleri eş değil... Başka bir şey? Açıları... Karşılıklı açılar eştir yani... Hepsi mi? Sadece şu ikisi hocam (eş olan karşılıklı açıları gösterir). Şununla şu değil. Şu karşılıklı açılar eş oluyor. Ha! Eşkenarda alt... Alt köşe noktası şey değildi. Hareket etmiyordu. Burada hareket ediyor*” açıklamasını yapmıştır. Son olarak Nuray sürükleme yardımıyla yaptığı incelemeler sırasında “*Eşkenar dörtgen olabiliyor, kare olabiliyor.*

(Eş komşu kenarları gösterir) *Bununla şurası eş... Bunların da eş.* (Karşılıklı eş iç açıları gösterir) *Karşılıklı iç açılar birbirine eş.* (Köşegenleri inşa eder ve köşegenlerin oluşturduğu üçgenlere odaklanır) *Sadece hocam karşılıklı olanlar (eş üçgenleri gösterir) birbirine eş. Aşağıdakiyle yukarıdakiler birbirine eş değiller* (bkz. Şekil 134)” açıklamasını yapmıştır.



Şekil 134. Verilen Oluşumda Köşegenlerin Oluşturduğu Üçgenlere Yönelik İnceleme

3.9.2.1.3. 4b numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” süreçlerine yönelik bulguları Tablo 40’da verilmiştir.

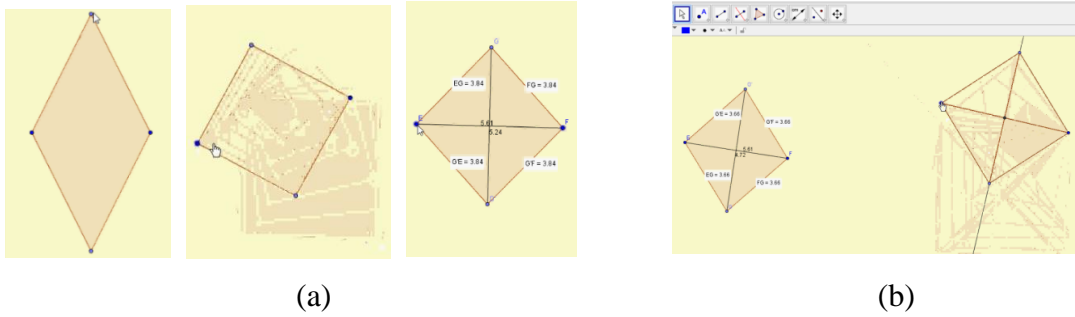
Tablo 40. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

	Soru 4b.1	Soru 4b.2
DD	- Sürükleme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Sürükleme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- İnşa ettiği oluşumu sürükleme yardımıyla test etme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- İnşa ettiği oluşumu sürükleme yardımıyla test etme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
EKK	- Kenarlar arasındaki değişmez ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	- Kenarlar arasındaki değişmez ilişki [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	- İki köşe noktasının sürüklemeye köşegenlerden birisinin üzerinde kalması [Atk]	- İki köşe noktasının sürüklemeye köşegenlerden birisinin üzerinde kalması [VI]
	- Bağımlı ve bağımsız köşe noktaları arasındaki değişmez ilişki [Atk, VI]	- Açılar arasındaki değişmez ilişki [Atk, Se, Sl, La, Nu]

Tablo 40. (Devam) *4b Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri*

	Soru 4b.1	Soru 4b.2
EKK	<ul style="list-style-type: none"> - Açılar arasındaki değişmez ilişki [Se, Nu] - Köşegenler arasındaki değişmez ilişki [Atk, Vl, Se, Sl] - Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özellikleri ve ilişkileri [Sl, La, Nu] 	<ul style="list-style-type: none"> - Köşegenler arasındaki değişmez ilişki [Atk, Vl, Se, Sl, La] - Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özellikleri ve ilişkileri [Atk, La, Nu]

Tablo 40’a göre tüm katılımcıların iki sorunun çözümünde de DD ve EKK süreçlerini gerçekleştirdikleri ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda ilk soruda katılımcıların sürüklenme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceledikleri (bkz. Şekil 135a) ve inşa ettikleri oluşumları test ettikleri belirlenmiştir (bkz. Şekil 135b).

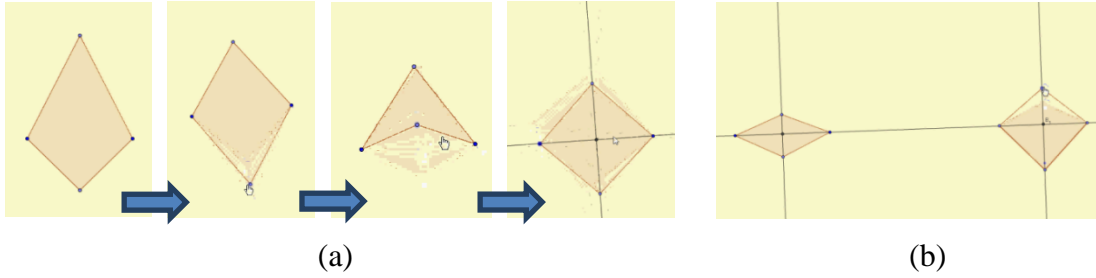


Şekil 135. *Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemindeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri*

Diğer yandan ikinci sorunun çözümündeki EKK sürecinde tüm katılımcıların dörtgen oluşumunun kenarları arasındaki değişmez ilişkiyi; Atakan’ın sürüklenme sırasında oluşumun iki köşe noktasının köşegenlerden birisinin üzerinde hareket ettiğini; Atakan ve Veli’nin bağımlı ve bağımsız köşe noktalarının arasındaki değişmez ilişkiyi; Sera ve Nuray’ın açılar arasındaki değişmez özellikleri; Atakan, Veli, Sera ve Sıla’nın köşegenler arasındaki değişmez ilişkiyi; Sıla, Lale ve Nuray’ın köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özelliklerini ve aralarındaki değişmez ilişkileri ortaya koydukları görülmüştür.

İkinci problemin çözümündeki DD sürecine ilişkin bulgulara göre tüm katılımcılar sürüklenme yardımıyla verilen oluşumun değişmez özelliklerini incelemişler

(bkz. Şekil 136a) ve inşa ettikleri oluşumları sürüklemeyele test etmişlerdir (bkz. Şekil 136b).



Şekil 136. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemindeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

İkinci sorunun çözümüne ilişkin EKK sürecinde ise tüm katılımcılar verilen dörtgen oluşumunun kenarları arasındaki değişmez ilişkiyi; Veli sürükleme sırasında iki köşe noktasının köşegenlerden birisinin üzerinde kaldığını; Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray açılar arasındaki değişmez ilişkiyi; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale köşegenler arasındaki değişmez ilişkiyi; Atakan, Lale ve Nuray ise köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özelliklerini ve aralarındaki değişmez ilişkileri incelemişlerdir.

3.9.2.1.4. 4b numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

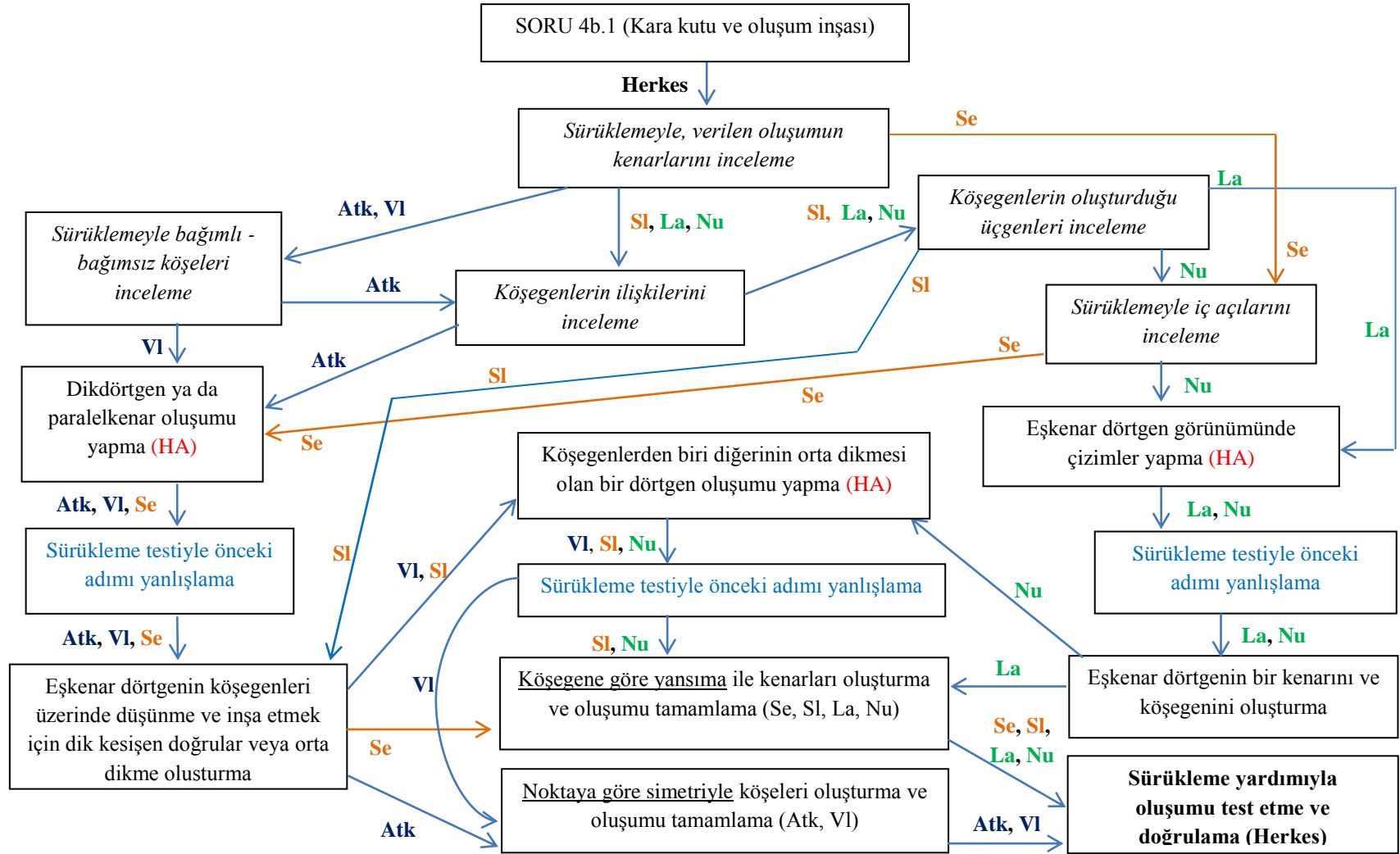
Katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki “Keşif ve Yansıtma” bağlamındaki “Keşfi Ön Plana Alma (KÖP)” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 41’de görülmektedir.

Tablo 41. 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

	Soru 4b.1	Soru 4b.2
KÖP	a. Verilen oluşumun özelliklerini keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	a. Verilen oluşumun özelliklerini keşfetme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
	b. Eşkenar dörtgen oluşumunun inşasında; - “çokgen” aracıyla rastgele dörtgen oluşturmaya dayalı stratejilerin yetersiz olduğunun keşfi [La] - kenarları oluşturmak için dik doğru veya paralel doğru oluşumlarının yetersiz olduğunun keşfi [Atk, VI, Se, Nu] - köşegen oluşumu için orta dikme veya dik doğru oluşumlarının keşfi [Atk, VI, Sl, Se] - köşegenlerinden birisi diğerinin orta dikmesi olan her dörtgenin eşkenar dörtgen olmadığının keşfi [VI, Sl, Nu] - kenarları oluşturmak için köşegene göre yansıma stratejisinin keşfi [Se, Sl, La, Nu] - köşeleri oluşturmak için köşegenlerin kesişim noktasına göre simetri stratejisini keşfetme [Atk, VI]	b. Deltoit oluşumunun inşasında; - iki kenarı paralel dörtgen oluşumunun deltoit olmadığının keşfi [Se] - köşegenleri oluşturmak için orta dikme veya dik doğru oluşumlarının keşfi [Atk, VI, Se, Sl] - tüm köşelerin, köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrik olmadığının keşfi [Atk, VI] - kenarları oluşturmak için köşegene göre yansıma stratejisinin keşfi [Se, Sl, La, Nu] - komşu kenarların tümünün köşegene göre yansıyan olmadığının keşfi [La, Nu]

Tablo 41 ışığında, tüm odak katılımcıların her iki problemin çözümünde de KÖP süreçlerine ilişkin bulgularının ortaya çıktığı görülmektedir. Birinci problemin çözümünde tüm katılımcılar öncelikle sürüklenme yardımıyla inceleme yaparak verilen oluşumun eşkenar dörtgenin özelliklerini taşıdığını keşfetmişler ve ardından çizim tahtasının boş bir bölgesinde yeni bir eşkenar dörtgen oluşumunun inşasına başlamışlardır. Eşkenar dörtgen oluşumu inşasında Lale'nin “çokgen” aracıyla rastgele dörtgen oluşturma stratejisinin yetersiz olduğunu; Atakan, Veli, Sera ve Nuray oluşumun kenarlarını inşa etmek için “dik doğru” veya “paralel doğru” araçlarının tek başlarına kullanımının yetersiz olduğunu; Atakan, Veli, Sera ve Sıla köşegenleri inşa etmek için orta dikme ya da dik doğrulara yönelik oluşumları kullanabileceklerini; Veli, Sıla ve Nuray köşegenlerden birisi diğerinin orta dikmesi olan her dörtgenin eşkenar dörtgen olmadığını; Sera, Sıla, Lale ve Nuray kenarları inşa etmek için köşegene göre yansıma dönüşümünden yararlanabileceklerini; Atakan ve Veli köşe noktalarını inşa etmek için dörtgenin merkez noktasına göre simetri dönüşümünden yararlanabileceklerini keşfetmişlerdir.

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmenin birinci probleminde “Keşif ve Yansıtma” ZGA’sının diğer alt bileşeni olan AÖP süreçlerini içeren çözüm adımları Şekil 137’de görülmektedir. Şekildeki italik yazı tipindeki açıklamalar katılımcıların verilen oluşumun özelliklerini inceledikleri adımları gösterirken, normal yazı tipindeki açıklamalar ise öğrencilerin yeni oluşumu inşa etme süreçlerini ortaya koymaktadır.



Şekil 137. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Sorusunda AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları

Şekil 137 incelendiğinde tüm odak katılımcıların verilen oluşumun özelliklerini doğru analiz ettikleri ve aynı özellikleri içeren yeni bir oluşumu inşa ettikleri görülmüştür. Bu bağlamda 4 katılımcı köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla kenarları oluşturma stratejisini kullanırlarken, diğer iki katılımcı köşegenlerin kesişim noktasına (eşkenar dörtgenin merkez noktası) göre simetri dönüşümünü kullanarak bağımlı - bağımsız köşe noktalarını inşa etme stratejisini geliştirmişlerdir.

Çözüm sürecinin birinci adımında katılımcıların tamamı sürüklenme yardımıyla verilen oluşumun kenarlarını incelemiştirlerdir. Atakan ve Veli ikinci adımda sürüklenme yardımıyla bağımlı - bağımsız köşe noktalarını incelerken; Atakan üçüncü adımda oluşumun köşegenlerini oluşturmuş ve ilişkilerini incelemiştir. Sonraki adımlarda Atakan ve Veli'nin sürüklenme aracılığıyla köşegenler arasındaki değişmez ilişkileri araştırdıkları; oluşuma başladıklarında hatalı stratejiler ile dikdörtgen (Atakan'ın oluşumu) ya da paralelkenar (Veli'nin oluşumu) inşa ettikleri; oluşumları sürükleyerek hatalı stratejileri gördükleri; köşegenleri inşa etmek için dik kesişen doğrular (Atakan'ın oluşumu) veya orta dikme (Veli'nin oluşumu) inşa ettikleri görülmüştür. Atakan sonraki süreçte köşegenlerin kesişim noktasına göre simetri dönüşümünü kullanarak köşeleri oluşturmuş, kenarları birleştirerek eşkenar dörtgen oluşumunu tamamlamıştır. Veli ise eşkenar dörtgen oluşturmak isterken hatalı strateji kullanarak köşegenlerinden birisi, diğerinin orta dikmesi olan bir dörtgen (deltoit) inşa ettiği hatalı strateji uygulamış; inşa ettiği oluşumu sürükleyerek hatalı stratejisini fark etmiş; son adımda köşegenlerin kesişim noktasına göre simetri dönüşümünü kullanarak önce köşeleri oluşturmuş ve ardından kenarları inşa ederek eşkenar dörtgen oluşumunu tamamlamıştır.

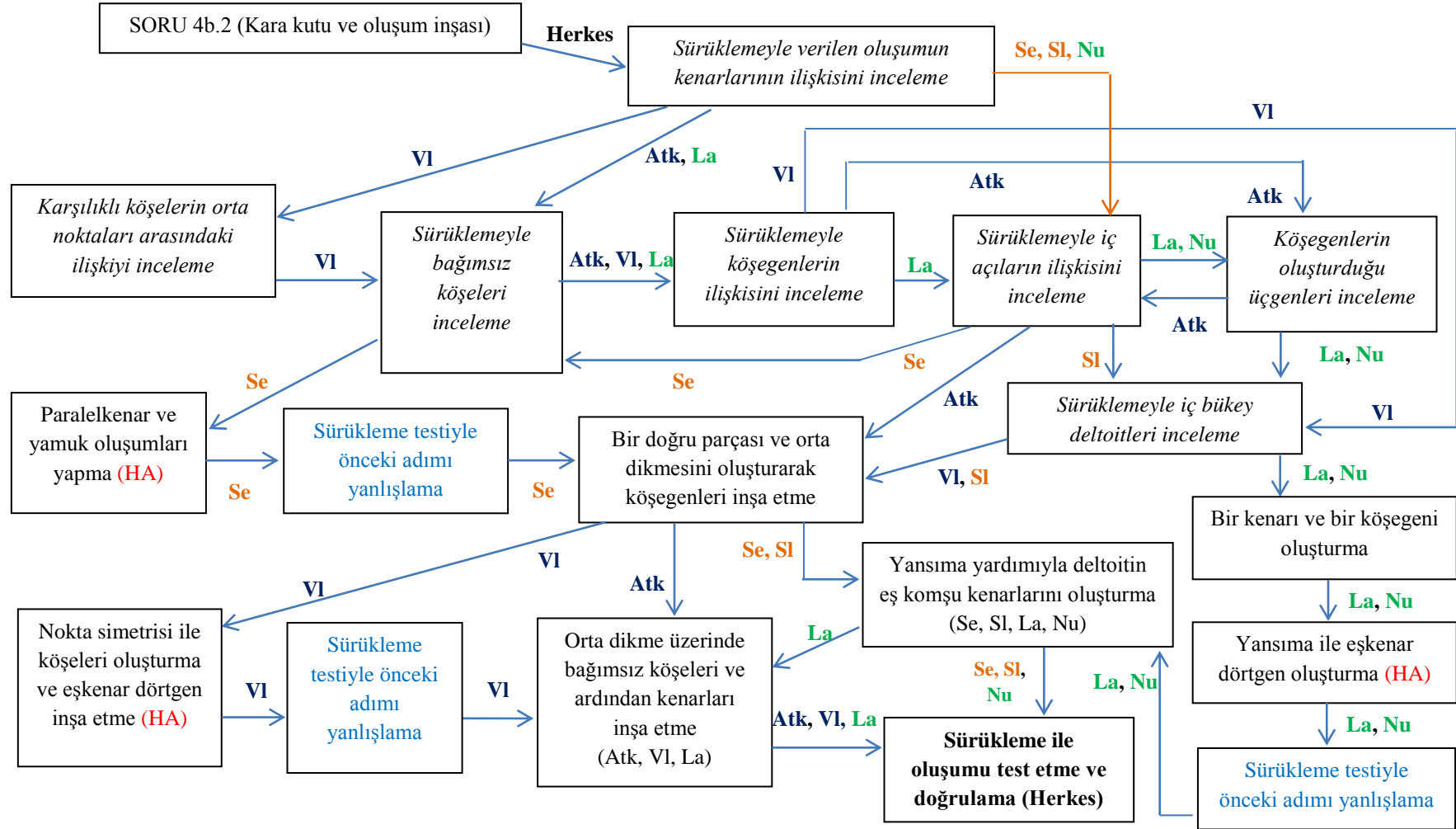
Sıla ikinci adımda köşegenleri oluşturup ilişkilerini incelerken; üçüncü adımda ise köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine odaklanmıştır. Diğer yandan Sera ikinci adımında sürüklenmeden yararlanarak verilen oluşumun iç açıları arasındaki ilişkileri araştırmıştır. Sonraki adımda ise Sera'nın eşkenar dörtgen oluşumu için hatalı stratejiler kullanarak paralelkenar oluşturduğu ve sürükleyerek hatalı bir strateji kullandığını fark ettiği gözlenmiştir. Devam eden çözüm sürecinde Sera ve Sıla eşkenar dörtgenin köşegenlerini oluşturmak için dik doğru (Sera'nın oluşumu) ya da orta dikme (Sıla'nın oluşumu) inşa ettikleri belirlenmiştir. Bu adımın ardından Sera köşegene göre yansıma dönüşümünden yararlanarak eşkenar dörtgenin kenarlarını oluştururken; Sıla hatalı bir strateji ile köşegenlerden birisi diğerinin orta dikmesi olan bir dörtgen (deltoit)

inşa etmiştir. Sürüklenme testinden yararlanarak bir önceki adımdaki oluşumunun eşkenar dörtgen olmadığını anlamış; köşegene göre yansıma dönüşümünü kullanarak eşkenar dörtgenin kenarlarını inşa etmiştir.

Lale ve Nuray ise verilen oluşumu inceleme sürecinde birinci adımın ardından köşegenler ve köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerini incelemişler; Nuray, Lale'den farklı olarak sürüklenmeden yardım alarak iç açılarını değişmez özelliklerini de araştırmıştır. Eşkenar dörtgen oluşumunda ise her iki katılımcı da eşkenar dörtgen görünümünde dörtgenler çizdikleri hatalı stratejiler kullanmışlar; oluşumları sürükleyerek hatalarını görmüşler; yeni stratejide oluşumlarının bir kenarını ve köşegenini oluşturmuşlardır. Bu adımın ardından, Lale köşegene göre yansıma dönüşümünü kullanarak eşkenar dörtgenin kenarlarını inşa etmiş ve oluşumu tamamlamıştır. Nuray ise eşkenar dörtgen oluşturmak isterken hatalı strateji kullanmış ve köşegenlerden birisi diğerinin orta dikmesi olan dörtgen (deltoit) oluşturmuş; oluşumunu sürükleyerek hatalı strateji kullandığını anlamış; köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla eşkenar dörtgenin kenarlarını inşa ederek oluşumu tamamlamıştır.

Son adımda katılımcıların tümü inşa ettikleri eşkenar dörtgen oluşumunu sürükleyerek dörtgenlerin istenen değişmez özellikleri sağlayıp sağlamadıklarını incelemişler ve oluşumlarını doğrulamışlardır.

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşenin ikinci probleminde AÖP süreçlerini içeren çözüm adımları Şekil 138'de görülmektedir. Şekildeki italik yazı tipindeki açıklamalar katılımcıların verilen oluşumun özelliklerini inceledikleri adımları gösterirken, normal yazı tipindeki açıklamalar ise öğrencilerin yeni oluşumu inşa etme süreçlerini ortaya koymaktadır.



Şekil 138. Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Sorusunda AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları

Şekil 138'e göre tüm katılımcılar sürüklemeyi kullanarak verilen oluşumun değişmez özelliklerini doğru biçimde analiz etmişler ve aynı özellikleri içeren yeni bir oluşumu inşa etmişlerdir. Deltoit inşasında kullanılan yöntemler bağlamında üç katılımcı köşegene göre yansıma dönüşümünü kullanarak deltoitin eş kenarlarını oluşturmuş; iki katılımcı bağımsız köşe noktalarını inşa etmiş; bir katılımcı ise hem yansıma dönüşümünü gerçekleştirmiş hem de bağımsız köşe noktalarını inşa etmiş ve oluşumu tamamlamıştır.

Katılımcıların tümü, çözüm sürecine başladıklarında sürükleme yardımıyla verilen oluşumun kenarlarını incelemişlerdir. Sonraki adımlarda Atakan sürükleme ile oluşumdaki bağımsız köşe noktalarını incelemiş; köşegenleri oluşturmuş ve ilişkilerini araştırmış; köşegenlerin oluşturduğu üçgenleri incelemiş; sürükleme yardımıyla iç açılarının özelliklerini belirlemiştir. Atakan oluşum inşa sürecinde ise köşegenleri oluşturmak için orta dikme inşa etmiş; bağımsız köşe noktalarını ve kenarları oluşturmuş ve deltoit oluşumunu tamamlamıştır.

Veli ilk adımın ardından verilen oluşumda karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını oluşturmuş ve sürükleme yardımıyla orta noktaların ilişkisini araştırmış; sonraki adımlarda da yine sürükleme aracılığıyla bağımsız köşe noktalarını, köşegenleri, iç bükey deltoitleri incelemiştir. Veli deltoit oluşumunda ise orta dikme oluşturarak deltoitin köşegenlerini inşa etmiş; köşegenlerin kesişim noktasına göre simetri dönüşümünü kullanarak eşkenar dörtgen inşa ettiği hatalı bir adımı uygulamış; oluşumunu sürükleyerek hatalı adımı fark etmiş; bağımsız köşe noktaları ve ardından kenarları inşa ederek deltoit oluşumunu tamamlamıştır.

Diğer katılımcılardan Sera ilk adımın ardından sürükleme ile verilen oluşumun iç açılarının özelliklerini incelemiş; yine sürükleme yaparak bağımsız köşe noktalarını araştırmıştır. Sera oluşumunun ilk adımında hatalı stratejiler kullanarak paralelkenar ve yamuk oluşumları yapmış; sürükleme testiyle hatalı strateji uyguladığını fark etmiş; orta dikme oluşumu yaparak köşegenleri inşa etmiş; köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla deltoitin eş kenarlarını oluşturmuş ve deltoit inşasını tamamlamıştır.

Sıla birinci adımın ardından sürükleme yardımıyla iç açılarının değişmez özelliklerini araştırmış ve ardından iç bükey deltoitleri incelemiştir. Sıla oluşumunda

öncelikle orta dikme aracılığıyla köşegenleri, ardından köşegene göre yansıma yardımıyla deltoitin eş kenarlarını inşa etmiş ve deltoit oluşumunu tamamlamıştır.

Lale birinci adımın ardından sürüklemeye ile verilen oluşumun bağımsız köşe noktalarını incelemiş; köşegenlerin özelliklerini araştırmış; iç açılarının ilişkilerini belirlemiş; köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerini ortaya çıkarmış ve karşılaştığı iç bükey deltoitleri incelemiştir. Oluşum yapma sürecinde ise Lale deltoitin bir kenarını ve köşegenini oluşturmuş; köşegene göre yansıma dönüşümü aracılığıyla eşkenar dörtgen inşa ettiği hatalı bir stratejiyi kullanmış; sürüklemeye testi yardımıyla hatasını fark ederek, köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla deltoitin eş kenarlarından ikisini oluşturmuş; bağımsız köşe noktalarını inşa etmiş ve diğer kenarları oluşturarak oluşumu tamamlamıştır.

Diğer yandan Nuray birinci adımın devamında soruda verilen oluşumu sürüklemeye yardımıyla incelerken iç açılarının özelliklerini araştırmış; köşegenlerin dörtgen içerisinde oluşturduğu üçgenlerin özelliklerini incelemiş; iç bükey deltoitlerin özelliklerini gözlemiştir. Oluşum sürecinde ise Nuray ilk adımda deltoitin bir kenarını ve köşegenini oluşturmuş; köşegene göre yansıma dönüşümü aracılığıyla eşkenar dörtgen inşa ettiği hatalı çözüm adımını gerçekleştirmiş; sürüklemeye testi yardımıyla hatalı adımı görmüş; köşegene göre yansıma dönüşümü ile deltoitin eş kenarlarını oluşturarak bir deltoit inşa etmiştir.

İkinci problemin çözüm sürecindeki son adımda tüm katılımcıların oluşumlarını tamamladıktan sonra sürüklemeye testini kullanarak çözümlerini doğruladıkları görülmüştür.

Katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki kara kutu problemlerine yönelik stratejileri incelendiğinde Atakan ve Veli'nin noktaya göre simetri dönüşümü ve bağımlı-bağımsız köşe noktaları üzerinden çözüm adımlarını inşa ettikleri görülürken; Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın ise yansıma dönüşümüne dayalı stratejiler geliştirdikleri ve kenarların köşegenlere göre simetrik olup olmadıklarına odaklandıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra katılımcılardan Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın oluşum sürecine başlarken dik köşegenleri inşa etmeyi ön plana aldıkları görülürken; Lale ve Nuray'ın ise birinci köşegeni oluşturduktan sonra iki simetrik kenarı inşa etmeyi ön plana aldıkları ve kenarlara bağlı olarak ikinci köşegeni inşa ettikleri belirlenmiştir. Bu

noktada Lale ve Nuray diğer katılımcılardan farklı olarak köşegenlerin oluşturulmasında “orta dikme” ya da “dik doğru” araçlarından yararlanmamışlardır.

3.9.2.2. Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmedeki enstrümanları

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmede kullandıkları enstrümanlara yönelik bulgular Tablo 42’de görülmektedir.

Tablo 42. *Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrüman olarak kullanılan araç
4b.1	I. Verilen Oluşumu İnceleme:		
	a. Sürükleme yardımıyla verilen oluşumu inceleme	a. Herkes	a. Taşı (sürükleme)
	b. Verilen oluşumun kenar uzunluklarını ölçme	b. S1	b. Uzaklık veya uzunluk
	c. Verilen oluşumun köşegenlerini oluşturma	c. Atk	c. Doğru parçası; orta dikme
	d. Verilen oluşumun köşegenlerini oluşturma	d. S1, La, Nu	d. Doğru parçası
	II. Yeniden Eşkenar Dörtgen Oluşturma:		
	e. Eşkenar dörtgen gibi görünen çizim yapma	e. La	e. Çokgen
	f. Birbirine dik gibi görünen köşegenler çizme	f. Nu	f. Doğru
	g. Dikdörtgen oluşumu yapma	g. Atk	g. Doğru; paralel doğru; dik doğru
	h. Paralelkenar oluşumu yapma	h. VI, Se	h. Doğru; paralel doğru
	i. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	i. Atk	i. Doğru; orta nokta veya merkez; dik doğru
	j. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	j. Se	j. Doğru; dik doğru
	k. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	k. VI, S1	k. Doğru; orta dikme
	l. Hedeflenen dörtgenin merkez noktasını (köşegenlerin kesişim noktası) oluşturma	l. VI	l. Orta nokta veya merkez
	m. Köşegenlerinden biri diğerinin orta dikmesi olan dörtgen oluşumu yapma	m. VI	m. Çokgen
	n. Köşegenlerinden biri diğerinin orta dikmesi olan dörtgen oluşumu yapma	n. S1	n. Doğru parçası
	p. Hedeflenen dörtgenin bir kenarını ve köşegenini oluşturma	p. La, Nu	p. Doğru parçası; doğru
	r. Noktaya göre simetri yardımıyla köşeleri oluşturma ve eşkenar dörtgeni inşa etme	r. Atk, VI	r. Noktada yansıt; Doğru parçası; çokgen

Tablo 42. (Devam) *Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki Jestleri ve Enstrümanları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Enstrüman olarak kullanılan araç
4b.1	II. Yeniden Eşkenar Dörtgen Oluşturma:		
	s. Bir kenarı oluşturma ve köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla eşkenar dörtgeni inşa etme	s. Se, Sl	s. Doğru parçası; doğruda yansıt
	t. Köşegene göre yansıma dönüşümü yardımıyla ikizkenar üçgen oluşumu yapma ve taban kenarına göre yansıma dönüşümü yardımıyla eşkenar dörtgeni inşa etme	t. La, Nu	t. Doğruda yansıt; çokgen
	u. Sürükleme yardımıyla inşa edilen oluşumu test etme	u. Herkes	u. Taşı (sürükleme)
4b.2	I. Verilen Oluşumu İnceleme:		
	a. Sürükleme yardımıyla verilen oluşumu inceleme	a. Herkes	a. Taşı (sürükleme)
	b. Verilen oluşumun kenar uzunluklarını ölçme	b. Atk, Sl	b. Uzaklık veya uzunluk
	c. Verilen oluşumun iç açılarını ölçme	c. Atk, Sl	c. Açık
	d. Verilen oluşumun köşegenlerini oluşturma	d. Atk, La, Nu	d. Doğru parçası
	e. Verilen oluşumun karşılıklı köşelerinin orta noktalarını oluşturma	e. Vl	e. Orta nokta veya merkez
	f. Verilen oluşumun köşegenlerini oluşturma	f. Vl	f. Doğru; orta dikme
	II. Yeniden Deltoit Oluşturma:		
	g. Paralelkenar oluşumu yapma	g. Se	g. Doğru; paralel doğru; doğru parçası
	h. Hedeflenen dörtgenin bir köşegenini ve iki komşu kenarını oluşturma	h. La, Nu	h. Doğru parçası; doğru; doğruda yansıt
	i. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	i. Atk	i. Doğru parçası; orta dikme
	j. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	j. Vl, Sl	j. Doğru; orta dikme
	k. Hedeflenen dörtgenin köşegenlerini oluşturma	k. Se	k. Doğru; dik doğru
	l. Köşegenlerden birinin orta noktasına göre simetriyi kullanarak hedeflenen dörtgenin karşılıklı köşe noktalarını oluşturma	l. Vl	l. Nokta; orta nokta veya merkez; noktada yansıt
	m. Köşegen ve eşkenar dörtgen oluşumu yapma	m. La, Nu	m. Doğru parçası; doğruda yansıt; çokgen
	n. Köşegene göre yansıma dönüşümüyle eş komşu kenarları oluşturma	n. Se, Sl, La, Nu	n. Doğru parçası; doğruda yansıt
	p. Bağımsız köşe noktaları üzerinde akıl yürütme ve kenarları oluşturma	p. Atk	p. Doğru parçası
	r. Birbirinden bağımsız karşılıklı köşe noktalarını oluşturma	r. Vl, La	r. Nokta; doğru parçası; çokgen
	s. Sürükleme yardımıyla inşa edilen oluşumu test etme	s. Herkes	s. Taşı (sürükleme)

Tablo 42'ye göre birinci problemin çözümündeki kullanım şemaları incelendiğinde, katılımcıların tümünün ekranda verilen dörtgen oluşumunun kenarları arasındaki ilişkileri incelerken sürüklemeyi kullandıkları; ayrıca Sera ve Nuray'ın oluşumdaki açı ilişkilerini incelerken de sürüklemeyi kullanmadıkları ve dörtgeni köşe noktalarından sürükledikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra, Atakan ve Veli'nin inceleme sürecinde, özel olarak, bağımlı ve bağımsız köşe noktalarını araştırmak amacıyla da sürüklemeyi kullanmadıkları gözlenirken; sürüklemeye dayalı bu araştırmaların çözüm sürecinin çeşitli adımlarında hem keşif hem de test etme amacıyla kullanılmaya devam ettiği görülmüştür. Ekrandaki oluşumu inceleme aşamasının devamında Sıla dörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirirken uzunlukları ölçmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını kullanmış; diğer katılımcılar ise sürükleme sırasında kenarların ilişkisini görüntülerine dayalı olarak incelemiştir. Bunun yanında açı ilişkilerinin incelenmesinde de “açı” aracı hiçbir katılımcı tarafından kullanılmamış ve açılar sürükleme sırasında görüntüye dayalı olarak ilişkilendirilmiştir. Atakan, Sıla, Lale ve Nuray yaptıkları incelemede dörtgenin köşegenlerini ve köşegenlerin oluşturduğu üçgenleri ilişkilendirmek amacıyla “doğru parçası” aracını seçmişler ve köşegenleri oluşturmuşlardır. Bu bağlamda Atakan “doğru parçası” aracı yardımıyla köşegenlerden birisini oluşturduktan sonra bu köşegenin orta dikmesinin ikinci köşegeni meydana getireceğini düşünmüş ve “orta dikme” aracını kullanmıştır.

İncelenen dörtgenle aynı özelliklere sahip yeni bir oluşumu inşa etme sürecine geçildiğinde, Lale'nin ilk önce “çokgen” aracını seçerek eşkenar dörtgen görünümüne sahip bir çizim yaptığı; Nuray'ın köşegenleri oluşturmak amacıyla “doğru” aracını seçtiği ve birbirine dik gibi görünen doğrular çizdiği görülmüştür. İki katılımcı yaptıkları çizimlerin özelliklerini koruyup korumadığını test etmek amacıyla sürüklemeyi yeniden kullanmışlar ve hatalı stratejilerinden vazgeçmişlerdir. Katılımcılardan Veli ve Sera ise öncelikle, oluşturulacak dörtgenin kenarlarını inşa etmeyi planlamışlar ve ilgili dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olmasından hareketle “doğru” ve “paralel doğru” araçlarından faydalanarak paralelkenar oluşumu yapmışlardır. Kenarları oluşturmaya dayalı stratejiden yola çıkan bir diğer katılımcı Atakan ise “doğru” ve “paralel doğru” araçlarının yanında “dik doğru” aracını da süreç dahil etmiş ve komşu kenarları birbirine dik inşa ederek bir dikdörtgen oluşumu yapmıştır. Atakan, Veli ve Sera inşa ettikleri dörtgenlerin ilk verilen dörtgenin

özelliklerini taşıyıp taşımadığını test etmek için sürüklemeyi yeniden kullanmışlar ve hatalı stratejilerini gördükten sonra oluşumu tamamlamak için öncelikle köşegenleri inşa etmeyi planlamışlardır. Bu amaca bağlı olarak, Atakan köşegenlerden birisini inşa etmek için “doğru” aracını kullanırken; bu doğruya ait iki noktayı oluşumun karşılıklı köşe noktaları olarak düşünmüş ve karşılıklı köşe noktalarının orta noktasını oluşturmak amacıyla “orta nokta veya merkez” aracından faydalanmıştır. Atakan daha sonra birinci köşegene orta noktasında dik olan ikinci köşegeni oluşturmak amacıyla “dik doğru” aracını kullanmıştır. Diğer katılımcı Veli ise ilk köşegeni inşa etmek için “doğru” aracını kullandıktan sonra bu doğruya ait iki noktanın meydana getirdiği doğru parçasını birinci köşegen olarak düşünmüş ve ikinci köşegeni oluşturmak için “orta dikme” aracını kullanmıştır. Atakan ve Veli birinci köşegenin orta dikmesini inşa ettikten sonra orta dikme üzerindeki köşe noktalarını oluşturmayı hedeflemişler ve soruda verilen ilk oluşumda bu noktalardan birisinin diğerine bağımlı olarak hareket ettiğini dikkate almışlardır. İki katılımcı bu bağımlı sürüklemeye noktaların dörtgenin merkez noktasına göre simetrik olduklarını düşünerek “noktada yansıt” aracını kullanmışlar ve oluşumun köşe noktalarını tamamlamışlardır. Atakan son adımda dörtgenin kenarlarını oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını kullanırken; Veli bu hedef doğrultusunda “çokgen” aracından faydalanmıştır.

Diğer katılımcılardan Sera, öncelikle köşegenlerin inşasını hedeflediği çözümünde, oluşumu istenen dörtgenin köşegenlerinin dik olduğunu dikkate alarak “doğru” ve “dik doğru” araçlarını kullanmış ve iki dik doğruyu oluşturmuştur. Sıla ise aynı düşünceden hareketle önce “doğru” aracı yardımıyla bir doğru oluşturmuş; ardından doğru üzerindeki iki noktanın meydana getirdiği doğru parçasını köşegen olarak düşünmüş ve orta dikmesini oluşturmak için “orta dikme” aracını kullanmıştır. Bu adımın ardından Sıla istenen oluşumda köşegenlerin birbirini ortaladığını dikkate almadan köşe noktalarını ve kenarları oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını kullanmıştır. Sıla inşa ettiği oluşumun doğruluğunu test etmek amacıyla köşe noktalarını sürüklediğinde ise hedeflenen oluşumun kenarlarının eş kalmadığını fark etmiştir. Sıla sürükleme testinin ardından köşegenler ile kenarların ilişkisini göz önüne almış ve eş kenarları oluşturmak için köşegene göre yansıma dönüşümünden yararlanabileceğini düşünmüştür. Çözüm sürecinin bu aşamasında Sera ve Sıla aynı stratejileri kullanırlarken; önce “doğru parçası” aracı yardımıyla iki komşu köşe

noktasını ve bu noktaları birleştiren kenarı oluşturmuşlar; ardından diğer eş kenarları oluşturmak amacıyla “doğru yansıt” aracını seçmişler ve kenarların köşegenlere göre yansıma dönüşümlerini gerçekleştirmişlerdir.

Diğer iki katılımcı Lale ve Nuray çözüme devam ederlerken diğer katılımcılardan farklı olarak önce kenarlardan birisini oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını; ardından köşegenlerden birisinin üzerinden geçen doğruyu oluşturmak için “doğru” aracını kullanmışlardır. Bu işlemin devamında iki katılımcı dörtgenin kenarlarının köşegene göre simetrik olduğunu dikkate alarak “doğruda yansıt” aracını kullanmışlar ve birinci kenara eş olan komşu kenarı oluşturmuşlardır. Lale ve Nuray sonraki adımda eş komşu kenarlara bağlı olarak ikinci köşegeni oluşturmak için “doğru parçası” aracından yararlanırlarken; diğer kenarları oluşturmak amacıyla yeniden köşegene göre yansıma dönüşümünü kullanabileceklerini düşünmüşler ve “doğruda yansıt” aracından yararlanarak üçüncü ve dördüncü kenarları inşa etmişlerdir. Lale ve Nuray son adımlarında dörtgenel bölgeyi oluşturmak için “çokgen” aracını seçmişler ve eşkenar dörtgenel bölgeyi inşa etmişlerdir. Böylece katılımcıların tümü çeşitli enstrümanlara yönelik kullanım şemaları yardımıyla eşkenar dörtgen oluşumunu DGY’de inşa ederlerken, sonucun doğruluğunu test etmek amacıyla sürüklemeyi yeniden kullanmışlar ve tamamlanan oluşumun özelliklerini koruduğunu görmüşlerdir.

İkinci problemin çözümünde ise verilen oluşumu inceleme aşamasında “taşı” aracının tüm katılımcılar tarafından sürükleme yapmak amacıyla kullanıldığı görülürken; “doğru parçası” aracı üç katılımcı; “uzaklık veya uzunluk” aracı iki katılımcı; “açı” aracı iki katılımcı; “orta nokta veya merkez”, “doğru” ve “orta dikme” araçları birer katılımcı tarafından enstrüman olarak kullanılmıştır. Deltoit inşa etme sürecinde ise katılımcıların tümü “doğru parçası” aracını; beş katılımcı “doğru” aracını; dört katılımcı “doğruda yansıt” aracını; üçer katılımcı “orta dikme” ve “çokgen” araçlarını; iki katılımcı “nokta” aracını; birer katılımcı “dik doğru”, “noktada yansıt”, “orta nokta veya merkez” ve “paralel doğru” araçlarını kullanmışlardır.

İkinci problemdeki kullanım şemaları bağlamında katılımcıların tümünün ekrandaki oluşumun kenarlarının değişmez özelliklerini incelemek amacıyla sürüklemeyi yararlandıkları gözlenirken; Atakan, Sera, Sıla, Lale ve Nuray’ın açı ilişkilerini; Atakan, Veli ve Lale’nin köşegen ilişkilerini ve köşe noktaları arasındaki bağımlılık ilişkisini; Veli’nin karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları arasındaki

ilişkiyi araştırmak amacıyla sürüklemeyi kullandıkları görülmüştür. Bunun yanında Atakan ve Sıla kenarları ve açıları ilişkilendirmeye yardımcı olması amacıyla “uzaklık veya uzunluk” ve “açı” aracını; Atakan, Lale ve Nuray köşegenleri oluşturarak aralarındaki ilişkiyi incelemek amacıyla “doğru parçası” aracını; Veli ise oluşumda karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanmışlardır. Ayrıca Veli dörtgenin köşegenlerinden birisinin diğerini dik ortaladığını göstermek amacıyla “doğru” ve “orta dikme” araçlarından faydalanmış ve dörtgenin köşegenlerini inşa etmiştir.

Soruda verilen dörtgeni incelemenin ardından yeni bir deltoit oluşumu yapma aşamasına geçildiğinde, Sera'nın öncelikle kenarları inşa etmeyi planladığı ve karşılıklı kenarların paralel olacağını düşünerek “doğru”, “paralel doğru” ve “doğru parçası” araçları yardımıyla paralelkenar oluşumu yaptığı gözlenmiştir. Sera sürecin devamında yaptığı oluşumun deltoitin özelliklerini içerip içermediğini test etmek amacıyla sürüklemeyi kullanmış ve kullandığı stratejinin hatalı olduğunu anlamıştır. Çözüm stratejisini öncelikle köşegenleri inşa etmek üzerine kuran dört katılımcıdan Sera bu adımı gerçekleştirmek amacıyla “doğru” ve “dik doğru” araçlarından yararlanırken; Atakan “doğru parçası” ve “orta dikme” araçlarından; Veli ve Sıla ise “doğru” ve “orta dikme” araçlarından faydalanmışlardır. Bu noktada Veli ve Sıla doğru oluşturduktan sonra doğruya ait iki noktanın meydana getirdiği doğru parçasından yola çıkarak orta dikmesini inşa etmişlerdir. Bu dört katılımcıdan Sera ve Sıla deltoitte bazı komşu kenar çiftlerinin köşegene göre simetrik olduklarını dikkate alırlarken; önce “doğru parçası” aracı yardımıyla eş olmayan iki kenarı oluşturmuşlar; ardından bu kenarların aynı köşegene göre yansıma dönüşümlerini gerçekleştirmek amacıyla “doğruda yansıt” aracından yararlanmışlar ve deltoit oluşumunu tamamlamışlardır.

Diğer katılımcı Atakan köşegenleri inşa ettikten sonra deltoitte karşılıklı iki köşe noktasının birbirine göre bağımsız olduğunu dikkate almış ve “doğru parçası” aracı yardımıyla kenarları inşa ederken orta dikme üzerinde iki bağımsız köşe noktasına tıklamıştır. Atakan bu işlemle orta dikme tarafından iki eş parçaya ayrılan doğru parçasının uç noktalarını, orta dikme üzerindeki bağımsız noktalara birleştiren doğru parçalarını oluşturmuş ve köşegenlerin ardından deltoitin kenarlarını da inşa etmiştir. Veli ise köşegenlerin ardından deltoitin köşe noktalarını oluşturmayı planlarken karşılıklı iki köşe noktasının birbirinden bağımsız olduğunu dikkate almamış ve eşkenar

dörtgen oluşumundaki gibi, karşılıklı köşe noktalarının, köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrik olduklarını düşünmüştür. Buradan hareketle Veli orta dikme üzerinde bir köşe noktasını oluşturmak amacıyla “nokta” aracını; bu köşe noktasının köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrisini oluşturmak amacıyla “noktada yansıt” aracını kullanmıştır. Veli bu işlemlerin ardından deltoit yerine eşkenar dörtgen oluşumu meydana getirirken; sürüklenme testi yardımıyla inşa edilen dörtgenin deltoitin özelliklerine sahip olmadığını fark etmiştir. Bu adımın ardından Veli çözümün ilk adımında incelediği deltoit oluşumunu yeniden analiz ederken karşılıklı iki köşe noktasının birbirinden bağımsız olduğunu keşfetmiş ve oluşum sürecinde “nokta” aracını seçerek orta dikme üzerinde birbirinden bağımsız iki nokta oluşturmuştur. Katılımcı sonraki adımında orta dikmenin iki eş parçaya ayırdığı doğru parçasının uç noktalarını, orta dikme üzerindeki bağımsız noktalara birleştiren doğru parçalarını oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını kullanmış ve deltoitin kenarlarını inşa etmiştir. Veli son adımda dörtgensel bölgeyi de inşa etmek için “çokgen” aracından faydalanmış ve oluşum sürecini tamamlamıştır.

Diğer iki katılımcı Lale ve Nuray istenen oluşumun bir kenarını oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracından yararlanırlarken; bir köşegeni üzerinden geçen doğruyu oluşturmak amacıyla “doğru” aracını kullanmışlardır. İki katılımcı bu işlemlerin ardından istenen dörtgen oluşumunda bazı komşu kenarların eş ve köşegene göre simetrik olduklarını dikkate alarak “doğruda yansıt” aracını seçmişler ve ilk oluşturdukları kenarın köşegene göre yansımalarını oluşturmuşlardır. Lale ve Nuray sonraki adımlarında eş komşu kenarlardan yola çıkarak ikinci köşegeni oluşturmak amacıyla “doğru parçası” aracını kullanırlarken; tüm komşu kenarları köşegenlere göre simetrik olduğuna dair aşırı genelleme yapmışlar ve diğer kenarları da oluşturmak için “doğruda yansıt” aracından faydalanmışlardır. Deltoit yerine eşkenar dörtgen oluşturan iki katılımcı, dörtgensel bölgeyi de oluşturmak için “çokgen” aracını kullanmışlar ve inşa ettikleri dörtgensel bölgenin istenen özellikleri içerip içermediğini test etmek amacıyla sürüklenmeden yararlanmışlardır. Lale ve Nuray sürüklenme testinin ardından soruda istenen oluşumun tüm komşu kenarlarının eş olmadığını görünce; Nuray inşa ettiği ilk iki kenardan farklı uzunlukta üçüncü bir kenarı “doğru parçası” yardımıyla oluşturmuş ve bu kenarın köşegene göre yansıma dönüşümünü gerçekleştirmek için “doğruda yansıt” aracından yararlanarak deltoiti inşa etmiştir. Lale ise çözüm sürecinin

başında incelediği oluşumu yeniden ele alırken; deltoitin birbirinden bağımsız iki köşe noktasına sahip olduğunu fark etmiş ve yeni oluşumda dördüncü köşe noktasını karşısındaki köşe noktasından bağımsız olarak oluşturmak için “nokta” aracını kullanmıştır. Lale köşegeni kapsayan doğru üzerinde bağımsız bir köşe noktası oluşturduktan sonra kenarları inşa etmek için “doğru parçası” aracını; dörtgensel bölgeyi oluşturmak için “çokgen” aracını kullanmış ve oluşum sürecini tamamlamıştır. Böylece altı katılımcı da DGY araçlarına yönelik kullanım şemaları yardımıyla eşkenar deltoit oluşumunu inşa ederlerken, sonucun doğru olup olmadığını görmek amacıyla sürükleme testini yeniden kullanmışlar ve deltoit oluşumunun özelliklerini koruduğunu görmüşlerdir.

Odak katılımcıların 4b numaralı klinik görüşmede çeşitli araçlarda karşılaştıkları enstrümantal zorluklar Tablo 43’te görülmektedir.

Tablo 43. *Odak Katılımcıların 4b Numaralı Klinik Görüşmedeki Enstrümantal Zorlukları*

Soru	Jestler	Katılımcı	Zorlanılan Araç	Enstrümantal Zorluk	
				Zorluk Türü	Temeldeki ön bilgi/alışkanlık
4.b.1	a. Hedef nesnenin üzerine tıklayamama	a. Atk, VI, Nu		a. Fare kullanımına dayalı hatalar	
	b. Dik doğru oluşturmak için “orta dikme” aracını seçer ve “dik doğru” aracının prosedürünü uygulama	b. Atk	b. Dik doğru & orta dikme	b. İkon benzerliğine dayalı hatalar	
	c. Farenin sol tuşuna basılı tutarak doğru oluşturmaya çalışma	c. VI	c. Doğru	c. Araç prosedürü odaklı zorluk	c. Önceki yazılıma dayalı alışkanlık
	d. "Noktada yansıt" aracını hatalı menüde arama	d. VI	d. Noktada yansıt	d. Menü bilgisi	
	e. “Noktada yansıt” aracı yerine “orta nokta veya merkez” aracını seçme ve “noktada yansıt” aracının prosedürünü uygulama	e. VI	e. Noktada yansıt & orta nokta veya merkez	e. İkon benzerliğine dayalı hatalar	
	f. Köşegeni silerek doğru parçasının köşegene göre yansımalarını da silme	f. La		f. Bağımlı-bağımsız nesne bilgisi	f. Çizime dayalı alışkanlıklar
	g. Eşkenar dörtgen gibi görünen çizim yapma	g. La, Nu		g. Oluşum inşa etme zorluğu	g. Çizime dayalı alışkanlıklar
4.b.2	a. Hedef nesnenin üzerine tıklayamama	a. Se, La, Nu		a. Fare kullanımına dayalı hatalar	
	b. Noktada yansıt aracını kullanırken noktaları yanlış sırada seçme	b. VI	b. Noktada yansıt	b. Araç prosedürü odaklı zorluk	
	c. Orta dikme inşa etmek için “dik doğru” aracını seçer ve “orta dikme” aracının prosedürünü uygulama	c. SI	c. Dik doğru & orta dikme	c. İkon benzerliğine dayalı hatalar	
	d. Hedeflediği yansıma dönüşümün gerçekleştirirken yanlış doğrunun üzerine tıklama	d. Nu	d. Doğruda yansıt	d. Araç prosedürü odaklı zorluk	

Tablo 43 incelendiğinde birinci problemin çözümünde en fazla *Fare Kullanımı Zorluğu* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* kapsamında hataların ortaya çıktığı görülmektedir. İkinci problemin çözümünde ise *Fare Kullanımı Zorluğu* ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile ilgili hatalar ön plana çıkmıştır.

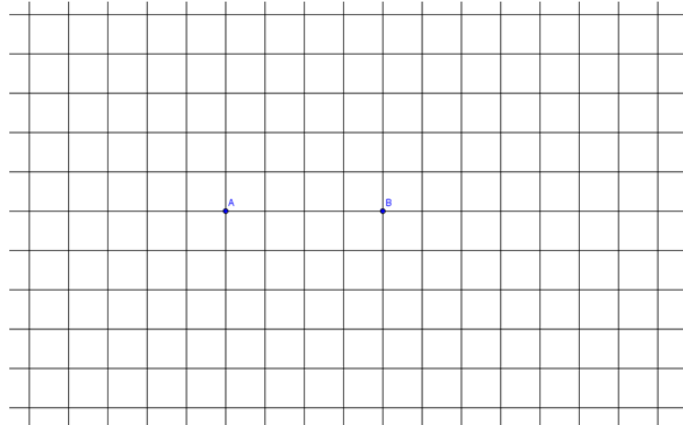
Birinci problemin çözümünde Atakan *Fare Kullanımı Zorluğu* yaşamış ve *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* kapsamında “dik doğru” aracı yerine “orta dikme” aracını seçmiştir. Veli ise *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* kapsamında “doğru” aracının kullanımına yönelik güçlük yaşamıştır. Bu çerçevede Veli’nin “doğru” aracının prosedürünü uygularken önceki yazılımda dayalı alışkanlıklardan dolayı hatalı prosedür uyguladığı görülmüştür. Bunların yanında Veli *Menü Bilgisi* odaklı zorluk bağlamında "nuktada yansıt" aracını hatalı menülerde ararken; *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* bağlamında "nuktada yansıt" aracı yerine benzer ikona sahip olan “orta nokta veya merkez” aracını seçmiş ve “nuktada yansıt” aracının prosedürünü uygulamaya çalışmıştır. Diğer katılımcılardan Lale *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile ilişkili güçlükler yaşamıştır. Lale *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* bağlamında bağımsız nesne özelliğine sahip olan köşegeni silerek, kenarlardan birisinin köşegene göre yansımalarını da istemsiz olarak silmiştir. Lale’nin yaşadığı bu enstrümantal zorluğun temelinde üzerinde çalıştığı oluşumu bir çizim gibi ele alması yatmaktadır. Bu nedenle Lale’nin *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* kapsamında yaşadığı güçlük çizime dayalı alışkanlıklarından kaynaklanmaktadır. Son olarak Nuray birinci soruda *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşırken; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* bağlamında eşkenar dörtgen gibi görünen çizim yapmıştır.

İkinci problemin çözümünde ise Veli, “nuktada yansıt” aracının kullanımına yönelik *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* yaşarken; Sıla *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* kapsamında “orta dikme” aracı yerine “dik doğru” aracını seçmiş ve “orta dikme” prosedürünü uygulamaya çalışmıştır. Diğer katılımcılardan Sera, Lale ve Nuray *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşırken; Nuray aynı zamanda *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* bağlamında hatalı işlem yapmıştır.

3.9.3. 4c numaralı klinik görüşmenin bulguları

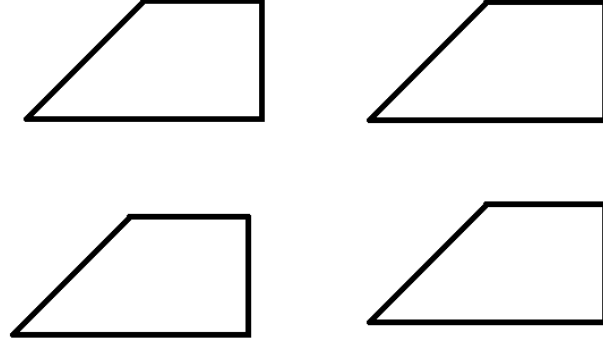
Katılımcılarla yapılan 4c numaralı klinik görüşmede “geometrik yer keşfi” türündeki birinci problemde, ön klinik görüşmede sorulan ve tüm ZGA bileşenlerini ortaya çıkarmaya uygun yapıdaki birinci problemle aynıdır (bkz. Şekil 139). Ön klinik görüşme bulgularına göre katılımcıların önemli bir bölümünün alan-yükseklik ilişkisini dikkate almadıkları; çözüm kümesini ikizkenar ve dik üçgenlerle sınırlı tuttukları; dinamik düşünmeyi gerçekleştiremedikleri; çözüm kümesine dahil edilen üçgenlerde yükseklik değişmezini dikkate almadıkları; hatalı ya da eksik çözüm kümelerine ulaştıkları bilinmektedir. Buradan hareketle bu probleme 4c numaralı klinik görüşmede tekrar yer verilmesi ve odak katılımcıların ZGA süreçlerinin yeniden incelenmesi amaçlanmıştır.

Alan ölçüsü $8 br^2$ olan bir üçgenin iki köşe noktası (A ve B) görülmektedir. Bu üçgenin üçüncü köşesi nerede olabilir?



Şekil 139. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemi

4c numaralı klinik görüşmede “doğrulama” türündeki ikinci problemde Şekil 140’ta görülen 4 eş dörtgen kâğıttan kesilmiş bir halde öğrencilere verilmiş ve öğrencilere “Bu dörtgenler daha büyük benzer bir dörtgen oluşturacak biçimde birleştirilebilir mi?”, “Birleştirilebiliyorsa dörtgenlerden birisinin kenarları arasında nasıl ilişkiler olmalıdır?”, “Dörtgenlerden birisinin iç açıları neler olmalıdır?” soruları sorulmuştur. Ayrıca öğrencilerin yaptıkları çıkarımların gerekçelerini açıklamaları da istenmiştir.



Şekil 140. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemi

3.9.3.1. Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki ZGA süreçleri

4c numaralı klinik görüşmede ortaya çıkan ZGA süreçleri olan "İlişkilendirme", "Genelleme", "Değişmezleri Araştırma" ve "Keşif ve Yansıtma" bileşenlerine ilişkin başlıklarda verilmiştir.

3.9.3.1.1. 4c numaralı klinik görüşmedeki "İlişkilendirme" süreçleri

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki "İlişkilendirme" süreçlerine yönelik bulgular Tablo 44'te görülmektedir.

Tablo 44. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki "İlişkilendirme" Süreçleri

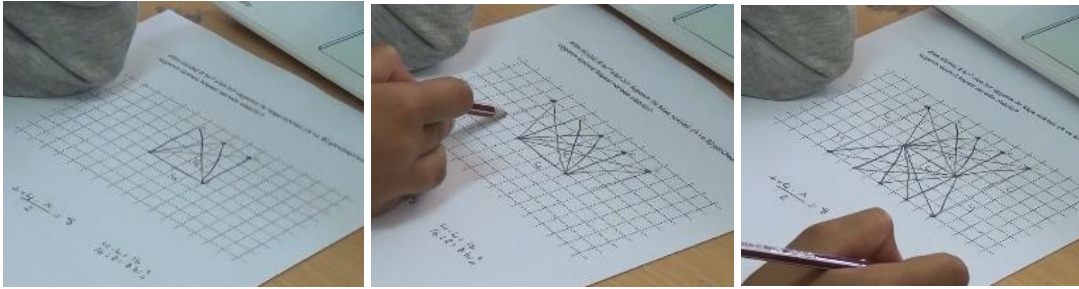
Soru 4.c.1	Soru 4.c.2
TŞPİ - Üçgende alan – yükseklik ilişkisini kurma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	<ul style="list-style-type: none"> - Eş dörtgenleri daha büyük bir benzeri oluşturmak için birleştirme [Atk, VI, Se, Sl] - Büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenlerin kenarlarını ilişkilendirme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu] - Büyük dörtgen ile büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenlerin açılarını ilişkilendirme [Atk, VI, Nu] - Küçük dörtgenlerden birisinin açıları arasında ilişki kurma [Atk, VI, Se, La, Nu] - Küçük dörtgenlerden birisini tanıdık çokgenlere parçalama ve ilişkilendirme [VI, Se, La, Nu]

Tablo 44. (Devam) *4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “İlişkilendirme” Süreçleri*

Soru 4.c.1	Soru 4.c.2
<p>BŞİ - Üçgenler arasında yansıma ve eşlik ilişkisini kurma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]</p> <p>- Üçgenlerin yükseklikleri arasında ilişki kurma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]</p> <p>- Üçgenlerde ortak AB kenarını inceleme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]</p> <p>- Üçgenlerin köşe noktalarından geçen doğrular arasındaki ilişkiyi kurma [Atk, VI, Se, Sl, La]</p>	
<p>ÖMB - Yansıma dönüşümü yardımıyla çözüm kümesini genişletme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]</p>	<p>- Benzerlik ve orantısal akıl yürütme yardımıyla ilişki kurma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]</p>

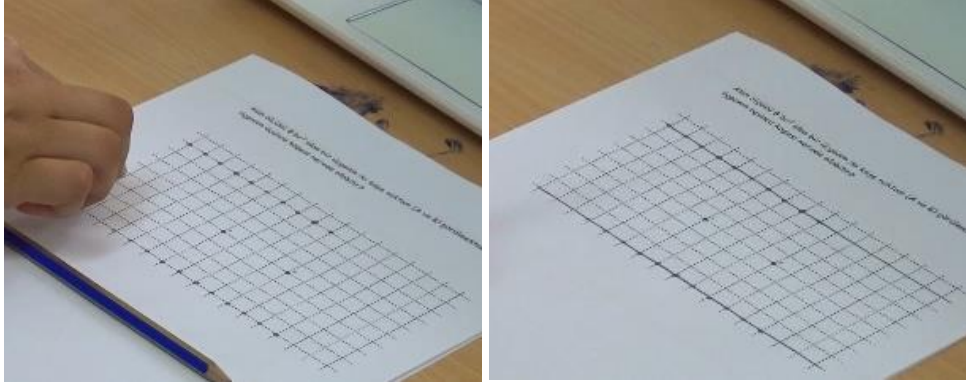
Tablo 44 incelendiğinde, klinik görüşmenin birinci probleminin çözümünde tüm katılımcıların “İlişkilendirme” kapsamında TŞPİ, BŞİ ve ÖMB süreçlerini; ikinci problemin çözümünde ise TŞPİ ve ÖMB süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. İkinci problemin yapısından dolayı çözüm sırasında hiçbir katılımcının BŞİ süreci ortaya çıkmamıştır.

Birinci problemin çözümünde TŞPİ süreci bağlamında tüm katılımcıların istenen üçgenleri çizerken üçgende alan ve yükseklik ilişkisini dikkate aldıkları görülmüştür. BŞİ süreci kapsamında ise tüm katılımcıların çözüm kümesine dâhil olan üçgenler arasında yansıma ve eşlik ilişkisine odaklandıkları; üçgenlerin yükseklikleri arasında ilişki kurdukları; üçgenlerin ortak AB kenarını inceledikleri gözlenmiştir (bkz. Şekil 141).



Şekil 141. *Katılımcıların Çizdikleri Üçgenlerdeki İlişkilendirmeleri*

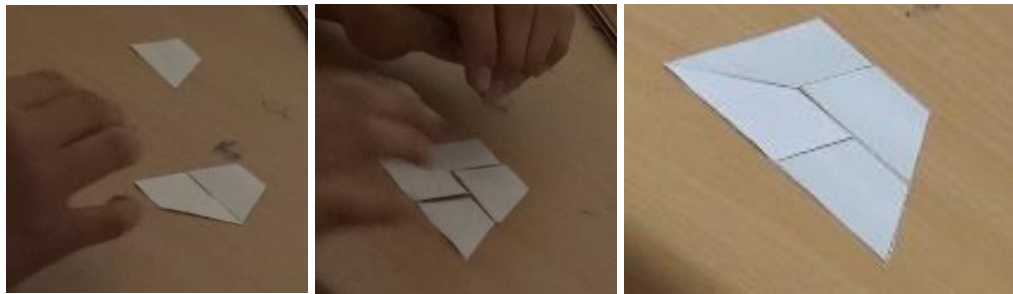
Ayrıca Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale'nin BŞİ sürecine ilişkin olarak üçgenlerin köşe noktalarından geçen doğrular arasında ilişkilendirme yaptıkları da belirlenmiştir (bkz. Şekil 142).



Şekil 142. Üçgenlerin Tepe Noktalarından Geçen Doğrular Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Birinci problemin çözümünde ÖMB ile ilgili bulgulara göre, tüm katılımcıların yansıma dönüşümü yardımıyla çözüm kümesini genişlettikleri ortaya çıkmıştır.

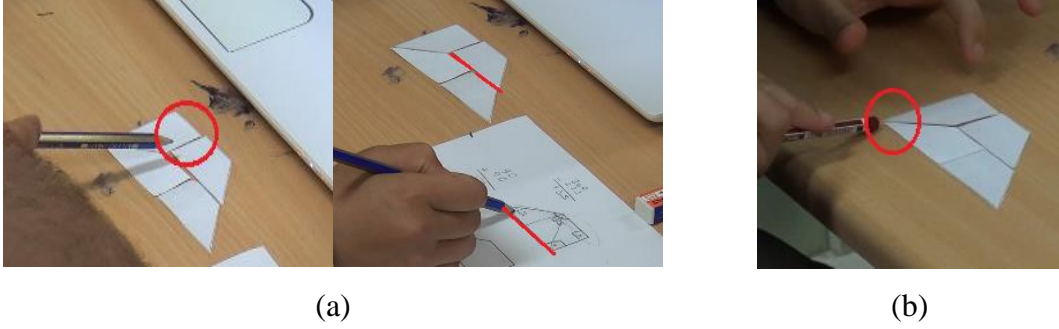
İkinci problemin çözümündeki TŞPİ sürecine yönelik bulgulara göre Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın soruda verilen eş dörtgenleri daha büyük benzer dörtgeni oluşturacak biçimde birleştirdikleri gözlenmiştir (bkz. Şekil 143). Diğer yandan birleştirme sürecinde hedeflenen dörtgene ulaşamayan Lale ve Sera'ya dörtgenlerin birleştirilmiş verilmiş ve şekilleri inceleyerek çözüm sürecine devam etmeleri sağlanmıştır.



Şekil 143. Eş Dörtgenleri Birleştirerek Benzerini Oluşturma

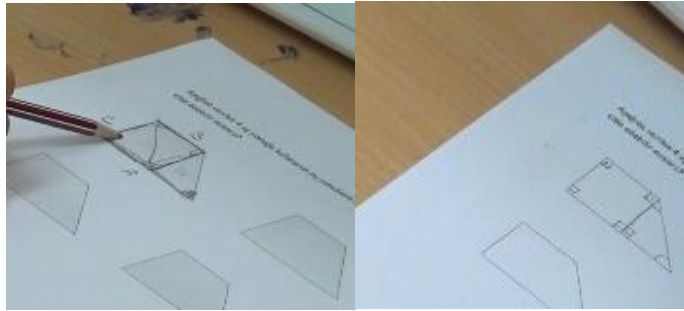
İkinci problemdeki TŞPİ sürecine ilişkin tüm katılımcıların büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenlerin kenarlarını ilişkilendirdikleri (bkz. Şekil 144a); Atakan, Veli,

Sıla ve Nuray’ın büyük dörtgeni oluşturan küçük eş dörtgenlerin açılarını ilişkilendirdikleri gözlenmiştir (bkz. Şekil 144b).



Şekil 144. *Odak Katılımcıların İkinci Problemden Dörtgenlerin Kenarlarına Yönelik İlişkilendirmeleri*

TŞPİ sürecine ilişkin diğer bulgularda Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın küçük dörtgenlerden birisinin iç açıları arasındaki ilişkiye odaklandıkları; Veli, Sera, Lale ve Nuray’ın küçük dörtgenlerden birisinin içerisinde yardımcı çizimler yaparak dörtgeni tandık çokgenlere ayırdıkları/parçaladıkları gözlenmiştir (bkz. Şekil 145).



Şekil 145. *Dörtgeni Parçalayarak Tanıdık Çokgenler Oluşturma*

ÖMB sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde ise ikinci problemin “Eşlik ve Benzerlik” odaklı içeriğinden dolayı tüm katılımcıların ilişkilendirme yaparken orantısal akıl yürütmeyi sürece dâhil ettikleri belirlenmiştir.

3.9.3.1.2. 4c numaralı klinik görüşmedeki “genelleme” süreçleri

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki “Genelleme” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 45’te görülmektedir.

Tablo 45. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “Genelleme” Süreçleri

	Soru 4.c.1	Soru 4.c.2
TDY	<ul style="list-style-type: none">- Üçgenin alan bağıntısına odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Yansıma odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Doğruduş noktalarla odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Paralel doğrulara odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl]	<ul style="list-style-type: none">- Paralel doğruların ortak kesenle oluşturduğu açıların özelliklerine odaklı düşünce [Atk]- Dörtgenlerde iç açılarının özelliklerine odaklı düşünce [VI, Nu]- Kare odaklı düşünce [VI, Se, La]- Benzerlik odaklı düşünce [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]
VSD	<ul style="list-style-type: none">- İkizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgenlerin köşe noktalarına odaklanma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Dar açılı çeşitkenar üçgenlerin köşe noktalarına odaklanma [Atk, VI, Se]- Kareli kâğıtta birim karelerin köşe noktalarını üçgenin tepe noktası olarak alma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- AB kenarının alt ve üst tarafında doğruduş köşe noktalarına odaklanma [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	<ul style="list-style-type: none">- Görüntüye dayalı olarak, açılarının dikliğine yönelik çıkarım [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Görüntüye dayalı olarak kenarların paralellğine yönelik çıkarım [Atk, Se, Sl, La]- Görüntüye dayalı olarak, kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye yönelik çıkarım [VI, La, Nu]
TÇK	<ul style="list-style-type: none">- Soruda istenen köşe noktalarından geçen doğruların paralel olduğu çıkarımı [Atk, VI, Se, Sl]- Oluşturulan doğrular üzerindeki her noktanın, çözüm kümesine dahil olduğu çıkarımı [Atk, VI, Se, Sl, La]	<ul style="list-style-type: none">- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkiye yönelik tümdengelimli çıkarım [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerin iç açılarına yönelik tümdengelimli çıkarım [Atk, VI, Se, La, Nu]

Tablo 45'e göre birinci problemin çözümünde Nuray'ın VSD sürecinde ulaştığı eksik çözüm kümesini genişletemediği; diğer katılımcıların ise TÇK düzeyinde doğru çözüm kümesine yönelik genellemeler yaptıkları görülmektedir. Diğer yandan ikinci problemin çözümünde Atakan, Veli, Sera, Lale ve Nuray'ın açı ilişkilerine yönelik; Atakan, Veli, Sera, Sıla, Lale ve Nuray'ın kenar ilişkilerine yönelik TÇK düzeyinde genellemeler yaptıkları gözlenmiştir.

Birinci problemin çözümündeki TDY sürecinde tüm katılımcıların üçgenin alan bağıntısına, yansıma dönüşümüne ve doğruduş noktalara odaklı düşünce üzerinden çözüm sürecini yapılandıkları; Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın ise paralel doğrulara odaklı düşünceden yola çıkarak genelleme sürecine giriş yaptıkları belirlenmiştir. VSD

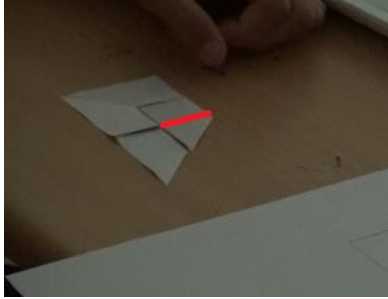
sürecinde ise tüm katılımcıların çözüm sürecinin başında ikizkenar üçgen, dik üçgen ve geniş açılı üçgenlerin köşe noktalarına odaklandıkları; Atakan, Veli ve Sera'nın ise dar açılı çeşitkenar üçgenlerin köşe noktalarını işaretledikleri gözlenmiştir. VSD bağlamında devam eden süreçte tüm katılımcılar kareli kâğıtta birim karelerin köşeleri üzerindeki noktalara odaklanmışlar; AB kenarının alt ve üst tarafında doğrudan köşe noktalarını işaretlemeye dikkat etmişlerdir. Birinci problemin çözümünde TÇK düzeyindeki genellemeler incelendiğinde ise Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın soruda istenen ve AB kenarının alt ve üst tarafından işaretlenen köşe noktalarından geçen doğruların paralel olduğuna; Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale ise oluşturulan doğrular üzerindeki her noktanın çözüm kümesine dâhil olduğuna dair genellemelere ulaşmışlardır. Katılımcıların çıkarımlara ulaşma sürecindeki örnek açıklamalarında Atakan “*Yükseklik aynı değişmez hocam. Paralel bu doğrular da* (işaretlediği noktaların üzerinden geçen doğruyu gösterir). *(Üstteki doğru) Alttakiyle paralel olur. Bütün noktalardan çizilebilir. Yüksekliği 4 birim olduğu sürece... Buna (AB kenarına) 4 birim uzunlukta (uzaklıkta) doğru olur. Buradaki* (kalemin ucunu doğru üzerinde hareket ettirir) *tüm noktalarda...*” açıklamasını yapmış; Veli “*Bunların hepsinde olur hocam* (birim karelerin köşelerinde doğrudan noktalar işaretler). *Aynı şeyde... (AB kenarının) 4 birim üstü olacak. Bu çizgilerde (doğrularda) değişmez hocam. Bu çizgilerin hep aynı... Yükseklik aynı oluyor ya hocam.* (Noktalardan geçen doğruları çizer) *Hocam bu aranın* (birim karelerin köşelerinde işaretlediği noktaların arasını gösterir) *hepsine girer işte. Sadece bu noktalar değil, aralara da girer hocam. Doğru bunlar.* (İlişkileri sorulduğunda) *Paralel hocam*” biçiminde düşüncesini belirtmiş; Sera “*Bu noktalar doğru oluşturuyor* (doğruları çizer). *Paraleller... Buralarda da* (birim karelerin köşelerinde işaretlediği noktaların arasını gösterir) *olabilir hocam. Buralarda da olabilirdi* (doğrular üzerinde nokta işaretlemeye devam eder). *Hocam* (nokta işaretlemeyi bırakır) *doğru üzerinde her yerde olabilir*” ifadesine yer vermiş; Sıla “*Burası da olur hocam, şurası da olur* (birim karelerin köşelerinde doğrudan noktaları işaretler). *Doğrular oluştururlar hocam* (noktalardan geçen doğrular çizer). *Paralel doğrular oluşur hocam*” açıklamasını yapmış; Lale “*Yani yükseklik bence hiç değişmez hocam. Mesela hocam C noktası burada ya. Mesela ben bunu buraya şey yapsam* (daha yukarıdaki bir noktayı gösterir)... *O zaman yani alan ölçüsü değişir. Çünkü yükseklik değişir. Yüksekliğe bağlı her şey. Hocam onlar (noktalar) şey oluştururlar. Böyle doğru*

oluştururlar. Yani aynı doğru üzerinde gider bu C noktası. Şöyle... C noktalarının hepsi doğru üzerinde gidiyor” biçiminde düşüncelerini aktarmıştır.

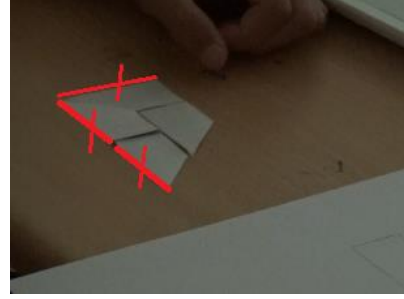
Genelleme sürecinde VSD düzeyinde kalan Nuray ise “*Hepsinin (üçgenlerin) tabanları birbirine eş. A ve B noktasına bağlı. Yükseklikleri aynı. (Geniş açılı üçgen oluşturacak biçimde C köşe noktası işaretler) Başka... Burada da olur, şurada da olur (birim karelerin köşelerinde doğruduş noktalar işaretler). Şuralarda (işaretlediği noktaların AB kenarına göre simetriklerini işaretler)... Başka hocam... Bu böyle gider yani. Bayağı gider yani. Hepsi aynı hizada. Hepsi belli bir şekilde gidiyor” açıklamasına yer vermiştir.*

İkinci problemin çözümündeki TDY sürecinde Atakan paralel doğruların ortak kesenle oluşturduğu açıların özelliklerine; Veli ve Nuray dörtgende iç açılarının özelliklerine; Veli, Sera ve Lale kareye; katılımcıların tümü benzerliğe odaklı düşünceleri üzerinden genelleme sürecine giriş yapmışlardır. VSD sürecine ilişkin bulgularda ise tüm katılımcıların çokgenlerin görüntülerine dayalı olarak (algıya dayalı akıl yürütme) açılarının dikliğine yönelik çıkarım yaptıkları; Atakan, Sera, Sıla ve Lale'nin görüntüye dayalı olarak (algıya dayalı akıl yürütme) çokgenlerde kenarların paralellğine yönelik çıkarıma ulaştıkları; Veli, Lale ve Nuray'ın yine görüntüye dayalı olarak (algıya dayalı akıl yürütme) çokgenlerde kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye yönelik çıkarım yaptıkları belirlenmiştir. TÇK ile ilgili bulgularda ise tüm katılımcıların çözüm sürecinin devamında, benzer dörtgenlerin parçalarını ilişkilendirerek, dörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkiye ve iç açılara yönelik tümdengelimli çıkarıma ulaştıkları ortaya çıkmıştır. Katılımcıların çıkarımlara ulaşırken yaptıkları örnek açıklamalar incelendiğinde, Atakan'ın “*Paralel (önce alt taban kenarını, sonra üst taban kenarını gösterir)... Burası 90°. Alt kenar üst kenarın iki katıdır. İç kısımlarda bu 45° (benzer şekillerin iç açılarını ilişkilendirir)... Çünkü (büyük dörtgeni oluşturacak biçimde) birleştirdiğimizde 90 dereceye tamamıyor. Üstteki de 135°. Bütünler... Bunlar birbirini tamamlayınca 180'e tamamlaması gerekiyor. Bu (kenar) şuraya gelmiş hocam. Şu da buraya (büyük dörtgenin içerisinde eş dörtgenin çakışan kenarlarını gösterir)... Bunlar eş. Üst kenarla şu kenar (komşu dik kenarlar gösterilir)...” açıklamasını yaptığı; Veli'nin “*Hocam şunların ikisi eşit (dik komşu kenarları gösterir). Şurayı indirsek (şekli parçaladığını düşünür) kare olur (bkz. Şekil 146a). Bu iki katı hocam (dörtgende taban kenarlarının uzunluklarının ilişkisine yönelik çıkarım yapar). Şöyle alırsak şurası eşit.**

Sonra bir tane daha var. İki katı (dörtgende dik kenarların uzunluklarının ilişkisine yönelik çıkarım yapar) (bkz. Şekil 146b)...” açıklamaları üzerinden çıkarımlara ulaştığı belirlenmiştir.



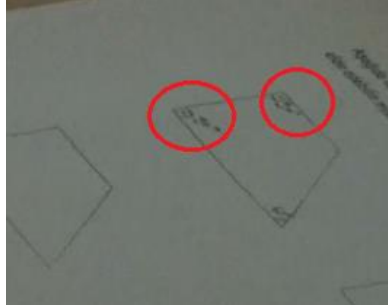
(a)



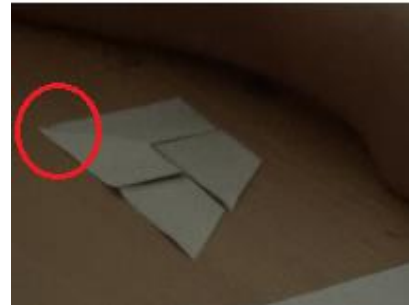
(b)

Şekil 146. Veli'nin Kenar Uzunluklarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci

Veli açılarla ilgili yaptığı açıklamada “Buraları 90° hocam. Alt üst (bkz. Şekil 147a)... Hocam burası da 45° olur. Bir tane daha buraya koyarsak tam dik olur (bkz. Şekil 147b). Orası da (bütünler ardışık açığı gösterir)... 135 derecedir ($360 - 225 = 135$)” ifadeleri üzerinden çıkarımlar yapmıştır.



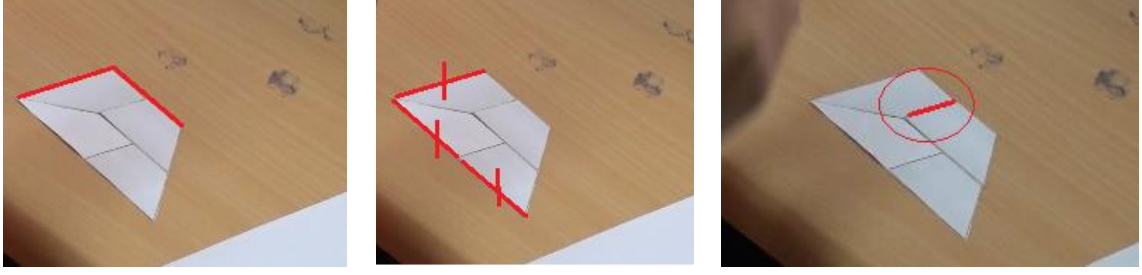
(a)



(b)

Şekil 147. Veli'nin İç Açılarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci

Sera “Kenarları paralel (üst ve alt taban kenarlarını gösterir)...Bu kenarları dik kesişiyor (dik olduğunu düşündüğü açılarını işaretler). Hocam şu ikisinin (üst taban kenarı ve ona dik olan kenarı gösterir) kenar uzunlukları eşit (bkz. Şekil 148a). Bu ikisinin uzunluğu bunu oluşturuyor. İki katı (bkz. Şekil 148b)... Şu ikisi (dörtgende dik kenarları gösterir) eşit. Şurasıyla şurası tam denk geliyor (bkz. Şekil 148c)” biçiminde düşüncelerini ifade ederek çıkarımlara ulaşmıştır.



(a)

(b)

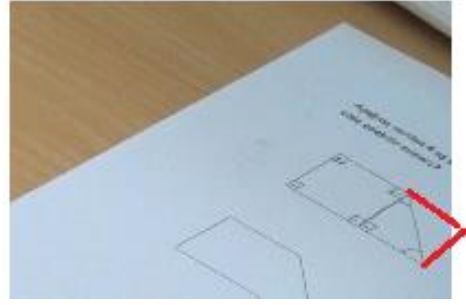
(c)

Şekil 148. *Sera'nın Kenar Uzunluklarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci*

Açılara ilişkin açıklamalarda Sera “*Hocam şurası dik. İşte burada tam ortadan şey yapıyor hocam. Burası 45° oluyor (bkz. Şekil 149a). Tam köşegen oluyor karenin de... Burası açıortay olduğu için 45° (bkz. Şekil 149b)*” ifadeleri üzerinden çıkarımlara ulaşmıştır.



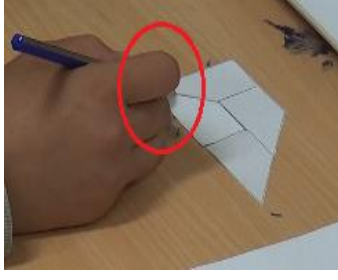
(a)



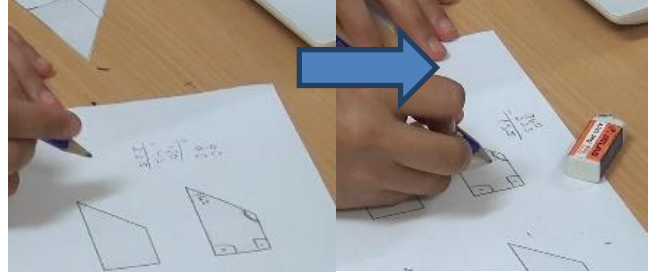
(b)

Şekil 149. *Sera'nın İç Açıların İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci*

Diğer katılımcılardan Nuray “*90° ... Dik açı oldukları için... Dik yani bu iki kenar. (Diğer açılara odaklanır) 45... Bu halinde yarısı (benzer dörtgenlerde iç açıları ilişkilendirir)... 45... Şeklin yarısı olduğu için (bkz. Şekil 150a)... Orası da, üç yüz altmıştan iki yüz yirmi beşi çıkarırız. Yüz otuz beş olur burası (bkz. Şekil 150b)*” açıklamaları üzerinden çıkarımlara ulaşmıştır.



(a)



(b)

Şekil 150. Nuray'ın İç Açıların İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci

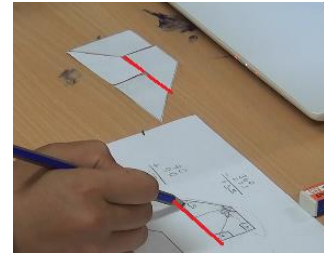
Nuray dörtgendeki kenar ilişkilerine yönelik yaptığı açıklamalarda ise “Eşit bunlar (dik komşu kenarları gösterir). Bunlar çakışıyor (bkz. Şekil 151a). Bu bunun yarısıdır. Şuradaki şekil yani... Bir bütün. İki yarısı (bkz. Şekil 151b)... Bunlar aynı şekilde şu altı oluşturuyor (bkz. Şekil 151c)” biçiminde çıkarımlara ulaşmıştır.



(a)



(b)



(c)

Şekil 151. Nuray'ın Kenar Uzunluklarının İlişkisine Yönelik Genelleme Süreci

3.9.3.1.3. 4c numaralı klinik görüşmedeki “değişmezleri araştırma” süreçleri

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” süreçlerine yönelik bulgular Tablo 46’da görülmektedir.

Tablo 46. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki “Değişmezleri Araştırma” Süreçleri

	Soru 4.c.1	Soru 4.c.2
DD	- Alanın değişmezliğine uygun olarak üçgenin köşe noktasının yerini değiştirme [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	
	- Çizilen üçgenlerde yüksekliğin değişmemesi [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	
EKK	- Değiştirilen köşe noktalarının doğrudan kalması [Atk, VI, Se, Sl, La, Nu]	
	- Çizilen doğru üzerindeki tüm noktaların soruda istenen üçgenlerin köşe noktalarını içermesi [Atk, VI, Se, Sl, La]	

Tablo 46'ya göre odak katılımcıların tümünün birinci problemde DD ve EKK süreçlerini gerçekleştirdikleri görülürken; ikinci problemin yapısı gereği çözüm sürecinde hiçbir katılımcının DD ve EKK süreci gerçekleştirmediği ortaya çıkmıştır.

Birinci problemin çözümündeki DD sürecinde tüm katılımcılar soruda verilen alan ölçüsünün (8 birim kare) değişmezliğine uygun olarak üçgenlerin köşe noktalarının yerini değiştirmişlerdir. EKK sürecinde ise tüm katılımcılar işaretlenen köşe noktalarına bağlı olarak üçgenlerin yüksekliklerinin değişmediğini; değiştirilen köşe noktalarının doğrudan kaldığını; doğrudan köşeler üzerinden çizilen doğru üzerindeki tüm noktaların soruda istenen üçgenin köşe noktasını sağladığını ortaya çıkarmışlardır.

3.9.3.1.4. 4c numaralı klinik görüşmedeki “keşif ve yansıtma” süreçleri

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmedeki “Keşif ve Yansıtma” bağlamında “Keşfi Ön Plana Alma” bileşenine yönelik bulgular Tablo 47’de görülmektedir.

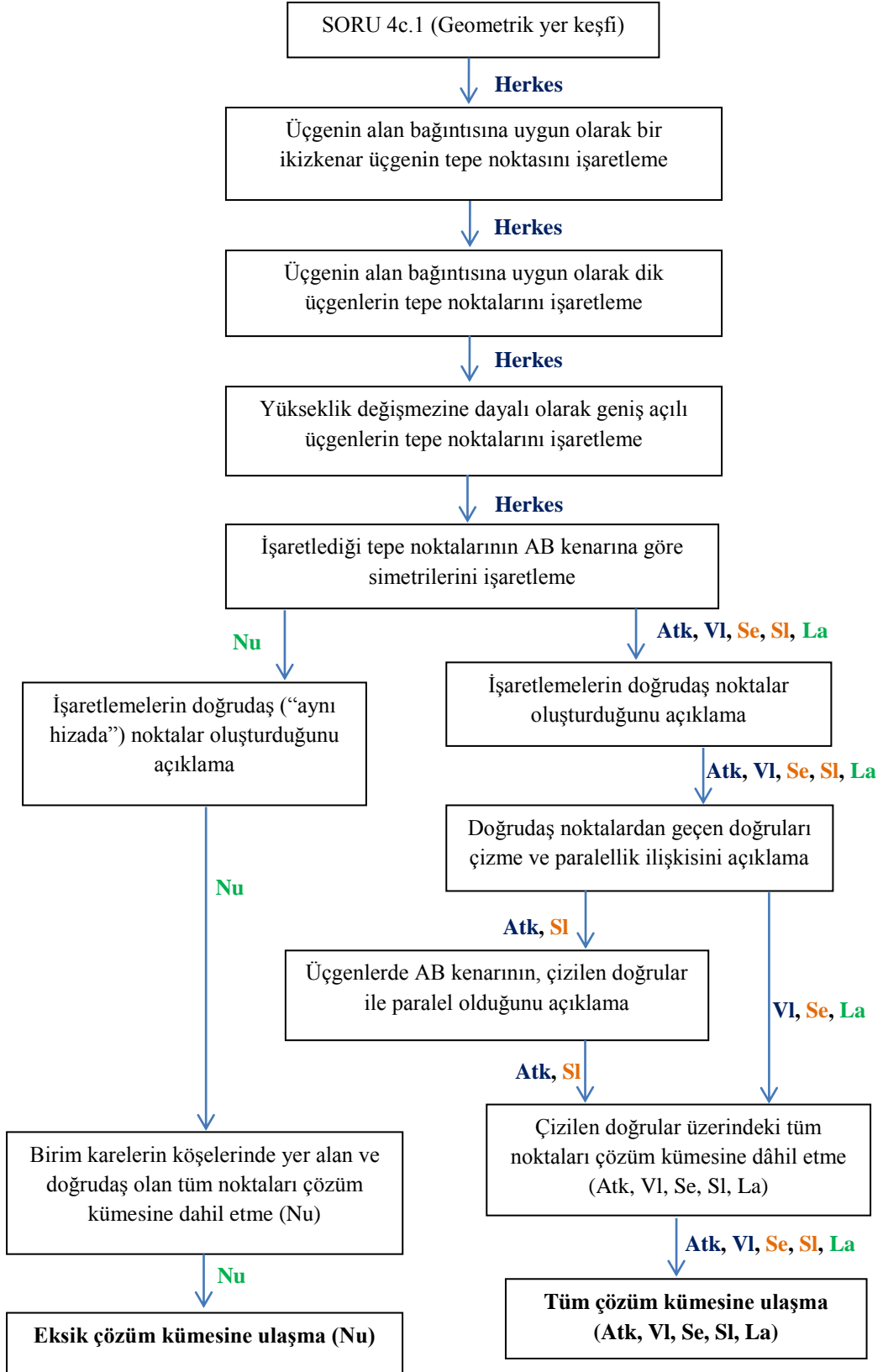
Tablo 47. 4c Numaralı Klinik Görüşmedeki KÖP Süreçleri

	Soru 4.c.1	Soru 4.c.2
KÖP	<p>- Soruda istenen üçgenlerin –sırasıyla- ikizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgenler olabileceğini keşfetme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]</p> <p>- AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan köşe noktalarının çözüm kümesinin içinde yer aldığını keşfetme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]</p> <p>-İşaretlediği köşe noktaları arasında doğrudanlık ilişkisi olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]</p> <p>- Problemin sınırsız çözümü olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]</p> <p>- İşaretlenen köşe noktalarından geçen doğruların paralel olduğunu keşfetme [Atk, VI, Se, SI]</p>	<p>- Soruda verilen durumu sağlayan dörtgenlerde kenarlar arasındaki ilişkileri keşfetme [Atk, VI, Se, SI, La, Nu]</p> <p>- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerde iç açılarının ölçülerini keşfetme [Atk, VI, Se, La, Nu]</p>

Tablo 47’ye göre tüm katılımcıların birinci ve ikinci problemin çözümünde KÖP sürecini gerçekleştirdiği görülmektedir. Birinci problemin çözümünde katılımcıların tümü soruda istenen üçgenlerin –sırasıyla– ikizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgenler olabileceğini; AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan köşe noktalarının

özüm kümesine dâhil olduğunu; işaretlediği köşe noktaları arasında “doğrudaşlık” ilişkisi olduğunu ve problemin sonsuz çözümlü olduğunu keşfetmişlerdir. Bunun yanında Atakan, Veli, Sera ve Sıla işaretledikleri köşe noktalarından geçen doğruların birbirine ve AB kenarına paralel olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Diğer yandan ikinci problemin çözümünde, tüm katılımcıların benzer dörtgen oluşturacak biçimde birleştirilebilen eş dörtgenlerde kenarlar arasındaki ilişkileri keşfettikleri gözlenirken; Sıla dışındaki tüm katılımcıların dörtgenin parçalarını ilişkilendirerek iç açılarının ölçülerini de keşfettikleri görülmüştür.

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmenin birinci probleminde “Keşif ve Yansıtma” bağlamında “Amacı Ön Plana Alma” sürecini yansıtan çözüm basamakları Şekil 152’de görülmektedir.

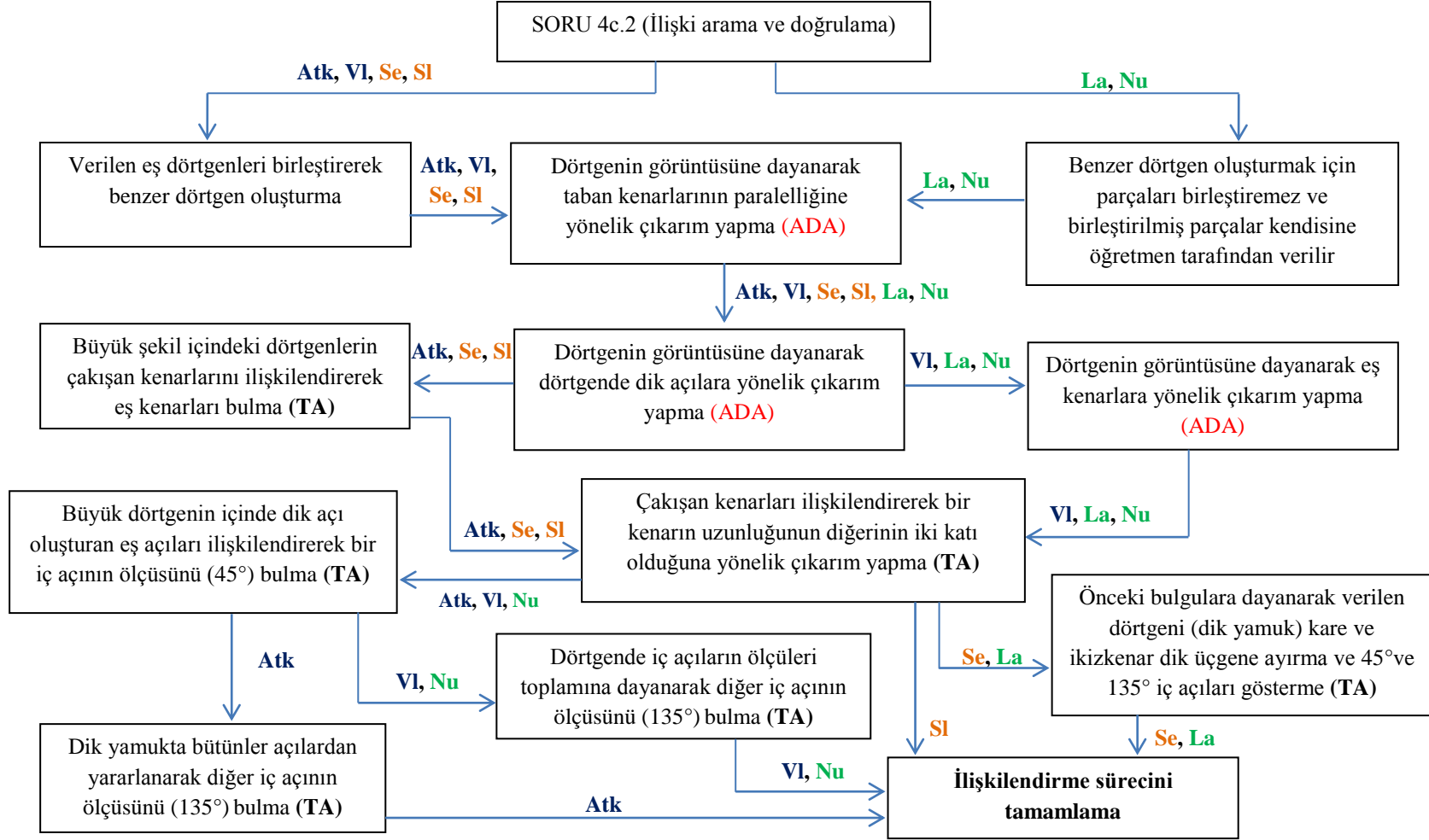


Şekil 152. 4c Numaralı Klinik Görüşmenin Birinci Problemde AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları

Şekil 152'ye göre Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale'nin izledikleri adımlar sonucunda doğru çözüm kümesine ulaştıkları; Nuray'ın ise eksik çözüm kümesine ulaştığı ortaya çıkmıştır. Bunun yanında katılımcıların üçgenin alan bağıntısıyla ilgili doğru kavramsal bilgiler ortaya koydukları; çizimlerinde değişmeyen geometrik yapıları dikkate aldıkları; simetriye dayalı olarak doğru çizimler yaptıkları; soruda istenen alana sahip geniş açılı üçgenleri de çözüm kümesine dâhil ettikleri görülmüştür.

Çözüm sürecinde tüm katılımcılar birinci adımda üçgenin alan bağıntısına uygun olarak soruda istenen alana sahip bir ikizkenar üçgenin tepe noktasını kalemle işaretlemişler; ikinci adımda üçgenin alan bağıntısına uygun olarak soruda istenen alana sahip dik üçgenlerin tepe noktalarını işaretlemişler; üçüncü adımda yükseklik değişmezine dayalı olarak geniş açılı üçgenlerin tepe noktalarını birim karelerin köşelerinde işaretlemişlerdir. Süreç içerisinde tüm katılımcıları işaretledikleri tepe noktalarının AB kenarına göre simetriklerini bulmuşlardır. Daha sonra Nuray birim karelerin köşelerinde yaptığı işaretlemelerin doğrudan ("aynı hizada") noktalar oluşturduğunu açıklamış; sadece birim karelerin köşelerinde yer alan ve doğrudan olan noktaları çözüm kümesine dâhil ederek eksik çözüm kümesine ulaşmıştır. Diğer katılımcılar olan Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale ise yaptıkları işaretlemelerin doğrudan noktalar oluşturduğunu açıklamışlar ve noktalardan çizilen doğruların paralel olduğunu keşfetmişlerdir. Bu işlemin ardından Atakan ve Sıla inceledikleri üçgenlerde AB kenarının çizilen doğrular ile paralel olduğunu belirtirlerken; son adımda Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale çizilen doğrular üzerindeki tüm noktaların üçgenin üçüncü köşe noktası olabileceğini açıklamışlar ve tüm çözüm kümesine ulaşmışlardır.

Odak katılımcıların 4c numaralı klinik görüşmenin ikinci problemine yönelik "Keşif ve Yansıtma" kapsamında "Amacı Ön Plana Alma" ile ilgili çözüm basamakları Şekil 153'te görselleştirilmiştir.



Şekil 153. Odak Katılımcıların 4c Numaralı Klinik Görüşmenin İkinci Problemünde AÖP Sürecine İlişkin Çözüm Adımları

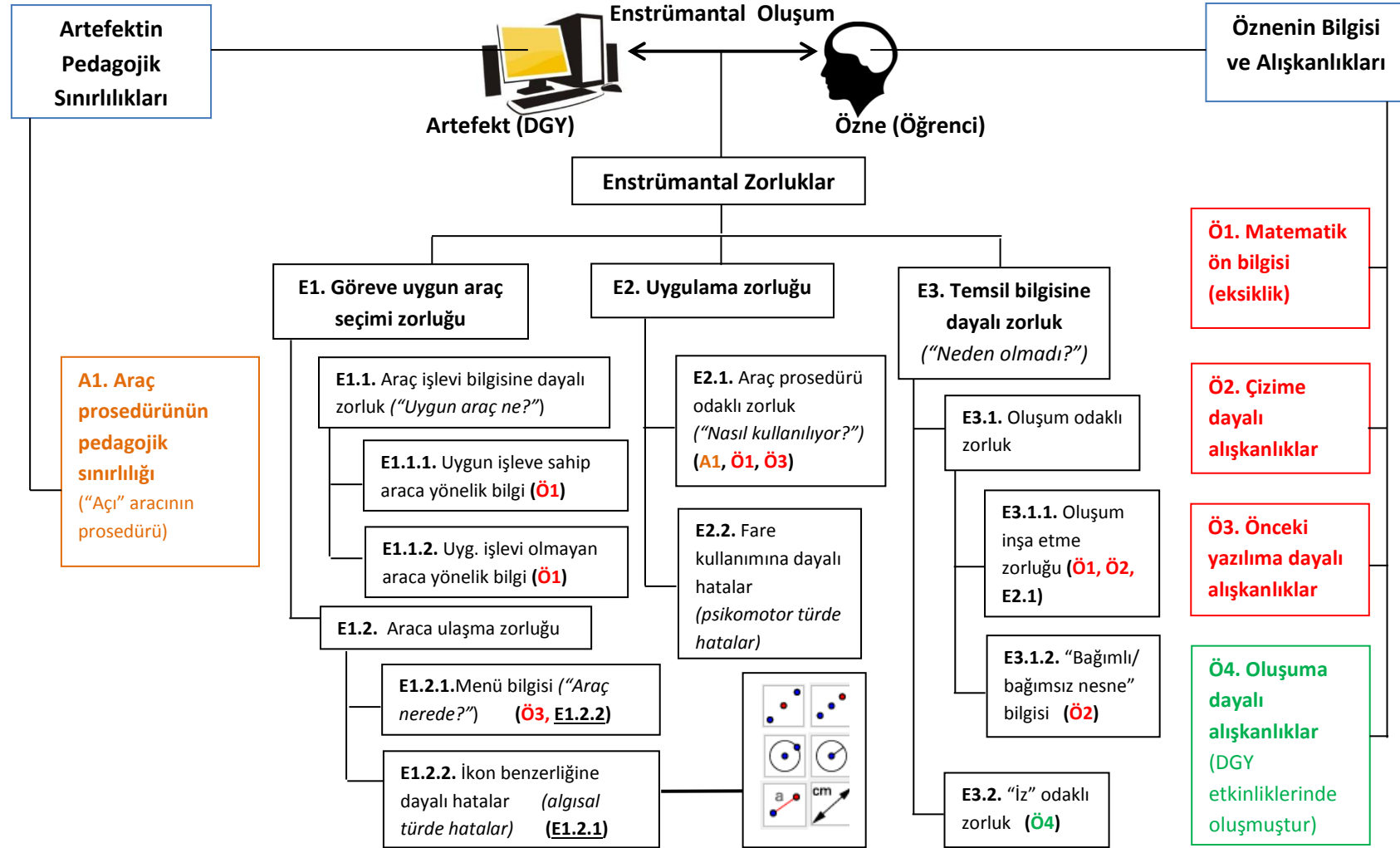
Çözüm sürecinin başında tüm katılımcıların verilen dörtgen çiziminin görünüşüne dayanarak dörtgenin özelliklerine yönelik çıkarım yaptıkları; sonraki adımlarda ise benzer dörtgenlerin bilinen ilişkileri üzerinden tümdengelimli akıl yürütme yaptıkları ve dörtgenin diğer özelliklerine yönelik çıkarımlara ulaştıkları görülmüştür.

Şekil 153 ışığında, Atakan, Veli, Sera ve Sıla'nın soruda verilen eş dörtgenleri birleştirerek daha büyük benzer bir dörtgeni oluşturmayı başardıkları; benzer dörtgen oluşturmayı başaramayan Lale ve Nuray'a, çözüme başlayabilmeleri için, dörtgenlerin birleştirilmiş durumunun araştırmacı tarafından hazır olarak sunulduğu görülmektedir. Sonraki adımda tüm katılımcılar algıya dayalı akıl yürütme yaparak soruda verilen dörtgenlerin paralel kenarlara ve dik açılara sahip olduğuna yönelik çıkarımlar yapmışlardır. Bu çıkarımların ardından Veli, Lale ve Nuray yine algıya dayalı akıl yürütme ile birlikte dörtgende eş kenarlara yönelik çıkarımda bulunmuşlar; Atakan, Sera ve Sıla ise tümdengelimli akıl yürütme sürecinde, büyük dörtgeni oluşturan küçük eş dörtgenlerin çakışması gereken kenarlarını ilişkilendirmişler ve bu kenarların eşliğine yönelik çıkarımlar yapmışlardır. Sonraki süreçte tüm katılımcılar büyük dörtgenin içerisindeki eş dörtgenlerin çakışan ve birleştirilen kenarlarını ilişkilendirerek bir kenarın uzunluğunun diğerinin iki katı olduğuna yönelik çıkarıma ulaşmışlar; Sera ve Lale bu bulgulara dayalı olarak son adımlarında verilen dörtgeni (dik yamuk) kare ve ikizkenar dik üçgene ayırıp, 45° ve 135° iç açıları göstermişlerdir. Atakan, Veli ve Nuray ise tümdengelimli akıl yürütme sürecinde büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenleri ilişkilendirerek bir iç açının ölçüsünün 45° olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Veli ve Nuray son adımlarında önceki adımda keşfettikleri bulgulara ve dörtgende iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğu bilgisine dayanarak diğer iç açının ölçüsünün 135° olduğunu bulmuşlar; Atakan ise önceki adımda keşfettiği bulgulara ve verilen dik yamukta bütünler iç açılarının özelliklerine dayanarak iç açının ölçüsünün 135° olduğunu göstermiştir. Katılımcılardan Sıla ise kenar ilişkilerine yönelik doğru sonuçlara ulaştıktan sonra dörtgenin iç açılara yönelik ilişkilendirme yapamamış ve süreci tamamlamıştır. İkinci probleme yönelik ortaya çıkan bulgular, katılımcıların tümünün doğrulama türündeki bir problemde algıya dayalı akıl yürütme süreçlerini devam ettirdiklerini; buna karşılık tümdengelimli akıl yürütme becerilerinde ilerleme kaydettiklerini ve çıkarımlarını matematiksel gerekçeler üzerinden yapılandırmayı öğrendiklerini ortaya koymuştur.

4. SONUÇ

Klinik görüşmeler ve öğretim deneylerinden elde edilen veriler, DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum sürecinde katılımcıların DGY araçlarının özelliklerine (menü, işlev, prosedür) yönelik bilgi eksikliği, algısal yanılma (ikonların benzerliğinden dolayı araçları karıştırma) ve psikomotor beceri (istemeden fazla tıklama yapma vb.) ile ilgili enstrümantal zorluklarla karşılaşabildiklerini göstermiştir. Bu zorluklar kapsamındaki bazı hataların ortaya çıkmasında matematiksel bilgi eksikliği, önceki yazılıma dayalı alışkanlıklar, çizime dayalı alışkanlıklar ya da -sonradan ortaya çıkan- oluşuma dayalı alışkanlıkların etken olduğu belirlenmiştir. Diğer yandan bazı enstrümantal zorlukların da birbirlerinin ortaya çıkmasına neden olabildikleri görülmüştür. Bu enstrümantal zorlukların zaman zaman öğrencilerin çözüme ulaşmasını engellediği ya da çözüm sürecini yavaşlattığı görülmüştür. Bu enstrümantal zorluk türlerinin ve ilişkilerin ortaya çıkarılması, öğretim deneyi içerisinde öğrencilerin enstrümantal oluşum süreçlerine destek olma konusunda araştırmacıya ipuçları sağlamıştır.

Klinik görüşmeler ve öğretim bölümleri içerisinde yapılan gözlemler, DGY'nin "açı" aracının prosedüründeki pedagojik sınırlılığın da enstrümantal zorluklara neden olduğunu göstermiştir. Bu bağlamda "açı" aracının prosedüründeki matematiksel içerik, açı ölçüsü belirlenirken saatin tersi yönünün dikkate alınmasını gerektirmektedir. Bu matematiksel içeriğin, öğretim programı ve öğrencilerin açı bilgileri dışında olması nedeniyle öğretmen öğretim süreci öncesinde "açı" aracının ayarlarını değiştirmiştir. Bu düzenlemenin yapılmadığı durumlarda, öğrencilerde zaman zaman *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'un ortaya çıktığı görülmüştür. Bununla birlikte ikinci klinik görüşmede ve dördüncü öğretim bölümünde oluşum inşasına yönelik etkinliklerde ortaya çıkan sonuçlar, öğrencilerin istenen geometrik oluşumun özelliklerine yönelik matematiksel bilgi eksikliklerinin ya da doğru sonuca ulaştıracak bazı araçlara yönelik *Araç Prosedürü Odaklı Zorluklar*'ının *Oluşum İnşası Zorluğu*'na neden olduğunu göstermiştir. Öğretim deneyi ve klinik görüşmeler içerisinde ortaya çıkan tüm enstrümantal zorluklar Şekil 154'te görülmektedir. Enstrümantal zorlukların hangi etkenlerden kaynaklandığı parantez içerisinde verilirken; bu etkenlerden DGY kaynaklı olan turuncu renkte; öğrencilerin öğretim sürecinin başında sahip oldukları ön bilgi ve alışkanlıklar kırmızı renkte; süreç içinde ortaya çıkan alışkanlıklar ise yeşil renkte verilmiştir.



Şekil 154. Öğretim Deneyi Boyunca Ortaya Çıkan Enstrümental Zorluklar ve Zorluklara Neden Olan Etkenler

Öğretim deneyi içerisinde yapılan gözlemlerden ve klinik görüşmelerden elde edilen sonuçlar katılımcıların öncelikle önceki yazılıma dayalı alışkanlıklarından kaynaklanan enstrümantal zorluklarının ortadan kalktığını; artefekt kaynaklı pedagojik sınırlılıklardan kaynaklanan enstrümantal zorlukların öğretmenin düzenlemelerinin ardından bir daha görünmediğini; matematiksel bilgi eksikliklerinden kaynaklanan *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*'un azaldığı; *Temsil Bilgisine Dayalı Zorluklar*'ın ise diğer zorluklara göre daha uzun süre devam ettiği belirlenmiştir.

Enstrümantal zorluk türlerinden *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk*, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ve *Temsil Bilgisine Dayalı Zorluk* öğretim süreci içerisinde öğretmenin müdahalesine ve destekleyici açıklamalarına sıklıkla ihtiyaç duyarken; *Araca Ulaşma Zorluğu* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ise öğrencilerin deneyim içerisinde kendi kendilerine üstesinden geldikleri zorluk türleri olmuşlardır. Ayrıca klinik görüşmelerde *Araca Ulaşma Zorluğu* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* bağlamındaki güçlüklerin öğrencilerin sonuca ulaşmasını engellemediği; sadece çözüm sürecini yavaşlattığı ortaya çıkmıştır. Buna karşılık diğer zorluk türleri zaman zaman öğrencilerin çözümü tamamlayamamalarına neden olmuşlardır.

Araştırmanın bulguları ışığında ortaokul öğrencilerinin enstrümantal oluşumlarına ve ZGA gelişimlerine yönelik alt problemlerin yanıtlarına ulaşılmıştır. Bu iki alt probleme ilişkin sonuçlar her bir odak katılımcının başlığı altında verilmiştir.

4.1. Atakan'ın Öğrenme Süreci

Atakan'ın öğretim deneyi boyunca DGY'ye yönelik gerçekleştirdiği enstrümantal oluşum sürecine ve ZGA sürecine ilişkin sonuçlar ayrı başlıklarda yer almaktadır.

4.1.1. Atakan'ın enstrümantal oluşum süreci

Öğrencilerin DGY'deki temel araçlara yönelik enstrümantal zorluklarını incelemek amacıyla yapılan birinci klinik görüşmede Atakan *Menü Bilgisi* odaklı zorluk, *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar*, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*, *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile karşılaşmıştır. Oluşum inşa etme süreçlerinde zaman zaman çizim yapan Atakan'ın, buna karşılık, verilen şekiller içerisinde bir oluşumu çizimlerden ayırt etmede ve oluşumun içerisindeki

bağımlı - bağımsız şekilleri açıklamada başarılı olduğu görülmüştür. Bu noktada Atakan'ın oluşum kavramının ne olduğunu bilmesine karşılık, oluşum inşa etme aşamasında çizim yapmaya yönelik ön alışkanlıklarından dolayı zorluk yaşayabildiği anlaşılmıştır. Atakan'ın *Menü Bilgisi* odaklı zorluk ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* kapsamındaki bazı hatalarının kaynağında önceki yazılıma dayalı alışkanlıkların ve DGY'nin “açı” aracındaki pedagojik sınırlılığın ön plana çıktığı görülmüştür. İkinci klinik görüşmede ise Atakan'ın *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaşmayı sürdürdüğü ve matematiksel bilgi eksikliğine dayalı olarak “orta dikme” aracında *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ile ilişkili hatalar yaptığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Atakan'ın ikinci klinik görüşmede, daha önce ortaya çıkan *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*, *Menü Bilgisi* odaklı zorluk, *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşmadığı da görülmüştür. Üçüncü klinik görüşme bulguları ise Atakan'ın *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile yeniden karşılaştığını; buna karşılık ikinci klinik görüşmede karşılaştığı *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* bağlamında bir hata yapmadığını göstermiştir. 4a numaralı klinik görüşmede Atakan bir enstrümantal zorlukla karşılaşmazken, 4b numaralı görüşmede psikomotor ve algısal türdeki hatalar olan *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ve *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* yapmıştır. Bu hatalar kullanıcının kısa sürede düzelttiği hata türleri olduğu için Atakan'ın sonuca ulaşmasını engellememiştir. Son klinik görüşme verileri ışığında Atakan'ın ZGA odaklı matematiksel görevler içerisinde DGY'yi sonuca ulaşacak biçimde kullanmayı öğrendiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca Atakan son klinik görüşmede *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile de karşılaşmazken; bu noktada katılımcının oluşum ile ilgili bilgi ve becerilerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kullanım şemaları bağlamında Atakan'ın problem çözümlerinde temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “çokgen” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “dik doğru”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk” ve “açı”; geometrik dönüşüm araçlarından “noktada yansıt” araçlarını etkili biçimde kullanma becerisi kazandığı görülmüştür. Bu kapsamda katılımcının köşegenleri birbiri ortalaayan dörtgenlerin karşılıklı köşe noktalarını oluşturmak için noktaya göre simetri odaklı stratejiler geliştirdiği ve bu amaçla “noktada yansıt” aracına yönelik kullanım şeması geliştirdiği ortaya çıkarken; Atakan'ın bu kullanım şemasının noktaya göre simetri

odaklı özel muhakeme becerilerini de desteklediği ve Atakan'ın bu stratejiyi ilk kez dördüncü öğretim bölümünde Lale'nin paralelkenar inşasına yönelik A1 nolu bilgisayarda sunduğu çözüm adımlarında öğrendiği belirlenmiştir.

Atakan'ın verilen oluşumların açı ve kenar ilişkilerini görmek amacıyla “açı”, “uzaklık veya uzunluk” araçlarından zaman zaman yararlandığı; geometrik yer keşfi ve gizli parçayı araştırma türündeki problemlerde de keşfettiği özel noktaların çizim tahtasındaki yerlerini işaretlemek amacıyla “izi aç” butonuna yönelik kullanım şeması inşa ettiği; dönme merkezini araştırmaya yönelik problemde deneme-yanılma stratejisini uygulamak için “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını sürece dahil ettiği görülmüştür. Ayrıca Atakan verilen bir oluşumun değişmez özelliklerini araştırmak, bağımlı-bağımsız noktaları keşfetmek, doğrulama süreci öncesinde varsayım üretmek ve inşa ettiği bir oluşumun doğru olup olmadığını test etmek için sürüklemeye ilişkin farklı kullanım şemaları geliştirirken; üçgenlerde benzerliğe yönelik doğrulama türündeki problemde ve dönme dönüşümüne ilişkin gizli parçayı araştırma türündeki problemde çokgenler arasındaki ilişkileri incelemek, özel dönme açılarında ortaya çıkan durumlar üzerinde akıl yürütmek ve dinamik düşünmeyi harekete geçirmek amacıyla sürgü aracından yararlanmıştır.

Katılımcının üçüncü klinik görüşmede yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama sürecinde karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını ilişkilendirmek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını çözüme entegre ettiği görülürken; dördüncü klinik görüşmedeki doğrulama sürecinde ise orta dikme odaklı stratejilerin ön plana çıktığı ve Atakan'ın karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini ilişkilendirmek amacıyla “doğru parçası” ve “orta dikme” araçlarını kullandığı görülmüştür. Diğer yandan Atakan gizli parçayı araştırma sürecinde çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları arasındaki ilişkileri görmek için “orta nokta veya merkez” aracını kullanırken; çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının dönme hareketindeki geometrik yerlerini görselleştirmek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracından yararlanmıştır.

Katılımcı eşkenar dörtgen oluşturma sürecinin ilk adımında karşılıklı kenarların paralel ve komşu kenarların dik olduğunu düşünmüş ve bu kenarları inşa etmek amacıyla “doğru”, “paralel doğru” ve “dik doğru” araçlarını kullanmıştır. Sonraki süreçte ise Atakan, hem eşkenar dörtgen hem de deltoit oluşumlarında köşegenlerin

ilişkinin incelemek ve bu dörtgenlerin yeniden oluşturulmasında köşegenleri inşa etmeye dayalı stratejiyi uygulamak amacıyla “doğru”, “doğru parçası”, “orta nokta veya merkez”, “dik doğru” ve “orta dikme” araçlarına yönelik kullanım şemaları geliştirmiştir.

4.1.2. Atakan’ın ZGA gelişimi

Ön klinik görüşmede Atakan’ın tüm problemlerin çözümünde ilişkilendirme sürecini ortaya koyduğu; ÖMB bağlamında doğruya göre simetriyi kullandığı; sadece bir problemin çözümünde TÇK düzeyinde genelleme yaptığı; iki problemin çözümünde EKK sürecini gerçekleştirdiği; tüm problemlerin çözümünde KÖP sürecini ortaya koyduğu, ancak AÖP sürecinde hatalı ya da eksik adımlar izleyerek bazı problemlerin çözümlerini yarıda bıraktığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Atakan’ın ön klinik görüşmedeki kâğıt-kalem problemlerinde dinamik düşünemediği görülmüştür.

Öğretim deneyi boyunca yapılan klinik görüşmeler sonunda Atakan’ın ilişkilendirme bağlamında hem doğruya göre simetri hem de noktaya göre simetri ve orantısız düşünme odaklı ÖMB sürecini geliştirdiği; TÇK düzeyinde genelleme yapma alışkanlığı kazandığı; DGY’de yaptığı dinamik incelemeler içerisinde DD ve EKK süreçlerini gerçekleştirdiği; AÖP sürecinde sonuca ulaştıran doğru adımları inşa etmeyi öğrendiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca Atakan’ın inşa ettiği çözüm adımları içerisinde bağımlı-bağımsız şekiller üzerinde düşünme becerilerini arttırdığı; doğrulama türündeki problemlerde ise geri-çıkarma ve tündengelimli akıl yürütme süreçlerini ortaya koyduğu belirlenmiştir.

Atakan’ın DGY problemlerinde geliştirdiği ZGA süreçlerini son klinik görüşmedeki kâğıt-kalem problemlerinde de uygulayabildiği görülmüştür. Diğer yandan Atakan’ın doğrulama türündeki kâğıt-kalem problemlerinde kenarların ve açılarının ilişkilerini incelerken tündengelimli akıl yürütmenin dışında zaman zaman algıya dayalı akıl yürütmeyi de kullandığı belirlenmiştir. Bu sonuç, ortaokul 7. sınıf öğrenimini tamamlayan Atakan’ın tündengelimli çıkarma yapma becerilerini geliştirse de henüz formal bir kanıt yapmak için yeterli beceriye ulaşmadığını göstermiştir.

4.2. Veli'nin Öğrenme Süreci

Veli'nin öğretim deneyi içerisinde enstrümantal oluşum sürecine ve ZGA sürecine ilişkin sonuçları ayrı başlıklarda sunulmuştur.

4.2.1. Veli'nin enstrümantal oluşum süreci

Evinde bilgisayar bulunmayan ve öğretim deneyinin ilk bölümlerinde bilgisayar kullanma sorumluluğunu Atakan'a bırakmak isteyen Veli, birinci klinik görüşmede matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklanan *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk*'u en fazla yaşayan öğrenci olmuş; ayrıca, önceki yazılıma dayalı alışkanlıklardan kaynaklanan *Menü Bilgisi* odaklı zorluk ve *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile de karşılaşmıştır. Veli birinci klinik görüşmede *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile de karşılaşırken; *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar*'ı da sıkça yaşayan öğrencilerden olmuştur. Diğer yandan, Veli verilen şekiller içerisinde oluşumu ayırt etmekte de başarısız olmuş; sürükleme sırasında değişen ve değişmeyen özellikleri fark etmekte zorlanmış; buna karşılık bir oluşumun içindeki bağımlı ve bağımsız şekillere yönelik doğru açıklamalar yapmıştır.

İkinci klinik görüşmede Veli'nin *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*, *Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ile yeniden karşılaştığı görülürken; üçüncü klinik görüşmede de *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* kapsamındaki hatalarını sürdürdüğü ve *Menü Bilgisi Odaklı Zorluk* ile yeniden karşılaştığı ortaya çıkmıştır. 4a numaralı klinik görüşmede ise Veli'nin sadece *İz Odaklı Zorluk* ile karşılaştığı görülürken; katılımcının bu zorluk bağlamında DGY'deki "iz" üzerinde bir "oluşum" gibi işlem yapmaya çalıştığı gözlenmiştir. Bu zorluğun temelinde Veli'nin öğretim süreci içerisinde DGY'deki oluşum temsiline yönelik kazandığı alışkanlıkların etkili olduğu düşünülmüştür. Diğer yandan Veli, 4b numaralı klinik görüşmede "noktada yansıt" aracının prosedürünü uygulamada ve - önceki yazılıma dayalı alışkanlıktan dolayı- "doğru" aracını kullanmada *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* yaşamıştır. Veli'nin ikinci ve üçüncü klinik görüşmede önceki yazılıma dayalı alışkanlıklardan kaynaklanan bir hatası görünmezken son klinik görüşmede bu nedenden kaynaklı zorluk yaşadığı ortaya çıkmıştır. Bu noktada Veli'de sönmüş olan eski bir alışkanlığın kendiliğinden ortaya çıkarak işlemlerine ket vurduğu düşünülmüştür. Veli'nin diğer zorlukları ise "noktada yansıt" aracına ilişkin *Menü*

Bilgisi odaklı zorluk; algısal temelli hataları içeren *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* (“noktada yansıt” ve “orta nokta veya merkez” ikonları) ve psikomotor temelli hatalar olan *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar*’dır. Bu zorluklar, katılımcının hatasını hemen fark etmesi ve işlemlerini düzeltmesi nedeniyle Veli’nin çözüme ulaşmasına engel oluşturmamışlardır. Bu noktada, Veli’nin ZGA temelli matematiksel görevlerde DGY’yi sonuca ulaşacak biçimde kullanma becerisi kazanmış olduğu ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra son klinik görüşmede Veli’nin matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklı bir hatasına ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*’na rastlanmazken; bu noktada Veli’nin oluşum ile ilgili bilgi ve becerilerini arttırdığı; DGY araçlarını kullanmada gerekli olan matematiksel bilgilerini de geliştirdiği belirlenmiştir.

Kullanım şemaları bağlamında Veli’nin DGY’deki problemleri çözerken temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “çokgen” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk”; geometrik dönüşüm araçlarından “noktada yansıt” araçlarını enstrümana dönüştürdüğü görülmüştür. Klinik görüşmeler kapsamında Veli, köşegenleri birbirini ortaltayan dörtgen oluşumlarında karşılıklı köşe noktalarını inşa etmek amacıyla noktaya göre simetri odaklı stratejiler geliştirmiş ve bu stratejileri uygulamak için “noktada yansıt” aracına yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur. Diğer yandan bu araca yönelik kullanım şemasının gelişiminin katılımcının noktaya göre simetri odaklı özel muhakeme becerilerini de harekete geçirdiği düşünülürken; Veli’nin çokgen oluşumlarında “noktada yansıt” aracının kullanıldığı stratejileri grup çalışmaları sırasında Atakan’ın stratejilerini takip ederek öğrendiği çıkarımına ulaşılmıştır.

Veli ekrandaki oluşumların kenar ilişkilerini görmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını zaman zaman çözüme dahil ederken; geometrik yer keşfi ve gizli parçayı araştırma türündeki problemlerde de keşfettiği özel noktaların konumlarını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonuna yönelik kullanım şeması oluşturmuş; dönme merkezinin araştırıldığı problemde deneme-yanılma stratejisini uygulamak amacıyla da “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını çözüme entegre etmiştir. Katılımcı verilen bir oluşumun değişmez özelliklerini analiz etmek, bağımlı-bağımsız noktaları ortaya çıkarmak, doğrulama süreci öncesinde varsayım üretmek ve inşa ettiği bir oluşumun doğru olup olmadığını değerlendirmek için sürüklemeye yönelik farklı

kullanım şemaları oluştururken; üçgenlerin benzerliğine yönelik doğrulama türündeki problemde ve dönme dönüşümüne ilişkin gizli parçayı araştırma türündeki problemde çokgenler arasındaki ilişkileri dinamik yolla incelemek ve özel dönme açılarında ortaya çıkan durumlar üzerinde akıl yürütmek için sürgü aracını bir enstrüman haline getirmiştir.

Veli üçüncü klinik görüşmede yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama türündeki problemde karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını ilişkilendirmek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanırken; dördüncü klinik görüşmedeki doğrulama sürecinde ise orta dikme odaklı stratejiye ağırlık vermiş ve karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini ilişkilendirmek amacıyla “orta dikme” aracını kullanmıştır. Bunun yanı sıra Veli, Atakan’a benzer şekilde, gizli parçayı araştırma sürecinde çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını ilişkilendirmek için “orta nokta veya merkez” aracından yararlanırken; keşfettiği dönme merkezine bağlı olarak, çokgenlerin köşe noktalarının dönme hareketindeki geometrik yerlerini görselleştirmek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını çözüm sürecine entegre etmiştir.

Katılımcı eşkenar dörtgen oluşumunda öncelikle kenarları inşa etmeye dayalı stratejisini uygulamak için “doğru” ve “paralel doğru” araçlarından yararlanırken; sonraki süreçte hem eşkenar dörtgen hem de deltoit oluşumlarında köşegenlerin ilişkisini incelemek ve bu dörtgenlerin yeniden oluşturulmasında öncelikle köşegenleri inşa etmek amacıyla “doğru” ve “orta dikme” araçlarına yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur. Ayrıca Veli deltoit oluştururken iki karşılıklı köşe noktasını birbirinden bağımsız oluşturmak amacıyla “nokta” aracını da çözüme dahil etmiştir.

4.2.2. Veli'nin ZGA gelişimi

Veli'nin ön klinik görüşme bulgularına göre ilişkilendirme bağlamında sadece TŞPİ sürecini sınırlı biçimde ortaya koyduğu; bir problemde tam bir çözüm kümesine yönelik genelleme yaptığı, EKK sürecini gerçekleştirdiği ve “keşif ve yansıma” bağlamında doğru çözüm adımlarını inşa ettiği ortaya çıkmıştır. Diğer yandan Veli iki problemde genelleme yapamamış; dinamik düşünememiş; KÖP sürecini sınırlı olarak gerçekleştirmiş; AÖP süreci bağlamında iki problemin çözümünde hatalı çözüm

kümesine ulaşmış ve algıya dayalı akıl yürütmeye dayanan çözüm adımları uygulamıştır.

Öğretim deneyi boyunca yapılan klinik görüşme sonuçlarına göre Veli'nin ilişkilendirme sürecine ilişkin becerilerini arttırdığı ve ÖMB süreci bağlamında yansıma dönüşümü, noktaya göre simetri dönüşümü ve orantısal akıl yürütme odaklı düşünme becerilerini geliştirdiği; değişmezleri araştırma bağlamında DD ve EKK süreçlerinde ilerleme gösterdiği; keşif ve yansıtma bağlamında KÖP sürecini geliştirdiği ve AÖP sürecinde doğru sonuca ulaştıran çözüm adımlarını inşa etme becerisi kazandığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Veli'nin, grup arkadaşı Atakan gibi, çözüm sürecinde bağımlı-bağımsız şekiller üzerinde düşünme becerilerini arttırdığı görülürken; doğrulama türündeki problemlerde geri-çıkartım ve tündengelimli akıl yürütme süreçlerini gerçekleştirerek çıkarımlar ürettiği ortaya çıkmıştır.

Veli'nin DGY temelli problemlerde kazandığı ZGA süreçlerini kâğıt-kalem problemlerinde de başarılı biçimde uyguladığı görülmüştür. Diğer yandan katılımcının doğrulama türündeki kâğıt-kalem problemde kenarların ve açılarının ilişkilerini incelerken tündengelimli çıkarımların yanında zaman zaman algıya dayalı akıl yürütme biçimini de kullanmayı sürdürdüğü ortaya çıkmıştır. Bu sonuç Veli'nin formal bir kanıt yapmak için yeterli becerileri henüz kazanamadığını göstermiştir.

4.3. Sera'nın Öğrenme Süreci

Sera'nın öğretim deneyi boyunca gerçekleştirdiği enstrümantal oluşum sürecine ve ZGA sürecine ilişkin ortaya koyduğu sonuçlar ayrı başlıklarda yer almaktadır.

4.3.1. Sera'nın enstrümantal oluşum süreci

Öğrencilerin ilk enstrümantal zorluklarının incelenmesi amacıyla yapılan birinci klinik görüşmede Sera sadece “verilen uzunlukta doğru parçası” aracını ararken *Menü Bilgisi* odaklı zorluk yaşamış ve bir kez de *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşmıştır. Ayrıca Sera verilen şekilleri incelerken hangilerinin oluşum ve çizim olduğuna yönelik doğru açıklamalar yapmış; oluşum içerisindeki bağımlı ve bağımsız şekilleri doğru biçimde göstermiştir. Sera ikinci ve üçüncü klinik görüşmelerde ise herhangi bir enstrümantal zorluk ile karşılaşmazken; 4a numaralı klinik görüşmede *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar* bağlamında “merkez ve noktadan geçen çember” yerine

“merkez ve yarıçapla çember” aracını seçmiş; bu hatasını hemen düzeltmiş ve çözümüne devam etmiştir. Bunun yanında katılımcı 4b numaralı klinik görüşmede sadece *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşırken; bu hatalar sonuca ulaşılmasına engel olmamıştır. Son klinik görüşme ışığında, Sera'nın ZGA temelli matematik görevlerde DGY'yi sonuca ulaşacak biçimde kullanma becerisi kazandığı ortaya çıkmıştır.

Sera'nın klinik görüşmelerde ön bilgi eksikliğine ya da ön alışkanlıklara dayanan bir zorluk yaşamadığı ve problemleri çözmesine engel oluşturacak bir hata sergilemediği görülürken; katılımcı, bu bağlamda en hızlı gelişim gösteren öğrenci olmuştur. Kullanım şemaları bağlamında Sera'nın öğretim deneyi boyunca temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “paralel doğru”, “dik doğru” ve “orta dikme”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk” ve “açı”; geometrik dönüşüm araçlarından “doğruda yansıt” araçlarını faydalı biçimde kullandığı görülmüştür. Bu bağlamda katılımcı klinik görüşmeler içerisinde simetri eksenine sahip olan dörtgenleri oluşturmak için yansıma dönüşümü odaklı stratejiler geliştirirken; bu stratejileri uygulamak amacıyla “doğruda yansıt” aracına yönelik kullanım şeması oluşturmuştur.

Sera ikinci klinik görüşmede üçgenlerin benzerliğine yönelik doğrulama sürecinde üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi görmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk”; açılar arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla da “açı” aracından yararlanırken; geometrik yer keşfi ve gizli parçayı araştırma türündeki problemlerde de keşfettiği özel noktaların çizim tahtasındaki konumlarını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonuna yönelik kullanım şeması geliştirmiştir. Sera klinik görüşmelerdeki hem doğrulama, hem de oluşum inşası türündeki problemlerde verilen bir oluşumun değişmez özelliklerini araştırmak, varsayım üretmek ve inşa ettiği bir oluşumun doğru olup olmadığını test etmek için sürüklenme stratejilerini sürece dahil ederken; üçgenlerde benzerliğe yönelik doğrulama türündeki problemde ve dönme dönüşümüne ilişkin gizli parçayı araştırma türündeki problemde çokgenler arasındaki ilişkileri keşfetmek, özel dönme açılarında ortaya çıkan durumları görmek ve dinamik düşünmeyi harekete geçirmek amacıyla sürgü aracına ilişkin kullanım şeması oluşturmuştur.

Katılımcı üçüncü ve dördüncü klinik görüşmelerde yansıma dönüşümüne yönelik doğrulama süreçleri kapsamında karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla “doğru parçası” ve “orta dikme” araçlarından yararlanılmış; dönme dönüşümü bağlamındaki gizli parçayı araştırma sürecinde ise 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşe noktalarının orta noktasının dönme merkezi olduğunu göstermek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanmış; dönme merkezine bağlı olarak çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının aynı çember üzerinde hareket ettiğini göstermek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını sürece dahil etmiştir. Sera eşkenar dörtgen ve deltoit oluşumlarında ise öncelikle kenarları inşa etmeye dayalı ilk stratejisinde “doğru” ve “paralel doğru” araçlarından yararlanılmış; daha sonraki süreçte köşegenleri inşa etmeye dayalı stratejisinde “doğru” ve “dik doğru” araçlarına yönelik kullanım şeması oluşturmuştur.

4.3.2. Sera'nın ZGA gelişimi

Sera'nın ön klinik görüşmenin tüm problemlerinde ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiği ve ÖMB bağlamında doğruya göre simetriyi kullandığı; genelleme bağlamında bir problemin çözümünde TÇK düzeyinde sonuca ulaştığı; değişmezleri araştırma bağlamında bir problemde DD sürecini gerçekleştirdiği ve iki problemde EKK sürecini ortaya koyduğu; tüm çözümlerinde KÖP sürecini gerçekleştirdiği, fakat AÖP süreci bağlamında sadece bir problemde doğru sonuca ulaştıran çözüm adımları uyguladığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Sera'nın ön klinik görüşmedeki doğrulama sürecinde matematiksel gerekçeler yerine algıya dayalı çıkarımlar yaptığı görülmüştür.

Öğretim deneyi boyunca yapılan klinik görüşmelerin sonuçlarına göre, Sera'nın doğruya göre simetri ve orantısal akıl yürütme temelli ÖMB süreçlerini geliştirdiği; genelleme bağlamında TÇK düzeyinde sonuçlara ulaşma becerisini ilerlettiği; DD ve EKK süreçlerinde gelişim gösterdiği; AÖP bağlamında hedefe uygun çözüm adımlarını uygulayarak doğru sonuçlara ulaştığı görülmüştür. Bunun yanında Sera'nın doğrulama türündeki problemlerin çözüm adımlarında tümdengelimli akıl yürütme becerilerini de geliştirdiği ve argümanlarını matematiksel gerekçeler üzerinden yapılandırmayı öğrendiği ortaya çıkmıştır.

Sera'nın DGY temelli problemlerde geliştirdiği ZGA süreçlerini kâğıt-kalem problemlerinde de başarılı biçimde kullandığı görülürken; doğrulama türündeki kâğıt-

kalem probleminde kenarların ve açıların ilişkilerini incelerken, tündengelimli çıkarımların yanında, zaman zaman algıya dayalı çıkarımlar da ürettiği belirlenmiştir. Bu sonuç Sera'nın henüz formal kanıt yapma becerisine ulaşamadığını ortaya çıkarmıştır.

4.4. Sıla'nın Öğrenme Süreci

Sıla'nın öğretim deneyi içerisinde DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreci ve ZGA sürecine ilişkin sonuçlar ayrı başlıklarda sunulmuştur.

4.4.1. Sıla'nın enstrümantal oluşum süreci

Sıla birinci klinik görüşmede *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi, Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi, Menü Bilgisi* kategorili zorlukların yanında *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar, Araç Prosedürü Odaklı Zorluk, Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* olmak üzere 7 tür enstrümantal zorluk ile karşılaşmıştır. Bunun yanı sıra Sıla verilen şekiller içerisinde oluşumu çizimlerden ayırt edememiş; sürüklenme sırasında değişen özellikleri fark edememiş; bağımlı ve bağımsız şekillere yönelik hatalı açıklamalar yapmıştır. Bu noktada Sıla'nın birinci klinik görüşmede en fazla zorluk yaşayan öğrencilerden birisi olduğu görülürken; diğer yandan Sıla'nın enstrümantal zorluklarının ön bilgi eksikliğinden ve önceki yazılıma dayalı alışkanlıklarından kaynaklanmadığı; DGY araçlarına ve oluşuma yönelik bilgisini geliştirmesi gerektiği belirlenmiştir.

İkinci klinik görüşmede Sıla'nın sadece bir kez *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştığı görülürken; üçüncü klinik görüşmede ise *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* yaşamadığı; buna karşılık *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar, Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ve *Menü Bilgisi* kategorili zorluklarla karşılaştığı belirlenmiştir. 4a klinik görüşmelerde Sıla'nın iz bırakma işlemini gerçekleştirirken “nokta” aracını kullanarak *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* kategorili zorluk ile karşılaştığı görülürken; 4b numaralı klinik görüşmede sadece *İkonu Benzerliğine Dayalı Hatalar* yaptığı ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda Sıla'nın birinci klinik görüşmenin ardından bu iki zorluk türünü dördüncü görüşmede yeniden yaşadığı görülürken; bu güçlükler Sıla'nın çözümü tamamlamasına engel olmamışlardır. Bunun yanı sıra, ortaya çıkan sonuçlar Sıla'nın araçların prosedürlerine ve menülerine yönelik bilgisini geliştirdiğini göstermiştir. Ayrıca yapılan klinik görüşmelerin hiçbirisinde Sıla'nın çizime dayalı alışkanlıkları

dışında enstrümantal zorluğa neden olan bir ön bilgi eksikliğinin ya da ön alışkanlığının olmadığı da görülmüştür.

Kullanım şemaları çerçevesinde Sıla'nın problem çözümlerinde temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “paralel doğru”, “dik doğru” ve “orta dikme”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk” ve “açı”; geometrik dönüşüm araçlarından “doğruda yansıt” ve “nesneyi nokta etrafında döndür” araçlarının kullanımına odaklandığı ortaya çıkmıştır. Bu çerçevede, katılımcı simetri eksenine sahip olan dörtgenlerin oluşumlarında yansıma dönüşümünü temel aldığı stratejileri uygulamak için “doğruda yansıt” aracına yönelik kullanım şeması oluştururken; doğrulama ve oluşum inşası türündeki problemlerde ekranda verilen oluşumların kenar uzunluklarını ilişkilendirmek amacıyla “uzaklık veya uzunluk” aracını kullanmış; açı ilişkilerini incelemek amacıyla da “açı” aracını sürece entegre etmiştir.

Bunun yanı sıra katılımcı, üçüncü klinik görüşme kapsamında gizli parçayı araştırma türündeki problemde dönme merkezini deneme-yanılma yoluyla araştırmak için “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını; yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama sürecinde ise yansıma doğrusunu deneme-yanılma yöntemiyle araştırmak için “doğru” ve “doğruda yansıt” araçlarına yönelik kullanım şemaları geliştirmiştir. Sıla klinik görüşmelerde geometrik yer keşfi ve gizli parçayı araştırma süreçlerinde keşfettiği özel noktaların konumlarını işaretlemek amacıyla “izi aç” butonundan yararlanırken; doğrulama ve oluşum inşası türündeki problemlerde ekrandaki oluşumların değişmez özelliklerini analiz etmek, varsayım geliştirmek ve tamamladığı bir oluşumun doğru olup olmadığını değerlendirmek için sürüklemeye ilişkin farklı kullanım şemaları oluşturmuştur. Ayrıca katılımcı üçgen benzerliğine ilişkin doğrulama sürecinde ve dönme merkezini araştırdığı problem kapsamında çokgenlerin özelliklerini ilişkilendirmek, özel dönme açılarında meydana gelen yeni durumları analiz etmek ve bu süreçleri dinamik düşünme yoluyla gerçekleştirmek amacıyla sürgüyü de bir enstrümana dönüştürmüştür.

Sıla dördüncü klinik görüşmede sorulan doğrulama türündeki problemde çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarından birisinin orta dikmesi ile diğer doğru parçasının orta noktasını ilişkilendirmek amacıyla “doğru

parçası”, “orta nokta veya merkez”, “dik doğru” araçlarına yönelik kullanım şemaları geliştirirken; gizli parçayı araştırma sürecinde 180° dönme dönüşümünde karşılıklı iki köşe noktasının orta noktasının dönme merkezi olduğunu göstermek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracından yararlanmış; çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarının bu orta noktayı merkez alan bir çember etrafında hareket ettiklerini görmek amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını kullanmıştır. Sıla’nın gizli parçayı araştırma türündeki son problemde geliştirdiği stratejinin ve kullanım şemasının grup arkadaşı olan Sera’dan etkilendiği düşünülürken; katılımcının eşkenar dörtgen ve deltoit oluşumlarında köşegenleri inşa etmek için “doğru” ve “orta dikme” araçlarına yönelik kullanım şemaları oluşturduğu belirlenmiştir.

4.4.2. Sıla’nın ZGA gelişimi

Ön klinik görüşme sonuçlarına göre Sıla’nın problemlerin tümünde ilişkilendirme sürecini gerçekleştirdiği ve ÖMB süreci bağlamında doğruya göre simetriyi kullandığı; genelleme süreci bağlamında TÇK düzeyinde sonuçlara ulaşamadığı; dinamik düşünemediği; keşif ve yansıtma bağlamında KÖP sürecini iki problemde gerçekleştirirken AÖP süreci bağlamında çoğunlukla hatalı stratejiler izlediği ve matematiksel gerekçeler yerine algıya dayalı akıl yürütmeyi içeren adımlar uyguladığı ortaya çıkmıştır.

Öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden elde edilen sonuçlar ise, Sıla’nın ÖMB bağlamında yansıma dönüşümü ve orantısal akıl yürütme odaklı stratejiler geliştirdiğini, TÇK düzeyinde genelleme yapma becerisi kazandığını, DD ve EKK süreçlerinde ilerleme sağladığını, tüm görüşmelerde KÖP sürecini ortaya koyduğunu, AÖP süreci bağlamında doğru sonuca ulaştıran stratejiler geliştirmeyi öğrendiğini göstermiştir. Bunun yanı sıra Sıla’nın DGY’deki doğrulama türündeki problemlerin çözüm adımlarında deneme-yanılma odaklı stratejilere yer verdiği ve süreç içerisinde tündengelimli akıl yürütme süreçlerini geliştirdiği ortaya çıkarmıştır. Bu noktada DGY destekli öğretim bölümleri içerisinde Sıla’nın ZGA süreçlerinin ilerleme kaydettiği görülürken; katılımcının bu süreçleri son klinik görüşmedeki kâğıt-kalem problemlerinin çözümüne de uyguladığı belirlenmiştir.

Bununla birlikte Sıla’nın doğrulama türündeki kâğıt-kalem problemlerinde verilen çokgenin kenar ilişkilerini incelerken çözüm adımlarında tündengelimli akıl yürütme

ve zaman zaman algıya dayalı akıl yürütme süreçlerini kullandığı; açılı ilişkilerini araştırmada ise sadece algıya dayalı akıl yürüttüğü ve bazı açılıların ilişkilerine yönelik sonuca ulaşamadığı belirlenmiştir. Bu sonuç DGY’de “açılı” aracını sıkça kullanan ve çözüm adımlarında verilen açılıların ölçülerini belirleyerek ilerleyen Sıla’nın, kâğıt-kalem probleminde açılı ilişkilerinin doğrulanmasına yönelik çözüm adımlarında zorlandığını ortaya çıkarmıştır. Bunun yanında sonuçlar, doğrulama sürecinde zaman zaman tündengelimli çıkarımlar yapsa da Sıla’nın henüz formal bir kanıtı tamamlamak için gerekli becerilere ulaşamadığını göstermiştir.

4.5. Lale’nin Öğrenme Süreci

Lale’nin öğretim deneyi boyunca gerçekleştirdiği enstrümantal oluşum sürecine ve ZGA sürecine ilişkin sonuçlar ayrı başlıklarda yer almaktadır.

4.5.1. Lale’nin enstrümantal oluşum süreci

Birinci klinik görüşme bulguları ışığında Lale’nin matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklanan *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi* ve *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* odaklı zorluklar; önceki yazılıma dayalı alışkanlıktan dolayı *Menü Bilgisi* odaklı zorluk; bunların yanında *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar*, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*, *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* olmak üzere toplamda 7 tür enstrümantal zorluk ile karşılaştığı görülmüştür. Diğer yandan Lale’nin, oluşum inşasına yönelik zorlukla karşılaşmasına rağmen verilen şekiller içerisinde oluşumu çizimlerden ayırt etmede başarılı olduğu; oluşum içerisindeki bağımlı ve bağımsız şekilleri doğru biçimde gösterdiği belirlenmiştir.

İkinci klinik görüşmede Lale iki aracın kullanımında *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaşırken; ayrıca *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ve *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* ile ilişkili hatalar da yapmıştır. Diğer yandan katılımcı üçüncü klinik görüşmede *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaşmazken; *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* bağlamında hatalarını sürdürmüş ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile yeniden karşılaşmıştır. 4a numaralı klinik görüşmede Lale’nin herhangi bir enstrümantal zorluk ile karşılaşmadığı görülürken; 4b numaralı klinik görüşmede *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* odaklı zorluk, *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaştığı; ancak bu hatalarını değerlendirerek oluşum sürecinde doğru stratejileri geliştirdiği belirlenmiştir. Bu sonuçlar ışığında Lale’nin süreç içerisinde matematiksel

bilgi eksikliği ve önceki yazılıma dayalı alışkanlıklardan kaynaklanan enstrümantal zorluklarının büyük bölümünün ortadan kalktığı; buna karşılık çizime dayalı alışkanlıkların neden olduğu *Oluşum Odaklı Zorluk*'un süreç içerisinde devam ettiği görülmüştür. Bununla birlikte Lale'nin son klinik görüşmedeki kara kutu problemlerinde *Bağımlı-Bağımsız Nesne Bilgisi* odaklı zorluk ve *Oluşum İnşası Zorluğu* ile karşılaşmasına rağmen sürecin devamında sürükleme testi yardımıyla hatalarını değerlendirdiği ve istenen oluşumları inşa ettiği görülmüştür. Bu noktada Lale'nin oluşum süreçlerinde yazılımdaki sürükleme işleminin verdiği geri bildirimlere güvenerek hatalı çizimler yapmayı ve deneme-yanılma stratejilerini kullanmayı sürdürdüğü belirlenmiştir. Diğer yandan katılımcının klinik görüşmeler boyunca psikomotor türdeki hataları içeren *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşmaya da devam ettiği görülürken; algısal türdeki hataları içeren *İkon Benzerliğine Dayalı Hatalar*'ı ise birinci klinik görüşmenin ardından bir daha yaşamadığı ortaya çıkmıştır.

Kullanım şemaları bağlamında, Lale öğretim deneyi boyunca temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “çokgen” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “paralel doğru” ve “orta dikme”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk” ve “açı”; geometrik dönüşüm araçlarından “doğruda yansıt” ve “nuktada yansıt” araçlarına yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur. Bu bağlamda katılımcı klinik görüşmeler içerisinde, simetri eksenine sahip dörtgenleri oluşturmak için “doğruda yansıt” aracından yararlanırken; doğrulama türündeki problemlerin bazılarında ekranda verilen çokgenlerin kenar uzunluklarını ve açılarının ölçülerini belirlemek için ölçme araçlarına (“uzaklık veya uzunluk”, “açı”) yönelik kullanım şemaları geliştirmiştir. Katılımcı üçüncü klinik görüşmede gizlenmiş olan dönme merkezinin yerini deneme-yanılma yoluyla araştırmak amacıyla “merkez ve bir noktadan geçen çember” aracını kullanırken; yansıma dönüşümü bağlamındaki doğrulama sürecinde deneme-yanılma stratejisini uygulamak için “doğru” ve “doğruda yansıt” araçlarından yararlanmış; karşılıklı iki köşe noktasını birleştiren doğru parçasının orta dikmesi ile diğer köşe noktalarının orta noktalarını ilişkilendirmek amacıyla “orta nokta veya merkez” ve “orta dikme” araçlarını sürece dahil etmiştir.

Lale geometrik yer keşfi türündeki problemde keşfettiği özel noktaların yerini işaretlemek için “izi aç” butonuna; doğrulama ve oluşum inşası türündeki problemlerde

ekrandaki oluşumların değişmez özelliklerini incelemek, varsayım üretmek ve tamamladığı oluşumun doğruluğunu test etmek için sürüklemeye stratejilerine yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur. Ayrıca Lale'nin üçgen benzerliğine yönelik doğrulama sürecinde ve gizli parçayı araştırma türündeki problemde çokgenler arasındaki ilişkileri dinamik yolla incelemek ve özel dönme açılarında ortaya çıkan durumları araştırmak amacıyla sürgüyü bir enstrümana dönüştürdüğü görülmüştür.

Katılımcı üçüncü klinik görüşmedeki gizli parçayı araştırma sürecinde, yansıma ve dönme dönüşümlerinin aynı görüntüyü vereceğini düşünerek “doğru parçası”, “orta dikme” ve “doğruda yansıt” araçlarını sürece entegre etmiş; dördüncü klinik görüşmede ise dönme merkezini araştırırken karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarını ilişkilendirmek amacıyla “orta nokta veya merkez” aracını kullanmıştır. Lale orta noktaların 180° dönme dönüşümünde çakıştığını keşferderken; 180° dönme ile noktaya göre simetri dönüşümlerinin ilişkisini kurmuş ve çakışan noktaların dönme merkezini oluşturduğunu doğrulamak amacıyla “noktada yansıt” aracını çözüme dahil etmiştir.

Dördüncü klinik görüşme kapsamındaki doğrulama sürecinde ise Lale, verilen çokgenlerin karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini ilişkilendirmek için “doğru parçası” ve “doğruda yansıt” araçlarına yönelik kullanım şemaları geliştirirken; oluşum inşası türündeki problemde ekranda verilen oluşumların köşegenlerini ilişkilendirmek amacıyla “doğru parçası” aracından yararlanmış; eşkenar dörtgen ve deltoit oluştururken komşu kenarları yansıma dönüşümüne; köşegenleri de kenarlara dayalı olarak inşa etmek için “doğru parçası”, “doğru”, “doğruda yansıt” araçlarını birer enstrümana dönüştürmüştür. Bunun yanı sıra, Lale deltoit oluşumunda iki karşılıklı köşe noktasını birbirinden bağımsız oluşturmak amacıyla “nokta” aracını da çözüm sürecine entegre etmiştir.

4.5.2. Lale'nin ZGA gelişimi

Lale ön klinik görüşmenin tüm problemlerinde ilişkilendirme sürecini gerçekleştirirken; ÖMB sürecini gerçekleştirememiş; genelleme bağlamında TÇK düzeyinde sonuçlara ulaşamamıştır. Lale ayrıca değişmezleri araştırma bağlamında DD sürecini kullanamamış ve iki problemde EKK sürecini gerçekleştirmiş; keşif ve yansıtma bağlamında ise iki problemi çözerken KÖP süreçlerini gerçekleştirmiş ve AÖP sürecinde hatalı ya da eksik sonuçlara götüren stratejiler izlemiştir. Lale'nin

problemlerde bazı çözüm adımlarını ilerletemediği de görülürken, matematiksel gerekçeler yerine algıya dayalı akıl yürütmeyi kullandığı belirlenmiştir.

Öğretim deneyi ve klinik görüşme verilerinden elde edilen sonuçlara göre, Lale'nin ÖMB bağlamında doğruya göre simetri, noktaya göre simetri ve orantısal akıl yürütme odaklı ilişkilendirme süreçlerini geliştirdiğini; genelleme bağlamında TÇK düzeyinde sonuçlara ulaştığını; değişmezleri araştırma bağlamında DD sürecine ilişkin ilerleme kaydettiğini ve tüm görüşmelerde EKK sürecini ortaya koyduğunu; keşif ve yansıtma bağlamında tüm görüşmelerde KÖP sürecini gerçekleştirdiğini ve AÖP süreci içerisinde doğru sonuca ulaştıran çözüm adımlarını inşa etmeyi öğrendiğini göstermiştir. Bunların yanında Lale'nin DGY'deki doğrulama türündeki problemlerde deneme-yanılma odaklı stratejiler kullandığı ve zaman içerisinde tümdengelimli akıl yürütme becerilerini geliştirdiği görülmüştür.

Lale'nin DGY temelli geometri problemlerinde geliştirdiği ZGA süreçlerini son görüşmede kâğıt-kalem problemlerinde de kullandığı belirlenmiştir. Diğer yandan Lale'nin doğrulama türündeki kâğıt-kalem probleminin çözüm adımlarında kenarların ve açılarının ilişkilerini incelerken tümdengelimli akıl yürütme yaptığı; zaman zaman da algıya dayalı çıkarımlar ürettiği ortaya çıkmıştır. Bu sonuç Lale'nin henüz formal bir kanıtı tamamlamak için yeterli beceriye ulaşamadığını göstermiştir.

4.6. Nuray'ın Öğrenme Süreci

Nuray'ın öğretim deneyi içerisinde DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum sürecine ve ZGA sürecine ilişkin ortaya koyduğu sonuçlar ayrı başlıklarda sunulmuştur.

4.6.1. Nuray'ın enstrümantal oluşum süreci

Birinci klinik görüşme bulgularına göre, Nuray *Uygun İşleve Sahip Araca Yönelik Bilgi*, *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi*, *Menü Bilgisi*, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk*, *Fare Kullanımı Zorluğu* ve *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* olmak üzere 6 tür enstrümantal zorluk ile karşılaştığı belirlenirken, *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* kapsamındaki hatalı işlemlerin önemli bölümünün matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Nuray'ın *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* da çizime dayalı alışkanlıklardan kaynaklanmıştır. Bununla birlikte Nuray'ın, verilen şekiller

içerisinde bir oluşumu çizimlerden ayırt etmede başarılı olduğu; oluşum içerisindeki bağımlı ve bağımsız şekillere yönelik doğru açıklamalar yaptığı belirlenmiştir.

İkinci klinik görüşmede Nuray *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar, Oluşum İnşa Etme Zorluğu ve Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamındaki zorlukları yaşamaya devam ederken; *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* bağlamında da sıkça hatalı işlemler yaptığı belirlenmiştir. Nuray'ın karşılaştığı zorluklardan *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*'nun çizime dayalı alışkanlıklardan; *Uygun İşlevi Olmayan Araca Yönelik Bilgi* bağlamındaki zorluğun ise matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır.

Nuray'ın üçüncü klinik görüşmede *Oluşum İnşa Etme Zorluğu ve Araç İşlevi Bilgisine Dayalı Zorluk* ile karşılaşmadığı belirlenirken; buna karşılık *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ve *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* ile karşılaşmayı sürdürdüğü görülmüştür. Öğretim deneyinin sonunda yapılan dördüncü klinik görüşmenin 4a numaralı bölümünde Nuray'ın herhangi bir enstrümantal zorluk yaşamadığı; 4b numaralı bölümde ise çizime dayalı alışkanlıklardan dolayı *Oluşum İnşa Etme Zorluğu* yaşadığı; *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar* sergilemeye devam ettiği ve bir kez de *Araç Prosedürü Odaklı Zorluk* ile karşılaştığı ortaya çıkmıştır. Bu zorlukların Nuray'ın matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklanmadığı görülürken, Nuray klinik görüşme sırasında bu zorlukların üstesinden gelmiş ve çözüme ulaştıran çözüm yollarını geliştirmiştir. Dördüncü klinik görüşme verileri ışığında, Nuray'ın yazılımın araçlarını kullanmak için gerekli olan matematiksel bilgilerini geliştirdiği belirlenmiştir. Diğer yandan katılımcının çizime dayalı alışkanlıklarının neden olduğu *Oluşum İnşa Etme Zorluğu*'nun ve psikomotor türdeki hataları içeren *Fare Kullanımına Dayalı Hatalar*'ın öğretim deneyinin sonuna kadar devam ettiği ortaya çıkmıştır.

Kullanım şemaları bağlamında klinik görüşmeden elde edilen sonuçlar, Nuray'ın DGY temelli problemlerde temel çizim araçlarından “nokta”, “doğru”, “doğru parçası”, “çokgen” ve “merkez ve bir noktadan geçen çember”; geometrik oluşum araçlarından “orta nokta veya merkez”, “dik doğru”, “orta dikme” ve “paralel doğru”; ölçme araçlarından “uzaklık veya uzunluk” ve “açı”; geometrik dönüşüm araçlarından “doğruda yansıt” ve “noktada yansıt” araçlarını birer enstrümana dönüştürdüğü göstermiştir. Bu çerçevede katılımcı simetri eksenine sahip dörtgenlerin oluşumlarını inşa ederken “doğruda yansıt” aracına; ilk üç görüşmede ekrandaki oluşumların

kenarlarının ve açılarının ilişkilerini analiz ederken “uzaklık veya uzunluk” ve “açı” araçlarına yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur. Nuray dördüncü klinik görüşmede ise verilen çokgenleri incelerken ölçme araçlarını kullanmayı tercih etmemiş ve sürüklenme sırasında bazı kenarların ve açılarının eş kaldığına yönelik algıya dayalı çıkarımlara ulaşmıştır.

Katılımcı geometrik yer keşfi türündeki problemde çözüm kümesinde yer alan noktaların yerini işaretlemek için “izi aç” butonunu sürece entegre ederken; doğrulama ve oluşum inşası türündeki problemlerde ekrandaki oluşumun değişmez özelliklerini araştırmak, varsayımlarda bulunmak ve inşa edilen oluşumun doğruluğunu test etmek amacıyla sürüklemeye ilişkin farklı kullanım şemaları oluşturmuştur. Bunun yanında Nuray üçgen benzerliğine yönelik doğrulama sürecinde ve dönme dönüşümü bağlamındaki gizli parçayı araştırma sürecinde çokgenleri ilişkilendirmek, dinamik düşünmeyi desteklemek ve özel dönme açılarında inceleme yapmak amacıyla sürgüden yararlanmıştır.

Nuray üçüncü klinik görüşmedeki dönme merkezini araştırma sürecinde deneme-yanılma stratejisini kullanmak için “merkez ve bir noktadan geçen çember” ve “noktada yansı” araçlarından yararlanırken; yansıma dönüşümü bağlamındaki doğrulama sürecinde ise öncelikle yansıma doğrusunun simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçasına dik olduğunu dikkate alarak “doğru parçası” ve “dik doğru” araçlarını kullanmış; ardından yansıma doğrusu ile orta dikme ilişkisini hatırlayarak “orta dikme” aracını çözüme entegre etmiştir. Diğer yandan dördüncü klinik görüşmede Nuray yansıma dönüşümüne yönelik doğrulama sürecinde karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerini ilişkilendirmek amacıyla “doğru parçası” ve “orta dikme” araçlarını birer enstrümana dönüştürürken; gizli parçayı araştırma sürecinde karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının kesişim noktalarını incelemek amacıyla “doğru parçası” aracından yararlanmış; doğru parçalarının 180° dönme açısındaki kesişim noktalarını oluşturmak için “nokta” aracını sürece dahil etmiştir.

Katılımcı dördüncü klinik görüşmedeki oluşum inşası türündeki problemde ekrandaki dörtgenlerin köşegenlerini incelemek amacıyla “doğru parçası” aracını kullanırken; hem eşkenar dörtgen hem de deltoit inşa etme sürecinde kenarları yansıma dönüşümüne; köşegenleri de kenarlara dayalı olarak inşa etmek amacıyla “doğru

parçası”, “doğru” ve “doğruda yansıt” araçlarına yönelik kullanım şemaları oluşturmuştur.

4.6.2. Nuray’ın ZGA gelişimi

Ön klinik görüşme bulgularında Nuray’ın üç problemde iki tanesinde ilişkilendirme sürecini sınırlı biçimde ortaya koyarken, diğer problemde bu süreci gerçekleştiremediği; problemlerin hiçbirisinde ÖMB sürecini ve TÇK düzeyinde genellemeyi kullanmadığı, değişmezleri araştıramadığı; diğer yandan iki problemde KÖP sürecini gerçekleştirdiği görülmüştür. AÖP bağlamındaki bulgularda ise Nuray’ın tüm problemlerde hatalı ya da eksik çözüm kümelerine ulaştıran adımlar inşa ettiği ve doğrulama türündeki problemde algıya dayalı akıl yürütme üzerinden çıkarım yaptığı ortaya çıkmıştır.

Öğretim deneyi sırasında elde edilen sonuçlar ışığında Nuray’ın ilişkilendirme bağlamında BŞİ ve TŞPİ süreçlerini kullanmada gelişim gösterdiği; ÖMB bağlamında doğruya göre simetri, noktaya göre simetri ve orantısal akıl yürütme odaklı çözüm yolları geliştirme alışkanlığı kazandığı; genelleme bağlamında DGY’deki pek çok problemde TÇK düzeyinde sonuçlara ulaştığı; değişmezleri araştırma bağlamında dinamik düşündüğü ve etkilerin kanıtlarını kontrol ettiği; keşif ve yansıtma bağlamında keşfettiği veriler üzerinden çözüm yolları üzerinde akıl yürüttüğü ve amaca ulaştıran çözüm adımları inşa edebildiği ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra Nuray’ın son klinik görüşmeye kadar devam eden süreçte doğrulama türündeki problemlerde algıya dayalı akıl yürütmeyi ön plana aldığı ve hatalı çıkarımlara ulaştığı görülürken; son klinik görüşmedeki hem DGY hem de kâğıt-kalem problemlerinde tündengelimli akıl yürütme süreçlerini de gerçekleştirebildiğini göstermiştir. Bu problemlerin bazı adımlarında Nuray’ın algıya dayalı akıl yürütmeyi kullanmayı da sürdürdüğü görülürken; bu noktada katılımcının formal bir kanıtı tamamlamak için henüz yeterli seviyeye ulaşamadığı belirlenmiştir.

Nuray’ın DGY’de gerçekleştirdiği bazı ZGA süreçlerini geometrik yer keşfi bağlamındaki kâğıt-kalem problemde uygulayamadığı görülmüştür. Bu bağlamda Nuray ilgili kâğıt-kalem problemde TÇK düzeyinde genellemeye ulaşamamış, kareli kâğıt üzerinde çalışırken sadece birim karelerin köşe noktalarına odaklanmış ve çözüm kümesine dahil olan noktaları bir doğru oluşturacak biçimde genişletmemiştir. Bu

noktada Nuray'ın DGY'deki geometrik yer problemleri üzerinde çalışırken noktaların sürekliliğine odaklı düşünceyi gerçekleştirebildiği ve ikinci klinik görüşmede çözüm kümesine dâhil olan noktaların bir doğru üzerinde yer aldığı çıkarımını yaptığı; ancak bu düşünceyi kâğıt-kalem problemlerine taşıyamadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bunun üzerine, son klinik görüşmelerin ardından Nuray ile DGY ve kâğıt-kalemin birlikte kullanıldığı ek uygulamalar yapılmış, bu uygulamalarda noktalar kümesinin genişletilmesi için işaretleyerek sürüklenme, gizli geometrik yer sürüklemesi ve bağımlı sürüklenme işlemlerine yer verilmiştir. Bu ek çalışmalar yardımıyla öğrencinin noktaların sürekliliğine ve noktalar kümesinin oluşturduğu geometrik yere yönelik genelleme süreçlerini geliştirmesi sağlanmıştır.

4.7. Enstrümantal Orkestrasyon Sürecinin Gelişimi

Gerçekleştirilen öğretim deneyi, öğretim programındaki konulara bağlı olarak hazırlanırken; her bir öğretim bölümünde öğrencilerin DGY'ye yönelik enstrümantal oluşumlarını destekleyen 12 tür enstrümantal orkestrasyon tipi planlanmış ve uygulanmıştır. Bu orkestrasyon tipleri teknik tanıtım, yürüyerek çalışma, rehberlik etme ve açıklama, tahtada öğretim, teknoloji kullanılmayan açıklama, ekrandakini açıklama, ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma, ekrandakini tartışma, belirleme ve gösterme, Sherpa iş başında ve süreç içerisinde bağlama özgü olarak tasarlanan ve öğrenci merkezli yapıdaki “işbirlikli problem çözme” ve “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonlarıdır. İşbirlikli problem çözme, iki kişilik öğrenci gruplarının problem durumlarıyla baş başa bırakıldıkları, fikirlerini paylaşarak probleme çözümler geliştirdikleri, çözümü tamamlayan öğrencilerin çevrelerinde zorluk yaşayan diğer arkadaşlarına yardımcı oldukları ve öğretmenin de bu sırada öğrenci ekranlarını izleyerek gerektiği anlarda öğrencilere destek verdiği bir orkestrasyon tipidir. Bu orkestrasyon tipi sınıfta işbirlikli çalışmayı desteklemek ve öğrencilerin DGY çalışmalarında aktif olmasını sağlamak amacıyla tasarlanırken; aynı zamanda sınıfın fiziksel koşullarına (kişi başına düşen bilgisayar sayısı) bağlı olarak da şekillenmiştir. Zamana karşı sınıf imecesi orkestrasyonu ise sınıftaki tüm öğrencilerin birbirine enstrümantal destek sağladığı ve verilen süre içerisinde herkesin bir probleme çözümler geliştirdikleri bir orkestrasyon tipidir. Bu süreçte öğretmenin rolü problemi çözdüklerini ifade eden öğrencilerin çözümlerinin doğru olup olmadığını kontrol etmek, ne kadar süreleri kaldığı konusunda sınıfı uyarmak ve gerektiği anlarda onlara ek süre vermektir.

Bu orkestrasyonun devamında geliştirilen çözüm stratejileri çoğunlukla “Sherpa iş başında” orkestrasyonu aracılığıyla öğrenciler tarafından sınıfa sunulmaktadır. Bu orkestrasyon tipi dördüncü öğretim bölümünde mevsim sıcaklığının yükselmesiyle birlikte öğrencilerin derse yönelik motivasyonlarının düşmesi, sınıfın genel olarak yarışma temelli çalışmalara ilgi göstermesi ve bazı öğrenci ikililerinin hem DGY araçlarını kullanmada hem de sınıf tartışmalarına katılma konusunda yetersiz kalması nedeniyle tasarlanmıştır.

Enstrümantal başlangıç ve enstrümantal keşif aşamalarına yönelik planlanan birinci öğretim bölümü içerisinde teknik tanıtım orkestrasyonu ağırlıkta olmak üzere, yürüyerek çalışma, rehberlik etme ve çalışma, ekrandakini açıklama, ekrandakini tartışma, işbirlikli problem çözme ve Sherpa iş başında orkestrasyon tiplerinden; ikinci öğretim bölümünde ekrandakini tartışma ağırlıkta olmak üzere ekrandakini açıklama, rehberlik etme ve açıklama, yürüyerek çalışma, tahtada öğretim, ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma, işbirlikli problem çözme orkestrasyonlarından yararlanılmıştır. Üçüncü öğretim bölümü kapsamında da ekrandakini tartışma orkestrasyonu başta olmak üzere teknik tanıtım, ekrandakini açıklama, rehberlik etme ve açıklama, teknoloji kullanılmayan açıklama, ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma, işbirlikli problem çözme ve Sherpa iş başında orkestrasyonları uygulanırken; dördüncü öğretim bölümünde işbirlikli problem çözme ve Sherpa iş başında başta olmak üzere ekrandakini tartışma, ekrandakini açıklama, belirleme ve gösterme, tahtada öğretim, ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma, zamana karşı sınıf imecesi orkestrasyon tiplerinden yararlanılmıştır.

DGY destekli öğretim bölümleri “didaktik düzenleme”, “faydalanma biçimi” ve “didaktik performans” aşamaları altında planlanırken; öğrencilerin süreç içerisindeki performanslarına, öğretim programındaki kazanımlara ve öğretim etkinliklerinin yapısına bağlı olarak değerlendirilmiş ve yeniden düzenlenmiştir. Gerçekleştirilen öğretim bölümlerindeki didaktik düzenlemede, öğrencilerin pilot uygulamada alıştıkları oturma düzeni değiştirilmemiş ve iki kişilik gruplar birer bilgisayarı kullanacak biçimde fiziksel ortam düzenlenmiştir. Bunun yanında öğretmen öğrenme sürecini etkili biçimde orkestra etmek için masasında öğretim deneyi boyunca iki bilgisayar kullanmıştır. Bu bilgisayarlardan birisinde (A1 nolu) öğretmenin DGY’ye yönelik açıklamaları ya da “Sherpa iş başında” orkestrasyonu bağlamında sunum yapan bir öğrencinin işlemleri

projeksiyon cihazı yardımıyla sınıfa sunulmuştur. Diğer bilgisayarda (A2 nolu) ise sınıf yönetimini gerçekleştirmek ya da öğretmen merkezli orkestrasyon biçimlerini devreye sokmak amacıyla öğrenci bilgisayarlarının gerektiğinde kilitlemesini sağlayan bir yazılım kullanılmıştır. Öğretmen, uygulanan öğretim bölümleri içerisinde bağlama dayalı olarak DGY'nin araç menülerini özelleştirmiş; “genelleme” sürecini desteklemek için grafik görünümünün yanında çizelge görünümüne yer vermiş; “değişmezleri araştırma” sürecini desteklemek için sürüklemenin yanında özel manipülasyonları sağlayan “sürgülerden” faydalanılmasını sağlamış; geometrik yer keşfinde “işaretleyerek sürükleme” işlemini kolaylaştırmak için grid görünümüne yer vermiş; dönüşüm geometrisi konusunda gerçek yaşam problemleri tasarlamak için DGY'ye dışarıdan resimler entegre etmiştir. Bunun yanı sıra öğretmen, öğrenciler için pedagojik sınırlılıklara sahip olduğu belirlenen “açı” aracının ayarlarını düzenlemiş ve öğrencilerin çokgenlerde iç açılarının ölçüleri toplamını araştırırken üçgenlerden yararlanmalarını kolaylaştırmak için kısa prosedürlü bir “üçgen” aracı tasarlayarak araç çubuğuna eklemiştir. Diğer yandan öğretim bölümlerinde projeksiyon cihazı aracılığıyla yazı tahtasına (Y1'e) yansıtılan DGY temsillerinin matematiksel işlemlerle ilişkilendirilmesi için ikinci bir yazı tahtası öğretim ortamında hazırlanmış; dörtgenler konusunun öğretiminde ilişkilendirme sürecinin somut materyallerle de desteklenmesi için geometri şeritleri öğretim sürecine entegre edilmiştir.

Öğretim deneyi sürecinde kullanılan “faydalanma biçimleri” kapsamında; birinci öğretim bölümündeki etkinlikler öğrencilerin DGY araçlarını ilk kez kullandıkları göz önüne alınarak “enstrümantal başlangıç” ve “enstrümantal keşif” aşamalarına uygun biçimde planlanmıştır. İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerindeki etkinlikler ise öğrencilerin yeni geometri konularının öğreniminde kullanmak üzere DGY'nin farklı araçlarını keşfetmelerini desteklemek için “enstrümantal pekiştirme” aşamasına uygun şekilde hazırlanırken; dördüncü öğretim bölümündeki etkinlikler öğrencilerin süreç boyunca öğrendikleri DGY araçlarından yararlanarak ZGA temelli problemleri çözmelerini sağlamak için “enstrümantal ortak yaşam” aşamasına uygun biçimde tasarlanmıştır. Bunun yanı sıra, öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin enstrümantal oluşumlarını ve ZGA süreçlerini ortaya çıkarmak amacıyla “aracı tanıma”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi”, “oluşum inşası”, “doğrulama” ve “gizli parçayı araştırma” olarak isimlendirilen 6 tür DGY temelli etkinlik planlanmıştır.

Birinci öğretim bölümünde öğrencilerin temel DGY araçlarının ikon, menü, işlev ve prosedürlerini öğrenmeleri amaçlandığı için ilk iki haftada “aracı tanıma” türündeki çalışmalar hazırlanmış ve öğrencilerin enstrümantalizasyon süreci ön plana çıkmıştır. Birinci öğretim bölümünün sonraki haftalarında ve ileriki öğretim bölümlerinde ise DGY araçları yardımıyla ZGA süreçlerinin ortaya çıkışına odaklanılmış ve enstrümantasyon süreci ağırlıklı olarak gerçekleşmiştir. Bu süreçte yeni matematiksel kavramların DGY aracılığıyla keşfedildiği, tartışıldığı, tanımlara ve genellemelere ulaşıldığı çalışmaların gerçekleşmesi amacıyla “bir geometrik yapıyı analiz etme” etkinlikleri hazırlanırken; problem çözme odaklı çalışmalarda ise “geometrik yer keşfi”, “oluşum inşası”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” türündeki etkinlikler hazırlanmış ve bu çalışmaların çoğunlukla işbirlikli grup çalışmalarıyla yürütülmesi amaçlanmıştır. Grup çalışmalarından istenen verimin alınmaması durumunda öğrenci bilgisayarlarının kilitleyerek sınıfın öğretmenin DGY’deki ya da yazı tahtasındaki açıklamalarına odaklanması hedeflenmiştir. Bu noktada A2 nolu bilgisayardaki ekranların kilitleme işlemi öğrenci merkezli ve öğretmen merkezli öğretim yaklaşımları arasında geçiş yapılmasını sağlayan bir araç olarak işlem görmüştür.

Öğretim deneyi içerisinde “didaktik performans” bağlamında, öğretmen yazılımın araçlarının ilk kez kullanıldığı birinci öğretim bölümünde sıkça öğrenci masalarına giderek öğrencilere işlemler konusunda yardımcı olmuş; DGY’in çalışması sırasında ortaya çıkan teknik sorunlara çözümler geliştirmiş; öğrencilerin araçların işlevine ve prosedürlerine yönelik sordukları sorulara açıklamalar getirmiş; bazı öğrencilerde DGY araçlarının kullanımı için gereken matematiksel bilgilerin eksik olduğunu görerek bu bilgilere yönelik tüm sınıfa hatırlatmalar yapmış; DGY’ye özgü yeni kavramlara (oluşum, bağımlı/bağımsız şekil, değişmez özellik) yönelik tartışmalar yürütmüş; bu tartışma sürecinde sürüklemenin önemini vurgulamış; geometrik yer keşfi türündeki etkinliklerde “işaretleyerek sürükleme” stratejisinin kullanımına olanak vermiş ve etkinliklerde ulaşılan genellemeleri formal bir dil ile açıklayarak öğrencilerin defterlerine yazmasını sağlamıştır. Bu öğretim bölümü kapsamında öğrencilerin çizime dayalı alışkanlıklarından dolayı sık sık hatalı oluşumlar inşa ettikleri de gözlenirken öğrencilere “oluşum” ve “değişmez özellik” kavramları hatırlatılmış ve onların oluşumları değerlendirirken her zaman sürükleme testinden yararlanmaları istenmiştir. Birinci öğretim bölümü içerisinde uygulanan “ekrandakini tartışma”

orquestrasyonunda öğrencilerin önemli bölümünün fikirlerini öğretmene açıklayabildiği görülürken; ilk kez kullanılan “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonunda bazı öğrenci ikililerinin işbirlikli çalışarak enstrümantal oluşumlarını geliştirdikleri ve çeşitli çözüm stratejilerini birbirlerinden öğrendikleri; buna karşılık bazı grupların bu orkestrasyonda enstrümantal zorluklarla fazlaca karşılaştıkları ve bu zorlukların üstesinden gelemeyerek sıkça öğretmenin desteğine ihtiyaç duydukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu tür sorunlarda öğretmen sık sık öğrencilere masalarında destek sağlarken; zamanı daha etkili kullanmak için işlemlerini tamamlayan grupların yanlarındaki zorluk yaşayan gruplara destek vermelerini sağlamıştır. Öğretmen sınıfta yaygın olarak ortaya çıkan bir zorluğu belirlediğinde ise öğrenci bilgisayarlarını kilitleyerek A1 nolu bilgisayardan açıklamalar yapmıştır. Diğer yandan bazı gruplarda belirli öğrencilerin bilgisayarı kullanmada baskın oldukları ve diğer öğrencilerin araçları kullanmada pasif kaldıkları da görülmüştür. Bunun üzerine öğretmen öğretim deneyinin sonraki bölümlerinde DGY’nin daha paylaşımcı kullanılması konusunda öğrencileri uyarmıştır. Birinci öğretim bölümündeki “Sherpa iş başında” orkestrasyonunda ise pek çok öğrencinin öğretmen masasına gelmek konusunda çekingen davrandığı görülmüştür. Bu nedenle ikinci öğretim bölümünde “Sherpa iş başında” orkestrasyonu yerine “ekrandakini tartışma” orkestrasyonunun daha fazla kullanılması tercih edilmiştir.

İkinci öğretim bölümünün doğrulama türündeki etkinliklerde öğrencilerin henüz tündengelimli akıl yürütme süreçlerini gerçekleştirmede yetersiz oldukları görülürken; grup çalışmalarının sonunda DGY’deki doğrulama süreçleri öğretmen tarafından “ekrandakini açıklama” orkestrasyonu ile öğrencilere sunulmuştur. İkinci öğretim bölümünde öğrencilerin açılarla ilgili yeni kavramları, kavramlar arasındaki ilişkileri ve değişmez özellikleri öğrenmeleri amaçlandığı için öğrencilere sürüklenme sırasında “*aralarında bir ilişki görebiliyor musunuz?*”, “*burada değişen ve değişmeyen özellikler neler?*”, “*bunlar üzerinden bir çıkarım yapabilir miyiz?*” soruları yöneltilmiş ve “ekrandakini tartışma” orkestrasyonu uygulanmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin “Eşlik ve Benzerlik” konusunun öğrenimi bağlamında “nesneyi noktadan genişlet” aracını tanımaları ve kullanmaları da sağlanırken; enstrümantal zorlukla karşılaşan öğrencilere masalarında ya da A1 nolu bilgisayarda destek verilmiştir.

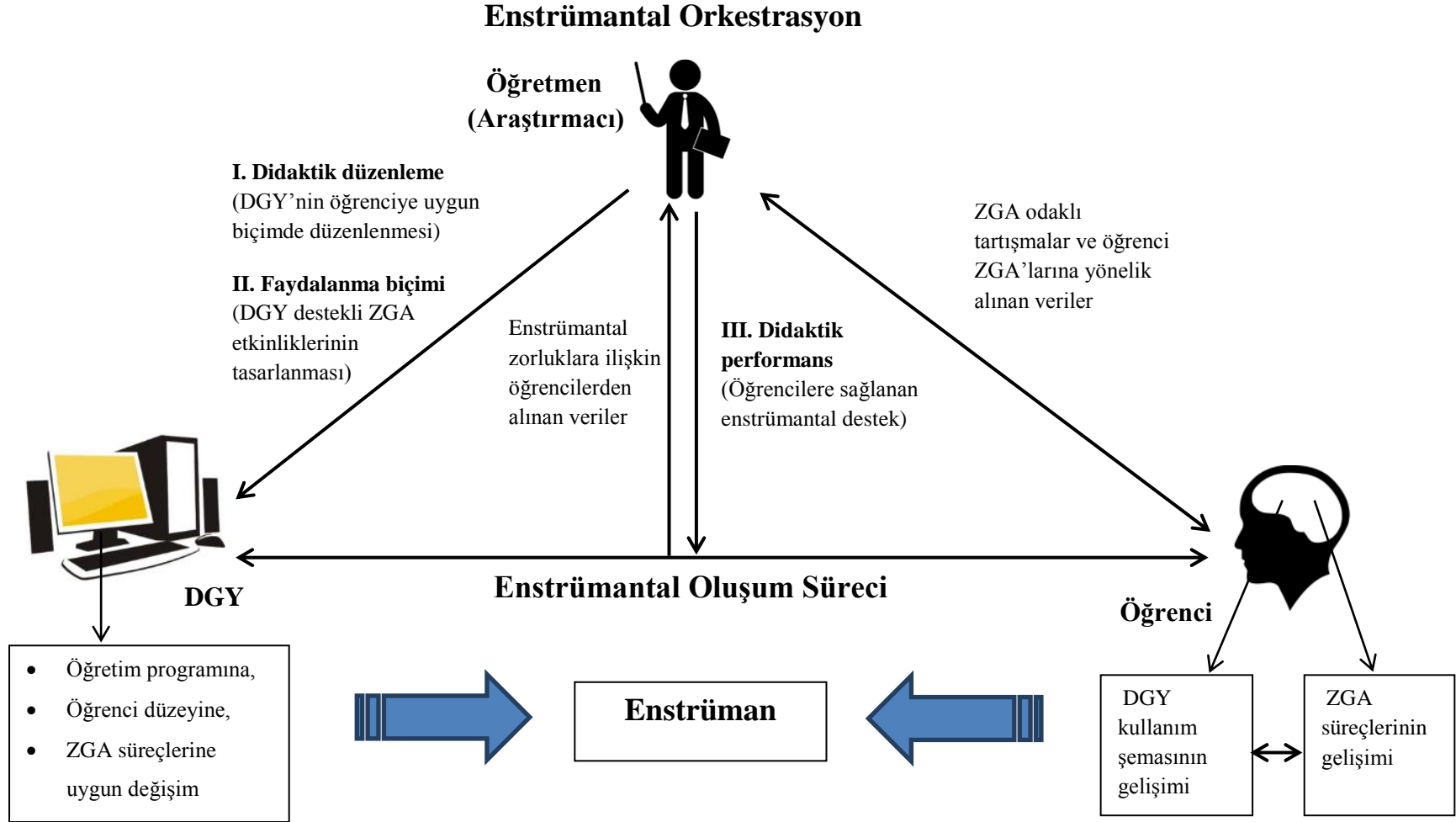
Üçüncü öğretim bölümünde “Eşlik ve Benzerlik” konusuyla ilişkili zorluk yaşanan araçların pekiştirildiği çalışmalara da yer verilirken; bu konu bağlamındaki

genellemeleri desteklemek için tahtaya tabloların çizilmesi ve ulaşılan sonuçların oluşturduğu örüntülerin incelenmesi sağlanmıştır. Diğer yandan bu öğretim bölümünde “dönüşüm geometrisi” konusuna ilişkin yeni araçlar da öğrencilere tanıtılmış; araçların kullanımı konusunda sıkça hata yapan öğrencilere masalarında enstrümantal destek verilmiştir. Bu öğretim bölümünde öğretmen öğrencilerin birbirlerinin çalışmalarından öğrenmelerini sağlamak için “Sherpa iş başında” orkestrasyon tipini yeniden sürece entegre etmiş; tündengelimli akıl yürütme süreçlerini desteklemek için öğrencilerin argümanlarını matematiksel gerekçeler üzerinden sunmalarını istemiş ve sınıftan karşıt argümanların üretilmesini sağlamıştır. Bu etkinliklerde önceki öğretim bölümlerine oranla tartışma sürecine daha fazla öğrencinin katıldığı görülmüştür.

Dördüncü öğretim bölümünde ise önceki öğretim bölümlerinde ve klinik görüşmelerde sıkça enstrümantal zorluk yaşanan araçların kullanımına ilişkin örnek hatalar “belirleme ve gösterme” orkestrasyonu altında sınıfla paylaşılmıştır. Bunun yanı sıra, üçüncü klinik görüşmedeki doğrulama türündeki problemlerde Veli’nin çıkarım aracılığıyla ulaştığı hatalı genellemenin başka öğrenciler tarafından da yapılmış olduğu görülerek bu genellemeyi çürütmek için aksine örnek sunulmuş; deneme – yanılma odaklı stratejilerin sonuca ulaştırmayabileceği ve algıya dayalı akıl yürütmenin hatalı çıkarıma yol açabileceği gösterilmiştir. Doğrulama türündeki problemlerin çözümünde öğretmen öğrencilere matematiksel gerekçelere dayalı çıkarımların önemini vurgulamış ve kullanılan stratejilerin doğruluğunu sınıfla tartışmıştır. Öğretmen bu öğretim bölümünde oluşum inşasına dayalı çok sayıda etkinliğe (kara kutu, verilen şekil içinde oluşum yapma, parçası verilen oluşumu tamamlama) de yer verirken; oluşum yerine çizim yapan ya da bazı değişmez özelliklere dikkat etmeden hatalı oluşum yapan öğrencilerin sürüklenme testini devamlı olarak kullanmalarını ve şekillerin “özelliklerini koruyup korumadıklarını” değerlendirmelerini sağlamıştır. Bu noktada öğrencilerin oluşum kavramına ilişkin “harekete dayanıklılık” düşüncesini kazanmaları hedeflenmiştir. Dördüncü öğretim bölümünde öğrencilerin derse yönelik motivasyonunu arttırmak, öğrenme sürecinde pasif kalan öğrencileri derste daha aktif kılmak ve öğrenciler arasındaki işbirlikli çalışmayı güçlendirmek için “zamana karşı sınıf imecesi” olarak isimlendirilen bağlama özgü yeni orkestrasyon tipi uygulanmıştır. Bu orkestrasyon zamana karşı yarışmayı temel alması nedeniyle öğrencilerin motivasyonunu yükseltirken; çözümü tamamlayan her öğrencinin zorluk yaşayan diğer

arkadaşlarına sözel destek sağlamasıyla birlikte tüm sınıfın sürece aktif katılımını sağlamıştır. “Zamana karşı sınıf imecesi” sırasında gruplar problemlere yönelik çeşitli çözüm yolları geliştirirken; etkinliklerin sonunda bu çözüm yollarının “Sherpa iş başında” orkestrasyonunda farklı öğrenciler tarafından sınıfa açıklanması istenmiştir. Bu süreçte, daha önce öğretmen masasında çalışmasını sunmak konusunda çekingen davranan pek çok öğrencinin “Sherpa” rolünü üstlenmek konusunda istekli hale geldiği gözlenmiştir. Buna karşılık “zamana karşı sınıf imecesi” kapsamındaki etkinliklerde bazı olumsuz durumların da ortaya çıkabildiği belirlenmiştir. Bu bağlamda etkinlik sürecinde sınıfta zaman zaman gürültü olduğu ve bazı öğrencilerin rekabet içerisine girdikleri görülmüştür. Zamana karşı sınıf imecesinin sonunda öğretmen “Sherpa” rolünü üstlenen ve çalışmalarını sunan öğrencilere izledikleri adımların gerekçelerini sormuş ve onların düşüncelerini açıklamalarına yardımcı olmuştur. Bu süreç içerisinde birbirlerinin çalışmalarını takip eden öğrencilerin doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri odaklı çeşitli çözüm stratejilerini birbirlerinden öğrendikleri görülmüştür.

Öğretim deneyi boyunca gerçekleştirilen enstrümantal orkestrasyon biçimlerinde öğrencilerin etkinlikler sırasında konu bağlamının dışına çıkmalarını ya da DGY’de birbirlerinden bağımsız düzenlemeler yapmalarını önlemek için DGY’nin ayarlarına yönelik bireysel düzenlemeleri sınırlı tutulmuştur. Bu noktada sadece öğrencilerin verilen şekillerin renklerine ve kalınlıklarına yönelik bireysel düzenlemelerine izin verilmiştir. Bununla birlikte araç çubuğunun öğrenme kazanımlarına bağlı olarak düzenlenmesi; öğrencilerin seviyelerine bağlı olarak bir aracın ayarlarının değiştirilmesi ya da yeni bir aracın tasarlanması; cebir penceresi ve çizelge görünümünün açılması; sürgünün etkinliklere eklenmesi gibi işlemler didaktik düzenlemede öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir. Yapılan öğretim deneyi kapsamında gerçekleştirilen enstrümantal orkestrasyonun bileşenleri Şekil 155’te görselleştirilmiştir. Şekil 155’te verilen okların yönü öğrenme ortamında hangi unsurun neye etki ettiğini temsil etmektedir.



Şekil 155. Öğretim Deneyi Sürecinde Gerçekleştirilen Enstrümantal Orkestrasyon ve Öğretmen – DGY – Öğrenci İlişkisi

5. TARTIŞMA

Bu bölümde sonuçların kendi içlerinde ve literatürdeki diğer araştırmaların sonuçlarıyla karşılaştırılması ve tartışılması amaçlanmıştır. Yapılan araştırmadaki en önemli sonuç ortaokul öğrencilerinin ZGA süreçlerinin gelişiminde DGY temelli geometri etkinliklerinin etkili bir öğrenme süreci sağlamasıdır. Ortaya çıkan bu sonuç literatürde DGY temelli geometri öğretiminin öğrencilerde geometri başarısını (Cantürk-Günhan ve Açan, 2016; Chan and Leung, 2014; Güven, 2012; Güven ve Karataş, 2009; Özçakır, Aytekin, Altunkaya ve Doruk, 2015), akıl yürütme süreçlerini (Jones, 2000; Hazzan and Goldenberg, 1997; Köse, Tanışlı, Erdoğan ve Ada, 2012; Presmeg, Barrett and McCrone, 2007; Soldano and Arzarello, 2006) ve problem çözme süreçlerini (Baki ve Çekmez, 2012; Healy and Hoyles, 2001) desteklediğini ortaya koyan pek çok araştırmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Katılımcıların öğretim deneyi içerisinde DGY’de gerçekleştirdikleri düşünme süreçlerinin, ZGA bağlamının dışında, Duval (1998) tarafından tanımlanan görselleştirme, oluşum ve akıl yürütme süreçleriyle de ilişkili olduğu düşünülmektedir. Bu noktada katılımcıların DGY’deki bir oluşumun özelliklerini dinamik yolla incelerken görselleştirme sürecini; geometrik yapının temsilini uygun DGY araçlarıyla inşa ederken oluşum sürecini; geometrik yapının bilinen özellikleri üzerinden akıl yürüterek yeni özelliklere ilişkin çıkarım yaptıklarında ise akıl yürütme sürecini ortaya çıkardıkları görülmektedir. Bu noktada DGY’deki çalışmaların ZGA süreçlerinin yanında, Duval tarafından tanımlanan geometrik düşünme yollarının ortaya çıkmasına da zemin hazırlayabileceği düşünülmektedir.

Öğretim deneyi sürecinde, odak katılımcılar DGY’de tek bir şeklin parçaları arasında ya da bağımsız şekiller arasında ilişkilendirme yapırlarken benzerlik oranı, doğruya göre simetri, noktaya göre simetri üzerinden özel muhakeme becerilerini kullanma alışkanlığı kazanmışlardır. Bu sonuç, DGY temelli geometri öğretiminin öğrencilerin dönüşüm geometrisini öğrenme süreçlerine katkı sağladığını ortaya koyan Güven’in (2012) araştırmasının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Bunun yanında 7. sınıf matematik öğretimi programında dönüşüm geometrisi konusunun yer almasının ve katılımcıların bu konunun öğreniminde DGY’deki geometrik dönüşüm araçlarına (“doğruda yansıt”, “noktada yansıt”) yönelik kullanım şemalarını oluşturmalarının ZGA kapsamındaki özel muhakeme becerilerinin gelişimini hızlandırmış olduğu

düşünülmektedir. İkinci olarak odak katılımcıların “Eşlik ve Benzerlik” konusunun öğrenimi kapsamında DGY’deki problemlerde orantısal düşünmeye dayalı özel muhakeme süreçlerini de ortaya koydukları görülmüştür. Öğretim programındaki “Eşlik ve Benzerlik” konusunun bu düşünme süreciyle yakından ilişkili olmasının yanında, katılımcıların DGY’deki “nesneyi noktadan genişlet” ve orantısal değişimi gösterecek biçimde etkinliklere eklenen “sürgü” aracını etkin biçimde kullanmayı öğrenmelerinin ilgili sonucun ortaya çıkmasında etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanında kullanılan sürgüler üzerindeki sayısal değerlerin değişimine bağlı olarak çokgenlerin büyüklüklerindeki değişimin incelenmesinin öğrencilerin diğer ZGA süreçleri olan dinamik düşünme, etkilerin kanıtlarını kontrol etme ve örüntüler üzerinden genellemelere ulaşma süreçlerine de katkı sağladığı çıkarımına ulaşılmıştır.

Öğretim deneyi sürecinde odak katılımcıların tümünün DGY’de bir geometrik yapıyı araştırırken ya da inşa ederken “dinamik düşünme” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” süreçlerini gerçekleştirme alışkanlıklarını geliştirdikleri ortaya çıkmıştır. Bu noktada Jones (2000) 12 yaş grubundaki öğrencilerle yürüttüğü çalışmasında DGY’deki dinamik incelemelerin öğrencilerin geometrik oluşumlar içerisindeki değişmez özelliklerin keşfedilmesinde önemli katkılar yapabildiğini vurgularken; Arzarello vd. (2002), Baccaglioni-Frank (2010) ve Olivero (2001) da geometrik özelliklere yönelik varsayımların ve kanıtların yapılmasında sürüklenme stratejilerinin etkili biçimde kullanıldıklarını ortaya çıkarmışlardır. Gerçekleştirilen öğretim deneyinde katılımcıların değişmezleri araştırma süreçlerine ilişkin ortaya koydukları sonuçlar diğer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Bu çerçevede öğrencilerin DGY destekli geometri etkinliklerini yürütürlerken geometrik yapıyı araştırmak, varsayımı test etmek, geometrik yeri görselleştirmek amacıyla çeşitli sürüklenme stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Literatürde sürüklenme stratejilerine yönelik yapılan sınıflandırmalarda Tapan (2006) geometrik oluşumların değişmez özelliklerinin araştırılması amacıyla yapılan sürüklemeyi “açıklamak için sürüklenme” ve bir sonuca yönelik tahmin ve varsayım geliştirmek amacıyla yapılan sürüklemeyi “varsayım oluşturmak için sürüklenme” olarak isimlendirirken; katılımcıların “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” ve “kara-kutu” türündeki problemlerin çözümüne başlarken kullandıkları sürüklemelerin bu sürüklenme stratejileriyle benzerlik taşıdığı görülmüştür.

İkinci olarak, Tapan (2006) öğrencilerin oluşturdukları bir geometrik oluşumun doğruluğunu değerlendirmek amacıyla kullandıkları sürüklenme stratejisini “doğrulamak ya da çürütmek için sürüklenme” olarak isimlendirirken; Arzarello vd.’nin (2002) bu stratejiyi “sürüklenme testi” olarak tanımladığı bilinmektedir. Odak katılımcıların klinik görüşmelerdeki oluşum inşa etme süreçleri incelendiğinde tamamlanan oluşumların doğruluğunu değerlendirirken sürüklenme testini uyguladıkları ve hatalı adımları üzerinde yeniden düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra, öğretim deneyinde öğrencilerin “geometrik şekil” kavramı bağlamında (Fischbein, 1993) oluşum ve çizim arasındaki ayrımı anlamada zaman zaman zorluk yaşarlarken; sürüklenme testinin bu konuda öğrencilere yardımcı olduğu ve hem geometrik yapıların değişmez özelliklerini incelemeye hem de oluşum ve çizim arasındaki farkı kavramada katılımcılara önemli fırsatlar sağladığı düşünülmektedir.

Üçüncü olarak, Arzarello vd. (2002) nesne üzerindeki bir noktayı şeklin özelliğini bozmayan bir güzergâh (gizli geometrik yer) üzerinde sürüklemeyi “gizli geometrik yer sürüklemesi”; bu geometrik yeri noktalar ya da izler aracılığıyla görselleştirmeyi ise “geometrik yeri işaretleyerek sürüklenme” olarak tanımlamıştır. Yapılan araştırmada katılımcıların öğretim bölümlerinde “izi aç” seçeneğini kullanmayı öğrendikten sonra, geometrik yer keşfi türündeki problemlerde “geometrik yeri işaretleyerek sürüklenme” stratejisini uyguladıkları ve izlerin örüntüsünden yola çıkarak genellemeye ulaştıkları görülmüştür. Bu bağlamda DGY’de geometrik yer ile ilgili araştırmalarda ve genelleme süreçlerinde “izi aç” aracının etkili biçimde kullanılabildiği ortaya çıkmıştır. Diğer yandan, de Villiers (2004) DGY gibi ortamlarda deneysel yöntemlerle gerçekleştirilen kanıt sürecini “yarı-deneysel” kanıt olarak isimlendirirken; bu tür kanıtlarda belirli bir örüntünün ya da değişmez ilişkilerin araştırıldığı aşamayı “varsayım üretme (conjecturing)”; bir durumun ya da varsayımın doğruluğundan emin olma aşamasını “doğruluğu onaylama (verification)”; karşıt örnekler oluşturarak matematiksel argümanın doğruluğunu çürütme aşamasını “yanlışlama (refutation)”; bir teoremi, kavramı, tanımı, kanıtı kavrama ya da bir tanımı açık ve kesin olarak ifade etme aşamasını “anlama (understanding)” olarak açıklamaktadır. Bu araştırma kapsamında da katılımcıların sürüklenme stratejileri ve çeşitli DGY araçları yardımıyla gerçekleştirdikleri doğrulama süreçlerinin “yarı-deneysel” kanıt sürecinin özelliklerini yansıttığı düşünülmektedir. Örnek olarak, iki çokgenin bir doğruya göre simetrik olup

olmadığının incelenmesinde köşe noktalarının sürüklenmesi “varsayım üretme” aşamasına; köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığının keşfedilmesi “doğruluğu onaylama” aşamasına zemin hazırlamaktadır. Diğer yandan, karşılıklı köşe noktalarının orta noktaları doğrudan olan her eş çokgen çiftinin bir doğruya göre simetrik olamayabileceğine ilişkin örnekler de öğrencilerin “yanıtlama” aşamasını gerçekleştirmelerine ve yansıma doğrusu – orta dikme ilişkisine yönelik “anlama” sürecini ortaya koymalarına olanaklar sunmaktadır.

Katılımcılardan Sıla ve Lale'nin üçüncü klinik görüşmedeki doğrulama sürecinde çözüm adımlarını matematiksel bilgiler üzerinden değil DGY araçlarıyla yaptıkları deneme-yanılma stratejileri üzerinden geliştirmeye çalıştıkları; Nuray'ın da matematiksel akıl yürütme yerine DGY'deki ölçme araçlarının verdiği sonuçlar üzerinden düşünmeye odaklandığı belirlenmiştir. Ortaya çıkan bu sonuçlar, öğrencilerin DGY'de matematiksel bilgi yerine işlemsel bilgiye ve ölçme araçlarına odaklanabildiklerini ortaya koyan Hölzl (1996) ve Olivero ve Robutti'nin (2007) sonuçlarıyla benzerlik gösterirken; dördüncü klinik görüşmede bu katılımcıların doğrulama sürecinde DGY araçlarını tündengelimli akıl yürütmeyi destekleyecek biçimde kullanmayı öğrendikleri görülmüştür. Bu sonucun ortaya çıkmasında öğrencilerde deneme-yanılma odaklı stratejilere neden olan bazı araçların kullanımının sınırlandırılmasının ve çözüm adımlarının matematiksel gerekçelerinin sorgulanmasının etkili olduğu düşünülmektedir. DGY'deki akıl yürütme ve kanıt süreçlerinin gelişiminde sorgulamaya dayalı öğrenme ortamlarının önemini ortaya koyan Soldano ve Arzarello (2016) ve Jones'un (2000) sonuçlarının da bu araştırmanın çıkarımlarıyla örtüştüğü görülmektedir. Diğer yandan Sıla'nın DGY araçları yardımıyla ilişkilendirme sürecini başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği; buna karşılık dördüncü klinik görüşmedeki kâğıt-kalem probleminde açılar arasındaki ilişkiyi görmede zorluk yaşadığı ortaya çıkmıştır. Sıla'nın DGY'deki çözüm adımları incelendiğinde açılar arasındaki ilişkileri incelerken “açı” aracını diğer katılımcılara göre daha sık kullandığı ortaya çıkmıştır. Sıla'nın bu noktada DGY'deki açı ilişkilendirmelerinde sıklıkla ölçüm sonuçlarına bağlı hareket ettiği ve bu alışkanlığın kâğıt-kalem probleminde matematiksel akıl yürütmeye dayalı ilişkilendirme sürecini gerçekleştirmesini zorlaştırdığı düşünülmektedir. Ortaya çıkan bu sonucun da DGY'de ölçme araçlarının dezavantajlı kullanılabildiğini

vurgulayan Hölzl (1996) ve Olivero ve Robutti'nin (2007) açıklamalarıyla örtüşmektedir.

Ön klinik görüşmedeki “geometrik yer keşfi” türündeki problem durumunda tüm katılımcıların hatalı ya da sınırlı çözüm kümesine ulaştıkları görülürken; dördüncü klinik görüşmede ise Atakan, Veli, Sera, Sıla ve Lale'nin tam çözüm kümesine yönelik genelleme yaparak istenen geometrik yeri keşfettikleri gözlenmiştir. Bu sonucun ortaya çıkmasında katılımcıların DGY'deki problemlerde kullandıkları “izi aç” butonu ve çeşitli sürükleme stratejileri kritik bir yere sahiptir. Bu bağlamda Arzarello vd.'nin (2002) “işaretleyerek sürükleme” ve “gizli geometrik yer sürüklemesi” olarak tanımladıkları stratejilerin katılımcıların DGY'deki çözümlerinde de ortaya çıktığı ve onların geometrik yere yönelik keşiflerine ivme kazandırdığı ortaya çıkmıştır. Altıncı odak katılımcı olan Nuray da, DGY'deki çözümlerinde bu stratejilerden yararlanırken; dördüncü klinik görüşmede kareli kâğıt üzerindeki incelemesinde çözüm kümesini sadece birim karelerin köşe noktalarıyla sınırlandırmıştır. Bu sınırlı genelleme süreciyle ilgili benzer bir sonucun Driscoll vd.'nin (2007) çalışmasında da ortaya çıktığı bilinmektedir. Bu bağlamda Driscoll vd. (2007) bazı öğrencilerin kareli kağıt üzerindeki çalışmalarda istenen noktalar kümesinin sadece tamsayı koordinatlarına sahip olan özel elemanlarına odaklandıklarını ve aradaki değerleri çözüm kümesine dahil edemediklerini ortaya koymuşlardır. Nuray'ın bulguları bu sonuçla paralellik gösterirken, bu katılımcının DGY'deki genelleme sürecini aynı düzeyde kağıt-kalem problemlerine taşıyamaması çarpıcı bir sonuç olarak ortaya çıkmıştır. Nuray'ın geometrik yere yönelik çalışmalarında DGY'nin kolaylaştırıcı; kareli kağıdın ise çeldirici bir rolünün olabileceği düşünülmektedir.

Araştırma sürecinde katılımcıların “Doğrular ve Açılar” konusuna yönelik DGY destekli çalışmalarında “doğru”, “doğru parçası”, “paralel doğru”, “dik doğru”, “orta dikme” araçlarının ve “izi aç” butonunun ön plana çıktığı görülmüştür. Diğer yandan “Çokgenler” konusu bağlamında “uzaklık veya uzunluk”, “açı” araçları ve “çizelge görünümü” öğrencilerin yaptıkları çalışmalara yardımcı olurken; “Eşlik ve Benzerlik” konusu kapsamında sürgüye dayalı analizlerin ve “nesneyi noktadan genişlet” aracının kullanıldığı etkinliklerin ZGA odaklı öğrenme sürecine katkı sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu öğrenme süreci içerisinde orantısal akıl yürütmenin özel bir yere sahip olduğu görülürken, bu becerinin sürgünün hareketine dayalı değişmezleri araştırma sürecinden

ve tablolardaki örüntülere dayalı genelleme sürecinden de beslendiği düşünülmektedir. MEB'in 2013 yılında yapılandığı ortaokul matematik öğretim programında daha önce 7. sınıf konusu olarak kendisine yer bulan "Eşlik ve Benzerlik" konusunun 8. sınıf düzeyine kaydırıldığı bilinmektedir. Bununla birlikte yapılan araştırmada kazanımlara uygun DGY destekli etkinliklerin 7. sınıf öğrencilerine benzer çokgenlerin ilişkilendirilmesinde ve benzerlik oranının keşfedilmesinde etkili yollar sunabildiği görülmüştür.

Bu araştırmada odak katılımcıların yansıma ve dönme dönüşümüyle ilişkili kavramlar üzerinden ne tür çözüm yollarına ulaştıklarını ve çözüm adımlarını nasıl savduklarını incelemek amacıyla üçüncü klinik görüşmede "doğrulama" ve "gizli parçayı araştırma" türündeki problemlere yer verilmiştir. Bu problemler DGY araçlarının ve ZGA süreçlerinin etkin kullanımının yanında öğrencilerin tümdengelimli akıl yürütme süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan üst düzey problemler olarak tasarlanmışlardır. Diğer yandan katılımcıların yansıma dönüşümünde "orta dikme" kavramını; dönme dönüşümünde ise 180° dönme açısının özelliklerini henüz içselleştiremediklerinin görülmesi üzerine dördüncü öğretim bölümünün ardından yapılan son klinik görüşmede aynı tip problemlere yeniden yer verilmiştir. Driscoll vd. (2007) yansıma dönüşümünün öğrenimi bağlamında "orta dikme" kavramının temel bir kavram olarak ön plana çıktığını ve öğrencilerin simetrik noktaların yansıma doğrusuyla ilişkisini bu kavram üzerinden düşündüğünü vurgulamaktadır. Bu çalışmada da üçüncü klinik görüşmede ortaya çıkan eksikliklerin ardından dördüncü öğretim bölümünde "orta dikme" kavramının rolünün anlaşılmasını amaçlayan yeni tartışma süreçleri gerçekleştirilmiş ve son klinik görüşmede tüm katılımcıların çözüm adımlarını orta dikme-yansıma doğrusu ilişkisi üzerinden açıkladıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra Atakan ve Sera'nın iki eş çokgenin doğruya göre simetrik olup olmadıklarını incelerken simetrik köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarının paralel olması gerektiğine de vurgu yaptıkları ortaya çıkmıştır. Bu sonuç iki katılımcının yansıma dönüşümüne ilişkin öğrenmelerinde "paralellik" ilişkisini de içselleştirdiklerini göstermiştir. Bu akıl yürütme süreçleri, yansıma dönüşümüne ilişkin doğrulama problemlerinde DGY'nin "doğru parçası" ve "orta dikme" araçlarına dayalı çözümlerin ön plana çıkmasını sağlamıştır. Son klinik görüşmede odak katılımcıların tümü sürgüye bağlı dönme hareketinde dönme merkezinin yerini araştırırken 180° dönme dönüşümünün

özelliklerinden yararlanmışlar ve bu dönüşümde karşılıklı köşe noktalarının orta noktalarının çakıştığını belirtmişlerdir. Buna karşılık, sadece Atakan ve Lale'nin bu dönüşümün aynı zamanda noktaya göre simetri olduğunu açıklamışlardır. MEB'in 2013 yılında yürürlüğe koyduğu ortaokul matematik öğretim programında daha önce 7. sınıf konusu olan dönme dönüşümüne 8. sınıf düzeyinde yer verdiği ve noktaya göre simetri dönüşümüne ise yer verilmediği bilinmektedir. Bu çalışmada da öğrencilerin dönme dönüşümü-noktaya göre simetri ilişkisini kavramada zorlandıkları ve oluşum inşa etme etkinliklerinde dönme dönüşümünü sürece entegre etmedikleri görülürken; diğer yandan uygun DGY etkinlikleri aracılığıyla katılımcıların dönme merkezini, dönme açısını, dönme ile çember ilişkisini, dönme hareketinde şeklin duruşundaki değişimi kavradıkları görülmüştür. Buradan hareketle 7. sınıf düzeyinde dönme dönüşümüne yönelik temel özelliklerin anlaşılmasında DGY'nin öğrencilere olanaklar sunabildiği ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin DGY destekli dönme dönüşümü çalışmalarında “merkez ve bir noktadan geçen çember”, “izi aç” ve dönme dönüşümünü araştırırken “orta nokta veya merkez” araçlarının ön plana çıktıkları görülmüştür.

Katılımcıların dönme dönüşümünü noktaya göre simetri dönüşümüyle ilişkilendirmede zorlanmalarına karşılık, paralelkenar ve eşkenar dörtgen oluşumlarında noktaya göre simetri dönüşümünü sürece entegre ettikleri görülmüştür. Bu bağlamda bu iki dörtgende köşegenlerin birbirini ortalamadığı dikkate alınmış ve köşe noktalarının köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrik oldukları keşfedilmiştir. Aktaş ve Aktaş (2012) yaptıkları çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama çalışmalarında köşegenlerin nasıl kesiştikleri ve köşe noktalarının kesişim noktasına eşit uzaklıkta olup olmadıklarına dayalı analizlerin öğrenme sürecine ivme kazandırdığını ortaya koymuşlardır. Bunun yanı sıra DGY'deki çalışmaların da bu analiz sürecine yeni perspektifler sunabildiği görülmektedir. Gerçekleştirilen öğretim deneyinin sonuçları, 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde köşegenlerin ve köşe noktalarının özelliklerini analiz ederken noktaya göre simetri dönüşümünü sürece entegre edebildiklerini ve bu sayede dörtgenlere yönelik öğrenmelerini desteklediklerini göstermektedir. Katılımcıların noktaya göre simetri dönüşümünden yararlandıkları dörtgen oluşumlarında DGY'deki “noktada yansıt” aracı ön plana çıkarken; dörtgen oluşumlarında sıkça kullanılan diğer araçların “dik doğru”, “orta dikme” ve “doğruda yansıt” olduğu belirlenmiştir.

Katılımcıların dördüncü klinik görüşmede bu araçlardan yararlanarak öncelikle dörtgenlerin köşegenlerini oluşturmaya odaklandıkları belirlenmiştir.

Katılımcıların DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreçleri incelendiğinde öğretim deneyi boyunca bir takım zorluklarla karşılaştıkları görülmüştür. Assude vd. (2006) ve Assude (2007) tarafından yapılan çalışmalarda öğrencilerin enstrümantal oluşum sürecinde “enstrümantal zorluklarla” karşılaşabildikleri ve öğretmenin bu aşamada öğrencilere enstrümantal destek sağlaması gerektiği açıklanırken; DGY’de bu enstrümantal zorlukların neler olabileceğine yönelik bir araştırmanın literatürde yer almadığı görülmektedir. Enstrümantal oluşum, bir artefektin sağlayıcılarının ve öznenin sahip oldukları ön şemalarının diyalektiği sonucu bir kullanım şemasının oluşması olarak açıklanırken (Rabardel, 1995; Trouche, 2004); araştırmada hem öznenin ön bilgilerinin hem de artefektin bazı pedagojik sınırlılıklarının enstrümantal oluşum süreci içerisinde matematiksel bir göreve uygun araçları seçmede, araçları doğru biçimde kullanmada, DGY’deki geometrik temsil biçimlerini anlamada zorluklar yarattıkları keşfedilmiştir. Bu zorluklar, yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde ilişkili oldukları ön matematiksel bilgi eksikliği, önceki yazılıma dayalı alışkanlıklar, çizime dayalı alışkanlıklar ve sonradan ortaya çıkan oluşuma dayalı alışkanlıklarla ilişkili olarak modellenmiş ve öğretim deneyi boyunca öğrencilerin enstrümantal oluşumlarını desteklemede bu modelden yararlanılmıştır.

Öğretim deneyinin ilk bölümlerinde katılımcılarda sıkça ön matematiksel bilgi eksikliğine dayalı zorlukların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu noktada kullanılan yazılımın bir matematik yazılımı olması ve araçların hem işlevlerine hem de prosedürlerine yönelik bilgilerin bazı matematik bilgilerini gerektirmesi bazı öğrencilerde ilgili zorlukların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Drijvers (2000) yaptığı araştırmada öğrencilerin cebir problemlerini çözerlerken TI-92 hesap makinesinin ne zaman faydalı olacağına karar vermede ve makineyi daha etkili kullanacakları cebirsel stratejileri geliştirmede yetersiz kaldıklarını ortaya çıkarmıştır. Bir diğer araştırmada Drijvers ve Van Herwaarden (2000) cebir öğrenimi sırasında hesap makinelerinin kullanımının 9. sınıf öğrencileri için kolay olmadığını ve araçların prosedürleri altında yatan matematiksel anlamları bilmeyen öğrencilerin hesap makinelerini etkili biçimde kullanamadıklarını vurgulamışlardır. Hesap makinesinin kullanımındaki matematiksel bilgi eksikliğine dayalı zorluklar bağlamında Drijvers (2000) ve Drijvers ve

Herwaarden (2000) tarafından ortaya çıkarılan sonuçlar, bu araştırmada DGY kullanımındaki enstrümantal zorluklara ilişkin sonuçlarla benzerlikler göstermektedir. Bu zorlukların ortadan kaldırılması amacıyla öğretim deneyi içerisinde öğrencilerin matematiksel ön bilgilerindeki eksikliklerin tamamlanması sağlanmış ve bu bilgilerin DGY araçlarıyla ilişkileri üzerinde hatırlatıcı açıklamalar yapılmıştır.

Diğer yandan öğrencilerin enstrümantal zorluklarına neden olan “önceki yazılıma dayalı alışkanlıklar” öğrencilerin pilot uygulama sırasında kullanılan 3 boyutlu modelleme yazılımının araçlarına yönelik kullanım şemalarıyla yakından ilişkilidir. Bu yazılıma yönelik menü bilgisi ve araç prosedürü bilgisinin DGY’deki bazı araçların öğrenilmesini zorlaştırdığı belirlenirken, öğrenme psikolojisi alanında yapılan araştırmalarda ön öğrenmelerin sonraki öğrenmeleri zorlaştırdığı bu durumun “olumsuz aktarım (negative transfer)” olarak tanımlandığı görülmektedir (Perkins and Salomon, 1992). Öğretim deneyi kapsamındaki ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinin sonunda öğrencilerin önceki yazılıma ilişkin alışkanlıklarından kaynaklanan bir zorluk ile karşılaşmadıkları ortaya çıkarken; dördüncü öğretim bölümünde Veli’nin eski yazılıma ilişkin bir alışkanlığının yeniden ortaya çıktığı ve araç prosedürü odaklı zorluğa neden olduğu görülmüştür. Literatürde önceki öğrenmelere ve alışkanlıklara ilişkin bir davranışın artık ortaya çıkmaması durumu “sönme (extinction)” olarak adlandırılırken (Bouton 1988; Yeniçeri, 2003); sönmüş olan bir alışkanlığın bir süre sonra tekrar ortaya çıkması “kendiliğinden geri gelme (spontaneous recovery)” olarak tanımlanmaktadır (Benjamin, 2007; Dural, Gür ve Çetinkaya, 2015). Araştırmanın sonuçları kapsamında Veli’de gözlenen bu enstrümantal zorluğun temelinde de “kendiliğinden geri gelme” ile ilişkili psikolojik etkenlerin yer aldığı düşünülmektedir. Diğer yandan önceki yazılıma (GSU’ya) dayalı alışkanlıkların enstrümantal zorlukların dışında DGY’deki bazı araçların (çizim tahtasını taşı, geri-al, sil, yakınlaştır/uzaklaştır) kullanımını kolaylaştırdığı ortaya çıkmıştır. Bu durumun da literatürde “olumlu aktarım (positive transfer)” olarak tanımlanan öğrenme süreciyle ilişkili olduğu düşünülmektedir (Perkins and Salomon, 1992). Katılımcıların DGY araçlarıyla olan deneyimlerinin artışıyla birlikte “olumsuz transfer” ile ilişkili enstrümantal zorluklarının ortadan kalktığı belirlenmiştir.

Katılımcılarda ortaya çıkan enstrümantal zorlukların bir diğer nedeni oluşum ve çizim temsilleri arasındaki farkın anlaşılması ile ilgilidir. Bu noktada öğrencilerin yazı

tahtası, defter ve pilot uygulamada kullandıkları 3 boyutlu modelleme yazılımında “çizim” yapmaya yönelik alışkanlıklarının DGY’deki oluşum temsilinin özelliklerini anlamalarını ve geometrik oluşumları inşa etmelerini zorlaştırmıştır. Bu sonucun 17 yaş grubundaki öğrencilerle çalışan Iranzo – Domenech’in (2009) araştırma sonuçlarıyla paralellik gösterdiği görülmektedir. Iranzo – Domenech (2009) her birisi 2 ders saati olan toplam 3 öğretim bölümü sonunda “güvensiz” olarak sınıflandırılan katılımcıların DGY’deki oluşumları çizimlerden ayırt etmek konusunda zorluk yaşadıklarını ve oluşumun tek bir görüntüsü üzerinde akıl yürüttüklerini ortaya çıkarmıştır. Bununla birlikte Iranzo – Domenech (2009) “güvensiz” olarak sınıflandırdığı katılımcıların öğretmenin uygun öğretimsel etkinlikleri gerçekleştirmesiyle birlikte oluşumların incelenmesinde ve varsayımların test edilmesinde sürüklenme ve ölçme araçlarından faydalanmayı öğrendiklerini belirtmiştir. Klinik görüşmeler içerisinde benzer sonuçların ortaya çıktığı bu çalışmada da oluşum ve çizimi ayırt edemeyen öğrencilerin oluşum kavramının özelliklerini kavramaları için sürüklenme işleminden yararlanmaları, şekillerin özelliklerinin değişip değişmediği üzerinde tartışmaları, bağımlı–bağımsız şekilleri açıklamaları ve inşa ettikleri oluşumları sürüklenme testiyle değerlendirmeleri istenmiştir. Bu sayede DGY’deki geometrik oluşumların sahip oldukları “harekete dayanıklılık” (Tapan-Broutin, 2016) özelliğinin öğrenciler tarafından anlamlandırılması sağlanmıştır.

Diğer yandan oluşum inşasına dayalı zorluğun temelinde ön matematik bilgisi eksikliği ve araç prosedürüne dayalı zorluğun da yer alabildiği görülmüştür. Bu nedenlerle, odak katılımcıların dördüncü klinik görüşmeye kadar oluşum inşasına dayalı zorluklarla karşılaşmayı sürdürdükleri ortaya çıkmıştır. Birinci klinik görüşmede bazı odak katılımcıların bir geometrik yapının oluşumu yerine çizimini yaptıkları; buna karşılık kendilerine sunulan şekillerden hangilerinin oluşum olduğunu doğru tespit ettikleri görülmüştür. Bu noktada katılımcıların bir oluşumun inşasında uygun aşamalara dikkat etmemelerine karşılık; bir oluşumu değerlendirme sürecinde “harekete dayanıklılık” ve “değişmez özellik” unsurlarını doğru biçimde değerlendirebildikleri ortaya çıkmıştır. Oluşum inşa etme sürecinde DGY araçlarının ve matematiksel bilginin daha çok öne çıkmasının bu sonuca neden olduğu düşünülürken; odak katılımcıların öğretim deneyi içerisinde DGY araçlarına, geometrik kavramlara ve oluşum temsiline yönelik bilgilerini arttırdıkları; dördüncü klinik görüşmedeki kara kutu problemlerinde

tamamladıkları oluşumları sürüklenme testi yardımıyla değerlendirdikleri ve hataları üzerinde akıl yürüterek oluşumlara yönelik doğru stratejileri geliştirmeyi başardıkları belirlenmiştir. Bu noktada Olivero (1999), Arzarello (2001), Arzarello vd. (2002) tarafından “sürüklenme testi” olarak tanımlanan sürüklenme stratejisinin öğrencilerin inşa edilen oluşumları değerlendirmelerinde ve hatalarını kendi kendilerine düzeltilmelerinde önemli yere sahip olduğu görülmüştür.

Araştırma sürecinde Veli'nin DGY'de oluşum özelliğine sahip olmayan “iz” üzerinde oluşum gibi işlem yapmaya çalıştığı görülmüştür. Ortaya çıkan bu enstrümantal zorluğun temelinde Veli'nin DGY'deki oluşum temsiline yönelik kazanmış olduğu alışkanlıkların yer aldığı düşünülmektedir. Bu zorluk türü, öğrencilerde ender olarak ortaya çıkmakla birlikte; öğretmenin DGY'deki farklı temsil biçimlerinin arasındaki farklara ilişkin açıklamalar yapmasını gerektirmiştir.

Öğretim deneyi içerisinde katılımcılarda ortaya çıkan diğer iki enstrümantal zorluk menü bilgisi ve araç ikonu benzerliğine dayalı zorluklardır. Bu zorlukların katılımcıların çözüme ulaşmasını engellemediği ancak zaman kaybı yaratma ve konsantrasyonu bozma gibi olumsuz durumlar yarattığı görülmüştür. Öğretim sürecinde dijital teknolojilerin ve multimedya araçlarının kullanımında öğrencilerin karmaşık arayüz ya da araç menüleri nedeniyle görevlerini yerine getirmekte zorlandıkları bu durum literatürde bilişsel yük (cognitive load) olarak tanımlanırken (Demirbilek, 2004; Mayer and Moreno, 2003), araştırmacılar öğrencilerin öğrenme ortamlarındaki konu dışı yüklerinin azaltılması için öğretmenlerin araçlara yönelik dikkatli bir düzenlemeye gitmeleri gerektiğini açıklamaktadırlar (Kılıç Çakmak, 2007; Paas, Renkl and Sweller, 2004). Bu nedenle araştırmacı öğrencilerin DGY'yi kullanırlarken çok sayıda araç menüsü ve ikonu karşısında bilişsel yük yaşamalarını önlemek için didaktik düzenlemede araç çubuğunu dersin kazanımlarına bağlı olarak sadeleştirmiş ve benzer ikona sahip olan araçlardan kazanıma uygun olmayanlar araç menüsünden çıkarılmıştır.

Odak katılımcıların klinik görüşmelerdeki çözümlerinde çeşitli akıl yürütme süreçlerini ortaya çıkardıkları görülmüştür. Bu çerçevede, ön klinik görüşmede kâğıt üzerinde verilen doğrulama türündeki problemde ağırlıklı olarak şekillerin görünüşüne bağlı algısal düşünme süreçlerinin kullanıldığı; ikinci klinik görüşmedeki geometrik yer keşfine yönelik problemde tüm odak katılımcıların işaretlenen noktaların oluşturduğu örüntüye dayalı olarak tümevarımsal akıl yürütmeyi gerçekleştirdikleri; Atakan ve

Veli'nin üçüncü klinik görüşmedeki doğrulama türündeki problemde geri-çıkarm (abduction) sürecini uyguladıkları; tüm katılımcıların dördüncü klinik görüşmede DGY'deki doğrulama türündeki problemde tümdengelimli akıl yürütme sürecini gerçekleştirdikleri; dördüncü klinik görüşmede kağıt üzerinde verilen geometrik yer keşfi türündeki problemde tümevarımsal akıl yürütmenin ortaya çıktığı; yine dördüncü klinik görüşmede kağıt üzerinde verilen doğrulama türündeki problemde ise algısal düşünmenin ve tümdengelimli akıl yürütme süreçlerinin bir arada kullanıldığı görülmüştür. Literatürde DGY'deki akıl yürütme süreçlerine yönelik benzer araştırmalar incelendiğinde Gillis (2005) lise düzeyindeki öğrencilerin dinamik geometri ortamlarında verilen geometrik yapıları araştırırken tümevarımsal ve tümdengelimli akıl yürütme süreçlerini bir arada barındıran kanıt süreçlerini gerçekleştirdiklerini ortaya koymuştur. Bunun yanında Arzarello vd. (2002) ve Baccaglini-Frank (2011) DGY'deki problemlerde sürüklenme stratejileri yardımıyla yapılan akıl yürütme süreçlerini inceledikleri farklı çalışmalarda öğrencilerin algısal düşünme biçiminden kuramsal düşünme biçimine geçiş yaparlarken geri-çıkarm (abduction) olarak tanımlanan olasılığa dayalı akıl yürütme sürecini gerçekleştirebildiklerini belirlemişlerdir. Literatürdeki bu sonuçlar, gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarıyla benzerlik gösterirken, öğrencilerin üçüncü klinik görüşme kapsamında DGY'de sürüklenme dışındaki araçlar yardımıyla da geri-çıkarm sürecini gerçekleştirebildikleri gözlenmiştir.

Atakan ve Veli'nin üçüncü klinik görüşmede iki eş çokgenin bir doğruya göre simetrik olup olmadığını inceledikleri doğrulama türündeki problemlerde geri-çıkarm türündeki akıl yürütme sürecini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu problemlerin ilkinde iki katılımcı da geri-çıkarm ile doğru sonuca ulaşırlarken; benzer türdeki ikinci problemde Atakan kullandığı düşünme biçiminin hatalı sonuç vereceğini hissederek akıl yürütme sürecini değiştirmiş; Veli ise geri-çıkarm aracılığıyla hatalı sonuca ulaşmıştır. Katılımcıların bu geri-çıkarm sürecinde eş çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktalarının doğrudan olup olmadığını inceledikleri ve incelemeye bağlı olarak çıkarım yaptıkları görülmüştür. Bu noktada de Villiers ve Heideman (2014) yaptıkları araştırmada öğrencilerin DGY'de yaptıkları kanıt çalışmalarında üretilen hatalı bir çıkarımın yanlışlanmasında aksine örnek durumların gösterilmesinin önemli olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu araştırma sürecinde de de Villiers ve Heideman'ın (2014)

önerilerine uyacak biçimde öğrencilerin hatalı çıkarımlarını görmelerini sağlayacak aksine örnek durumlar hazırlanmış ve sınıfa sunulmuştur. Bu öğretim yönteminin öğretim sürecinin ilerleyen aşamalarında ve dördüncü klinik görüşmede olumlu sonuç verdiği gözlenmiştir.

Dördüncü klinik görüşme sonuçları, odak katılımcıların oluşum inşası çalışmalarında oluşumların içerisindeki bağımlı ve bağımsız parçaları incelediklerini ve bu parçalar üzerinde akıl yürüterek stratejiler geliştirdiklerini göstermiştir. Bu noktada Hazzan ve Goldenberg (1997) tarafından yapılan çalışmada lisans öğrencileri DGY’de sürüklemeye dayalı araştırmaların oluşumlar içerisindeki fonksiyonel ilişkilerin ortaya çıkmasında etkili biçimde kullanılabileceğini belirtirlerken; Jones’un (2000) araştırma sonuçları 12 yaşındaki öğrencilerin dörtgen oluşumları içerisindeki bağımlı ve bağımsız nesnelere inceleyerek dörtgenlerin özelliklerine yönelik çıkarımlar yaptıklarını ortaya koymuştur. Bu iki araştırmadan çıkan sonuçlar bu çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Bu bağlamda odak katılımcıların sürüklemeyi bağımlı ve bağımsız nesnelere araştırmada etkili biçimde kullandıkları çıkarımına ulaşılmıştır. Diğer yandan öğretim deneyi içerisinde bağımlı – bağımsız nesne kavramlarının anlaşılması için öğrencilerin “biz ve aynadaki görüntümüz”, “buzdolabının kapağı ve ışığı” gibi metaforları üzerinde düşünmeleri ve örnek durumlar üzerinde tartışmaları sağlanmıştır. Presmeg, Barrett ve McCrone (2007) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdikleri araştırmada oluşumlar üzerinde işbirlikli tartışma süreçlerinin ve oluşumları çizimlerden ayırt etmek için kullanılan metaforların katılımcıların öğrenme süreçlerine katkı sağladığını belirtirlerken; de Villiers (2007) DGY’deki çalışmalarda bağımlı ve bağımsız nesnelere arasındaki neden-sonuç ilişkilerinin ve oluşumların özelliklerinin anlaşılmasının önemine vurgu yapmıştır. Öğretim deneyi içerisinde hazırlanan öğretim süreçlerinde bu çalışmaların sonuçlarından yararlanılırken; son klinik görüşmede odak katılımcıların tümünün istenen dörtgen oluşumlarını başarılı şekilde tamamladıkları da ortaya çıkmıştır.

Katılımcıların oluşumlara yönelik çözüm süreçlerini ve sürükleme stratejilerindeki becerilerini geliştirmelerinde “kara kutu” etkinliklerinin özel bir yere sahip olduğu görülmüştür. Bu çerçevede “kara kutu” etkinliklerinin araştırmaya dönük doğasının ve farklı çözüm yollarına olanak veren potansiyelinin bu sonuçların ortaya çıkmasını sağladığı düşünülmektedir. Ayrıca Jahn (2000) DGY’deki “kara kutu”

etkinliklerinin öğrencilerin dönüşüm geometrisine yönelik kavramları içselleştirmesine ve geometrik yapılardaki değişmezleri anlamalarına olanak sağladığını vurgulamaktadır. Bu araştırmada da öğrenciler “kara kutu” kapsamında çokgenlerin özelliklerini dönüşüm geometrisiyle ilişkilendirmişler, oluşumların içerisindeki bağımlı-bağımsız yapıları analiz etmişler ve değişmezlere yönelik genellemeler yapmışlardır. Odak katılımcıların tümünün dördüncü klinik görüşmede başarılı biçimde tamamladığı iki problem de “kara kutu” yaklaşımına göre hazırlanmıştır. Bu problemlerde öğrencilerin özelliklerini araştırdığı dörtgen oluşumlarından birisi öğretim programında yer alan “eşkenar dörtgen”; diğeri ise öğretim programında yer almayan “deltoit” kavramıdır. Öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları bir dörtgen oluşumunu öğretmenden bağımsız olarak analiz edip edemediklerini incelemek amacıyla “deltoit” oluşumuna problemlerde yer verilirken; katılımcılar çözümlerinde DGY araçlarını etkin biçimde kullanmışlar ve ZGA süreçlerini başarılı biçimde gerçekleştirmişlerdir.

Katılımcıların eşkenar dörtgene ve deltoite yönelik yeni oluşumları yaparlarken köşegene odaklı çözüm adımlarını ön plana aldıkları görülmüştür. Yeşil (2015) yapmış olduğu çalışmada ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri öğrenirken köşegen ilişkilerini kavramada sıklıkla zorluklar yaşadıklarını ortaya koyarken; bu araştırmanın sonuçları DGY’de dörtgenler hiyerarşisine uygun biçimde planlanan öğretim etkinliklerinin köşegenlerin ilişkilerine yönelik öğrenme süreçlerini güçlendirdiğini ortaya çıkarmıştır.

Öğretim deneyinin ilk bölümünde Veli’nin ve Nuray’ın DGY araçlarını kullanmada diğer katılımcılara göre daha fazla enstrümantal zorlukla karşılaştıkları görülmüştür. Bu durumun ortaya çıkmasında iki katılımcının da evinde özel bilgisayarlarının bulunmamasının etkili olduğu düşünülmektedir. Diğer yandan süreç içerisinde Veli’nin bu zorlukların üstesinden gelmek konusunda Nuray’a göre daha hızlı ilerleme kaydettiği gözlenmiştir. Drijvers ve Van Herwaarden (2000) 9. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmanın sonunda teknoloji destekli öğrenme ortamlarında öğrenciler arasındaki etkileşimin ve sınıf içi tartışmaların öğrenme sürecini destekleyebildiğini vurgulamışlardır. Bu noktada Nuray’ın Veli’ye kıyasla matematik ön bilgisi eksikliklerinin daha fazla olmasının yanında, Veli’nin grup arkadaşıyla (Atakan) daha etkili bir iletişim kurmasının da iki katılımcının performanslarının farklılaşmasına neden olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda Veli ile birlikte çalışan Atakan’ın öğretim deneyinin ilk haftalarında DGY’yi kullanmak konusunda baskın rol

oynamasına karşılık, sonraki süreçte Veli ile daha paylaşımcı çalışması, Veli'nin karşılaştığı zorluklarda ona yardımcı olması ve problem çözümlerindeki tartışmalarda Veli ile fikirlerini paylaşması öğrenme sürecinin gelişiminde önemli görülmektedir.

Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin teknoloji destekli öğretim süreçlerinde belirli enstrümantal orkestrasyon tiplerini kullanmayı tercih ettikleri ve sınıf bağlamı içerisinde yeni orkestrasyon tiplerinin ortaya çıkabildiği bilinmektedir (Drijvers, 2012; Drijvers vd., 2013; Şay and Akkoç, 2015; Tabach, 2013). Bu çalışmada ise araştırmacı toplam 15 haftalık öğretim sürecini kapsayan 4 öğretim bölümü içerisinde, 2 tanesi yeni olmak üzere, 12 tür enstrümantal orkestrasyon tipini kullanmıştır. Bu orkestrasyon tipleri teknik tanıtım, yürüyerek çalışma, rehberlik etme ve açıklama, tahtada öğretim, teknoloji kullanılmayan açıklama, ekrandakini açıklama, ekran ve tahta (kâğıt) arasında ilişki kurma, ekrandakini tartışma, belirleme ve gösterme, Sherpa iş başında, işbirlikli problem çözme, zamana karşı sınıf imecesi orkestrasyonlarıdır. Öğretim süreci boyunca bu kadar fazla orkestrasyon tipinin kullanılmasının birinci nedeni, sınıftaki öğrencilerin DGY'deki öğrenme düzeylerinin heterojen bir yapı göstermesidir. Bu nedenle DGY'de hızlı gelişim gösteren grupların yanında yavaş gelişim gösteren gruplara da yardımcı olacak orkestrasyon tipleri sürece entegre edilmiştir. İkinci olarak, araştırmacının öğretmen masasındaki A2 nolu bilgisayarda kullandığı ekran kilitleme işlemi, öğretmen merkezli ve öğrenci merkezli orkestrasyon tipleri arasında hızlı geçişlere olanak vermiştir. Bu durum çeşitli orkestrasyon tiplerinin aynı etkinlik içerisinde kullanımını sağlamıştır. Üçüncü olarak, öğretim deneyinde uygulanan 4 öğretim bölümü içerisinde öğrencilerin enstrümantalizasyon ve enstrümantasyon süreçlerine, hedeflenen ZGA süreçlerine ve geometri konularının kazanımlarına bağlı olarak 6 temel etkinlik türü tasarlanmıştır. Bu etkinlik türleri de yapılarına bağlı olarak farklı orkestrasyon tiplerinin kullanımını gerekli kılmıştır. Örnek olarak, “aracı tanıma” türündeki etkinliklerin yürütülmesinde “teknik tanıtım” ve “rehberlik etme ve açıklama” orkestrasyonları; “bir geometrik yapıyı analiz etme” türündeki etkinlikte “ekrandakini tartışma” ve “ekrandakini açıklama” orkestrasyonları; “oluşum inşası” türündeki etkinliklerde “işbirlikli problem çözme”, “Sherpa iş başında”, “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonları ön plana çıkmıştır. Etkinlikler içerisinde öğrencilerin performanslarına, karşılaştıkları zorluklara ve ihtiyaçlarına bağlı olarak diğer orkestrasyon türleri de sürece dâhil edilmişlerdir.

Dördüncü olarak, öğretim sürecinde öğretmen rolündeki araştırmacının literatürde tanımlanan farklı orkestrasyon tiplerini bilmesi ve uygulanan her öğretim bölümünün ardından sürecin değerlendirilerek öğrencilere fayda sağlayabilecek yeni yöntemlerin planlanması çeşitli orkestrasyon tiplerinin kullanımına neden olmuştur. Örnek olarak, birinci hafta içerisinde uygulanan “Sherpa iş başında” orkestrasyonunda sınıfta pek çok öğrencinin öğretmen masasında çalışmalarını sunmak konusunda çekingen kalması dolayısıyla ikinci hafta “ekrandakini tartışma” orkestrasyonuna ağırlık verilmiş; sonraki öğretim bölümlerinde öğrencilerin yaygın olarak yapılan hataları görmeleri için “belirleme ve gösterme” orkestrasyonu kullanılmış; öğrenciler arasındaki işbirliğini ve motivasyonu güçlendirmek amacıyla “işbirlikli problem çözme” ve “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonları planlanmış ve “Sherpa iş başında” orkestrasyonu bu iki orkestrasyon tipini takip edecek biçimde yeniden öğretime dâhil edilmiştir.

Öğretim deneyi içerisinde öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırması amacıyla uygulanan çeşitli orkestrasyon tipleri sayesinde öğrencilerin DGY’deki pek çok problem çözme stratejisini birbirlerinden öğrendikleri gözlenmiştir. Bu bağlamda Sıla’nın dördüncü klinik görüşme içerisinde sorulan “gizli parçayı araştırma” probleminde kullandığı araçlarda grup arkadaşı olan Sera’nın stratejilerinden etkilenmiş olduğu görülürken; Atakan ve Veli’nin dörtgen oluşumlarının inşasında noktaya göre simetri dönüşümünü kullanma stratejisini Lale’nin çözümlerinden öğrendikleri düşünülmektedir. Diğer yandan Lale bu stratejinin kullanımında diğer öğrencilerin düşüncelerini etkilemiş olmasına karşılık; süreç içerisinde sınıfta daha yaygın olarak kullanılan yansıma dönüşümü odaklı stratejileri ön plana almayı tercih ettiği belirlenmiştir. Lale’nin bu tercihinin “oluşum inşası” problemlerinde Nuray’ın kullandığı yansıma dönüşümü odaklı stratejilerin gelişmesinde de etkili olduğu tahmin edilmektedir. Bu sonuçlar teknoloji destekli matematik öğrenimi içerisinde öğrenciler arasındaki etkileşimin önemini vurgulayan Drijvers ve Van Herwaarden’ın (2000) düşüncelerini de yeniden desteklerken; bu bağlamda “işbirlikli problem çözme”, “zamana karşı sınıf imecesi”, “ekrandakini tartışma” ve “Sherpa iş başında” orkestrasyonlarının DGY destekli öğrenme ortamındaki sınıf içi etkileşimi arttırmada etkili biçimde kullanıldıkları çıkarımına ulaşılmıştır.

Gerçekleştirilen öğretim deneyi içerisinde “işbirlikli problem çözme” ve “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonları iki yeni orkestrasyon tipi olarak ortaya çıkmıştır.

“İşbirlikli problem çözme” orkestrasyonu, iki kişilik öğrenci gruplarının problem durumlarıyla baş başa bırakıldıkları ve öğrencilerin işbirlikli çalışarak çözüm yolları geliştirmelerinin sağlandığı öğrenci merkezli bir orkestrasyon tipidir. Bu orkestrasyon tipinin ortaya çıkmasında, her iki öğrenciye bir bilgisayar düşmesi önemli rol oynamıştır. “Zamana karşı sınıf imecesi” ise tüm sınıfın bir geometrik oluşumu verilen süre içerisinde tamamlamasının istendiği bir orkestrasyon tipidir. Bu orkestrasyon tipi sınıftaki tüm öğrencilerin derste aktif hale getirilmesi, öğrencilerin motivasyonlarının artırılması, sınıftaki işbirlikli çalışmanın geliştirilmesi amacıyla hazırlanmış ve uygulanmıştır. Bu orkestrasyonda öğretmenin rolü öğrencilerin tamamladıkları oluşumların doğru olup olmadığını kontrol etmek ve öğrencilerin birbirine destek sağlarken sadece sözel ipuçlarını kullanmalarını sağlamaktır. Bu orkestrasyon tipi de “işbirlikli problem çözme” gibi öğrenci merkezli yapıdadır. Araştırmacı bu iki orkestrasyon tipini hazırlarken, ZGA süreçlerinin gelişiminde probleme dayalı çalışmaların (Driscoll vd., 2008) ve enstrümantal oluşum sürecinde de sınıf içi tartışmaların (Drijvers and Van Herwaarden, 2000) önemli olduğunu göz önüne almıştır. Bu noktada Şay ve Akkoç (2015) öğretmenlerin sahip oldukları sosyo matematiksel normların, tercih ettikleri orkestrasyon tipleriyle yakından ilişkili olduğunu ortaya koyarlarken; bu araştırmada da benzer biçimde araştırmacının DGY destekli geometri öğretiminde sınıf içi tartışmaya ve probleme dayalı öğretimin önemli olduğuna yönelik öğretimsel inançlarının “işbirlikli problem çözme” ve “zamana karşı sınıf imecesi” orkestrasyonlarını tasarlamasına neden olduğu görülmektedir.

DGY’de tümdengelimli akıl yürütme süreçlerini gerçekleştirme becerisi kazanan öğrencilerin kâğıt-kalem problemlerinde algısal düşünmeye dayalı çıkarımlarını da sürdürdükleri ve dolayısıyla henüz formal bir kanıt oluşturacak beceriyi kazanmamış oldukları görülmüştür. Bu noktada Van Hiele (1984) tarafından tanımlanan geometrik düşünme düzeylerine göre, bireyler geometride formal kanıt yapma becerisini dördüncü düzey içerisinde kazanmaktadırlar. Bunun yanında bu düzeyin yaygın olarak lise düzeyindeki öğrencilerde gerçekleştiği göz önüne alındığında, araştırmaya katılan ortaokul düzeyindeki öğrencilerin üçüncü düzeyin gerektirdiği tümdengelimli akıl yürütme süreçlerini gerçekleştirmelerine karşılık; henüz formal yapıda bir kanıt ortaya koyamamaları olağan bir durum olarak değerlendirilmektedir.

6. ÖNERİLER

Araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak, ileriki araştırmalara ve matematik eğitimcilerine bazı öneriler sunulmuştur.

1. Araştırmanın sonuçları 7. sınıf öğrencilerinin ZGA sürecinin gelişimine odaklanan DGY destekli geometri öğretiminin ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerine katkı sağladığını ortaya koymuştur. Bu sonuçlardan hareketle, ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri öğretiminde öğrencilerin ZGA süreçlerini desteklemek amacıyla DGY'den etkili biçimde faydalanabilecekleri görülmektedir. Bunun yanında sonuçlar, öğrencilerin DGY destekli doğrulama süreçlerinde matematiksel kanıtta önemli yeri olan varsayım üretme, tümdengelimli akıl yürütme ve tartışma süreçlerini de gerçekleştirdiklerini göstermiştir. Bu nedenle öğretmenlere, ortaokul geometri öğreniminde öğrencilerdeki kanıt becerilerini geliştirmek için DGY'deki araştırma, varsayım üretme ve tartışma odaklı etkinlikleri sınıf bağlamına uygun orkestrasyon biçimleri yardımıyla kullanmaları önerilmektedir.
2. Çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinde farklı nedenlerle bazı enstrümantal zorlukların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu noktada, ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerde DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreçlerini desteklerken bu zorluk türlerini dikkate almalarının DGY destekli öğretim sürecine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Bunun yanında araştırma sürecinde bazı öğrencilerin geometrik problemleri çözerken düşüncelerini belli araçları merkeze alarak gerçekleştirdikleri, bu araçları enstrüman haline getirdikleri; buna karşılık belirli araçları kullanmaktan kaçındıkları görülmüştür. Örnek olarak bazı öğrencilerin geometrik yapıları incelerken ölçme araçlarını sıklıkla kullanmayı tercih ettikleri; oluşum etkinliklerinde bazı öğrencilerin “doğruda yansıt” odaklı stratejilere odaklanırken; diğerlerinin “noktada yansıt” aracına odaklandıkları; öğrencilerin bir bölümünün yaptıkları incelemelerde “izi aç” aracınının sağladığı olanaklardan yararlandıkları belirlenmiştir. Ortaya çıkan bu sonuçların, DGY destekli öğretim sürecinde öğrencilerin hangi araçları ön plana

aldıkları konusunda ortaokul matematik öğretmenlerine ipuçları sağlayabileceği ve öğretim sürecini planlamada onlara yardımcı olabileceği düşünülmektedir.

3. Araştırma kapsamında DGY destekli geometri öğretimi için GeoGebra yazılımı kullanılmış ve pilot çalışmada 3 boyutlu modelleme yazılımına (GSU) yönelik deneyimleri olan ortaokul öğrencilerinin GeoGebra'ya ilişkin enstrümantal oluşum süreçlerine odaklanılmıştır. Sonraki araştırmalarda bilgisayar yazılımlarına ilişkin farklı deneyimlere sahip öğrencilerin DGY araçlarına yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinin nasıl ortaya çıktığı ve ne tür enstrümantal zorluklarla karşılaştıklarının incelenerek sonuçların karşılaştırılabileceği düşünülmektedir. Diğer yandan bu çalışmadaki öğretim deneyinin ardından GeoGebra 5'in güncel sürümlerinin üretildiği; bu sürümlerde “doğru”, “ışın”, “doğru parçası” araçlarının kullanımında, GSU'daki gibi, farenin sol tuşuna basılı tutularak işlem yapılabildiği görülmüştür. Sonraki araştırmalarda bu farklılaşmanın dikkate alınması ve öğrencilerin ilgili araçları nasıl kullandıklarının bu bağlamda değerlendirilmesi önerilmektedir.
4. Araştırmada kullanılan “açı” aracının prosedürü öğrenciler için pedagojik sınırlılığa sahip olduğu için araştırmacı bu araca yönelik düzenlemeler yapmış ve aracın pedagojik sınırlılıklarını ortadan kaldırmıştır. Bu çerçevede ortaokul matematik öğretmenlerinin de öğrencilerin uygulama sürecini kolaylaştırmak için ilgili araca yönelik benzer düzenlemeyi yapmaları önerilmektedir.
5. Yapılan araştırmada sosyo-ekonomik durumu orta – düşük düzey arasındaki bölgede yer alan bir ortaokuldaki öğrencilerin DGY'ye yönelik enstrümantal oluşum süreçlerine odaklanılmıştır. Bu noktada katılımcıların bazılarının evlerinde bilgisayar olmadığı ve okul dışında bilgisayara sınırlı biçimde ulaştıkları bilinmektedir. Bu durum öğrencilere DGY destekli geometri öğrenimine yönelik ödevler verilmesini engellemiştir. Yapılacak sonraki araştırmalarda farklı sosyo-ekonomik bölgelerdeki öğrencilerin DGY'ye yönelik ödevler yardımıyla enstrümantal oluşum süreçlerinin nasıl ortaya çıktığının araştırılabileceği düşünülmektedir.
6. Çalışmanın uygulandığı bilgisayar sınıfında iki öğrenci için bir bilgisayar yer aldığı için DGY destekli öğretim süreci ikili gruplarla yürütülmüştür. Bu durumun kimi gruplarda işbirlikli çalışmayı güçlendirmesine karşılık, bazı gruplar içerisinde bilgisayar kullanma becerisi iyi olan öğrencilerin DGY'yi

kullanmada baskın rol üstlenmesine, diğer öğrencilerin ise enstrümantal oluşum süreçlerinin daha yavaş gerçekleşmesine ve matematiksel bilgiyi bilgisayarı daha iyi kullanan arkadaşlarının yöntemleri üzerinden öğrenmelerine neden olduğu görülmüştür. Bu noktada sonraki araştırmaların da her öğrenci için bir bilgisayarın yer aldığı öğrenme ortamlarında DGY destekli geometri öğreniminin nasıl ortaya çıktığını inceleyerek sonuçları karşılaştırabileceği düşünülmektedir.

7. Araştırmada 2009 yılında hazırlanmış olan ilköğretim matematik öğretim programı çerçevesinde tasarlanan DGY destekli öğretim ortamlarında 7. sınıf düzeyindeki öğrencilerin ZGA süreçlerinin nasıl ortaya çıktığına odaklanılmıştır. Sonraki araştırmalarda yeni ortaokul matematik öğretim programı (MEB, 2013a) kapsamındaki kazanımlara yönelik tasarlanacak DGY destekli öğrenme ortamlarında öğrencilerin ZGA süreçlerinin nasıl ortaya çıktığının araştırılabileceği ve 8. sınıf düzeyini de kapsayan boylamsal çalışmaların yapılarak uzun vadede öğrencilerdeki ZGA süreçlerinin nasıl şekillendiğinin incelenebileceği düşünülmektedir.
8. Gerçekleştirilen öğretim deneyi “Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler”, “Eşlik ve Benzerlik”, “Dönüşüm Geometrisi” ve “Dörtgenler” konularına ilişkin kazanımlara yönelik DGY destekli öğretim süreciyle sınırlandırılmıştır. Bu süreçte “Örüntü ve Süslemeler”, “Çember ve Daire” ve “Geometrik Cisimler” konularının kazanımlarına yönelik DGY destekli öğretim yapılmamıştır. Gelecek araştırmalarda “Çember ve Daire” konusunun DGY’deki öğrenimine yönelik daha detaylı öğretim deneylerinin yapılması ve öğrencilerin kavramlara yönelik akıl yürütme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi önerilmektedir.
9. Yapılan araştırmada öğrencilerin GeoGebra yazılımına ilişkin karşılaştıkları enstrümantal zorluklar ve problemleri çözerken enstrüman olarak kullandıkları araçlar incelenmiştir. Bu bağlamda geometri öğretiminde kullanılan farklı yazılımlarda hangi enstrümantal zorlukların ortaya çıktığının ve problem çözümlerinde hangi araçların enstrüman haline getirildiğinin araştırılabileceği; ortaya çıkan sonuçların karşılaştırılabileceği düşünülmektedir.
10. Çalışmanın uygulandığı sınıfta; öğrenci özellikleri, ZGA süreçlerinin gereklilikleri ve kişi başına düşen bilgisayar sayısı dikkate alınmış ve literatürde tanımlanan orkestrasyon biçimlerinin dışında bağlama özgü yeni orkestrasyon

biçimleri de kullanılmıştır. Bu çerçevede ortaokul matematik öğretmenlerinin DGY destekli geometri öğretimini yürütürken bu araştırmada ortaya çıkan orkestrasyon biçimlerini kendi öğretim süreçlerine uyarlayabilecekleri düşünülmektedir. Bunun yanında, öğretmenlerin bu uyarlamayı yaparken kendi sınıflarındaki kültürel, psikolojik ve teknolojik değişkenleri dikkate almaları ve gerektiğinde ortama özgün yeni orkestrasyon tiplerini planlamaları önemli görülmektedir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademedede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (4. baskı). Bursa: Aktüel Yayınevi.
- Aktaş, D.Y. ve Aktaş, M. C. (2012). 8. Sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online*, 11 (3), 714–728.
- Arzarello, F. (2001). Dragging, perceiving and measuring: physical practices and theoretical exactness in Cabri environments. *Proceedings of Cabriworld 2, Montreal, Plenary Lecture*.
<http://www.tact.fse.ulaval.ca/outils2/Cabri/2001/contributions/Arzarello.pdf>
(Erişim tarihi: 17.10.2014)
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. and Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34 (3), 66–72.
- Artigue, M. (1998). Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies. J. D. Tinsley and D. C. Johnson (Eds.), *Information and communications technologies in school mathematics* içinde (s. 121–129). Chapman & Hall.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, 7, 245–274.
- Assude T., Grugeon B., Laborde C. and Soury-Lavergne S. (2006). Study of a teacher professional problem: how to take into account the instrumental dimension when using Cabri-geometry. *Proceedings of the 17th Study Conference of the International Commission on Mathematical Instruction*. Hanoi, Vietnam, December 3-8, 2006, ICMI 17, c9, C. Hoyles, J. B. Lagrange, L. H. Son and N. Sinclair (Eds.).

- Assude, T. (2007). Teachers' practices and degree of ICT integration. *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca, Cyprus, February 22-26, 2007, CERME 5, pp. 1339-1348. D. Pitta-Pantazi and G. Philippou (Eds.).
- Baccaglioni-Frank, A. (2010). *Conjecturing in dynamic geometry: A model for conjecture generation through maintaining dragging*. Unpublished Doctoral Dissertation, Durham: University of New Hampshire.
- Baccaglioni-Frank, A. (2011). Abduction in generating conjectures in dynamic geometry through maintaining dragging. *Proceedings of the 7th Conference on European Research in Mathematics Education*, Rzeszow, Poland, February 9 -13, 2011, CERME 7, M. Pytlak, T. Rowland and E. Swoboda (Eds.).
- Baccaglioni-Frank, A. and Mariotti, M. A. (2010). Generating conjectures in dynamic geometry: The maintaining dragging model. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15 (3), 225–253.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (genişletilmiş 4. baskı), Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* içinde (s.216–230). London, U.K.: Hodder & Stoughton.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 843–908). NCTM. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Battista, M. T. and Clements, D. H. (1995). Geometry and proof. *Mathematics Teacher*, 88 (1), 48–54.
- Benjamin, L. T. (2007). *A brief history of modern psychology*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Bogdan, R.C. and Biklen, S.K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods* (5th ed.). Boston: Pearson Education.

- Bouton, M. E. (1988). Context and ambiguity in the extinction of emotional learning: Implications for exposure therapy. *Behaviour Research and Therapy*, 26 (2), 137–149.
- Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E.Bingölbali, S. Arslan ve Zembat, İ. Ö (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 277–290). Ankara: Pegem Akademi.
- Bretscher, N. (2009). Dynamic geometry software: The teachers' role in facilitating instrumental genesis. *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Lyon, France, January 28 – February 1, 2009, CERME 6, pp. 1340-1348, F. Arzarello, V. Drand-Guerrier and S. Soury-Lavergne (Eds.).
- Cantürk-Günhan, B. ve Açıkan, H. (2016). Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7 (1), 1–23.
- Chan, K. K. and Leung S. W. (2014). Dynamic geometry software improves mathematical achievement: systematic review and meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 51 (3), 311–325.
- Cobb, P. and Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), 83–94.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. and Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32 (1), 9–13.
- Creswell, J.W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Czarnocha, B. and Maj, B. (2008). Teaching experiment. B.Czarnocha (Ed.). *Handbook of mathematics teaching-research - a tool for teacher-researchers* içinde (s. 47-58). University of Rzeszow.
- Denzin, N.K. and Lincoln, Y.S. (2005). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. N.K. Denzin and Y.S. Lincoln (Eds.), *The sage handbook of qualitative research* (2nd ed.) içinde (s. 1-43). Thousand Oaks, CA: Sage.

- de Villiers, M. (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad*. Key Curriculum Press, Emeryville, CA.
- de Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35 (5), 703–724.
- de Villiers, M. (2007). Some pitfalls of dynamic geometry software. *Learning and Teaching Mathematics*, 4, 46–52.
- de Villiers, M. and Heideman, N. (2014). Conjecturing, refuting and proving within the context of dynamic geometry. *Learning and Teaching Mathematics*, 17, 20–26.
- Demirbilek, M. (2004). *Effects of interface windowing modes and individual differences on disorientation and cognitive load in a hypermedia learning environment*. Unpublished Doctoral Dissertation, Florida: University of Florida.
- Drijvers, P. (2000). Students encountering obstacles using a CAS. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5 (3), 189–209.
- Drijvers, P. (2012). Teachers transforming resources into orchestrations. G. Gueudet, B. Pepin and L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development içinde* (s. 265-281). Netherlands: Springer Science.
- Drijvers, P., Boon, P., Doorman, M., Reed, H. and Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Whole-class teaching behavior in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75 (2), 213–214.
- Drijvers, P. and van Herwaarden, O. (2000). Instrumentation of ICT-tools: The case of algebra in a computer algebra environment. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7 (4), 255–275.
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M. and Boon, P. (2013). Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. *ZDM Mathematics Education*, 45, 987–1001.

- Drijvers, P. and Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. G. W. Blume and M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 2. Cases and perspectives* içinde (s. 363–392). Charlotte, NC: Information Age.
- Driscoll, M. (2001). *The fostering algebraic thinking toolkit: Introduction and analyzing written student work*. Portsmouth, NH Heinemann.
- Driscoll, M., DiMatteo, R. W., Nikula, J. E. and Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5–10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. and Kelemanik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Dural S., Gür, E. ve Çetinkaya, H. (2015). Öğrenilmiş korkunun söndürülmesinde yeni bir yaklaşım: Belleğin yeniden bütünleştirme sürecine müdahale. *Türk Psikoloji Yazıları*, 18 (35), 67–82.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: kinds of representation and specific processings. R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* içinde (s. 142–157). Berlin: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V.Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* içinde (s. 37–52). Dordrecht: Kluwer.
- Duval, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Hiroshima, Japan, July 23-27, 2000, PME 24. pp. 55-69. T. Nakahara and M. Koyama (Eds.).
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED (2003). TIMMS 1999 Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Ulusal Rapor, Haziran, 2003.

- Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED (2011). TIMMS 2007 Ulusal Matematik ve Fen Raporu 8. Sınıflar, Ankara.
- Elstak, I. R. (2007). *College Students' Understanding of Rational Exponents: A Teaching Experiment*, Unpublished Doctoral Dissertation, Columbus: The Ohio State University.
- Erkoç, M.F., Gecü, Z. and Erkoç, Ç. (2013). The effects of using Google SketchUp on the mental rotation skills of eighth grade students. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13 (2), 1285–1294.
- Fidler, M. (1999). Chipping away at Proofs: a Cooperative Approach. *The Mathematics Teacher*. 92 (7), 565–567.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 139–162.
- Galindo, E. (1998). Assessing justification and proof in geometry classes taught using dynamic geometry software. *Mathematics Teacher*, 91, 76–82.
- Gillis, J. (2005). *An investigation of student conjectures in static and dynamic geometry environments*. Unpublished Doctoral Dissertation, Alabama: Auburn University.
- Ginsburg, H.P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. NY: Cambridge University Press.
- Goldin, G. A. (1997). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*. 9, 164-177.
- Goldenberg, E.P., Cuoco, A.A. and Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. R. Lehrer and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* içinde (s. 3-44). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Guin, D. and Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3 (3), 195–227.
- Guin, D. and Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34 (5), 204–211.
- Güven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28 (2), 364–382.
- Güven, B., Baki, A. and Çekmez, E. (2012). Using dynamic geometry software to develop problem solving skills. *Mathematics and Computer Education*, 46 (1), 6–17.
- Güven, B. ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik muhakeme: Bilişsel perspektifler. E.Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 277–290). Ankara: Pegem Akademi.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5–23.
- Hanna, G. and Sidoli, N. (2007). Visualisation and proof: A brief survey of philosophical perspectives. *ZDM Mathematics Education*, 39, 73–78.
- Harel, G. and Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from an exploratory study. A. H. Schoenfeld, J. Kaput and E. Dubinsky (Eds.), *Research in college mathematics education III* içinde (s. 234–283). Providence, RI: AMS.
- Hazzan, O. and Goldenberg, E. P. (1997). Students' understanding of the notion of function. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1 (3), 263–290.
- Healy, L. and Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 235–256.

- Hegedus, S. J. and Moreno–Armella, L. (2010). Accomodating the instrumental genesis framework within dynamic technological environments. *For the Learning of Mathematics*, 30 (1), 26–31
- Hershkowitz, R., Dreyfus, T., Ben-Zvi, D., Friedlander, A., Hadas, N., Resnick, T., Tabach, M. and Schwarz, B. B. (2002). Mathematics curriculum development for computerized environments: A designer-researcher-teacher-learner activity. L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* içinde (s. 657–694). Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum.
- Hohenwarter, M. and Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. In Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary. http://archive.geogebra.org/static/publications/pecs_2004.pdf (Erişim tarihi: 05.05.2016)
- Hohenwarter, M. and Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27 (3), 49–54.
- Hoyles, C. and Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry context. C. Mammana and V. Villani (Eds), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* içinde (s. 121–128). Dordrecht: Kluwer.
- Hölzl, R. (1996). How does “dragging” affect the learning of geometry? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1 (2), 169–187.
- Iranzo-Domenech, N. (2009). *Influence of dynamic geometry software on plane geometry problem solving strategies*. Unpublished Doctoral Dissertation, Barcelona: The Univesitat Autonomia de Barcelona.
- Iranzo, N. and Fortuny, J. M. (2009). The synergy of students’ use of paper-and-pencil techniques and dynamic geometry software: A case study. *The Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Lyon, France, January 28 – February 1, 2009, CERME 6. pp. 1241–1249. V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavargne and F. Arzarello (Eds.).

- Jahn, A. P. (2000). New tools, new attitudes to knowledge: the case of geometric loci and transformations in Dynamic Geometry Environment. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Hiroshima, Japan, July 23-27, 2000, PME 24. pp. 55-69. T. Nakahara and M. Koyama (Eds.).
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 55–85.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In L. Haggarty (Ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice* içinde (s. 121–139). London: RoutledgeFalmer.
- Jones, K., Fujita, T. and Kunimune, S. (2012). Promoting productive reasoning in the teaching of geometry in lower secondary school: Towards a future research agenda. *12th International Congress on Mathematical Education*'da sunulan bildiri. July 8-15, 2012, COEX, Seoul, Korea.
- Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y. ve Bulut, M. (2010). GeoGebra ve GeoGebra ile matematik öğretimi. Gulsecen, S., Ayvaz Reis, Z. and Kabaca, T. (Eds.), *First Eurasia Meeting of GeoGebra*, Istanbul, Turkey, May 11-13, 2010, EMG. pp.79–115. S. Gülseçen, Z. A. Reis and T. Karaca (Eds.).
- Kendal, M., Stacey, K. and Pierce, R. (2004). The influence of a computer algebra environment on teachers' practice. D. Guin, K. Ruthven and L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning an computational device into a mathematical instrument* içinde (s. 83–112). Dordrecht: Kluwer.
- Kılıç Çakmak, E. (2007). Çoklu ortamlarda dar boğaz: Aşırı bilişsel yüklenme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27 (2), 1–24.
- King, J. and Schattschneider, D. (1997). Preface: Making geometry dynamic. J. R. King and D. Schattschneider (Eds.), *Geometry turned on!: Dynamic software in learning, teaching, and research* içinde (s. ix–xiv). Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.

- Köse, N. Y. ve Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri (KUYEB)*, 14 (3), 1–28.
- Köse, N., Tanışlı, D., Özdemir Erdoğan, E., ve Ada, T. Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli geometri dersindeki geometrik oluşturma edinimleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8 (3), 102–121.
- Köse, N. Y., Uygan, C. ve Özen, D. (2012). Dinamik geometri yazılımındaki sürüklenme ve çeşitlerinin geometri öğretimindeki rolü. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi-TÜRKBİLMAT*, 3 (1), 35–52.
- Kurtuluş, A. and Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 9, 384–389.
- La Ferla, V., Olkun, S., Akkurt, Z., Alibeyoglu, M. C., Gonulates, F. O., and Accascina, G. (2009). An international comparison of the effect of using computer manipulatives on middle grades students' understanding of three-dimensional buildings. *Proceedings of the 9th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, Metz, France, July 6–9, 2009, ICTMT9. pp. 1–5. C. Bardini, D. Vagost and A. Oldknow (Eds.).
- Laborde, C. (1995). Designing tasks for learning geometry in a computer-based environment: The case of Cabri-Geometre. L. Burton and B. Jaworski (Eds.), *Technology in mathematics teaching – a bridge between teaching and learning* içinde (s. 35–67). Chartwell-Bratt.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6 (3), 283–317.
- Laborde, C. (2003). Technology used as a tool for mediating knowledge in the teaching of mathematics: The case of Cabri geometry. *Proceedings of the 8th Asian Technology Conference in Mathematics*. Hsinchu, Taiwan, December 15-19, 2003, ATCM 8. pp.23-28. W.-C. Yang, S. C. Chu, T. de Alwis and M. G. Lee (Eds.).

- Laborde, C. (2007). The role and uses of Technologies in mathematics classrooms: Between challenge and modus Vivendi. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 7 (1), 68-92.
- Lagrange, J.-B. and Monaghan, J. (2009). On the adoption of a model to interpret teachers' use of technology in mathematics lessons. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Lyon, France, January 28 – February 1, 2009, CERME 6. pp. 1605–1614. V. Durand-Guerrier, S.Soury-Lavergne and F. Arzarello (Eds.).
- Lagrange, J. B. and Ozdemir Erdogan, E. (2009). Teachers' emergent goals in spreadsheet-based lessons: Analyzing the complexity of technology integration. *Educational Studies in Mathematics*, 71 (1), 65–84.
- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 135–157.
- Leung, A. (2015). *Discernment and reasoning in dynamic geometry environments*. 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea, July 8–15, 2012. ICME 12. S. J. Cho (Ed.).
- Leung, A. and Lopez-Real, F. (2002). Theorem justification and acquisition in dynamic geometry: A case of proof by contradiction. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 145–165.
- Lew, V. (2009). Google SketchUp for Mathematics. <https://sites.google.com/site/dmnlearn/Home/gsumath1> (Erişim tarihi: 03.05.2016)
- Livingstone, J. and Fleron, J. F. (2012). Exploring three-dimensional worlds using Google SketchUp. *Mathematics Teacher*, 105 (6), 469–473.
- Mariotti, M., A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 41, 427-440.
- Mayer, R. E. and Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist*, 38 (1), 43–52.

- Mehdiyev, R. and Vos, P. (2010). *ICT (Informational Communication Technologies) in mathematics education: Exploring students' learning experiences when using a DGS (Dynamic Geometry Software) tool in a geometry class*. Paperback–December 17, Lambert Academic Publishing.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1984). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.), Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013a). *Ortaokul matematik dersi 5–8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013b). *Ortaöğretim matematik dersi 9–12. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu.
- Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 327–357.
- Nassar, O. (2010). *Exploring grade eight students' development of geometric reasoning in a problem solving situation using dynamic geometry software*. Unpublished Master's Thesis, Beirut: Lebanese American University.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- OECD (2010). *PISA 2012 Mathematics Framework*. Paris: OECD Publications <http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf> (Erişim tarihi: 11.12.2014)
- Olivero, F. (1999). Cabri-Géomètre as a mediator in the process of transition to proofs in open geometric situations. *Proceedings of the 4th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, Plymouth, UK, August 9-13, 1999, ICTMT 4. pp. 15. W.Maull and J.Sharp (Eds.).
- Olivero, F. (2001). Conjecturing in open geometric situations using dynamic geometry: an exploratory classroom experiment, *Research in Mathematics Education*, 3 (1), 229–246.

- Olivero, F. and Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12 (7), 135–156.
- Özçakır, B., Aytekin, C., Altunkaya, B. and Doruk, B. K. (2015). Effects of using dynamic geometry software activities on eighth grade students' achievement levels and estimation performances in triangles. *Participatory Educational Research*, 2 (3), 43–54.
- Özdemir, M. (2010). Nitel veri analizi: Sosyal bilimlerde yöntembilim sorunsalı üzerine bir çalışma. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11 (1), 323–343.
- Özdemir Erdoğan, E. (2016). Enstrümantal oluşum teorisi. E.Bingölbali, S. Arslan ve Zembat, İ. Ö (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 803–818). Ankara: Pegem Akademi.
- Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşüncülerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Paas, F., Renkl, A. and Sweller, J. (2004). Cognitive load theory: Instructional implications of the interaction between information structures and cognitive architecture. *Instructional Science*, 32, 1–8.
- Perkins, D. N. and Salomon, G. (1992). Transfer of learning. *International Encyclopedia of Education*, Second Edition. Oxford, England: Pergamon Press.
- Presmeg, N. C., Barrett, J. E. and McCrone, S. (2007). Fostering generalization in connecting registers of dynamic geometry and Euclidean constructions. *Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seoul, Korea, July 8-13, 2007, PME 31. pp. 81–88. J. H. Woo (Ed.).
- Psycharis, G. (2006). Dynamic manipulation schemes of geometrical constructions: Instrumental genesis as an abstraction process. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Prague,

- Czech Republic, July 16-21, 2006, PME 30. pp. 385–393. J. Novotná, H. Moraová, M. Kratka and N. Stehliková (Eds.).
- Robert, A. and Rogalski, J. (2005). A cross analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 269–298.
- Şay, R. and Akkoç, H. (2015). Beyond orchestration: Norm perspective in technology integration. 9th Congress of the European Research in Mathematics Education, Prague, Czech Republic, February 4-8, 2015, CERME 9. pp. 2709-2715. K. Krainer and N. Vondrova (Eds.).
- Scher, D. (2000). Lifting the curtain: The evolution of the Geometer's Sketchpad. *The Mathematics Educator*, 10 (1), 42–48.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114–145.
- Soldano, C. and Arzarello, F. (2016). Learning with touchscreen devices: game strategies to improve geometric thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 28, 9–30.
- Soldano, C., Arzarello, F. and Robutti, O. (2015). Game Approach with the Use of Technology: A Possible Way to Enhance Mathematical Thinking. 9th Congress of the European Research in Mathematics Education, Prague, Czech Republic, February 4-8, 2015, CERME 9. pp. 2552-2558. K. Krainer and N. Vondrova (Eds.).
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Implication and illustrations. E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* içinde (s. 177–194). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Steffe, L. P. and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 267–307). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Tabach, M. (2011). A mathematics teacher's practice in a technological environment: A case study analysis using two complementary theories. *Technology, Knowledge and Learning*, 16 (3), 247–265.
- Tabach, M. (2013). Developing a general framework for instrumental orchestration. *8th Conference of European Research in Mathematics Education*, Manavgat-Side, Antalya, Turkey, February 6-10, 2013, CERME 8. pp. 2744-2753. B. Ubuz, Ç. Haser and M. A. Mariotti (Eds.).
- Tapan, M. S. (2006). *Différents Types de Savoirs mis en Oeuvre Dans la Formation Initiale d'enseignants de Mathématiques à l'intégration de Technologies de Géométrie Dynamique*, These de doctorat, Grenoble: Université Joseph Fourier École Doctorale des Mathématiques, http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/13/35/69/PDF/These_TAPAN.pdf (Erişim tarihi: 11.12.2014)
- Tapan-Broutin, M. S. (2010). *Bilgisayar etkileşimli geometri öğretimi: Cabri Geometri ile dinamik geometri etkinlikleri*. Bursa: Ezgi Kitabevi.
- Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27 (1), 255–281.
- Tapan-Broutin, M. S. (2016). Çizim – geometrik şekil – geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen faktörler. E. Bingölbali, S. Arslan ve Zembat, İ. Ö (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 277–290). Ankara: Pegem Akademi.
- Toptaş, V., Çelik, S. and Karaca, E. T. (2012). Improving 8th grades spatial thinking abilities through a 3D modelling program. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 11 (2), 128–134.
- Trouche, L. (2003). From artifact to instrument: Mathematics teaching mediated by symbolic calculators. *Interacting with Computers: The Interdisciplinary Journal of Human-Computer Interaction*, 15, 783–800.
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through

- instrumental orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.
- Turgut, M. and Uygan, C. (2014). Spatial ability training for undergraduate mathematics education students: Designing tasks with SketchUp®. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 8 (1), 53–65.
- Turgut, M. and Uygan, C. (2015). Designing spatial visualisation tasks with a 3D modelling software: An instrumental approach. *International Journal of Technology for Mathematics Education*, 22 (2), 47–52.
- Uygan, C. (2011). *Katı cisimlerin öğretiminde Google Sketchup ve somut model destekli uygulamaların ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Wasserman, N.H. (2015) Bringing dynamic geometry to three dimensions: The use of SketchUp in mathematics education. D. Polly (Eds.), *Cases on technology integration in mathematics education* içinden (s.. 68–99), Information Science Reference.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics*, 7th edition. New York: Longman.
- Van Hiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes and R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. Van Hiele (An Investigation of the Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents)*. Research in Science Education (RISE) Program of the National Science Foundation (Original work published in 1959).
- Vérillon, P. (2000) Revisiting Piaget and Vigotsky: in search of a learning model for technology education. *The Journal of Technology Studies*, 26 (1), 3–10.
- Vérillon, P. and Rabardel, P. (1995). Cognition and artefacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, X, (1), 77–101.

- Yeniçeri, Z. (2003). Edward Chace Tolman ve bilişsel davranışçılık. *PIVOLKA*, 2 (10), 14–16.
- Yeşil, D. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri tanımlamada kullandıkları matematik dili: Sentaks ve semantik bileşenler*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi.

EK - 1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/605.01/2345956 / 22
Konu: Araştırma İzin Talebi.

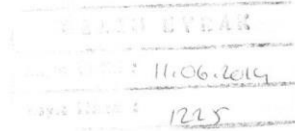
09/06/2014

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) 28.05.2014 tarih ve 576 - 6092 sayılı yazınız.
b) 08.06.2014 tarih ve 2322539 sayılı Valilik Oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Candaş UYGAN'ın, 2014 – 2015 eğitim öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda öğrenim gören 7. Sınıf öğrencilere yönelik tez çalışması yapabilmesine ait ilgi (b) Valilik Oluru ile müdürlüğümüze tasdik edilen tez çalışmasının bir örneği yazımız ekinde gönderilmiştir.

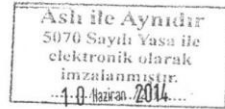
Bilgilerinize arz ederim.



Necmi ÖZEN
İl Milli Eğitim Müdürü

EKLER:

- 1: Valilik Oluru (1 sayfa)
- 2: Anket Çalışması ve ekleri (13 sayfa)
- 3: Okul Listesi (1 sayfa)



Kemal ERCELİK
Eğil. Bilim. Müd.
Y. İ. M. D.

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. Evrak teyidi <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 7ac0-0337-3b44-8171-d0fe kodu ile yapılabilir.

Büyükdere Mh. Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: <http://eskisehir.meb.gov.tr>
e-posta : sinavlar26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: S.ERDİL
Tel : (0 222) 239 72 00
Faks: (0 222) 239 39 22

EK - 1. (Devam) Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/605.01/2322539
Konu: Araştırma İzin Talebi.

08/06/2014

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nün 28.05.2014 tarih ve 576 - 6092 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nden alınan ilgi yazı ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Candaş UYGAN'ın, "Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımındaki Öğrenme Süreçleri" başlıklı tez çalışması yapmak için, 2014 - 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerine yönelik anket uygulaması yapmak için izin talebinde bulunulmuş olup, Anadolu Üniversitesince de kabul edilen çalışması "Sosyal Etkinlik İzinleri Değerlendirme Komisyonu" tarafından da konu incelenmiş ve söz konusu çalışmasını, okul ismi ve kişi adı soyadı belirtilmemek kaydıyla uygulanmasında sakınca görülmediği tespit edilmiştir.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Candaş UYGAN'ın, Müdürlüğümüz tarafından da tasdik edilen tez çalışmasını, 2014 - 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerine, okul müdürleri' nin uygun göreceği saatlerde gerçekleştirmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Mehmet ŞENKÜL
Şube Müdürü

OLUR.

...../06/2014

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır

Büyükdere Mh. Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: <http://eskisehir.meb.gov.tr>
e-posta : sinavlar26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: S.ERDİL
Tel : (0 222) 239 72 00
Faks: (0 222) 239 39 22

EK - 2. Öğrenci Velisini Bilgilendirme ve İzin Formu

KATILIMCI BİLGİLENDİRME VE İZİN BELGESİ

Öğrenci Velisini Bilgilendirme

Sayın Öğrenci Velisi,

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tez çalışmamı kapsamaktadır. Araştırmada öğretim yazılımlarından yararlanılarak ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Araştırma 2014 – 2015 öğretim yılı güz ve bahar döneminde 7. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan geometri öğrenme alanına ait kazanımları içine alan dersleri kapsamaktadır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık 6 ay süreceği tahmin edilmektedir.

Bu süreçte öğrenciler, öncelikle araştırmacı – öğretmen tarafından öğretim yazılımını kullanma konusunda bilgilendirilecektir. Daha sonra öğrencilerin yazılım ortamında geometrik kavramları araştırarak ve problem çözerek geometrik bilgi ve becerilerini geliştirmeleri sağlanacaktır.

Araştırmaya dahil olan öğrencilerin her biriyle araştırmanın başında ve sonunda birer; araştırma süreci içinde üç kez olmak üzere toplamda beş kez görüşme yapılacaktır. Tüm bu görüşmelerde öğrencilerin geometrik bilgileri ve geometrik düşünme becerileri incelenecek ve değerlendirilecektir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenmelerinin daha iyi incelenmesi amacıyla dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak; öğrencilerin yüzleri ve isimleri gizlenecektir. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiçbir kişi ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır.

Velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılmasını istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Araş. Gör. Candaş UYGAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Tel: 0 (537) 719 4896

İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim.

Ayrıca öğrencinin katılacağı derslerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

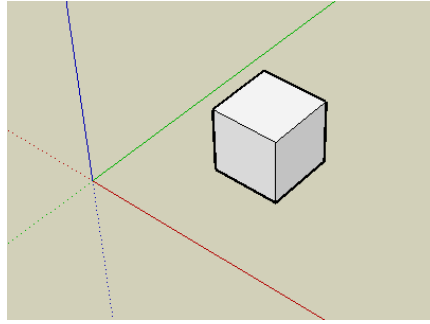
Öğrenci Velisi


Mehmet ŞENKÜL
İlmi Eğitim Şube Müdürü

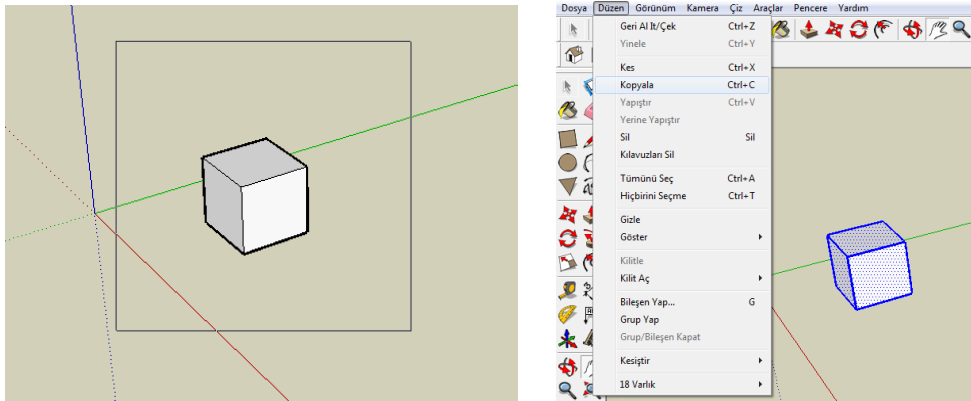
BİRİM KÜPLERDEN YAPI OLUŞTURMA ETKİNLİĞİ

1. Çizim pencerenizde bir ayrıtı 1 m uzunluğunda olan bir küp oluşturunuz.

Nasıl oluşturduunuz? İşlemlerinizi açıklayınız.

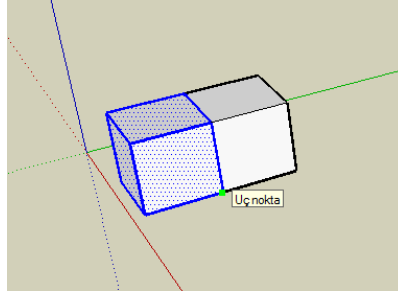


2. Bu küpü fare yardımıyla seçiniz. Menü çubuğundan "Düzen" aracının altındaki "kopyala" seçeneğine tıklayınız.

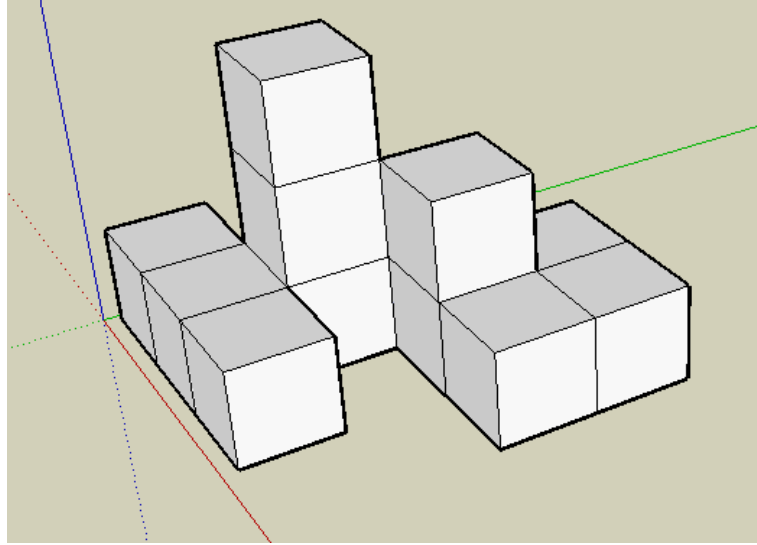


EK - 3. (Devam) Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik Örnekleri

3. "Düzen" aracına tıklayarak açılan pencereden "Yapıştır" butonuna tıklayınız. Oluşan yeni küpü köşesinden taşıyınız ve ilk küp ile yan yana birleştiriniz.



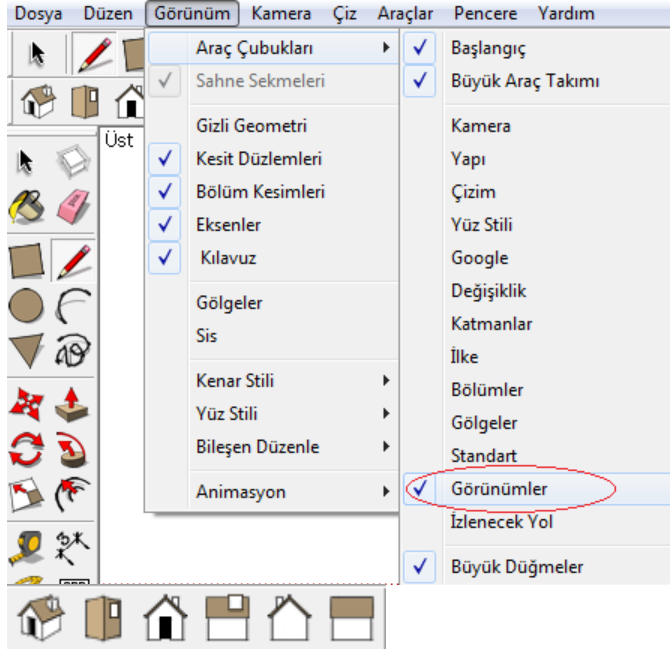
4. "Yapıştır" butonunu ya da "Ctrl + V" tuşlarını kullanarak eş küpler meydana getiriniz ve bunları da köşesinden taşıyarak diğer küplerle birleştiriniz.



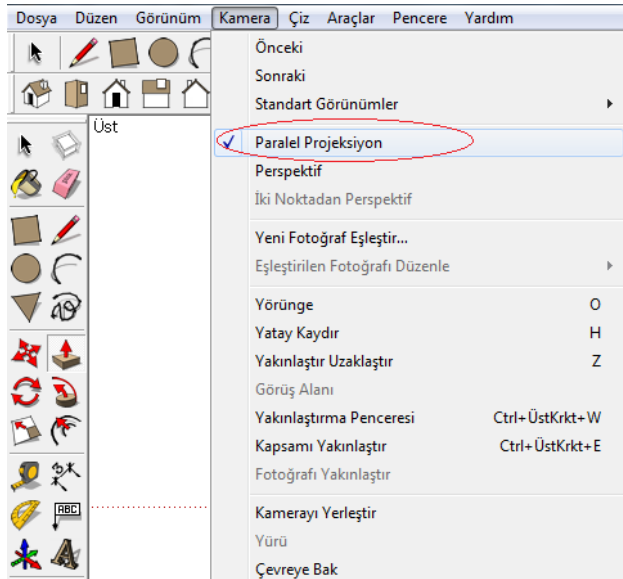
Yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

EK - 3. (Devam) Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik Örnekleri

5. Yeni bir sayfa açınız. Bu sayfada menü araçlarından "Görünüm" aracının altında "Araç çubuklarına" giriniz ve sağda açılan pencerede "Görünümler" seçeneğine tıklayınız.



6. Tekrar menü araçlarına gidiniz ve "Kamera" aracının altında "Paralel projeksiyon" aracını işaretleyiniz.

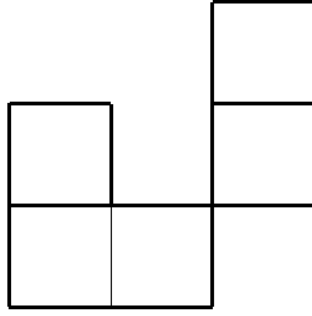


EK - 3. (Devam) Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik Örnekleri

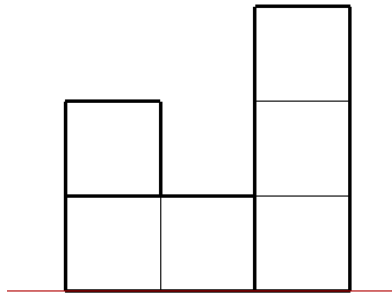
7. Bir ayrıtının uzunluğu 1 m olan bir küpü oluşturunuz.

Bu küpü "kopyala - yapıştır" yöntemiyle çoğaltarak;

a. Üstten görünümü aşağıdaki gibi,

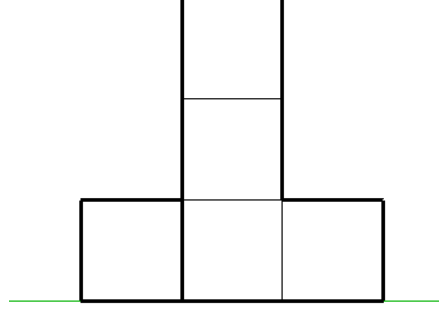


b. Önden görünümü aşağıdaki gibi,



EK - 3. (Devam) Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik Örnekleri

c. Sağdan görünümü aşağıdaki gibi,

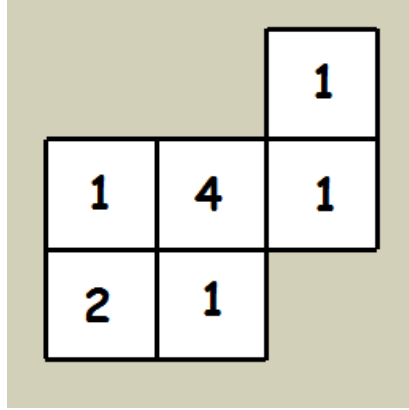


olan bir yapıyı oluşturunuz.

8. Yeniden bir ayırıtının uzunluğu 1 m olan bir küp oluşturunuz.

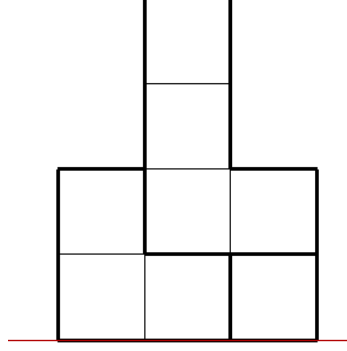
Bu küpü "kopyala - yapıştır" yöntemiyle çoğaltarak;

a. Üstten görünümü aşağıdaki gibi;

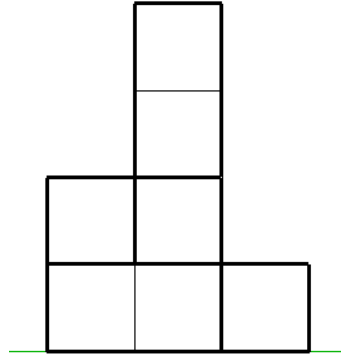


EK - 3. (Devam) Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik Örnekleri

b. Önden görünümü aşağıdaki gibi



c. Sağdan görünümü aşağıdaki gibi;



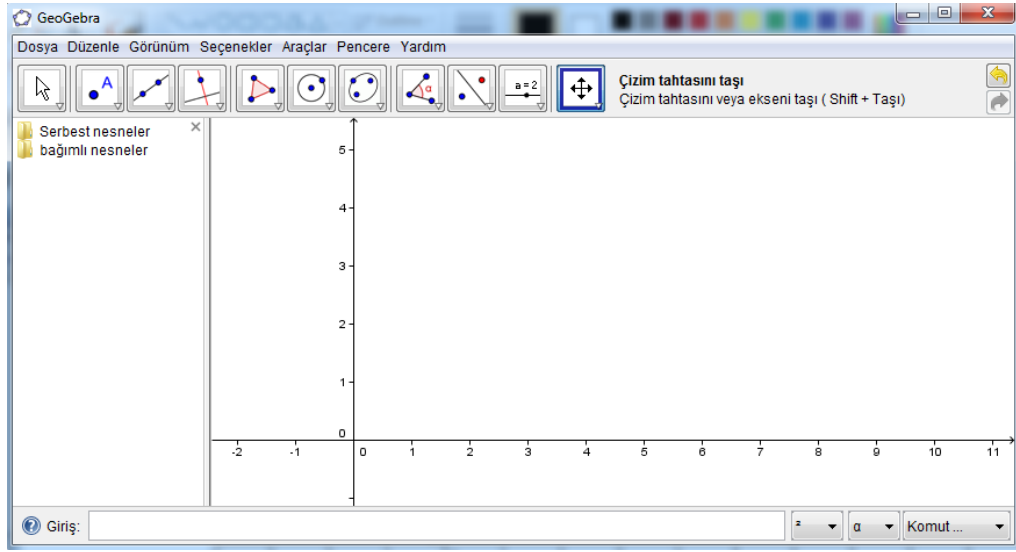
olan bir yapı oluşturunuz.

EK - 4. Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

GEOGEBRA ARAYÜZÜNÜ

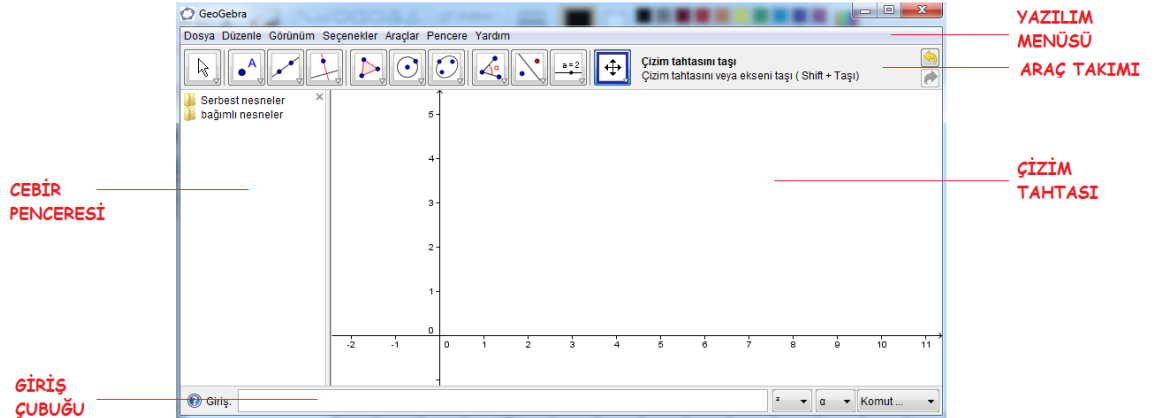
TANIYALIM

Geogebra yazılımını açtığınızda aşağıdaki arayüz görünümü ile karşılaşacaksınız.



Standart bir arayüz görünümü hangi kısımlardan oluşur?

Arayüz görünümünde üst kısımda yazılım menüsü ve araç takımları; sol kısımda cebir penceresi; sağ kısımda çizim tahtası ve alt kısımda giriş çubuğu yer almaktadır.



EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

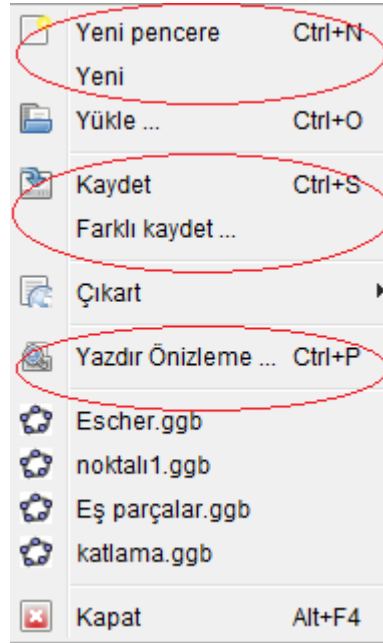
1. Yazılım Menüsü dosya, düzenle, görünüm, seçenekler, araçlar, pencere ve yardım menülerini içerir. Bu menüler yaptığınız çalışmaları kaydetmenizi, yeni bir sayfa açmanızı, işlemlerinizi geri almanızı, çalışma sayfanızın görünümünü ve özelliklerini değiştirmenizi sağlamaktadır.
2. Araç Takımları, çizim tahtasında yapacağınız her türlü çalışma için gereken inşa ve ölçüm araçlarını sağlamaktadır.
3. Çizim Tahtası, oluşturduğunuz geometrik yapıların grafik (şekil) görünümü üzerinde çalışmanızı sağlar.
4. Cebir Penceresi, oluşturduğunuz geometrik yapıların cebirsel temsillerini incelemenizi sağlar.
5. Giriş Çubuğu, bir geometri yapının cebir ifadesini yazmanızı ve bu yapının çizim tahtasında grafik görünümüne ulaşmanızı sağlar.

Not: Cebir Penceresi ve Giriş Çubuğu çalışmalarımızda ender olarak kullanılacaktır.

YAZILIM MENÜSÜ

Dosya menüsünü kullanarak,






- Yeni bir sayfa açabilirsiniz ("yeni pencere" - "yeni" düğmeleri).
- Yaptığınız çalışmaları yazılım dosyası olarak kaydedebilirsiniz ("kaydet" - "farklı kaydet" düğmeleri).
- Yazıcıda çalışmanızın dökümünü alabilirsiniz ("yazdır önizleme" düğmeleri).



Düzenle menüsünü kullanarak,





- Yaptığınız bir işlemi geri alabilirsiniz ("geri al" düğmesi).
- Geri aldığınız bir işlemi yeniden gerçekleştirebilirsiniz ("yeniden yap" düğmesi).
- Grafik penceresinde çizdiğiniz bir şekli silebilirsiniz ("sil" düğmesi).
- Çizmiş olduğunuz nesnelerin ad, renk, kalınlık vb. özelliklerini değiştirebilirsiniz ("özellikler" düğmesi).

EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

	Geri al	Ctrl+Z
	Yeniden yap	Ctrl+Y
	Sil	Delete
	Hepsini seç	Ctrl+A
	Şimdiki Tabakayı Seç	Ctrl+L
	Alları Seç	Ctrl+Shift+J
	Üstleri Seç	Ctrl+J
	Çizim tahtasından panoya	Ctrl+Shift+C
	Özellikler ...	Ctrl+E

Görünüm menüsünü kullanarak,

- Eksenlerin görünür veya görünmez hale getirebilirsiniz.
- Kutucukları (grid) görünür veya görünmez hale getirebilirsiniz.
- Cebir penceresini görünür veya görünmez hale getirebilirsiniz.
- Hesap çizelgesini görünür veya görünmez hale getirebilirsiniz.
- Giriş alanını görünür veya görünmez hale getirebilirsiniz.

	Eksenler	
	Grid	
<input checked="" type="checkbox"/>	Cebir Penceresi	Ctrl+Shift+A
<input type="checkbox"/>	Hesap Çizelgesi Görünümü	Ctrl+Shift+S
	Yardımcı nesnelere	
<input checked="" type="checkbox"/>	Yatay bölme	
<input checked="" type="checkbox"/>	Giriş alanı	
<input checked="" type="checkbox"/>	Komut Listesi	
	İnşa Protokolü ...	
	İnşa adımları dolaşma çubuğu	
	Görünümleri yenile	Ctrl+F
	Tüm Nesnelere Yeniden Hesapla	Ctrl+R

Not: Farenin Sağ Tuşunu Kullanma

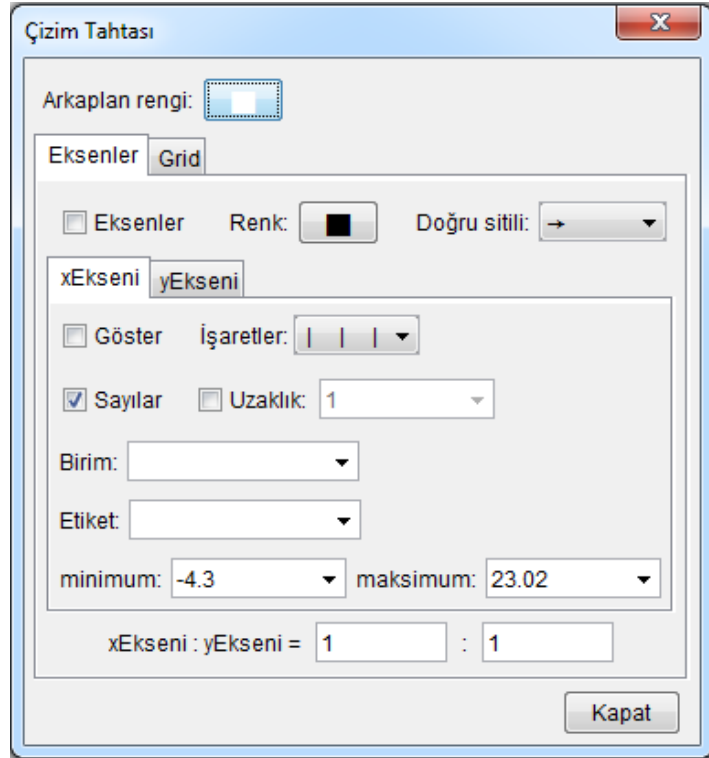
Geogebra yazılımında çalışırken farenin sağ tuşunu kullanmak size birçok işlemdede kolaylık sağlamaktadır. Boş ekran üzerinde farenin sağ tuşuna bastığınızda aşağıdaki pencere açılacaktır.



- Açılan pencerede "eksenler" seçeneğine tıklayarak çalışma pencerenizde eksenleri görünür ya da görünmez hale getirebilirsiniz.
- Farenin sağ tuşu ile açılan pencerede "grid" seçeneğine tıklayarak çalışma tahtanızı "kareli" hale getirebilirsiniz ya da kareli görünümü kapatabilirsiniz.
- "Yakınlaştır" seçeneğine tıklayarak ekrana istediğiniz oranda yakınlaşabilir ya da uzaklaşabilirsiniz.
- "x eksenini : y eksenini" seçeneğine tıklayarak eksenlerin bölmelerini değiştirebilirsiniz.
- "Tüm nesnelere göster" seçeneğine tıklayarak ekranda gizlemiş olduğunuz tüm nesnelere görünür hale getirebilirsiniz.

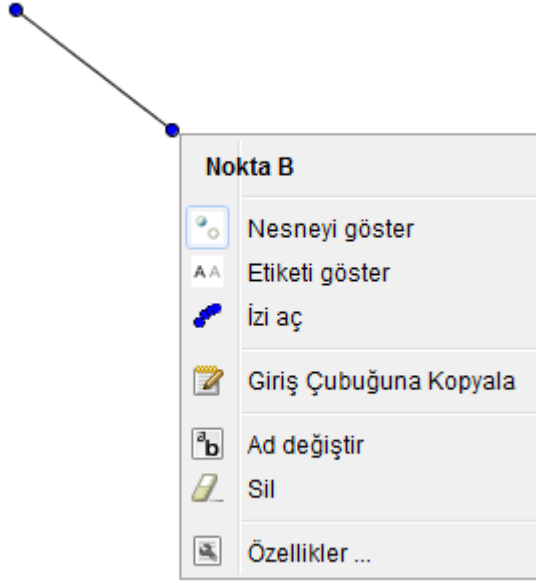
EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

- Yakınlaştırma - uzaklaştırma, eksenlerin bölmelerini değiştirme gibi işlemlerin ardından ekranın standart görünümüne dönmek istiyorsanız "standart görünüm" seçeneğine tıklayabilirsiniz.
- Çizim pencerenizde eksenlerin, arka plan rengini, eksenlerin kalınlığını ve renklerini, gridlerin kalınlığını ve renklerini değiştirmek için sağ tuş ile açılan pencerede "çizim tahtası" seçeneğine tıklayabilirsiniz. Bu seçeneğe tıkladığınızda aşağıdaki pencere açılacaktır.



EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

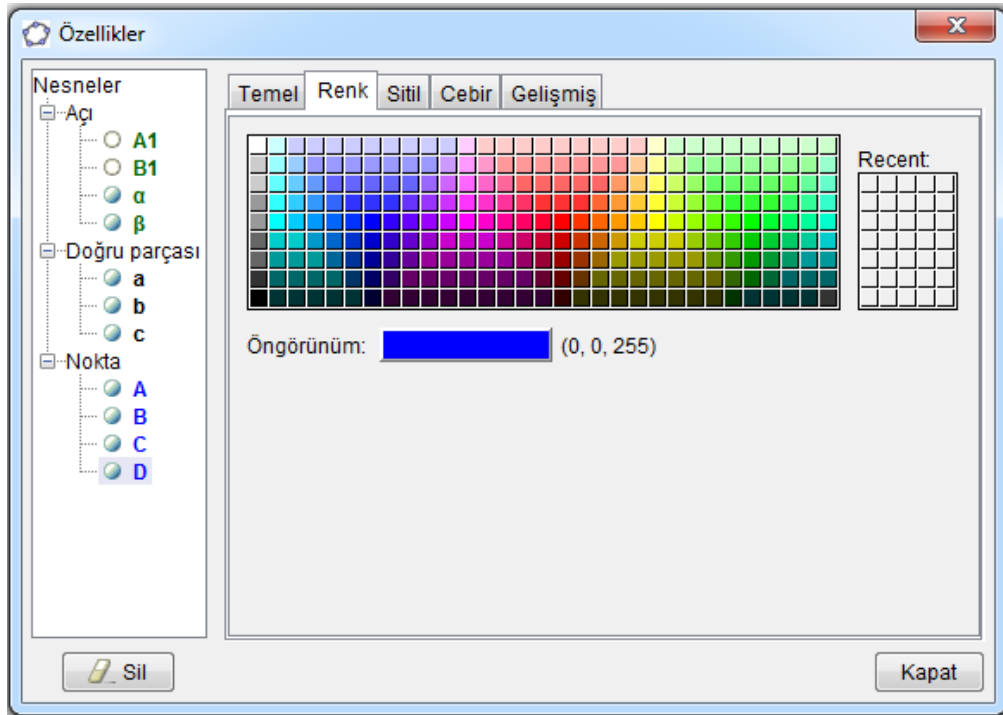
Çizim tahtasında oluşturulmuş bir nesnenin üzerine sağ tıkladığınızda aşağıdaki pencere açılmaktadır.



- "Nesneyi göster" seçeneğine tıklayarak seçtiğiniz nesneyi görünür ya da görünmez yapabilirsiniz.
- "Etiketi göster" seçeneğine tıklayarak seçtiğiniz nesnenin harf etiketini (A, B, d, l, m) görünür ya da görünmez yapabilirsiniz.
- "İzi aç" seçeneğine tıklayarak seçtiğiniz nesnenin hareket ettirildiğinde (sürüklendiğinde) iz bırakmasını sağlayabilirsiniz.
- Çizim tahtanızdaki bir nesneyle ilgili sayısal değeri giriş çubuğuna kopyalamak istiyorsanız "Giriş Çubuğuna Kopyala" seçeneğini tıklayınız.

EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası

- Çizim tahtanızdaki bir nesnenin adını değiştirmek istiyorsanız "Ad değiştir" seçeneğini tıklayınız.
- Çizim tahtanızdaki bir nesneyi silmek için "Sil" seçeneğini tıklayınız.
- Çizim tahtanızdaki bir nesnenin renk, kalınlık, stil gibi özelliklerini değiştirmek istiyorsanız "özellikler" seçeneğini tıklayınız. "Özellikler" seçeneğini tıkladığınızda aşağıdaki pencere açılacaktır:



ARAÇ TAKIMI (İNŞA ARAÇLARI)

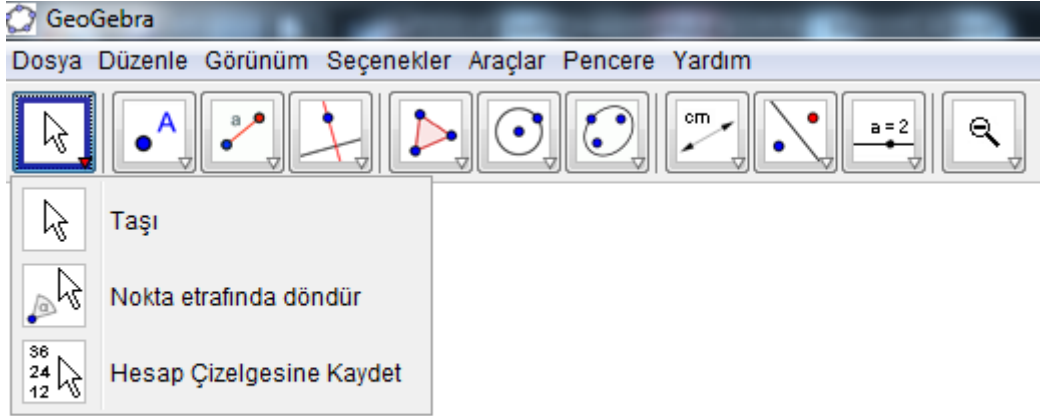
(Hohenwarter & Judith, 2009).



Çizim tahtanızın üst tarafında Geogebra'ya özgü inşa araç takımı bulunmaktadır.

Bir inşa aracını seçtiğinizde, araç takımının sağ tarafında bu araçla ilgili bilgilendirme görünür.

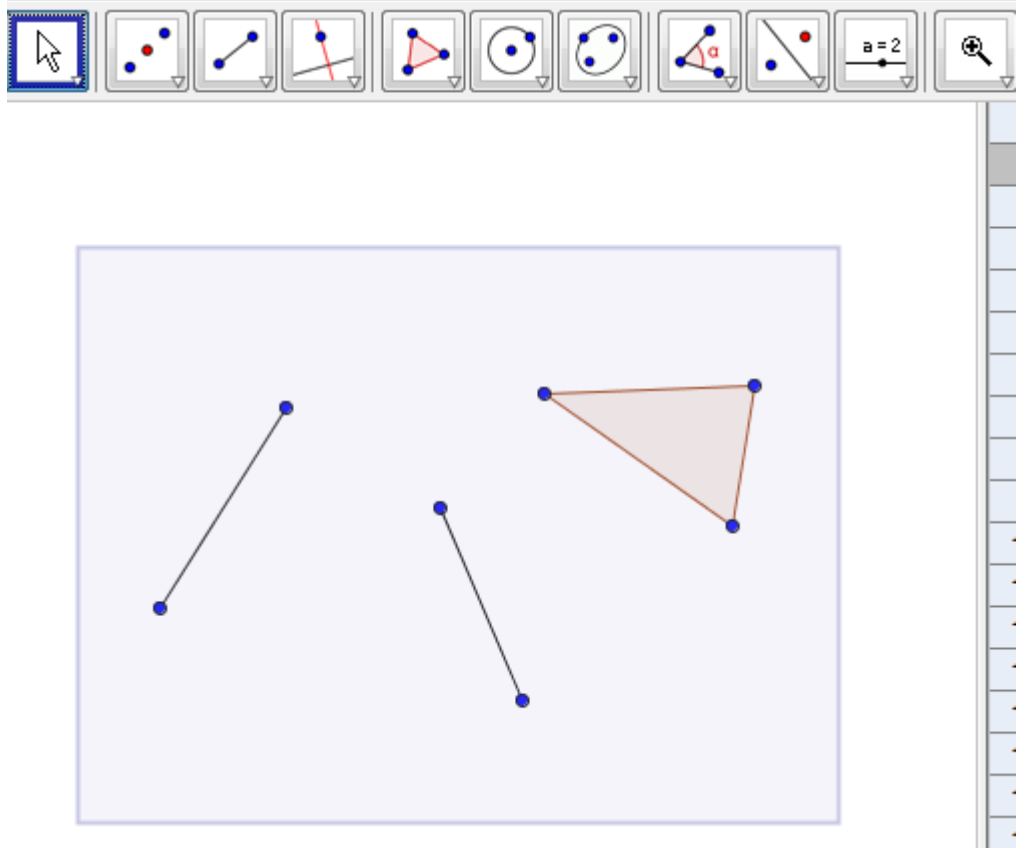
1. GENEL ARAÇLAR



Taşı: Bir nesneyi seçmek için "taşı" aracını seçiniz ve hedef nesnenin üzerine tıklayınız. Bir nesneyi sürüklemek için "taşı" aracıyla nesneyi seçtikten sonra farenizin sol tuşuna basılı tutun ve nesneyi hareket ettirin.

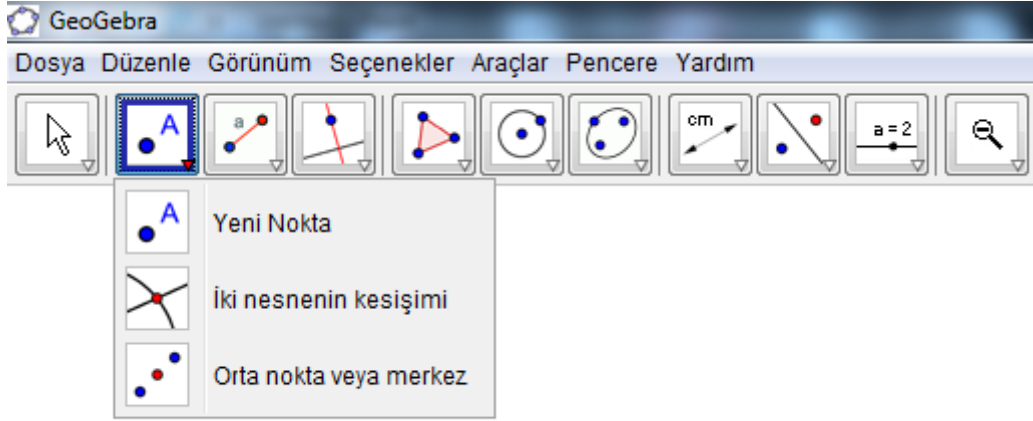
EK - 4. (Devam) Öğretim Bölümünün İlk Haftasında Öğrencilere Dağıtılan GeoGebra Tanıtım Kitapçığının İlk 10 Sayfası


Not: Birden çok nesneyi seçmek için hedef nesnelere Ctrl tuşuna basılı olarak seçiniz. İkinci yol taşı aracını kullanarak hedef nesnelere kapsayan bir seçim dörtgeni oluşturmaktır. Bu işlemi gerçekleştirmek için "taşı" aracını seçin ve fareyi basılı tutarak seçim dörtgenini oluşturun.





Nokta Etrafında Döndür: Aracı seçtikten sonra, öncelikle etrafında döndürme işlemi yapılacak olan noktayı işaretleyin sonra herhangi bir nesneyi (nokta, doğru parçası, doğru, çokgen) fare ile tutarak nokta etrafında döndürünüz (döndür komutuna da bakınız).

2. NOKTA ARAÇLARI



 **Yeni Nokta:** Çizim tahtanızda yeni bir nokta oluşturmak için aracı seçiniz ve herhangi bir yere tıklayınız.

 **İki Nesnenin Kesişimi:** Aracı seçtikten sonra kesişim noktalarını bulmak istediğiniz nesnelere sırasıyla işaretleyiniz (kesişim komutuna da bakınız).

 **Orta Nokta veya Merkez:** İki noktanın ya da bir doğru parçasının orta noktasını bulmak için aracı seçiniz ve nesnelere tıklayınız.

EK - 5. Birinci Öğretim Bölümünde Öğrencilere Açıklanan GeoGebra Terimleri Listesi

GEOGEBRA TERİMLERİ

SÜRÜKLEME: Geogebra ekranındaki noktaların fare ile hareket ettirilmesine sürükleme denir.

OLUŞUM: Sürüklendiği zaman sahip olduğu özellikleri koruyan şekillere “oluşum” denir. “Oluşum” bu yönüyle “çizimden” farklıdır.

Örnek: Dikdörtgen oluşumu, sürüklendiğinde özellikleri (iç açılarının 90 derece olması, karşılıklı kenarlarının dik olması) değişmez.

DEĞİŞMEZ ÖZELLİK: Oluşumların sürüklendiklerinde hep aynı kalan özelliklerine “değişmez” özellikler denir.

Örnek: Dikdörtgen oluşumunun değişmez özellikleri iç açılarının 90 derece olması ve karşılıklı kenarlarının eş olmasıdır.

BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ ŞEKİLLER: Bir şekil hareket ettirildiği zaman ona bağlı olarak hareket eden başka bir şekle “bağımlı şekil” denir.

Örnek: Aynadaki görüntünüz size “bağımlıdır”. Siz hareket etmediğiniz sürece hareketsiz kalır.

Örnek2: Buzdolabının ışığı, buzdolabının kapağına “bağımlıdır”. Kapak açılmadığı sürece ışık yanmaz.

EK – 6. GeoGebra'daki Cebir Görünümü, Grafik Görünümü ve Hesap Çizelgesi Görünümü

The screenshot displays the GeoGebra software interface with three main views: Algebra, Graphics, and Spreadsheet.
















Cebir Görünümü (Algebra View): Shows a point $A = (2.02, 4.74)$.

Grafik Görünümü (Graphics View): Shows a coordinate plane with the point A plotted at approximately $(2.02, 4.74)$.













Hesap Çizelgesi Görünümü (Spreadsheet View): Shows a grid with columns labeled A, B, and C, and rows numbered 1 to 15. The text "Hesap Çizelgesi Görünümü" is overlaid on the grid.

The interface includes a menu bar (Dosya, Düzenle, Görünüm, Seçenekler, Araçlar, Pencere, Yardım), a toolbar with various geometric tools, and a status bar at the bottom with a "Giriş:" field.







EK - 7. Öğretim Bölümlerinde Kullanılan GeoGebra Araçlarının Menü Sıraları, Adları, İkonları, İşlevleri ve Prosedürleri

Menü Sırası	Araç Adı	İkon	İşlev	Prosedür
1	Taşı		Nesneyi seçme ve sürüklenme	Nesne üzerinde farenin sol tuşuna tıklama ve fareyi hareket ettirme
2	Nokta		Bir nokta oluşturma	Grafik görünümünde (çizim tahtasında) tıklama yapma
	Kesişim		İki eğrinin kesişim noktasını oluşturma	Eğrilerin üzerine tıklama ya da eğrilerin kesişimleri üzerine tıklama
	Orta nokta veya merkez		İki noktanın ya da doğru parçasının orta noktasını oluşturma	İki noktanın üzerine tıklama ya da doğru parçasının üzerine tıklama
3	Doğru		Doğru oluşturma	Doğrunun iki noktasına tıklama
	Doğru parçası		Doğru parçası oluşturma	Doğru parçasının iki uç noktasına tıklama
	Verilen uzunlukta doğru parçası		İstenen uzunlukta doğru parçası oluşturma	Doğru parçasının uç noktasına tıklama ve açılan pencerede uzunluk değerini yazma
	Işın		Işın oluşturma	Işının uç noktasına tıklama, daha sonra ikinci noktaya tıklama
	Vektör		Vektör oluşturma	Başlangıç ve bitiş noktalarına tıklama
4	Dik doğru		Bir doğru/ışın/doğru parçasına dik doğru inşa etme	Doğru/ışın/doğru parçasına tıklama, ardından bir noktaya tıklama
	Paralel doğru		Bir doğru/ışın/doğru parçasına paralel doğru inşa etme	Doğru/ışın/doğru parçasına tıklama, ardından bir noktaya tıklama
	Orta dikme		Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa etme	Doğru parçasına ya da doğru parçasının uç noktalarına tıklama
5	Çokgen		Bir çokgensel bölge oluşturma	Çokgenin tüm köşelerine tıklama, ardından ilk köşeye tekrar tıklama
	Düzgün çokgen		Bir düzgün çokgensel bölge inşa etme	Çokgenin iki köşesine tıklama, ardından açılan pencerede köşe sayısını yazma
	Merkez ve yarıçapla çember		İstenen uzunlukta yarıçapa sahip çember inşa etme	Merkez noktaya tıklama, ardından açılan pencerede yarıçap uzunluğunu yazma

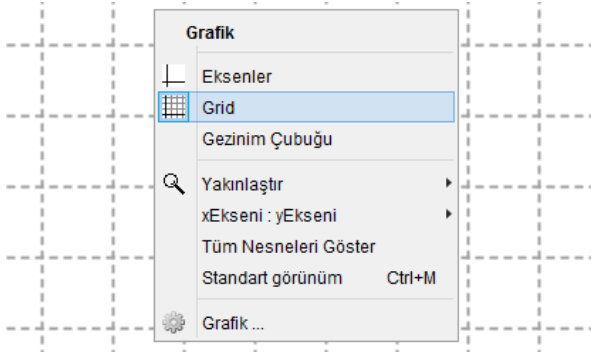
EK - 7. (Devam) Öğretim Bölümlerinde Kullanılan GeoGebra Araçlarının Menü Sıraları, Adları, İkonları, İşlevleri ve Prosedürleri

Menü Sırası	Araç Adı	İkon	İşlev	Prosedür
6	Merkez ve bir noktadan geçen çember		Çember oluşturma	Merkez noktaya tıklama, ardından çemberin bir noktasına tıklama
	Merkez ve yarıçapla çember		İstenen uzunlukta yarıçapa sahip çember inşa etme	Merkez noktaya tıklama, ardından açılan pencerede yarıçap uzunluğunu yazma
8	Açı		Açının ölçüsünü belirleme	Açının kollarına tıklama ya da açının adına uygun biçimde sırasıyla kollardaki ve köşedeki noktalara tıklama
	Uzaklık veya uzunluk		İki nokta arası uzaklığı ya da bir doğru parçasının uzunluğunu ölçme	Doğru parçasına ya da iki noktaya tıklama
	Alan		Çokgensel bölgenin alanını ölçme	Çokgensel bölgeye tıklama
9	Doğruda yansıt		Bir nesnenin bir doğruya göre yansıma dönüşümünü inşa etme	Nesneye ve doğruya tıklama
	Noktada yansıt		Bir nesnenin bir noktaya göre simetri dönüşümünü inşa etme	Nesneye ve noktaya tıklama
	Nesneyi nokta etrafında döndür		Bir nesnenin bir noktaya göre dönme dönüşümünü inşa etme	Nesneye ve noktaya tıklama; ardından açılan pencerede dönme açısının ölçüsünü yazma
	Nesneyi vektörle ötele		Bir nesnenin bir vektöre göre öteleme dönüşümünü inşa etme	Nesneye ve vektöre tıklama
	Nesneyi noktadan genişlet		Bir nesneyi istenen oranda genişletme	Nesneye ve merkez noktaya tıklama; ardından açılan pencerede genişletme oranını yazma
10	Resim		Grafik görünümüne bir resim ekleme	Grafik görünümü üzerine tıklama, ardından bilgisayardaki bir dosyadan resim seçme
11	Sürgü		Sürgü inşa etme	Grafik görünümü üzerine tıklama ve açılan pencerede sürgünün özelliklerini belirleme

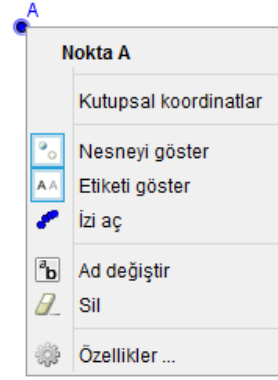
EK - 7. (Devam) Öğretim Bölümlerinde Kullanılan GeoGebra Araçlarının Menü Sıraları, Adları, İkonları, İşlevleri ve Prosedürleri

Menü Sırası	Araç Adı	İkon	İşlev	Prosedür
12	Çizim tahtasını taşı		Grafik görünümünü (çizim tahtasını) hareket ettirme	Grafik görünümü üzerinde farenin sol tuşunu basılı tutma ve fareyi hareket ettirme
	Yakınlaştır		Grafik görünümündeki nesnelere büyütme	Grafik görünümü üzerine tıklama
	Uzaklaştır		Grafik görünümündeki (çizim tahtasındaki) nesnelere küçültme	Grafik görünümü üzerine tıklama
	Nesneyi göster/ gizle		Grafik görünümündeki (çizim tahtasındaki) nesnelere gizleme ya da gizli nesnelere gösterme	Nesne üzerine tıklama / araç üzerine tıklama
	Etiketi göster / gizle		Nesnenin etiketini gizleme ya da gizli etiketleri gösterme	Nesne üzerine tıklama / araç üzerine tıklama
	Sil		Nesneyi silme	Nesne üzerine tıklama

EK - 8. GeoGebra'daki İçerik Menüleri



(a) Grafik görünümüne ait içerik menüsü



(b) Nesneye (A noktası) ilişkin içerik menüsü

Öğretim bölümleri kapsamında grafik görünümüne ait içerik menüsü kapsamında *eksenler* ve *grid* (*kutucuklar*) butonlarından yararlanılırken; bir nesneye ait içerik menüsü bağlamında ise *nesneyi göster*, *etiketi göster*, *izi aç*, *ad değiştir* ve *sil* butonları sıkça kullanılmıştır. Bu butonlardan *izi aç*, bir nesnenin hareketi sırasında arkasında iz bırakmasını sağlamaktadır ve geometrik yer keşfine yönelik araştırmalarda kullanılabilirliği bilinmektedir (Arzarello vd., 2002; Olivero, 1999).

EK – 9. Örnek Ders Planları

Konu: Dönüşüm Geometrisi

Kazanım: “Yansımayı açıklar”

Süre: 40’ + 40’

Araçlar: GeoGebra

Ön Plandaki GeoGebra Araçları: Doğruda yansıt, uzaklık veya uzunluk, doğru parçası, orta dikme

Enstrümantal aşama: Enstrümantal pekiştirme

Süreç:

1. Öğrenciler “doğruya göre yansıt” aracını kullanarak bir çokgenin verilen bir doğruya göre yansımalarını oluştururlar. Daha sonra karşılıklı köşe noktalarının doğruya uzaklıkları ölçülür ve eşit olduklarına yönelik genelleme yapılır.
2. DGY’de “yarım kelebek” etkinliği açılır. Öğrenciler yarım kelebek resmini tamamlamak için ekranda uygun bir yerde yansıma doğrusu oluştururlar ve resmin yansımalarını alarak kelebeği tamamlarlar. Öğrenciler “yarım kelebek” etkinliğinde kelebeğin sol yarısındaki kanadın uçlarında belirli noktalar oluştururlar ve bu noktaların doğruya yansımalarını gerçekleştirirler. Öğrenciler daha sonra bu noktaların doğruya uzaklıklarını ölçerler ve karşılıklı noktaların uzaklıklarının eşit olduğunu görürler.
3. Öğrenciler “manzara” etkinliğini açarlar ve ekranda dağların göldeki yansımalarının yer aldığı resmi incelerler. Öğrenciler manzarada yansıma doğrusunun yerini tahmini olarak oluştururlar. Öğrenciler oluşturdukları noktaların doğruya uzaklıklarını ölçer ve birbirlerine çok yakın değerler olduklarını görürler. Dağın zirve noktasından doğruya dik olan doğruyu oluştururlar ve bu doğrunun dağın zirve noktasının görüntüsünün çok yakınından geçtiğini görürler.
4. Öğrenciler “yarım manzara” etkinliğini açarlar ve dağların göldeki yansımalarının olmadığı yarım manzara resmini incelerler. Bu resmin hemen altında bir doğru oluştururlar ve dağların doğruya göre yansımalarını gerçekleştirirler. Dağların zirvelerine noktalar yerleştirirler ve bu noktaların da doğruya göre yansımalarını oluştururlar. Bu noktaların görüntülerinin zirvelerin görüntüleri üzerinde yer aldığını görürler. Karşılıklı noktaların doğruya olan uzaklıklarını ölçerler ve eşit olduklarını açıklarlar. Dağların zirve noktalarından yansıma doğrusuna dik doğrular çizildiğinde bu doğruların zirve noktalarının görüntüleri üzerinden de geçtikleri görülür. Oluşturulan doğruların paralel olduğu ve karşılıklı noktalardan yansıma doğrusuna inilen dikmelerin ayaklarının çakıştığı açıklanır.

EK – 9. (Devam) Örnek Ders Planları

Konu: Dönüşüm Geometrisi

Kazanımlar: “Dönme hareketini açıklar”

Süre: 40’ + 40’

Araçlar: GeoGebra, çalışma kâğıdı.

Ön Plandaki GeoGebra Araçları: Nokta etrafında döndür, sürgü, merkez ve bir noktadan geçen çember, uzaklık veya uzunluk, doğru parçası.

Enstrümantal aşama: Enstrümantal pekiştirme

Süreç:

1. Öğrenciler öğretmen tarafından hazırlanmış olan saat etkinliğinde yelkovanı sürgü yardımıyla döndürür ve değişen açı değerlerini inceler. Çeyrek dönmede 90, yarım dönmede 180 ve tam dönmede 360 derecelik açılar oluştuğu görülür. Ayrıca öğrenciler yelkovanın her dakikada kaç derecelik açı oluşturduğunu da görürler.
2. Öğrenciler yazılımda “ipe bağlı çapa” ve “dönme dolap” etkinlikleri yardımıyla bir şeklin belli bir noktaya göre dönme hareketi sırasında dairesel hareket yaptığını ve duruşunun nasıl değiştiğini incelerler. Bu hareket sırasında şekillerin merkez noktaya uzaklıklarının hep aynı kaldığı görülür.
3. Öğrenciler bir üçgenin köşe noktalarından birisine göre dönme dönüşümünü sürgü yardımıyla yapar. Orijinal şekil ve görüntüsünün kenarları arasındaki dönme açısını inceler. Görüntünün duruşunun nasıl değiştiği gözlenir. Öğrenciler üçgenin görüntüsünün köşe noktalarında “iz bırak” seçeneğini açar ve dönme hareketi sırasında her bir köşe noktasının merkez noktası dönme merkezi olan dairesel hareketler yaptığı görülür.
4. Öğrenciler yazılımda üçgenler oluştururlar ve bu üçgenlerin verilen noktalara göre dönme dönüşümlerini “döndür” aracını kullanarak gerçekleştirirler. Bu işlem sırasında “saat yönü”, “saat yönünün tersi” ve dönme açısı kavramlarına dikkat çekilir.
5. Öğrenciler “çeyrek rüzgar gülü” etkinliğini açarlar ve dörtte birlik parçası verilmiş bir rüzgar gülünü “döndür” aracını kullanarak tamamlar. Bu işlemler sırasında verilen parçanın kaç derecelik açılarla dönme dönüşümünün gerçekleştiği açıklanır.

EK – 9. (Devam) Örnek Ders Planları

Konu: Dönüşüm Geometrisi

Kazanımlar: “Düzlemde bir nokta etrafında ve belirtilen açıya göre şekilleri döndürerek çizimlerini yapar”

Süre: 40’+ 40’

Araçlar: GeoGebra, çalışma kağıdı.

Ön Plandaki GeoGebra Araçları: Nokta etrafında döndür, noktada yansıt, sürgü, merkez ve bir noktadan geçen çember, uzaklık veya uzunluk, doğru parçası.

Enstrümantal aşama: Enstrümantal pekiştirme

Süreç:

1. Öğrenciler yazılımda bir üçgenin A noktasına göre simetriğini oluştururlar. Bu dönüşümün içerdiği anlam araştırılır. Orijinal şekil ve görüntüsünün karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçaları çizilir. Bu doğru parçalarının A noktasında kesiştiği ve A noktasının bu doğru parçalarının orta noktaları olduğu görülür. Öğrenciler üçgenin A noktasına göre 180 derece dönme dönüşümünü gerçekleştirirler ve elde edilen görüntünün noktaya göre simetriğiyle çakıştığını görürler.
2. Öğrenciler DGY’de verilen iki eş şeklin noktaya göre simetrik olup olmadığını incelerler. Karşılıklı köşe noktalarının orta noktası ya da karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları kullanılarak çözümler geliştirilir ve açıklamalar yapılır.
3. Öğrenciler dönme hareketi yapan bir şeklin dönme merkezini araştırırlar. Orta nokta ve 180 derece dönme dönüşümü odaklı çözümler geliştirilir ve açıklamaları yapılır.
4. Öğrenciler çalışma kâğıdında verilen şeklin O noktasına göre belirtilen açılarda dönme dönüşümünü gerçekleştirirler. Çizimlerin doğruluğu üzerinde tartışılırlar.

EK - 10. Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Ön Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
0.1	- Üçgenleri çizerken alan – yükseklik ilişkisine odaklanma	- Simetrik üçgenler arasında ilişki kurma - Üçgenlerin yükseklikleri arasında ilişki kurma - Üçgenlerin AB kenarları arasında ilişki kurma	-Simetri üzerinden akıl yürütme	-Üçgenin alan bağıntısı odaklı düşünce - Simetri ve eşlik odaklı düşünce	- İkizkenar üçgene odaklanma - Dik üçgenlere odaklanma - Alan bağıntısı ön bilgisine uygun olmayan üçgenler oluşturma - Üçgenin tepe noktasını birim karelerin köşelerinde işaretleme - AB kenarına göre simetrik köşe noktalarını çözüm kümesine dâhil etme - Geniş açılı üçgenleri inceleme ve değerlendirme		- Üçüncü köşe noktasını görünmez bir doğru üzerinde değiştirme	- Seçilen köşe noktalarına bağlı olarak yüksekliğin değişmediğini gösterme - Oluşturulan üçgenlerde taban kenarının değişmediğini gösterme	-Çözüm kümesinde ikizkenar üçgenler olduğunu keşfetme - Çözüm kümesinde dik üçgenler olduğunu keşfetme - Çözüm kümesinde geniş açılı üçgenler olabileceğini keşfetme - AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan üçgenlerin çözüm kümesinde yer aldığını keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Ön Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
0.2	- Çokgeni tanıdık çokgenlere ayırma			- Karenin alan bağıntısı odaklı düşünce	- Verilen çokgenin içindeki birim karelere odaklanma	- Problemin çözümünü sağlayan stratejilere yönelik genelleme		- Çokgenin parçaları yer değiştirdiğinde alanın değişmediğini belirtme	- Şeklin tanıdık çokgenlere ayrılabilirdiğini keşfetme
	- Çokgeni kareye genişletmek için eksik parçaların alanlarına odaklanma			- Üçgenin alan bağıntısı odaklı düşünce	- Verilen çokgen içinde dikdörtgen oluşturan parçalara odaklanma				- Şeklin içindeki parçaların tanıdık çokgenler oluşturacak biçimde birleştirilebildiğini keşfetme
	- Çokgenin alanı için birim kareleri sayma			- Dikdörtgenin alan bağıntısı odaklı düşünce	- Verilen çokgen için dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmayı deneme				- Birim karelere dayalı stratejiler keşfetme
	- Çokgenin tümünü tanıdık bir çokgene dönüştürmek için parçaların yerlerini değiştirme				- Verilen çokgene dışarıdan parçalar ekleme ve oluşan yeni şeklin alanını hesaplama				- Şekli bir kareye genişletecek ek parçaların kullanılabilirdiğini keşfetme
									- Şeklin içindeki parçaların yerleri değiştirilerek bir kare oluşturulabilirdiğini keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Ön Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
0.3	- Taralı dikdörtgensel bölgelerin alanları arasında ilişki kurma - Köşegenin dikdörtgende oluşturduğu üçgenlerin alanlarına odaklanma - Verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin kenar uzunluklarına odaklanma - Yardımcı çizimlerle dikdörtgeni eş parçalara ayırma - Verilen şekil içerisindeki dikdörtgenlerin köşegenleri arasında ilişki kurma			- Dikdörtgende köşegen ve eş üçgenlere odaklı düşünce - Dikdörtgenin alan bağıntısı odaklı düşünce	- ABCD dikdörtgeni içerisindeki üçgenler bölgelerine ilişkin ilişkilerine yönelik çıkarım - Dikdörtgensel bölgelerin alanlarını karşılaştırırken görsel algıya dayalı yardımcı çizimler yapma - Dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunlukları için tahmini sayı değerleri kullanma ve alan hesabı yapma - Taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olmadığına yönelik görsel algıya dayalı çıkarım - Taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eşit olduğuna yönelik görsel algıya dayalı çıkarım	- Taralı dörtgensel bölgelerin alanlarının eşitliğine yönelik çıkarım			- ABCD dikdörtgeninin içerisinde eş üçgenler olduğunu keşfetme - Koyu renkli dikdörtgensel bölgelerin alanlarının eş olduğunu keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: İkinci Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
2.1	- Oluşturduğu üçgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirme	- Noktaların birbirine uzaklıklarını ilişkilendirme - Noktaların “doğrudaşlık” ilişkisine odaklanma - Çizilen doğru ile A ve B noktalarının orta noktasını ilişkilendirme -Çizilen doğru ve AB doğru parçasını ilişkilendirme		- Doğrudaş noktalara odaklı düşünce - Orta dikme odaklı düşünce - Orta nokta odaklı düşünce - İkizkenar üçgen odaklı düşünce	- Soruda istenen noktaları A ve B noktalarından uzak yerlerde arama - Çözüm kümesine dâhil edilen noktaların doğrudaş olduğuna ilişkin çıkarım - İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçtiğine ilişkin çıkarım - İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun [AB]’nin orta noktasından geçtiğine ilişkin çıkarım	- Çözüm kümesine dâhil edilen noktaların doğrudaş olduğuna ilişkin çıkarım	- Çözüm kümesine dâhil edilen noktaların doğrudaş olduğuna ilişkin çıkarım	- Amaçlı sürükleme yardımıyla inceleme - Nokta işaretleyerek sürükleme yardımıyla inceleme - Gizli geometrik yer üzerinde sürükleme	- A ve B noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların her zaman doğrudaş kaldığını açıklama - İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun A ve B noktalarının orta noktasından geçtiğini keşfetme - İşaretlenen noktalardan geçen doğrunun [AB]’nin orta dikme olduğunu keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: İkinci Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
2.2		- Oluşumu hedeflenen doğru ve AB doğru parçasını ilişkilendirme - Orta dikme üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarını ilişkilendirme		- Orta dikme odaklı düşünce	- İstenen doğru oluşumu için paralel doğru aracını kullanma - Orta dikme gibi görünen doğru çizimi yapma ve değerlendirme	- [AB]'nin orta dikmesi üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta yer aldığına ilişkin çıkarım	- Sürüklenme testiyle orta dikme üzerindeki noktaların A ve B noktalarına uzaklıklarının incelenmesi	- Sürüklemeye orta dikme üzerindeki tüm noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta kaldığını açıklama	- "Doğru" aracıyla çizim yapma stratejisinin sonuç vermediğini keşfetme - Birinci soruda işaretlenen noktalardan geçen doğrunun [AB]'nin orta dikmesi olduğunu keşfetme - [AB]'nin orta dikmesi üzerindeki noktaların A ve B noktalarına eşit uzaklıkta olduğunu keşfetme
2.3	- Verilen oluşumun parçalarını ilişkilendirme	- Oluşumu hedeflenen doğru ile verilen oluşumun parçalarını ilişkilendirme		- Paralel doğrulara odaklı düşünce - Üç doğrunun birbirine göre durumuna odaklı düşünce	- Doğru parçasına dik gibi görünen doğru çizimi yapma ve değerlendirme	- Bir doğru parçasına dik olan doğrunun paralelinin de aynı doğru parçasına dik olduğu çıkarımı	- Oluşumun özelliklerini incelemek için sürüklenme yapma - Sürüklenme testi	- Verilen oluşumun değişmez özelliklerini açıklama	- İstenen doğruyu oluşturmak için "orta dikme" aracının sonuç vermediğini keşfetme - Bir doğru parçasına dik olan iki doğrunun paralel olduğunu keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: İkinci Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma	
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
2.4		<ul style="list-style-type: none"> - İki üçgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirme - İki üçgenin iç açılarını ilişkilendirme - İki üçgenin alanlarını ilişkilendirme 	<ul style="list-style-type: none"> - Orantısal akıl yürütme yardımıyla kenar uzunluklarını ilişkilendirme 	<ul style="list-style-type: none"> - Benzer üçgenlerde açı ve kenar özelliklerine odaklı düşünce - Yöndeş açılara odaklı düşünce 	<ul style="list-style-type: none"> - Benzerlik oranı için üçgenlerin alanlarını karşılaştırma 	<ul style="list-style-type: none"> - Açılarının eşliği ve kenar uzunluklarının oranı üzerinden benzerlik ilişkisi ve benzerlik oranına yönelik çıkarım 	<ul style="list-style-type: none"> - Sürgü yardımıyla üçgenlerin duruşlarını değiştirerek inceleme 	<ul style="list-style-type: none"> - Üçgenlerin kenar uzunlukları oranının değişmediğini açıklama 	<ul style="list-style-type: none"> - Büyük üçgenin alanının küçük üçgenin alanının dört katı olduğunu keşfetme - İki üçgenin açılarının eşliğini keşfetme - Üçgenlerin kenar uzunluklarının oranını keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
3.1	<p>- Çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisi</p> <p>- Çokgenlerin simetrik köşelerinin orta noktaları arasındaki “doğrudaşlık” ilişkisi</p> <p>- Çokgenlerin simetrik köşelerinin orta noktaları ve yansıma doğrusu arasındaki ilişki</p> <p>- Çokgenlerin simetrik köşelerinin yansıma doğrusuna uzaklıkları arasındaki ilişki</p> <p>- Yansıma doğrusu – dik doğru ilişkisi</p> <p>- Yansıma doğrusu – orta dikme ilişkisi</p>	<p>- İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma</p>	<p>- Orta nokta odaklı düşünce</p> <p>- Doğrudaş noktalara odaklı düşünce</p> <p>- Dik doğru odaklı düşünce</p> <p>- Orta dikme odaklı düşünce</p>	<p>- “Doğruda yansıt” aracı ile deneme-yanıma sonucu dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım</p> <p>- Simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudaşlığı üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin geri-çıkarm (abduction)</p> <p>- Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma ve algısal gerekçelerle yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım yapma</p>	<p>- Simetrik köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmasına dayanarak yansımanın varlığına yönelik çıkarım</p>	<p>- Sürüklenme yardımıyla çokgenlerde değişen ve değişmeyen özelliklerin incelenmesi</p>	<p>- Sürüklemede çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarının ve bir çokgenin diğerine bağımlı hareket edip etmediğinin incelenmesi</p> <p>- Sürüklemede çokgenlerin simetrik köşelerinin çakışıp çakışmadıklarının incelenmesi</p> <p>- Karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını inceleme</p>	<p>- Çokgenlerin eş ve birinin diğerine bağımlı olduğunu keşfetme</p> <p>- Sürüklenme sırasında simetrik köşelerin çakıştıklarını keşfetme</p> <p>- Çokgenler arasında rastgele doğru oluşturarak deneme-yanıma yapmanın işe yaramadığını keşfetme</p> <p>- Simetrik iki köşenin orta noktasından geçen her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını keşfetme</p> <p>- Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasına dik olan her doğrunun yansıma doğrusu olmadığını keşfetme</p> <p>- Verilen çokgenlerde simetrik köşelerin orta noktalarının doğrudaş olduğunu keşfetme</p>

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
3.1	- Çokgenlerin köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişki							- “Doğruda yansıt” aracıyla simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olduğunu keşfetme - Simetrik iki köşeyi birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakıştığını keşfetme
3.2	- Çokgenler arasındaki “eşlik” ve “bağımlılık” ilişkisi - Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları arasındaki “doğrudaşlık” ilişkisi - Çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçaları arasındaki “paralellik” ilişkisi	- İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma	- Orta nokta odaklı düşünce - Doğrudaş noktalara odaklı düşünce - Paralel doğrulara odaklı düşünce - Orta dikme odaklı düşünce	- Karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudaşlığı üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesini oluşturma ve algısal gerekçelerle yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım	- Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmaması üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım	- Sürükleme yardımıyla çokgenlerde değişen ve değişmeyen özelliklerin incelenmesi	- Sürüklemeye çokgenlerin eş kalıp kalmadıklarının ve bir çokgenin diğerine bağımlı hareket edip etmediğinin incelenmesi - Sürüklemeye çokgenlerin karşılıklı köşelerinin çakışıp çakışmadıklarının incelenmesi - Karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışıp çakışmadığını inceleme - Karşılıklı iki köşeye ait doğru parçasının orta dikmesinin, diğer iki karşılıklı köşenin orta noktasından geçip geçmediğini inceleme	- Çokgenlerin eş ve birinin diğerine bağımlı olduğunu keşfetme - Karşılıklı köşelerin orta noktalarının doğrudaş olduklarını keşfetme - Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının paralel olmadıklarını keşfetme - Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmadığını keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme		Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıma	
	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
3.2	- Çokgenlerin karşılıklı köşelerini birleştiren doğru parçalarının orta dikmeleri arasındaki ilişki - Yansıma doğrusu – orta dikme ilişkisi - Çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları ile yansıma doğrusu arasındaki ilişki				- Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının orta dikmelerinin çakışmaması üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına yönelik çıkarım - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olmaması üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım			- “Doğruda yansıt” yardımıyla karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesinin yansıma doğrusu olmadığını keşfetme - Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına ait orta dikmenin, diğer iki köşenin orta noktasından geçmediğini keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme		Değişmezleri Araştırma			Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
3.2					- Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasının orta dikmesi ile diğer köşelerin orta noktaları arasındaki ilişki üzerinden yansıma dönüşümünün varlığına ilişkin çıkarım			
3.3	- Çember – dönme dönüşümü ilişkisi üzerine akıl yürütme - 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktaları arasındaki ilişki - 180° dönmede çokgenlerin karşılıklı köşelerinin orta noktası ve dönme merkezi arasındaki ilişki	- İlişkilendirme sürecinde noktaya göre simetriye odaklanma - İlişkilendirme sürecinde yansıma dönüşümüne odaklanma	- Noktaya göre simetri odaklı düşünce - Dönme hareketi – çember ilişkisine odaklı düşünce - 180° dönme dönüşümü odaklı düşünce	- Rastgele oluşturulan çemberlerin merkez noktalarının dönme merkezi olup olmadıklarını araştırma - 180° dönmede çokgenlerin köşelerini, yansıma dönüşümüne göre eşleyerek araştırma yapma - “Nesneyi nokta etrafında döndür” aracıyla rastgele seçilen noktaların dönme merkezi olup olmadıklarını araştırma	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışmasından yola çıkarak dönme merkezinin yerine yönelik çıkarım - Verilen dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere yönelik sonuca ulaşma	- Sürgü yardımıyla dönme açısının değiştirilmesi ve hareketin incelenmesi - Sürgü yardımıyla köşelerin iz bırakarak döndürülmesi ve geometrik yerin ortaya çıkarılması	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışıp çakışmadığının incelenmesi - Dönme hareketinin rastgele oluşturulan çemberler üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi - Dönme hareketinin, karşılıklı köşelerin orta noktaları etrafında oluşturulan çember üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi	- Rastgele çember oluşumlarının geometrik yer olup olmadıklarını test etme yönteminin işe yaradığını keşfetme - İz bırakma yardımıyla dönmeyle ilişkin geometrik yeri keşfetme - 180° dönme ve yansıma dönüşümü arasındaki farkı keşfetme - Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre dönme dönüşümünü inceleme yönteminin işe yaradığını keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: Üçüncü Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
3.3				- "Noktada yansıt" aracıyla rastgele seçilen noktaların dönme merkezi olup olmadıklarını araştırma			- Dönme hareketinin, belirlenen dönme merkezi etrafında oluşturulan çember üzerinde gerçekleşip gerçekleşmediğinin test edilmesi	- Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre dönme dönüşümünü inceleme yönteminin işe yaradığını keşfetme - Üçgenlerden birinin rastgele seçilen noktalara göre simetrisini oluşturma yönteminin işe yaradığını keşfetme - 180° dönmede köşelerin orta noktası etrafında oluşturulan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini keşfetme - Dönme hareketi sırasında köşe noktalarının çember üzerinde yer değiştirdiğini keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4a Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme		Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	TÇK	DD	EKK	KÖP
4a.2	- Karşılıklı köşelerin orta noktaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki	- 180° dönme ve noktaya göre simetri üzerine akıl yürütme	- 180° dönme dönüşümü odaklı düşünce - Noktaya göre simetri odaklı düşünce	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktalarının dönme merkezini gösterdiğine ilişkin çıkarım	- Sürgü yardımıyla dönme açısını değiştirme ve hareketi inceleme	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışıp çakışmadığını inceleme - Dönme hareketinde karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesişip kesişmediğini inceleme - Dönme hareketinde karşılıklı köşelerin aynı çember üzerinde kalıp kalmadığını test etme	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakıştığını keşfetme - 180° dönmede karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesiştiğini keşfetme - 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktasını merkez alan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini keşfetme
	-Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki		- Çember ve dönme merkezi odaklı düşünce	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının dönme merkezinde kesiştiklerine yönelik çıkarım			
	- Çember ve dönme merkezi ilişkisi			- Dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere yönelik çıkarım - 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetrisinin ilişkisine yönelik çıkarım			

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4a Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme		Genelleme		Değişmezleri Araştırma		Keşif ve yansıtma
	BŞİ	ÖMB	TDY	TÇK	DD	EKK	KÖP
4a.2	- Karşılıklı köşelerin orta noktaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki	- 180° dönme ve noktaya göre simetri üzerine akıl yürütme	- 180° dönme dönüşümü odaklı düşünce - Noktaya göre simetri odaklı düşünce	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelerin orta noktalarının dönme merkezini gösterdiğine ilişkin çıkarım	- Sürgü yardımıyla dönme açısını değiştirme ve hareketi inceleme	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakışıp çakışmadığını inceleme - Dönme hareketinde karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesişip kesişmediğini inceleme - Dönme hareketinde karşılıklı köşelerin aynı çember üzerinde kalıp kalmadığını test etme	- 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktalarının çakıştığını keşfetme - 180° dönmede karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçalarının tek bir noktada kesiştiğini keşfetme - 180° dönmede karşılıklı köşelerin orta noktasını merkez alan çemberlerin çokgenlerin karşılıklı köşelerinden geçtiğini keşfetme
	-Karşılıklı köşeleri birleştiren doğru parçaları ile dönme merkezi arasındaki ilişki		- Çember ve dönme merkezi odaklı düşünce	- 180° dönme dönüşümünde karşılıklı köşelere ait doğru parçalarının dönme merkezinde kesiştiklerine yönelik çıkarım			
	- Çember ve dönme merkezi ilişkisi			- Dönme hareketinde köşe noktalarının izlediği geometrik yere yönelik çıkarım - 180° dönme dönüşümü ve noktaya göre simetrisinin ilişkisine yönelik çıkarım			

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4b Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4b.1	- Köşe noktaları arasındaki “bağımlılık” ilişkisi	- Verilen eşkenar dörtgen ile kendi inşa ettiği dörtgenin parçalarını ilişkilendirme	- Köşe noktaları arasındaki “noktaya göre simetri ilişkisi”	- Bağımlı ve bağımsız nesnelere odaklı düşünce	- Tanıdık dörtgen oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme	- Kenarların eşliğine ilişkin genelleme	- Sürükleme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceleme	- Kenarlar arasındaki değişmez ilişki	a. Verilen oluşumun özelliklerini keşfetme
	- Kenarlar arası ilişki		- Kenarların köşegene göre yansımaları üzerine akıl yürütme	- Yansıma odaklı düşünce	- Eşkenar dörtgen gibi görünen çizim yapma ve sürükleyerek değerlendirme	- Komşu kenarların yansıyan olduklarına ilişkin genelleme	-İnşa edilen oluşumu sürükleme yardımıyla test etme	- İki köşe noktasının sürüklemeye köşegenlerden birisinin üzerinde kalması	b. Eşkenar dörtgen oluşumunun inşasında;
	- Köşegenler arası ilişki			- Noktaya göre simetri odaklı düşünce		-Tüm karşılıklı açıların eşliğine ilişkin genelleme		- Bağımlı ve bağımsız köşe noktaları arasındaki değişmez ilişki	- “çokgen” aracıyla rastgele dörtgen oluşturmaya dayalı stratejilerin yetersiz olduğunun keşfi
	- İç açılar arası ilişki				- Deltoit oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme	- Karşılıklı köşelerin merkez noktaya göre simetrik olduğuna yönelik genelleme		- Açılar arasındaki değişmez ilişki	- kenarları oluşturmak için dik doğru veya paralel doğru oluşumlarının yetersiz olduğunun keşfi
	- Köşegenler arasında oluşan üçgenler arası ilişki			- Eşkenar dörtgen odaklı düşünce		- Köşegenlerin birbirine göre durumu ile ilgili genelleme		- Köşegenler arasındaki değişmez ilişki	- köşegen oluşumu için orta dikme veya dik doğru oluşumlarının keşfi
				- Dik üçgen ve eşlik odaklı düşünce		- Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genelleme		- Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özellikleri ve ilişkileri	
				- Dikdörtgen veya paralelkenar odaklı düşünce		- Verilen oluşumun eşkenar dörtgen olduğuna yönelik genelleme			

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4b Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4b.1									<p>- bir köşegeni diğerinin orta dikmesi olan her dörtgenin eşkenar dörtgen olmadığı keşfi</p> <p>- kenarları oluşturmak için köşegene göre yansıma stratejisinin keşfi</p> <p>- köşeleri oluşturmak için köşegenlerin kesişim noktasına göre simetri stratejisini keşfetme</p>
4b.2	<p>- Köşe noktaları arasındaki “bağımlılık” ilişkisi</p> <p>- Kenarlar arası ilişki</p> <p>- Köşegenler arası ilişki</p>	<p>- Eşkenar dörtgen ile deltoit oluşumu arası ilişki</p> <p>- Deltoit ile kendi inşa ettiği oluşumun parçalarını ilişkilendirme</p>	<p>- Kenarların köşegene göre yansımaları üzerine akıl yürütme</p>	<p>- Bağımlı ve bağımsız nesnelere odaklı düşünce</p> <p>- Dik üçgen ve eşlik odaklı düşünce</p> <p>- Yansıma odaklı düşünce</p> <p>- Eşkenar dörtgen odaklı düşünce</p>	<p>- Tanıdık dörtgen oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme</p>	<p>- Belirli komşu kenarların eşliğine ilişkin genelleme</p> <p>- Belirli komşu kenarların köşegene göre yansıyan olduğuna ilişkin genelleme</p>	<p>- Sürükleme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceleme</p> <p>- İnşa edilen oluşumu sürükleme yardımıyla test etme</p>	<p>- Kenarlar arasındaki değişmez ilişki</p> <p>- İki köşe noktasının sürüklemeye köşegenlerden birisinin üzerinde kalması</p> <p>- Açılar arasındaki değişmez ilişki</p>	<p>a. Verilen oluşumun özelliklerini keşfetme</p> <p>b. Deltoit oluşumunun inşasında;</p> <p>- iki kenarı paralel dörtgen oluşumunun deltoit olmadığı keşfi</p>

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4b Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

Soru	İlişkilendirme			Genelleme			Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4b.2	- İç açılar arası ilişki - Köşegenler arasında oluşan üçgenler arası ilişki - Karşılıklı köşelerin orta noktaları arası ilişki	- Eşkenar dörtgen ile deltoit oluşumu arası ilişki - Deltoit ile kendi inşa ettiği oluşumun parçalarını ilişkilendirme	- Kenarların köşegene göre yansımaları üzerine akıl yürütme	- İç bükey çokgen odaklı düşünce	- Tanıdık dörtgen oluşumu yapma ve sürükleyerek değerlendirme	- İki karşılıklı açının eşliğine ilişkin genelleme - Verilen oluşumda bağımsız köşe noktalarına ilişkin genelleme - Köşegenlerin birbirine göre durumu ile ilgili genelleme - Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin özelliklerine ilişkin genelleme	- Sürükleme yardımıyla soruda verilen oluşumun değişmez özelliklerini inceleme -İnşa edilen oluşumu sürükleme yardımıyla test etme	- Köşegenler arasındaki değişmez ilişki - Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin değişmez özellikleri ve ilişkileri	- köşegenleri oluşturmak için orta dikme veya dik doğru oluşumlarının keşfi - tüm köşelerin, köşegenlerin kesişim noktasına göre simetrik olmadığının keşfi - kenarları oluşturmak için köşegene göre yansıma stratejisinin keşfi - komşu kenarların tümünün köşegene göre yansıyan olmadığının keşfi

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4c Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

İlişkilendirme		Genelleme					Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
Soru	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4c.1	- Üçgende alan – yükseklik ilişkisini kurma	- Üçgenler arasında yansıma ve eşlik ilişkisini kurma - Üçgenlerin yükseklikleri arası ilişki kurma - Üçgenlerde AB ortak kenarını inceleme - Üçgenlerin köşe noktalarından geçen doğrular arasındaki ilişkiyi kurma	- Yansıma dönüşümü yardımıyla çözüm kümesini genişletme	- Üçgenin alan bağıntısına odaklı düşünce - Yansıma odaklı düşünce - Doğrudaş noktalara odaklı düşünce - Paralel doğrulara odaklı düşünce	- İkizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgenlerin köşe noktalarına odaklanma - Dar açılı çeşitkenar üçgenlerin köşe noktalarına odaklanma - Kareli kâğıtta birim karelerin köşeleri üzerindeki noktalara odaklanma	- Üçgenlerin tepe noktalarından geçen doğruların paralel olduğu; - Oluşturulan doğrular üzerindeki her noktanın, üçgenin tepe noktası olabileceği çıkarımları	- Alanın değişmezliği ne uygun olarak üçgenin köşe noktasının yerini değiştirme	- Çizilen üçgenlerde yüksekliğin değişmemesi - Üçgenlerin tepe noktalarının doğrudaş kalması - Çizilen doğru üzerindeki tüm noktaların soruda istenen üçgenlerin tepe noktalarını içermesi	- Soruda istenen üçgenlerin – sırasıyla- ikizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgenler olabileceğini keşfetme - AB kenarına göre birbirinin simetrisi olan köşe noktalarının çözüm kümesinin içinde yer aldığını keşfetme - İşaretlediği köşe noktaları arasında doğrudaşlık ilişkisini keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4c Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

İlişkilendirme		Genelleme				Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma	
Soru	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4c.1					- Taban kenarının alt ve üst tarafında doğrudan köşe noktalarına odaklanma				- Sorunun sınırsız çözümü olduğunu keşfetme - Üçgenlerin tepe noktalarından geçen doğruların paralel olduğunu keşfetme
4c.2	- Eş dörtgenleri daha büyük bir benzeri oluşturmak için birleştirme - Büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenlerin kenarlarını ilişkilendirme		- Benzerlik ve orantısal akıl yürütme yardımıyla ilişki kurma	- Paralel doğruların ortak kesenle oluşturduğu açılara odaklı düşünce - Dörtgenlerde iç açılara odaklı düşünce - Kare odaklı düşünce	- Görüntüye dayalı olarak, açılarının dikliğine yönelik çıkarım - Görüntüye dayalı olarak kenarların paralelliklerine yönelik çıkarım	- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkiye yönelik tümdengelimli çıkarım			- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerde kenarlar arasındaki ilişkileri keşfetme - Verilen durumu sağlayan dörtgenlerde iç açıları keşfetme

EK - 10. (Devam) Odak Katılımcıların ZGA Süreçleri: 4c Numaralı Klinik Görüşme Bulguları

İlişkilendirme		Genelleme					Değişmezleri Araştırma		Keşif ve Yansıtma
Soru	TŞPİ	BŞİ	ÖMB	TDY	VSD	TÇK	DD	EKK	KÖP
4c.2	- Büyük dörtgen ile büyük dörtgenin içindeki eş dörtgenlerin açılarını ilişkilendirme - Küçük dörtgenlerden birisinin açıları arasında ilişki kurma - Küçük dörtgenlerden birisini tanıdık çokgenlere parçalama			- Benzerlik odaklı düşünce	- Görüntüye dayalı olarak, kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye yönelik çıkarım	- Verilen durumu sağlayan dörtgenlerin iç açılarına yönelik tümdengelimli çıkarım			