

**DOĞRUSAL DENKLEMLERİN 7. SINIFLARDA ÖĞRETİMİNDE GEOMETRİ
SKETCHPAD KULLANIMININ ÇOKLU TEMSİL VE ENSTRÜMENTAL
YAKLAŞIM BOYUTUNDAN İNCELENMESİ**

Sibel DENİZ

Yüksek Lisans Tezi

Ocak 2016

**DOĞRUSAL DENKLEMLERİN 7. SINIFLARDA ÖĞRETİMİNDE GEOMETRİ
SKETCHPAD KULLANIMININ ÇOKLU TEMSİL VE ENSTRÜMENTAL
YAKLAŞIM BOYUTUNDAN İNCELENMESİ**

Sibel DENİZ

Yüksek Lisans Tezi

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Emel Özdemir ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Ocak 2016

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Sibel DENİZ'in "Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Geometri Sketchpad Kullanımının Çoklu Temsil ve Enstrümantal Yaklaşım Boyutundan İncelenmesi" başlıklı tezi 29.12.2015 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi programı yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Doç.Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Üye : Yard.Doç.Dr. Abdulkadir ERDOĞAN

Üye : Yard.Doç.Dr. Menekşe Seden TAPAN BOUTIN

Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü



T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86896125/605/3386340
Konu: Sibel DENİZ'in
Tez Çalışması.

15/08/2014

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : M.E.B. Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu 07/03/2012 tarihli ve 2012/13 sayılı Genelgesi.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Metamatik Eğitim Yüksek Lisans Programı öğrencisi Sibel DENİZ'in "Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Geometri Sketchpad Kullanımının Çoklu Temsil ve Entsrümantal Yaklaşım Boyutundan İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tez isteği Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nün 10/07/2014 tarih ve 814/8142 sayılı yazılan ile bildirilmektedir.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Metamatik Eğitim Yüksek Lisans Programı öğrencisi Sibel DENİZ'in "Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Geometri Sketchpad Kullanımının Çoklu Temsil ve Entsrümantal Yaklaşım Boyutundan İncelenmesi" konulu tez çalışmasını Inegöl ilçesi, Küçük Yenice Ortaokulunda uygulanma isteği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmesi sonucunda, araştırma ile ilgili çalışmanın okullardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek, gönüllülük esası ile okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

İbrahim ATAMAN
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

OLUR
15/08/2014

Veli SARIKAYA
İl Millî Eğitim Müdür V.

EKLER:

ÖZET

DOĞRUSAL DENKLEMLERİN 7. SINIFLARDA ÖĞRETİMİNDE GEOMETRİ SKETCHPAD KULLANIMININ ÇOKLU TEMSİL VE ENSTRÜMENTAL YAKLAŞIM BOYUTUNDAN İNCELENMESİ

SİBEL DENİZ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Danışman: Doç Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Dinamik Geometri Ortamının öğrencilerin akıl yürütme ve yorumlama becerilerinin gelişimini desteklediği bilinmektedir. Ortaokul programında önemli bir yeri olan, iki değişken arasındaki ilişki yönüyle fonksiyon kavramına temel olan doğrusal denklemlerin öğretiminde DGO çoklu temsiller arasındaki bağı dinamik bir biçimde kurmaya imkan vermektedir. Matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımı, konuyla ilgili sınırlı bilgiye sahip olan öğrencinin bilgisini geliştirmekte (Ainsworth, 2008) ve kavramsal öğrenmeyi desteklemektedir. Teknolojik öğrenme ortamları kompleks yapılar olup öğrencilerin öğrenme süreçlerinin analiz edilmesi pek çok faktörü gözönünde bulundurarak değerlendirmeyi gerektirmektedir ki bu da oldukça zordur. Enstrümental oluşum teorisi diğer adı ile enstrümental yaklaşım bu noktada etkin bir teori olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrenme süreci ile araç kullanımı arasındaki ilişkiyi araştırabilmeyi sağlayan enstrümental yaklaşım, öğrencilerin tekniklerine ve bilişsel gelişimlerine (Gravemeijer, 2005), öğrenme sürecinde geliştirdikleri bilişsel şemalara (Drijvers vd., 2013) odaklanır. Bu tespitlerden hareket edilerek bu araştırmanın amacı, iki değişken arasındaki ilişki yönüyle fonksiyon konusuna temel teşkil ettiği düşünülen doğrusal denklemlerin 7. sınıflarda öğretiminde geometri sketchpad kullanımının çoklu temsil ve enstrümental yaklaşım boyutundan

incelenmesidir. Programdaki kazanımlara paralel olarak geometri sketchpad ile beş grup etkinlik oluşturulmuştur. Verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma, araştırmacının matematik öğretmeni olarak görev yaptığı, Bursa'nın İnegöl İlçesine bağlı bir devlet okulunda 2014-2015 eğitim-öğretim yılının güz döneminde 6 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verilerinin toplanmasında bilgisayar ekran kayıt programından, video kameradan, ses kayıt cihazından, öğretmen günlüklerinden ve öğrencilerin etkinlik kağıtlarından yararlanılmıştır.

Araştırma sonunda öğrencilerin cebirsel temsili çözümlenmede zorlandıkları, bu zorluğun üstesinden geometri sketchpad ile oluşturdukları grafik temsilini kullanarak geldikleri görülmüştür. Öğrencilerin grafik temsili oluşturmada başarılı olmalarına rağmen grafiği yorumlamada zorlandıkları görülmüştür. Geometri sketchpad kullanarak gerçekleştirdikleri aynı görevlerde öğrencilerin farklı enstrümanlı teknikler geliştirdikleri saptanmıştır. Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri belirlenmiştir. Geometri sketcpadın öğrenciler için artefacttan etkin bir entstrümana dönüştüğü görülmüştür.

ABSTRACT

EXAMINATION OF THE USE OF GEOMETRY SKETCHPAD WITH RESPECT TO MULTIPLE REPRESENTATIONS AND INSTRUMENTAL APPROACH WHILE TEACHING LINEAR EQUATIONS IN 7TH GRADE

SİBEL DENİZ

DEPARTMENT OF MATHEMATICS EDUCATION

Anadolu University Graduate School of Educational Sciences

January, 2016

Advisor: Assoc. Prof. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

It is known that dynamic geometry environment (DGO) promotes the development of students' reasoning and interpretation skills. While teaching linear equations, which have a significant place in the secondary school program and grounds the concept of function as a relationship between two variables, DGO makes it possible to build the connection between multiple representations in a dynamic manner. Use of multiple representations in mathematics education supports conceptual learning and allows students, who have limited knowledge of the subject, to expand their knowledge (Ainsworth, 2008). Technological learning environments are complex structures and analysing students' learning process requires an evaluation that takes many factors into account, which is very difficult. At this point, instrumental formation theory, i.e., instrumental approach emerges as an effective theory. Instrumental approach, which allows us to explore the relationship between the learning process and the use of tools, focuses on students' techniques, their cognitive development (Gravemeij, 2005) and the

cognitive schemes students develop during the learning process (Drijvers et al., 2013). The aim of this study, therefore, is to investigate the use of geometry sketchpad with 7 grade students while teaching linear equations, which is considered to be the foundation of the concept of function as a relationship between two variables. In parallel with the acquisitions in the program five groups of activities were formed by using geometry sketchpad. Qualitative research method was employed to collect, analyse and interpret the data. The research was conducted during the fall semester of the 2014-2015 academic year with 6 students in a state school in İnegöl, Bursa, where the researcher works as a mathematics teacher. To collect data computer screen recording program, a video camera, a voice recorder, teacher's diaries and students' practice sheets were used. It has been observed that students, who struggle analysing algebraic representations, overcome this difficulty with the help of graphical representations they created by using geometry sketchpad. Despite their success in creating graphical representations, however, students had difficulty while interpreting the graphs. When they were asked to use geometry sketchpad to perform the same task, students developed techniques with various different tools. The components of students' instrumental action schemes in relation to linear equations were determined. It has been observed that geometry sketchpad has transformed from being an artefact to being an effective instrument for students.

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanması süresince akademik ve bilimsel açıdan beni yetiştiren ve geliştiren, güler yüzü ve hoşgörüsüyle bana manevi açıdan desteğini esirgemeyen hocam ve tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tez jürimde olmayı kabul edip tezimle ilgili yapıcı dönütler veren Yard. Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTİN ve Yard. Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam boyunca sıkıntıya düştüğüm her anda yanımda olup bana benden daha çok inanan güç kaynağım, bu zorlu süreçteki yol arkadaşım, güleryüzlü ve hoşgörülü kişiliğiyle hayat arkadaşım sevgili eşim ÖMER DENİZ'e teşekkür ederim.

Hayatıma pek çok açıdan zenginlik ve değer katan biricik ablam SANİYE VATANSEVER'e teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ	xiii
TABLO LİSTESİ.....	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1. Literatür Taraması.....	4
Bir Dinamik Geometri Yazılımı:Geometri Sketchpad	4
1.1.1.....	4
1.1.1.1. Geometri Sketchpad ve Özellikleri	5
1.1.2.Doğrusal Denklemler.....	8
1.1.2.1. Doğrusal Denklemler ve Önemi	8
1.1.2.2. Doğrusal Denklemlerde Temsillerin Önemi ve Çoklu Temsil	10
1.1.2.3. Doğrusal Denklemler Konusunda Yapılan Çalışmalar ve Sonuçları	13
1.1.2.3.1. Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Teknoloji Kullanımına Dayalı Yapılan Çalışmalar	19
1.2. Kuramsal Çerçeve.....	23
1.2.1. Enstrümantal Oluşum Teorisi.....	23
1.2.1.1.Araç-Artefact İlişkisi	25
1.2.1.2.Artefact-Enstrüman İlişkisi	26
1.2.1.3.Şema – Teknik Etkileşimi	28
1.2.1.4.Enstrümantal Oluşumun İki Bileşeni: Enstrümantasyon ve Enstrümantalizasyon	31
1.2.1.4.1.Enstrümantasyon	32
1.2.1.4.2.Enstrümantalizasyon.....	33
1.2.1.5.Enstrümantal Orkestrasyon	34
1.2.1.6. Enstrümantal Oluşum Sürecinde Dikkat Edilmesi Gerekenler: Öğretmen, Öğretim Mühendisi	35
1.2.1.6.1.Öğretmen Boyutu	35
1.2.1.6.2.Öğretim Mühendisleri Boyutu	37
1.2.2.Çoklu Temsil	38
1.2.2.1. Temsil Nedir?	38

1.2.2.2. Çoklu Temsil Nedir?	39
1.2.2.2.1. Çoklu Temsil Kullanımının Önemi-Yararı.....	40
1.2.2.2.2. Çoklu Temsil Kullanımı ve Uygulamasında Dikkat Edilmesi Gereken Noktalar	43
1.2.2.2.2.1. Öğretmen Boyutu.....	43
1.2.2.2.2.2. Öğrenci Boyutu.....	46
1.2.2.3. Teknoloji ve Çoklu Temsil.....	46
1.3.Problem Durumu.....	48
1.4.Amaç ve Önem	49
2. YÖNTEM	51
2.1. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar.....	51
2.2. Veri Toplama Araçları.....	52
2.3. Veri Toplama	53
2.4. Veri Analizi.....	54
3.ETKİNLİKLERİN TANITIMI.....	57
3.1.Birinci Grup Etkinlikler.....	63
3.1.1.'Hazine Adası' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	63
3.1.2.'Türkiye Turu' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	66
3.2.İkinci Grup Etkinlikler	68
3.2.1.'X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar ..	68
3.2.2.'Konumuza Bir Başlık Bulalım!' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar...	71
3.3.Üçüncü Grup Etkinlikler	76
3.3.1. 'Kuralı Uygula' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	76
3.3.2. 'Doğruları Tanıyorum' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	80
3.3.3. 'Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar.....	82
3.4.Dördüncü Grup Etkinlikler.....	85
3.4.1.'Eksenle Ortak Noktamız Nedir?' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	85
3.4.2.'Eksenle Ortak Noktamız Neresi?' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar	89
3.5.Beşinci Grup Etkinlik.....	91
3.5.1.'Troposfer' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar.....	91
4. BULGULAR	93

4.1. Enstrümantal Oluşumlar	93
4.1.1. Grup 1 Etkinlikleri (Hazine Adası ve Türkiye Turu)	93
4.1.1.1. Artefact Boyutu	93
4.1.1.2. Enstrümantal Eylem Şemaları	95
4.1.1.2.1. Birinci Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları .	97
4.1.1.2.2. Enstrümanlı Teknikler	103
4.1.1.2.3. 'Koordinat Düzleminde Verilen Noktaların (x,y) Formunda Koordinatını Belirlemek ve Doğruluğunu Yazılımla Kontrol Etmek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri	107
4.1.2. Grup 2 Etkinlikleri ('X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?' ve 'Konumuza Başlık Bulalım')	109
4.1.2.1. Artefact Boyutu	109
4.1.2.2. Enstrümantal Eylem Şemaları	111
4.1.2.2.1. İkinci Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları	112
4.1.2.2.2. Enstrümanlı Teknikler	124
4.1.2.2.3. 'İfade Edilen İlişkiye Uygun (x,y) İkili Belirleyip Bu İkililerin Farklı Temsillerde Ortak Özelliklerini Belirlemek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri.....	128
4.1.3. Grup 3 Etkinlikleri ('Kuralı Uygula', 'Doğruları Tanıyorum' ve 'Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum')	130
4.1.3.1. Artefact Boyutu	130
4.1.3.2. Enstrümantal Eylem Şemaları	132
4.1.3.2.1. Üçüncü Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları	134
4.1.3.2.2. Enstrümanlı Teknikler	147
4.1.3.2.3. 'Doğrusal Denklemlerin Cebirsel Temsillerini, Diğer Temsillerle İlişkilendirebilmek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri.....	152
4.1.4. Grup 4 Etkinlikleri (Eksenle Ortak Noktamız Nedir?, Eksenle Ortak Noktamız Neresi?)	156
4.1.4.1. Artefact Boyutu	156
4.1.4.2. Enstrümantal Eylem Şemaları	157
4.1.4.2.1. Dördüncü Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları	158
4.1.4.2.2. Enstrümanlı Teknikler	166

4.1.4.2.3. 'Cebirsel Temsili Verilen Bir Doğru Denkleminin Eksenleri Kestiği Noktayı Belirlemek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri ...	170
4.1.5. Grup 5 Etkinliği (Troposfer)	172
4.1.5.1. Artefact Boyutu	172
4.1.5.2. Enstrümantal Eylem Şemaları	173
4.1.5.2.1. Beşinci Grup Görevde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları ..	178
4.1.5.2.2. 'Dağcıların Tırmanışında Yüksekliğe Bağlı Sıcaklık Değişiminde Farklı Temsilleri Kullanmak' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri	181
4.1.6. Enstrümanlı Tekniklere Genel Bakış	182
4.1.6.1. Tüm Etkinliklere Pragmatik Teknikler Açısından Bakış	182
4.1.6.2. Tüm Etkinliklere Epistemik Teknikler Açısından Bakış	186
4.2. Geometri Sketchpad Ortamında Çoklu Temsil Kullanımları	188
4.2.1. Grup 1 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları	190
4.2.1.1. Hazine Adası: Grafikten Grafiğe Geçiş	190
4.2.1.2. Türkiye Turu: Grafikten Grafiğe Geçiş	191
4.2.2. Grup 2 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları	193
4.2.2.1. x ile y arasındaki ilişki nedir?: Sözelden Tabloya Geçiş	193
4.2.2.2. x ile y arasındaki ilişki nedir?: Tablodan Grafiğe Geçiş	195
4.2.2.3. Grafik Temsilini Yorumlama	197
4.2.2.4. Konumuza Başlık Bulalım: Tablo Temsili	199
4.2.2.5. Konumuza Başlık Bulalım: Grafik Temsili	202
4.2.2.6. Konumuza Başlık Bulalım: Cebir Temsili	205
4.2.2.7. Tüm Temsillerdeki Ortak Özelliklerden Yararlanarak Bir Başlığa Ulaşma	206
4.2.3. Grup 3 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları	208
4.2.3.1. Kuralı uygula: Sözelden Tabloya Geçiş	208
4.2.3.2. Kuralı uygula: Tablodan Grafiğe Geçiş	209
4.2.3.3. Kuralı uygula: Grafikten Cebirsele Geçiş	211
4.2.3.4. Kuralı uygula: Cebirselden Grafiğe Geçiş	212
4.2.3.5. Kuralı uygula: Tablo-Grafik Eşleştirmesi	213
4.2.3.6. Doğruları Tanıyorum: Cebir-Grafik Eşleştirmesi ($y=mx$)	214
4.2.3.7. Doğrulara sabit sayı ekliyorum: Cebir -Grafik Eşleştirmesi ($y=mx+a$)	216
4.2.4. Grup 4 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları	217

4.2.4.1. Eksenle ortak noktamız nedir?: Sözelden Grafiğe Geçiş	217
4.2.4.2. Eksenle ortak noktamız nedir?:Grafikten Tabloya Geçiş	218
4.2.4.3. Eksenle ortak noktamız nedir?: Grafikten Cebire Geçiş.....	219
4.2.4.4. Eksenle ortak noktamız nedir?: Cebirsel İfadenin Çözümü.....	220
4.2.4.5. Eksenle ortak noktamız neresi?:Cebirselden Sözele Geçiş	222
4.2.4.6.Eksenle ortak noktamız neresi?: Sözelde Grafik Oluşturmaya Geçiş.....	223
4.2.4.7.Eksenle ortak noktamız neresi?: Grafiği Yorumlama	225
4.2.5.Grup 5 Etkinliğinde Temsil Kullanımları	226
4.2.6.Tüm Etkinliklerde Çoklu Temsil Kullanımı ve Temsiller Arası Geçiş Planı	234
4.2.7.Girdi ve Çıktı Temsilleri Boyutundan Öğrencilerin Etkinlikleri Yapabilirlikleri	236
4.2.7.1.Girdi Temsilinin Sözel Olması Durumu.....	236
4.2.7.2.Girdi Temsilinin Tablo Olması Durumu	236
4.2.7.3.Girdi Temsilinin Grafik Olması Durumu	237
4.2.7.4.Girdi Temsilinin Cebirsel Olması Durumu	237
4.2.7.5.Çıktı Temsilinin Sözel Olması Durumu	238
4.2.7.6.Çıktı Temsilinin Tablo Olması Durumu	238
4.2.7.7.Çıktı Temsilinin Grafik Olması Durumu	239
4.2.7.8.Çıktı Temsilinin Cebirsel Olması Durumu.....	239
4.2.8.Öğrenci Boyutundan Temsil Geçişlerinin Değerlendirilmesi.....	240
4.2.9.Öğrencilerin Geometri Sketchpad Ortamındaki Temsil Kullanımları ve Geçişleri ile İlgili Bulgular.....	241
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	245
5.1. Tartışma.....	245
5.2. Sonuçlar	255
5.3.Öneriler	258
KAYNAKÇA.....	297

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1: Geometri Sketchpadin Arayüzünden Bir görünüm (Programın örnek etkinlikleri).....	6
Şekil 2: Doğrusal Fonksiyonlarda Temsil Geçişleri (Cunningham,2005)	16
Şekil 3: Artefacttan Enstrümana Geçiş Örneği	27
Şekil 4: Artefact- enstrüman ilişkisi yönüyle enstrümantal oluşum (Guin ve Trouche,1998)	28
Şekil 5: Enstrümantal oluşum süreci (Trouche, 2005)	32
Şekil 6: Enstrümantasyon sürecini oluşturan temel unsurlar	33
Şekil 7: Enstrümantal oluşumda orkestrasyon	37
Şekil 8: Lesh'in Çoklu Temsiller Dönüşüm Modeli (Lesh Multiple Representations Translations Model (LMRTM)).....	40
Şekil 9: Janvier (1987a)'nın çoklu temsil modeli	40
Şekil 10: Ders sürecinde öğretmen ve öğrencilerin oturma düzeni.....	52
Şekil 11: Veri analizinde izlenen aşamalar	54
Şekil 12: 'coordinates' komutunun uygulanması	94
Şekil 13: 'plot points' komutunun uygulanması	109
Şekil 14: Sürüklemenin Uygulanması.....	130
Şekil 15: 'Tabulate' Komutunun Uygulanması	156
Şekil 16: 'doğru' aracının uygulanması	172

TABLO LİSTESİ

Tablo 1:Genel Kullanım Şemaları	30
Tablo 2:Araştırma verilerini toplama takvimi.....	53
Tablo 3: Temsillerde kullanılan kodlamalar	56
Tablo 4: Etkinliklerin girdi ve çıktı temsillerine göre kodlamaları	56
Tablo 5: Etkinliklerde temsil geçişi ve kullanılabilir artefactlar	58
Tablo 6: Etkinliklerin temsiller boyutundan analizi.....	62
Tablo 7: Grup 1 etkinlikleri artefact boyutu.....	94
Tablo 8: Grup 1 etkinliklerinde gözlemlenen pragmatik teknikler	104
Tablo 9: Yüzelere karşılık gelen kodlamalar	105
Tablo 10: Grup 1 etkinliklerinde pragmatik teknikler için oran, yüzde ve kodlama	105
Tablo 11: grup 1 etkinliklerinde pragmatik teknikler için kodlama.....	106
Tablo 12: Grup 1 etkinliklerinde gözlemlenen epistemik teknikler	106
Tablo 13: Grup 2 etkinlikleri artefact boyutu.....	109
Tablo 14: Grup 2 Etkinlikleri İçin Pragmatik Teknikler	125
Tablo 15: Grup 2 etkinlikleri için pragmatik tekniklerde oran, yüzde ve kodlama	126
Tablo 16: Grup 2 etkinlikleri için prgmatik tekniklerde kodlama.....	126
Tablo 17: Grup 2 etkinlikleri için epistemik teknikler	127
Tablo 18: Grup 3 etkinlikleri artefact boyutu.....	130
Tablo 19: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Benzerlik.....	148
Tablo 20: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Oran,Yüzde,Kodlama	148
Tablo 21: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Kodlama.....	149
Tablo 22: Grup 3 Etkinliklerinde Epistemik Tekniklerde Benzerlik	150
Tablo 23: Grup 3 Etkinlikleri İçin Epistemik Tekniklerde Oran,Yüzde,Kodlama	151
Tablo 24: Grup 3 Etkinlikleri İçin Epistemik Tekniklerde Kodlama.....	151
Tablo 25: Grup 4 Etkinlikleri Artefact Boyutu	156
Tablo 26: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Benzerlik.....	167
Tablo 27: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Oran,Yüzde,Kodlama	168
Tablo 28: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Kodlama.....	168
Tablo 29: Grup 4 Etkinlikleri İçin Epistemik Teknikler	169
Tablo 30: Grup 5 etkinliği artefact boyutu.....	172
Tablo 31: Renk Tablosu.....	182
Tablo 32: Sürükleme artefactının görülme şekli	183
Tablo 33: Seçme artefactının görülme şekli.....	183
Tablo 34: Farklı komut ya da komutların farklı amaçla görülme şekli.....	184
Tablo 35: Temel kazanım ‘noktanın düzlemdeki yerini bilme’ boyutundan incelenmesi	186
Tablo 36: Matematiksel bir görevi gerçekleştirmek için kullanılan sürükleme artefact’ı boyutundan incelenmesi.....	187
Tablo 37: Hazine Adası: Grafikten Grafiğe Geçiş	191
Tablo 38: Türkiye Turu: Grafikten Grafiğe Geçiş	192
Tablo 39: x ile y arasındaki ilişki nedir?: Sözelde Tabloya Geçiş	194
Tablo 40: x ile y arasındaki ilişki nedir?: Tablodan Grafiğe Geçiş.....	196
Tablo 41: Konumuza Başlık Bulalım: Tablo Temsili	200

Tablo 42: Konumuza Başlık Bulalım: Grafik Temsili	203
Tablo 43: Konumuza başlık bulalım: cebir temsili	205
Tablo 44: Kuralı uygula: Sözelden Tabloya Geçiş	209
Tablo 45: Kuralı uygula: Tablodan Grafiğe Geçiş	209
Tablo 46: Kuralı uygula: Grafikten Cebirsele Geçiş.....	211
Tablo 47: Kuralı uygula: Cebirselden Grafiğe Geçiş.....	212
Tablo 48: Kuralı uygula: Tablo-Grafik Eşleştirmesi.....	213
Tablo 49: Doğruları Tanıyorum: Cebir-Grafik Eşleştirmesi ($y=mx$).....	215
Tablo 50: Doğrulara sabit sayı ekliyorum: Cebir -Grafik Eşleştirmesi ($y=mx+a$).....	216
Tablo 51: Eksenle ortak noktamız nedir?: Sözelden Grafiğe Geçiş.....	217
Tablo 52: Eksenle ortak noktamız nedir?:Grafikten Tabloya Geçiş	219
Tablo 53: Eksenle ortak noktamız nedir?: Grafikten Cebire Geçiş.....	220
Tablo 54: Eksenle ortak noktamız nedir?: Cebirsel İfadenin Çözümü.....	221
Tablo 55: Eksenle ortak noktamız neresi?:Cebirselden Sözele Geçiş.....	223
Tablo 56: Eksenle ortak noktamız neresi?: Sözelde Grafik Oluşturmaya Geçiş.....	223
Tablo 57: Eksenle ortak noktamız neresi?: Grafiği Yorumlama.....	225
Tablo 58: Tüm Etkinliklerde Çoklu Temsil Kullanımı ve Temsiller Arası Geçiş Planı	234
Tablo 59: Girdi Temsilinin Sözel Olması Durumu	236
Tablo 60: Girdi Temsilinin Tablo Olması Durumu.....	236
Tablo 61: Girdi Temsilinin Grafik Olması Durumu	237
Tablo 62: Girdi Temsilinin Cebirsel Olması Durumu.....	237
Tablo 63: Çıktı Temsilinin Sözel Olması Durumu	238
Tablo 64: Çıktı Temsilinin Tablo Olması Durumu	238
Tablo 65: Çıktı Temsilinin Grafik Olması Durumu.....	239
Tablo 66: Çıktı Temsilinin Cebirsel Olması Durumu	239
Tablo 67: Öğrenci Boyutundan Temsil Geçişlerinin Değerlendirilmesi.....	240

1. GİRİŞ

Matematik, soyut düşüncelerimizi sistematik biçimde ifade edebilmemizi sağlayan evrensel bir dil, bir kültür ve bir yazılım teknolojisidir (Hacısalıhoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar,2004). Altun (2014)'a göre ise tüm olası örüntülerin incelenmesi; aritmetik, cebir ve geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanan niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı; düşüncenin, tündengelimli bir işletim yoluyla sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar vb. soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel adıdır. Tüm bu tanımlamalara dayanarak matematik eğitimi, sadece hesaplamaya dayalı becerileri değil, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve düşünme yeteneğini geliştirmelerini hedeflemektedir. Aynı zamanda öğrenciler matematiksel varsayımlar oluşturma, onları test etme ve akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik teşvik edilmelidir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012, syf:3). Teknoloji de bu amaçlar doğrultusunda hem öğretmenlere hem öğrencilere destek veren, günümüzde artık gözardı edemeyeceğimiz matematik eğitiminin bir bileşeni olarak karşımıza çıkmaktadır.

Matematik eğitiminde teknoloji denince akla, bilgisayar, hesap makinesi, grafik hesap makinesi, slayt, projeksiyon, dinamik yazılım, dinamik geometri yazılımı, elektronik tablo gelmektedir. Bilgisayar teknolojisi kullanarak gerçekteşen öğrenci merkezli, açık uçlu öğrenme ortamlarında öğrenciler, bilginin pasif alıcısından çok aktif düzenleyicileri haline gelmektedir (Hannafin, Burruss ve Little, 2001). Öğrencilere bilgisayar ekranı üzerinde şekiller oluşturma ve daha sonra onları köşelerinden sürükleyerek kullanma ve ayarlama imkanı veren; geometrik nesnelerin oluşturulmasına ve onların başka nesnelerle ilişkilendirilmesine imkan sağlayan dinamik geometri yazılımları (Van De Walle,vd.,2012,syf:117), bu özellikleri sayesinde sundukları öğrenme ortamları açısından matematik eğitimi alanındaki araştırmacıların hemen dikkatini çekmiştir (Laborde et al. 2006).

Hazzan ve Goldenberg (1997)'ye göre kağıt üzerindeki yapılar kişinin, içselleştirme sürecinde dikkatini zorlar ve nesnenin gerçekte uzunluğunu, pozisyonunu görmeyi engellerken, dinamik geometrik yazılımlar, öğrencilerin, yapıları

araştırmalarına izin vermekte; deneme engellerini ortadan kaldırmakta; ‘değişebilir ve değişmezler’ üzerinde odaklanmaya yardımcı olmaktadır. Dinamik geometri yazılımları, Laborde (2000)’e göre öğrencileri, varsayımları kanıtlamada ve nedenleri anlamada istekli hale getirmekte; yazılımın sağladığı hareket ve sürükleme, öğrencileri tümdengelimli açıklamalar yapmaya itmekte; görselleştirme ve interaktif bir şekilde çalışma ile geometri öğretme ve çalışmayı daha eğlenceli ve verimli hale getirmektedir (Janićić,2010). Cabri geometri, Cinderella, Geometri Sketchpad gibi geometri için geliştirilmiş yazılımların ortak adı olan dinamik geometri yazılımlarından Geometri Sketchpad (GSP), ğrencilerin önerilerini ve geometrik yapıları doğruluk oranı yüksek olacak şekilde yapmasına izin vererek anlamasına yardımcı olmaktadır (Jackiw, 1991). Ayrıca Uworwabayeho (2009)’ya göre kişilerin kendi kendilerine öğrenmelerini sağlayacak özelliklere sahip olan GSP, varsayımın doğruluğun anında test edilerek keşfedilmesine izin vermekte; kesinlik ve güven derecesinin bu denli yüksek olması ile de oldukça şaşırtıcı bulunmaktadır (De Villiers, 2004) .

Yerushalmy (2005)’e göre dinamik yazılım ortamları, matematikteki temsiller ve nesnelere ilgili düşünce şeklimizi değiştirmektedir. Dinamik geometri yazılımlarında temsillerin dinamik bir şekilde bağlantısının kurulması, ğrenci üzerindeki bilişsel yükü azaltmakta ve dönüşüm aktivitelerini yazılımın kendisinin yapmasıyla öğrenciyi, eylemlerini temsilleri kullanarak somutlaştırması konusunda zgr bırakmaktadır (Ainsworth, 2008). Çeşitli temsil sistemlerini kullanarak tanımlanabilen fonksiyon kavramını anlamlandırmak isteyen öğrencinin farklı formatlarda sunulan bilgiyi anlaması gerekmekte ve bunun yanında çeşitli temsiller arasındaki dönüşümü yapabilmesi zorunlu hale gelmektedir (O’Callaghan, 1998). Başlı başına önemli bir matematiksel düşünce olan fonksiyon, öğrencilerin işlerini kolaylaştırmakla birlikte, temsil etme, modelleme, çeşitli durumları analiz etme ve matematiksel problemlerde ya da gerçek yaşamda ilişkileri analiz etme becerilerini geliştirmesi açısından oldukça önemlidir (NCTM, 2000 p.227). Fonksiyonlar, durumları karşılaştırmak için oldukça yararlı bir düşünme mekanizması oluşturmakla birlikte bazı geometrik durumları modellemede sahip olunması gereken çekirdek (temel) düşünce olarak kabul görmektedir (Arcavi, 2008). Bayazıt ve Aksoy (2010)’a göre matematik ders programlarında öğrenciler iki farklı fonksiyon düşüncesiyle karşılaşırlar; birincisi; fonksiyonu iki değişken arasındaki ilişki (bağımlılık) olarak kabul eden düşünce: bu

anlayış, fonksiyonu x gibi bağımsız bir değişkendeki değişime (artma veya azalmaya) karşın y gibi bağımlı bir değişkende meydana gelen değişim olarak kabul etmektedir. Matematiksel bilginin inşasında ilişki (bağ) yaratmak en temel süreç olduğundan (Thompson,1985 akt O'Callaghan,1998) fonksiyonel ilişkiler, soyut matematiksel bilginin inşasında çok önemli bir yere sahiptir (Leinhardt vd.,1990). Fonksiyon konusuna ilk yıllardan itibaren giriş yapılması ve konunun geliştirilmesi çağrısına rağmen (e.g., National Council of Teachers of Mathematics, 1989), ticari kitapların büyük çoğunluğu grafikleştirmeyi fonksiyonlarla ilişkilendirerek öğretmemekte; fonksiyonsuz grafiklerin, bilimde ve sosyal çalışmalarda, varlığını ortaokuldan liseye kadar devam ettirdiği görülmektedir (Leinhardt vd.,1990). Fonksiyonların grafikleştirilmesi, bilgiyi düzenlemeyi, grafiksel ve cebirsel dünya arasındaki sembolik bağı anlamayı, bir sembolik sistemin bir diğerini alamayı ve geliştirmeyi sağlaması açısından önemlidir (Leinhardt vd.,1990).

Fonksiyon kavramı ile formal olarak ilk kez lisede karşılaşan öğrenciler ortaokul matematik programında bu kavrama temel oluşturan iki değişken arasındaki ilişkiyi gösteren durumu, denklem, örüntü gibi kavramlarla öğrenmektedir. Dolayısıyla fonksiyon konusunun temelleri bu dönemlerde atılmaktadır. Bu araştırma ile 7. Sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemleri öğrenme süreci, konunun anlamlandırılmasında temel olan çoklu temsil ve öğrenme sürecinde kullanılan GSP'nin sürece etkisi boyutundan incelenmiştir.

Bu amaç doğrultusunda tez beş bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde literatür taraması başlığı altında öncelikle öğrenme ortamını oluşturan GSP ve dolayısıyla dinamik geometri yazılımları ile ilgili temel özelliklere ve çalışmalara değinilmiş, sonrasında bu ortamda öğretilmesi amaçlanan matematik konusu doğrusal denklemler literatür kapsamında incelenmiştir. Literatür taramasını takip eden kısımda ise tezin kuramsal çerçevesini oluşturan enstrümantal oluşum teorisi ele alınmış, çoklu temsil kavramı açıklanarak ilgili çalışmalara yer verilmiştir. İlk bölümde son olarak problem durumu verilerek tezin amaç ve önemi belirtilmiştir. Tezin ikinci bölümü ise yönteme ayrılmıştır. Üçüncü bölümde GSP ortamında doğrusal denklem öğretimini gerçekleştirmeye yönelik hazırlanan etkinliklere yer verilmiştir. Beş grupta toplanan etkinliklerde hedeflenen matematiksel kazanımlar ve dikkat edilmesi gereken noktalar ele alınmıştır. Dördüncü bölümde bulgular, enstrümantal oluşumlar ve GSP ortamında

çoklu temsil kullanımları başlıkları altında iki kısımda her bir etkinlik grubu için ayrı ayrı incelenmiştir. Son bölüm ise sonuç ve önerilere ayrılmıştır.

1.1.Literatür Taraması

1.1.1. Bir Dinamik Geometri Yazılımı:Geometri Sketchpad

1950'lerden bu yana yazılım araştırmacıları, geometri teoremlerini ispatlarken 1960'larda sembolik geometri teknolojilerini, 1970'lerde ilk grafiksel görselleri, 1980'lerde fraktal geometrisi ve 1990'larda son olarak dinamik geometri modellerini takip etmişlerdir (Jackiw, 2007). Geline son noktadan yola çıkarak dinamik geometri ortamlarının önemi ve özelliklerine değinmek gerekmektedir.

Hannafin vd. (2001) dinamik geometri ortamlarının (DGO)'ın bilgi ya da öğretici içerik içermeyip öğrenci merkezli öğrenme ortamlarını desteklemek ve yaratmak için kullanılabileceğine vurgu yapmaktadır. Hanna (2000)'e göre DGO, hem keşfi hem de kanıt yapmayı cesaretlendirecek potansiyele sahip olup onunla varsayımları test etmek çok kolay olmakta; sınırsız sayıda olayı kontrol etmeyi sağlamaktadır (Mason,1991). DGO, varsayımların doğru olmadığına kanıt olmada önemli bir rol oynarken öğrencileri, nedenleri anlamak için istekli hale getirmektedir (Laborde, 2000).

Janičić (2010)'e göre birçok geometri aracı, cabri geometri ve geometri sketchpad de dahil olmak üzere, geometrik şeklin inşa adımlarını kaydedip sonra onu, istenilen geometrik nesnede tekrar etmeye izin vermektedir. Hazzan ve Goldenberg (1997)'a göre DGO, matematiksel fikirlerin çeşitliliğini sağlayarak kişileri matematiğin içine daha derinden bakmaya davet etmekte ve merak uyandırıcı sınıf tartışmalarına temel oluşturmaktadır. DGO, görselleştirme ve interaktif çalışma ile geometri öğretme ve çalışmayı daha eğlenceli ve verimli hale getirmekte; öğrencilerin mantıksal ve tümdengelimsel düşünmelerine yardımcı olmaktadır (Janičić,2010).

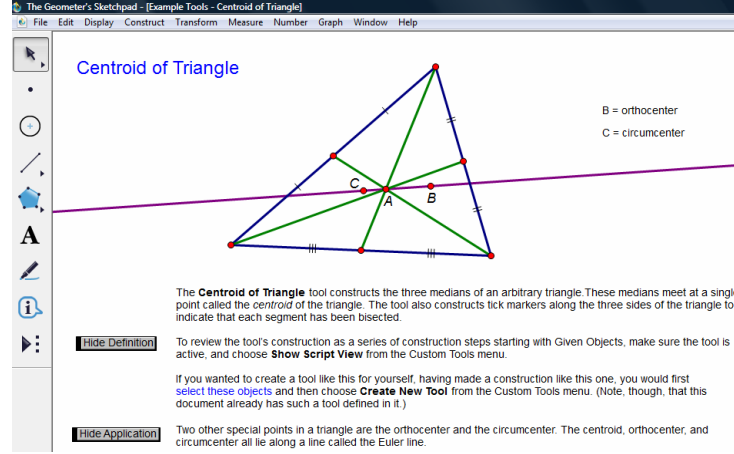
Jackiw (2007), dinamik geometride matematiksel figürlerin geleneksel durgun görsellerden farklı davrandığını, köşenin sürüklenmesiyle beraber şemanın değişmesi sonucu değişmeden sabit kalan özelliklerin görünmesini sağladığını vurgulamaktadır. Hannafin, Truxaw, Vermillion ve Liu (2008)'a göre DGO, genelleme gibi yüksek düzey

düşünme yeteneğini geliştirmeyi desteklemektedir. DGO, matematiksel içgörüyü görsel forma dönüştürme ve yeni başlayanların iyi bir matematikçi gözüyle görmesini sağlama konusunda yardımcı olmakta; matematiksel bağlamda kendine güvenin artmasını sağlamaktadır (Jackiw, 2007). DGO, öğrencilerin eleştirel düşünmesi ve genelleme yapması konusunda onlara yardımcı olmaktadır (Zheng, 2002 akt Hannafin vd., 2008). Sinclair ve Crespo (2006)'ya göre DGO, teknolojik olmayan durumlarda öğrencilerin zorlandıkları önemli matematik kavramlarını ve süreçlerini öğrenmelerini mümkün kılmakta; şekillerde ilişki ve değişiklikleri görmeye önemli katkı sağlamaktadır (Sinclair ve Crespo, 2006 akt Hannafin vd., 2008).

1.1.1.1.Geometri Sketchpad ve Özellikleri

Geometri Sketchpad ilk olarak 1980'lerin ortalarında, yürütücüleri Eugene Klotz ve Doris Schattschneider olan, üç boyutlu cisimleri video kayıtlarla görselleştirmeyi amaçlayan Visual Geometry Project (VGP)'in bir parçası olarak başlamıştır. Bu proje daha sonra bilgisayara ve iki boyutlu görselleştirmeye kaymış ve bilgisayarda programlama için Nicholas Jackiw'den destek alınmıştır (Scher,1999).

1960'ların başından itibaren bilgisayarda vektör grafik programlarıyla ilgilenen Ivan Sutherland doktora tezinde sketchpad isimli bir program ortaya koymuş (www.dynamicgeometry.com) ve bu programda kullanıcıya elindeki kalemle nokta inşa edip sürükleme ve doğru parçaları inşa etme imkanı sağlamıştır (Scher,1999). Klotz kendi programında da grafik potansiyelini ortaya çıkarmak istediğinden Sutherland'ı onurlandırarak yeni programa 'geometri sketchpad (1991)' ismini vermiştir (Scher, 1999; www.dynamicgeometry.com). Önceleri geometrik modelleme için kullanılan geometri sketchpad (Jackiw, 2003), yaklaşık 20 yıldır geliştirilmeye devam edilmekte ve okul matematiğinde yenilenmeyi sağlayan öncü eğitim teknolojilerinden biri olarak kullanılmaktadır: 1991'de Macintosh versiyonu, 1993'te Microsoft Windows versiyonu kullanılmaya başlanmış; 1995'te de öklid geometrisi, dönüşüm geometrisi ve analitik geometri alanlarında; 2001'de 4. versiyonu ile cebir ve kalkülüs öğrenmek ve öğretmek için de kullanılmaya başlanmıştır (www.dynamicgeometry.com).



Şekil 1: Geometri Sketchpadin Arayüzünden Bir görünüm (Programın örnek etkinlikleri)

Geometri öğretimi, son 40 yılın tartışma konularından biri olup; geometrinin öğrencilere zor gelme nedeni olarak şekillerin çizimi ve öğretmenlerin tümdengelimsel düşünmeye olan bağlılıkları gösterilmektedir (Laborde vd., 2006). Geometri sketchpad ile tek bir aracı seçerek kullanıcının nokta, doğru, doğru parçası, ışın, çember, dik doğrular, iki noktadan geçen bir doğru, paralel doğrular, açıortay gibi geometrik inşaları oluşturmayı ve doğru parçasının orta noktasını bulmayı sağlaması geometri sketchpadi diğerlerinden ayırmakta (Olive, 1991) ve geometri öğrenmenin zorluğunu ortadan kaldırmaya yardımcı olmaktadır. Fallstrom ve Walter (2009)'a göre verilen görevi elle çizmenin saatler günler hatta aylar alabileceği durumları kolayca gerçekleştirmeyi sağlayabilmekte; geometrik yapılarla ilgilenen herhangi birisinin problemleri çözme gücünü daha ulaşılabilir hale getirmektedir. Hannafin vd (2001)'e göre ortaokul seviyesindeki programların zengin keşif içerikli, sürecin de akışkan olması gerekmektedir; geometri sketchpad 'aktif el yapımı' (kalemle ekrana çizme) yaklaşımı ile geometri öğretme ve öğrenmede başarılı olmaktadır. Bugün, geometri sketchpad, dünyada okul matematiği için kullanılan eğitim teknolojileri arasında en yaygın olarak, çok geniş çevreler ve farklı yaş grupları tarafından farklı matematiksel konularda, kullanılmaktadır (www.dynamicgeometry.com). Onu eşsiz yapan altta yatan gücü: dinamikliğidir (Olive, 1991).

Finzer ve Jackiw (1998), geometri sketchpad ile ekranda çizilen bir üçgenin kenarortayları çizilip kesişim noktaları gösterildiğinde üçgenin köşesinden tutulup sürüklenmesiyle kenarortayların ve kesişim noktalarının görülmeye devam etmesinin

matematiksel anlamayı en çok geliştiren dinamik manipülasyonları sağladığına vurgu yapmıştır. Dinamik manipülasyon ortamlarının sahip olması gereken üç özelliği: manipülasyon direkt gerçekleşmeli, hareketlilik süreklilik içermeli ve ortam sürükleyen kişiyi içine çeken bir yapıya sahip olmalı şeklinde ifade etmiştir (Finzer ve Jackiw, 1998). Yukarıda verilen üçgen örneğinden yola çıkarak geometri sketchpadte dinamik manipülasyon ortamının bu üç özelliği sağladığını gözlemlemek mümkün olmaktadır. Talmon ve Yerushalmy (2004)'ya göre geometrik supposer ve cabri geometri yazılımlarının geliştiricileri 'bağımlı öğeler sürüklenemez' kuralını takip ederken; Laborde (1995), bu durumu, sürüklenme modu açısından 'sıfır özgürlük' olarak tanımlamaktadır. Geometri sketchpadin geliştiricileri ise yapıdaki bağımlı öğelerin de sürüklenmesine izin vermekte ve program otomatik olarak bağımsız öğelerin yeni pozisyonunu tekrar hesaplamaktadır; bu durumda geometri sketchpadte her eleman bağımsız olduğundan bağımlı öğeler sürükledikçe bağımsız öğeler de dahil olmak üzere diğer elemanların konumu da değişmektedir (Talmon ve Yerushalmy, 2004). Geometri sketchpadte önceden yapılanmış, web tasarımı dinamik geometri taslakları üzerindeki noktalar, değişkenin özelliklerini ve nedenlerini görmek için sürüklenebilmekte; uzunluk, dönüşümler ve sürüklenme sonucu oluşan değişimleri görülebilir olmakta; aksiyon tuşu, eklenen detayları gösterip saklama, nesnelere hareket ettirme ve animasyon ekleme özellikleri de yer almaktadır (Sinclair, 2003). Flores (1998) geometri sketchpadin sürüklenme özelliğinin noktaların hızı ile doğru parçalarının değişimi arasındaki ilişkiyi görmemize yardım ettiğini dile getirmektedir.

De Villiers (2004)'ye göre, geometri sketchpadin güzelliği, varsayımın doğru ya da yanlış olduğunu anında keşfetmeye izin veriyor olması: eğer yanlışsa ekrandaki yapıyı dinamik bir şekilde oynattığında açıkça ortaya çıkarması; eğer doğruysa figürle nasıl oynadığının hiçbir önemi olmadan her şeyi senkronize bir şekilde değiştirerek bütünü bozulmadan kalması olup şaşırtıcı düzeyde kesinlik ve güvenin olmasıdır. De Villiers (2004)'e göre bu bir ispat değil ama ispattan daha ikna edicidir çünkü olan her şey öğrencilerin gözlerinin önünde gerçekleşmektedir ve De Villiers kesinliğin, sadece ispatla sağlanacağını iddia edenlerden biri olmadığını ifade etmektedir.

Hanna (2000)'e göre geometri sketchpad, öğrencilerin önerileri ve geometrik yapıları doğru bir şekilde yapmasına izin vererek anlamasına yardımcı olmakta; bu durum, öğrenciler için önerilerin belirtilerini görmeyi kolaylaştırmakta ve öğrencilerin

ürettikleri yapıların verilen özelliklerini keşfederek kolayca varsayımları test edebilmelerini hatta yeni özellikler keşfetmelerini sağlamaktadır. Geometri sketchpad, tanımlanan ilişkiyi korurken, mümkün olduğunca değişiklik yapmaya izin vermektedir (Talmon ve Yerushalmy, 2004; Fallstrom ve Walter, 2009). Jackiw (2007)'e göre geometri sketchpad, bir matematikçi gibi kendi kendini eleştirebilme, birçok faktörü numaralandırma ve matematiksel keşif sürecine katkıda bulunma özelliğine sahip olup sketchpadle çalışanlarda, beklenmedik cesur bir fikirle ilk karşılaşmanın ani memnuniyeti görülmektedir. Jackiw (2007) sketchpade en çok kullanılan komutların sakla ve saklanmışları göster komutları olduğunu ve bu komutların öğretmenler tarafından, yapı inşa etmek ya da materyalleri uyumlu bir şekilde sunmak için; öğrenciler tarafından örnek vermek için; matematikçiler tarafından ise keşfetmek ve öğretimi yönetmek için kullanıldığını belirtmektedir. Uworwabayeho (2009), geometri sketchpadin kişilerin kendi kendilerine öğrenmelerini sağlayacak özelliklere sahip olduğunu dile getirmektedir.

Sinclair ve Jackiw (2010), geometri sketchpad ile görsel manipülatiflerin inşa edilmesinin, gerçek hayatta asla olmayacak mükemmel modellerin yaratılmasında çaba harcamanın motive edici olduğunu ifade etmektedir. Hannafin vd. (2001) geometri sketchpad kullanan öğrencilerin bazı durumlarda rolünün partnerden öğretmene doğru kaydığını ve geometri görevlerinde öğrenme sürecinde aktif olduklarını dile getirmektedir. Uworwabayeho (2009) geometri sketchpad kullanımı ile gerçekleşen öğretimlerde öğrenci ve öğretmenlerin rolünün gelenekselden farklılaştığına vurgu yapmaktadır. Öğretmenlerin, öğrencilere öğretim sürecinde ne yaptıklarını ve ne anladıklarını daha çok soran konumuna geçtiğini ifade etmektedir.

1.1.2. Doğrusal Denklemler

1.1.2.1. Doğrusal Denklemler ve Önemi

Bayazıt ve Aksoy (2010)'a göre matematik ders programlarında öğrenciler iki farklı fonksiyon düşüncesiyle karşılaşılır; birincisi, fonksiyonu iki değişken arasındaki ilişki (bağımlılık) olarak kabul eden düşünce: bu anlayış, fonksiyonu x gibi bağımsız bir

değişkendeki değişime (artma veya azalmaya) karşın y gibi bağımlı bir değişkende meydana gelen değişim olarak kabul etmektedir. İkinci düşünce tarzı ise fonksiyonu bir kümeden başka bir kümeye eleman eşleyen özel bir bağıntı olarak tanımlamaktadır (Bayazıt ve Aksoy, 2010).

Türkiye’de ortaokul seviyesinde öğrenciler, iki değişken arasındaki ilişkiyi fonksiyon kavramı yerine denklem kavramı ile; bu cebirsel ifadenin grafik ile temsil edilmesini de ‘doğrusal fonksiyonlar’ yerine ‘doğrusal denklemler’ kavramı ile öğrenmektedir. Bunun yanında literatür taraması sonucu, yapılan çalışmalar incelendiğinde, çalışmalarda ‘doğrusal denklemler’ ifadesi yerine ‘doğrusal fonksiyon (linear function)’ ifadesinin kullanıldığı dikkat çekmektedir. Bu nedenle çalışmamızda iki değişken arasındaki ilişki, bu ilişkinin sözel, cebir, grafik ve tablo temsili ile ifade edilmesi durumu ele alındığından ve öğretim süreci incelendiğinden öncelikle, literatürde yer verildiği haliyle ‘fonksiyon’ kavramının öneminden bahsedilmesi yerinde olacaktır.

Fonksiyon, başlı başına önemli bir matematiksel düşünce olup, örüntülerde öğrencilerin işini kolaylaştırmayı; durumu temsil etmeyi, modellemeyi ve matematiksel problemlerde ya da gerçek yaşamda ilişkileri analiz etmeyi sağlamaktadır (NCTM, 2000 p.227). Aynı zamanda değişkenler arasındaki ilişki anlamı olan fonksiyonlar, durumları karşılaştırmayı ve bazı geometrik durumları da modellemeyi sağlamakta (Arcavi, 2008) ve tamamlayıcı dört öğeyi içermektedir: modelleme, yorumlama, dönüşüm yapma ve somutlaştırma (O’Callaghan (1998).

Modelleme: matematiksel problem çözümede, problem durumundan o durumun matematiksel temsiline geçişi içerir. Problem durumunu temsil etme becerisi olan modelleme için kullanılan en yaygın temsil sistemleri: denklemler, tablolar ve grafiklerdir.

Yorumlama: Farklı temsillerdeki fonksiyonları gerçek yaşam durumuna uygulayabilmektir.

Dönüştürme (tranlating): Fonksiyonu bir temsilinden diğerine değiştirebilme ya da dönüştürme (translate) becerisi fonksiyon modelinin üçüncü öğesidir.

Somitlaştırma: Bir süreç ya da prosedür olarak algıladığımız durumdan zihinsel bir nesne yaratma olarak tanımlanabilir. Somutlaştırma en zor süreç olarak kabul edilir (Sfard, 1989 akt O’Callaghan,1998).

Fonksiyon merkezli öğretim, bizim çeşitli problem durumları ile grafikler, tablolar ve sembolik temsiller arasında ve bununla beraber bu temsiller de denklem ve eşitsizlik kavramları arasında bağ kurmamızı sağlamaktadır (Verikios ve Farmaki, 2010). Leinhardt vd. (1990)'e göre fonksiyonlar ve onların grafikleştirilmesi (doğrusal denklemler) konusu üç nedenden dolayı önemlidir denilebilir:

- 1) Matematik öğretme ve öğrenme üzerine yapılan araştırmaların çoğu matematik seviyelerinde daha erken dönemlere odaklanmışlardır. Diğer taraftan, fonksiyonlar ve grafikler, ortaokulun daha üst sınıflarında ya da daha sonrasında ortaya çıkmaktadır.
- 2) Fonksiyonlar ve grafikler bir sembolik sistemin, bir diğerini anlamak ve geliştirmek için kullanabildiği matematikteki ilk noktalardan biridir.
- 3) Grafikleştirme erken matematikte en kritik anlardan biri olarak kabul edilmektedir (Leinhardt vd.,1990).

Leinhardt vd. (1990)'e göre fonksiyonlar ve grafikler (doğrusal denklemler), cebirsel ve grafiksel temsiller gibi iki farklı sembol sisteminin bir araya gelerek inşa ettiği bir alan olduğundan fonksiyonlara ve grafiklere birbirinden izole kavramlar olarak davranmamak gerekmektedir. Önceki matematiksel çalışmalar, daha soyut kavramların öğrenilmesi için daha somut temsillerle ilgilenmişler ancak doğrusal denklemler, birbirini aydınlatan ve birbirini anlamaya katkıda bulunan soyut temsillerin bir araya gelerek oluşturduğu bir alan olması yönüyle diğerlerinden ayrılmaktadır (Leinhardt vd.,1990).

1.1.2.2. Doğrusal Denklemlerde Temsillerin Önemi ve Çoklu Temsil

O'Callaghan (1998)'e göre fonksiyonlar, çalışmamızda yer aldığı haliyle değişkenler arasındaki ilişki, çeşitli temsil sistemlerini kullanarak tanımlanabilmekte: en yaygın kullanılanları ise denklem, tablo ve grafikler olup öğrencilerin çeşitli temsiller arasındaki dönüşümü yapabilmeleri için farklı formatlarda sunulan bilgiyi anlamaları gerekmektedir. O'Callaghan (1998)'e göre öğrenciler geleneksel öğretim gördüklerinde, fonksiyonla ilgili oldukça sınırlı kavramlar geliştirmekte; kavramsal bilgileri işlemsel

bilgilerinin gerisinde kalmakta ve bilgilerini problem çözme durumlarında kullanamamakta, fonksiyonların farklı temsilleri arasında dönüşüm yapmakta zorlanmaktadır. Leinhardt vd. (1990)'e göre fonksiyonlar ve grafikleri, matematikte genelde fonksiyonun cebirsel kuralından grafiğe ya da tablodan grafiğe şeklinde olurken bilimde gözlemlerden verilere, verilerden grafiklere, grafiklerden fonksiyonlara geçiş olmaktadır. Bu nedenle matematikteki grafik ya da fonksiyon problemlerini çözen öğrenciler, bu bilgilerini bilimde kullanacak imkan bulamamaktadır (Leinhardt vd.,1990).

Değişkenler arasındaki ilişkinin temsil yöntemlerinden biri olan grafiği Fry, noktanın, doğrunun ya da iki boyutlu bir yüzeydeki alanın pozisyonunu aktaran bilgi şeklinde tanımlamaktadır (akt. Friel, Curcio ve Bright, 2001). Roth, Bowen ve Masciotra (2002)'ya göre temsil pratikleri arasında grafikleştirme, temsil çabalarının özünü oluşturmakta; çok büyük miktardaki bilginin ekonomik yolla özetlenmesinde oldukça yararlı olmaktadır (Latour,1987 akt Roth vd.,2002). Grafikselleştirme ilişkiliyi uzamsal olarak göstererek öğrencilerin muhakeme yollarını ve çeşitli sayıda temsilleri kullanmalarını geliştirmektedir (Nathan ve Kim, 2007). Grafikler, açıklayıcı araçlardır: Arcavi (2008)' e göre durumun karakteristik özelliklerini görünür hale getirmekte iken, Bell ve Janvier (1981)'e göre ise, durumun özelliklerini sayısal bilgidaki gibi açıkça ortaya çıkaramamakta; ve sadece dikkatini nereye odaklaması gerektiğini bilenler için yararlı olmaktadır (Larkin & Simon,1987 akt Knuth, 2000). Bir anlamda grafik, ihtiyaç duyulan bilgileri saklamakta ve öğrenciler, grafiksel temsil ile çözüme karar vermede yeni bir öneri getirildiğinin farkına varamayabilmektedir (Knuth, 2000). Ancak grafikleştirme, bilim insanları için mihenk taşıdır (Roth ve Bowen,2003). Grafik, fonksiyonun sonsuz noktanın bileşkesi yerine tek bir nesne olarak görülmesini sağlamaktadır (Pimm, 1995, p. 121 akt. Godwin ve Sutherland,2004). Grafikselleştirme bir temsil, bazı özelliklerin, cebirsel ya da tablosal temsillerden daha kolay görülmesini, örneğin $y=ax+b$ doğrusal fonksiyonundaki 'b' parametresinin grafikte, y eksenindeki kesişim noktası olarak görülmesini sağlamaktadır.

Bilimsel yayınlarda kullanılan temsiller arasında kartezyen çizimler ve denklem grafikleri oldukça baskındır (Roth Bowen and Mc Ginn 1999 akt Roth vd.,2002). Arcavi (2008)'e göre kartezyen grafiklerinde, karşılaştırma ve değişen geometrik durumlar arasında dönüşüm yapılabilen, durumun farkedilmeyen ve sadece analiz

edildiğinde görülebilen diğer yönleri öğrenilebilmekte ve farkedilebilmekte, aynı zamanda durumun grafikleştirilmesi daha netleşebilmektedir (Arcavi, 2008). Mevarech ve Kramarsky (1997)'e göre kartezyen grafik, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi nasıl temsil edeceklerini anlamalarına yardımcı olmaktadır.

Cebir temsili, pek çok öğrenci ve öğretmen için, temsil sistemleri içinde işlem yapmak anlamına gelmektedir (O'Callaghan, 1998). Knuth (2000)'e göre cebirsel temsil, süreç bakış açısıyla, fonksiyonun, birbirine bağlı (x,y) ikililerinden oluşan -her bir x'e karşılık bir y değeri- şeklinde anlaşılmasını sağlamaktadır. Arcavi (2008)'e göre fonksiyonların en yaygın kullanılan temsil biçimi semboller (cebirsel ifade) olup; semboller, grafiklerin sınırlılıklarını aşmamız gerektiğinde ya da elde edilen bilgiyi farklı bir yolla yeniden kontrol etmek istediğimizde kullanılmaktadır. Knuth (2000)'e göre öğrenciler cebirsel yaklaşımı kesin çözüm olarak görmekte ve cebirsel çözüm yoluna daha çok güvenmektedir.

Nathan ve Kim (2007)'e göre kelimeler yani sözel ifadeler, fikirleri ve ilişkileri matematik ve bilim alanında ya da bu alanın dışında sunmak için kullanılmakta; fikirleri diğer disiplinler arasında kolayca taşıyabilmektedir. Kelimeler oldukça anlamlı, matematiksel fikirlerle ilgili öğrencilerin iletişim kurmasına yardımcı olan ve diğer kişilerin fikirlerini anlamayı sağlayan temsillerdir (Nathan ve Kim, 2007). Bell ve Janvier (1981)'e göre tablolar, 'değişkenlerin nasıl değiştiğini göstermek açısından' güçlü araçlardır.

Verikios ve Farmaki (2010)'e göre her bir temsilin farklı avantajları var olup aynı matematiksel durum için çeşitli temsilleri kullanmak, matematiksel anlamının önemli noktalarından olmaktadır. NCTM (1989), öğrencilerin aşağıdakileri yapabilir olması gerektiğini ifade etmektedir:

- Tablo, grafik ve kurallar arasındaki ilişkiyi temsil etme ve tanımlama (s. 98)
- Tablo, çizelge ve grafikleri yorumlama, okuma ve inşa etme (s. 105).
- Özellikleri ve ilişkileri tanımlamak için tablo ve grafikleri analiz etme (s. 102).
(NCTM, 1989 akt Roth ve Bowen,2001).

Knuth (2000)'e göre fonksiyonların çoklu temsilleri ortaokul matematik müfredatında oldukça önemli olup öğretimin başından itibaren kullanımı, öğrencilerin cebirde karşılaştıkları zorluklarla baş etmelerine yardımcı olmaktadır (NCTM, 2000 akt Verikios ve Farmaki,2010).

1.1.2.3. Doğrusal Denklemler Konusunda Yapılan Çalışmalar ve Sonuçları

Verikios ve Farmaki (2010)'nin çalışması 23, 8. sınıf öğrencisi ile Atina'da 26 ders saatinde gerçekleştirilmiş bir çalışmadır. Fonksiyon kavramında grafik temsiline vurgu yapılmış; problemler gerçek yaşam durumuyla beraber verilmiştir. $y=ax+b$ fonksiyonları ile çalışma yapılmış; bağımlı ve bağımsız değişken kavramına önem verilmiş; ancak a ve b parametrelerine değinilmemiştir. Grafik temsili, problem durumuna cevap vermek ve diğer temsillerle bağı sağlamak için çalışmadaki 6 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Grafik temsili, öğrencilerin, değişim oranı ve limit kavramı gibi fonksiyonun çok önemli özelliklerine ulaşmasını sağlamıştır. Öğrencilerin, fonksiyonun temsillerini birbiriyle uyumlu bir şekilde kullandıkları dikkat çekmiş; tamamlayıcı temsilleri, çoğunlukla yanlış cevapları doğrulamak için ya da problem çözme stratejisini iletirmek için kullandıkları görülmüştür.

Karsenty (2002)'nin yaptığı çalışma yetişkinlerin, lisede öğrendikleri matematikle ilgili, uzun dönem hafızalarını araştırmak için tasarlanmış bir çalışmadır. 30 ile 45 yaşları arasında 24 kadın ve erkek ile bireysel yapılan röportajlar sonucunda matematiksel kavram ve işlemleri geri çağırılmaları istenmiştir. $y=2x$ grafiğini çizmeleri istendiğinde kişilerin verdiği cevaplar yazıya dökülmüş ve kategorize edilmiştir. $y=x$ gibi ya da benzer doğrusal fonksiyonların grafiğini çizmeleri istendiğinde verilen cevaplar 6 kategoriye ayrılmıştır.

- Kategori 1: iki ya da üç noktayı kordinat düzleminde doğru yerde gösterip bu noktaları bileştiren doğruyu çizme.
- Kategori 2: x ile y arasındaki ilişkiyi yanlış yorumlayarak, bunu yansıtacak bir doğru çizme.
- Kategori 3: fonksiyonun davranışını bütüncül bir tahmine dayandırarak yanlış çizmek.
- Kategori 4: kordinat sisteminde tek bir noktayı göstermek.
- Kategori 5: x ve y ekseninde iki noktayı birleştirerek doğru parçası şeklinde çizme.
- Kategori 6: fonksiyonu şekiller ve doğru parçaları arasındaki eşitliğe dayanarak tanımlama. ($y=x$ doğrusunu aynı uzunlukta iki doğru parçası çizerek gösterme).

Çalışmada aynı zamanda lise matematik içeriğinin, öğrenci tarafından alınan matematik derslerinin toplam uzunluğu, seviyesi ve sayısı ile çok yakından ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Karsenty, 2002).

Nathan ve Kim (2007)'in çalışmasında, öğrencilerin (6-8 sınıflar arası) ortaokul yıllarındaki gelişimlerinden kesitsel ve boylamsal alınan bilgilere dayanarak örüntü genelleme becerilerindeki gelişimleri ortaya koymuştur. Öğrenciler bilgiyi okuma gibi daha düşük seviyedeki görevleri, tahminler ve soyutlamalardan genellemeye varma gibi görevlerin yerine tercih etmiş; sözel çalışmada, grafiklerle ve denklemlerle çalışmaktan daha büyük bir başarı sağlamış; örüntülerin sürekliliğini gösteren doğru grafikleri ve sözel kuralların sunulmasında, bilgilerin ayırık, kesikli örnekler: nokta grafikleri ve örnekler listesi, sunulmasına oranla gözle görünür bir avantaja sahip olmuş; örüntü genellemede sözel ve grafik temsilinin kombine edilmesiyle daha yüksek performans sergilemiştir. Öğrencilerin temsillerle ilgili algıları onların muhakelemelerini de etkilemiştir.

Mevarech ve Kramarsky (1997) öğrencilerin grafiklerin inşası ile ilgili kavram yanılgılarını ve yanlış anlamalarını araştırmış; çalışmada, 92, sekizinci sınıf öğrencisi yer almıştır. Dört tane günlük yaşam durumu sorusu verilmiş; bunlarla ilgili her bir durumu anlatan grafik çizimleri istenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevapların analizi sonucu üç temel 'kavrama türü' ortaya çıkmıştır: tüm grafiği tek bir nokta gibi inşa etme; Grafikler serisi şeklinde inşa etme (her biri, uygun bilgidен sadece birini temsil eder); her durumda, artan fonksiyon formunu koruma. Yapılan nitel analizler sonucunda öğrencilerin, grafik inşa etme ile ilgili özel öğretim görmeseler de sözel verileri tabloya çevirmeden direkt grafiğe çevirebildikleri görülmüş; durum doğrusal fonksiyonu gerektirmese de öğrencilerin doğrusal tercih etmeye eğilimli oldukları dikkat çekmiştir. Çalışmada, pek çok ders kitabında -bu çalışmada kullanılan da dahil olmak üzere- öğretimin sıralamasının 'verilerin tablolaştırılmasından noktaların düzlemde gösterilmesine oradan da grafiğin çizilmesine' geçiş şeklinde (Leinhardt et al.,1990) olduğu ifade edilmiş; bu yaklaşımın, öğrencilerin grafikle ilgili alternatif kavrayışlarını değiştirmek ve geliştirmek için uygun olmayabileceği dile getirilmiştir. Pek çok öğrenciden, farklı temsil türleri arasında geçiş yapmaları istendiğinde öğrencilerin zorluk yaşadıkları, grafikleri, bilgiyi kazanmak ya da ortaya çıkarmak için

kullanamadıkları; matematik sınıflarında öğrendikleri grafikleri fiziğe ya da diğer konulara aktaramadıkları (Mevarech ve Kramarsky, 1997) görülmüştür.

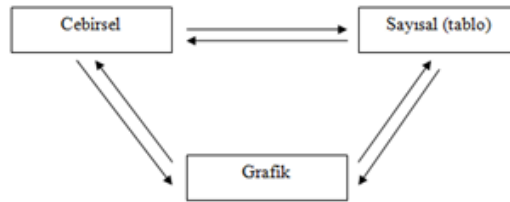
Moschkovich (1996) çalışmasında çoğunluğu dokuzuncu sınıf ve bir kısmı sekizinci sınıf olan öğrencilerin doğrusal denklem ile grafiği arasındaki ilişkiyi keşfetmesi ve akran tartışması ile ortak tanıma ulaşma sürecindeki matematiksel öğrenmesini araştırmıştır. Çalışmada yer alan 6 öğrencinin bu süreçte yaptığı konuşmalarının ortak tanım inşa etmede destekleyici olduğu aynı zamanda öğrencilerin ortaklaşa çalışmalarında, teknik tabirlerden çok günlük konuşma dilinde tabirler kullandıkları: 'y'nin kestiği nokta ya da eğim' gibi teknik tabirleri öğrenemedikleri; sınıf gözlemleri sırasında öğrencilerin bilgisayar ekranında gördüklerini tanımlamakta zorluk yaşadıkları görülmüştür. Doğrusal fonksiyonlar konusunda akranla iletişim ve tartışma, öğrencilerin tanımlarını geliştirmekte ve öğrenmeyi destekleyen olası bir bağlam oluşturmaktadır (Moschkovich, 1996). Doğrusal fonksiyonlarda kavramsal anlama, denklemleri ya da doğru grafiklerini manipüle etmekten daha fazlasını, iki temsil biçimi (cebirsal ve grafiksel) arasındaki etkileşimi anlamayı içermektedir. Bunu yaparken de hangi nesnenin her bir temsil biçiminde uygun olduğunu bilmeyi ve hangi nesnelerin bağımsız, hangilerinin bağımlı olduğunu bilmeyi gerektirmektedir (Moschkovich,1996).

Knuth (2000) çalışmasında grafiksel çözüm yolunu kullanmaya zorlar nitelikte hazırlanan problemleri çözen lise öğrencilerinin 4'te 3'ünden daha fazlasının, grafiksel yaklaşımın cebirselden daha kolay ve etkili görüldüğü durumlarda bile, öncelikli çözüm yolu olarak cebirsal yaklaşımı seçtiklerini; çoğu öğrencinin grafiksel yöntemi olası bir seçenek olarak farketmediğini ya da önermediğini; öğrencilerin 3'te 1'inden daha azının grafiksel çözüm yöntemini öncelikli ve alternatif çözüm yolu olarak seçtiklerini gözlemlemiştir. Öğrencilerin ikinci seçenek olarak grafiksel çözüm yöntemini seçmelerine rağmen kullanmada başarısız oldukları; çoğunluğunun cebirsal çözüm yolunu kullanmakla kalmayıp cebirsal çözüm stratejilerine ısrarlı bir bağlılık gösterdikleri görülmüştür. Bu çalışma, öğrencilerin denklemden grafiğe geçiş konusunda usta olmadıklarını göstermiş; 'öğrencilerin o geçişi yapmakta başarısız olmalarının nedeni bilginin birbirinden izole parçacıklar halinde sunulması, bilgilerin bölümlere ayrılması ve yetişkinlere çok net görünen matematiksel durumlarda geçişleri yaratmak ya da farketmekte öğrencilerin başarısız olması' şeklinde ifade edilmiştir.

Çalışma aynı zamanda öğrencilerin çoğunluğunun doğrunun üzerindeki herhangi bir noktanın seçiminin, o doğrunun denkleminin çözümü olacağı önerisini getiremediğini de göstermiştir. Çalışmanın verileri kartezyen geçişinde ustalaşmanın olmasını istediğimiz kadar basit olmadığını; öğrencilerin zorluklarının bilişsel faktörlerden daha çok öğretimsel faktörlerden kaynaklandığını göstermiştir.

Cunningham (2005)'in 3 ile 41 yıl arasında tecrübeye sahip öğretmenlerin katılımıyla yaptığı çalışmasının sonuçlarına göre: öğretmenlerin 6 çeşit transfer probleminden grafik temsilden sayısal temsile geçişi gerektiren problemlerde diğer tarz problemlere oranla en az zaman geçirdikleri görülmüştür. Bu nedenle öğrencilerin en çok zorluk yaşadığı transfer problem çeşidinin grafikten sayısala geçiş gerektiren problemlerin olduğu dile getirilmiştir. İkinci en az zaman geçirilen geçiş probleminin cebirselden sayısala geçiş gerektiren problemler olduğu; öğretmenlerin en çok, cebirselden grafiğe geçişi gerektiren problemlerin çözümüne yer verdikleri görülmüştür. Cunningham (2005)'a göre grafikten sayısala geçişi gerektiren problemler, öğrencilerin, denklemin çözümünde grafikteki sıralı ikilileri seçmesini sağlamaktadır. Cunningham (2005), fonksiyonları: değişkenler arasındaki ilişkiyi, pek çok yolla temsil etmenin öğrencilerin, fonksiyonu anlamasında ve matematikte başarılı olmasında oldukça kritik bir yere sahip olduğunu dile getirmektedir.

Değişkenler arasındaki ilişki yönüyle fonksiyonlarda temsil geçişleri



Temsiller Arasındaki Altı Çeşit Transfer

Şekil 2: Doğrusal Fonksiyonlarda Temsil Geçişleri (Cunningham,2005)

Chiu, Kessel, Moschkovich ve Muñoz-Nuñez (2001)'in çalışmasında kavramsal öğrenme merkeze alınmış; 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal fonksiyonların farklı temsilleri arasındaki etkileşimine odaklanılmıştır. Bu çalışma, ' $y=mx+b$ ' doğrusal denklemlerinde x eksenini kestiği nokta ya da yatay geçiş üzerine odaklanmanın yüzeysel bir yanlış olmadığını güçlü bir kavramın alt yapısını yansıttığını göstermiştir.

Memnun ve Altun (2012)'un çalışmasında bireylerin öğrenmede zorlandıkları düşünülen ve soyuttan daha soyuta bir ilerleyiş gerektiren matematik konusunun (doğrusal denklemler) öğrenimi sürecinde bilgi oluşumu ve soyutlama süreci incelenmiştir. Süreçte 12 yaşındaki doğrusal denklemler konusunu öğrenmemiş iki öğrenciden duruma uygun verileri belirleyip tablo yapmaları, tablodan grafiğe geçmeleri ve grafiği yorumlamaları beklenmiştir. Çalışma sonunda öğrencilerin matematiksel gösterimi yazmada, araştırmacının yardımlarına rağmen formülleştirmede değişken kullanımında başarılı olamadıkları görülmüştür. İki öğrencinin de çizdikleri grafik ile yazdıkları denklemler arasındaki ilişkiyi anladıkları görülmüştür. Memnun ve Altun (2012)'a göre bazı araştırmalarda doğru denklemi ile ilgili olarak öğrencilerde karşılaşılan yanlışların fonksiyonlar, karmaşık sayılar, limit, türev ve integral gibi lise müfredatının ilerleyen konularında öğrenciler için ciddi öğrenme zorluklarını da beraberinde getirebildiği açıklanmıştır.

Schoenfeld, Smith ve Arcavi (1993, p.130)'ye göre $y=mx+b$ formundaki doğrusal denklemlerde 'b' değiştikçe doğru yukarı-aşağı dikey olarak hareket eder ancak öğrenciler bunu çapraz ve yatay olarak hareket edermiş gibi görebilmektedir (Chiu, Kessel, Moschkovich ve Muñoz-Nuñez, 2001). Öğrencilerin matematik öğrenmesi üzerine yapılan çalışmalar öğrencilerin 'b' değiştikçe dikey olarak değişen doğru grafiğinin değişimini yatay değişim olarak algılamaya eğimli olduklarını göstermektedir. Halbuki ' $y=x$ ' doğrusu verildikten sonra ' $y=x+4$ ' doğrusu verilerek bunu dikey olarak 'y' ekeninde 4 birim sayıp ' $y=x$ ' doğrusuna paralel bir doğru çizerek yapabilir; bunu 'dikey sayma' olarak adlandırabilir (Chiu vd.,2001). Chiu vd. (2001) iki kavramın birlikteliğinin: dikey sayma-yatay sayma, sınıfta çoklu strateji kullanımını destekleyeceğinin altını çizmektedir.

Beckmann (1989)'a göre 12 yaşından 17 yaşına kadar olan öğrenciler kartezyen koordinat grafikleri ile ilgili aşağıdaki zorlukları yaşamaktadır:

- Öğrenciler basit fonksiyonları çizmek için gerekli olan: noktaları göstermek ve bu noktaları birleştirerek grafik oluşturmanın dışında kartezyen grafiklerinde yeterliliğe sahip değiller,
- Sıralı olmayan (ayrık) grafiklerin temsillerini genellikle okuyamamaktalar,

- Temsil ettikleri durum açısından genellikle grafikleri yorumlayamamakta; aynı zamanda daha evrensel özellikleri gözlemlemekte zorluk yaşamaktalar (Beckmann,1989).

Beigie (2004), koordinat düzleminde grafikleştirme ile öğrencilerin genellikle tanışma şeklini şu şekilde ifade etmiştir: öğrencilerden kurala uygun sıralı ikilileri koordinat düzleminde göstermeleri ve bu noktaları tanımlamaları beklenmekte; pek çok sıralı ikiliyi koordinat düzleminde gösterdikten sonra ilk ve son noktaları doğru parçası ile birleştirerek geometrik bir şekil ya da resim oluşturmaları istenmektedir (e.g., see Mystery Media 1990 akt Beigie,2004). Knuth (2000)'e göre Leinhardt (1990)'ın da belirttiği gibi öğrenciler, rutin bir şekilde denklemden grafiğe yönünde dönüşüm görevleriyle karşı karşıya kalmaktadır. Öğrenciler başlangıç olarak denklemi sağlayan değerlerden oluşan tabloyu oluşturmakta ve tablodaki değerleri (noktaları) koordinat düzleminde göstermektedir. Bu prosedür, sıklıkla, matematiksel bir gerçeklik olarak ele alınıp kısa zamanda, öğrencilerden denklem-grafik geçişinde usta olmaları beklenmektedir (Knuth, 2000). Halbuki öğrenme yolu asla öğretmen tarafından belirlenemez; öğrenme yolu pek çok diğer şarta bağlı olmakla beraber öğretmen yalnızca ev sahibi konumundadır (Davis vd., 2000 akt Godwin ve Sutherland, 2004).

Izsák (2003) öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile ilgili temsil etmeyi ve problem çözmeyi öğrenmelerinin pratik açıdan ve teorik açıdan çok önemli olduğunu dile getirmekte; çevredeki dünyayı temsil etme ve problem çözmenin her zaman matematiksel düşünmenin merkezinde olduğunu ifade etmektedir. Izsák (2003), öncelikle öğrencilere keşfetmeleri ve problem durumunu anlamlandırmaları için izin verilmesi gerektiğini; ikincisi öğrencilere problem durumlarını modellemeleri için, kendi temsillerini geliştirmelerine izin verilmesi gerektiğini dile getirmektedir; üçüncüsü öğrencilerin, alternatif temsilleri ve ilişkili stratejileri, problem çözmek için kullanması gerektiğini belirtmektedir (Izsák, 2003).

1.1.2.3.1. Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Teknoloji Kullanımına Dayalı Yapılan Çalışmalar

Leinhardt vd. (1990)'e göre teknolojik ortamlarda çoklu temsiller, daha belirgin hale gelebilmekte; birbiriyle ilişkili en az iki temsilin simultane olarak çalışması kolaylaşabilmektedir. Çoğu grafik teknolojileri, fonksiyonun grafiksel temsilini ve en az iki temsil biçimini mesela denklem-grafik ya da rakam çiftleri-grafik üstündeki bir nokta gibi aynı anda verebilir. Schwarz ve Hershkowitz (1999) bilgisayarlı araçların cebirsel, sayısal ve grafiksel temsiller arasında dinamik bir bağ sağladığını; bu temsil sistemleri arasındaki bağların asimetrik -bir kişinin grafiği çizebilmesi için cebirsel temsili bilmesi gerekir gibi- olduğunu ifade etmektedir (Schwarz ve Hershkowitz,1999). Leinhardt vd. (1990)'e göre teknoloji, herhangi bir erken matematik konusundan çok daha fazla, fonksiyonlar ve grafikler konusunu etkilemektedir. Örneğin teknoloji ile grafiklerin sürekliliği daha erken yaşta ve geleneksel olandan daha farklı bir şekilde verilebilmektedir (Leinhardt vd.,1990).

Schwarz ve Hershkowitz (1999)'e göre prototipler, kavramı öğrenirken yeni örneklerle başa çıkmada referans olarak kullanılabilir. Bu araştırma, dokuzuncu sınıf öğrencilerin fonksiyon kavramına dair çoklu temsil kullanılan yazılıma dayanan interaktif bir ortamda ortaya çıkan prototiplerini karakterize etmiş; öğrencilerden fonksiyon kavramını geliştirmesi beklenmiştir. Çalışmanın sonunda elde edilen bulgular şu yöndedir: fonksiyonu interaktif bir ortamda öğrenen öğrenciler; sıklıkla prototipik fonksiyonları kullanmakta (lineer ve quadratik) ama onları her duruma uygun görmemektedir. Çalışmaya göre geleneksel ortama oranla interaktif ortamda öğrenim gören öğrenciler fonksiyon kavramına dair daha fazla ve farklı imajlara sahip olmuşlar ve bunları problem çözümlerinde gösterebilmişlerdir. Gereçlerini sunarken daha fazla fikir üretebilmiş; daha fazla öğrenci farklı temsillerde, temsillerin değişmesiyle değişmeden kalan şeyin ne olduğunu daha iyi anladıklarını göstermiştir (Schwarz ve Hershkowitz, 1999). Çalışma aynı zamanda interaktif öğrenme ortamlarında çoklu temsil imkanı tanıyan bir yazılım olmasından dolayı mümkün olan iki çeşit manipülasyon tanımlanmıştır: grafikleri ve sayısal bilgileri manipüle etmek için yakınlaştırma, ölçeklendirme ve kaydırma ve grafikler ve tabloları manipüle etmek için cebirsel ifadeleri dönüştürme. Bu manipülasyonların öğrencilerin, fonksiyonları

anlamalarına yönelik tutumlarını ve aynı fonksiyonun farklı temsillerindeki anlamalarını etkilediği görülmüştür (Schwarz ve Hershkowitz, 1999).

Abu-Naja (2008)'de, 9. sınıf arap öğrencilerinin fonksiyon ailesi kavramını öğrenirken grafik hesap makinesi kullanmalarının öğrenmeye etkisi araştırılmıştır. Çalışmada grafik hesap makinesi kullanımının yanlış kavramsallaştırma ve yanlış analitik düşünme durumlarının sayısını oldukça azalttığı sonucuna varılmıştır. Çalışmanın sonunda çoklu temsil biçimleri ve görselleştirmede sıkıntı yaşayan öğrencilerin grafik hesap makinesi gibi teknolojik ortamları kullanmasının önemi vurgulanmış; öğrenenlerin bazı matematiksel kavramları anlamalarını geliştirmek için bir yol olarak grafikleri ve teknolojiyi kullanmaları önerilmiştir. Abu-Naja (2008)'nin elde ettiği diğer sonuçlar aşağıda verilmektedir:

Grafik teknolojisini kullananlar geleneksel yolla çalışanlardan

- daha yüksek seviyede bir grafik anlayışı geliştirmektedir,
- fonksiyonun grafiği ile cebirsel formu arasındaki ilişkiyi bilmede daha başarılı olmaktadır,
- grafikleri daha doğru bir şekilde okuyup anlayabilmektedir,
- fonksiyonlar konusundaki bilgi havuzları daha zengin ve çeşitlidir,s
- fonksiyonların çeşitli gösterimleri arasındaki etkileşimi daha iyi anlamaktadırlar.

Godwin ve Sutherland (2004)'in çalışması bir proje kapsamında tasarlanmış olup yeni teknolojilerin, 13-14 yaşındaki öğrencilerin bulunduğu sınıf ortamında öğrenmeyi geliştirmek için nasıl kullanılacağını araştırmıştır. Doğrusal denklemler konusunda grafik hesap makinesi kullanan Rachel ve ikinci dereceden denklemler konusunda bilgisayar sınıfını kullanan Rob karşılaştırılmıştır. Öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun $y=x$ doğrusu prototipi ile konunun öğretimine başladıkları dile getirilmiş; öğrencilerin bu durumdan yararlanarak kritik bazı özellikleri genelleyecekleri ifade edilmiştir. Örneğin Rachel'in sınıfındaki öğrencilerin $y=5$, $y=3$ gibi doğruları bilmedikleri ve sadece tam sayıların kullanılmasından dolayı ondalık kesirlerin olduğu doğrusal denklemlerle ilgili bilgilerinin oluşmadığı görülmüştür. Godwin ve Sutherland (2004)'a göre grafik yazılımlar çok sayıda örneği analiz edip aynı zamanda inşa etmeyi sağladığından öğrencilere prototip örnekler sağlayabilir. Böylece matematiksel kavramların öğrenilmesinde kavramın karakteristik özelliklerini gösteren prototipler

birleştirilerek kavrama dahil edilebilmektedir (Dorfler, 2000; Schwarz ve Hershkowitz, 1999 akt Godwin ve Sutherland, 2004).

Birgin vd (2008)'nin amacı, ilköğretim yedinci sınıf konusu olan 'Düzlemde Bir Noktanın Koordinatları ve Doğru Grafikleri' konusunun öğretiminde bilgisayar destekli öğretim (BDÖ) kullanmanın 7. sınıf öğrenci başarısına etkisini incelemek olmuştur. Deney grubunda "Microsoft Excel" ve "Coypu" programları kullanılırken; kontrol grubuna teknoloji desteği verilmemiştir. Birgin vd. (2008)'e göre öğrencilerin öğrenmekte zorluk çektiği doğru grafikleri konusunun (Birgin, 2006) öğretiminde, BDÖ materyalinin geliştirilip uygulanmasına ihtiyaç vardır. Çalışma sonunda, BDÖ'in öğrenci başarısını arttırmada geleneksel öğretime kıyasla daha etkili olduğu ortaya çıkmıştır.

Bardini, Pierce ve Stacey (2004), cebir öğretiminde fonksiyonel modelleme yaklaşımının öğretime adapte edilmesinin sonuçlarını analiz etmektedir. Çalışma sonucunda, teknolojinin (grafik hesap makinesi) gerçek yaşam problemlerini grafiksel olarak çözerken gerçek bir destek sağladığı: grafikleri yakınlaştırma özelliği ile alan ya da ölçeği değiştirerek manipüle edilebilir nesnelere haline getirdiği vurgulanmıştır. Çalışmada aynı zamanda şunun altı çizilmiştir: öğrenci matematik sebebiyle yardım istemek zorunda kaldığında kendini: 'ben cebirde pek iyi değilim' şeklinde yorumlarken, teknoloji kullanımında zorlukla karşılaştığında benzer yorumu yapmamıştır.

Falcade vd. (2007) çalışmasında fonksiyonel ilişkideki zorluklarla baş etmek amacıyla bilgisayar teknolojilerinin kullanımına dayanan öğretim yaklaşımlarını önermektedir. Sayısal değişimin sürüklenme özelliği ile elde edilmesi: dinamik kontrol, ile çoklu temsili ortaya çıkarma özelliğinden yararlanılabileceği ifade edilmektedir (Falcade vd., 2007). Arcavi (2008) geometrik durumları, dinamik kartezyen grafiklerle modellemenin matematiksel kavramları öğrenmek için kullanılan umut verici bir yol olduğunu ifade etmektedir. O'Callaghan (1998) işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki dengenin matematik eğitiminde hızla artan teknoloji ile sağlanabileceğini; teknoloji ile zengin problem çözme ortamı yaratılabileceğini, yetenek gerektiren durumlarda zaman kaybını azaltarak kavramsal anlamaya odaklanılabileceğini, teknolojinin grafiksel avantaj sağladığını, cebirsel fikirleri derinden anlamayı sağladığını dile getirmektedir.

Hennessy, Fung ve Scanlon (2001)'a göre her yaştaki pek çok öğrenciye sayısal bilgi, grafik ve cebirsel denklem arasındaki ilişki zor gelmektedir. Öğrenciler bu ilişkiyi anlamakta ve iki yönde de -farklı temsiller arasında- dönüşümü yapmakta oldukça zorlanmaktadır (Falcade vd, 2007). Bu zorluk, sembolik bir sistem olan grafiğin bir diğer sembolik sistemi (bilgi örüntüsü ya da cebirsel fonksiyon) anlamak için kullanılmasından kaynaklanmaktadır (Falcade vd, 2007). Öğrenciler cebirsel ile grafiksel-görsel form arasında bir bağ geliştirebilmek için grafik şeklinde soyutlamayı anlaşılması zor bulmakta; araştırmacılar çoklu temsiller arasında bağ kuran teknolojilerin ve aktivitelerin, zor sembolik fikirleri ve teknikleri anlamayı kolaylaştıran ortamları yarattığına inanmaktadır (Bloch, 2003).

Araştırmalar, grafikleştirme teknolojilerinin öğrencilerin grafikleştirme becerilerini kolaylaştırmada ve grafiksel temsilleri anlamalarını sağlamada eşsiz bir rol oynadığını göstermektedir (O'Callaghan, 1998; Graham ve Thomas, 2000; Paasonen, 1993). Bu tarz grafikleştirme teknolojileri, noktaları elle, grafikte göstermeye oranla pek çok avantaj sağlamaktadır. Daha da önemlisi aynı problemde birbirine bağlı yaklaşımlarla ilgili (sayısal, cebirsel, grafiksel) cesaretlendirici olmakta, grafikteki bir değişimin diğer temsillerde dinamik bir şekilde görülmesine izin vermektedir (Hennessy, Fung ve Scanlon, 2001). Tall (1989)'a göre bilgisayar, kişiye yeni imkanlar sunar. Bilgisayarlarla basitten karmaşığa doğru gitmesi gereken insanın yerine, uygun yazılım ortamları ile öğrencinin daha karmaşık fikirleri en baştan keşfetmesini sağlamak mümkün olmaktadır. Ancak, bilgisayar tarafından modellenen matematiksel kavramların anlaşılması için müfredatın ve öğretmenin rolünün bir kez daha gözden geçirilmesi gerekmektedir (Tall, 1989). Godwin ve Sutherland (2004)'e göre grafikleştirme yazılımları ya da grafik hesap makinelerinin, geleneksel kağıt kalem ortamıyla karşılaştırıldığında grafiksel temsile yeni fonksiyonlar ve boyutlar kattığına inanılmaktadır. Godwin ve Sutherland (2004), kartezyen koordinat düzleminde grafiklerin, kağıt kalem grafiklerine oranla daha hızlı ve daha kolay bir şekilde inşa edilebileceğini ya da manipüle edilebileceğini (Hennessy *et al.*, 2001); koordinat belirleme potansiyeliyle beraber, fonksiyonlar ailesinin araştırılmasını kolaylaştırdığını ve grafik görünümünde eğimin etkisini araştırmak için çok iyi bir imkan sağladığını dile getirmektedir. Godwin ve Sutherland (2004), grafikleştirme yazılımlarının önemli özelliklerini aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- Eğimi değiştirerek grafiği değiştirmeye izin verme,
- Yaklaştırma özelliği sayesinde fonksiyonun tek bir noktasından yararlanarak eğimi bulmayı sağlama,
- Yazılımla inşa edilen temsil biçimini manipüle ederek ölçek değiştikçe değişenleri ve değişmezleri öğrencilerin keşfetmesine izin verme (Godwin ve Sutherland, 2004).

Tayan (2011), DGO sayesinde öğrencilerin kâğıt-kalem ortamlarındaki nesne gösterimlerinin sınırlayıcılığından kurtularak, nesnelerin hareket özelliği kazandığını görebileceklerini ifade etmektedir. Bunun yanı sıra matematiksel yapıları oluşturan parametrelerin birbiriyle olan ilişkisini gözleme ve keşfetme imkânını da yakalayabileceklerini; birbirine bağlı olarak değişen değişkenler arasında her zaman mevcut olan genel özelliği görmeye fırsat veren DGO'ların sürüklenme özelliği ile öğrencilerin değişkenleri ve bu değişkenler arası ilişkiyi zihinlerinde anlamlı hale getirebileceklerini belirtmektedir (Tayan, 2011). Falcade, Laborde ve Mariotti (2007)'a göre, dinamik geometri yazılımları, dinamik özellikleri sayesinde, değişimin ve fonksiyonel bağımlılığın temsilini sağlamaktadır.

1.2. Kuramsal Çerçeve

Doğrusal denklemler konusunun ele alındığı bu çalışmada GSP destekli bir öğretim desenlenmiş olup, öğrencilerin bilişsel gelişim süreci enstrümantal oluşum teorik çerçevesinde incelenmiştir. Aynı zamanda enstrümantal oluşum sürecinde, öğrencilerin temsil kullanımları ve temsil geçişlerinde öğretmen desteğine ihtiyaç duyma biçimleri de ele alındığından, bu bölümde enstrümantal oluşum ve çoklu temsil ile ilgili ayrıntılı bilgi verilmektedir.

1.2.1. Enstrümantal Oluşum Teorisi

Kaput (1992), teknolojinin eğitimin her seviyesine çok çabuk entegre edilebileceğini ancak matematik eğitiminde teknolojinin rolündeki zorlukları tanımlamanın, yeni aktif bir volkanı tanımlamaya benzediğini (akt. Goos, Soury-Lavergne, Assude, Brown,

Kong, Glover ve Sinclair, 2010) dile getirmiştir. Goos vd. (2010)'ne göre öğretmenlerin teknoloji entegre edilmiş öğrenme ortamlarındaki rolünü daha iyi anlamak, dijital teknolojileri kullanmalarını etkileyen faktörleri belirlemek ve teknoloji entegrasyonunda nasıl gelişim sağlanır ya da etkili kullanım nasıl gerçekleşir sorularına cevap verebilmek için bazı teorik çerçeveler dikkatle incelenmelidir. Bilişsel alanda yapılan çalışmalar, karmaşık teknolojik araçların uygun hale getirilmesi ile ilgili süreci daha iyi anlamak için bazı teorik çerçeveler oluşturmaktadır (Trouche, 2005). Diğer taraftan öğrencilerin öğrenme süreçlerini derinlemesine anlama matematik eğitimi araştırmalarının temel zorluklarından biridir. Bu anlamayı gerçekleştirebilmek için de farklı teorik bakış açıları mümkündür (Drijvers vd., 2013) . Teknolojik ortamda bu öğrenme süreçlerini anlamamıza yardımcı olabilecek teorik çerçevelerden biri enstrümantal oluşum teorisidir. Bu teori öğrenme sürecinde kullanılan araçların dışsal yönden içsel yöne yani psikolojik araçlara dönüşümünü anlatan gelişimsel bir değişimi anlatmaktadır (Kuuti ve Kaptelinin, 1997 akt Rivera, 2007).

Matematik eğitimi alanında, Fransız matematik eğitimi araştırmacıları tarafından bilgisayar cebir sistemi üzerinde kullanılmasıyla tanınmaya başlanan enstrümantal oluşum (Kieran ve Drijvers, 2006); araç kullanımı ve öğrenme arasındaki ilişkiyi araştırabilmeyi sağlayan, öğrencilerin araç kullanımındaki davranışlarına, tekniklerine ve bilişsel gelişime dikkat çeken, öğrenmede psikoloji odaklı bir süreçtir (Gravemeijer, 2005). Enstrümantal oluşum, Tabach (2011)'a göre, bilgisayar kullanılan matematik sınıflarında deneysel sonuçlara dayanan teorik bir inşa; Artigue (2002) ve Mariotti (2002)'e göre de aynı sınıfta aynı aracı kullanarak aynı görevi gerçekleştirmeye çalışırken geliştirilen farklı stratejileri tanımlamaktır (akt Tabach, 2011).

Enstrümantal oluşum sürecini anlayabilmek için bu süreci tanımlamakta kullanılan kavramların çok iyi anlaşılması gerekmektedir. Aşağıda sırasıyla teorideki temel kavramlar ele alınacaktır. Enstrümantal oluşum süreci öğrenenin teknolojik bir araç ile karşı karşıya kalması ile başlamakta ve bu araç artefact olarak isimlendirilmektedir. Bu nedenle öncelikle artefact tanımı üzerinde durulacaktır.

1.2.1.1.Araç-Artefact İlişkisi

Araç terimi, makine teriminin yerine tercih edilmekte ve insan aktivitesini destekleyen bir anlamda kullanılmaktadır (Trouche, 2004). Noss ve Hoyles (1996)'a göre araçlar, ortamın bazı matematiksel özelliklerini özetler nitelikte olup; fikirler ve davranışlar, öğrenme ortamı içerisinde, öğrenen tarafından kullanılan araçların içinde gömülüdür (Ndlovu vd, 2011). Araçlar, matematiksel anlamlar içermekte ve öğrenmeyi sağlayan zengin matematiksel durumlar doğurmaktadır (Rivera, 2007). Kullanılan sembolik ya da fiziksel bir nesne (Trouche,2004; Hoyles ve Noss,2003; Kieran ve Drijvers,2006; Rabardel,1995; Drijvers ve Gravemeijer,2005; Trouche, 2005; Verillon ve Andreucci, 2006) araç olarak adlandırılırken; matematiksel pratiklerde bir materyal olarak kullanılan araçlar ise artefact olarak adlandırılmaktadır (Drijvers vd, 2013). Artefact, bir aracın öğrenen tarafından kullanılmadan önceki hali olup; insan yapımı, değişkenlerin belirli bir amacı gerçekleştirmesi için kasıtlı bir şekilde organize edilmiş materyallerdir (Verillon ve Andreucci, 2006). Artefact, fonksiyonlarını ve etkililiğini yalnızca kullanıcısının işlemleri süresince göstermektedir (Verillon ve Andreucci, 2006). Rabardel (1995)'e göre de artefact, kullanıcı tarafından kullanılmadan ya da kullanıcı aracın başkaları tarafından kullanıldığını görmeden önce anlamsız olabilen birşeydir. Artefact teriminin daha net anlaşılması için şu şekilde örnekler verilebilir:

- Bir dili, kullanıcılarını ve kullanım şeklini düşünmeden konuştuğumuzda bu dil bir artefacttır (Trouche, 2004).
- Eğer bilgisayar, öğrenen tarafından daha önce kullanılmamış bir materyal ya da nesne ise aynı zamanda bir artefacttır (Ndlovu vd, 2011).
- Anlamını yitirmiş kelimeler gibi kullanımını kaybetmiş araçlar da artefacta örnek gösterilebilir (Verillon ve Andreucci, 2006).
- Kullanıcıya (özneye) verilen hesap makinesi ya da ikinci dereceden denklemleri çözmeye yarayan bir algoritma da aynı zamanda bir artefact olabilir (Trouche, 2005).

Drijvers vd (2013)'a göre bir artefact, sıklıkla ama her zaman fiziksel olmayan, verilen bir göreve ulaşmak için bir nesne; kültürel ve sosyal deneyimleri bir araya getiren insan aktivitesinin bir ürünü olup; bir çekiç, piyano, hesap makinesi ya da bilgisayarımızdaki bir dinamik geometri sistemi artefacta örnek sayılabilmektedir. Drijvers vd (2013)

artefact için her zaman kesin ve net bir şey söylenemeyeceğini dile getirmekte, örneğin dinamik geometri yazılımında kişi yazılımı tek bir artefact olarak görebilirken bir başkası dinamik geometri sistemini artefactların bir araya gelmiş hali olarak görebilmektedir: ölçme artefactı, sürüklenme artefactı gibi (Drijvers vd, 2013).

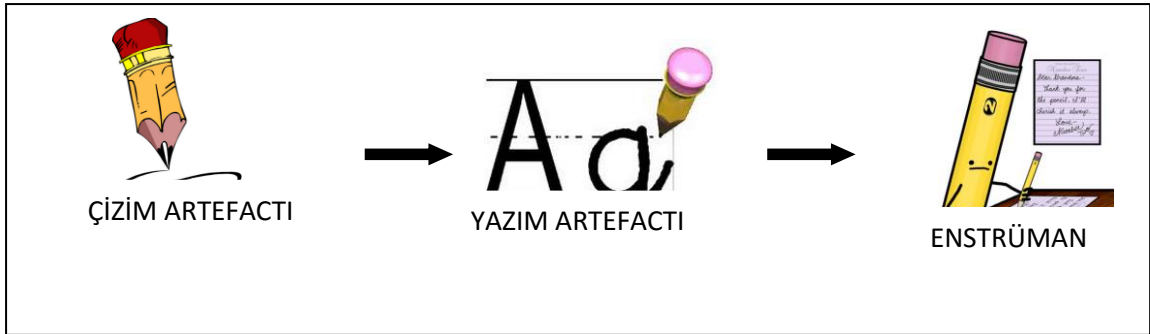
1.2.1.2.Artefact-Enstrüman İlişkisi

Bireyin artefactı kendine uygun hale getirmesiyle ve aktivitesine entegre edebilmesiyle meydana gelen psikolojik bir yapı inşası enstrüman olarak tanımlanır. (Trouche, 2004; Trouche, 2005; Tabach, 2011; Drijvers ve Gravemeijer, 2005). Artefact, verilen soyut bir nesne, bir materyal olup (Trouche,2004; Trouche,2005; Tabach,2011; Drijvers ve Gravemeijer,2005); enstrüman, vücudun bir uzantısı; artefact öğelerinde oluşan fonksiyonel bir organ ve kendi kendine var olamayan psikolojik bir öğedir (Trouche, 2004). Verillon ve Andreucci (2006) artefactın nesnel dünyaya ait olduğunu ve kullanıcının fiziksel ve psikolojik olarak katılımının olmadığını dile getirirken; enstrümanın özne ile dünya arasındaki arayüz olduğuna ve kullanıcının fiziksel ve psikolojik olarak katılımının olduğuna dikkat çekmektedir. Rabardel (1995) ve Verillon ve Rabardel (1995) artefactın, görevden bağımsız olduğunu; enstrümanın, görevi gerçekleştirmeye çalışan kullanıcı ile artefact arasında anlamlı bir ilişki olduğu zaman; aracın aktiviteye aracılık ederek gelişmesiyle oluştuğunu belirtmektedir. Trouche (2004) artefactın verildiğini, enstrümanın ise aktivite süresince inşa edildiğini; artefactın kullanmadan, tanımadan, alışmadan önceki hal olduğunu; enstrümanın ise kullandıkça aktif bir şekilde inşa edilen ve böylece daha tanıdık, alışılmış hale gelmiş hali olduğunu ifade etmektedir.

Artefacttan enstrümana dönüş süreci boyunca kullanıcı, problem çözme stratejilerini organize eden zihinsel şemalar geliştirmekte; aynı zamanda aracın teknik anlamda kullanımını organize etmektedir (Drijvers ve Gravemeijer, 2005). Matematiksel artefactın matematiksel eylemlerle bir enstrümana dönüşme süreci 'kişisel şemaların inşasını ya da daha genel olarak önceden var olan sosyal şemaların uygun hale getirilmesini' kapsamakta ve artefact, zihinsel şemaların gelişimi ile enstrümana dönüşmektedir (Artigue, 2002 akt Ruthven, 2002; Drijvers ve Gravemeijer,2005).

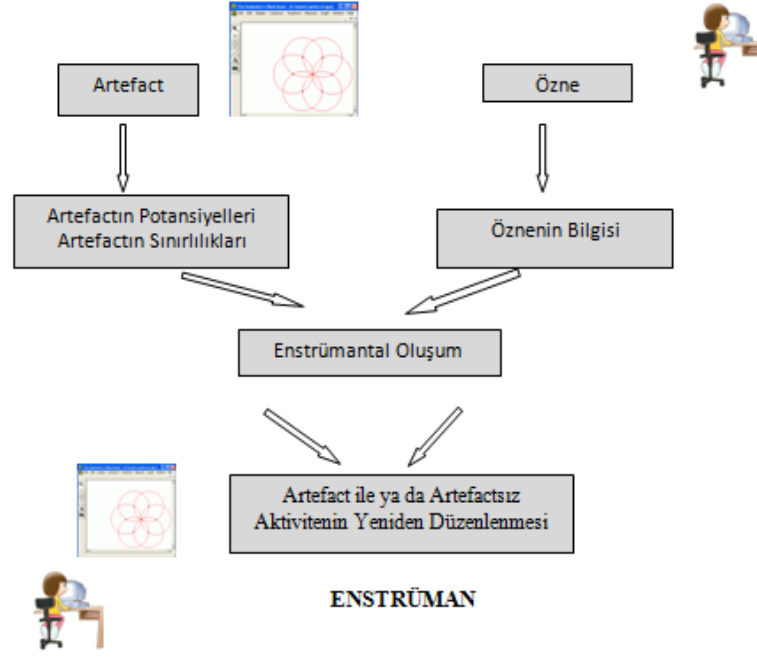
‘Enstrüman = Artefact+Şema (bir görev tipi için) (Drijvers ve Trouche, 2008)

Drijvers vd. (2013) artefacttan enstrümana geçişi bir örnekle şu şekilde tarif etmiştir: harflerin ne işe yaradığı bilinmediği sürece kalem, yazı yazmak için işe yaramaz bir artefact iken yazmayı öğrendikçe bir çizim artefactı olmaktan çok daha fazlası haline gelip yazı yazmak için de kullanılan bir artefact haline dönüşmekte, gelişen becerilerle beraber yazı yazmak için bir enstrüman haline gelmektedir



Şekil 3: Artefacttan Enstrümana Geçiş Örneği

Verillon ve Rabardel (1995)’e göre kullanıcının, aracı kullanırken geliştirdiği ve geliştirmeye devam ettiği şemalarla beraber araç, kullanıcının elinde enstrümana dönüşmektedir (Tabach, 2011). Artefact-enstrüman ilişkisi yönüyle enstrümantal oluşum sürecini aşağıdaki şekilde açıklayabiliriz (Guin ve Trouche,1998):



Şekil 4: Artefact- enstrüman ilişkisi yönüyle enstrümantal oluşum (Guin ve Trouche,1998)

Bir artefacttan çeşitli enstrümantal oluşumlar ile farklı enstrümanlar ortaya çıkabilir; tüm bunlar konuya, özneye ya da verilen göreve bağlıdır (Maschietto ve Soury-Lavergne, 2013). Enstrümantal oluşum uzun, karmaşık ve zorlu bir süreç olup (Verillon ve Andreucci, 2006; Ruthven, 2002; Trouche, 2004) zaman gerektirmekte; artefactın özellikleri (potansiyelleri ve sınırlılıkları), öznenin aktivitesi, kişinin bilgisi ve çalışma metodlarıyla yakından ilişkili olmaktadır.

1.2.1.3.Şema – Teknik Etkileşimi

Enstrümantal oluşum çalışmalarındaki en büyük etkileşimlerden biri şema-teknik etkileşimi olup düşünce ve eylem arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır (Drijvers vd, 2013). Şimdi sıra ile bu kavramları inceleyelim:

Şema: Piaget'e göre şema, bir eylemdeki tekrarlanabilir ve genellenebilir bir durum (Piaget, 1970) iken Vergnaud'a göre şema, içinde amaçlar ve yönergelerin olduğu dinamik fonksiyonel bir varlık; içerisinde eylemlerin kuralını barındıran, bilgileri bir araya getiren, kontrol eden ve bazı sabit değişmezlerin yer aldığı bir artefact

organizasyonunun psikolojik ögesinin bir parçasıdır (akt. Trouche, 2004). Verillon ve Rabardel (1995) enstrümantal oluşum sürecini, kişinin farklı görevleri gerçekleştirdiği süreçte bireyin yarattığı ya da değiştirdiği şemalar (Verillon ve Rabardel, 1995 akt. Tabach, 2011) olarak tanımlamaktadır.

Bir şema üç temel fonksiyona sahiptir (Trouche, 2004):

- Pragmatik fonksiyon: enstrüman kullanıcısının birşeyler yapabilmesine izin verir.
- Sezgisel fonksiyon: enstrüman kullanıcısının görevde yer almasına ve plan yapmasına izin verir.
- Epistemik fonksiyon: enstrüman kullanıcısının neler olup bittiğini anlamasına izin verir.

Rabardel verilen bir görevi gerçekleştirmek için ilgili artefact ile eylemin organize edildiği şemayı bir artefactın genel kullanım şeması (utilisation scheme) olarak tanımlamaktadır. Genel kullanım şemaları, kullanım şeması (usage scheme) ve enstrümanlı eylem şeması (instrumented action scheme) olarak ikiye ayrılmaktadır (Trouche, 2004; Guin ve Trouche, 2002; Rabardel,1995, Trouche 2000 akt. Drijvers ve Gravemeijer,2005).

Genel Kullanım Şemaları	
Kullanım Şemaları	Enstrümanlı Eylem Şemaları
Artefactın düzenlenmesine yönelik (hesap makinesini açma, ekran kontrastını ayarlama, bir anahtar seçme vb.) (Trouche, 2004)	Özel bir görevi gerçekleştirmeye yönelik olan şemalar (bir fonksiyonun limitini hesaplama gibi) (Trouche, 2004)
Temel başlangıç düzeydeki şemadır artefactla yakından ilgilidir (Drijvers ve Gravemeijer,2005)	Odaklanılan nokta aktivitedeki özel dönüşüm çeşitlerini çözümlenektir. Mesela formüller, grafikler vb. (Drijvers ve Gravemeijer,2005)
Metin bloğunu yazarken daha önce yazılmışsa tekrar yazmak yerine kes yapıştır yapmak ‘kes yapıştır şeması’	Tutarlı ve anlamlı zihinsel şemalardır ve enstrümantal oluşum sürecinde başlangıç düzeyindeki kullanım şemaları ile

olarak adlandırılabilir. Hatta tecrübeli bir kullanıcının kes yapıştır şemasını hızlıca doğru bir şekilde yapması kullanım şemasına örnektir (Drijvers ve Gravemeijer,2005)	oluşturulurlar (Drijvers ve Gravemeijer,2005)
İkinci kategori şema olan enstrümanlı eylem şeması için inşa blokları sayılabilir (Drijvers ve Gravemeijer,2005)	Hem teknik becerileri hem de zihinsel becerileri içermektedir (Drijvers ve Gravemeijer,2005)

Tablo 1:Genel Kullanım Şemaları

Rivera (2007), semboller ve araçlar kullanarak elde edilen şemaların enstrümantal şema olarak adlandırılabilceğini ifade ederken; Trouche (2000), Drijvers (2003) çalışmalarında ‘şema’ terimi yerine ‘enstrümanlı eylem şeması’ terimini kullanmaktadır (akt. Kieran ve Drijvers, 2006). Örneğin; Trouche (2000), öğrencinin bir artefact olan grafik hesap makinesini kullanması sürecinde geliştirdiği denklem çözme şemasının enstrümanlı eylem şeması olduğunu (Trouche,2000; akt Drijvers vd, 2013) dile getirmektedir.

Kullanım şemaları ile enstrümanlı eylem şemaları her zaman çok açık ve net bir şekilde birbirinden ayrılmaz; bazen yalnızca kullanıcının seviyesi ile ilgili iken bazen de sadece gözlemin seviyesi ile ilgili olmaktadır (Drijvers ve Gravemeijer, 2005).

Teknik: Teknikler, şemaların gözle görünür parçalarıdır. Bilişsel temelleri şema olan, verilen görevi çözme sürecinde öğrencinin şemalarının yansımaları olan öğrenci düşüncesinin gözlemlenebilir bölümleridir (Kieran ve Drijvers, 2006; Drijvers vd, 2013). Artigue (2002) ‘teknik’ kelimesine eğitim söylemlerinde genellikle yüklenen anlamdan daha derin anlamlar yüklenmesi gerektiğini dile getirmekte; bir görevi-problemi çözme şekli ve rutin görevlerin ötesinde karmaşık bir muhakeme sürecinin olduğunu vurgulamaktadır (Artigue, 2002, p.248 akt Drijvers vd, 2013; Kieran ve Drijvers,2006). Lagrange (1999) tekniği ‘beceri ya da prosedür olarak görülmeyen, kurallar dizisi ve bilginin taşıyıcıları’ şeklinde tanımlamaktadır. Teknikler, pragmatik ve epistemik değerlere sahiptirler (Lagrange, 2000 akt. Drijvers vd, 2013).

Tekniğin Pragmatik Değeri: Artigue (2002)'e göre teknikler çoğunlukla pragmatik bir değere sahiptir ve tekniklerin pragmatik değerlerini ortaya çıkarmak için verimli olduğu alanlar ve potansiyellerine odaklanmak gerekmektedir (Artigue, 2002 akt Ruthven, 2002).

Tekniğin Epistemik Değeri: Teknikler, epistemik değere de sahiptirler ve içerdikleri nesnelere anlamaya katkıda buldukları bu değerleri ortaya çıkmaktadır (Artigue, 2002 akt Ruthven, 2002).

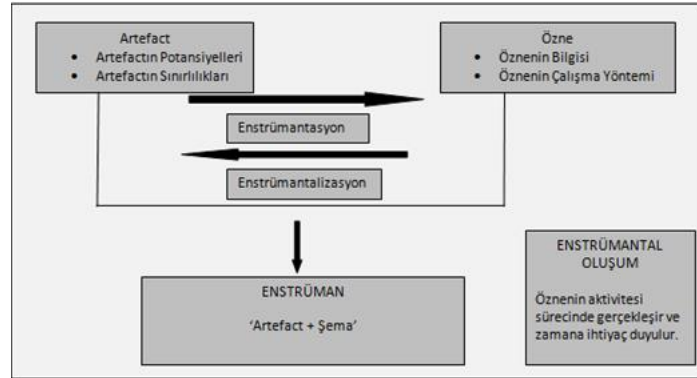
Drijvers ve Gravemeijer (2005)'a göre teknik ve kavramsal yönler enstrümanlı eylem şemasında bir araya gelmekte; enstrümanlı teknik, enstrümanlı eylem şemasının apaçık görülebilir ve dışsal yanı olmaktadır. Enstrümanlı eylem şeması, enstrümantal oluşumun görünmeyen zihinsel ve bilişsel yönüne vurgu yaparken; enstrümanlı tekniklerin görünebilirliği, enstrümantal oluşum sürecinin analizine geçit niteliğinde olmaktadır (Drijvers ve Gravemeijer,2005). Drijvers ve Gravemeijer (2005)'a göre genel kullanım şemalarının ortaya çıkışı ve gelişimi enstrümantal oluşum olarak adlandırılacak olursa genel kullanım şemalarındaki teknik ve kavramsal elemanların birlikte gelişmesi gerekmektedir. Bir taraftan artefactın yapabilirlikleri ve sınırlılıkları kullanıcının kavramsal gelişimini şekillendirirken diğer taraftan kullanıcının anlayışı da artefactı kullanma şeklini değiştirir.

Bu durum bizi enstrümantal oluşumu meydana getiren iki sürece götürmektedir.

1.2.1.4.Enstrümantal Oluşumun İki Bileşeni: Enstrümantasyon ve Enstrümantalizasyon

Enstrümantal oluşum süreci özneye yönelen enstrümantasyon ve artefacta yönelen enstrümantalizasyon şeklindeki iki alt prosedürün kombinasyonu ile tanımlanabilmektedir (Trouche, 2004). Enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon süreçleri birbirleriyle yakından ilişkili aralarında bir dialektiğin olduğu iki süreçtir (Trouche, 2004; Drijvers vd, 2013). Enstrümantasyon ve enstrümantalizasyonun etkileşimli doğası, öğrencinin zihinsel şemaları artefact tarafından şekillendikçe ve aynı zamanda artefactı şekillendirdikçe ortaya çıkmaktadır (Hoyle ve Noss, 2003). Trouche

(2004), enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon süreçlerini kesin çizgilerle birbirinden ayırmanın mümkün olmadığını belirtmektedir.



Şekil 5: Enstrümantal oluşum süreci (Trouche, 2005)

Şekil:5'te enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon süreçleri görselleştirilmeye çalışılmıştır (Trouche, 2005). Şemadan da anlaşılacağı gibi enstrümantasyon: artefactın potansiyelleri ve sınırlılıklarının kişinin bilgisini ve çalışma yöntemini etkilemesi süreci olarak tanımlanırken; enstrümantalizasyon: öznenin önceki bilgilerinin ve çalışma yönteminin kişinin artefactı kullanma şeklini etkilemesi olarak tanımlanmaktadır.

1.2.1.4.1. Enstrümantasyon

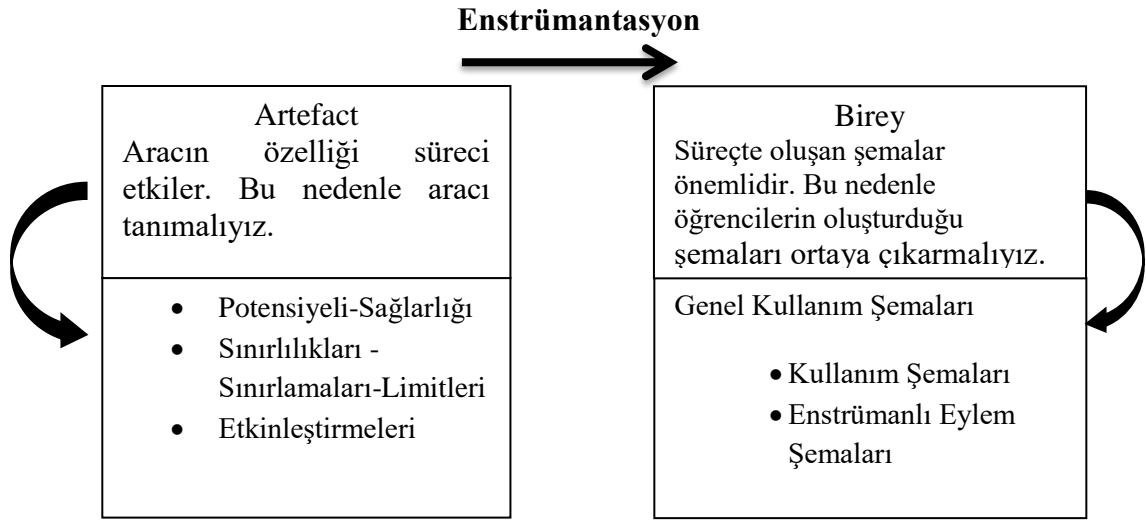
Noss ve Hoyles enstrümantasyon sürecini, artefactın konuyu etkilediği; aktiviteyi, bazı sınırlılıkları ile beraber kişinin geliştirmesine izin veren (Noss ve Hoyles, 1996 akt. Trouche, 2004); aracın sınırlılıkları ve imkânlarının öğrencinin görevi gerçekleştirme şeklini etkilediği ve ortaya çıkan ilişkili kavramları da etkileyen bir süreç (Hoyles ve Noss, 2003 akt. Drijvers vd, 2013) olarak tanımlamaktadır. Guin ve Trouche enstrümantasyon sürecini anlayabilmek için öncelikle artefactın sınırlılıklarını, yapabilirliklerini anlayabilmenin önemine vurgu yapmakta ve üç çeşit sınırlılıktan bahsetmektedir:

- İçsel sınırlılıklar: yazılımla ilgili olanlar
- Komut sınırlılığı: çeşitli komutların varlığı, şekli ve formu ile ilgilidir.

- Organizasyon sınırlılığı: artefact ile kullanıcı arasındaki arayüzün organizasyonu ile ilgilidir (Guin ve Trouche, 2002 akt Trouche, 2004).

Enstrümantasyon sürecinin tanımında geçen sınırlılıktan kasıt, ‘kullanıcıyı tek bir yola iten ve diğer yoldan uzaklaştıran’ iken; etkinleştirmeden kasıt ise ‘kullanıcının görevleri etkili bir şekilde yapabilmesini sağlayan’ olmuştur (Noss ve Hoyles, 1996; Trouche, 2004 akt. Ndlovu vd, 2011).

Enstrümantasyon sürecini oluşturan iki temel unsurdan biri aracın özellikleri diğeri de bu süreçte kişilerin oluşturduğu şemalardır denilebilir.



Şekil 6: Enstrümantasyon sürecini oluşturan temel unsurlar

1.2.1.4.2.Enstrümantalizasyon

Enstrümantalizasyon süreci artefacta yönelik enstrümantal oluşumun bir ögesi (Trouche, 2004); öğrenci bilgisinin aracı kullanma şekline rehberlik etmesi ve bir anlamda aracı şekillendirmesidir (Drijvers vd, 2013; Maschietto ve Soury-Lavergne, 2013). Rivera (2007)’a göre enstrümantalizasyon, bir görevi gerçekleştirmek için araç nasıl kullanılırsa görevi kolaylaştırır düşüncesine yönelik olup; bu aşamada görevi gerçekleştirmek için öğrencilerin aracı kullanma ve içselleştirme açısından daha derinlemesine düşünme imkanı bulabilmeleri için farklı çözüm yolları üretmeleri gerekmektedir

Enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon için literatürde bazı örnekler verilmiştir. Bu iki süreci daha iyi anlayabilmek için bu örnekleri inceleyelim: bir artefact olarak grafik hesap makinesinin ele alınması durumunda, öğrencinin çözüm kümesini, menü seçeneğindeki 'calculate intersect' komutunu kullanarak grafiklerin kesişim noktası olarak görmesi, artefactın, öğrencinin düşüncesini geometrik olarak yorumlamaya yönlendirdiğini göstermektedir; bu süreç enstrümantasyon olarak adlandırılır; öğrencinin hesap makinesini programlayarak, sonucu sayısal olarak hesaplaması ise enstrümantalizasyon olarak adlandırılır (Drijvers,2003 ve Trouche ve Drijvers,2010 akt. Drijvers vd, 2013).

Rivera (2007), kişinin, pergeli fiziksel yapısından ayırıp matematiksel bir problemle baş etmek için zihinsel olarak kullanma ve hareketleriyle dışa vurma sürecini enstrümantasyon olarak adlandırırken; pergel kullanmayı gerektiren bir çalışmada kişilerin pergeli nasıl kullanacaklarını öğrenmelerini (örneğin bir nokta bulma ya da iki nokta inşa etme) enstrümantalizasyon olarak adlandırmaktadır. Goos, vd., (2010) öğrencilerin, bir dinamik geometri yazılımında bir geometrik şeklin özelliklerini tanımlamak için sürükleme özelliğini neden kullanmaları gerektiğini bilmelerini enstrümantasyon olarak adlandırırken; daha kolay olan sürüklemeyi nasıl yapacaklarını bilmelerini enstrümantalizasyon olarak adlandırmaktadır.

Trouche (2004) enstrümanların pasif değil, içinde buldukları kültürün aktif elementleri olduğunu dile getirmekte; şema ile kültürel sistemi ayırmanın imkansız olduğunu; enstrümantal oluşumun hem bireysel hem sosyal bir bakış açısına sahip olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle araçla etkileşime giren kişinin farklı kişilerle aynı ortamda bulunması, bu ortamın kontrol ve düzenini sağlamayı da gerektirmektedir.

Bu durum da enstrümantal oluşum sürecinin incelenmesi sırasında önemli olacak enstrümantal orkestrasyon kavramını ortaya çıkarmıştır.

1.2.1.5.Enstrümantal Orkestrasyon

Enstrümantal orkestrasyon, öğrencilerin, enstrümantal eylemleri geliştirmeleri konusunda öğretmenin öğretim stratejileri ile donatılması (Trouche, 2004 akt Rivera, 2007); öğrencinin enstrümantal oluşumuna rehberlik etmesi için öğretmenin kasıtlı ve sistematik organizasyonu (Drijvers vd, 2013); bir öğrenme ortamında verilen matematik

görevinde öğrenenin çeşitli artefactları kullanabilmesi doğrultusunda yönlendirilmesi anlamına gelmektedir (Drijvers, Doorman, Boon, Reed ve Gravemeijer, 2010; Trouche, 2004 akt. Drijvers vd, 2013). Trouche and Drijvers (2002), enstrümantal orkestrasyonda öğretmeni orkestrayı yöneten orkestra şefine, öğrencileri de müzisyenlere benzeterek bir metafor yapmaktadır.

Goos vd, (2010)'a göre orkestrasyon farklı şekillerde gerçekleştirilebilir. Bunlar: araçsal başlangıç, enstrümantal keşif, enstrümantal reinforcement ve enstrümantal symbiosistir. Drijvers et all (2010) altı orkestrasyon çeşidi tanımlamaktadır: technical-demo (teknik gösterim), explain-the-screen (açıklama-ekran), link-screen-board (bağlantı-ekran-tahta), discuss-the-screen (tartışma-ekran), spot-and-show (seçim ve gösterme), sherpa-at work (şerpa çalışması), work and walk by (çalış ve yürü)'dir (Drijvers et all,2010 akt Tabach, 2011).

1.2.1.6. Enstrümantal Oluşum Sürecinde Dikkat Edilmesi Gerekenler: Öğretmen, Öğretim Mühendisi

Öğrencilerin enstrümantal oluşum süreçlerini gerçekleştirebilmeleri için bu süreci yöneten öğretmenlerine ve öğretimi tasarlayan öğretim mühendislerine (Trouche, 2004) çok önemli görevler düşmektedir. Her birinin enstrümantal oluşum sürecinde dikkat etmesi gerekenlere aşağıda yer verilmektedir.

1.2.1.6.1.Öğretmen Boyutu

Öğretmenlerin, enstrümantal oluşum sürecinde öğrencilerin oluşturduğu şemalar ya da gerçekleştirdiği teknikleri destekler öğretimler yapmaları için dikkat etmeleri gereken bazı noktalar yapılan çalışmalarda yer alan önerilerden yararlanılarak aşağıdaki şekilde derlenmeye çalışılmıştır.

- Enstrümantal oluşum sürecinin tek bir öğrenci ile ya da bir sınıfta gerçekleşmesi arasında önemli bir fark olmasından dolayı öğretmenin nasıl bir öğrenci topluluğu ile çalıştığını bilmesi ve ortamı buna göre düzenlemesi hayati öneme sahiptir (Hoyle vd., 2004).

- Trouche (2004)'a göre bir artefact, çeşitli enstrümanlara ve şemalara öncülük edilebileceği için öğretmenin artefactları düzenleme şekli önem arz etmektedir. Örneğin; hesap makinelerinin ekranı küçük olduğundan sosyalleşmeyi sağlayamaması bir sınırlılık olarak görüldüğünde, hesap makinesinin ekranı projeksiyonla yansıtılabilir (Trouche, 2004).

- Guin ve Trouche (1998)'a göre öğrencilerin ve öğretmenin, diğerlerinin ekranlarını görmesi enstrümantal oluşum sürecinde farklı yaklaşımların farkına varmasını sağlamakla beraber ve bilginin inşasında gerekli olan sosyal yöndeki boşluğu da doldurmayı sağlamaktadır.

- Guin ve Trouche (1998) verimli bir çalışma için aracın herkes tarafından görülebilir olması; öğrencilere pratik yapmaları için daha çok zaman verilmesi; öğrenenlerin her bir aktivitede sınırlı sayıda komutla tanıştırılması; farklı temsillerin öğrenilmesine yeterli zaman ayrılması; matematiksel çalışmayı azaltmadan ve makineye aşırı bağımlılığa engel olacak şekilde iki ortamla da ilişkili sorular yöneltilmesi; ulusal matematik müfredatı ile öğretim arasındaki bağın kurulması gerekliliğine dikkat çekmektedir.

- Trouche (2004) aktivitelerin öğrencinin yapısına göre organize edilmesi ve orkestrasyonun farklı basamaklara ayrılması gerektiğini ifade etmektedir. Birinci basamakta öğrencinin problemi anlaması ve onu kendine uygun hale getirmesi, ikinci basamakta bazı özel örneklerin keşfedilmesi sağlanmalı iken üçüncü basamakta ise çeşitli varsayımlar tartışılmalıdır (Trouche,2004).

- Orkestrasyonda kişisel şemaların ve matematik ile ilgili tekniklerin yeniden düzenlenmesini, gelişimini, üretilmesini sağlamaya çalışmak gerekli görülmektedir (Ruthven, 2002 akt. Trouche, 2004).

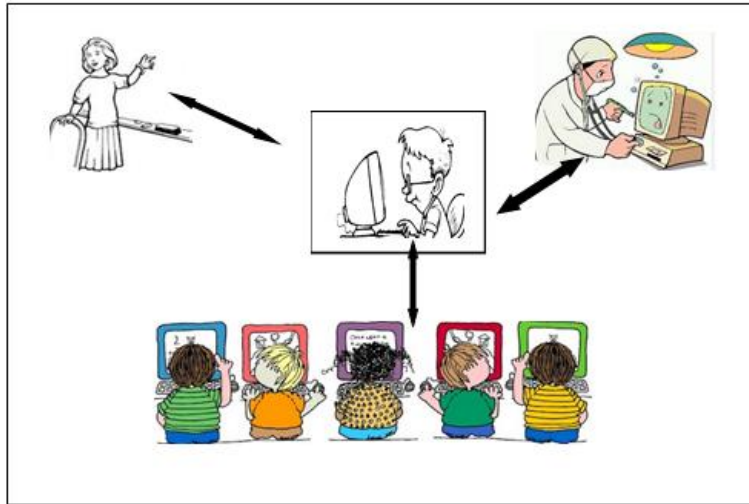
- Ndlovu vd. (2011)'e göre artefacttan enstrümana geçiş sürecinde öğrenen, matematiksel bilgi ve anlamayı geliştirdiğinden öğretmen, öğrenenlerin şemalarını zenginleştirmeye yardım etmelidir.

- Psikolojik yönden başarılı bir entegrasyon süreci geçirebilmeleri için öğrencilerin aktiviteleri adapte etme profillerine saygı gösterilmeli, daha zayıf öğrencilerin bilinçsiz çalışmalarını engellemek için özel olarak rehberlik süreci organize edilmelidir (Guin ve Trouche,1998).

- Bartolini Bussi (1998), öğrenenlerin enstrümantal eylemleri geliştirmelerinde yardımcı olacak en önemli faktörün, öğretmenlerin sınıfta anlamlı matematiksel tartışma ortamları yaratabilmeleri ve desteklemeleri olduğunu belirtmektedir (Rivera, 2007).

- Drijvers ve Gravemeijer (2005)'e göre öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar öğrenme olanağı doğurmakta ve bu zorlukların olanağa dönüştürülmesinde öğretmenler önemli rol oynamaktadır. Aynı zamanda öğrenenlerin gereğinden fazla çaba sarfetmesine neden olan araçları kullanma konusunda kendilerini sorgulamaları da gerekmektedir.

- Trouche (2004)'e göre orkestrasyon sadece bir öğretmenle sınıfta gerçekleştirilemez; bilgisayar mühendisleri, öğretim mühendisleri ve öğretmenler bütünleştirici bir rol oynamaktadır.



Şekil 7: Enstrümantal oluşumda orkestrasyon

1.2.1.6.2. Öğretim Mühendisleri Boyutu

- Drijvers ve Gravemeijer (2005) enstrümanlı eylem şemasını, öğelerin listesi haline indirgemenin daha öz ve somut olması açısından avantajlı olduğunu; buna benzer bir şemanın teknik ve kavramsal elemanlarının düzenleme ölçeği haline gelerek öğretim ve görev tasarımına rehberlik edebileceğine vurgu yapmaktadır. Çalışmaların sadece enstrümantal oluşumu kuvvetlendiren enstrümanlı eylem şema inşası ile enstrüman

kullanımı olarak değil; görev tasarımı ve orkestrasyonun da içinde olduğu bir bütün olarak görülmesi gerekmektedir (Drijvers ve Gravemeijer, 2005).

- Planlanan ve hazırlanan öğretim, öğretmenlerin uygulaması amacıyla tanıtılırken her bir aktivitenin ‘tanım kağıdı, öğrenci kağıdı, öğretmen kağıdı, kullanılan senaryo, deneyim raporu ve teknik kağıtlar’ kapsamında tanıtılmasının önemine dikkat çekmektedir (Trouche, 2004).

- Aktivitelerin basamaklar dizisi şeklinde tasarlanması, başka bir öğretmen tarafından kendine uygulanabilir hale getirmeyi kolaylaştırmaktadır (Trouche, 2004).

1.2.2.Çoklu Temsil

1.2.2.1. Temsil Nedir?

Temsil kavramı için pek çok araştırmacı farklı tanımlamalar yapmıştır. Boulton-Lewis (1998)’e göre temsil, rakamların somut birer göstergeleri, rakamların ve işlemlerin sembolleri, sayı cümleleri, algoritmalarındaki son kombinasyonlardır. Pape ve Tchoshanov (2001) ise matematik temsillerini, matematiksel fikirlerin ya da bilişsel şemaların içsel soyutlaması, bir ürün ya da bir görevin sonucu değil, bilişsel aktivite için bir araç olarak tanımlamaktadır. Janvier (1985)’e göre temsil üç anlamda kullanılabilir,

- Şekil, grafik, şema gibi sembollerin maddi organizasyonu,
- İnsan zihnindeki sistem ya da uzun süreli hafızadaki bilginin organizasyonu,
- İkinci anlamın özel bir durumu olan zihinsel imajlar (Janvier,1985).

Temsiller, içsel temsil ve dışsal temsil olarak ikiye ayrılmaktadır. Bilgi, içsel-zihinsel ya da dışsal temsil edilmekte (Patterson ve Norwood, 2004) ve buradan yola çıkarak iki farklı temsil ‘içsel temsil’ ve ‘dışsal temsil’ tanımlanabilmektedir. Matematik eğitiminde araştırmacılar, içsel ve dışsal temsil arasındaki ilişkiye bakış açılarına göre, ikiye ayrılmakta; temsilin 'resim' teorisini savunanlar, dışsal ve içsel (zihinsel) temsil arasında bir fark olmadığını; zihinsel bir temsilin, temsil ettiği şeyin aynısı olduğunu iddia etmekteyken; bazı araştırmacılar dışsal ve içsel temsilin farklı olduğunu savunmaktadır (Pape ve Tchoshanov,2001).

Kaput (1998)’a göre içsel ve dışsal temsiller arasındaki farkı düşünmek kişiyi pek çok soruyu -onluk basamak sistemi içsel bir temsil mi yoksa dışsal bir temsil mi?-

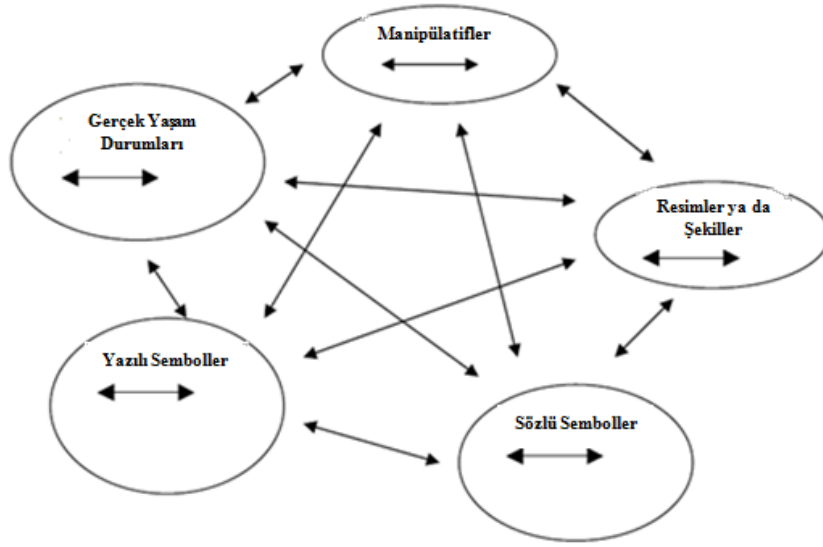
sorgulamaya itmektedir. Onluk basamak sistemi, kartezyen kordinat sistemi gibi bir yandan paylaşılan kültürel bir araç iken diğer taraftan fiziksel bir araçta somutlaşmış bir örnektir (Kaput, 1998).

Tüm bunlardan yola çıkarak, temsilleri bazı durumlarda içsel ya da dışsal temsil şeklinde sınıflandırmaya çalışmak zor olduğundan bu çalışmada da böyle bir sınıflandırmaya başvurulmamaktadır.

1.2.2.2. Çoklu Temsil Nedir?

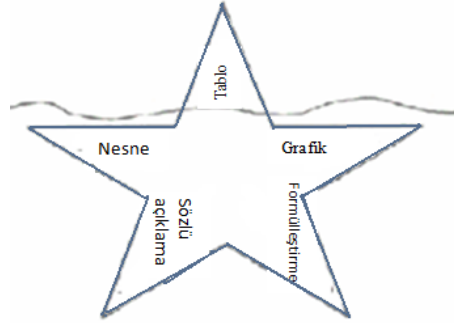
Çoklu temsil, matematiğe yönelik bir ilişkinin veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesi anlamına gelmektedir (Kardeş, Aydın ve Delice, 2012). Patterson ve Norwood (2004), çoklu temsili ‘bir süreç ya da kavramın tablo, kartezyen grafikler ya da denklemler kullanarak anlatılmasıdır’ şeklinde tanımlarken; Çıkla (2004) ‘pek çok temsili içerisinde barındıran ve bu temsil çeşitlerine ek olarak temsiller arası etkileşimin önemli bir yerinin olduğu durum’ olarak tanımlamaktadır. Ainsworth, Bibby ve Wood (2002) çoklu temsille öğrenmede anahtar noktanın temsiller arasındaki dönüşümü başarılı bir şekilde yapabilmek olduğuna vurgu yapmaktadır.

Çoklu temsiller ve bu temsiller arası dönüşümü bazı araştırmacıların modelledikleri görülmektedir. Örneğin Lesh’in modeli Şekil:10’daki gibidir (aktaran Çıkla, 2004; Sevimli, 2009):



Şekil 8: Lesh'in Çoklu Temsiller Dönüşüm Modeli (Lesh Multiple Representations Translations Model (LMRTM))

Janvier (1987a) ise temsillerin kullanımında yıldız modelini kullanmıştır. Bu modelde, etkinlikte öne çıkan temsil, yıldızın en üst yüzeyindeki temsil iken yıldızın diğer kollarındaki temsiller buzdağının altında kalan, görünmese de ilişkili ve önemli olan temsilleri ifade etmektedir (Çıkla, 2004).



Şekil 9: Janvier (1987a)'nın çoklu temsil modeli

1.2.2.2.1. Çoklu Temsil Kullanımının Önemi-Yararı

Çoklu temsil kullanan ve kullanımı konusunda desteklenen öğrenenler sınırlı bilgiye sahip oldukları konuda bilgilerini geliştirmektedir (Ainsworth, 2008). National

Research Council's bilim standartlarında, (NRC, 1996), öğrencilerin araştırmak ve gerçek yaşam problemlerini çözebilmek için çeşitli biçimlerdeki temsilleri kullanabilir olması gerektiği ifade edilmektedir. Pape ve Tchoshanov (2001) gerçek matematik sınıflarında çoklu temsil yaklaşımını uygulamanın asıl sebebinin öğrencilerin temsilsel düşüncelerini aşağıdaki bağlamlarda geliştirmek olduğunu dile getirmiştir:

- Öğrencilerin matematiksel sorgulama ve muhakemelerine alternatifler keşfetme,
- Öğrencilerin elle ve zihin aktivitelerinde (modelleme, çizim yapma, hayal kurma, eşleştirme), yorumlama ve matematiksel fikirlerle etkileşime geçme süreçlerinde katılımını sağlama,
- Problem çözme ve kanıtlama tekniklerinin standart olmayan çoklu temsillerinin öğrenciler tarafından inşası ve yeniden inşası (sosyal etkileşimle beraber),
- Matematiksel bilginin çoklu temsilinin farklı formları arasındaki harmonik ilişkiyi öğrencinin anlamasını sağlama.

Öğrencilerin çoklu temsil kullanımına olan ihtiyaçları geniş bir çevre tarafından kabul görmektedir (Çıkla, 2004). Boulton-Lewis (1998)'e göre küçük çocuklar sıklıkla matematik öğrenmede temsil kullanmakta ve çoğu, temsil öğrenme sürecini kolaylaştırmaktadır. Amit ve Fried (2005)'e göre matematik eğitimindeki çoklu temsil kullanımı savunmaya ihtiyaç duyulmamakta; matematiksel fikirleri anlama ve problem çözmede çoklu temsil zaten merkezde yer almaktadır.

Çoklu temsil kullanımının kavramsal öğrenmeye katkısından da bahsetmek mümkündür. Ural (2012)'a göre matematik eğitimde kavramsal öğrenme, tanımsal olarak ve temel özellikleriyle öğrenilen bir kavramı, çeşitli temsil durumlarında da anlamayı gerektirmekte ve bu nedenle de öğrencilerin tanımsal bilgilerini kavramın çeşitli gösterimlerine transfer edebilmeleri beklenmektedir. Her bir temsil türü, ilgili kavramın yalnızca bir yönünü vurguladığından temsillerin sınırlılıkları söz konusu olmaktadır; değişik temsillerin çoklu kullanımı, bir matematiksel kavramın farklı anlamlarını ortaya çıkarmada daha etkili olmaktadır (İpek ve Okumuş, 2012). Ainsworth, Bibby ve Wood (2002)'a göre öğrenenlerin, temsil edilen dünyanın farklı

yönlerini gösteren temsiller arası dönüşümü yapabilmeleri durumunda (çoklu temsil kullanımı), öğrenenlerin daha sağlam ve esnek bilgiler elde etmesi beklenmektedir.

Ainsworth, Bibby ve Wood (1997) dışsal temsillerin, çoklu dışsal temsiller (ÇDT) (Multiple External Representation) olarak kullanılması gerektiğini ve ÇDT kullanımının faydalarının üç ana bölüme ayrılabilirliğini ifade etmektedir. Bunlar;

1. ÇDT, farklı fikir ve süreçleri (işlemleri) destekler: tablo, denklem ve grafiği kombinasyonlarla kullanarak öğrenmeye yardım eden farklı özelliklerinden yararlanabilmeyi sağlamakta; tek bir temsilin zayıf noktası ya da güçlü yanı ile sınırlandırılmaktan kurtarmaktadır.
2. ÇDT, yorumları sınırlandırır: Örneğin, hız zaman grafiğindeki düz bir doğrunun durağan bir nesneyi temsil ettiğine ya da negatif eğirili bir doğrunun negatif yönü anlattığına inanan bir çocuğun bu farklı ve doğru olmayan anlamalarını birden fazla temsil, benzetim (simulasyon) gibi, kullanarak sınırlandırmak öğrencinin durumu yeniden yorumlamasını sağlamaktadır.
3. ÇDT, konunun daha derinden anlaşılmasını destekler: bir konuyla ilgili zengin temsiller sağlayarak öğrenene bu temsiller arası iletişim inşa etme imkanı sağlamakta; matematiksel bilgiyi derinlemesine anlamayı sağlamaktadır.

Rau, Alev, Rummel ve Pardos (2014)'a göre çoklu temsil içeren öğrenme içerikleriyle desteklenen öğrenenler, öğrenme çıktılarını arttırmakta ve bu durum, öğrenmeyi olumlu yönde etkilemektedir; çünkü farklı temsiller, öğrenme materyalinin tamamlayıcı kavramsal yönüne vurgu yapmaktadır. Kaput (1999), temsillerin bir araya gelerek yarattığı bilişin, ürün parçaların toplamından daha fazlası olduğunu dile getirmekte (Kaput, 1999 aktaran Ainsworth,2008); Rau vd. (2014) çoklu temsillerin bilişsel çabayı azaltarak işlemsel yükü hafiflettiğine ve kavramsal açıdan tamamlayıcı, vurgulayıcı özelliğine dikkat çekmektedir. Bir kavramın öğretiminde çoklu temsil kullanımı öğrencilerin, fonksiyonel muhakemede daha üst düzey bilişsel seviyeye ulaşmasını sağlamaktadır. Bu yaklaşım öğrencilerin daha sonra, daha iyi bağlantıları kurulmuş içsel bilgi ağları oluşmasına izin veren, kavramla ilgili zihinsel temsiller oluşturma olanağı sunmaktadır (Patterson ve Norwood, 2004).

1.2.2.2.2. Çoklu Temsil Kullanımı ve Uygulamasında Dikkat Edilmesi Gereken Noktalar

1.2.2.2.2.1. Öğretmen Boyutu

Ainsworth (2008) çoklu temsil kullanımında ve uygulama aşamasında dikkat edilmesi gerekenleri aşağıdaki gibi sıralamaktadır:

- Başlangıç olarak kullanabilecek en az sayıda temsil kullanarak başlamak,
- Öğrenenin tecrübelerini ve deneyimlerini değerlendirmek,
- Temsillerin ne şekilde sıralanırsa yararlarını maksimum hale getirebileceğini düşünmek,
- Öğrenenlere, çoklu temsille öğrenmeyi gerektiren bilişsel görevlerin, ne şekilde üstesinden geleceklerine dair destek sağlamak,
- Çoklu temsil sistemini destekleyecek tasarımı gerçekleştirmeye yönelik pedagojik işlevler üzerinde düşünmek.

Pape ve Tchoshanov (2001)'e göre temsiller verildiğinde öğrenenin problemin alternatif bölümleri üzerinde çalışmasına izin verilmesi gerekmekte; böylece temsiller, bir argümanı kolaylaştırmak ve sonuçları desteklemek için kullanılabilir. Patterson ve Norwood (2004) aynı zamanda öğretmenlerin yeni bir öğretim uygularken sözel iletişimi daha fazla kullandıklarından sınıf ortamında farklı sorular sorarak öğrencilerin farklı temsiller arasında bağ kurmalarına rehberlik etmeleri gerektiğini dile getirmekte; çoklu temsil ve teknoloji kullanımının, esas konuların ve problemlerin anlatımında, sonradan akla gelen birşey olmayıp materyale başlangıçta entegre edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Ainsworth, Bibby ve Wood (2002), birbirine yakın temsiller arasında dönüşümlerin daha kolay gerçekleşmesi nedeniyle, matematiksel temsiller arasında dönüşüme yardımcı olmak için, öğrenenlerin rakamları kullanmasına rehberlik etmenin önemine değinmektedir. Temsil edilen ve temsil eden dünyanın özelliklerini - temsilin yöntemi (yazınsal, grafiksel gibi), soyutlamanın seviyesi, temsilin çeşidi (dinamik ya da durağan), stratejinin türü, temsillere giden ara birimler- anlayarak, öğrenenin temsili koordine etme yeteneği geliştirilebilmektedir (Ainsworth, Bibby ve Wood, 2002). Aynı zamanda Pape ve Tchoshanov (2001) dışsal temsil ile içsel temsil

arasındaki etkileşimin gerekliliğine vurgu yaparak öğrencilerin temsilsel düşüncülerinin gelişiminde dışsallaştırma olmadan içselleştirme olursa bütüncüllüğün sağlanamayacağını ve tamamlanamayacağını ifade etmektedir. Ainsworth, Bibby ve Wood (2002) öğrenenlerin temsiller arası dönüşüm yapıp bilgilerini temsiller arasında değiştirerek kullanmakta zorluk çekmeleri durumunda dışsal çoklu temsillerin eşsiz yararlarının asla ortaya çıkamayacağını; temsiller arası dönüşüm yapmak için temsillerin ne gibi farklılıklarının olduğunu anlamamız gerektiğini ifade etmektedir (Ainsworth, Bibby ve Wood, 2002).

Temsilin biçim ve işlemcisinin çok olması durumunda öğrenenin bilgiyi temsiller arasında dönüştürmekte ve entegre etmekte zorlandığı; benzer temsiller kullanarak temsiller arası dönüşüm yapmanın öğrenmeye katkı sağladığı ifade edilmekte; temsillerin birbirinden farklı olması durumunda öğrenenlerin temsiller arası dönüşüm yapmakta zorlandıklarına vurgu yapılmaktadır (Ainsworth, Bibby ve Wood, 2002). Çıkla (2004) iki dışsal temsilin aynı kavramı desteklemesi durumunda, bu dışsal temsiller arasında dönüşümü yapmanın kolay olacağını ve matematik öğrenmek için oldukça yararlı olduğunu ifade etmektedir.

Ainsworth, Bibby ve Wood (1997), yeni temsilin onu tamamlayan benzer bir temsille desteklenmediği durumlarda, temsiller arasındaki ilişkinin öğrenme talebine uygun manipüle edilmemesiyle, öğrencilerin ana konuyu öğrenmekte başarısızlık yaşadığını ifade etmektedir. Her temsilin birtakım sınırlılıkları bulunduğundan sadece tek bir temsilin baskın olarak kullanıldığı bir öğretimin, öğrencilerde kısıtlı bir kavram imajı oluşturacağı açıktır (Baştürk, 2010; Ainsworth, Bibby ve Wood, 1997; İpek ve Okumuş, 2012). Ainsworth, Bibby ve Wood (2002) ‘öğrencilerin her bir temsilde ayrı ayrı, bağımsız bir şekilde çalışmalarındansa, sunulan temsillerin birbiriyle nasıl bir ilişkilerinin olduğunu öğrenmelerinin daha doğru olacağı; öğrenenlerin temsiller arasındaki ilişkiyi nasıl sağladıklarını öğrenmek için, öğrenenlerin kullandıkları stratejileri ve bilişsel süreçlerini tanımlama ihtiyacımız olduğu’ önerisini dile getirmektedir.

Özgün-Koca (2004) öğretmenin sorduğu -farklı temsillerden aynı sonuca ulaşabileceği- sorularda, öğrencinin kendisinin uygun bulduğu temsili kullanarak cevap vermesini beklemenin önemine vurgu yapmaktadır. Çıkla (2004) matematiksel kavramların anlaşılmasında temsiller arasında anlamlı dönüşümler yapmanın çok

önemli bir rol oynadığını; öğretmenin, çoklu temsil kullanmanın ve çoklu temsil tabanlı ortamda öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğinin önemini bilmesi ve anlaması durumunda daha uygun metodlar, manipülatifler ve öğrencilerin ihtiyacını karşılayacak aktiviteleri seçip kullanabileceğini dile getirmektedir. Patterson ve Norwood (2004) öğrencilerin sembolik temsillerle bağ kurma ve farketmede bazı zorluklar ve kavramsal anlamada başarısızlık yaşadıklarını vurgulamakta; bunu engellemek için bir kavramın anlatılması sürecinde, öğretmenlerin, öğrencilerin temsille ilgili kendi bilgilerini inşa etmeleri için gerekli olan yansıtıcı soyutlamanın gerçekleşmesi amacıyla gereken zamanı vermediğine dikkat çekmektedir. Boulton-Lewis (1998)'e göre öğrenenin, temsilin yapısını, kavramın zihinsel bir modelini inşa etmek için kullanabilmesi için, öğretmenin içerik ve temsili, bilgi olarak birbirine uygun hale getirmesi gerekmekte; getirememesi durumunda bazı kavram ve stratejilerin öğrenciler için oldukça karmaşık hale gelebileceği düşünülmektedir (Boulton-Lewis,1998). Patterson ve Norwood (2004), çeşitli kavramların öğretiminde uygun teknolojik araçların kullanılması gerektiğini ancak matematiksel ifadeleri görselleştirmek için teknoloji kullanmanın tek başına yeterli olamayacağını dile getirmektedir. Rau, Aleven, Rummel ve Pardos (2014) görevlerden önce, çoklu temsillerin hangi sıklıkla sunulması gerektiğine karar vermenin de önemli olduğunu vurgulamakta; görev tiplerini harmanlayarak sunmanın (onları bloke etmenin tersine) öğrenmeyi arttırdığını belirtmektedir. Ainsworth (2008) çoklu temsillerin, öğrenenlerin karmaşık bilimsel bilgilerini geliştirmeleri için güçlü araçlar olduğunu ancak tüm güçlü araçlar gibi dikkatli bir şekilde ele alınmayı gerektirdiğini; kimi zaman üst düzey etkinliği sağlamak için üstünde dikkatlice düşünülmesi gerektiğini ifade etmektedir. Araçların üzerinde, öğrenenlerin deneyimlerini geliştirmelerine fırsat verecek bir tasarım ortaya konulması amacıyla, önemle durulması gerekmektedir (Ainsworth, 2008).

Ainsworth, Bibby ve Wood (1997) temsillerin, temsil-durum ilişkisi kurularak verilmesinin; performansı düşüren temsillerin verilmeyip temsiller arası ilişkiyi inşa etmenin; temsillerin ortaya koyduğu özelliğin farkında olarak kullanılmasının önemine vurgu yapmaktadır. Ainsworth (2008) aynı zamanda temsillerin etki edebileceği durumların yalnızca tasarlayıcının niyetine bağlı olmadığını aynı zamanda öğrenenin bilgisine ve amaçlarına da bağlı olduğunu vurgulamakta; temsillerin herhangi bir

kombinasyonunun pek çok simultane durumu ortaya çıkarabileceği ihtimalinin gözden kaçırılmaması gerektiğine dikkat çekmektedir.

1.2.2.2.2. Öğrenci Boyutu

Ainsworth (2008)'e göre insanlar bilimsel-zor kavramları öğrenirken, diyagramlar, grafikler, denklemler gibi pek çok temsil çeşidi ile karşı karşıya kalmakta ve bu temsillerin eşsiz yararları olmaktadır. Ancak kimi zaman öğrenenlerin bu avantajlardan yararlanmakta, temsillerin uygun olmayan kombinasyonları nedeniyle, başarısız olmasıyla öğrenmenin tamamen engellenebilmesi gibi düşündürücü bir sonuçla da karşılaşmak mümkün olmaktadır. Rau, Aleven ve Rummel (2013)'e göre anlamlı ve tam öğrenmenin gerçekleşmesi için öğrencilerin her bir temsili anlamaları ve onlar arasında bir bağ kurmaları gerekmektedir. Ainsworth (2008) çoklu temsilleri kullanırken bir temsilin diğerinin yorumlanmasını sınırlandırabileceğini, öğrenenlerin yeni bir temsili karmaşık bulması durumunda veya yorumlayamaması durumunda daha benzer, yorumlaması daha kolay olan, öğrenenlerin karmaşık olan temsili anlamasını destekleyen temsili kullanabileceğini belirtmektedir.

Ainsworth (2008) çoklu temsil ortamında tüm temsillerin aynı anda uygun olmayabileceğini; bu durumda öğrenenlerin, kendi ihtiyaçları doğrultusunda kendilerine en uygun temsili seçmek zorunda olduklarını; bunu yapabilmek için de ulaşmak istedikleri amacın ne olduğunu düşünmek, hangi temsillerin uygun ve bireysel önceliklerinin ne olduğunu bilmek zorunda olduklarını belirtmektedir (Ainsworth, 2008). İpek ve Okumuş (2012)'a göre öğrencilerden, kendilerine değişik formatlarda sunulan bilgiyi kullanabilmeleri ve özellikle problem çözme sürecinde çoklu temsiller yardımıyla, ilgili matematiksel kavramın farklı bir yönünü keşfedebilmeleri beklenmektedir.

1.2.2.3. Teknoloji ve Çoklu Temsil

Patterson ve Norwood (2004)'e göre toplumun teknoloji odaklı olmaya doğru kaymasıyla beraber matematik öğrencilerinin de diğer disiplinlerle bağ kurması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. NCTM (2000)'e göre matematik öğrenme ve öğretmede

teknoloji oldukça gerekli olup; öğretilecek olan matematiksel konuyu etkilemekte ve öğrencinin öğrenmesini geliştirmektedir (www.cssu.org). Durmuş ve Yaman (2002)'a göre bilgisayar yazılımları ve grafik çizer hesap makineleri gibi teknolojilerin sundukları temsil zenginliği, ele alınan kavram ve kuralları ve bunlarla ilgili değişik seviyedeki problemleri çözmeye geniş bir hareket alanı sunmaktadır. Akkoç (2006) bilgisayar ortamının aynı anda birçok temsile hızlı ve etkin şekilde ulaşma imkanı vermesi özelliği sayesinde temsiller arasındaki geçişlerle temsiller arası bağların kuvvetlenmesini sağladığını vurgulamaktadır (Akkoç,2006;2005).

Yerushalmy (2005)'e göre yazılım ortamları başta grafik teknolojileri olmak üzere, matematikteki temsiller ve nesnelere ilgili düşünce şeklimizi değiştirmektedir. Yazılım araçları, karmaşıklığın üstesinden gelmeye yardımcı olacak şekilde bilginin farklı görsel formlarını kullanmaya teşvik etmekte; özellikle grafik teknolojileri, okul cebirini öğrenirken bilişsel ve sosyal açıdan değişimlere öncülük etmektedir (Yerushalmy, 2005). Akkoç (2006) öğrencilerin doğrusal, üstel, logaritmik, trigonometrik vb. fonksiyonlarda cebirsel ifadeler ve grafikler geliştirmekten öteye geçip daha zengin kavram görüntüleri oluşturmak için teknolojinin sunduğu imkanlardan faydalanılabileceğini; grafik çizen bilgisayar yazılımları ve grafik hesap makinelerinin fonksiyonların çoklu temsillerine hızlı ve etkin şekilde ulaşma imkanı tanıdığını; çok sayıda cebirsel ifade ve grafik örneklerini hızlı şekilde üretmesi, öğrencilere denemeler yapıp sonuçlara varma imkanı tanınması ve temsiller arası bağları vurgulaması açısından öğrencilerin kavram görüntülerini zenginleştireceğini vurgulamaktadır (Akkoç, 2006). Ainsworth (2008)'e göre temsillerin dinamik bir şekilde bağlantısının kurulması öğrenci üzerindeki bilişsel yükü azaltmakta ve bilgisayar, dönüşüm aktivitelerini kendisi yaparak, öğrenci eylemlerini temsillerde somutlaştırması konusunda özgür bırakmaktadır. Yerushalmy (2005)'e göre teknoloji içerikli öğretimler,

- Matematiksel modellerin çeşitli yorumlarını destekler,
- Matematiğin dışında kalan durumları simgeleyebilir (betimleyebilir),
- Matematiksel kavramların modellerini inşa etme ve manipüle etme konusunda öğrencilere imkânlar yaratır,
- Öğrenmeyi kuvvetlendirmede temel rol oynar,

- Dinamik geometri ortamlarının temel prensibi haline gelen sürüklenme özelliği ile direkt ve kolay bir şekilde manipüle etme sağlanır; sürüklenme aynı zamanda grafik sunumu ile onun altında yatan matematik arasındaki ilişkiyi görmeyi sağlayan önemli bir araçtır (Yerushalmy, 2005).

Knuth (2000)'a göre bilgisayar yazılımları ve hesap makinelerinin öğrenenlerin temsil dünyasını genişletmeye olumlu etkisi vardır ve matematiksel fikirlere görsel imajlar sunmaktadır (Lacasta ve Wilhelmi,2008). Ainsworth, Bibby ve Wood (1997) performansı etkileyen öğrenme ortamlarını tartışmak yerine öğretmenlerin bu tarz öğrenme ortamlarını nasıl destekleyeceği üzerinde düşünülmesi gerektiğini ifade etmektedir.

1.3.Problem Durumu

Geometri sketchpad yazılımından yararlanarak tasarlanan, ortaokul 7. Sınıf öğretim programında yer alan 'doğrusal denklemler' konusunun öğretimi sürecinde, öğrencilerin bu enstrümanlı görevlerde ortaya koydukları bilişsel süreçlerin belirlenmesi ve öğrencilerin bu görevlerde matematiksel temsilleri kullanma becerilerinin incelenmesi hedeflenmektedir.

Bu doğrultuda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır:

Geometri sketchpad kullanılarak hazırlanan etkinliklerle desenlenmiş doğrusal denklemler konusunun öğretim ortamında,

- 1) Öğrencilerin ortaya koydukları enstrümanlı teknikler nelerdir?
- 2) Enstrümantal oluşum sürecinde ortaya çıkan, öğrencilere ait enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?
- 3) Öğrencilerin kullandıkları temsillerde temsiller arası geçişlerde başarı durumları nedir?
- 4) Öğrencilerin temsiller arasında geçiş aşamasında öğretmenin rolü nedir?

1.4.Amaç ve Önem

Leinhardt vd. (1990)'e göre üst seviye matematiği öğrenmeye temel olan kavramlar, öğrencilere erken yaşlarda kazandırılmalıdır. Matematik eğitimde kavramsal öğrenme, tanımsal olarak ve temel özellikleriyle öğrenilen bir kavramı, çeşitli temsil durumlarında da anlamayı gerektirir; bu nedenle öğrencilerin tanımsal bilgilerini kavramın çeşitli gösterimlerine transfer edebilmeleri beklenmektedir (Ural, 2012).

Araştırmada, 7. sınıf öğretim programındaki kazanımlar doğrultusunda ortaokul 7. sınıf öğrencileri ve üst seviyedeki öğrenciler için matematiksel bilginin inşasında önemli bir yere sahip olduğu düşünülen fonksiyonel ilişkilerin (x gibi bağımsız bir değişkendeki değişimin y gibi bağımlı bir değişkende meydana getirdiği değişim) ortaokul düzeyindeki konusu olan 'doğrusal denklemler' ile çalışılmıştır. Araştırmanın, konunun öğretimi konusunda zorluk yaşayan ya da dikkat edilmesi gereken noktalar konusunda tam bilgisi olmayan öğretmenlere, öğrencilerinin gelecek dönemlerdeki eğitim hayatlarında sağlam temeller oluşturarak ilerlemelerine yardımcı olacak bir öğretim tasarımı örneği olması açısından katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

O'Callaghan (1998)'e göre iki değişken arasındaki değişimin anlaşılması için problemin temsil edilmesi, temsili verilen problemin gerçek yaşama uyarlanması ve temsiller arasında dönüşüm yapılması en temel şartlardandır. Burada önemle üzerinde durulmaya çalışılan 'temsili' ve 'çoklu temsili' kavramıdır. Değişkenler arasında ilişki kurmak için öğrenilmesi gerekli koşullardan biri olan temsiller arasındaki dönüşümün başarılı bir şekilde yapılabilmesi aynı zamanda öğrenmenin de anahtar noktalarından biridir (Ainsworth, Bibby ve Wood, 2002). Öğrenenler, çoklu temsili kullanarak desteklendikçe konuyla ilgili sınırlı bilgiye sahip olan öğrenenlerin istenen konudaki bilgileri geliştirilebilir (Ainsworth,2008); aynı zamanda öğrenciler çeşitli biçimlerdeki temsilleri kullanarak gerçek yaşam problemlerini çözebilir (National Research Council's: NRC,1996). Akkoç (2006) bilgisayar ortamının aynı anda birçok temsile hızlı ve etkin şekilde ulaşma imkanı vermesi özelliği sayesinde temsiller arasındaki geçişlerle temsiller arası bağların kuvvetlenmesini sağladığını ve dolayısıyla fonksiyonların (çalışmamızda ele aldığımız değişkenler arasındaki ilişki yönünün) kavramsal olarak öğrenilmesine katkıda bulunduğunu vurgular (Akkoç,2006; Akkoç,2005). Ainsworth (2008)'e göre temsillerin dinamik bir şekilde bağlantısının kurulması öğrenci üzerindeki bilişsel yükü azaltmakta ve teknolojik ortamlarda çoklu temsiller, daha belirgin hale

gelebilmekte; birbiriyle ilişkili en az iki temsilin simultane olarak çalışılması kolaylaşabilmektedir (Leinhardt vd.,1990). Hennessy vd (2001)'e göre teknolojik ortamlar aynı zamanda grafikleştirme sürecini hızlandırmaktadır. Doğrusal denklemler konusunun öğretiminde çoklu temsilin önemini ortaya koymayı amaçlayan bu araştırma, öğretmenlere bu boyutta dikkat etmeleri gereken noktaları göstermesi açısından önemlidir. Ayrıca öğrencilerin öğretim sürecinde temsilleri kullanırken öğretmen desteğine ihtiyaç duyma biçimlerini ele alan bu çalışmanın, bu yönüyle de öğretim uygulamalarında öğretmenlere yol gösterici nitelikte olacağı düşünülmektedir.

Birbiriyle ilişkili grafik serilerinin grafiklerini çizmede, koordinatlarını belirlemede, fonksiyonlar ailesinin araştırılmasını kolaylaştırma ve grafik görünümünde eğimin etkisini araştırmada önemli bir kolaylık ve potansiyel yaratan GSP, yazılımla inşa edilen temsil biçimini manipüle ederek değişenleri ve değişmezleri öğrencilerin keşfetmesine izin vermektedir (Godwin ve Sutherland, 2004). Fransız matematik eğitimi araştırmacılarının geliştirdiği araç kullanımı ile öğrenme arasındaki ilişkinin incelenmesine olanak sağlayan enstrümantal oluşum teorik çerçevesi, matematiksel araçların, öğrenenlerin kavramsal anlamasına etkisinin görülmesine yardımcı olmaktadır (Ndlovu vd, 2011). Enstrümantal oluşum, bir artefactın öğrenme imkanlarını öngörebilmeyi sağlamakta (Maschietto ve Soury-Lavergne, 2013); teknik ve kavramsal yönler arasındaki ilişkiyi gösteren bir süreç ortaya koymaktadır. Öğretmenler de teknik zorlukların çoğu zaman kavramsal alt yapıya dayandığı mantığından yola çıkarak, öğrencilerin bireysel araçsal oluşum sürecini inceleyerek kavramsal yapılarını anlamlı hale getirebilmektedir (Drijvers ve Gravemeijer, 2005). Araştırmada, doğrusal denklemler konusunun öğretimi için GSP kullanımını gerektiren araştırmacı tarafından hazırlanmış etkinliklere, etkinliklerin uygulanması sırasında öğrencilerin temsil kullanımına ve aracı kullanma sürecindeki teknik ve bilişsel gelişimlerine yer verilmekte; böylece öğretmenlere benzer bir öğretim sürecinde karşılaşılabilecekleri olası durumlarla ilgili ayrıntılı bilgi sağlanmaktadır. Çalışmanın enstrümantal oluşum boyutu, öğrencilerin GSP kullanarak gerçekleştirdikleri öğrenme sürecinde ortaya koydukları bilişsel gelişimi ve araç kullanım tekniklerini ayrıntılı bir şekilde ele almasından dolayı öğrencilerin bireysel bilişsel gelişimlerine ışık tutmaktadır.

2. YÖNTEM

Bölüm, araştırmanın hangi ortamda yapıldığı, araştırmanın katılımcılarının kimler olduğu ve hangi kritere göre seçildiği, veri toplama aracı olarak nelerin kullanıldığı, araştırma verilerini toplamada zaman takvimini, verilerin analizinde izlenen adımları ve analizde kullanılan kısaltmaların açıklamalarını içermektedir.

Verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Merriam (2009)'a göre nitel araştırmacılar, insanların inşa ettiği bilgi ve kavramlarla, kendi dünyalarını ve dünyalarında edindikleri deneyimleri nasıl anlamlandırdıklarıyla ilgilenirler. Aynı zamanda Merriam (2009), nitel araştırmayı anlayabilmek için onun temel özelliklerinin bilinmesi gerektiğini dile getirmiş ve dört temel özellikten bahsetmiştir:

- Nitel araştırma, süreç, anlama ve anlamlandırma üzerine odaklanır,
- Veri toplama ve analizinde temel araç: araştırmacıdır,
- Tümevarımsal bir süreçtir,
- Ortaya çıkan ürün zengin betimlemeler içerir (Merriam,2009).

2.1. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar

Araştırma, araştırmacının matematik öğretmeni olarak görev yaptığı, Bursa'nın İnegöl İlçesine bağlı Küçükyenice köyündeki Küçükyenice Ortaokulu'nda 2014-2015 eğitim-öğretim yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Okul, sosyo-ekonomik düzey bakımından, orta sınıf ve altı denilebilecek düzeydeki ailelerin çocuklarına tam gün eğitim-öğretim veren Milli Eğitim Bakanlığına bağlı bir devlet okuludur.

Okulun teknolojik altyapısının tüm sınıfla çalışmaya imkan vermemesi ve sınıf başarı düzeyinin düşük olması nedeniyle gönüllü öğrenciler arasından, matematik dersinin ilk sınav notlarına bakılarak en yüksek puanı alan altı öğrenci -üç kız, üç erkek- seçilmiştir.

Öğrenci çalışmaları bilgisayar sınıfında, okul saatleri sonrasında gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler tüm etkinliklerde bireysel çalışmalar yapmışlardır.

Araştırmacı etkinlikleri, öğrencilere sunduktan sonra öğrencileri serbest bırakmış; her öğrenci kendi temposunda ilerlemiştir. Öğrencilerden gelen sorulara bireysel cevap verilmiş; araştırmacı, öğrencilerin aynı noktalarda sıkıntı yaşadığını düşündüğü durumlarda etkinlikteki problem çözme sürecini etkilemeden genel açıklamalarda bulunarak tüm katılımcılara rehberlik etmiştir.

Araştırmacı, öğrencilerin ekranlarını rahatça görebileceği şekilde bir oturma planı düzenlemiştir. Aşağıda oturma düzeni verilmiştir:



Şekil 10: Ders sürecinde öğretmen ve öğrencilerin oturma düzeni

2.2. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın verilerinin toplanmasında öğrencilerin geometri sketchpad kullanımlarını ayrıntılı inceleyebilmek için bilgisayar ekran kayıt programından (screen recorder), sınıf ortamını, iletişim biçimlerini inceleyebilmek için video kameradan, öğretmen ve öğrencilerin seslerini kaydeden ses kayıt cihazından, öğretmenin öğretim süreci ile ilgili düşünce ve yorumlarını derinlemesine anlayabilmek için öğretmenin günlüklerinden ve öğrencilerin etkinlik kağıtlarından yararlanılmıştır.

2.3. Veri Toplama

Araştırmanın verileri 25.09.2014-28.10.2014 tarihleri arasında toplanmıştır. Öğrencilerle dersler, haftada iki gün, 15:20- 16:50 saatlerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma verilerini toplama takvimi aşağıdaki gibidir:

Araştırma Verilerini Toplama Takvimi

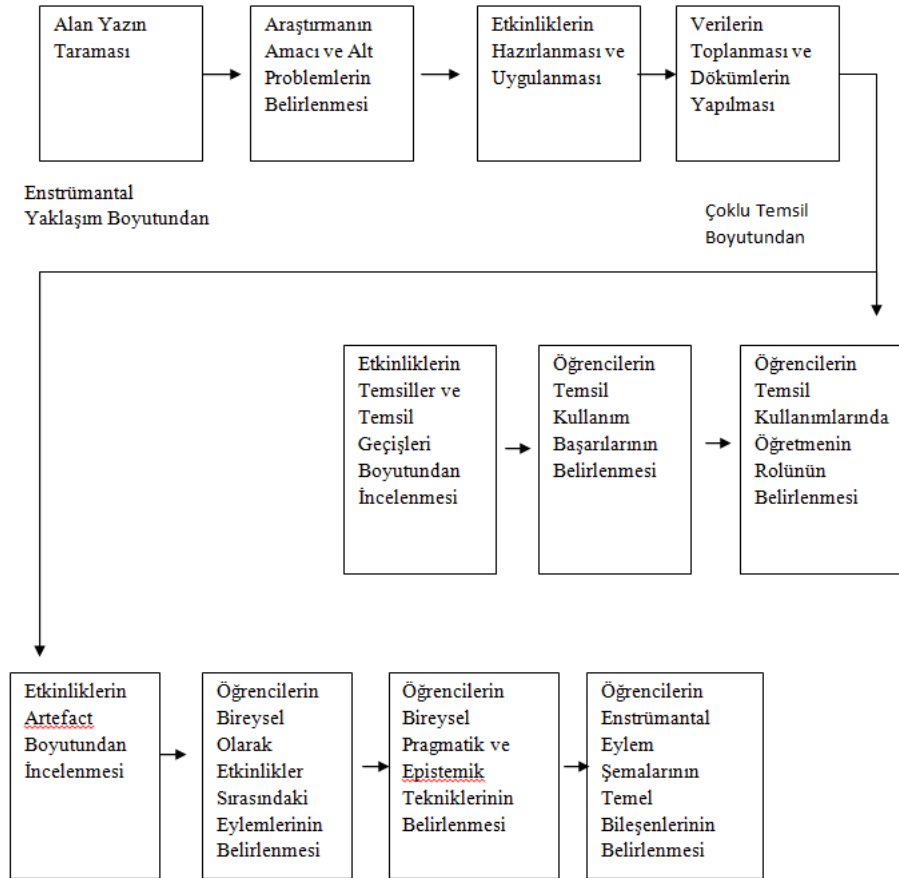
Etkinliğin Adı	Tarih
Hazine adası ve Türkiye turu	25.09.2014
X ile y arasındaki ilişki ne?	30.09.2014
Konumuza bir başlık bulalım!	02.10.2014
Kuralı uygula!	08.10.2014
Doğruları tanıyorum	09.10.2014
Doğrulara sabit sayı ekliyorum	14.10.2014
Eksenle ortak noktamız neresi	16.10.2014
Atmosferin katmanları	28.10.2014

Tablo 2:Araştırma verilerini toplama takvimi

Ders süresince veri toplamada kullanılan kamera sınıf ortamını, öğrencileri ve onların bilgisayar ekranlarını görecektir ve öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yerleştirilmiştir. Ses kayıt cihazının öğrencilerin dikkatini dağıtmaması için, göremeyecekleri şekilde araştırmacı üzerinde taşınmıştır. Ekran kayıt programı etkinliklere başlamadan önce öğretmen tarafından tüm bilgisayarlara yüklenmiş ve çalışıp çalışmadığı kontrol edilmiştir. Öğrencilerin araştırmanın etkinliklerine geçmeden önce yazılımı tanıma, sıklıkla kullanacakları komutları ve menüleri öğrenme ve ekran kayıt programını her uygulamadan önce başlatmayı öğrenmeleri için basit ve temel etkinlikler hazırlanmıştır. Araştırma süresince öğrencilere, yazılım kullanımında pratiği sağlamak amacıyla hazırlanan etkinliklerin dışında toplam 10 etkinlik uygulanmış ve tüm etkinlikler analiz edilmiştir.

2.4. Veri Analizi

Araştırmada toplanan verilerin analizinden önce ders sırasında elde edilen verilerin dökümü hem kamera kaydından hem de ses kayıt cihazından yararlanılarak yapılmıştır. Her bir öğrencinin etkinlikler sırasında bilgisayarda yaptığı çalışmalar ekran kayıt programı yardımıyla incelenmiş ve tüm eylemlerin, öğrencilerin bu eylemlere harcadıkları zamanlara da dikkat edilerek dökümü yapılmıştır. Elde edilen veriler ‘enstrümantal oluşum’ teorik çerçevesi ve ‘çoklu temsil’ boyutundan incelendiğinden her birinde farklı bir analiz yöntemi izlenmiştir.



Şekil 11: Veri analizinde izlenen aşamalar

‘Etkinliklerin Temsiller ve Temsil Geçişleri Boyutundan İncelenmesi’ aşaması, etkinliklerin ve içerisindeki görevlerin, kullanılan temsiller ve temsil geçişleri boyutundan değerlendirildiği aşamadır. Bu aşamada bazı kodlamalardan

yararlanılmıştır: G: grafik, T: tablo, S:sözel, C:cebirsal. Büyük harfle belirtilen temsiller girdi temsilini yani görevin verildiği temsil biçimini ifade ederken; küçük harfle belirtilen temsiller çıktı temsilini yani görevde dönüştürülmesi beklenen temsil biçimini ifade etmektedir.

Her iki temsilin de büyük harfle belirtilmesi, iki temsilin de görevde aynı önem ve vurguda verildiğini göstermektedir. Kimi öğrenci için temsillerden biri girdi temsili olabilirken kimileri için de diğer temsil, girdi temsili olabilmektedir. Aynı şekilde görev sonunda bu iki temsil aynı anda verilerek öğrencilerden eşleştirme yapmaları istendiğinden yine çıktı temsili olarak kişiye göre değişen seçimlerin olabileceği düşünülmüştür.

Bazı görevlerin kodlamasında büyük harfle bir tek temsil ifade edilmiştir. Bununla anlatılmak istenen görevde bir tek temsil verildiği ve bu temsilin özelliklerinin anlamlandırılması ve yorumlanmasının beklendiğidir.

Kodlamalar	Görevde Temsil Geçişinin Ne Yönde Olduğu	
	Görevde Yer Alan Temsil	Görev Sonunda İstenen Temsil
G-g	Grafik	Grafik
S-t	Sözel	Tablo
T-g	Tablo	Grafik
G-c	Grafik	Cebirsal ifade
C-g	Cebirsal ifade	Grafik
T-G	Tablo-Grafik (kişiyeye göre değişebilir)	Tablo-Grafik (kişiyeye göre değişebilir)
C-G	Cebirsal ifade-Grafik (kişiyeye göre değişebilir)	Cebirsal ifade-Grafik (kişiyeye göre değişebilir)
S-g	Sözel	Grafik
G-t	Grafik	Tablo
C-s	Cebirsal ifade	Sözel
T	Tablo	Tablo (özelliklerini keşfetme ve yorumlama)
G	Grafik	Grafik (özelliklerini keşfetme ve yorumlama)
C	Cebirsal ifade	Cebirsal ifade (özelliklerini keşfetme ve yorumlama)

Tablo 3: Temsillerde kullanılan kodlamalar

Tablo 4’te etkinliklerin girdi ve çıktı temsillerine göre kodlamaları verilmektedir. Bu kodlamaları belirlerken araştırmacı ve iki alan uzmanı görüş birliğine varmışlardır. Bu kodlamalar, aynı zamanda Delice ve Sevimli (2010) tarafından da kullanılmıştır.

	1. Grup		2. Grup				3. Grup						4. Grup								
	1.1	1.2	2.1.		2.2.		3.1.			3.2	3.3	4.1.			4.2.						
Temsil	.	.	S-t	T-g	T	G	C	S-t	T-g	G-c	C-g	T-G	C-G	C-G	S-g	G-t	G-c	C	C-s	S-g	G
Esilen	G-g	G-g																			

Tablo 4: Etkinliklerin girdi ve çıktı temsillerine göre kodlamaları

‘Etkinliklerde Öğretmen Rolünün Belirlenmesi’ aşamasında öğrencilerin görevlerde başarılarından çok görevleri yaparken öğretmen desteğine başvurma biçimleri değerlendirilerek temsil geçişlerinde zorlandıkları durumlar belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aşamada da bazı kodlamalar kullanılmıştır:

Kendi Kendine (KK): ‘görev süresinde öğretmenden onay, doğrulama ya da danışma amaçlı yardım istemeden görevi kendisi yapan’

Öğretmen Rehberliği (ÖR): ‘ufak bir yönlendirme, onay, danışma ya da desteğe ihtiyaç duyan’

Öğretmen Tarafından (ÖT): ‘görevin en can alıcı kısmını öğretmen yardımıyla yapan hatta kimi zaman görevin öğretmen tarafından yapılması durumu’

Yukarıdaki kodlamaların kullanılmasında iki alan uzmanı ve araştırmacı görüş birliğine varmışlardır.

3.ETKİNLİKLERİN TANITIMI

Araştırmacı tarafından hazırlanan ve iki uzman görüşüne başvuru alan geometri sketchpad destekli etkinliklerle öğretim programında yer alan hedef davranışlar kazandırılmaya çalışılmıştır. Araştırmada ele aldığımız doğrusal denklemler konusunun 7. Sınıf öğretim programındaki kazanımları aşağıdaki gibidir (MEB, 2015):

- Koordinat sistemini özellikleriyle tanıy ve sıralı ikilileri gösterir.
- Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo grafik ve denklem ile ifade eder.
- Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.


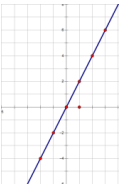
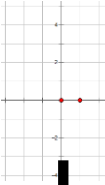
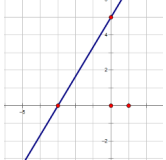

Etkinlikler beş gruba ayrılmıştır ve bu gruplama yapılırken çoklu temsil kullanımında ‘tek bir temsilin derinlemesine kavranmasından sonra diğer temsillerle bağlantı kurulması ve temsil geçişlerine yer verilmesi’ özelliğine; yazılım kullanımında tek bir komutun kullanımından sonra farklı komutların beraber kullanımına geçişine; aynı zamanda konu bütünlüğünü bozmayacak bir sıralamaya dikkat edilerek hazırlanmaya çalışılmıştır. Etkinliklerde kullanılan artefactlar, öğrencilerin kullandığı İngilizce GSP versiyonunda yer aldığı ismiyle verilmiş; yazılımın Türkçe versiyonundaki isimlerine yer verilmemiştir.

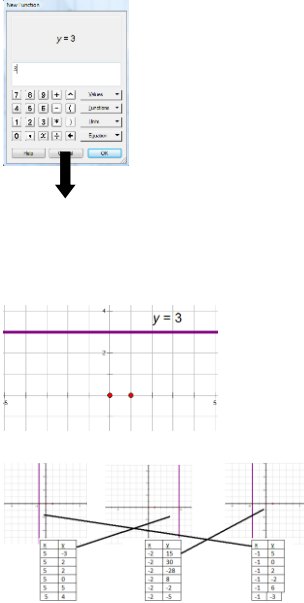
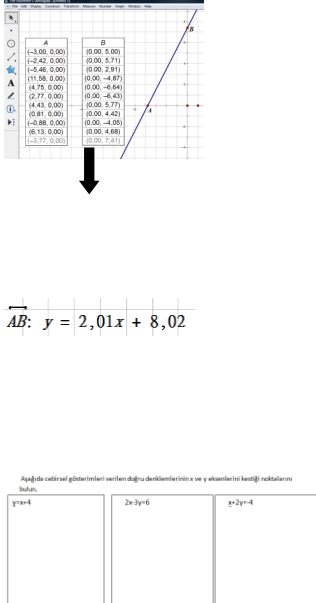


	1.Grup	2.Grup	3.Grup	4.Grup	5.Grup
Etkinlikler	-Hazine Adası -Türkiye Turu	-X ile Y Arasındaki İlişki Nedir? -Konumuza Başlık Bulalım!	-Kuralı Uygula -Doğruları Tanıyorum -Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum	-Eksenle Ortak Noktamız Nedir? -Eksenle Ortak Noktamız Neresi?	-Troposfer
Etkinliklerdeki İstenilen Temsil Geçişleri	-Grafikten grafiğe	-Sözelden tabloya -Tablodan grafiğe -Tablo -Grafik -Cebirsel İfade	-Sözelden tabloya -Tablodan grafiğe -Grafikten cebire -Cebirden Grafiğe -Tablo-grafik eşleştirme -Cebirsel ifade-grafik eşleştirme	-Sözelden grafiğe -Grafikten tabloya -Grafikten cebirsel ifadeye -Cebirsel çözüm	-Gerçek yaşam probleminin Tablo,grafik ya da cebirsel ifadeye (öğrenci seçimine bağlı)
Etkinliklerde Sıklıkla Kullanılabilecek Artefactlar	-Snop Points -Coordinates	-Show motion controller -Plot points -Calculate	-Sürükleme -Equation -Plot new function -Plot points	-Sürükleme -Tabulate -Add table data -Equation -Coordinates	-Plot points -Doğru komutu

Tablo 5: Etkinliklerde temsil geçişi ve kullanılabilecek artefactlar

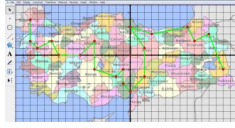
Tablo:6’da etkinlikler, temsiller boyutundan ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiştir.

ETKİNLİKLER

1. GRUP	2. GRUP	3. GRUP	4. GRUP	TROPOSFER																																					
Grafik Temsilini Oluşturma, Okuma ve Yorumlama	Sözel Tablo Grafik ↪ ↪	Sözel Tablo Grafik Cebir ↪ ↪ ↪ Tablo ↔ Grafik (eşleştirme)	Sözel Grafik Tablo ↪ ↪ ↪ ↪ Cebir (Yorumlama ve Çözme)	Gerçek ↪ Tablo Yaşam ↪ Grafik Problemi ↪ Cebirsel (Kendi Seçimleri)																																					
1.1.Hazine Adası  Aşağıdaki noktalardan koordinatlarını saklamada yararlı gördüğün (x,y) çiftleri okunuşlu şekilde yazdır. Yarımlarına da uygun şekilde okuduğunuz satırı (satırları) saklamada yararlı gördüğünüz çiftleri yazdırınız. • A(1,3) 4(B,-2) • B(2,3) 5(F,-4) • C(2,-4) 6(G,-1) • D(2,3) Hazretme 1,-1)	2.1.X ile Y Arasındaki İlişki Nedir? GÖREV 1:(x,y) ikililerinde y değerleri verdiginiz x değerinin iki katı olsun. ↓ <table border="1" data-bbox="667 823 792 986"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>(x,y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>(1,2)</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>(2,4)</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>(0,0)</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>(-1,-2)</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-4</td><td>(-2,-4)</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>(3,6)</td></tr> </tbody> </table> ↓ 	x	y	(x,y)	1	2	(1,2)	2	4	(2,4)	0	0	(0,0)	-1	-2	(-1,-2)	-2	-4	(-2,-4)	3	6	(3,6)	3.1.Kuralı Uygula (x,y) ikililerinde x hep 3 olsun y ler istedikleri değerleri alabilir. ↓ <table border="1" data-bbox="994 759 1097 890"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>-1</td></tr> <tr><td>3</td><td>-2</td></tr> </tbody> </table> ↓  ↓ AB: $x = 3,00$	x	y	3	1	3	2	3	3	3	4	3	0	3	-1	3	-2	4.1.Eksenle Ortak Noktamız Nedir? Doğru komutunu kullanarak x ekseninde (-3) noktasını, y ekseninde (5) noktasını tıklayarak bu noktalardan geçen bir doğru oluşturun. ↓  ↓	5.1. Troposfer  Troposfer atmosferin yere temas eden en alt katmanında ve yaklaşıklık olarak 10-17 km kalınlığındadır. Atmosferin en yoğun katmanında yer alır. Troposferin en alt kısmında bulunur. Troposfer genellikle yere yakın alanlarda sıcaklığı her 100 metredir 0-50 C azalır. Dünya'nın en yüksek dağılarından biri olan Everest'in yüksekliğini yapan bir grup dağıtımında bu sıcaklığın nasıl değiştiğini görmek istiyor. Oluşturulan veri setini yorumlayın?
x	y	(x,y)																																							
1	2	(1,2)																																							
2	4	(2,4)																																							
0	0	(0,0)																																							
-1	-2	(-1,-2)																																							
-2	-4	(-2,-4)																																							
3	6	(3,6)																																							
x	y																																								
3	1																																								
3	2																																								
3	3																																								
3	4																																								
3	0																																								
3	-1																																								
3	-2																																								

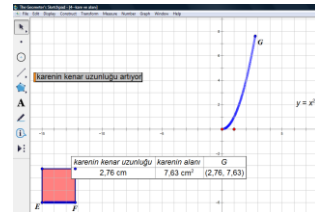
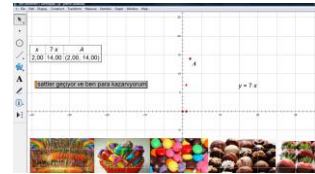
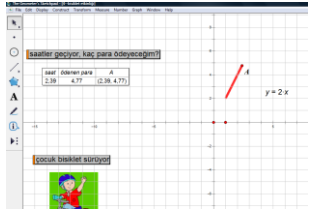
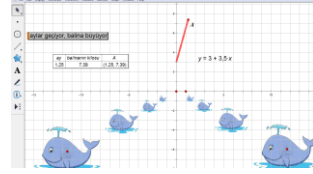
	<p>(Tabloda belirlenen (x,y) ikililerini plot points komutuna doğru bir şekilde yazarak kordinat düzlemine dökülebilm)</p>			
<p>Grafik Temsilini Oluşturma, Okuma ve Yorumlama</p>	<p>Tablo-Grafik-Cebir Temsillerindeki Temel Özelliği Görebilme (Tümevarımla)</p>	<p style="text-align: center;">  Cebir Grafik </p>	<p style="text-align: center;"> Cebirsel Sözel  Grafik (Oluşturma ve Yorumlama) </p>	

1.2. Türkiye Turu



- Bulduğuktan sonra koordinatları söylemek zorundasın değil mi? Türkiye'nin bulunduğu (keşif) sayfasını açın.
- | | | | |
|----------|-----------|---------|--------|
| Etiler | Dikmen | Adnan | Ond |
| Çankaya | Akmerkezi | Osmaniy | Ri |
| Bağcıba | Büyükd | Etiler | Etiler |
| Beşik | Nispeti | Şişli | Ka |
| Koşuyolu | Kayseri | Sarıyer | Va |

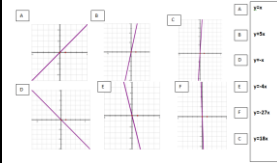
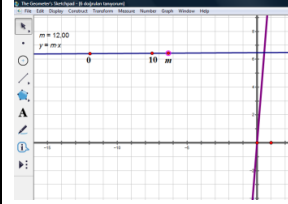
2.2. Konumuza Başlık Bulalım



Tabloyu Oluşturabilme, Grafiği Çizibilme ve

3.2. Doğruları Tanıyorum

$$Y=mx$$



Cebir Grafik

3.3. Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum

$$Y=mx+a$$

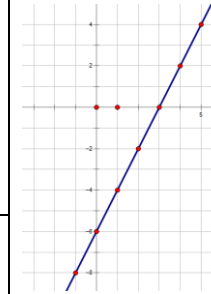
4.2. Eksenle Ortak Noktamız Neresi?

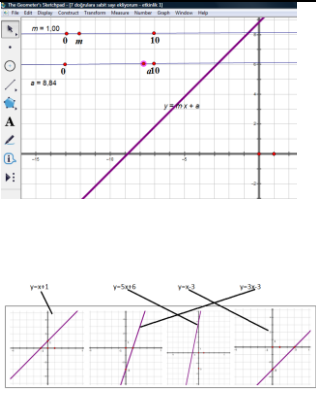
$$y = 2x - 6$$



y = 2x - 6 şeklinde verilen doğru denkleminde x ve y arasındaki ilişkiyi yazın.

y'ler, x'lerin 2 katından 6 eksiktir



	Cebirsel İfadeyi Yazabilme			
--	----------------------------	--	--	--

Tablo 6: Etkinliklerin temsiller boyutundan analizi

Hazırlanan her bir etkinlik için uygulama sürecinde öğretmene rehberlik edeceği düşünülen ‘öğretmen uygulama notu’ hazırlanmıştır. Öğretmen uygulama notunda:

- Etkinlikte kazanılması hedeflenen matematiksel kazanıma,
- Etkinlik sırasında öğrencilerin öğrenecekleri ve derste anahtar niteliğindeki kelimelere,
- Ders işlenişinde genel olarak dikkat edilmesi gerekenlere,
- Ders sonunda öğrencilerde gözlemlenmesi beklenen hedef davranışlara,
- Etkinliğin uygulanması aşamasında uygulamayı yapmak isteyen bir öğretmenin kafasına takılan olası tartışma noktaları ve sorulara getirilebilecek çözümlere,
- Etkinlikte öğrencinin yapması istenilen görevin cevabına ve
- Öğretmene ders sürecinde ipucu olabilecek ders yönetimi ve işleniş konusunda rehber niteliğindeki yönlendirmelere yer verilmiştir.

3.1.Birinci Grup Etkinlikler

Birinci grup, iki etkinlikten oluşmaktadır. İlk etkinlik olan ‘Hazine Adasında’ öğrencilerin koordinat düzlemini tanımaları ve düzlemde bir noktanın koordinatını söylerken dikkat edilmesi gereken kuralları öğrenmeleri amaçlanırken; ikinci etkinlik olan ‘Türkiye Turunda’ koordinat düzlemi ve noktanın koordinatını belirleme ile ilgili öğrenilenleri pekiştirmeleri amaçlanmıştır.

3.1.1.‘Hazine Adası’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. Koordinat düzleminde eksenlerden hangisine x, hangisine y deneceğini bilir.
2. Eksenlerin kesişim noktasının (0,0) olduğunu ve orijin olarak isimlendireceğini bilir.
3. Koordinatlar söylenirken önce x (apsis), sonra y (ordinat)’nin söyleneceğini bilir.
4. Noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde söyler.

5. Koordinatların doğruluğunu sketchpadle kontrol eder.
6. Koordinat düzleminde, eksenlerin düzlemi ayırdığı bölgeleri tanır.

Çalışma kağıdında, eksenlerin ayırdığı bölgelerin verilmesiyle öğrencilerin zorlanmaları ya da bölgeleri unutmaları durumunda çalışma kağıdından yardım alarak göreve kendi kendilerine devam edebilmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

HAZİNE ADASI

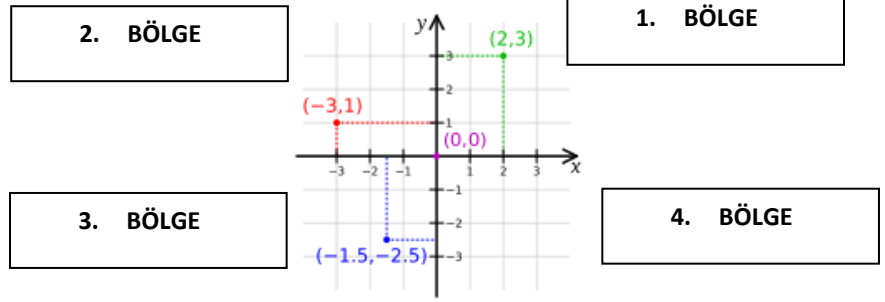
Korsan dedesinden öğrendiği muhteşem bir hazineye sahiplik eden adayla ilgili bilgilerle, maceracı Murtaza hazineyi bulmak için yola koyulur.



- Sketchpad **Hazine Adası** sayfasını açarak adanın haritasını inceleyin.

Murtaza'ya yardım etmek isteyen kankası onu arkasından takip etmekte ve Murtaza her gittiği yeri ona anlatmaya çalışmaktadır.

Murtaza, adaya ulaştığında hazineyi bulmak için sırasıyla şu noktalara varır: A, B, C, D, E, F, G ve son olarak da çarpı işaretli hazineye ulaşır.



Aşağıdaki noktaların koordinatlarını yukarıda anlatıldığı gibi (x,y) ikilileri olarak ifade edin. Yanlarına da kaçınıcı bölgede olduğunu yazın (yazarken yukarıda verilen bilgilerden yararlanın).

- A (.....,)
- B (.....,)
- C (.....,)
- D (.....,)
- E (.....,)
- F (.....,)
- G (.....,)
- Hazine (.....,)

Noktaların koordinatlarının doğru olup olmadığını geometri sketchpad'den yararlanarak kontrol edin. Bunu yaparken aşağıdaki adımları izleyin:

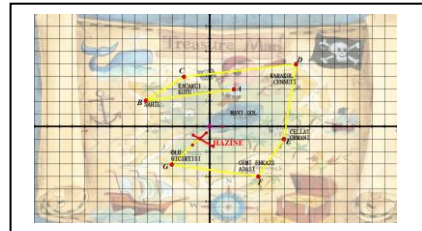
- Yukarıdaki menülerden **graph** menüsünden **snap points** komutuna tıklayın.
- Her noktayı bulunduğu yerden sürükleyip yine eski yerine getirin ki noktalar koordinat düzlemindeki köşelerde dursun.
- Koordinatını bulmak istediğiniz noktayı tıklayarak aktif hale getirin.
- Nokta aktifken yukarıdaki **measure** menüsünden **coordinates** e tıklayın.
- Bu işlemi diğer noktalar için de yapın.
- Kendi belirlediğiniz koordinatlarla aynı mı çıktı? Yanlışınız varsa nerede yanlış yaptığınızı aşağıdaki boşluğa yazın ve o yanışı düzeltin.

.....
.....

Son olarak sketchpad sayfasını **TARİH VE İSİM YAZARAK** kaydediniz.

BAŞARILAR

SİBEL DENİZ



3.1.2.‘Türkiye Turu’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. Koordinat düzlemindeki eksenleri, isimlerini kullanarak, anlatabilir.
2. Eksenlerin kesişim noktası (0,0) için orijin ifadesini kullanabilir
3. Noktanın koordinatını söylerken önce x (apsis), sonra y (ordinat) değerini söyleyebilir.
4. Noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde söyleyebilir.
5. Koordinatların doğruluğunu sketchpadle kontrol edebilir.
6. Koordinat düzleminde düzlemin ayrıldığı bölgeleri bilir ve noktaların içinde bulunduğu bölgeyi söyleyebilir.

Bu etkinlikte öğrencilerin koordinat düzlemi ile ilgili öğrendiği bilgileri kullanmaları ve böylece pratik yapmaları amaçlanmıştır. Öğrendiklerini pekiştirerek, uygulama alanında (Hazine Adasındaki yerlerin kordinatından sonra Türkiye’deki şehirlerin kordinatını söyleme) çeşitlilik yaratılmıştır. Türkiye Turu etkinliğinde 20 şehrin koordinatını belirlemeleri, onların görevde gittikçe hızlanmalarını ve öğrendiklerini kullanarak uygulamalarını sonra da yazılımı kullanarak doğruluğunu kontrol etmelerini sağlamıştır. Belirledikleri koordinatları yazılımla kontrol eden öğrencilerin, anında dönüt almaları sağlanmış ve hangi noktalarda ya da neden yanlış yaptıklarını düşünmeleri ve görmeleri sağlanmıştır.

TÜRKİYE TURU

Emekli Ayşegül Teyze ile Behçet Amca yıllardır hayalini kurdukları Türkiye turunu sonunda geç de olsa yapmaya karar verirler ve Edirne'den yola çıkan tatlı çiftimiz Türkiye turu sketchpad sayfasındaki (sayfayı açın) yeşil yolu takip edip kırmızı noktalarda molalar verecek şekilde seyahatlerini planlarlar.



Yola koyulan Ayşegül Teyze ile Behçet Amca her molada çocuklarını arayıp koordinatlarını belirtip sağ sağılim ulaştıklarını haber verirler.

- Buldukları yerin koordinatlarını söylemekte zorlanan tatlı çiftte yardım eder misiniz?

Türkiye turu adındaki sketchpad sayfasını açın.

Edirne(..... ,) Eskişehir(..... ,) Adana(..... ,) Ordu(..... ,)

Çanakkale(..... ,) Ankara(..... ,) Osmaniye(..... ,) Rize(..... ,)

Balıkesir(..... ,) Konya(..... ,) Kahramanmaraş(..... ,) Erzurum(..... ,)

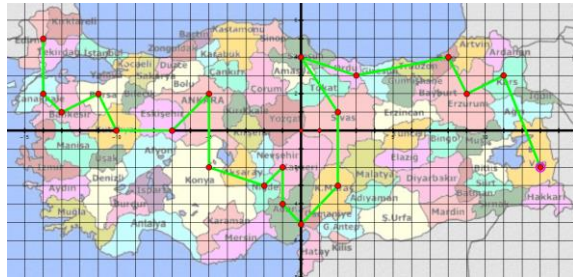
Bursa (..... ,) Niğde(..... ,) Sivas(..... ,) Kars(..... ,)

Kütahya(..... ,) Kayseri(..... ,) Samsun(..... ,) Van(..... ,)

Koordinatları doğru yazıp yazmadığınızı sketchpad yardımıyla kontrol edin. Bunu yaparken '**Hazine Adası**' etkinliğinde gerçekleştirdiğiniz adımları tekrar edin.

BAŞARILAR

SİBEL DENİZ



3.2.İkinci Grup Etkinlikler

İkinci grup, iki etkinlikten oluşmaktadır. ‘X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?’ isimli etkinlikte verilen x değerine bağlı, istenen kurala uygun, bir y değeri belirlemeleri ve bu x - y değerlerini (x,y) ikilisi şeklinde yazarak koordinat düzleminde göstermeleri istenmiştir. Koordinat düzleminde gösterdikleri noktalardan, sonsuz sayıda belirlenebileceği düşüncesini geliştirerek ve duruşlarını yorumlayarak doğrusallığı görmeleri amaçlanmıştır.

‘Konumuza Bir Başlık Bulalım’ isimli etkinlikte ise farklı durumlarda (balinanın aylar geçtikçe kilosunun artması, şekerçi dükkanında çalışan kişinin saatler geçtikçe aldığı paranın artması, bisiklet kiralama şirketinde saat ile ödenen para arasındaki ilişki gibi) iki değişken arasındaki ilişki, tablo, cebirsel ifade ve grafik temsilleri ile verilmiş ve bu temsillerin, özelliklerinin yorumlanması ve tüm durumlarda, aynı temsilde, görülen ortak özelliğin keşfedilmesi istenmiştir. Böylece sabit artış-azalış miktarına sahip olan durumların grafiğinin doğrusal ve cebirsel ifadesinin birinci dereceden olduğunu görmeleri istenmiştir. Bunu sağlamak için sabit bir artış-azalışı olmayan, diğerlerinden farklı bir durumdan, (kenarı büyüdükçe alanı artan kare) yararlanılmıştır.

3.2.1.‘X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. (x,y) ikililerinde verilen kurala uygun ikililer belirleyebilir.
2. Verdiği x 'e bağlı geometri sketchpad'den yararlanarak hesapladığı y değeri ile (x,y) ikilisini oluşturabilir.
3. (x,y) ikililerini sketchpad'den yararlanarak koordinat düzleminde gösterebilir.
4. Kurala uygun (x,y) ikililerinden sonsuz sayıda bulunabileceğini görür.
5. Etkinlikteki adımları, x ve y arasındaki kural değiştirildiğinde, sketchpad kullanarak yardım almadan yapabilir.

Bu etkinlikte, öğrencilerin, ‘Hazine Adası’ ve ‘Türkiye Turu’ etkinliklerinde öğrendikleri ve pekiştirdikleri ‘koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatını belirleme’ görevlerinden sonra tersi yönde yani ‘koordinatı verilen noktanın yerini koordinat düzleminde gösterme’ görevini yapmaları beklenmiştir. Bu aşamada öğrencilerden yazılımın ‘plot points’ komutundan yararlanmaları istenmiştir. Önce değişkenler arasındaki ilişkinin sözel olarak ifade edilmesi ve sonra bu ilişkiyi sağlayan (x,y) ikililerinin tabloda gösterilmesi istenmiştir. Tabloda belirlenen ikilerin koordinat düzleminde gösterilmesi sağlanarak grafik temsiline geçilmiştir.

X İLE Y ARASINDAKİ İLİŞKİ NEDİR?

GÖREV 1: (x,y) ikililerinde y değerleri verdiğiniz x değerinin iki katı olsun.

x	y	(x,y)
---	---	-------

- Yandaki tabloda x yerine istediğiniz değeri (0, 1, 2, -1,-2 gibi) verip buna bağlı olarak y değerini hesaplayın.
- Bunu yaparken sketchpad'den yararlanarak aşağıdaki adımları izleyin:
 - ✓ **Number** menüsünden **calculate** e tıklayın.
 - ✓ İsteddiğiniz işlemi çıkan hesap makinesinde yapıp **OK**'e tıklayın.

- x değeri ve buna karşılık bulduğunuz y değerini (x,y) ikilisi olarak koordinat düzleminde gösteriniz.
- Bunu yaparken aşağıdaki adımları izleyin:
 - ✓ **Graph** menüsünden **plot point**'e tıklayın.
 - ✓ Karşınıza çıkan küçük ekrana yukarıdaki tablodan istediğiniz (x,y) ikilisini yazın.
 - ✓ **Plot** seçeneğine tıklayın.
 - ✓ Bu işlemi diğer noktalar için tekrarlayarak yapın.
 - ✓ En son **done** seçeneğine tıklayarak işleminizi tamamlayın.
- Koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?

.....

- Yukarıda belirlediğiniz durumu sağlayan başka noktalar da var mı? Varsa kaç tane vardır?

.....

Son olarak sketchpad sayfasını TARİH VE İSİM YAZARAK kaydediniz.

GÖREV 2: (x,y) ikililerinde y değerleri verdiğiniz x değerinin 3 katından 2 fazla olsun.

- Yandaki tabloda istediğiniz x değerini verip buna bağlı olarak y değerini hesaplayın.
- Bunu yaparken bir önceki görevde olduğu gibi sketchpad'den yararlanın.
- x değeri ve buna karşılık bulduğunuz y değerini (x,y) ikilisi olarak koordinat düzleminde (sketchpad sayfasında) gösteriniz.

x	y
---	---

- Koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?

.....

- Yukarıdaki durumu sağlayan başka noktalar da var mı? Varsa kaç tane vardır?

.....

Son olarak sketchpad sayfanızı TARİH VE İSİM YAZARAK kaydediniz.

3.2.2.‘Konumuza Bir Başlık Bulalım!’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. ‘Balina (Memnun ve Altun,2012) (aylara bağlı kilo değişimi), kiralık bisiklet (zamana bağlı ödenen paranın değişimi), şekerçi dükkanı (zamana bağlı alınan maaş değişimi)’ etkinliklerindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi anlar ve sözel olarak ifade edebilir.
2. Önceden hazırlanan etkinliklerdeki değişkenler arasındaki ilişkinin tablo, grafik ve cebirsel ifade ile nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilir.
3. Bir karenin ‘kenar uzunluğuna bağlı alan’ ilişkisini sözel olarak ifade edebilir; tablo, cebirsel ifade ve grafikte nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilir.
4. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin tablo temsilinde olması gereken ortak özelliklerini bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden).
5. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin grafik temsilinde olması gereken ortak özellikleri bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden).
6. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemin cebir temsilinde olması gereken özellikleri bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden).
7. Cebirsel ifadesi, grafiksel olarak temsil edildiğinde geometrik şekil olarak doğru oluşan, iki değişken arasındaki ilişkiyi anlatan konuya, uygun bir başlık belirler.
8. Son olarak ‘doğrusal denklem kavramına’ ulaşan öğrenciler, iki değişken arasındaki ilişkinin anlatıldığı ve grafiğinin doğrusal olduğu durumlarda grafik, cebirsel ifade ve tablo temsilinde olması gereken ortak özellikleri bilir.

Bu etkinlikte öğrencilere yazılım kullanımına yönelik zorlayıcı bir görev verilmemiş çünkü öğrencinin önceden hazırlanmış etkinlikleri inceleyerek ve oluşturulan prototipleri gözlemleyip yorumlayarak, ‘doğrusal denklem’ kavramına ulaşması ve doğrusal denklemlerin tablo, grafik ve cebirsel ifade temsillerindeki ortak özelliklerini fark etmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Temsillerdeki ortak özellikleri görebilmeleri ve üzerinde rahatça düşünebilmeleri için ekranda gördükleri temsilleri kağıda geçirmeleri

istenmiştir. Doğrusal denkleme örnek ve örnek olmayan durumlar verilerek temsillerde dikkat edilmesi gereken özelliğe (tabloda değişkenlerdeki artış-azalışın sabit oluşu, cebirsel ifadede değişkenlerin birinci derecen olması, grafiğin doğrusal oluşu gibi) vurgu yapılmaya çalışılmıştır.

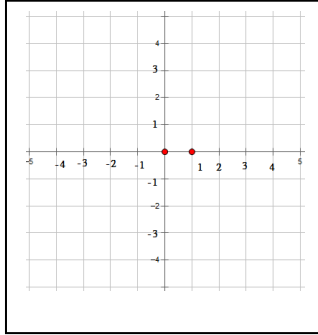
KONUMUZA BİR BAŞLIK BULALIM!

Örnek Durum 1: Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg daha almaktadır.

- Balinanın **her ay kilosundaki artışı** cebirle, grafikte ve tablo ile gösterebiliriz.
- Bu gösterimleri incelemek için sketchpad **balina etkinliği** sayfasını açınız.
- **Display** menüsünden **show motion controller** komutuna tıklayın.
- Aylara göre kilodaki değişimi gösteren değerleri daha iyi görebilmek için hareketi **yavaşlatın**.
- Sayfada görünen '**aylar geçiyor, balınam büyüyor**' komutuna tıklayınız.
- Karşınıza çıkan üç gösterimi de kaba taslak aşağıda belirtilen alana kopyalayınız.

Ay

Kilo



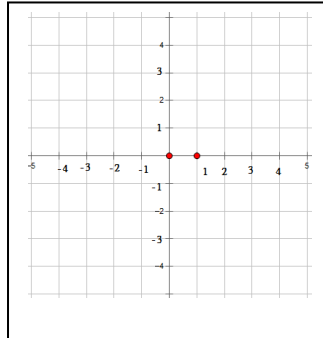
Cebirsel ifade:

Örnek Durum 2: Küçük bir kasabada saati 2 liraya bisiklet kiralayan bir şirket vardır. Bu şirketin saat hesabı karşılığında kazandığı para miktarı nasıl değişmektedir?

- Kiralama için ödenen **para ile saat ilişkisini** cebirsel ifade ile, grafikte ve tablo ile gösterebiliriz.
- Bu gösterimleri incelemek için sketchpad **bisiklet etkinliği** sayfasını açınız.
- Saat karşılığı ödenen para arasındaki ilişkiyi daha iyi gözlemlemek için **balina etkinliğinde** olduğu gibi hareketi **yavaşlatın**.
- Sayfada görünen '**saatler geçiyor, kaç para ödeyeceğim ve çocuk bisiklet sürüyor**' komutlarına sırasıyla tıklayınız.
- Karşınıza çıkan üç gösterimi de kaba taslak aşağıda belirtilen alana kopyalayınız.

Saat

Para

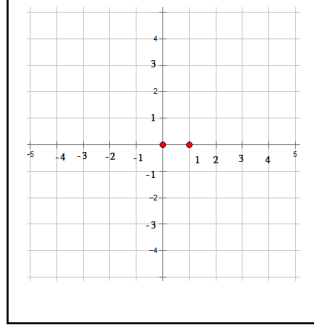


Cebirsel ifade:

Örnek Durum 3: Asuman şekerçi dükkanında kasiyer olarak çalışmaktadır. Çalıştığı saat başına 7 tl kazanmaktadır. Asuman'ın çalıştığı saat ile aldığı para arasındaki ilişki nasıldır?

- Dükkanda **geçen zaman ile alınan para arasındaki ilişkiyi** cebirsel ifade ile, grafikte ve tablo ile gösterebiliriz.
- Bu gösterimleri incelemek için sketchpad **şekerçi dükkanı** sayfasını açınız.
- Çalışılan saat ile alınan para arasındaki ilişkiyi daha iyi incelemek için daha önceki etkinliklerde olduğu gibi burada da hareketi yavaşlatın.
- Sayfada görünen '**saatler geçiyor ve ben para kazanıyorum**' komutuna tıklayınız.
- Karşınıza çıkan üç gösterimi de kaba taslak aşağıda belirtilen alana kopyalayınız.

Saat **Alınan
Para**

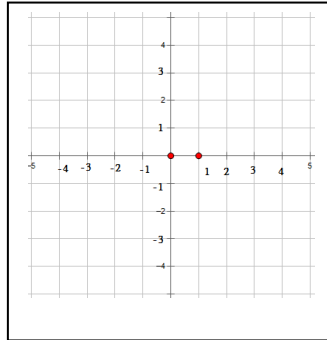


**Cebirsel
ifade:**

Örnek Durum 4: Kenar uzunluğu 'a' cm olan bir karenin kenar uzunluğu arttıkça (a=1, a=2, a=3 gibi) alanının değişimi nasıl olur?

- Karenin **kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi** cebirsel ifade ile, grafikte ve tablo ile gösterebiliriz.
- Bu gösterimleri incelemek için sketchpad **kare ve alanı** etkinliği sayfasını açınız.
- Karenin kenarı ile alanı arasındaki ilişkiyi daha iyi gözlemlemek için önceki etkinliklerde olduğu gibi hareketi yavaşlatın.
- Sayfada görünen '**karenin kenar uzunluğu artıyor**' komutuna tıklayınız.
- Karşınıza çıkan üç gösterimi de kaba taslak aşağıda belirtilen alana kopyalayınız.

Kenar **Karenin
Uzunluğu** **Alanı**



**Cebirsel
ifade:**

- İlk üç **örnek durumda** tablodaki değerlerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki tablodaki değerlerin onlardan farkı nedir?

.....

.....

.....

.....

- İlk üç **örnek durumda** grafiklerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki grafiğin onlardan farkı nedir?

.....

.....

- İlk üç, **örnek durumda** cebirsel ifadelerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki cebirsel ifadenin onlardan farkı nedir?

.....

.....

- İki değişken arasındaki ilişkinin **cebirselleştirilerek anlatıldığı** (denkleminin verildiği), **tablo** ile temsil edilebildiği ve **grafik** şeklinde olduğu durumlara siz olsanız nasıl bir isim verirdiniz? (konumuza bir başlık bulalım)

.....

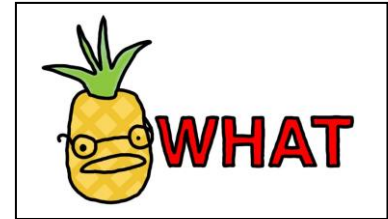
.....

- Kısaca özetlemek gerekirse iki değişken arasındaki ilişkinin cebirsel olarak anlatıldığı cebir ve grafik ile temsil edilebildiği durumu anlatan **cebir, grafik ve tablo** gösteriminde olması gereken özellikler nelerdir?

.....

.....

.....



BAŞARILAR

SİBEL DENİZ

3.3.Üçüncü Grup Etkinlikler

Üçüncü grup, üç etkinlikten oluşmaktadır. Üçüncü grup etkinliklerin ilki olan ‘Kuralı Uygula’ isimli etkinlikte öğrencilerden $x=a$ ve $y=b$ formundaki doğrusal denklemleri, sözel ifadeleri ve grafik temsilleri ile eşleştirebilmeleri; benzer durumu ($x=4$, y hep 5 olsun gibi) sağlayan temsilleri anlamlandırabilmeleri istenmektedir.

Üçüncü grup etkinliklerin ikincisi olan ‘Doğruları Tanıyorum’ isimli etkinlikte öğrencilerden $y=mx$ formundaki doğrusal denklemleri, grafikleri ile eşleştirebilmeleri ve cebirsel ifadesindeki ‘ m ’ değerinin değişiminin doğrunun duruşunu nasıl etkilediğini, yazılımı kullanarak görebilmeleri ve yorumlayabilmeleri beklenmektedir.

Üçüncü grup etkinliklerin sonuncusu olan ‘Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum’ isimli etkinlikte öğrencilerden $y=x+a$ ve $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde ‘ a ’ değerinin değişiminin doğruların duruşlarında meydana getirdiği etkiyi (dikey değişim) yorumlayabilmeleri ve cebirsel ifade ile grafiğini eşleştirebilmeleri beklenmektedir.

3.3.1. ‘Kuralı Uygula’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. ‘ x hep sabit bir sayı olsun, y ’ler istedikleri değerleri alabilir’ sözel ifadesine uygun tabloyu oluşturabilir; oluşturduğu tabloya uygun grafiği geometri sketchpad kullanarak çizebilir; çizdiği grafiğin cebirsel karşılığını geometri sketchpad yardımıyla bulabilir.
2. ‘ $x=a$ ’ şeklinde cebirsel formu veya grafiği verilen doğru denklemini eksenlere diklik ve paralellik boyutundan yorumlayabilir.
3. ‘ $x=a$ ’ şeklinde cebirsel formu verilen doğru denklemde x ’in sabit bir değer aldığını y ’nin ise istediği değerleri alabileceğini bilir ve bu şartı sağlayan (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterebilir; koordinat düzlemindeki noktaların bir araya gelerek bir doğru oluşturduğunu fark eder.
4. Grafik temsili ile verilen doğrusal denklemleri, grafiğe uygun tablo temsili ile eşleştirebilir; doğrusal denklemin grafiği ile denklemin arasındaki ilişkiyi görür ve anlar.

5. ' $y=b$ ' şeklinde cebirsel formda verilen doğru denklemlerini, koordinat düzleminde çizmeden eksenlerle konumunu yorumlar ve geometri sketchpad yardımıyla grafiğini çizerek yorumlarının doğruluğunu kontrol eder.

Bu etkinlikle öğrencilerin $x=a$ ve $y=b$ cebirsel formundaki doğru denklemlerinin grafiklerini tanıyabilmeleri, cebirsel ifadesi ile grafik temsili arasındaki ilişkiyi ve ortak özelliğini görebilmeleri beklenmiştir. Bu nedenle öğrencilerden önce sözel ifadeye uygun (x,y) ikilileri belirlemeleri ve bu ikililerin tablosunu oluşturmaları, sonrasında da tablodaki koordinatların yerini koordinat düzleminde göstermeleri istenmiştir. Koordinat düzleminde belirlenen noktaların duruşunu gözlemleyen öğrencinin, noktaların doğrusallığını görmesi ve belirleyebileceği sonsuz sayıda noktanın bir araya gelerek doğru oluşturacağı yargısına ulaşması sonucu yazılım yardımıyla noktalardan geçen doğruyu çizmesi istenmiştir. Doğruyu çizen öğrencinin, çizdiği doğrunun eksenini kestiği noktanın koordinatı ile $x=a$ cebirsel ifadesindeki 'a' değerinin aynılığını görüp cebirsel ifade ile grafik arasındaki bağı keşfetmesi beklenmiştir.

Doğrusal denklemin grafiği ile cebirsel ifadesi arasındaki ilişkiyi keşfeden öğrencinin, etkinliğin sonunda, öğrendiklerini kullanabileceği ve pekiştirebileceği bir alan hazırlanmıştır. Bu alanda öğrenciden, aynı durumu temsil eden, noktaların koordinatlarından oluşan tablo temsili ile noktaların koordinat düzleminde yerini gösteren grafik temsili eşleştirmeleri istenmiştir.

KURALI UYGULA 1

1. Koordinat düzleminde öyle noktalar belirle ki bu noktadaki (x,y) ikilileri arasındaki ilişki sırasıyla şu şekilde olsun. Aşağıdaki tablolara belirlediğiniz noktaları yazın.

a) (x,y) ikililerinde **x hep 3** olsun **y'ler istedikleri değerleri** alabilir.

x y



b) (x,y) ikililerinde **x hep -4** olsun **y'ler istedikleri değerleri** alabilir.

x y

c) (x,y) ikililerinde **x hep 0** olsun **y'ler istedikleri değerleri** alabilir.

x y

- Yukarıda her durum için bulduğunuz (x,y) ikililerini sketchpad'den yararlanarak koordinat düzleminde gösterin. Bunu yaparken '**x ile y arasındaki ilişki nedir?**' etkinliğinde gerçekleştirdiğiniz adımları tekrarlayın.
- Her şıkta koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz.

.....
.....

KURALI UYGULA 2

- ‘Kuralı uygula 1’ etkinliğinde ortaya çıkan doğruların aynı zamanda cebirsel karşılıkları da var. Bunları bulmak için geometri sketchpad’den yararlanın. Bunu yaparken şu adımları izleyin:
- ✓ Cebirsel karşılığını bulmak istediğiniz doğruya tıklayıp onu aktif hale getirin.
- ✓ **Measure** menüsünden **equation** komutuna tıkladığınızda doğruların cebirsel karşılığını bulmuş olacaksınız.
- ✓ Bulduğunuz cebirsel ifadeleri ‘**kuralı uygula 1**’ etkinlik sayfasında tabloların yanına yazarak tablo ile cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi inceleyin.
- ✓ Elde ettiğiniz sonuçlara dayanarak aşağıdaki soruları cevaplayın.

? $x=a$ ($x=2$, $x=6$, $x=-1$ gibi) doğruları **hangi eksene paralel** ve **hangi eksene diktir**?

.....
.....

? Sizce $y=a$ ($y=2$, $y=6$, $y=-1$ gibi) doğruları **hangi eksene paralel** ve **hangi eksene diktir** tahmin ediniz.

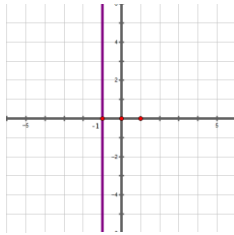
.....
.....

- Tahmininizi kontrol etmek için geometri sketchpad’den yararlanın ve aşağıdaki adımları izleyin:
 - ✓ **Graph** menüsünden **Plot New Function** komutuna tıklayın.
 - ✓ Çıkan ekranda **equation** bölümünden **y=notation** komutuna tıklayın.
 - ✓ Ekranı, grafiğini çizmek istediğiniz değeri yazın (mesela **y=3** doğrusunu çizmek istiyorsanız **sadece 3** yazın).
 - ✓ **OK**’a tıklayarak işlemi sonlandırın (Bu işlemi en az 3 farklı durum için deneyin).
- Sketchpad’den elde ettiğiniz sonuçlara dayanarak $y=a$ ($y=2$, $y=6$, $y=-1$ gibi) doğrularının **hangi eksene paralel** ve **hangi eksene dik** olduğunu aşağıya yazınız.

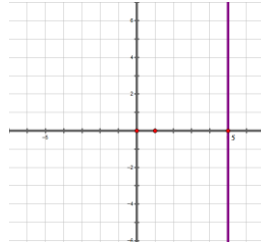
.....

Son olarak sketchpad sayfasını TARİH VE İSİM YAZARAK kaydediniz.

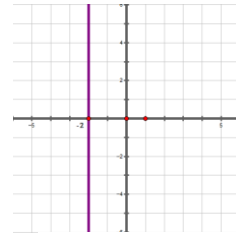
2) O halde aşağıda verilen tablolardaki (x,y) ikililerine dikkat ederek koordinat düzleminde gösterilen grafiklerle eşleştiriniz. Yukarıda yaptığımız tablo-grafik eşleştirmelerinden yararlanabilirsiniz.



x	y
5	-3
5	2
5	2
5	0



x	y
-2	15
-2	30
-2	-28
-2	8



x	y
-1	5
-1	0
-1	2
-1	-2

3.3.2. 'Doğruları Tanıyorum' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. $Y=mx$ formundaki doğrusal denklemde m değerinin değişmesi ile grafiğinin duruşu arasındaki ilişkiyi (m değeri arttıkça doğru dikleşir ve y eksenine yaklaşır, m değeri (-1, -2, -3.. gibi) azaldıkça doğrunun dikliği, eğimi yine artar ve y eksenine yaklaşır ancak farklı bölgelerde yer alır) görür.
2. m değeri pozitif değerler aldığıında doğrusal denklemin grafiğinin 1. ve 3. bölgede olduğunu görür.
3. m değeri negatif değerler aldığıında doğrusal denklemin grafiğinin 2. ve 4. bölgede olduğunu görür.
4. $y=mx$ formunda olup grafiği verilen doğrusal denklemi, cebirsel ifadesi ile eşleştirir.

Bu etkinlikte geometri sketchpadin sürüklenme özelliğinin dinamikliğinden yararlanılmaktadır. Öğrencinin önceden öğretmen tarafından hazırlanmış sketchpad sayfasında 'm' noktasını sürükleyerek denklemin grafiğindeki değişimi anında görmesi sağlanmıştır. Bu durumun, öğrencinin, 'm' değeri ile doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi görebilmesinde kolaylaştırıcı olduğu düşünülmektedir.

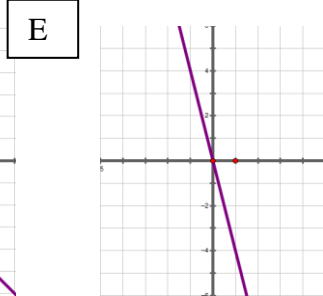
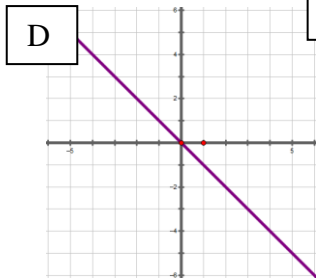
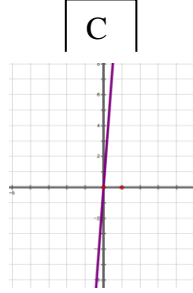
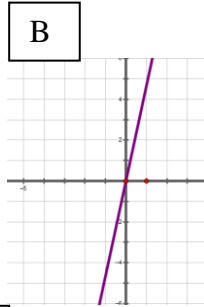
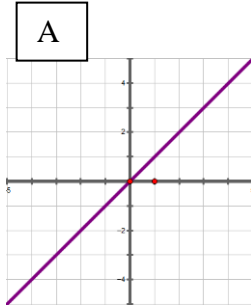
Sürüklenme özelliğinin, sürüklemenin yarattığı değişimi gözlemlemek amacıyla kullanıldığı ilk etkinlik olan bu etkinlikte öğrencilerin rastgele değil amaçlı sürüklenme yapmaları gerekmektedir. Öğrencilerin 'm' noktasını rastgele, sürüklemenin grafikte yarattığı değişikliği izlemeden, hızlı bir şekilde sürüklemeleri durumunda cebirsel ifade ile grafiği arasındaki dinamik ilişkiyi görmeleri zorlaşacaktır. Öğrencilerin değişimi gözlemlemelerinin yanında kendi cümleleri ile ifade etmelerinin önemli olduğu düşünülmüş; değişimi kendi ifadeleri ile tanımlayıp yazmaları için soruların altında cevaplarını yazacakları alanlar bırakılmıştır.

Etkinliğin sonunda 'm' değeri ile grafik arasındaki ilişkiyi keşfeden öğrencinin öğrendiklerini uygulaması ve pekiştirmesi için 6 grafik ve 6 cebirsel ifade verilmiş; öğrencilerden, aynı durumu ifade eden iki temsili eşleştirmeleri istenmiştir.

DOĞRULARI TANIYORUM!

1. Doğruları tanıyorum sketchpad sayfasını açın.
2. Sketchpad sayfasında m noktasını sürükleyerek **m=1** olmasını sağlayın.
3. $y=2x$, $y=3x$, $y=4x$ gibi $y=mx$ doğru grafiklerinde m değeri arttıkça doğrunun duruşu nasıl değişir? **tahmin edin.**
.....
.....
4. $y=mx$ doğru grafiğinde m değerinin artması için bir doğru üzerinde olan **m noktasını** sketchpad sayfasında **sağa doğru** ilerletin.
5. **m değeri arttıkça** grafik nasıl değişir? Gözlemlerinizi yazın. (doğrunun duruşu aynı zamanda hangi bölgede yer aldığına dikkatlice bakın).....
6. $y= -1x$, $y=-2x$, $y= -3x$ gibi $y= -mx$ doğru grafiklerinde **m değeri azaldıkça** doğrunun duruşu nasıl değişir? **Tahmin edin.**
.....
.....
7. $y=mx$ doğru grafiğinde m değerinin azalması için m noktasını 0'ın soluna doğru ilerletin.
8. **m değeri azaldıkça** grafik nasıl değişir? (Doğrunun duruşu aynı zamanda hangi bölgede yer aldığına dikkatlice bakın)
.....
9. $y=mx$ doğrusunda m değeri 0'dan küçük değerler aldığında ve 0'dan büyük değerler aldığında doğrunun duruşunda nasıl bir değişiklik olur?
.....
10. O halde **önce** aşağıdaki doğruları bu bilgilerinizi kullanarak cebirsel ifadeleri ile **eşleştirin** (denklemlerin yanlarına A,B,C... yazabilirsiniz)

Yaptıklarınızı **sketchpad'de** denklemlerin grafiğini çizerek kontrol edin.('kuralı uygula' etkinliğini hatırlayın)



$$y=x$$

$$y=5x$$

$$y=-x$$

$$y=-4x$$

$$y=-27x$$

$$y=18x$$

3.3.3. ‘Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. $y=x$ formundaki doğrulara sabit bir sayı eklenmesinin ($y=x+a$) doğrunun duruşunda neden olduğu değişimi görür ve yorumlar.
2. $y=x$ doğrusunun koordinat düzleminde eksenlere olan uzaklığını açıklar.
3. Sketchpad yardımıyla $y=x$ doğrusuna eklenen pozitif sabit sayının doğruyu, eklenen sayı kadar y ekseninin pozitif yönünde; eklenen negatif sabit sayının da eklenen sayı kadar y ekseninin negatif yönünde ötelediğini görür ve yorumlar.
4. $y=x$ doğrusuna eklenen sayının pozitif ya da negatif olmasının doğrunun doğrusallığını bozmadığını bilir.
5. $y=mx$ formundaki doğrulara eklenen sabit sayıların doğrunun duruşunda neden olduğu değişimi anlar.
6. $y=mx+a$ formunda verilen doğrusal denklemleri cebirsel ifadeleri ile eşleştirir.

Bu etkinlikte öğrencilerin önceden hazırlanmış geometri sketchpad sayfasında grafiği ve $y=mx+a$ formundaki cebirsel ifadesi verilmiş doğrusal denklemlerde ‘a’ ve ‘m’ değerleri ile, bu değerleri temsil eden noktaları doğru üzerinde sürükleyerek, doğrunun eksenleri kestiği nokta ya da doğrunun dikliği-eksenlere yakınlığı arasındaki ilişkiyi dinamik bir şekilde görmesi hedeflenmiştir.

Bir önceki etkinlikte temsiller arasındaki ilişkiyi-ortak özelliği görmek için sürükleme özelliğini kullanan öğrencilerin, bu etkinlikle, iki etkenin: a ve m, doğrusal denklemin grafiğinde neden olduğu değişimi görmesi amaçlanmıştır. Bu değişimi ekrandaki noktaların (a ve m) sürüklenmesi sonucu gözlemlemesinin yanında; öncesinde tahminlerde bulunmaları istenerek yazılımı kontrol aracı olarak da kullanabilmeleri sağlanmıştır. Önceki etkinlikte $y=mx$ doğrusal denklemlerinde ‘m’ değerinin, doğrunun duruşunda dikliğe ya da y eksenine yaklaşmaya neden olduğunu gören öğrencinin $y=mx+a$ cebirsel formundaki doğrusal denklemlerde de aynı etkiyi yaratıp yaratmayacağı merak konusu haline getirilmeye çalışılmış ve tahmin yürütmeleri istenmiştir. Tahminlerini kontrol etmek için yazılımı kullanan öğrencilerin değişimi kendi cümleleri ile ifade etmeleri ve yazmaları için etkinlik kağıdında alanlar bırakılmıştır. Son olarak öğrendiklerini uygulamaları ve pekiştirmeleri için 4 tane grafik ve cebirsel ifade verilerek aynı durumu temsil edenlerin eşleştirilmesi istenmiştir.

DOĞRULARA SABİT SAYI EKLIYORUM

1. Doğrulara sabit sayı ekliyorum sketchpad sayfasını açın.
2. $y=mx+a$ doğrusunda öncelikle $a=0$ ve $m=1$ olan ($y=1.x+0$ ise $y=x$) $y=x$ doğru grafiğini göreceksiniz.
3. $y=x$ doğrusunun koordinat düzlemindeki yeri için ne diyebilirsiniz?
.....
.....
.....
4. $y=x$ doğrusuna **sabit bir sayı eklense** $y=x+a$ gibi, sizce $y=x$ doğrusunda nasıl bir değişme olur? Tahmin ediniz. (Doğrusal olmaktan çıkar mı? Yer mi değiştirir? Eğer yeri değiştirse nasıl değişir?)
.....
.....
.....
.....
5. Sketchpad sayfasında görünen **a** noktasını 0'ın **sağına** doğru hareket ettirdiğinizde $y=x$ doğrusuna artarak pozitif sayı eklenmiş olacaktır ($y=x+a$ yani $y=x+1$, $y=x+2$, $y=x+3$ gibi).
6. Doğrunun değişimini gözlemleyin ve nasıl değiştiğini aşağıya yazın ($a=1$ olduğunda doğruya ne oldu? $a=2$ olduğunda doğruya ne oldu? Yer mi değiştirdi? Yer değiştirdiyse, hangi yönde, kaç birim yer değiştirmiştir?).....
.....
.....
.....
7. Aynı şekilde sketchpad sayfasında görünen **a** noktasını **0'ın soluna** doğru hareket ettirin böylece $y=x$ doğrusuna negatif sayılar eklemiş olacaksınız ($y=x-a$ yani $y=x-1$, $y=x-2$ gibi).
8. Doğrunun değişimini gözlemleyin ve nasıl değiştiğini aşağıya yazın. ($a=-1$ olduğunda doğru nasıl değişti? $a=-2$ olduğunda doğru nasıl değişti? Yer mi değiştirdi? Yer değiştirdiyse, hangi yönde kaç birim?)
.....
.....

DOĞRULARA SABİT SAYI EKLIYORUM 2

9. $y=mx$ ($y=2x$, $y=3x$ gibi) doğrularına da sabit sayı eklediğimizde değişim aynı şekilde olur mu? tahmin edin ($y=mx+a$ yani $y=2x+1$, $y=3x+4$ gibi).

.....
.....
.....

10. $y=x$ doğrusunu, m noktasını hareket ettirerek $y=3x$ doğrusu haline getirin.

11. $y=3x$ doğrusuna sabit bir **pozitif sayı** eklendiğinde değişim $y=x$ doğrusundaki gibi mi olur? açıklayın ('doğrulara sabit sayı ekliyorum 1' etkinliğinde yaptıklarınızı hatırlayın).

.....
.....
.....

12. $y=3x$ doğrusuna sabit bir **negatif sayı** eklendiğinde değişim $y=x$ doğrusundaki gibi mi olur? açıklayın ('doğrulara sabit sayı ekliyorum 1' etkinliğinde yaptıklarınızı hatırlayın).

.....
.....
.....

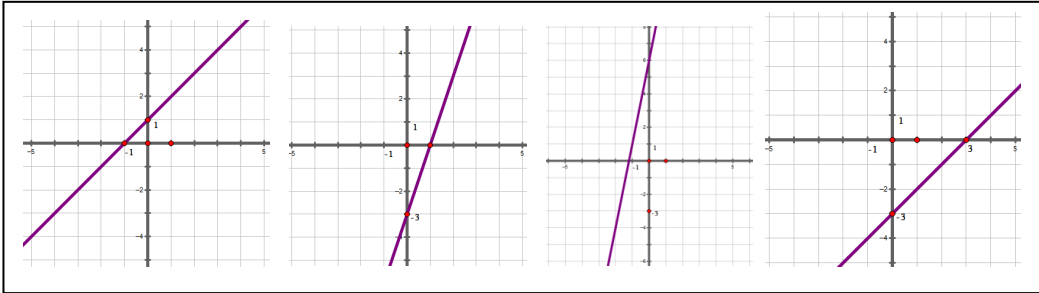
13. Tüm bu örnek durumları göz önünde bulundurarak aşağıdaki cebirsel ifade ve grafiklerini oklar çizerek eşleştirin.

$$y=x+1$$

$$y=5x+6$$

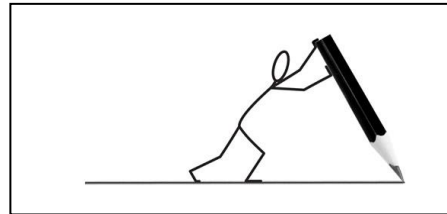
$$y=x-3$$

$$y=3x-3$$



BAŞARILAR

Ö6 DENİZ



3.4.Dördüncü Grup Etkinlikler

Dördüncü grup, iki etkinlikten oluşmaktadır: ‘Eksenle Ortak Noktamız Nedir?’ ve ‘Eksenle Ortak Noktamız Neresi?’

‘Eksenle Ortak Noktamız Nedir?’ isimli etkinlikte öğrencilerin önce koordinat düzlemindeki doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatlarındaki ortak özelliği fark etmeleri sonra da bundan yararlanarak cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin grafik temsilini kullanmadan eksenleri kestiği noktaları denklem çözümü yaparak bulabilmeleri amaçlanmaktadır.

‘Eksenle Ortak Noktamız Neresi?’ isimli etkinlikte ise, cebirsel çözüm yoluna alternatif olarak cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin sözel olarak yorumlanması; değişkenler arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirlendikten sonra yazılımın sağladığı kolaylıktan yararlanarak koordinat düzleminde gösterilen ikililerin oluşturduğu doğrunun çizilerek doğrunun eksenleri kestiği noktalarının görülmesi hedeflenmektedir.

3.4.1.‘Eksenle Ortak Noktamız Nedir?’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. Doğrunun x ve y eksenini ile ortak noktasının (doğrunun eksenleri kestiği nokta) koordinatlarındaki değişimi noktayı sürükleyerek gözlemler ve yorumlar.
2. Doğrunun eksenleri kestiği noktalarındaki koordinatlarının $(x,0)$ ve $(0,y)$ olduğunu görür ve bilir.
3. Doğru denkleminin, bu doğru üzerindeki (x,y) ikililerindeki x ve y’ler arasındaki ilişkiyi anlattığını görür ve bilir.
4. Doğru denklemi verildiğinde x eksenini kestiği noktayı bulmak için y’ye ‘0’ vererek denklemi çözmek gerektiğini bilir.
5. Doğru denklemi verildiğinde y eksenini kestiği noktayı bulmak için x’e ‘0’ vererek denklemi çözmek gerektiğini bilir.
6. Denklemi verilen doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktayı belirleyebilir.

Bu etkinlikte öncelikle öğrencilerin x ve y ekseninde iki nokta alarak bu noktalardan geçen doğruyu oluşturmaları istenmiştir. Eksenler üzerindeki noktaların koordinatlarını belirleyerek bu koordinatlardan, yazılımı kullanarak, tablo oluşturmaları ve noktayı eksen üzerinde sürükledikçe değişen koordinat değerlerinin tabloda görünmesi sağlanmıştır. Böylece öğrencinin eksenler üzerinde yer alan noktaların koordinatlarının ortak özelliğini görebilmesi ve bir genellemeye ulaşması sağlanmaya çalışılmıştır. ‘ x eksenindeki noktaların koordinatlarında y (ordinat) değeri hep sıfır olmakta; y eksenindeki noktaların koordinatlarında x (apsis) değeri hep sıfır olmaktadır’ yargısına ulaşan öğrencinin cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin, eksenleri kestiği noktaları belirleyebilmeleri için bu yargıdan yararlanmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bu aşamada öğrencilerden denklemde ‘ x ’ yerine ‘ 0 ’ vererek ‘ y ’ değerini bulmaları; ‘ y ’ yerine ‘ 0 ’ vererek ‘ x ’ değerini bulmaları istenmiş; böylece cebirsel ifadesi verilen doğrusal bir denklemin, grafiği çizilmeden de, grafiğinin eksenleri kestiği noktalarının belirlenebileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Etkinliğin bu aşaması cebirsel ifadelerle işlem ve denklem çözümü gerektirmiştir.

Görevin son aşamasında öğrencilerden, cebirsel ifadeleri verilen üç doğrusal denklemi sırasıyla x ve y 'ye 0 vererek çözmeleri ve sırasıyla doğrunun y ve x eksenlerini kestiği noktaların koordinatlarını bulmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin etkinlik süresince öğrendiklerini uygulayabilecekleri alan yaratılmıştır.

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NEDİR? 1

1. Boş bir sketchpad sayfası açın.
2. Ekranda koordinat sistemini gösterin.
3. **Doğru** komutunu kullanarak **x ekseninde (-3)** noktasını, **y ekseninde (5)** noktasını tıklayarak bu noktalardan geçen bir doğru oluşturun.
4. Oluşturduğunuz doğrunun **x ve y eksenleri ile ortak noktası** nedir?
x eksenini ile.....y eksenini ile
5. Bu noktaların koordinatlarını tam olarak belirlemek için sketchpadten yararlanın. Bunu yaparken '**Hazine Adası**' ve '**Türkiye Turu**' etkinliklerinde gerçekleştirdiğiniz adımları hatırlayın.
6. **x eksenini kestiği noktayı** tutarak eksen üzerinde sola ve sağa doğru sürükleyin. 5. adımda bulduğunuz noktanın koordinatının değişimini gözlemleyin.
7. x eksenini kestiği noktanın koordinatlarını bir tablo oluşturarak izleyin. Bunu yapmak için aşağıdaki adımları izleyin:
 - Koordinata tıklayıp aktif hale getirin.
 - **Number** menüsünden **tabulate** komutuna tıklayarak koordinatı tablo haline getirin.
 - Tablo aktif haldeyken **number** menüsünden **add table data** komutuna tıklayın.
 - Karşınıza çıkan ekrandan **add 10 entries as values changes** bölümünü işaretleyin ve **OK** tıklayın.
 - **Ekseni kestiği noktayı** eksen üzerinde **sürükledikçe** tabloda **(x,y) ikililerinin** arttığını göreceksiniz.
8. **x eksenini kestiği noktaların** koordinatlarının **ortak özellikleri** nelerdir? Tabloya bakarak yorumlayınız.
.....
.....
9. **y eksenini kestiği noktanın** koordinatlarını bir tablo oluşturarak izleyin. Bunu yapmak için yukarıda yaptığımız adımları hatırlayın.
10. **y eksenini kestiği noktanın** koordinatlarının **ortak özellikleri** nelerdir? Tabloya bakarak yorumlayınız.
.....
.....
11. Oluşturduğunuz doğru grafiğinizin denklemini sketchpad yardımıyla bulun. Bunu yaparken '**KURALI UYGULA 2**' etkinliğinde yaptıklarımızı hatırlayın.
12. Aşağıya doğrunuzun denklemini yazınız.
.....
.....
13. Örneğin $y=2x-2$ doğrusunu ele alalım. Bu denklem bize şunu anlatmaktadır: y değerleri, x değerlerinin 2 katından iki eksiktir.
Bundan yola çıkarak kısaca, 'denklemlerde; x ile y arasındaki ilişki ifade edilmektedir' diyebilir miyiz?
.....
14. Peki sizin doğrunuzun denklemine bakarak x ve y arasındaki ilişkiyi yazabilir misiniz?
.....

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NEDİR? 2

15. Burada eksenleri kestiği noktayı eğer **grafik** verilmişse görmek ve belirlemek kolay, ancak grafiği verilmeyen bir doğrusal denklemde (doğrusal denklem **cebirsal** olarak verildiğinde) eksenleri kestiği noktayı belirlemek için sizce ne yapılabilir?

Örneğin ' $y=3x-6$ doğrusunun koordinat düzleminde eksenleri kestiği noktaların koordinatları nedir' sorusuna nasıl cevap bulabilirsiniz?

.....
..... Bu denklemin **x eksenini kestiği nokta** (x,y) ikilisi olarak ifade edilirse, x ve y den hangisi kesinlikle bellidir diyebiliriz ve kaçtır? (8. soruya verdiğiniz cevaptan yararlanabilirsiniz)

-
...
16. Eğer iki bilinmeyenli bir denklemde bilinmeyenlerden biri artık biliniyorsa diğerini bulabilir misiniz?

-
...
17. $y=3x-6$ doğrusunda **x eksenini kestiği** noktanın koordinatında **belli olan değeri** kullanarak bilinmeyen koordinatı bulun ve eksen kestiği noktayı **(x,y) ikilisi** olarak yazınız.

.....
.....
.....

18. $y=3x-6$ doğrusunda bu sÖlr, **y eksenini kestiği** noktanın koordinatında **belli olan değeri** kullanarak diğerini hesaplayın ve eksen kestiği noktayı **(x,y) ikilisi** olarak yazınız.

.....
.....
.....

19. Aşağıda cebirsal gösterimleri verilen doğru denklemlerinin x ve y eksenlerini kestiği noktalarını bulunuz.

$$y=x+4$$

$$2x-3y=6$$

$$x+2y=-4$$

BAŞARILAR

SİBELDENİZ



3.4.2. 'Eksenle Ortak Noktamız Neresi?' Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. Denklemi verilen doğruyu sözel olarak (x ile y arasındaki ilişkiyi) ifade edebilir.
2. Denklemdaki x ile y arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleyebilir.
3. (x,y) ikililerini geometri sketchpad yardımıyla koordinat düzleminde gösterir ve noktalardan oluşan doğruyu çizebilir.
4. Koordinat düzleminde grafiği çizilen doğrunun eksenleri hangi noktalarda kestiğini belirleyip (x,y) ikilisi şeklinde ifade edebilir.

Bu etkinlikte öğrencilerden gerçekleştirilmesi beklenen tüm adımlar daha önceki etkinliklerde öğrenciler tarafından yapılmış ve öğrencilerin pratik kazandıkları düşünülmüştür. Bu nedenle burada önemle üzerinde durulması gereken kavramın 'doğrunun, eksenleri kestiği nokta' kavramı olduğu düşünülmektedir. Görevde yapmaları beklenen adımları kolaylıkla yapabileceklerine inanıldığından eksenleri kestiği nokta ile kastedilenin ne olduğu, başka ne şekilde ifade edilebileceği üzerinde durulması ve eksenler üzerindeki noktaların kordinatlarının ortak özelliğine dikkat çekilmesi amaçlanmıştır.

Etkinlikte öğrencilerden öncelikle cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemdeki x ve y değişkenleri arasındaki ilişkinin sözel olarak ifade edilmesi ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerinin belirlenmesi istenmiştir. Kurala uygun belirlenen ikilileri koordinat düzleminde göstermeleri ve bu noktaların doğrusallığından yararlanarak noktalardan geçen doğrunun çizilmesi istenmiştir. Koordinat düzleminde gösterilen doğrunun eksenleri kestiği ya da doğrunun eksenlerle ortak noktasının koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde ifade etmeleri görevde öğrencilerden istenen son adımdır.

Etkinliğin sonunda öğrencilerden, aynı aşamaları gerçekleştirerek, cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin eksenleri kestiği noktaları belirlemeleri ve (x,y) ikilisi şeklinde yazmaları istenmiştir.

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NERESİ?

1. Boş bir sketchpad sayfası açın.
2. Ekranda koordinat düzlemini gösterin.
3. $y = 2x - 6$ şeklinde verilen doğru denkleminde x ve y arasındaki ilişkiyi yazın.

.....
.....
.....
.....

4. X ve y 'ler arasındaki ilişki yukarıdaki gibi olan (x,y) ikilileri yazın. (en az 2 tane)

.....
.....
.....
.....

5. Dördüncü adımda belirlediğiniz noktaları sketchpad yardımıyla koordinat düzleminde gösterin.
6. Belirlediğiniz noktalardan geçen doğruyu çizip; bu doğrunun eksenleri kestiği noktaları işaretleyiniz.
7. Eksenleri kesen noktaların koordinatlarını aşağıdaki boşluğa yazınız.

.....
.....
.....

8. Aynı işlemi $4x - y = 8$ doğru denkleminin için tekrarlayın.

BAŞARILAR

SİBEL DENİZ

3.5.Beşinci Grup Etkinlik

Bu grup tek etkinlikten oluşmaktadır. ‘Troposfer’ isimli etkinlik öğrencilerin tüm etkinliklerde öğrendiklerini, karşılaştıkları bir gerçek yaşam problemine, ne şekilde ve ne kadar aktarabileceklerini görmek amacıyla hazırlanmıştır.

Etkinlikte, gerçek yaşam durumunun doğasına uygun bir problem hazırlanmaya çalışılmıştır. Probleme sayısal verilerin yokluğu dikkat çekmektedir; bununla amaçlanan öğrencinin işlemsel becerilerini kullanarak probleme, işleme dönük çözüm yolları aramasını engellemeye çalışmak ve çözüme yönelik davranışlardan önce problem durumunu anlamlandırması ve üzerinde düşünmesini sağlamaktır.

3.5.1.‘Troposfer’ Etkinliği ile Hedeflenen Matematiksel Kazanımlar

1. Problemi anlar ve yorumlar.
2. Probleme uygun çözüm yolları belirler.
3. Belirlenen çözüm yoluna uygun adımları doğru bir şekilde gerçekleştirir.
4. Duruma uygun temsili seçer ve o temsili doğru bir şekilde kullanır.
5. Çözümde kullandığı temsilleri kendi içinde ve temsiller arasındaki bağı kurarak yorumlar.

TROPOSFER



Troposfer atmosferin yere temas eden en alt katmanıdır ve yaklaşık olarak 16-17 km kalınlığındadır. Atmosferin en önemli katmanıdır diyebiliriz çünkü gazların %75'i; su buharının ise tamamı bu katmanda bulunur. Troposfer genellikle yerden yansıyan güneş ışınlarıyla ısınır bu nedenle alt kısmı daha sıcaktır ve yerden yükseldikçe sıcaklık her 100 metrede 0.50 C azalır.

Dünyanın en yüksek dağlarından biri olan Everest'e bugün tırmanış yapan bir grup dağcı tırmandıkça sıcaklığın nasıl olacağını öğrenmek istiyor. Onlara nasıl yardımcı olabilirsiniz?

4. BULGULAR

4.1. Enstrümantal Oluşumlar

Elde edilen verilerin enstrümantal yaklaşım çerçevesinde analiz edileceği bu bölümde analizler bölüm 1.2.1’ de detaylı olarak tanıtılan teorik yaklaşıma göre iki açıdan incelenecektir:

Artefact Boyutu:

Etkinlikler, artefactlar (komutlar) açısından değerlendirilecek ve bu artefactlardan etkinlikte önemli bir yere sahip olduğuna inandıklarımız, potansiyelleri ve sınırlılıkları ile birlikte ayrıntılı bir şekilde ele alınacaktır.

Enstrümantal Eylem Şemaları:

Öğrencilerin etkinliklerdeki artefact kullanımlarına bağlı olarak ortaya koydukları teknikler, epistemik ve pragmatik teknikler olarak sınıflandırılacaktır. Epistemik tekniklerde öğrencilerin matematiksel bir problemi çözmek için kullandıkları tekniklere yer verilirken, pragmatik tekniklerde araç kullanım tekniklerine odaklanılacaktır. Öğrenciler pragmatik ve epistemik tekniklerin ayrıldığı kategoriler tarafından incelenmiş ve öğrencilerin bu kategorilerde benzer özelliklere sahip olup olmadığına bakılmıştır. Yapılan çalışmalar Grup 1 ‘deki pragmatik teknikler için ayrıntılı bir şekilde açıklandığından diğer gruplarda ve tekniklerde yineleme ihtiyacı duyulmamıştır.

Bu tekniklerden yola çıkarak etkinlik gruplarında belirlenen temel kazanım için, başarılı bir enstrümantal oluşum sürecinden sonra ortaya çıkması beklenen enstrümantal eylem şemalarının temel bileşenleri tanımlanacaktır.

4.1.1. Grup 1 Etkinlikleri (Hazine Adası ve Türkiye Turu)

4.1.1.1.Artefact Boyutu

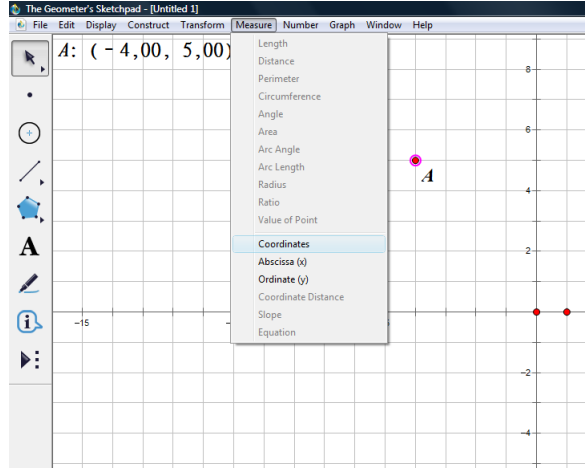
Artefactlar	Hazine Adası	Türkiye Turu
Snop points	+	-
Coordinates	+	+

Tablo 7: Grup 1 etkinlikleri artefact boyutu

Grup1 etkinliklerinde snop points ve coordinates komutu öğrenciler tarafından kullanılması beklenen artefactlar olarak karşımıza çıkmaktadır. İlk etkinlikte her iki artefactın ikinci etkinlikte ise sadece coordinates'in kullanımı söz konusudur.

Grup 1 deki etkinliklerde kullanılması beklenen en önemli komut ise 'coordinates' komutudur denilebilir. Geometri sketchpad te 'coordinates' komutunun işlevi ve kullanım şekli aşağıdaki gibidir:

measure (menüsünden) → coordinates (komutu)



Şekil 12: 'coordinates' komutunun uygulanması

- Measure menüsü; uzunluk, uzaklık, çevre, açı, alan, eğim, denklem, koordinat gibi ölçümlerin yapıldığı bir menüdür. Bir noktanın ayrı ayrı x ve y eksenlerine olan uzaklıkları ölçülebileceği gibi, bu menüyle (x,y) ikilisi şeklinde noktanın koordinatı da hesaplanabilmektedir. Bu menüdeki komutların doğru ve etkili kullanılabilmesi için ölçmek istenilenin özelliğine dikkat edilerek buna uygun nesnelere seçilmelidir. Örneğin uzaklık ölçmek istediğimizde iki nesne (nokta-

nokta ya da nokta-doğru parçası) seçilirken; uzunluk ölçmek istediğimizde tek bir nesneyi (doğru parçası) seçmek, koordinat belirlemek için de noktayı seçmek yeterli olacaktır. Uygun nesnenin seçilmesi şartı öğrencinin ‘doğrunun koordinatı bulunamaz ama noktanın koordinatı bulunur’ gibi koordinat düzleminde koordinatı bulunan nesnelerin ‘noktalar’ olduğu genellemesine varmasını sağlayabilir.

- Coordinates komutu; bir doğrunun koordinat düzlemindeki yerini equation komutu belirlerken; noktanın koordinat düzlemindeki yerini coordinates komutu belirlemektedir. Bu komutun aktif olabilmesi için koordinat düzlemi üzerinde yer alan bir noktanın seçilmesi gerekmektedir. Noktayı seçip coordinates komutuna tıkladığımızda noktanın koordinatı (x,y) ikilisi şeklinde koordinat düzleminde görünür. Böylece öğrenci seçili olan noktanın düzlemdeki yeri ile ekranda görünen koordinat değerleri arasındaki ilişkiyi kolaylıkla görebilir.

Türkiye Turu ve Hazine Adası etkinliklerinde bir noktanın koordinatını belirlemeyi gerektiren durumlara örnekler verilmiş ve her iki durumda da öğrenciden haritayı inceleyerek, üzerinde alınan noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde belirleyip etkinlik kağıdı üzerine yazması istenmiştir. Noktaların koordinatını kağıda yazan öğrencinin, koordinatları kontrol etmesi istenmiş, öğretmen onayı ya da düzeltmesine ihtiyaç duymadan tamamladığı görevin kontrolünü de coordinates komutunu kullanarak, kendisinin yapması sağlanmıştır.

4.1.1.2.Enstrümantal Eylem Şemaları

Etkinlik Uygulama Akışı

Etkinliğe, bilgisayarda yer alan dosyaları öğrencilerin açarak hazırlanmaları ile başladı. İlk etkinlik olduğu için çalışma sayfasının açılmasında bazı küçük teknik sorunlar yaşandıysa da öğretmenin verdiği yönergeler doğrultusunda sorunlar halledilebildi. Etkinlik tanıtımı öncelikle öğretmenin tahtada koordinat düzlemini tanıtımı ile başladı. Eksenler, isimleri ve işaretleri, orijin, koordinat düzlemindeki

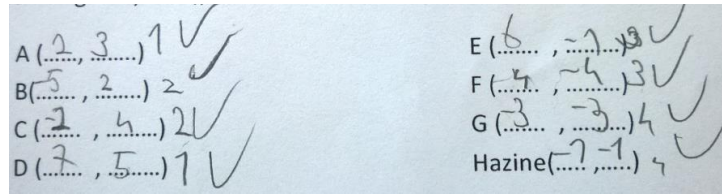
bölgeler ve sıralanışı ve koordinat belirleme konusunda bilgi verildi. Bir noktanın koordinatını belirlemek için öncelikle o noktanın, orijinden x ekseninde (yani sağa-sola) ne kadar uzaklaştığına bakılıp uzaklaşma yönünden yararlanarak işaretine karar verilmesi gerektiği ifade edildi. Sonra noktanın, orijinden y ekseninde (yani yukarı-aşağı) ne kadar uzaklaştığına bakılıp uzaklaşma yönünden yararlanarak işaretine karar verilmesi gerektiği; en son olarak belirlenen değerlerin (x,y) ikilisi şeklinde yazılması gerektiği ifade edildi. Tahtada çizilen koordinat düzlemi üzerinde önce öğretmen tarafından örnekler yapıldı; sonra öğrencilerin verilen noktaların koordinatlarını belirlemesinin ardından hazine adası etkinliğine geçildi. Noktaların koordinatını belirleyip etkinlik kağıdına yazmayı başarı ile tamamlayan öğrenciler, snop points komutu ile noktaların koordinatlarının küsüratlı çıkmamasını sağladıktan sonra coordinates komutunu kullanarak belirledikleri koordinatları kontrol ettiler.

1. grup etkinliklerin ikinci etkinliği olan Türkiye Turu etkinliğinde öğrenciler etkinlikle baş başa bırakıldı. Turda yer alan tüm şehirlerin koordinatını belirleyen ve etkinlik kağıdına yazan öğrenciler coordinates komutunu kullanarak koordinatları kontrol ettiler. Öğrenciler turdaki şehirlerin koordinatlarını belirlerken bir yandan da koordinat kelimesini daha önce duyduklarını, bilgisayar oyunlarında ya da filmlerde karşılaştıklarını ancak bir anlam veremediklerini, bundan sonra anlayabileceklerini dile getirdiler. Aynı zamanda Ö3, etkinlikte koordinat belirlemenin kolay olduğunu ancak gerçek hayatta koordinatın nasıl belirleneceğini anlamadığını ifade etti. ‘Bizim evin koordinatını nasıl belirleyeceğiz?’ sorusunu sorarak güzel bir tartışmanın başlamasına vesile oldu. Bu tartışmaya öğrencilerin katılımıyla öneriler getirmeleri sağlandı ve rahatça fikirlerini söyleyen öğrenciler son olarak, bir merkez nokta belirlenmesi gerektiği ve bu noktadan yararlanarak kendi evlerinin koordinatlarının belirlenebileceği sonucuna vardılar.

4.1.1.2.1. Birinci Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları

Ö1'in Çalışması

- İşaretçiyi tahtada kullanabileceği bir kalem ya da eli gibi kullanarak noktanın orijinden uzaklığını belirler.
- Sonrasında noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde measure menüsünden coordinates komutunu kullanmadan etkinlik kağıdına doğru bir şekilde yazar.



Ö1'in etkinlik kağıdından bir görüntü

- Snop points komutunu kullanarak noktaların, ızgaraların tam köşesine gelmesini böylece coordinates komutu ile kontrol edildiğinde küsüratlı çıkacak koordinat değerlerinin tam sayı olmasını sağlar.
- Coordinates komutunun aktif olması için gerekli olan noktanın seçilmesi şartını kendi çabalarıyla öğrenir ve bunu kullanarak yazılımsız belirlediği koordinatların doğruluğunu measure menüsünden coordinates komutu ile kontrol eder.
- Koordinatını belirlemek istediği noktanın dışında başka bir nokta ya da nesne seçili kaldığında noktanın koordinatı belirlenemediğinden istenmeyen nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için üzerine tıklama özelliğini kendi çabalarıyla öğrenir ve kullanır.
- Noktaların koordinatını belirledikten sonra koordinatın yazılı olduğu metinler, ekranda üst üste gelip koordinatların görülmesi zorlaştığından ekranda sadeliği ve düzeni sağlamak için kontrol ettiği noktaların koordinatlarının yazılı olduğu metinleri siler.

Ö2'nin Çalışması

- İşaretçiyi tahtada kullanabileceği bir kalem ya da el gibi kullanarak sketchpad ekranında verilen görselin üzerinde yer alan noktaların orijinden uzaklığını dalgalar çizerek belirler.
- Sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını measure menüsünden coordinates komutunu kullanmadan (x,y) ikilisi şeklinde etkinlik kağıdına yazar.
- Snop points komutu ve sürükleme aracı ile noktaların, ızgaraların tam köşesine gelmesini böylece coordinates komutu ile kontrol edildiğinde küsürlü çıkacak koordinat değerlerinin tam sayı olmasını sağlar.
- Snop points komutunda gerekli olan sürükleme eyleminde istenmeyen nesnelerin de sürüklenmesiyle önceden hazırlanan geometri sketchpad taslağının bozulmasına neden olduğundan taslağın ilk haline geri dönmek için geometri sketchpad sayfasını kaydetmeden kapatıp yeniden açar.
- İstenmeyen nesnelere seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa ya da istenmeyen nesnenin üzerine tıklaması gerektiğini fark edemeyince öğretmene danışır ve öğretmenden aldığı 'boşluğa tıklayarak seçili olmaktan kurtarma' bilgisini kullanmaya başlar.
- Yazılımsız belirlediği nokta koordinatlarını belirlerken noktanın seçili olması gerektiğini göremediğinden öğretmene danışır ve bundan sonra noktayı seçip measure menüsünden coordinates komutunu kullanarak noktaların koordinatını kontrol eder.

Ö2: Hocam olmuyor.

Öğretmen: *Olmuyor değil mi? Acaba noktadan başka bir şey mi tıklı? Mesela nokta tıklı tamam ama bak şuraları da pembe pembe olmuş. Resme de tıklamışsın galiba. Sadece noktaya tıkla. Sadece noktaya. Onun dışında başka birşeye tıklayınca bilgisayarın kafası karışıyor. Neyin koordinatını bulacağım ben diyor.*

Ö3'ün Çalışması

- Geometri sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını yazılım kullanmadan (x,y) ikilisi şeklinde belirlerken noktanın orijinden eksenler üzerinde ne kadar uzaklaştığını belirleyebilir ancak önce x eksenindeki uzaklaşmayı sonra y eksenindeki uzaklaşmayı (x,y) şeklinde yazmakta zorlanır. Aynı zamanda orijinden uzaklaşmanın yönüne yani işaretine karar vermede zorluk çeker.

Ö3: Öğretmenim hangisini önce yazacağımızı nasıl bileceğiz?

Öğretmen: Önce x eksenini yazıyorduk sonra y eksenini yazıyorduk.

Ö3,: He! Evet, doğru tahmin etmişim.

- Snop points komutu ile noktaları sürükleyip ızgaraların tam köşesine getiremez.

Ö3: Öğretmenim biz burada ne yapacağız ki?

Öğretmen: Her noktayı bulunduğu yerden biraz sürükleyip yine eski yerine getirin demiş. Onun amacı ne biliyor musunuz? Nokta tam köşelere gelsin. O karelerin (ızgaraların) tam köşelerine gelsin.

Öğretmen: Ö3, senin sayıların hep virgüllü çıkmış. Demek ki sen graph menüsünden snap points komutuna tıklayın demiş ya o aşamayı yapmamışsın. O yüzden senin sonuçların hep virgüllü çıkmış.

- Ekranın görünümünü düzenlemek için işaretçi ile sürükleme özelliğini kullanır. Ancak geometri sketchpad taslağındaki görseli sürükleyerek yanlışlıkla değiştirdiği yere geri getirmeye çalışsa da ilk haline gelmediğinden taslağı kapatıp tekrar açmak ister ancak kapatırken kaydet komutunu seçtiği için taslak bozulur. Bu nedenle etkinliğin ilk hali tekrar bilgisayara yüklenir.
- Coordinates komutu ile koordinatını belirlediği noktanın doğruluğunu kontrol ederken noktanın seçili olması gerektiğini ve nokta dışında seçili olan nesnelere seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa tıklamayı pek çok denemeden sonra öğrenir ve kullanır.
- Yazılımsız belirlediği koordinatların doğruluğunu measure menüsünden coordinates komutu ile kontrol eder ancak snop points komutunu kullanarak noktaların ızgaraların tam köşesine gelmesini sağlamadığından koordinatlar ondalık gösterimli çıkar.

- Ondalık gösterimli koordinat değerlerini yuvarlayarak kontrolünü yapsa da (x,y) ikilisi şeklinde yazarken önce x, sonra y eksenindeki ilerlemeyi yazmadığından ve ilerlemenin yönüne yani işaretine karar vermede sıkıntı yaşadığından çok sayıda yanlış çıkar.

Ö4'ün Çalışması

- Geometri sketchpad ekranında verilen görsel üzerindeki noktaların koordinatını belirlemek için noktanın eksenlerden uzaklaşma miktarını işaretçi ile değil; ekran üzerinden eliyle dalgalar çizerek belirler.
- Noktaların ızgaraların tam köşesine gelmesini böylece coordinates komutu ile noktanın koordinatı bulunduğunda tam sayı olmasını snop points komutunu kullanarak sağlaması gerekirken önce yapmaz; öğretmen uyardıktan ve nasıl yapması gerektiğini söyledikten sonra yapar.

Öğretmen: Bak, seninki mesela virgüllü çıkmış. Demek ki sen birinci aşamayı yapmamışsın Ö4.

Öğretmen: Adımları oku dikkatli bir şekilde. Atlamadan yap. Ne yap demiş? Önce şöyle yap; sonra böyle yap demiş.

Öğretmen: Oradan mı girin demiş? İlk başta nereden girin demiş? Şunu yaptın mı en baştakini?

Öğretmen: Her bir noktayı sürükleyip ve tekrar olduğu yere geri getir demiş. Aşağı indir yukarı kaldır mesela. Bir daha eski yerine geri getir. Her bir noktayı öyle yap. Hepsini. A'yı yaptın. B'ye de yap. C'ye de yap. D'ye de yap. Hepsini teker teker yap.

- Ekranda snop points komutunu kullanarak noktaları sürüklemek isterken görseli de sürükleyince ekran görünümünü eski haline getirmek için görseli işaretçi ile sürüklemeye çalışır.
- Görseli eski haline getirmek için sürüklese de doğru halini tam hatırlamadığından ekranı ilk haline getirmek için geometri sketchpad sayfasını kaydetmeden çarpıyla çıkıp yeniden açar.

Ö4: Öğretmenim zaten buraya (ekranı kastediyor) bir şey yazmadık. Kaydetmeyip bir daha açsak olur mu?

Öğretmen: Olur tabi ki.

- Coordinates komutunun aktif olabilmesi için koordinatı bulunacak noktanın seçili olması gerektiğini bildiğinden noktadan farklı bir nesne seçili olduğunda onu seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa ya da nesnenin üzerine tıklar.
- Snop points komutunu kullanmadan önce coordinates komutunu kullanarak noktanın koordinatını belirlediğinde noktanın koordinatının ondalık gösterimli olduğunu görür ve noktayı sürükleyerek koordinatın tam sayı olmasını sağlar.
- Coordinates komutunu kullanmadan belirlediği noktaların koordinatını kontrol ettiğinde (x,y) şeklinde yazarken önce x sonra y eksenindeki ilerleme miktarını yazmadığını ve ilerlemenin yönünde yani koordinatların işaretlerinde çok yanlış yaptığını görür.

Ö4: Öğretmenim y nin üst tarafı eksi mi oluyor?

Öğretmen: Üst tarafı, y'nin üst tarafı eksi miydi? (Diğer öğrencilere soruyorum)

Ö1: y'nin üst tarafı artı oluyor.

Ö4: Öğretmenim ben burada x ile y yi karıştırmışım. (Kontrol ettikten sonra)

Ö5'in Çalışması

- Sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını yazılım kullanmadan (x,y) ikilisi şeklinde doğru bir şekilde yazar. İlk dört noktanın koordinatını yazarken önce y sonra x'i yani (y,x) şeklinde yazsa da diğer öğrencilerin sorduğu sorular ve sınıf içerisindeki konuşmalardan sonra yanlışını fark edip her birinde sıralamayı düzeltir.

Ö5: Öğretmenim çok kolay ki bu.

Öğretmen: Dikkatli yazın yalnız. Öncelik hangisininindi?

- Önce snop points komutunu kullanmadan noktaların koordinatlarını coordinates komutunu kullanarak belirler ancak koordinatların ondalık gösterimli olduğunu görünce yanlış yaptığını düşünerek öğretmene gösterir. Öğretmenin yapmadan atladığı adımları göstermesiyle snop points komutunu kullanarak noktaları ızgaraların köşelerine gelecek şekilde sürükler.

Öğretmen: Hepsini sırayla azıcık sürükleyip sonra geri getiriyorsun (noktaları kastederek).

Ö5: Öyle yapmazsak öğretmenim ne olur?

Öğretmen: Senin yaptığın gibi virgüllü çıkıyor sayılar. Halbuki tam çıkmalı. Tam köşelerde olmalı o noktalar.

Ö6: Doğru yanlış olduğunu kontrol ederken hepsini birden mi yapacağız?

Öğretmen: Hayır birer birer. Hepsine birden tıklayınca olmuyor. Birer birer her sÖIrinde bir tanesini yapıyorsun. Sadece bir tanesi için yapıyorsun.

Ö5: Hepsini sizin dediğiniz gibi oynatalım mı?

Öğretmen: Hepsini.

Ö5: Hocam yaaa (hayıflanıyor).

- Nokta ya da nesnelerin yeri istemediği halde değişince eski yerine geri getirmek için sürükleme aracını kullanır ya da yanlış yaptığı adımı geri getirmek için kimi zaman ctrl+z kimi zaman da geometri sketchpad sayfasını kaydetmeden kapatıp yeniden açma tekniğini kullanır.
- Coordinates komutunu kullanarak noktaların koordinatlarını kontrol etmek için sadece koordinatı bulunmak istenen noktanın seçili olması gerektiğini bilir ve nokta dışındaki bir nesnenin seçili olması durumunda nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa tıklar.

Ö6'nın Çalışması

- İşaretçiyi tahtada kullanabileceği bir kalem ya da eli gibi kullanıp işaretçi ile dalgalar çizerek noktaların uzaklığını belirler. Ancak noktaların uzaklığını orijine göre belirlemediğinden koordinatları yanlış belirler. Yanlışını fark edince öğretmene sorar ve orijinden saymaya başlaması gerektiği bilgisini kullanarak diğer noktaların koordinatlarını yeniden gözden geçirir.

Ö6: Öğretmenim B'de yanlışlık yok mu?

Öğretmen: Bursa da mı? Hayır. (ona göstermek için ekranından, noktaya kadar eksenlerdeki ilerlemeyi sayıyorum)

Ö6: Hmmm, hep buradan mı başlıyoruz? (orijini kastediyor)

Öğretmen: Evet hep ortadan başlıyorsun saymaya. Hep sıfırdan başlıyorsun.

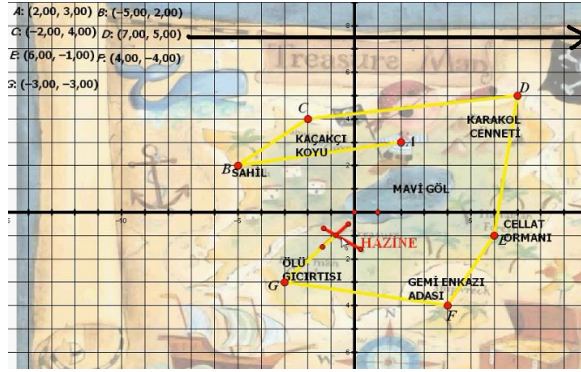
Aynı şekilde ilerlemenin yönüne karar vermede ve (x,y) şeklinde önce x sonra y'nin yazılmasında zorluk yaşar.

Ö6: Öğretmenim şey... artı eksi olduğunu nereden anlayacaktık?

Öğretmen: Ne taraf artıydı? (sağı işaret ediyorum) Ne taraf eksiydi? (solu işaret ediyorum). (Ö6 yine anlamamış bir şekilde bakınca)

Öğretmen: Hatta yukarıda bir tane örnek var. O örnekten de yararlanabilirsiniz mesela. (Etkinlik kağıdındaki örneği gösteriyorum)

- Ondalık gösterimli koordinat değerlerinin tam sayı olmasını snop points komutu ile sürükleme aracını kullanarak yapmaya çalışırken ekrandaki görsel sürüklendiğinde, görselin tamamını ekranda göremediğinde ya da koordinatların yazılı olduğu metinler üst üste geldiğinde işaretçi ile nesneyi sürükler.



Her noktanın kordinatı ekranın sol üst köşesinde görünür. Bu nedenle tüm kordinatların üst üste gelmemesi için Ö6, yeni kordinatları sürükleyerek ekranı düzenler.

Ö6'in Ekran Kaydından Bir Görüntü

- İstemediği halde yeri değişen bir nokta ya da nesne olduğunda taslağın ilk haline ulaşmak için geometri sketchpad sayfasını kaydetmeden kapatıp tekrar açar.
- Coordinates komutu ile noktanın koordinatını belirleyip kontrol ederken sadece noktanın seçili olması gerektiğini bilir ve nokta dışında seçili olan bir nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için nesnenin üzerine tıklar.
- Coordinates komutu ile koordinatı belirleyip koordinatın ondalık gösterimli olduğunu görünce noktayı sürükleyerek tam sayı yapmaya çalışır.
- Sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde yazılım kullanmadan ancak ufak desteklerle doğru bir şekilde belirler.

4.1.1.2.2.Enstrümanlı Teknikler

Pragmatik Teknikler: Aşağıdaki tabloda öncelikle öğrencilerde pragmatik tekniklerin varlığı-yokluğu (+) ve (-)'lerle ifade edilmiş olup, pragmatik teknikler kendi içerisinde iki ana başlık altında toplanmıştır: 'yazılımı düzeni sağlayan, işleme yeniden başlamayı kolaylaştıran bir araç olarak görme ve kullanma' ve 'yazılımdaki komutların aktif olma şartını belirleyebilme'.

Koordinat Düzleminde Verilen Bir Noktanın (x,y) Formunda Koordinatını Belirleyebilme ve Yazılımla Kontrol Edebilme							
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	
PRAGMATİK TEKNİKLER							
Yazılımı düzeni sağlayan, işleme yeniden başlamayı kolaylaştıran bir araç olarak görme ve kullanma	İşaretçiyi tahtada kullanabileceği bir kalem ya da eli gibi kabullenir.	+	+	-	-	-	+
	Ekranın görünümünü düzenlemek için işaretçi ile sürükleme özelliğini kullanır.	-	-	+	+	+	+
	Ekranı sadeliği ve düzeni sağlamak için gereksiz görüntüleri silme özelliğini kullanır.	+	-	-	-	-	-
	Sketchpade istenmeyen yanlış bir şey yaptığında ilk haline getirmek için kaydetmeden çarpıyla çıkıp yeniden açma özelliğini kullanır.	-	+	-	+	+	+
	Yanlış yaptığı bir adımı geri getirmek için ctrl+z yapar (kendi kararı)	-	-	-	-	+	-
	Komutların aktif olması için uygun nesnenin seçili olması gerektiğini (coordinates-nokta) bilir ve kullanır.	+	-	+	+	+	+
Yazılımdaki komutların aktif olma şartını belirleyebilme	Nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa tıklama özelliğini bilir ve kullanır.	-	+	+	+	+	-
	Nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için üzerine tıklama özelliğini bilir ve kullanır.	+	-	-	+	-	+

Tablo 8: Grup 1 etkinliklerinde gözlemlenen pragmatik teknikler

-Grup 1 Etkinliklerinde Öğrencilerin Pragmatik Tekniklerinde Benzerlik:

Öğrencilerde teknikler açısından benzerliğin olup olmadığına karar vermek için öğrencilerin kullandığı tekniklerin yüzdelik oranları kodlanarak bir grupta yapılmıştır. Bunun için öncelikle her öğrenci için kullandıkları tekniklerin belirlenen toplam teknik sayısına oranı bulunmuştur. (görülen teknik sayısı)/ (toplam teknik sayısı) şeklinde elde edilen bu oran yüzdeye çevrilerek ifade edilmiştir. Hesaplanan yüzdelere 0'dan 4'e kadar Tablo: 9'da verildiği gibi kodlanmıştır.

% (aralık olarak)	%'ye karşılık gelen kodlama
% 0	0
% 1 - % 25	1
% 26 - % 50	2
% 51 - % 75	3
% 76 - % 100	4

Tablo 9: Yüzelere karşılık gelen kodlamalar

Yukarıda belirtilen kodlamaya uygun olarak grup 1 etkinlikleri için her bir öğrencide iki ana gruba ayrılan pragmatik tekniklerin görülme oranları ve yüzdeleri bu yüzdelere göre çıkarılarak elde edilen kodlamalarına Tablo:10'da yer verilmiştir.

Pragmatik Teknikler	Öğrenci (oran; yüzde; kodlama)	
Yazılımı düzeni sağlayan, işleme yeniden başlamayı kolaylaştıran bir araç olarak görme ve kullanma	Ö1 (2/5= %40 =2)	Ö4 (2/5= %40 =2)
	Ö2(2/5= %40 =2)	Ö5 (3/5=%60=3)
	Ö3 (1/5=%20= 1)	Ö6 (3/5=%60=3)
Yazılımdaki komutların aktif olma şartını belirleyebilme	Ö1(2/3=%66=3)	Ö4 (3/3=%100=4)
	Ö2(1/3=%33=2)	Ö5 (2/3=%66=3)
	Ö3 (2/3=%66=3)	Ö6 (2/3=%66=3)

Tablo 10: Grup 1 etkinliklerinde pragmatik teknikler için oran, yüzde ve kodlama

İki ana başlık altında toplanan pragmatik tekniklerden öğrencilerde bu tekniklerin görülme oranı ile ilgili kodlamalar sonucu tablo:11 elde edilmiştir.

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Pragmatik Teknikler						
Yazılımı düzeni sağlayan, işleme yeniden başlamayı kolaylaştıran bir araç olarak görme ve kullanma	2	2	1	2	3	3
Yazılımdaki komutların aktif olma şartını belirleyebilme	3	2	3	4	3	3

Tablo 11: grup 1 etkinliklerinde pragmatik teknikler için kodlama

Tablo:11 incelendiğinde iki ana başlık altında toplanan pragmatik teknikler boyutundan Ö5 ve Ö6'in benzer özellikler gösterdikleri görülmektedir.

Epistemik Teknikler: Düzlemde verilen bir noktanın koordinatını belirleyebilmek için öğrencilerin geometri sketchpad ortamında kullandıkları teknikler Tablo.12'de verilmektedir.

Koordinat Düzleminde Verilen Bir Noktanın (x,y) Formunda Koordinatını Belirleyebilme ve Yazılımla Kontrol Edebilme						
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
EPİSTEMİK TEKNİKLER						
Sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını yazılım kullanmadan doğru belirler (x,y) ikilisi şeklinde	+	+	(çok yanlış var)	(çok yanlış var)	+	+
Yazılımsız belirlediği koordinatların doğruluğunu yazılımla (measure menüsünden coordinates komutu ile) kontrol eder	+	+	+	+	+	+
Snop points komutunu kullanarak küsürlü çıkacak koordinat değerlerinin tam sayı olmasını sağlar	+	+	-	-	+	+
Sürükleme özelliğini küsürlü çıkan koordinatı sürükleyerek tam sayı yapmak için kullanabilir	-	-	-	+	-	+

Tablo 12: Grup 1 etkinliklerinde gözlemlenen epistemik teknikler

Tabloda görüldüğü gibi tüm öğrencilerin, kağıt kalem ortamında koordinatını yazdıkları noktaların koordinatlarını geometri sketchpad ortamında coordinates komutunu kullanarak doğruladıkları saptanmıştır.

-Grup 1 Etkinliklerinde Öğrencilerin Epistemik Tekniklerinde Benzerlik:

Öğrencilerin kullandığı epistemik tekniklerin her birinin farklı amaçlar için gerçekleştirildiği görüldüğünden tekniklerde sınıflandırma yapılmamış; tekniklerin görülme oranı ve kodlamaları yapılmadan; teknikler ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Yukarıdaki tablo incelendiğinde Ö1, Ö2 ve Ö5'in aynı epistemik teknikleri kullandıkları; Ö6'nın bu tekniklerin yanında sürükleme özelliğini de kullandığı görülmektedir. Ö3 ve Ö4'nin noktanın koordinatını belirleme ve snop points komutunu anlamlandırmada benzer sıkıntılar yaşadığı ancak Ö4'nin Ö3'nin kullanmadığı sürükleme özelliğini kullandığı dikkat çekmektedir.

4.1.1.2.3. 'Koordinat Düzleminde Verilen Noktaların (x,y) Formunda Koordinatını Belirlemek ve Doğruluğunu Yazılımla Kontrol Etmek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri

Öğrencilerin 'koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatını belirlemek ve doğruluğunu yazılımla kontrol etmek' için ortaya koydukları pragmatik ve epistemik tekniklerin bütününe bakarak beklenen enstrümantal eylem şemasının temel bileşenlerini şu şekilde tanımlayabiliriz.

1. Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağındaki görsel üzerinde verilen noktaların koordinatını belirlerken; noktanın orijinden, sağa-sola (x eksenini doğrultusunda); yukarı-aşağı (y eksenini doğrultusunda) ne kadar uzaklaştığını işaretçiden yardım alarak belirleme; bu uzaklaşma miktarlarının yönüne (işaretine) karar verme ve (x,y) formunda yazabilme.
2. Snop points komutunun, noktanın koordinatını tam sayı yapmak için kullanıldığının farkına varma ve noktayı sürükleyip tekrar yerine getirirken noktanın sadece ızgaraların köşesinde durabildiğini görebilme.
3. Koordinatı yazılım yardımıyla belirlerken sadece noktanın koordinatı belirlenmek istendiği için sadece noktanın seçili olması gerektiğini bilme ve

noktayı seçip measure menüsünden coordinates komutu ile koordinatı belirleyebilme.

Yukarıda verilen temel bileşenlerden üçünün de epistemik karaktere sahip olduğu düşünülmektedir. Birinci bileşende bazı öğrencilerin, noktanın uzaklaşma miktarını belirlerken orijini başlangıç noktası olarak kabul etmesi gerekliliğini anlayamadığı görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise ilerleme miktarını işaretçi ile sayabildikleri ancak ilerlemenin yönü yani işaretinde zorluk yaşadıkları; bazen de noktanın koordinatını yazarken önce x sonra y eksenini doğrultusundaki ilerleme miktarının yazılması gerekliliğinde zorlandıkları görülmüştür.

İkinci bileşen, snop points komutunun kullanımı, noktanın koordinatını belirleyen öğrencinin coordinates komutunu kullanarak kontrol etmeden önce yapması gereken bir adım olup koordinat değerlerinin ondalık gösterimli olmasını engeller böylece öğrencinin kontrol etmesini kolaylaştırmaktadır. Bazı öğrencilerin nedenini anlamadan etkinlik kağıdındaki yönergeleri takip ettikleri için bu adımı gerçekleştirdikleri görülürken; bazı öğrencilerin bu adımı gerçekleştirmeden ilerleyebilecekleri düşüncesinin olduğu görülmüştür. Snop point adımı yapmadan coordinates komutunu kullanan öğrenciler koordinat değerini ondalık gösterimli bulduğundan kontrol etmede zorlanınca snop points ile noktayı ızgaraların köşesine getirmeyi tercih etmiştir.

Üçüncü bileşenin en önemli tarafı koordinatı bulunmak istenen nesne dışında herhangi bir nesnenin seçili olması durumunda coordinates komutunun aktif olmamasıdır. Bu durumun öğrencilerde, 'noktanın koordinatı bulunur ama resmin değil' ya da 'noktanın koordinatı bulunur ama birden fazla noktanın aynı anda değil' gibi çıkarımlara ulaşmasını sağladığı görülmüştür.

4.1.2. Grup 2 Etkinlikleri ('X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?' ve 'Konumuza Başlık Bulalım')

4.1.2.1.Artefact Boyutu

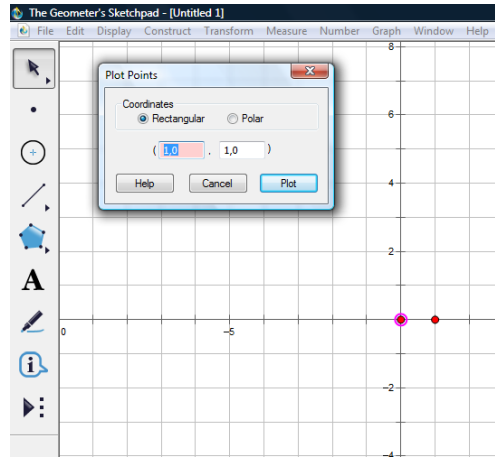
Artefactlar	X ile Y Arasındaki İlişki Nedir?	Konumuza Başlık Bulalım
Calculate	+	-
Plot points	+	-
Show motion controller	-	+

Tablo 13: Grup 2 etkinlikleri artefact boyutu

Grup 2 etkinliklerinden ilkinde calculate ve plot points komutu; ikincisinde ise show motion controller komutu öğrenciler tarafından kullanılması beklenen artefactlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Show motion controller komutu ile amaçlanan önceden hazırlanan sketchpad taslaklarında hareketin hızını yavaşlatarak bir değişkene bağlı değişimin gözlemlenmesini kolaylaştırmaktır.

Grup 2'deki etkinliklerde kullanılması beklenen en önemli komut ise 'plot points' komutudur denilebilir ve geometri sketchpadte 'plot points' komutunun işlevi ve kullanım şekli aşağıdaki gibidir:

Graph (menüsünden) → Plot points (komutu)



Şekil 13: 'plot points' komutunun uygulanması

- Graph menüsü, koordinat düzlemi oluşturma, düzlem ızgaralarında değişiklik yapabilme, fonksiyon grafiği ya da parametrik eğriler çizmeye imkan tanır.
- Plot points komutu, grup 2'deki etkinlikte x ile y arasındaki ilişki verildiğinde, bu ilişkiye uygun belirlenen ikililerin koordinat düzlemindeki yerini belirler. Plot points komutuna tıkladığında karşınıza (,) şeklinde küçük bir ekran çıkmakta ve parantez içindeki iki kutudan birincisine x değeri (apsis) yazılırken ikinci kutuya istenen ilişkiye uygun x'e bağlı y değerleri (ordinat) yazılmakta ve son olarak plot komutuna tıklanarak noktanın koordinat düzlemindeki yeri görülmektedir. Plot points komutunda, ilk sıraya x, ikinci sıraya y değerinin yazılması gerektiğine dair bir yönlendirme olmayıp öğrenciden daha önceki etkinliklerde öğrendiği bu bilgiyi bu komutta uygulamaya dökmesi beklenmektedir. Aynı zamanda çıkan küçük ekrandaki kutucuklara sayısal bir değerden başka bir şey yazılmaya çalışıldığında klavye aktif olmamakta öğrenci sayısal değerler girmesi gerektiğini anlamaktadır.

Grup1 etkinliklerinde bir noktanın koordinatını belirlerken dikkat etmesi gerekenleri öğrenen öğrencinin, grup 2 etkinliklerinde plot points komutunun koordinatı düzlemde nokta olarak kolayca gösterme özelliği ile x ve y arasındaki ilişkiye odaklanmasına önem verilmiş; verilen ilişkiye uygun belirlenen (x,y) noktasının koordinat düzlemindeki yerini görmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Plot points komutu yerine nokta aracı da kullanılabilir ancak nokta aracını kullanarak koordinatı belirleyen öğrenci, noktayı düzlemde herhangi bir yere sürükleyebilirken; nokta, plot points komutu ile belirlendiğinde noktanın yeri değiştirilememektedir. Aynı zamanda nokta aracı ile düzlemde bir nokta işaretlendiğinde bu noktanın koordinatı istenen değere yakın ancak tam kendisi olmayan küsürlü değerler olma olasılığı da ortaya çıkmaktadır. Bu durum, ilişkiye uygun (x,y) ikililerinin düzlemdeki yerinden yararlanarak noktaların doğrusallığını görmesini istediğimiz öğrenciyi zorlayabilmektedir.

4.1.2.2.Enstrümantal Eylem Şemaları

Etkinlik Uygulama Akışı

Etkinlik kağıdında yer almayan ancak öğrencilere örnek olabilecek x ile y arasında bir ilişki belirlendi ve bir öğrenciden herhangi bir rakam söylemesi istendi. İlk söylenen rakamın x 'i temsil ettiği ve belirlenen ilişkiye uygun olarak hesaplanan değerinde y 'yi temsil edeceği böylece bir (x,y) ikilisinin belirleneceği dile getirildi. Öğrencilerin katılımıyla ilişkiye uygun beş-altı nokta belirlendikten sonra tahtaya çizilen koordinat düzlemi üzerinde bu noktaların yeri gösterildi. x ile y arasında farklı bir ilişki sözel olarak ifade edildiğinde, öğrencilerin bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirleyebildikleri görüldükten sonra etkinliğe geçildi. Etkinlik kağıdında yer alan kurala uygun ikililer belirlenip kağıtta var olan tablo dolduruldu ve tabloda yararlanarak (x,y) ikilileri boş bir geometri sketchpad sayfası açarak, plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterildi. Tabloda belirledikleri altı noktanın yerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra aynı ilişkiye uygun farklı noktaların belirlenip belirlenemeyeceği ya da belirlenebilecekse bu ilişkiye uygun kaç noktanın belirlenebileceği soruları yöneltildi. Böylece öğrencilerin sonsuz sayıda noktanın bulunabileceği ve hepsinin bir araya gelerek bir doğru oluşturacağı sonucuna ulaşmaları sağlanmaya çalışıldı.

2.Grup etkinliklerinin ikinci etkinliği olan 'konumuza başlık bulalım' etkinliğine önceden hazırlanıp bilgisayara yüklenen geometri sketchpad taslağının açılması ile başlandı. Bu etkinlikte öğrencilerden önceden hazırlanan taslaklardaki hareketi başlatmaları ve değişimi rahatça gözlemleyebilmeleri için hareketi yavaşlatmaları istendi. Doğrusal denkleme örnek teşkil eden üç durumu ve örnek olmayan bir durumu anlatan üç farklı temsili –tablo, cebirsel ifade, grafik- etkinlik kağıdına aktaran öğrenciler temsilleri inceledi. Her bir temsilin, örnek olan durumlardaki ortak özelliği ile örnek olmayan durumdaki farklılığı öğrenciler tarafından görüldükten sonra dile getirildi. Böylece doğrusal denklemlere örnek durumların tablo temsiline değişkenlerde sabit (aritmetik) bir artış görülürken; örnek olmayan durumda artışın değişen (geometrik) olduğunu fark etmeleri beklendi. Örnek durumlarda cebirsel ifadenin birinci dereceden, örnek olmayan durumda cebirsel ifadenin ikinci dereceden

olduğunu görmeleri beklendi. Örnek durumlarda grafikler doğrusal iken örnek olmayan durumda grafiğin eğri olduğunu görmeleri beklendi. Örnek durumlardaki ortak özelliklerden yararlanarak etkinlik süresince doğrusal denklem kavramına yer verilmeyen etkinliğin sonunda öğrenciler, konuya uygun başlıklar belirleyebildi.

4.1.2.2.1. İkinci Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları

Ö1'in Çalışması

- Number menüsünden calculate komutunu seçip x yerine değer verip y'yi hesaplar (2 ile çarpma gibi) ve işlem sonucunu gösteren değeri siler.
- Graph menüsünden plot points komutunu seçip x yerine (ilk boş kutuya) verdiği x değerini; y yerine (ikinci boş kutuya) hesapladığı sonucu yazıp plot komutuna tıklar.
- Kuralı sağlayan birden fazla nokta gösterebileceği için diğer noktaları gösterirken x ve y yerine değeri yazıp plot komutuna tıklar ve diğer noktanın koordinat değerlerini yazmaya başlar. Böylece done komutuna tıklamadan birden fazla noktanın koordinatını hızlı bir şekilde koordinat düzleminde gösterebilir.
- Ekran dışında kalan noktaları da görebilmek için sürükleme özelliğini kullanır.
- Noktaların doğrusallığını bozan iki noktanın varlığı onun dikkatini çeker ve ilk noktadan başlayarak sırasıyla; noktaların üç birim yukarı bir birim sağa ilerlediğini işaretçi ile gösterir ve kuralı bozan noktaları silerek kurala uygun (x,y) ikilisini tekrar plot points komutu ile düzlemde gösterir.
- Kurala uygun belirlenen noktaların sonsuz sayıda olabileceği ve doğrusal sıralandığını tüm noktaların ekranda görünmesini sürükleme aracını kullanarak görür ve ifade eder.

Öğretmen: Sen ne yazmıştın? Burada ne yazıyor?

Ö1: Noktalar hep 3 yukarı ve 1 sağa doğru sıralanmışlar.

Öğretmen: Yani kaç tane nokta bulabilirsin?

Ö1: mmm. Kaç tane? (kendi kendisine düşünüyor)

Öğretmen: Mesela sen bu koordinat düzleminde noktaları işaretliyorsun, tamam. Kaç tane o noktalardan bulabilirsin?

Ö1: İstedğim kadar yani.

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında hareketi başlatıp birbirine bağlı iki değişken arasındaki ilişkinin cebirsel, tablo ve grafik temsilini gözlemlemesi ve bu temsilleri kağıda doğru bir şekilde aktarması istendiğinde hareketi başlatıp, hızını yavaşlatma, artırma ve durdurma özelliklerini kullanarak değişimi daha rahat görür.
- Tablo temsilini etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsilini etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktası ve geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmediğinden çok yanlış yapar.

<table border="1"><thead><tr><th>ay</th><th>kilo</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>3,00</td></tr><tr><td>1</td><td>6,50</td></tr><tr><td>2</td><td>10,00</td></tr><tr><td>3</td><td>13,50</td></tr><tr><td>4</td><td>17,00</td></tr></tbody></table>	ay	kilo	0	3,00	1	6,50	2	10,00	3	13,50	4	17,00	<table border="1"><thead><tr><th>saat</th><th>para</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>2,00</td></tr><tr><td>2</td><td>4,00</td></tr><tr><td>3</td><td>6,00</td></tr><tr><td>4</td><td>8,00</td></tr><tr><td>5</td><td>10,00</td></tr></tbody></table>	saat	para	1	2,00	2	4,00	3	6,00	4	8,00	5	10,00	<table border="1"><thead><tr><th>saat</th><th>alınan para</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>14</td></tr><tr><td>3</td><td>21</td></tr><tr><td>4</td><td>28</td></tr><tr><td>5</td><td>35</td></tr></tbody></table>	saat	alınan para	1	7	2	14	3	21	4	28	5	35	<table border="1"><thead><tr><th>Kenar uzunluğu</th><th>karenin alanı</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>16</td></tr><tr><td>5</td><td>25</td></tr></tbody></table>	Kenar uzunluğu	karenin alanı	1	1	2	4	3	9	4	16	5	25
ay	kilo																																																		
0	3,00																																																		
1	6,50																																																		
2	10,00																																																		
3	13,50																																																		
4	17,00																																																		
saat	para																																																		
1	2,00																																																		
2	4,00																																																		
3	6,00																																																		
4	8,00																																																		
5	10,00																																																		
saat	alınan para																																																		
1	7																																																		
2	14																																																		
3	21																																																		
4	28																																																		
5	35																																																		
Kenar uzunluğu	karenin alanı																																																		
1	1																																																		
2	4																																																		
3	9																																																		
4	16																																																		
5	25																																																		
Balina Etkinliği Tablosu	Bisiklet Etkinliği Tablosu	Şekerci Dükkanı Etkinliği Tablosu	Kare Etkinliği Tablosu																																																

- Kendiliğinden hareketli noktanın hareket ederek, değişimi iz bırakma yoluyla göstermesi üzerine hareketi kendi kontrol etmek için lider noktayı kendisi sürüklemeye çalışır.
- Hareketli nokta ve bıraktığı iz ekranın dışına çıktığında noktanın hareketini daha iyi görebilmek için sürükleme özelliğini kullanır.
- Doğrusal denklemlere (konu doğrusal denklem başlığı altında işlenmemiştir) örnek olan üç durum ve örnek olmayan bir durumun temsillerini kağıda aktararak ilk üç temsildeki ortak özelliği ve son durumdaki farklılığı tüm temsiller için belirler ve yorumlar.

Öğretmen: Birincisinde artış sayısı farklı mı? Birincisinde artış sayısı ne kadar? Artış sayısı ne? Mesela balınada 3, bisiklette 2, şekerçi dükkanında 7. Yani artış sayısı hepsinde ne?

Öl: Aynı.

Öğretmen: Aynı. Yani artış sayısı hepsinde ne?

Öl: Sabit.

- Tüm ortak özellik ve farklılıklardan yararlanarak konuya uygun bir başlık belirler.

Öl: Değişik değişkenler mi?

Öl: Çizgi.

Öl: Doğru.

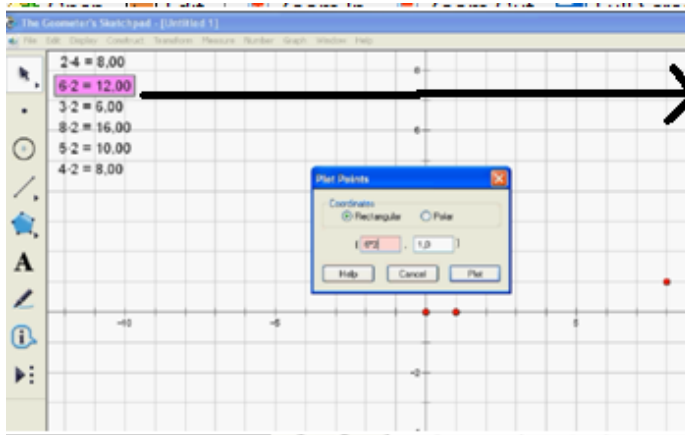
Öl: Değişkenler ve grafik olur mu öğretmenim?

Öl: Değişkenlerin doğru grafiği.

Öl: Denklemler doğrusu. Doğru denklem.

Ö2'nin Çalışması

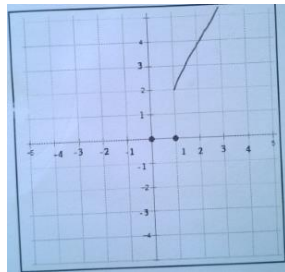
- Number menüsünden calculate komutunu seçerek x yerine değer verip y'yi hesaplar (verdiği değeri 2 ile çarpar gibi).
- Graph menüsünden plot points komutunu seçer ancak ekranda görünen x (ilk kutucuk) ve y (ikinci kutucuk) yerine ne yazması gerektiğini bilemez ve x yerine calculate komutunda hesapladığı işlemi yazıp y yerine komutta kendiliğinden var olan 1 değerini bırakarak plot komutunu seçer (4x2 , 1 yazdığı için (8,1) noktası ekranda görünür).



(8,1) noktasını kordinat düzleminde göstermiş. Şu anda da (6x2,1) noktasını kordinat düzleminde göstermeye çalışıyor.

Ö2'nin Ekran Kaydından Bir Görüntü

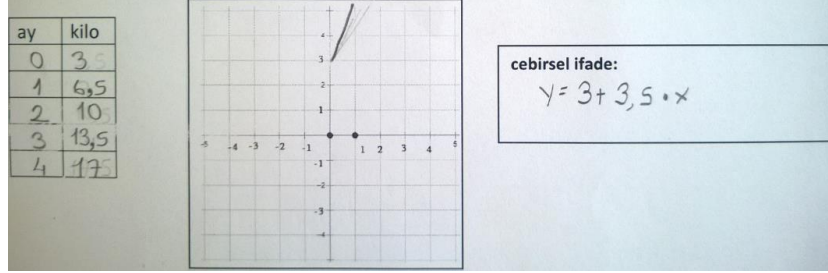
- Noktaları yanlış belirlediğini fark edip plot points komutunu kullanmadan nokta aracı ile işaretlemeye yapmaya çalışır.
- Aynı kuralı sağlayan sonsuz sayıda nokta belirlenebileceğini bilir ve istenen noktaları koordinat düzleminde gösterirken plot points komutunu seçip done komutu ile işlemi sonlandırıp bir sonraki işlem için tekrar graph menüsünden plot points komutunu seçer.
- Noktalar koordinat düzleminde görünmeyince sürüklenme aracı ile tüm noktaları görünür kılar ve böylece noktaların doğrusallığını daha kolay görür (onun noktaları da doğrusal görünmektedir çünkü belirlediği noktalar (4,1), (6,1), (8,1) gibidir).
- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında iki değişken arasındaki ilişkiyi görmek için hareketi başlatır ve hızı yavaşlatarak değişimi görmeyi kolaylaştırır.
- Kendiliğinden hareketli tasarlanmış noktanın hareketini kontrol ederek değişkenler arasındaki değişimi kendi istediği hızda görmeye çalışır.
- Ekran dışına çıktığı için görünmeyen noktayı görebilmek için sürüklenme özelliğini kullanır.
- Tablo temsilini etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsilini etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktasını belirlemede bir grafikte yanlış yapar. Grafiğin geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmeye çalışır.



Grafiğin başlangıç noktası orijin olması gerekirken grafiği (1,2) noktasından başlattığı görülmektedir. Ancak grafiğin geçtiği (1,2) ve (2,4) noktalarına dikkat ederek grafiği oluşturduğu dikkat çekmektedir.

Ö2'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Doğrusal denkleme örnek üç durum ve örnek olmayan bir durumu inceleyip kağıda aktarabilir ve bunlardan yararlanarak doğrusal denklemlerin tablo, cebirsel ifade ve grafik temsiline sahip olması gereken ortak özelliği ve örnek olmayan durumdaki temsiller arasındaki farkı görüp yorumlayabilir.



Ö2'in Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Temsillerin özelliklerinden yararlanarak konuya uygun başlık belirleyebilir.

Ö3'ün Çalışması

- Number menüsünden calculate komutuna tıklayarak x yerine değer verip y'yi hesaplar. x yerine verdiği tüm değerler için hesaplamayı yaptıktan sonra bu değerleri kullanarak noktaların koordinat düzlemindeki yerini belirlemeye geçer. Verdiği x değerine bağlı y değerini hesaplarken önce hep aynı kuralı uygulamadığı (hep 2 ile çarpma yapmak yerine bazen 2 ile çarpıp bazen 3 ekleme yapar) görülür; öğretmene danıştıktan sonra bu yanlışlığı düzelter.

Ö3: Öğretmenim x ile y arasında iki kat mı var?

Öğretmen: Evet. Yani her seferinde farklı bir ilişki yazmana gerek yok. Sadece iki katı olsun.

Ö3: Yanlış yapmışım. Şimdi söyleyim mi öğretmenim?

Öğretmen: Burada iki katını almışsın güzel. Burada da iki katını almışsın. Güzel. Burada iki katını aldıktan sonra 3 çıkarmışsın. Niye çıkardın?

Ö3: aaa.... (şaşırdı)

Öğretmen: Değişik bir şey mi deneyeyim dedin?

Ö3: Evet öğretmenim.

- Graph menüsünden plot points komutunu seçer ve x yerine verdiği değeri y yerine hesapladığı sonucu yazarak plot komutu ile noktanın düzlemdeki yerini belirler. Tüm noktaları koordinat düzleminde gösterdikten sonra plot points

ekranından çarpıya tıklayarak çıkar (noktaları tek tek plot points komutu ile gösterip yeni nokta için graph menüsünden tekrar plot points komutuna girmektense işlemi kolaylaştırıp hızlandırmış olur).

- İstenen kurala uyan sonsuz sayıda nokta belirlenebileceğini görür ve belirlediği noktaların doğrusallığını görebilmek ve tüm noktaları ekranda görebilmek için sürükleme aracını kullanır.

Öğretmen: Koordinat düzleminde göründü. Tamam. O kesin zaten. Ama yok mu bu noktaların ortak özelliği?

Ö3: Öğretmenim, art arda geliyor yazdım.

Öğretmen: 5 vermişsin 10 bulmuşsun falan filan diye yazmışsın. Buraya daha ne kadar nokta yazabilirsin ben onu merak ediyorum. Mesela x'e başka kaç verersen kaç çıkar? Kaç verersen kaç çıkar? Kaç tane böyle nokta bulabilirsin?

Öğretmen: Sadece 2 tane mi böyle nokta yazabiliyorsun yani? Mesela bir tane daha yaz. Ne yazmak istersin? X yerine kaç yazmak istersin. İçinden ne geldi? Yazmadığın bir sayı olsun.

Ö3: 6.

Öğretmen: Kaç olur y o zaman?

Ö3: 12.

Öğretmen: Yaz onu o zaman. X yerine başka bir sayı ver.

Ö3: 9

Öğretmen: 9 mu? Kaç olur y?

Ö3: 18.

Öğretmen: Bir tane daha sayı ver. Y kaç olur? Bir tane daha sayı ver y kaç olur? (Ö3 kağıda yazıyor söylemeden) Kaç tane sayı verebilirsin böyle?

Ö3: 100 e kadar verebilirim. Yok hayır. Sonsuz yaa.

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında iki değişken arasındaki ilişkiyi gösteren hareketli noktanın hızını yavaşlatma, hızlandırma ve durdurmadan yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiyi gözlemlemeyi kontrol eder. Tablo temsilini etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsilini etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktası ve geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmediğinden çok yanlış yapar.

- Hareketli nokta ekran dışına çıktığında ya da show motion controller ekranı, geometri sketchpad ekranını görmeyi engellediğinde sürüklenme özelliğinden yararlanır.
- Kendiliğinden hareketli noktayı sürükleyeme çalışarak değişkenler arasındaki ilişkiyi gözlemlemeyi kontrol altına almaya çalışır.
- Örnek durumlardaki tablo, grafik ve cebir temsilleri ile örnek olmayan durumdaki temsiller arasında ilişki kurarak tüm temsillerde doğrusal denklemlerin sahip olması gereken özelliğini görür.
- Temsillerdeki ortak özellikler ve farklılıklardan aynı zamanda etkinliklerden yararlanarak konuya uygun bir başlık belirler.

Ö3: Değişken

Ö3: Değişkenler.

Ö3: Öğretmenim değişkenler doğrusu

Ö3: Başlığı var ya çok merak ettim.

Öğretmen: Biraz daha toparlasak.

Ö1: Denklemler doğrusu. Doğru denklem.

Öğretmen: Doğru denklem(tahtaya yazıyorum)

Ö5: Denklem doğruları

Ö3: Doğru denklemleri.

Ö4'ün Çalışması

- Number menüsünden calculate komutunu seçerek verdiği x değerleri ile istenen kurala uygun y değerini hesaplar.
- Graph menüsünden plot points komutunu seçerek x yerine (ilk kutucuğa) verdiği değeri, y yerine (ikinci kutucuğa) hesapladığı sonucu yazar (bu aşamada öğretmen yardımına ihtiyaç duyar) ve plot komutuna tıklayıp diğer nokta için aynı işlemi yapar. Tüm noktaları gösterdikten sonra done komutu ile işlemi tamamlar.

Ö4: Öğretmenim bunları yazarken böyle mi yazacağız yoksa ben yanlış mı yazdım? (ekrandan plot points ekranında x ve y değerlerini nasıl yazacağını gösteriyor)

Öğretmen: Nasıl yazacaksın? Sen x i kaç yazdın? Bulduğun sonuç senin y değerini. Mesela eğer bunu verdiysen x yerine y değeri şu olacak (ekranındaki sayıları gösteriyorum). Çünkü y değerleri o verdiğin x değerlerinin hep iki katı olsun diyor. Şu

anda senin yaptığın yanlış yani. X yerine kaç verdin? Bulduğun sonuç kaçtı? Bulduğun sonuç senin y değerinin olacak. Kaç çıktı mesela?

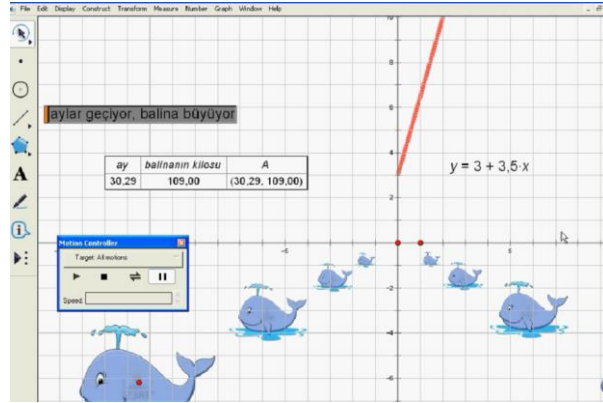
Ö4: 9'la 2'yi çarptım 18 çıktı.

Öğretmen: Heh. 2'yi yazmana gerek yok (x yerine $9x2$ yazıyor). O, aralarındaki ilişki sadece. Sen x yerine kaç verdin, bulduğun sonuç kaç çıktı?

Ö4: Ben de (9,18) yazacağım.

Öğretmen: Evet.

- Tüm noktaları aynı anda ekranda görebilmek için sürükleyerek ekranı ortalamaya çalışır ve tüm noktaların aynı anda ekranda görünmesini sağlar.
- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında iki değişken arasındaki ilişkiyi gösteren tablo, cebirsel ifade ve grafik temsillerini noktanın hareketi ile gözlemlemesi istendiğinde hareketin hızını yavaşlatma, hızlandırma ve durdurma özelliklerinden yararlanır. Özellikle, tabloyu grafikteki noktadan yararlanarak doldurmak için noktanın tam sayı olduğu durumlarda durdurmaya çalışır.



Ö4'nin Ekran Kaydından Bir Görüntü

- Ekran dışına çıkan noktayı görebilmek için sürükleme özelliğini kullanır.
- Tablo temsili etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsili etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktası ve geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmediğinden çok yanlış yapar.

- Ekranı inceleyerek örnek üç durum ve örnek olmayan üç durum için tablo, grafik ve cebir temsillerini kağıda aktarır ve örnek durumlardaki ortak özellik ile örnek olmayan durumdaki farklılığı görür.
- Örnek durumlar ve örnek olmayan durumdaki temsillerin özelliklerinden ve etkinliklerden yararlanarak konuya uygun bir başlık belirler.

Ö4: Denklem.

Ö4: Doğruduş.

Öğretmen: Doğruduş noktalar. Doğruduş nokta olur ama doğruduş denklem olur mu?

Ö5'in Çalışması

- Number menüsünden calculate komutunu seçip verdiği x değerine karşılık gelen y değerini istenen kurala (2 ile çarpma gibi) göre hesaplar. Hesaplama sonucunu gösteren metin kutularını işlemde sonra silip bir sonraki işleme geçer.
- Graph menüsünden plot points komutunu seçip x yerine (ilk kutucuğa) verdiği değeri, y yerine (ikinci kutucuğa) hesapladığı sonucu yazar ve plot komutuna tıklar; tüm noktaları belirledikten sonra plot points ekranından çarpıya tıklayarak çıkar.
- Noktaları düzlemde gösterirken plot points ekranı nedeniyle görünmeyen noktaları görmek için küçük ekranı sürükler.
- Tüm noktaların aynı anda ekranda görünmesi için işaretçi ile sürükleyerek ekranı ortalar ancak verdiği x değerleri büyük olduğundan tüm noktaların aynı anda görünmesi mümkün olmaz. Bu nedenle (1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek eksenlerin sıklığını küçültür ve tüm noktaları görünür kılar.
- Sürükleyerek gözlemlendiği noktaların doğrusallığını fark eder ve sonsuz sayıda nokta belirleyebileceğini bilir. Önce noktaların duruşunu yorumlamakta zorlansa da sınıf tartışması sonucu kendi cümleleriyle ifade edebilir.

Öğretmen: O noktalar nasıl duruyor?

Ö5: Nasıl yani?

Öğretmen: Ne özelliği var o noktaların?

Ö5: Ne özelliği var ki?

Öğretmen: Nasıl bir özelliği var?

Ö5: Öğretmenim normal bir özelliği var.

Öğretmen: Yani mesela şurada var mı? Burada var mı? Burada var mı? (koordinat düzleminin farklı bölgelerini ve doğrusallığı bozacak yerleri gösteriyorum)

Ö5: Yazdığım koordinata göre.

Ö5: Öğretmenim ne yazdıysak öyle oldu yani.

Öğretmen: Ama mesela niye böyle şey? Burada, burada, burada, burada olmuyorlar (doğrusallığı bozan yerleri gösteriyorum)

Ö5: Yazdığımız koordinat öyle olduğu için. Neden öyle dursunlar?

Öğretmen: Nasıl duruyorlar yani o noktalar orada? (şekil, geometrik olarak, düz, yamuk gibi ifadeler kullanılmamaya çalışılmıştır)

Ö5: Öğretmenim hiçbirşey anlamadım.

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında noktanın hareket etmesi ile grafik, cebir ve tablo temsillerini incelemesi ve kağıda aktarması istendiğinde değişkenler arasındaki değişimi daha iyi gözlemleyebilmek için noktanın hareketini kontrol etmek adına hızı yavaşlatma ve durdurma özelliğini kullanır.
- Ekran dışına çıkan noktayı görebilmek ya da show motion controller ekranı nedeniyle bilgisayar ekranını göremediğinde sürükleme aracından yararlanır.
- Değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren tablo, cebirsel ifade ve grafik temsillerini kağıda aktarır ve örnek durumu anlatan temsillerde ortak özelliği ve örnek olmayan durumu anlatan temsillerdeki farklılığı görür. Tablo temsilini etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsilini etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktası ve geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmediğinden çok yanlış yapar.
- Temsillerin özelliklerinden ve etkinliklerden yararlanarak konuya uygun başlık belirler.

Ö5: d d d. (Değişken, doğru ve denklemin baş harflerini kullanarak kısaltıyor)

Ö5: Değişkenler, tablo ve grafik.

Ö5: Tablo, cebirsel ifadeler bir de grafik.

Ö5: Doğru grafiği.

Ö5: Çizgi grafiği.

Ö5: Denklem doğruları.

Ö6'nın Çalışması

- Number menüsünden calculate komutunu seçip x yerine verdiği değere bağlı y değerini hesaplamak için işlem yapmakta zorlanır; çünkü x yerine ondalık gösterimli sayılar yazar ve hesapladığı y değeri de bu nedenle ondalık gösterimli çıkar.
- Graph menüsünden plot points komutunu seçer ancak ondalık gösterimli sayılar verdiği için (x,y) şeklinde yazmakta zorlanır ve yazamaz.

Ö6: Öğretmenim böyle mi yoksa....? (ekranda x yerine bulduğu sonucu yazdığını gösteriyor)

Öğretmen: Hayır hayır. Sadece x ve y değerlerini vereceksin. Sen genelde virgüllü sayılar verdin öyle mi?

Ö6: Öğretmenim şimdi ben sadece 6,80 mi yazacağım?

Öğretmen: Sen bulduğun sonucu yazmışsın buraya (ilk kutucuğu gösteriyorum). Buraya x değerlerini yazacaksın. Sonra çarptıktan sonra ne buldun? Onlar senin y değerlerin. Sonra onları böyle virgül koyarak yazacaksın. Hem x 'i hem y 'yi yazacaksın yani (hem ekrandan hem de kağıttan gösteriyorum).

Öğretmen: Mesela Ö6 x 'e kaç verdin burada, birincisinde en baştakinde?

Ö6: 3 verdim öğretmenim.

Öğretmen: 3 mü verdin, yoksa 3,4 mü verdin?

Ö6: 3,4. İki katını aldım. 6,8 çıktı.

Öğretmen: Güzel o zaman x 'e kaç vermiş oluyorsun?

Ö6: 3,4 vermiş oluyorum.

Öğretmen: Süper. Y kaç oluyor?

Ö6: y 4,9 oluyor. Ayyy 6,8.

Öğretmen: Güzel, bu noktanın koordinatını burada belirledin mi?

Ö6: Şöyle graphtan.....

Öğretmen: Bir girsene ben de göreyim nasıl yaptığını. Graph'a girdin.

Ö6: Buraya 6,8 yazacağım.

Öğretmen: Dur! Oraya hangisini yazacaksın?

Ö6: Hmm. Önce bunu yazacağım değil mi öğretmenim?

Öğretmen: Önce hangisi yazılıyordu? X mi? y mi?

Ö6: Önce x yazılıyordu.

Öğretmen: Güzel önce bir x i yaz bakalım.

Öğretmen: y 'ye ne yazacaksın?

Ö6: İki katını. Hesapladığımı yazacağım öğretmenim.

Öğretmen: Kaç hesaplamış y 'yi? Sen iki katını hesapladın zaten.

Ö6: 6,80.

Öğretmen: Aynen öyle. Yaz bakalım.

Ö6: Buraya mı yazacağım?

Öğretmen: Yan taraftaki 1 yazan kısma.

- Plot points ekranından dolayı noktaları göremeyince küçük ekranı sürükleyerek noktaları görünür kılar ve tüm noktaları düzlemde gösterdikten sonra plot points ekranından çıkar.
- Sonsuz sayıda nokta belirlenebileceğini ve bu noktaların doğrusal olacağını fark eder.

Ö6: Öğretmenim şey olabilir mi acaba? Tam ortadan kesiştiği yerden (orijini kastediyor) düz gidiyor (eliyle çapraz gittiğini gösteriyor).

Öğretmen: Şuradan mı? (orijini gösteriyorum)

Ö6: Hı hı (evet anlamında)

Öğretmen: Nasıl? Düz gidiyor derken? Gel göster. (tahtada göstermesini istiyorum)

Ö6: Öğretmenim şurada bir kural olmuş öğretmenim. Bu kuraldan şöyle dümdüz gidiyor (tahtadaki koordinat düzleminin üzerine çiziyor)

Öğretmen: Uzat bakalım onu! Sizininki de dümdüz gidiyor muydu?

Ö5: Evet

Öğretmen: Yani şöyle giden var mıydı hiç? Şöyle? Şöyle? Şöyle? (Tahtaya eğriler ya da karışık şekiller çiziyorum)

Ö4: Hayır!

Öğretmen: Hepinizin ki dümdüz gidiyordu. Ben dümdüzü nasıl söylerim matematikte? Ne bu şeklin adı?

Ö2: Doğru

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında doğrusal denklemlere örnek üç durum ile örnek olmayan bir durumu inceleyip temsilleri kağıda geçirmesi istendiğinde kendiliğinden hareketli noktanın hızını durdurup yavaşlatarak değişimi görmeyi kolaylaştırır.
- Doğrusal denklemlere örnek üç durum ile örnek olmayan durumu inceleyerek tablo, cebirsel ifade ve grafik temsillerindeki ortak ve farklı özelliklerini görür. Tablo temsilini etkinlik kağıdına geçirirken geometri sketchpad taslağında yer alan tablodaki ondalık gösterimli değerlerden yararlanmak yerine kurala uygun (x,y) ikililerini kendisi tam sayı olacak şekilde belirler. Aynı şekilde grafik temsilini etkinlik kağıdına geçirirken grafiğin başlangıç noktası ve geçtiği noktaların koordinat düzlemindeki yerinin doğruluğuna dikkat etmediğinden çok yanlış yapar.
- Tablo, cebirsel ifade ve grafik temsilinden aynı zamanda etkinliklerden yararlanarak konuya uygun başlık belirler.

4.1.2.2.2.Enstrümanlı Teknikler

Pragmatik Teknikler: Tablo 14’te pragmatik teknikler kendi içerisinde üç ana başlık altında toplanmıştır: ‘Sürükleme özelliğini kendinden istenmese de kullanmak isteme (yapabildiği bir özellik olmasından kaynaklanmakta)’, ‘Yazılımın kolaylıklarını -kağıt-kalem ortamı gibi aşına olduğu bir ortam kadar- kolayca işini kolaylaştırmak için kullanabilme’ ve ‘Kullanılması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme’.

Sürükleme özelliğini kendinden istenmese de kullanmak isteme (yapabildiği bir özellik olmasından kaynaklanmakta)

Yazılımın kolaylıklarını kağıt-kalem ortamı gibi aşına olduğu bir ortam kadar-kolayca işini kolaylaştırmak için kullanabilme

Kullanılması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme

İfade Edilen İlişkiye Uygun (x,y) İkili Belirleyip Bu İkilerin Farklı Temsillerde Ortak Özelliklerini Belirleme						
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
PRAGMATİK TEKNİKLER						
Kendiliğinden hareket eden noktayı elle sürüklemeye çalışma	+	+	+	-	-	-
Sürükleme özelliğini ekranda görünümü düzenlemek amacıyla da kullanma	+	+	+	+	+	+
Komutların istenen ve beklenen özelliklerinin yanında diğer özelliklerini kullanmaya açık olma ve kullanma (hızı yavaşlatmanın yanında hızlandırma ve durdurma gibi)	+	-	+	+	+	+
İşaretçiyi, tahtada kullanılan bir kalem ya da eli gibi kabullenip rahatça kullanabilme	+	-	-	-	-	-
Bir komutu birden fazla kullanması gerektiğinde hızlı ve kolay yapabildiğini sağlayan yöntemi kullanma (plot points komutu ile istenen tüm noktaları belirledikten sonra done komutuna tıklayarak işlemi sonlandırma ya da her bir nokta için done komutu ile sonlandırıp diğer nokta için tekrar aynı işlemi yapma)	+	-	+	+	+	+
Sürükleme özelliğini koordinat düzleminin sıklığını değiştirmek amacıyla kullanır	-	-	-	-	+	-
Kullanılması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme (plot points komutu yerine nokta komutu ile düzlemde noktaları gösterme)	-	+	-	-	-	-

Tablo 14: Grup 2 Etkinlikleri İçin Pragmatik Teknikler

-Grup 2 Etkinliklerinde Öğrencilerin Pragmatik Tekniklerinde Benzerlik:

Pragmatik tekniklerin öğrencilerde görülme oranları ve yüzdeleri aşağıdaki gibidir:

Pragmatik Teknikler	Öğrenci (oran; yüzde;kodlama)	
Sürükleme özelliğini kendinden istenmese de kullanmak isteme (yapabildiği bir özellik olmasından kaynaklanmakta)	Ö1(1 te 1=%100=4) Ö2(1 te 1=%100=4) Ö3(1 te 1=%100=4)	Ö4(1 te 0=%0=0) Ö5(1te0=%0=0) Ö6(1te0=%0=0)
Yazılımın kolaylıklarını kağıt-kalem ortamı gibi aşına olduğu bir ortam kadar kolayca işini kolaylaştırmak için kullanabilme	Ö1(5 te 4=%80=4) Ö2(5 te 1=%20=1) Ö3 (5 te 3=%60=3)	Ö4 (5 te 3=%60=3) Ö5 (5 te 4=%80=4) Ö6(5 te 3=%60=3)
Kullanılması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme	Ö1(1de0=%0=0) Ö2(1de1=%100=4) Ö3(1 de0=%0=0)	Ö4(1 de0=%0=0) Ö5(1de 0=%0=0) Ö6(1 de0=%0=0)

Tablo 15: Grup 2 etkinlikleri için pragmatik tekniklerde oran, yüzde ve kodlama

Oran ve yüzdelerden elde edilen kodlamalar Tablo:16'daki gibidir:

ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
PRAGMATİK TEKNİKLER						
Sürükleme özelliğini kendinden istemesi de kullanmak isteme (yapabildiği bir özellik olmasından kaynaklanmakta)	4	4	4	0	0	0
Yazılımın kolaylıklarını kağıt-kalem ortamı gibi aşına olduğu bir ortam kadar kolayca işini kolaylaştırmak için kullanabilme	4	1	3	3	4	3
Kullanılması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme	0	4	0	0	0	0

Tablo 16: Grup 2 etkinlikleri için pragmatik tekniklerde kodlama

Yukarıdaki tablolar incelendiğinde Ö4, Ö5 ve Ö6'in sürükleme özelliğini kendilerinden istemediği durumlarda kullanmadıkları ve istenen komuta alternatif komutla çözüm üretmedikleri görülmüştür. Ö1ve Ö3'nin onlardan, sürükleme özelliğini istemediği halde kullanarak farklılaştığı görülmektedir. Ö2'in ise diğer öğrencilerden farklı olarak yazılımı, kağıt kalem ortamındaymışçasına kullanmakta zorlandığı ancak kullanılması istenen komuta alternatif komutla çözüm üretebildiği görülmektedir.

Epistemik Teknikler: İfade edilen ilişkiye uygun (x,y) ikilisi belirleyip bu ikililerin farklı temsillerde ortak özelliklerini belirlemek için öğrencilerin geometri sketchpad ortamında kullandıkları teknikler Tablo:17’de verilmektedir.

İFADE EDİLEN İLİŞKİYE UYGUN (X,Y) İKİLİSİ BELİRLEYİP BU İKİLİLERİN FARKLI TEMSİLLERDE ORTAK ÖZELLİKLERİNİ BELİRLEME						
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
EPİSTEMİK TEKNİKLER						
Verilen kurala uygun (x,y) ikilileri belirler	+	+	+	+	+	_(sayı olarak hesaplar ama ikili olarak yazamaz)
Kurala uygun (x,y) ikililerini koordinat düzleminde (graph menüsünden plot points komutu ile) gösterir	+	■	+	+	+	■
Koordinat düzlemindeki (kurala uygun belirlenen) noktaların durumunu yorumlar	+	+	+	+	+	+
Doğrusal denklemlerin tablo temsiline sahip olması gereken özelliği görür	+	+	+	+	+	+
Doğrusal denklemlerin cebir temsiline sahip olması gereken özelliği görür	+	+	+	+	+	+
Doğrusal denklemlerin grafik temsiline sahip olması gereken özelliği görür	+	+	+	+	+	+
Konuya uygun başlık belirleyebilir	+	+	+	+	+	+

Tablo 17: Grup 2 etkinlikleri için epistemik teknikler

Tablo:17’ye göre öğrencilerden Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö5’in gözlemlenen epistemik tekniklerin hepsini etkinliklerde kullandıkları ancak Ö2ve Ö6’in diğerlerinden farklı olarak kurala uygun olarak belirledikleri (x,y) ikililerini koordinat düzleminde plot points komutu ile belirleyemedikleri görülmüştür. Bunun yanında tablodan da anlaşılacağı gibi Ö6, kurala uygun (x,y) ikililerini sayısal olarak belirleyebilmiş ancak ikili olarak yazamamıştır.

4.1.2.2.3. 'İfade Edilen İlişkiye Uygun (x,y) İkili Belirleyip Bu İkililerin Farklı Temsillerde Ortak Özelliklerini Belirlemek' için Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri

Pragmatik ve epistemik tekniklerin bütününe bakarak öğrencilerin 'ifade edilen ilişkiye uygun (x,y) ikilisi belirleyip bu ikililerin farklı temsillerde ortak özelliklerini belirlemek' için ortaya çıkması beklenen enstrümantal eylem şemasının temel bileşenleri tanımlanmaktadır.

1. Sözel olarak istenen kuralı matematiksel olarak yorumlayıp, kurala uygun x'e bağlı y değişkenini number menüsünden calculate komutundan yararlanarak işleme döküp hesaplayabilme ve (x,y) ikilisi şeklinde yazabilme.
2. Kendi belirlediği (x,y) ikililerini graph menüsünden plot points komutunu kullanarak çıkan ekranda ilk kutuya kendi verdiği değeri, ikinci kutuya verdiği değere bağlı olarak hesapladığı sonucu yazması gerektiğini bilme.
3. Koordinatını plot points komutu ile düzlemde gösterdiği noktaların duruşunu inceleyerek noktaların belirli bir kurala göre sıralandığını dolayısıyla doğrusallığını ve istenen kurala uygun sonsuz sayıda değer verilir karşılığında sonsuz sayıda değer hesaplanabileceğini görebilme.
4. Önceden hazırlanmış geometri sketchpad sayfasında var olan doğrusal denkleme örnek olabilecek üç durumun ve örnek olmayan bir durumun sözel, tablo, cebirsel ifade ve grafik temsili inceleyerek doğru bir şekilde etkinlik kağıdına aktarabilme ve her bir temsilde örnek üç durumun ortak ve örnek olmayan bir durumun da farklı özelliğini görebilme ve ifade edebilme.
5. Etkinliklerin farklı temsillerdeki özelliklerinden ve etkinliklerin içeriğinden yararlanarak konuya uygun bir başlık belirler.

Birinci bileşende öğrencilerin, verilen sözel kuralı yorumlayabildikleri ancak bazı öğrencilerin bu kuralda kendi verdikleri değer x, bu x değerine karşılık hesapladıkları değer y olduğunu görmekte ve (x,y) ikilisi olarak yazmakta zorlandıkları görülmüştür. Bazen öğrencilerin bulmaları gereken altı tane (x,y) ikilisinin de aynı kurala uyarak hesaplanması gerektiğini unutup her (x,y) ikilisinde farklı bir kurala göre ikili belirlemesi gerektiğini düşünenlerin olduğu görülmüştür.

İkinci bileşende bazı öğrencilerin plot points komutuna tıkladıktan sonra çıkan ekranda ilk kutuya verdiği değeri yani x 'i; ikinci kutuya hesapladığı sonucu yani y 'yi yazmakta zorlandıkları görülmüştür. x yerine ondalık gösterimli sayıların kullanılması hesaplanan y değerinin de ondalık gösterimli olmasına neden olmuş bu nedenle (x,y) şeklinde, örneğin $(2,30, 4,60)$ gibi, yazmak öğrenci için zorlaşmıştır.

Üçüncü bileşende öğrencilerin kurala uygun sonsuz sayıda (x,y) ikilisi bulabileceklerini görmeleri, öğretmenin soru ve rehberliğiyle kolay olsa da kurala uygun belirlenen ve koordinat düzleminde gösterilen noktaların doğrusallığını görmeleri öğretmen rehberliğine rağmen öğrencilere zor gelmiştir. 'Koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?' sorusu sorularak öğrencileri geometrik bir şekil açısından yönlendirilmekten kaçınılmıştır. Ancak soruyu anlamlandırmakta zorlanan öğrencilere noktaların koordinat düzlemindeki yerleri ile ilgili ortak özelliklerini görmeleri adına sorular sorularak cevaba ulaşmaları sağlanmaya çalışılmıştır.

Dördüncü bileşende, öğrencilerin, örnek olan ve olmayan durumlarda tablo temsilini etkinlik kağıdına aktarırken geometri sketchpad taslağından yararlanmaktansa sözel olarak ifade edilen duruma uygun değerleri kendilerinin tam sayı olacak şekilde belirledikleri görülmüştür. Aynı şekilde grafik temsilinde de grafiğin başlangıç noktasına karar vermede zorlandıklarında sözel ifadeyi yorumladıkları ve bundan yararlanarak grafiğin başlangıç noktasını belirledikleri görülmüştür. Örneğin: başlangıçta 3 kg olan balina her ay 3,5 kg kilo alıyorsa grafiğin başlangıç noktası olarak $(3,0)$ noktası seçilmeli gibi. Bunun yanında tüm temsilleri etkinlik kağıdına aktardıktan sonra temsillerdeki ortak ve farklı özellikleri yorumlamaları ve görmeleri öğrenciler için kolay olmuştur.

Beşinci bileşen, doğrusal durumlara örnek olan üç durumun ve örnek olmayan bir durumun ayrıntılı bir şekilde incelenmesinden sonra konuya uygun bir başlık belirleme süreci olup öğrencilere kolay ve eğlenceli gelmiştir. Bu aşamada öğrencilerden, analiz ettikleri durumları ve bu durumların özelliklerini sentezleyerek içeriğe atıfta bulunan bir başlık belirlemeleri beklenmiştir.

4.1.3.Grup 3 Etkinlikleri ('Kuralı Uygula', 'Doğruları Tanıyorum' ve 'Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum')

4.1.3.1.Artefact Boyutu

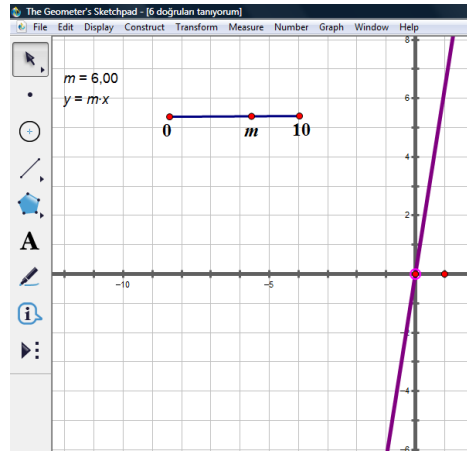
Artefactlar	Kuralı Uygula	Doğruları Tanıyorum	Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum
Plot points	+	-	-
Equation	+	-	-
Plot new function	+	+	-
Sürükleme	-	+	+

Tablo 18: Grup 3 etkinlikleri artefact boyutu

Grup3 etkinliklerinde plot points, equation, plot new function komutları ve sürükleme, öğrenciler tarafından kullanılması beklenen artefactlar olarak karşımıza çıkmaktadır. İlk etkinlikte sürükleme dışındaki artefactların, ikinci etkinlikte plot new function ve sürükleme artefactlarının, son etkinlikte ise sadece sürükleme artefactının kullanımı söz konusudur.

Grup 3'teki etkinliklerde kullanılması beklenen komutlar arasında geometri sketchpadin dinamikliğini sağlayan sürükleme artefactının işlevi ve kullanım şekli aşağıdaki gibidir:

seçme aracı → (sürüklenecek) nesne



Şekil 14: Sürüklemenin Uygulanması

- Seçme aracı: tüm komutların uygulanabilir (aktif) olması için, komuta uygun nesnenin seçili olması gerekmektedir. Bu durum seçme aracını etkili ve doğru kullanmayı gerektirir. Örneğin, koordinat düzlemindeki bir doğrunun grafiğini bulmak için doğru seçili olmazsa ya da bir açının ölçüsünü hesaplamak istediğimizde açıyı seçmezsek istediğimiz komut aktif olmaz bu da seçili olan nesnenin yanlış olduğunu bize hissettirir.
- Sürükleme, dinamik geometrik yazılımlarda dinamikliği sağlayan çok önemli bir unsurdur. Kimi zaman sürükleme matematiksel bir amaca hizmet etmeden de yapılabilir ancak asıl önemli olan durum, sürüklemenin neden olduğu değişimi gözlemleyerek matematiksel bir sonuca ya da genellemeye ulaşmamızı sağlaması durumudur. Eğer nokta ekran üzerinde boşluğa yapılırsa ekranda herhangi bir yere sürüklenebilirken, çember, doğru gibi herhangi bir nesne üzerinde alınan nokta sadece bu nesne üzerinde sürüklenebilir. Örneğin x ekseninde alınan nokta sadece sağa sola sürüklenebilirken yukarı aşağı yönde sürüklenmeye çalışılsa da sürüklenemez. Sürükleme aynı zamanda bağımlı ve bağımsız değişkene ipucu niteliğindedir.

Grup 3 etkinliklerinden son ikisinde, önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslaklarında, öğrencilerin $y=mx$ ve $y=mx+a$ cebirsel formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerlerinin sürüklenerek değiştirilmesinin grafikte neden olacağı değişimi gözlemlemeleri istenmiştir. Böylece doğrunun cebirsel ifadesinin $y=x$, $y=2x$, $y=3x$ şeklinde değişmesinin doğrunun grafiğinde nasıl karşılık bulduğunu görebilmesi için kağıt-kalem ortamında her bir grafiği çizmesi gerekirken bu etkinlikle sadece sürükleyerek m değerini değiştirmesi böylece m değerinin artması ya da azalmasıyla grafiğin değişimi arasında kolayca ilişki kurması sağlanmaya çalışılmıştır. Kağıt-kalem ortamında çok sayıda grafiğin çizilerek genellemeye varılması zorlaşırken bunu geometri sketchpadte sürükleme artefactını kullanarak yapmak zaman, pratiklik, kolaylık ve beceri gerektiren bir durumda bu etkeni en aza indirgemeyi sağlamıştır. Bu etkinliklerde sürükleme, öğrencinin bağımlı ve bağımsız değişkenleri görmesini kolaylaştırmıştır. m ve a değerleri bağımsız değişken iken grafiğin duruşu bu değerlere bağlı olarak değiştiğinden bağımlı değişken olarak görülebilir.

4.1.3.2.Enstrümantal Eylem Şemaları

Etkinlik Uygulama Akışı

Kuralı uygula etkinliğine, ‘x’ler hep aynı sabit sayı olsun ama y değerleri değişebilir’ sözel ifadesine uygun (x,y) ikilileri öğrencilerin katılımıyla tahtada belirlenerek başlandı. Farklı kurallarla, ikili belirleme etkinliği pekiştirildikten sonra öğrenciler etkinlik kağıdındaki kurallara uygun ikilileri kendileri belirleyip kağıttaki tabloyu doldurdu. Etkinlik kağıdında yer verilen üç farklı ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirleyip tabloları oluşturan öğrenciler, (x,y) ikililerini boş bir geometri sketchpad sayfası açarak koordinat düzleminde gösterdi. Her bir durumu sağlayan noktaların ayrı ayrı doğrusallığını fark etmeleri sağlandı ve öğrenciler bu noktalardan geçen doğruyu oluşturdu. Öğrencilerden doğrunun cebirsel karşılığını bulmak için etkinlik kağıdındaki yönergeleri takip etmeleri ve equation komutu ile buldukları cebirsel ifadeyi, durumu temsil eden tablonun yanına yazarak tablo ile cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi görmeleri beklendi. Koordinat düzlemindeki doğruları, eksnelere diklik ve paralellikleri boyutundan yorumlayan öğrenciler $y=a$ doğrusal denklemlerinin eksenlerle olan ilişkisi hakkında tahminde bulundu; sonrasında da bu tahminlerini plot new function komutunu kullanıp $y=a$ formunda çok sayıda grafiği oluşturarak kontrol etti. Öğrendiklerini kağıt-kalem ortamına aktarıp aktaramayacağını ölçmek için etkinlik kağıdının sonunda üç duruma ait tablo ve grafik temsili verildi ve aynı durumu anlatan temsillerin eşleştirilmesi istendi.

Grup 3 etkinliklerinin ikinci etkinliği olan ‘doğruları tanıyorum’ etkinliğine, y’ler ve x’ler aynı olsun sözel ifadesine uygun (x,y) ikilileri belirleyip, bu ikilileri boş bir geometri sketchpad sayfasında, koordinat düzleminde, plot points komutu ile göstermeleri istenerek başlandı. İlişkiye uygun noktalar belirlendikten sonra noktaların doğrusallığından yararlanarak noktalardan geçen doğruyu, doğru aracını kullanarak çizdiler. x ile y arasındaki ilişki sırasıyla y’ler x’lerin iki katı olsun ve y’ler x lerin 3 katı olsun şeklinde değiştirilerek koordinat düzleminde noktalar ve noktalardan oluşan doğrular oluşturuldu. Öğrenciler x ile y arasındaki ilişkinin değişmesiyle doğrunun duruşunda meydana gelen değişikliği gözlemleyip yorumladılar. Önceden hazırlanmış

geometri sketchpad taslağını açarak m noktasını sürükleyip doğrunun duruşunda meydana gelen değişikliği sınırlı sayıda örnekle değil kolayca elde edilen çok sayıda örnekle gözlemleyip yorumlayabildiler. Öğrencilerin, öğrendiklerini kağıt-kalem ortamına aktarıp aktaramayacağını görebilmek için etkinlik kağıdının sonunda altı duruma ait grafik ve cebirsel ifadeye yer verildi ve aynı durumu anlatan temsillerin eşleştirilmesi istendi.

Grup 3 etkinliklerinin üçüncü etkinliği olan ‘doğrulara sabit sayı ekliyorum’ etkinliğine boş bir geometri sketchpad sayfasında koordinat düzlemi oluşturarak başlandı. Öğrenciler, y’ler ve x’lerin aynı olduğu (x,y) ikililerini plot points komutu ile gösterdikten sonra y’lerin x’lerden bir fazla ve sonra da 2 fazla olduğu durumları sağlayan (x,y) ikililerini belirleyip koordinat düzleminde gösterdi. Her bir durum için noktalardan oluşan doğruları, doğru aracı ile oluşturduktan sonra öğrenciler, (x,y) arasındaki ilişki ile doğruların duruşundaki değişimi gözlemledi ve yorumladılar. Önceden hazırlanmış ve $y=mx+a$ cebirsel ifadesinde a değerinin sürüklenerek değişmesini ve böylece bu değişimin dinamik bir şekilde doğrunun grafiğinde meydana getirdiği etkiyi öğrencilerin görebilmesini sağlayan geometri sketchpad taslağını açarak etkinliğe devam edildi. Öğrenciler, a noktasını kontrollü ve yavaşça, özellikle a değeri tam sayı olacak şekilde sürükleyerek doğrunun duruşundaki değişimi yorumlayabildi. Böylece a değerinin doğru grafiğinin y eksenini kestiği nokta ile aynı olduğu sonucuna varabildiler. Taslak aynı zamanda $y=mx+a$ formundaki m değerinin ve böylece grafiğin de dinamik bir şekilde değişmesine imkan verdiği için m değerinin değiştiği durumlarda a değerindeki değişikliğin grafiğin y eksenini kestiği noktayla birebir eşleştiğini görmesi kolaylaştı. Çünkü $y=x+a$ formunda a, hem x hem y eksenini kestiği noktanın koordinatı ile aynıyken m, 1’den farklı değerler aldığı anda doğrunun sadece y eksenini kestiği noktanın koordinatı ile aynı olmaktadır. Geometri sketchpadin sürükleme aracından yararlanarak dinamik bir şekilde değişimi gözlemleyen öğrencilerin öğrendiklerine genel bir bakış açısı kazandırmak için, $y=mx$ doğrusal denklemlerinde m değerinin; $y=x+a$ doğrusal denklemlerinde a değerinin ve son olarak $y=mx+a$ doğrusal denklemlerde hem m hem de a değerinin aynı anda değişmesinin doğrunun duruşunda yaratacağı etki tahtada tüm öğrencilerin katılımı ve soru-cevaplarla tekrarlandı. Son olarak etkinlik kağıdının sonunda yer alan dört farklı durumu anlatan grafik temsili ile cebirsel ifadelerden aynı durumu anlatanların eşleştirilmesine geçildi.

4.1.3.2.1.Üçüncü Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları

Ö1'in Çalışması

- 'x hep..... olsun y'ler istedikleri değeri alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikilileri ile tablo oluşturup bu ikilileri graph menüsünden plot points komutunun kolaylaştırıcı özelliğinden yararlanarak, tüm noktaları koordinat düzleminde gösterdikten sonra done komutu ile işlemi sonlandırma, koordinat düzleminde gösterir.
- Koordinat düzleminde gösterdiği noktaların doğrusallığını fark edip noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu doğru aracı ile çizer. Doğru aracı ile çizme sürecinde tüm noktaların seçili olması gerektiği inancı ile tüm noktaları seçim kutusu içine alır ancak eksen de kutu içine girince eksen seçili olmaktan kurtarmak için eksen üzerine tıklama özelliğini kullanır. Seçili olan her şeyi seçili olmaktan kurtarmak için de boşluğa tıklama özelliğini kullanır ve son olarak bir baştan bir sondan nokta seçerek noktalardan geçen doğruyu doğru aracı ile çizer ve bu doğrunun cebirsel karşılığını measure menüsünden equation komutu ile belirler. Yanlış yaptığı bir adımı geri almak için ctrl+z yapar.
- $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini eksenlerin konumu ile ilişkilendirerek (diklik, paralellik) yorumlar ve $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerinin duruşu ile ilgili doğru tahmin yürütür.
- $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerinin eksenlerle olan ilişkisini görebilmek için graph menüsünden plot new function komutuna tıklar ve karşısına çıkan ekranda equation bölümünden $y=$ notation komutuna tıklayıp 4 yazar ve aynı işlemi $y=5$ için de yapar; böylece $y=4$ ve $y=5$ doğrularını koordinat düzleminde göstermiş olur. Koordinat düzleminde çizdiği $y=a$ formundaki doğruların eksenlerle durumunu yorumlar.
- x hep sabit sayı olsun y'ler istediği değeri alabilir kuralına uygun belirlenen (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsillerini eşleştirir.

- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m nin değişimi ile doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi görmek için önce y 'ler x 'lerle aynı olsun; sonra y 'ler x 'lerin 2 katı olsun en son olarak da y 'ler x 'lerin 3 katı olsun kuralına uygun noktaları belirleyip aynı koordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutunu kullanarak gösterir. Noktaların doğrusal olacağını bildiğinden ve doğru oluşturmak için iki noktanın yeterli olduğu bilgisine sahip olduğundan iki noktayı belirledikten sonra doğruyu oluşturur. m değeri arttıkça doğruların duruşunun değişimi ile ilgili yorum yapar.

Ö1: Hocam doğrular hep ortadaki noktadan geçiyor.

Öğretmen: Öldiyorum ki: 'doğrular hep ortadaki noktadan geçiyor'. O ortadaki noktanın adı neydi, hatırlayan var mı?

Hepsi: Orijin.

Öğretmen: Önce bir katı yani aynısı, sonra iki katı, sonra 3 katı. Şimdi gördüğüm kadarıyla ekranlarda hepimiz tamamladınız. İki katı, üç katı, katlar arttıkça, 3 katı, 4 katı, o doğruların duruşu sizce nasıl değişir? Bir katı olduğunda nasıldı? İki katı olduğunda nasıl oldu? 3 katı olduğunda nasıl değişti? O doğrular nasıl duruyorlar?

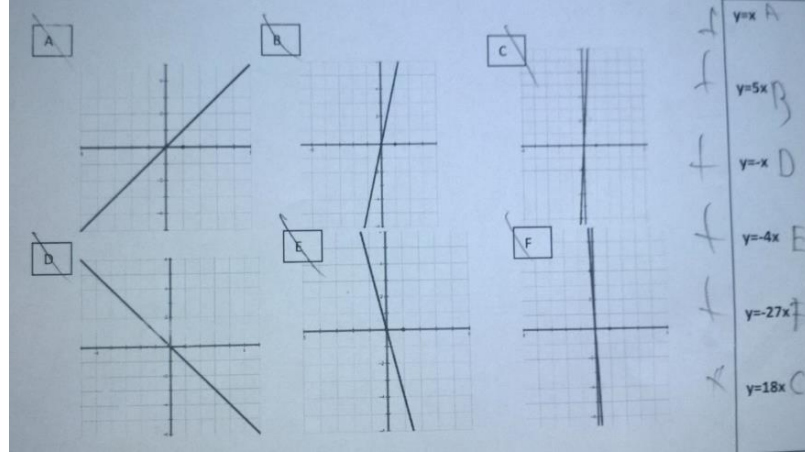
Ö1: Doğrular gittikçe dikleşiyor.

- Sınırlı sayıda yaptığı örnekle m değeri arttıkça doğrunun dikleştiğini ifade ettikten sonra önceden hazırlanan geometri sketchpad taslağında m noktasını sıfırın sağına doğru sürükleyerek çok sayıda doğrunun gözlemlenmesine imkan veren etkinlikle fikrini doğrular ve pekiştirir. m değerinin negatif değerler alıp gittikçe küçülmesiyle doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi önce tahmin eder (yanlış tahmin yürütür); sonra tahminini m noktasını 0'ın soluna doğru uzaklaşarak sürükleyerek ve doğrunun duruşundaki değişimi gözlemleyerek kontrol eder.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin pozitif ve negatif olması durumunda doğrunun duruşundaki değişimi görür ve ifade eder ve $y=mx$ formunda verilen doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafiklerini doğru bir şekilde eşleştirir.

$y=mx$ doğrusunda m değeri 0 dan küçük değerler aldığı ve 0'dan büyük değerler aldığı doğrunun duruşunda nasıl bir değişiklik olur? Önce büyük olursa 2-4 bölge, sonra saat yönünde dönüyor. 1-3 yani büyük 0 olunca saatin tersine)

Ö1'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerinin değişmesiyle doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi görmek için önce y 'ler ve x 'lerin aynı olduğu; sonra y 'lerin x 'lerden 1 fazla ve son olarak y 'lerin x 'lerden 2 fazla olduğu durumlara örnek olabilecek (x,y) ikilileri belirler. Bu ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruları oluşturur. Doğrular arasındaki mesafenin aynı olduğunu göstermek amacıyla doğrular arasına, x eksenine paralel olacak şekilde, doğru parçaları çizer.
- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad sayfasında $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerinin değişiminin cebirsel ifadede meydana getirdiği değişimi görmekte zorlanır ($y=mx+a$ 'nın $y=x+a$ formuna dönüşmesi için m 'nin 1 olması gerektiği gibi). Ancak, m ve a değerlerinin grafikte meydana getireceği etkiyi gözlemlerken a ve m değerlerini kontrollü ve tam sayı olacak şekilde sürükler ve değişimi izler. Cebirsel ifadedeki m ve a değerlerinin doğruya neden olduğu etkiyi doğru bir şekilde yorumlar ve etkinliğin sonunda yer alan 4 adet cebirsel ifade ve grafik eşleştirmesinden 4'ünü de doğru yapar.



Ö1'in Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

Ö2'nin Çalışması

- x hep..... olsun y 'ler istedikleri değerleri alabilir sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerini belirleyip tablolarını oluşturur. Tablodaki değerlerden yararlanarak

graph menüsünden plot points komutuna tıklayarak noktaları koordinat düzleminde gösterir. Noktaların ekranda aynı anda görünmesini sağlamak adına (1,0) noktasını orijine doğru sürükler.

- Noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruları doğru aracı ile çizer ve doğruların eksenlere göre konumunu (diklik, paralellik açısından) doğru bir şekilde yorumlar.
- Doğruları seçip measure menüsünden equation komutuna tıklayarak doğruların cebirsel karşılığını bulur ve cebirsel ifade ile doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi görür.
- $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumunu gördükten sonra; $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumu hakkında yorumda bulunur. Yorumlarının doğruluğunu graph menüsünden plot new function komutuna ve buradan da equation bölümünden y= notation komutuna tıklayıp istediği değeri yazıp ($y=3$, $y=5$ ve $y=8$ doğrularını oluşturur) $y=a$ formundaki doğruların eksenlerle konumunu gözlemleyerek kontrol eder.
- 'x hep aynı sayı y'ler istediği değerleri alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsillerini doğru bir şekilde eşleştirir.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin değişmesiyle doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi görmek için, açtığı boş bir geometri sketchpad sayfasında sırasıyla y'lerin x'lerle aynı olduğu, y'lerin x'lerin 2 katı olduğu ve y'lerin x'lerin 3 katı olduğu durumlara örnek olabilecek noktalar belirleyip bu noktaları graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterir. Noktaların doğrusallığını ve bu doğruyu oluşturmak için iki noktanın yeterli olduğunu bildiğinden; kurala uygun iki nokta belirleyip bu noktalardan geçen doğruları çizer ve doğruların duruşundaki değişimi doğru bir şekilde yorumlar.
- Sınırlı sayıda $y=mx$ formundaki doğrusal denklemin grafiği ile $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m'nin artmasıyla doğrunun değişimini yorumladıktan sonra önceden hazırlanan geometri sketchpad taslağında m noktasını sıfırın sağına sürükleyerek çok sayıda $y=mx$ formunda doğrusal denklemin grafiğini elde eder ve yorumlarını pekiştirir.

- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin pozitif ve negatif olması durumunda doğrunun duruşu ile ilgili doğru yorumlar yapabilsede etkinliğin sonunda yer alan $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafiklerini eşleştirme sorularından 6'da 2'sine doğru cevap verebilir.
- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerinin değişmesiyle doğrunun duruşundaki değişim arasındaki ilişkiyi görmek için önce y 'ler ve x 'lerin aynı olduğu, sonra y 'lerin x 'lerden 1 fazla ve son olarak da y 'lerin x 'lerden 2 fazla olduğu duruma uygun (x,y) ikilileri belirler. Belirlediği ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruları oluşturur ve doğruların duruşundaki değişimi izler.
- $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerindeki değişimin cebirsel ifadeye neden olduğu değişimi anlamakta zorlanırken grafik temsilinde görülen değişimi, m ve a değerlerini tam sayı olacak şekilde sürükleyerek, yorumlar ve ifade eder.

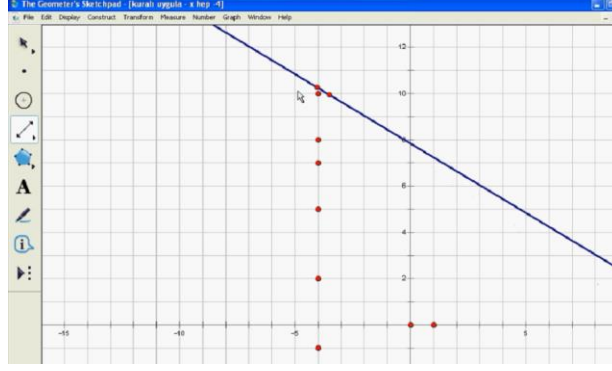
Doğrunun değişimini gözlemleyin ve nasıl değiştiğini aşağıya yazın. ($a=-1$ olduğunda doğru nasıl değişti? $a=-2$ olduğunda doğru nasıl değişti? Yer mi değiştirdi? Yer değiştirdiyse, hangi yönde kaç birim?)... Doğular... aşağıya doğru gidiyor... ise... yere... bir... birine... paraleller... 1 ve 3... bölgelerde hareket... ediyorlar...

- Ö2'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü 4
Cebirsel ifade ile grafik temsilinin eşleştirilmesi durumunda neysini doğru yapar.

Ö3'ün Çalışması

- x hepolsun y 'ler istedikleri değerleri alabilir sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerinin tablosunu oluşturup, tablodan yararlanarak bu ikilileri graph menüsünden plot points komutuna tıklayarak gösterir. Plot points komutunu kullanırken belirlediği tüm noktaları düzlemde gösterdikten sonra çarpıya tıklayarak işlemi bitirme özelliğinden yararlanır. Ekran dışında kalan noktaları görmek için fare imleci ve sürükleme özelliğini kullanır.
- Kurala uygun noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizmek için iki noktanın yeterli olması koşulundan yararlanarak iki noktayı seçip doğruyu

oluşturmak yerine noktaların dışında ancak tüm noktaların üzerinden geçecek şekilde doğru oluşturmaya çalışır. Ancak oluşturduğu doğru, istenen kurala uygun olarak belirlenen noktalardan tam olarak geçmediğinden istenen doğru olmaz. Bu yanlış, öğretmenin uyarması ve rehberliğinden sonra düzeltilir.



Ö3'nin Ekran Kaydından Bir Görüntü

- Oluşturduğu doğruların cebirsel karşılığını bulmak için doğruyu seçip measure menüsünden equation komutuna tıklar. Cebirsel ifadesi ile grafiği arasındaki ilişkiyi görür ve doğruların eksenlerle konumunu (diklik, paralellik) yorumlar.
- $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumu hakkında tahminde bulunur ve tahminini kontrol etmek için graph menüsünden plot new function komutuna ve çıkan ekranda equation bölümünden $y=$ notation komutuna tıklayıp istediği değerleri yazarak ($y=3$, $y=10$ ve $y=-8$) $y=a$ formundaki doğrusal denklemleri koordinat düzleminde gözlemleyip eksenlerle konumunu yorumlar.
- 'x hep sabit sayı olsun y'ler istediği değeri alabilir' ifadesine uygun (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsillerini eşleştirir.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin değişmesiyle doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi belirlemek için boş bir geometri sketchpad sayfasında y'lerin x'lerle aynı olduğu (x,y) ikililerini gösterip bu noktalardan geçen doğruyu oluşturması beklenirken bir türlü plot points komutunu bulamaz hatta noktaları ekranın solundaki nokta aracını kullanarak belirler. Kurala uygun belirlediği noktaların ikisinden geçen doğruyu oluşturmakta zorlanır. Önce noktalardan eksene dik doğrular oluşturmaya çalışır; sonra noktalardan geçen ancak noktaların kendisini seçmektense noktaların dışındaki boşluğu seçip

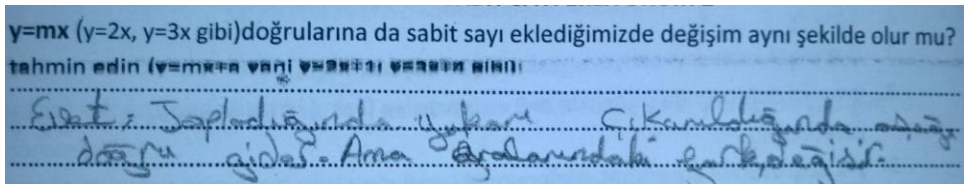
noktaların üzerinden geçen doğruyu oluşturmaya çalışır. Yanlış belirlediği noktaları ya da doğruları işaretçi ile seçip siler.

- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin arttıkça doğruların duruşunu kendisi çizerek görmesi ve yorumlaması beklenirken doğruları oluşturmada zorlandığından doğruların duruşunu yorumlayamaz.

Öğretmen: Öldüyor ki: 'doğrular gittikçe dikleşiyor'. Siz ne dersiniz. Y'ler x'lere eşitken nasıldı? Y'ler x'lerin iki katı olduğunda şekil ne hale geldi? Y'ler x'lerin üç katı olduğunda ne hale geldi? 4 kat olsa, 5 kat olsa falan gibi. Yol gibi düşünebilirsiniz o doğruları. Ne dersin Ö3?

Ö3: Hiçbir fikrim yok öğretmenim.

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında m noktasını sürükleyerek pozitif ve negatif değerler almasını sağlayıp doğrunun duruşundaki değişimi bu durumlarda gözlemler ve kısmen doğru yorumlarda bulunur ancak etkinliğin sonunda verilen 6 tane $y=mx$ formundaki cebirsel ifade ve grafik eşleştirmesinden 2'sini doğru yapar.
- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerinin değiştikçe doğrunun duruşunda neden olacağı değişimi gözlemlemek için önce y 'lerin x 'lerle aynı olduğu, sonra y 'lerin x 'lerden 1 fazla ve son olarak da y 'lerin x 'lerden 2 fazla olduğu durumlara örnek olabilecek (x,y) ikilileri verir. Bu ikilileri koordinat düzleminde gösterip noktalardan geçen doğruları oluşturur ve doğrular arasındaki mesafeyi işaretçi ile dalgalar çizerek belirler.
- $y=x+a$ ve $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerlerinin grafikte neden olduğu değişimi m ve a değerlerini kontrollü bir şekilde sürükleyerek gözlemler ve yorumlar.



Ö3'ün Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Etkinliğin sonunda yer verilen $y=mx+a$ formundaki 4 cebirsel ifade ve grafik eşleştirmesinde ikisini doğru, ikisini yanlış ($y=x-3$ ile $y=3x-3$ 'ü karıştırır) yaptığı görülür.

Ö4'ün Çalışması

- 'x hep..... olsun y'ler istedikleri değeri alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerini belirleyip tablosunu oluşturur. Tablodan yararlanarak (x,y) ikililerini graph menüsünden plot points komutundan yararlanarak koordinat düzleminde gösterir. Ancak yanlışlıkla, koordinat düzlemini 'polar' olarak seçince belirlediği noktalar ondalık gösterimli olur ve düzlem de bizim kullandığımız koordinat düzlemi olmaktan çıkar. Yanlışını fark edince noktaları teker teker seçip siler ve noktaları istenen koordinat düzleminde yeniden gösterir. Noktaları düzlemde gösterirken plot points komutunun hızlandırıcı özelliğinden yararlanır ve tüm noktaları düzlemde gösterdikten sonra done komutu ile işlemi sonlandırır.
- Noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizmek için doğru aracını kullanır ancak belirlediği iki noktayı seçerek doğruyu oluşturmak yerine noktalardan birini kendi belirlediği nokta olarak seçip diğerini tüm noktaların üzerinden geçecek bir doğru oluşturacak şekilde iki nokta arasından seçer. Ancak çizdiği doğru, kuralı sağlayan tüm noktaları içermez ve bunu anlamak için sürükleme özelliğini kullanır ve doğrunun bazı noktaların dışında kaldığını fark eder. Bu durumu engellemek için doğruyu sürükleyerek noktanın üzerine getirmeye çalışır. Oluşturduğu doğrunun dışında kalan noktaları seçerek siler.
- Doğruların cebirsel karşılığını bulmak için doğruyu seçip measure menüsünden equation komutuna tıklar ve cebirsel ifade ile grafik arasındaki ilişkiyi görür. $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini eksenlerle olan konumları açısından (diklik, paralellik) yorumlarken arkadaşlarından yardım alır.
- $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumlarından yararlanarak $y=a$ formundaki cebirsel ifadelerin eksenlerle konumları hakkında tahmin yürütür. Tahminlerinin doğruluğunu kontrol etmek için graph menüsünden plot new function komutuna tıklayıp çıkan ekranda equation bölümünden $y=$ notatın

komutuna tıklayarak istediği değerleri yazarak ($y=3$, $y=5$ ve $y=6$) $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini koordinat düzleminde gösterir ve tahminlerinin doğruluğunu kontrol eder.

- ‘x hep sabit sayı olsun y’ler istediği değeri alabilir’ sözel ifadesine uygun belirlenen (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsillerini doğru bir şekilde eşleştirir.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m’nin değişiminin doğrunun duruşunda neden olacağı etkiyi görmesi için önce y’lerin x’lerle aynı, sonra 2 katı, son olarak da 3 katı olduğu noktaları belirleyip; koordinat düzleminde göstermesi ve bu noktalarda geçen doğruları çizmesi beklenirken, öncelikle kurala uygun nokta belirlemede sonrasında da belirlediği noktalardan geçen doğruyu çizmekte zorlanır. Bu nedenle $y=mx$ formundaki doğrularda m büyüdükçe grafiğin dikleştiğini görmekte zorlanır.
- Önceden hazırlanan geometri sketchpad sayfasında m noktasını sürükleyerek artan pozitif ve azalan negatif değerler aldığıında doğrunun duruşunun değişimini görür ve yorumlar.

Öğretmen: m 1 olduğunda nasıldı? m 1 olduğunda nasıl duruyordu, 2 olduğunda nasıl oldu, 3 olduğunda nasıl oldu, 4 olduğunda...? Yani m değeri arttıkça oradaki doğrunun duruşu nasıl değişti?

Ö4: Yaklaşıyor. (y eksenini kastediyor çünkü; Ö4’nin ekran kaydından, m noktasını diğer öğrencilerden çok daha fazla sürükleyip doğrunun dikleştikçe y eksenine yaklaştığını gözlemlediği; hatta doğrunun y eksenini geçip geçmeyeceğini kontrol ettiği görülmektedir.)

- Etkinliğin sonunda yer alan $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafiklerini eşleştirme bölümünde 6’da 1’ini doğru yapabildiği görülür.
- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerinin değişmesiyle doğrunun duruşunda meydana gelen değişikliği görmek için önce y’lerin x’lerle aynı olduğu, sonra y’lerin x’lerden 1 fazla ve son olarak y’lerin x’lerden 2 fazla olduğu durumlara örnek olacak (x,y) ikilileri belirler. Belirlediği noktaları graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterir ve noktalardan geçen doğruları çizer. Böylece doğrular arasındaki ilişkiyi görür.

- $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerlerindeki değişimin cebirsel ifadeye neden olduğu değişimi görmekte zorlanır. Ancak grafikte meydana gelen değişimi görmek için a değerini kontrollü bir şekilde sürüklerken m değerini sürüklediği görülür. m ve a değerlerindeki değişimin grafikte neden olduğu etkiyi ifade ederken etkinliğin sonunda yer alan $y=mx+a$ formundaki 4 adet cebirsel ifade ve grafik eşleştirmesinden 2'sini doğru 2'sini yanlış ($y=x-3$ ile $y=3x-3$ 'ü karıştırır) yaptığı görülür.

y=3x doğrusuna sabit bir **pozitif sayı** eklendiğinde değişim **y=x** doğrusundaki gibi mi olur? açıklayın ('doğrulara sabit sayı ekliyorum 1' etkinliğinde yaptıklarınızı hatırlayın).

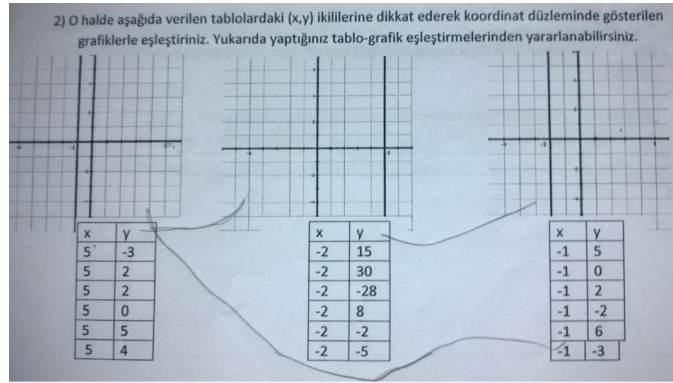
Kaç eksenlik y eksenini de o kadar basar. Ancak sadece y de

Ö4'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

Ö5'in Çalışması

- 'x hep olsun y'ler istediği değeri alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerini belirleyip tablosunu oluşturur. Tablodaki değerlerden yararlanarak (x,y) ikililerini graph menüsünden plot points komutuna tıklayarak düzlemde gösterir ve tüm noktaları düzlemde gösterdikten sonra done komutu ile işlemi tamamlar. Koordinat düzleminde yanlışlıkla polar seçeneğini seçince belirlediği (x,y) ikililerinin ondalık gösterimli olduğunu görür ve yanlış yaptığını anlayıp yanlışını düzeltir.
- Noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruları doğru aracı ile çizer ve doğruyu seçip measure menüsünden equation komutu ile doğrunun cebirsel ifadesini bulma aşamasında arkadaşının teknik yardımına ihtiyaç duyar.
- $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlere göre konumu (diklik, paralellik) hakkında yorumlarını, arkadaşlarının yorumlarından yararlanarak yapabilir. $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlere göre konumu ile ilgili yaptığı yorumlardan yararlanarak $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumu hakkında tahmin yürütür ancak ifade etmekte zorlanıp arkadaşından yardım alır.

- $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini oluştururken graph menüsünden plot new function komutuna tıklama ve çıkan ekrandan equation bölümünden $y=$ notation komutuna tıklama aşamasında arkadaşından teknik yardım alır.
- ‘x hep sabit sayı olsun, y’ler istediği değeri alabilir’ kuralına uygun belirlenen (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsilleri arasında doğru eşleştirmeyi yapar.



Ö5'in Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin değişiminin doğrunun duruşunda neden olacağı etkiyi önce y'lerin x'lerle aynı, sonra y'lerin x'lerin 2 katı ve son olarak y'lerin x'lerin 3 katı olduğu durumlara örnek olacak (x,y) ikilileri belirleyip bu noktaları koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu oluşturması beklenirken kurala uygun nokta belirlemede ve belirledikten sonra da bu noktalardan geçen doğruyu oluşturmakta zorlanır. Doğruları oluşturmakta zorlansa da duruşlarındaki değişimi doğru bir şekilde yorumlar.

Öğretmen: Üç katı olan doğruyu çizdin mi Ö5?

Ö5: Evet öğretmenim.

Öğretmen: Nerede?

Ö5: Öğretmenim iki katı olanın hemen üstünde.

Öğretmen: Yap hemen. Görmem lazım. İki saniyeni almaz o.

- Önceden hazırlanmış geometri sketchpad sayfasında $y=mx$ formundaki doğrularda m noktasını artan pozitif ve azalan negatif sayılar olacak şekilde sürüklediğinde doğrunun duruşundaki değişimi gözlemler ve yorumlar.
- Etkinliğin sonunda yer alan $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadesi ile grafiğini eşleştirme sorularından 6'da 2 doğru yapabildiği görülür.
- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerinin değişmesiyle doğrunun duruşunda meydana gelen değişimi görmek amacıyla önce y 'lerin x 'lerle aynı olduğu, sonra y 'lerin x 'lerden 1 fazla olduğu ve son olarak da y 'lerin x 'lerden 2 fazla olduğu durumlara örnek olacak (x,y) ikililerini belirler. Bu ikilileri koordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutu ile gösterir ve noktalardan geçen doğruyu çizer. Doğruların duruşundaki değişimi gözlemler ve ifade eder.
- $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerlerindeki değişimin doğrunun duruşunda meydana getireceği değişimi görmek için önceden hazırlanmış geometri sketchpad sayfasında a ve m değerlerini kontrollü bir şekilde sürükler. a ve m değerlerinin yarattığı etkiyi yorumlar.
- Etkinliğin sonunda yer verilen $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerin 4 adet cebirsel ifadesi ve grafik temsili ile eşleştirilmesi sorusundan 2'sini doğru yapabildiği görülür ($y=x-3$ ile $y=3x-3$ 'ü karıştırır).

Ö6'nın Çalışması

- 'x hep olsun, y'ler istedikleri değerler alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikililerini belirleyip tablosunu oluşturur ve tablodaki değerlerden yararlanarak graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterir. Plot points komutunun hızlı yapmayı sağlayan özelliğinden yararlanıp tüm noktaları düzlemde gösterdikten sonra ekrandan çarpıya tıklayarak çıkar.
- Noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizip doğruların cebirsel karşılığını measure menüsünden equation komutu ile belirler. Böylece $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafikleri arasındaki ilişkiyi görür ve eksenlerle konumu hakkında yorum yapar. $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin eksenlerle konumu hakkında tahminde bulunur ve

tahminlerinin doğruluğunu graph menüsünden plot new function komutundan, çıkan ekranda equation bölümünden $y=$ notation komutuna tıklayarak istediği değerleri yazarak kontrol eder.

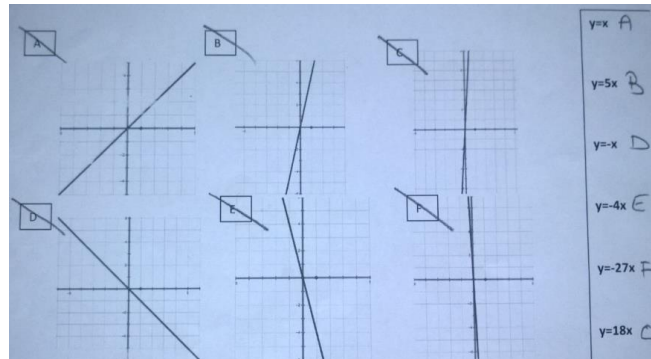
- 'x hep sabit sayı olsun, y'ler istediği değerleri alabilir' sözel ifadesine uygun belirlenen (x,y) ikililerinin tablo ve grafik temsillerini eşleştirir.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin artmasıyla grafiğin duruşu arasındaki ilişkiyi görmek için önce y'ler ve x'lerin aynı, sonra y'lerin x'lerin 2 katı olduğu ve son olarak y'lerin x'lerin 3 katı olduğu durumlara örnek olacak (x,y) ikilileri belirleyip bunları koordinat düzleminde plot points komutu ile gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruları oluşturup doğruların duruşundaki değişimi gözlemlemesi beklenirken; noktaları düzlemde gösterebilir ancak noktalardan geçen doğruyu oluşturmakta zorlanır. Bu nedenle doğruların duruşundaki değişimi yorumlamakta zorlanır.
- Önceden hazırlanan geometri sketchpad sayfasında m noktasını sürükleyerek çok sayıda $y=mx$ formundaki doğrusal denklemde m değerinin değişmesiyle doğrunun duruşunda görülen değişimi gözlemlemesi beklendiğinde; değişimi gözlemleyip yorumlar ve ifade eder.

Ö6: Öğretmenim m değeri değiştikçe, öğretmenim, doğrunun üstünde dik duruyor ve yaklaşıyor.

Öğretmen: y eksenine doğru yaklaşıyor değil mi?

Ö6: Evet.

- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerinin artan pozitif değerler ve azalan negatif değerler alması durumunda doğrunun duruşundaki değişimi yorumlar ve etkinliğin sonunda yer alan 6 tane $y=mx$ formundaki cebirsel ifade ile grafiğin eşleştirilmesinden 6'sını da doğru yapar.



Ö6'nın Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a değerindeki değişimin doğrunun duruşunda meydana getireceği etkiyi görmek için önce y 'lerle x 'lerin aynı olduğu, sonra y 'lerin x 'lerden bir eksik ve son olarak y 'lerin x 'lerden 2 eksik olduğu durumlara örnek olabilecek (x,y) ikilileri belirler ((2,3) olması gerekirken (3,2) şeklinde noktalar belirlemesi x 'i, y 'ye bağlı olarak hesapladığı anlamına gelebilir). Bu ikilileri koordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutu ile gösterip noktalardan geçen doğruları çizerek doğruların duruşundaki değişimi gözlemler ve yorumlar.
- $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerlerindeki değişimin cebirsel ifadede neden olduğu etkiyi anlamakta zorlanırken; grafikte neden olduğu değişimi görmek ve yorumlamak için m ve a değerlerini kontrollü bir şekilde sürükler.
- Etkinliğin sonunda yer verilen $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadesi ile grafik temsili eşleştirilmesinde 4 sorudan 2'sini doğru yapabildiği görülür ($y=x-3$ ile $y=3x-3$ 'ü karıştırır).

4.1.3.2.2.Enstrümanlı Teknikler

Pragmatik Teknikler: Pragmatik teknikler kendi içerisinde iki ana başlık altında toplanmıştır: 'Aracın komutlarına hakim olma ve bu komutların potansiyelinden yararlanma' ve 'Yazılımda görevi gerçekleştirecek komuta alternatif (kağıt-kalem ortamında kullanılabilir) çözümlerle destek sağlama'.

Doğrusal Denklemlerin Cebirsel Temsillerini, Diğer Temsillerle İlişkilendirebilme						
ÖĞRENCİLER						
PRAGMATİK TEKNİKLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Aracın komutlarına hakim olma ve bu komutların potansiyelinden yararlanma	+	-	+	+	+	+
Ekran görünümünü düzenlemek için sürükleme ve fare imlecini kullanma	+	+	+	-	+	+
Görevde sıklıkla kullanılan komutları zorlanmadan bulabilme ve kullanma (plot points ve define coordinate sistem)	-	-	-	-	+	-
Yazılımda görevi gerçekleştirecek komuta alternatif (kağıt-kalem ortamında kullanılabilir) çözümlerle destek sağlama	+	+	+	-	-	-

Tablo 19: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Benzerlik

-Grup 3 Etkinliklerinde Öğrencilerin Pragmatik Tekniklerinde Benzerlik:

Pragmatik tekniklerin öğrencilerde görülme oranları ve yüzdeleri Tablo:20'deki gibidir:

Pragmatik Teknikler	Öğrenci (oran; yüzde;kodlama)	
Aracın komutlarına hakim olma ve bu komutların potansiyelinden yararlanma	Ö1(3 te 2=%66 =3) Ö2(3 te 1=%33=2) Ö3 (3 te2 =%66=3)	Ö4 (3 te 1=%33= 2) Ö5 (3 te 3=%100= 4) Ö6 (3 te2 =%66=3)
Yazılımda görevi gerçekleştirecek komuta alternatif (kağıt-kalem ortamında kullanılabilir) çözümlerle destek sağlama	Ö1(1de1=%100= 4) Ö2(1de1=%100=4) Ö3(1de1=%100=4)	Ö4(1 de0 =%0=0) Ö5(1de0 =%0 =0) Ö6(1 de0=%0 =0)

Tablo 20: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Oran,Yüzde,Kodlama

Oran ve yüzdelerden elde edilen kodlamalar Tablo 21'deki gibidir:

ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
PRAGMATİK TEKNİKLER						
Aracın komutlarına hakim olma ve bu komutların potansiyelinden yararlanma	3	2	3	2	4	3
Yazılımda görevi gerçekleştirecek komuta alternatif (kağıt-kalem ortamında kullanılabilir) çözümlerle destek sağlama	4	4	4	0	0	0

Tablo 21: Grup 3 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Kodlama

Tablo 21 incelendiğinde 3. grup etkinliklerde öğrencilerin, görülen pragmatik teknikler açısından iki gruba ayrıldığı söylenebilir. Öğrenciler 'aracın komutlarına hakim olma ve bu komutların potansiyelinden yararlanma' amacıyla kullandıkları teknikler açısından birbirine yakın kullanım oranlarına sahipken; yazılımda görevi gerçekleştirecek komuta alternatif (kağıt-kalem ortamında kullanılabilir) çözümlerle destek sağlama amacıyla kullandıkları teknikler açısından farklılık göstermişlerdir denilebilir. Ö4, Ö5 ve Ö6 plot points komutu yerine dalgalar çizerek noktanın yerini belirleme tekniğini kullanmazlarken Ö1, Ö2 ve Ö3 bu tekniği kullanmışlardır.

Epistemik Teknikler: Doğrusal denklemlerin cebirsel temsillerini diğer temsillerle ilişkilendirebilmek için öğrencilerin geometri sketchpad ortamında kullandıkları teknikler Tablo:22'de verilmektedir. 3. gruptaki epistemik teknikler üç gruba ayrılmıştır. Bunlar: doğrusal denklemlerde temsiller arası geçişleri yapabilme; matematiksel yorumlamayı yazılımla kolaylaştırma ve matematiksel bilgiyi yazılımda uygulamadır.

DOĞRUSAL DENKLEMLERİN CEBİRSEL TEMSİLLERİNİ, DİĞER TEMSİLLERLE İLİŞKİLENDİREBİLME

ÖĞRENCİLER		Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
EPISTEMİK TEKNİKLER							
Doğrusal denklemlerde temsiller arası geçişleri yapabilme	X hep sabit bir sayı olsun kuralına uygun noktalar belirleyebilir ($x=a$ cebirsel yazılış şeklini bilmeden)	+	+	+	+	+	+
	X hep sabit sayı olsun kuralını sağlayan durumun cebirsel formunu bilir	+	+	+	+	+	+
	X hep sabit sayı olsun kuralını grafiği ile eşleştirebilir	+	+	+	+	+	+
	$Y=a$ cebirsel formunu grafiği ile eşleştirir	+	+	+	+	+	+
	$Y=mx$ formundaki doğru grafiklerinde m nin değişiminin doğrunun duruşunu nasıl etkilediğini yorumlar	+	+	+	+	+	+
	$Y=mx$ formunda verilen doğruları grafikleri ile eşleştirir	+	+	+	+	+	+
	$Y=x+a$ formundaki doğru grafiklerini grafik temsilleri ile eşleştirir ve a 'nın değişiminin grafiğin duruşunu nasıl etkilediğini yorumlar	+	+	+	+	+	+
	$Y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemleri grafik temsilleri ile eşleştirir ve a 'nın değişiminin grafiğin duruşunu nasıl etkilediğini yorumlar	+	+	+	+	+	+
Matematiksel yorumlamayı yazılımla kolaylaştırma	Grafiğin sıklığını ((1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek) değiştirmek (noktaların doğrusallığı ile ilgili yorumlamayı kolaylaştırmak) için sürüklemeyi kullanma	-	+	-	-	-	-
	Doğruların paralellğine karar verirken doğrular arasındaki uzaklığın eşitliğinden yola çıkarak doğrular arasına doğru parçası çizme	+	-	-	-	-	-
	Sürükleme özelliğini küsuratlı değerleri tam sayılaştırmak için kullanma (ekseni kestiği nokta ile denklemdeki $Y=mx+a$, a 'nın değişimindeki paralellği rahat gözlemleyebilme)	+	+	+	+	+	+
	Komutların nasıl kullanılacağını hem matematiksel temelle hem de aracın özelliğinden yararlanarak bilme (iki noktadan geçen doğruyu oluşturma)	+	+	-	-	+	-
Matematiksel bilgiyi yazılımda uygulama							

Tablo 22: Grup 3 Etkinliklerinde Epistemik Tekniklerde Benzerlik

Epistemik teknik gruplarının öğrencilerde görülme oranı, yüzdesi ve kodlaması Tablo:23'deki gibidir:

Epistemik Teknikler	Öğrenci (oran; yüzde; kodlama)	
Doğrusal denklemlerde temsiller arası geçişleri yapabilme	Ö1(8 te 8=%100=4) Ö2(8 te 8=%100=4) Ö3(8 te 8=%100=4)	Ö4(8 te 8=%100=4) Ö5(8 te 8=%100=4) Ö6(8 te 8=%100=4)
Matematiksel yorumlamayı yazılımla kolaylaştırma	Ö1(3 te 2=%66=3) Ö2(3 te 2=%66=3) Ö3(3 te 1=%33=2)	Ö4(3 te 1=%33=2) Ö5(3 te 1=%33=2) Ö6(3 te 1=%33=2)
Matematiksel bilgiyi yazılımda uygulama	Ö1(1de1=%100=4) Ö2(1de1=%100=4) Ö3(1 de0=%0=0)	Ö4(1 de0=%0=0) Ö5(1de 1=%100=4) Ö6(1 de0=%0=0)

Tablo 23: Grup 3 Etkinlikleri İçin Epistemik Tekniklerde Oran, Yüzde, Kodlama

Oran ve yüzdelerden elde edilen kodlamalar Tablo:24'deki gibidir:

ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
EPİSTEMİK TEKNİKLER						
Doğrusal denklemlerde temsiller arası geçişleri yapabilme	4	4	4	4	4	4
Matematiksel yorumlamayı yazılımla kolaylaştırma	3	3	2	2	2	2
Matematiksel bilgiyi yazılımda uygulama	4	4	0	0	4	0

Tablo 24: Grup 3 Etkinlikleri İçin Epistemik Tekniklerde Kodlama

Tüm öğrencilerin doğrusal temsillerde temsiller arası geçişlerde başarılı oldukları, matematiksel yorumlamayı yazılımı kullanarak farklı tekniklerle kolaylaştırabildikleri ancak sahip oldukları 'iki noktadan bir doğru geçer' matematiksel bilgisini yazılımı kullanırken uygulamaya geçirmekte Ö3, Ö4 ve Ö6'in başarılı olamadıkları; Ö1, Ö2 ve Ö5'in ise başarılı oldukları bu nedenle öğrencilerin gözlemlenen epistemik teknikler açısından iki gruba ayrıldıkları söylenebilir.

4.1.3.2.3. 'Doğrusal Denklemlerin Cebirsel Temsillerini, Diğer Temsillerle İlişkilendirebilmek' İçin Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemasının Temel Bileşenleri

Pragmatik ve epistemik tekniklerin bütününe bakarak öğrencilerin 'doğrusal denklemlerin cebirsel temsillerini, diğer temsillerle ilişkilendirebilmek' için ortaya çıkması beklenen enstrümantal eylem şemasının temel bileşenleri tanımlanmaktadır.

x=a ve y=b formundaki doğrusal denklemler için;

1. 'x hep..... olsun y'ler istedikleri değeri alabilir' sözel ifadesine uygun (x,y) ikilileri ile tablo oluşturup bu ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterebilme.
2. Koordinat düzleminde gösterdiği noktaların doğrusallığını fark edip noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu doğru aracı ile çizebilme ve bu doğrunun cebirsel karşılığını measure menüsünden equation komutu ile belirleyebilme.
3. x=a formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini eksenlerin konumu ile ilişkilendirerek (diklik, paralellik) yorumlayabilme ve y=a formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerinin duruşu ile ilgili doğru tahmin yürütebilme.
4. y=a formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerinin eksenlerle olan ilişkisini görebilmek için yazılımın y= notasyonunu kullanarak, y=a formunda, kolayca ve hızlı bir şekilde, çok sayıda doğrusal denklemin grafiğini oluşturabilme.
5. 'x hep sabit sayı olsun y'ler istediği değeri alabilir' kuralına uygun belirlenen (x,y) ikililerini gösteren tablo ve grafik temsillerindeki ortak özellikten (tabloda x hep 3 ise grafikte de x eksenini 3 noktasından y'ye paralel bir şekilde keser) yararlanarak eşleştirebilme.

Birinci bileşende öğrencilerden bir kısmının graph menüsünden plot points komutunu bulmakta zorlandığı görülürken bazılarının da koordinat düzlemini yanlışlıkla polar hale getirdiği görülmektedir. Öğrencilerin kendi yanlışlarını kendileri fark ederek düzelttikleri, komutları bulmakta zorlanan öğrencilerin de menüler arasında gezindikleri görülmektedir. Aynı zamanda kurala uygun belirlenen noktaların tamamının ekranda görünmediği durumlarda sürükleme aracı ile noktaların hepsini görünür kıldıkları, bazı

öğrencilerin de (1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek eksenlerin sıklığını azalttığı ve böylece noktaların ekranda görünmesini sağladığı görülmektedir.

İkinci bileşende bazı öğrencilerin noktalardan geçen doğruyu çizmekte çok zorlandığı görülmektedir. Doğruyu oluştururken kurala uygun belirlenen noktaları seçmeyip noktaların dışındaki alanlara tıkladıkları ve noktaların üzerinden geçecek şekilde doğruları oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin, belirledikleri noktaları, o doğrunun aynı zamanda bir elemanı ya da parçası olarak görmediklerini göstermektedir denilebilir.

Üçüncü bileşende, iki doğrunun birbirine göre konumunu dile getirmeleri beklenen öğrencilerin paralel kavramını doğru bir şekilde kullanmada önceleri zorlandıkları ancak öğretmen rehberliğiyle yapılan beyin fırtınasıyla kavramı, anlamlandırıp kendilerini ifade edecek şekilde kullanabildikleri görülmektedir.

Dördüncü bileşende, $y=a$ formunda çok sayıda doğrusal denklemin kolay ve hızlı bir şekilde yazılımdan yararlanarak oluşturulması böylece grafiklerin eksenlerle konumunun rahatça gözlenmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Yazılım kullanımı gerektiren adımlarda öğrencilerin etkinlik kağıdındaki yönergeleri takip ettikleri bu nedenle zorlanmadıkları görülmektedir.

Beşinci bileşende amaç, öğrencilerin etkinlik süresince öğrendiklerini kağıda aktarma derecesini ölçmektir. Öğrencilerin öğrendiklerini başarıyla aktarabildikleri düşünülmektedir.

$y=mx$ formundaki doğrusal denklemler için;

1. Sırasıyla y 'lerin; x 'lerle aynı, x 'lerin 2 katı, x 'lerin 3 katı olduğu durumlara örnek olabilecek (x,y) ikilileri belirleyebilme ve bu ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterebilme.
2. $y=x$, $y=2x$, $y=3x$ formuna uygun (ancak cebirsel karşılığını bilmeden) (x,y) ikililerinin ayrı ayrı birer doğru oluşturacağını bilerek noktalardan geçen doğruları çizebilme ve doğruların duruşundaki değişimi gözlemleyebilme.

3. Sınırlı sayıda örnekle (sözel ifade ile grafik arasındaki ilişki) doğruların durumunu gözlemledikten sonra, cebirsel ifade ($y=mx$) ile grafik arasındaki ilişkiyi, çok sayıda örnekle, kolay ve hızlı bir şekilde görebilmek için m noktasını amaçlı bir şekilde sürükleyebilme ve doğruların duruşundaki değişimi yorumlayabilme.
4. $y=mx$ formunda verilen doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile aynı durumu anlatan grafik temsilini eşleştirebilme.

Birinci ve ikinci bileşende, bazı öğrencilerin noktaların koordinat değerlerinin yazılarak düzlemde gösterilmesini sağlayan graph menüsünden plot points komutunu bulmakta zorlandıkları; bazılarının da noktaları düzlemde gösterdikten sonra bu noktalardan geçen doğruyu oluşturmakta zorlandıkları görülmektedir. Noktaları düzlemde gösteren ancak noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizemeyen öğrencilerin doğruların gittikçe dikleştiğini görmelerinin zorlaştığı görülmektedir.

Üçüncü bileşende, öğrencilerin, önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında m noktasını kontrollü bir şekilde sürükleyerek doğruların duruşundaki değişimi gözlemleyebildikleri ve kendi cümleleri ile ifade edebildikleri görülmektedir.

Dördüncü bileşende amaç, öğrencilerin etkinlik süresince öğrendiklerini kağıda aktarabilme derecelerini ölçmektir. Bu bileşende öğrencilerin ortalama %50'den fazla başarı gösterdikleri görülmektedir.

$y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemler için;

1. Sırasıyla y'lerin; x'lerle aynı, x'lerden 1 fazla, x'lerden 2 fazla olduğu durumlara örnek olabilecek (x,y) ikilileri belirleyebilme ve bu ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile gösterebilme.
2. Her bir durumda noktaların doğrusallığından yararlanarak noktalardan geçen doğruyu çizebilme ve sözel ifadedeki değişim ile grafikteki değişim arasındaki ilişkiyi görüp yorumlayabilme.
3. Sınırlı sayıda örnekle sözel ifade ile grafik arasındaki ilişkiyi gördükten sonra $y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a'daki değişimin grafikte neden

olacağı etkiyi, a noktasını amaçlı bir şekilde sürükleyerek, çok sayıda örnekle görebilme ve yorumlayabilme.

4. $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a 'daki değişimin grafikte neden olacağı etkiyi görmek için amaçlı bir şekilde hem m , hem de a noktasını sürükleyebilme ve gözlemlediklerini yorumlayabilme.
5. $y=mx+a$ formunda verilen doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafikleri arasındaki ilişkiden yararlanarak aynı durumu anlatan temsilleri eşleştirebilme.

Birinci ve ikinci bileşende, öğrencilerin kurala uygun (x,y) ikilileri belirleme ve bu ikilileri koordinat düzleminde göstermede hız kazandıkları görülmektedir. Bir öğrencinin y 'ler x 'lerden 1 fazla kuralına uygun (x,y) ikilisi belirlemek yerine, x 'ler y 'lerden 1 fazla kuralına uygun (x,y) ikilisi belirlediği görülmektedir. Noktalardan oluşan doğruları ayrı ayrı çizen öğrencilerden birinin doğrular arasındaki mesafenin aynı olduğunu görmek için doğruların arasına, x eksenine paralel olacak şekilde, doğru parçaları çizdiği görülürken; başka bir öğrencinin doğrular arasındaki mesafeyi işaretçi ile dalgalar çizerek belirlemeye çalıştığı görülmektedir.

Son üç bileşende öğrencilerin $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel formunu ($y=mx$ formuna dönüştürmek için $a=0$ olmalı ya da $y=x+a$ formuna dönüştürmek için $m=1$ olmalı) anlamakta zorlandıkları ancak m ve a noktalarını kontrollü bir şekilde sürükleyerek m ve a değerlerindeki değişimin grafikte neden olacağı etkiyi kendi cümleleri ile ifade edebildikleri görülmektedir. Yalnızca bir öğrencinin m noktasını sürüklemekten sadece a noktasının grafikte neden olacağı etkiyi incelediği görülmektedir. Etkinlik sonunda yer verilen ve öğrenilenlerin kağıda aktarılabilme derecesini ölçen sorularda öğrencilerin %50'den fazla başarı gösterdikleri görülmektedir.

4.1.4.Grup 4 Etkinlikleri (Eksenle Ortak Noktamız Nedir?, Eksenle Ortak Noktamız Neresi?)

4.1.4.1.Artefact Boyutu

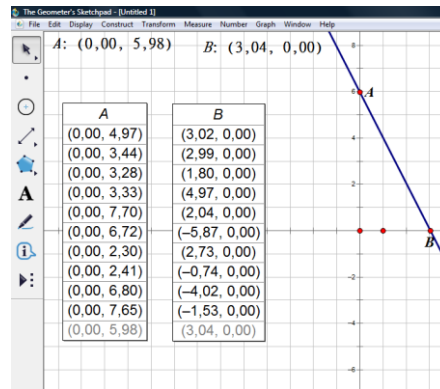
Artefactlar	Eksenle Ortak Noktamız Nedir?	Eksenle Ortak Noktamız Neresi?
Coordinates	+	-
Tabulate	+	-
Add table data	+	-
Equation	+	-
Sürükleme	+	-
Plot points	-	+

Tablo 25: Grup 4 Etkinlikleri Artefact Boyutu

Grup 4 etkinliklerinde coordinates, tabulate, add table data, equation ve sürükleme, öğrenciler tarafından kullanılması beklenen artefactlar olarak karşımıza çıkmaktadır. İlk etkinlikte tüm artefactların, ikinci etkinlikte ise sadece plot points'in kullanımı söz konusudur.

Geometri sketchpad, nicelikler arasındaki değişimi gösteren farklı temsilleri kullanmayı kolaylaştıran bir yazılımdır ve bu etkinlikte en önemli komutlardan biri 'tabulate' komutudur denilebilir. Komutun uygulama adımları aşağıdaki gibidir:

number (menüsünden) → tabulate (komutu)



Şekil 15: 'Tabulate' Komutunun Uygulanması

- Number menüsü, ‘new parameter’, ‘calculate’, ‘tabulate’, ‘new function’, ‘define derivative function’ gibi alt komutları olan bir menüdür.
- Tabulate komutunun aktif olması için uzunluk, uzaklık ya da kordinat gibi sayısal değerlerin seçili olması gerekmektedir. Örneğin ekran üzerine yazılan metni, şekli ya da nesneyi seçtiğinde ‘tabulate’ komutu aktif olmaz. Bu durum noktanın kordinatını tablolaştırmak isteyen bir öğrenciyi noktayı değil noktanın kordinatını seçmeye yönlendirir. Tablo komutu ile öğrenci çok sayıda niceliği daha düzenli oluşu sebebiyle rahatça inceleyebilir böylece değerler arasındaki ilişkiyi görebilir.

Tabulate komutundan bu etkinlikte şu şekilde yararlanılmıştır: bir doğrunun eksenleri kestiği noktalardaki kordinatlarının x ekseninde y (ordinat) değerinin ‘0’; y ekseninde x (apsis) değerinin ‘0’ olduğunu, çok sayıda niceliği düzenleyerek öğrencilerin görmesini kolaylaştırmıştır.

4.1.4.2.Enstrümantal Eylem Şemaları

Etkinlik Uygulama Akışı

Etkinliğe öğrenciler bireysel olarak kağıtlarındaki yönergeleri takip ederek başladılar. Önce istenen noktalardan geçen doğruyu oluşturup sonra eksen üzerinde alınan bu noktaların koordinatları belirlendi. Koordinatlardan tabulate komutunu kullanarak bir tablo oluşturmaları istendi; sonrasında da noktayı sürükledikçe koordinat değişimini tabloya eklemek için add table data komutu kullanıldı. Tabloyu inceleyen öğrenciler x eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarında y (ordinat) değerlerinin ‘0’ olduğunu gözlemlerken; y eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarında x (apsis) değerlerinin ‘0’ olduğunu görebildi. Bu özellikten yararlanarak cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin x eksenini kestiği noktanın koordinatını bulabilmek için y (ordinat) yerine ‘0’ vermesi ve y eksenini kestiği noktanın koordinatını bulabilmek için x (apsis) yerine ‘0’ vermesi gerektiğini ifade edebilse bile uygulamaya dökemedi. Denklem çözümünde yaşadıkları zorluk öğrencileri farklı yollar bulmaya ve üretmeye itti. Cebirsel ifadeyi x ve y arasındaki ilişkiyi anlatacak şekilde sözel olarak ifade ettikten sonra bu ilişkiye

uygun (x,y) ikilileri belirlemeyi; sonrasında bu (x,y) ikililerini kordinat düzleminde gösterip noktalardan oluşan grafiği çizmeyi önerdiler. Böylece grafiğin eksenleri kestiği noktaları görebileceklerini dile getirdiler. Öğrencilerin denklem çözümünü yapamadıkları görüldüğünden önerileri doğrultusunda başka bir etkinlik tasarlanmasına karar verildi.

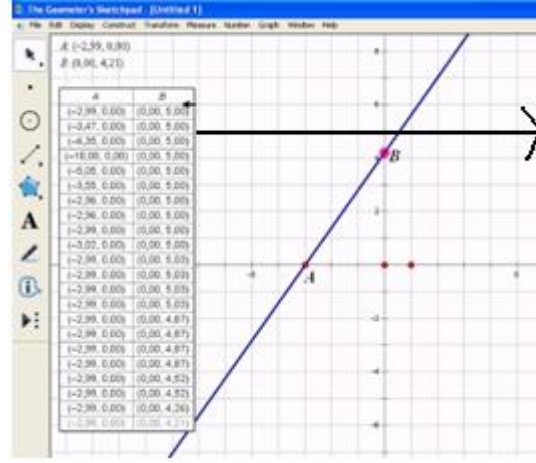
Öğrencilerin önerisi doğrultusunda hazırlanan ‘Eksenle ortak noktamız neresi?’ isimli etkinliğe cebirsel olarak verilen doğrusal denklemin sözel olarak, x ve y arasındaki ilişkinin ifade edilmesiyle başlandı. Sözel olarak ifade edilen ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirlenip bu ikililer boş bir geometri sketchpad sayfasında, koordinat düzlemi oluşturularak gösterildi. Noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğru çizildikten sonra doğrunun eksen kestiği noktaların kordinatları belirlendi.

4.1.4.2.1.Dördüncü Grup Görevlerde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları

Ö1'in Çalışması

- Eksenler üzerinde alınması istenen iki noktaya tıklayarak doğru oluşturur. Noktaların koordinat değerlerinin tam sayı olması için snop points komutunu kullanır (ancak sürüklemeyi tam olarak yapamadığından koordinatlar tam sayı olmayacaktır).
- Doğruyu oluşturmak için kullanılan eksenler üzerinde alınan iki noktanın koordinatını measure menüsünden coordinates komutu ile (menüleri dolaşarak istediği komutu buldu) belirler.
- Noktaların koordinatının ondalık gösterimli olduğunu görünce tam sayı yapmak için noktayı ızgaraların tam köşesine gelecek şekilde sürükler.
- Noktaların koordinatının yazılı olduğu metinleri seçerek number menüsünden tabulate komutuna tıklar ve ve tabloya 10 değer yazılabilmesi için değişikliği yapar ve eksen üzerindeki noktaları sürükledikçe tabloya yeni değerlerin eklenmesini sağlar. Tablodan yola çıkarak x eksenindeki noktaların

koordinatlarında y (ordinat) değerlerinin 0; y eksenindeki noktaların koordinatlarında x (apsis) değerlerinin 0 olduğunu görür ve ifade eder.



Tabloya 10 değer yazılması istenirken Ö1, önce sadece A noktasını sürüklediğinden tablodaki 10 satır A noktasının koordinatları ile dolmuştur. Ancak Ö1, B noktasını sürüklemeye başladığında koordinatların tabloya eklenmesini sağlamak için tabloya tıklamayı denemiş ve sürüklediğinde oluşan koordinatlar tabloya eklenmiştir.

Ö1'nin Ekran Kaydından Bir Görüntü

- Doğrusal denklemlerin cebirsel temsillerinde x ve y arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade edebilir ve bu ilişkiden yola çıkarak x eksenini kestiği noktayı bulmak için y yerine 0; y eksenini kestiği noktayı bulmak için x yerine 0 vermesi gerektiği bilir ancak uygulamaya dökemez.
- Hepsinin katıldığı bir tartışma sonucu, denklemi çözümlenmektense x 'e değer verip y 'i hesaplamanın ve buradan elde edilen (x,y) ikililerinden geçen doğruyu çizip doğrunun eksenleri kestiği noktayı görmenin daha kolay olduğuna inanır.

Öğretmen: Burada eksenlerin kestiği noktayı eğer grafik verilmişse belirlemek çok kolay. Çünkü ben çiziyorum zaten siz de çizdiğiniz şeyden bakıyorsunuz hangi noktalardan kesmiş diye. Ya bir de vermezse. Derse ki denklemini veriyorum ben sana, cebirsel olarak. Siz ne yaparsınız? Mesela $y=3x-6$.

Ö5: Hemen çizecek miyiz öğretmenim?

Öğretmen: Nasıl çizeceksiniz?

Ö1: x ne hocam?

Öğretmen: Bilmiyorum ki ben. Mesela, Ö1 diyor ki x ne hocam? x'i söyleyin!

Ö3: Sayı verelim.

Öğretmen: Ö3 de sayı verelim diyor. Tamam. Ne verelim?

Ö1: 5.

Öğretmen: 5. X 3 olsa ne olur?

Ö1: 9 olur (Ö1y değerini bulmuş onu söylüyor; yani 5'in 3 katının 6 eksiği 9 olur).

Öğretmen: Heh. Y'yi buldunuz. Bu, bir tane nokta. Kaça kaç?

Ö6: 5 e 9.

Öğretmen: Başka bir tane daha nokta bulmam gerekiyor mu?

Ö1: 2 tane.

Öğretmen: Ne verelim diyorsunuz?

Ö5: 3 verelim.

Öğretmen: Bu sÖ1r de 3 versek.

Ö3: 1 kalır.

Öğretmen: 3 kere 3.

Diğerleri: 9

Öğretmen: 6 eksiği.

Diğerleri: 3 olur.

Öğretmen: Kaça kaç diyorsunuz?

Ö6: 3 e 3.

Öğretmen: Ben iki tane noktayı biliyorsam eğer, çizebilir miyim?

Diğerleri: Evet.

Öğretmen: Tamam. Diyelim ki böyle çizdim. Nereden kestiğini nasıl anlayacağım? Hangi noktadan kestiğini nasıl anlayacağım. Ben çünkü hangi noktayı kestiğini merak ediyorum. Mesela bana şu iki tane noktayı göstersenize koordinat düzleminizde. (5,9) ile (3,3) nasıl gösteriyorduk?

Ö1: Doğruyu da çizelim mi?

Öğretmen: Sonra da doğruyu çizin bakalım. Ekseni kestiği noktayı anlayabilecek misiniz? Nereden kesiyor?

Ö1: Evet anlayabiliyorum ben öğretmenim.

- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktayı bulmak için cebirsel ifadedeki x ve y arasındaki ilişkiyi sözel olarak yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirler.

Ö1'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

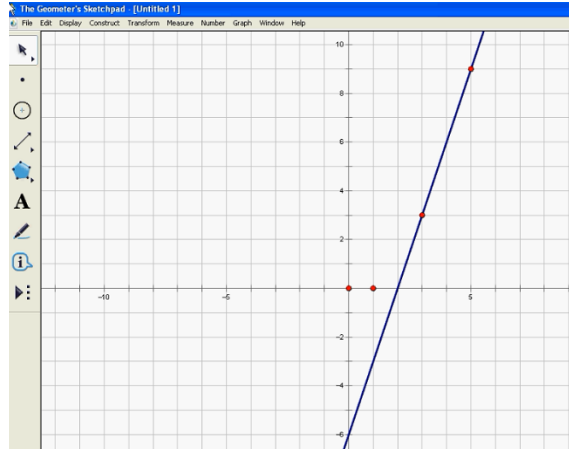
- Belirlediği ikilileri koordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutu ile gösterip bu noktlardan geçen doğruyu çizer ancak doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde söylemekte zorlanır.

Ö2'nin Çalışması

- Eksen üzerinde alınması gereken iki noktayı birleştirerek tek nokta olarak ((-3,0) ile (0,5) noktalarını kendince birleştirip (-3,5) yapar) göstermeye çalışır

ancak yanlışını fark edince düzeltir ve eksen üzerindeki noktaları nokta aracı ile belirleyip bu noktalardan geçen doğruyu oluşturur.

- Eksen üzerindeki noktaların koordinatını measure menüsünden coordinates komutu ile belirledikten sonra koordinatlardan oluşan tabloyu oluşturmak için koordinatların yazılı olduğu metin kutularını seçmesi gerektiğini önce anlayamaz ama denemelerden sonra metinleri seçip number menüsünden tabulate komutu ile tabloyu oluşturur ve tabloya 10 yeni değer eklenmesi için değişikliği yapar.
- Eksenleri kestiği noktaları sürükleyerek tabloda yeni değerler oluşmasını sağlar ve x eksenini üzerindeki noktaların koordinatında y değerlerinin; y eksenini üzerindeki noktaların koordinatında x değerlerinin 0 olduğunu görür ve kendi cümleleri ile ifade eder.
- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin eksenleri kestiği noktaların koordinatını bulmak için sırasıyla x ve y yerine 0 vermesi gerektiğini görebilse bile uygulamaya koyamaz. x yerine değer verip y'yi bulma ve buradan elde edilen (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma fikrini uygular.



Ö2'nin Ekran Kaydından Bir Görüntü (cebirsel olarak çözemediğinde kuralı sağlayan ikilileri belirleyip bu noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı belirlemesi)

- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin grafiğinin eksenleri kestiği noktaların koordinatını belirlerken cebirsel ifadeyi sözel olarak x ve y arasındaki ilişki olarak yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirler.

$$\begin{array}{cccc} -2 & 6 & 0 & 2 \\ y = 2x - 6 & y = 2x - 6 & y = 2x - 6 & y = 2x - 6 \\ (2, -2) & (6, 6) & (3, 0) & (4, 2) \end{array}$$

Ö2'nin Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Belirlediği (x,y) ikililerini graph menüsünden plot points komutu ile düzlemde gösterip noktalardan geçen doğruyu çizer. Ancak doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde ifade etmekte zorlanır.

Ö3'ün Çalışması

- Eksenler üzerinde iki nokta alarak bu noktalardan geçen doğruyu çizmesi beklenirken eksen üzerindeki noktaların koordinatlarını birleştirerek tek bir nokta elde eder ((-3,0) ve (0,5) noktalarını birleştirip (-3,5) noktası elde etmek gibi). Bu noktayı hem graph menüsünden plot points komutu ile hem de işaretçi ile dalgalar çizerek ve nokta aracını kullanarak düzlemde göstermeye çalışır.
- İki noktayı belirledikten sonra noktalardan geçen doğruyu oluşturması beklenirken tek nokta belirlediği için bu nokta ile orijinden geçen ya da noktalardan eksenlere dik olan doğrular çizmeye çalışır. Yanlışını fark ettikten sonra eksenler üzerinde doğru noktaları nokta aracı ile işaretleyip noktalardan geçen doğruyu oluşturur.
- Eksenler üzerindeki noktaların koordinatını bulmak için noktayı seçili tutup menüleri dolaştıktan sonra measure menüsünden coordinates komutu ile noktaların koordinatını belirler. Noktaları sürükleyerek koordinatlarındaki değişimi gözlemler ve eksenler üzerindeki noktaların koordinatındaki ortak özelliği kendi cümleleri ile ifade eder.
- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin eksenleri kestiği noktalarının koordinatını bulmak için sırasıyla x ve y yerine 0 vermesi gerektiğini bilse bile uygulayamaz. x yerine değer verip y'yi bulma ve buradan elde edilen (x,y)

ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma fikrini kendine daha yakın hisseder.

Ö3: Çok zor ya.

Ö3: Öğretmenim kolay ama karışık.

Ö3: İkiyi yapamıyorum öğretmenim.

Ö3: Nereden anlıyorlar 7 olduğunu 6 olduğunu öğretmenim? (Ö3'nin etkinlik sonunda cebirsel ifadesi verilen üç doğrusal denklemi çözmeye çalışırken ders dökümünden alıntılar)

- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktalarının koordinatını bulmak için cebirsel ifadeyi x ve y arasındaki ilişki olarak yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirler.
- Belirlediği ikilileri koordinat düzleminde göstermek için graph menüsünden plot points komutunu menüleri arayarak bulur ve noktaları koordinat düzleminde gösterir.

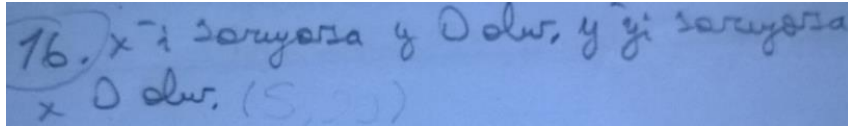
Noktalardan geçen doğruyu çizerken noktaların dışına ancak noktaların üzerinden geçecek şekilde doğru oluşturmaya çalışsa da son olarak kendi belirlediği noktaları seçerek doğruyu çizmeyi başarır. Doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde ifade etmekte zorlanır.

Ö4'ün Çalışması

- Eksenler üzerinde alması gereken iki noktanın koordinatını birleştirerek tek bir nokta olarak graph menüsünden plot points komutu ile gösterir. Yanlışını fark edince eksen üzerindeki noktaları nokta aracı ile işaretler ve bu noktalardan geçen doğruyu oluşturur. Ancak doğruyu oluşturma sürecinde seçmesi gereken noktaların dışındaki bölgelere tıklayarak istenilen noktalardan geçecek şekilde doğru oluşturmaya çalışır; pek çok denemeden sonra noktaları seçerek istenen doğruyu oluşturabilir.
- Eksen üzerindeki noktaların koordinatını bulmak için önce menüler arasında dolaşır; sonra measure menüsünden coordinates komutu ile noktaların koordinatını belirler. Koordinatların tablolaşmasını sağlamak için koordinatların yazılı olduğu metin kutularının seçili olması gerektiğini tabulate komutunun

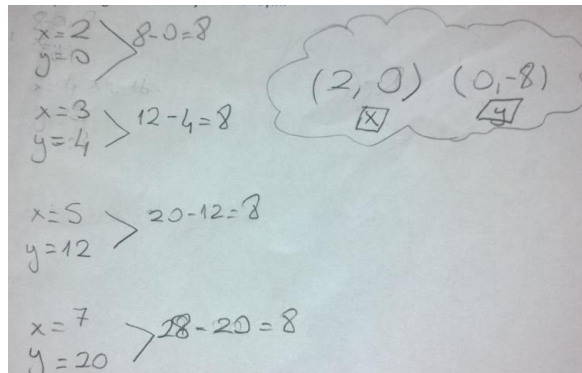
aktif olmaması nedeniyle anlar. Koordinatlardan oluşan tabloyu yapıp 10 değer ekleyecek şekilde değişiklik yaptıktan sonra noktaları sürüklemeye başlar.

- x eksenindeki noktayı sağa sola sürükleyerek tablodaki değerlerin eklenmesini sağlayınca, y eksenindeki noktayı da sağa sola sürüklemeye çalışır ancak noktanın hareket etmediğini fark eder ve noktayı yukarı-aşağı yönde sürükler. Eksenler üzerindeki noktaların aynı anda değişimini sağlamak için doğruyu seçip sürükleme özelliğinden yararlanır.
- Tablodaki değerlerden yola çıkarak eksenler üzerindeki noktaların koordinatlarındaki ortak özelliği fark eder ve bunu kendi cümleleri ile ifade eder ancak, cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemde sırasıyla x ve y yerine 0 vererek diğerini hesaplayamaz. x yerine değer verip y'yi bulma ve buradan elde edilen (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma fikrini kendine daha yakın hisseder.



Ö4'ün Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin grafiğinin eksenleri kestiği noktayı belirlerken cebirsel ifadeyi x ve y arasındaki ilişkiyi anlatan sözel bir ifade olarak yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirler.
- Belirlenen ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterir ve noktalardan geçen doğruyu çizer. Doğrunun eksenleri kestiği noktanın koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde yazar.



Ö4'ün Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

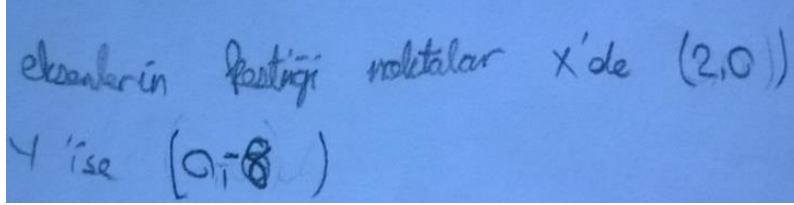
Ö5'in Çalışması

- Eksenler üzerinde iki nokta alarak bu noktalardan geçen doğruyu oluşturur. Yanlış yaptığı adımı geri almak için ctrl+z özelliğini ve eksenlerin sıklığını azaltmak için (1,0) noktasını orijine doğru sürükleme özelliğini kullanır.
- Doğrunun eksenleri kestiği noktalarının koordinatını measure menüsünden coordinates komutu ile belirledikten sonra koordinatların yazılı olduğu metin kutularını seçerek koordinatlardan bir tablo oluştur ve tabloya 10 yeni değer eklenecek şekilde değişiklik yapar. Noktaları sürükler; koordinatlardaki ortak özelliği fark eder ve kendi cümleleri ile bu özelliği ifade eder.
- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinde eksenleri kestiği noktanın koordinatlarını belirlerken sırasıyla x ve y'ye 0 vermesi gerektiğini görür ancak uygulayamaz. x yerine değer verip y'yi bulma ve buradan elde edilen (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma fikrini kendine daha yakın hisseder.
- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktalarının koordinatını belirlerken cebirsel ifadeyi x ve y arasındaki ilişkiyi anlatacak şekilde yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterir.
- Düzlemdeki noktalardan geçen doğruyu çizer ve doğrunun eksenleri kestiği noktanın koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde yazar.

Ö6'nın Çalışması

- Eksenler üzerinde iki nokta belirlemesi gerekirken graph menüsünden plot points komutunu kullanması gerektiğini düşünerek (5,8) ya da (3,20) gibi noktaları koordinat düzleminde gösterip bu noktalardan geçen doğruyu çizer. Yanlış yaptığı adımı geri almak için ctrl+z özelliğini kullanır.

- İstenen noktaları ve bu noktalardan geçen doğruları pek çok denemeden sonra yapar. Ancak eksen üzerindeki noktaların koordinatındaki ortak özelliği görür ve cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerde eksenleri kestiği noktaların koordinatını bulmak için sırasıyla x ve y yerine 0 vermesi gerektiğini bilir ancak uygulayamaz. x yerine değer verip y'yi bulma ve buradan elde edilen (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu çizerek, doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma fikrini kendine daha yakın hisseder.
- Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktaların koordinatını belirlerken cebirsel ifadeyi ve x ve y arasındaki ilişki olarak yorumlar ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirler.
- Belirlediği ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterip noktalardan geçen doğruyu çizer. Doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde ifade eder.



Ö6'nın Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

4.1.4.2.2.Enstrümanlı Teknikler

Pragmatik Teknikler: Pragmatik teknikler kendi içerisinde üç ana başlık altında toplanmıştır: 'araç kullanımında hakimiyet', 'araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt-kalem ortamında uygulanabilir yollar deneme' ve 'sürükleme özelliğini farklı amaçlar için kullanma'.

Cebirsel Temsili Verilen Bir Doğru Denkleminin Eksenleri Kestiği Noktayı Belirleme							
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	
PRAGMATİK TEKNİKLER							
Araç kullanımında hakimiyet	Kullanması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilir (nokta - plot points komutu)	+	+	+	+	+	+
	Doğru komutunun aktif olması ve olmaması için gerekli koşulu bilir ve kullanır	+	+	+	+	+	+
	Ekran görünümünü düzenlemek için sürükleme özelliğini kullanır	+	-	-	+	+	?
	Bir komutu birden fazla kez kullanması gerektiğinde kolaylaştırıcı çözüm bulur (işaretçi ile silmek istediği herşeyi aynı kutu içine almak)	-	-	-	+	-	?
	Komutların istenen özelliklerinin yanında farklı özelliklerini keşfetmeye açıktır ve kullanır (etkinlik süresince menüleri dolaşp istenenin dışında neler yapabileceğini inceleme)	+	-	-	-	-	?
Araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt-kalem ortamında uygulanabilir yollar deneme	İstenen görevi gerçekleştirmek için önceki bilgilerini kullanabilir (file- new sketc)	-	+	-	-	-	?
	İşaretçiyi tahtada kullanabileceği bir kalem ya da eli gibi kabullenir.	-	-	+	-	-	?
Sürükleme özelliğini farklı amaçlar için kullanma	Sürükleme özelliğini sürüklemenin etkisini gözlemlemek ve bu etkiyle istediği sonuca ulaşmak için kullanır (eksen üzerinde seçtiği noktaların koordinatlarının tam sayı olmasını sağlamak için:Ö1; y eksenindeki noktayı sağa sola sürükleyemediğini anlayınca yukarı aşağı sürüklemesi gerektiğini yazılıma anlaması: Ö4)	+	-	-	+	-	?

Tablo 26: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Benzerlik

Pragmatik teknik gruplarının öğrencilerde görülme oranı, yüzdesi ve kodlaması Tablo:27'deki gibidir:

Pragmatik Teknikler	Öğrenci (oran; yüzde;kodlama)	
Araç kullanımında hakimiyet	Ö1(6 de4=%68=3) Ö2(6de3=%50 =3) Ö3(6 de2 =%34=2)	Ö4(6 de4=%68=3) Ö5(6de3=%50 =3) Ö6(6 de1=%17 =1)
Araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt-kalem ortamında uygulanabilir yollar deneme	Ö1(1 te0 =%0 =0) Ö2(1 te0=%0 =0) Ö3(1 te1=%100=4)	Ö4 (1 te 0=%0= 0) Ö5 (1 te 0=%0=0) Ö6 (1 te 0=%0= 0)
Sürüklenme özelliğini farklı amaçlar için kullanma	Ö1(1 te1=%100=4) Ö2(1 te0=%0=0) Ö3 (1 te0=%0 =0)	Ö4(1 te1=%100 =4) Ö5(1te0=%0= 0) Ö6(1te0=%0= 0)

Tablo 27: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Oran,Yüzde,Kodlama

Tablo:27'den elde edilen değerlere karşılık gelen kodlamalar Tablo:28'de verilmiştir.

ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
PRAGMATİK TEKNİKLER						
Araç kullanımında hakimiyet	3	3	2	3	3	-
Araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt-kalem ortamında uygulanabilir yollar deneme	0	0	4	0	0	-
Sürüklenme özelliğini farklı amaçlar için kullanma	4	0	0	4	0	-

Tablo 28: Grup 4 Etkinlikleri İçin Pragmatik Tekniklerde Kodlama

Tablo:28 incelendiğinde 4. grup etkinliklerde öğrencilerin, araç kullanımında hakimiyet konusunda benzer özellikler gösterdikleri gözlemlenirken 'araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt-kalem ortamında uygulanabilir yollar deneme' ve 'sürüklenme özelliğini farklı amaçlar için kullanma' konusunda farklılaştıkları görülmektedir. Ö1ve Ö4 araçtaki komuta alternatif çözüm olarak kağıt kalem ortamında uygulanabilir yollar bulamazken; Ö2ve Ö5'in bunun yanında sürüklenme özelliğini farklı amaçlar için

kullanamadıkları görülmektedir. Ö3, kağıt kalem ortamında uygulanabilir yollar deneyebilirken sürükleme özelliğini farklı amaçlar için kullanamamıştır. Ö6'in ekran kayıtlarının bozuk olması nedeniyle net bir bilgi elde edilemediğinden bu gruplardan herhangi birine dahil edilmemiştir.

Epistemik Teknikler: Cebirsel temsili verilen bir doğru denkleminin eksenleri kestiği noktayı belirlemek için öğrencilerin geometri sketchpad ortamında kullandıkları teknikler Tablo:29'da verilmektedir.

Cebirsel Temsili Verilen Bir Doğru Denkleminin Eksenleri Kestiği Noktayı Belirleme						
ÖĞRENCİLER	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
EPİSTEMİK TEKNİKLER						
X eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarının ortak özelliklerini farkeder	+	+	+	+	+	+
Y eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarının ortak özelliklerini farkeder	+	+	+	+	+	+
Cebirsel olarak verilen bir doğru denkleminde doğrunun x eksenini kestiği noktayı bulmak için ordinat değerine 0 vererek denklemin x için çözmesi gerektiğini anlar ve çözer	-	-	-	-	-	-
Cebirsel olarak verilen bir doğru denkleminde doğrunun y eksenini kestiği noktayı bulmak için abscissa değerine 0 vererek denklemin y için çözmesi gerektiğini anlar ve çözer	-	-	-	-	-	-

Tablo 29: Grup 4 Etkinlikleri İçin Epistemik Teknikler

4. Grup etkinliğinde öğrencilerde dört epistemik tekniğin görülüp görülmediğine bakılmıştır. Bu tekniklerden ilk ikisi tüm öğrencilerde görülürken son ikisi hiçbir öğrencide görülmemiştir. Öğrenciler doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatlarını bulup bu koordinatları tablolaştırabilmişler ve bu koordinatlardaki ortak özelliği (doğrunun x eksenini kestiği noktanın koordinatlarında y-ordinat değerleri hep

sıfır olmaktadır gibi) görebilmişlerdir. Ancak denklemi verilen bir doğrunun x eksenini kestiği noktanın kordinatını bulmak için y-ordinat değerine sıfır vererek denklemi x için çözüme tekniğini kullanamamışlardır.

4.1.4.2.3.‘Cebirsel Temsili Verilen Bir Doğru Denklemine Eksenleri Kestiği Noktayı Belirlemek’ İçin Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri

Pragmatik ve epistemik tekniklerin bütününe bakarak öğrencilerin ‘cebirsal temsili verilen bir doğru denkleminin eksenleri kestiği noktayı belirlemek’ için ortaya çıkması beklenen enstrümantal eylem şemasının temel bileşenleri tanımlanmaktadır.

1. Eksen üzerinde iki nokta alıp bu noktalardan geçen doğruyu oluşturabilme.
2. Noktaların koordinatını measure menüsünden coordinates komutu ile belirleyebilme ve koordinat değerlerinden number menüsünden tabulate komutu ile bir tablo oluşturup; tabloya, noktanın sürüklenmesiyle dinamik bir şekilde değişen koordinat değerlerini add table data komutuyla ekleyebilme.
3. x ve y eksenleri üzerindeki noktaların koordinatlarındaki ortak özelliği fark edip; x eksenindeki noktaların y (ordinat) değeri 0 iken, y eksenindeki noktaların x (apsis) değerinin 0 olduğunu ifade edebilme.
4. Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin grafiğinin x ve y eksenlerini kestiği noktaların koordinatını bulmak için sırasıyla y ve x yerine 0 vererek bilinmeyen değeri denklem olarak çözebilme.
5. Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktalarının koordinatını bulurken cebirsel ifadenin y ve x arasındaki ilişkiyi anlattığını bilerek bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleyebilme.
6. Belirlenen (x,y) ikililerini graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterip noktalardan geçen doğruyu çizdikten sonra doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde söyleyebilme.

Cebirsel temsili verilen bir doğru denkleminin eksenleri kestiği noktayı belirlemek için öğrencilerin enstrümantal eylem şemalarının yukarıda ifade edilen temel bileşenlerinden 3, 4 ve 5 numaralı bileşenlerin yazılım kullanmayı doğrudan gerektirmeyen ancak matematiksel bir görevi çözümlenmeyi gerektiren bileşenler

olduğuna inanılmaktadır. Birinci bileşende, öğrencilerin daha önceki etkinliklerden etkilenecek koordinat düzleminde nokta belirleme aşamasını graph menüsünden plot points komutu ile (x,y) ikilisi şeklinde gerçekleştirmeye çalıştıkları görülmektedir. Bu nedenle 'x ekseninde -3 ve y ekseninde 5 noktasını gösterin' görevini $(-3,5)$ noktasını belirleme olarak algıladıkları görülmektedir. Düzlemde iki nokta belirleyip bu noktalardan geçen doğruyu çizmeleri gerekirken düzlemde tek nokta görüldüğünden bu noktadan geçen ve eksenlere dik ya da bu noktadan ve orijinden geçen doğrular çizme denemelerinde buldukları görülmektedir. Aynı zamanda bazı öğrencilerin doğru oluştururken doğrunun geçmesini istediği noktaları seçmek yerine noktaların dışındaki bölgelere tıkladıkları ve doğruyu noktaların üzerinden geçecek şekilde oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir.

İkinci bileşende, bazı öğrencilerin noktanın koordinatı belirlerken measure menüsünden coordinates komutunu bulmakta zorlandıkları ancak menüler arasında dolaşarak istenen adımı gerçekleştirdikleri görülmektedir. Koordinatını belirledikleri noktaların koordinat değerlerinden bir tablo oluşturmaları istendiğinde koordinatın seçili olması gerektiğini deneme yanılma ile öğrenenlerin olduğu dikkat çekmektedir. Eksen üzerindeki noktayı sürükledikçe dinamik bir şekilde tabloya 10 değer eklenmesi değişikliğini yapan öğrencilerden birinin 10 değeri yeterli bulmayıp tabloya tıkladığı ve noktayı sürükledikçe koordinat değerlerinin tabloya eklenmesini sağladığı görülmektedir.

Üçüncü bileşende öğrencilerin oluşturdukları tablodan yararlanarak eksenler üzerindeki noktaların koordinatlarındaki ortak özelliği fark ettikleri ve kendi cümleleri ile ifade edebildikleri görülmektedir.

Dördüncü bileşende tüm öğrencilerin denklem çözme adımlarını gerçekleştirmekte zorlandıkları bu nedenle kendilerine farklı bir çözüm yolu ürettikleri dikkat çekmektedir. Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktaların koordinatını bulmak için grafiğin çizilmesinin daha kolay olduğunu savundukları ve bunu yapmak için gerçekleştirmeleri gereken adımları da yapabildikleri görülmektedir.

Beşinci bileşende, öğrenciler cebirsel ifadeyi y ve x arasındaki ilişki şeklinde sözel olarak yorumlayabilmekte ve bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleyebilmektedir.

Altıncı bileşende, belirledikleri ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterirken bazı öğrencilerin komutu menüleri dolaşarak buldukları görülmektedir. Noktalardan geçen doğruyu çizerken nokta dışındaki alana tıklayıp noktaların üzerinden geçecek şekilde doğruyu oluşturma çabası içinde olan bir öğrencinin olduğu görülmektedir.

4.1.5. Grup 5 Etkinliği (Troposfer)

4.1.5.1. Artefact Boyutu

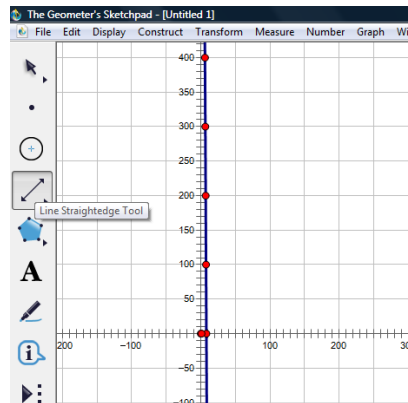
Artefactlar	Troposfer
Plot points	+
Doğru komutu	+

Tablo 30: Grup 5 etkinliği artefact boyutu

Grup 5 te kullanılması istenen ve beklenen komutlar etkinlik kağıdında ifade edilmemiştir. Görevi yorumlayan öğrenciler ‘plot points’ komutu ile noktaları koordinat düzleminde belirledikten sonra bu noktalardan geçen doğruyu çizmişlerdir. Plot points komutu öğrenciler tarafından 2. grup ve 3. grup etkinliklerde kullanılmış olup 2. grup etkinliklerde artefact boyutunda ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır. Bu nedenle tekrarlanmasına gerek olmadığı düşünülmektedir. Aşağıda doğru aracının uygulanmasında nelere dikkat edilmesi gerektiğine yer verilecektir.

doğru aracı

iki noktanın seçimi



Şekil 16: ‘doğru’ aracının uygulanması

- **Doğru Aracı:** Bir doğrunun oluşturulabilmesi için iki noktanın seçili olması gerekmektedir. Eğer öğrenci doğru aracına tıkladıktan sonra sadece bir noktayı seçerse doğru oluşmaya başlar ancak hareketlidir ve geçmesini istediğin diğer noktaya tıkladığında doğru, seçtiğin iki noktadan geçecek şekilde oluşur. En çok yapılan yanlışlardan biri de doğrunun geçmesi istenen noktalar yerine noktanın dışında düzlem üzerinde herhangi bir yere tıklamaktır. Öğrenci oluşan doğrunun istenen noktaların üzerinden geçtiğini düşünse de sürüklemek istediğimizde doğru hareket eder ve yeri değişir. Bu nedenle doğruyu oluştururken doğrunun geçmesini istediğimiz iki noktaya tıklamak gerekir. Doğru aracı öğrencilerin ‘doğruyu oluşturmak için iki nokta yeterli ve gerekli’ önermesini fark etmelerini sağlar.

Doğru aracı, bu etkinlikte grafiği temsil etmektedir. Öğrencilerin doğruyu, dağa tırmanan dağcılarının yükseklik arttıkça sıcaklıktaki değişimini gösteren bir araç olarak görmelerini; çok sayıda belirlenen yükseklik ve sıcaklık (yükseklik, sıcaklık) ya da (sıcaklık, yükseklik) ikilileri ile grafiği, sonsuz sayıda noktadan oluşan bir süreç olarak görmeleri aynı zamanda noktaların bir araya gelerek oluşturduğu bir nesne olarak görmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

4.1.5.2.Enstrümantal Eylem Şemaları

Etkinlik Uygulama Akışı

‘Troposfer’ etkinliği ile amaç öğrencilerin süreç içerisinde öğrendiklerini gerçek bir yaşam durumuna araç kullanarak aktarabilme durumlarını incelemektir. Bu nedenle etkinlik dört aşamada uygulanmıştır denilebilir.

1. Aşama: MERAK

Etkinliğe ‘Troposfer’ ile ilgili bilgi vererek ve konuyla ilgili önceki bilgilerini sorup katılımları sağlanmaya çalışılarak başlandı.



Troposfer atmosferin yere temas eden en alt katmanıdır ve yaklaşık olarak 16-17 km kalınlığındadır. Atmosferin en önemli katmanıdır diyebiliriz çünkü gazların %75'i; su buharının ise tamamı bu katmanda bulunur. Troposfer genellikle yerden yansıyan güneş ışınlarıyla ısınır bu nedenle alt kısmı daha sıcaktır ve yerden yükseldikçe sıcaklık her 100 metrede 0.50 C azalır.

2. Aşama: PROBLEMİ ANLAMA

'Dünyanın en yüksek dağlarından biri olan Everest'e tırmanış yapan bir grup dağcı sıcaklıkla ilgili başlarına ne gelebileceğini öğrenmek istiyorlar.' ifadesi ile öğrencilerin sonuç bulmaya ve işleme dönük çözüm yolları üretmeleri sayısal veriler verilmeyerek engellenmeye çalışılmış ve dağa tırmanma süreçlerinde yardımcı olabilecekleri çözümler üretmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle problemin ne olduğunu, onlardan ne istendiğini anlamadan doğru çözümü bulmaları mümkün olmayacaktır.

Öğrencilerin öncelikle problem durumunu yorumlamadan dört-işlem yaparak sonuca ulaşma eğiliminde oldukları görülmektedir. Bunu gösteren ders içi konuşmalara aşağıda yer verilmiştir:

- Ö4:(soruyu okuyor)
- Öğretmen: demiş.
- Ö5: Olayım mı hocam. (yardımcı olayım mı anlamında)
- Öğretmen: Ol.
- Ö5: Öğretmenim dağın kaç m olduğunu önce bulacağız.
- Öğretmen: Çok da önemli değil sonuna kadar tırmanacaklar.
- Ö5: 100 e bölüp sonra gene şeyyy.
- Öğretmen: Ama 500 metredeyken sıcaklık ne kadar olacak demiyor. Adam sizden bir şey istiyor ona baktıkça hmmm şimdi sıcaklık bu kadar hmmm tamam şimdi sıcaklık bu kadar demek istiyor.
- Ö6: Şeyyy öğretmenim dağın yüksekliğini bulacağız önce
- Öğretmen: Vermemişler dağın yüksekliğini.
- Ö6: Yüksekliğini bulacağız onu bulduktan sonra 100 e bölmemiz lazım 100 m dediği için.
- Öğretmen: Ama, ben 1 km ye vardığımda sıcaklık ne kadar olacak onu merak ediyorum demiyor ki. 1 km deki sıcaklığı istemiyor. Adam her dakika hmmm sıcaklık bu kadar oldu şimdi bu kadar oldu diye bakabileceği bir şey istiyor.

3. Aşama: PROBLEMİ ÇÖZMEYE YÖNELİK OLASI STRATEJİLER BELİRLEME VE UYGUN OLANI SEÇME

Bu aşamada problemin çözümünün işleme dönük olmadığı görülmüş ve dağcılara yükseklik arttıkça sıcaklık değişikliğini gösteren bir çözüm üretilmeye çalışılmıştır.

Aşağıda öğrencilerin problemi çözmeye yarayacak olası stratejiler belirleyip bunlardan en uygun olanını belirlemeye çalıştıklarını gösteren ders içi konuşmalara yer verilmiştir:

- Öğretmen: *Tamam da onu şey diye söylemeyin. İşlemini kendin yap kardeşim deme. Ona sen kendin yardım et.*
- Ö5: *Sonsuza kadar tek tek yazarız o zaman.*
- Öğretmen: *Nasıl yazarız işte.*
- Ö5: *Öğretmenim 100, 200, 300 diye işte.*
- Öğretmen: *Tamam 100,200, 300 diye yazıyorum.*
- Ö1: *Sayı doğrusunda gösterelim.*
- Öğretmen: *Tamam sayı doğrusunda gösterelim*
- Ö5: *Hayır olmaz.*
- Öğretmen: *Nerede gösterebiliriz? Mesela sayı doğrusu çizsem şöyle mi göstereceğim yani. 100, 200, 300.*
- Ö5: *Ama yukarı çıkıyor (sayı doğrusunu yatay çizdiğimiz için olmayacağını düşünüyor).*
- Öğretmen: *Adam diyecek ki ne yazıyor burada metreler iyi. Hadi bakalım sıcaklık yok burada.*
- Ö1: *Grafik olabilir.*
- Öğretmen: *Grafik olabilir mi?*
- Ö1: *Bence grafik en mantıklısı.*
- Öğretmen: *100 metrede ne kadar olacak.*
- Ö5: *0 virgül...*
- Ö2: *Sıfır (kararsız)*
- Öğretmen: *Her 100 metrede yarım derece düşecek. 50 olacak dememiş.*
- Ö6: *Grafik çizelim.*

4. Aşama: ÇÖZÜME UYGUN ADIMLARI TAKİP ETME

Bu aşamada çözüm yoluna karar verilmiş ve bu çözüm için yapılması gereken adımlar gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır.

Problemde sayısal değerlerin yokluğu onları işlem yapmak yerine başka çözüm yolları bulmaları konusunda zorlamış ve problem durumu üzerinde daha çok düşünmelerini sağlamıştır.

- Öğretmen: *Bakın burada bir şey var arkadaşlar. Hiç dikkat ettiniz mi bilmiyorum. Hiç sayı vermemişler size. Mesela siz dediniz ki dağın yüksekliği vermemişler size. Ben dedim ki önemli değil, biz bir kısmını hesaplayalım gerisini hesaplamamıza gerek kalmayacak. Bana bir kısmını verseler ben gerisini bulmak zorunda kalmayacağım bir şey biliyorum. Denklem mesela. Peki demiş ki bugün tırmanış yapıyorum. Mesela çıktık biz bugün Everest'in dibindeyiz altındayız. Tırmanmaya başlıyoruz. Sıcaklık ne kadar ki?*
- Ö3: *Öğretmenim bir şey söyleyebilir miyim öğretmenim? Öğretmenim o, y-x doğrusu var ya öğretmenim o y yukarı doğru çıkıyor ya öyle gösterebilir miyiz?*
- Öğretmen: *Süper olur. Öyle olur mu?*
- Ö5: *Hem sıfırdan başlıyor eksilere gidiyor.*
- Öğretmen: *Sıcaklık öyle değişiyor ama yükseklik de değişiyor. İki tane değişen şey var. Siz yükseldikçe sıcaklık da değişiyor.*
- Ö5: *Azalıyor.*
- Ö1: *Hocam y yi yükseklik x i sıcaklık yaparız.*
- Öğretmen: *Öyle desek olur mu? Dedi ki x e sıcaklık desek y ye yükseklik desek.*
- Ö5: *Olur. Çok güzel olur.*
- Öğretmen: *x e ne diyecektik?*
- Diğerleri: *Sıcaklık.*
- Öğretmen: *y ye?*
- Diğerleri: *Yükseklik.*
- Öğretmen: *Tamam diyelim süper oldu. Hatta metre cinsinden diyelim. Sıcaklığa başlayalım şimdi daha hiç tırmanmadık yani sıfırdayız.*
- Ö1: *Sıcaklık da sıfır.*
- Ö5: *0 virgül 50 (50 sayısını Ö5 kafasından düşünmeden bir sayı olarak seçti)*
- Ö1: *Bugün kaç dereceyse o kadar (Ölyapılan yanlış fark etti)*
- Öğretmen: *Bugün kaç dereceyse o kadar. Bugün kaç derece dersiniz. Böyle bir günde çıkmışlar çünkü.*
- Ö5: *30.*
- Öğretmen: *30 da pişeriz.*
- Ö1: *12.*
- Öğretmen: *Everest'in oraları biraz daha soğuk olsa desek.*
- Ö2: *5.*
- Öğretmen: *5 mi.*
- Ö5: *Öğretmenim ama daha çıktıkça...*
- Öğretmen: *Daha indireceğiz. Biz daha buradayız.*
- Ö5: *Tamam o zaman 8 ya da 12.*
- Öğretmen: *Başlayalım mı 8 le.*
- Diğerleri: *Evet.*

Öğrenciler problemi tablo çizerek çözme yolunu seçmişlerdir. Öğretmen yönetimi ile tablonun uygun ya da yeterli olup olmadığı sorgulanmaya çalışılmış ve sonrasında farklı yöntemlere ulaşılmıştır.

- Öğretmen: *Diye devam edecek. Ben şey diye soracağım. Diyelim ki adamlara verdiniz bu tabloyu elinde geziyorlar. Heee biz 100 metrede şu kadar olacak 200 metrede bu kadar olacak 300 de bu kadar olacak süper. Çok güzel bir tablo kaç metre çıktıysa bakacak aaa diyecek sıcaklık şu anda bu kadar bak böyle olacak herhalde diyecek ama adam hep şeyde mi bakacak yani 100 metrede 200 metrede... adam diyemez mi ki yaaa ben kardeşim şurada 30 metrede bakmak istiyorum acaba hava sıcaklığı kaç*
- Ö5: *10 metresini bulmamız lazım. 100 ü 8 e böleceğiz. (yine dört işleme eğilim)*

- Öğretmen: Yani adama şey mi diyeceksin yani abi bak şimdi 10 a böl bilmem kaçla çarp şunu ekle. Adam bir yandan tırmanıyor yorulmuş nÖls nÖlse kalmış dağa çıkıyor sıcaklık gittikçe iniyor ya bi zahmet sen şunu bir hesaplayıver mi diyeceksin.
- Ö5: Biz hesaplayacağız hocam.
- Öğretmen: Ama derse ki 5 te kaç 120 de kaç 130 da kaç. Daha bak şuradayım bak düşün daha buralardayım. Mesela ben 30 meterede sıcaklık kaç desem tahmin etseniz kaç olur.
- Ö1: 7,7.
- Ö5: Öğretmenim 100 deyken 7,5 muş.
- Öğretmen: 100 deyken 7,5 ise ben daha 30 dayım. Ben daha 100 olmadım yani.
- Ö5: 8,2.
- Öğretmen: 8 den büyük mü olur.
- Ö1: 7 virgül 9 buçuk mu.
- Öğretmen: 7 buçuktan fazla olacak kaçtan az olacak.
- Ö5: 8 den.
- Öğretmen: 8 den küçük 7,5 tan büyük bir sayı.
- Ö6: 7,6.

Öğrenciler kendi aralarında öğretmen yönetiminde konuşarak tartışarak en uygun yöntemin grafik olacağına ve grafiği de nasıl çizeceklerine karar veriyorlar.

- Öğretmen: Şimdi siz bu tabloyu neden böyle yaptınız.
- Ö6: Gittikçe yükseldiği için.
- Ö3: Öğretmenim ikisini de hesaplamak için.
- Öğretmen: Yani buraya sadece sıcaklık ve yükseklik diye yazmadınız yanlarına x ve y diye de yazdınız niye öyle yazdınız.
- Ö1: Grafik için demiştim ben.
- Öğretmen: Heh grafik için demiştiniz.
- Ö1: Grafik yapalım.
- Öğretmen: x sıcaklık olsun bence dediniz, y de yükseklik olsun dediniz. x - y 'yi attınız şimdi.
- Ö5: x - y nin mi bişeyi ama...
- Ö6: x eşittir ...
- Ö1: Ama şimdi hocam sorun var.
- Öğretmen: Heh.
- Ö1: Çıkınca sıcaklığın artması değil azalması lazım.
- Öğretmen: Evet.
- Ö1: Ama bizimkinde artıyor.
- Öğretmen: Artmak mı zorunda acaba.
- Ö1: Ters yaparız grafiği.
- Öğretmen: Grafiği yapmadan önce ne yapıyorduk önce.
- Ö6: Koordinat düzlemi.
- Öğretmen: Koordinat düzleminde noktaları gösteriyorduk burada noktalar ne.
- Ö1: Oradaki sayılar işte (tabloyu gösteriyor)
- Öğretmen: Hangi sayılar. Kaça kaç
- Ö18 e sıfır
- Öğretmen: Mesela 8 e sıfır birinci noktamız. 2. Noktamız?
- Diğerleri: 7,5 a 100.
- Öğretmen: Ben şöyle yazayım da karışmasın.

Öğrencilerin uygulanan diğer etkinliklerde öğrendiklerini bu etkinlikte kullanabilmiş olduğu görülmektedir.

4.1.5.2.1.Beşinci Grup Görevde Öğrencilerin Geometri Sketchpad ile Çalışmaları

Ö1'in Çalışması

- Dağcıların tırmanışında deniz seviyesinden 16000 m yüksekliğe kadar her 100 m'de sıcaklığın değişimini gösteren tabloyu oluşturur ve bu tablodaki değerleri (x,y) ikilisi şeklinde yazarak graph menüsünden plot points komutu ile düzlemde gösterir.
- Noktaların ordinat değerleri çok büyük sayılar olduğundan (noktaları (sıcaklık,yükseklik) şeklinde yazdığı için) noktaları ekranda aynı anda görmekte zorlanır. Hepsini görebilmek ve noktaları birbirine yakınlaştırmak için (1,0) noktasını orijine doğru sürükler.
- Noktalardan geçen doğruları çizerken bazı noktaları yanlış belirlediğinden ekranda aynı kurala uygun noktaların tek bir doğru oluşturması beklenirken birden fazla doğru oluştuğunu görünce doğru çizme adımını tekrarlar. Doğrunun dışında kalan noktaları seçerek siler.

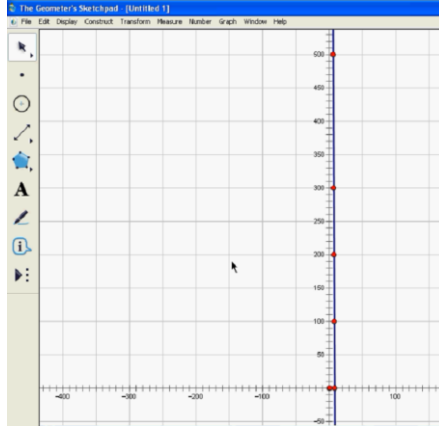
Ö2'nin Çalışması

- Dağcıların tırmanışında deniz seviyesinden başlayarak 1600 m'ye kadar olan yükseklik ve sıcaklığı gösteren tabloyu çizer ve tablodaki değerleri kullanarak graph menüsünden plot points komutu ile noktaları koordinat düzleminde gösterir.
- Ordinat değerleri (dağcılarının bulunduğu yükseklik) çok büyük olduğundan noktalar aynı anda ekranda görünmez. Görünmesini sağlamak için (1,0)

noktasını orijine doğru sürükler ve noktalardan geçen doğruyu oluştururken ikişer ikişer noktaları seçerek doğrular oluşturur. Noktaların dışındaki alanları seçip noktaların üzerinden geçecek şekilde doğru oluşturmaya çalışınca birden fazla ve farklı doğrular elde eder.

Ö3'ün Çalışması

- Dağcılığın tırmanışında deniz seviyesinden başlayarak 1600 m'ye kadar olan yükseklik ve sıcaklık arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturur ve bu tablodaki değerlerden yararlanarak graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde (sıcaklık,yükseklik) ikilisi şeklinde gösterir.
- Düzlemde gösterdiği tüm noktalar aynı anda ekranda görünmediğinden (1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek noktaların duruşunu inceler.
- Noktalardan geçen doğruyu oluştururken yanlış bir yere tıkladığında istenmeyen nesnelere seçerek siler ve belirlediği noktalardan geçen doğruyu çizer.



Ö3'ün Ekran Kaydından Bir Görüntü

Ö4'ün Çalışması

- Dağcıların tırmanışında deniz seviyesinden 1500 m yüksekliğe kadar olan, yükseklikle değişen sıcaklığı gösteren tabloyu oluşturur. Tablodaki değerlerden yararlanarak (sıcaklık,yükseklik) şeklindeki ikilileri graph menüsünden plot points komutu ile koordinat düzleminde gösterir.

x = sıcaklık	y = yükseklik
8	0
7,5	100
7	200
6,5	300
6	400
5,5	500
5	600
4,5	700
4	800
3,5	900
3	1000
2,5	1100
2	1200
1,5	1300
1	1400
0,5	1500

Ö4'ün Etkinlik Kağıdından Bir Görüntü

- Tüm noktalar, ordinat değerleri büyük olduğundan, ekranda aynı anda görünmediği için (1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek eksenlerin sıklığını küçültür ve noktaların birbirine yaklaşmasını sağlar.
- Noktalardan geçen doğruyu çizerken noktaları seçmesi gerektiğini unutarak önce yanlış doğrular çizse de sonra noktaları seçerek istenen doğruyu oluşturur.

Ö5'in Çalışması

- Dağcıların tırmandıkça yüksekliğe bağlı sıcaklık değişimini gösteren tabloyu oluşturur. Tablodaki değerlerden yararlanarak (sıcaklık, yükseklik) şeklinde ikilileri kordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutu ile gösterir.

- Noktaları aynı anda ekranda görebilmek ve eksenlerin sıklığını azaltmak için (1,0) noktasını orijine doğru sürükler. Noktalardan geçen doğruyu çizer.

Ö6'nın Çalışması

- Dağcıların tırmandıkça yüksekliğe bağlı sıcaklık değişimini gösteren tabloyu oluşturur. Tablodaki değerlerden yararlanarak (sıcaklık, yükseklik) şeklinde ikilileri koordinat düzleminde graph menüsünden plot points komutu ile gösterir.
- Noktaları aynı anda ekranda görebilmek ve eksenlerin sıklığını azaltmak için (1,0) noktasını orijine doğru sürükler. Noktalardan geçen doğruyu çizer.

4.1.5.2.2. 'Dağcıların Tırmanışında Yüksekliğe Bağlı Sıcaklık Değişiminde Farklı Temsilleri Kullanmak' İçin Öğrencilerin Enstrümantal Eylem Şemalarının Temel Bileşenleri

1. Durumu merak edip bir problem olarak algılayabilme ve problemin ne olduğunu nasıl çözümlenebileceğini belirleyebilme. Probleme olası çözüm yolları ile çözüm üretebilme ve en uygun yolu seçebilme. Seçilen çözüm yoluna uygun adımları atabilme.
2. Uygun çözüm yolunun tablo oluşturmak olduğuna karar verdikten sonra tablo yapabilmek için iki değişkenin var olması gerektiğini ve bu değişkenlerin bir birine bağlı olarak değişeceğini bilme ve buna uygun bir şekilde tabloyu oluşturma.
3. Tablodaki değerlerin iki değişkenin birbirine bağlı değişimini ifade ettiğinden ve bunların düzlemde (x,y) ikilisi şeklinde gösterildiğinde bir nokta olarak karşılık bulacağını bilme ve bu ikililerin düzlemdeki yerini graph menüsünden plot points komutu ile nokta olarak gösterme.
4. Tüm noktaların bir araya gelerek oluşturacağı şeklin doğru olduğunu bilme ve bundan yararlanarak noktalardan geçen doğruyu çizme. Çizilen doğrunun durumu anlatan grafik olduğunun farkına varma.

Yukarıda ifade edilen temel bileşenlerden 1 ve 2 numaralı bileşenler enstrüman kullanımını doğrudan gerektirmemektedir. Üçüncü bileşende, öğrencilerin, iki değişkeni kullanarak (x,y) ikilisi şeklinde, koordinat düzleminde bir nokta olarak göstermekte zorlanmadıkları görülmektedir. Dördüncü bileşende, düzlemde belirlenen noktaların doğrusallığını fark eden öğrencilerin noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizmesi gerektiğini bildiği sadece bazı öğrencilerin doğruyu çizerken noktaların dışındaki bölgelere tıklayarak doğruyu oluşturmaya çalışmaları nedeniyle yanlış doğrular çizdikleri; sonrasında yanlışlarını düzelttikleri görülmektedir.

4.1.6. Enstrümanlı Tekniklere Genel Bakış

4.1.6.1. Tüm Etkinliklere Pragmatik Teknikler Açısından Bakış

Tablo:31’de yer alan tablolardaki renklerin temsil ettiği ifade şu şekildedir:



Tablo 31: Renk Tablosu

Gözlemlenen tekniklerden en çok görülen öğrenci koyu gri renk ile işaretlendikten sonra görülen teknik sayısı azaldıkça renk de açılır. Kimi zaman sayı olarak aynı sayıda teknik görülse de önem bakımından değerlendirildikten sonra renge karar verilmiştir.

SÜRÜKLEME ARTEFACTININ GÖRÜLME ŞEKLİ

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Ekranın görünümünü düzenlemek için işaretçi ile sürükleme özelliğini kullanır.	+	+	+	+	+	+
Kendiliğinden hareket eden noktayı elle sürüklemeye çalışma	+	+	+	-	-	-
Sürükleme özelliğini sürüklemenin etkisini gözlemek ve bu etkiyle istediği sonuca ulaşmak için kullanma (eksen üzerinde seçtiği noktaların koordinatlarının tam sayı olmasını sağlamak için:Ö1; y eksenindeki noktayı sağa sola sürükleyemediğini anlayınca yukarı aşağı sürüklemesi gerektiğini yazılıma anlaması: Ö4; koordinat düzleminin sıklığını değiştirmek için:Ö5)	+	-	-	+	+	-

Tablo 32: Sürükleme artefactının görülme şekli

Tüm etkinliklerde görülen sürükleme artefactını kullanmayı gerektiren pragmatik teknikler incelendiğinde sürüklemenin farklı kullanım alanları olduğu ortaya çıkmıştır. Bu farklı kullanım şekillerinin hepsinin gözlemlendiği öğrenci Ö1 olurken en az sürükleme çeşidi kullanan öğrencinin Ö6 olduğu görülmüştür. Tablo 32’de ifade edildiği gibi en koyu renkten en açığa doğru sıralanan öğrenciler, sürüklemeyi farklı amaçlarla farklı şekillerde en çok kullandıktan en az kullandana doğru sıralanmıştır denilebilir.

SEÇME ARTEFACTININ GÖRÜLME ŞEKLİ

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Komutların aktif olması için uygun nesnenin seçili olması gerektiğini (coordinates-nokta) kendi çabalarıyla öğrenme ve kullanma	+	-	+	+	+	+
Nesneyi seçili olmaktan kurtarmak için boşluğa ya da üzerine tıklama özelliğini kendi çabalarıyla öğrenme ve kullanma	+	+	+	+	+	+
Aracın komut potansiyelinden yararlanma (plot points komutu, ekranda birden fazla şeyi aynı anda silme, seçme ve seçili olmaktan kurtarma, ctrl+z gibi)	+	-	+	+	+	+

Tablo 33: Seçme artefactının görülme şekli

Tüm etkinliklerde görülen pragmatik tekniklerde seçme artefactının kullanıldığı farklı alanlar olduğu gözlenmiştir. Bu kullanım alanlarından hepsini Ö2dışındaki tüm öğrenciler gerçekleştirirken; Ö2'in, seçme artefactının kullanımında zorluk çektiği ya da artefactın sağlayacağı olası yenilikleri denemeye ve öğrenmeye kapalı olduğu söylenebilir.

FARKLI KOMUT YA DA KOMUTLARIN FARKLI AMAÇLA GÖRÜLME ŞEKLİ

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Komutların istenen ve beklenen özelliklerinin yanında diğer özelliklerini kullanmaya açık olma ve kullanma (hızı yavaşlatmanın yanında hızlandırma ve durdurma gibi)	+	-	+	+	+	+
Bir komutu birden fazla kullanması gerektiğinde hızlı ve kolay yapabilmesini sağlayan yöntemi kullanma (plot points komutu ile istenen tüm noktaları belirledikten sonra done komutuna tıklayarak işlemi sonlandırma ya da her bir nokta için done komutu ile sonlandırıp diğer nokta için tekrar aynı işlemi yapma)	+	-	+	+	+	+
Kullanması istenen komuta alternatif komutlarla çözüm üretebilme (plot points komutu yerine nokta komutu ile düzlemde noktaları gösterme)	+	+	+	+	+	+
Komutların istenen özelliklerinin yanında farklı özelliklerini keşfetmeye açıktır ve kullanır (etkinlik süresince menüleri dolaşp istenenin dışında neler yapabileceğini inceleme)	+	-	-	-	-	-

Tablo 34: Farklı komut ya da komutların farklı amaçla görülme şekli

Tüm etkinliklerde farklı komutların kullanımına yer verilmeye çalışılmış bu komutlara da ilk etkinliklerde tek komutla başlanırken sonraki etkinliklerde kullanılması istenen komut sayısında artış görülmüştür. Böylece öğrencinin önceki etkinlikte kullandığı komutlara yenilerini eklemesi sağlanmaya çalışılmıştır. Önceden hazırlanan sketchpad taslağında hızı yavaşlatarak değişimi rahtaça gözlemlemesi istenen öğrencinin bunun yanında istenmediği halde çalışma kağıdı ile ilgili işlemler yaptığıında hızı durdurması ve etkinliğe tekrar geri dönmek için hareketi tekrar başlatması komutun istenen özelliğinin yanında farklı özellikleri de denemeye açık olduğunu göstermektedir. Tablo 34’de öğrencinin komutlarda beklenen kullanımdan farklı kullanımlara yer verdiği durumlar sıralanmış ve öğrencilerde görülüp görülmediğine bakılmıştır. Ö1’de bakılan tüm komutların kullanıldığı görülürken Ö2’de sadece biri görülmüştür.

Tüm etkinliklerde pragmatik tekniklerde sürükleme, seçme artefactı ve komutların farklı kullanımlarına yönelik teknikler incelendiğinde Ö1’nin pragmatik tekniklerinin, sürükleme ve seçme artefactlarını farklı durumlarda kullandığı ve komutların etkinlikte istenen özelliklerinin yanında farklı özelliklerini de kullanmaya açık olduğu görülmektedir. Ö2’in ise seçme ve sürükleme artefactını farklı durumlarda kullanmadığı ve komutların istenen özelliklerinin dışında farklı özelliklerini kullanmaya açık olmadığı görülmektedir.

4.1.6.2. Tüm Etkinliklere Epistemik Teknikler Açısından Bakış

Temel Kazanım ‘Noktanın Düzlemdeki Yerini Bilme’ Boyutundan İncelenmesi

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Sketchpad ekranında verilen görseldeki noktaların koordinatlarını yazılım kullanmadan doğru belirler (x,y) ikilisi şeklinde	+	+	_ (çok yanlış var)	_ (çok yanlış var)	+	+
Yazılımsız belirlediği koordinatların doğruluğunu yazılımla (measure menüsünden coordinates komutu ile) kontrol eder	+	+	+	+	+	+
Verilen kurala uygun (x,y) ikilileri belirler	+	+	+	+	+	_(sayı olarak hesaplar ama ikili olarak yazamaz)
Kurala uygun (x,y) ikililerini koordinat düzleminde (graph menüsünden plot points komutu ile) gösterir	+	-	+	+	+	-
X hep sabit bir sayı olsun kuralına uygun noktalar belirleyebilir (x=a cebirsel yazılış şeklini bilmeden)	+	+	+	+	+	+
X eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarının ortak özelliklerini farkeder	+	+	+	+	+	+
Y eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarının ortak özelliklerini farkeder	+	+	+	+	+	+

Tablo 35: Temel kazanım ‘noktanın düzlemdeki yerini bilme’ boyutundan incelenmesi

Tüm etkinliklerde görülen epistemik teknikler incelendiğinde görülmesi istenen en önemli tekniğin ‘noktanın koordinat düzlemindeki yerini belirlemek’ olduğu düşünülmektedir. Buradan yola çıkarak neredeyse tüm etkinliklerde görülmesi istenen bu tekniğin farklı görüldüğü durumlar belirlenmiş ve bu durumların öğrencilerde görülüp görülmediğine bakılmıştır. Ö1’de noktanın düzlemdeki yeri ile ilgili tüm teknikler görülürken Ö2ve Ö6’in noktanın koordinatını (x,y) formatında yazmakta zorlandığı görülmektedir. Ö2y yerine hiçbirşey yazmadığından plot points komutunda

kendiliğinden var olan 1 ile $-(x,1)$ gibi- noktanın koordinatını belirlemiştir. Ö6 ise ondalık gösterimli x değerleri verip y yi hesaplamış ancak bunları (x,y) şeklinde $-(2,4 , 4,8)$ gibi- yazmakta zorlanmıştır. Ö3 ve Ö4 ise koordinat düzleminde verilen noktanın koordinatını belirlerken sayıların işaretini belirlemede ve (x,y) ikilisi şeklinde sıralamada zorluk yaşamışlardır.

Matematiksel Bir Görevi Gerçekleştirmek İçin Kullanılan Sürükleme Artefact'ı Boyutundan İncelenmesi

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Sürükleme özelliğini küsürlü çıkan koordinatı sürükleyerek tam sayı yapmak için kullanma	-	-	-	+	-	+
$Y=mx$ formundaki doğru grafiklerinde m'yi sürükleyerek; $y=x+a$ ve $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a'yı sürükleyerek doğrunun duruşunun değişimini yorumlama	+	+	+	+	+	+
$(1,0)$ noktasını orijine doğru sürükleyerek eksenlerin sıklığını değiştirme ve böylece noktaları birbirine yakınlaştırarak doğrusallıklarını görme	-	+	-	-	-	-
$Y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde a noktasını sürükleyerek tam sayı olmasını sağlama böylece eksenini kestiği noktanın da aynılığını gözlemleme	+	+	+	+	+	+
X ve y eksenini üzerindeki noktaları sürükleyerek koordinatlarının ortak özelliklerini farketme	+	+	+	+	+	+

Tablo 36: Matematiksel bir görevi gerçekleştirmek için kullanılan sürükleme artefact'ı boyutundan incelenmesi

Tüm etkinliklerde epistemik teknikler incelendiğinde matematiksel bir görevi gerçekleştirmek için sürükleme artefactının kullanıldığı farklı durumların olduğu görülmüştür. Bu farklı durumların hangi öğrencilerde görülüp hangilerinde görülmediğine bakılmıştır. En dikkat çeken durum Ö1'nin ki olmuştur; çünkü pragmatik

tekniklerde sürüklenme artefactının farklı kullanım şekillerini Ö1'nin kullandığı görülürken epistemik tekniklerde sürüklenme artefactını farklı alanlarda kullanmadığı sadece etkinlikte kendisinden istendiği şekilde kullandığı görülmektedir. Ö6'in ise pragmatik tekniklerde sadece ekran görünümünü düzenlemek için kullandığı sürüklenme artefactı; matematiksel bir görev için kullanılırken çeşitlilik göstermiş; etkinlikte istenmediği halde noktanın koordinatı ondalık gösterimli çıkınca tam sayı yapmak için sürüklemeyi kullanmıştır. Sürüklenme artefactını en farklı ve güzel şekilde kullanan ise Ö5 olmuştur. Ö5, koordinat düzleminde eksenlerin sıklığını (1,0) noktasını orjine doğru sürükleyerek değiştirmiş böylece koordinat düzleminde belirlediği noktaların birbirine yaklaşmasını sağlamış ve doğrusallığı görmeyi kolaylaştırmıştır.

4.2.Geometri Sketchpad Ortamında Çoklu Temsil Kullanımları

Bu bölümde öğrencilerin geometri sketchpad ortamında çoklu temsil kullanımları, temsil içi ve temsiller arası geçişleri ile ilgili bulgulara yer verilecektir. Önce, tüm etkinliklerde kullanılan temsiller ve temsiller arası geçişler belirlenecek; sonrasında öğrencilerin temsil kullanımı ve temsil geçişlerinde öğretmen desteğine ihtiyaç duyma biçimleri belirlenecektir.

Analiz sürecinde kullanılan KK, ÖR ve ÖT, yöntemde ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Temsil geçişlerinde büyük harfle ifade edilen girdi temsili, küçük harfle ifade edilen çıktı temsili olarak kabul edilmiştir.

Grup-1 etkinlikleri öğrencilerin koordinat düzlemini tanıma ve düzlemde verilen noktaların koordinatını belirlemeye yöneliktir. Koordinat düzlemindeki noktaların (x,y) ikilisi şeklinde ifade edilmesi grafik temsili oluşturma, okuma ve yorumlama olarak ele alınmaktadır.

Grup-2 etkinlikleri iki etkinlikten oluşmaktadır. Birinci etkinlik olan 'x ile y arasındaki ilişki nedir?' etkinliğinde x ile y arasındaki ilişki sözel olarak verildikten sonra bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini tablo temsili ile göstermeleri son olarak tablodan yararlanarak koordinat düzleminde göstermeleri beklenmektedir. Grup-2 etkinliklerinin ikincisi olan 'konumuza başlık bulalım' etkinliğinde öğrencilerin, önceden hazırlanmış

geometri sketchpad taslaklarını inceleyerek ekranda yer alan tablo, grafik ve cebir temsillerini etkinlik kağıdına aktarmaları beklenmektedir.

Grup-3 etkinlikleri üç etkinlikten oluşmakta ve birincisi olan ‘kuralı uygula’ etkinliğinde x ile y arasındaki ilişki sözel olarak verilip bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerine ait tabloyu oluşturmaları; son olarak tablodan yararlanarak (x,y) ikililerini koordinat düzleminde göstermeleri beklenmektedir. Bunun yanında yazılımın ‘ $y=$ ’ notasyonundan yararlanarak cebirsel ifade oluşturmaları ve $y=a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerini çizmeleri beklenmektedir. Etkinliğin sonunda öğrencilerin öğrendiklerini aktarabilme derecelerini ölçmek amacıyla üç tablo ve üç grafik verilerek aynı durumu anlatan tablo ve grafik temsilini eşleştirebilmeleri beklenmektedir. Grup-3 etkinliklerinin ikincisi olan ‘doğruları tanıyorum’ etkinliğinde önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında öğrencilerden, $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde eğimi temsil eden m değerini sürükleyerek doğrunun duruşunda dinamik değişimi görmeleri beklenmektedir. Etkinliğin sonunda öğrencilerden m değerinin, doğrunun duruşunda meydana getireceği etkiyi yorumlayarak, verilen 6 grafik ve 6 cebir temsilinden aynı durumu anlatanları eşleştirmeleri beklenmektedir. Grup-3 etkinliklerinin üçüncüsü olan ‘doğrulara sabit sayı ekliyorum’ etkinliğinde öğrencilerden $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerinin doğrunun duruşunda neden olacağı etkiyi görebilmek için m ve a değerlerini sürüklemesi ve cebirsel ifade ile grafik arasındaki ilişkiyi yorumlayabilmesi beklenmektedir. Etkinliğin sonunda yer alan dört cebirsel ifade ve 4 grafikten aynı durumu anlatanları eşleştirmeleri beklenmektedir.

Grup-4 etkinlikleri iki etkinlikten oluşmaktadır. Birinci etkinlik olan ‘eksenle ortak noktamız nedir?’ etkinliğinde öğrencilerden sözel olarak verilen ifadeyi yorumlayıp grafik oluşturması; grafiğin eksenleri kestiği noktaların koordinatından tablo oluşturması ve bu tabloyu yorumlayarak eksen üzerindeki noktalarla ilgili bir yargıya vardıldıktan sonra doğrunun cebirsel karşılığını yazılımdan yararlanarak belirlemesi istenmektedir. Etkinliğin sonunda cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemlerin grafiğini çizmeden eksenleri kestiği noktaların koordinatını cebirsel ifadeyi çözümler bulması beklenmektedir. Öğrencilerin cebirsel çözüm yolunda başarısız olmaları nedeniyle hazırlanan bir sonraki ‘eksenle ortak noktamız neresi?’

isimli etkinlikte öğrencilerin önerileri doğrultusunda cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemi x ve y arasındaki ilişki şeklinde sözel olarak yorumlamaları, bu ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirleyip koordinat düzleminde gösterdikten sonra noktalardan geçen doğruyu oluşturup doğrunun eksenleri kestiği noktanın koordinatını belirlemeleri beklenmektedir.

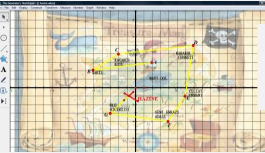
Grup-5, ‘troposfer’ isimli gerçek yaşam problemi olan tek bir etkinlikten oluşmaktadır. Bu etkinlik de öğrencilerin, kullanacakları temsiller konusunda yönlendirilmediği; problemi anladıktan sonra ürettikleri çözüm önerisine uygun temsilleri kullanmalarının beklediği bir etkinliktir.

4.2.1.Grup 1 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları

4.2.1.1.Hazine Adası: Grafikten Grafiğe Geçiş

Bu etkinlikte öğrencilerden koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde yazabilmeleri beklenmektedir. Koordinat düzlemindeki noktalar ve bu noktaların (x,y) ikilisi şeklinde yazılabilmesi grafik temsili olarak ele alındığından temsil içi geçiş yapılarak grafik temsilinden yine grafiğe geçişlerinde öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyma biçimlerine bakılmaktadır.

Temsil Geçişi: G-g



Aşağıdaki noktaların koordinatlarını yukarıda anlatıldığı gibi (x,y) ikilileri olarak ifade edin. Yanlarına da kaçınıcı bölgede olduğunu yazın (yazarken yukarıda verilen bilgilerden yararlanın).

- | | |
|-------------|----------------|
| • A (2, 3) | E (6 , -1) |
| • B (-5, 2) | F (4 , -4) |
| • C (-2, 4) | G (-3 , -3) |
| • D (7, 5) | Hazine(-1, -1) |

Hazine Adası: Grafikten Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
G-g	KK	ÖR	ÖR	ÖR	KK	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 37: Hazine Adası: Grafikten Grafiğe Geçiş

1.1’de koordinat yazarken dikkat edilmesi gerekenler anlatılmıştır ancak etkinliği kendileri yapmaya başladıklarında bazen sadece onay almak için de olsa sorular sormuşlar ve öğretmen desteğine ihtiyaç duymuşlardır. Ö2ve Ö3’in (x,y) ikililerinde önceliği belirleme (önce x yazılır sonra y yazılır); Ö6 ve Ö4’in eksenlerin işaretine karar vermede zorlandıkları ve öğretmen rehberliğine ihtiyaç duydukları görülmüştür. Ö2, Ö6, Ö4 ve Ö3’nin ders sürecine nelerde zorlandıkları ve öğretmenden nasıl yardım aldıklarına dökümlerden alıntılarla yer verilmiştir.

Ö2: Hocam önde olan x mi?

Öğretmen: Hı hı önde olan x.

Ö6: Öğretmenim şey... artı eksi olduğunu nereden anlayacaktık?

Öğretmen: Ne taraf artıydı (sağı işaret ediyorum) ne taraf eksiydi (solu işaret ediyorum).

Ö6 yine anlamamış bir şekilde bakınca

Öğretmen: Hatta yukarıda bir tane örnek var. O örnekten de yararlanabilirsiniz mesela.

Ö4: Öğretmenim y'nin üst tarafı eksi mi oluyor?

Öğretmen: Üst tarafı.eksi miydi y'nin üst tarafı?

Ö1: y'nin üst tarafı artı oluyor.

Ö6: Hayır

Öğretmen: Artı

Ö3: Öğretmenim hangisini önce yazacağımızı nasıl bileceğiz?

Öğretmen: Önce x eksenini yazıyorduk sonra y eksenini yazıyorduk.

Ö3,: He evet doğru tahmin etmişim.

Öğretmen: Hı hı

4.2.1.2.Türkiye Turu: Grafikten Grafiğe Geçiş

Bu etkinlikte öğrencilerden koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatını (x,y) ikilisi şeklinde yazmayı öğrendikten sonra öğrendiklerini pekiştirmeleri beklenmektedir.

Hazine adası etkinliğinde olduğu gibi temsil içi yani grafik temsilden yine grafik temsiline geçiş yapmaları beklenmektedir.

Temsil Geçişi: G-g



• Buldukları yerin koordinatlarını söylemekte zorlanan tatlı çifte yardım eder misiniz?

Türkiye turu adındaki sketchpad sayfasını açın.

Edirne(.....)	Eskişehir(.....)	Adana(.....)	Ordu(.....)
Çanakkale(.....)	Ankara(.....)	Osmaniye(.....)	Rize(.....)
Balıkesir(.....)	Konya(.....)	Kahramanmaraş(.....)	Erzurum(.....)
Bursa(.....)	Niğde(.....)	Sivas(.....)	Kars(.....)
Kütahya(.....)	Kayseri(.....)	Samsun(.....)	Van(.....)

Türkiye Turu: Grafikten Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
G-g	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 38: Türkiye Turu: Grafikten Grafiğe Geçiş

Bu etkinlik aşamasında en can alıcı noktalardan biri öğrencilerin öğrendikleri konuyu günlük hayatta nasıl kullanabileceklerine ‘mesela bizim evin koordinatlarını nasıl söyleyeceğiz?’ yönelik sorgulamaları olmuştur. Bu süreçte öğretmen öncelikle onları problemle baş başa bırakıp, problemin çözümüne yönelik fikirlerini dile getirmelerini sağlamaya çalışmıştır; sonrasında öğrencilere sorular yönelterek doğru çözüme ulaşmalarına rehberlik etmiştir. Öğrencilerin koordinatın söylenebilmesi için bir başlangıç noktasına, orijine, ihtiyaç duymaları ve bu başlangıç noktasını belirleme aşamasında çarşı gibi merkez bir noktayı almak istemeleri dikkat çekmiştir. Merkez noktayı belirlemede istedikleri noktayı merkez kabul edebileceklerini Nasrettin Hoca’nın sözü ile bağdaştırabilmeleri, öğrendiklerini ve önceki bilgilerini bir araya getirip sentezleyebildiklerini göstermiştir denilebilir. Bu sürecin ses ve video kayıt dökümlerinden yararlanarak aşağıdaki gibi yaşandığı söylenebilir.

Ö3: Öğretmenim biz bu koordinatları yaparken ... diyelim ki evin koordinatlarını verdik. Eve gidip sayacak mıyız? Nasıl yapacağız ben onu anlamadım.

Öğretmen: Dimi. Ben ona cevap vermeyeyim. Çünkü sonra ben size onu soracağım. Hani burada sayabiliyorsunuz. Neye göre sayabiliyorsunuz? Bir tane başlangıç noktanız var. O yüzden sayabiliyorsunuz. Ama sizin evi anlatırken neye göre sayacağız değil mi?

Öğretmen: Ö3 çok güzel bir soru sordu bence. Duydunuz mu? Dedi ki bizim evin kordinatlarını nasıl söyleyeceğiz biz dedi. Nasıl söyleyeceğiz biz Ö3lerin evini.

Ö5: Söyleriz hocam mahallelerini....

Öğretmen: İki tane noktayla söylememiz lazım. Burayı (tahtada bir nokta gösteriyorum) söyleyebiliyorsunuz da Ö3lerin evini neden söyleyemiyorsunuz?

Ö1: Şehrin merkezinden Ö3lerin evine kadar metre çekeriz olur biter.

Öğretmen: Şehrin merkezini ne sayıyorsun o zaman. Ne kabul etmiş oluyorsun.

Ö5: Sıfır.

Öğretmen: Sıfır kabul etmiş oluyor Ö1. Şehrin merkezi şurası (orijini gösteriyorum tahtadan) diyor. Merkezden saymaya başlıyor Ö3lerin evine kadar.

Ö3: Öğretmenim merkezin hangisi olduğunu nereden bileceğiz.

Ö1: Şehrin girişi.

Öğretmen: Acaba bilmek zorunda mıyız? Mesela Ö1şehrin girişi diyor bu sÖ1r. Fark eder mi? Merkezden saymaya başlayın mesela olmaz mı olur.

Ö1: Ben merkez burası olsun diyorum fark eder mi?

Ö3: Öğretmenim bir fikrada Nasrettin Hoca'ya dünyanın merkezi neresi diyordu? Buradan başlıyor diyordu (hemen ayaklarının ucunu göstererek)

Ö5: Ben neredeysem merkez orasıdır.

Öğretmen: Ben istediğim yeri seçerim

4.2.2.Grup 2 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları

4.2.2.1. x ile y arasındaki ilişki nedir?: Sözelden Tabloya Geçiş

'x ile y arasındaki ilişki nedir?' isimli etkinlikte öncelikle öğrencilerden sözel olarak verilen x ile y arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirlemeleri ve buna uygun bir şekilde tabloyu oluşturmaları beklenmektedir.

Temsil Geçiş: S-t

GÖREV 1: (x,y) ikililerinde y değerleri verdiğiniz x değerinin iki katı olsun.



x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
2	4	(2,4)
0	0	(0,0)
-1	-2	(-1,-2)
-2	-4	(-2,-4)
3	6	(3,6)

x ile y arasındaki ilişki nedir?: Sözelden Tabloya Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçışı						
S-t	KK	KK	KK	ÖT	ÖR	ÖT
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 39: x ile y arasındaki ilişki nedir?: Sözelden Tabloya Geçiş

Sözel ifadeden tablo temsiline geçişte öğrencilerin bir kısmının tabloda hangi sütuna ne yazacaklarına karar vermede zorlandıkları söylenebilir.

Ö5: Öğretmenim y yerine ne yazacağız ya ben onu anlamadım.

Öğretmen: Hesaplıyorsunuz ya. Mesela verdiğiniz x değerlerinin 2 katı y olsun diyor. Mesela x yerine ne verdin.... (kendi verdiği değerlerden örnek vererek anlatmaya çalışacakken Ö5, anlatılmak isteneni anladı)

Ö5: Cevap.

Öğretmen: Heh. Evet. Cevabı.

Yukarıdaki ifadelerden Ö5'in sözel ifadeden tabloya geçişte zorlandığı ve öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyduğu, tabloda y sütununa ne yazması gerektiğini anlayamadığı sonucuna varılabilir.

Ö4: Öğretmenim bunları yazarken böyle mi yazacağız? Yoksa ben yanlış mı yazdım?

Öğretmen: Hmmm. Nasıl yazacaksın? Sen x i kaç yazdın. Bulduğun sonuç senin y değerinin. Mesela eğer bunu verdiysen x yerine y değeri şu olacak (onun bilgisayar ekranından sayıları gösteriyorum). Çünkü y değerleri o verdiğin x değerlerinin hep iki katı olsun diyor. Şu anda senin yaptığın yanlış olmuş olacak yani. Kaç çıktı mesela?

Ö4: Dokuzla ikiyi çarptım onsekiz çıktı.

Öğretmen: Heh. İkiyi yazmana gerek yok. O aralarındaki ilişki sadece. Sen x yerine kaç verdin? Bulduğun sonuç kaç çıktı?

Ö4: ben de (9,18) yazacağım.

Öğretmen: evet.

Ö4, bu açıklamalardan biraz sonra tekrar benzer bir şekilde yardıma ihtiyaç duymuş ve öğretmen ona, kendisinin verdiği değerlerden birini örnek olarak kullanarak koordinatın nasıl yazılması gerektiğini bir kez daha göstermiştir. Bu aşamada öğretmen sadece genel sorular yönelterek öğrenciye rehberlik etmemiş aynı zamanda sayısal değerleri de açık bir şekilde kullanarak (x,y) ikililerinin nasıl yazılacağını göstermiştir.

Öğretmen: Mesela Ö6 x e kaç verdin burada? Birincisinde en baştakinde.

Ö6: 3 verdim öğretmenim.
Öğretmen: 3 mü verdin yoksa 3,4 mü verdin?
Ö6: 3,4. İki katını aldım. 6,8 çıktı.
Öğretmen: Güzel o zaman x e kaç vermiş oluyorsun?
Ö6: 3,4 vermiş oluyorum
Öğretmen: Süper. Y kaç oluyor?
Ö6: y 4,9 oluyor. Ayyy 6,8.
Öğretmen: Güzel. Bu noktanın koordinatını burada belirledin mi?
Ö6: Şöyle graph tan.....
Öğretmen: Bi girsene ben de göreyim nasıl yaptığını. Graph a girdin.
Ö6: Buraya 6,8 yazacağım.
Öğretmen: Dur. Oraya hangisini yazacaksın?
Ö6: Hmmm. Önce bunu yazcam dimi öğretmenim?
Öğretmen: Önce hangisi yazılıyordu, X mi y mi?
Ö6: Önce x yazılıyordu.
Öğretmen: Güzel önce bir x i yaz bakalım.
Öğretmen: y ye ne yazacaksın?
Ö6: İki katını. Hesapladığımı yazacağım öğretmenim.
Öğretmen: Kaç hesaplamış y yi? Sen iki katını hesapladın zaten.
Ö6: 6,80.
Öğretmen: Aynen öyle. Yaz bakalım.

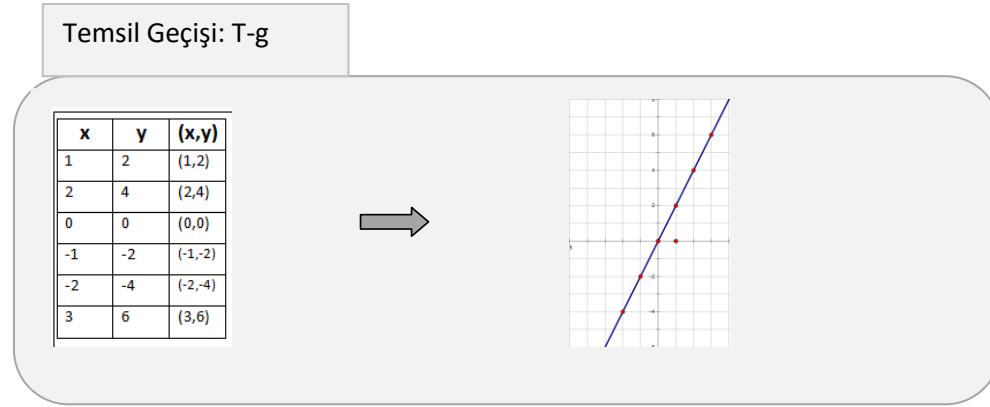
Ö6, x yerine ondalık gösterimli değer verdiğiinden y değerleri de ondalık gösterimli çıkmıştır. Bu nedenle (x,y) ikilisi şeklinde yazmakta zorlanmış olup öğretmenden nasıl yazması gerektiği konusunda yardım istemiştir. Öğretmen açıklama yaparken daha genel ifadeler kullanmayı denemiş ancak sonrasında baktığında yine aynı yanlışa devam edince Ö6'in verdiği değerlerden örnekler vererek birini Ö6'le beraber yapmış ve diğerlerinde de aynı şeyi yapmasını istemiştir. Bu nedenle burada öğretmen rehberliğinden çok öğretmen tarafından yapıma görülmüştür denilebilir.

Bu etkinlikte Ö3, Ö6 ve Ö4 sözel olarak verilen x ve y arasındaki ilişkiyi kurmada diğer bir deyişle, y 'leri, verdikleri x değerlerinin iki katını alarak elde etmeleri gerekliliğini anlamlandırmada zorlanmışlardır. Örneğin Ö3, önce her değer için farklı bir kurala göre y değerini hesaplamış, öğretmen tarafından uyarıldıktan sonra doğru olanı yapabilmiştir.

4.2.2.2. x ile y arasındaki ilişki nedir?: Tablodan Grafiğe Geçiş

' x ile y arasındaki ilişki nedir?' isimli etkinlikte öğrencilerden sözel olarak verilen x ile y arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikililerinden oluşan tablodan yararlanarak bu ikilileri

koordinat düzleminde gösterip noktalardan geçen doğruyu oluşturmaları beklenmektedir.



x ile y arasındaki ilişki nedir?: Tablodan Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
T-g	KK	ÖT	ÖR	ÖT	KK	ÖT
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 40: x ile y arasındaki ilişki nedir?: Tablodan Grafiğe Geçiş

Etkinliğin bu aşamasında ‘kurala uygun bir şekilde doldurmaları istenen tablodaki değerlerin plot points komutundaki boşluklara doğru bir şekilde yazılması’ tablodan grafiğe geçiş olarak kabul edilmiştir.

Ö6 tabloda x ve y yerine yazması gereken değerleri virgüllü olduğu için doğru yazamamış oradan da plot points kısmında x ve y yerine ne yazması gerektiğini bilememiş; öğretmen somut örnekler vererek yapacağı adımları sırasıyla yapmasını sağlayarak görevi tamamlamasına yardımcı olmuştur. Bu nedende hem sözelden tabloya geçişi hem de tablodan grafiğe geçişi ÖT olarak kodlanmıştır. Ö2sözelden kağıttaki tabloya geçişi kendisi yapsa da tablodan plot points komutuna tıklayarak doğru değerleri yazmayı başaramamış x yerine verdiği değeri yazarken y kısmını yazılımda kendiliğinden var olan 1 değeri ile bırakmıştır. Bunu fark eden öğretmen verdiği değerlerden birini örnek göstererek hangi bölüme 3 hangi bölüme 11 yazması

gerektiğini (3 katının 2 fazlası) söylemiştir. Bu nedenle ÖT olarak kodlanması uygun bulunmuştur.

Öğretmen: Mesela sen şimdi x yerine ne verdin?

Ö4: 4

Öğretmen: y y kaç buldun?

Ö4: 14.

Öğretmen: Mesela senin x-y ikilin o. 4 ve 14.

Ö4 plot points komutunda ilk boşluğa x değerini ikinci boşluğa y değerini yazması gerektiğini anlayamaz ve ikinci kutuya ‘çarpı 2’ yazar ve bu durumu öğretmen, Ö4’nin verdiği değerlerden birini örnek göstererek açıklamıştır. Bu nedenle Ö4 ÖT olarak kodlanmıştır.

4.2.2.3.Grafik Temsilini Yorumlama

Bu aşamada öğrencilerden beklenen noktaların düzenli sıralandığını fark etmeleri ve bu sıralanmaya uygun sonsuz nokta bulunabileceğinden noktaların geometrik bir şekil olan doğruyu oluşturduklarını ifade edebilmeleri idi. Öğrencilerin bu ortak özelliği fark etmeleri ve noktaların bir araya gelerek doğru oluşturduğunu görebilmeleri için yoğun bir öğretmen rehberliğine ihtiyaç duydukları dikkat çekmiştir. Öğrenciler koordinat düzleminde belirledikleri altı noktanın doğrusallığını görmekte zorlanmışlardır. Aynı kurala uygun belirlenecek noktaların koordinat düzleminde hangi bölgelerde olacağı sorulduğunda noktaların tüm bölgelerde görünebileceğini düşünmeleri düzeni ve doğrusallığı göremediklerini kanıtlar niteliktedir. Aynı kurala uygun farklı noktalar belirlemeleri sağlanarak diğer noktalarla aynı bölgede ve noktaların devamı şeklinde görünecekleri öğrencilere gösterilmeye çalışılmıştır. Benzer şekilde sonsuz sayıda noktanın belirlenebileceğini görmekte zorlanan öğrencilerden kurala uygun nokta belirlemeleri istenmiş ve belirlenecek noktanın sonsuz sayıda olacağını görmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretmen: Koordinat düzlemindeki noktalara bak sen.

Ö5: Öğretmenim ne yazdıysak öyle oldu yani.

Öğretmen: Ama, mesela niye böyle şey (noktaların düzenli sıralanışını fark etmesi için noktaları ekrandan gösteriyorum) burada burada burada burada (doğrusallığı bozacak şekilde farklı bölgelerden ve yerlerden örnek noktalar gösteriyorum) olmuyorlar.

Ö5: Yazdığımız koordinat öyle olduğu için. Neden öyle dursunlar?

Öğretmen: Nasıl duruyorlar yani o noktalar orada.

Ö5: Öğretmenim hiçbir şey anlamadım.

Öğretmen: Sen ne yazmıştın? Ben bir daha bakayım şuna. Burada ne yazıyor?

Ö1: Noktalar hep 3 yukarı ve 1 sağa doğru sıralanmışlar.

Öğretmen: Bu noktaların ortak özellikleri var mı? Varsa nasıl bir ortak özellikleri var?

Ö3: Aynı büyüklükte öğretmenim (noktalar yazılımda hep aynı büyüklükte gösterilirler).

Öğretmen: Sonra demiş ki bu noktaların duruşuyla ilgili ne diyorsunuz demiş. Bu noktalar nasıl duruyor? Bu noktaların aralarında bir düzen var mı? Bir kural var mı? Bir ilişki var mı? Nasıl duruyorlar? Ortak özellikleri var mı bunların? Ne diyorsun Ö6?

Ö6: Öğretmenim şey olabilir mi acaba. Tam ortadan kesiştiği yerden (orijini kastediyor) düz gidiyor (eliyle çapraz ve düz gittiğini gösteriyor).

Öğretmen: Şuradan mı? (orijini gösteriyorum)

Ö6: Hı hı (evet anlamında).

Öğretmen: Nasıl? Düz gidiyor derken. Gel göster.

Ö6: Öğretmenim şurada bir kural olmuş öğretmenim. Bu kuraldan şöyle dümdüz gidiyor (tahtadaki kordinat düzlemi üzerinde kalemle çizerek gösteriyor).

Öğretmen: Uzat bakalım onu. Bak şimdi Ö6 diyor ki eğer şu noktayı birleştiresek dümdüz gidiyor diyor. Sizininki de dümdüz gidiyor muydu?

Ö5: Evet

Öğretmen: Yani şöyle giden var mıydı hiç? Şöyle şöyle şöyle (eğrili, dalgalı şekiller çiziyorum tahtaya).

Ö4: Hayırrrr

Öğretmen: Hepinizin ki dümdüz gidiyordu. Ben dümdüzü nasıl söylerim matematikte. Ne bu şeklin adı?

Ö2: Doğru

Ö4: Paralel.

Öğretmen: Paralel mi?

Ö3: Paralel.

Öğretmen: Paralel nasıl oluyor. Ö5? Paralel nasıl oluyor?

Ö5: Öğretmenim böyle paralel oluyor.

Öğretmen: Bir taneden paralel olur mu yoksa iki taneden mi paralel olur?

Ö6: İki taneden.

Öğretmen: Yani şu kalemle şu paralel diyebilirsin (elimdeki iki kalemi paralel olacak şekilde tutuyorum). Ama tek başına bu paralel, nereye paralel? (düşünmeleri için biraz bekliyorum) Ne ad vereceğiz bu çizgiye? Ö2doğru deriz diyor. Ama doğru nasıldı?

Ö3: Sonsuz.

Öğretmen: Sonsuzdu. Peki bu sonsuz mu?

Ö1: evet.

Ö6: Hayır.

Ö3: Sonsuz sonsuz.

Ö6: Doğru parçası. Doğru parçası.

Öğretmen: İsteddiğimiz kadar yaparız diyor.

Ö5: Evet istediğimiz kadar yaparız.

Ö3: Öğretmenim ben burada bir milyonla yaptım

Öğretmen: Denedin mi?

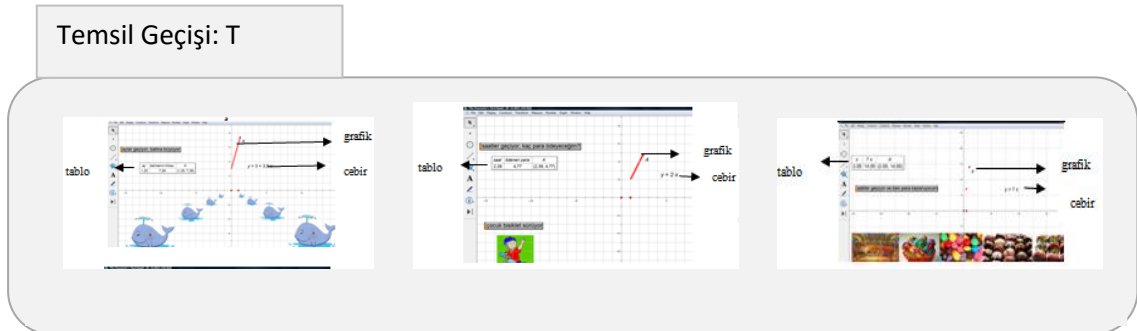
Ö3: Yine çıktı öğretmenim aynı şekilde.

4.2.2.4. Konumuza Başlık Bulalım: Tablo Temsili

Konumuza başlık bulalım isimli etkinlikte öğrencilerden, üç doğrusal denkleme örnek bir de doğrusal denkleme örnek olmayan durumu önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında inceleyerek tablo, grafik ve cebirsel ifade temsillerini her bir durum için etkinlik kağıdına sırasıyla aktarmaları beklenmektedir. Öğrencilerden temsiller arası geçiş beklenmemektedir. Bu nedenle tek bir harfle ifade edilmiştir. Bu görevde öğrencilerin istenen temsili yorumlamaları ve bu temsilin belirgin özelliğini fark etmeleri beklenmektedir. Bu etkinlikler sırasıyla: balina, bisiklet, şekerçi dükkanı ve kare etkinlikleri olup ilk üçü doğrusal ilişkiye uygun; kare etkinliği ise doğrusal ilişkiye uygun değildir. Böylece öğrencilerin her bir temsilde doğrusal olan durumlardaki ortak özellik ve doğrusal olmayan durumda onlardan farkını görmeleri beklenmektedir. Aşağıda, sırasıyla önce tablo, sonra grafik ve en son olarak cebirsel ifade temsili etkinliğin kağıdına aktaran öğrencilerin bu süreçte yaşadığı zorluklara ve öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyma biçimlerine yer verilecektir.

Balina-Bisiklet-Şekerçi Dükkanı Etkinlikleri

Doğrusal denkleme örnek üç durum olan ‘balina, bisiklet ve şekerçi dükkanı’ etkinliklerinde öğrencilerden tablo temsili, ekranda önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağından yararlanarak, etkinlik kağıdına aktarmaları beklenmektedir.



Konumuza Başlık Bulalım: Tablo Temsili						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
T	KK	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 41: Konumuza Başlık Bulalım: Tablo Temsili

Balina etkinliği, tabloyu inceleyip kağıda dökmeleri için verilen ilk etkinlik olduğundan öğrencilerin bir kısmı öğretmen desteğine ihtiyaç duymuşlardır. Öğrencilerin tabloya hangi değerle başlayacaklarına karar vermede yani balina yeni doğduğunda sıfır aylık olduğundan tabloda ay yazan sütuna 0, kilo yazan sütuna 3 yazılması gerektiğini belirlemede zorluk yaşadıkları görülmüştür. Geometri sketchpad taslağında tablodaki değerler ekranda görüldüğü halde öğrencilerin ekranda görünen değerleri yazmayıp kendi belirledikleri değerlerle tabloyu doldurdukları dikkat çekmiştir.

Öğretmen: Peki tablodaki değerlere neler yazacaksınız? Mesela 1 aylıkken hatta sıfır aylıkken balina kaç kilo? Tablodaki değerler? İlk daha yeni doğduğunda.

Ö5: 3,5 aaa 3 kilo.

Öğretmen: İlk daha yeni doğduğunda o tablodaki değere ne yazacaksınız o zaman? 0 aylıkken kaç kilo? Bir aylıkken kaç kilo? 2 aylıkken kaç kilo? Tablodaki değerlere ne yazacağız? 0 aylık bir balina kaç kilo doğmuş? En başta kaç kiloymuş? Tabloyu dolduracaksınız. İlk daha yeni doğduğunda? Sonra 1 ay geçse aradan balina kaç kilo olur? Her ay çünkü 3,5 3,5 gidiyormuş.

Ö4: Öğretmenim kaç yazılacaktı?

Öğretmen: Mesela bu tabloyu dolduruyorsunuz ya ilk sorunuz. O tablodaki değerlere nasıl değerler yazacağız. Mesela 0 aylıkken ilk doğduğunda kaç kiloydu balina.

Ö5: 3.

Öğretmen: 3 kiloydu. O zaman o tablodaki değerleri bir dolduralım bakalım. Mesela 0 aylıkken kaç kilo? Tablodaki değeri bir doldurur musun? 1 aylıkken kaç kilo oldu? 2 aylıkken kaç kilo oldu? Diye devam ediyor. Ama baştan 3 kilo ile başlıyor. Sonra onun üstüne 3,5 daha artıyor her ay. Hep 3,5 artıyor. Baştan 3 kiloydu tamam. Sonra 3,5 daha artıyor. Kaç kilo oluyor?

Ö5: 6,5.

Ö2: Baştan 3 mü?

Öğretmen: 3 le başlıyor baştan sonra her ay 3,5 kilo alıyor.

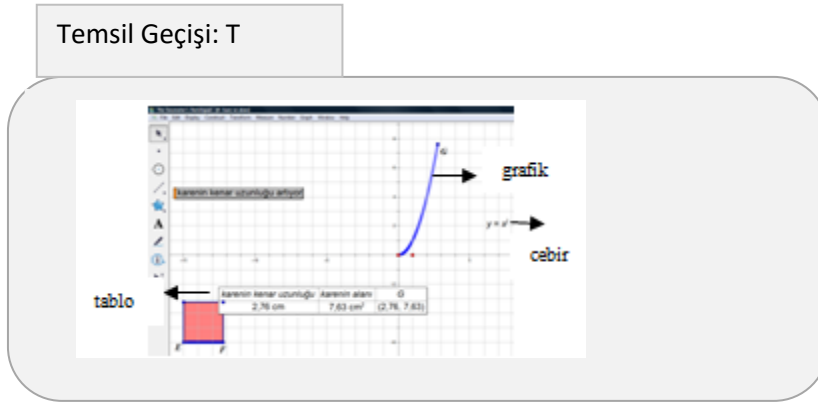
Öğretmen Ö3ye: mesela baştan ilk doğduğunda kaç kiloymuş? 0 aylıkken kaç kiloymuş?
(Ö3nin yapamadığını anladığımdan)(Ö3 ekrana bakıyor anlamadı yine)

Öğretmen: Tablodan mı bulmaya çalışıyorsun? Onu tablodan bulmana gerek yok. Onu sana söylemiş zaten. Demiş ki yavru balina daha ilk doğduğunda 3 kiloydu. Her ay 3,5 kilo 3,5 kilo arttı demiş. Yani o zaman 0 aylıkken kaç kilo. 1 aylıkken kaç kilo.

Etkinlik sırasında Ö6 ve Ö1yorumlara ya da açıklamalara katılmadığından KK olarak kodlanmıştır.

Bisiklet ve şekerçi dükkanı etkinliklerine baktığımızda ise bu etkinlikler, balina etkinliği sonrasında uygulanması nedeniyle tecrübe kazanan öğrenciler için benzer olan bu etkinlikler kolay gelmiştir.

Kare Etkinliği



Kare etkinliğinde ise öğrencilerin zorlandığı noktalar olmuştur. Bazı öğrencileri değerlerin ondalık gösterimli olması zorlarken bazılarını da karenin alanının nasıl hesaplandığını hatırlayamaması zorlamıştır. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için öğretmen rehberlik etmiştir.

Ö5: Öğretmenim bu ne oluyor. Karenin kenar uzunluğu on beş iken, karenin alanı iki. 15 ise 2. Ama öğretmenim belirli bir kuralı yok.

Öğretmen: Alanı mı diyorsun. 0,15 te, küçücükken... Alanını nasıl hesaplıyorsun karenin?

Ö4: a çarpı a.

Öğretmen: a çarpı a. Yani 0,15 ile 0,15 i çarpmış onu bulmuş.

Ö5: Ama 2 yazıyor öğretmenim burada.

Öğretmen: Ama 0,02 yazıyor. Sadece 2 yazmıyor yüzde 2 yazıyor yani.

Ö5: Heee evet.

Ö5: öğretmenim. 3 saniye de ayyyy

Öğretmen: Kenarı 3 olduğunda alanı...

Ö5: 9.

Öğretmen: bir de bu virgüllü değerlerle hesaplıyor çünkü çok hassas ölçüyor ölçümleri. Sen oraya kendi değerlerini verebilirsin. Kenarı 1 olsa alanı kaç olur? Kenarı 2 olsa alanı kaç olur?

Ö5: 3 le mi çarpacağız hocam o zaman?

Öğretmen: 3 le mi çarpıyoruz karenin alanını bulurken?

Ö4: 2 ile değil mi?

Öğretmen: 2 ile mi çarpıyoruz?

Ö2: Kendisiyle

Öğretmen: Kendisiyle çarpıyoruz.

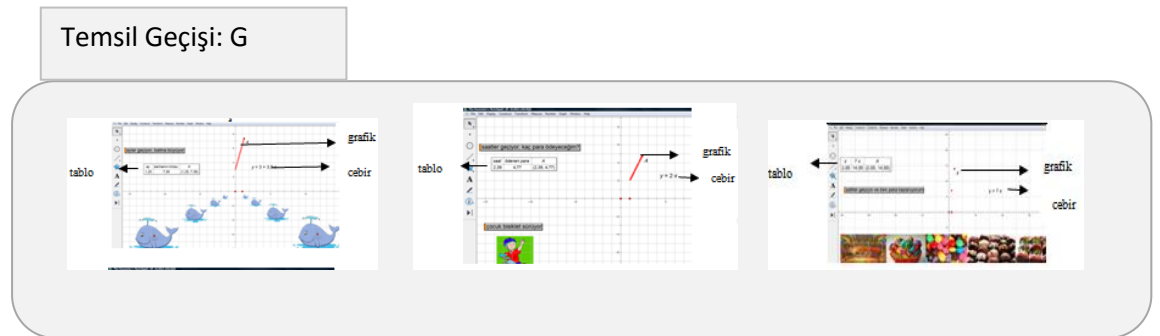
Bu aşamada Ö5 her adımında onay ve destek beklemiş, Ö4 de aynı şekilde öğretmen onayına ve rehberliğine ihtiyaç duymuştur.

4.2.2.5. Konumuza Başlık Bulalım: Grafik Temsili

Konumuza başlık bulalım isimli etkinlikte öğrencilerden, üç doğrusal denkleme örnek bir de doğrusal denkleme örnek olmayan durumu önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında inceleyerek grafik temsillerini her bir durum için etkinlik kağıdına sırasıyla aktarmaları beklenmektedir.

Balina-Bisiklet-Şekerci Dükkanı Etkinlikleri

Doğrusal denkleme örnek üç durum olan ‘balina, bisiklet ve şekerci dükkanı’ etkinliklerinde öğrencilerden grafik temsili, ekranda önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağından yararlanarak, etkinlik kağıdına aktarmaları beklenmektedir.



Konumuza Başlık Bulalım: Grafik Temsili						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
G	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 42: Konumuza Başlık Bulalım: Grafik Temsili

Balina etkinliğinde öğrenciler grafik temsilinin hangi noktadan başlayıp nereye kadar devam ettiği konusunda yardıma ihtiyaç duymuşlar kimi zaman ise sadece onay almak ya da görevi tek başına yapmanın verdiği sorumluluktan kurtulmak için basit, kimi zaman da cevabını bildikleri sorular sormuşlardır. Öğrencilerin grafiği çizerken grafiğin başlangıç noktasını belirlemede yaptığı yanlışla benzer bir yanlış grafiği çizerken dikliğe eğikliğe dikkat etmeyerek tekrar ettikleri görülmüştür. Tabloda kendi belirledikleri değerlerin aslında koordinat düzleminde birer noktayı temsil ettiğini ve grafiğin bu noktalardan geçmesi gerekliliğini uygulamaya dökemedikleri görülmüştür.

Öğretmen: Mesela yukarıya doğru kırmızı kırmızı noktalar çıkıyor ya o sizin aslında grafiğiniz. O böyle gidecek, gidecek, aylar geçecek balinanın kilosunu artacak. Bakın bakalım o noktalar nereye kadar gidecek.

Ö5: 4 ten başlıyor yukarıya kadar gidiyor.

Öğretmen: 4 ten mi başlıyor? Neden 4 ten başlıyor?

Ö3: 3 ten başlıyor öğretmenim.

Öğretmen: Kaçtan başlaması lazım?.

Ö3: 3 ten başlıyor öğretmenim.

Öğretmen: Neden peki, ne yazıyor orada? Balina en baştan kaç kiloymuş?

Ö3: 3+....

Ö5: 3 buçuk.

Öğretmen: 3 buçuk mu? En başta ilk doğduğunda kaç kiloymuş?

Ö5: 3 kiloymuş

Ö3: Öğretmenim burada ne yapıyoruz?

Öğretmen: grafiğini çizin demiş. Senin grafiğin nasıl çıkmış mesela? Kaçtan başladı kaçta kadar devam etti? Nereden başladı koordinat düzleminde nereye kadar devam etti?

Ö4: Öğretmenim şimdi ne yapacağız. (çizerken sayfanın sonuna gittiğini nasıl göstereceğiz demek istiyor)

Öğretmen: Bırakacağız artık. İsterseniz gidin yukarıya kadar ya da ucuna ok yaparsınız sonsuza kadar gidiyor diye göstermiş olursunuz.

Öğrenciler bisiklet etkinliğinde grafik temsilini çizerken yardıma ya da yönlendirmeye ihtiyaç duymamışlar önceki bilgilerini kullanmışlardır. Şekerci dükkanı

etkinliğinde ise öğrenciler yine grafiğin hangi noktadan başladığı ile ilgili tereddüte düşmüşler ve bunu öğretmene danışarak netleştirmeye çalışmışlardır.

Ö4: Şuralarda bir yerde kendimiz mi belirleyeceğiz. (kağıtta grafiği çizerken başlangıç noktasını soruyor)

Öğretmen: Aynen olabilir. Pekiii hiç çalışmasa?

Ö5: Yediden başlıyor öğretmenim.

Öğretmen: Yediden mi başlıyor? Hiç çalışmasa kaç para alacak?

Ö1: Sıfır.

Öğretmen: Sıfır. O zaman nereden başlayacak?

Ö5: Tam ortadan.

Öğretmen: Tam ortadan.

Ö4: Öğretmenim şöyle yapacağız dimi?

Öğretmen: Nereden başladığınız çok önemli. Oradan mı başlıyor? Hiç çalışmasa sıfır lira para alacak. Hiç çalışmadan hiç para almayacaksın. O zaman demek ki sıfırdan başlayacaksın.

Ö3: Öğretmenim ben bunu yapamıyorum yaa.

Öğretmen: Mesela şekerci dükkanında çalışıyor ya hiç çalışmasa para verirler mi?

Ö3: nttt (hayır anlamında).

Öğretmen: Hıh. Nereden başlayacak o zaman. Hiç çalışmasa hiç para almayacak.

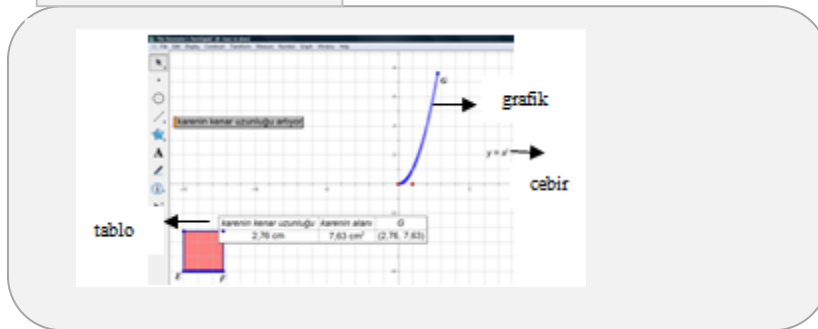
Ö3: Buradan o zaman.

Öğretmen: Aynen öyle. Oradan başlayacak ve çalıştığı saatler kadar gidecek.

Yukarıdaki konuşmalardan yola çıkarak Ö3, Ö5 ve Ö4'nin grafiğin başlangıç noktasına karar vermede zorlandıkları ve öğretmen desteğine ihtiyaç duydukları söylenebilir.

Kare Etkinliği

Temsil Geçişi: G



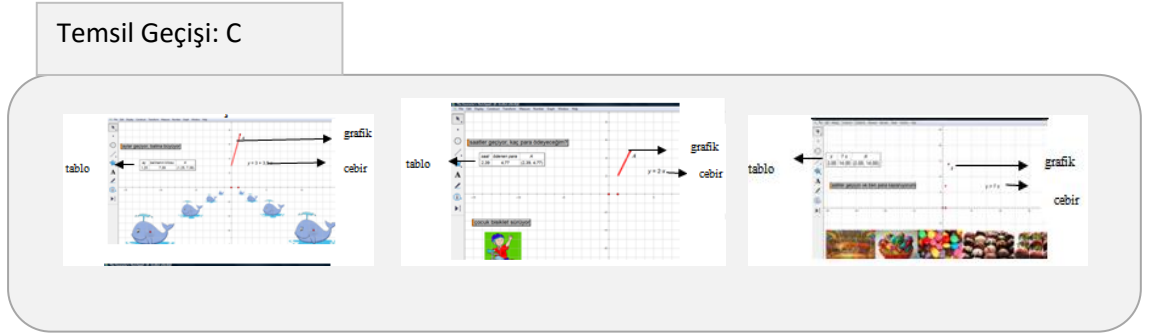
Öğrenciler öğretmene danışmamış ve soru sormamışlardır.

4.2.2.6. Konumuza Başlık Bulalım: Cebir Temsili

Konumuza başlık bulalım isimli etkinlikte öğrencilerden, üç doğrusal denkleme örnek bir de doğrusal denkleme örnek olmayan durumu önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında inceleyerek cebirsel ifade temsillerini her bir durum için etkinlik kağıdına sırasıyla aktarmaları beklenmektedir.

Balina-Bisiklet-Şekerci Dükkanı Etkinlikleri

Doğrusal denkleme örnek üç durum olan ‘balina, bisiklet ve şekerci dükkanı’ etkinliklerinde öğrencilerden cebirsel ifade temsili, ekranda önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağından yararlanarak, etkinlik kağıdına aktarmaları beklenmektedir.



Konumuza Başlık Bulalım: Cebir Temsili						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
C	KK	KK	KK	ÖR	KK	KK

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 43: Konumuza başlık bulalım: cebir temsili

Balina etkinliğinde öğrenciler cebirsel ifade temsili ne olduğu konusunda zorlanmışlar ve öğretmene danıştıktan sonra yapabilmışlerdir.

Ö4: Öğretmenim cebirsel ifade...

Öğretmen: Cebirsel ifade dediği x ve y nin aralarındaki ilişkiyi gösteren x ' in y 'nin yazılı olduğu ifade. Mesela ben size şey diyorum. Akıldan bir sayı tuttum 3 ekledim. Ne diyordunuz mesela.

Ö4: $a+3$.

Öğretmen: Ya da $x+3$. Sizin orada cebirsel ifadeniz ne? Ne diye vermiş ekranda? Zaten sketchpad vermiş. Hem cebirsel ifadeyi yazmış. Hem grafiğini göstermiş. Hem de tablosunu göstermiş.

Ö4: Burayı mı? (ekrandan gösteriyor)

Öğretmen: Evet.

Ö4 aslında görevde kendilerinden istenen şeyin farkında olmasına rağmen emin olmak ve öğretmenden onay almak için öğretmene danışmıştır.

Bisiklet, şekerçi dükkanı ve kare etkinliğinde öğrenciler öğretmen rehberliğine ihtiyaç duymamışlar önceki bilgilerini kullanmışlardır.

4.2.2.7. Tüm Temsillerdeki Ortak Özelliklerden Yararlanarak Bir Başlığa Ulaşma

Bu aşamada, öğrencilerin temsillerin vurguladığı özelliği görmeleri ve bunu yorumlayabilmeleri; aynı temsilde değişmeyen ve değişenin ne olduğunu görebilmeleri açısından yapılan tartışmalar önemli olup öğrencilerin temsilleri kavrama düzeylerini göstermektedir denilebilir. Aynı zamanda konumuz olan doğrusal denklemler ya da doğru denklemlerinin ne anlama geldiğini, içeri doldurarak düşünmelerini ve anlamalarını sağlaması açısından da oldukça önemlidir. Örneğin doğrusal denklemlere örnek durumlarda tablo temsili inceleyen öğrencilerin tablodaki değişkenler arasındaki farkın sabit olduğunu; doğrusal denkleme örnek olmayan kare etkinliğinde ise tablodaki değerlerin sabit olmadığını görmesi beklenmektedir. Benzer şekilde grafik temsillerini inceleyen öğrencilerin doğrusal denkleme örnek durumlarda grafiğin doğrusal, kare etkinliğinde ise eğri olduğunu; doğrusal denklemlerin cebir temsili birinci dereceden, kare etkinliğinde ise ikinci dereceden bir cebirsel ifadenin olduğunu görebilmeleri beklenmektedir.

Balina, bisiklet ve şekerçi dükkanı etkinliklerinde tablo temsili ortak özelliğini belirleme aşamasında öğrencilerin her bir etkinlikteki tablo temsili kendi içerisinde değerlendirmeyip üç etkinliği bir bütün olarak ele alıp her birinde artışın farklı olduğunu düşündükleri görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin artış miktarını ‘sabit’ olarak adlandırmayıp, günlük hayatlarına daha yakın bir kelime olan ‘belirli bir şekilde’ ya da

'aynı sayılarla' arttığını dile getirdikleri görülmüştür. Etkinliklerin kendi içinde değerlendirilmesi yönünde öğrencilere rehberlik edilmiştir.

Ö1: Düzenli bir şekilde artıyor kendi kendine.

Öğretmen: Balınada kaçar kaçar artıyor?

Hep bir ağızdan: 3,5 artıyor.

Öğretmen: Bisiklette kaçar kaçar artıyor?

Hep bir ağızdan: 2 şer.

Öğretmen: 2 şer. Şekerci dükkanında?

Diğerleri: 7 şer.

Öğretmen: 7 şer 7 şer. Ama işte en son demiş ki karenin alanı etkinliğini düşünün demiş.

Onun tablosunda farklı olan ne?

Öğretmen: Bu nasıl artıyor? Mesela 1 den 3 'e gelmiş. Ay 4 e gelmiş. 4 ten 9 a. 9 dan 16 ya. 16 dan 25 e. Bunda nasıl artıyor?

Hep bir ağızdan farklı sesler geliyor. Düzensiz.. 3,5,7

Öğretmen: Burada 3 artıyor burada 5 sonra 7. Bunlarda nasıl artmıştı?

Ö1: Hep aynı sayı.

Öğretmen: Hep aynı sayı artmıştı. Sabit bir sayı vardı. Burada üç buçuk, üç buçuk. Burada 2 şer 2 şer. Burada 7 şer 7 şer ama buraya bir bakıyorsun 3 artıyor 5 artıyor 7 artıyor.

Ö5: Öğretmenim birincisinde belirli bir şekilde artmış

Ö1: birinci olarak hepsi kendi kurallarına göre artıyor yazdım. İkinci olarak da karede oransız artıyor. Yani karesine göre artıyor yazdım hocam

Ö4: İlk üç örnekte başta ne kadar olursa diğerleri de o kadar artıyor. Kare etkinliğinde ise karenin alanı a çarpı a olduğu için kendisi ile çarpılır

Ö3: Bunlarda öğretmenim hep aynı sayılar öğretmenim. Ama diğerinde öğretmenim farklı rakamlar eklenerek gidiyor.

Balina, bisiklet ve şekerci dükkanı etkinliklerinde grafik temsilinin ortak özelliğini belirleme aşamasında öğrencilerin doğrusal ilişkili durumlarda grafikleri 'düz, dümdüz' şeklinde; doğrusal ilişkili olmayan kare etkinliğinde ise grafiği 'yamuk, yuvarlak' şeklinde tanımladıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin grafikleri yorumlamada matematiksel terimlerden çok günlük konuşma dilini kullandıklarını göstermiştir.

Ö1: Dümdüz doğru şeklinde.

Öğretmen: Heh dümdüz doğru şeklinde gidiyor. Bisiklette nasıldı?

Ö5: Gene öyle.

Öğretmen: Nereden başlıyordu. Hiç bisiklet sürmese...

Ö2: Hiç.

Ö1: Sıfır.

Öğretmen: Hiç para vermez dimi. Ne güzel şöyle şöyle gidiyor. Dümdüz gidiyor dimi.

Ö4: Evet.

Öğretmen: Şekerci dükkanında nasıl?

Öğretmen: Hiç çalışmasa hiç para almaz. Sıfırdan başlıyor yukarıya doğru gidiyor ama kare etkinliğinde değişik bir şekil çıkıyor.

Ö1: Yamuk

Ö5: Yuvarlak.

Öğretmen: Nasıl bir şekil çıkıyor.

Bu arada Ö5 ve Ö1elleriyle havaya grafiği çiziyorlar.

Öğretmen: Şöyleee birşey çıkıyor. Biz buna ne diyoruz.

Ö2: Eğri.

Balina, bisiklet ve şekerci dükkanı etkinliklerinde cebirsel ifade temsiline ortak özelliğini belirleme aşamasında öğrencilerin doğrusal ilişkili durumlarda cebirsel temsilleri ‘sayı ile çarpılmış’; doğrusal ilişkili olmayan durumlarda ‘kendisi ile çarpılmış’ şeklinde tanımladıkları görülmüştür. Öğrencilerin birinci dereceden ya da ikinci dereceden cebirsel ifade tanımlamalarını kullanmadıkları, ‘karesi alınmış ya da alınmamış’ şeklinde ifadelerle karşılaştırma yaptıkları dikkat çekmiştir.

Öğretmen: Cebirsel ifadede ilk üç durumda ortak özellik ne? Kare etkinliğinde farklılık ne?

Ö5: Karesi alınmamış hocam.

4.2.3. Grup 3 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları

4.2.3.1. Kuralı uygula: Sözelden Tabloya Geçiş

‘Kuralı uygula’ etkinliğinde öğrencilerden sözel olarak verilen x ve y arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirlemeleri ve bu ikililerden tablo oluşturmaları beklenmektedir.

Temsil Geçiş: S-t

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16

Kuralı uygula: Sözcelden Tabloya Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçiş						
S-t	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 44: Kuralı uygula: Sözcelden Tabloya Geçiş

Tüm sınıfa yapılan genel, x hep 3, x hep -4 ve x hep 0 olacak ama y değerleri istediğiniz sayı olabilir şeklinde ayrıntılı ve net, açıklamadan sonra öğrencilerin tablo geçişinde zorlanmadıkları görülmüş; tablonun oluşturulmasına yönelik herhangi bir destek bekleyen davranış görülmemiştir.

4.2.3.2. Kuralı uygula: Tablodan Grafiğe Geçiş

'Kuralı uygula' etkinliğinde tabloyu oluşturan öğrencilerden tablodaki değerlerden yararlanarak (x,y) ikililerini koordinat düzleminde göstermeleri ve bu noktalardan geçen doğruyu oluşturmaları beklenmektedir.

Temsil Geçiş: T-g

Eğretmen öğrencilerin koordinatları verildiğinde aralarında geçen doğruyu bulmalarını beklenmektedir.

(Öğretmen öğrencilerin koordinatları verildiğinde aralarında geçen doğruyu bulmalarını beklenmektedir.)

- A(3,3)
- B(5,3)
- C(3,4)
- D(7,3)
- E(6,-1)
- F(4,-4)
- G(-1,-3)
- H(4,-1)

→

GÖREV 1: (x,y) ikililerinde y değerleri verdiğiniz x değerinin iki katı olsun.

Kuralı uygula: Tablodan Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçiş						
T-g	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 45: Kuralı uygula: Tablodan Grafiğe Geçiş

Burada graph menüsünden plot points komutuna tıklayarak x ve y yerine tabloda yazdıkları değerleri yazmaları beklenmektedir. Menüün bulunamaması ya da bununla ilgili sorulardan ziyade noktaların koordinat düzleminde doğru bir şekilde gösterilmesi ve noktaların bir araya gelerek doğru oluşturduklarının yorumlanması önemlidir.

Ö1 hemen yapıp bir sonrakine geçerken Ö4, yazılım kullanımında yaşadığı bir sıkıntıdan dolayı öğretmenden yardım istemiştir ama bu sıkıntı tablodan grafiğe geçişi ile ilgili değildir. Ö2de sadece (3,-5)'i göstermiş beklerken diğer noktaları da göstermesi gerektiği öğretmen tarafından söylenmiştir. Ö5 noktaları koordinat düzleminde göstermiştir ancak noktaların bir araya gelerek doğru oluşturduğunu görememiştir. Çünkü geometri sketchpad sayfasını kaydetmeden kapatmış ama sonra ekran kayıttan inceleyerek doğru cevaba kendisi ulaşmıştır.

Son olarak noktaların duruşu ile ilgili yapılan yorumlama sorusuna öğrenciler aşağıdaki cevapları vermişlerdir:

Ö1:

x hep aynı değeri alır y farklı ve hep doğruya paraleldir.

Ö2:

Hepsi aynı değerinin üstünde olmuş. x hep aynı değeri aldığı için noktalarda hep aynı değerinin üstünde çıktı.

Ö3:

Noktaların hepsi ard arda alt ve üst olmak üzere sıralanıyorlar. Çünkü x hep aynı.

Ö4:

x 3 olduğunda 3 değerinin üstünde, x -4 olduğunda -4 değerinin üstünde y'ler belirdi. Ancak x 0 olduğunda hep ortadaki çizginin üstünde noktalar belirdi.

Ö5:

x=0 olduğunda hep değerinin üstünde çıktı.
x=-4 olduğunda 1 değerin üstünde oldu. x=3 olduğunda 1 değerin üstünde oldu.

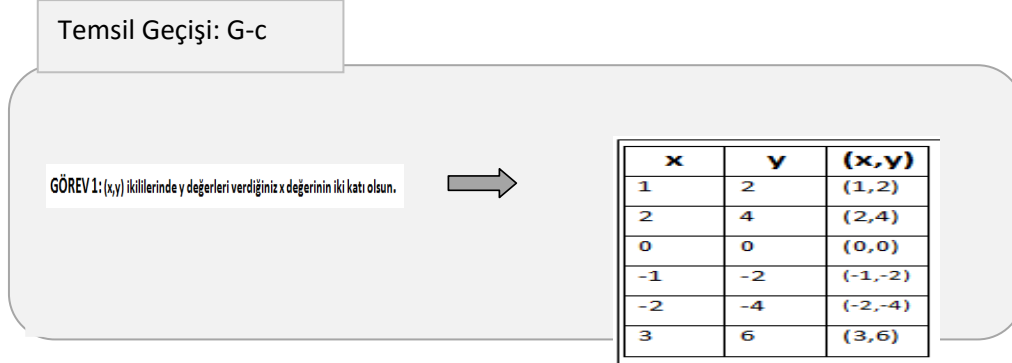
Ö6:

A-B ve C'de x'ler hep belirli sayılar, ancak y'de istediklerini söyledik. - olarak alt tarafta + olarak ise üst tarafta yerlerini aldılar.

Ö6, bu etkinlikte noktaları 'plot points' komutu ile koordinat düzleminde gösterebilmiş ancak noktaların bir araya gelerek bir doğru oluşturduğu yorumunu yapamamış, sınıfta yapılan tartışma ve fikirlerin açıklanmasından sonra noktaların doğru oluşturduğu sonucuna ulaşabilmiştir.

4.2.3.3. Kuralı uygula: Grafikten Cebirsel Geçiş

Öğrencilerden 'kuralı uygula' etkinliğinde 'x hep 3 olsun y ler istedikleri değerleri alabilir' sözel ifadesine uygun olarak grafiği çizmesi (yönergede yer almadığından dersin akışında öğretmen tarafından bilgi verilmiştir) ve grafiğin cebirsel karşılığını geometri sketchpad kullanarak belirlemesi beklenmektedir.



Kuralı uygula: Grafikten Cebirsel Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçışı						
G-c	KK	KK	KK	KK	-	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 46: Kuralı uygula: Grafikten Cebirsel Geçiş

Tüm öğrencilere doğru parçasına tıklı tutarak doğru komutunu aktif hale getirebilecekleri ve bu şekilde noktalardan geçen bir doğrunun oluşturulması gerektiği öğretmen tarafından ifade edilmiştir. Bu süreçte Ö5, yapılacakların bittiğini düşünüp

geometri sketchpad sayfasını kapattığından dersin geri kalanında, tahtada öğretmen yönetiminde gerçekleşen ders sürecini takip etmiştir.

4.2.3.4. Kuralı uygula: Cebirselden Grafiğe Geçiş

Kuralı uygula etkinliğinin bu aşamasında öğrencilerden, geometri sketchpadin 'y= notasyonu' ile hızlı ve kolay bir şekilde, cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğini çizme özelliğinden yararlanmaları beklenmektedir. Öğrencilerin 'y=' notasyonunu kullanarak $y=a$ formunda doğrusal denklemleri çizmeleri istenmektedir.



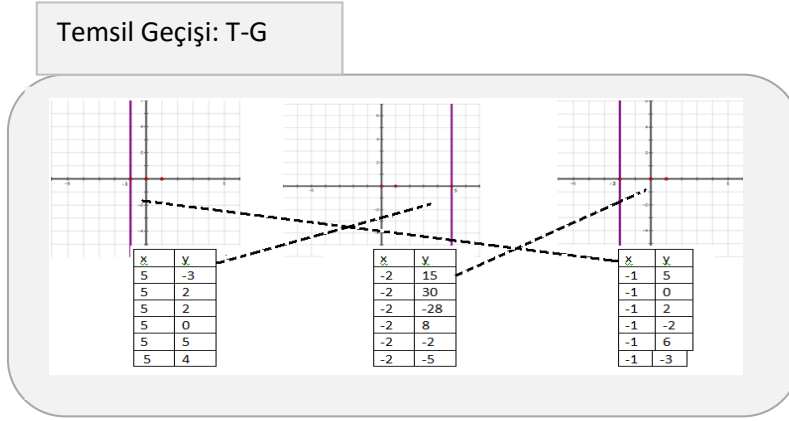
Kuralı uygula: Cebirselden Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
C-g	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 47: Kuralı uygula: Cebirselden Grafiğe Geçiş

Önce tahtada $y=3$ doğrusu için değerler vererek koordinat düzleminde gösterilir. Ö5 ve Ö6 tahtaya çıkar. Diğerleri de tahtadan takip eder ve derse katılır. Aslında tahtada yapılan etkinlikten sonra $y=a$ doğrularında x eksenine paralel ve y eksenine dik oldukları görünse de sonradan aynı adımları geometri sketchpadte yapmaları istenir. Böylece $x=a$ ve $y=a$ formundaki doğruların duruşları ile ilgili fikirleri pekiştirilmiş olur. Bu aşamada öğrencilere etkinlik kağıdı dışındaki yönergelerden başka bir yönlendirme yapılma ihtiyacı duyulmamıştır.

4.2.3.5. Kuralı uygula: Tablo-Grafik Eşleştirmesi

‘Kuralı uygula’ etkinliğinin son adımında öğrencilerden öğrendiklerini kullanarak $x=a$ formunda üç tablo ve üç grafikten aynı durumu anlatanları eşleştirmeleri beklenmektedir. Temsil geçişinde kimi öğrenciler için tablo, girdi temsili olurken kimi öğrenciler için grafik, çıktı temsili olabileceğinden temsilleri ifade eden iki harf de büyük harfle yazılmıştır.



Kuralı uygula: Tablo-Grafik Eşleştirmesi						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
T-G	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 48: Kuralı uygula: Tablo-Grafik Eşleştirmesi

Bu aşamada öğrencilere bireysel herhangi bir yönlendirme ya da destek verilmemiştir. Öğrencilerin herhangi bir talebi de olmamıştır. Etkinlik kağıdındaki üç eşleştirmeyi hepsi doğru yapmışlardır. Kağıttaki eşleştirmelerden sonra geometri sketchpadte hazırlanan doğruları açmaları istenmiş ve gördükleri doğruların denklemlerini söyleyip söyleyemeyeceklerine bakılmıştır. Sınıf tartışması şeklinde yapılmış olduğu için pekiştirme amaçlı yapılmıştır denilebilir. Eşleştirmeleri ufak tereddütler ve yanlışlarla, sayının işaretini ve doğrunun x ya da y şeklinde ismini

söylemede, yapabilmışler ve yanlışlarını yine kendi arkadaşları düzeltmiştir. $x=9$ doğrusu için Ö5'in kullandığı ifadeler şu şekilde olmuştur:

Ö5: Öğretmenim 9 a sonsuz.

Öğretmen: Ama doğrunun ismi öyle mi söyleniyor? Bizim doğrularımızın ismi şöyleydi.

$X=2$. $Y=3$...

Ö5: x eşittir ayyy y eşittir 9.

Öğretmen: $y=9$ dimi.

Ö5: x eşittir sonsuz.

Öğretmen: onu demene gerek yok. $Y=9$ dese.. Katılıyor musunuz $y=9$ ' a?

Ö6 ve Ö1: evet.

$Y=-8$ doğrusu için Ö2'in kullandığı ifadeler şu şekilde olmuştur:

Ö2: y eşittir...

Ö1: Heee y mi o. (Ö2'i düzeltti)

Ö2: x eşittir sekiz.

Öğretmen: Kaç dedin Ö2?

Ö2: 8.

Öğretmen: Nasıl sekiz?

Ö2: Eksi.

Öğretmen: Eksiyi söylemeniz çok önemli. Yoksa ben olsam mesela Ö2bana dese ki ' $x=8$ doğrusu öğretmenim' dese ben giderim bu taraftakini çizerim (tahtada gösteriyorum. Sonra aslında bunu çizmem gerekiyor. Bunu bana nasıl söyleyeceksiniz? Eksi mi artı mı falan diye söyleyeceksiniz.

4.2.3.6. Doğruları Tanıyorum: Cebir-Grafik Eşleştirmesi ($y=mx$)

'Doğruları tanıyorum' etkinliğinde önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m değerindeki değişimin doğrunun duruşunda meydana getireceği etkiyi, öğrencinin m noktasını amaçlı sürükleyerek gözlemlemesi ve gözlemlerine dayanarak etkinliğin sonunda verilen altı grafik ve altı cebirsel temsilden aynı durumu anlatanları eşleştirmesi beklenmektedir.

Temsil Geçişi: C-G

Önce

Sonra

Doğruları Tanıyorum: Cebir-Grafik Eşleştirmesi ($y=mx$)						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
C-G	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 49: Doğruları Tanıyorum: Cebir-Grafik Eşleştirmesi ($y=mx$)

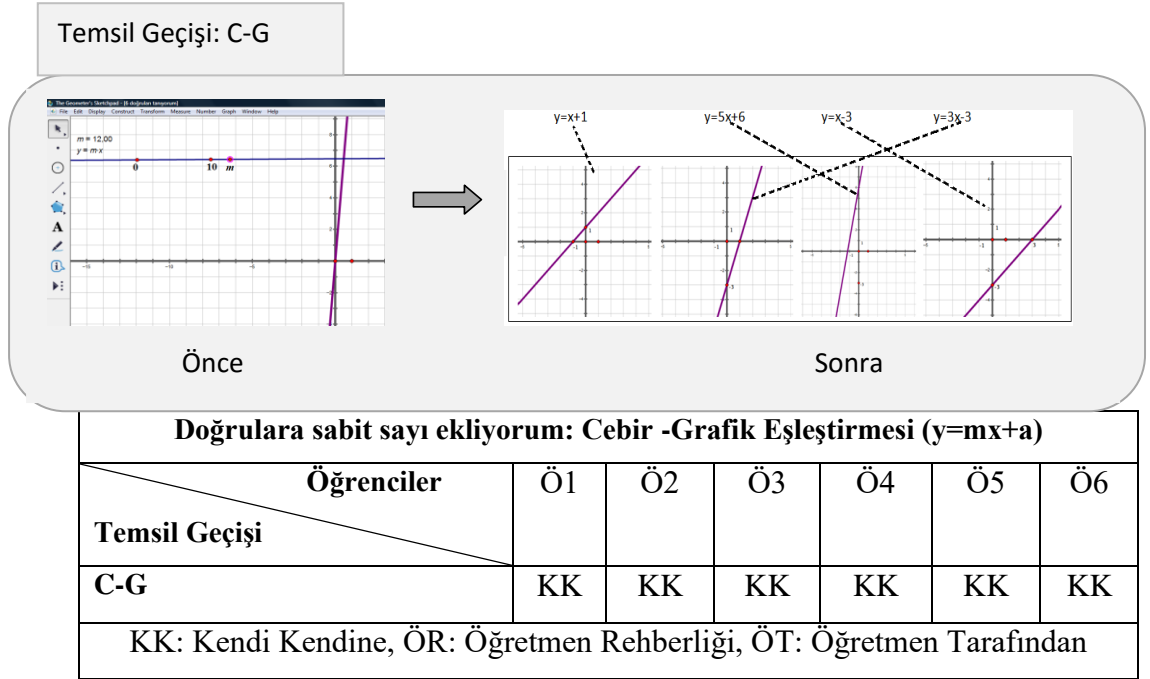
Ders akışında önce y 'lerin x 'lerle eşit olduğu durumu gösteren noktalar koordinat düzleminde geometri sketchpad kullanarak gösterilir ve noktalardan geçen doğru çizilir. Sonra y 'lerin x 'lerin iki katı olması durumunda (x,y) ikilileri koordinat düzleminde gösterilir ve o noktalardan geçen doğru çizilir. Aynı şekilde y 'lerin x 'lerin üç katı olması durumu için tekrarlanır. Ekranda üç durumu sağlayan doğruları görmeleri sağlandıktan sonra doğruların duruşlarının nasıl değiştiğini gözlemlemeleri istenir.

Ö1: 'doğrular gittikçe dikleşiyor' diyerek beklenen cevabı verir ve hazırlanan etkinlikte 'm noktasını sürükleyerek doğrunun değişimini gözlemlemeye çalışma' aşamasına geçilir. Bu etkinlikte öğrencilerin 'm' büyüdükçe doğrunun dikleştiğini, y eksenine yaklaştığını, 2. bölgeye geçmeyip 1. ve 3. bölgede olduğunu görmeleri sağlanır. Kendileri de dile getirmeleri için yönlendirilir. Aynı şekilde 'm'nin eksi olup gittikçe küçülmesi durumunda nasıl olacağı sorusu yöneltilir. Bu aşama sınıf tartışması yapılarak, yönlendirmeler, soru cevaplar ve akran grup tartışması ile geçmiştir. Etkinliğin sonunda altı tane doğru grafiği ile denklemlerinin eşleştirilmesi istenir. Bu aşamada da öğrencilerin birbiriyle fikir alışverişinde bulunması ya da öğretmenin yönlendirmesi söz konusu değildir. Eşleştirmeyi öğrenciler kendileri yapmışlardır.

'Ö1:6-6' 'Ö6: 6-6' 'Ö5: 6-4' 'Ö2: 6-4' 'Ö3 6-2' 'Ö4:6-1' öğrencilerin yanlış sayılarının çokluğu dikkat çekmiştir. Ö3, Ö2ve Ö4'nin $y=mx$ formundaki doğru grafiklerinde pozitif m değerinin artması ile y eksenine yaklaşması ya da negatif m değerinin azalması ile y eksenine yaklaşması arasındaki ilişkiyi göremediğinden $y=x$ ile $y=18x$ 'i ve $y=-x$ ile $y=-27x$ 'i karıştırdıkları görülmüştür. Ö5'in hatasının ise görseldeki eksen temsil eden doğru ile grafiği temsil eden doğruyu karıştırmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Tahtaya ilave eşleştirme soruları yazılmış ve tüm öğrencilerin dört sorudan dördünü de doğru yaptıkları dikkat çekmiştir.

4.2.3.7. Doğrulara sabit sayı ekliyorum: Cebir -Grafik Eşleştirmesi ($y=mx+a$)

‘Doğrulara sabit sayı ekliyorum’ etkinliğinde, önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında, $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerindeki değişimin doğrunun duruşunda meydana getireceği etkiyi, öğrencinin m ve a noktalarını amaçlı sürükleyerek, yorumlaması ve yorumlardan yararlanarak dört cebirsel ifade ve dört grafikten aynı durumu anlatanları eşleştirmesi beklenmektedir.



Tablo 50: Doğrulara sabit sayı ekliyorum: Cebir -Grafik Eşleştirmesi ($y=mx+a$)

Ders akışında önce ‘ y ’ler x lerle aynı olsun’ kuralına sonra ‘ y ’ler x ’lerden 1 fazla olsun’ kuralına, sonra da ‘ y ’ler x ’lerden 2 fazla olsun’ kuralına uygun noktalar belirlenir ve boş bir geometri sketchpad sayfasında bu noktalar ve noktalardan geçen doğrular oluşturulur ve doğruların duruşunun değişiminin gözlemlenmesi sağlanır. Bu değişimi yorumlamaları aşamasında öğretmen sorular sorar ve sınıf tartışması şeklinde ders ilerler. Öğrenci konuşmalarından ‘paralel, 45 derecelik açıyla ve aralarındaki farkın 1 br olduğu, ötelendiği’ ifadelerine ulaşılır. Sonrasında geometri sketchpadte ‘ $y=mx+a$ ’ doğru denkleminde ‘ a ’ noktasını sürükleyerek değişimin tekrar görselleştirilmesi sağlanır. Uygulamanın sonunda verilen eşleştirme sorularından öğrencilerin 4 sorudan

kaçını doğru yaptıklarını gösteren oranlar şu şekildedir: ‘Ö1:4-4’ ‘Ö2:4-2’ ‘Ö3:4-2’ ‘Ö4: 4-2’ ‘Ö5:4-2’ ‘Ö6:4-2’. Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6’in $y=mx+a$ formundaki doğruların grafiklerinde hem m hem de a değerindeki değişimin grafikte neden olduğu etkiyi gözlemleyemediği sadece a değerine odaklandıkları görülmüştür. $y=x-3$ doğrusunun grafiği ile $y=3x-3$ doğrusunun grafiğinde sadece doğrunun eksenini kestiği noktaya odaklandıklarından grafikleri cebirsel ifade ile yanlış eşleştirmişlerdir.

Cebirsel ifade ile grafik eşleştirmesinde başarılarının düşük olduğu düşünüldüğünden bir sonraki gün kağıt kalem ortamında 6 grafik ve 6 cebirsel ifade verilmiş ve öğrencilerden bunları eşleştirmeleri istenmiştir, öğrencilerin eşleştirme sorularında hepsini doğru yapabildikleri görülmüştür.

4.2.4. Grup 4 Etkinliklerinde Temsil Kullanımları

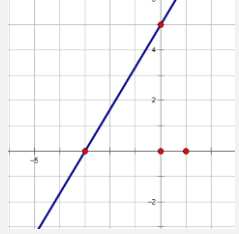
4.2.4.1. Eksenle ortak noktamız nedir?: Sözelden Grafiğe Geçiş

‘Eksenle ortak noktamız nedir?’ etkinliğinde öğrencilerden ‘ x ekseninde -3 , y ekseninde 5 noktasından geçen doğruyu oluşturunuz’ şeklinde sözel olarak ifade edilen durumun grafiğini oluşturması beklenmektedir.

Temsil Geçiş: S-g

Doğru komutunu kullanarak x ekseninde (-3) noktasını, y ekseninde (5) noktasını tıklayarak bu noktalardan geçen bir doğru oluşturun.

➔



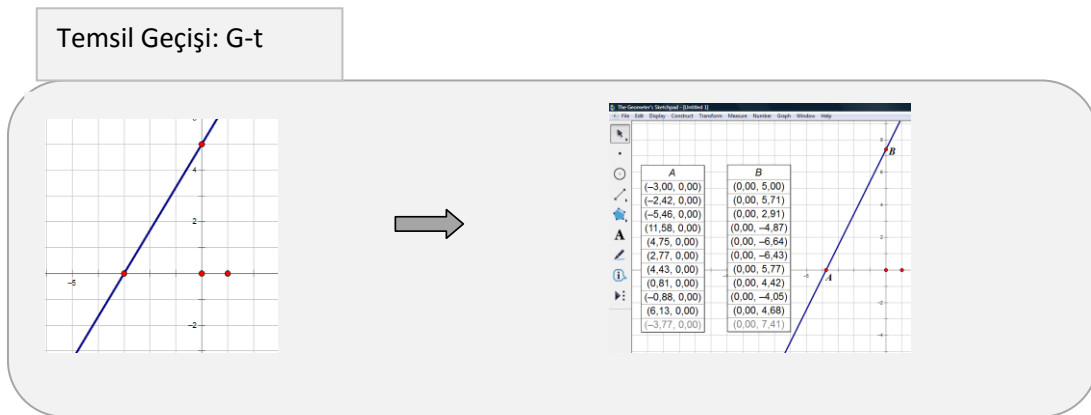
Eksenle ortak noktamız nedir?: Sözelden Grafiğe Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçiş						
S-g	KK	KK	ÖT	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 51: Eksenle ortak noktamız nedir?: Sözelden Grafiğe Geçiş

Eksen üzerindeki iki noktaya tıklayıp bu noktalardan geçen bir doğru oluşturmaları beklenirken, öğrencilerin daha önceden yapılan etkinliklerden etkilenecek 'plot points' komutunu kullanmaya yöneldikleri görülmüş ve öğretmen tarafından eksenlere tıklayarak doğruyu oluşturmaları konusunda hatırlatma ve uyarıda bulunulmuştur. Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6'in noktaları farklı yerlerde belirlediği; Ö3'nin aynı zamanda noktaların işaretine ve doğru eksen üzerinde göstermede sıkıntı yaşadığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle kimi zaman onay almak, kimi zaman yönlendirmeye ya da düzeltmeye ihtiyaç duymaları nedeni ile dördünün ÖR şeklinde kodlanması uygun görülmüştür. Ancak Ö3'nin uzun uğraşlara rağmen noktaları işaretleyememiş, dolayısıyla da doğruyu oluşturamamış olması nedeniyle öğretmenin, gerçekleştirmesi gereken her adımı söyleyip yapmasını beklemesi gerekmiştir. Bu nedenle ÖT olarak kodlanması daha doğru bulunmuştur.

4.2.4.2. Eksenle ortak noktamız nedir?:Grafikten Tabloya Geçiş

Doğruyu oluşturan öğrencilerden doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatını belirleyip bu noktalardan tablo oluşmasını sağlayan number menüsünden tabulate komutu ve noktayı sürükledikçe tabloya yeni değerler eklenmesini sağlayan number menüsünden add table data komutundan yararlanması beklenmektedir.



Eksenle ortak noktamız nedir?:Grafikten Tabloya Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçışı						
G-t	ÖR	ÖR	ÖT	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 52: Eksenle ortak noktamız nedir?:Grafikten Tabloya Geçiş

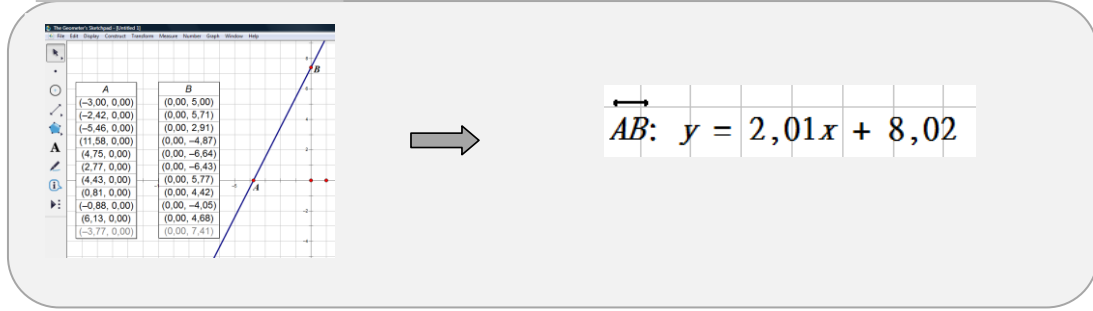
Etkinliğin bu aşamasında amaç öğrencilerden grafiği sürükledikçe eksen üzerindeki noktaların koordinatlarında sabit kalan '0' değerlerini görebilmelerini sağlamak ve böylece 'x eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarında y değerleri 0 olurken, y eksenini üzerindeki noktaların koordinatlarında x değerlerinin 0 olduğu' genellemesine varabilmelerini sağlamaktır.

Ö5'in tablodaki değerlere bakarak ortak özelliği görmesi beklenirken öğretmene 'nasıl yani?' 'ne yapacağız?' gibi sorular sorması; hatta öğretmenin: 'bak bakalım tablodaki değerlerine' diyerek kendi tablosundaki değerleri sesli bir şekilde okuması sonucunda yorum yapabildiği görülmüştür. Ö1'in önce tabloyu oluşturduğu ancak sadece negatif bölgede sürüklemeye yaptığı için 'tüm değerlerin negatif olacağı' şeklinde yanlış bir genellemeye vardığı; aynı yanlış genellemeye Ö2'in de ulaştığı görülünce benzer soru ve yönlendirmelerle doğru genellemeye ulaşmaları sağlanmıştır. Tüm öğrencilerin benzer hatayı yaptığı görülünce sınıfa dönük yapılan genel sorular ve yönlendirmelerle öğrencilerin doğru genellemeye varması sağlandığından tüm öğrencilerin öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyduğu sonucuna varılmıştır. Ancak Ö3'nin, hem etkinlik kağıdına doğru genellemeyi kendi başına yazamadığından hem de ders sırasında sorulan sorulara cevap veremediğinden ÖT şeklinde kodlanması daha doğru bulunmuştur.

4.2.4.3. Eksenle ortak noktamız nedir?: Grafikten Cebire Geçiş

Eksen üzerindeki noktaların koordinatındaki ortak özelliği fark eden öğrencilerden, oluşturdukları grafiğin cebirsel karşılığını geometri sketchpadin measure menüsünden equation komutu ile belirlemeleri beklenmektedir.

Temsil Geçişi: G-c



Eksenle ortak noktamız nedir?: Grafikten Cebire Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
G-c	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 53: Eksenle ortak noktamız nedir?: Grafikten Cebire Geçiş

Öğrenciler denklemleri hangi menüden bulacaklarını unuttukları için onlara yardımcı olması amacıyla hazırlanan 'yazılımı ve komutları tanıtan dosya'dan yararlanabilecekleri hatırlatılmış ve dosyadan bakarak bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Hepsinin dosyayı kullanmış ve 'dosya olmasa ne yapardık' diyerek dosyaya kurtarıcı gözüyle bakmışlardır. Hepsinin dosyadan yardım aldıkları için ÖR olarak kodlanmışlardır. Burada öğrencilerin yazılım kullanmada yaşadıkları sıkıntıdan dolayı öğretmenin rehberliğine ihtiyaç duydukları göz önünde bulundurulmalıdır.

4.2.4.4. Eksenle ortak noktamız nedir?: Cebirsel İfadenin Çözümü

Eksenler üzerinde olan noktanın x ekseninde olması durumunda koordinatında y (ordinat) değerlerinin; y ekseninde olması durumunda x (apsis) değerlerinin 0 olduğunu gören ve cebirsel ifadesi verilen bir doğrusal denklemde aslında y ve x arasındaki ilişkinin anlatıldığını bilen öğrencilerin bu bilgilerini kullanarak cebirsel ifadeyi çözümlenmesi beklenmektedir. Bu çözümlenme için öğrencilerden beklenen doğrunun x eksenini kestiği noktanın koordinatını bulmak için y'ye 0 vermesi ya da y

eksenini kestiği noktanın koordinatını bulmak için x'e sıfır vermesi ve bilinmeyeni hesaplamasıdır.

Temsil Geçişi: C

$y=x+4$	$2x-3y=6$	$x+2y=-4$
---------	-----------	-----------

Eksenle ortak noktamız nedir?: Cebirsel İfadenin Çözümü						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
C	ÖT	ÖT	ÖT	ÖT	ÖT	ÖT
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 54: Eksenle ortak noktamız nedir?: Cebirsel İfadenin Çözümü

Etkinliğin bu aşamasında öğrencilerden x'e 0 verip y'yi; sonra da y'ye 0 verip x'i hesaplamaları istenmektedir. 'Eğer grafik verilmişse eksenleri kestiği noktayı bulmak kolay ama verilmemişse ne yapabiliriz' diye sorar sormaz 'grafliğini çizeriz' cevabı gelmiştir ve grafiği çizmeye yöneliktir:

- x'e değer verilir 'y' bulunur,
- Bu (x,y) ikilileri koordinat düzleminde gösterilir,
- Doğruyu çizince doğrunun eksenleri kestiği noktalar görülür yorumunu yapmışlardır.

Öğrenciler, grafiği geometri sketchpade çizmiş ve grafiğin eksenleri kestiği noktaları hemen görmüşlerdir. Denklem çözümüne örnek olacak şekilde tahtada bir etkinlik yapılmıştır. Öğretmen tarafından yapılan denklem çözümü sırasında öğrenciler zor olduğu veya yapamayacaklarına dair yorumlarda bulunmuşlar, bunun üzerine öğrencileri teşvik etmek ve eğlenceli hale getirmek için öğretmen tarafından 'yarışalım' önerisi getirilmiştir. Aynı denklemi öğretmen cebirsel olarak çözerken öğrenciler

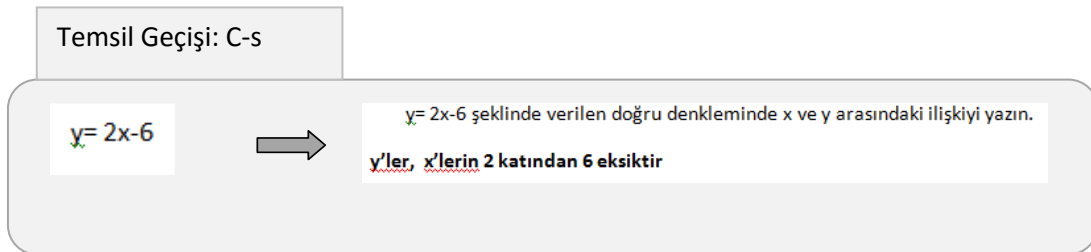
beraber, sketchpad kullanarak grafiğini çizmeye çalışmıştır. Son olarak etkinliğin sonunda yer alan ve cebirsel ifadenin çözülmesi gereken soruları öğrencilerin yapması beklenmiş ama her birinden farklı sonuçlar çıkınca öğretmen örnek bir soruyu daha cebirsel olarak çözmüştür, bunu yaparken de sorular sorarak, işleme onları dahil etmeye çalışmıştır. Öğrencilerin grafik çizerek doğrunun eksenleri kestiği noktayı bulma konusunda daha istekli oldukları ve soruyu grafik yöntemi ile çözmek istedikleri dikkat çekmiştir. Bu nedenle hepsi ÖT olarak kodlanmıştır.

Bu etkinlikten sonra öğrencilerin, probleme çözüm üretirken geometri sketchpadi benimseyerek çözüme dahil edebildikleri ve cebirsel temsili sayısal olarak yorumlamaları istendiğinde grafiksel temsili geçiş temsili olarak kullanma önerisini yazılımı da dahil ederek getirebildikleri, kağıt kalem ortamında cebirsel ifadenin çözümlenmesi yerine geometri sketchpad ortamında grafiksel olarak yorumlamayı daha kolay ve anlamlı buldukları görülmüş ve dikkat çekmiştir.

Dersin sonunda ‘BİZ NELER ÖĞRENDİK’ başlıklı ‘öğrendiklerimizi özetleyen’ bir sayfalık özet dağıtılmış ve bir sonraki derse kadar bu kağıtların incelenmesi istenmiştir.

4.2.4.5. Eksenle ortak noktamız neresi?:Cebirselden Sözele Geçiş

Öğrencilerin önerileri doğrultusunda hazırlanan ‘eksenle ortak noktamız neresi?’ etkinliği ile öğrencilerden, cebirsel çözümleyerek hesaplayamadıkları doğrunun eksenle kesişim noktalarının koordinatını, doğrusal denklemin grafiğini çizerek belirleyebilmeleri beklenmektedir.



Eksenle ortak noktamız neresi?:Cebirselden Sözele Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçışı						
C-s	KK	KK	KK	KK	KK	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 55: Eksenle ortak noktamız neresi?:Cebirselden Sözele Geçiş

Etkinliğin cebirsel temsilden sözel temsili çıkarma aşamasında öğrenciler herhangi bir öğretmen rehberliğine ya da yönlendirmesine ihtiyaç duymamışlardır.

4.2.4.6.Eksenle ortak noktamız neresi?: Sözelde Grafik Oluşturmaya Geçiş

Etkinliğin bu aşamasında öğrencilerden sözel olarak ifade ettikleri ilişkiye uygun (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterip, noktalardan oluşan doğruyu çizmeleri beklenmektedir.

Eksenle ortak noktamız neresi?: Sözelde Grafik Oluşturmaya Geçiş						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçışı						
S-g	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 56: Eksenle ortak noktamız neresi?: Sözelde Grafik Oluşturmaya Geçiş

Tablo 56’da yapılan kodlamalar öğrencilerin sözel ifadeye uygun (x,y) ikilileri belirlemeleri aşaması dikkate alınarak yapılmış olup bu ikilileri koordinat düzleminde ‘plot points’ komutunu kullanarak göstermeleri aşaması –yazılım konusundaki yeterliliği ölçtüğünden- kodlamada dikkate alınmamıştır. Etkinlik, bir bakıma diğer pek çok çalışmada elde edilen ‘grafik temsiline zor ve gereksiz bulunması’ sonuçlarına ters düşen bir durumu kanıtlar niteliktedir çünkü öğrenciler grafik temsili ile probleme çözüm yolunu kendileri üretmişlerdir.

Kurala uygun (x,y) ikilileri belirleme aşamasında Ö5’in ikililerden x’in önce, y’nin sonra yazılması gerektiğine dikkat etmediği ve bu yüzden koordinat düzleminde

yanlış noktalar belirlediği öğretmen tarafından fark edilince; öğretmen ‘sonuç ‘y’ oluyordu’ gibi yönlendirmelerle doğru ikilileri belirlemesini sağlamıştır. Öğrencilerin her birinin kendi kendilerine belirledikleri noktalar tahtaya yazılarak beraber, doğru olup olmadıkları kontrol edilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

‘Ö1:4 -0’ ‘Ö2: 4-4’ ‘Ö3: 4-0’ ‘Ö4:4-3’ ‘Ö5: 4-4’ ‘Ö6: 4-1’ Ö6’in yaptığı tek doğruyu da yanlışlıkla yaptığı görülmüştür. Bu sonuçlardan yararlanarak Ö2dışındaki herkesin öğretmen rehberliğine ihtiyaç duydukları gözlenmiştir. Ö4’nin 4-3 yapmasına rağmen ÖR şeklinde kodlanmasının nedeni de Ö5’den ne yapması ve nasıl yapması gerektiği konusunda yardım aldığıın video kayıtlarından görülmüştür.

Aynı etkinlikte başka bir cebirsel ifade ($4x-y=8$) daha verilmiş ve aynı işlemlerin onun için de yapılması istenmiştir. İkinci görevde de öğretmen Ö5’e bazı sorular sorup cevaplarını kendisinin vermesini sağlayarak rehberlik etmiş; Ö4’ye

Ö4: Öğretmenim sayı vererek yapsak?

Öğretmen: Olur. Neye vereceğiz mesela sayı y’i? y’ ye mi vereceksiniz?

Ö5: y’e.

Ö4: x.

Ö3: Öğretmenim bir şey söyleyeceğim.

Öğretmen: x e sayı ver. Kaç vermek istiyorsunuz?

Ö2: 2.

Öğretmen: 2 mesela. Bulun bakalım oradan y’yi nasıl bulursunuz?

Ö5: 2 verirsek.

Ö3: Öğretmenim y’ye sıfır x’e de 2 verirsem oluyor 8.

Öğretmen: Mesela diyor. Ö3 ikisine birden sayı verdi. Dedi ki x’e şunu versem y’ye de şunu versem aaaa 8 çıkıyor gerçekten dedi. İkisine birden sayı verdi.

Ö5: x’e 2, y’ye sıfır verince oluyor zaten.

Öğretmen: başka sayı da verebilirsiniz. x’ e başka sayı verin y’ ye başka sayı verin gene sonuç 8 çıksın.

Ö5: 4.

Ders süresince öğrencilerin direk soru sormasalar da sınıf içi konuşmalardan ve diğer öğrenciler için yapılan düzeltmelerden yararlanarak kendi kağıtlarında bazı düzeltmeler yaptıkları görüldüğünden tüm öğrencilerin öğretmenin yönlendirme ve rehberliğinden yararlandıkları düşünülmektedir. x ile y arasındaki ilişkinin cebirsel olarak verildiği ve buna uygun (x,y) ikililerinin istendiği görevde öğrenci başarıları şu şekildedir: ‘Ö1:4-4’ ‘Ö2: 4-4’ ‘Ö3: 4-3’ ‘Ö4: 4-4’ ‘Ö5: 4-4’ ‘Ö6: 4-1’.

4.2.4.7.Eksenle ortak noktamız neresi?: Grafiği Yorumlama

Etkinliğin bu aşamasında öğrencilerden, cebirsel ifadeden yararlanarak belirledikleri noktalarla oluşturdukları doğrunun, eksenleri kestiği noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde ifade edebilmeleri beklenmektedir.

Eksenle ortak noktamız neresi?: Grafiği Yorumlama						
Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6
Temsil Geçişi						
G	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından						

Tablo 57: Eksenle ortak noktamız neresi?: Grafiği Yorumlama

Grafiği çizilen doğruyu görerek eksenleri hangi noktalarda kestiğini rahatça söyleyebilecekleri düşünülen öğrenciler bu noktaları (x,y) ikilisi şeklinde söylemekte zorlanmışlardır.

Öğretmen: X eksenini kestiği noktanın koordinatına ne yazdınız?

Ö5, Ö1, Ö6 : üüüçççç.

Öğretmen:3. Herkes 3 mü?

Diğerleri: Evet.

Öğretmen: Sadece 3 dersiniz koordinatını söylemiş olur musunuz?

Ö6: Evet.

Ö5: Hayır. 3 e....

Öğretmen: y yi de söylememiz gerekir. Y ye ne söyleyeceksiniz?

Ö1, Ö2, Ö5: -6.

Öğretmen: Herkes 3 e -6 da hem fikir mi?

Diğerleri: Evet.

Ö6: 3 virgül 0.

Öğretmen: Siz niye -6 dediniz?

Ö5: Hayır öğretmenim biz cevabını söyledik.

Öğretmen: Tamam bak şimdi ben koordinat düzlemini çiziyorum, gelsin bana birisi 3 e -6 noktasını gösterebilirsin. Hatta hepiniz gösterebilirseniz kendi sketchpadinizde 3 e -6 noktasını gösterin.

Ö5: Hocam çizdik biz (kağıdı gösteriyor hala)

Öğretmen: Bir gösterin ben merak ediyorum. 3 e -6 noktası. Nereden giriyorsunuz. Ne yazıyorsunuz. 3 e -6 noktası nerede çıkacak acaba o sizin belirlediğiniz yerde mi çıkacak merak ettim.

Ö3: Evet öğretmenim doğru.

*Öğretmen: Nereye çıktı?
Ö5: Üçün hemen altına çıktı.
Öğretmen: Peki ben sizden orayı mı istiyorum.
Ö1: Doğrunun üzerindeki.*

Öğrencilerin eksen üzerindeki noktaların koordinatlarını söylerken zorlandıkları görüldüğünden sorular sorarak doğru cevaba ulaşmaları sağlanmıştır.

4.2.5. Grup 5 Etkinliğinde Temsil Kullanımları

Troposfer etkinliği, öğrencilerin temsiller ve doğru denklemleri konusunda yaptıkları tüm çalışmalar sonucunda gerçek yaşamda karşılaşılabilecekleri bir probleme, öğrendiklerini ne kadar aktarabildiklerini görebilmek amacıyla hazırlanmıştır. Diğer etkinliklerde olduğu gibi görevleri kendi kendine, öğretmen rehberliğinde ya da öğretmen tarafından yapılıp yapılmadığı açısından sınıflandırmak yerine sürecin betimlenmesinin daha doğru olacağı düşünülmektedir. Bu betimleme, süreçte önemli olduğu düşünülen dört temel aşama dikkate alınarak yapılmıştır:

1. Problem durumuyla karşılaşma
2. Problemi anlayıp çözüm üretme ve doğru çözüm yoluna ulaşma
3. Seçilen çözüm yoluna uygun adımları gerçekleştirme
4. Çözümü yorumlama

1. Problem Durumuyla Karşılaşma

Öğretmen öğrencilere dağıttığı etkinlik kağıdındaki gerçek yaşam problemini yüksek sesle okur ve yardıma ihtiyacı olan öğrencilere nasıl yardımcı olacaklarını sorar.

2. Problemi Anlayıp Çözüm Üretme ve Doğru Çözüm Yoluna Ulaşma

Problemin okunmasından sonra öneri olarak gelen cevaplar genellikle sayısal değerlerle işlem yapıp bir sonuç bulmaya yönelik olmuştur ancak soru hazırlanırken öğrencilerin işlemsel çözüm yoluna yönelecekleri önceden düşünüldüğünden, problemi anlamlandırdıktan sonra grafik, tablo ya da cebir temsillerinden probleme uygun olan

temsilleri seçme durumu ve kullanma biçimleri incelenmek istendiği için soruda, sonucu bulmaya yönelik gerekli olan sayısal değerlere yer verilmemiştir. Böylece öğrencilerin problemi derinlemesine anlamaları ve buldukları çözüm yolunu benzer durumlarda kullanabilir olmaları planlanmıştır. Öğrencilerin problem durumu ile karşılaşmalarından sonra getirdikleri ilk çözüm önerileri aşağıdaki gibi olmuştur:

Ö5: Öğretmenim dağın kaç metre olduğunu önce bulacağız.

Öğretmen: Çok da önemli değil sonuna kadar tırmanacaklar.

Ö5: 100 e bölüp sonra gene şeyyy.

Ö6: Şeyyy öğretmenim dağın yüksekliğini bulacağız önce.

Öğretmen: Vermemişler dağın yüksekliğini.

Ö6: Yüksekliğini bulacağız onu bulduktan sonra 100 e bölmemiz lazım 100 metre dediği için.

Ö5: 100'ü 2'ye böleceğiz. 100 metrede 2 santigrad derece ... 0,2 santigrad oluyor.

Öğretmen: 1 metrede mi?

Ö5: Hayır 1 metrede 0 virgül....

Öğretmen: 1 metrede 0,0005 oluyor. Yüze bölüyorsun ya. (Ö5 Anlamadım dercesine bakıyor.)

Ö5: Heee.

Ö3: Öğretmenim şöyle desek. 100'ü 2'ye böleriz 50 derece. 0,50 derece sıcaklık azalık deriz.

Ö1: Hocam attığı adıma göre hesaplayalım. Mesela attığı adım 1 metre oluyorsa diyelim 200 adım atacak 1 metre artacak. Bence öyle.

Öğretmen, öğrencilerin sayısal değerlerle işlem yapmaya yönelik olan çözüm önerilerini temsil kullanmaya yönlendirmek ve benzer problemlerde kullanılabilir genel bir çözüm yolu üretmelerini sağlamak için bazı sorular sorup, onların çözüm yollarındaki eksiklikleri görmelerini sağlamanın yanında onları bu eksikliği gidermek için neler yapabileceklerini düşünmeye yönlendirir. Öğretmenin sorduğu sorular ve yönlendirme ifadeleri aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: Ama dağcı: 'ben beş yüzüncü metredeyken sıcaklık ne kadar olacak' demiyor. Adam sizden bir şey istiyor ki ona baktıkça 'hmmm şimdi sıcaklık bu kadar. Hmmm tamam. Şimdi sıcaklık bu kadar' demek istiyor.

Öğretmen: Ama 'ben bir kilometreye vardığımda sıcaklık ne kadar olacak onu merak ediyorum' demiyor ki. Bir kilometredeki sıcaklığı istemiyor. Adam her dakika 'hmmm sıcaklık bu kadar oldu, şimdi bu kadar oldu' diye bakabileceği bir şey istiyor.

Öğretmen: Tamam ama adam hesaplayacak mı? 'Heee dur bakalım şimdi kaçta düştük?' O diyor ki: 'ben hesaplamayayım, siz bana hesaplayın' Nasıl yardım edebilirsiniz?

Öğretmen: tamam da onu 'işlemini kendin yap kardeşim' diye söylemeyin. Ona sen kendin yardım et.

Öğretmenin ısrarla işleme dönük önerileri eleştirmesi ve olması gerekenle ilgili ipuçları vererek onları yönlendirmeye çalışması sonucunda öğrencilerden istenen ve beklenen cevaba yakın öneriler gelmeye başlar:

Ö5: Sonsuza kadar tek tek yazarız o zaman.

Öğretmen: Nasıl yazarız işte.

Ö5: Öğretmenim 100, 200, 300 diye işte.

Öğretmen: Tamam 100,200, 300 diye yazıyorum.

Ö1: Sayı doğrusunda gösterelim.

Öğretmen: Tamam sayı doğrusunda gösterelim

Ö5: Hayır olmaz.

Öğretmen: Nerede gösterebiliriz? Mesela sayı doğrusu çizsem şöyle mi göstereceğim yani. 100, 200, 300.

Ö5: Ama yukarı çıkıyor. (Ö5'in grafiği resim olarak algıladığı görülmekte, dağcılar yukarı doğru tırmanıyorsa sayı doğru yatay çizildiği için uygun olmaz düşüncesinde)

Öğretmen: Adam diyecek ki 'ne yazıyor burada? Metreler iyi, hadi bakalım sıcaklık yok burada'

Ö1: Grafik olabilir.

Öğretmen: Grafik olabilir mi?

Ö1: Bence grafik en mantıklısı.

Ö6: Grafik çizelim.

3. Seçilen Çözüm Yoluna Uygun Adımları Gerçekleştirme

Öğrencilerin grafik çizme konusunda fikir birliğine varmalarından sonra öğretmen grafikte kullanacakları değerleri belirlemelerine yardımcı olmak için yükseklik ve sıcaklık değişimini gösteren değerleri tahtaya yazmaya başlar. Böylece öğrenciler tablo temsilini kullanarak değerleri belirler.

Öğretmen: Bakın burada bir şey var arkadaşlar. Hiç dikkat ettiniz mi bilmiyorum. Hiç sayı vermemişler size. Peki demiş ki bugün tırmanış yapıyorum. Mesela çıktık biz bugün Everest'in dibindeyiz, altındayız. Tırmanmaya başlıyoruz. Sıcaklık ne kadar ki?

Ö3: Öğretmenim bir şey söyleyebilir miyim öğretmenim? Öğretmenim o, y-x doğrusu var ya öğretmenim o y, yukarı doğru çıkıyor ya öyle gösterebilir miyiz? (Ö3'nin de grafiği resim gibi görme kavram yanılması var. Dağcılar yukarı çıktığı için grafikte de tırmanma yüksekliğinin y eksenini gösterilmesi gerektiğini düşünüyor.)

Öğretmen: Süper olur. Öyle olur mu?

Ö5: Hem sıfırdan başlıyoruz eksilere gidiyoruz.

Öğretmen: Sıcaklık öyle değişiyor ama yükseklik de değişiyor. İki tane değişen şey var. Siz yükseldikçe sıcaklık da değişiyor.

Ö5: Azalıyor.

Ö1: Hocam y'yi yükseklik x'i sıcaklık yaparız. (Ö1'de de grafiği resim gibi görme yanlışsı vardır denilebilir)

Öğretmen: Öyle desek olur mu? Dedi ki x'e sıcaklık desek y'ye yükseklik desek.

Ö5: Olur. Çok güzel olur.

Öğretmen: x'e ne diyecektik?

Diğerleri: Sıcaklık.

Öğretmen: y'ye?

Diğerleri: Yükseklik.

Öğretmen: Tamam diyelim süper oldu. Hatta metre cinsinden diyelim. Sıcaklığa başlayalım şimdi daha hiç tırmanmadık yani sıfırdayız.

Ö1: Sıcaklık da sıfır.

Ö5: 0 virgül 50.

Ö1: Bugün kaç dereceyse o kadar.

Öğretmen: Bugün kaç dereceyse o kadar. Bugün kaç derece dersiniz. Böyle bir günde çıkmışlar çünkü.

Öğrencilerin katılımıyla tahtada x ve y değerlerinin bir kısmı belirlendikten sonra kendilerinin tabloyu devam ettirmeleri istenir.

x (sıcak)	y (yükseklik)
8	0
7,5	100
7	200
6,5	300
6	400
5,5	500
5	600
4,5	700
4	800
3,5	900
3	1000
2,5	1100
2	1200
1,5	1300
1	1400
0,5	1500
0	1600

Ö2'nin Kağıdından Bir Görüntü

x = sıcaklık	y = yükseklik
8	0
7,5	100
7	200
6,5	300
6	400
5,5	500
5	600
4,5	700
4	800
3,5	900
3	1000
2,5	1100
2	1200
1,5	1300
1	1400
0,5	1500

Ö4'ün Kağıdından Bir Görüntü

Tabloyu tamamlayan öğrenciler dağcılara yardım ettiklerini ve görevlerinin bittiğini düşünmeye başlamışlarken, öğretmen tabloda sadece yüksekliğin 100 ve 100'ün katları olduğu durumlarda sıcaklığın yazılı olduğunu; yüksekliğin ara değerlerde olması durumunda sıcaklığın kaç derece olduğunu dağcılarının nasıl bilecekleri gibi onları yeni bir problemle baş başa bırakmış ve buradan grafiğin aslında tüm durumlarda sıcaklığı görmelerini ve öğrenmelerini sağlayacağı düşüncesini hissettirmeye

çalışmıştır. Ancak öğrenciler yine öncelikle işlemsel çözüm önerileri getirmişler sonrasında grafik çizmenin sorunu çözeceğini hissetmişlerdir.

Öğretmen: Diyelim ki adamlara verdiniz bu tabloyu elinde geziyorlar. 'Heee 100 metrede şu kadar olacak, 200 metrede bu kadar olacak, 300 de bu kadar olacak' süper! Çok güzel bir tablo, kaç metre çıktıysa bakacak 'aaa' diyecek 'sıcaklık şu anda bu kadar, bak böyle olacak herhalde' diyecek ama adam hep 100 metrede 200 metrede mi tabloya bakacak? Adam diyemez mi ki 'yaaa kardeşim, şurada 30 metrede bakmak istiyorum. Acaba hava sıcaklığı kaç?'

Ö5: 10 metresini bulmamız lazım. 100 ü 8 e böleceğiz.

Öğretmen: Yani adama şey mi diyeceksin 'abi bak şimdi 10 a böl, bilmem kaçla çarp, şunu ekle'. Adam bir yandan turmanıyor, yorulmuş, nÖls nÖlse kalmış, dağa çıkıyor, sıcaklık gittikçe azalıyor ve sen 'ya bir zahmet sen şunu bir hesaplayıver' mi diyeceksin?

Ö5: Biz hesaplayacağız hocam.

Öğretmen: Ama derse ki '5 te kaç? 120 de kaç? 130 da kaç?'

Öğretmen: Ben diyorum ki illa 100 ün katında bakmak zorunda değil.

Ö1: 100 metrede yarım sa 50 metrede 25 metredekini hesaplayabiliriz.

Öğretmen: Gibi. Ama peki, 25'te bakmazsa, 30 u sorarsa.

Ö6: Hocam aralığına bakar.

Öğretmen: Yani buraya sadece sıcaklık ve yükseklik diye yazmadınız yanlarına x ve y diye de yazdınız niye öyle yazdınız?

Ö1: Grafik için demiştim ben.

Öğretmen: Heh grafik için demiştiniz.

Ö1: Grafik yapalım.

Öğretmen: x sıcaklık olsun bence dediniz, y de yükseklik olsun dediniz.

Ö5: x-y nin bişey bişeyi ama... (denkleme ya da x ile y arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade etmeye çalışıyor)

Ö6: x eşittir ...

Ö1: Ama şimdi hocam sorun var.

Öğretmen: Heh.

Ö1: Çıkınca sıcaklığın artması değil azalması lazım.

Öğretmen: Evet.

Ö1: Ama bizimkinde artıyor (grafığı resim gibi görme yanılması)

Öğretmen: Artmak mı zorunda acaba?

Ö1: Ters yaparız grafığı.

Öğretmen: Grafığı yapmadan önce ne yapıyorduk?

Ö6: Koordinat düzlemi.

Öğretmen: Koordinat düzleminde noktaları gösteriyorduk burada noktalar ne.

Ö1: Oradaki sayılar işte (tabloyu gösteriyor)

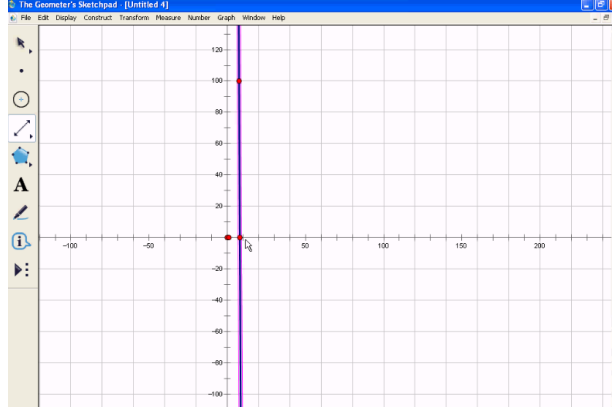
Öğretmen: Hangi sayılar. Kaça kaç?

Ö1: 8 e sıfır

Öğretmen: Mesela 8 e sıfır birinci noktamız. İkinci noktamız?

Diğerleri: 7,5 a 100.

Öğrenciler geometri sketchpadi kullanarak koordinat düzleminde, tabloda belirledikleri noktaları gösterirler ve bu noktaların bir araya gelmesiyle oluşan grafiklerini çizerler.



Ö1'in Ekran Kaydından Bir Görüntü

4. Çözümü Yorumlama

Öğrencilerin grafiklerini tamamladıktan sonra bu grafiği okuma dereceleri ve yorumlama biçimlerini görmek için öğretmen bazı sorular sormuştur. Bu sorulara öğrencilerin verdiği cevaplara bakılacak olursa öğrenciler grafiği okumakta ve yorumlamakta zorlanmakta ve sıkıntı yaşamaktadırlar. Aslında grafikte pek çok değeri kısa ve net bir şekilde gösterebileceklerini bilmelerine rağmen bu gösterimi yorumlamakta ve okumakta başarısız olmuşlardır.

Öğretmen: Peki hesaplama yapmasa grafikten yararlanarak yapsa nasıl bulacak. Yani biz grafiği boşuna mı verdik adama? Niye grafik verdik? Rahat rahat hesaplasın, baksın diye.

Ö6: 100 ün hep yarısına bakacak.

Öğretmen: Ama grafiği kullanmamış olacağım ben o zaman. Hesaplama yapmış olacağım. Diyeceğim ki 8 ile 7,5 un arasında.

Ö1: Grafiğe bakar.

Öğretmen: Heh grafikten bakarak nasıl yapar? Adam nasıl bakar grafiğe? Grafikten nasıl bakılır? Ne dersin Ö5?

Ö5: 100 iken 7,5 olduğuna göre yedi virgül iki buçuk.

Ö6: İşte hesaplama yapmayacağız.

Ö3: 150' yi buradan hesaplayacağız öğretmenim.

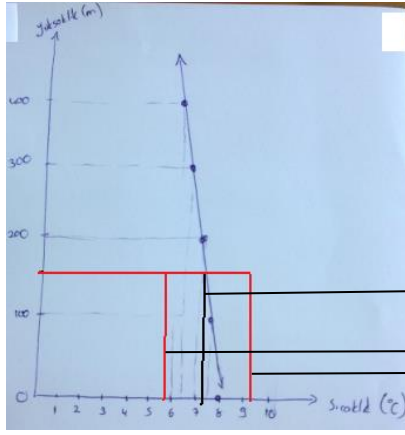
Öğretmen: Tamam nasıl hesaplayacağız işte grafikte bunu nasıl göstereceksin.

Ö1: Tablo daha iyi, en mantıklısı tablo.

Ö6: Öğretmenim x e bakarız.

Öğretmen: Nasıl bakayım işte. 150 de sıcaklık ne kadar nasıl bakarsınız? Grafikleri hatırlıyor musunuz çizgi grafiğini. Çizgi grafiğinde nasıl yorumluyordunuz?

Tahtada çizilen grafik üzerinden istenen yükseklikte sıcaklığın nasıl görüleceğini gösterildikten sonra öğrencilerden yapılması istendiğinde, istenen yükseklikten grafiğe kadar uzatıp sıcaklık değerine bakmak yerine; grafiğe gelmeden yatay ilerlemeyi durdurup aşağıdaki sıcaklık değerini okuma ya da grafiği geçtikten sonra yatay ilerlemeyi durdurup aşağıdaki sıcaklık değerini okuma yanlışlarına düştükleri görülmüştür.



Öğrencilerden beklenen

Öğrencilerin yaptıkları

Öğretmen: Tamam siz şimdi adama gösterseniz siz şu anda buradasınız ve sıcaklık şu kadar deseniz nasıl gösterirsiniz. Hani Ö6 biraz önce şöyle şöyle (yukarıdaki şekilde kırmızı ile gösterilenler gibi) yaptı ya, Ö6 şuradan başladı gitti gitti burada durdu. Buradan aşağıya indi (grafiğe gelmeden aşağıdaki sıcaklık değerini okuyor) ben buraya kadar gitmedim nereye kadar gittim hep?

Ö5: Dağa kadar (grafiği resim gibi görme yanlışlığı)

Öğretmen: Aslında bu dağ değil de ne? Sizin neyiniz?

Ö2: Grafik.

Öğrencilerin oluşturdukları grafiği okumakta ve yorumlamakta zorlandıkları dikkat çekmiştir. Grafiği oluştururken çok sayıda noktayı koordinat düzleminde gösterip bu noktaların bir araya gelerek doğru oluşturduğunu görmeleri sağlansa da işlemin tersini yapmaları yani oluşturdukları grafiğin aslında sonsuz noktadan oluştuğunu ve grafikteki bu noktaların her birinin dağcılar için belirli bir yükseklikteki sıcaklık

değerini verdiğini görmeleri istendiğinde durumu yorumlamada zorlandıkları görülmüştür.

4.2.6. Tüm Etkinliklerde Çoklu Temsil Kullanımı ve Temsiller Arası Geçiş Planı

	1.Grup		2.Grup					3.Grup					4.Grup								
	1.1.	1.2.	2.1.		2.2.			3.1.			3.2.	3.3.	4.1.				4.2.				
Temsil geçişleri	G-g	G-g	S-t	T-g	T	G	C	S-t	T-g	G-c	C-g	T-G	C-G	C-G	S-g	G-t	G-c	C	C-s	S-g	G
Öğrenciler																					
Ö1	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö2	ÖR	KK	KK	ÖT	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö3	ÖR	ÖR	KK	ÖR	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖT	ÖT	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö4	ÖR	ÖR	ÖT	ÖT	ÖR	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö5	KK	ÖR	ÖR	KK	ÖR	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö6	ÖR	ÖR	ÖT	ÖT	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR	ÖT	KK	ÖR	ÖR

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 58: Tüm Etkinliklerde Çoklu Temsil Kullanımı ve Temsiller Arası Geçiş Planı

Tablo 58’de 4 gruba ayrılmış olan etkinliklerin her biri, o etkinlikte kullanılan temsilleri öğrencilerin kendi kendine, öğretmen rehberliğinde ya da öğretmen tarafından kullanmaları durumuna göre incelenmiştir. 5. Grupta yer alan ‘troposfer’ etkinliğinde temsil geçişi öğrencilerin kendi aralarındaki tartışmalar sonucu fikir birliğine varmasıyla ortaya çıktığı ve bu sürecin öneminden dolayı etkinlik süreci betimlenmiştir. 1. grup etkinliklerde öğrencilerin girdi ve çıktı temsilleri grafik olmuştur. 2. grup etkinliklerden ilkinde öğrencilerden sözel temsili tabloya ve elde ettiği tablo temsili grafiğe dönüştürmesi; ikincisinde ise tablo, grafik ve cebir temsillerini gözlemleyerek her bir

temsilin özelliklerini belirlemesi, yorumlaması beklenmiştir. 3. grup etkinliklerin ilkinde girdi temsili olarak sözel, tablo, grafik ve cebir temsillerinin hepsine yer verilmiş; çıktı temsili olarak öğrencilerden sözel temsil dışında diğer üç temsile dönüştürmesi istenmiştir. 3. grup etkinliklerin diğer ikisinde öğrencilerin cebirsel temsil ile grafik temsili arasında ilişki kurması beklenmiştir. 4. grup etkinliklerin ilkinde girdi temsili olarak sözel ve grafik temsili verilip çıktı temsili olarak grafik, tablo ve cebir temsili; aynı zamanda cebir temsilini çözümlemesi beklenmiştir. 4. grup etkinliklerin ikincisinde girdi temsili olarak cebirsel ve sözel temsil verilip öğrencilerden sırasıyla sözel ve grafik temsiline dönüştürmesi ve son olarak grafik temsilini yorumlamaları beklenmiştir. Girdi ve çıktı temsillerindeki farklılaşmanın öğrencilerin temsil geçişlerini kendi kendilerine yapabilmelerine etkisini incelemek amacıyla ayrı başlıklar altında incelemenin daha uygun olacağı düşünülmüştür.

4.2.7.Girdi ve Çıktı Temsilleri Boyutundan Öğrencilerin Etkinlikleri Yapabilirlikleri

4.2.7.1.Girdi Temsilinin Sözel Olması Durumu

Etkinlik no	2.1.	3.1.	4.1.	4.2.
Temsil Geçişi	S-t	S-t	S-g	S-g
İsimler				
Ö1	KK	KK	KK	ÖR
Ö2	KK	KK	KK	ÖR
Ö3	KK	KK	ÖT	ÖR
Ö4	ÖT	KK	ÖR	ÖR
Ö5	ÖR	KK	ÖR	ÖR
Ö6	ÖT	KK	ÖR	ÖR

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 59: Girdi Temsilinin Sözel Olması Durumu

Girdi temsilinin sözel olması durumunda Ö1ve Ö2, görevlerin %75'ini kendi kendine yapabilirken; Ö3, %50'sini kendisi yapmış; Ö4, Ö5 ve Ö6 ise görevlerin sadece %25'ini kendi kendilerine yapabilmışlerdir.

4.2.7.2.Girdi Temsilinin Tablo Olması Durumu

Etkinlik no	2.1.	2.2.	3.1.	3.1.
Temsil Geçişi	T-g	T	T-g	T-G
İsimler				
Ö1	KK	KK	KK	KK
Ö2	ÖT	ÖR	KK	KK
Ö3	ÖR	ÖR	KK	KK
Ö4	ÖT	ÖR	KK	KK
Ö5	KK	ÖR	KK	KK
Ö6	ÖT	KK	KK	KK

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 60: Girdi Temsilinin Tablo Olması Durumu

Girdi temsilinin tablo olması durumunda Ö1, görevlerin %100'ünü kendi kendine yapabilirken; Ö5 ve Ö6, %75'ini kendisi yapmış; Ö2, Ö3 ve Ö4 %50'sini kendi kendine yapabilmıştır.

4.2.7.3.Girdi Temsilinin Grafik Olması Durumu

Etkinlik no	1.1.	1.2.	2.2.	3.1.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.1.	4.2.
Temsil	G-g	G-g	G	G-c	G-T	G-C	G-C	G-t	G-c	G
Geçiş										
İsimler										
Ö1	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö2	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö3	ÖR	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	ÖT	ÖR	ÖR
Ö4	ÖR	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö5	KK	ÖR	KK	ÖT	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö6	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 61: Girdi Temsilinin Grafik Olması Durumu

Girdi temsilinin grafik olması durumunda Ö1, görevlerin %70'ini kendi kendisine yapabilirken, Ö2, %60'ını; Ö3 ve Ö4 %40'ını; Ö5 ve Ö6 %50'sini kendi kendisine yapabilmıştır.

4.2.7.4.Girdi Temsilinin Cebirsel Olması Durumu

Etkinlik no	2.2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.
Temsil Geçiş	C	C-g	C-G	C-G	C	C-s
İsimler						
Ö1	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK
Ö2	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK
Ö3	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK
Ö4	ÖR	KK	KK	KK	ÖT	KK
Ö5	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK
Ö6	KK	KK	KK	KK	ÖT	KK

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 62: Girdi Temsilinin Cebirsel Olması Durumu

Girdi temsilinin cebirsel ifade olması durumunda Ö1, Ö2, Ö3, Ö5 ve Ö6 görevlerin yaklaşık olarak %83'ünü kendi kendisine yapabildikleri yalnızca cebirsel ifadenin x ve y'ye değerler vererek diğer bilinmeyen bulunması aşamasında öğretmenin yardımına ihtiyaç duydukları hatta soruyu tamamen öğretmenin yapmasının gerektiği görülmüştür. Ö4 ise görevlerin yaklaşık olarak %66'sını kendi kendisine yapabilmıştır.

4.2.7.5.Çıktı Temsilinin Sözel Olması Durumu

Etkinlik no	4.2.
Temsil Geçişi	C-s
İsimler	
Ö1	KK
Ö2	KK
Ö3	KK
Ö4	KK
Ö5	KK
Ö6	KK
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından	

Tablo 63: Çıktı Temsilinin Sözel Olması Durumu

Çıktı temsilinin sözel ifade olması durumu ile ilgili temsil geçişinden sadece 4. grup etkinliklerden 2. etkinlikte görülmüş ve tüm öğrenciler bu aşamayı kendi kendilerine yapabilmişlerdir.

4.2.7.6.Çıktı Temsilinin Tablo Olması Durumu

Etkinlik no	2.1.	2.2.	3.1.	3.1.	4.1.
Temsil Geçişi	S-t	T	S-t	G-T	G-t
İsimler					
Ö1	KK	KK	KK	KK	ÖR
Ö2	KK	ÖR	KK	KK	ÖR
Ö3	KK	ÖR	KK	KK	ÖT
Ö4	ÖT	ÖR	KK	KK	ÖR
Ö5	ÖR	ÖR	KK	KK	ÖR
Ö6	ÖT	KK	KK	KK	ÖR
KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından					

Tablo 64: Çıktı Temsilinin Tablo Olması Durumu

Çıktı temsilinin tablo olması durumunda Ö1, görevlerin %80'inini kendi kendisine yapabilirken; Ö2, Ö3 ve Ö6 %60'ını; Ö4 ve Ö5, görevlerin %40'ını kendi kendisine yapabilmıştır.

4.2.7.7.Çıktı Temsilinin Grafik Olması Durumu

Etkinlik no	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.1.	3.1.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	4.2.
Temsil Geçişi İsimler	G-g	G-g	T-g	G	T-g	C-g	T-G	C-G	C-G	S-g	S-g	G
Ö1	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR
Ö2	ÖR	KK	ÖT	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR
Ö3	ÖR	ÖR	ÖR	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	ÖT	ÖR	ÖR
Ö4	ÖR	ÖR	ÖT	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö5	KK	ÖR	KK	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR
Ö6	ÖR	ÖR	ÖT	KK	KK	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖR	ÖR

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 65: Çıktı Temsilinin Grafik Olması Durumu

Çıktı temsilinin grafik olması durumunda Ö1, görevlerin yaklaşık olarak %83'ünü kendi kendisine yapabilirken; Ö2ve Ö5 yaklaşık olarak %66'sını; Ö3 ve Ö4 yaklaşık olarak %42'sini; Ö6 görevlerin %50'sini kendi kendisine yapabilmıştır.

4.2.7.8.Çıktı Temsilinin Cebirsel Olması Durumu

Etkinlik no	2.2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.1.
Temsil Geçişi İsimler	C	G-c	G-C	G-C	G-c	C
Ö1	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖT
Ö2	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖT
Ö3	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖT
Ö4	ÖR	KK	KK	KK	ÖR	ÖT
Ö5	KK	ÖT	KK	KK	ÖR	ÖT
Ö6	KK	KK	KK	KK	ÖR	ÖT

KK: Kendi Kendine, ÖR: Öğretmen Rehberliği, ÖT: Öğretmen Tarafından

Tablo 66: Çıktı Temsilinin Cebirsel Olması Durumu

Çıktı temsilinin cebirsel olması durumunda Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö6 görevlerin yaklaşık olarak %66'sını kendi kendisine yapabilirken; Ö4 ve Ö5 %50'sni kendi kendilerine yapabilmişlerdir.

4.2.8.Öğrenci Boyutundan Temsil Geçişlerinin Değerlendirilmesi

Temsiller İsimler	Girdi Temsili				Çıktı Temsili				Yüzde ortalaması (yaklaşık)
	Sözel	Tablo	Grafik	Cebir	Sözel	Tablo	Grafik	Cebir	
Ö1	%75	%100	%70	%83	%100	%80	%83	%66	%82
Ö2	%75	%50	%60	%83	%100	%60	%66	%66	%70
Ö3	%50	%50	%40	%83	%100	%60	%42	%66	%61
Ö4	%25	%50	%40	%66	%100	%40	%42	%50	%52
Ö5	%25	%75	%50	%83	%100	%40	%66	%50	%61
Ö6	%25	%75	%50	%83	%100	%60	%50	%66	%64
Yüzde ortalaması (yaklaşık)	%46	%67	%52	%80	%100	%57	%58	%61	

Tablo 67: Öğrenci Boyutundan Temsil Geçişlerinin Değerlendirilmesi

Tablo 67'den yararlanarak, öğrencilerin görevleri kendi kendilerine yapabilme oranlarının en yüksek olduğu durumlar; %80 ile girdi temsilinin cebirsel ifade olduğu ve %100 ile çıktı temsilinin sözel ifade olduğu durum olarak görülmüştür. Öğrencilerin görevleri kendi kendilerine yapabilme oranlarının en düşük olduğu durumlar ise: %46 ile girdi temsilinin sözel ifade olduğu durumlar ve %57 ile çıktı temsilinin tablo temsili olduğu durumlardır.

Temsil geçişlerinde görevleri kendi kendilerine yapabilme oranları incelenen öğrencilerden, Ö1'nin %82 ile en yüksek; Ö4'nin ise %52 ile en düşük 'görevleri kendi kendilerine yapabilme' oranına sahip oldukları görülmüştür.

Öğrencilerin etkinlikler süresince bireysel performansları değerlendirilecek olursa; Ö1, girdi temsilinin tablo ve çıktı temsilinin sözel ifade olduğu durumlarda görevleri kendi kendine yapabilirken; Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6, girdi temsilinin cebir ve çıktı temsilinin sözel olduğu durumlarda görevleri kendi kendine yapabilmeye diğer temsil geçişlerine göre daha başarılı olmuşlardır.

4.2.9.Öğrencilerin Geometri Sketchpad Ortamındaki Temsil Kullanımları ve Geçişleri ile İlgili Bulgular

- Koordinat düzleminde verilen bir noktanın koordinatını (x,y) şeklinde ifade ederken x 'in önce y 'nin sonra yazılması gerekliliğini kullanmada ve x ve y 'nin işaretlerini belirlemede öğrencilerin öğretmen rehberliğine ihtiyaç duydukları görülmüştür.
- Öğrencilerin günlük hayatta noktaların koordinatını belirlerken bir başlangıç noktasına ihtiyaç duyduklarını görmeleri ve bunu içselleştirerek Nasrettin Hoca örneğini verebilmeleri konuyu anlamlandırdıklarını göstermiştir.
- Sözel ifadeden tablo temsiline geçişte öğrencilerin bir kısmının tablo temsiline sütunlara $(x, y$ ve (x,y) sütunlarına) yazmaları gereken değerleri belirleyemedikleri; seçilen x değerinin ondalık gösterimli olması nedeniyle sözel ifadeye uygun y değerinin de ondalık gösterimli sayı olmasının (x,y) ikilisi şeklinde yazmayı zorlaştırdığı; sözel ifadeye uygun belirlenmesi gereken (x,y) ikililerinin hepsinde aynı ilişkinin geçerli olması gerekliliğinin unutulması farklı ilişkilere dayalı ikililerin belirlenmeye çalışıldığı görülmüştür.
- Tabloda belirledikleri (x,y) ikililerini yazılımın plot points komutu ile koordinat düzleminde göstermeleri beklenen öğrencilerin yazılımın plot points komutunu seçtiklerinde karşılıklarına çıkan (,) kutucuklara sırasıyla x ve y değerlerini yazmakta, ondalık gösterimli sayılar seçmeleri ya da ilk kutuya verdiği değeri ikinci kutuya hesapladığı sonucu yazması gerekliliğini uygulamada zorlandıkları görülmüştür.
- Öğrencilerin doğrusal ilişkiye uygun olarak belirledikleri 6 noktanın doğrusallığını görmeleri ve ifade edebilmeleri beklendiğinde doğruların duruşunu yorumlamakta zorlandıkları ve yoğun bir rehberliğe ihtiyaç duydukları dikkat çekmiştir.
- Öğrencilerden, üç doğrusal denkleme örnek bir de doğrusal denkleme örnek olmayan durumu önceden hazırlanmış geometri sketchpad taslağında inceleyerek tablo, grafik ve cebirsel ifade temsillerini her bir durum için etkinlik kağıdına sırasıyla aktarmaları istenmiş ve temsiller arası geçiş yapmaları beklenmemiştir. Öğrencilerden ekrandaki temsilleri inceleyerek kağıda

aktarmaları istense de öğrencilerin, tablo temsilinde ekrandaki değerlerin ondalık gösterimli olmasından dolayı ilişkiye uygun olarak kendilerinin belirlediği değerlerle tabloyu doldurmayı tercih ettikleri; ilk değeri belirlemede öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyarken tablodaki diğer değerleri kendilerinin belirleyebildikleri görülmüştür. Ekranda gördükleri grafik temsilini kağıda aktarıırken grafiğin başlangıç noktasına ve diklik-eğikliğine dikkat etmedikleri yani grafikteki her bir noktanın aslında tablodaki değerlerle örtüşmesi gerekliliğini uygulamaya dökemedikleri görülmüştür. Cebirsel temsilin etkinlik kağıdına geçirilmesi aşamasında öğrencilerin başlangıçta cebirsel temsilin ne anlama geldiği konusunda yardıma ihtiyaç duydukları, rehberlik sonrasında görevi tamamladıkları görülmüştür.

- Doğrusal ilişkiye uygun üç durumda grafik temsilinin ortak özelliğini belirleme aşamasında öğrencilerin tablo temsilini ‘sabit’ yerine ‘belirli bir şekilde ya da aynı sayılarla artmış’ şeklinde; grafikleri ‘doğrusal’ yerine ‘düz, dümdüz’ şeklinde; cebirsel temsilleri ‘birinci dereceden’ yerine ‘sayı ile çarpılmış, karesi alınmamış’ şeklinde tanımladıkları görülmüştür. Doğrusal ilişkili olmayan kare etkinliğinde ise grafiği ‘eğri’ yerine ‘yamuk, yuvarlak’; cebirsel temsilleri ‘ikinci dereceden’ yerine ‘karesi alınmış’ şeklinde tanımladıkları görülmüştür. Bu durum temsilleri yorumlamada öğrencilerin matematiksel terimlerden çok günlük konuşma dilini kullandıklarını göstermiştir.
- Doğrusal ilişkili aynı kurala ait noktaların koordinat düzleminde bir araya gelerek doğru oluşturduğunu görmekte bazı öğrencilerin öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyduğu görülmüştür.
- Öğrencilerin $x=a$ ve $y=b$ formundaki doğrusal denklemlerin duruşu ve eksenlerle konumu hakkında, yazılımın hızlı ve kolay bir şekilde çok sayıda doğru çizebilme özelliğinden yararlanarak, yorum yapabildikleri ve genellemeye varabildikleri dikkat çekmiştir. Bazı öğrencilerin $y=9$ doğrusunu ‘ $y=9$ ve $x=\text{sonsuz}$ ’ şeklinde ifade ettikleri; bazı öğrencilerin de a ve b değerlerinin işaretine karar vermekte zorlandıkları görülmüştür.
- $y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde öğrencilerin m noktasını sürükledikçe aynı anda doğrunun grafiğinde meydana gelen değişimi yazılımla kolay bir şekilde gözlemleyebildikleri dikkat çekmiştir. Ancak bazı öğrencilerin pozitif m

değerinin artması ile y eksenine yaklaşması ya da negatif m değerinin azalması ile y eksenine yaklaşması arasındaki ilişkiyi göremediğinden ya da uygulamaya dökemediğinden $y=x$ ile $y=18x$ 'i ve $y=-x$ ile $y=-27x$ 'i karıştırdıkları görülmüştür.

- $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde m ve a değerindeki değişimin grafikteki etkisini yazılım kullanarak gözlemlemek kolaylık ve hız kazandırmıştır. Bu aşamada öğrencilerin hem m hem de a değerindeki değişimin grafikte neden olduğu etkiyi gözlemleyemediği sadece a değerine odaklandıkları görülmüştür. $y=x-3$ doğrusunun grafiği ile $y=3x-3$ doğrusunun grafiğinde sadece doğrunun eksenini kestiği noktaya odaklandıklarından grafik ile cebirsel ifadeyi yanlış eşleştirmişlerdir.
- Doğrunun eksenleri kestiği noktalarının koordinatlarındaki ortak özelliği (x ekseninde y değerleri 0 olur; y ekseninde x değerleri 0 olur) görmeleri için öğrencilerden kesişim noktasının koordinat değerlerinden oluşan tabloyu yazılımı kullanarak oluşturmaları istenmiştir. Yazılım, eksen üzerindeki noktanın sürüklenmesiyle değişen koordinat değerlerinin eklenmesini sağlamış ve öğrencilerin kolayca koordinat değerlerinden oluşan tabloyu oluşturmalarını sağlamıştır. Ancak bazı öğrencilerin noktayı sadece eksenin negatif kısımda sürüklemesiyle koordinat değerlerindeki ortak özelliği belirlemede yanlış genellemeye varmalarına neden olmuştur.
- Grafiği çizilen bir doğrusal ilişkinin aynı zamanda cebirsel olarak da temsil edilebileceğini görmek için öğrencilerden yazılımın measure menüsünden equation komutundan yararlanmaları sağlanmıştır. Böylece öğrencilerden bu seviye ve yaş düzeyinde beklenmeyen, grafikten cebirsel ifadeye ulaşma, hedef davranışını yazılımın yapması ve öğrencinin sadece doğrusal ilişkili durumların farklı şekillerde temsil edilebileceğini görmesi sağlanmıştır. Bu aşamada öğrenciler, equation komutunu kullanabilmeleri için yazılımı ve komutları tanıtan dosyadan yararlanmaları konusunda yönlendirilmiş ve öğrencilerin çalışmayı kendi kendilerine, öğretmen yardımı olmadan, devam ettirmeleri sağlanmıştır.
- Cebirsel ifadesi verilen bir doğrusal denklemin eksenleri kestiği noktanın koordinatlarını bulmak için öğrencilerden beklenen 'doğrunun x eksenini kestiği

noktanın koordinatını bulmak için y yerine 0 vererek x değerini hesaplamak' iken; öğrencilerin bu probleme grafiği çizme önerisini getirdikleri dikkat çekmiştir. Bu grafiksel çözümü adım adım ifade edebildikleri, doğrunun grafiğini geometri sketchpad ile çizibildikleri, ancak eksenleri kestiği noktanın koordinatlarını (x,y) şeklinde ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür.

- Gerçek yaşam probleminde (Troposfer) öğrendiklerini kullanabilme becerileri ölçülmek istendiğinde öğrencilerin problemi anlayıp çözüm üretme ve doğru çözüm yoluna ulaşma aşamasında önce, sayısal değerlerle işlem yapmaya yönelik çözüm önerileri getirdikleri dikkat çekmiştir. Öğretmenin işleme dönük önerileri eleştirmesi ve problemi anlamaya yönelik ısrarlı rehberliği sonucunda öğrencilerin grafik çizimini önermeleri dikkat çekmiştir. Seçilen çözüm yoluna uygun adımları gerçekleştirmeleri beklendiğinde öğrencilerin yüksekliğe bağlı sıcaklık değişimini tablo şeklinde gösterdikleri görülmüştür. Tabloyu oluşturan öğrencilerin görevi tamamladıklarını düşünmeleri üzerine öğrencilerin grafik temsiline ihtiyaç duymaları öğretmen rehberliği ile sağlanarak tablodaki değerleri grafiğe dönüştürdükleri görülmüş; ancak öğrencilerin büyük bir kısmının grafiği resim gibi algılama kavram yanılığına sahip oldukları dikkat çekmiştir. Çözümü yorumlama aşamasında öğrencilerin grafiği okuma ve yorumlamada zorlandıkları, oluşturdukları grafiğin aslında sonsuz noktanın bir araya gelmesiyle ve grafikteki bu noktaların her birinin dağcılar için belirli bir yükseklikteki sıcaklık değerini verdiğini görmeleri istendiğinde durumu yorumlayamadıkları görülmüştür.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde alanyazına dayalı olarak elde edilen bulgular tartışılacak daha sonra ulaşılan sonuçlara yer verilecektir. Çalışma enstrümantal yaklaşım ve çoklu temsil olmak üzere iki boyuttan ele alınmıştır. Bu kısım da buna paralel olarak iki başlık altında verilecektir.

5.1. Tartışma

5.1.1. Enstrümantal Yaklaşım Açısından

Artefact Boyutu

Geometri sketcpad ortamında koordinat düzleminin tüm yüzeyinde nokta seçilebildiğinden seçilen noktanın koordinatı hesaplandığında düzlemdeki ızgaraların köşelerinde belirlenmeyen noktaların koordinatındaki apsis ve ordinat değerleri ondalık gösterimli olabilmektedir. Bunu engellemek için öğrencilerden geometri sketchpadin snop points komutundan yararlanmaları beklenmiş ve tüm adımlar yönergede açıklanmıştır. Yönergede ifade edilen adımların neye yönelik olduğunu, ne işe yarayacağını anlayamayan öğrencinin (Ö6) bu adımları yapmadığı; ancak ondalık gösterimli çıkan koordinattaki apsis ve ordinat değerlerini tam sayı yapabilmek için sürükleme aracını kullandığı görülmüştür. Noktayı sürükledikçe koordinat değerinin değiştiğini gözlemleyen öğrencinin, sürükleme aracını, değerleri tam sayı yapacak şekilde kullandığı görülmüştür. Öğrencinin kendisinden beklenen komutu kullanmak yerine kendisine daha anlamlı ve belki de kolay gelen sürükleme aracını kullandığı dikkat çekmiştir. Drijvers, Godino, Font, Trouche (2013)'un çalışmasında da Maria isimli bir öğrencinin grafik hesap makinesi ile çalışırken kendisinden istenmediği halde grafik oluşturmaya çalıştığı, bazı teknik zorluklarla karşılaştığında bir değişken için yerine koyma metodunu kullanması gerektiğini fark ettiği ve pek çok değer vererek grafiği oluşturduğu ve elde ettiği sonuçtan memnun olduğu görülmüştür. Buradan yola çıkarak öğrencilerin etkinlikler süresince yönergelerle belirtilmiş de olsa ya da

kendinden istenmese de önceki bilgileri, ilgi ve yönelimleri doğrultusunda tercihler yaptıkları ve bu tercihlerin bireysel olması nedeniyle enstrümantal oluşum süreçlerinin de aynı ortamda olmalarına rağmen tüm öğrencilerde farklılık gösterebileceğini doğrular niteliktedir.

Çalışmamızda öğrencilerin görevler sırasında komutları kullanırken bazı genellemeler yaptıkları görülmüştür. Örneğin `coordinates` komutu, koordinat düzlemindeki bir noktanın koordinatını belirlemek için kullanılırken bazı öğrencilerin düzlem üzerindeki resmi ya da doğruyu seçerek `coordinates` komutunu kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Benzer şekilde `equation` komutu, koordinat düzlemindeki doğrunun denklemini verirken öğrencilerin bazen doğru yerine noktayı seçtikleri görülmüştür. Buna benzer yanlışları yapan öğrenciler yazılımın o komutunun aktif olmaması ile uyarılmış olmaktadır. Guin ve Trouche (1998) çalışmalarında öğrencilerin, komutun geçerli olduğu alanları genellemeye çalıştığını, mesela `solve` komutunu sadece denklemlerde kullanabildiğini öğrense de eşitsizliklere de genellemeye çalıştığını görmüştür.

Bizim çalışmamızda öğrencilerin sıklıkla kullandıkları komutları bile bulurken menüleri dolaştıkları ya da menüyü biliyorlarsa komutları deneyerek istenen komut olup olmadığına, komutu tıklayıp çıkan ekranı inceleyerek karar verdikleri görülmüştür. Örneğin, öğrenciler `define coordinate system` ya da `plot points` komutunu çok sık kullanmalarına rağmen komutu bulurken menüler arasında dolaşmışlar ya da menülerdeki komutları deneyerek istedikleri komut olup olmadığına bakmışlardır. Benzer şekilde Guin ve Trouche (1998)'un çalışmasında da 15-16 yaşındaki grafik hesap makinesi ile çalışan öğrencilerin aynı menüdeki diğer komutlara da tıkladıkları ya da rastgele denemelerle komutları bulmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Guin ve Trouche (1998) öğrencilerin başlarda komutları keşfetmeye çalıştıklarını, bu aşamada komutların özelliklerini ve kullanım nedenlerini anlamlandırmayı çok nadir olarak yaptıklarını dile getirmiştir. Komutların matematiksel bir anlam kazanmasıyla öğrencilerin sınırlı sayıda strateji ve tekniğe odaklandıklarını ve bu aşamada teknik ve stratejilerin bir bakıma budanarak yazılımın potansiyel ve sınırlılıkları ile ilgili artan bir farkındalık oluşturduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde çalışmamızda bazı öğrencilerin `plot points` komutunu kullanarak düzlemde belirledikleri noktanın aslında x ve y yerine

yazdıkları değerlere bağılı olarak eksenlerdeki ilerlemeyi gösterdiğini fark etmedikleri gözlenmiştir. Ancak yapılan çok sayıda etkinliğin sonunda bazı öğrencilerin plot points komutunu kullanmak yerine nokta aracını kullanarak düzlemde koordinat değerlerine uygun noktalar belirleyebildikleri görülmüştür. Bu durum aslında öğrencilerin plot points komutunu anlamlandırıp bu komuta alternatif çözümler ürettiklerini gösterir diyebiliriz.

Şemalar ve Teknikler Boyutu

Amit ve Fried (2005), öğrencilerle yaptığı görüşmelerden, öğrencilerin grafik çizmeyi gereksiz bir egzersiz; eksenleri çizmeyi sıkıcı ve zaman alan bir işlem; sayıları yazmayı ve noktaları yerine koymayı da zaman alan bir işlem olarak gördükleri sonucuna varmıştır. Knuth (2000) çalışması ile kartezyen koordinat düzlemine geçişte ustalaşmanın olmasını istediğimiz ya da farzettiğimiz kadar basit olmadığını; öğrencilerin zorluklarının bilişsel faktörlerden daha çok öğretimsel faktörlerden kaynaklandığını; çoğu öğrencinin grafiksel temsili gereksiz gördüğünü ya da cebirsel çözüm yollarını destekleyici olarak kullandıklarını; grafik temsili tek başına bir çözüm yolu olarak görmedikleri sonucunu ortaya çıkarmıştır. Bizim çalışmamızda öğrenciler kartezyen koordinat düzlemini günlük hayatta kullanma alanlarını da sorguladıklarından noktaların koordinatlarını belirlemek ya da koordinatı verilen bir noktanın yerini belirlemek onlara sıkıcı ya da gereksiz gelmemiştir.

Baştürk (2010), 9. Sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerini kullanmayı gerektiren sorulardaki performanslarını ölçmüş ve öğrencilerin cebirsel temsilde grafik ve sözel temsillere kıyasla daha başarılı olduklarını görmüştür. Knuth (2000) çalışmasında kullanacağı problemleri grafiksel çözüm yolunu kullanmaya zorlar nitelikte hazırlamış olmasına rağmen öğrencilerin daha basit olabilecek grafiksel çözüm yolundan habersiz olduklarını gözlemlemiş ve öğrencilerin dörtte üçünden daha fazlasının öncelikli çözüm yolu olarak cebirsel temsili seçtiklerini görmüştür. Öğrencilerin çoğunun grafiksel yöntemi olası bir seçenek olarak farketmeyip önermediğini gözlemlemiştir. Grafiksel çözüm yolunu ikinci seçenek olarak seçen öğrencilerin de seçimlerine rağmen grafiksel yöntemi kullanmada başarısız olduklarını

görmüştür. Benzer şekilde Amit ve Fried (2005)'ın öğrencilerle yaptığı görüşmeler, onlar için grafik çizmenin denklemleri farklı bir bakış açısıyla görmek anlamına gelmediğini hatta gereksiz bir egzersiz olarak görüldüğünü ortaya çıkarmıştır. Delice ve Sevimli (2010) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının grafik temsilleri yoluyla verilen bir integral probleminde diğer temsillere oranla daha çok zorlandıklarını; doğru cevap verme oranlarının düştüğünü dile getirmiştir. Problem çözme sürecinde kullanıldığında doğru cevaba ulaşma yüzdesinin en yüksek olduğu temsilin cebirsel temsil olduğunu; cebir temsiline her türlü problem çözümünde kullanıldığını; katılımcıların cebir temsiline yardımcı bir araç gibi gördüklerinin göstergesi olarak kabul etmiştir. Rivera (2007)'nin çalışmasında doğrusal denklemlerde eksenleri kestiği noktanın koordinatını belirlemeye yönelik hazırladığı görevde öğrencilerin cebirsel temsili daha kolay buldukları ve cebirsel çözüm yolunu tercih ettikleri görülmüştür. Bizim çalışmamızda ise 'eksenle ortak noktamız nedir?' isimli etkinlikte öğrenciler cebirsel çözüm yoluna yönlendirilmelerine rağmen grafiksel çözüm yolunu önermişler ve bu çözüm yolunu gerçekleştirmek için gerekli adımları ifade edebilmiş ve uygulayabilmişlerdir. Öğrencilere cebirsel çözüm yolunu eğlenceli ve ilgi çekici hale getirmek için yarışma yapılmış olmasına rağmen öğrenciler grafiksel çözüm yoluna ısrarlı bir bağlılık göstermiştir. Cebirsel temsili çözümlenmeleri istenen öğrencilerin görevi kendi kendilerine yapamadıkları hatta öğretmen rehberliğinin de yeterli gelmemesi sonucu görevin öğretmen tarafından tamamlanması gerekmiştir. Drijvers, Godino, Font, Trouche (2013)'un çalışmasında da Maria isimli öğrencinin kendini daha yetkin ve başarılı hissettiği grafik temsiline kullanmaya yöneldiği görülmüştür. Yukarıda da yer verilen çalışmalara dayanarak öğrencilerin temsil tercihlerinin bazı durumlarda yazılımın potansiyeli-sınırlılığına bağlı olduğu görülürken bazen öğrencinin kendini daha başarılı hissettiği temsili tercih ettiği görülmektedir. Grafik hesap makinesi ile x yerine değer verip y 'yi hesaplamak tek bir komut ile yapılabilirken kağıt kalem ortamında bu çözümlenmeyi yapmak öğrenciler için zor olabilmektedir. Diğer yandan kağıt kalem ortamında grafik çizerek doğrunun eksenleri kestiği noktayı belirlemek öğrenciler için uzun, sıkıcı, zaman alan gereksiz bir çözüm yöntemi olarak görülebilirken geometri sketchpad kullanarak bu adımları gerçekleştirmek, bizim çalışmamızda olduğu gibi, öğrenciler için tercih edilen, kolay bir yol olarak görülebilmektedir. Bu noktada her ne kadar çalışma yapılan öğrencilerin

cebirle olan ilişkileri için buldukları sınıf farklılıkları önemli bir parametre olarak ortaya çıksada, bizim çalışmamız da elde ettiğimiz bulgular sınıf seviyesinden bağımsız olarak Geometri Sketchpadin noktaları koordinat düzleminde gösterme ve grafik çizmede sağladığı kolaylıklar öğrencilerin problemi çözme şeklini etkileyip ve şekillendirdiği yönündedir. Diğer bir deyişle geometri sketcpadin enstrümana dönüşümünün gözlemlendiği, enstrümantal oluşum sürecinin ilerlediğini söyleyebiliriz.

Çalışmamızda öğrencilerin farklı teknikler geliştirdikleri dikkat çekmiştir. Öğrencilere etkinliklere geçmeden önce tahta ortamında koordinat düzlemi tanıtılıp koordinat belirleme etkinlikleri yapıldığından, tahta ortamında kullanılan orijinden kalemle dalgalar çizerek noktanın uzaklaşma miktarını belirleme tekniğini öğrencilerin geometri sketchpad ortamına uyarlayarak işaretçi ile dalgalar çizerek noktanın koordinatını belirleme tekniği şeklinde kullandıkları görülmüştür. Benzer şekilde noktalar arasındaki mesafeyi belirleme durumunda da işaretçi ile dalgalar çizme tekniğine başvuran öğrencinin olduğu görülmüştür. Çalışmamız sürecinde öğrencilerin enstrümanlı teknikleri belirlendiğinde bazı öğrencilerin ısrarla benzer yanıtları yineledikleri görülmüştür. Örneğin Ö3'ün koordinat düzleminde belirlediği noktalardan geçen doğruyu çizerken kendi belirlediği noktaları seçmeyip noktaların dışındaki alanları seçtiği görülmüştür. Bu yanılğı öğrencinin, belirlediği noktanın aynı zamanda doğruya ait bir nokta olduğunu göremediği şeklinde yorumlanabilir. Ancak bunu kesin olarak ifade edebilmek için birebir görüşmelerin yapılması daha uygun olabilir. Drijvers ve Gravemeijer (2005) enstrümanlı eylem şemalarındaki kavramsal anlama ile enstrümanlı teknikler arasında yakın bir ilişki olduğunu ifade eder. Öğrencilerin, teknik işlemin altında yatan mantığı yalnızca kavramsal temelleri olduğunda anlayabildiğini; teknik zorlukların çok açık bir şekilde kavramsal temeldeki eksiklikten kaynaklandığı; teknik ve kavramsal yönler arasındaki ilişkinin enstrümantal oluşum sürecini karmaşık hale getirdiğini belirtmiştir.

Çalışmamız sürecinde öğrencilere sırasıyla koordinat düzlemini tanımaya, doğrunun noktalardan oluştuğunu anlayarak doğrusal denklemleri tanımaya ve doğrusal denklemlerin farklı temsillerini tanımaya yönelik etkinlikler hazırlanmış ve tüm bu etkinliklerdeki görevleri tamamlayan öğrencilerin süreç boyunca öğrendiklerini gerçek yaşam problemine entegre etme süreçleri gözlemlenmiştir. Böylece öğrencilerin önceki

öğrenmelerinde kullandıkları teknikleri ve görevlerde geliştirdikleri şemaları geliştirip farklı bir duruma uyarlamaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bu aşamada tüm öğrencilerin problemi anlama ve probleme uygun bir çözüm yolu belirleme aşamalarını tamamladıktan sonra belirledikleri çözüme uygun adımları, önceki öğrenmelerini kullanarak farklı bir duruma aktarabildikleri görülmüştür. Drijvers ve Gravemeijer (2005) çalışmasında önce parametrelili denklemlerin çözümü ve cebirsel ifadeleri denkleme yerini koyma süreçlerinde öğrencilerin geliştirdiği teknikleri ve enstrümanlı eylem şemalarını belirlemiştir; sonra bu iki şemanın entegrasyonunu gerektiren denklemlerinin çözümü göreviyle baş başa bırakmıştır. Görevde daha yüksek seviyede ve karmaşık bir şema oluşturulması gerektiği görülmüştür.

5.1.2. Çoklu Temsil Açısından

Konumuza başlık bulalım etkinliği ile öğrencilerin, aynı durumun farklı temsillerle anlatılabileceğini ve bu temsillerden birinde meydana gelen değişimin aynı anda dinamik bir şekilde diğer temsillerde de değişikliğe neden olacağını görmelerini sağlamak amaçlanmıştır. Öğrencilere durumu anlatan temsiller önceden hazırlanmış bir geometri sektehpad taslağı ile verildiğinden öğrenciler bu temsilleri oluşturma süreci ile ilgili bir sıkıntı yaşamamışlar ancak öğrencilerin temsilleri okuma ve yorumlamada bazı zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Örneğin, grafik temsilini etkinlik kağıdına aktarırken grafiğin başlangıç noktası, dikliği-eğikliği (eğimi), doğrunun geçtiği noktaların doğru bir şekilde belirlenmesi aşamalarında neredeyse tüm öğrencilerin zorlandığı ve yanlışlar yaptıkları görülmüştür. Benzer şekilde iki değişken arasındaki ilişki tablo temsili ile verilmiş ve öğrencilerden bu tablo temsilini etkinlik kağıdına aktarmaları istenmiştir. Ancak öğrencilerin ekranda görünen tablodaki ondalık gösterimli değerleri yazmadıkları, değişkenler arasındaki ilişkiye uygun tam sayılı değerleri kendilerinin verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin tabloda kendi belirledikleri tam sayılı koordinat değerine sahip noktaları, grafiği çizerken kullanamadıkları dikkat çekmiştir. Örneğin tabloda (1,2) noktasını kendisi yazmış olmasına rağmen aynı durumu anlatan grafik temsilini çizerken grafiğin (1,2) noktasından geçmesi gerektiği bilgisini kullanamamış; iki temsil arasındaki bağı kuramamıştır denilebilir. Gueudet ve Trouche (2011) çalışmasında öğrencilerin birbirine bağlı değişimi görselleştirmede bazı zorluklar

yaşadığını dile getirmiş ve aynı durumu anlatan farklı temsiller arasındaki bağı kuramadıklarını görmüştür. Öğrenci, dikdörtgenin köşesini sürükleyince çevre ile alan arasındaki ilişkiyi gösteren eğri şeklindeki grafik görünmüştür. Bu grafik üzerinde alınan (x,y) şeklinde ifade edilen bir noktanın aslında dikdörtgenin çevresi ile alanını temsil ettiğini öğrencinin anlayamadığı görülmüştür.

‘Konumuza bir başlık bulalım’ etkinliğinde öğrencilerin, doğrusal denklemleri, örnek olan üç ve örnek olmayan bir durum ile anlamlandırmaları, iki değişken arasındaki değişimi bir süreç olarak tanımlayabilmeleri sağlandıktan sonra kendilerinden doğrusal ilişkiye uygun bir durum yaratmaları istenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin günlük hayatın içinden manavda satılan meyveler, günde içilen su miktarı, hasta birinin ateşinin yükselmesi gibi doğrusal olmak zorunda olmayan değişkenler arasındaki ilişkileri örnek olarak vermelerinin yanında hem günlük hayatın içinden hem de doğrusal ilişkiye uygun olan internet kafede saatler geçtikçe ödenen parayı da örnek verebildikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin doğrusal ilişkili durumları günlük hayatla ilişkilendirebildiğini, iki değişken arasında var olan sabit bir değişimin gerekliliğini farkedebildiklerini göstermiştir. O’Callaghan (1998) çalışmasında bilgisayar tabanlı cebir ile öğretim alan öğrencilerle geleneksel cebir öğretimi alan öğrencilerin fonksiyonu farklı şekillerde kavramsallaştırdıklarını görmüştür. Geleneksel öğrenim gören öğrencilerin çok sınırlı fonksiyon bilgisine sahip olduğunu; genelde fonksiyonu bir denklem olarak tanımladıklarını; bilgisayar tabanlı öğrenim gören öğrencilerin ise fonksiyonu bağımlılık ilişkisini anlatan, girdi ve çıktı değişkenlerini içeren şekilde tanımladıklarını belirtmiştir. Bilgisayar tabanlı öğrenim gören öğrencilerin fonksiyon kavramına sınıf içinden ve sınıf dışından örnekler verebildiklerini ve günlük hayattaki önemini fark edebildiklerini belirtmiştir. Schwarz ve Hershkowitz (1999) da çalışmasının sonunda interaktif ortamda çalışan öğrencilerin çok sayıda fonksiyon örneği ile pek çok deneyim yaşadığından temsiller arasındaki bağı geleneksel ortamda fonksiyon kavramı ile karşılaşan öğrencilere oranla daha kolay kurduğu sonucuna ulaşmıştır. Temsillerdeki manipülasyonların, temsiller arasında ya da temsil içinde, öğrencilere farklı pencerelerin aynı durumu temsil ettiğini göstermesi açısından yardımcı olduğunu görmüştür. Çalışmamızda, konumuza bir başlık bulalım etkinliğinde öğrencilerin doğrusal denklem kavramını bilmeden ancak etkinliklerde kullandıkları tüm temsilleri göz önünde bulundurarak konuya uygun bir başlık

belirlemeleri istendiğinde uygun gördükleri başlıklar şu şekilde olmuştur: değişik değişkenler, çizgi, doğru, değişkenlerin doğru grafiği, denklemler doğrusu, doğru denklem, değişkenler doğrusu, denklem doğruları, d.d.d. (değişken, doğru ve denklemin baş harfleri), doğru grafiği, çizgi grafiği. Öğrencilerin, başlık belirlerken grafik, cebir temsillerini içeren ve değişken kavramının önemini farkında olduklarını gösteren başlıklar belirlemeleri doğrusal ilişkili durumlarda kavram imajlarının zengin olduğunu göstermiştir.

Troposfer etkinliğinin sonunda grafik temsili oluşturulan öğrencilere dağcılarının bu grafiği nasıl yorumlayacakları ve bazı yüksekliklerde sıcaklığın kaç derece olduğu sorulduğunda öğrencilerin grafiği okumakta zorlandığı dikkat çekmiştir. Öğrencilerin, grafiğin noktalardan oluştuğu ve bu noktaların iki değişkeni temsil eden (x,y) ikililerinden meydana geldiği bilgisini kullanamadıkları görülmüştür. Cunningham (2005)'in çalışmasının sonuçları: öğretmenlerin grafikten sayısal temsile geçiş gerektiren problemlere diğer transfer problemlerine ayırdıkları zamandan daha az zaman ayırdıklarını göstermiştir. Cunningham (2005)'a göre grafikten sayısal geçişi gerektiren problemler, doğrusal fonksiyonu bir grafik olarak algılamayı sağlamak ve öğrencilerin, denklemin çözümünde grafikteki sıralı ikilileri seçmesini sağlamaktadır. Çalışmamızda öğrencilerin grafiği anlamlı bir şekilde yorumlama ve okuma aşmasında zorlandıkları dikkat çekmiş ve yaşanan zorluğun nedeninin çalışmadaki etkinliklerin grafik yorumlamaya yönelik olmaması daha çok grafik oluşturmaya yönelik olması olabileceği görülmüştür. Buradan yola çıkarak öğretimdeki vurgunun, öğrencinin grafik yorumlama konusunda başarısız olmasına neden olabileceğine dikkat çekilmek istenmiştir.

'Kuralı uygula', 'doğruları tanıyorum' ve 'doğrulara sabit sayı ekliyorum' etkinliklerinde öğrencilerin bazı prototiplerden yararlanarak farklı durumlara geçiş yapabilmeleri kolaylaştırılmaya çalışılmıştır. Örneğin öğrencilerin $y=x$ doğrusundan yararlanarak $y=mx$ doğrularına geçişi; $y=x$ doğrusundan yararlanarak $y=x+a$ doğrularına geçişi ya da $x=a$ doğrularından yararlanarak $y=b$ doğrularına geçişi kolaylaşmıştır. Çalışmamızdaki bu etkinliklerde öğrencilerin, $y=x$ doğrularını referans olarak alıp diğer doğrular ile ilgili yorum yapabilmeye başarılı oldukları ve kavram imajlarını genişlettikleri görülmüştür. Schwarz ve Hershkowitz (1999), öğrencilerin

prototipleri, kavramı öğrenirken yeni örneklerle başa çıkmada referans olarak kullandıklarını görmüştür. Aynı zamanda fonksiyon kavramını interaktif bir ortamda öğrenen öğrencilerin geleneksel ortama oranla daha zengin kavram imajlarının olduğu; farklı örnekler kullanıp yenilerini üretebildikleri ve doğrulamalarında daha fazla ve farklı fikirler kullanabildikleri görülmüştür. Çalışmamızda aynı zamanda Godwin ve Sutherland (2004)'ın $y=x$ doğrusal denklemini prototip olarak kullanıp öğretimi sadece bunun üzerinden yürüten bir öğretmenin öğrencilerinin $y=3$ ve $y=5$ gibi doğrusal denklemlerin grafiklerini çizemedikleri sonucu da dikkate alınarak $x=a$ doğrularını prototip olarak kullanan öğrencilerin $y=a$ doğrularına geçişi kolaylaştırılmıştır.

Schwarz ve Hershkowitz (1999) çalışmasında çoklu temsil imkanı tanıyan yazılım ortamlarında öğrencilerin iki çeşit manipülasyon kullandıkları ve bu manipülasyonların öğrencilerin fonksiyonun niteliklerini anlamalarını etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Aşağıda iki manipülasyon çeşidi ve bizim araştırma sürecimizde bu manipülasyon türlerine örnek olabilecek eylemlere yer verilmiştir.

- a) Grafikleri ve sayısal bilgileri manipüle etmek için yakınlaştırma, ölçeklendirme ve kaydırma: 'x ile y arasındaki ilişki nedir?' etkinliğinde öğrencilerin verilen ilişkiye uygun (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterdikten sonra düzlemdeki noktaların doğrusallığını daha rahat görebilmek için (1,0) noktasını orijine doğru sürükleyerek koordinat düzleminin sıklığını değiştirmiştir.
- b) Grafikler ve tabloları manipüle etmek için cebirsel ifadeleri dönüştürme: $x=a$ formundaki doğrusal denklemlerin cebirsel ifadesi ile grafiği arasındaki ilişkiyi gördükten sonra doğrusal denklemin cebirsel ifadesini $y=b$ formuna dönüştürüp grafikteki değişimi gözlemlemeye çalıştığı görülmüştür.

Çalışmamızda $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde cebirsel ifadedeki m ve a'nın doğrunun duruşunda nasıl bir değişikliğe neden olduğunu görmeleri istendiğinde öğrencilerin, m'nin, doğrunun dikleşmesini sağladığını kolayca görebildikleri görülmüş ancak; bazı öğrencilerin a'nın doğrunun sadece y eksenini kestiği nokta ile aynı olduğunu görmekte m'nin etkisini görebilmelerine oranla zorlandığı görülmüştür.

Karsenty (2002) çalışmasında yetişkinlerin lisede öğrendikleri $y=x$ ya da benzer doğrusal fonksiyonların grafiklerini çizmeleri durumundaki cevaplarını incelemiş ve verilen cevapları farklı kategorilere ayırmıştır Bizim çalışmamızda bu kategorilerden

“Koordinat sisteminde tek bir noktayı göstermek” ve “X ve y ekseninde iki noktayı birleştirerek doğru parçası şeklinde çizme” şeklinde ifade edilen iki tanesi ortaya çıkmıştır. Tek noktayı belirleyen öğrencinin doğruyu çizebilmek için iki noktaya ihtiyaç duyması sonucu diğer noktayı orijin olarak seçme eğiliminde olduğu görülmüştür. Çelik ve Sağlam Arslan (2012)’a göre öğretmen adaylarının her grafiğin orjinden geçmesi gerektiğine inandıkları ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin doğrusal ilişkili noktaların sayısı ve duruşu ile ilgili yargıya varma sürecinde temsilleri yorumlamada zorlandıkları görülmüştür. Bu zorluklar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Sınırlı sayıda noktanın belirlenebileceğine inanma (doğrusal ilişkili sonsuz sayıda ikili belirlenebileceğini görememe),
- Belirlenebilecek tüm noktaların düz veya doğrusal duracağını görememe (noktaların sıralanışındaki düzeni farkedememe).

Bu zorlukların yaşanmasındaki nedenin kurala uygun sınırlı sayıdaki (6 tane) noktanın belirlenmesinin olduğuna inanılmaktadır.

Çelik ve Sağlam Arslan (2012)’a göre de sözel ifadeden grafiğe geçiş, adayların en başarılı oldukları alan olarak ortaya çıkmıştır. Bizim çalışmamızda giriş temsilinin sözel olması durumunda öğrencilerin görevleri kendi kendilerine yapabilmeleri oranı %46 olurken sözelden grafik temsiline geçmeyi gerektiren iki görev tipinde görevi kendi kendilerine yapabilme oranının %17’ye gerilediği görülmüştür. Görevlerden birincisi x ile y arasındaki ilişkinin sözel olarak ifadesinden yararlanarak (x,y) ikililerini koordinat düzleminde belirlemeye; ikincisi eksenler üzerinde alınan iki noktadan geçen doğrunun oluşturulmasına yöneliktir. Öğrencilerin bu görevleri kendi kendilerine yapmakta zorlanmalarının iki nedeni olduğu görülmüştür. Bunlar aşağıdaki gibidir:

- Sözel ifadeden grafik temsiline geçişte tablo temsilinin kolaylaştırıcı etkisinden yararlanılmaması,
- Noktanın koordinatının (x,y) ikilisi şeklinde söylenmeyip eksen üzerinde olduğundan tek bir değerle söylenmesi.

Çalışmamızda da Ö5 isimli öğrencinin troposfer etkinliğinde yükseklerle çıkıldıkça sıcaklığın azalması durumunda grafiğin aşağı yönde çıkacağını; halbuki dağcıların dağa

tırmadıkları için grafiklerinin de yukarı yönde olması gerektiğini düşündüğünü dile getirmiştir. Bu durumda öğrencinin grafiği bir resim gibi gördüğü görülmüştür. Çelik ve Sağlam Arslan (2012), öğretmen adaylarının birçok durumda soruda verilen sözel ifadedeki eyleme paralellik gösteren grafiği seçme eğiliminde olduğu belirlemiştir.

5.2. Sonuçlar

Doğrusal denklemler konusunun geometri sketchpad kullanılarak hazırlanan etkinliklerle desenlenmiş öğretimi sürecinde öğrencilerin bireysel olarak araç kullanım tekniklerinden yola çıkarak ortaya koyulan bilişsel gelişim süreçleri ve öğrencilerin kullandıkları temsillerde ve temsiller arası geçişlerinde başarı durumları öğretmen desteğine ihtiyaç duyma biçimi dikkate alınarak incelenmiştir.

Öğrencilerin çalışma sırasında sadece yönergelere bağlı kalmadıkları geometri sketchpadin onlara sunduğu imkanları farkedip beklenenden farklı araçları kendi önbilgileri ve tercihleri doğrultusunda verilen görevleri yerine getirmek için kullandıkları görülmüştür (plot points yerine nokta; snop points yerine sürükleme).

Geometri sketchpadin sürükleme artefactının tüm öğrenciler için etkin bir enstrümana dönüştüğü saptanmıştır. Bu dönüşüm sırasında sürükleme artefactı ile ortaya koydukları sürükleme tekniğinin hem epistemik (doğrusal ilişkili noktaların koordinat düzleminde sıralanmasıyla noktaların doğrusallığını daha net görebilmek için) hem de pragmatik değeri (ekrandaki nesnelerin yerini değiştirmek için, hareketli noktanın hareketini kontrol altına almak için) öğrenci çalışmalarında gözlenmiştir. $Y=x$ formundaki doğrusal denklemleri başlangıç prototipi olarak kullanan öğrencilerin $y=mx$ ve $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerle ilgili yorumlar yapabildikleri ve kavrama dair imajlarını genişlettikleri görülmüştür. Bunu yapmak için amaçlı ve kontrollü bir şekilde sürükleme artefactını kullanan öğrencilerin enstrümantal oluşumlarında bu artefactı enstrümana dönüştürerek bir görevi gerçekleştirmek için enstrümantalizasyon sürecini gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerin farklı enstrümanlı teknikler kullandıkları gözlenmiştir. Örneğin, geometri sketchpad ile yönergeleri takip ederek tablo oluşturması beklenen öğrencinin tabloda daha fazla değerin olmasını sağlamak için tabloya tıklama tekniğini geliştirdiği görülmüştür. Bu tekniklerin bazılarının kağıt kalem ortamında kullandıkları teknikleri yazılım ortamına aktarmalarıyla (işaretçi ile dalga çizme tekniği gibi) oluştuğu görülmüştür.

Öğrencilerin, sürükleme artefactındaki enstrümantalizasyon gelişimi diğer artefactlar için aynı şekilde gözlenmemiştir. Bazı artefactı menüler arasında bulmakta zorlandıkları, menüler arasında dolaşarak, artefactın istenen göreve uygunluğuna bakarak ya da deneme yanılma yaparak bulabildikleri görülmüştür.

Çalışmamızda öğrenciler çoklu temsil açısından değerlendirildiğinde öğrencilerin tablo temsilinde ekranda var olan ondalık gösterimli değerleri anlamlandıramadıkları için değişkenler arasındaki ilişkinin sözel ifadesinden yararlanıp kendi belirledikleri tam sayılı değerleri kullanarak tabloyu oluşturdukları görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin grafik temsilini bir nesne olarak gördükleri ve grafiği, tablodaki ikililere karşılık gelen noktalar kümesi olarak göremeyip tablo ve grafik temsili arasındaki ilişkiyi kuramadıkları görülmüştür.

Öğrencilerin doğrusal ilişkili değişkenlerin tablo temsilinde değişkenler arasındaki farkı 'aynı' kelimesiyle; grafik temsilinde noktaların duruşunu 'düz, dümdüz' kelimeleriyle; cebir temsilinde cebirsel ifadeyi 'x bir sayı ile çarpılmış' şeklinde tanımlayarak durumu matematiksel terimleri kullanarak anlatmak yerine günlük konuşma diliyle anlatmayı tercih ettikleri görülmüştür.

Öğrencilerden doğrusal denklem kavramını bilmeden etkinliklerde kullandıkları tüm temsilleri göz önünde bulundurarak konuya uygun bir başlık belirlemeleri istendiğinde öğrencilerin uygun gördükleri başlıklar: değişik değişkenler, çizgi, doğru, değişkenlerin doğru grafiği, denklemler doğrusu, doğru denklem, değişkenler doğrusu, denklem doğruları, d.d.d. (değişken, doğru ve denklemin baş harfleri), doğru grafiği, çizgi grafiği şeklinde olmuştur.

Etkinliklerdeki görevler hem temsil içi hem de temsiller arası geçişi gerektiren görevlerden oluşmuştur. Temsil içi geçiş gerektiren görevler sırasıyla tablo, cebirsel

ifade ve grafik temsilini oluşturup yorumlamayı gerektirmiştir. Öğrencilerin tablo temsilini oluşturup yorumlama görevini kendi kendilerine yapabilme oranı %33,33.. iken; cebirsel ifade ve grafik temsillerinde bu oranlar sırasıyla %83... ve %50 şeklindedir. Öğrencilerin tablo temsilinde diğerlerine oranla daha fazla öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyma nedenlerinin sözel ifadeye uygun bir şekilde tabloyu kendilerinin oluşturması olup; diğer temsillerde ekranda gördüklerini kağıda aktarmalarının istenmesidir.

$X=a$ ve $y=b$ formundaki doğrusal denklemlerde $x=a$ prtotipinden yararlanarak $y=b$ formundaki doğrusal denklemleri yorumlayabilen öğrencilerin öğrendiklerini uygulamaya dökülebildiği ve cebirsel ifade ile grafik temsili arasında ilişki kurabildiği görülmüştür.

$Y=x+a$ formundaki doğrusal denklemlerin grafiklerindeki paralellliği görmek için bir öğrencinin doğrular arasına x eksenine paralel olacak şekilde doğru parçaları çizerek bunların uzunluklarının aynılığına baktığı; başka bir öğrencinin de işaretçi ile doğrular arasındaki mesafenin aynılığını belirlediği görülmüştür. Doğruların paralellliğini göstermek için farklı teknikler geliştiren öğrencilerin enstrümantal oluşum sürecinde de bilişsel özellikleri, önbilgileri ve tercihleri doğrultusunda farklılaştığı aynı zamanda aracın onların düşünce şekli ve görevi ele alış yöntemini etkilemesi nedeniyle enstrümantasyon sürecini gerçekleştirdikleri görülmüştür. $Y=mx$ ve $y=mx+a$ formundaki doğrusal denklemlerde cebirsel temsil ile grafik temsili arasındaki ilişkiyi kurup aynı durumu anlatan temsilleri eşleştirmeleri istenen öğrencilerin bu görevlerde sırasıyla %53 ve %67 başarılı oldukları görülmüştür.

$Y=mx$ formundaki doğrusal denklemlerde m 'nin doğrunun duruşunda neden olacağı etkiyi y eksenine yaklaşma-uzaklaşma, saat yönünde-tersi yönde dönme, dikliğin artması-azalması şeklinde günlük konuşma dilindeki ifadelerle tarif ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel terimlerden çok günlük hayatta kullanılan kelimelerle kendilerini ifade ederken kendilerini daha rahat ve güvende hissettikleri görülmüştür.

Öğrencilerin eksenler üzerindeki noktaların kordinatındaki ortak özelliği fark edebildikleri ancak bu bilgiyi kullanarak denklem çözümünü gerçekleştiremedikleri

görülmüştür. Bunun yerine öğrencilerin, cebirsel ifadeyi x ve y arasındaki ilişki şeklinde yorumlayıp bu ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleme; sonrasında bu ikilileri koordinat düzleminde gösterip düzlemde beliren noktalardan geçen grafiği oluşturma ve doğrunun eksenleri kestiği noktaları gözlemleyip koordinatını belirlemeyi tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin cebirsel temsilde bilinmeyenlerden birine değer verip diğerini çözme durumunda zorluk yaşadıkları bu zorluğun üstesinden grafik temsilini kullanarak geldikleri dikkat çekmiştir. Cebirsel ifadesi verilen doğrusal denklemin grafiğinin eksenleri kestiği noktaların kordinatını bulmak için grafiğin çizilmesinin daha kolay olduğunu savundukları ve bunu yapmak için gerçekleştirmeleri gereken adımları da yapabildikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin geometri sketchpadi bir enstrümana dönüştürebildiklerini ve aracın koordinat düzleminde nokta oluşturmayı ve grafik çizmeyi kolaylaştırıcı özelliğinin öğrencilerin problemi çözme yöntemini etkilemesi ve şekillendirmesi boyutu ile enstrümantasyon süreci olduğu görülmüştür.

Gerçek yaşam probleminde öğrencilerin problemi anlama aşamasında işlemsel becerilere yönelik çözüm önerileri ürettikleri sonrasında sırasıyla sayı doğrusu çizme (tek değişken verilebildiğinden vazgeçilmiştir), grafik çizme ve bunun için önce tablo oluşturma önerilerini getirip çözüme uygun adımları gerçekleştirerek grafiği oluşturabildikleri ancak pek çok noktadan oluşturdukları grafiği oluşturduktan sonra grafikteki noktalara karşılık gelen (x,y) ikililerini yorumlayamadıkları görülmüştür.

Grafik temsilini yorumlamakta zorlandıkları tespit edilse de doğrusal denklemler konusunda alan yazında elde edilen pek çok sonuçtan farklı olarak cebir temsili yerine geometri sketchpad ortamında grafik temsilinin tercih edildiği görülmüştür. Öğrencilerin geometri sketchpad ortamında doğrusal denklemler konusu ile ilgili ortaya koydukları enstrümanlı eylem şemalarının temel bileşenleri belirlenmiş, geometri sketchpadin öğrenciler için etkin bir enstrümana dönüştüğü saptanmıştır.

5.3.Öneriler

- Öğretmenler, doğrusal denklemlerin öğretiminde grafik temsilini kolaylaştırmak için teknoloji kullanımına yer verebilir.

- Öğretmenler, beceri gerektiren ve zaman alan koordinat düzlemi çizmeyi, tablo oluşturmayı kolaylaştırmak adına tablo ve koordinat düzlemi taslaklarının yer aldığı etkinlik kağıtları hazırlayabilir.
- Öğretmenler, grafik temsilini yorumlamayı ve grafikten tabloya geçişi gerektiren etkinliklere daha fazla yer verebilir.
- Koordinat düzleminde eksenler üzerinde alınan noktaların koordinatlarının belirlenmesine yönelik ilave alıştırmalar yapabilir.
- Matematik eğitiminde teknoloji kullanımının önemi, etkililiği ve verimli olduğu alanlar değerlendirilerek öğretim sürecine entegre edilebilir.
- İki değişken arasındaki ilişkiyi örüntü kavramı ile öğrenen 6. sınıf öğrencileri ile örüntülerin tablo ve cebirsel ifade temsilleri arasındaki ilişkiyi pekiştirmelerine ve bu iki değişkenin çizgi grafiği şeklinde temsil edilmesine yönelik öğretimler tasarlanabilir.
- Denklem sistemlerinin çözüm kümesini belirlemede grafik ve cebir temsillerinin kullanımında geometri sketchpadin etkisini incelemeye yönelik bir çalışma yürütülebilir.

EKLER

Öğretmen Uygulama Notları

'Hazine Adası' Öğretmen Uygulama Notu

HAZİNE ADASI

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

7. Koordinat düzleminde eksenlerden hangisine x, hangisine y deneceğini bilir.
8. Eksenlerin kesişim noktasına (0,0), orijin deneceğini bilir.
9. Koordinatlar söylenirken önce x (apsis), sonra y (ordinat)'nin söyleneceğini bilir.
10. Noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde söyler.
11. Koordinatların doğruluğunu sketchpadle kontrol eder.
12. Koordinat düzleminde düzlemin ayrıldığı bölgeleri tanıır.

Anahtar Kelimeler

- Eksen
- X ekseni
- Y ekseni
- Orijin
- Apsis
- Ordinat
- Koordinat
- Eksenlerin ayırdığı bölgeler

Ders Hakkında;

Bu derste koordinat düzleminde eksenler ve bölgelerle tanışılacak koordinat düzlemindeki bir noktanın koordinatları söylenirken önce x, sonra y eksenindeki ilerleme miktarının söylenmesi gerektiği üzerinde durulacaktır. Koordinat düzlemindeki bölgelerle tanışılacaktır.

Öğrenciler ;

- Koordinat düzleminde yatay ve dikey eksenin varlığını görecek,
- Yatay eksene x ekseni, dikey eksene y ekseni dendiğini öğrenecek,
- İki eksenin kesişim noktasının orijin olduğunu öğrenecek,
- Bir noktanın koordinatı söylenirken önce x sonra y eksenindeki ilerlemenin söylenmesi gerektiğini öğrenecek,
- Koordinat düzleminin ayırdığı bölgeleri keşfedecek,
- Koordinat düzlemindeki bölgelerin isimlerini öğrenecek,
- Koordinat düzlemi ile noktaların yerinin söylenmesinin kolaylık ve önemini fark edecektir.

Tartışma Noktaları ve Olası Sorular

Uygulama süresinde öğrencilerin soruları sesli okuması sağlanabilir. Böylece soruda kendisinden isteneni anlamayan ve dile getiremeyen öğrencilerin katılımı desteklenmiş olur. Soruda isteneni anlama konusunda sıkıntı yaşandığında tüm öğrencilerin sesli düşünceleri sağlanarak düşüncelerini dile getirmelerine yardımcı olunabilir. Yazılımı kolaylıkla kullanmalarının sağlanması adına uygulama öncesinde yazılımı tanımak için yapılan etkinliklerde her menü ve araç sırasıyla tanıtılıp; kullanımlarını pekiştirmek amacıyla öğrencilerin yazılımda öğretmen yardımı olmadan çalışmalarını sağlanabilir. Bu çalışmada noktaların koordinatlarını belirlerken (x,y) şeklinde ifade etmede öğrencilerin sıkıntı yaşamamaları için öğrencilerden istenen noktaların dışındaki noktalardan bazılarının koordinatları yazılım kullanarak, kağıt-kalem ortamında ya da tahtada örnek olarak verilebilir.

Aşağıdaki noktaların koordinatlarını yukarıda anlatıldığı gibi (x,y) ikilileri olarak ifade edin. Yanlarına da kaçınca bölgede olduğunu yazın (yazarken yukarıda verilen bilgilerden yararlanın).

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| • A (2 , 3) 1. Bölge | E (6 , -1) 4. Bölge |
| • B(-5 , 2) 2. Bölge | F (4 , -4) 4. Bölge |
| • C (-2 , 4) 2. Bölge | G (-3 , -3) 3. Bölge |

Öğretmen İpucu: Tüm bu aşamalarda öğretmen, öğrenci etkinlik kağıdında verilmek istenen bilgilerle, anlatılmak isteneni sesli okuyarak, sorularda öğrencilerden ne yapılması istendiğini açıklayarak derse yön vermeli. Etkinlik sırasında tahtadan yararlanarak koordinat düzlemi tanıtılmalı, bölgelerdeki x ve y eksenlerinin işaretlerine vurgu yapılmalı. Bu etkinlikte her şehir için orijinden başlayarak koordinat belirlerken x ekseninde hangi yönde kaç birim ve y ekseninde hangi yönde kaç birim ilerlenirse noktaya ulaşılacağı soruları sorularak öğrencinin koordinat düzleminde noktayı belirlerken zorlanmasının önüne geçilmeye çalışılmalı. Bu görevin sonunda öğrencilerden koordinat düzleminin üzerindeki bir noktanın koordinatlarını belirlerken önceliğe (önce x, sonra y) dikkat etmeleri, bölgelere verilen isimlere karar verirken bölgelerin sağ üstten 1 numarayla başlayıp ‘saat yönünün tersi’ yönüne doğru 4 bölgeye ayrıldığı vurgusu yapılmalı. vermeleri beklenmelidir.

Bu etkinlik sırasında öğrenciler şu konuda uyarılmalı: ‘bundan sonra yapacağınız benzer etkinliklerde, yapacağınız adımlar etkinlik kağıdında yazmayacağından ve kendi kendinize yapmanız gerektiğinden bu etkinlikte kullandığımız menü ve komutları aklınızda tutmaya çalışın.

‘Türkiye Turu’ Öğretmen Uygulama Notu

TÜRKİYE TURU

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

7. Koordinat düzleminde eksenlerden hangisine x hangisine y deneceğini bilir.
8. Eksenlerin kesişim noktasına (0,0), orijin deneceğini bilir.
9. Koordinatlar söylenirken önce x (apsis), sonra y (ordinat)’nin söyleneceğini bilir.

10. Noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde söyler.
11. Koordinatların doğruluğunu sketchpadle kontrol eder.
12. Koordinat düzleminde düzlemin ayrıldığı bölgeleri tanıır.

Anahtar Kelimeler

- Eksen
- X ekseni
- Y ekseni
- Orijin
- Koordinat
- Apsis
- Ordinat
- Eksenlerin ayırdığı bölgeler

Ders Hakkında

Bu derste ‘koordinat düzleminde noktaların koordinatlarını (x,y) ikilisi şeklinde söyleme’ etkinliğinin pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Ders sonunda öğrencilerin kordinat belirlemenin ne zaman ve nasıl kullanılacağı, hangi alanlarda işimize yarayacağı konusunda fikir sahibi olmaları ve günlük hayatta nasıl kullanabilecekleri ile ilgili bilgilerinin olması istenmektedir.

Öğrenciler;

- Koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatlarını belirleyebilecek,
- Koordinat düzleminin günlük hayatta kullanılabileceği alanları görebilecek,
- Noktaların kordinatını belli bir düzene göre (önce x, sonra y) söylenmesinin önemini fark edecek,
- Yer belirleme ve bulmada koordinat düzleminin yararını fark edecek,
- Yazılım kullanarak kordinat belirlemenin ve belirlenen kordinatların doğruluğunu kontrol etmenin kolaylığını görecektir.

Tartışma Noktaları ve Olası Sorular

Bu çalışma, ‘Hazine Adası’ etkinliğinde kazandırılması hedeflenen kazanımların pekiştirilmesine yönelik bir etkinliktir. Öğrencilerdeki eksik ya da yanlış bilgiler bu etkinlikte düzeltilmeli ve tam öğrenme sağlanmalıdır.

Edirne (-14, 5)	Eskişehir(-7, 0)	Adana(-1, -4)	Ordu(3, 3)
Çanakkale(-14, 2)	Ankara(-5, 2)	Osmaniye(0, -5)	Rize(8, 4)
Balıkesir(-13, 1)	Konya(-5, -2)	Kahramanmaraş(2, -3)	Erzurum(9, 2)
Bursa (-11, 2)	Niğde(-2, -3)	Sivas(2, 1)	Kars(11, 3)
Kütahya(-10, 0)	Kayseri(-1, -2)	Samsun(0, 4)	Van(13, -2)

Öğretmen İpucu: Bu etkinlikte, her şehir için, orijinden başlayarak koordinat belirlerken: ‘x ekseninde hangi yönde kaç birim ve y ekseninde hangi yönde kaç birim’ ilerlenirse noktaya ulaşılacağı soruları sorularak öğrencinin koordinat düzleminde noktayı belirlerken zorlanmasının önüne geçilmeye çalışılmalı. Etkinlik öncesinde, kullanacakları menülerin, bir önceki ‘Hazine Adası’ isimli etkinlikte kullandıkları menülerle aynı olduğu hatırlatılmalı. Hangi menüyü kullanmaları gerektiğini bulurlarken müdahale edilmemeli. Birbirlerinden bakmamaları için uyarılmalı ki zaman olsa dahi menüyü kendi çabalarıyla bulmaya çalışmaları önemli ancak uzun süre bulamamaları durumunda arkadaşlarından yardım almalarına izin verilebilir ya da öğretmen yönlendirmesi ile menüyü bulmaları sağlanabilir. Bu süreç onların yazılımda menüleri öğrenmek için daha fazla çaba göstermelerini sağlamanın yanında kendi kendilerine yapabilmeyi özgüvenini duymalarını da sağlayacaktır. Yazılım kullanırken yaşanan sıkıntılarda çok gerekli olmadıkça kontrolü tamamen öğretmenin ele almaması ve öğrenciye, yapılan rehberlikle buldurulmaya çalışılması oldukça önemlidir.

‘x ile y Arasındaki İlişki Nedir?’ Öğretmen Uygulama Notu

X İLE Y ARASINDAKİ İLİŞKİ NEDİR?

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

1. (x,y) ikililerinde verilen kurala uygun ikililer belirleyebilir.

2. Kendi belirlediği x değerine bağlı y değerini sketchpad'ten yararlanarak hesaplayabilir.
3. Verdiği x 'e bağlı hesapladığı y değeri ile (x,y) ikilisini oluşturabilir.
4. (x,y) ikililerini sketchpad'ten yararlanarak koordinat düzleminde gösterebilir.
5. Koordinat düzleminde gösterdiği noktaların doğrusallığını görebilir.
6. Kurala uygun (x,y) ikililerinden sonsuz sayıda bulunabileceğini görür.
7. Etkinlikteki adımları, x ve y arasındaki kural değiştirildiğinde, sketchpad kullanarak yardım almadan yapabilir.

Anahtar Kelimeler

- (x,y) ikilisi
- Koordinat düzlemi
- Düzlemde bir nokta
- Doğrusallık
- Doğru
- Tablo
- Grafik

Öğrenciler;

- Kendi belirlediği x değerine bağlı y değerini sketchpad'ten yararlanarak hesaplayabilecek,
- Verdiği x 'e bağlı hesapladığı y değeri ile (x,y) ikilisini oluşturabilecek,
- x , y değerlerinden ve (x,y) ikilisinden oluşan tabloyu doldurabilecek,
- (x,y) ikililerini sketchpad'ten yararlanarak koordinat düzleminde gösterebilecek,
- Koordinat düzleminde belirlediği noktaların doğrusallığını görebilecek,
- Bulduğu (x,y) ikililerinden sonsuz tane hesaplanabileceğini anlayabilecek,
- Sonsuz sayıda (x,y) ikilisinin koordinat düzleminde gösterilmesiyle, noktaların bir araya gelerek, doğru oluşturacağını görebilecek,
- Tablodaki değerlerin koordinat düzleminde gösterilmesiyle, x ile y arasındaki ilişkinin grafik gösteriminin elde edileceğini bilecek,
- x ve y arasındaki kural değiştirildiğinde aynı adımları sketchpad kullanarak, yardım almadan yapabilecektir.

Tartışma Noktası ve Olası Sorular

Bu etkinlikle amaçlananlar x ile y arasında doğrusal bir ilişki verildiğinde bu ilişkiye uygun x ve y değerlerini belirleyip, bunları (x,y) ikilisi şeklinde yazabilmek ve yazılabilecek noktanın sonsuz sayıda olacağını görebilmektir. Bunun yanında, verilen x değerine bağlı olarak hesaplanan y değeri ile bir tablo oluşturabilmek ve yapılan çalışmayı özetler nitelikteki tablo temsilinden yararlanarak belirlenen noktaları grafik temsiline dönüştürmelerini sağlamaktır. Grafik olarak temsil edilen x ile y arasındaki ilişkinin bir doğru oluşturduğunu ve bu doğrunun ilişkiyi temsil eden sonsuz sayıda noktadan oluştuğunu görebilmelerini sağlamaktır. Bu çalışma, konumuza başlık bulalım çalışması ile beraber öğrencilerin ‘doğrusal denklemler ya da doğru denklemleri’ kavramına ulaşmalarını sağlama açısından oldukça önemlidir.

GÖREV:1

x	y	(x,y)
-----	-----	---------

-1	-2	$(-1,-2)$
----	----	-----------

0	0	$(0,0)$
---	---	---------

1	2	$(1,2)$
---	---	---------

2	4	$(2,4)$
---	---	---------

-2	-4	$(-2,-4)$
----	----	-----------

Koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?

Koordinat düzleminde belirlediğimiz noktalar bir araya geldiğinde doğru oluşturdu. Düzoldular. Noktalar doğrusaldır.

Yukarıda belirlediğiniz durumu sağlayan başka noktalar da var mı? Varsa kaç tane vardır?

Evet var. Bir sürü nokta bulabiliriz. Kısaca sonsuz sayıda nokta bulunabilir.

GÖREV 2:

x	y
-----	-----

0	2
---	---

1	5
---	---

2	8
---	---

3	11
---	----

4	14
---	----

Koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?

Noktalar bir araya geldiğinde dümdüz olur. Doğru oluşturur. Noktalar doğrusaldır.

Yukarıda belirlediğiniz durumu sağlayan başka noktalar da var mı? Varsa kaç tane vardır?

Evet var. Bir sürü nokta bulabiliriz. Kısaca sonsuz sayıda nokta bulunabilir.

Öğretmen İpucu: Etkinliğe başlamadan önce öğrencilerden, öğretmenin vereceği herhangi bir kurala uygun (x,y) ikilileri belirlemeleri istenebilir. Örneğin;

Öğretmen: ‘kural şu: verilen x değerlerinin hep üç katını alacaksınız’ der ve sırayla ilk öğrencinin bir sayı söylemesini bunun ‘x’ olacağını, ikinci öğrencinin de kuralı uygulayarak y’yi bulmasını ister ve belirlenen x ve y değerlerini ve (x,y) ikililerini tahtaya yazar. Aynı kuralı sağlayan öğrencilerin anladığını gösterecek sayıda örnek yapıldıktan sonra kural değiştirilebilir hatta zorlaştırılabilir: ‘y değerleri x değerlerinin 2 katından 5 eksik olsun’ gibi. Böylece öğrencilerin kurala uygun x-y değerleri belirleme ve bunu (x,y) ikilisi şeklinde yazarak koordinat düzleminde göstermede daha az zorluk yaşamaları sağlanabilir.

İkinci görevde öğrencilere, bir önceki görevde hesaplama için sketchpad’te hangi menüleri kullandıklarını hatırlamaları ve aynı şekilde hesaplama yapmaları istenmelidir. Böylece menülerden ne ölçüde faydalanabildikleri görülmüş olacaktır. Bu aşamada öğrencilere hangi menüyü kullanacaklarını bulurken etkinlik kağıdındaki yönergelere bakmadan kendi kendilerine yapmaya çalışmaları konusunda uyarıda bulunulmalıdır.

Etkinlikten sonra, öğrencilere ‘ $y=x^2$ (y’ler x’lerin karesi)’ olacak şekilde x ve y arasındaki ilişkinin belirtilmesi durumunda ortaya çıkan şeklin nasıl olacağı sorusu sorulabilir. Öğrencilerin tahmin etmesi sağlandıktan sonra tahminlerinin doğruluğunu sketchpad kullanarak kontrol etmelerine fırsat verilebilir. Böylece x ve y arasındaki ilişkinin grafiğinin, her durumda bir doğru oluşturmayacağını bazı durumlarda farklı şekillerin ortaya çıkabileceğini, bu durumların da bir sonraki etkinlikle kolayca görüleceği bilgisi verilebilir.

‘Konumuza Bir Başlık Bulalım’ Öğretmen Uygulama Notu

KONUMUZA BİR BAŞLIK BULALIM!

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

9. ‘Balina (aylara bağlı kilo değişimi), kiralık bisiklet (zamana bağlı ödenen paranın değişimi), şekerçi dükkanı (zamana bağlı alınan maaş değişimi)’ etkinliklerindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi anlar ve sözel olarak ifade edebilir.
10. ‘Balina, kiralık bisiklet ve şekerçi dükkanı’ etkinliklerindeki değişkenler arasındaki ilişkinin tablo, grafik ve cebirle nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilir.
11. Bir karenin ‘kenar uzunluğuna bağlı alan’ ilişkisini sözel olarak ifade edebilir.
12. Karenin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkinin tablo, cebir ve grafikte nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilir,
13. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin tablo temsilinde olması gereken ortak özelliklerini bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden),
14. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin grafik temsilinde olması gereken ortak özellikleri bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden),
15. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemin cebir temsilinde olması gereken özellikleri bilir (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden) ,
16. Cebirsel ifadesi, grafiksel olarak temsil edildiğinde doğru şekli oluşan, iki değişken arasındaki ilişkiyi anlatan konuya, uygun bir başlık belirler,
17. Son olarak ‘doğrusal denklem kavramına’ yaklaşan öğrenciler, iki değişken arasındaki ilişkinin anlatıldığı ve grafiğinin doğrusal olduğu durumlarda grafik, cebir ve tablo temsilinde olması gereken ortak özellikleri bilir.

Anahtar Kelimeler

- Sözel ifade
- Tablo temsili
- Grafik temsili
- Cebir temsili
- Doğrusal denklem
- Doğru denklemi
- Değişken
- Bir değişkene bağlı başka bir değişken
- Değişkenler arasındaki ilişki

Ders Hakkında

Bu dersin sonunda öğrenci ‘doğrusal denklem ya da doğru denklemi’ ifadesine ulaşır. Aynı zamanda doğrusal denklemlerin hangi alanlarda, hangi durumlarda, ne amaçla ve nasıl kullanılabileceğini bilir. Doğrusal ilişkili durumların grafik, cebir ve tablo temsili bir arada görerek tek bir durumu birçok farklı temsille ifade edebileceğini görür. Örnek durumlardan yararlanarak tablo, cebir ve grafik temsillerini nasıl yorumlayacağını anlar. Bir önceki etkinlikte tablodan grafiğe geçen öğrenci bu dersle temsiller arası geçişle ilgili genel bir fikre sahip olur.

Bu etkinlikte öğrencileri zorlayacak bir sketchpad kullanımına yer verilmemiştir çünkü etkinliğin amacı sketchpad’ten yararlanarak ‘bir değişkene bağlı başka bir değişkenin değişiminin aynı zamanda aynı durumun’ farklı ve çok sayıda prototipini oluşturup bunlardan öğrencilerin genel bir sonuca ulaşmasını sağlamaktır.

Öğrenciler;

1. ‘Balina (aylara bağlı kilo değişimi), kiralık bisiklet (zamana bağlı ödenen paranın değişimi), şekerçi dükkanı (zamana bağlı alınan maaş değişimi)’ etkinliklerindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi anlar ve sözel olarak ifade edebilecek,

2. ‘Balina, kiralık bisiklet ve şekerçi dükkanı’ etkinliklerindeki değişkenler arasındaki ilişkinin tablo, grafik ve cebirle nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilecek,
3. Bir karenin ‘kenar uzunluğuna bağlı alan’ ilişkisini sözel olarak ifade edebilecek,
4. Karenin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkinin tablo, cebir ve grafikte nasıl temsil edileceğini görür ve temsilleri kağıda aktarabilecek,
5. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin tablo temsiliinde olması gereken ortak özelliklerini bilecek (örnek durumların - isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden),
6. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemlerin grafik temsiliinde olması gereken ortak özellikleri bilecek (örnek durumların - isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden),
7. Doğrusal denklemlere örnek durumlardan yararlanarak, doğrusal denklemin cebir temsiliinde olması gereken özellikleri bilecek (örnek durumların -isim olarak- doğrusal denkleme örnek olduğunu bilmeden) ,
8. Cebirsel ifadesi, grafiksel olarak temsil edildiğinde doğru şekli oluşan, iki değişken arasındaki ilişkiyi anlatan konuya, uygun bir başlık belirleyebilecek,
9. Son olarak ‘doğrusal denklem kavramına’ yaklaşan öğrenciler, iki değişken arasındaki ilişkinin anlatıldığı ve grafiğinin doğrusal olduğu durumlarda grafik, cebir ve tablo temsiliinde olması gereken ortak özellikleri bilecektir.

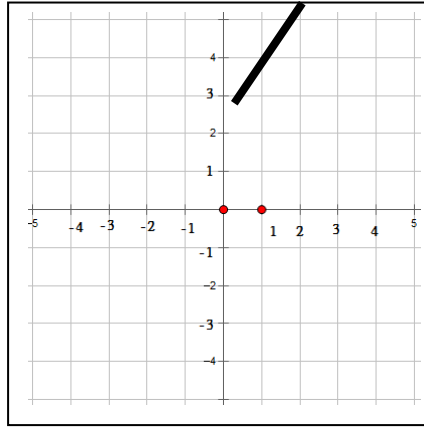
Tartışma Noktaları ve Olası Sorular

Bu etkinlikte öğrencilere balina, bisiklet, şekerçi dükkanı ve karenin alanı gibi örnek durumların tablo ve grafiğini yorumlamalarını gerektiren sorular sorulabilir. Örneğin; önce tablodaki sonra da grafikteki değerleri kullanabilecekleri sorular arkasından da ‘Aynı değer hem grafikte hem de tabloda aynı sonuca ulaştırır mı?’ gibi sorular sorularak aslında tablo ve grafiğin aynı durumu temsil eden farklı gösterimler olduğu sonucuna ulaşılmaları sağlanabilir. Örnek verilecek olursa; ‘Balina 4 aylıkken kaç kilodur?’ Sorusunun cevabını öğrenciden hem tablodan hem de grafikten bulması istenebilir.

Öğrenciler bu etkinliğin sonunda tablodaki değerlerin sabit artan, grafiğin doğrusal ve cebirsel ifadedeki bilinmeyenlerin de birinci dereceden olduğu sonucuna varabilmeli. Bunu yaparken öğrencilerin her birine söz hakkı verilmeye çalışılmalı. ‘Konumuza bir başlık bulalım!’ kısmında beyin fırtınası yöntemi ile hiç eleştirmeden fikirlerini rahatça dile getirmeleri sağlanıp; sonrasında konumuza en uygun başlık belirlenebilir. Son olarak konunun asıl başlığının kitaplarda ‘doğrusal denklemler ya da doğru denklemleri’ olduğu ifade edilebilir.

Örnek durum 1: Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg’dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. Daha almaktadır.

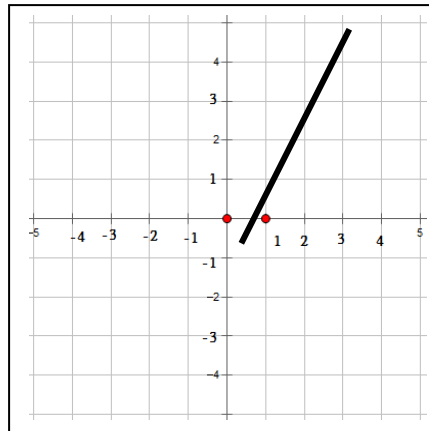
Ay	Kilo
0	3
1	6,5
2	10
3	13,5
4	17



Cebirsel ifade:
 $y=3+3,5x$

Örnek durum 2: Küçük bir kasabada saati 2 liraya bisiklet kiralayan bir şirket vardır. Bu şirketin saat hesabı karşılığında kazandığı para miktarı nasıl değişmektedir?

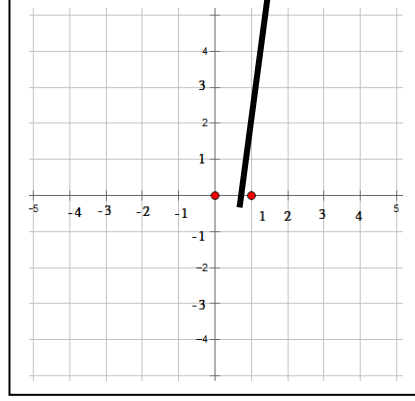
Saat	Para
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8



Cebirsel ifade:
 $y=2x$

Örnek durum 3: Asuman şekerçi dükkanında kasiyer olarak çalışmaktadır. Çalıştığı saat başına 7 tl kazanmaktadır. Asuman'ın çalıştığı saat ile aldığı para arasındaki ilişki nasıldır?

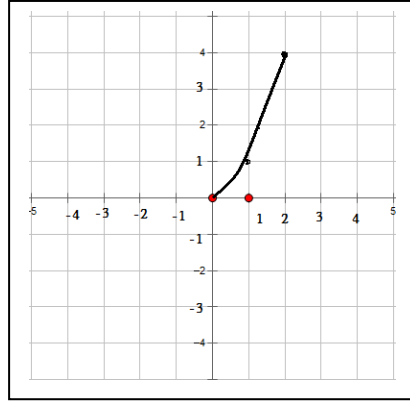
Saat	Alınan para
0	0
1	7
2	14
3	21
4	28



Cebirsel ifade: $y=7x$

Örnek durum 4: Kenar uzunluğu a cm olan bir karenin kenar uzunluğu arttıkça ($a=1$, $a=2$, $a=3$ gibi) alanının değişimi nasıl olur?

Kenar uzunluğu	Karenin alanı
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16



Cebirsel ifade: $y=x^2$

- İlk üç örnek durumda tablodaki değerlerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki tablodaki değerlerin onlardan farkı nedir?

İlk üç örnek durumda tablolardaki değerlerin sabit bir artış gösterdiği görülmektedir.

Kare etkinliğinde ise x değişkenine bağlı y değişkeni arasındaki farklar yani artış sabit değildir.

- İlk üç örnek durumda grafiklerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki grafiğin onlardan farkı nedir?

İlk üç örnek durumda grafiklere bakıldığında grafiğin doğrusal, kare etkinliğinde ise eğri olduğu görülmektedir.

- İki değişken arasındaki ilişkinin cebirsel olarak anlatıldığı (denkleminin verildiği), tablo ile temsil edilebildiği ve grafiğinin doğru şeklinde olduğu durumlara siz olsanız nasıl bir isim verirdiniz? (konumuza bir başlık bulalım)

Bu aşamada öğrencilerin fikirlerini söylemelerine imkan tanınmalı, öğretmen tarafından eleme yapılmadan tahtaya yazılıp, en uygun olanına öğrencilerle beraber karar verilmelidir.

- İlk üç, **örnek durumda** cebirsel ifadelerin ortak özelliği nedir?
- Kare etkinliğindeki cebirsel ifadenin onlardan farkı nedir?

İlk üç örnek durumda cebirsel ifadelere yani denklemlere bakıldığında denklemlerdeki değişkenlerin birinci dereceden olduğu ya da sabit bir sayı ile çarpıldığını ama kare etkinliğinde x değişkeninin karesinin alındığını yani 2. dereceden oluşunu ya da kendisi ile çarpıldığını görüyoruz.

- Kısaca özetlemek gerekirse iki değişken arasındaki ilişkinin cebirsel olarak anlatıldığı cebir ve grafik ile temsil edilebildiği durumu anlatan **cebir, grafik ve tablo** gösteriminde olması gereken özellikler nelerdir?

Tablo temsiline de değişkenler arasındaki farkın sabit olması, cebir gösteriminde değişkenlerin birinci dereceden olması, grafik temsiline grafiğin doğrusal olması gerekir.

Öğretmen İpucu : Bu etkinlikte tablo, grafik ve cebir temsillerini oluşturmalarının yanında yorumlamalarına da imkan tanıyacak sorulara yer verilmeli. Temsilleri yorumlayabilen öğrenciler ilk üç durumda tablo, grafik ve cebir temsilindeki ortak özelliği ve dördüncü durumdaki farkı daha kolay görebileceklerdir. Ortak özelliği ve farkı görme aşamasında öğrencilerin fikirlerini söyleyebilecekleri rahat bir ortam oluşturulmalı. Tüm öğrencilerin katılımın sağlanması için bireysel olarak sorular da sorulabilir. Tablo temsilinde öğrenciler, ‘değişkenler arasında sabit bir fark vardır’ şeklinde düzgün bir ifadeyi dile getiremeseler de anlatmak istedikleri ancak uygun kelimeyi bulamadıkları durumlarda –sabit kelimesi gibi farklı kelimeler önerilerek öğrencilerin içlerinden kendilerine uygun bulduklarını seçmeleri sağlanabilir. Öğrencilerden birinin hemen doğru cevaba ulaşmasıyla etkinlik tamamlanmamalı, gerekirse duymazdan gelinerek diğer öğrencilerin de fikirlerini dile getirmeleri sağlanmalı.

KURALI UYGULA

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

6. ‘x hep sabit bir sayı olsun, y’ler istedikleri değerleri alabilir’ sözel ifadesine uygun tabloyu oluşturabilir.
7. Oluşturduğu tabloya uygun grafiği sketchpad kullanarak çizebilir.
8. Çizdiği grafiğin cebirsel karşılığını sketchpad yardımıyla bulabilir.
9. ‘ $x=a$ ’ şeklinde cebirsel formda veya grafiği verilen doğru denklemini eksenlere diklik ve paralellik boyutundan yorumlayabilir.
10. ‘ $x=a$ ’ şeklinde cebirsel formda verilen doğru denklemde x’in sabit bir değer aldığını y’nin ise istediği değerleri alabileceğini bilir ve bu şartı sağlayan (x,y) ikililerini kordinat düzleminde gösterebilir.
11. Koordinat düzlemindeki noktaların bir araya gelerek bir doğru oluşturduğunu fark eder.
12. Grafik temsili ile verilen doğru denklemlerini grafiğe uygun tablo temsili ile eşleştirebilir.
13. Doğru grafiği ile denklemi arasındaki ilişkiyi görür ve anlar.

14. 'y=b' şeklinde cebirsel formda verilen doğru denklemlerini çizmeden eksenlerle konumunu yorumlar ve sketchpad yardımıyla grafiğini çizerek yorumlarının doğruluğunu kontrol eder.

Anahtar Kelimeler

- (x,y) ikilisi
- (x,y) ikilisine koordinat düzleminde karşılık gelen nokta
- Doğrunun denklemi
- Doğrunun grafiği
- Cebirsel ifade
- Diklik
- Paralellik

Ders Hakkında;

Bu dersin amacı; öğrencilerin $x=a$ ve $y=b$ formundaki doğru denklemlerinin sözel olarak ne anlama geldiğini yorumlayabilmelerini, sözel olarak ifade edebildikleri ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleyerek tablo temsilini oluşturmalarını ve tablodaki değerleri kullanarak doğrunun grafiğini oluşturabilmelerini böylece aynı durumu hem sözel hem tablo hem de grafik temsili ile görebilmelerini sağlamaktır. Etkinliğin sonunda öğrencilerin, öğrendiklerini aktarabilme derecelerini görmek amacıyla cebirsel ifade-grafik eşleştirme sorularına yer verilmiştir.

Öğrenciler;

- Öğrenciler 'x=a' ve 'y=b' şeklinde cebirsel formda olan doğru denklemlerini sözel olarak ifade edebilecekler,
- 'x=a' ve 'y=b' şeklinde cebirsel formda verilen doğru denklemlerine uygun (x,y) ikilileri belirleyebilecek ve bu ikilileri koordinat düzleminde gösterebilecek,
- Koordinat düzleminde belirledikleri noktaların bir araya gelerek bir doğru oluşturduğunu görebilecek,
- Grafik temsili ile verilen doğru denklemlerini grafiğe uygun tablo temsili ile eşleştirebilecekler.

Tartışma Noktaları ve Olası Sorular;

Bu etkinliğe öğrencilerin daha kolay anlayacakları düşünüldüğünden öncelikle tablo temsili ile başlanmış ve tablodaki değerlere uygun grafiği oluşturma ile ilgili öncesinde yapılan etkinlikler olduğundan grafik temsiline geçiş yapılmıştır. Öğrencilerin cebirsel ifadelerde zorlanabilecekleri düşünüldüğünden son olarak cebir temsili ile aynı durum gösterilmiştir. Böylece öğrencinin aynı durumu gösteren dört farklı temsili kullanması ve aralarında bağ kurması istenmektedir. Bağ kurarak istenen tümevarıma ($x=a$ doğru denklemlerinin grafiği x eksenine $-a$ noktasında- dik ve y eksenine paraleldir) varabilen öğrencilerden benzer tümevarımı ' $y=b$ ' doğru denklemleri için de yapmaları istenmekte ve son olarak öğrendiklerini aktarabilme derecelerini görmek amacıyla doğrunun grafiği ile grafiğe uygun tablonun eşleştirilmesi istenmektedir. 7. sınıf ders kitaplarında cebirsel ifade ile grafik eşleştirmesi ya da grafiği verilen bir doğru denkleminin cebirsel olarak ifade edilmesi, öğrencilerden beklenmediğinden burada da cebirsel ifade ile grafik eşleştirmenin ölçülmesine yönelik bir etkinlik yapılmamıştır. Bu etkinlikte cebirsel ifadenin sözel olarak ifade edilebilmesi yeterli bulunmuştur.

d) (x,y) ikililerinde x hep 3 olsun y ler istedikleri değerleri alabilir.

x	y
3	-1
3	2
3	3
3	0
3	-4
3	4
3	1

e) (x,y) ikililerinde x hep -4 olsun y ler istedikleri değerleri alabilir.

x	y
-4	-1
-4	2
-4	3
-4	0
-4	-4

-4	4
-4	1

f) (x,y) ikililerinde x hep 0 olsun y ler istedikleri değerleri alabilir.

x	y
0	-1
0	2
0	3
0	0
0	-4
0	4
0	1

- Her şıkta koordinat düzleminde belirlediğiniz noktalar için ne diyebilirsiniz?

Noktalar bir araya gelerek dümdüz dururlar. Doğru oluştururlar.

Öğretmen ipucu: Bu etkinlikte öğrencilerin, etkinliktekine benzer örnekler verilerek; tahtada, herkesin katılımıyla, sözel olarak ifade edilen kurala uygun değerleri sırasıyla söylemeleri ve bunun bir oyuna dönüştürülmesi sağlanabilir. Örneğin; ‘kurala göre x’ler hep 8 olacak ancak y’ler istediğiniz değerler olabilir’ dendiikten sonra sırasıyla ilk öğrencinin x değerini söylemesi, ikinci öğrencinin de y değerini söylemesi istenir ve söylenen değerler tahtada oluşturulan tabloda yazılır kurala uygun değer söyleyemeyen ya da yanlış söyleyen öğrenci oyundan çıkar ve bir sonraki turda değer söyleyemez.

Kordinat düzleminde kurala uygun noktaları belirleyen öğrencilerin noktalardan bir doğru oluşturması yine sorularla ve yönlendirmelerle sağlanabilir ancak direkt olarak söylenmemesine dikkat edilmelidir. Sonrasında da grafiği verilen bir doğru denkleminin cebirsel olarak da ifade edilebileceğini onların fark etmeleri sağlanır ve doğrunun cebirsel ifadesini, yazılım kullanarak, bir önceki etkinlikte yaptıkları adımları hatırlayarak tekrarlamaları istenir.

Yazılım kullanmada ise öğrencilerin daha önceki etkinliklerde kullandıkları menüleri kullanacakları ve hatırlamaya çalışmaları gerektiği dile getirilebilir ancak kontrolü tamamen ele alıp öğrencinin kendi kendisine yapmasının önüne geçilmemesi gerekir.

'Doğruları Tanıyorum' Öğretmen Uygulama Notu

DOĞRULARI TANIYORUM

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

5. $Y=mx$ formundaki doğru grafiklerinde m değerinin değişmesi ile doğru grafiğinin duruşu arasındaki ilişkiyi (m değeri arttıkça doğru dikleşir ve y eksenine yaklaşır, m değeri $(-1, -2, -3..)$ gibi azaldıkça doğrunun dikliği, eğimi yine artar ve y eksenine yaklaşır ancak farklı bölgelerde yer alır) görür.
6. m değeri pozitif değerler aldığı anda doğru grafiğinin 1. ve 3. bölgede olduğunu görür.
7. m değeri negatif değerler aldığı anda doğru grafiğinin 2. ve 4. bölgede olduğunu görür.
8. $y=mx$ formunda grafiği verilen doğruyu, denklemi ile eşleştirir.

Anahtar Kelimeler

- Doğru denklemi
- Doğru grafiği
- $y = mx$ formundaki doğrular
- Diklik
- Eğim

Ders Hakkında

Dersin amacı; öğrencilerin en çok karşılaştıkları ' $y=mx$ ' formunda olan doğru denklemlerindeki m değeri ile doğrunun duruşu arasındaki ilişkiyi -yazılımın avantajını kullanarak görmelerini sağlamaktır. Bu dersin, 8. sınıf 'doğrunun denklemi ile grafiğinin eğimi arasındaki ilişki' konusuna önemli bir temel hazırladığı düşünülmektedir.

Bu derste $y=mx$ formundaki doğrular derinlemesine incelenir. Bunu yaparken de sırayla; $y=x$ $y=2x$, $y=3x$ gibi m değerinin artmasıyla doğru grafiğinin değişimi ve $y=-x$ $y=-2x$ $y=-3x$ gibi m değeri azaldığında doğru grafiğinin değişimi incelenir. Aynı

zamanda m değerlerinin değişmesiyle doğrunun yer aldığı bölgeler arasında nasıl bir ilişkinin olduğunun fark edilmesi sağlanır.

Öğrenciler;

1. $y=mx$ formundaki doğru grafiklerinde m değerinin değişmesi ile doğru grafiğinin duruşu arasındaki ilişkiyi inceleyebilecek,
2. $y=mx$ doğru denkleminde m değeri arttıkça grafiğin duruşunun dikleştiğini (y eksenine yaklaştığını) bilecek,
3. $y=mx$ doğru denkleminde m değeri ($m=-1, -2, -3...$ gibi) azaldıkça grafiğin duruşunun yine dikleştiğini ancak bölgelerin değiştiğini bilecek,
4. m değeri pozitif değerler aldığı anda doğru grafiğinin 1. ve 3. bölgede olduğunu görecektir,
5. m değeri negatif değerler aldığı anda doğru grafiğinin 2. ve 4. bölgede olduğunu görecektir,
6. $y=mx$ formunda grafiği verilen doğruyu, denklemi ile eşleştirecektir.

Tartışma Noktası ve Olası Sorular

Etkinlik kağıdında yer alan tahmin sorusuna öğrencilerin önceki öğrenmeleri olmadığı için cevap verebilmeleri zordur. Öğrencilerin $y=mx$ doğru denklemlerindeki ' m ' değerinin değişmesi ile grafiğinin duruşunun değişimi arasındaki ilişkiyi gözünde canlandırabilmesi için ders, öğretmen tarafından, şu şekilde yönlendirilebilir; ' $y=x$ ' cebirsel ifadesinin sözel olarak ' y 'ler, x 'lerle aynı' şeklinde ifade edilmesi ve buna uygun (x,y) ikililerinin söylenmesi sağlanabilir. Belirlenen (x,y) ikililerini tahtada ya da sketchpad kullanarak göstermeleri ve bu noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizmeleri istenir. Aynı adımlar $y=2x$, $y=3x$ için de yapıldıktan sonra öğrencilerin $y=4x$ ve $y=5x$ gibi ' m ' değerinin artmasıyla grafiğin duruşunun nasıl değişeceğini tahmin etmeleri istenir. Öğrencilerin gözünde canlandırabilecekleri düşünülürse, yazılım kullanmadan, ' $y=x$ ', ' $y=2x$ ', ' $y=3x$ ' doğru denklemlerinde aynı x değerleri verildiğinde bulunan y değerleri, x 'in 2 katı, 3 katı olacağından; aynı x değerine karşılık y değeri büyüyeceğinden grafiklerin y eksenine yaklaşacağı sonucuna varmaları da sağlanabilir.

Bu etkinlikte zaman konusunda sıkıntı yaratılmamalı, yapılacak işlemler çok uzun süren işlemler olmasa da son olarak tümevarıma ulaşma aşamasında öğrencilerin kendi fikirlerini ifade edebilecekleri uygun zaman tanınmalı.

3. $y=2x$, $y=3x$, $y=4x$ gibi $y=mx$ doğru grafiklerinde m değeri arttıkça doğrunun duruşu nasıl değişir? tahmin edin.

Verilen aynı x değerine karşılık (m değeri arttıkça) y değeri arttığından (x,y) ikililerinin koordinat düzlemindeki yerleri düşünülürse noktalar y eksenine yaklaşır.

5. m değeri arttıkça grafik nasıl değişir? Gözlemlerinizi yazın. (doğrunun duruşu aynı zamanda hangi bölgede yer aldığına dikkatlice bakın)

' m ' değeri arttıkça doğru y eksenine yaklaşır ya da dikleşir diyebiliriz. Doğrunun koordinat düzleminde geçtiği bölgeler ise 1. ve 3. bölgelerdir.

6. $y= -1x$, $y=-2x$, $y= -3x$ gibi $y= -mx$ doğru grafiklerinde m değeri azaldıkça doğrunun duruşu nasıl değişir? Tahmin edin.

' m ' değeri arttığında doğru eğer y eksenine yaklaşıyorsa azaldığında da tam tersi durum söz konusu olur ve x eksenine yaklaşır (öğrencilerin tahminleri bu yönde olsa bile düzeltilmemeli ve bir sonraki aşamada tahminlerinin doğruluğunu kendilerinin kontrol etmeleri sağlanmalı). Doğru 2. ve 4. bölgede yer alır.

8. m değeri azaldıkça grafik nasıl değişir? (doğrunun duruşu aynı zamanda hangi bölgede yer aldığına dikkatlice bakın)

' m ' değeri azaldıkça doğru yine ' y ' eksenine yaklaşır ve dikliği artar. Doğru 2. ve 4. bölgede yer alır.

9. $y= mx$ doğrusunda m değeri 0'dan küçük değerler aldığında ve 0'dan büyük değerler aldığında doğrunun duruşunda nasıl bir değişiklik olur?

m değeri pozitif olduğunda 1. ve 3. bölgede; m değeri negatif olduğunda ise 2. ve 4. bölgede yer alır.

Eşleştirme sorularının cevapları:

$$y=x \text{ (A)} ; y=5x \text{ (B)} ; y=-x \text{ (D)} ; y=-4x \text{ (E)} ; y=-27x \text{ (F)} ; y=18x \text{ (C)}$$

Öğretmen ipucu: Bu etkinlikte öğrencilerin şu adımları gerçekleştirmeleri sağlanabilir: önce ‘sırasıyla $y=x$, $y=2x$, $y=3x$ doğrusal denklemlerin kuralına uygun (x,y) ikilileri belirleme’; sonra ‘belirlenen (x,y) ikililerini kordinat düzleminde gösterme ve noktaların bir araya gelerek oluşturduğu doğruyu çizme’. Böylece hem sketchpadin kolaylaştırıcı ve zaman kazandırıcı özelliğinden (aynı işlemi kağıt kalem ya da tahtada yapmak çok zor ve zaman alıcı olacağından) yararlanılmış olunur hem de öğrencilerin her adımı kendileri gerçekleştirmesi sağlanarak tümevarıma ulaşmaları desteklenmiş olur. Kordinat düzleminde doğruları çizen öğrenciler doğrunun kuralı ile grafiğinin değişimi arasındaki ilişkiyi rahatça görebilir. Sonrasında hazırlanan sketchpad etkinliği ile çok sayıda örneği, sadece sürükleyerek görebileceğinden (m noktasını sürükleyerek çok sayıda $y=mx$ doğrusal denklemlerin grafiklerini, m 'nin değişimi ile aynı anda görebilir) genellemeye ulaşması ve duruma uygun örneklerin sayısının artması sağlanır.

Dersin yazılım kullanılarak işlenmesinden sonra öğrencilerin, öğrendiklerini kağıt-kalem ortamına aktarabilmelerini sağlamak adına tahtada tüm öğrencilerin katılımıyla ek etkinlikler yapılabilir.

‘Doğrulara Sabit Sayı Ekliyorum’ Öğretmen Uygulama Notu

DOĞRULARA SABİT SAYI EKLIYORUM

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

7. $y=x$ formundaki doğrulara sabit bir sayı eklenmesinin doğrunun duruşunda neden olduğu değişimi görür ve yorumlar.
8. $y=x$ doğrusunun koordinat düzleminde eksenlere olan uzaklığını açıklar.

9. Sketchpad yardımıyla $y=x$ doğrusuna eklenen pozitif sabit sayının doğruyu, eklenen sayı kadar y ekseninde pozitif yönde; eklenen negatif sabit sayının da eklenen sayı kadar y ekseninde negatif yönde ötelediğini görür ve yorumlar.
10. $y=x$ doğrusuna eklenen sayının pozitif ya da negatif olmasının doğrunun doğrusallığını bozmadığını bilir.
11. $y=mx$ formundaki doğrulara eklenen sabit sayıların doğrunun duruşunda neden olduğu değişimi anlar.
12. $y=mx+a$ formunda verilen doğru grafiklerini denklemleri ile eşleştirir.

Anahtar Kelimeler

- Sabit sayı
- Öteleme (kaydırma)
- Birim
- X ekseninde pozitif-negatif yön
- Y ekseninde pozitif-negatif yön

Ders Hakkında

Bu derste amaç; öğrencilerin $y=mx+a$ şeklinde cebirsel formda verilen doğru denklemlerindeki 'a' sabit sayısının grafiğinde neden olduğu değişimi görebilmelerini sketchpadin avantajından yararlanarak görmelerini sağlamaktır. Ders, '8. sınıf doğrusal denklemler ve grafikleri' konusuna önemli bir temel sağlamakta ve öğrencilerin doğrusal denklemlerin cebirsel ifadeleri ile grafik temsilleri arasındaki ilişkiyi görmelerini sağlamaktadır.

Öğrenciler;

1. $y=x$ formundaki doğrulara sabit bir sayı eklenmesinin doğrunun duruşunda neden olan değişikliği görebilecek,
2. $y=x$ doğrusunun koordinat düzleminde eksenlere olan uzaklığını açıklayabilecek,
3. $y=x$ doğrusuna sabit bir sayının eklenmesinin doğruya ne gibi bir değişikliğe neden olabileceğini tahmin edebilecek,

4. Sketchpad yardımıyla $y=x$ doğrusuna eklenen sabit bir pozitif sayının doğruyu, eklenen sayı kadar y ekseninde pozitif yönde ötelediğini görecek,
5. Sketchpad yardımıyla $y=x$ doğrusuna eklenen negatif bir sabit sayının doğruyu, eklenen sayı kadar y ekseninde negatif yönde ötelediğini görecek,
6. $y=x$ doğrusuna eklenen sayının pozitif ya da negatif olmasının doğrunun doğrusallığını bozmadığını bilecek,
7. $y=mx$ formundaki doğrulara eklenen sabit sayıların doğrunun duruşunda neden olduğu değişimi anlayacak,
8. $y=mx+a$ formunda verilen doğrusal denklemleri grafikleri ile eşleştirecek.

Tartışma Noktaları ve Olası Sorular

Bu derste doğruların ötelenmesi ya da kaydırılması ifadesine sık sık yer verilmeli ve ötelemenin ‘bir şeklin yerinin değişmesi ancak yön, duruş ve büyüklüğünün değişmemesi’ anlamına geldiği hatırlatılmalı. Eklenen sayının işareti ile ötelemenin gerçekleştiği yön ve eksen net bir şekilde ilişkilendirilmeli. Doğrunun denklemine eklenen sabit sayının grafiğindeki doğrusallığı bozmayacağı vurgulanmalı.

3. $y=x$ doğrusunun koordinat düzlemindeki yeri için ne diyebilirsiniz?

$y=x$ doğrusu koordinat düzleminde eksenlere eşit uzaklıktadır. 1. ve 3. bölgenin tam ortasından, eksenlerle 45 derecelik açı yaparak geçer ve sonsuza kadar gider.

4. $y=x$ doğrusuna sabit bir sayı eklense $y=x+a$ gibi, sizce $y=x$ doğrusunda nasıl bir değişim olur? Tahmin ediniz. (Doğrusal olmaktan çıkar mı? Yer mi değiştirir? Eğer yeri değişirse nasıl değişir?)

$y=x$ doğrusuna sabit bir sayı eklenmesi $y=x+a$ haline geleceği anlamına gelir. Bu da doğrusallığını değiştirmez, sadece doğrunun yerini değiştirir. Eklenen sayı kadar doğru hem x hem de y ekseninde ötelenmiş ya da kaymış olur diyebiliriz.

Bu soruda öğrencilerden tahmin etmesi istenirken; önce $y=x$, $y=x+1$, $y=x+2$ doğrusal denklemlere uygun (x,y) ikilileri belirlemeleri, sonra da bunu koordinat düzleminde göstermeleri sağlanabilir. Birkaç nokta gösterdikten sonra noktaların doğru oluşturacağını bilindiğinden doğruyu çizip değişimi gözlemlemeleri sağlanabilir.

6.Doğrunun değişimini gözlemleyin ve nasıl değiştiğini aşağıya yazın ($a=1$ olduğunda doğruya ne oldu? $a=2$ olduğunda doğruya ne oldu? Yer mi değiştirdi? Yer değiştirdiyse, hangi yönde, kaç birim yer değiştirmiştir?)

Yukarıdaki soruda zaten her aşamasını kendileri yapan öğrenciler sketchpadten yararlanarak aşamalarıyla yapıp gözlemlediklerinin doğruluğunu hazırlanmış sketchpad etkinliği ile kontrol eder ve aynı sonuca ulaşırlar. Doğru, eklenen sayı kadar y ekseninde ötelenmiş ya da kaymış olur. Doğrunun sabit sayı eklenmeden önceki haliyle yeni hali birbirine paraleldir.

Bu aşamada öğrenciler doğrunun, hem ' x ', hem de ' y ' ekseninde eklenen sayı kadar ötelendiğini söyleyebilirler. ' $y=x+a$ cebirsel ifadesi: y 'ler, x 'lerin ' a ' kadar fazlası' anlamına geldiğine göre, doğrunun değişimini bizim verdiğimiz x değerinde değil (çünkü yine aynı sayıları verebiliriz), buna bağlı hesapladığımız y değerinde (çünkü artık y 'ler ' a ' kadar fazlası) olması beklenmektedir.

8.Doğrunun değişimini gözlemleyin ve nasıl değiştiğini aşağıya yazın. ($a=-1$ olduğunda doğru nasıl değişti? $a=-2$ olduğunda doğru nasıl değişti? Yer mi değiştirdi? Yer değiştirdiyse, hangi yönde kaç birim?)

Doğru ' y ' ekseninde negatif yönde eklenen sayı kadar ötelendi ya da kaydı diyebiliriz.

9. $y=mx$ ($y=2x$, $y=3x$ gibi)doğrularına da sabit sayı eklediğimizde değişim aynı şekilde olur mu? tahmin edin ($y=mx+a$ yani $y=2x+1$, $y=3x+4$ gibi).

Evet, aynı şekilde, pozitif sayı eklendiğinde doğru, ' y ' ekseninde pozitif yönde eklenen sayı kadar ilerler. Tek değişen $y=mx$ doğrusunda eğer m değeri büyükse daha dik olacağından daha dik duran bir doğru ötelenmiş olur. $Y=x+a$ olduğunda hem x hem de y ekseninde doğru, aynı miktarda ötelenirken; $y=mx$ doğrusunda, eklenen sayı kadar sadece y ekseninde, pozitif yönde ötelenir.

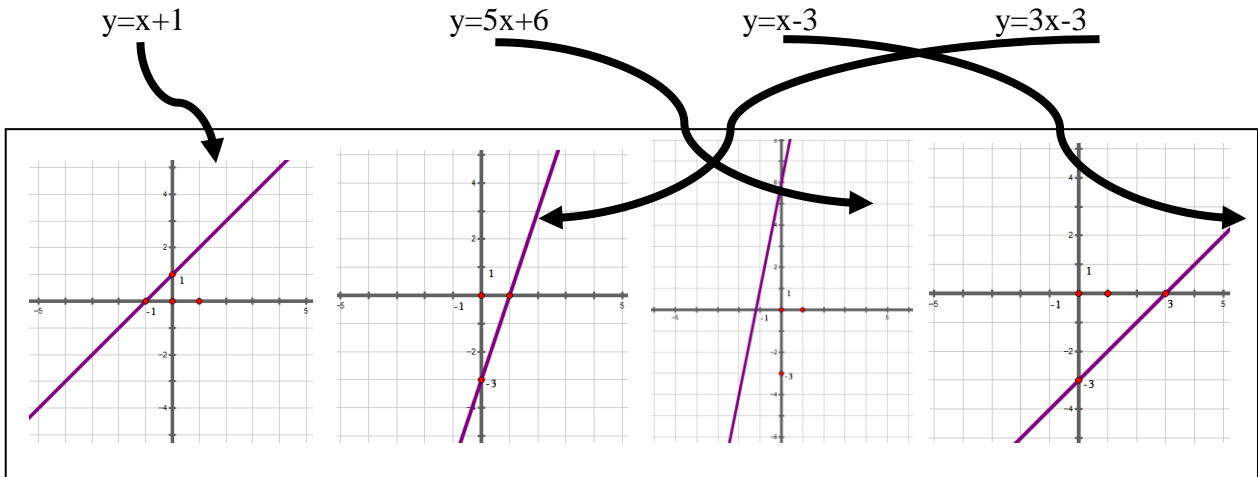
11. $y=3x$ doğrusuna sabit bir pozitif sayı eklendiğinde değişim $y=x$ doğrusundaki gibi mi olur? açıklayın ('doğrulara sabit sayı ekliyorum 1' etkinliğinde yaptıklarınızı hatırlayın).

‘Doğrulara sabit sayı ekliyorum 1’ etkinliğinde $y=x$ doğrusuna sabit bir sayı eklendiğinde $y=x$ doğrusu hem y ekseninde, hem de x ekseninde eklenen sayı kadar ötelenmişti. $y=3x$ doğrusuna sabit bir sayı eklendiğinde doğru, y ekseninde eklenen sayı kadar ötelenmedi ama x ekseninde aynı miktarda ötelenmedi.

12. $y=3x$ doğrusuna sabit bir negatif sayı eklendiğinde değişim $y=x$ doğrusundaki gibi mi olur? açıklayın (‘doğrulara sabit sayı ekliyorum 1’ etkinliğinde yaptıklarınızı hatırlayın).

Evet, doğru, y ekseninin negatif yönünde eklenen sayı kadar ötelenmiş olur. Aynı zamanda doğrunun eski haliyle yeni hali birbirine paralel olur.

13. Tüm bu örnek durumları göz önünde bulundurarak aşağıdaki cebirsel ifade ve grafiklerini oklar çizerek eşleştirin.



Öğretmen İpucu: Bu etkinlik adım adım, acele etmeden her bir öğrencinin anlamasını sağlayarak yapılmalı. Etkinlik iki ders saatinde bitmezse bir sonraki güne de aktarılabilir. Özellikle ‘Tahmin edin: sabit bir sayı eklenince nasıl olur?’ Sorularında mantıklı tahminler yapabilmeleri için ‘önce, kurala uygun (x,y) ikilileri belirleme; sonra, (x,y) ikililerini koordinat düzleminde gösterme ve son olarak doğruyu oluşturma’ adımlarıyla ders işlenmesi durumunda hem sketchpadin sağladığı kolaylaştırıcı ve zaman kazandıran özelliğinden (aynı işlemlerin kağıt-kalem ortamında ya da tahta yapılması çok zor ve zaman alıcı olacağından) yararlanılmış olunur hem de öğrenciler her adımı kendileri yaptıklarından, tümevarımları desteklenmiş olur. Hazırlanan etkinlikle $y=mx+a$ doğrusal denklemlerde ‘ a ’ değerinin değişimi ile grafiğin değişimini aynı anda görebilme ve çok sayıda örneği sağlaması amaçlanmıştır. Etkinlikten önceki ders işlenişinin uygulanmaması istenen verimi almaya engel olabilir.

Doğruların denklemlerine eklenen sabit sayının, grafikte ‘ y ’ ekseninde ötelenmeye neden olduğu önce öğrenciler tarafından keşfedilmeli sonra öğretmen tarafından özellikle vurgulanmalı. Ders sırasında yazılımla çalışan öğrencilerin bu bilgilerini kağıt-kalem ortamına aktarabilmelerini sağlamak amacıyla tahtada, basit etkinlikler yapılabilir.

'Eksenle Ortak Noktamız Nedir?' Öğretmen Uygulama Notu

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NEDİR?

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

7. Doğrunun x ve y eksenini ile ortak noktasının koordinatlarındaki değişimi noktayı sürükleyerek gözlemler ve yorumlar.
8. Doğrunun eksenleri kestiği noktalardaki koordinatlarının $(x,0)$ ve $(0,y)$ olduğunu görür ve bilir.
9. Doğru denkleminin, bu doğru üzerindeki (x,y) ikililerindeki x ve y'ler arasındaki ilişkiyi anlattığını görür ve bilir.
10. Doğru denklemi verildiğinde x eksenini kestiği noktayı bulmak için y'ye '0' vererek denklemi çözmek gerektiğini bilir.
11. Doğru denklemi verildiğinde y eksenini kestiği noktayı bulmak için x'e '0' vererek denklemi çözmek gerektiğini bilir.
12. Denklemi verilen doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktayı belirleyebilir.

Anahtar Kelimeler

- Ekseni kestiği nokta (eksenle doğrunun ortak noktası)
- (x,y) ikilisi
- Doğrunun denklemi
- Doğru grafiği
- Değer vermek (x'e '0' vermek gibi)
- Denklem çözmek

Ders Hakkında

Derste amaç, öğrencilerin, doğrusal denklemleri cebirsel olarak çözebilmelerini sağlamaktır. Böylece sketchpad kullanmadıklarında doğru denkleminin grafiğini çizerek eksenleri kestiği noktayı belirlemektense, kağıt-kalem ortamında kolaylık sağlayacak bir yöntem olan denklem çözümü ile doğrunun eksenleri kestiği noktayı belirleyebilmelerini sağlamaktır. Öğrencilerin iki bilinmeyenli olan denklemi çözerken,

eksenler üzerindeki noktaların kordinatlarında sabit olan değerlerin (x eksenini üzerindeki noktalarda 'y' değerleri '0' olurken; y eksenini üzerindeki noktalarda 'x' değerleri '0' olmaktadır) farkına varması ve bundan yararlanarak diğer bilinmeyeni bulması istenmektedir.

Öğrenciler;

1. Eksenler üzerinde verilen birer noktadan geçen doğruyu çizebilecek,
2. Doğrunun x eksenini ile ortak noktasını sürükleyerek noktanın koordinatlarının değişimini gözlemleyebilecek,
3. Doğrunun x eksenini kestiği noktanın koordinatında 'y' değerinin her zaman '0' olduğunu tablodan yararlanarak görebilecek,
4. Doğrunun y eksenini ile ortak noktasını sürükleyerek, noktanın koordinatlarının değişimini gözlemleyebilecek,
5. Doğrunun y eksenini kestiği noktanın koordinatında 'x' değerinin her zaman '0' olduğunu tablodan yararlanarak görebilecek,
6. Doğrunun denklemi verildiğinde, grafiğin x eksenini kestiği noktayı bulmak için y'ye '0' vererek; y eksenini kestiği noktayı bulmak için x'e '0' vererek denklemi çözmek gerektiğini bilecek,
7. Denklemi verilen doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktayı denklem çözümü ile belirleyebilecek.

Tartışma Noktası ve Olası Sorular

Bu etkinlikte 'eksenleri kestiği nokta' ifadesinin öğrencilere anlamsız gelmesi durumunda 'doğrunun eksenle ortak noktası' ifadesine de yer verilebilir sonraki aşamalarda her iki ifade de birbiri yerine kullanılabilir. X eksenindeki noktaların koordinatlarının ortak noktasının 'y' değerlerinin '0' olması sonucuna varılmasından sonra 'o halde biz bu denklemde iki bilinmeyen değil, bir bilinmeyene sahibiz ve biz bir bilinmeyenli denklemleri çözebiliriz' denilerek öğrencilerin denklem çözme ile ilgili önceki bilgilerini hatırlamaları (terazi kullanarak denklem çözmeye yönelik ek örneklerle) sağlanabilir. Aynı durum y eksenini kestiği nokta için de söz konusudur. Etkinliğin sonunda hazırlanan konunun öğrenilme derecesini ölçen sorular,eğer öğrenciler zorlanırsa, onların hangi noktada zorlandıklarını gösterecektir.

4.Oluşturduğunuz doğrunun x ve y eksenleri ile ortak noktası nedir?

x eksenini ile -3 y eksenini ile 5

8.x eksenini kestiği noktaların koordinatlarının ortak özellikleri nelerdir? Tabloya bakarak yorumlayınız

Doğrunun x eksenini kestiği noktanın koordinatlarına bakıldığında 'x' değeri değişse de 'y' değerinin hep '0' yani sabit kaldığı görülmektedir.

10.y eksenini kestiği noktanın koordinatlarının ortak özellikleri nelerdir? Tabloya bakarak yorumlayınız.

Doğrunun y eksenini kestiği noktanın koordinatlarına bakıldığında 'y' değeri değişse de 'x' değerinin hep '0' yani sabit kaldığı görülmektedir.

12. Aşağıya doğrunuzun denklemini yazınız.

$y = 1,73x + 5$ (Herkes kendi doğrusunu yazacak)

13.Örneğin $y = 2x - 2$ doğrusunu ele alalım. Bu denklem bize şunu anlatmaktadır: y değerleri, x değerlerinin 2 katından iki eksiktir.

Bundan yola çıkarak kısaca, 'denklemlerde; x ile y arasındaki ilişki ifade edilmektedir' diyebilir miyiz?

Evet, diyebiliriz.

14.Peki sizin doğrunuzun denklemine bakarak x ve y arasındaki ilişkiyi yazabilir misiniz?

y'ler x lerin 1,73 katından 5 fazladır.

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NEDİR? 2

Burada eksenleri kestiği noktayı eğer grafik verilmişse görmek ve belirlemek kolay, ancak grafiği verilmeyen bir doğrusal denklemde (doğrusal denklem **cebirsal** olarak verildiğinde) eksenleri kestiği noktayı belirlemek için sizce ne yapılabilir?

Örneğin ' $y=3x-6$ doğrusunun koordinat düzleminde eksenleri kestiği noktaların koordinatları nedir' sorusuna nasıl cevap bulabilirsiniz?

Doğru denkleminin grafiği verildiğinde, eksen kestiği noktalarda ' y ' değeri hep ' 0 ' olduğundan grafiği çizilmeden de denklemde ' y ' değeri yerine ' 0 ' yazabiliriz. Eğer ' y ' değeri yerine ' 0 ' yazarsak tek bilinmeyen kalır ve buradan da bilinmeyen değeri denklem çözerek bulmak mümkün olur.

16. Bu denklemin x eksenini kestiği nokta (x,y) ikilisi olarak ifade edilirse, x ve y den hangisi kesinlikle bellidir diyebiliriz ve kaçtır? (8. soruya verdiğiniz cevaptan yararlanabilirsiniz)

' y ' değeri bellidir ve ' 0 ' dır.

17. Eğer iki bilinmeyenli bir denklemde bilinmeyenlerden biri artık biliniyorsa diğerini bulabilir misin?

Evet. Denklemi çözerek bilinmeyeni bulabiliriz.

18. $y=3x-6$ doğrusunda x eksenini kestiği noktanın koordinatında belli olan değeri kullanarak bilinmeyen koordinatı bulun ve eksen kestiği noktayı (x,y) ikilisi olarak yazın.

$$y=3x-6$$

Doğru denklemde x eksenini kestiği noktayı bulabilmek için ' y ' yerine ' 0 ' yazarız ve artık denklem şu hale gelir:

$$3x-6=0$$

Bu denklemde ' x ' değerini bulmak için denklemi çözmemiz gerekir.

$$3x-6=0 \text{ ise}$$

$$3x-6+6=0+6$$

$$3x \frac{1}{3}=6 \frac{1}{3}$$

her iki tarafı da 3 e bölünce

$$x=2$$

Bu durumda bulduğumuz x değeri ile beraber $y=0$ bir (x,y) ikilisi oluşturacağından x eksenini kestiği noktanın koordinatını $(2,0)$ şeklinde yazabiliriz.

19. $y=3x-6$ doğrusunda bu sefer, y eksenini kestiği noktanın koordinatında belli olan değeri kullanarak diğerini hesaplayın ve eksen kestiği noktayı (x,y) ikilisi olarak yazın.

Aynı durum y eksenini kestiği noktanın koordinatının bulunması için de geçerlidir. Y eksenini kestiği noktada $x=0$ olacağından;

3. $0-6=y$ $y=-6$ sonucu elde edilir. x ve y değerleri (x,y) ikilisini oluşturacağından (0,-6) y eksenini kestiği noktanın koordinatıdır.

$$0 - 6 = y$$

$$y = -6$$

20. Aşağıda cebirsel gösterimleri verilen doğru denklemlerinin x ve y eksenlerini kestiği noktalarını bulun.

$y=x+4$	$2x-3y=6$	$x+2y=-4$
x=0 ise	x=0 ise	x=0 ise $0+2y=-4$ ise
$y=0+4$ ise $y=4$	$2 \cdot 0 - 3 \cdot y = 6$ ise	$2y = -4$ ise $y = -2$
y eksenini kestiği nokta (0,4)	$0 - 3y = 6$ ise $-3y = 6$	y eksenini kestiği nokta (0,-2)
y=0 ise	$y = -2$	y=0 ise
$0 = x + 4$ ise $x = -4$	y eksenini kestiği nokta (0,-2)	$x + 2 \cdot 0 = -4$ ise $x = -4$
x eksenini kestiği nokta (-4,0)	y=0 ise	x eksenini kestiği nokta (-4,0)
	$2x - 3 \cdot 0 = 6$ ise $2x = 6$ ise $x = 3$	
	x eksenini kestiği nokta (3,6)	

Öğretmen ipucu: öğrencilerin denklemleri rahatça çözebilmeleri için önkoşul bilgilerinin yeterli düzeyde olması gerekmekte; denklem çözümünde sıkıntı yaşaması durumunda doğrusal denklemde eksenleri kestiği noktaların koordinatlarını belirlemede, izleyeceği yolu bilmesine rağmen denklemi çözemediğinden, etkinlik amacına ulaşamayabilir. Bunu engellemek için öğrencilere etkinlikten önce denklem çözmeye yönelik çalışma kağıdı verilmeli ve zorlukları tespit edildikten sonra bunların giderilmese yönelik ek ders yapılmalıdır.

‘Eksenle Ortak Noktamız Neresi?’ Öğretmen Uygulama Notu

EKSENLE ORTAK NOKTAMIZ NERESİ?

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

5. Denklemi verilen doğruyu sözel olarak (x ile y arasındaki ilişkiyi) ifade edebilir.
6. Denklemdeki x ile y arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikilileri belirleyebilir.
7. (x,y) ikililerini sketchpad yardımıyla kordinat düzleminde gösterir ve noktalardan oluşan doğruyu çizebilir.
8. Kordinat düzleminde grafiği çizilen doğrunun eksenleri hangi noktalarda kestiğini belirleyip (x,y) ikilisi şeklinde ifade edebilir.

Anahtar Kelimeler

- Ekseni kestiği nokta (eksenle doğrunun ortak noktası)
- (x,y) ikilisi
- Doğrunun denklemi
- Doğru grafiği

Ders Hakkında

Derste amaç, öğrencilerin cebirsel çözüm yoluyla doğrunun denkleminde grafiğin eksenleri kestiği noktaları belirlemede zorluk yaşamaları nedeniyle eksenleri kestiği

noktaları, denklemin grafiğini çizerek belirlemelerini sağlamaktır. Ders sürecinde yaptıkları tüm aşamaları daha önceki etkinliklerde pek çok kez yaptıklarından bu dersin en önemli amacı süreç sonunda eksenleri kestiği noktaları belirlemelerini sağlayabilmek ve bu noktaları (x,y) ikilisi şeklinde ifade edebilmeleridir.

Öğrenciler;

1. Denklemi verilen doğruyu oluşturan x ve y'ler arasındaki ilişkiyi ifade edebilecek,
2. x ve y'ler arasındaki ilişkiye uygun (x,y) ikililerini belirleyebilecek,
3. (x,y) ikililerini kordinat düzleminde gösterip bu noktalardan geçen doğruyu çizebilecek,
4. Denklemin grafiğinden eksenleri kestiği noktaları (x,y) ikilisi şeklinde ifade edebilecektir.

Tartışma Noktası ve Olası Sorular

Cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun yeni yeni öğrenilmeye başlandığı ortaokul düzeyindeki öğrencilerin, doğrusal denklemlerin eksenleri kestiği noktaları 'bilinmeyenlerden birine değer verip diğerini bulma' yöntemiyle belirlemelerinin zor olması durumunda kullanılabilir düzeylerine uygun bir etkinliktir. Süreçte gerçekleşen tüm adımlar daha önceki etkinliklerde yapıldığından eksenleri kestiği noktanın kordinatını belirleme ve bunları (x,y) ikilisi şeklinde ifade etmeye önem verilmelidir.

3. $y= 2x-6$ şeklinde verilen doğru denkleminde x ve y arasındaki ilişkiyi yazın.

y'ler x'lerin iki katından 6 eksik.

4. X ve y'ler arasındaki ilişki yukarıdaki gibi olan (x,y) ikilileri yazın. (en az 2 tane)

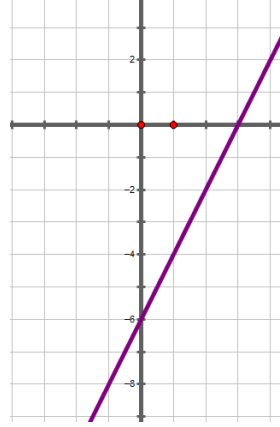
$$x=1 \text{ ise } y=2.1-6= -4 \quad (1,-4)$$

$$x=2 \text{ ise } y=2.2-6= -2 \quad (2,-2)$$

$$x=3 \text{ ise } y= 2.3-6= 0 \quad (3,0)$$

5.Dördüncü adımda belirlediğiniz noktaları sketchpad yardımıyla koordinat düzleminde gösterin.

6.Belirlediğiniz noktalardan geçen doğruyu çizip; bu doğrunun eksenleri kestiği noktaları işaretleyiniz.



7.Eksenleri kesen noktaların koordinatlarını aşağıdaki boşluğa yazınız.

x eksenini kestiği noktanın kordinatı (3,0)

y eksenini kestiği noktanın kordinatı (0,-6)

‘Troposfer’ Öğretmen Uygulama Notu

TROPOSFER

Öğretmen Notu

Matematiksel Kazanımlar

1. Verilen gerçek yaşam problemini anlar ve yorumlar.
2. Probleme çözüm yolları üretir ve doğru yola karar verir.
3. Seçilen çözüm yoluna uygun adımları gerçekleştirebilir.
4. Çözümü yorumlayabilir.

Anahtar Kelimeler

- Birbirine bağlı değişkenler (yüksekliğe bağlı sıcaklık)
- Tablo
- Grafik

Ders Hakkında

Bu dersle hedeflenen; öğrencilerin süreçte öğrendiklerini günlük hayatta karşılaşılabilecekleri bir ‘günlük yaşam problemine’ ne derece, nasıl ve hangi seçimleri yaparak aktarabileceklerini görebilmektir. Bu nedenle etkinlik kağıdındaki örnek problem yüksek sesle okunduktan sonra öğrencilerin problemle ilgili düşüncelerini ve çözüm yollarını rahatça ifade edebilecekleri bir ortam yaratılması ve doğru çözüm yoluna kendi ortak kararları sonucunda varılması istenmektedir. Öğretmen, çözüm yoluna karar veren öğrencilere sonraki adımlarda da sadece bir rehber görevi görmesi beklenmektedir.

Öğrenciler;

1. Problemi anlayıp yorumlayabilecek,
2. Probleme uygun olduğunu düşündüğü çözüm yolları üretip en doğru çözüm yoluna ulaşabilecek,
3. Belirlediği çözüm yoluna uygun adımları gerçekleştirebilecek,
4. Çözümü yorumlayabilecektir.

Tartışma Noktası ve Olası Sorular

Bu etkinlikte öğrencilerin okul ortamında çok da sık karşılaşmadıkları (çok zaman alacağına inanılması ve işlemsel becerilere dönük olmamasından dolayı), ancak günlük hayatta karşılaştıklarında farkına bile varmadan çözümler ürettikleri problem durumuna yer verilmiştir. Etkinlik hazırlanırken, öğrencilerin işleme dönük çözüm yollarını tercih edeceği düşünüldüğünden problemde dağın yüksekliği ve dağcılarının tırmandığı günün sıcaklığı verilmemiştir. Problem, ‘dağı tırmanan dağcılara herhangi bir yükseklikte sıcaklığı bilmelerine yardımcı olabilmek’ üzerine kurulu olduğundan öğrencilerin işlem yapmaya yönelik ürettikleri çözüm yolları istenen karşılığı vermez. Tırmanış günündeki sıcaklık da problemde verilmemiş, ‘herhangi bir gün, mesela bugün’ denilerek öğrencinin benzer problem durumlarına genelleyebilmesi sağlanmaya çalışılmıştır.

Dünyanın en yüksek dağlarından biri olan Everest’e bugün tırmanış yapan bir grup dağcı tırmandıkça sıcaklığın nasıl olacağını öğrenmek istiyor. Onlara nasıl yardımcı olabilirsiniz?

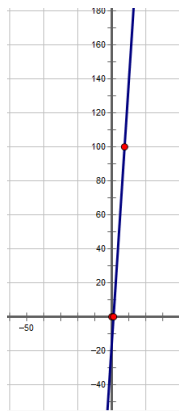
Soruda dağcıların bugün tırmandığı belirtildiğinden sıcaklık bugün 8 derece desek;

Tırmanmaya başlamadan önce 8 derece olan sıcaklık, 100 m tırmandıklarında 7,5 dereceye düşer; 200 m tırmandıklarında 7 dereceye düşer; 300 m tırmandıklarında 6,5 dereceye düşer diye devam eder. Ancak böyle yazarsak dağcıların bir yandan tırmanırken bir yandan bizim yazdıklarımızı okuması çok zor. O yüzden daha düzenli bir şekilde yazalım.

Tablo Oluşturma

SICAKLIK	YÜKSEKLİK
8	0
7,5	100
7	200
6,5	300
6	400
5,5	500
5	600

Soruda troposferin 16-17 km (16 000 m) kalınlığında olduğu ifade edildiğinden 16000 metrenin içinde 160 tane 100 metre olacağından hepsini tek tek yazmak ve dağcıların da okumasını sağlayabilmek zor. Bu nedenle grafiğini çizebiliriz.



Öğretmen ipucu: Öğrencilerin probleme ‘işlem yap-sonuç bul’ şeklindeki yaklaşımlarına karşılık, problemde verilmeyen ‘dağın yüksekliği ve tırmanış günündeki sıcaklık’ üzerinde önemli durulmalı ve buna vurgu yapılmalıdır. Böylece öğrencilerin işlemden başka çözüm yolları aramaya çalışmalarını istenmeli ve ürettikleri çözüm yollarının eksik ya da yanlış tarafları nedenleriyle dile getirilmelidir. ‘Mesela, bugün sıcaklık kaç derece acaba? Dağcılar da bugün tırmanıyorlarmış zaten!’ ya da ‘Dağcılar, sadece 100 metrede, 200 metrede, 300 metrede değil hepsindeki sıcaklığı öğrenmek istiyorlarmış’ diyerek öğrencilerin tablo oluşturmaları; sonrasında ‘Peki, dağcılar 250 metrede, 330 metrede sıcaklığın kaç derece olacağını tabloya bakarak nasıl anlayacaklar?’ gibi sorularla öğrencilerin grafiğini çizme önerisi getirmeleri sağlanabilir.

KAYNAKÇA

- 1) Abdelfatah, H. (2011). A story-based dynamic geometry approach to improve attitudes toward geometry and geometric proof. *ZDM*, 43(3), 441-450.
- 2) Abu-Naja, M. (2008). The effect of graphic calculators on Negev Arab pupils' learning of the concept of families of functions. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 183-202.
- 3) Ainsworth, S. E., Bibby, P. A., & Wood, D. J. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities–new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105.
- 4) Altun, M. (2014). Ortaokullarda (5-6-7-8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa Akademi.
- 5) Amit, M., & Fried, M. N. (2005). Multiple representations in 8th grade algebra lessons: Are learners really getting it?. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 57.
- 6) Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25-61.
- 7) Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. In *Visualization: Theory and practice in science education* (pp. 191-208). Springer Netherlands.
- 8) Akkoç, H. (2005). Fonksiyon Kavramının Anlaşılması: Tanımsal Özel-likler ve Çoğul Temsiller. *Eğitim Araştırmaları*,(20), 14-24.
- 9) Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30).
- 10) Aksoy, N. C., Çınar, N. Ç. C.,(2012). Excel ile Matematik Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Grafikleri Çizimi Üzerine Etkisi. 10. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.
- 11) Arcavi, A. (2008). Modelling with graphical representations. *For the Learning of Mathematics*, 2-10.

- 12) Artigue, M., Cerulli, M., Haspekian, M., & Maracci, M. (2009). Connecting and integrating theoretical frames: The TELMA contribution. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(3), 217-240.
- 13) Arzarello, F., Bussi, M. G. B., Leung, A. Y. L., Mariotti, M. A., & Stevenson, I. (2012). Experimental approaches to theoretical thinking: artefacts and proofs. In *Proof and proving in mathematics education* (pp. 97-143). Springer Netherlands.
- 14) Bardini, C., Pierce, R. U., & Stacey, K. (2004). Teaching linear functions in context with graphics calculators: students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 353-376.
- 15) Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 217-241.
- 16) BAŞTÜRK, S. (2010). Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramının Farklı Temsillerindeki Matematik Dersi Performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465-482.
- 17) Bayazıt, İ., & Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin Fonksiyon Kavramı ve Öğretimine İlişkin Pedagojik Görüşleri. *University of Gaziantep Journal of Social Sciences*, 9(3).
- 18) Beaudouin-Lafon, (2003) M. *Human-Computer Interaction*. Universit'e Paris-Sud, Orsay, France. 227-254.
- 19) Beckmann, C. E. (1989). Activities: Interpreting Graphs. *Mathematics Teacher*, 82(5), 353-360.
- 20) Bell, A., & Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the learning of mathematics*, 34-42.
- 21) Beigie, D. (2004). Coordinate Plane Set Detective. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(5), 251-255.
- 22) Birgin, O., Kutluca, T., & Gürbüz, R. (2008). Yedinci sınıf matematik dersinde bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisi. In *8 th International Educational Technology Conference* (pp. 6-9).

- 23) Bloch, I. (2003). Teaching functions in a graphic milieu: What forms of knowledge enable students to conjecture and prove?. *Educational studies in mathematics*, 52(1), 3-28.
- 24) Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child development*, 79(4), 1016-1031.
- 25) Botana, F. (2003). A web-based resource for automatic discovery in plane geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(1), 109-121.
- 26) Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219-237.
- 27) Bussi, M. G. B., Mariotti, M. A., & Ferri, F. (2005). Semiotic mediation in the primary school. In *Activity and Sign* (pp. 77-90). Springer US.
- 28) Carter, C. R. (1992). Using technology in graphing. *The Mathematics Teacher*, 118-121.
- 29) Cedillo, T. E. (2001). Toward an algebra acquisition support system: A study based on using graphic calculators in the classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 3(4), 221-259.
- 30) Chiu, M. M., Kessel, C., Moschkovich, J., & Muñoz-Nuñez, A. (2001). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change. *Cognition and Instruction*, 19(2), 215-252.
- 31) Clement, J. (1989). The Concept of Variation and Misconceptions in Cartesian Graphing. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 77-87.
- 32) Connor, J., Moss, L., & Grover, B. (2007). Student evaluation of mathematical statements using dynamic geometry software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(1), 55-63.
- 33) Cunningham, R. F. (2005). Algebra Teachers' Utilization of Problems Requiring Transfer Between Algebraic, Numeric, and Graphic Representations. *School Science and Mathematics*, 105(2), 73-81.
- 34) Çağlayan, G., & Olive, J. (2010). Eighth grade students' representations of linear equations based on a cups and tiles model. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 143-162.

- 35) Çelik, D., & Sağlam Arslan, A. (2012). The Analysis of Teacher Candidates' Translating Skills in Multiple Representations. *Elementary Education Online*,11(1), 239-250.
- 36) Çıkla, O. A. (2004). the effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students'algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference (Doctoral dissertation, Middle East Technical University).
- 37) De Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(5), 703-724.
- 38) Delice, A., & Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/Educational Sciences: Theory & Practice*. 10 (1), 111-149.
- 39) Demirci, N., & Uyanık, F. (2009). Onuncu sınıf öğrencilerinin grafik anlama ve yorumlamaları ile kinematik başarıları arasındaki ilişki. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 3(2).
- 40) Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: Examples of algebraic schemes. In *The didactical challenge of symbolic calculators* (pp. 163-196). Springer US.
- 41) Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 2. Cases and perspectives* (pp. 363-392). Charlotte, NC: Information Age.
- 42) Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- 43) Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M. A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., ... & Meagher, M. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In *Mathematics education and technology-Rethinking the terrain* (pp. 89-132). Springer US.

- 44) Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V., & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 23-49.
- 45) Durmuş, S., & Yaman, H. (2002) Mevcut Teknolojilerin Sunduğu Çoklu Temsil Olanaklarının Oluşturmacı Yaklaşımına Getireceği Yenilikler. In 5th National Science and Mathematics Education Congress (pp. 16-18).
- 46) Erfjord, I. (2011). Teachers' Initial Orchestration of Students' Dynamic Geometry Software Use: Consequences for Students'. *Tech Know Learn* , 35-54.
- 47) Erişim:
http://www.dynamicgeometry.com/General_Resources/The_Sketchpad_Story.html
1 (Erişim tarihi: 22.11.2015)
- 48) Erişim:
<http://www.cssu.org/cms/lib5/vt01000775/centricity/domain/32/cssumathcurriculum04.pdf> (Erişim Tarihi: 18.10.2015)
- 49) Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 317-333.
- 50) Fallstrom, S., & Walter, M. I. (2009). Using Geometer's Sketchpad to explore, conjecture, and enjoy. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(2), 183-194.
- 51) Finzer, W., & Jackiw, N. (1998). Dynamic manipulation of mathematical objects. Retrieved February, 2, 2004.
- 52) Flores, A. (1998). The kinematic method and the Geometer's Sketchpad in geometrical problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(1), 1-12.
- 53) Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 124-158.
- 54) Godwin, S., & Sutherland, R. (2004). Whole-class technology for learning mathematics: the case of functions and graphs. *Education, Communication & Information*, 4(1), 131-152.
- 55) Goldin, G. A. (1998). The PME working group on representations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 283-301.

- 56) Goos, M., Soury-Lavergne, S., Assude, T., Brown, J., Kong, C. M., Glover, D., ... & Sinclair, M. (2010). Teachers and teaching: Theoretical perspectives and issues concerning classroom implementation. In *Mathematics education and technology-rethinking the terrain* (pp. 311-328). Springer US.
- 57) Graham, A. T., & Thomas, M. O. (2000). Building a versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 265-282.
- 58) Gravemeijer, K. P. E. (2005). PROO application 411-04-123, Tool use in innovative learning arrangements for Mathematics. Retrieved November, 30, 2007.
- 59) Gueudet, G., & Trouche, L. (2011). Mathematics teacher education advanced methods: an example in dynamic geometry. *ZDM*, 43(3), 399-411.
- 60) Guin, D., & Trouche, L. (1998). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195-227.
- 61) Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 204-211.
- 62) Hacısalihoğlu, H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2004). *Matematik Öğretimi İlköğretim 6-8. sınıflar*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- 63) Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 127-150.
- 64) Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational studies in mathematics*, 44(1-2), 5-23.
- 65) Hannafin, R. D., Burruss, J. D., & Little, C. (2001). Learning with dynamic geometry programs: Perspectives of teachers and learners. *The Journal of Educational Research*, 94(3), 132-144.
- 66) Hannafin, R. D. (2004). Achievement differences in structured versus unstructured instructional geometry programs. *Educational Technology Research and Development*, 52(1), 19-32.

- 67) Hannafin, R. D., Truxaw, M. P., Vermillion, J. R., & Liu, Y. (2008). Effects of spatial ability and instructional program on geometry achievement. *The Journal of Educational Research*, 101(3), 148-157.
- 68) Haspekian, M. An “instrumental approach” to study the integration of a computer tool into. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- 69) Hawkins, A., & Sinclair, N. (2008). Explorations with Sketchpad in Topogeometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(1), 71-82.
- 70) Hazzan, O., & Goldenberg, E. P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(3), 263-291.
- 71) Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2009). Intersecting representation and communication infrastructures. *ZDM*, 41(4), 399-412.
- 72) Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2010). Accommodating the instrumental genesis framework within dynamic technological environments. *For the Learning of Mathematics*, 26-31.
- 73) Hennessy, S., Fung, P., & Scanlon, E. (2001). The role of the graphic calculator in mediating graphing activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(2), 267-290.
- 74) Hiebert, J. (1981). Cognitive development and learning linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 197-211.
- 75) Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathematical symbols. *Educational studies in mathematics*, 19(3), 333-355.
- 76) Hollar, J. C., & Norwood, K. (1999). The effects of a graphing-approach intermediate algebra curriculum on students' understanding of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 220-226.
- 77) Hoyles, C., Noss, R., & Kent, P. (2004). On the integration of digital technologies into mathematics classrooms. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 309-326.

- 78) Işıksal, M., & Aşkar, P. (2003). Elektronik tablolar ve dinamik geometri yazılımını kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *İlköğretim-Online E-dergi*, 2(2), 10-18
- 79) Izsák, A. (2003). " We Want a Statement That Is Always True": Criteria for Good Algebraic Representations and the Development of Modeling Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 191-227.
- 80) İpek, A. S., & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep University-Journal of Social Sciences*, 11(3), 681-700.
- 81) Jackiw, N. (2003). Visualizing complex functions with The Geometer's Sketchpad. In *Proceedings of the 6th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp. 291-299). Volos, University of Thessaly, Greece.
- 82) Jackiw, R. N. (2007). Mechanism and magic in the psychology of dynamic geometry (pp. 145-159). Springer New York.
- 83) Jackiw, N., & Sinclair, N. (2009). Sounds and pictures: dynamism and dualism in Dynamic Geometry. *ZDM*, 41(4), 413-426.
- 84) Janičić, P. (2010). Geometry constructions language. *Journal of Automated Reasoning*, 44(1-2), 3-24.
- 85) Janvier, C. (1985). Conceptions and Representations: The Circle as an Example.
- 86) Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational studies in mathematics*, 44(1-2), 55-85.
- 87) Kabael, T., & Tanışlı, D. (2010). Teaching from Patterns to Functions in Algebraic Thinking Process. *Elementary Education Online*, 9(1), 213-228.
- 88) Kandemir, M. (2007). Attitudes And Concept Learning Levels About Basic Mathematics Of Class Student Teachers. *Journal of Education Faculty*, 9(2), 13-32.
- 89) Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.
- 90) Kardeş, D., Aydın, E., & Delice, A. (2012) Öğretmen Adaylarının Lineer Denklemler Sistemleri Konusundaki Temsil Dönüşüm Başarıları. 10. Ulusal Fen

Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.

- 91) Karp, K. S. (1994). Telling Tales: Creating Graphs Using Multicultural Literature. *Teaching Children Mathematics*, 1(2), 87-91.
- 92) Karsenty, R. (2002). What do adults remember from their high school mathematics? The case of linear functions. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 117-144.
- 93) Kidron, I. (2008). Abstraction and consolidation of the limit concept by means of instrumented schemes: the complementary role of three different frameworks. *Educational Studies in Mathematics*, 69(3), 197-216.
- 94) Kieran, C., & Drijvers, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(2), 205-263.
- 95) Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 500-507.
- 96) Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 151-161. Laborde, 2000
- 97) Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 275-304.
- 98) Lacasta, E., & Wilhelmi, M. R. (2008). The graphic illusion of high school students. In *Statistical Implicative Analysis* (pp. 99-117). Springer Berlin Heidelberg.
- 99) Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, 60(1), 1-64.
- 100) Leung, A., & Lopez-Real, F. (2002). Theorem justification and acquisition in dynamic geometry: a case of proof by contradiction. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(2), 145-165.

- 101) Mariotti, M. A. (2010). Proofs, semiotics and artefacts of information technologies. In *Explanation and Proof in Mathematics* (pp. 169-188). Springer US.
- 102) Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM*, 41(4), 427-440.
- 103) Maschietto, M., & Bussi, M. G. B. (2009). Working with artefacts: gestures, drawings and speech in the construction of the mathematical meaning of the visual pyramid. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 143-157.
- 104) Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM*, 45(7), 959-971.
- 105) Maxfield, J. E., & Waugh, F. V. (1951). A Graphic Solution of Simultaneous Linear Equations. *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, 246-248.
- 106) Memnun, D. S., & Altun, M. (2012). RBC+ C Modeline Göre Doğrunun Denklemi Kavramının Soyutlanması Üzerine Bir Çalışma: Özel Bir Durum Çalışması. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 1(1).
- 107) Merriam, S. (2009). *Qualitative Research*. Erişim: https://books.google.com.tr/books?hl=en&lr=&id=6o6AwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR1&dq=sharan+b.+merriam&ots=pen630HA4s&sig=HSVCqF6UVJ2NqfpJqEs1MxKIXJw&redir_esc=y#v=onepage&q=sharan%20b.%20merriam&f=false
Erişim Tarihi: 9 Mayıs 2015. San Francisco: Jossey-Bass.
- 108) Mevarech, Z. R., & Kramarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: Stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32(3), 229-263.
- 109) Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 327-357.
- 110) Moschkovich, J. N. (1996). Moving up and getting steeper: Negotiating shared descriptions of linear graphs. *The Journal of the Learning Sciences*, 5(3), 239-277.
- 111) Moseley, B. (2005). Students' early mathematical representation knowledge: The effects of emphasizing single or multiple perspectives of the rational number domain in problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 37-69.

- 112) Narboux, J. (2007). A graphical user interface for formal proofs in geometry. *Journal of Automated Reasoning*, 39(2), 161-180.
- 113) Nathan, M. J., & Kim, S. (2007). Pattern generalization with graphs and words: A cross-sectional and longitudinal analysis of middle school students' representational fluency. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 193-219.
- 114) Ndlovu, M., Wessels, D., & de Villiers, M. (2011). An instrumental approach to modelling the derivative in Sketchpad. *pythagoras*, 32(2), 15-pages.
- 115) O'Callaghan, B. R. (1998). Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. *Journal for research in mathematics education*, 21-40.
- 116) Olive, J. (1991). Learning geometry intuitively with the aid of a new computer tool: The Geometer's Sketchpad. *The Mathematics Educator*, 2(1).
- 117) Olkun, S.; Gülbağcı, H.; Öztürk, B.; Açıkgöz, S.; Kandemir, M.A.; Çakmaktepe, M. (2008). *Dinamik Geometri Yazılımları ile Geometri Etkinlikleri*. (Ed: S.Olkun). Ankara: Maya Akademi.
- 118) Önür, Y., (2008). *Effects Of Graphing Calculators on Eighth Grade Students' Achievement in Graphs Of Linear Equations and Concept of Slope*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi. ANKARA.
- 119) ÖZERDEM, E. (2007). *Lisans Düzeyinde Analitik Geometri Dersindeki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Giderilmesine Yönelik Bir Araştırma*. Dokuz Eylül Üniversitesi. İZMİR.
- 120) Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 82-90.
- 121) Paasonen, J. (1993). Experimenting with the Graphic Calculator. *Mathematics in School*, 34-35.
- 122) Panasuk, R. M., & Beyranevand, M. L. (2010). Algebra students' ability to recognize multiple representations and achievement. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 22, 1-22.
- 123) Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation (s) in developing mathematical understanding. *Theory into practice*, 40(2), 118-127.

- 124) Patterson, N. D., & Norwood, K. S. (2004). A case study of teacher beliefs on students' beliefs about multiple representations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(1), 5-23.
- 125) Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2009). Cognitive styles, dynamic geometry and measurement performance. *Educational Studies in Mathematics*, 70(1), 5-26.
- 126) Rau, M. A., Aleven, V., & Rummel, N. (2013). How to use multiple graphical representations to support conceptual learning? Research-based principles in the Fractions Tutor. In *Artificial Intelligence in Education* (pp. 762-765). Springer Berlin Heidelberg.
- 127) Rau, M. A., Aleven, V., Rummel, N., & Pardos, Z. (2014). How Should Intelligent Tutoring Systems Sequence Multiple Graphical Representations of Fractions? A Multi-Methods Study. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 24(2), 125-161.
- 128) Ritella, G., & Hakkarainen, K. (2012). Instrumental genesis in technology-mediated learning: From double stimulation to expansive knowledge practices. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 7(2), 239-258.
- 129) Rivera, F. D. (2007). Accounting for students' schemes in the development of a graphical process for solving polynomial inequalities in instrumented activity. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 281-307.
- 130) Roth, W. M., & Bowen, G. M. (2001). Professionals read graphs: A semiotic analysis. *Journal for Research in mathematics Education*, 159-194.
- 131) Roth, W. M., Bowen, G. M., & Masciotra, D. (2002). From thing to sign and "natural object": Toward a genetic phenomenology of graph interpretation. *Science, Technology & Human Values*, 27(3), 327-356.
- 132) Roth, W. M., & Bowen, G. M. (2003). When are graphs worth ten thousand words? An expert-expert study. *Cognition and Instruction*, 21(4), 429-473.
- 133) Ruthven, K. (2002). Instrumenting mathematical activity: Reflections on key studies of the educational use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 275-291.
- 134) Ryken, A. E. (2009). Multiple representations as sites for teacher reflection about mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(5), 347-364.

- 135) Scher, D. (1999). Lifting the curtain: The evolution of the Geometer's Sketchpad. *The Mathematics Educator*, 10(2).
- 136) Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 362-389.
- 137) Sinclair, M. P. (2003). Some implications of the results of a case study for the design of pre-constructed, dynamic geometry sketches and accompanying materials. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 289-317.
- 138) Sinclair, N., & Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135-150.
- 139) Sinclair, N., & Jackiw, N. (2010). Modeling Practices with The Geometer's Sketchpad. In *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 541-554). Springer US.
- 140) Stols, G. H. (2005). Sketching the general quadratic equation using dynamic geometry software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(5), 483-488.
- 141) Tabach, M. (2011). A mathematics teacher's practice in a technological environment: A case study analysis using two complementary theories. *Technology, Knowledge and Learning*, 16(3), 247-265.
- 142) Tall, D. (1989). Concept images, generic organizers, computers, and curriculum change. *For the learning of mathematics*, 37-42.
- 143) Talmon, V., & Yerushalmy, M. (2004). Understanding dynamic behavior: Parent-child relations in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 57(1), 91-119.
- 144) Tayan, E., (2011). Doğrusal Denklemler ve Grafikleri Konusunun Öğretiminde Bilgisayar Destekli Öğretim Yönteminin Başarıya Etkisi. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi. ERZURUM.
- 145) Tilling, L. (1975). Early experimental graphs. *The British Journal for the History of Science*, 8(03), 193-213.
- 146) Todd, P., Lyublinskaya, I., & Ryzhik, V. (2010). Symbolic geometry software and proofs. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(2), 151-159.

- 147) Trouche, L., & Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education: flashback into the future. *ZDM Mathematics Education*, 667-681.
- 148) Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.
- 149) Trouche, L. (2005). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. In *The didactical challenge of symbolic calculators* (pp. 137-162). Springer US.
- 150) Tsamir, P., & Tirosh, D. (1999). Consistency and representations: The case of actual infinity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 213-219.
- 151) Ural, A. (2012). Fonksiyon Kavramı: Tanımsal Bilginin Kavramın Çoklu Temsillerine Transfer Edilebilmesi ve Bazı Kavram Yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 93-105.
- 152) Uworwabayeho, A. (2009). Teachers' innovative change within countrywide reform: a case study in Rwanda. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(5), 315-324.
- 153) Vaiyavutjamai, P., & Clements, M. A. (2006). Effects of classroom instruction on student performance on, and understanding of, linear equations and linear inequalities. *Mathematical thinking and learning*, 8(2), 113-147.
- 154) Van De Walle, J., Karp, K., Bay-Williams, J. (2012). İlkokul ve Ortaokul Matematiği. (Durmuş, S. Çev.Ed.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- 155) Verillon, P., & Andreucci, C. (2006). Artefacts and cognitive development how do psychogenetic theories of intelligence help in understanding the essence of technical environment. *International Handbook of Technology Education: Reviewing the Past Twenty Years*, 1, 399.
- 156) Verikios, P., & Farmaki, V. (2010). From equation to inequality using a function-based approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(4), 515-530.
- 157) White, T. (2008). Debugging an artifact, instrumenting a bug: Dialectics of instrumentation and design in technology-rich learning environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(1), 1-26.

- 158) Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(3), 217-249.
- 159) Yiu, P. (2008). Dynamic Triangle Geometry: Families of Lines with Equal Intercepts. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 159-170.
- 160) Yavuz, İ., Arslan, S., & Kepçeoğlu, İ. (2011). Didaktik Antlaşması ve öğretime yansımaları: değerler tablosu örneği. *International Journal of Human Sciences*, 8(1).
- 161) Yoshiteru, I., & Masayuki, F. (2008). Diagram, Dynamic Geometry and Sangaku. In *Novel Algorithms and Techniques In Telecommunications, Automation and Industrial Electronics* (pp. 267-272). Springer Netherlands.