ÖĞRENCİLERİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERDE
KULLANDIKLARI STRATEJİLERİNİN BELİRLENMESİ VE
MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ

TuğbaYulet YILMAZ

(Yüksek Lisans Tezi)

Temmuz 2014

ÖĞRENCİLERİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERDE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİNİN BELİRLENMESİ VE MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ

Tuğba Yulet YILMAZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Eskişehir

Temmuz 2014

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Tuğba YULET YILMAZ'ın "Öğrencilerin Çok Çözümlü Problemlerde Kullandıkları Stratejilerinin Belirlenmesi ve Matematiksel Yaratıcılıklarının Değerlendirilmesi" başlıklı tezi 24.07.2014 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi programı yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	**İmza**
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Nilüfer KÖSE	
Üye	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	: Yard.Doç.Dr. Melih TURĞUT	

Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

ÖĞRENCİLERİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERDE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİNİN BELİRLENMESİ VE MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ

Tuğba Yulet YILMAZ
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Temmuz 2014

Tez Danışmanı: Doç.Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın amacı öğrencilerin çok çözümlü problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi ve öğrencilerdeki matematiksel yaratıcılığın çok çözümlü problemler aracılığıyla değerlendirilmesidir.

Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırmanın uygulaması, 2013-2014 öğretim yılında, bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği 1. sınıfına devam eden 76 öğrenci üzerinde iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada öğrencilere çok çözümlü 4 problem verilmiş, her bir probleme otuz dakika süre verilerek öğrencilerden bulabildikleri kadar çok çözüm yoluyla problemleri çözmeleri istenmiştir. İkinci aşama ise birinci aşamada çok çözüm yolu bulamayan öğrenciler üzerinde gerçekleştirilen klinik görüşmeleri kapsamaktadır. Bu görüşmeler ile öğrencilerin düşüncelerine dayalı olarak çok çözüm yolu bulamama nedenlerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Verilerin analizinde ise, Miles ve Huberman (1994)'ın "verinin işlenmesi", "verinin görsel hale getirilmesi", "sonuç çıkarma ve teyit etme" aşamaları dikkate alınırken, çok çözümlü problemler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesinde Leikin (2009)'in, esneklik, akıcılık ve orijinallik ölçütlerinin kullanıldığı analiz yöntemi benimsenmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgular üç aşamada sunulmuştur. Birinci aşamada öğrencilerin problemlere yönelik kullandıkları çözüm yollarına/stratejilerine ilişkin bulgular, ikinci aşamada öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarına ilişkin bulgular, üçüncü aşamada ise yapılan klinik görüşmelerle öğrencilerin çok çözüm yapamama nedenlerine ilişkin görüşlerinden elde edilen bulgular ve bu süreçte belirlenen eksiklikler tema ve alt temalar altında görselleştirilerek sunulmuştur.

Araştırmanın sonucunda, çözüm sayısı yani akıcılık puanı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının arttığı görülmüş, ancak öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun problemlere ilişkin çok çözüm yolu üretemedikleri belirlenmiştir. Araştırmada ulaşılan bir diğer sonuç ise öğrencilerin geometri problemlerinde sayısal problemlere göre daha fazla çözüm yolu üretebilmeleridir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin, kendilerinden daha fazla çözüm yapan ya da kendileriyle eşit sayıda çözüm yapan öğrencilerden daha yüksek matematiksel yaratıcılık puanı almalarının nedeninin ise daha orijinal çözüm yolları/stratejiler kullanmalarından kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilere problemlere çok çözüm yapamama nedenlerine ilişkin görüşleri sorulduğunda ise çoğunlukla kanıt gerektiren sorulara ve çok çözüm yolu üretmeye alışkın olmadıklarını ve lisedeki kabulleri belirttikleri görülmüştür. Ayrıca gerçekleştirilen klinik görüşmelerde öğrencilerin alan bilgisi eksikliklerinin de olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematik eğitimi, Çok çözümlü problemler, Matematiksel yaratıcılık, Problem çözme

ABSTRACT

DETERMINING SOLUTION STRATEGIES OF STUDENTS IN MULTIPLE SOLUTION TASKS AND EVALUATING STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVITY

Tuğba Yulet YILMAZ
Department of Mathematics Education
Anadolu University Graduate School of Educational Sciences
July 2014

Advisor: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The purpose of this study was to determine solution strategies in multiple solution tasks and to evaluate students' mathematical creativity with the help of multiple solution tasks.

For the collection, analysis and interpretation of the research data, the qualitative research method was used. The study was conducted in two phases with a total of 76 freshman students enrolled in the department of Elementary School Mathematics Teaching at a state university in the academic year of 2013-2014. In the first phase, the students were given four multiple-solution tasks and asked to find as many ways of solution to each task as possible in 30 minutes. The second phase included clinical interviews held with the students who did not find many ways of solution in the first phase. The interviews aimed at revealing the reasons why these students failed to find fewer ways of solution. For the analysis of the data, Miles and Huberman (1994)'s phases of "processing the data", "visualization of the data", "drawing conclusions and confirmation" were taken into account. For the evaluation of mathematical creativity, the criteria of flexibility, fluency and originality were used. In order to calculate a student's score of mathematical creativity, Leikin (2009)'s method of analysis was conducted.

The findings obtained in the study were presented in three phases. The first phase included the findings regarding the strategies/ways of solution the students applied for the tasks. In the second phase, the findings related to the students' mathematical creativity were presented. As for the third phase, the findings obtained via the clinical interviews held with the students regarding the reasons for their failure in finding ways of solution were presented via visualization under themes and sub-themes.

Key Words: Mathematics education, Multiple solution tasks, Mathematical creavity, Problem Solving

ÖNSÖZ

Dünyada yaşanmakta olan değişimler bireylere bir yandan birçok fırsat ve kolaylık sunarken diğer yandan bireyleri karmaşık problemlere karşı çözüm arayışı içine sokmaktadır. Bireyin öğrenme ve gelişime en uygun olduğu çağlarda karşısına çıkan problemlere farklı yanıtlar, farklı çözümler yapabilme alışkanlığı kazanması, daha orijinal fikirler üretmeye çalışması, bu değişimlerden en üst düzeyde faydalanabilmesi ve karmaşık problemlere yaratıcı yeteneklerini kullanarak çeşitli çözüm yöntemleriyle yaklaşabilmesi için gereklidir.

Çok çözümlü problemler bireyi ileri düzeyde matematiksel düşünmeye teşvik etmesi, muhakeme yaparak, matematiksel kavramları birbirleriyle ilişkilendirerek, farklı temsiller arasında geçiş yaparak çeşitli problem çözme stratejilerini uygulayabilme imkânı tanıması ve bunları yaparken matematiğin uğraşmaya değer olduğunu hissettirmesi bakımından son derece önemlidir.

Bu araştırma pek çok kişinin katkılarıyla gerçekleştirilmiştir. Öncelikle araştırmanın başından itibaren akademik ve manevi desteğiyle her zaman yanımda olan, tecrübelerinden yararlanırken göstermiş olduğu hoşgörü ve sabırdan dolayı değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE' ye sonsuz teşekkür ederim.

Araştırmam boyunca her türlü desteğiyle her zaman yanımda olan sevgili eşim Mahir Leysan YILMAZ' a benimle olduğu ve gösterdiği sabır için çok teşekkür ederim. Emeklerini hiçbir şekilde ödeyemeyeceğim değerli annem ve babam Sevim ve Müfit AKARSU' ya, varlıklarından güç aldığım sevgili kardeşlerim Begüm ve Şeyma AKARSU' ya gösterdikleri sabır ve destekten dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tuğba Yulet YILMAZ

Eskişehir, 2014

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

BİRİNCİ BÖLÜM
GİRİŞ

Problem Durumu

Dünyada yaşanmakta olan köklü değişimler, yaşamın her alanında toplumu ve doğal olarak da bireyi etkisi altına almaktadır. Başlangıçta doğa karşısında hayatta kalabilmek için basit problemlere gündelik çözümler üretmeye çalışan birey, bugün hayatta kalma amacı değişmeden, daha karmaşık problemlere karşı çözüm arayışı içindedir. Dünya ekonomisinin büyümesi, iletişim teknolojilerinin gelişmesi ile birlikte bilgi paylaşımının tarihin en üst seviyesine ulaşması, ülkeler arasındaki sınırların sembolik çizgilere dönüşmüş olması ve yaşanmakta olan kültürel evrim insanlık için birçok fırsat ve kolaylık getirmektedir. Ancak bilgi ve teknoloji patlaması yaşamı her geçen gün artarak devam eden bir karmaşa içine sokmakta; hızlı nüfus artışı, doğal kaynakların hızla tükenmesi, ekolojik dengenin bozulmasına paralel yaşanan iklim değişiklikleri gibi çok çeşitli problemleri de beraberinde getirmektedir. İnsanların gelişmelerin getirdiği fırsatlardan en üst düzeyde faydalanabilmeleri ve problemlere çözümler üretebilmeleri için yaratıcı ve yenilikçi olmalarının yanı sıra kendi düşünme becerilerinin farkında olmaları ve bu becerileri kullanabilmeleri gerekmektedir.

Bu noktada, gündelik yaşamda karşılaştığı ve çeşitlenmiş problemlerle birlikte, uzun süreli planlamalar ve doğru stratejilerle yönetilmesi gereken problemlerle karşı karşıya kalan bireye yaşamda kalabilme ve mücadele edebilme yetisini artık deneme-yanılma sonucu ortaya çıkan ya da tesadüfen edinilen bilgiler değil sistemli bir bütün haline gelmiş olan "eğitim" verebilmektedir. Olumlu ya da olumsuz olarak etkilenen dönüşen unsurların varlığı, toplumların eğitimden beklentilerini de değiştirmekte ve eğitim sistemlerinin bulunulan çağın ihtiyaçlarını karşılayabilmek için kendilerini yenileme gereksinimi hissetmelerini sağlamaktadır.

Matematiğin insan yaşamındaki yeri ve öneminden dolayı matematik de bu değişimden payına düşeni almaktadır. Günümüzde matematiği bilen, anlayan ve gereksinim duyduğu durumlarda kullanabilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır (Köse, 2008). Bu sebeple matematik eğitimi, bireyleri çeşitli bilgilerle donatmaktan çok onlara karşılaştıkları problemleri çözmede yardımcı olacak yöntem ve becerilerin kazandırılmasını amaçlamaktadır (Özdaş, 1996).

Problem çözme tüm sınıf düzeyleri için hazırlanan matematik programlarının vazgeçilmez bir parçasıdır. Problem çözmenin bu denli önemli olması şüphesiz bu alanın matematiğin gerçek yaşamla en yakın ilişki kurduğu alan olmasıyla ilgilidir. Problem çözerken kullanılan düşünme biçimleri ve çeşitliliği günlük yaşamda karşılaşılan problemlerle kurulan ilişkiyle yoğun benzerlikler göstermektedir.

Bu nedenle bireylerin problem çözmeyi anlayabilmeleri ve bu durumları gerçek hayat ortamlarında uygulayabilmeleri sağlanarak, yaşamları boyunca matematiğin gerekliliğinin hissettirilmesi gerekmektedir (Köse, 2008).

Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi ([NCTM], 2000), öğrencilerin problem çözerken, bir çözüm bulabilmek için eski bilgilerini kullandıklarını ve bu süreç boyunca yeni bilgiler oluşturduklarını, problem çözerken düşüncelerini ortaya koymayı öğrendiklerini, yeni düşünme yolları bulduklarını ve dolayısıyla bu süreçlerin hayatta tanıdık olmadıkları olaylarla karşılaştıklarında kendilerine güven duymalarını sağladığını, belirtmektedir.

Ayrıca problem çözme eleştirel ve analitik düşünmeyi geliştirmekte, öğrencilerin algoritmik düşünmelerine yardımcı olmakta ve sistematik olarak yapıldığında bilişsel öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır. Çünkü öğrenci problem çözme sürecinde deneme, inceleme yapma, tahminde bulunma, elde ettiği sonuçları değerlendirme ve farklı sonuçlar üzerinde yeniden araştırma yapma gibi bilişsel etkinlikler yapar (Baki, 2008). Öğrenciler problem çözerken matematiksel bilgilerini keşfetme, kendi anlamalarını oluşturma, oluşturdukları bilginin yeni durumlara nasıl uygulanacağı ya da ne tür soyutlamaların yapılacağı üzerinde düşünme, etkili sorgulamalarla matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarma fırsatı elde etmektedirler (Olkun ve Toluk-Uçar, 2009).

İnsan neslinin varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel beceri olan problem çözme becerisi, bir problemle karşılaştığında onu kavrama ve problemi anlama, çözümü için uygun stratejiyi seçme, bu stratejiyi kullanma ve sonuçları yorumlama yeteneği olarak tanımlanmaktadır (Altun, 2004).

Öğrencilerin problem çözme becerisi kazanmaları ne kadar önemli ise bu çözüm sürecinde çeşitli düşünsel becerilerinin düzeyini belirlemek de o kadar önemlidir. Matematik öğreniminde sıradan/rutin problemlerin kullanılması gerekli, ancak yeterli değildir. Problem çözmeyi sadece basit bir işlem tekrarına, düşünmeden yapılan mekanik bir etkinliğe dönüştürmek öğrencilerin yaratıcı yeteneklerini sergilemesini ve çeşitli düşünme becerilerinin değerlendirilmesini engeller. Bireyin yaratıcı yeteneklerini ortaya çıkaran bir problemle karşılaşması ve kendi başına çözdüğü bu problemdeki keşfin tatmini, zihinsel çalışmaya karşı istek yaratacağı gibi kişinin karakteri ve zihni üzerinde ömür boyu iz bırakabilmektedir (Polya, 1997).

Bireyin öğrenme ve gelişime en uygun olduğu çağlarda, ders kitaplarındaki alıştırmalardan farklı; gerçek hayattakine benzer, tek bir doğru cevabı olmayan ya da tek bir doğru cevabı olsa da bu doğruya ulaşmak için farklı çözüm yollarını keşfedilebileceği problemlerle karşılaşması, onun yaşamda karşılaştığı problemlere daha yaratıcı ve çeşitlenmiş çözüm yöntemleriyle yaklaşmasına yardımcı olabilmektedir. Problem çözerken yapılan, tek amacın doğru cevabı bulma olduğu, çözüme götüren yollarda bireyin nasıl düşündüğünün önemli olmadığı sembolik çözümler, bazen birkaç deneme yanılma ile neyi niçin yaptığını bilmeden, sorgulamadan, tesadüfen de ortaya çıkabilir. Ancak birey artık karşılaştığı problemleri deneme yanılma yöntemiyle çözemeyecek kadar hızlı bir çağda yaşamaktadır.

Nitekim ülkemizin uluslararası sınavlardaki sıralaması, matematikte program yenileme çalışmalarına rağmen beklenen gelişmenin öğrencilerin problem çözme başarısında gözlenememesi bu hızlı çağa ayak uydurulamadığının bir kanıtıdır. TIMSS Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması (TIMSS) 2011 raporuna göre Türkiye'nin 8. sınıf düzeyindeki matematik başarı ortalaması 452'dir. Türkiye, 42 ülke arasında 24'üncü ve Avrupa ülkeleri arasında ise sondan ikincidir. Türkiye'nin 4.sınıf düzeyinde matematik başarı puanı ortalaması 469 olup, bu ortalama sınava giren dünya öğrencilerinin başarı ortalaması olan 492 puanın anlamlı düzeyde altındadır. Sıralama anlamında ise Türkiye 50 ülke içerinde 35'inci ve Avrupa ülkeleri arasında ise son sıradadır (Yücel, Karadağ ve Turan, 2013). Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2009'a 74 ülke katılmıştır Türkiye, 445 puanla tüm ülkeler içerisinde 41. sırada yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2010).

Ülkemizde uluslararası sınavlarda alınan sonuçların istenen düzeyde olmaması öğrencilerin problem çözme becerisi bakımından eksik olduklarını düşündürmektedir. Altun ve Arslan (2006)' a göre öğrencilerin bu eksiklikleri iki temel nedene bağlanabilir: (i) Alan bilgisi yetersizliği: Matematiksel semboller, formüller, kavram yanılgıları vs. (ii) Yaratıcılık, bilerek yapma ve ne yaptığının farkında olma bakımından çekilen güçlükler. Bu yetersizliğin oluşmasında okullarda kullanılan, içerdikleri sayıların doğru işlemlere tabi tutulmalarıyla çözülebilen problem türlerinin önemli bir yeri vardır.

Basit aritmetiksel işlemler ile kolayca çözülebilen bu problemlerin çok ötesine geçen çok çözümlü problemler, öğrencilere neyi niçin yaptığının bilincinde olma, eylemlerini sorgulama, yaratıcı yeteneklerini ortaya koyarak, kavramları ilişkilendirerek çözüm üretme ve yaptığı her bir çözümde matematiksel düşünme etkinliklerini uygulama fırsatı vermektedir.

MEB (2013), öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif katılımcı olmalarını vurgulamaktadır. Matematiği öğrenmenin temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu fark etmeyi dolayısıyla, öğrencilerin matematiği "hissedilir, yararlı, uğraşmaya değer" görmelerine ve "özenle ve sebat ederek" çalışmalarına yardım edecek öğrenme ortamlarının oluşturulmasının önemli olduğunu belirtmektedir. Öğrenenin aktif olması, kendi bilgisini matematiksel keşifler ve matematik yapmanın diğer formları olan matematiksel tartışmalara, kanıtlamalara ya da reddetmelere olanak sunan varsayımlarda bulunma yoluyla yapılandırması anlamına gelmektedir (Leikin, 2007). Çok çözümlü problemler, bireyin matematik yapmasını desteklemesi, bireyi farklı fikirleri araştırmaya cesaretlendirmesi, bireye çeşitli problem çözme stratejilerini uygulayabilme imkânı tanıması, bireye matematiğin uğraşmaya değer olduğunu hissettirmesi bakımından son derece önemlidir.

Bu düşünceler ışığında bu araştırmada öğrencilerin çok çözümlü problemler ile karşılaştıklarında ne tür çözüm yollarını tercih ettikleri, bu çözüm yollarının sayısı, bir yaklaşımdan diğerine geçiş yapabilmedeki becerileri, çözümlerin orijinalliği, çözüm yollarının matematiksel yaratıcılık ile ilişkisi ve öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenleri araştırılması gereken bir konu olarak düşünülmüştür.

Yaratıcılık

Yaratıcılık, farklı bilim insanları tarafından çeşitli bakış açıları ile ele alınan, bu bakış açılarının sürekli değişim halinde olduğu karmaşık bir kavramdır (Mann, 2006). Bu doğrultuda yaratıcılığı farklı biçimlerde açıklayan pek çok yaklaşım olduğu görülmektedir:

Yaratıcılığın temeli olan bilginin nasıl elde edildiği ve nasıl saklandığı ile ilgilenen bilişsel yaklaşıma göre, bilgi alındıktan ve düzenlendikten sonra özgün bir ürün ortaya koyma işi yaratıcılıktır. Yaratıcı düşünmeye ilişkin zihinsel temsilleri anlama ve süreçleri araştırmaya yönelik olan bu yaklaşımın en belirgin özelliği, global düşünme becerileri üstüne odaklanmasıdır (Tok, 2008). Bu yaklaşımın temsilcilerinden olan, tek boyutlu ve çok boyutlu düşünme biçimlerini ayıran ve yaratıcı bireylerin çok boyutlu düşündüğünü belirten Guilford, eğitim sistemlerinin her zaman bir yaratıcılık problemi olduğunu ve bu yüzden bu alanda yapılan çalışmaların her geçen gün arttığını da belirtmektedir (Guilford, 1967).

Çağdaş bir akım olan Humanistik yaklaşım bireysel değerlerin tanınmasına geliştirilmesine, benlik duygusunun oluşumuna değer vermektedir. Bu yaklaşımın temsilcilerinden Maslow'a göre yaratıcılık kendini gerçekleştirme kavramından doğan, bir ürün, bir karakter ya da bir süreç olan kişilik özelliğidir (Sternberg, 1994). Hümanistik kuramın temsilcilerinden bir diğeri olan Carl Rogers'a göre yaratıcı bir kişinin sahip olması gereken üç temel özellik; *deneyime açık olma, iç değerlendirme ve elemanlar ile kavramlarla ilgilenme* yeteneğidir. İyi ve kötü yaratıcılığın olmadığını düşünen Rogers bu üç özelliğin psikolojik güven ve psikolojik özgürlükler tarafından beslendiğini ve bu şekilde desteklenip arttırılabileceği gibi bunun aksinin de mümkün olduğunu savunmaktadır (Erdoğdu, 2006).

Davranışın karmaşık bir süreç olduğunu ve bu yüzden bir bütün olarak ele alınması gerektiğini savunan Gestalt kuramına göre yaratıcılık çözülmesi gereken sorunların ya da oluşan zorlukların fonksiyonu olarak, belirli bir durumu, yeni bir bütünde yeniden keşfetmektir. Bu kuram problemi tamamlanmamış ve tamamlanması gereken bir bütün olarak görmekte, çözmek için yaratıcı davranıştan söz etmekte ancak yaratıcılık sürecini açıklamakta yetersiz kalmaktadır (Yavuzer, 1996).

Davranışçı kuram ise yaratıcılığın bilinçli gerçeklilikle bilinçsiz kuvvetler arasındaki gerilimden doğduğu fikri ile yaratıcılığı açıklamaktadır (Sternberg, 1999).

Pragmatik yaklaşıma göre yaratıcılık çalışmaları yaratıcılığı geliştirici yollar arama ile ilgilidir. Okul matematiğindeki yaratıcılık ise tamamen yeni, hiç kimsenin bilmediği matematiksel bir bilginin icadı demek değil, herhangi bir öğrenci için yeni ve orijinal bir bilginin icadı demektir (Levav-Waynberg ve Leikin, 2012). Bu yaklaşımın en önemli savunucularından biri olan De Bono, yaratıcılığın yaşam becerilerine yönelik yararları üstünde durmuştur (Sternberg ve Lubart, 2006).

Yaratıcılığın değerlendirilmesi ile ilgilenen psikometrik yaklaşımın önemli temsilcilerinden Guilford, yaratıcılığı değerlendirme amacıyla ilk yaratıcılık testlerini oluşturmaya başlamıştır. Torrance (1974) ise Yaratıcı Düşünce Testini geliştirmiş, akıcılık, esneklik, orijinallik ve ayrıntılandırma ölçütlerine göre yaratıcılığı değerlendirmiştir (Sternberg ve Lubart, 2006).

Yaratıcılığı açıklamaya yönelik farklı yaklaşımlar bu kavram için yapılan pek çok tanımı beraberinde getirmektedir. Mann (2006)' e göre yaratıcılık kavramı yüzden fazla tanımın yapılabileceği bir kavramdır. Aşağıda bu tanımlamalardan bazıları verilmektedir:

Yaratıcılığın Latince 'creare' kökenli ve 'üretmek, yapmak, doğurmak, meydana getirmek, yaratmak' anlamına gelen bir kavram olduğunu belirten Andreasen (2013), yaratıcılığı, kaynağını beyinden alan özgün düşünebilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Yaratıcılığı bir süreç olarak ele alan Torrance' a göre yaratıcılık sorunlara; bozukluklara, uyumsuzluğa, bilgi eksikliğine karşı duyarlı olma, güçlükleri tanımlama, kurulmamış ilişkiler arasında ilinti kurma, çözüm arama, tahminlerde bulunma, eksikliklere ilişkin denenceler geliştirme, çözüm üretebilme, yeni ve özgün düşünceler ortaya koyabilme yetisidir (Sünbül, 2000). Evans (1991) da benzer bir şekilde yaratıcılığı, konulara yeni bakış açılarından bakmak ve yeni ilişkiler ortaya çıkarmak için zihinde bulunan bir ya da birden fazla kavramlardan yeni bileşimler oluşturmak, insanoğlunun ihtiyaçlarını karşılayan bilimsel buluşlar, yeni sanat ya da edebi ürünler ortaya koymak olarak tanımlamaktadır (Kandemir, 2006). Herman (1996)'a göre yaratıcılık varsayımlara meydan okuma, örüntüleri tanıma, ilişkiler kurma, risk alma, şansları değerlendirme ve farklı yollar araştırma yeteneğidir (Vidal, 2010). Yenilmez ve Yolcu (2007) ise yaratıcılığı bilgi ve deneyim birikiminden yararlanarak sentezleme sonucu yeni ürünler ortaya koyma, birbirleriyle farklı olan, ilişkisi olmadığını sandığımız şeylerin ilişkisini kurma ve yeniyi yaratma olarak tanımlamaktadırlar. Bono (1992), yaratıcılığın alternatifler araştırmak anlamında kullanıldığını belirtmektedir. Durumdan tatmin olmayıp yeni alternatifler bulmaya, olanları değiştirmeye harcanan çabaların, yaratıcılığın göstergelerinden olduğunu vurgulamaktadır (Rıza, 2001).

Özden (2000) yaratıcılığı, insan yaşamının her evresinde ortaya çıkan bir yeti olarak görmekte, gündelik yaşamdan bilimsel çalışmalara kadar çeşitli ürünlerin ortaya çıkmasını sağlayan süreçlerin bütünü, tutum ve davranış biçimi olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde yaratıcılığın dâhilikle sınırlanmadığını belirten Sünbül (2000), yaratıcılık olmaksızın bir problemin çözülemeyeceğini, herkesin çoğu zaman eski ilişkileri yeni düzenlemeler içerisinde değiştirebildiğini, yeni formları ortaya çıkarabildiğini, alışkanlıkları tekrar etme yerine, bazı ilişkileri değiştirerek yaratıcı ürünler ortaya koyabildiğini belirtmektedir. Leikin (2007; 2009) ve Silver (1997) da yaratıcılığın sadece üstün zekâlı öğrencilerde bulunan statik bir kişilik özelliği olduğunu düşünen geleneksel görüşlere karşın, deneyim ve eğitimle nüfusun geniş bir bölümünde ve uygun öğretim araçları kullanılarak öğrencilerde geliştirilebilecek dinamik bir özellik, zihinsel bir alışkanlık olduğunu düşünen modern görüşü savunmaktadırlar.

Lev-Zamir ve Leikin (2011), bir çocuğun yeni öğrendiği kavramlar ile önceden bildiği kavramları ilişkilendirdiğinde, bildiği yapıları ayrıntılandırdığında, soyut fikirler geliştirdiğinde yaratıcılığının harekete geçtiğini, bu yaratıcılığın bilginin yapılandırılmasını sağlayan temel bileşenlerden biri olduğunu ve öğretimde yaratıcılığın kullanılmasının öğrenme sürecini yoğunlaştırdığını belirtmektedir.

Çoğu zaman birbiri yerine kullanılsa da yaratıcılık ve yaratıcı düşünme tam olarak aynı değildir. Yaratıcılık hem zihinsel hem de performansa dayalı etkinlikleri ifade ederken, yaratıcı düşünme daha çok zihinsel etkinlikleri ifade etmektedir (Demirel, 2005).

Yaratıcı Düşünme

Sternberg (2001), yaratıcı düşünmeyi; esnek düşünebilme ile yenilikçi fikirlerin, yeni ya da alışılmışın dışında çözümler üretecek şekilde yeniden organize edilmesinin birleşimi olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde Feldhusen (1995), yaratıcı düşünmeyi var olan bilgiden hayal ve zihin gücünü kullanarak yeni bir düşünce oluşturma yeteneğiyle beraber fikirleri değiştirme süreci olarak tanımlamaktadır. Yenilmez ve Yolcu (2007) ise yaratıcı düşünmeyi özgür, hareketli, üretken, yaratıcı, tasarımcı bir eylem süreci olarak nitelendirmekte ve çok yönlü bakmayı, çok seçenekli çözüm yolları bulmayı gerektirdiğini belirtmektedirler.

Araştırmacılar yaratıcı düşünme becerisinin bileşenlerini akıcılık, esneklik, özgünlük ve zenginleştirme (ayrıntılandırma) olarak tanımlamakta, bu dört bileşenin birbiriyle ilişkili olduğunu ancak hepsinin aynı anda bulunması gerekmediğini ifade etmektedirler (Lev-Zamir ve Leikin, 2011). Aşağıda bu dört bileşen açıklanmaktadır:

Akıcılık: Belli bir süre içinde üretilen fikirlerin ya da bir problem için yapılabilecek farklı çözümlerin sayısını ifade eder (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009). Diğerlerinden daha akıcı düşünen kişi zihnindeki duruma uygun olabilecek tüm olasılıkları hızlı bir şekilde gözden geçirir ve çok sayıda farklı düşünceyi daha kısa zamanda üretir.

Esneklik: Bir yaklaşımdan başka bir yaklaşıma geçme yeteneğini ifade eder (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009). Bir problem için farklı çözümler yaparken bir çözümden diğerine geçme hızını, eski durumdan hemen çıkıp yeni duruma uygun düşünebilmeyi ifade eder. Vidal (2010) esnekliği aynı uyarıcı için birbirinden oldukça farklı kavramlar ve fikirler arasında geçiş yapabilme, eski düşünme yöntemlerini zihninden hemen silme ve yeni bir çözüm yöntemine başlama yeteneği olarak tanımlamaktadır. Özellikle istenilen sonuçlara ulaşılamadığında, çelişkili bir durumla karşılaşıldığında, farklı bakış açıları ile sorunlara çözüm bulabilme yeteneğidir.

Özgünlük (Orijinallik): Zihinsel bir sıçramayı sağlayan yaratıcı bir güç, sıradan düşüncelerden uzaklaşma yeteneğidir. Özgün fikirler genellikle eşsiz, çılgın, beklenmedik, geleneksel olmayan, yeni, ilginç, dikkat çekici olarak tanımlanır (Vidal, 2010). Özgünlük kalıpların dışına cesaretle çıkabilme yeteneğini, geleneksel olmayan fikirleri üretebilmeyi, kurulmamış ilişkileri kurabilmeyi ifade eder. Özgün düşünen kişi bir problemi herkesin gördüğünden daha farklı algılayabilir, probleme çok farklı yollardan yaklaşabilir ve alışılmadık bir çözümle karşınıza çıkabilir. Leikin ve Lev (2013) yaratıcılığın orijinal fikirlerin, yaklaşımların, eylemlerin üretimi olarak kabul edildiği için orijinalliğin yaratıcı düşünmenin en yaygın olarak kabul edilen bileşeni olduğunu belirtmektedirler.

Zenginleştirme (Ayrıntılandırma): Kavramları tanımlama, tanımlarken ayrıntılarına girme, genelleme ve aydınlatma yeteneğidir (Lev-Zamir ve Leikin, 2011). Aynı ağaca bakan iki farklı gözden biri birkaç kelimeyle, basit tanımlamalarla ağacı anlatabilir. Ancak ayrıntılara dikkat eden kişi derin tanımlamalarla, özenle ağacı sözlü resmedebilir.

Akıcılık, esneklik, orijinallik ve zenginleştirme boyutlarının yaratıcı düşünmenin belirleyici özellikleri olarak kabul edilmesi, yaratıcı düşünme yeteneğine sahip bireyin, belirli bir sürede çok sayıda alışılmışın dışında fikir üretebilme yeteneğine sahip, olaylara karşı farklı bakış açıları sergileyebilen, farklı yaklaşımlar arasında geçişler yapabilen ve detaylara girme yeteneği gösterebilen birey olduğunun göstergesidir.

İnsan yaşamında çok önemli bir yeri olan yaratıcı düşünmenin önemini idrak edememiş eğitim sistemlerinde yaratmayan, farklı ilişkilendirmeler kuramayan, derinlemesine düşünemeyen bireyler yetişmektedir. Yaratıcı düşünme yaklaşımı çerçevesinde salt bilgi tekrarı yapmayan, farklı çözümler üretebilen, çok yönlü bakış açısına sahip yani ıraksak düşünceli bireyler yetişir (Yenilmez ve Yolcu, 2007). Iraksak düşünme çoğu araştırmacı tarafından yaratıcı düşünmenin en önemli bileşenlerinden biri olarak kabul edilmektedir.

Çok Boyutlu (Iraksak) Düşünme

Yakınsak (tek boyutlu) ve ıraksak düşünmeyi birbirinden ayıran ve yaratıcı düşünmenin ıraksak düşünmeyi gerektirdiğini belirten Guilford, yakınsak düşünmenin bir problem için tek ve doğru bir çözüm yapma eğiliminde olma, geleneksel bakış açısı sergileme olduğunu, bunun tersi olarak ıraksak düşünmenin bir probleme yaratıcı, beklenmedik, birden fazla cevabın ve çözüm yolunun üretimini içerdiğini belirtmektedir (Leikin ve Lev, 2013).

Brown ve Burger (1984) ise ıraksak düşünme için, problemlere duyarlı olma, geleneksel olmayan işlevsel fikirler üretebilme, sentez ve değerlendirme yapabilme, kurulmamış ilişkileri kurabilme, esnek ve akıcı düşünebilme yeteneği olduğunu düşünmektedirler. Torrance da, Brown ve Burger gibi yaratıcı düşünce sürecinin temelinde ıraksak düşünme yeteneğini görmekte ve bu düşünce sürecinde sezgi ve imgelerin önemini vurgulamaktadır. Yaratıcı birey sezgi yeteneği ve imgeleme gücünü kullanarak sorunları çözerken, daha önce düşünülmemiş yollar izleyerek sonuca ulaşmayı hedeflemektedir (Sünbül, 2000).

Iraksak düşünmenin gelişimi yaratıcılığa teşvik eden öğrenme sürecini gerektirir (Kwon, Park ve Park, 2006; Silver, 1997). Böylesi bir süreçte yaratıcı düşünme ile ilgili olan bir diğer düşünme biçimi ise yansıtıcı düşünmedir.

Yansıtıcı Düşünme

Nasıl düşündüğümüzü açıklayan How We Think adlı kitabında birçok düşünme modeli ortaya koyan John Dewey (1910), yansıtıcı düşünmeyi, herhangi bir düşüncenin ya da hedeflenen sonuçlara ulaşmayı destekleyen bir bilgi yapısının aktif, tutarlı ve dikkatli bir biçimde düşünülmesi olarak tanımlamaktadır. Ayrıca bu düşünme biçiminin bir durumdan kuşkulanma, tereddüt, karışıklık yaşama ve tüm bunları giderecek materyalleri arama, araştırma ve sorgulama etkinliklerini kapsadığını belirtmektedir.

Rodgers (2002) ise yansıtıcı düşünmeyi aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

- Yansıtıcı düşünme öğrencinin bir deneyiminin kazandırdığı ilişkilerin ve bağlantıların derin anlamı ile diğer deneyimlerini ve kavramları anlamlandırma ve yapılandırma sürecidir.
- Yansıtma öğrenmeyi sürekli hale getirir, bireylerin toplumların ilerlemesini sağlar.
- Yansıtıcı düşünme, düşünmenin disipline edilmiş sistemli halidir.
- Yansıtıcı düşünme bireyin diğer bireylerle etkileşiminde ortaya çıkar.
- Yansıtıcı düşünme, bireylerin zihinsel gelişimine değer veren tutumlara gereksinim duyar.

Ünver (2003)' e göre yansıtıcı düşünme; bireyin öğretme ya da öğrenme yöntemi ve düzeyine ilişkin olumlu ve olumsuz durumları ortaya çıkarmaya ve sorunları çözmeye yönelik düşünme sürecidir. Bu düşünme biçimi öğrencilerin kendi öğrenme hedeflerini belirleyebildiği, kendi öğrenmelerinden sorumlu olduğu, kendi yanlışlarını düzeltebildiği, olumlu davranışlarının ayrımına vararak kendilerini güdeleyebildiği ve görüşlerini özgürce açıklayabildiği bir eğitim sisteminde gelişir. Yansıtıcı düşünme, bireye kendi öğrenme ve düşünme süreçlerinin farkında olma, bu düşünme ve öğrenme süreçlerinin kontrolünü sağlama, çevresini anlama, karşısına çıkan sorunlara etkili ve yaratıcı çözümler üretebilme becerilerinin kazandırılmasında önemli rol oynamaktadır (Ersozlu ve Kazu, 2011).

Yansıtıcı düşünmede bireyin deneyimleri çok değerlidir. Birey kendi deneyimleri üzerinde düşündüğünde, neyi niçin yaptığını, bir şeyi niçin öğrendiğini sorguladığında ve bu sorgulamadan edindikleri ile yeni bilgisini yapılandırmanın yollarını araştırdığında kendi öğrenmesinin sorumluluğunu üstlenmiş olur. Yansıtıcı düşünme en iyi problem çözme durumlarında ortaya çıkmaktadır. Bu beceriye sahip birey bir problemi çözdüğü zaman geri dönüp nasıl çözdüğünü kontrol eder, hangi stratejiyi kullandığını inceler, amacına ulaşabilmesi için daha iyi bir stratejinin olup olmadığını sorgular. Gomez (2007), bu düşünme becerisinin yaratıcılık süreci için gerekli olan en önemli düşünme becerilerinden biri olduğunu belirtmektedir.

Yaratıcı düşünme ve yaratıcılık her disiplinde ayrı bir öneme sahiptir. Hiç kuşkusuz matematik de yaratıcı düşünmenin en çok ortaya çıktığı alandır.

Matematiksel Yaratıcılık

Mann (2006)' e göre matematiksel yaratıcılığın kesin kabul görmüş bir tanımının olmaması matematiksel yaratıcılık alanında araştırma yapılmasını zorlaştırmaktadır. Aşağıda matematiksel yaratıcılık ile ilgili tanımların bazıları verilmiştir:

Ervynck (1991) matematiksel yaratıcılığı, ortaya çıkacak ürünün faydasını düşünmeden özgün ve anlaşılır bir yöntem seçerek problem çözme, yapılar içinde düşünce geliştirme matematiksel kavramları formüle etme ve onların arasındaki doğal ilişkileri bulma, bilim dalının kendine özgü mantıksal-tümevarımcı doğasını göz önüne alma yeteneği olarak kabul etmektedir. Ona göre yaratıcılığın görünür olması bazı ön koşullara bağlıdır: i) Öğrencilerin temel matematiksel kavram ve kuralların bilgisine sahip olmaları ii) Yeni bir ürün ortaya koyabilmek için daha önceden ilişkisiz olan kavramları ilişkilendirebilmeleri. Mevcut bilgilerin matematiksel ilham, hayal gücü ve sezgi ile bütünleşmesi yaratıcı bir eylemdir (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009).

Problemlere yeni çözümler üretebilme, matematiksel olarak doğru sonuçlar bulabilmek için farklı matematiksel prensipleri kullanma, matematiksel yaratıcılıkla ilgilidir (Bahar ve Maker, 2011). Öğrencilerde matematiksel yaratıcılığın gelişimi için problem çözmeyi temel bir araç olarak gören ve bütün öğrenciler için yaratıcılık kavramını kullanan Silver (1997), yaratıcılık bakımından zenginleştirilmiş matematik eğitiminin öğrencilerin temsil yapma yeteneğini, stratejik akıcılığını, esnekliğini, yeni problemleri ve çözümleri anlamalarını arttırdığını düşünmektedir.

Yaratıcılığın, geliştirilebilen ve var olan yaratıcılığın ancak uygun ortamlarda ortaya çıkarılabilen bir özellik olarak görülmesi yaratıcılık ve matematik eğitimi arasındaki ilişkinin farklı bir boyuta taşınmasına neden olmuştur. Bu modern görüş esnek ve akıcı akıl yürütmeyi destekleyen, derinlemesine matematiksel anlamayı sağlayan uygun öğrenme ortamları oluşturulmasının ve yaratıcılığın matematik derslerinin merkezinde yer almasının önemini ortaya çıkarmaktadır (Ervynck, 1991; Silver, 1997; Mann 2006). Matematik öğretimi öğrencilerin akıcı problem çözmesini, esnek matematiksel muhakeme yapabilmesini, orijinal fikirler üretebilmesini ve ayrıntılandırma yapabilmesini sağlayacak olan öğrenmelerini ve bilgilerini geliştirmeye yönelik olmalıdır (Polya, 1997; Lev-Zamir ve Leikin, 2011).

Yaratıcılığın matematik dersleri için bu denli önemli olması matematiksel düşünme ile olan ilişkisinden kaynaklanmaktadır. Genellikle okullardaki matematik eğitimine yön veren iki zıt amaç vardır. Birincisi işlemleri öğrenme ve rutin problemleri çözerken algoritmik problem çözme stratejilerini kullanma, diğeri kavramları öğrenme ve rutin olmayan problemleri çözerken yaratıcı stratejileri kullanmadır. Birinci amaca ulaşma öğrencilerin kısa yoldan, hızlı bir şekilde etkili bir çözüm yapmalarına olanak tanır, buna karşın yaratıcılığın desteklenmesi ileri düzeyde matematiksel düşünmenin oluşumuna olanak tanır (Tabach ve Friedlander, 2013). Yenilenen ve ileri eğitim sistemlerinde matematik eğitiminin gelişiminin temel dayanak noktalarından biri olarak kabul edilen matematiksel düşünme (Mubark, 2011), her aşamasında deneyim, sezgi ve yaratıcı zekâ gücü gerektirdiği için (Yıldırım, 2012) matematiksel yaratıcılık matematiksel düşünmenin belirleyici özelliklerinden biri olarak kabul edilmektedir (Ervynck, 1991).

Matematiksel Düşünme

Düşünme insanoğlunun çevresini anlamak ve çevresini kontrol altına almak için kullandığı bir problem çözme etkinliğidir (Burton, 1984). Her türlü düşünme sürecinde iki temel aşama ayırt edilebilir: i) sorunu açıklayıcı ya da giderici çözümü bulma ya da oluşturma; ii) bulunan ya da oluşturulan çözümün doğruluğunu inceleme. Bu sebeple matematiksel düşünme temelde günlük düşünmeden ve bilimsel düşünmeden farklı değildir (Yıldırım, 2012).

Henderson (2002), matematiksel düşünmeyi, matematiksel tekniklerin, kavramların ve süreçlerin problemlerin çözümünde açık olarak ya da olmayarak uygulanması olarak tanımlamakta ve problem çözmeyi bir matematiksel düşünme uygulaması olarak görmektedir. Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar (2003), matematiksel düşünmeyi, soru sorma, derin düşünme ve tartışma ile desteklenen, kendini ve dünyayı anlamaya yardım eden, herhangi bir sorunun çözümüne etkin bir biçimde nasıl başlanacağını, deneyimlerden nasıl öğreneceğimizi göstermeyi amaçlayan, derin düşünmeye dayalı pratikle geliştirilebilen, çelişki, yoğunlaşma ve beklenmedik bir biçimde sürprizlerle harekete geçen bir düşünme biçimi olarak tanımlamaktadırlar. Greenwood (1993) ise matematiksel düşünmeyi örüntüleri tanıma, problem durumlarını genelleme, hataları tanımlama, alternatifler üretebilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Matematiksel düşünme tanımlarında bu düşünme biçiminin bireyin yaşamını anlamlı hale getirdiği, bireye çevresindeki olayları daha farklı bir biçimde yorumlama, farklı ilişkiler kurarak karşılaştığı problemleri etkili yöntemlerle doğru bir şekilde çözebilme gücü kazandırdığı görülmektedir. Matematiksel düşünme sadece matematik bilimiyle ilgili bir düşünme biçimi değildir. Hangi alanda olursa olsun karşılaştığı her hangi bir problemi çözmeye çalışan her birey bilerek ya da bilmeyerek az ya da çok matematiksel düşünme becerilerinden yararlanmaktadır. Nitekim Yeşildere (2006) de problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda matematiksel düşünmenin gerçekleştiğini belirtmektedir.

Matematiksel düşünme süreci. Literatürde farklı araştırmacıların matematiksel düşünme sürecinin bileşenlerini farklı şekilde ortaya koydukları görülmektedir. Mubark (2011), matematiksel düşünmenin soyutlama, çıkarım yapma, mantıksal analiz, akıl yürütme, örüntü arama, matematiksel kanıtlama, genelleme bileşenlerini kapsadığını belirtmektedir. Liu (2003), matematiksel düşünmenin tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, örnekleme, genelleme, analoji, formal ve informal muhakeme, doğrulama gibi karmaşık süreçlerin birleşim kümesi olduğunu belirtmektedir. Burton (1984) ise matematiksel düşünme sürecinin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ikna etme bileşenlerini kapsadığını belirtmektedir. Farklı araştırmacılar bu sürecin bileşenlerini farklı biçimlerde açıklasalar da farklı isimlerdeki bileşenlerin aynı anlamda oldukları görülmektedir. Aşağıda matematiksel düşünme sürecinin bileşenleri açıklanmaktadır.

Özelleştirme: Bir problemle karşı karşıya kalındığında, özel örnekleri inceleyerek problemin anlamını keşfetme işlemi, tümevarımsal yaklaşımın anahtarıdır. Öğrencilerin verdiği her bir örnek kavramların nasıl işlendiğinin somut bir göstergesidir (Burton, 1984). Özelleştirmede bir ya da daha fazla örnek verme, bir örneği tanımlama, gösterme, anlatma, seçme, çizme ya da bulma gibi eylemler söz konusudur. Ayrıca verilen herhangi bir durum için karşıt ya da ilgili örnek bulma, istenilenleri doğru bularak sonucu farklı şekillerde yazma gibi eylemler de özelleştirmede yapılabilir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Genelleme: Polya (1997), genellemeyi bir kavramın ele alınmasından, bu kavramı içeren bir kümenin ele alınmasına ya da sınırlı bir kümenin ele alınmasından, bu sınırlı kümeyi içeren daha kapsamlı bir kümenin ele alınmasına geçmek olarak tanımlamaktadır. Bir örüntünün oluşturulması, değişkenler arasındaki ilişkinin belirlenmesi, benzerlik ve farklılıkların ortaya konulması, olabilecek ihtimallerin tanımlanması gibi durumlar genelleme sürecinde ortaya çıkan eylemlerdir (Burton, 1984). Gerek matematikte gerekse matematik eğitiminde önem verilen bir eylem olan genelleme, bu eylemi yapan kişinin düşünme şeklinin ve bilişsel süreçlerinin de dikkate alınması yani genelleme yapma sürecinin nasıl gerçekleştiğinin belirlenmesi yoluyla matematik eğitimi araştırmalarına konu olmaktadır (Yeşildere ve Akkoç, 2011).

Varsayımda Bulunma: Özelleştirme ve genelleme süreçlerinde kendiliğinden ortaya çıkan varsayımda bulunma bir önermenin doğru olabileceğini tahmin ederek doğruluğunu araştırma sürecidir. Bu süreçte sözel ya da matematiksel olarak tahminde bulunma, matematiksel iddiaları formüle etme, önermelerden sonuç çıkarma, hipotez kurma ve test etme gibi eylemler söz konusudur (Arslan ve Yıldız, 2010). Yeterli miktarda örnek incelendikten sonra bu örnekler birbiri ile ilişkilendirecek varsayımlarda bulunulur, varsayımlar yoluyla herhangi bir örüntü keşfedilir, ifade edilir ve kanıtlanır (Burton, 1984).

İspat Yapma: İspat önermelerin ilişkisine dayanan mantıksal bir çıkarım, sav ya da sonucun doğruluğunu yeterli kanıt göstererek kabul ettirme çabasıdır (Yıldırım, 2012). Bir iddianın, örüntünün bütün şartlarda genellenebilirliği gösterildiğinde kanıt süreci tamamlanmış olur. Matematiksel kanıt süreci, doğrulama, açıklama ve soyutlama olmak üzere üç aşamada tamamlanır. Birinci aşamada iddianın doğruluğu araştırılır. İkinci aşamada, iddianın niçin doğru olduğu açıklanır. Üçüncü aşamada ise kanıt için yapılanlar matematiksel dil kullanılarak ve genelleme koşulları kontrol edilerek en kısa yoldan soyutlaştırılır (Baki, 2008). Tümevarım yöntemi ile yapılan bir kanıtta ilk olarak özelleştirme, ikinci olarak varsayımda bulunma ve son olarak genelleme yapılırken, tümdengelim yöntemi ile yapılan bir kanıtta ilk olarak genelleme, ikinci olarak varsayımda bulunma son olarak özelleştirme yapılmaktadır (Burton, 1984).

Matematiksel düşünme süreci sarmal bir yapıya sahiptir. Üretilen her bilgi yeni bir düşünceyi oluşturarak döngüyü devam ettirir. Burton, (1984)'a göre bu süreç bir örüntünün araştırılmasıyla başlar, örüntü ifade edilir (sözlü, resimsel, somut ya da sembolik) sonra örüntü doğrulanır ve süreç bu şekilde devam eder.

Alkan ve Bukova-Güzel (2005), benzer bir yaklaşımla matematiksel düşünme sürecinin "matematiksel düşünmeye başlangıç aşama"sı ile başladığı belirtmektedirler. Bu aşamada birey olay, olgu ve problemleri anlamaya ve anlamlandırmaya çalışmaktadır. İkinci aşama ise "matematiksel düşünmeye yoğunlaşma" aşamasıdır. Bu aşamada birey anlamlandırdığı problemleri çözmede gerekli matematiksel bilgileri ve kavramları belirleme, bunlar arasında ilişkiler kurma, uygun matematiksel yaklaşımları seçme, örneklemeler yapma, örüntüleri belirlenme kısacası bir veri derlemesi yapması gerekmektedir. Bu yoğunlaşma aşaması beraberinde tahminlerde bulunmayı, bu tahminlere dayalı hipotezler kurup test etmeyi, tahminleri kanıtlamayı, başarılı olma durumunda yeni bir düşünmeye temel atıldığı, başarısız olma durumunda ise tekrar başlangıca dönmeyi gerektirmektedir. Birey sahip olduğu matematiksel bilgilerle matematiksel düşünme sürecini başlatmakta, matematiksel düşünme sürecinin bileşenlerini kullanarak yeni bir bilgi oluşturmakta ve oluşturduğu bu yeni bilgi ile başka bir bilgi üretmek için matematiksel düşünme sürecini tekrar başlatmaktadır.

Yaşamsal bir öneme sahip olan matematiksel düşünmenin bireylerde geliştirilmesi kadar bu becerinin düzeyini belirlemek de önemlidir. Bu düzeyi belirlemek için kullanılabilecek ölçütler aşağıda verilmiştir (Bukova-Güzel, 2008; Greenwood, 1993):

- Problemi kendi cümleleri ile ifade edebilme, anlamlandırma, verilenleri ve istenenleri belirleyebilme
- Problem çözerken atılan her adımın anlamını bilme, kullanılan her yöntemi, düşünme şeklini anlamlandırma
- Problem çözerken zorlukla karşılaştığında başkasının yardımını almadan kendi bildiklerini kullanarak zorlukların üstesinden gelme
- Problemin çözümünü herhangi bir işlem yapmadan sezgisel olarak tahmin edebilme
- Tahminlerden yola çıkarak problem ile ilgili genellemeye ulaşma ve hipotez kurma
- Genellemelerini ve hipotezlerini doğrulamak üzere matematiksel modeller oluşturabilme, bu modeller arasında ilişki kurabilme ve modellere anlam kazandırma
- Problemin çözümünde hangi matematiksel ön öğrenmeleri kullanacağını belirleyebilme
- Problemi çözerken minimum düzeyde işlem yapma
- Problemi çözmek için kullanılan yöntem işe yaramıyorsa problem çözmekten vazgeçmek yerine başka bir yöntem deneme
- Problemi geliştirme, probleme farklı açılardan yaklaşma

Matematikteki mantıksal yapı, bireylerin düşünme süreçlerini biçimlendirerek, onların sorgulama ve araştırma becerilerini geliştirmektedir (Tanışlı, 2008). Matematiğin hem öğrenilmesi için hem de öğretilebilmesi için çok önemli olan matematiksel düşünebilmeyi problem çözmede kullanabilme okul matematiğinin en önemli amaçlarından biridir (NCTM, 2000).

Matematiksel yaratıcılığın problem çözmenin bir parçası olduğu ve matematiksel düşünme süreci ve bu sürecin bileşenleri incelendiğinde bu düşünme biçiminin de en iyi problem çözme durumlarında ortaya çıktığı söylenebilir.

Problem Çözme

Schoenfeld (1992), problemi şaşırtıcı, zor ve öğrenciyi yaratıcı düşünmeye yönlendirici sorular olarak tanımlamaktadır. MEB (2013), matematiksel problemler için çözüme nasıl ulaşılacağının hemen o an açık olmadığı, mevcut bilgilerin ve akıl yürütme becerilerinin kullanılması gereken durumlar olarak tanımlamaktadır.

Problem çözme ise çözüm yolunun bilinmediği bir durumla meşgul olma hali (NCTM, 2000) bir problem durumunu anlama, çözüm için bir strateji geliştirme, geliştirdiği stratejiyi uygulama ve elde ettiği çözümü doğrulama olarak ifade edilmektedir (MEB, 2013). Matematik eğitiminin en genel amacı karşılaştığı problemleri anlayıp çözüm için planlar geliştirebilen, geliştirdiği planları uygulayıp sonuca ulaşabilen, eleştirel ve yaratıcı düşünebilen, araştırmacı, özgür birey yetiştirmektir ve bu zihinsel yeteneklere sahip bireylerin yetiştirilmesi için problem çözmenin çok büyük işlevi vardır (Bayazit ve Aksoy, 2012).

Problem çözerken öğrencilerin daha önceki bilgilerini yeni durumlarda kullanmaları gerekmektedir. Bu süreçte öğrencilerin problemi tanımaları ve düzenlemeleri, verilerin yeterliliğini ve tutarlılığını belirlemeleri; stratejileri, verileri, modelleri ve ilişkili matematiksel bilgileri kullanmaları, yöntemler üretmeleri bu yöntemleri genişletmeleri ve değiştirmeleri, yeni durumlar için muhakeme yapabilmeleri ve çözümün doğruluğuna ve uygunluğuna karar vermeleri gerekmektedir (Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi [NAEP], 2003). Problem çözme öğrencilerin kendilerinde var olan bilgilerini harekete geçirmeyi, bildikleri kavramlar ve bu kavramların özellikleri arasında yeni matematiksel bağlantılar kurmayı ve matematiksel problemdeki zorluğun üstesinden gelebilmek için yeni bilgiler oluşturmayı mümkün kılmaktadır.

Araştırmacılar bir yandan problem çözmenin önemli ve gerekli olduğuna vurgu yaparken bir yandan da matematik öğretiminde kullanılması gereken problemlerin niteliklerinin de önemli olduğunu belirtmektedirler:

Altun (2004, s. 366), "rutin olmayan (sıra dışı) problemlerin birçoğunun bir ilişki düzen ya da örüntünün açıklanmasıyla ilgili olduğundan bunların öğretiminin öğrencilerde olayları inceleme, ilişki, düzen ya da örüntü arama eğilimini arttırdığını, kanıt fikrini geliştirdiğini" belirtmektedir.

Baki ve Bell (1997)' e göre eğitimin esas amacı yeni nesilleri geleceğe hazırlamak ise öğretmenlerin görevi öğrencileri her gün karşılaşabilecekleri problemleri çözebilecek tutum ve becerilerle geleceğe hazırlamaktır. Bu amaca ulaşabilmesi için sadece alıştırmalarda kullanılmak üzere hazır formüllerin, kuralların ve modellerin verilmesi yerine problemlerin yapılarına, problemin matematiksel modellenmesine ve çözüm için uygulanabilecek yöntemlere de önem verilmelidir. Okul programlarında yalnız konu içeriğini öğretmek amacı ile değil aynı zamanda problem çözme yöntemlerini öğretmek amacıyla problem çözme etkinliklerine yer verilmelidir.

Van de Walle (2012), matematiğin belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilim olduğunu, bu düzen ve intizamı bulmak, keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmanın da matematik yapmak olduğunu savunmaktadır. Matematik yapmak öğrencilere üzerinde uğraşmaya değer etkinlikler vermekle ve sonrasında da öğrencilerin matematiksel fikirleri paylaşıp savunduğu ortamları oluşturmakla başlar. Öğrencilerin matematik yapmasını sağlayacak olan problemler mekanik işlemlerle çözebildikleri problemler değil matematiksel düşünme becerilerini kullanarak çözebildikleri problemler olmalıdır (Van de Walle, 2012).

Bu konuda Schoenfeld (1994), eğitimde kullanılması gereken problemlerin özelliklerini şöyle açıklamaktadır:

- İyi bir problem anlaşılması kolay olan problemdir. Bu bir problemin kolay olması, kavramsal olarak zayıf olması demek değil, problemi anlamak için bir sözlüğe ya da bir yardımcıya ihtiyaç duyulmaması demektir.
- İyi bir problemin çözümünün önemli matematiksel problem çözme stratejilerini gösterebilmesi ve öğrencilerin stratejik becerilerinin gelişimi için bir eğitim alanı olarak hizmet etmesi gerekir.
- İyi bir problem öğrencilerin matematiksel keşifler yapabilmelerinin tohumu olarak hizmet etmelidir. Örneğin açık uçlu problemler öğrencileri matematik yapmaları için teşvik eder.
- İyi bir problem birkaç yolla çözülebilen problemdir. Öğrenciler problemleri tek bir yolla düşünme eğiliminde olduklarından, birden fazla çözüm görmeleri problemlere bir yanıt vermektense ilişkileri görmenin gerekli olduğunun fark edilmesi öğrencileri için gereklidir. Bir probleme çok çözüm yapabilme ihtimali

problem çözerken hangi yaklaşımın seçileceği konusunda çözücüyü özgür bırakır.

Hershkovitz, Peled ve Littler (2009) öğretmenlerin öğretimlerinde kullanmaları gereken, öğrencilerdeki yaratıcılığı destekleyecek ve harekete geçirecek olan iyi bir problemin özelliklerini şöyle açıklamaktadırlar:

- Birden fazla çözüm yapmaya imkân tanıma
- Farklı yanıtlara sahip olma
- Probleme yapılabilecek çözümler basit ve orta düzey ile orta düzeyin biraz daha üzerinde ve orijinal çözümler arasında değişen seviyede olma
- Niçin, ya şöyle olsaydı gibi sorularla genişletilebilen bir problem olma
- Genelleme ve soyutlama yapmaya imkân tanıma
- Farklı durumların araştırılması, tartışılması için cesaretlendirme
- Önemli matematiksel prensiplerin kullanılması için cesaretlendirme
- Öğrencilerin var olan bilgilerini kullanabildiği ve bu bilgilerini genişletebildiği yapıda olma.

Benzer bir görüşü paylaşan Polya (1997) matematik öğretmeninin kendine ayrılan süreyi tekdüze işlemler içeren alıştırmalar yaparak doldurmasının öğrencilerin ilgisini yok ettiğini, onların entelektüel gelişmelerini engellediğini, öğrencilerin önüne bilgileriyle orantılı problemler konulmasının meraklarını kamçıladığını belirtmiştir.

Matematiksel problem çözmenin temsilcisi kabul edilen Polya (1997)' nın öğretim yönteminde problem çözme basamakları şöyledir:

1. Problemi anlama: İlk önce yapılması gereken problemle tanışmadır. Bilinmeyen nedir, veriler nedir, koşul nedir. Problem cümlesi üzerinden problem anlaşılmaya çalışılmalıdır.

2. Plan hazırlama: Veriler ile bilinmeyen arasında bağlantı bulma, bilinmeyeni elde etmek için hangi hesaplama ya da çizimleri yapacağımızı ana hatlarıyla planlama, önceden çözülmüş ve elimizdekine çok benzeyen bir problem kullanma ya da bu problemin sonucunu, yöntemini kullanma, problemi dönüştürme, başka şekilde ifade etme, bu basamakta yapılması önerilen çalışmalardır.

3. Planı uygulama: Bu basamakta yapılan plan uygulanır.

4. Geriye bakma: Tamamlanan çözüme geri dönüp bakarak, tekrar düşünerek sonucu ve sonuca giden yol tekrar incelenmelidir.

Polya çok iyi öğrencilerin bile problemi çözdükten sonra başka bir şeyle ilgilenmeye başladığını ve işin çok önemli ve eğitici aşamasını gözden kaçırdığını, geriye bakma basamağının bilgilerin sağlamlaşmasını ve problem çözme yeteneğinin gelişmesini sağladığını belirtir. Ona göre geleceğin matematikçisi için işin en önemli kısmı geriye dönüp tamamladığı çözüme bakmaktır; yaptığı çözüme hangi yollardan gittiğini izleyip çözümün en son biçimini inceleyerek birçok şeyi gözlemleyebilir, problemin güçlüğü ve karar vermesine neden olan fikir hakkında düşünür, çeşitli yöntemleri geliştirip bir biriyle kıyaslayabilir, sonucu farklı yollarla elde edebilir (Polya, 1997).

Problem çözme ile ilgili belirtilen bu özellikler, problem çözmenin sadece bir doğru sonuç bulma olarak algılanmaması, geniş bir zihinsel süreci ve becerileri kapsayan bir eylem (Altun, 2004) olması nedeni ile probleme birden fazla çözüm yapma problem çözme öğretiminin amacına hizmet edebilmesinin bir yolu olarak görülmektedir.

Çok Çözümlü Problemler

Çok çözümlü problemler öğrenciye birbirinden farklı yöntemleri kullanarak aynı sonuca ulaşma imkânı veren problemlerdir. Leikin ve Levav-Waynberg (2012), çok çözümlü problemleri, birden fazla yolla çözülebilen matematiksel görevler ya da birden fazla yolla kanıtlanabilen matematiksel durumlar olarak tanımlamaktadırlar. Bir probleme yapılan çözümler arasındaki farklılık aynı matematiksel kavramın farklı temsillerinin kullanımı ile belirli bir matematiksel konuya ait kavramların farklı özelliklerinin kullanımı ile (tanım- teorem) ya da matematiğin farklı dallarına ait teoremlerin - araçların kullanımı ile ortaya çıkabilir (Leikin ve Levav-Waynberg, 2007).

Tüm matematik öğretim programlarının merkezinde yer alan problem çözmenin (Schoenfeld, 1989) dayanağını oluşturan yapılandırmacı öğrenme kuramı bilginin tekrarını değil yeniden oluşturulmasını (Perkins, 1999) savunur. Alternatif çözüm yollarının tartışıldığı, sadece öğretmenin ve kitabın matematiğinin ya da çözümlerinin tekrar edilmediği eğitim ortamlarında öğrenci bilginin kaynağının yalnız öğretmen ve okul olmadığını kavrayabilmekte, matematiksel varsayımları sorgulama becerisi kazanabilmekte, kendi matematik bilgisini kurabileceği başka kaynaklar aramaya yönelebilmektedir (Baki, 2008).

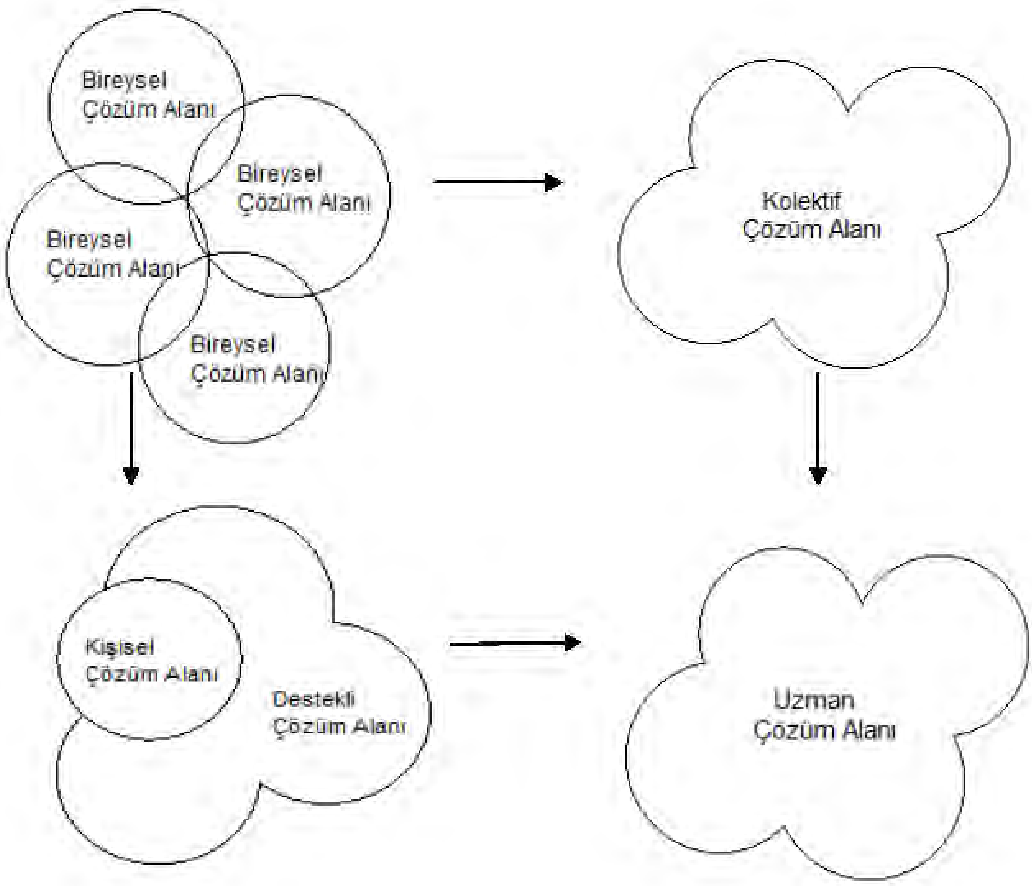
Problem çözme süreci öğrencilerin zihinsel olarak aktif olmaları gereken bir süreçtir. Sadece bir takım aritmetiksel işlemler gerektiren, formüllerin direkt uygulanmasıyla çözülebilen, çoğu zaman birden fazla çözüme imkân tanımayan problemler öğrencilerin bu süreçte nasıl yaklaşımlar sergilediğini göstermesi bakımından yetersiz kalmaktadır. Problem çözme sürecinde, probleme sadece doğru yanıt vermenin ötesinde, bu süreçte öğrencilerin ne düşündüğü, nasıl güdülendiği, hangi stratejiyi kullandığı önem kazanmaktadır. Çok çözümlü problemler bu sürecin incelenmesi için büyük bir fırsat sunmaktadır.

Leikin (2007), çok çözümlü problemler için çözüm alanları kavramını kullanmış ve kendi araştırmasında bireysel çözüm alanları ile uzman çözüm alanlarını karşılaştırarak bireylerin matematiksel düşünmelerini ve yaratıcılıkları değerlendirmiştir. Bu çözüm alanlarını oluştururken matematiksel bir probleme farklı çözüm yapabilmek için gerekli olan özel ihtiyaçların yanı sıra bireylerin deneyimlerinden, matematiksel bilgilerinden, zekâlarından, yaratıcılıklarından etkilenmiştir.

1. Uzman çözüm alanı (*Expert solution space*) : Belirli bir süre içinde uzman bir matematikçinin ya da bir araştırmacının bir problem için önerdiği çözümlerden oluşur. Uzman çözüm alanı “Geleneksel Çözüm Alanı” (*Conventional solution space)* ve “Geleneksel Olmayan Çözüm Alanı” *(Unconventional solution spaces)* olarak ikiye ayrılır. Geleneksel çözüm alanı genellikle müfredatlar ve okul kitapları tarafından önerilen, öğretmenlerin öğrencilerinden yapmalarını bekledikleri çözümlerden oluşur. Geleneksel olmayan çözüm alanı ise sıra dışı, programlardakinden ve kitaplardakinden farklı olan çözümlerden oluşur.
2. Bireysel Çözüm Alanı (*Individual solution spaces):*Bu çözüm alanı da kendi içinde “Destekli Çözüm Alanı” (*Potential solution spaces)* ve “Kişisel Çözüm Alanı’ (*Personal solution spaces)* olmak üzere ikiye ayrılır. Bu ayrım kişinin bağımsız çözümler yapabilme yeteneğine bağlıdır. Kişisel çözüm alanı kişinin başkasının yardımı olmadan, mevcut koşullarda yaptığı çözümlerden oluşur. Destekli çözüm alanı ise çözücünün kendi başına yapabilmesinin mümkün olmadığı durumlarda arkadaşından ya da kendinden daha bilgili bir kişiden

yardım alarak yaptığı çözümlerden oluşur. Buradaki çözümler öğrenenin yakınsak gelişim alanına (ZPD), (Vygotsky, 1978) karşılık gelmektedir.

3. Kolektif Çözüm alanı (*Collective solution spaces):* Bir grup tarafından yapılan çözümlerden oluşur. Kolektif çözümler genellikle bireysel çözümlerden daha kapsamlıdır ve bireysel çözümlerin gelişmesi için temel kaynaklardan biridir. Aslında bireysel çözüm alanındaki ve kolektif çözüm alanındaki çözümler uzman çözüm alanındaki çözümlerin alt kümesidir. Leikin çözüm alanlarını Şekil 1' de görüldüğü gibi özetlemektedir:



Şekil 1: Çözüm Alanlarının Yapısı

Kaynak: Leikin, R. (2010). Learning Through Teaching Through the Lens of Multiple Solution Tasks.

Leikin (2007), bir öğretmenin farklı yollarla problem çözme etkinliklerinde öğrencilere, çözümlerinden en azından birinin kişisel çözüm alanına ait olabileceği problemler sunması gerektiğini belirtmektedir. Öğrencilerin yaptığı çözümlerden herhangi biri, bir öğrenci için kişisel çözüm alanına ait olabileceği gibi, bu çözüm başka bir öğrenci için potansiyel çözüm alanına ait olabilir. Bu yolla öğrenciler matematiksel zorluklarla karşılaşabilir, kendi kişisel çözüm alanları gelişir ve matematik seviyeleri ileri düzeye taşınır. Çözüm alanları kavramından anlaşılacağı üzere çok çözümlü problemler bir yandan öğrencilerin sınıfta ya da evde bireysel öğrenmelerinin gelişimine destek olurken diğer yandan birlikte öğrenmelerini sağlayacak bir etkinliktir.

Problemleri farklı yollardan çözme, düşüncelerini sınıf ortamında paylaşma ve tartışma öğrencilerin matematiksel bilgilerini ortaya çıkarmakta, farklı temsiller arasında geçişler yapma, farklı yöntemleri karşılaştırma, farklı kavramlar arasında ilişkilendirme yapma matematiksel bilginin yapılandırılması sağlamaktadır (Polya, 1997).

Matematik eğitimi açısından faklı yollarla problem çözmenin önemine vurgu yapan Leikin (2007), çok çözümlü problemlerin ileri düzeyde matematiksel düşünmeyi hem gerektirdiğini hem de geliştirdiğini belirtmekte ve çok çözümlü problemlerin eğitim programlarında zihinsel bir alışkanlık olarak yer alması gerektiğini söylemektedir.

Geleneksel sınavlar öğrencilerin eksik bilgilerini tespit edebilir ancak problem çözme sürecinde öğrencilerin kullandığı düşünsel becerilerin incelenmesine imkân tanımaz. Çok çözümlü problemleri çözerken öğrencilere hangi stratejiyi seçmeleri ve problemi nasıl çözmeleri gerektiğini söyleyerek problem çözmenin değeri düşürülmemeli, bunun yerine öğrencilerin özgürce seçtikleri bir stratejiye uygun- bu strateji bir şekil çizme, model kullanma, örüntü arama, tahmin etme, tablo grafik kullanma, denklem yazma olabilir- bir problemi sorup onlara istedikleri yollarla çözmelerine izin verilmelidir (Van de Walle, 2012).

Altun (2012)' a göre çoğu zaman bir öğrenci bir problemi birden çok yolla çözemez ancak bir başkasının yaptığı çözümü izleyebilir, anlayabilir ve kendi çözüm yolu ile karşılaştırabilir. Bu safhada öğrencilerin kendi düşünme biçimlerini açıklamaları birbirlerinin çözümleri hakkında soru sormaları ve tartışmaları önemlidir. Bu sayede öğrenciler matematiksel düşünceler hakkında sözlü ve yazılı iletişim kurma fırsatı yakalarlar ki bu matematiksel düşünebilmenin göstergesidir.

Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ortaya çıkarmanın en önemli yollarından biri bir problem için olabildiğince çözüm yolu ortaya çıkarmaktır. Probleme tek bir yanıt aramak yerine öğrencilerin farklı çözüm yolları üretmeleri desteklenmeli ve bu çözüm yollarını açıklamaya, analiz etmeye yönlendirilmelidirler (Olkun ve Toluk-Uçar, 2009). Aynı zamanda Polya (1997) matematiksel bir problemi birden fazla yolla çözmenin iyi bir matematikçinin ayırt edici özelliği olduğunu çünkü bunun ancak iyi bir matematiksel alan bilgisi ile mümkün olduğunu belirtmektedir.

Okullarda öğrencilerin birden fazla yolla problem çözme deneyimini kazanmaları gerekmektedir, öğrenciler bu yolla bir dizi temsile ulaşma ve gelecekte karşılaşacakları problem durumlarında kendileri için faydalı olacak çözüm yöntemlerini belirlemede avantaj sahibi olurlar ve farklı çözümler yapma öğrencilerin bilgi sahibi oldukları, böylelikle kavram ağlarını güçlendirdikleri bilginin farklı bileşenleri arasında bağlantı kurmanın göstergesidir (Leikin ve Levav-Waynberg, 2008). Bir probleme birden fazla çözüm yapma alışkanlığına sahip olan öğrenci, problemi derinlemesine incelediğinde, farklı çözümler keşfetmeye çalıştığında, varsayımlarda bulunup ve bunları kanıtlamak için uğraştığında üst düzey zihinsel işlemler yapmıştır. Sınıflarda çözülen, öğrenilen bilginin pekiştirilmesine yarayan alıştırmalar çeşitli düşünme yolları araştırmayı gerektiren problem çözme ile eş değer olmamakla birlikte çözüm süreci boyunca öğrencilerin nasıl ve niçin düşündüklerini gözlemleme imkânı tanımayabilirler.

Çok çözümlü problemler öğrenmenin bireysel ve birlikte formlarını birleştirmektedir. Öğrenciler kendi problem çözme yeterliliklerini geliştirmek için çok çözümlü problemlerle bireysel olarak uğraşabilecekleri gibi kendi kişisel çözüm alanlarına katkıda bulunacak kolektif çözümlerle de uğraşabilirler. Bireysel ve birlikte öğrenme arasındaki denge öğrencilerin matematiksel potansiyellerinin farkına varmalarını sağlar (Leikin, 2007).

Sınıf içi etkileşimler ile öğrenciler matematiksel fikirleri ve bağlantıları önererek, kendi öğrenmelerini değerlendirerek, matematiksel akıl yürütme yetilerini geliştirerek anlarlar (NCTM, 2000). Çok çözümlü bir problem çözülürken farklı öğrenciler tarafından önerilen farklı çözümler bir yandan fikirler arasındaki bağlantıların kurulmasına yardım ederken diğer yandan öğrencilere kendi bilgilerini değerlendirme fırsatı sunar.

Öğrencilerin matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilmeleri konuyu çok daha iyi anlamalarına yardımcı olur. Matematiksel kavramların arasındaki bağlantıların fark edilmesi sayesinde öğrenciler yalnızca matematiği değil matematiğin yararlarını da öğrenirler. Matematik bütünleşmiş bir alandır ve matematiği bir bütün olarak görmek, disiplinler arasındaki bağlantıyı düşünmek gerekmektedir (NCTM, 2000). Nitekim MEB (2013), matematiğin sadece kurallar, semboller, şekiller ve işlemlerden ibaret olmadığı, kendi içinde anlam bütünlüğü olan düzenler ve ilişkiler ağı olduğu ve ilişkilerin öğrencilerin matematiği daha rahat ve daha anlamlı öğrenmelerini sağlayacağını belirtmektedir. Ayrıca öğrencilerden, kuralları doğrudan ezberlemek yerine, kuralların arkasında yatan kavramlarla ilişkilerini kurmaları beklenmesi, somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapabilecekleri ortamlar hazırlanması gerektiğine vurgu yapmaktadır (MEB, 2013). Bu anlamda çok çözümlü bir problem ile öğrenciler matematiksel kavram ve kuralları farklı temsil biçimleriyle gösterme, bu temsil biçimlerini birbiriyle ilişkilendirme ve birbirine dönüştürme, öğrenme alanları arasında ilişki kurma fırsatı elde edebilirler.

Skemp (1987)' e göre anlama yeni bilginin eski bilgi ile ilişkilendirilmesi, yeni bilgilerin mevcut şema içinde özümsenmesidir bununla ilgili olarak denilebilir ki çok çözümlü problemler matematiksel bağlantılarının gözlenmesi yoluyla matematiksel anlamanın ölçülmesini sağlamaktadır (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009).

Matematik eğitimcileri bir problemin birden fazla yolla çözüldüğünde nasıl aynı sonucun elde edileceğinin derinlemesine anlaşılmasının matematiksel muhakemenin gelişiminin önemli bir elementi olduğunu belirtmektedirler (NCTM, 2000; Polya, 1997, Schoenfeld, 1992; Sternberg, 1994; Silver, 1997). Öğrenciler bir probleme birden çok çözüm yaparken ya da bir önermeyi birden fazla yolla kanıtlarken, farklı stratejiler kullanarak kestirimlerde bulunabilme, bu kestirimlerini mantıksal gerekçelerle savunabilme, matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklayabilme ve kullanabilme imkânı elde edebilirler ki bunlar da matematiğin temelini oluşturan matematiksel muhakeme için önemli becerileridir.

Çok çözümlü problemler ile öğrenci kendi bilgisini, yaratıcılığını keşfedebilir ve daha fazla yaratıcı düşünmeye güdülenebilir. Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi için zihinsel bir alışkanlık olarak çok çözümlü problemler bir araç olarak kullanılabilir.

Çok Çözümlü Problemler ve Matematiksel Yaratıcılık Arasındaki İlişki

Araştırmacılar okullardaki matematiksel yaratıcılığı çoğunlukla problem çözme ve problem durumlarıyla ilişkilendirmektedirler:

Ervynck (1991) ve Silver (1997), farklı yollarla problem çözme aracılığıyla, diğerlerinden daha kısa, şık ve etkili, yani daha yaratıcı çözümler ortaya çıkabileceğini ve bu sürecin zihinsel esnekliğin ve matematiksel yaratıcılığın göstergesi olduğunu belirtmektedirler.

Polya (1997), öğrencilerin bir probleme farklı çözümler aradıkça daha iyi çözümlere ulaşabileceğini, bu yolla yapılan bir öğretimin çocukların yaratıcılıklarını geliştirdiğini ifade etmektedir. Ayrıca öğrencilerin problemi farklı yollarla çözmelerinin, eldeki probleme benzer yeni problemler üretmelerinin, problemin çözümünde kullandıkları yöntem ve stratejileri daha önce kullandıkları ile kıyaslamalarının yaratıcı düşüncenin ortaya çıkmasına katkı sağladığını belirtmektedir.

Leikin (2011), yaratıcılığın problem çözme sürecinin bir parçası olduğunu belirtmekte ve yaratıcı düşünmenin problemlere yapılan farklı çözümleri, kullanılan farklı teknikleri, sıradan olmayan yorumları, kurulabilen matematiksel ilişkileri içerdiğini belirtmektedir.

Problem çözme ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi Kwon ve arkadaşları (2006), yeni bilgi üretme ve esnek problem çözme yeteneğine dayalı olarak tanımlamaktadırlar. Ayrıca sistemli olarak çok çözümlü problemler de dâhil olmak üzere açık uçlu problemlerle çalışan öğrencilerin önemli ölçüde bu problemlerle çalışmayan öğrencilere göre daha yaratıcı olduğunu ve bu problemlerin öğrencileri farklı fikirler keşfetmeye, yaratıcı düşünmeye teşvik ettiğini ifade etmektedirler.

Problem çözme ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi Shelffield (2009), matematiksel yaratıcılığa sahip öğrencilerin özellikleri üzerinden açıklamaktadır:

- Yaratıcı öğrenci esnek düşünme yeteneğine sahiptir. Problemleri çözerken aritmetik işlemlerden, probleme uygun temsillere (görsel, sembolik, grafiksel) geçiş yapabilir
- Yaratıcı öğrenci ulaşmak istediği hedeften geriye doğru işlem yaparak problemi çözebilir.
- Yaratıcı öğrenci bir problemi kimsenin düşünemediği bir yolla çözebilir. Başarı garantisi olmasa bile sıra dışı yöntemler denemekten korkmaz.

- Yaratıcı öğrenci yaptığı matematiğin anlamını bilmek ister. Bu sebeple niçin, neden, ya böyle olsaydı gibi sorularla probleme derinlemesine anlamaya çalışır.
- Yaratıcı öğrenci zor bir problemle karşılaştığında problemi çözmekten vazgeçmez, çözmek için çabalar.
- Yaratıcı bir öğrenci orijinal bir problemi çözdükten sonra problemin farklı yönlerini keşfetmeye devam eder.

Spraker (1960), problemlere sıra dışı çözüm yöntemleri üretebilmenin matematiksel yaratıcılığın göstergesi olduğunu, Laylock (1970) ise matematiksel yaratıcılığın bir problemi birçok şekilde analiz etme, benzerlikleri ve farklılıkları görme, çözüme götüren farklı yolları gözlemleme yeteneği olduğunu belirtmektedir (Haylock, 1985).

Torrance (1974)' ın yaratıcılığın dört bileşeni olarak belirlediği 'akıcılık, esneklik, yenilik ve ayrıntılandırma' için Silver (1997) ve Leikin (2009) bu ölçütlerin yaratıcı problem çözmenin özelliği olduğunu belirtmektedirler.

Bir problemin sadece bir çözümünün olması ya da öğrencilerin birden fazla çözüm yapmaya olanak tanıyan bir problem için de tek bir çözüm yapma alışkanlığına sahip olması öğrencilerin matematiksel bilgilerinin değerlendirilmesine izin verebilir ancak zihinsel esnekliğinin düzeyi hakkında bilgi sahibi olmaya imkân tanımayabilir. Öğrencilerin yaratıcı düşünme yeteneğinin ortaya çıkabilmesi için farklı seçenekler aramaya ihtiyaç duyması gerekmektedir. Standart testler öğrencilerin matematiksel öğrenme düzeyini belirleyebilir ancak yaratıcı yeteneklerin ortaya çıkmasını sağlayamadığı için yaratıcılığı değerlendiremez. Çok çözümü olan bir problem öğrenciye alışılmışın dışında çözümler yaratması için gerekli motivasyonu sağlayabilir. Öğrenciler bu problemlerin varlığına alıştıkları zaman matematik eğitimlerinde özgün düşünebilme fırsatını yakalayabilirler.

Yaratıcılıkta önemli olan düşünme becerilerinden ıraksak düşünme için Brown (1984), geleneksel olmayan işlevsel fikirler üretebilmeye, Yenilmez ve Yolcu (2007) ise değişik yanıtlar üretebilmeye, farklı çözümler yapabilmeye, farklı ilişkiler kurulabilmeye vurgu yapmışlardır. Bu görüşler ıraksak düşünme ile bir probleme birden fazla çözüm yapma arsındaki ilişkiyi göstermektedir. Haylock (1985), matematiksel yaratıcılığa sahip olan kişinin klişeleşmiş çözüm yöntemlerini bir kenara bırakıp, zihinsel sınırlamalardan kurtulabilme yeteneğine sahip, farklı çözüm yollarını üretebilen yani çok boyutlu düşünebilen bireyler olduğunu belirtmektedir.

Yaratıcılıkla ilgili olan yansıtıcı düşünmede bireyin bir deneyiminden elde ettiği bilgiler ile diğer deneyimlerini anlamlandırmasına, kendi öğrenme sürecinin merkezinde olup neyi nasıl öğrendiğine, varsa eksiklerinin ve yanlışlarının farkında olmaya, bunları düzeltip kendi bilgisini yapılandırmasına vurgu yapılmıştır. Amacın sadece doğru cevabı bulmak olduğu durumlarda öğrenci bu doğruya ulaşmış ise geri dönüp çözüm yöntemi hakkında düşünmenin, daha etkili bir çözüm stratejisi araştırmanın bir önemi olmayacaktır. Çok çözümlü bir problemde her bir çözüm öğrencinin kendi zihinsel yapılarının farkına varabildiği, kendini değerlendirebildiği ayrı bir deneyim olanağı sunmaktadır.

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çok çözümlü problemler ve yaratıcılık ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Literatür incelendiğinde çok çözümlü problemler ile ilgili yurtiçinde yapılan bir araştırma olmadığı görülmüştür.

Leikin ve Lev (2013), matematiksel yaratıcılık ile üstün zekalılık ve matematiksel başarı arasındaki ilişkiyi ve çok çözümlü problemlerin matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde oynadığı rolü belirlemeyi amaçladıkları araştırmalarında, 6 üstün zekalı 11. sınıf öğrencisi, 27 matematik başarısı üst düzeyde olan ve 18 matematik başarısı orta düzeyde olan 12. sınıf öğrencisiyle çalışmışlardır. Sorulan 5 problem doğruluk, akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterlerine göre analiz edildiğinde bu üç grubun doğruluk kriteri bakımından aralarında önemli bir farkın olmadığı belirlenmiştir. Diğer kriterler incelendiğinde, üstün zekâlı öğrencilerle matematik başarısı üst düzeyde olan öğrenciler ve matematik başarısı üst düzeyde olan öğrencilerle matematik başarısı orta düzeyde olan öğrenciler arasında önemli farkın olduğu görülmüştür. Sorulan problemlerden sadece çok çözümlü “Jam” problemi gruplar arasındaki farklılığı ortaya çıkarmıştır. Bu probleme 6 üstün zekâlı öğrenciden 5’i birden fazla yolla çözüm yaparken, 27 matematik başarısı üst düzeyde olan öğrenciden 7’si, 18 matematik başarısı orta düzeyde olan öğrenciden sadece 1’i birden fazla çözüm yapmıştır.

Tabach ve Friedlander (2013), matematiksel bilgi ve yaratıcılık arasındaki ilişki incelemeyi amaçladıkları araştırmalarında aynı okuldaki 4.sınıftan 9.sınıfa kadar toplam 76 öğrencinin yaratıcılıklarını sorulan üç çok çözümlü probleme öğrencilerin yaptıkları çözüm yöntemlerini kullanarak değerlendirmişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre çözüm yöntemlerinin sayısı ve yaratıcılık puanı öğrencilerin yaşları arttıkça artmaktadır. Buradan matematiksel bilgi arttıkça yaratıcılık seviyesinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Levav-Waynberg ve Leikin (2012), çok çözümlü problemlerin bir araç olarak matematiksel bilginin ve yaratıcılığın gelişiminde oynadığı rolü belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmalarında, geometri derslerinde sistematik olarak çok çözümlü problem uygulamaları yapılan öğrenciler ile geometri derslerinde bu uygulamaların yapılmadığı öğrencilerin matematik performansları arasındaki farka bakılmıştır. Bu doğrultuda kontrol ve deney grubunun geometri problemlerine birden fazla çözüm yapmadaki başarıları, birden fazla çözüm yaparken matematiksel ilişkileri keşfetmedeki başarıları, birden fazla çözüm yaparken ortaya çıkan yaratıcılıkları karşılaştırılmıştır. Araştırmada sorulan soruların yanıtları doğruluk bakımından incelendiğinde deney ve kontrol grupları arasında belirgin bir fark olmadığı görülmüştür. Sistematik olarak çok çözümlü problem uygulamaları yapılan grubun problemleri çözmedeki esnekliklerinin, akıcılıklarının ve geometri bilgilerini ilişkilendirme düzeylerinin arttığı görülmüştür.

Levav-Waynberg ve Leikin (2012), çok çözümlü problemler kullanarak öğrencilerin geometri problemlerini çözme performanslarını değerlendirmeyi amaçladıkları araştırmalarında 10. sınıfa devam eden yüksek başarı düzeyine sahip 185 öğrenci ve orta düzeyde 82 öğrenci katılımcı olarak belirlemişlerdir. Bu amaçla öğrencilere sorulan iki probleme verilen yanıtlar doğruluk, akıcılık, esneklik ve orijinallik ölçütlerine göre değerlendirilmiştir. Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler ile orta düzeydeki öğrenciler karşılaştırıldıklarında yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin orijinallik puanlarının orta düzeydeki öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu ancak doğruluk puanları arasında önemli bir farkın olmadığı görülmüştür. Bu araştırmada yaratıcılık puanı ile akıcılık, esneklik ve orijinallik puanları arasındaki ilişki incelenmiş ve yaratıcılığın en önemli bileşeninin orijinallik olduğu görülmüştür. Ayrıca araştırmada matematiksel bilgi ile yaratıcılık arasında ilişki olduğu belirlenirken, yaratıcılığın bileşenlerinden esnek düşünebilmenin matematiksel bilgi ile ilişkisinin diğer bileşenlere göre daha fazla olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Lev-Zamir ve Leikin (2011), matematik öğretmenlerinin matematik öğretimindeki yaratıcılık kavramlarını belirlemeyi amaçladıkları araştırmalarında, 11 ilkokul ve ortaokul matematik öğretmeninin derslerini gözlemleyerek ve görüşmeler yaparak nitel araştırma yöntemiyle veri toplanmışlardır. Görüşmeler esnasında öğretmenlere yaratıcılık hakkında ne düşündükleri sorulmuş ve matematik öğretimindeki yaratıcılığı ifade edecek bir örnek vermeleri istenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin matematik öğretimindeki yaratıcılık kavramları yaratıcılığı öğretmen merkezli olarak düşünenler ve öğrenci merkezli olarak düşünenler olarak ikiye ayrılmaktadır. Öğretmen merkezli düşünenler matematik öğretimindeki yaratıcılığı öğretmenlerin yaptığı yaratıcı aktiviteler olarak benimsemişlerdir. Öğrenci merkezli düşünenler ise matematik öğretimindeki yaratıcılığı öğrencilerin yaratıcılıklarının gelişmesi için sunulan fırsatlar olarak görmektedirler.

Levav-Waynberg ve Leikin (2008), çok çözümlü problemler aracılığıyla matematik öğretmenlerinin matematiksel bilgilerinin gelişimini belirlemeyi amaçladıkları araştırmalarında, gönüllü 12 ortaokul matematik öğretmeniyle görüşme yaparak ve öğretmenlerin derslerinde gözlem yaparak veri toplanmışlardır. Araştırmada, 12 öğretmene çok çözümlü problemler odaklı 56 saatlik bir kurs verilmiştir. Kurs bitiminden sonra öğretmenlerden çok çözümlü problem uygulamalarını derslerinde kullanmaları istenmiştir. Öğretmenlerin dersleri kurs öncesi, kurs sonrası ve araştırmanın uygulamasının sonunda gözlemlenmiştir. Sonuç olarak kurstan sonra öğretmenlerin problemlere çok çözüm yapabilme konusunda başarılarının anlamlı bir düzeyde arttığı ve derslerinde bu uygulamalara yer verdikleri görülmüştür.

Leikin ve Lev (2007), çok çözümlü problemler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını belirlemeyi amaçladıkları araştırmalarında 10. Sınıfa devam eden üstün zekâlı öğrenciler, 10. Sınıfa devam eden üstün zekâlı olmayan yüksek düzeydeki öğrenciler ve 11.sınıfa devam eden orta düzeydeki öğrenciler olmak üzere üç grup üzerinde uygulama yapmışlardır. Her bir gruptan 6 kişi olmak üzere toplam 18 öğrenciyle yapılan görüşmelerde öğrencilere biri geleneksel diğeri geleneksel olmayan iki problem sorulmuştur. Video ile kaydedilen verilerin analizi yapılırken akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterleri kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre üstün zekâlı öğrencilerin çözümlerinin akıcılık, esneklik ve orijinallik puanlarının diğer gruplardan anlamlı düzeyde farklı olduğu belirlenmiştir. Geleneksel probleme üç grubun öğrencileri en az üç çözüm yaparken, geleneksel olmayan probleme üstün zekâlı öğrencilerin en az iki çözüm yaptığı, diğer gruplardaki öğrencilerin en fazla bir çözüm yaptığı görülmüştür. Üstün zekâlı öğrencilerin çözümlerinin orijinalliği ile diğer gruplardakilerin çözümlerinin orijinalliği arasında önemli fark olduğu görülmüştür. Ayrıca üstün zekâlı öğrenciler ile diğer öğrenciler yaratıcılık kriteri bakımından karşılaştırıldığında geleneksel olmayan problemde geleneksel probleme göre daha anlamlı bir fark olduğu görülmüştür.

Sonmaz (2002), problem çözme becerisiyle yaratıcılık ve zekâ arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçladığı araştırmasında 8 devlet ve 2 özel okulun 8.sınıflarından seçilen 198 kız ve 166 erkek öğrenciyle bir ders saati boyunca uygulama yapılmıştır. Araştırmada yaratıcı düşünceyi ölçmek için Torrance Yaratıcı Düşünce Testi, bireyin problem çözme becerileri konusunda kendisini nasıl algıladığını ölçen Heppner Problem Çözme Envanteri, zekâyı ölçmek için Cattel Zekâ Testi A Formu kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre problem çözme becerisi ile zekâ arasında bir ilişkiye rastlanmazken, problem çözme becerisi ile yaratıcılığın şekilsel yaratıcı düşüncenin alt boyutları arasında ilişki olduğu ve gruplar arasında farklılıkların mevcut olduğu bulunmuştur. Yüksek problem çözme becerisine sahip öğrencilerin yaratıcılığın şekilsel alt boyutlarında diğer öğrencilerden anlamlı derece farklı olduğu görülmüştür.

Araştırmanın Önemi ve Amacı

Matematik eğitimi üzerine teorisyenler tarafından yapılan çalışmalar okul matematiği için son derece önemlidir. Bu araştırmalardan elde edilen bulgular ışığında matematik eğitimi pozitif yönde bir ilerleme kaydetmektedir. Çok çözümlü problemler üzerine yapılan bu araştırmanın matematik derslerinde öğretmenlerin ve öğrencilerin problemlere bakış açılarında değişiklik sağlayabileceği düşünülmektedir.

Okul matematiğindeki problemler de dâhil olmak üzere günlük hayatımızda karşımıza çıkan problemlere farklı yanıtlar, farklı çözümler üretebilme eğilimi gösterme daha iyi, daha kısa, daha şık bir çözümün ortaya çıkma olasılığını arttırır. Kişinin bu alışkanlığı kazanması, çoklu ihtimallerin olduğu fikrine kendisini açmasını, kalıpların dışına çıkıp daha orijinal fikirleri üretmeye istek duymasını sağlar.

Ne yazık ki öğrenciler, zamanla yarışarak amacın sadece doğru cevabı bulmak olduğu, çoktan seçmeli sınavlarla dolu olan eğitim sistemlerinde bir probleme birden fazla çözüm yapmaya gerek duymadıkları için böyle bir alışkanlığa da, böyle bir farkındalığa da sahip değildirler. Problemleri hızlı çözmek önemli ancak daha önemlisi çeşitli olasılıkları düşünmeye, bu olasılıklar aracılığıyla öğrencinin kendi bilgisini oluşturmaya ve kendi değerlendirmesini yapmaya fırsat bulmasıdır.

Öğrencinin kendi öğrenmesinin merkezinde olduğu, bilgisini kendisinin oluşturduğu yapılandırmacı yaklaşım yaratıcılıktan ayrı düşünülemez. Öğrenci ancak yaratıcılığını kullanarak farklı boyutlarda düşünebilir, bildikleri ve yeni öğrendikleri arasında farklı ilişkiler kurabilir, çevresi ile etkileşimini sürdürerek kendi bilgisini oluşturabilir. Çok çözümlü problemler bireyin yaratıcılığını kullanarak bu şekilde zihinsel yapılarını oluşturmasını sağlayan bir araç olarak hizmet etmektedir.

Okullarda öğrencilerden beklenen yaratıcı eylem, profesyonel matematikçiler gibi matematiksel buluşlar yapmaları değildir. Öğrencinin kendisi için yeni olan her deneyimi bir keşif tadındadır. Bir problem için yapılan daha farklı, daha şık bir çözümün keşfi ile yaratıcı olarak nitelendirilme "sadece evrensel düzeyde keşifler yapabilen dahi insanlar yaratıcıdır" algısının değişmesini, matematikle çocuğun arasındaki bağın kuvvetlenmesini sağlayacaktır. Matematik için çok küçük olan bu keşfin, öğrenci için anlamı çok büyüktür.

Öğrenciler çoğu zaman alışılmadık bir problemle karşılaştıklarında, çözüm için bir şekil çizme, problemi parçalara ayırma, benzer basit problemlerden yararlanma, çözümü kontrol etme bakımından eksik görünmekte, daha çok, probleme bir göz atıp; verilen sayılara gerekli işlemleri uygulayıp sonuca gitme eğilimi göstermektedirler. Ayrıca öğrenciler matematiğe, dolayısıyla problem çözmeye karşı bazı olumsuz tutum ve inançlar geliştirmişlerdir. Bu olumsuz ve başarıyı engelleyici tutum ve inançlar arasında; sıradan öğrencilerin kendi kendilerine problem çözemeyecekleri, her problemin yalnız bir doğru yanıtı olduğu, her problemin tek bir doğru çözüm yolu olduğu sayılabilir (Altun ve Arslan, 2006).

Matematik derslerinde müfredat yetiştirmenin zorluğu, verilen sürenin az olması ve öğrenci sayısının fazla olması gibi nedenlerden dolayı öğrenciler çok boyutlu düşünmeye fırsat bulamamaktadırlar. Genelde öğretmenin yaptığı çözüme benzer bir çözüm yolu ile tek bir doğru yanıt verme alışkanlığı çok boyutlu düşünebilme ve bununla ilgili olarak da yaratıcı düşünebilmeyi engeller. Ancak öğretmen bir problemin çoklu çözüm yollarının olabileceğini ve bunu araştırmanın önemini fark eder ve öğrencilerine model olursa öğrencilerin de aynı alışkanlığı kazanma olasılığı yüksek olacaktır.

Okul matematiğinin temeli olan matematiksel düşünme, matematiksel kavramları ezberlemekten, matematiksel formülleri işlemlere uygulamaktan daha fazlasıdır. Matematiksel akıl yürütmeyi, problem çözmeyi, iletişim kurmayı ve ilişkilendirme yapmayı gerektiren üst düzey düşünme becerisidir. Matematiksel düşünme becerisi gerektiren problem çözme, bilginin yapılandırılmasını, araştırma, inceleme, keşfetme, gerekçelendirme yapılmasını gerektirmektedir. Çok çözümlü problemler bu becerileri değerlendirme fırsatı sunarken, öğrencilerin problemlere sadece tek bir çözüm yapmaları ise bu çözüm yöntemini benimsemelerine, karşılarına çıkan her probleme de benzer çözüm yöntemini kullanmalarına neden olmaktadır.

Geleneksel öğretim yapılan ortamlarda öğrencinin doğru yanıta ulaşıp ulaşmadığına dikkat edilmektedir. Verilen bir problemde öğrenci problemi doğru şekilde yanıtladığında yeterli beceriye sahip olduğu, buna karşın problemin yanıtı yanlış ise yeterli beceriye sahip olmadığı düşünülmektedir. Oysaki eğitim açısından öğrencinin verdiği her yanıtın, doğru yanıt kadar önemli olduğu düşünülmelidir (Güven ve Karataş, 2004). Yapılandırmacı bir eğitim anlayışında öğrencilerin neyi bildiklerinden ziyade bu bildiklerini öğrenme sürecinde nasıl oluşturdukları önemlidir. Çok çözümlü problemlerle öğrenci kendi kavramlarını keşfederek ve yorumlar yaparak kendi yanıtlarını oluşturmaktadır. Bu problemler öğrencilerin kendi değerlendirmesini yapmasını sağlarken öğretmenlerin de öğrencilerin nasıl yaratıcı ve matematiksel düşündüklerini belirlemede kullanabilecekleri alternatif bir değerlendirme yöntemidir.

Yukarıda verilen gerekçeler ışığında ve ulusal literatür tarandığında çok çözümlü problemler üzerine daha önce yapılan bir çalışma ile karşılaşılamamıştır. Dolayısıyla çok çözümlü problemler ile yaratıcılığın ilişkilendirilmesinin yeni bir yaklaşım olduğu ve alana katkı getireceği düşünülmektedir. Bu düşünce doğrultusunda bu araştırmanın genel amacı lisans eğitimine yeni başlayan üniversite öğrencilerinin çok çözümlü problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerini, matematiksel yaratıcılıklarını ve çok çözüm üretememe nedenlerini belirlemektir. Belirtilen bu genel amaç kapsamında aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

- Öğrencilerin çok çözümlü problemlerde kullandıkları çözüm stratejileri nasıldır?

- Öğrencilerin çok çözümlü problemlere belli bir sürede ürettikleri farklı çözümlerin sayısı nedir?
- Öğrencilerin çok çözümlü problemleri çözerken bir yaklaşımdan diğerine geçiş yapabilmedeki becerileri nasıldır?
- Öğrencilerin yaptıkları çözümlerin orijinallikleri nasıldır?
- Öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşleri ve bu süreçte belirlenen eksiklikler nelerdir?

İKİNCİ BÖLÜM
YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın deseni, katılımcılar, uygulama süreci, ortam, veri toplama araçları, veri analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliği açıklanmaktadır.

Araştırma temelde bir arama, öğrenme, bilinmeyeni bilinir yapma, karanlığa ışık tutma kısaca bir aydınlanma süreci, mevcut durumdan istenen duruma geçebilmek için gerekli kararları almada zorunlu olan verileri toplayıp değerlendirmedir (Karasar, 2005).

Öğrencilerin çok çözümlü bir problemde kullandıkları çözüm stratejilerinin ve matematiksel yaratıcılıklarının belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmada öğrencilerin çok çözümlü bir problemi çözerken ürettiği farklı çözümlerin sayısı, çözümlerin çeşidi ve öğrencilerin çözüm yaparken içinde bulundukları düşünme süreci ile ilgilenildiğinden verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yönteminin uygun olduğu düşünülmüştür.

Algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmalara nitel araştırmalar denir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Kelimeler ya da gözlemler gibi ölçülmesi zor olan nitelikler üzerine odaklanan ve niteliklerin yorumlanmasına ve çözümlenmesine dayanan bir araştırma türü olan nitel araştırma eylemleri, anlatıları ve bunların nasıl kesiştiklerini anlama amacı gütmektedir (Glesne, 2013). Nitel araştırmalarda amaç bir durumun derinlemesine betimlenmesi ve özel bir durumdan genel bir sonuca ulaşmadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırmada amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. “Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına, olgu ve olayların keşfedilmesine ve açıklanmasına olanak vermektedir” (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.107).

Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. “Ölçüt örnekleme, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Buradaki ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da önceden hazırlanmış bir ölçüt listesinden yararlanılabilir" (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.112). Araştırmada katılımcıların çok çözümlü problemlerde kullanmaları gereken bilgi yapılarına sahip olmaları, bu kavramlarla lise döneminde tanışmış olmaları ölçüt olarak belirlenmiş ve zengin veri elde edebilmek için ilköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan 1. sınıf öğrencileri katılımcı olarak seçilmiştir. Araştırmayı desteklemesi için yapılan klinik görüşmede görüşme yapılacak öğrencilerin belirlenmesinde de aynı yöntem kullanılmış, çok çözümlü problemlere birden fazla çözüm yapamayan öğrenciler arasından gönüllü olan 6 öğrenciyle görüşülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerin özellikleri Tablo 1'de gösterilmiştir. Bulgularda ise öğrencilerin gerçek isimleri yerine numaralar kullanılmıştır. Bu numaralar ise alt indis olarak verilmiştir.

Tablo 1

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Özellikleri

Öğrencilerin Özellikleri	*f*
Cinsiyet	
Kız	61
Erkek	15
Doğum Yılı	
1992	1
1993	5
1994	19
1995	53
Bitirilen Lise Türü	
Düz Lise	4
Anadolu Lisesi	45
Anadolu Öğretmen Lisesi	28
Açık Öğretim Lisesi	1

Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulanması Anadolu Üniversitesi Etik Kurulunun onayı (Ek-5) alınarak 2013-2014 öğretim yılı bahar döneminde bir devlet üniversitesinde gerçekleştirilmiştir. Çok çözümlü problemler öğrencilere kendi sınıflarında uygulanmıştır. Çözümler analiz edildikten sonra belirlenen 6 öğrenciyle klinik görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahat hissettikleri, sessiz bir ortamda yapılmıştır. Görüşmeler sırasında kullanılan video kamera; öğrencilerin kâğıtlarını görebilecek ve öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yerleştirilmiştir.

Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı araştırma konusuyla ilgili alanda zaman harcayan, alanı yakından tanıyan, araştırmaya dâhil olan bireylerle yakın bir iletişim kuran, gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açısını ve deneyimlerini, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu araştırmada araştırmacının kendi görüşleri veri toplama ve analiz sürecini etkilememiş, araştırmanın her aşamasında araştırmacı tarafsız olmuş ve herhangi bir yönlendirmede bulunmamıştır.

Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Nitel araştırmalarda genellikle üç tür veri toplanır:

1.Araştırmanın yapıldığı çevrenin sosyal, psikolojik, kültürel, demografik ve fiziksel özelliklerini belirlemek için çevreyle ilgili veri toplanır.

2. Araştırma süresince neler olup bittiği ve bu olanların araştırma grubunu nasıl etkilediğini belirlemek için süreçle ilgili veriler toplanır.

3. Araştırma grubuna dâhil olan bireylerin süreç hakkındaki düşüncelerini belirlemek için algılara ilişkin veriler toplanır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Nitel araştırmalarda bu verilerin toplanmasında gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama teknikleri kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Görüşme araştırmaya katılan kişilerin yaşadıkları dünyayı anlamak, çeşitli konular hakkındaki düşüncelerini, deneyimlerinden çıkardıkları anlamı öğrenmek için kullanılan, zengin veri elde olanağı sunan, nitel araştırmalarda sıkça başvurulan, sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniğidir (Qu ve Dumay, 2011). Bu araştırmada veri toplama aracı olarak açık uçlu çok çözümlü dört problem kullanılmıştır. Ayrıca araştırmayı desteklemesi amacıyla nitel verilerin toplanmasında görüşme tekniğinin bir çeşidi olan klinik görüşme kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve bu araçların geçerlik ve güvenirlik çalışmaları aşağıda açıklanmıştır.

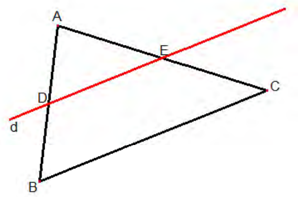
Öğrencilerin yaratıcılıklarını değerlendirmek amacıyla açık uçlu çok çözümlü problemlerden oluşan ölçme aracının geçerlik ve güvenirlikleri, uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır. Açık uçlu çok çözümlü altı problemin öncelikle iki alan uzmanı tarafından uzman çözüm alanı oluşturularak, problemlere yapılabilecek çözümler listelenmiştir. Daha sonra, problemlerin amacına hizmet edip etmediklerini belirlemek için pilot çalışma öncesinde, problemler matematik eğitimi alanında iki uzmana ve bir ortaokulda görev yapan iki matematik öğretmenine sunularak görüşleri alınmıştır. Uzmanlar, her test sorusunun ölçmek istediği kazanımlara uygunluğunu, kapsam geçerliliğini belirleme formundaki "Uygun" ve "Uygun değil" seçeneklerinden birini işaretleyerek belirlemişlerdir. Uzmanlar problemlerden bir tanesinin çok çözüm yapmaya elverişli olmadığını ifade etmişlerdir. Uzmanlardan ikisi problemlerden birinin anlaşılmadığını belirtmişlerdir. Önerilen değişiklikler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak bir problem çıkarılmış ve kalan beş problemin pilot çalışması yapılmıştır. Hazırlanan testin pilot uygulaması 2013-2014 bahar dönemi bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği 3. sınıfa devam eden 11 kız, 3 erkek öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada, öğrencilerin amaçlandığı şekilde problemi anlayıp anlamadıkları ve problemlerin öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirebilmek için birden çok çözüm yapabilmeye olanak verip vermediği belirlenmiştir. Ölçme aracının güvenirliğini belirlemek amacıyla öncelikle problemlerin uzman çözüm alanları oluşturulmuş, testin pilot uygulaması yapıldıktan sonra uzman çözüm alanı gelen yanıtlara göre tekrar düzenlenmiştir. Daha sonra iki alan uzmanı, uzman çözüm alanı ile öğrencilerin kişisel çözüm alanını karşılaştırarak ayrı ayrı değerlendirme yapmış, bağımsız gözlemciler arası uyuma bakılmıştır.

Bağımsız gözlemciler arası uyum birden çok gözlemcinin birbirinden bağımsız olarak aynı şeyleri ölçmeye çalıştıkları durumlarda uygulanan ve ölçmenin güvenirliğini kestirmenin en iyi yolu olarak bilinen bir güvenirlik ölçütüdür. Bu tür ölçmelerde gözlemcilerin ayrı ayrı yaptıkları ölçümlerin ortalaması alınarak, her durum için, bir tek değer bulunur. Asıl olan bu değerin güvenirliğidir. Ayrı ayrı gözlem sonuçları birbirine ne kadar yakın ise, sonuçta elde edilen ortalama değerin güvenirliği de o kadar yüksek olur (Karasar, 2005). Buna göre bağımsız gözlemciler arası uyum ortalaması $\alpha = 0{,}94$ olarak bulunmuştur. Pilot çalışma bulgularına göre, beş problemden biri öğrencilerin çoğunun çok çözüm üretememesi nedeniyle çıkarılarak araştırmanın amacına en iyi hizmet eden dört problemden oluşan ölçme aracı 03.03.2014 – 28.03.2014 tarihleri arasında 76 öğrenciye 5 gün boyunca, her birinin çözümü için 30 dakika verilerek uygulanmıştır.

Çok Çözümlü Problemler

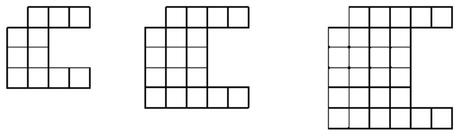
Geçerlik ve güvenirlik çalışmalarından elde edilen bulgular doğrultusunda yeniden düzenlenen çok çözümlü problemlerin son hali aşağıda verilmiştir.

Problem 1:



Tepe noktası A olan bir $\overset{\Delta}{ABC}$ 'nde AB kenarının orta noktasından geçen ve BC kenarına paralel olan doğrunun AC kenarını da orta noktasında kestiğini birden fazla yolla kanıtlayınız.

Problem 2:



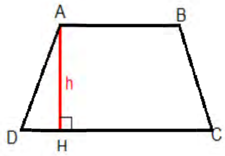
2.ADIM 3.ADIM 4.ADIM

Yukarıda karolardan oluşan bir örüntü verilmiştir. Buna göre sıfırıncı adımdaki yapıyı çiziniz ve n. adımda kullanılması gereken karo sayısının nasıl bulunacağını birden fazla yolla açıklayınız.

Problem 3:

Şeyma her yıl kayısı marmeladı hazırlayıp marketlere kavanozlarla satmaktadır. Bu yıl da hazırladığı 80 litre marmeladı önce elindeki tüm kavanozlara eşit bir şekilde paylaştırmıştır. Daha sonra dört kavanozu başka bir iş için kullanmaya karar vermiş ve bu dört kavanozdaki marmeladı diğer kavanozlara eşit bir şekilde paylaştırmıştır. Dolu kavanozların her birindeki marmelat miktarı başlangıçtaki miktarlarının $\frac{1}{4}$ 'i kadar arttığına göre başlangıçta kaç tane kavanoz olduğunu birden fazla yolla bulunuz.

Problem 4:



ABCD yamuğunun alanının $\frac{(|AB|+|DC|).h}{2}$ olduğunu birden fazla yolla kanıtlayınız.

Araştırmayı desteklemesi amacıyla klinik görüşme tekniği ile öğrencilerin çok çözüm bulamama nedenlerine ilişkin görüşlerine başvurulmuştur.

Klinik Görüşme

Klinik görüşme daha önce planlanmış bir şekilde bir ya da birden fazla görevler (sorular, problemler ya da etkinlikler) aracılığıyla görüşmeci ile öğrencinin karşılıklı etkileşime girdiği bir tekniktir (Goldin, 2000).

Piaget klinik görüşmeyi psikolojik araştırmalar için bir araç olarak geliştirmiştir. Öğrencilerin düşünmelerindeki zenginliği keşfetmek, temel aktivitelerini yakalamak, bilişsel yeteneklerini belirlemek için yaklaşık 50 yıl boyunca klinik görüşmeyi kullanmıştır. Piaget'nin bu çalışmaları bilişsel gelişim psikolojisi alanının devrimi niteliğinde olmuştur Piaget'nin temel amacı düşünmenin doğasını anlamak olduğu için matematiksel düşünme üzerine yapılan araştırmaları da büyük ölçüde etkilemiş, matematiksel bilginin altında yatan zihinsel sürecin anlaşılması için yapılan matematik eğitimi araştırmalarında tercih edilen bir yöntem olmuştur (Ginsburg, 1981).

Ginsburg (1981), öğrencilerin bilişsel becerilerinin değerlendirilmesi için uygulanacak yöntemin üç bileşeni olması gerektiğini savunur: motivasyonun değerlendirilmesi, subjektif eşitliğin sağlanması ve inancın belirlenmesi. Araştırmacının a) öğrencinin görevi yaparken motive edilip edilmediğini ve bu görevi ciddiye alıp almadığını, b) öğrencinin problemi doğru bir şekilde anlayıp anlamadığını, c)öğrencilerin verdiği yanıtların ne kadar tutarlı olduğunu bilmesi gerekmektedir.

a) Motivasyonun oluşabilmesi için birinci şart öğrenci ile araştırmacının bire bir ilişki halinde olmasıdır. Araştırmacının endişeli öğrencileri rahatlatması, problemleri uygulamadan önce öğrencileri kendine alıştırması gerekir. Araştırmacının tavrını doğru belirlemesi ve deneyimi çok önemlidir; bazı durumlarda, çocuklar kendilerini baskı altında hissederken, bazı durumlarda aşırı rahat davranabilmektedirler. Bir görev çoğunlukla anlaşılmadığı için bir çocuğa aşırı zor ya da sıkıcı gelebilir. Bu yüzden motivasyonun oluşabilmesi için ikinci şart problemin yapısının ve sunumunun esnek bir yapıda olmasıdır. Motivasyonun oluşabilmesi için üçüncü şart süreklilik ve tekrardır. Bir çocuk problem ilk sunulduğunda kendini çözmek için yeterli hissetmeyebilir.

Görüşmecinin bıkmadan, çocuğun hazır olduğu zamanı bekleyerek problemi yeniden sorması gerekir. Standart testler öğrencinin motivasyonunu sağlayacak bu düzenlemeler bakımından klinik görüşme yönteminden eksiktir.

b) Becerilerin değerlendirilmesinde subjektif eşitlik için gerekli olan temel teknik sözlü sunum ve soru sormadır. Bu eşitliğin sağlanabilmesinin koşulu görevlerin kültür farkı gözetmeksizin her öğrenci için aynı anlamı taşımasıdır. Dolayısıyla verilen problemdeki yanlış anlamaların giderilmesi için problem yeniden düzenlenebilmelidir. Standart testlerde böyle bir yeniden düzenleme mümkün olmamakta ancak klinik görüşmeler esnek yapısından dolayı subjektif eşitliği sağlayabilmektedir.

c) Öğrencilerin inancını belirlemenin iki yolu vardır. Birincisi öğrencinin cevabına karşı görüş söylemektir. Eğer çocuk tereddüt ediyorsa ya da cevabını değiştiriyorsa bu yanıt görüşmeci tarafından değerlendirilmeyebilir. İkincisi çok benzer bir soru sormadır. Eğer çocuk daha önceki sorunun cevabıyla tutarsız bir yanıt veriyorsa bu verdiği cevaba inanmadığının göstergesidir. Tutarsız, inanmadan verilmiş yanıtlarla öğrencilerin becerilerini değerlendirmek sağlıklı olmayacağından klinik görüşmeler değerlendirilmemesi gereken yanıtları göstermesi bakımından standart testlerden üstündür.

Yukarıdaki özelliklerinden dolayı bu araştırmada klinik görüşme tekniği kullanılmıştır.

Matematik eğitiminde klinik mülakatların asıl amacı öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını ya da becerilerini karakterize etmek belirli bir öğretimin etkililiğini araştırmak, gelişim sürecini daha iyi anlamak ya da problem çözme davranışlarını araştırmaktır. Özellikle eğitim açısından oldukça karışık süreç olarak tanımlanan problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma klinik mülâkatla mümkün olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003).

Klinik görüşmeler esnasında veriler daha sonra analiz edilmek için ses kayıt cihazı, video kamera, gözlemci notu ve öğrenci çalışmaları ile toplanır. Görüşme sürecinde görüşmeci tarafından sorulan geriye dönük sorular, birbirini izleyen ilişkili problemler, ipuçları, sezgisel sorular ya da diğer müdahaleler gibi beklenmedik durumlarla daha açık veriler de elde edilir. Araştırmacı sözlü ve sözlü olmayan davranışları ya da etkileşimleri analiz ederek, öğrencilerin matematiksel düşünme, problem çözme ya da öğrenmesi ile ilgili çıkarımlarda bulunabilir. Bu çıkarımlardan matematik eğitiminin çeşitli yönlerinin daha iyi anlaşılması için bilgi elde edilir. Nitel veri analizi kullanarak bir ya da daha fazla hipotezin test edilmesi amaçlanıyorsa öğrencilerin öğrenmesi ve problem çözme süreçleri ile ilgili açıklayıcı raporların elde edilmesi gerekir (Goldin, 2000).

Klinik görüşme, matematiksel problem çözmenin ve matematik öğrenmenin yapısı üzerinde sistematik gözlemler yapabilmek için bir araştırma aracı olarak hizmet etmektedir. Matematik eğitimi uygulamalarının gelişimi ya da öğrencilerin bilgilerini tanımlanması için bir değerlendirme aracı olarak da kullanılabilir. Matematiksel görevlerin yapısı, sırası, içeriği daha önce yapılan araştırmanın bulgularına göre ve temel alınan kriterlere göre yeniden düzenlenebildiği için matematiksel öğrenme ortamlarının kontrol edilebilmesini mümkün kılmaktadır (Goldin, 2000).

Geleneksel kağıt kalem testlerinde olduğu gibi sadece doğru yada yanlış yanıtları belirlemenin aksine klinik görüşmeler öğrencilerin matematiksel görevleri gerçekleştirme süreçleri üzerine odaklanmayı sağladığı için matematiksel öğrenme ile ilişkili bilişsel yapı, matematiksel keşiflerin mekanizması, problem çözme, problem çözme ile öğrenme arasındaki ilişki, biliş ve tutum arasındaki ilişki gibi konuları diğer yöntemlere göre daha derinlemesine inceleme imkanı tanır (Goldin, 2000)

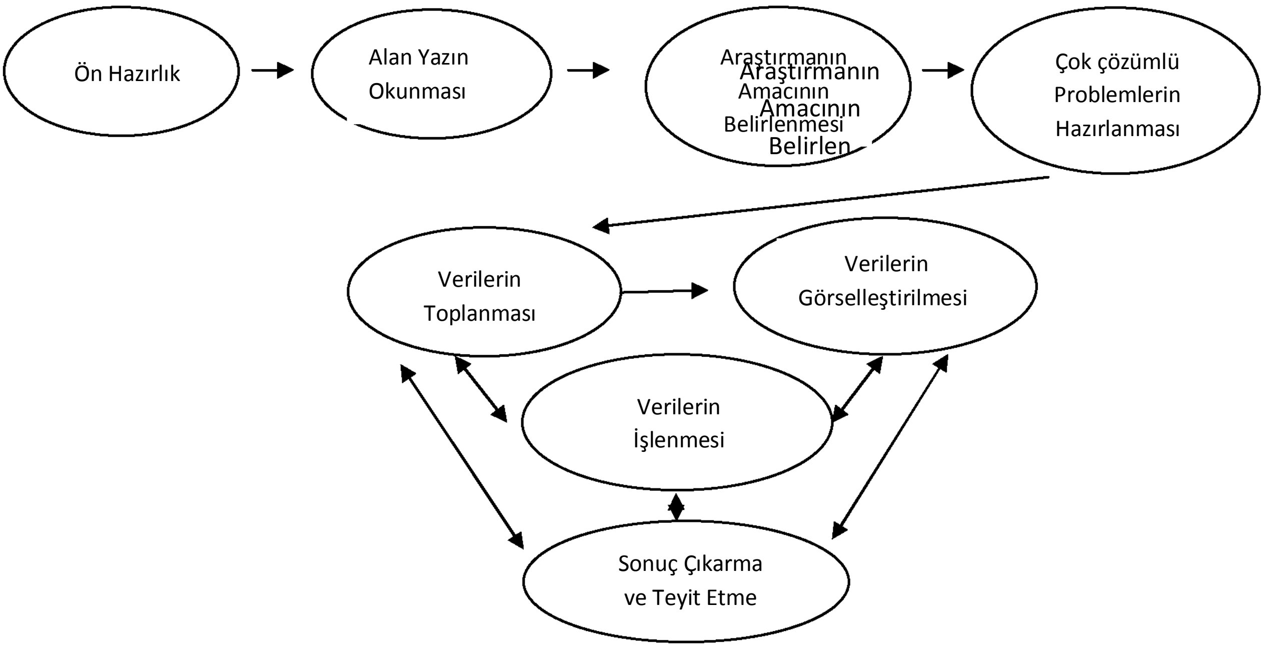
Hunting (1997), klinik görüşmelerde kullanılan soruların doğasının ve düzenlenmesinin görüşmeci için kritik olduğunu ve klinik görüşmelerde soruların genellikle şu özelliklere sahip olması gerektiğini belirtmektedir:

- Sorular, öğrencilerin yanıtlarında kendi tercih ettikleri yolları seçme özgürlüğüne sahip olabilmesi için açık uçlu olmalıdır.
- Sorular, düşünme sürecinin açıklanabilmesi için maksimum düzeyde tartışmaya ve diyaloga olanak sağlamalıdır.
- Sorular, hem öğrenci hem de görüşmeciye kendi düşünme süreçlerini yansıtmaları için izin vermelidir.

Bu araştırmada, klinik görüşmeden önce, araştırmanın amacına ve öğrencilerin ön bilgilerine uygun bir şekilde görüşme soruları belirlenmiştir. Görüşme öncesi öğrencileri motive edilmiş, kendilerini rahat hissetmeleri sağlanmıştır. Öğrencilerin, düşünme süreçlerini açıklanabilmeleri için maksimum düzeyde tartışmaya ve diyaloga olanak sağlanmıştır. Öğrencilere uygun olarak seçilen görevler üzerinde öğrencilerin özgürce düşüncelerini ifade etmeleri sağlanmıştır. Öğrencilerin kendilerini rahat ifade edebilmeleri için yeterli süre verilmiştir.

Veri Analizi

Araştırmada toplanan verilerin analizi, çok çözümlü problemlerden elde edilen verilerin analizi ve klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Her iki aşamada da Miles ve Huberman (1994)' ın veri analizi sürecinde belirttiği "verinin işlenmesi", "verinin görsel hale getirilmesi" ve "sonuç çıkarma ve teyit etme" aşamaları temel alınmıştır. Veri analizinde izlenen aşamalar aşağıda Şekil 2'de gösterilmiştir.

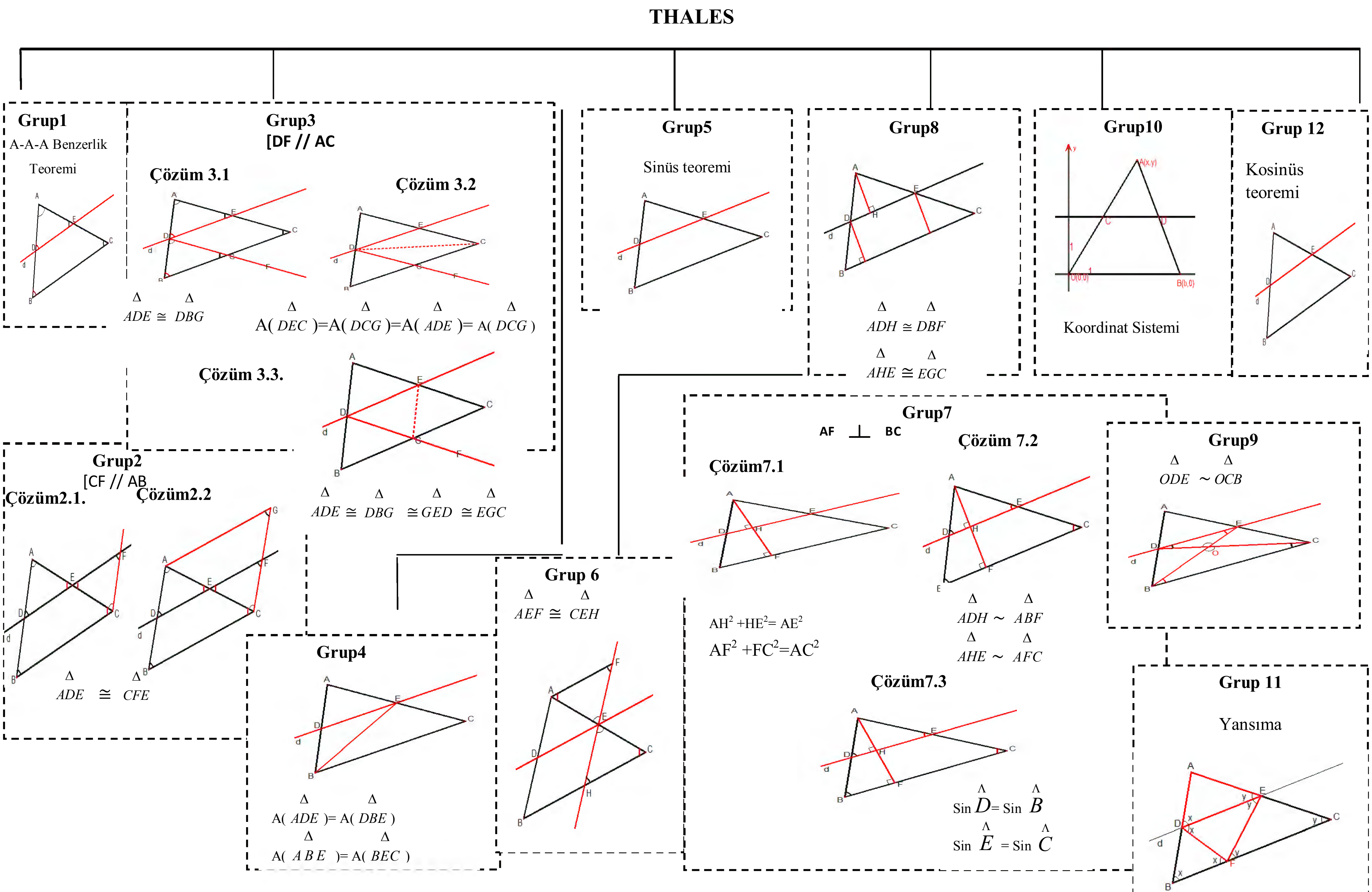


Şekil 2: Nitel Veri Analizi Süreci

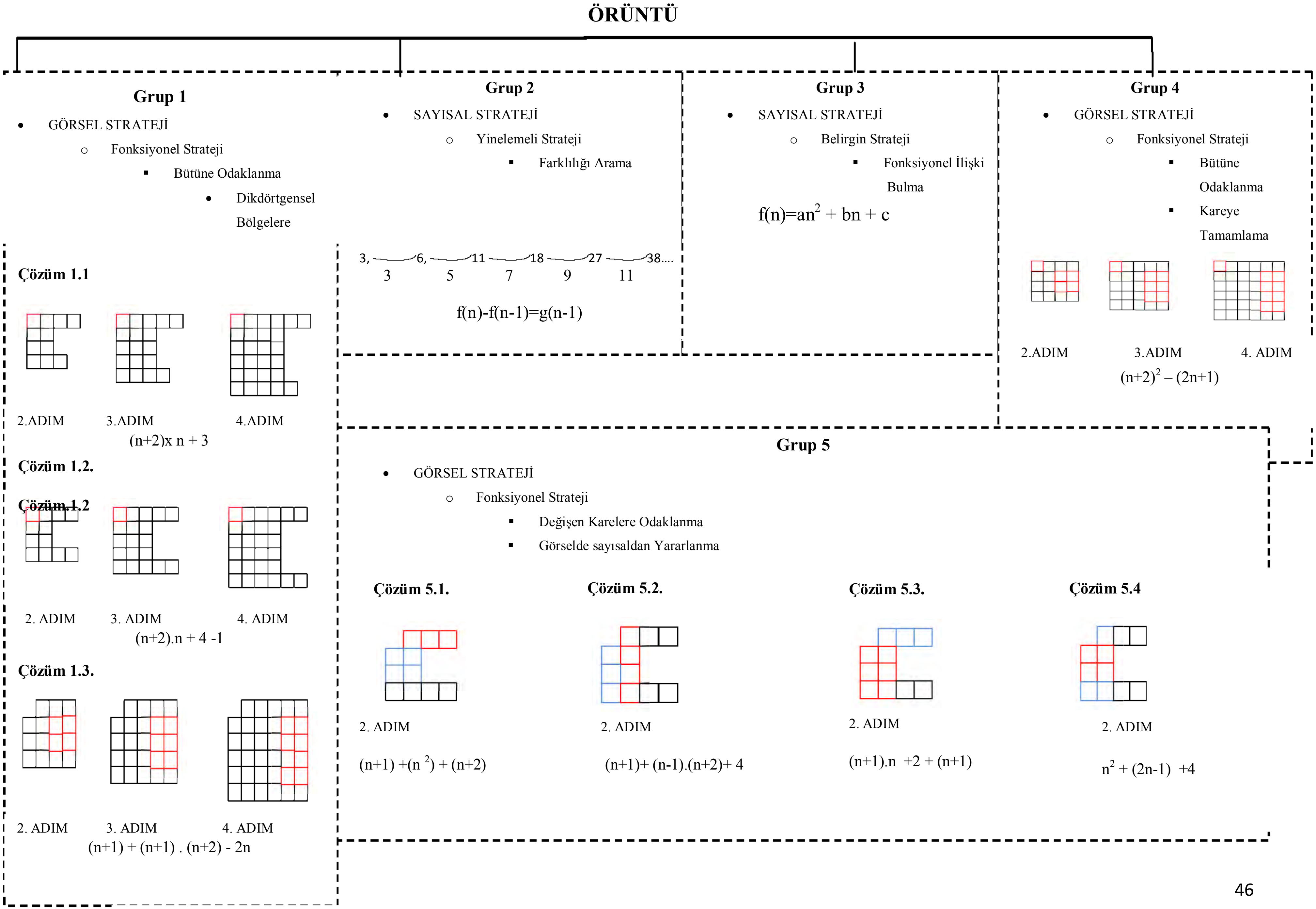
Kaynak: Miles, M. ve Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.*(2.bs.). California: Sage Publications. s. 12.den uyarlanmıştır.

*Verinin işlenmesi: "*Verinin seçimi, odaklanılması, basitleştirilmesi, soyutlanması ve dönüştürülmesi sürecini ifade eder" (Miles ve Huberman, 1994, s.10). "Araştırmacı önce veriyi inceler ve kodlar. Veri kodlanırken araştırma problemine göre önemli olan kavramlar ve temalar kullanılır. Bu şekilde veri özetlenmiş ve önemli olanlar seçilmiş olur" (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.223). Bu aşama, uzman çözüm alanlarının oluşturulduğu aşamadır. Araştırmada çok çözümlü problemlere yapılabilecek çözüm stratejileri iki alan uzmanı tarafından belirlendikten sonra, öğrencilerin her birinin kişisel çözüm alanlarındaki çözüm stratejileri incelenmiştir. Buna göre, kişisel çözüm alanlarındaki farklı çözüm stratejileri de eklenerek her bir soru için çözüm havuzu oluşturulmuştur. Daha sonra bu çözüm stratejileri, farklı bir temsil, farklı bir özellik (kullanılan teorem, tanım ya da yardımcı yapı gibi) ya da matematiğin farklı branşlarına dayalı olarak benzer çözümler aynı grup içinde olacak şekilde gruplandırılarak uzman çözüm alanı oluşturulmuştur.

Verinin Görsel Hale Getirilmesi: "Veri analizinin ikinci aşamasında veriler, grafikler, tablolar ve şekiller yoluyla görsel hale getirilir" (Miles ve Huberman, 1994, s.10). "Verinin görsel hale getirilmesi, gerek ortaya çıkan kavramların ve temaların birbirleriyle ilişkilerinin belirgin hale getirilmesi, gerekse bu kavram, tema ve ilişkilerden yola çıkarak bazı sonuçlara ulaşması yönünden büyük önem taşır" (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.223). Uzman çözüm alanı oluşturulduktan sonra gruplar ve alt gruplar görsel hale getirilerek ve aşağıda sunulmuştur.



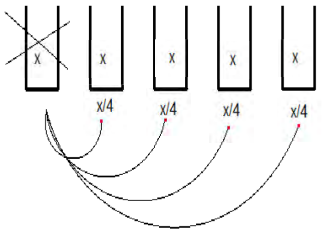
Şekil 3: Thales Probleminin Uzman Çözüm Alanı



Şekil 4: Örüntü Probleminin Uzman Çözüm Alanı

MARMELAT

Grup 1
Görsel Temsil



Grup2
İki Değişkenli Denklem Sistemi

Çözüm 2.1

x.y =80

x.y $=\frac{5x}{4}$.(y-4)

Çözüm 2.2

80: y =4x

80:(y-4) =5x

Çözüm 2.3

$$\frac{x}{y-4} = \frac{\frac{5x}{4}}{y}$$

Grup 3
Bir Bilinmeyenli denklem

Çözüm 3.1.

$1\frac{1}{4}$ y = y+4

Çözüm 3.2

$$\frac{4}{y-4} = \frac{1}{4}$$

Grup4
İki Bilinmeyenli Denklem

4x=(y-4).$\frac{x}{4}$

Grup 6
Tahmin Yapma

Grup 5
Akıl Yürütme

Çözüm 5.1.

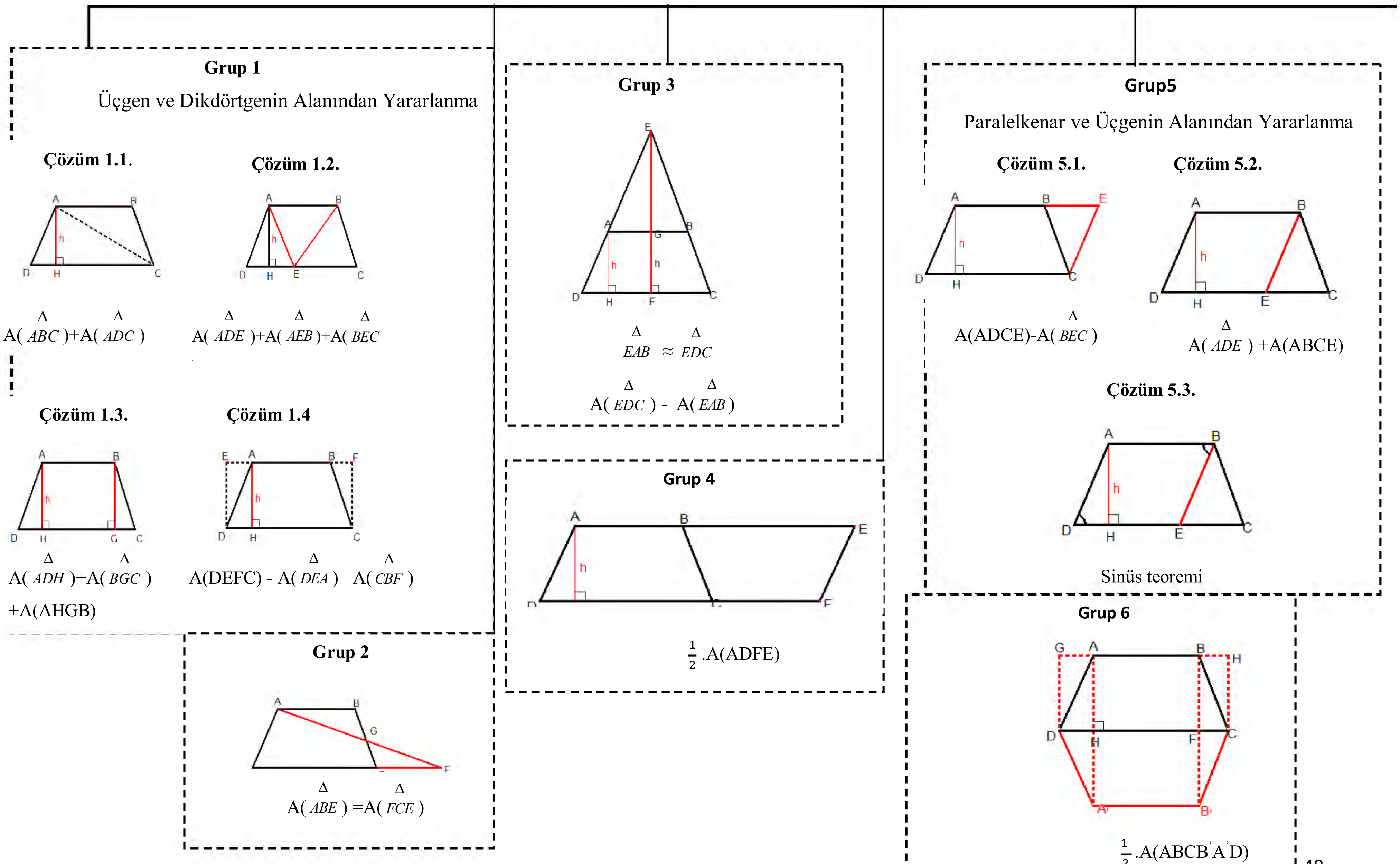
Kavanozların her birinde bulunan, başlangıçtaki marmelat miktarının 1/4 i yeni miktarın 1/5' i olduğu için 4 kavanoz tüm kavanozların 1/5'dir.

Çözüm 5.2

Dört kavanozdaki marmelat geriye kalanların 1/ 4 'ine eşittir.

Şekil 5:Marmelat Probleminin Uzman Çözüm Alanı

YAMUĞUN ALANI



Şekil 6:Yamuğun Alan Probleminin Uzman Çözüm Alanı

Sonuç Çıkarma ve Teyit Etme: Veri analizinin üçüncü aşamasında, ortaya çıkan kavramlar, temalar ve ilişkiler yorumlanır, karşılaştırılır ve teyit edilir. Bu şekilde, araştırma sonuçlarının anlamlandırılması ve geçerliliğinin sağlanması mümkün olmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmada bulgular bölümünde verilerin kodlaması ve görsel hale getirilmesi aşamasında oluşturulan gruplar ve alt gruplar doğrudan alıntılarla desteklenerek yorumlanmış ve karşılaştırılmıştır.

Çok çözümlü problemler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirmek için Leikin (2009)' in analiz yöntemi benimsenmiştir. Buna göre, her bir problem için uzman çözüm alanları oluşturulduktan sonra, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları, uzman çözüm alanı ile öğrencilerin kişisel çözüm alanları karşılaştırılarak belirlenmiştir. Çok çözümlü problemlerin matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde oynadığı rolü göstermek için akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterleri kullanılmıştır. Tablo 2'de bu değerlendirilmenin nasıl yapılacağı gösterilmektedir.

Tablo 2

Matematiksel Yaratıcılığın Puanlanması

YARATICILIK				
	Akıcılık	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
		Es_i =10 İlk çözüm için	Or_i =10 Orijinal bir çözüm	
		Es_i =10 Farklı bir gruptan olan çözümler için	Or_i = 1 Kısmen geleneksel bir çözüm	
	1	Es_i = 1 Aynı gruptan olan farklı temsil kullanılan çözümler için	Or_i = 0,1 Geleneksel bir çözüm	Es_i x Or_i
		Es_i = 0,1 Aynı gruptan olan ve aynı temsil kullanılan çözümler için	Or_i =10 $P<\%15$ Or_i=1 $\%15 \leq P < \%40$ Or_i =0,1 $P \geq \%40$	
Toplam puan	N	Es= $\sum_{i=1}^{n} Es_i$	Or= $\sum_{i=1}^{n} Or_i$	$\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$
Toplam Yaratıcılık Puanı			n.($\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$)	

Kaynak: Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Ed.). *Creavity in mathematics and the education of gifted students* içinde (s.129-145). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin (2009)'e göre, bir öğrencinin belirli bir sürede ürettiği bireysel çözüm alanında bulunan doğru çözümlerin sayısı bu öğrencinin akıcılığının belirteci ve doğru çözümlerin sayısı akıcılık puanıdır. Örneğin bir öğrencinin doğru çözümlerinin sayısı 2 ise akıcılık puanı 2'dir. Bu araştırmada, öğrencilerin yaptığı doğru çözümlerin sayısı o öğrencilerin çözümlerinin akıcılık puanı olarak alınmıştır.

Esneklik puanı belirlenirken, uzman çözüm alanındaki çözüm grupları dikkate alınır ve kişisel çözüm alanındaki çözümler ile uzman çözüm alanındaki çözümler karşılaştırılır. Leikin (2009)'e göre, doğru olan ilk çözümün esneklik puanı 10 olarak belirlenir. Birini izleyen diğer çözümler için, bir çözüm kendinden önce yapılan çözüm(ler)den farklı bir gruba aitse puanı 10 olarak, bir çözüm kendinden önceki çözümle(ler) aynı grupta ancak farklı alt gruplarda ise 1 olarak belirlenir. Eğer bir çözüm kendinden önceki çözümle(ler) hemen hemen aynı ise puanı 0,1 olarak belirlenir. n doğru çözümlerin sayısı olmak üzere öğrencilerin toplam esneklik puanı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\text{Es}=\sum_{i=1}^{n} Es_i$$

Bu araştırmada, öğrencilerin yaptığı doğru çözümlerin esneklik puanı belirlenirken uzman çözüm alanındaki çözüm grupları ile öğrencilerin kişisel çözüm alanları karşılaştırılmıştır. Buna göre doğru olan ilk çözümlerinin esneklik puanı 10 olarak belirlenmiştir. Sonraki çözümler kendinden önce yapılan çözümden farklı bir gruba aitse puanı 10 olarak, aynı gruba ancak bu grubun farklı bir alt grubuna ait çözümse puanı 1 olarak belirlenmiştir. Eğer öğrenci yaptığı çözümle aynı sayılabilecek bir çözüm yapmışsa puanı 0,1 olarak belirlenmiştir.

Orijinallik değerlendirilirken büyük grubun yaptığı çözümler referans alınarak öğrencilerin her birinin yaptığı kişisel çözümler değerlendirilir. Leikin (2009)'e göre, bir çözümü yapan öğrencilerin sayısı P olmak üzere $P < \%\ 15$ ise bu çözüm orijinal bir çözüm olarak kabul edilir ve bu çözümün orijinallik puanı 10 olarak belirlenir. Eğer $\%15 \leq P < \%\ 40$ ise bu çözüm kısmen geleneksel bir çözüm olarak kabul edilir ve orijinallik puanı 1 olarak belirlenir. Eğer $P \geq \%\ 40$ ise bu çözüm geleneksel bir çözüm olarak kabul edilir ve orijinallik puanı 0,1 olarak belirlenir. n doğru çözümlerin sayısı olmak üzere öğrencilerin toplam orijinallik puanı şu şekilde hesaplanır:

$$\text{Or}= \sum_{i=1}^{n} Or_i$$

Bu araştırmada 76 öğrenci çok çözümlü problemleri yanıtlamıştır. 76 nın % 15'i 11,6 ve % 40'ı 30,4 olduğu için, bir çözüm 12 den daha az kişi tarafından yapılmışsa bu çözüm orijinal bir çözüm olarak kabul edilmiş ve puanı 10 olarak belirlenmiştir. Eğer bu çözümü yapan öğrenci sayısı $12 \leq P < 30$ ise bu çözüm kısmen geleneksel bir çözüm olarak kabul edilmiştir. $P \geq 30$ ise bu çözüm geleneksel bir çözüm olarak kabul edilmiştir.

Leikin (2009)'e göre, bir çözümün yaratıcılık puanını hesaplamak için o çözümün esneklik puanı ile orijinallik puanı çarpılır: Es_i x Or_i. Bir öğrencinin toplam yaratıcılık puanını hesaplamak için her bir çözüme ait yaratıcılık puanları toplanır ve sonuç yapılan çözüm sayısı ile çarpılır: Yr =n.($\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$).Bu araştırmada da aynı yöntem kullanılarak öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanları hesaplanmıştır.

Buna göre, Leikin (2009)'in analiz yöntemi kullanılarak, her bir problem için oluşturulan uzman çözüm alanındaki çözümlerin, akıcılık, esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları hesaplanmıştır. Buna göre Tablo 3'te Thales probleminin uzman çözüm alanın puanları gösterilmiştir.

Tablo 3

Thales Probleminin Uzman Çözüm Alanının Puanları

Grup	Alt Grup	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
Grup 1		10	0,1	1
Grup 2	Çözüm 2.1	10	1	10
	Çözüm 2.2.	1	1	1
Grup 3	Çözüm 3.1.	10	1	10
	Çözüm 3.2.	1	10	10
	Çözüm 3.3.	1	10	10
Grup 4		10	10	100
Grup 5		10	10	100
Grup 6		10	10	100
Grup 7	Çözüm 7.1.	10	10	100
	Çözüm 7.2.	1	1	1
	Çözüm 7.3.	1	10	10
Grup 8		10	10	100
Grup 9		10	10	100
Grup 10		10	10	100
Grup 11		10	10	100
Grup 12		10	10	100
Toplam		125	124,1	953

Matematiksel Yaratıcılık Puanı =17 x 953=16201

Tablo 3'te görüldüğü gibi Thales probleminde grup ve alt gruplarla beraber toplam 17 farklı çözüm yapılmış ve akıcılık puanı 17 olarak belirlenmiştir. Her bir çözümün esneklik ve orijinallik puanı belirlendikten sonra, matematiksel yaratıcılık puanı 17 x 953=16201 olarak hesaplanmıştır. Tablo 4'te örüntü probleminin uzman çözüm alanının puanları gösterilmiştir.

Tablo 4

Örüntü Probleminin Uzman Çözüm Alanının Puanları

Grup	Alt Grup	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
Grup 1	Çözüm1.1.	10	10	100
	Çözüm 1.2.	1	10	10
	Çözüm 1.3.	1	10	10
Grup 2.		10	1	10
Grup 3.		10	10	100
Grup 4.		10	0,1	1
Grup 5.	Çözüm 5.1.	10	0,1	1
	Çözüm 5.2.	1	1	1
	Çözüm 5.3.	1	10	10
	Çözüm 5.4.	1	10	10
Toplam		55	62,2	253

Matematiksel Yaratıcılık Puanı =10 x253=2530

Tablo 4'te görüldüğü gibi, örüntü probleminde grup ve alt gruplarla beraber toplam 10 farklı çözüm yapılmış ve akıcılık puanı 10 olarak belirlenmiştir. Her bir çözümün esneklik ve orijinallik puanı belirlendikten sonra matematiksel yaratıcılık puanı 10 x 253=2530 olarak hesaplanmıştır. Tablo 5'te marmelat probleminin uzman çözüm alanının puanları gösterilmiştir.

Tablo 5

Marmelat Probleminin Uzman Çözüm Alanının Puanları

Grup	Alt Grup	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
Grup 1		10	10	100
Grup 2	Çözüm 2.1.	10	1	10
	Çözüm 2.2.	1	1	1
	Çözüm 2.3.	1	10	10
Grup 3	Çözüm 3.1.	10	10	100
	Çözüm 3.2.	1	0,1	0,1
Grup 4		10	1	10
Grup 5	Çözüm 5.1.	10	10	100
	Çözüm 5.2.	1	10	10
Grup 6		10	10	100
Toplam		64	63,1	441,1
Matematiksel Yaratıcılık Puanı		=10x441,1=4411		

Tablo 5'te görüldüğü gibi marmelat probleminde grup ve alt gruplarla beraber toplam 10 farklı çözüm yapılmış ve akıcılık puanı 10 olarak belirlenmiştir. Her bir çözümün esneklik ve orijinallik puanı belirlendikten sonra bu problemin matematiksel yaratıcılık puanı 10x441,1=4411 olarak bulunmuştur. Tablo 6'da yamuğun alan probleminin uzman çözüm alanının puanları gösterilmiştir.

Tablo 6

Yamuğun Alan Probleminin Uzman Çözüm Alanının Puanları

Grup	Alt Grup	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
Grup 1	Çözüm 1.1.	10	1	10
	Çözüm 1.2.	1	1	1
	Çözüm 1.3.	1	0,1	0,1
	Çözüm 1.4.	1	0,1	0,1
Grup 2		10	10	100
Grup 3		10	10	100
Grup 4		10	10	100
Grup 5	Çözüm 5.1.	10	1	10
	Çözüm 5.2.	1	0,1	0,1
	Çözüm 5.3.	1	10	10
Grup 6		10	10	100
Toplam		65	53,3	431,3

Matematiksel Yaratıcılık Puanı =11x431,3=4742,1

Tablo 6’ da görüldüğü gibi yamuğun alan probleminde, grup ve alt gruplarla beraber toplam 11 farklı çözüm yapılmış ve akıcılık puanı 11 olarak belirlenmiştir. Her bir çözümün esneklik ve orijinallik puanı belirlendikten sonra bu problemin matematiksel yaratıcılık puanı 11x431,3=4742,1 olarak bulunmuştur.

Araştırmada klinik görüşmelerden elde edilen verilerinin analizinde de, Miles ve Huberman (1994)’ın verinin işlenmesi, verinin görsel hale getirilmesi ve sonuç çıkarma ve teyit etme aşamalarından yararlanılmıştır. Klinik görüşme verileri analiz edilmeden önce bu verilerin dökümü ve kontrolü yapılmıştır. Döküm sırasında, her bir konuşma olduğu gibi görüşmeci-görüşen sırasıyla, araştırmacı tarafından hazırlanan bir forma yazılmıştır. Aktarılan veriler orijinal veriler ile birlikte bir uzmana verilmiş, uzman verilerin dökümler ile tutarlı olup olmadığını incelemiştir.

Dökümü gerçekleştirilen verileri iki alan uzmanı kodlamıştır. Araştırmacı ve alan uzmanları birbirlerinden bağımsız olarak temaları ve alt temaları oluşturmuşlardır. Öncelikle verilerin ortak yönleri bulunmaya çalışılmış ve ortak yönleri olan veriler araştırmanın alt temalarını oluşturmuştur. Daha sonra bu alt temalar bir araya getirilerek temalar oluşturulmuştur. Elde edilen tema ve alt temalar birbiriyle ilişkili ve anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde düzenlenmiştir. Oluşturulan kodlamalar diyagram kullanılarak görsel hale getirilmiş ve kodlamalarda araştırmacılar arası güvenirliğe bakılmıştır. Bu araştırmada kodlama güvenilirlik hesaplaması için, Miles ve Huberman'ın (1994, s.64) önerdiği uyuşum yüzdesi (*Güvenirlik = (Görüş Birliği) / [(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]*) kullanılmıştır ve yapılan hesaplama sonucunda uyuşum yüzdesi 0,825 olarak bulunmuştur.

Verinin görsel hale getirilmesi aşamasında araştırmacı kodları tablo kullanarak görsel hale getirmiştir. Son olarak, bulgular ve yorum bölümünde verilerin kodlaması ve görsel hale getirilmesi aşamasında oluşturulan tablolar sunulmuş, temalar ve alt temalar arası ilişkiler doğrudan alıntılarla desteklenerek açıklanmıştır.

Verilerin Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik kavramları; inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabilirlik (dış geçerlilik), tutarlık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları ile ifade edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

İnandırıcılık: Araştırmacının elde ettiği bulguların gerçekliğine, benzer ortamlarda sonuçların geçerliğine, süreçlerin birbiri ile tutarlı olmasına ve verilerin nesnel bir yaklaşımla toplandığına ve yine nesnel bir yaklaşımla sonuçlar ortaya koyduğuna ilişkin kanıtların sunulmasını ifade eder (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.265). Bu araştırmada, araştırmacı veri toplama sürecinde katılımcılarla etkileşimde olmuş, çeşitli veri toplama araçlarıyla farklı türde veri toplayarak ve elde ettiği sonuçları birbiriyle sürekli karşılaştırarak, tema ve alt temaları oluşturmuştur. Ayrıca, bu tema ve alt temalar oluşturulurken farklı alan uzmanlarının görüşüne başvurulmuştur.

Aktarılabilirlik: Yansız seçilen bir örneklemden elde edilen sonuçların evrene genellenebilirliğidir. Ancak nitel araştırmalarda araştırma sonuçları doğrudan benzer durumlara genellenmesi mümkün değildir. Ancak, bu tür ortamlara sonuçların uygulanabilirliliğine ilişkin geçici yargılara ulaşılması ve test edilebilecek denenceler oluşturulması mümkündür (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.269). Erlandson ve diğerleri (1993; Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005) araştırma sonuçlarının aktarılabilirliğini artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerini önermektedir. Bu araştırmada aktarılabilirliğin sağlanması için amaçlı örnekleme kullanılmış ve katılımcıları belirleme ölçütleri ve katılımcıların özellikleri ayrıntılı betimlenmiştir.

Tutarlılık: Araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılması ve araştırmacının araştırma etkinliklerinde tutarlı olup olmadığını ortaya koymasıdır. Veri toplama araçlarının oluşturulması, verilerin toplanması ve analizi aşamalarının detaylı açıklanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.272). Bu araştırmada tutarlılığın sağlanması için veri toplama araçlarının özellikleri, veri analizi ile ilgili aşamalar ayrıntılı bir biçimde tanımlanmıştır.

Teyit Edilebilirlik: Araştırma sonuçlarının gerçeği yansıtması ve araştırmacının öznel yargılarından ve varsayımlarından uzak olmasını ifade eder. Nitel araştırmacının ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli teyit etmesi ve bu çerçevede okuyucuya mantıklı bir açıklama sunabilmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.272). Bu araştırmada öznel yargılardan uzak durulmaya çalışılmış ve farklı araştırmacılarla bağımsız bir şekilde çalışılmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde yer alan bulgular ve yorumlar araştırma verilerinin analiz sonuçları dikkate alınarak, üç aşamada sunulmuştur. Birinci aşamada öğrencilerin problemlere yönelik kullandıkları çözüm stratejilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, ikinci aşamada öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarına ilişkin bulgular sunulmuş, üçüncü aşamada ise öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler sonucunda öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşlerine ve belirlenen eksikliklere ait bulgulara yer verilmiştir.

Öğrencilerin Çok Çözümlü Problemlere Yönelik Kullandıkları Çözüm Stratejilerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin Thales Probleminde Kullandıkları Çözüm Stratejilerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerden bir $\overset{\Delta}{ABC}$ ’nde AB kenarının orta noktasından geçen ve BC kenarına paralel olan doğrunun AC kenarını da orta noktasında kestiğini birden fazla yolla kanıtlamaları istenmiştir.

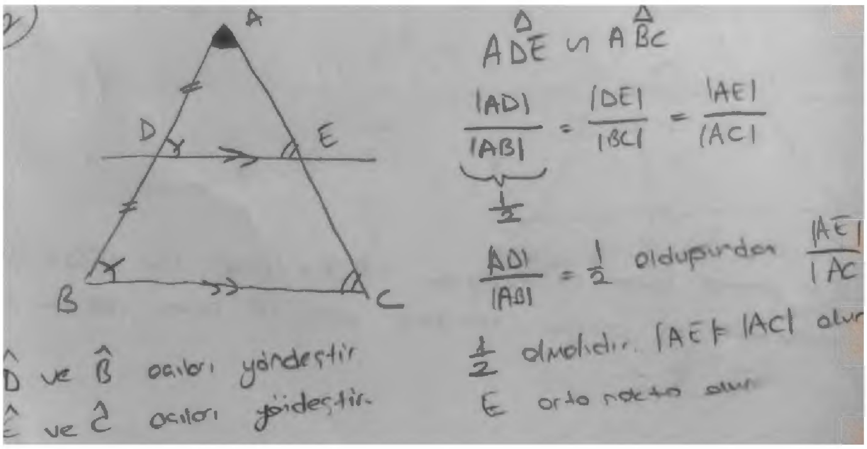
Tablo 7’de Thales problemi için yapılan çözümlerin grupları, bu grupların alt grupları ve bu çözümlerin her birini yapan öğrenci sayısı verilmiştir.

Tablo 7

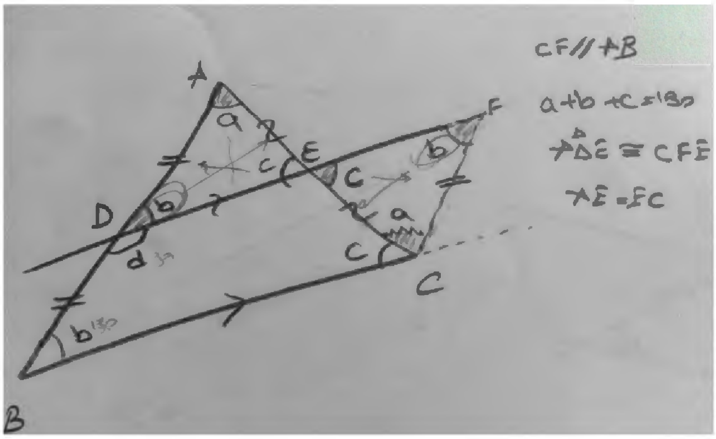
Thales Probleminde Her Bir Grupta Çözüm Yapan Öğrenci Sayısı

Çözüm Çeşidi		Her bir Çözümü Yapan Öğrenci Sayısı
Grup 1		61
Grup 2	Çözüm 2.1.	14
	Çözüm 2.2.	14
Grup 3	Çözüm 3.1.	26
	Çözüm 3.2.	8
	Çözüm 3.3.	9
Grup 4		1
Grup 5		9
Grup 6		7
Grup 7	Çözüm 7.1.	6
	Çözüm 7.2.	19
	Çözüm 7.3.	3
Grup 8		6
Grup 12		5

Tablo 7'de görüldüğü üzere 61 öğrenci Thales probleminin çözümünde Grup 1 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmışlardır. Bu çözüm stratejisi Thales problemine yapılan çözümler arasından en sık yapılan geleneksel bir çözümdür. Grup 1'in çözümü $A\overset{\Delta}{D}E$ ile $A\overset{\Delta}{B}C$ arasındaki A-A-A Benzerlik Teoremine dayanmaktadır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_5$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

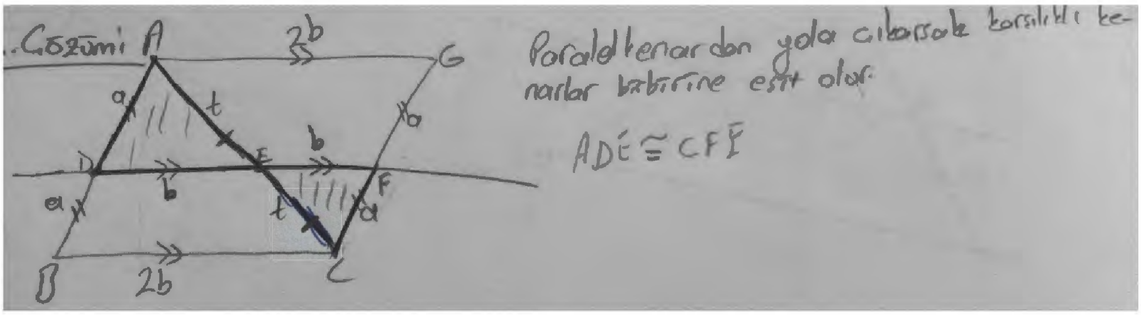


Thales probleminin çözümünde Grup 2 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi AB kenarına üçgenin dışından paralel çizilen doğru parçasıyla oluşturulan paralelkenara dayanmaktadır. Grup 2, paralelkenarın oluşturulmasındaki farklılık nedeni ile iki alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 2.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, C noktasından AB kenarına paralel olarak çizilen [CF ile oluşturulan DFCB paralelkenarına ve $\overset{\Delta}{ADE}$ ile $\overset{\Delta}{CFE}$ 'nin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 14'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{23}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

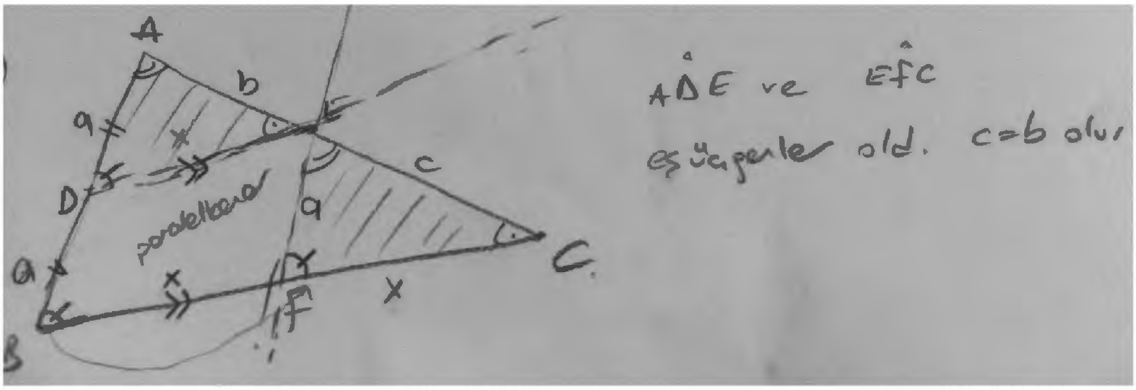


Çözüm 2.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise C noktasından AB kenarına paralel olarak çizilen [CG] ile oluşturulan AGCB paralelkenarına $\overset{\Delta}{ADE}$ ile $\overset{\Delta}{CFE}$ 'nin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 14'ü bu çözüm stratejisini

kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{27}$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

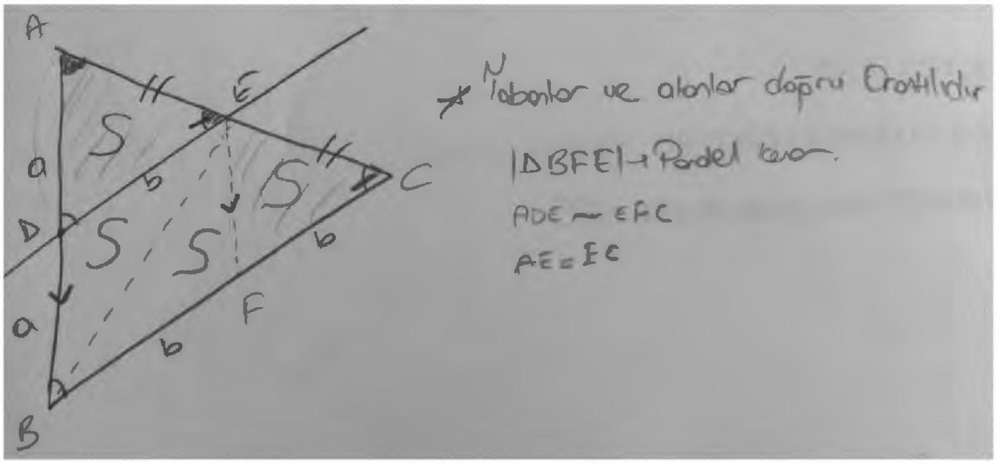


Thales probleminin çözümünde Grup 3 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi E noktasından AB kenarına üçgenin içinden paralel olarak çizilen doğruyla oluşturulan paralelkenara dayanmaktadır. Grup 3, üçgenin içinde oluşan paralelkenarın farklı özelliklerinin kullanılması nedeni ile üç alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 3.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, bu paralelkenarın karşılıklı kenar uzunluklarının eşitliğine ve $\overset{\Delta}{ADE}$ ile $\overset{\Delta}{EFC}$'nin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 26'sı bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{74}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

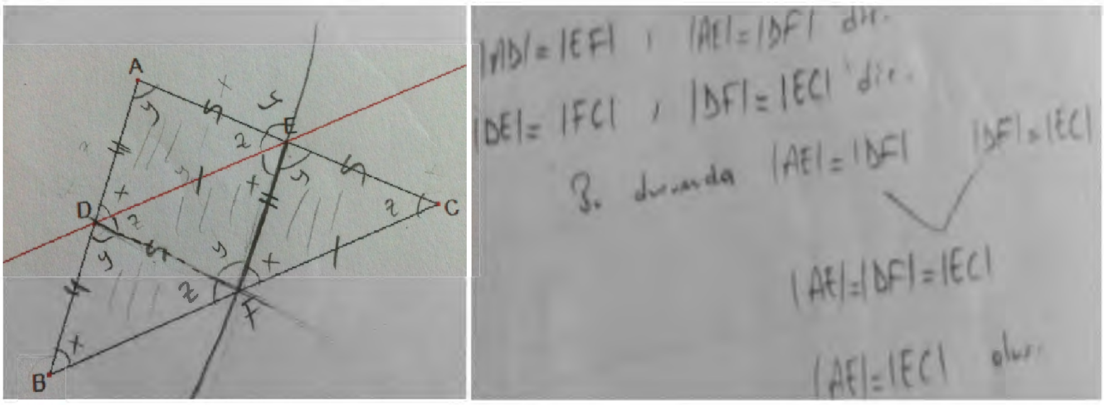


Çözüm 3.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, E noktasından AB kenarına paralel olarak çizilen [EF] ile oluşturulan paralelkenarın köşegeninin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin alanlarının eşitliğine dayanmaktadır. Bu çözüm stratejisini kullanan 8 öğrenci, aynı alan ve aynı yüksekliğe sahip olan üçgenlerin taban uzunluklarının

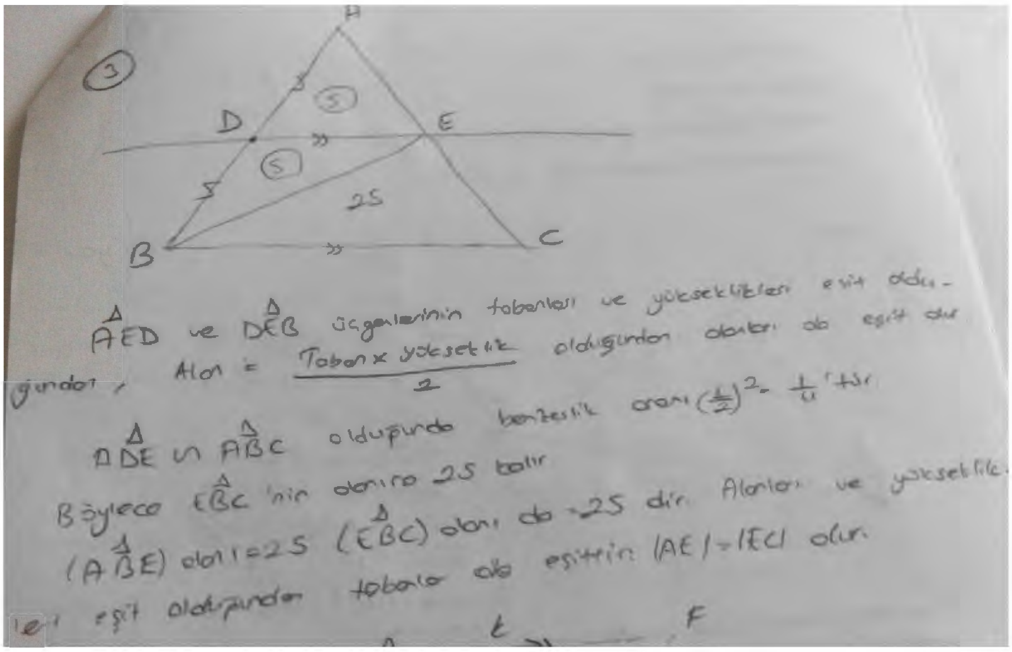
eşitliğinden yararlanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{60}$'ın yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



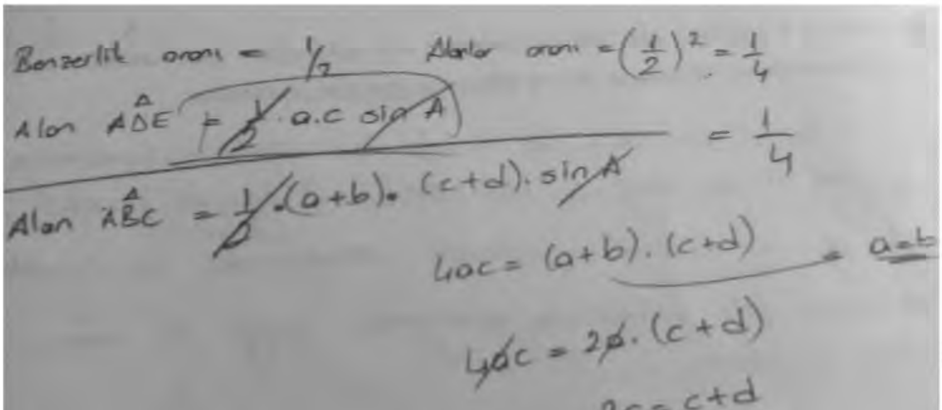
Çözüm 3.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise E noktasından AB kenarına paralel olarak çizilen [EF] ile oluşturulan paralelkenarın köşegeninin çizilmesiyle oluşan $\overset{\Delta}{ADE}$, $\overset{\Delta}{DBF}$, $\overset{\Delta}{FED}$, $\overset{\Delta}{EFC}$ üçgenlerinin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 9'u bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{34}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



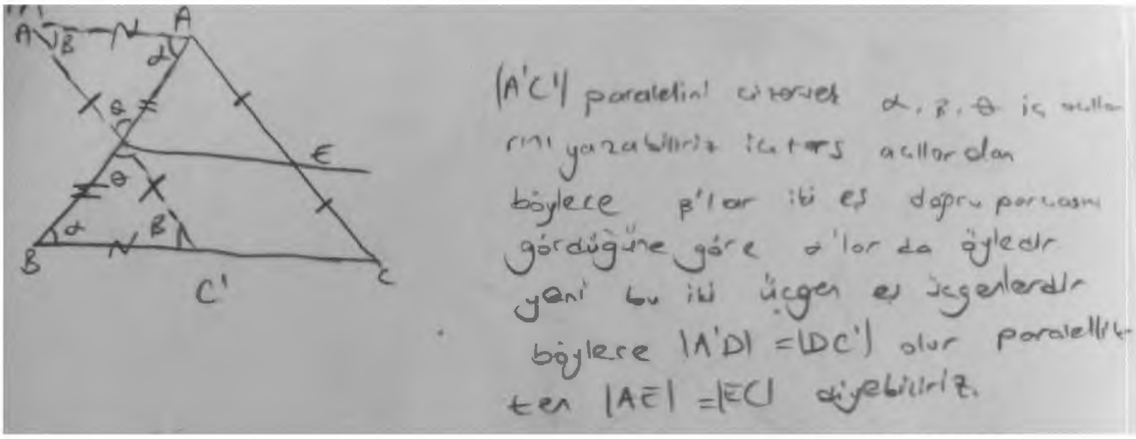
Thales probleminin çözümünde Grup 4 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi [BE] çizilerek oluşturulan üçgenlerin alanlarının eşitliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 1'i bu çözüm stratejisini kullanmıştır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan $Ö_5$'in yaptığı çözüm sunulmuştur:



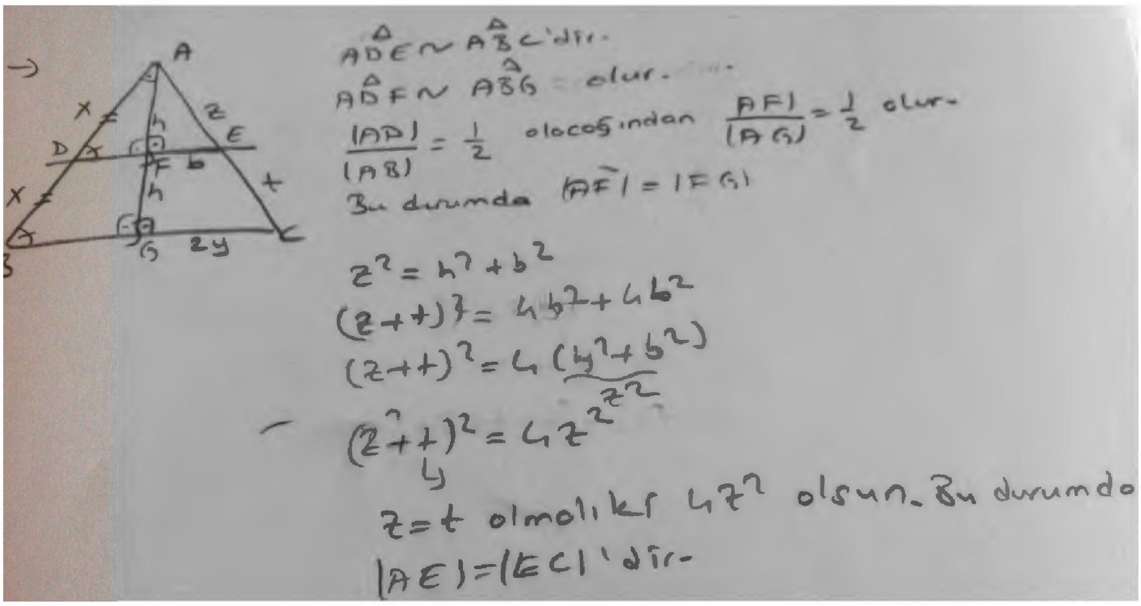
Thales probleminin çözümünde Grup 5 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi $\overset{\Delta}{ABC}$ ile $\overset{\Delta}{ADE}$ üçgenlerine uygulanan Sinüs Teoremine dayanmaktadır. Öğrencilerden 9'u bu stratejiyi kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{54}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



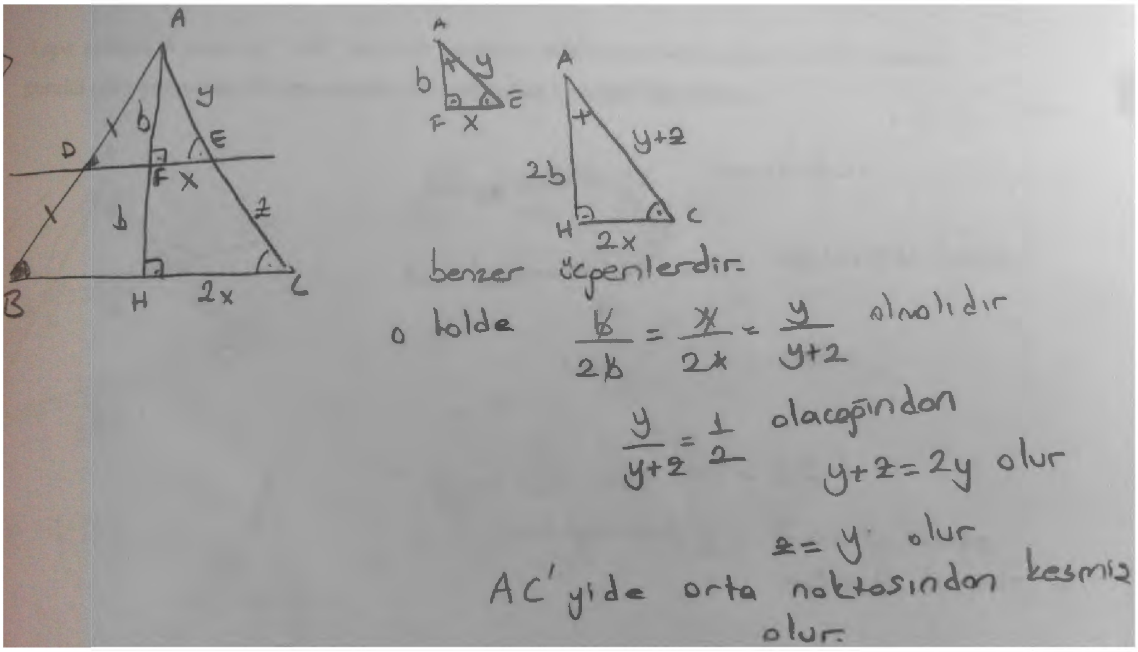
Thales probleminin çözümünde Grup 6 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, AC kenarına paralel olarak çizilen A'C' ve BC kenarına paralel olarak çizilen AA' doğru parçası ile oluşan üçgenlerin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 7'si bu stratejiyi kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{31}$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



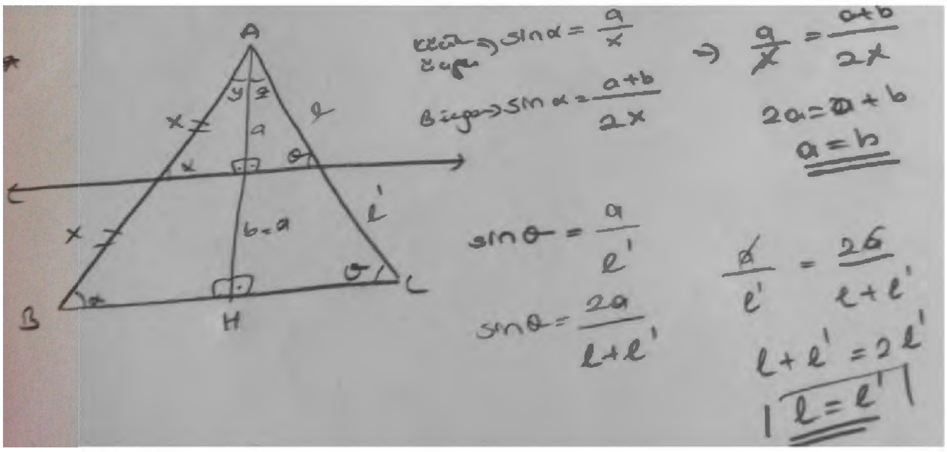
Thales probleminin çözümünde Grup 7 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, A noktasından BC kenarına çizilen dikmeye dayanmaktadır. Grup 7, bu dikmenin çizilmesiyle oluşan dik üçgenlerden farklı şekillerde yararlanılması nedeni ile üç alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 7.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi $\overset{\Delta}{AFE}$ ve $\overset{\Delta}{AGC}$ dik üçgenlerine uygulanan Pisagor bağıntısına dayanmaktadır. Öğrencilerden 6'sı bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{28}$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



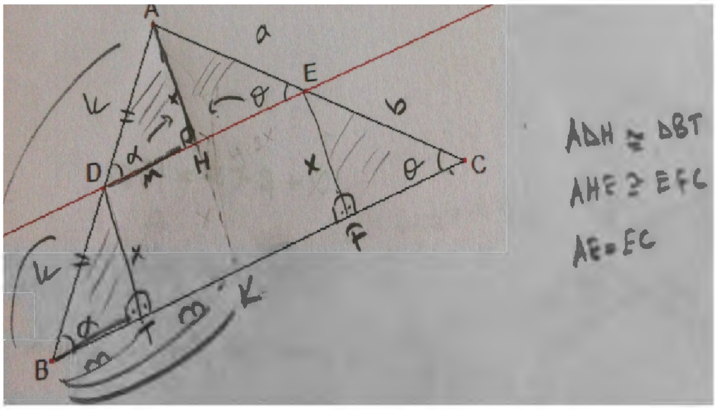
Çözüm 7.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, BC kenarına çizilen dikmeyle oluşan dik üçgenlerden $\overset{\Delta}{AFE}$ ile $\overset{\Delta}{AHC}$'nin benzerliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 19'u bu çözüm stratejisini kullanmışlarıdır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{49}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



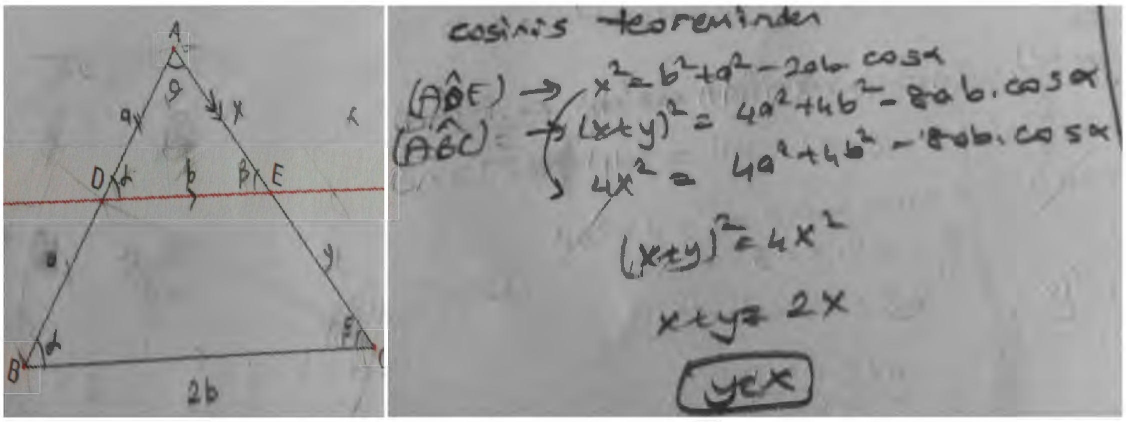
Çözüm 7.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise BC kenarına çizilen dikmeyle oluşan $\overset{\Delta}{ABH}$ ve $\overset{\Delta}{ACH}$ dik üçgenlerindeki trigonometrik oranlara dayanmaktadır. Öğrencilerden 3'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlarıdır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{39}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Thales probleminin çözümünde Grup 8 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, [AH], [DT] ve [EF]'nin çizilmesiyle oluşan $\overset{\Delta}{ADH}$ ile $\overset{\Delta}{DBT}$'nin ve $\overset{\Delta}{AHE}$ ile $\overset{\Delta}{EFC}$'nin eşliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 6'sı bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{39}$'un çözümü örnek olarak sunulmuştur:

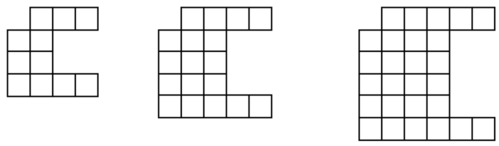


Thales probleminin çözümünde Grup 12 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi $\overset{\Delta}{ABC}$ ile $\overset{\Delta}{ADE}$ üçgenlerine uygulanan Kosinüs Teoremine dayanmaktadır. Öğrencilerden 5'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{62}$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur.



Öğrencilerin Örüntü Probleminde Kullandıkları Çözüm Stratejilerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerden aşağıda verilen şekil örüntüsünün sıfırıncı adımındaki yapıyı çizmeleri ve n. adımda kullanılması gereken karo sayısını bulmaları istenmiştir.



1.ADIM 2.ADIM 3.ADIM

Tablo 8'de örüntü problemi için yapılan çözümlerin grupları, bu grupların alt grupları ve bu çözümlerin her birini yapan öğrenci sayısı verilmiştir.

Tablo 8

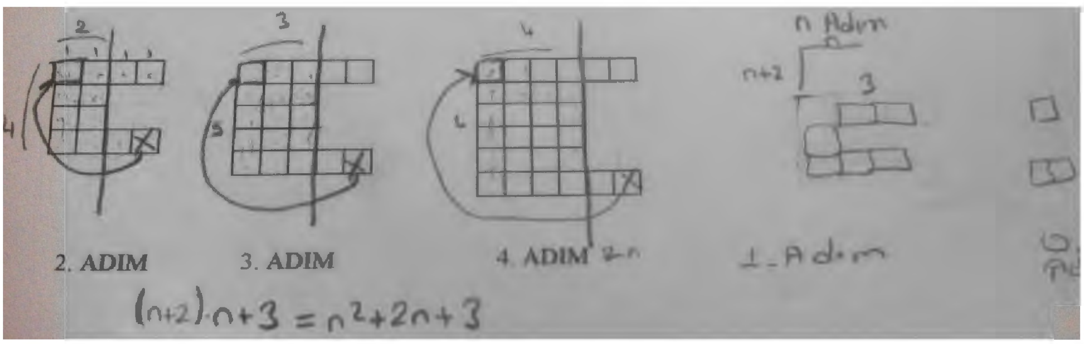
Örüntü Probleminde Her Bir Grupta Çözüm Yapan Öğrenci Sayısı

Çözüm Çeşidi		Her bir Çözümü Yapan Öğrenci Sayısı
Grup 1	Çözüm 1.1.	3
	Çözüm 1.2.	5
	Çözüm 1.3.	6
Grup 2		12
Grup 3		2
Grup 4		34
Grup 5	Çözüm 5.1.	38
	Çözüm 5.2.	12
	Çözüm 5.3.	4
	Çözüm 5.4.	4

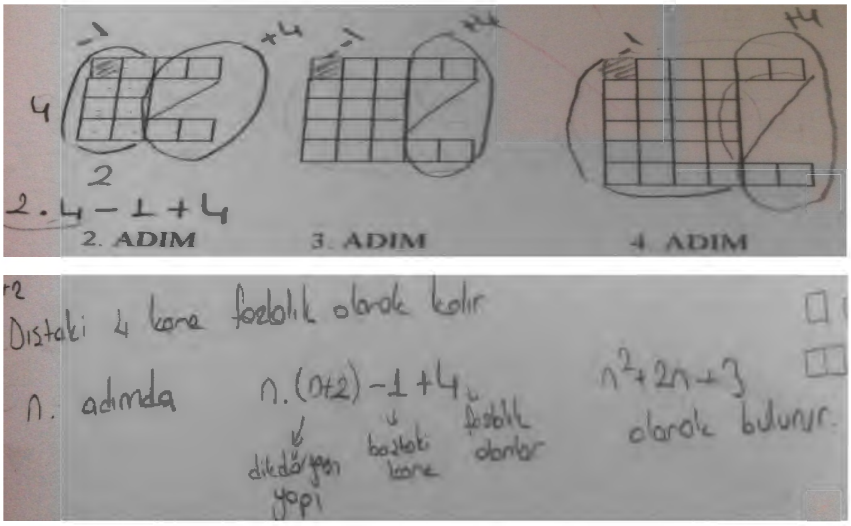
Tablo 8'de görüldüğü üzere örüntü probleminin çözümünde 14 öğrenci Grup1 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmışlardır. Grup 1'de kullanılan stratejiler aşağıda gösterilmiştir:

- GÖRSEL STRATEJİ
    - Fonksiyonel Strateji
        - Bütüne Odaklanma
            - Dikdörtgensel Bölgelere Ayırma

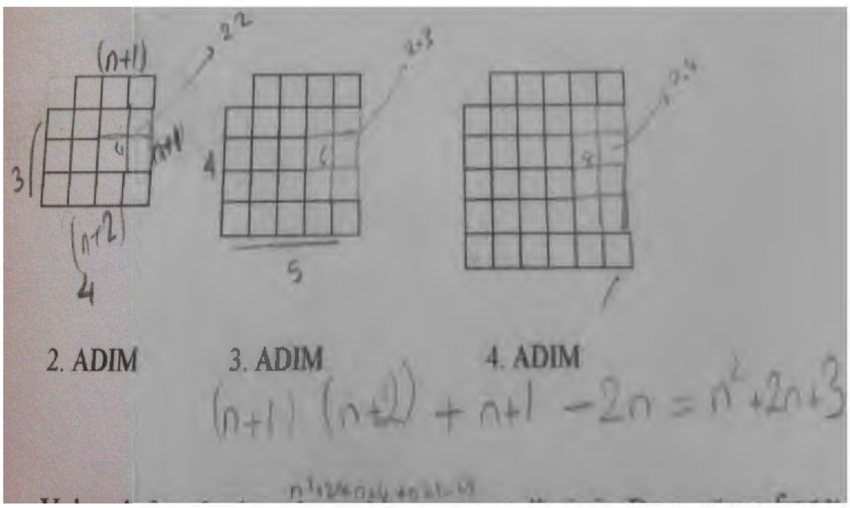
Grup 1, görsel stratejiler kapsamında yer alan fonksiyonel stratejilerden bütüne odaklanmanın altında yer alan dikdörtgensel bölgelere ayırmaya dayanmaktadır. Görsel strateji, verilen şekil örüntüsünde şeklin yapısal özelliklerinin dikkate alınması ve örüntünün yakın/uzak adımının ve kuralının belirlenmesinde bu yapısal özelliklerinin kullanılması şeklinde, fonksiyonel strateji ise değişkenler arası ilişkinin keşfedilmesi şeklinde tanımlanabilir (Tanışlı ve Köse, 2011). Grup 1, farklı şekillerde dikdörtgensel bölgelerin oluşturulması nedeni ile üç alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 1.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, alttaki 1 karonun en üst sol köşeye taşınmasıyla oluşan (2x4), (3x5), (4x6)'lık dikdörtgenlere dayanmaktadır. n. adımdaki karo sayısı bir kenarı n, diğer kenarı n+2 olan dikdörtgendeki karolara, uçlardaki sabit 3 karonun eklenmesiyle $n^2 + 2n + 3$ olarak bulunmuştur. Öğrencilerden 3'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{28}$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Çözüm 1.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, , en üst sol köşeye bir karonun eklenmesiyle oluşan (2x4), (3x5), (4x6)'lık dikdörtgenlere dayanmaktadır. n. adımdaki karo sayısı bir kenarı n, diğer kenarı n+2 olan dikdörtgendeki karolara, uçlardaki sabit 4 karonun eklenmesi ve ilk eklenen 1 karonun çıkarılması ile $n^2 + 2n + 3$ olarak bulunmuştur. Öğrencilerden 5'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{49}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



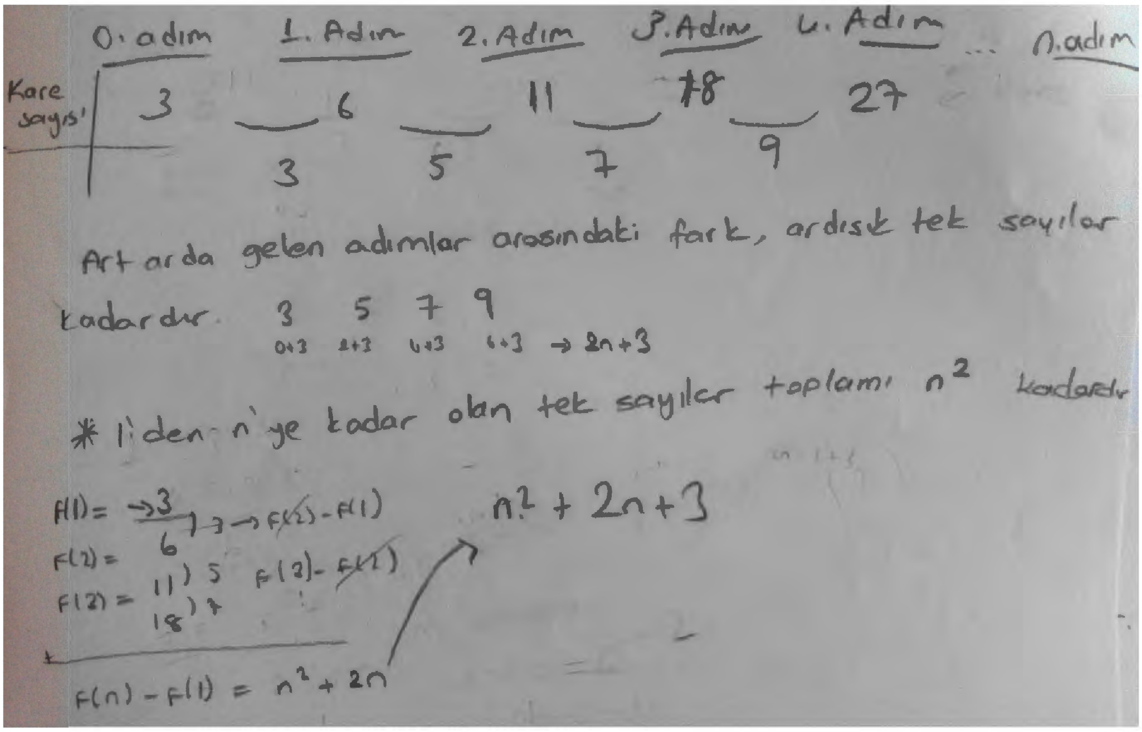
Çözüm 1.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise şeklin sağındaki boşluklara karolar eklenmesiyle oluşan (3x4), (4x5), (5x6)'lık dikdörtgenlere dayanmaktadır. n. adımdaki karo sayısı bir kenarı (n+1) diğer kenarı (n+2) olan dikdörtgene şeklin solundaki n+1 tane karonun eklenmesi ve boşluklara eklenen 2n tane karonun çıkarılmasıyla n^2+2n+3 olarak bulunmuştur. Öğrencilerden 6'sı bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{33}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Örüntü probleminin çözümünde 12 öğrenci Grup 2 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmışlardır. Grup 2'de kullanılan stratejiler aşağıda gösterilmiştir:

- SAYISAL STRATEJİ
    - Yinelemeli Strateji
        - Farklılığı Arama

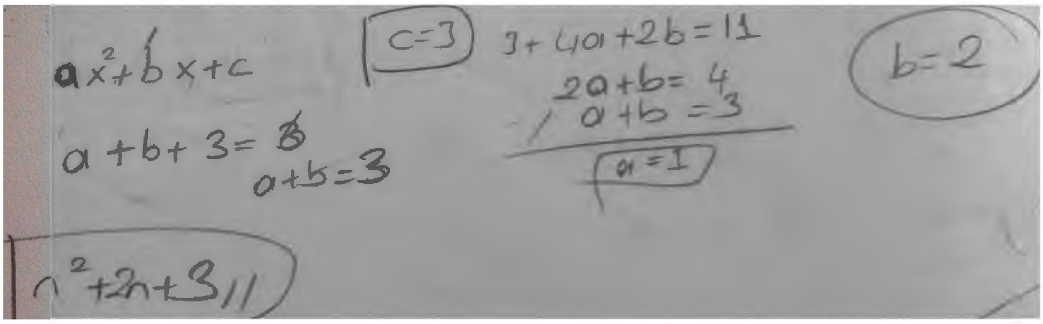
Grup 2, sayısal stratejiler kapsamında yer alan yinelemeli stratejilerden farklılığı aramaya dayanmaktadır. Sayısal strateji, verilen şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürülmesi ve örüntünün yakın/uzak adımını ve kuralını belirlemede oluşturulan bu sayı örüntüsünün kullanılması olarak, yinelemeli strateji ardışık terimler arasındaki ilişkinin araştırılması olarak tanımlanabilir (Tanışlı ve Köse, 2011). Farklılığı arama ise terimler arasındaki farkların araştırılması olarak tanımlanabilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Grup 2'de öğrencilerin yaptığı çözüm f(n)-f(n-1)=g(n-1) şeklinde ifade edilebilir. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{16}$'nın yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Örüntü probleminin çözümünde 2 öğrenci Grup 3 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmışlardır. Grup 3'te kullanılan stratejiler aşağıda gösterilmiştir:

- SAYISAL STRATEJİ
    - Belirgin Strateji
        - Fonksiyonel İlişki Bulma

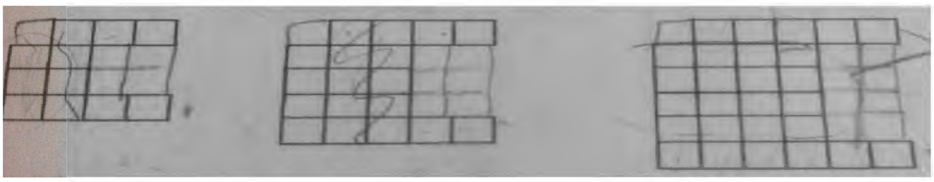
Grup 3, sayısal stratejiler kapsamında yer alan belirgin stratejilerden fonksiyonel bir ilişki bulmaya dayanmaktadır. Belirgin strateji, fonksiyonel ilişkilerin kullanılmasını gerektiren stratejiler olarak tanımlanabilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Grup 3'te öğrenciler terimleri adım sayıları ile ilişkilendirerek örüntünün kuralını belirlemişlerdir. f(0)=3, f(1)=6, f(2)=11… olmak üzere f(n)'ni artarak değişen bir sayı örüntüsünün genel formunu ($f(n)=an^2 + bn + c$) kullanarak bulmuşlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{56}$'nın yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

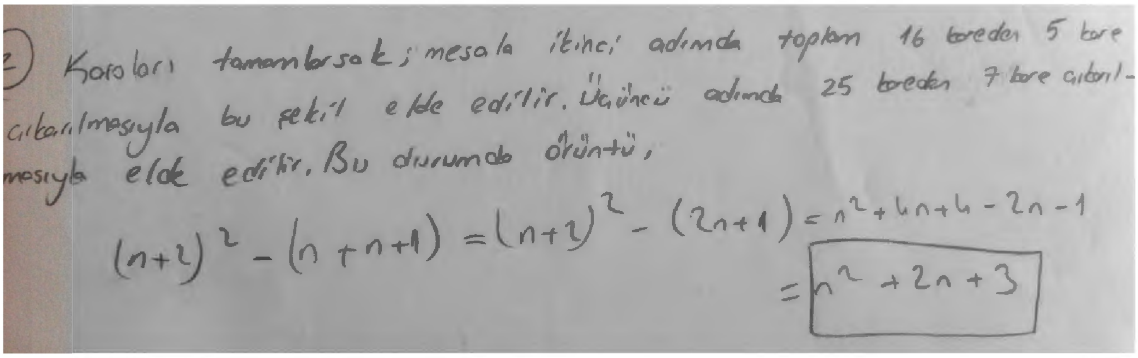


Örüntü probleminin çözümünde 34 öğrenci Grup 4 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmışlardır. Grup 4'te kullanılan stratejiler aşağıda gösterilmiştir:

- GÖRSEL STRATEJİ
  - Fonksiyonel Strateji
    - Bütüne Odaklanma
      - Kareye Tamamlama

Grup 4, görsel stratejiler kapsamında yer alan fonksiyonel stratejilerden bütüne odaklanmanın altında yer alan kareye tamamlamaya dayanmaktadır (Tanışlı ve Köse, 2011). Grup 4'te boşlular doldurularak şekil (4x4), (5x5),(6x6)'lık karelere tamamlanmıştır. n. adımdaki karo sayısı (n+2) x(n+2)'lik kareden boşluklara eklenen 2n+1 tane karonun çıkarılmasıyla n^2 +2n+3 olarak bulunmuştur. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_7$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:





Karoları tamamlarsak; mesela ikinci adımda toplam 16 kareden 5 kare çıkarılmasıyla bu şekil elde edilir. Üçüncü adımda 25 kareden 7 kare çıkarılmasıyla elde edilir. Bu durumda örüntü,

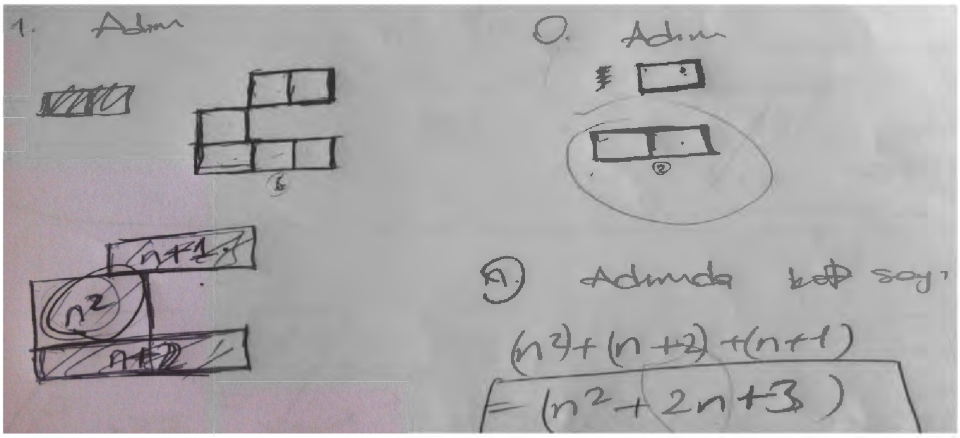
$$(n+2)^2 - (n+n+1) = (n+2)^2 - (2n+1) = n^2+4n+4-2n-1$$
$$= \boxed{n^2+2n+3}$$

Örüntü probleminin çözümünde Grup 5 olarak isimlendirilen çözüm stratejisinde kullanılan stratejiler aşağıda gösterilmiştir:

- GÖRSEL STRATEJİ
  - Fonksiyonel Strateji
    - Değişen Karelere Odaklanma
    - Görselde sayısaldan Yararlanma

Grup 5, görsel stratejiler kapsamında yer alan fonksiyonel stratejilerden değişen karelere odaklanma ve görselde sayısaldan yararlanmaya dayanmaktadır (Tanışlı ve Köse, 2011). Grup 5, karoların farklı şekillerde parçalı gruplanması ve farklı şekillerde görsel içinde sayısaldan yararlanılması nedeni ile 4 alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 5.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi şeklin, en üstte adım sayısının bir fazlası kadar karo (n+1), en altta adım sayısının iki fazlası kadar karo (n+2) ve ortada adım sayısının karesi kadar karo (n^2) şeklinde parçalanıp genel teriminin $n^2 +2n + 3$ olarak bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 38'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Bu çözüm stratejisi örüntü problemine yapılan çözümler arasından en sık yapılan geleneksel bir çözümdür. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden klinik görüşme yapılan $Ö_{13}$'ün yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

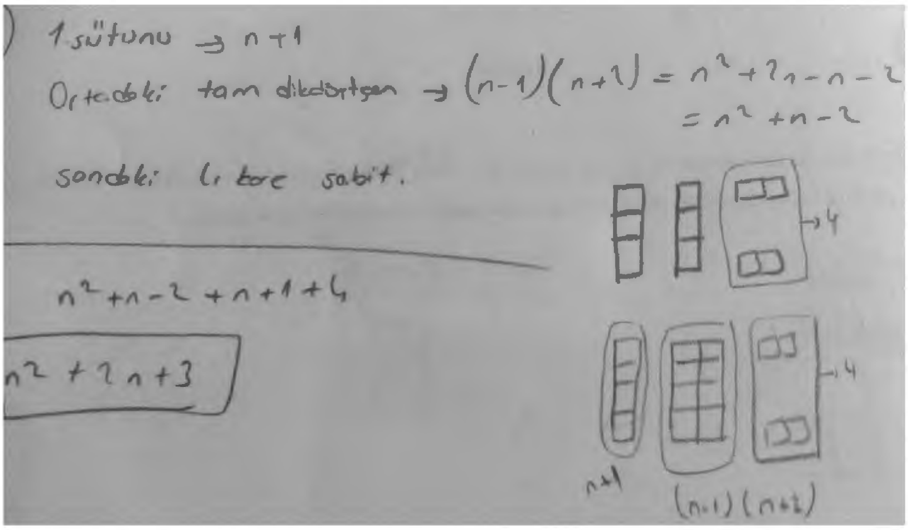
G(Görüşmeci): Bana örüntü sorusunda ne yaptığını anlatabilir misin?
Ö:Önce örüntüleri izledim. 2. adımda üstte 2, 3. Adımda 3, 4. Adımda 4 olduğunu gördüm. Altta da aynı şekilde adım sayısı ile kareleri eşleştirdiğimde iki kare fazla kalıyordu. Birinci adımda şeklin böyle olacağını tahmin ettim.0. adımı çizdim.0.adımda en üstte 1 kare, altta da 2 kare sabit. Ortadaki karelere gelirsek adım sayısının karesi kadar ortaya kare yerleştirilmiş. O zaman 1. adımda 1 tane olur,0.adımda orası boş olur.



G:Çok güzel çözmüşsün çok da güzel anlattın, peki n.adımı nasıl yapın?

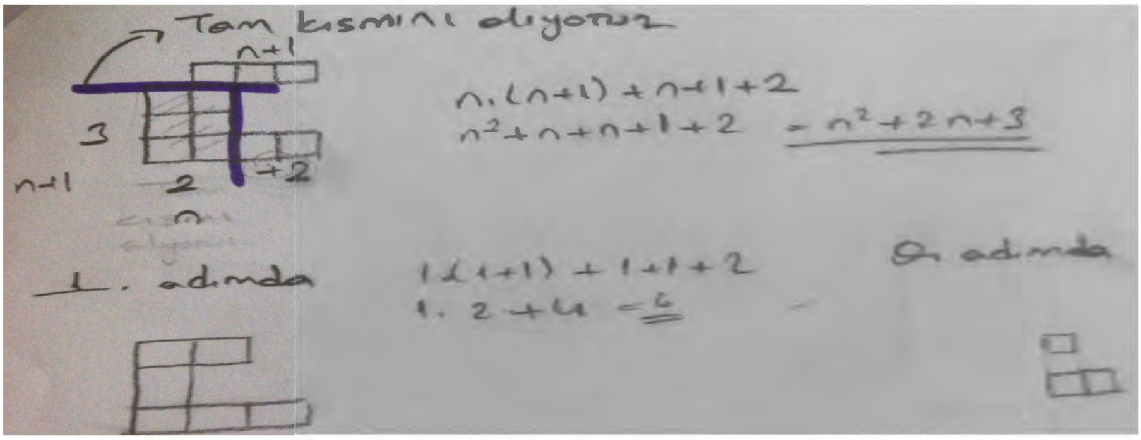
Ö:4. adıma kadar baktığımda üstte hep adım sayısının 1 fazlası kadar var. Altta da adım sayısının iki fazlası n+2 ortada ise adım sayısının karesi n^2 olduğu için bunların hepsini topladım n^2 +2n+3 oldu.

Çözüm 5.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, şeklin en solda bulunan adım sayısının bir fazlası kadar karo (n+1), ortada bulunan bir kenarı (n+2) diğer kenarı (n-1) olan dikdörtgen ve uçlarda bulunan sabit 4 karo şeklinde parçalanıp genel teriminin n^2 +2n + 3 olarak bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 12'si bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu çözüm stratejisini kullanan öğrencilerden $Ö_7$'nin yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

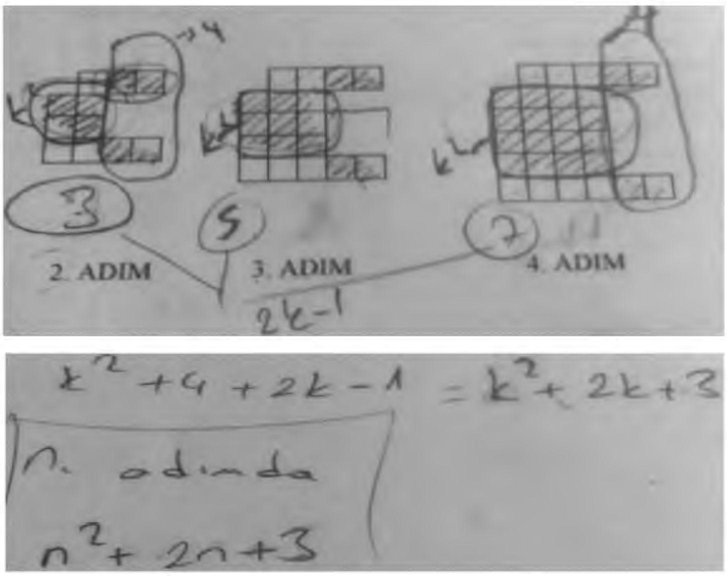


Çözüm 5.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, şeklin en üstte bulunan adım sayısının bir fazlası kadar karo (n+1), solda bulunan bir kenarı (n) diğer kenarı (n+1)

olan dikdörtgen ve en altta bulunan sabit 2 karo şeklinde parçalanıp genel teriminin $n^2 + 2n + 3$ olarak bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 4'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu çözüm stratejisini kullanan öğrencilerden $Ö_{69}$'un yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Çözüm 5.4. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise şeklin, uçlarda bulunan sabit 4 karo, şeklin orta kısmındaki adım sayısının karesi kadar karo (n^2) ve geriye kalan 2n-1 tane karo şeklinde parçalanıp genel teriminin $n^2 + 2n + 3$ olarak bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 4'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu çözüm stratejisini kullanan öğrencilerden $Ö_{22}$'nin yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Öğrencilerin Marmelat Probleminde Kullandıkları Çözüm Stratejilerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerden "Şeyma her yıl kayısı marmeladı hazırlayıp marketlere kavanozlarla satmaktadır. Bu yıl da hazırladığı 80 litre marmeladı önce elindeki tüm kavanozlara eşit bir şekilde paylaştırmıştır. Daha sonra dört kavanozu başka bir iş için kullanmaya karar vermiş ve bu dört kavanozdaki marmeladı diğer kavanozlara eşit bir şekilde paylaştırmıştır. Dolu kavanozların her birindeki marmelat miktarı başlangıçtaki miktarlarının $\frac{1}{4}$'i kadar arttığına göre başlangıçta kaç tane kavanoz vardır?" problemini birden fazla yolla çözmeleri istenmiştir. Marmelat problemi, Leikin ve Lev (2013)'in çalışmalarında kullandıkları "Jam" probleminden uyarlanmıştır.

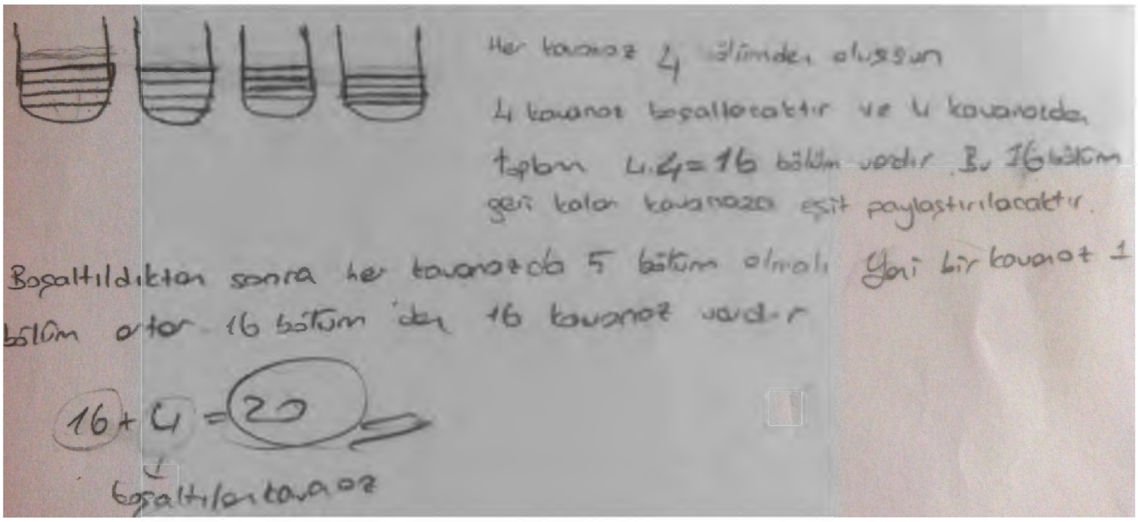
Tablo 9'da marmelat problemi için yapılan çözümlerin grupları, bu grupların alt grupları ve bu çözümlerin her birini yapan öğrenci sayısı verilmiştir.

Tablo 9

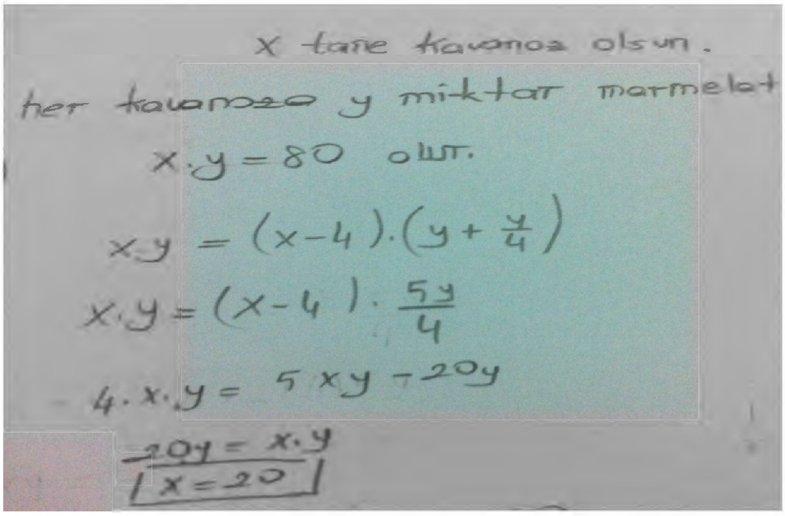
Marmelat Probleminde Her Bir Grupta Çözüm Yapan Öğrenci Sayısı

Çözüm Çeşidi		Her bir Çözümü Yapan Öğrenci Sayısı
Grup 1		1
Grup 2	Çözüm 2.1.	23
	Çözüm 2.2.	19
	Çözüm 2.3.	3
	Çözüm 3.1.	18
Grup 3	Çözüm 3.2.	33
Grup 4		3
Grup 5	Çözüm 5.2.	4
Grup 6		7

Tablo 9' da görüldüğü gibi 1 öğrenci Marmelat probleminin çözümünde Grup 1 olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmıştır. Grup 1'in çözümü görsel temsile dayalı olarak paylaştırma yapmaya dayanmaktadır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan Ö_{74}'ün yaptığı çözüm sunulmuştur:

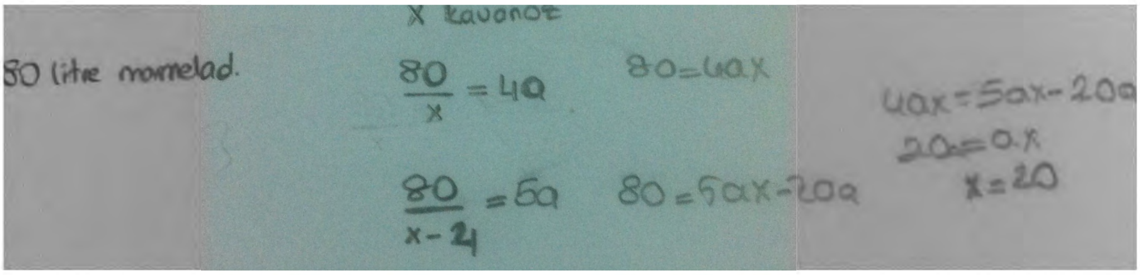


Marmelat probleminin çözümünde Grup 2 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, iki değişkenli denklem sistemine dayanmaktadır. Grup 2, iki değişkenli denklem sisteminin farklı şekillerde kurulması nedeni ile üç alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 2.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ilk ve son durumdaki toplam marmelat miktarının değişmemesine dayalı olarak kurulan denklem sistemine dayanmaktadır. Öğrencilerden 23'ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_2$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

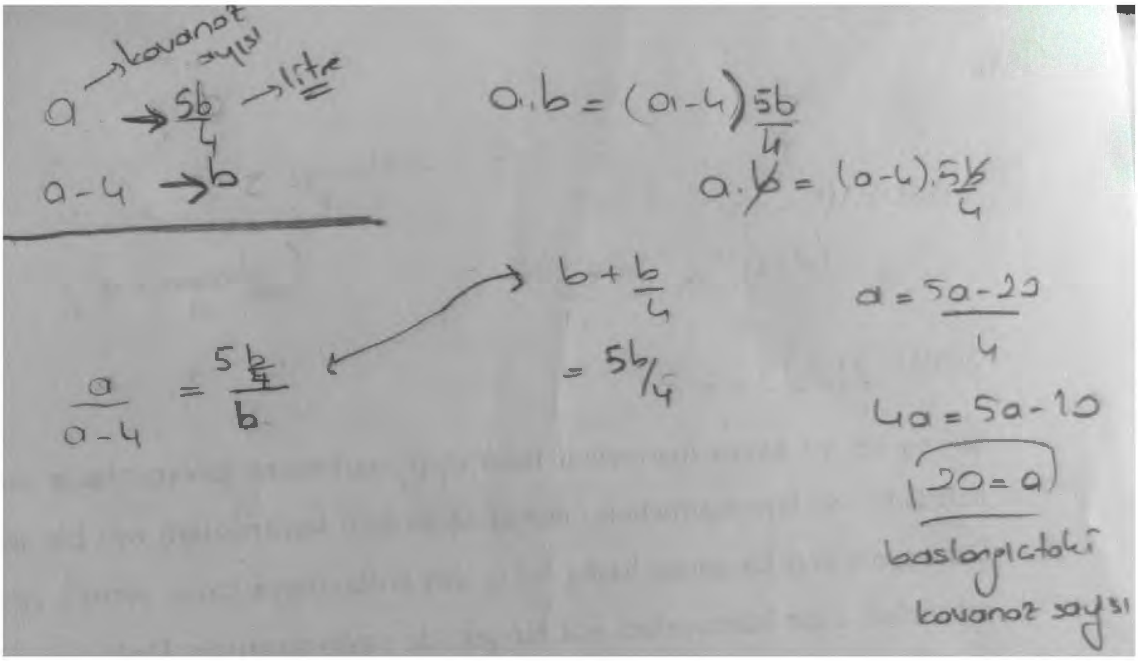


Çözüm 2.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi orana dayalı olarak kurulan iki değişkenli denklem sistemine dayanmaktadır. Öğrencilerden 19'u son durumda her bir kavanozdaki marmelat miktarının, başlangıçtaki miktarın $\frac{1}{4}$'i kadar artmasına

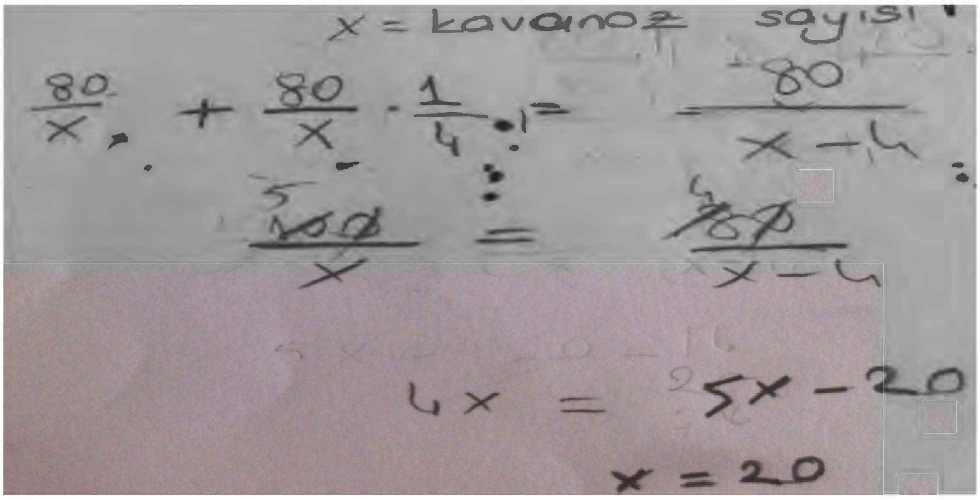
dayanarak çözüm yapmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{49}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Çözüm 2.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise orantıya dayalı olarak kurulan iki değişkenli denklem sistemine dayanmaktadır. Öğrencilerden 3'ü kavanoz sayısı ile marmelat miktarı arasındaki orantıya dayanarak çözüm yapmışlardır. Bu çözüm stratejisi. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{54}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



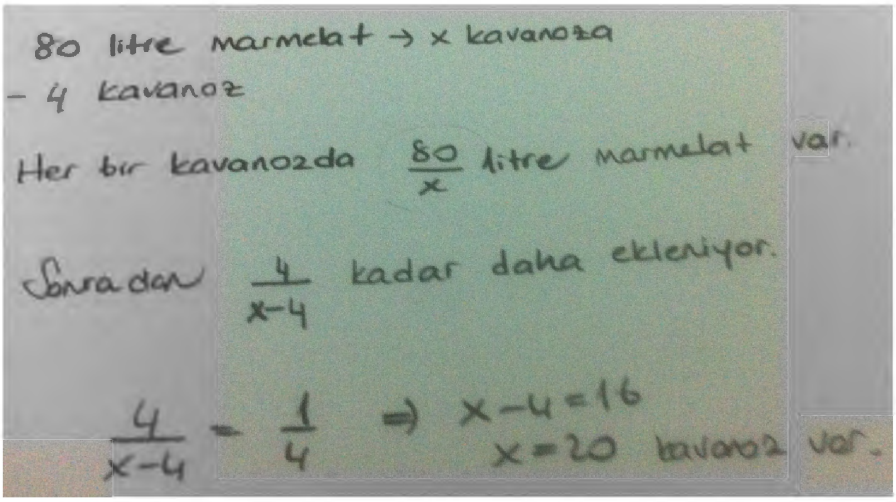
Marmelat probleminin çözümünde Grup 3 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi bir bilinmeyenli denklem çözümüne dayanmaktadır. Grup 3, bir bilinmeyenli denklemin farklı şekillerde kurulması nedeni ile iki alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 3.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, son durumda her bir kavanozdaki marmelat miktarının, başlangıçtaki miktarın $\frac{1}{4}$'i kadar artmasına dayalı olarak kurulan bir bilinmeyenli bir denklemdir. Öğrencilerden 18’i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden klinik görüşme yapılan $Ö_9$’un yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



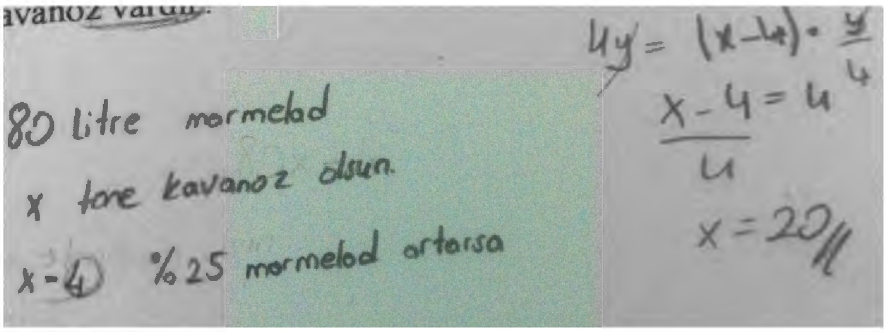
G:Marmelat sorusunda yaptığın çözümü anlatabilir misin?

Ö:80 litre marmeladımız varmış zaten. x kavanoz sayısı, bir kavanozdaki marmelat miktarına $\frac{80}{x}$ *dedim. Sonra .* $\frac{80}{x} \cdot \frac{1}{4}$ *dedim. Başlangıçtaki miktarın 1/4 ‘i kadar arttığı için bunu ekledim. O zaman bir şişede şu kadar marmelat oluyor.* ($\frac{100}{x}$ ‘ i gösterdi). *4 kavanozu başka bir iş için kullandığı için bir kavanozdaki marmelat* $\frac{80}{x-4}$ *oldu. Burada içler dışlar çarpımı yaptıktan sonra buradan x’i 20 buldum.*

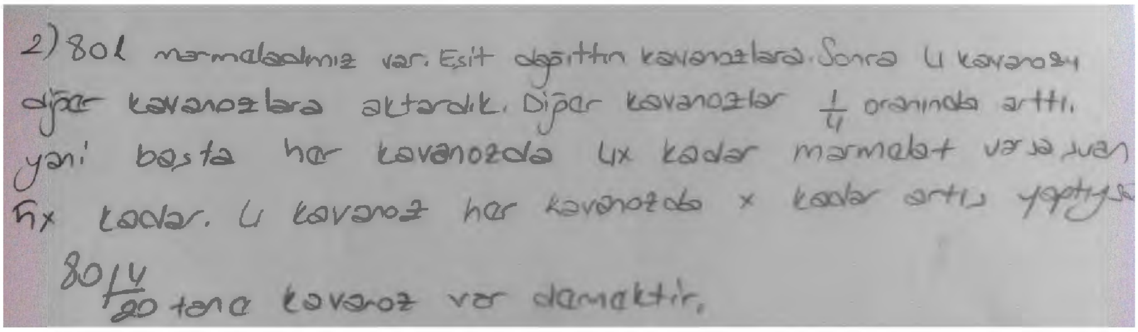
Çözüm 3.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi,4 kavanozdaki marmeladın geriye kalan kavanozlara eşit olarak paylaştırılmasıyla, her bir kavanozdaki marmelat miktarının başlangıçtaki miktarın $\frac{1}{4}$’i kadar artmasına dayalı olarak kurulan bir bilinmeyenli bir denklemdir. Öğrencilerden 33’ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Bu çözüm stratejisi marmelat problemine yapılan çözümler arasından en sık yapılan geleneksel bir çözümdür. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{41}$’in yaptığı çözüm sunulmuştur:



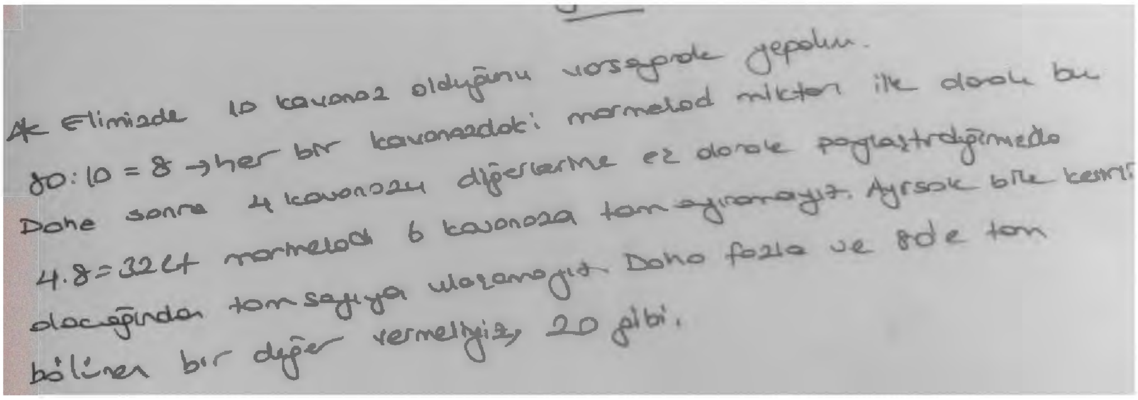
Marmelat probleminin çözümünde Grup 4 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi iki bilinmeyenli denklem çözümüne dayanmaktadır. Öğrencilerden 3'ü, x kavanoz sayısı y her bir kavanozdaki marmelat miktarı olmak üzere, 4 kavanozdaki toplam marmelat miktarının geriye kalan kavanozlardaki marmelat miktarında $\frac{1}{4}$'lik bir artış yapmasına dayalı olarak çözüm yapmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{75}$'in yaptığı çözüm sunulmuştur:



Marmelat probleminin çözümünde Grup 5 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi akıl yürüterek çözüm yapmaya dayanmaktadır. Öğrencilerden 4'ü Çözüm 5.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisini kullanmıştır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{71}$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Marmelat probleminin çözümünde Grup 6 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi tahmin yapmaya dayanmaktadır. Öğrencilerden 7'si bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{39}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Öğrencilerin Yamuğun Alan Probleminde Kullandıkları Çözüm Stratejilerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerden bir ABCD yamuğunun alanının $\frac{(|AB|+|DC|).h}{2}$ olduğunu farklı yollarla kanıtlamaları istenmiştir.

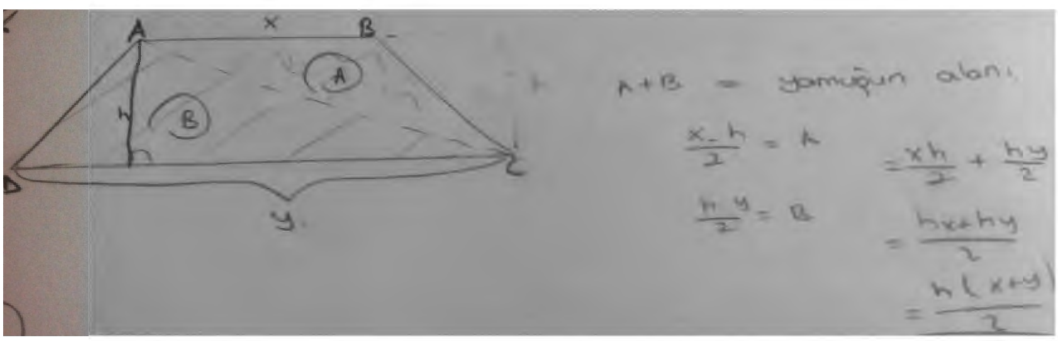
Tablo 10'da yamuğun alan problemi için yapılan çözümlerin grupları, bu grupların alt grupları ve bu çözümlerin her birini yapan öğrenci sayısı verilmiştir:

Tablo 10

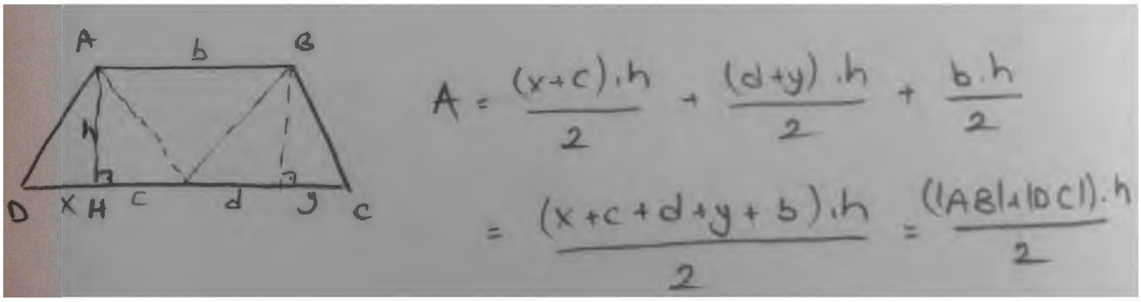
Yamuğun Alan Probleminde Her Bir Grupta Çözüm Yapan Öğrenci Sayısı

Çözüm Çeşidi		Her bir Çözümü Yapan Öğrenci Sayısı
Grup 1	Çözüm 1.1.	25
	Çözüm 1.2.	26
	Çözüm 1.3.	61
	Çözüm 1.4.	45
Grup 2		6
Grup 3		10
Grup 4		4
Grup 5	Çözüm 5.1.	20
	Çözüm 5.2	48
	Çözüm 5.3.	11
Grup 6		3

Yamuğun alan probleminin çözümünde Grup 1 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi üçgensel ve dikdörtgensel bölgelere ayrılan yamuğun alanını, bu bölgelerin alanlarının toplamı yardımıyla bulmaya dayanmaktadır. Grup 1, bu üçgen ve dikdörtgenlerin oluşturulmasındaki farklılık nedeni ile dört alt gruba alınarak incelenmiştir. Çözüm 1.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, [AC] köşegeni ile $\overset{\Delta}{ADC}$ ve $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgenlerine ayrılan yamuğun, bu üçgenlerin alanlarının toplamı ile yamuğun alanını bulmaya dayanmaktadır. Öğrencilerin 25'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{57}$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

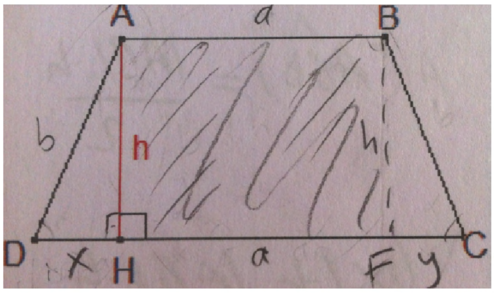


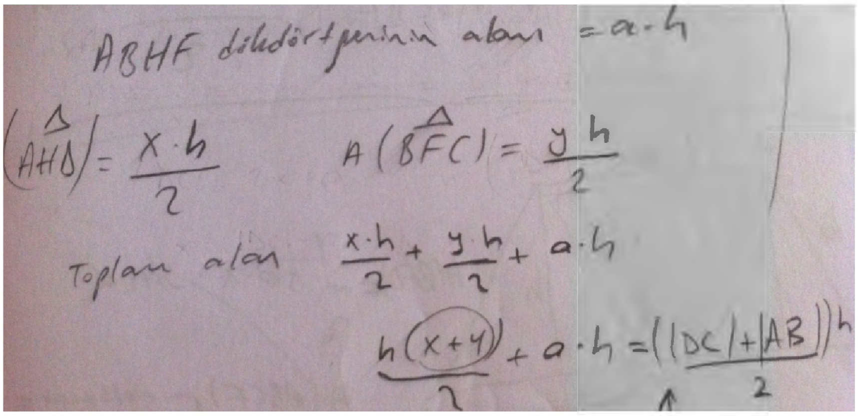
Çözüm 1.2. olarak isimlendirilen strateji, DC kenarı üzerinde alınan herhangi bir nokta yardımıyla yamuğu üç üçgene ayırmaya ve bu üçgenlerin alanlarının toplamı ile yamuğun alanını bulmaya dayanmaktadır. Öğrencilerden 29'u bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{37}$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Çözüm 1.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, [AH] ve [BF] yardımıyla yamuğun $\overset{\Delta}{ADH}$ ve $\overset{\Delta}{BFC}$ üçgenleri ile ABFH dikdörtgenine ayrılmasına ve bu çokgenlerin alanlarının toplamı ile yamuğun alanını bulunmaya dayanmaktadır. Öğrencilerden 61'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Bu çözüm stratejisi yamuğun alan problemine yapılan çözümler arasında en sık kullanılan geleneksel bir çözümdür. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden klinik görüşme yapılan $Ö_{34}$'ün yaptığı çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

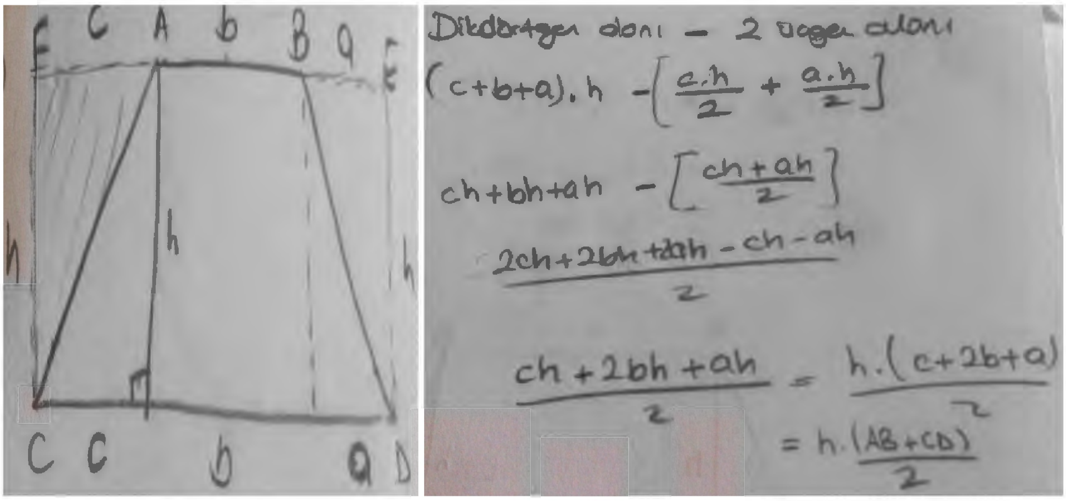
G: Yamuk sorusuna bakalım. Bana çözümünü anlatabilir misin?



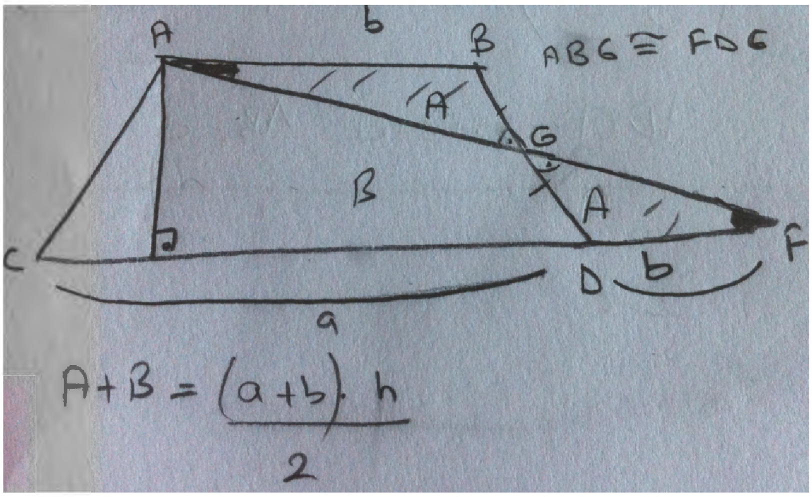


Ö:Yamuğu iki üçgen olarak $\overset{\Delta}{ADH}$ ve $\overset{\Delta}{BFC}$ olarak ayırdım. Ortada dikdörtgen kaldı. Dikdörtgenin alanını buldum a.h. $\overset{\Delta}{ADH}$ 'nin alanı $\frac{x.h}{2}$, $\overset{\Delta}{BFC}$ ' nin alanı $\frac{y.h}{2}$ olarak yaptım. Toplam alan yamuğun alanı çıktı.

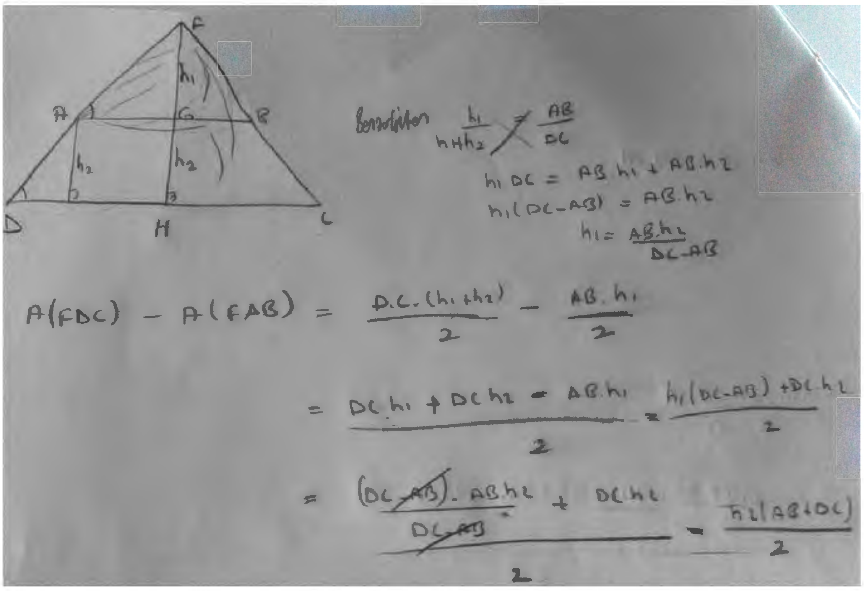
Çözüm 1.4. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, [DE] ve [CF] yardımıyla yamuğu bir dikdörtgene tamamlamaya ve oluşan dikdörtgenden $\overset{\Delta}{AFC}$ ve $\overset{\Delta}{BED}$ 'nin alanlarını çıkararak yamuğun alanını bulmaya dayanmaktadır. Öğrencilerden 45'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{23}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



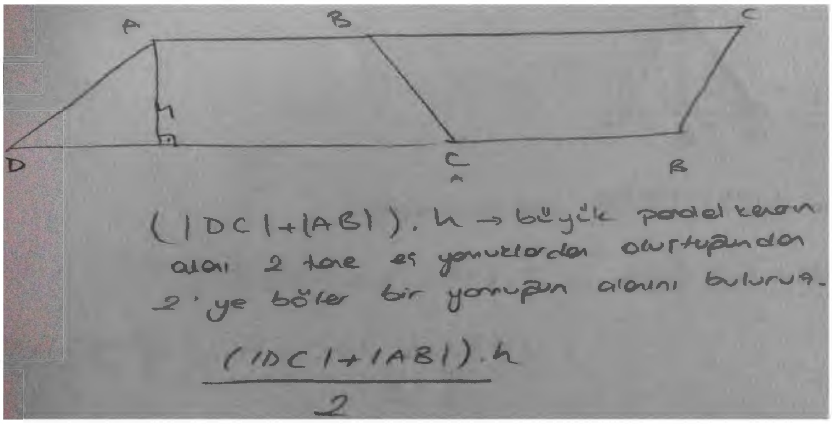
Yamuğun alan probleminde, Grup 2 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, [AF] yardımıyla oluşturulan $\overset{\Delta}{ABG}$ ve $\overset{\Delta}{FDG}$ eş üçgenlerin alanlarının eşitliğine dayanmaktadır. Öğrencilerden 6'sı çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{31}$'in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



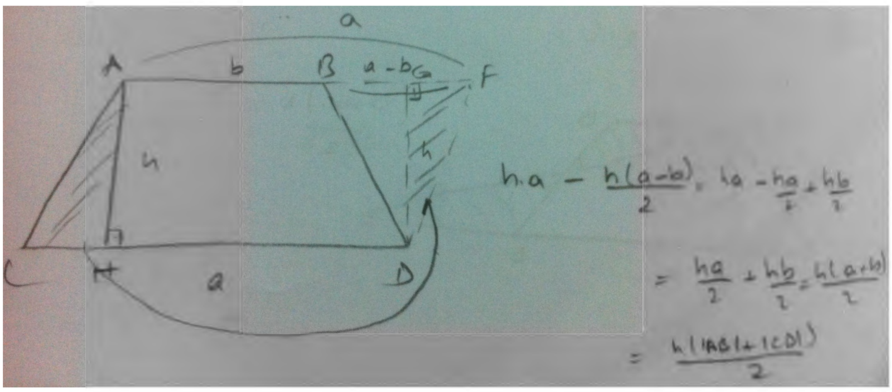
Yamuğun alan probleminde, Grup 3 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, yamuğun büyük bir üçgene tamamlanmasıyla oluşan $\overset{\Delta}{FAB}$ ve $\overset{\Delta}{FDC}$ benzer üçgenleri ile yamuğun alanının bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 10'u bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_9$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Yamuğun alan probleminde, Grup 4 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ABCD yamuğunun, bu yamuğa eş olan başka bir yamuk yardımıyla büyük bir paralelkenara tamamlanmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 4'ü bu stratejiyi kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_8$' in yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

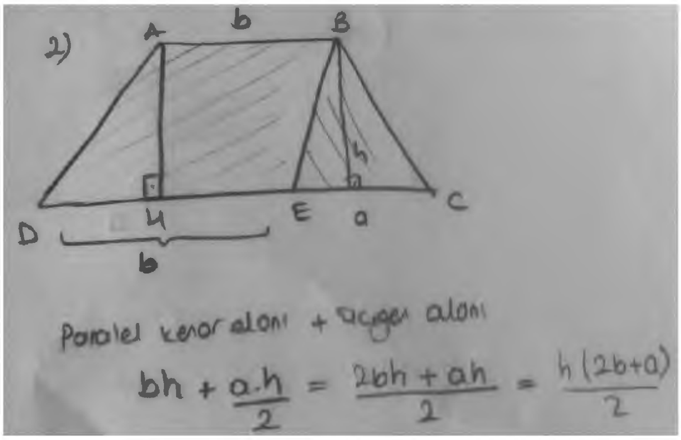


Yamuğun alan probleminde, Grup 5 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, paralelkenar ve üçgenlerin alanlarının yardımıyla yamuğun alanını bulmaya dayanmaktadır. Grup 5, paralelkenarın ve üçgenin oluşturulmasındaki ve alanlarının bulunmasındaki farklılık nedeni ile üç alt gruba alınarak incelenmiştir. Grup 5.1. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi $\overset{\Delta}{ACH}$'nin taşınmasıyla oluşan paralelkenarın alanından $\overset{\Delta}{BFD}$'nin alanının çıkarılmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 20'si bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden $Ö_{69}$'un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:

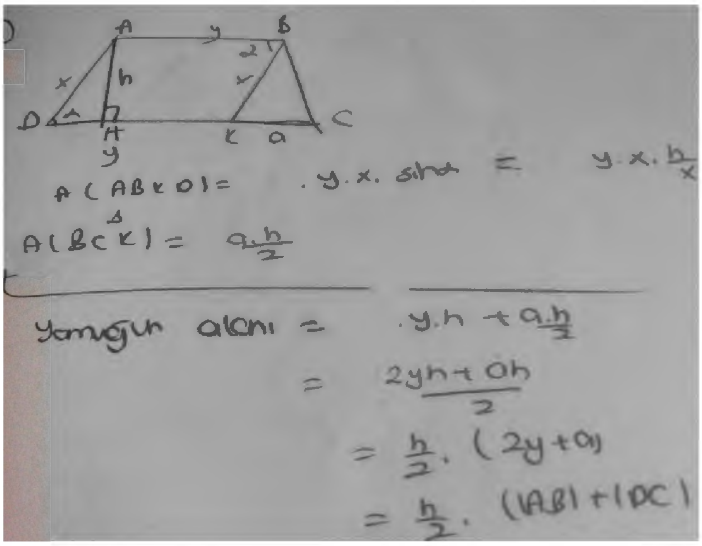


Çözüm 5.2. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, AD kenarına paralel çizilen [BE] ile yamuğun ABED paralelkenarı ile $\overset{\Delta}{BEC}$ üçgenine ayrılmasına ve bunların alanlarının toplamı ile yamuğun alanının bulunmasına dayanmaktadır. Öğrencilerden

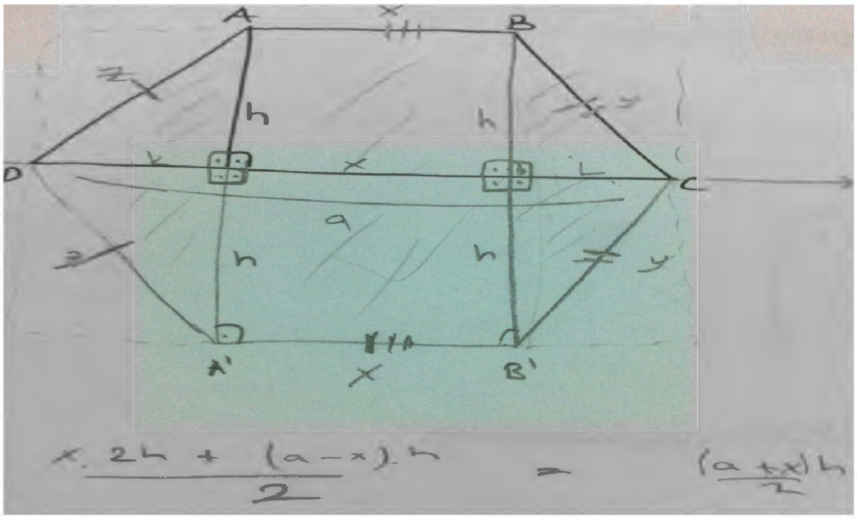
48'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{23}$'ün yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Çözüm 5.3. olarak isimlendirilen çözüm stratejisi ise AD kenarına paralel çizilen [BK] ile yamuğun ABKD paralelkenarı ile $\overset{\Delta}{BKC}$ üçgenine ayrılmasına ve sinüs alan formülü yardımıyla bulunan paralelkenarın alanı ile üçgenin alanının toplamasına dayanmaktadır. Öğrencilerden 11'i bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{47}$'nin yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Yamuğun alan probleminde, Grup 6 olarak isimlendirilen çözüm stratejisi, yamuğun DC doğru parçasına göre yansımasının alınmasıyla oluşan ABA$'$B$'$ dikdörtgeninin alanı ile dik üçgenlerin alanlarının toplanıp sonucun ikiye bölünmesine dayanmaktadır. Öğrencilerden 3’ü bu çözüm stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö$_{39}$’un yaptığı çözüm örnek olarak sunulmuştur:



Matematiksel Yaratıcılık Puanlarına İlişkin Bulgular

Öğrencilerin Thales Probleminden Aldıkları Matematiksel Yaratıcılık Puanlarına İlişkin Bulgular

Ek-1’de araştırmaya katılan öğrencilerin doğru yaptıkları çözümün çeşidi, çözümlerin akıcılık puanları (doğru çözüm sayısı) , çözümlerin esneklik ve orijinallik puanı ve öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmiştir.

Tablo 11’de Thales probleminde yapılan çözüm sayıları ile bu çözümleri yapan öğrencilerin esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmektedir.

Tablo 11

Thales Problemi İçin Matematiksel Yaratıcılık Puan Dağılımı

Akıcılık Puanı (Çözüm Sayısı)	**Öğrenci Sayısı**	**Esneklik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Orijinallik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Matematiksel Yaratıcılık Puanı (En düşük- En yüksek)**
1	17	10	0,1- 10	1-100
2	17	10,1- 20	0,2- 10,1	2,02 -400
3	22	20,1 – 30	1,2- 30	33,03 -900
4	11	20,2 – 40	4 - 20,2	84,04 -844
5	4	20,3 - 40,1	2,3 - 32	55,6 -1060
6	3	31,2 - 41,1	21,3 - 31,2	786,6 -1272,06
7	1	52	33,1	2191
8	1	62	34,1	1936

Tablo 11'de görüldüğü gibi, Thales probleminde 17 öğrenci 1 çözüm, 17 öğrenci 2 çözüm, 22 öğrenci 3 çözüm, 20 öğrenci de 4 ve daha fazla çözüm yapmıştır. Thales problemini doğru yanıtlayamayan öğrenci olmamıştır. Araştırmanın yönteminde de belirtildiği gibi bu araştırmada, yaratıcılığı açıklamaya yönelik yaklaşımlardan, psikometrik yaklaşımın en iyi bilinen örneği olan Torrance (1974) tarafından yaratıcı düşünme yeteneğinin değerlendirilmesinde kullanılan esneklik, akıcılık ve orijinallik (Sternberg ve Lubart, 2006) kriterleri ve matematiksel yaratıcılık puanının hesaplanmasında Leikin (2009)'in hesaplama yöntemi benimsenmiştir.

Araştırmanın yönteminde de belirtildiği gibi öğrencilerin yaptığı doğru çözümlerin sayısı, çözümlerinin akıcılık puanı olarak alınmıştır (Leikin, 2009). Tablo 11'de görüldüğü gibi, çözüm sayısı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının artması çok çözüm yapmanın yani akıcılığın yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir. Thales problemine 1 çözüm yapan 17 öğrencinin akıcılık puanı 1'dir.

Araştırmada öğrencilerin doğru olan ilk çözümlerinin esneklik puanı 10 olarak, sonraki çözümler kendinden önce yapılan çözümden farklı bir gruba aitse puanı 10 olarak, aynı gruba ancak bu grubun farklı bir alt grubuna aitse puanı 1 olarak belirlenmiştir. Eğer öğrenci yaptığı çözümle aynı sayılabilecek bir çözüm yapmışsa puanı 0,1 olarak belirlenmiştir (Leikin, 2009). Buna göre Thales problemine 1 çözüm yapan 17 öğrencinin esneklik puanları 10'dur.

Araştırmada bir çözüm 12'den daha az kişi tarafından yapılmış ise ($P< 12$) bu çözüm orijinal çözüm olarak kabul edilmiş ve orijinallik puanı 10 olarak, eğer bu çözümü yapan öğrenci sayısı $12\leq P< 30$ ise bu çözüm kısmen geleneksel bir çözüm olarak kabul edilmiş ve orijinallik puanı 1 olarak belirlenmiştir. Eğer bu çözümü yapan öğrenci sayısı $P\geq 30$ ise bu çözüm geleneksel bir çözüm olarak kabul edilmiş ve orijinallik puanı 0,1 olarak belirlenmiştir (Leikin, 2009). Buna göre Thales problemine 1 çözüm yapan 17 öğrencinin orijinallik puanları 0,1 ile 10 puan aralığında değişmektedir.

Araştırmada, bir çözümün yaratıcılık puanını hesaplamak için o çözümün esneklik puanı ile orijinallik puanı çarpılmıştır (Es_i x Or_i) . Bir öğrencinin matematiksel yaratıcılık puanını hesaplamak için ise o öğrencinin yaptığı çözümlerin her birine ait yaratıcılık puanları toplanmış ve sonuç yapılan çözüm sayısı yani akıcılık puanı ile çarpılmıştır ($Yr=n.\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$) (Leikin, 2009). Buna göre Thales problemine 1 çözüm yapan 17 öğrencinin matematiksel yaratıcılık puanları 1 ile 100 puan aralığında değişmektedir. Ek-1'de görüldüğü gibi, 100 puan alan öğrenci sayısı 1'dir. Thales probleminde 1 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Ek-1'de görüldüğü gibi, örneğin probleme 1 çözüm yapan öğrencilerin akıcılık ve esneklik puanları eşit olmasına karşın 100 puan alan $Ö_{24}$'ün yaptığı çözümün orijinal bir çözüm olması diğerlerinden daha yüksek puan almasını sağlamıştır.

Tablo 11'de görüldüğü gibi Thales problemini 2 farklı yolla çözebilen 17 öğrencinin, akıcılık puanları 2'dir.Bu öğrencilerin esneklik puanları 10,1- 20 puan aralığında, orijinallik puanları ise 0,2- 10,1 aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 2,02 ile 400 puan aralığında değişmektedir. Ek-1'de görüldüğü üzere 400 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Thales problemine 2 çözüm yapan ve 1 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Örneğin problemi tek bir yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 olan $Ö_{24}$ ile iki farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 puanın altında olan öğrenciler karşılaştırıldığında 2 yolla çözen öğrencilerin yaptığı çözümlerin esneklik puanlarının $Ö_{24}$'ten daha yüksek olduğu ancak $Ö_{24}$' ün yaptığı çözümün orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 11'de görüldüğü gibi Thales problemini 3 farklı yolla çözen 22 öğrencinin akıcılık puanları 3'tür.Bu öğrencilerin esneklik puanları 20,1 ile 30 puan aralığında, orijinallik puanları 1,2 ile 30 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 33,03 ile 900 puan aralığında değişmektedir. Ek-1'de görüldüğü gibi, 900 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Thales probleminde 3 çözüm yapan ve 2 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Örneğin problemi iki farklı yolla çözüp 400 puan alan $Ö_{34}$ ile üç farklı yolla çözüp 400 puanın altında puan alan öğrenciler karşılaştırıldığında Ek-1'de görüldüğü gibi, 3 çözüm yapan öğrencilerin çözümlerinin akıcılık ve esneklik puanının $Ö_{34}$'ün çözümlerinin akıcılık ve esneklik puanından daha yüksek olduğu ancak $Ö_{34}$' ün yaptığı çözümlerin ikisi de orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu durumlar çözüm sayısının ve esnekliğin yaratıcılık için önemli olduğunu ancak yaratıcılığın en önemli bileşeninin orijinallik olduğunun göstergesidir.

Tablo 11'de görüldüğü gibi Thales problemini 4 farklı yolla çözen 11 öğrencinin akıcılık puanları 4'tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 20,2 ile 40 puan aralığında, orijinallik puanları 4 ile 20,2 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 84,04 ile 844 aralığında değişmektedir. Ek 1'de görüldüğü üzere 844 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Thales probleminde 4 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Örneğin 844 puan alan $Ö_{16}$ ile 84,4 puan alan $Ö_{60}$ karşılaştırıldığında, $Ö_{16}$ ve $Ö_{60}$ aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanlarının eşit olduğu ancak $Ö_{16}$'nın yaptığı çözümlerin hepsinin farklı gruplarda olduğu ve esneklik puanının 40 olduğu, $Ö_{60}$'ın ise yaptığı çözümlerin üçünün aynı grupta olduğu ve esneklik puanının 21,1 olduğu görülmüştür.$Ö_{16}$'nın yaptığı dört çözümden ikisi orijinal çözüm olduğu için $Ö_{16}$'nın orijinallik puanı 21,1 ancak $Ö_{60}$ orijinal çözüm yapamadığı için orijinallik puanı 4'tür.

Tablo 11'de görüldüğü gibi Thales problemini 5 farklı yolla çözen 4 öğrencinin akıcılık puanları 5'tir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 20,3 ile 40,1 puan aralığında, orijinallik puanları 2,3 ile 32 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 55,6 ile 1060 puan aralığında değişmektedir. Ek-1'de görüldüğü üzere 1060 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Thales problemine 5 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Örneğin 1060 puan alan $Ö_{31}$ ile 55,6 puan alan $Ö_{71}$ karşılaştırıldığında, $Ö_{31}$ ve $Ö_{71}$ aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanlarının eşit olduğu ancak $Ö_{31}$'in yaptığı çözümlerin üçünün farklı gruplarda olduğu ve esneklik puanının 31,1 olduğu $Ö_{71}$'in ise yaptığı çözümlerin ikisinin farklı gruplarda olduğu ve esneklik puanının 20,3 olduğu görülmüştür. Ayrıca $Ö_{31}$'in yaptığı beş çözümden üçü orijinal çözüm olduğu için $Ö_{31}$'in orijinallik puanının 32 ancak $Ö_{71}$ orijinal çözüm yapamadığı için orijinallik puanının 2,3 olduğu görülmüştür.

Tablo 11'de görüldüğü gibi Thales problemini 6 farklı yolla çözen 3 öğrencinin akıcılık puanları 6'dır. Bu öğrencilerin esneklik puanları 31,2 ile 41,1 puan aralığında, orijinallik puanları 21,3 ile 31,2 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 786,6 ile 1272,06 puan aralığında değişmektedir. Ek-1'de görüldüğü üzere 1272,06 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Thales problemine 6 çözüm yapan öğrencilerin puanları incelenmiştir. Örneğin 786,6 puan alan $Ö_{48}$ ile 1272,06 puan alan $Ö_{39}$ karşılaştırıldığında, $Ö_{48}$ ve $Ö_{39}$'un aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanlarının eşit olduğu, $Ö_{39}$'un yaptığı çözümlerin dördünün farklı gruplarda olduğu için esneklik puanının 40,2 olduğu $Ö_{48}$'in de yaptığı çözümlerin dördünün farklı gruplarda olduğu ve esneklik puanının 41,1 olduğu görülmüştür.$Ö_{48}$'in esneklik puanının daha yüksek olmasına karşın, $Ö_{39}$' un yaptığı altı çözümden üçü orijinal çözüm olduğu için $Ö_{39}$'un orijinallik puanının 31,2 ancak $Ö_{48}$'in yaptığı altı çözümden ikisi orijinal çözüm olduğu için orijinallik puanının 23,1 olduğu için $Ö_{39}$'un matematiksel yaratıcılık puanı daha yüksektir. Bu durum orijinalliğin yaratıcılık için ne kadar önemli olduğunun göstergesidir.

Tablo 11’de görüldüğü gibi Thales problemini 7 farklı yolla çözen 1 öğrencinin ($Ö_{56}$) akıcılık puanı 7, esneklik puanı 52, orijinallik puanı 33,1, matematiksel yaratıcılık puanı ise 2191’ dir. Ek-1’de görüldüğü gibi 7 farklı çözüm yapan $Ö_{56}$ Thales probleminden en yüksek puanı alan öğrencidir.

Tablo 11’de görüldüğü gibi Thales 8 farklı yolla çözen 1 öğrencinin ($Ö_{30}$) akıcılık puanı 8, esneklik puanı 52, orijinallik puanı 34,1 matematiksel yaratıcılık puanı ise 1936 dır. Ek-1’de görüldüğü gibi 8 farklı çözüm yapan $Ö_{30}$ Thales problemine en fazla çözüm yapan öğrencidir.

Thales problemine 7 çözüm yapan $Ö_{56}$ ve 8 çözüm yapan $Ö_{30}$’un puanları incelenmiştir. $Ö_{30}$’un yaptığı sekiz çözümün altısı farklı gruplarda olduğu için çözümlerinin esneklik puanı 62’dir. $Ö_{30}$’un yaptığı sekiz çözümden üçü orijinal çözümler olduğu için çözümlerinin orijinallik puanı 34,1’dir. $Ö_{56}$’nın ise yaptığı yedi çözümün beşi farklı gruplarda olduğu için esneklik puanı 52’dir. $Ö_{56}$’nın yaptığı yedi çözümden üçü orijinal çözümler olduğu için çözümlerinin orijinallik puanı 33,1’dir. $Ö_{30}$ un akıcılık, esneklik ve orijinallik puanının $Ö_{56}$’nın puanlarından daha yüksek olmasına karşın matematiksel yaratıcılık puanının düşük olmasının sebebi $\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$ puanının $Ö_{56}$’dan daha düşük olmasıdır. Bu durum bir problem için farklı çözümler yaparken farklı kavramlar ve fikirler arasında geçiş yapabilme hızı yani esneklik ile aynı zamanda bu çözümlerin orijinal çözümler olmasının yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Öğrencilerin Örüntü Probleminden Aldıkları Matematiksel Yaratıcılık Puanlarına İlişkin Bulgular

Ek-2’de araştırmaya katılan öğrencilerin yaptıkları çözümlerin akıcılık puanları (doğru çözüm sayısı), doğru yaptıkları çözümün çeşidi, çözümlerin esneklik ve orijinallik puanı ve öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmiştir.

Tablo 12’de örüntü probleminde yapılan çözüm sayıları ile bu çözümleri yapan öğrencilerin esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmektedir.

Tablo 12

Örüntü Problemi İçin Matematiksel Yaratıcılık Puan Dağılımı

Akıcılık (Çözüm Sayısı)	**Öğrenci Sayısı**	**Esneklik Puanı (En düşük-En yüksek)**	**Orijinallik Puanı (En düşük-En yüksek)**	**Matematiksel Yaratıcılık Puanı (En düşük-En yüksek)**
0	14	0	0	0
1	23	10	0,1 -10	1-100
2	23	10,1 - 20	0,2 – 11	2,02 - 220
3	12	20,1- 30	0,3 - 20,1	6,03 - 603
4	3	22 - 31	11,2 - 21,1	52-484
5	1	41	21,2	1015

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemini 14 öğrenci doğru yanıtlayamamıştır. Bu probleme 23 öğrenci 1 çözüm, 23 öğrenci 2 çözüm 16 öğrenci ise 3 ve daha fazla çözüm yapmıştır. Çözüm sayısı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının artması çok çözüm yapmanın yani akıcılığın matematiksel yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Thales probleminde olduğu gibi örüntü probleminde de akıcılık, esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları Leikin (2009)'in analiz yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemine 1 çözüm yapan 23 öğrencinin akıcılık puanları 1, esneklik puanları 10'dur. Bu öğrencilerin orijinallik puanları 0,1 ile 10 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 1 ile 100 puan aralığında değişmektedir. Ek-2'de görüldüğü üzere, 100 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemini 2 farklı yolla çözebilen 23 öğrencinin akıcılık puanları 2'dir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 10,1 ile 20 puan aralığında, orijinallik puanları 0,2 ile 11 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 2,02 ile 220 puan aralığında değişmektedir. Ek-2'de görüldüğü üzere 220 puan alan öğrenci sayısı 3'tür.

Örüntü problemine 2 çözüm yapan 3 öğrencinin puanları birlikte incelenmiştir. Ek-2'de görüldüğü gibi, 220 puan olan $Ö_4$, $Ö_{39}$ ve $Ö_{62}$'nin yaptıkları çözümlerin ikisi farklı gruplarda olduğu için esneklik puanları 20, üçünün de sadece bir çözümleri orijinal olduğu için orijinallik puanları 11'dir.

Örüntü problemine 2 çözüm yapan ve 1 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, problemi tek bir yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 olan $Ö_{31}$ ile iki farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 puanın altında olan öğrenciler karşılaştırıldığında Ek-2'de görüldüğü gibi, iki yolla çözen öğrencilerin yaptığı çözümlerin esneklik puanlarının $Ö_{31}$'den daha yüksek olduğu ancak $Ö_{31}$'in yaptığı çözümün orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemini 3 farklı yolla çözebilen 12 öğrencinin akıcılık puanları 3'tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 20,1 ile 30 aralığında, orijinallik puanları 0,3 ile 20,1 aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 6,03 ile 603 puan aralığında değişmektedir. Ek-2'de görüldüğü üzere 603 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Örüntü problemine 3 çözüm yapan ve 2 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, 2 farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 220 olan $Ö_4$, $Ö_{39}$ ve $Ö_{62}$ ile 3 farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 220 puanın altında olan öğrenciler karşılaştırıldığında, Ek-2'de görüldüğü gibi, 3 farklı yolla çözen öğrencilerin çözümlerinin esneklik puanlarının $Ö_4$, $Ö_{39}$ ve $Ö_{62}$ 'den daha yüksek olduğu ancak $Ö_4$, $Ö_{39}$ ve $Ö_{62}$'nin yaptığı çözümlerin orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum orijinalliğin yaratıcılık için çok önemli olduğunun göstergesidir.

Örüntü probleminde 3 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin 3 farklı yolla çözüp 603 puan alan $Ö_{22}$ ile 3 farklı yolla çözüp 6,03 puan alan $Ö_{48}$'in çözümleri karşılaştırılmıştır. Ek-2'de görüldüğü gibi, $Ö_{22}$ ve $Ö_{48}$ aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanları eşittir. $Ö_{22}$'nin yaptığı çözümlerin hepsinin farklı gruplarda olduğu ve esneklik puanının 30 olduğu,$Ö_{48}$'in ise yaptığı çözümlerin ikisinin aynı grupta olduğu ve esneklik puanının 20,1 olduğu görülmüştür. $Ö_{22}$'nin yaptığı üç çözümden ikisi orijinal çözümler ve $Ö_{22}$'nin orijinallik puanı 20,1 iken $Ö_{48}$ orijinal çözüm yapamamıştır ve orijinallik puanı 3'tür.

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemini 4 farklı yolla çözen 3 öğrencinin akıcılık puanları 4'tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 22 ile 31 puan aralığında, orijinallik puanları 11,2 ile 21,1 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 52 ile 484 puan aralığında değişmektedir. Ek-2'de görüldüğü gibi 484 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Örüntü probleminde 4 çözüm yapan ve 3 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, Ek-2'de görüldüğü gibi örüntü problemini 3 farklı yolla çözüp en yüksek puan olan 603 puanı alan $Ö_{22}$ ile 4 farklı yolla çözüp en yüksek puan olan 484 puanı alan $Ö_{54}$ karşılaştırılmıştır. $Ö_{54}$'ün esneklik puanının 31 ve orijinallik puanının 21,1 olduğu, $Ö_{22}$'nin ise esneklik puanının 30, orijinallik puanını 20,1 olduğu görülmüştür. $Ö_{54}$'ün hem esneklik hem de orijinallik puanının $Ö_{22}$'den daha yüksek olmasına karşın yaratıcılık puanının düşük olmasının sebebi $\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$ puanının $Ö_{22}$'den daha düşük olmasıdır. Bu durum Thales probleminde olduğu gibi akıcı, esnek ve orijinal düşünebilmenin birlikteliğinin yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Tablo 12'de görüldüğü gibi örüntü problemini 5 farklı yolla çözen 1 öğrencinin akıcılık puanı 5'tir. Bu öğrencinin beş çözümünden dördü farklı gruplarda olduğu için esneklik puanı 41, bu dört çözümden ikisi orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanı 21,1, matematiksel yaratıcılık puanı ise 1015'dir. 1015 puan alan $Ö_{56}$ örüntü problemine en çok çözüm yapan ve en yüksek puanı alan öğrencidir. Öğrencinin çok çözüm yapması, bu çözümlerde esnek düşünüp farklı fikirler arasında geçiş yapabilmesi hem de orijinal çözümler yapabilmesi yaratıcılık puanın yüksek olmasını sağlamıştır.

Öğrencilerin Marmelat Probleminden Aldıkları Matematiksel Yaratıcılık Puanlarına İlişkin Bulgular

Ek-3'te araştırmaya katılan öğrencilerin yaptıkları çözümlerin akıcılık puanları (doğru çözüm sayısı) ,doğru yaptıkları çözümün çeşidi, çözümlerin esneklik ve orijinallik puanı ve öğrencilerin yaratıcılık puanları gösterilmiştir.

Tablo 13’te marmelat problemine yapılan çözüm sayıları ile bu çözümleri yapan öğrencilerin esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmektedir.

Tablo 13

Marmelat Problemi İçin Matematiksel Yaratıcılık Puan Dağılımı

Akıcılık Puanı (Çözüm Sayısı)	**Öğrenci Sayısı**	**Esneklik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Orijinallik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Matematiksel Yaratıcılık Puanı (En düşük- En yüksek)**
0	4	0	0	0
1	36	10	0,1 – 10	1- 100
2	25	10,1 – 20	0,2 – 11	2,02 - 220
3	10	11,1 – 30	1,2 – 21	33,03 - 630
4	1	22	22	484

Tablo 13’te görüldüğü gibi, marmelat problemini 4 öğrenci doğru yanıtlayamamıştır. Bu probleme 36 öğrenci 1 çözüm, 25 öğrenci 2 çözüm, 11 öğrenci ise 3 ve daha fazla çözüm yapmıştır. Çözüm sayısı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının artması çok çözüm yapmanın yani akıcılığın yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Thales ve örüntü probleminde olduğu gibi marmelat probleminde de akıcılık, esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları Leikin (2009)’nin analiz yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 13’te görüldüğü gibi, marmelat probleminde 1 çözüm yapan 36 öğrencinin akıcılık puanları 1, esneklik puanları 10’dur.Bu öğrencilerin orijinallik puanları 0,1 ile 10 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 1 ile 100 puan aralığında değişmektedir. Ek-3’te görüldüğü gibi 100 puan alan öğrenci sayısı 2’dir.

Tablo 13'te görüldüğü gibi, marmelat problemini 2 farklı yolla çözebilen 25 öğrencinin akıcılık puanları 2'dir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 10,1 ile 20 puan aralığında, orijinallik puanları 0,2 ile 11 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 2,02 ile 220 puan aralığında değişmektedir. Ek-3'te görüldüğü üzere 220 puan alan öğrenci sayısı 5'tir.

Marmelat probleminde 2 çözüm yapan ve 1 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, problemi 1 yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 olan $Ö_7$ ve $Ö_{21}$ ile 2 farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 puanın altında olan öğrenciler karşılaştırıldığında, Ek-3'te görüldüğü gibi, 2 farklı yolla çözen öğrencilerin yaptığı çözümlerin esneklik puanlarının $Ö_7$ ve $Ö_{21}$'den daha yüksek olduğu ancak $Ö_7$ ve $Ö_{21}$'in yaptıkları çözümün orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmektedir.

Marmelat probleminde 2 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, yaratıcılık puanı 2,02 olan $Ö_{11}$ ile yaratıcılık puanı 220 olan $Ö_{39}$ karşılaştırılmıştır. Ek-3'te görüldüğü gibi, $Ö_{11}$ ve $Ö_{39}$ aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanları eşittir. $Ö_{39}$'un yaptığı çözümler farklı gruplarda olduğu için esneklik puanının 20 olduğu, $Ö_{11}$'in ise yaptığı çözümler aynı grupta olduğu için esneklik puanının 10,1 olduğu görülmüştür.$Ö_{39}$'un yaptığı iki çözümden biri orijinal bir çözüm ve $Ö_{39}$'un orijinallik puanı 11 iken $Ö_{11}$ orijinal çözüm yapamamıştır ve orijinallik puanı 0,2'dir.

Tablo 13'te görüldüğü gibi, marmelat problemini 3 farklı yolla çözebilen 10 öğrencinin akıcılık puanları 3'tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 11,1 ile 30 puan aralığında, orijinallik puanları 1,2 ile 21 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 33,03 ile 630 puan aralığında değişmektedir. Ek-3'te görüldüğü gibi 630 puan alan öğrenci sayısı 1'dir. 630 puan alan $Ö_{64}$ örüntü problemi için en yüksek yaratıcılık puanına sahiptir.

Tablo 13'te görüldüğü gibi, marmelat problemini 4 farklı yolla çözebilen 1 öğrencinin akıcılık puanı 4'tür. Bu öğrencinin yaptığı 4 çözümden ikisi farklı grupta olduğu için çözümlerinin esneklik puanı 22, yaptığı 4 çözümden ikisi orijinal olduğu için orijinallik puanı 22, matematiksel yaratıcılık puanı ise 484'tür. 484 puan alan $Ö_{54}$ marmelat problemine en fazla çözüm yapan öğrencidir.

Marmelat problemine 4 çözüm yapan ve 3 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. 484 puan alan Ö$_{54}$ ile problemi 3 farklı yolla çözüp 630 puan alan Ö$_{64}$ karşılaştırılmıştır. Ö$_{64}$'ün çözümlerinin hepsi farklı gruplarda olduğu için çözümlerinin esneklik puanı 30, yaptığı üç çözümden ikisi orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanı 21'dir. Ö$_{64}$'ün yaratıcılık puanının daha yüksek olmasının sebebi $\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$ puanının Ö$_{54}$'ten daha yüksek olmasıdır. Bu durum akıcı, esnek ve orijinal düşünebilmenin birlikteliğinin yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Öğrencilerin Yamuğun Alanı Probleminden Aldıkları Matematiksel Yaratıcılık Puanlarına İlişkin Bulgular

Ek-4'te araştırmaya katılan öğrencilerin yaptıkları çözümlerin akıcılık puanları (doğru çözüm sayısı) ,doğru yaptıkları çözümün çeşidi, çözümlerin esneklik ve orijinallik puanı ve öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmiştir.

Tablo 14'te yamuğun alan probleminde yapılan çözüm sayıları ile bu çözümleri yapan öğrencilerin esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları gösterilmektedir.

Tablo 14

Yamuğun Alan Problemi İçin Matematiksel Yaratıcılık Puan Dağılımı

Akıcılık Puanı (Çözüm Sayısı)	**Öğrenci Sayısı**	**Esneklik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Orijinallik Puanı (En düşük- En yüksek)**	**Matematiksel Yaratıcılık Puanı (En düşük- En yüksek)**
1	4	10	0,1-10	1-100
2	13	10,1 - 20	0,2 - 10,1	2,2-202
3	24	11,1 - 30	0,3 - 20,1	6,03-603
4	16	12,1 - 31	0,4 - 21,1	8,44 - 484
5	11	23 - 32	2,3 – 23	16 - 1051
6	4	23,1 - 33	2,4 - 22,2	24,66 – 1218,6
7	1	33,1	13,3	848,47
8	3	24,2- 43,1	3,5 - 24,2	40,96 – 1770,4

Tablo 14'te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 4 öğrenci 1 çözüm, 13 öğrenci 2 çözüm, 24 öğrenci 3 çözüm, 35 öğrenci de 4 ve daha fazla çözüm yapmıştır. Yamuğun alan problemini doğru yanıtlayamayan öğrenci olmamıştır. Çözüm sayısı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının artması çok çözüm yapmanın yani akıcılığın yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Thales, örüntü ve marmelat problemlerinde olduğu gibi yamuğun probleminde de akıcılık, esneklik, orijinallik ve matematiksel yaratıcılık puanları Leikin (2009)'in analiz yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 1 çözüm yapan 4 öğrencinin akıcılık puanları 1, esneklik puanları 10’dur.Bu öğrencilerin orijinallik puanları 0,1 ile 10 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları 1 ile 100 puan aralığında değişmektedir. Ek 4’te görüldüğü gibi 100 puan alan öğrenci sayısı 1’dir.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 2 çözüm yapan 13 öğrencinin akıcılık puanları 2’dir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 10,1 ile 20 puan aralığında, orijinallik puanları 0,2 ile 10,1 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 2,2 ile 202 puan aralığında değişmektedir. Ek-4’te görüldüğü gibi 202 puan alan öğrenci sayısı 1’dir.

Yamuğun alan probleminde 2 çözüm yapan ve 1 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, problemi 1 yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 olan $Ö_{36}$ ile 2 farklı yolla çözüp yaratıcılık puanı 100 puanın altında olan öğrenciler karşılaştırıldığında, Ek 4’te görüldüğü gibi, 2 çözüm yapan öğrencilerin yaptığı çözümlerin akıcılık ve esneklik puanlarının $Ö_{36}$’dan daha yüksek olduğu ancak $Ö_{36}$’nın yaptığı çözümün orijinallik puanının diğerlerinden daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 3 çözüm yapan 24 öğrencinin akıcılık puanları 3’ tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 11,1 ile 30 puan aralığında, orijinallik puanları 0,3 ile 20,1 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 6,03 ile 603 puan aralığında değişmektedir. Ek 4’te görüldüğü gibi 603 puan alan öğrenci sayısı 1’dir.

Yamuğun alan probleminde 3 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, 603 puan alan $Ö_{39}$ ile 6,3 puan alan $Ö_{67}$ karşılaştırıldığında, Ek-4’te görüldüğü gibi, $Ö_{39}$ ve $Ö_{67}$ aynı sayıda çözüm yaptıkları için akıcılık puanları eşit ancak, $Ö_{39}$’ un yaptığı çözümler farklı gruplarda olduğu için esneklik puanının 30 olduğu, $Ö_{67}$’nin ise yaptığı 3 çözümden ikisi aynı grupta olduğu için esneklik puanının 21 olduğu görülmüştür. $Ö_{39}$’un yaptığı üç çözümden ikisi orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanı 20,1, $Ö_{67}$ ise orijinal çözüm yapamadığı için orijinallik puanı 0,3’tür.Akıcılık puanları eşit olmasına karşın esneklik ve orijinallik puanları arasındaki fark matematiksel yaratıcılık puanları arasında da önemli bir farkın olmasına neden olmuştur.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 4 çözüm yapan 16 öğrencinin akıcılık puanları 4’tür. Bu öğrencilerin esneklik puanları 12,1 ile 31 puan aralığında, orijinallik puanları 0,4 ile 21,1 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 8,44 ile 484 puan aralığında değişmektedir. Ek-4'te görüldüğü gibi 484 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.

Yamuğun alan probleminde 4 çözüm yapan ve 3 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, problemi 4 farklı yolla çözüp 484 puan alan $Ö_{62}$ ile problemi 3 farklı yolla çözüp 603 puan alan $Ö_{39}$ karşılaştırıldığında, Ek-4'te görüldüğü gibi, $Ö_{62}$'nin yaptığı dört çözümden üçü farklı gruplarda olduğu için esneklik puanının 31, yaptığı dört çözümden ikisi orijinal olduğu için orijinallik puanının 21,1 olduğu görülmüştür. $Ö_{39}$'un ise yaptığı çözümler farklı gruplarda olduğu için esneklik puanının 30, yaptığı üç çözümden ikisi orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanı 20,1 olduğu görülmüştür. $Ö_{62}$'nin hem akıcılık, hem esneklik hem de orijinallik puanının $Ö_{39}$'dan daha yüksek olmasına karşın yaratıcılık puanının daha düşük olmasının sebebi $\sum_{i=1}^{n} Es_i x Or_i$ puanının $Ö_{39}$'dan daha düşük olmasıdır. Bu durum akıcı ve esnek düşünebilme ile orijinal çözümler yapabilmenin birlikteliğinin yaratıcılık üzerindeki etkisini göstermektedir.

Tablo 14'te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 5 çözüm yapan 11 öğrencinin akıcılık puanları 5'tir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 23 ile 32 puan aralığında, orijinallik puanları 2,3 ile 23 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 16 ile 1051 puan aralığında değişmektedir. Ek-4'te görüldüğü gibi 1051 puan alan öğrenci sayısı 1'dir.1051 puan alan $Ö_{75}$'in yaptığı beş çözümden üçü farklı gruplardadır ve esneklik puanı 30,2'dir.Yaptığı çözümlerin ikisi orijinal çözümlerdir ve orijinallik puanı 23'tür.

Tablo 14'te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 6 çözüm yapan 4 öğrencinin akıcılık puanları 6'dır.Bu öğrencilerin esneklik puanları 23,1 ile 33 puan aralığında, orijinallik puanları 2,4 ile 22,2 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 24,66 ile 1218,6 puan aralığında değişmektedir. Ek 4'te görüldüğü gibi 1218,6 puan alan öğrenci sayısı 1'dir. 1218,6 puan alan $Ö_{37}$'nin yaptığı 6 çözümden üçü farklı gruplarda olduğu için esneklik puanı 33, yaptığı çözümlerin ikisi orijinal çözümler olduğu için orijinallik puanı 22,2'dir.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan problemine 7 çözüm yapan 1 öğrencinin akıcılık puanı 7’dir. Bu öğrencinin esneklik puanı 33,1, orijinallik puanı 13,3, matematiksel yaratıcılık puanı ise 848,47’dir.

Tablo 14’te görüldüğü gibi, yamuğun alan probleminde 8 çözüm yapan 3 öğrencinin akıcılık puanları 8’dir. Bu öğrencilerin esneklik puanları 24,2 ile 43,1 puan aralığında, orijinallik puanları 3,5 ile 24,2 puan aralığında, matematiksel yaratıcılık puanları ise 40,96 ile 1770,4 puan aralığında değişmektedir. 1770,4 puan alan $Ö_{70}$ yamuğun alan problemine en yüksek puanı almıştır.

Yamuğun alan probleminde 8 çözüm yapan öğrencilerin puanları birlikte incelenmiştir. Örneğin, 1770,4 puan alan $Ö_{70}$ ile 40,96 puan alan $Ö_{42}$ karşılaştırıldığında, Ek-4’te görüldüğü gibi, $Ö_{70}$’in yaptığı 8 çözümden dördü farklı gruplarda olduğu için esneklik puanı 43,1, yaptığı çözümlerin ikisi orijinal olduğu için orijinallik puanı 24,2’dir. $Ö_{42}$’nin ise yaptığı 8 çözümden ikisi farklı gruplarda olduğu için esneklik puanı 24,2, yaptığı çözümlerin beşi geleneksel diğer üçü de kısmen geleneksel olduğu için orijinallik puanı 3,5’tir. Akıcılık puanları eşit olmasına karşın esneklik ve orijinallik puanları arasındaki fark matematiksel yaratıcılık puanları arasında da önemli bir farkın olmasına neden olmuştur.

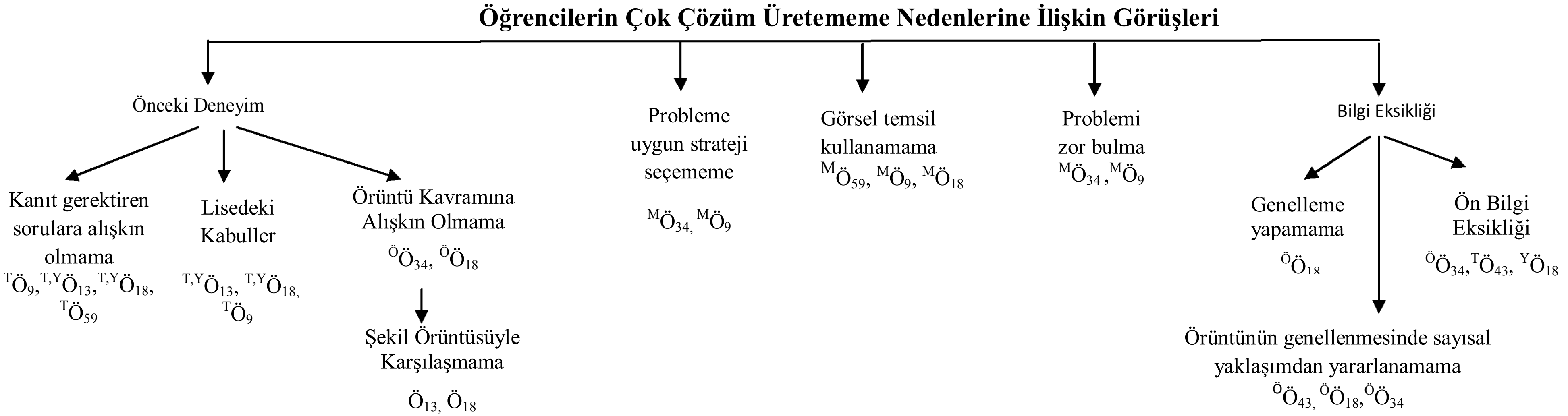
Dört problemden alınan puanlar birlikte değerlendirildiğinde, Thales probleminden en yüksek puanı alan $Ö_{56}$’nın örüntü ve yamuk probleminde en çok çözüm yapan öğrencilerden olduğu ve örüntü probleminde de en yüksek puanı aldığı görülmüştür. Ancak bu öğrenci aynı başarıyı marmelat probleminde gösterememiş, iki çözüm yaparak ve 22 puan almıştır. Marmelat problemine en fazla çözüm yapan öğrenci olan $Ö_{54}$ Thales probleminde 3,örüntü ve yamuk problemlerinde de 4’er çözüm yapmıştır. Öğrencilerin yaptıkları çözümlerin orijinalliği incelendiğinde her problem için orijinallik puanı en yüksek olan öğrencinin farklı olduğu görülmüştür. $Ö_{30}$ Thales, $Ö_{56}$ örüntü, $Ö_{54}$ marmelat, $Ö_{70}$ yamuğun alan probleminde orijinal çözümleri en fazla olan öğrencilerdir.

Genel olarak öğrencilerin aldıkları puanlar ve yaptıkları çözüm sayıları incelediğinde, öğrencilerin Thales ve yamuğun alan problemlerinde örüntü ve marmelat problemlerinden daha fazla çözüm yaptıkları ve daha fazla puan aldıkları görülmüştür.

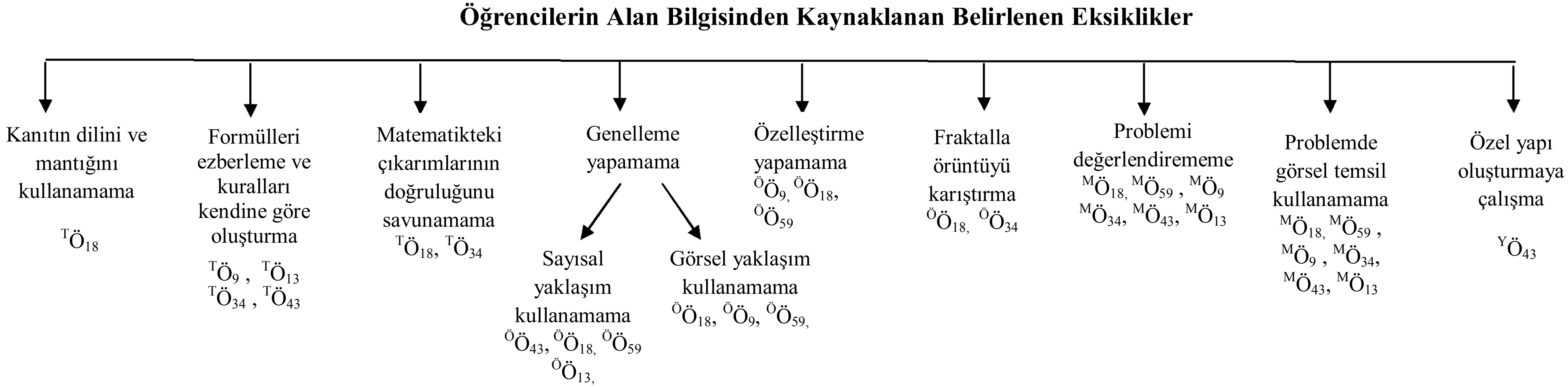
Öğrencilerin Çok Çözüm Üretememe Nedenlerine ve Belirlenen Eksikliklere İlişkin Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerin analizleri sonucunda ortaya çıkan bulgular iki aşamada sunulmuştur. Birinci aşamada, öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ait öğrenci görüşlerine, ikinci aşamada ise görüşmelerden alan uzmanları tarafından belirlenen eksikliklere yer verilmiştir.

Gerçekleştirilen analizler sonucunda öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşlerine yönelik oluşturulan temalar ve alt temalar Şekil 7'de gösterilirken, öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksikliklere yönelik oluşturulan temalar ve alt temalar Şekil 8'de gösterilmiştir. Şekillerde öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ve belirlenen eksiklere ilişkin verilen her bir alt tema altında öğrencinin hangi problemde sıkıntı yaşadığı üst indis olarak sunulmuştur.



Şekil 7: *Öğrencilerin Çok Çözüm Üretememe Nedenlerine İlişkin Görüşleri*



Şekil 8: *Öğrencilerin Alan Bilgisinden Kaynaklanan Belirlenen Eksiklikler*

Öğrencilerin Çok Çözüm Üretememe Nedenlerine İlişkin Görüşleri

Şekil 7'de görüldüğü gibi öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşleri kapsamında "önceki deneyim" , "probleme uygun strateji seçememe", "görsel temsil kullanamama", "problemi zor bulma" ve "bilgi eksikliği" durumları ele alınmıştır.

Önceki deneyim teması altında ise "kanıt gerektiren sorulara alışkın olmama" ve "lisedeki kabuller" ve "örüntü kavramına alışkın olmama" durumları ele alınmıştır. Buna göre 4 öğrencinin Thales ve yamuk problemlerinde ($Ö_9$, $Ö_{13}$, $Ö_{18}$, $Ö_{59}$) kanıt gerektiren sorulara alışkın olmadıklarını söyledikleri belirlenmiştir. Örneğin bu öğrencilerden $Ö_9$, Thales problemi için bu teoremin çok kullanılan bir teorem olduğunu ancak daha önce niçin böyle olduğunu hiç düşünmediği ve kanıtlamaya gereksinim duymadığı için birden fazla yolla kanıt yapamadığını belirtmiş ve aşağıdaki şekilde devam etmiştir:

> $Ö_9$*: Tanıdığım bir şey. Zaten soruyu görür görmez AE= EC ise AD=DB deriz paralellik verdiği için direk onu yerleştiririz hiç kimse bir şey demeden. Yani öğretilmiş bir şey ama ispat şeklinde olunca zorlandım.*

Bu öğrencilerden $Ö_{18}$, yamuğun alan probleminde çok çözüm üretememe nedenini ise aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

G(Görüşmeci) *:Sıkıldın mı yani bu soruları farklı yollarla çözerken?*

$Ö_{18}$ *:Farklı yollar bulmakta çok zorlandım. Normal bir tane problem sorusu olsa hani yaparım ama böyle gösterin ispat edin farklı yolarla deyince insan zorlanıyor. Çünkü zaten bunun böyle olduğunu biliyoruz. Çünkü bu zaten böyle, biz bunu böyle öğrendik diyoruz. Bu mantıkla büyüdüğümüz için çok zorlandım. Başka yoldan bulamadım eğer sayı olsaydı çok rahat çözülürdü, harflerle çok zor oluyor.*

Önceki deneyim kapsamında ele alınan bir diğer durum lisedeki kabullerdir. Buna göre, 3 öğrencinin Thales ve yamuk problemlerinde ($Ö_{13}$, $Ö_{18}$, $Ö_9$) çok çözüm üretememe nedeninin lisedeki kabullerden diğer bir deyişle lisede edindikleri ezbere bilgilerden kaynaklandığını söyledikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{13}$ Thales probleminde çok çözüm üretememe nedenini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

G :Bu soru seni zorladı mı? Bu soruya daha fazla çözüm üretememenin nedeni ne olabilir?

$Ö_{13}$ *: Çok fazla zorlamadı. O an farklı çözümler aklıma gelmedi. Lisede daha çok hep kabuller üzerinden gittik. Mesela bir üçgenin içi açılarını toplamı 180 olarak kabul ettik ama neden kabul ettiğimizi üniversitede göstermeye başladılar. İspat yapmadığımız, hep test mantığıyla hareket ettiğimiz için daha fazla çözüm yapamamış olabilirim. İspat yapmaya alışkın değilim. Lisede bir alt yapı oluşturulsa neyin nereden geldiği gösterilse öğrencinin gelişimi açısından daha iyi olabilir.*

$Ö_{13}$ ise yamuğun alan probleminde çok çözüm yapamama nedenini;

$Ö_{13}$ *: Sonuç odaklı çalıştığımız için yapamadığımı düşünüyorum. Lisede hep sayılar üzerinden gittiğimiz için, bir şeyin ispatını hep atladık. Bana öğretmenim şey demişti lisedeyken. Bir anket yapılmış çember nedir denildiğinde çoğu çemberi merkezi yarıçapı olan bir şey olarak tanımlamış. Ama çember neydi düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesi ama çemberi bazı özellikleri üzerinden tanımlamışlar, tanımını yapamamışlar. Bence bu sorularda daha fazla çözüm yapamamamızın nedeninin bir şeyleri bize hazır yemek gibi vermelerinden kaynaklandığını düşünüyorum. Şu anda ispat yapılan derslerde de öyle. Biz bunu biliyoruz neden ispatlıyoruz diye birbirimize soruyoruz. Aslında lisede biraz daha alt yapı verseler bir şeyleri ispatlamadan kabul edilmeyeceğini doğruluğunu araştırmamız gerektiğini öğretseler üniversitede bu kadar bocalamayız diye düşünüyorum.*

şeklinde açıklarken $Ö_{18}$ de kanıt yapmaya alışkın olmadığını ve çok çözüm yapamamasının nedeninin lisedeki kabullerden kaynaklandığını aşağıdaki şekilde belirtmektedir:

G:Bu soruya daha fazla çözüm yapamamanın nedeni ne olabilir?

$Ö_{18}$ *: Çünkü ispat deyince yani bir kalıyorum..... Hani eski bilgilerimizden yola çıkarak da olduğu için hep bir noktaya yöneltiyor. Hani benzerliği önceden gördüğümüz için liseden, çözerken hep ona gittim ve bildiğimiz için artık yani bu böyledir, bunu böyle gördük diyorum. O yüzden ispatlarken zorlanıyorum. Tam olarak açıklayamıyorum. Birazcık göz kararı.*

Önceki deneyim kapsamında yer alan bir diğer durum ise örüntü kavramına alışkın olmamadır. Buna göre 2 öğrencinin ($Ö_{34}$, $Ö_{18}$) örüntü probleminde örüntü kavramına alışkın olmadıklarını söyledikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{34}$ çok çözüm üretememesinin nedenini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

G :Sence bu soruya tek bir çözüm yapmanın nedeni ne olabilir?

$Ö_{34}$ *: Deneme sınavlarında, üniversiteye hazırlıkta falan örüntüyle ilgili çok fazla soru gelmiyordu onu çok önemsememiştim.*

2 öğrencinin ise ($Ö_{13}$, $Ö_{18}$) örüntü probleminde daha önceki öğrenim yaşantılarında şekil örüntüsüyle karşılaşmadıkları için çok çözüm yapamadıklarını belirttikleri saptanmıştır. Örneğin $Ö_{13}$:

G :Peki sence bu soruda seni zorlayan nokta neresiydi?

$Ö_{13}$:Soru zor değildi, anlaşılmaz değildi ama bize daha önce böyle örüntüler göstermediler. Hep sayılarla ilgili çözdük böyle görsel kullanmadık, o yüzden yapamadım.

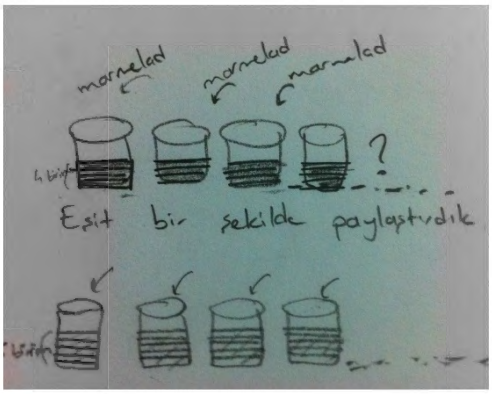
şeklinde açıklamada bulunmuştur.

Şekil 7'de görüldüğü gibi çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin öğrenci görüşleri kapsamında yer alan bir diğer durum probleme uygun strateji seçememedir. Buna göre 2 öğrencinin ($Ö_{34}$,$Ö_{9}$) marmelat probleminde, problemi çözmek için uygun strateji seçemediklerini belirttikleri görülmüştür. Bu öğrencilerden $Ö_{9}$ marmelat probleminde çok çözüm üretememesinin nedenini aşağıdaki şeklide açıklamıştır:

G : Neden başka yollarla çözemedin?

Ö$_9$ *:Aslında ben nasıl çözeceğime başlangıçta karar veremedim. Elimizdeki miktarı mı kavanoz sayısına böleceğiz yoksa en son kalan miktarı mı böleceğiz bilemedim.*

Şekil 7'de görüldüğü gibi, çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin öğrenci görüşleri kapsamında yer alan bir diğer durum görsel temsil kullanamamadır. Buna göre 3 öğrencinin (Ö$_{59}$, Ö$_9$, Ö$_{18}$) marmelat probleminde çok çözüm üretememe nedeni olarak görsel temsil kullanamadıklarını söyledikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden Ö$_{18}$ bir şekil üzerinde marmelat problemini çözmeye çalışmış ve görsel temsili niçin kullandığını anlatmış ancak sonuca ulaşamamıştır. Ö$_{18}$ yapmaya çalıştığı çözümü aşağıdaki şekilde açıklamıştır:



G *:Orada çok güzel şekil çizerek bir çözüm yapmaya çalışmışsın neden devam edemedin?*

Ö$_{18}$ *:Buradan sonuca ulaşamadım. Şimdi öğrenci hayal ettim dedim ki öğrenciler bu soruyu x'li çok anlayamayacaklarını düşündüm. Dedim ki genelde görsellik kullanarak da hem öğrencilerin ilgisini çekmek, hem daha eğlenceli bir hale gelsin hem de daha dikkatli dinlesinler diye bu yolu tercih ettim. Dedim ki başlangıçta bu kadar kavanoz olsun. Kavanoz çizdim beş tane falan. Daha sonra bir Şeyma çizdim.80 litre marmeladı koydum eline direk öğrenci tahtaya odaklansın diye. Her birine döktüm şekil üzerinden paylaştırdım eşit bir şekilde. Aslında bu biraz soruyu anlamak için. Sonra 4 birim, 4 birim olsun dedim. Daha sonra arttığı için 5 birim 5 birim yaptım ama gerisi gelmedi.*

G *:Neden?*

Ö$_{18}$ *:Çünkü bir x falan kullanmayınca şekille çözüme ulaşamadım.*

Şekil 7'de görüldüğü gibi çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin öğrenci görüşleri kapsamında yer alan bir diğer durum problemi zor bulmadır. Buna göre 2 öğrencinin ($Ö_9$, $Ö_{34}$) marmelat probleminde, problemi zor buldukları için çok çözüm yapamadıklarını ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{34}$ çok çözüm üretememe nedeni olarak "*Soru bana zor geldi. Sözel sorular bana genelde zor geliyor."* ifadesini kullanırken $Ö_9$ ise *"Soruyu anlamak için zaten epey vakit geçiyor. Soru zorladı beni."* ifadesini kullanmıştır.

Şekil 7'de görüldüğü gibi çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin öğrenci görüşleri kapsamında ele alınan bir diğer durum ise bilgi eksikliğidir. Bu tema kapsamında "genelleme yapamama" ve "ön bilgi eksikliği" durumları ele alınmıştır. Buna göre 1 öğrencinin ($Ö_{18}$) örüntü probleminde genelleme yapmada zorlandığını söylediği belirlenmiştir. Bu durumu $Ö_{18}$ aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

G :Bu soru seni zorladı mı?

$Ö_{18}$:Beni zorlayan şey oldu, şu şeyleri yaparken n'leri, $n^{2'}$ leri falan orada zorlandım.

Genelleme yapamama kapsamında, 3 öğrencinin ($Ö_{43}$, $Ö_{18}$,$Ö_{34}$) örüntünün genellenmesinde sayısal yaklaşımdan yararlanamadıklarını belirttikleri saptanmıştır. Bu öğrencilerden $Ö_{43}$:

G :Tamam orada bazı sayılar yazmışsın, onları nasıl buldun?

$Ö_{43}$:1.adımda 6 kare var, 0.adımda 3 kare var.3, 5, 7, 9,…diye gitmiş. 5.adımda kare sayısı 38 olacak o zaman.

G :Peki buradan n.adımı nasıl bulabilirsin?

$Ö_{43}$:Bunu bu kadar çözebildim. Sayılar arasındaki bağıntıyı farkları gördüm ama devamını getiremedim.

G :Oraya (n-3).(n+3) gibi bir şey yazdın onu nereden buldun?

$Ö_{43}$:Şimdi nereden çıkardım? Aslında bunu yok gibi sayalım. O sayılar arasında bir bağıntı elde etmeye çalıştım olmadı. Mesela 1.adımda sağlıyor ikinci adımda sağlamıyor. Bir kural bulmaya çalıştım olmadı.

G :Peki bu soruda seni zorlayan nokta ne oldu, neden daha fazla çözüm yapamadın?

$Ö_{43}$:Bu soruda daha fazla yol bulamadım. Çünkü bu sayılar arasındaki ilişkiyi kuramadım. Nasıl artacağını gördüm ama ilişki kuramadım.

şeklinde açıklamada bulunurken $Ö_{34}$ ise:

G :Yukarıya $ax^2 +bx+c$ yazmışsın, onu neden yazdın önce onu sorayım, sonra neden devam etmedin çözüme?

Ö :Ben burada bir şeyler denemeye çalıştım. Burada a'lar b'ler yazdım. Burada ikinci dereceden bir denklem gibi düşündüm. Ona göre her adımda sabit iki kare olduğu için bir şeyler yazdım ama devamında nasıl yazacağımı bulamadım, üstünü çizdim.

şeklinde açıklamada bulunmuştur.

Thales, örüntü ve yamuk problemlerinde 3 öğrencinin ($Ö_{34}$,$Ö_{43}$,$Ö_{18}$) ön bilgi eksikliği nedeni ile daha fazla çözüm yapamadıklarını söyledikleri belirlenmiştir. Örneğin bu öğrencilerden $Ö_{43}$'ün Thales probleminde çok çözüm üretememesinin nedenine ilişkin görüşü şu şekilde sunulabilir:

G : Bu soru nasıldı, zor muydu?

$Ö_{43}$:Anlaşılması kolay, çok ispatı olan bir soru.

G :Peki neden daha çok yolla çözemedin?

$Ö_{43}$:Bilgilerim sınırlıydı, çok bilgim olmadığı için.

Bu öğrencilerden $Ö_{18}$ yamuğun alan probleminde çok çözüm üretememe nedenini ise aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

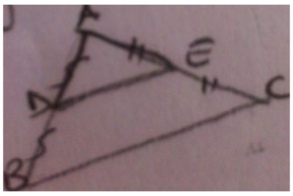
G :Sence bu soruya neden daha fazla çözüm bulamadın?

$Ö_{18}$ *: Farklı yollar gelmedi aklıma çünkü bilgi olarak tam oturmuş değiliz. Matematikte her bilgiyi şu anda bilmiyoruz geçişleri tam yapamıyoruz.*

Öğrencilerin Alan Bilgisinden Kaynaklanan Belirlenen Eksiklikler

Şekil 8'de görüldüğü gibi öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında, "kanıtın mantığını ve dilini kullanama", "formülleri ezberleme ve kuralları kendine göre oluşturma", "matematikteki çıkarımlarının doğruluğunu savunamama", "genelleme yapamama" , "özelleştirme yapamama", "fraktalla örüntüyü karıştırma" , "problemde görsel temsil kullanamama", "problemi değerlendirememe" ve "özel yapı oluşturmaya çalışma" durumları ele alınmıştır.

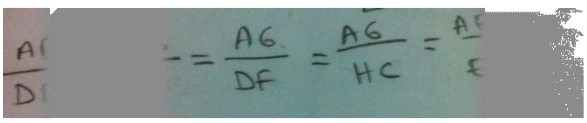
Buna göre 1 öğrencinin ($Ö_{18}$) Thales probleminde kanıtın mantığını ve dilini kullanamadığı belirlenmiştir. $Ö_{18}$'in matematiksel bir kanıtın hangi adımlardan oluştuğu ve kanıt süreci için gerekli durumlar hakkında doğru bir fikre sahip olmadığı, mantık yürüterek teoremin doğruluğuna inandığı görülmüştür. Öğrenci kendi varsayımını doğru kabul ederek yaptığı işlemin sonucunun 1 çıkmasıyla kanıt sürecini tamamladığını düşünmektedir. $Ö_{18}$ yaptığı kanıtı aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:



$Ö_{18}$ *:....demiş ki* $\overset{\Delta}{ABC}$ *de AB kenarının orta noktasından geçen ve BC kenarına paralel olan AC kenarını orta noktasında kestiğini ispatlayın demiş. Dedim ki sonuçta orta noktasından geçiyor. Ortasından geçtiği için AD=BD olur. Aynı şekilde AE=EC olacak otomatik olarak o da ikiye bölmüş olacak.*

G :Yani nasıl söylüyorsun bunu? Mantık yürüterek AD=BD, ve DE//BC ise AE=EC olur mu dedin?

$Ö_{18}$ *: Evet zaten bunları da birbirine oranlayınca 1 çıkıyor zaten*

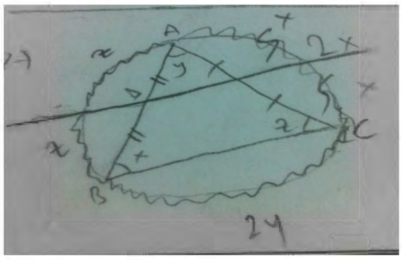


G :Sence farklı bir kanıt yapılabilir mi?

$Ö_{18}$ *: Şimdi paralel olduğu zaman ve ortasından geçiyor bu soruda verilmiş. Şimdi paralellik ne demek iki doğru arasındaki uzaklık hiç değişmiyor* *sonsuza kadar hep aynı mesafede..Ee şimdi her halükarda eşit çıkıyor AE ile EC.*

Öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise formülleri ezberleme ve kuralları kendine göre oluşturmadır. Buna göre 4 öğrencinin ($Ö_9$, $Ö_{13}$,$Ö_{34}$, $Ö_{43}$) Thales probleminde, formülleri ezberlediği ve kuralları kendine göre oluşturduğu belirlenmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{34}$ Thales probleminde kanıtını, doğru olduğunu düşündüğü bir kural yardımıyla yapmaya çalışmış ve aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

G *:Çözümünü biraz anlatabilir misin?*



$Ö_{34}$ *: Burada bir şeyler düşündüm ama bir yere gitmedi. Çemberin içinde bir üçgen olsun dedim. Çevrel çember çizdim. Burada açıları x, y, z olarak düşündüm. x'in karşısında 2x olur. z'nin karşısında 2z, y'nin karşısında 2y olur çevre açıdan. Sonra buradan geçen doğru burayı (AC) iki eşit parçaya bölsün dedim z, z olsun dedim.*

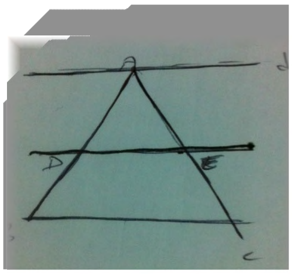
G *:Bunu neye dayanarak söyledin?*

$Ö_{34}$ *:Şöyle bir kural vardı. Kenarları bölen yayı da aynı oranda böler diye bir kuraldan yaptım. Bu ispatı böyle tamamladım.*

Bu öğrencilerden $Ö_{43}$ ise Thales probleminde kanıt sürecini "kum saati kuralı" diye bir kural yardımıyla yapmaya çalışmıştır. Sorulan soruları yanıtlarken de kum saati kuralını gerekçe göstermiş aslında A-A-A benzerlik teoremini kullandığını fark edememiştir. Ayrıca başka bir çözümünü $Ö_{34}$'ün yaptığı gibi doğru olduğunu düşündüğü bir kuralla yapmaya çalışmış ve *"lisedeki kurallardan geldi aklıma"* ifadesini kullanmıştır.

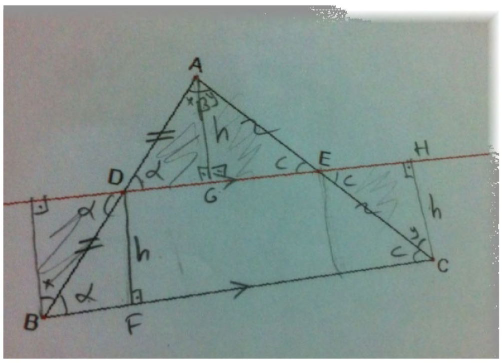
Benzer şekilde, bu öğrencilerden $Ö_{13}$ de Thales probleminde kanıt sürecini doğru olduğunu düşündüğü bir kural yardımıyla yapmaya çalışmış ve aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

G : Çözümü anlatabilir misin?



$Ö_{13}$:A'dan geçen BC'ye paralel bir doğru çizdim. D noktası AB'nin orta noktası olduğu için D noktasından geçen ve her iki doğruya paralel olan DE doğrusu vardır. Bir doğrudan geçen nokta doğrunun orta noktası ise bu doğrudan geçen tüm noktalar da bu iki paralel doğrunun orta noktasıdır ve E noktasının AC'nin orta noktası olduğunu gösterdim.

Öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise matematikteki çıkarımlarının doğruluğunu savunamamadır. Buna göre 2 öğrencinin ($Ö_{18}$,$Ö_{34}$) Thales probleminde yaptıkları açıklamalarda doğruluğundan emin olmadıklarını gösteren ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{18}$ yaptığı çözümü aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:



G :Hangi üçgenler arasında benzerlik kurdun?

$Ö_{18}$ *: $\overset{\Delta}{BDF}$ ile $\overset{\Delta}{DAG}$ arasında. Açılardan da görünüyor zaten uzunluklardan da görünüyor. Diğer tarafta da aynı şeyi yaptım. Biraz simetri mantığından yola çıktım.*

G :Yani bu iki üçgen ($\overset{\Delta}{AGD}$ ve $\overset{\Delta}{BDF}$) birbirinin simetrisi mi dedin?

$Ö_{18}$ *: Simetrisi gibi düşündüm ama öyle olmayabilir.*

G :Düşünebilirsin istersen.

$Ö_{18}$ *:Tam olarak öyle olmasa da dik indirdiğimiz zaman A'dan DE' de bir G noktası aldım dik indirdim. Aynı şekilde GE=EH aldım ve BC'ye H den dik indirdim. Bu ikisinin* ($\overset{\Delta}{AGE}$ *ve* $\overset{\Delta}{EHC}$) *benzer olduğunu gördüm.*

G :O üçgenler benzer mi eş mi? Neden?

$Ö_{18}$ *:Bu üçgenler benzer gibi çünkü açıları eşit kenarları da. Aslında eş de olabilir.*

Öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise genelleme yapamamadır. Bu tema kapsamında "sayısal yaklaşım kullanamama" ve "görsel yaklaşım kullanamama" durumları ele alınmıştır. Buna göre 4 öğrencinin ($Ö_{43}$, $Ö_{18}$, $Ö_{59}$, $Ö_{13}$) örüntü probleminde örüntünün genellenmesinde sayısal yaklaşım kullanamadıkları belirlenmiştir. Örneğin $Ö_{59}$ şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürmüş ancak ardışık terimler arasındaki ilişkiyi kuramamıştır. $Ö_{59}$:

G :Peki oraya bazı sayılar yazmışsın,11, 18, 27….Sence bu sayılar arasında nasıl bir ilişki var?

$Ö_{59}$ *:Bence yok. Tabii ki bir oran var gibi ama tam bir bağlantı kuramayız.*

G :Yani her bir adımdaki kare sayıları arasında herhangi bir ilişki yok mu diyorsun?

$Ö_{59}$ *:Yok diye düşünüyorum. Aslında 3'er 3'er .....*

G :Düşün istersen.

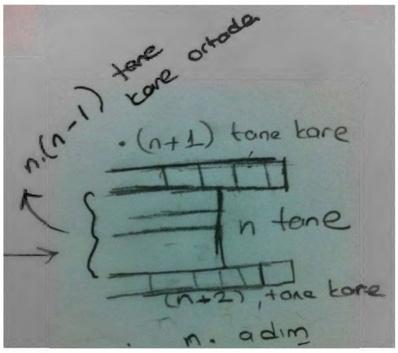
$Ö_{59}$ *:Aslında sadece 2'şer 2'şer artıyor.*

G :Sayılar arasında böyle bir ilişki mi var?

$Ö_{59}$ *:7 artmış, 9 artmış ama yok bir ilişki yok diye düşünüyorum.*

şeklinde açıklamada bulunurken, $Ö_{18}$ de 0.adımda 3 tane, 1.adımda 6 tane,3. adımda 11 tane karo olduğunu, her defasında diğer adıma geçerken tek sayıları kullandığını ancak hep değiştiği için kuralı bulamadığını ifade etmiştir.

Genelleme yapamama kapsamında ele alınan bir diğer durum ise görsel yaklaşım kullanamamadır. Buna göre 3 öğrencinin ($Ö_{18}$, $Ö_9$, $Ö_{59}$,) örüntü probleminde örüntünün genellenmesinde görsel yaklaşım kullanamadıkları belirlenmiştir. Örneğin $Ö_9$ örüntü probleminde şeklin yapısal özelliklerinin dikkate alındığı görsel yaklaşımı kullanarak yapmaya çalıştığı iki çözümde de n.adımda kullanılması gereken karo sayısını bulamamıştır. $Ö_9$ çözümünü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:



$Ö_9$ *: Şu ortadaki kareleri saydım.2 tane , 3 tane, 4 tane kare var. Her seferinde şuradakiler birer artıyor.2. adımda 2 tane arada kare var.3. adımda 3 tane, 4. adımda 4 tane kare var ve n. adımda n tane kare olacağını görebiliriz.2. adımda üstteki karelere baktığımızda 3 tane ,3.adımda 4 tane,n.adımda n+1 tane kare olur.Alta baktığımızda 2.adımda 4 tane,3.adımda 5 tane,n.adımda n+2 tane olacağını gösterdim.*

G *:.... Peki n.adımda kullanılacak kare sayısını yazabilir misin?*

$Ö_9$ *:Aşağıdan yukarı sayarak n tane olduğunu görüyorum zaten o zaman, sola doğru gittiğimde şekilde n-1 tane kare var. O şekilde bulabiliriz. Yani ne oluyor?*

G *:Toplayabilirsin.*

$Ö_9$ *: n.(n-1) tane kare oluyor ortada, üstte n+1, altta n+2 tane*

G *:Toplam kaç kare oldu?*

$Ö_9$ *: Toplam n.(n-1) + n+1 + n+2 =* n^2 *–n+3 tane kare var.(*Yapamadı)

G *:Tamam diğer çözümünde güzel bir şey yazmışsın. Belki onu devam ettirirsen güzel bir çözüm olur. Demişsin ki kareye tamamladığımda* $(n+2)^2$ *şeklinde devam ediyor.*

$Ö_9$ *: Kareye tamamladığımda 2. adımda 4 tane burada 4 tane burada* (oluşan karenin kenarlarını gösteriyor) *adımın iki fazlası kenarımız var.3. adımda da iki fazlamız var.* $(n+2)^2$ *şeklinde devam ediyor.*

G : n. adımda (n+2) ^{2} *tane karemiz mi var?*

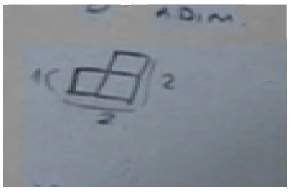
Ö$_{9}$ *: Hayır boşlukları çıkarmamız gerekiyor.*

G : Tamam yapar mısın?

Ö$_{9}$ *: Şu kısmı çıkarmamız gerekiyor. Yani üst kısımdan iki, alt kısımdan iki sol üstten bir kare çıkarılacak diyebiliriz. Geriye kalan şekil n.adım olur.eeee..Bunu bu kadar yapabildim.*

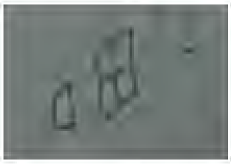
Şekil 8'de görüldüğü gibi öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise özelleştirme yapamamadır. Buna göre 3 öğrencinin (Ö$_{9}$,Ö$_{18}$, Ö$_{59}$) örüntü probleminde, örüntünün 0. adımını hatalı oluşturdukları belirlenmiştir. Bu öğrencilerden Ö$_{18}$ aşağıdaki şekilde açıklamada bulunmuştur:

Ö$_{18}$ *:Ben nasıl yazdım bunu eee bir dakika. Tek tek saydım ben bunu 0.adımdaki yapıyı çizdim.1.adımı çizdim. Birinci adımda iki cm yükselecek* (İlk sütunu gösterdi) *altta 3 kare olacak üstte iki kare olacak. Şuradaki şeyden dolayı kareden nasıl diyeyim ben bunu şuradaki uzaklık var ya 2birim* (İkinci adımın ortasını gösterdi) *o zaman birinci adımda bir birim olacak 0.adımda da araya girmiş olacak.*



Şekil 8'de görüldüğü gibi öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise fraktalla örüntüyü karıştırmadır. Buna göre 2 öğrencinin (Ö$_{34}$, Ö$_{18}$) örüntü probleminde, fraktalla örüntüyü karıştırdıkları belirlenmiştir. Öğrencilerden Ö$_{18}$ açıklaması örnek olarak sunulabilir:

Ö$_{18}$ *Soru biraz zor. Hani 0.adım falan deyince. Şu şekiller alışılmışın dışında. Normalde ne olur bir fraktal verilir.*(Bir şekil çizdi). *Oradaki sayılar hep belli bir örüntüde gidiyordur ama bu farklı.*



Bu öğrencilerden Ö$_{34}$ de Ö$_{18}$'in açıklamasına benzer bir açıklama yapmıştır:

G :*Sence bu soruya tek bir çözüm yapmanın nedeni ne olabilir?*

Ö$_{34}$:*7. Sınıfta fraktal konusunda pek hocalarımız işlemedi, zaman kalmamıştı o yüzden olabilir.*

Şekil 8'de görüldüğü gibi öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise problemde görsel temsil kullanamamadır. Buna göre 6 öğrencinin (Ö$_{9}$,Ö$_{13}$,Ö$_{18}$,Ö$_{34}$,Ö$_{43}$,Ö$_{59}$) marmelat probleminde görsel temsil kullanamadığı belirlenmiştir. Bu öğrencilerden Ö$_{9}$'un ifadesi aşağıda verilmiştir:

G :*Bu soruyla ilgili söylemek istediğin başka bir şey var mı?*

Ö$_{9}$:Sınavlarda sorulabilir bu soru bence, ortaokul öğrencisi için. Şekil çizerek yapılabilirler bence x kullanmadan.

G :*Sen şekil çizerek yapabilir misin?*

Ö$_{9}$:(Düşündü). Eee *çok zor olur. Kavanoz sayısını bilemediğimiz öyle yapılamaz. Nasıl anlatılabilir ki? Bir fikrim yok. O zaman ortaokul öğrencisi için zor bir soru olmuş.*

Öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise problemi değerlendirememedir. Buna göre 6 öğrencinin (Ö$_{9}$, Ö$_{13}$, Ö$_{18}$, Ö$_{34}$, Ö$_{43}$, Ö$_{59}$) marmelat probleminde, problemin çözümünü yaptıktan sonra doğruluğunu kontrol etmedikleri belirlenmiştir.

Öğrencilerin alan bilgisinden kaynaklanan belirlenen eksiklikler kapsamında yer alan bir diğer durum ise özel yapı oluşturmaya çalışmadır. Buna göre 1 öğrencinin (Ö$_{43}$) yamuğun alan probleminde özel yapı oluşturmaya çalıştığı belirlenmiştir. Ö$_{43}$ çözümünü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

G :*Yapmaya çalıştığın çözümü anlatır mısın?*

Ö$_{43}$: Simetrisini çizip altıgen oluşturmaya çalıştım. Ama yamuğun kenarları eşit olmadığı için o kenarları bıraktım. İkizkenar olsaydı olabilirdi ama bununla bunun eşit olacağını bilmiyoruz.(AB ile AB'nin simetrisini gösterdi)

G :Bu soruyla ilgili söylemek istediğin bir şey var mı?

Ö$_{43}$:Bu soruya aslında daha fazla çözüm olabilir. Ama benim aklıma gelmedi. Paralelkenar elde etmeye çalıştım, çokgenlerden gittim hani onları düşündüm. Belki çember de olabilirdi ama çemberin nasıl olacağını gösteremedim. İkizkenar olmadığı için çemberi kullanamadım. Çemberi kullanabilmem için ikizkenar olması gerekirdi. O yüzden bu kadar çözüm yaptım.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen bulguların ilişkili araştırmalar ile tartışılmasına, ortaya çıkan sonuçlara ve uygulama ile ileride yapılabilecek benzer nitelikteki araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

Sonuç

Araştırmadan elde edilen sonuçlar, lisans eğitimine yeni başlayan üniversite öğrencilerinin çok çözümlü problemlerde kullandıkları çözüm stratejileri, matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesi, çok çözüm üretememe nedenleri ve problemleri çözme sürecinde belirlenen eksiklikler dikkate alınarak bütünleştirilmiştir.

Çok Çözümlü Problemlere İlişkin Sonuçlar

- Araştırmada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun problemlere ilişkin çok çözüm yolu üretemedikleri belirlenmiştir. Thales probleminde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun 3 ve daha az çözüm yolu, örüntü probleminde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun 2 ve daha az çözüm yolu, marmelat probleminde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun 2 ve daha az çözüm yolu, yamuğun alan probleminde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun 4 ve daha az çözüm yolu üretebildikleri belirlenmiştir.
- Problemlerde, çözüm sayısı yani akıcılık puanı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının arttığı görülmüştür.
- Thales probleminde bir öğrencinin en az 1 çözüm, en fazla 8 çözüm yaptığı, örüntü probleminde 14 öğrencinin problemi doğru yanıtlayamadığı ve bir öğrencinin en fazla 5 çözüm yaptığı, marmelat probleminde 4 öğrencinin problemi doğru yanıtlayamadığı ve bir öğrencinin en fazla 4 çözüm yaptığı, yamuğun alan probleminde bir öğrencinin en az 1 çözüm, en fazla 8 çözüm yaptığı belirlenmiştir.
- Öğrencilerin çoğunun üretebildikleri çözüm yolu sayısı az ancak çözüm çeşitliliği fazladır. Thales probleminde, uzman çözüm alanında belirlenen 17 farklı çözümden 14'ü, örüntü probleminde uzman çözüm alanında belirlenen 10

farklı çözüm, marmelat probleminde uzman çözüm alanında belirlenen 10 farklı çözümden 9'u, yamuğun alan probleminde ise uzman çözüm alanında belirlenen 11 farklı çözüm öğrenciler tarafından kullanılmıştır.

- Thales probleminde, öğrencilerin en çok kullandıkları çözüm stratejisinin, ders kitaplarında ve yardımcı kitaplarda da çok sık karşılaşılan bir çözüm olan Grup 1 olduğu, öğrencilerin en az kullandıkları çözüm stratejisinin ise Grup 4 olduğu belirlenmiştir. Örüntü probleminde öğrencilerin en çok kullandıkları çözüm stratejisinin Çözüm 5.1., en az kullandıkları çözüm stratejisinin ise Grup 3 olduğu belirlenmiştir. Marmelat probleminde öğrencilerin en çok kullandıkları çözüm stratejisinin Çözüm 3.2., en az kullandıkları çözüm stratejisinin ise Grup 1 olduğu belirlenmiştir. Yamuğun alan probleminde öğrencilerin en çok kullandıkları çözüm stratejisinin Çözüm 1,3., en az kullandıkları çözüm stratejisinin ise Grup 6. olduğu belirlenmiştir.
- Yapılan doğru çözümlerin sayısı, akıcılık puanı olarak alındığı için öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun akıcılık puanları, Thales probleminde 1 ile 3 puan aralığında, örüntü ve marmelat probleminde 1 ile 2 puan aralığında, yamuğun alan probleminde ise 1 ile 4 puan aralığında değiştiği belirlenmiştir.
- Esneklik, bir çözümden farklı bir çözüme geçebilmeyi ifade ettiği için (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009), öğrencilerin akıcılık puanlarının düşük olması esneklik puanlarının düşük olmasına neden olmuştur. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun esneklik puanlarının, Thales probleminde 10 ile 30 puan aralığında, örüntü ve marmelat probleminde 0 ile 20 puan aralığında, yamuğun alan probleminde ise 10 ile 31 puan aralığında değiştiği belirlenmiştir.
- Orijinallik, bir probleme geleneksel olmayan çözümler üretebilmeyi ifade ettiği için (Levav-Waynberg ve Leikin, 2009), öğrencilerin akıcılık puanlarının düşük olması orijinallik puanlarının düşük olmasına neden olmuştur. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun orijinallik puanlarının, Thales probleminde 0,1 ile 10,1 puan aralığında, örüntü ve marmelat probleminde 0 ile 11 puan aralığında yamuğun alan probleminde ise 0,1 ile 21,1 puan aralığında değiştiği görülmüştür.
- Bu araştırmada matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterleri kullanıldığı için, öğrencilerin büyük bir

çoğunluğunun akıcılık, esneklik ve orijinallik puanlarının düşük olması matematiksel yaratıcılık puanlarının da düşük olmasına neden olmuştur. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun matematiksel yaratıcılık puanlarının, Thales probleminde 1 ile 400 puan aralığında, örüntü ve marmelat probleminde 0 ile 220 puan aralığında, yamuğun alan probleminde ise 1 ile 603 puan aralığında değiştiği belirlenmiştir.

- Öğrencilerin yaptıkları çözüm sayıları ve aldıkları puanlar incelediğinde, Thales ve yamuğun alan problemlerinde, örüntü ve marmelat problemlerinden daha fazla çözüm yapıldığı ve daha fazla puan alındığı görülmüştür. Bu durum geometrinin çok çözüm yapmak için daha uygun olduğunun göstergesi olarak düşünülebilir.
- Problemlerde bazı öğrencilerin, kendilerinden daha fazla çözüm yapan ya da kendileriyle eşit sayıda çözüm yapan öğrencilerden daha yüksek matematiksel yaratıcılık puanı aldıkları görülmüştür. Bu durumun daha orijinal çözümler yapmaktan kaynaklandığı belirlenmiştir.
- Thales probleminde en yüksek puanı alan öğrencinin örüntü ve yamuk problemlerinde de en çok çözüm yapan öğrencilerden olduğu ve örüntü probleminde en yüksek puanı aldığı görülmüştür. Ancak bu öğrencinin aynı başarıyı marmelat probleminde gösteremediği görülmüştür. Marmelat probleminden en yüksek puanı alan öğrencinin ise örüntü probleminde de yüksek puan aldığı ancak geometri problemlerinde aynı başarıyı gösteremediği görülmüştür.
- Öğrencilerin yaptıkları çözümlerin doğruluğu incelendiğinde, Thales ve yamuğun alan probleminde 76 öğrencinin tamamının doğru yanıt verdiği, örüntü problemine 62 öğrencinin marmelat problemine ise 72 öğrencinin doğru yanıt verdiği görülmüştür. Sorulan problemlerin zor olmaması nedeniyle çıkan bu sonuç sürpriz değildir. Ancak dikkat çekici olan doğru yanıt veren öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının arasındaki farkın fazla olmasıdır.
- Thales probleminde 1 çözüm yapan öğrenci sayısının 17, 8 çözüm yapan öğrenci sayısının 1 olduğu görülmüştür. Örüntü probleminde 5 çözüm yapan öğrenci sayısının 1 olduğu görülmüştür. Marmelat probleminde 4 çözüm yapan öğrenci sayısının 1 olduğu görülmüştür. Yamuğun alan probleminde 1 çözüm

yapan öğrenci sayısının 4, 8 çözüm yapan öğrenci sayısının 3 olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin Çok Çözüm Üretememe Nedenlerine ve Belirlenen Eksikliklere İlişkin Sonuçlar

- Öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşlerinin, kanıt gerektiren sorulara alışkın olmama, lisedeki kabuller, örüntü kavramına alışkın olmama, probleme uygun strateji seçememe, görsel temsil kullanamama, problemi zor bulma, genelleme yapamama ve ön bilgi eksikliği olduğu belirlenmiştir. Bu öğrencilerden bazılarının, kanıtın dilini ve mantığını kullanmadığı, bazı öğrencilerin formülleri ezberlediği ve kuralları kendine göre oluşturduğu, bazı öğrencilerin matematikteki çıkarımlarının doğruluğu savunamadıkları, bazılarının örüntünün genellenmesinde sayısal yaklaşımı bazılarının ise görsel yaklaşımı kullanmadıkları saptanmıştır. Ayrıca öğrencilerden bazılarının özelleştirme yapamadıkları, fraktalla örüntüyü karıştırdıkları, problemde görsel temsil kullanamadıkları, problemi değerlendirmedikleri ve özel yapı oluşturmaya çalıştıkları saptanmıştır.

Tartışma

Araştırmada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun problemlere ilişkin çok çözüm yolu üretemedikleri belirlenmiştir. Ancak, uzman çözüm alanları ile öğrencilerin kişisel çözüm alanları karşılaştırıldığında, Thales probleminde 17 farklı çözümden 14'ünün, örüntü probleminde 10 farklı çözümden 10'unun, marmelat probleminde 10 farklı çözümden 9'unun, yamuğun alan probleminde 11 farklı çözümden 11'inin kullanıldığı saptanmıştır. Bu durum, birden fazla çözüm yapmaya uygun olan problemlerde, problemi çözerken hangi yaklaşımın seçileceği konusunda çözücünün özgür bırakılması durumunda öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini keşfedebileceklerinin göstergesidir.

Araştırmada, çok çözüm yapan matematiksel yaratıcılık puanları yüksek öğrencilerin, çözüm yolu üretirken matematiğin farklı teoremlerini, farklı kavramlarını, kullanabilmeleri, farklı kavramlar ve bu kavramların özellikleri arasında yeni bir çözüm ortaya koyabilmek için ilişkilendirme yapabilmeleri, iyi bir matematiksel temel ile mümkün olabilir.

Aynı zamanda bu araştırmada uzman çözüm alanındaki çözüm stratejilerinin gruplandırılması esneklik puanını belirlemek için yapılmıştır. Bu gruplandırmanın temelinde, farklı matematiksel kavramlar, aynı matematiksel kavramın farklı özellikleri, farklı temsiller ya da farklı teoremler yatmaktadır. Bu nedenle esneklik puanının yüksek olması da iyi bir matematiksel temel ve problem çözme becerisi ile mümkün olabilir. Bununla birlikte araştırmada çok çözüm yapamayan yaratıcılık puanı düşük olan öğrencilerle yapılan klinik görüşmede öğrencilerin çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşleri incelendiğinde, bazılarının kanıt gerektiren sorulara alışkın olmadıklarını, bilgi eksiklikleri olduğunu, örüntü kavramına alışkın olmadıklarını, genelleme yapamadıklarını, probleme uygun stratejiyi seçemediklerini, görsel temsil kullanamadıklarını söyledikleri, belirlenmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin, kanıtın dilini ve mantığını kullanmama, örüntünün genellenmesinde sayısal yaklaşımı ve görsel yaklaşımı kullanmama, özelleştirme yapamama, fraktalla örüntüyü karıştırma, formülleri ezberleme ve kuralları kendilerine göre oluşturma, görsel temsil kullanamama gibi eksiklikleri olduğu belirlenmiştir. Bu bulgulardan, iyi bir matematiksel temel ve problem çözme becerisi ile çok çözüm yapmanın ve matematiksel yaratıcılığın ilişkili olduğu sonucu çıkarılabilir. Bu sonuç, Tabach ve Friedlander (2013)'in çalışmalarında, matematiksel bilgi arttıkça çözüm yöntemlerinin sayısının ve yaratıcılık seviyesinin arttığı sonucu ile paralellik göstermektedir. Benzer şekilde, Levav-Waynberg ve Leikin (2012), çok çözümlü problemler kullanarak öğrencilerin geometri problemlerini çözme performanslarını değerlendirdikleri araştırmalarında matematiksel bilgi ile yaratıcılık arasında ilişki olduğunu ve yaratıcılığın bileşenlerinden esnek düşünebilmenin matematiksel bilgi ile ilişkisinin diğer bileşenlere göre daha fazla olduğu belirlemişlerdir. Benzer şekilde, Sonmaz (2002), problem çözme becerisiyle yaratıcılık arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçladığı araştırmasında, yüksek problem çözme becerisine sahip öğrencilerin yaratıcılığının diğer öğrencilerden anlamlı derece farklı olduğu bulgusuna ulaşmıştır.

Araştırmada bazı öğrencilerin, kendilerinden daha fazla çözüm yapan ya da kendileriyle eşit sayıda çözüm yapan öğrencilerden daha yüksek matematiksel yaratıcılık puanı aldıkları görülmüş ve bu durumun daha orijinal çözümler yapmaktan kaynaklandığı belirlenmiştir. Bu bulgu, Levav-Waynberg ve Leikin (2012)' in yaratıcılık puanı ile akıcılık, esneklik ve orijinallik puanları arasındaki ilişkiyi inceledikleri araştırmalarında, yaratıcılığın en önemli bileşeninin orijinallik olduğu bulgusu ile paralellik göstermektedir.

Araştırmada öğrencilerin çoğunun problemlere doğru yanıt verdiği, ancak problemleri doğru çözen öğrenciler karşılaştırıldığında, matematiksel yaratıcılık puanları arasındaki önemli bir farkın olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu, Levav-Waynberg ve Leikin (2012)'in çok çözümlü problemlerin, matematiksel bilginin ve yaratıcılığın gelişiminde oynadığı rolü inceledikleri araştırmalarında, sorulan soruların yanıtlarının doğruluğu bakımından deney ve kontrol grupları arasında belirgin bir fark olmadığı ancak matematiksel yaratıcılık puanları arasındaki farkın anlamlı düzeyde olduğu bulgusu ile paralellik göstermektedir. Benzer şekilde, Leikin ve Lev (2013), akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterleri bakımından, üstün zekâlı öğrencilerle matematik başarısı üst düzeyde olan öğrenciler ve matematik başarısı üst düzeyde olan öğrencilerle matematik başarısı orta düzeyde olan öğrenciler arasında önemli farkın olduğu ancak üç grubun doğruluk kriteri bakımından aralarında önemli bir farkın olmadığı bulgusuna ulaşmışlardır. Ayrıca öğrencilere sordukları problemlerden sadece çok çözümlü "Jam" problemi gruplar arasındaki farklılığı ortaya çıkarmıştır. Bu araştırmada sorulan marmelat problemi "Jam" probleminden uyarlanmıştır.

Bu araştırmada öğrencilerin çoğunun çok çözüm yapamadıkları göz önüne alındığında bunun aldıkları eğitimden kaynaklandığı söylenebilir. Yenilenen ve ileri eğitim sistemlerinde matematiksel düşünmenin ne kadar önemli olduğu dikkate alındığında, işlemleri öğrenmenin ve problemleri çözerken kısa yoldan, hızlı bir şekilde sonuca ulaşmaktansa, kavramları öğrenmenin ve yaratıcı stratejileri kullanarak rutin olmayan çok çözümlü problemleri çözmenin de geçerli olduğu eğitim sistemine ihtiyaç duyulduğu söylenebilir. Öğrencilerin problemlere birden fazla çözüm yapabilme becerisi ve alışkanlığı kazanmalarında, derslerinde bu uygulamalara yer veren öğretmenlerin çok büyük bir etkisinin olduğu söylenebilir. Levav-Waynberg ve Leikin (2008), araştırmalarında, bir probleme çok çözüm yapmaya alışkın olmayan ve çok çözüm yapamayan öğretmenlerin çok çözümlü problemler odaklı kurstan sonra problemlere çok çözüm yapabilme konusunda başarılarının anlamlı bir düzeyde arttığı ve derslerinde bu uygulamalara yer verdikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Thales probleminde, 76 öğrenciden 61'inin kullandığı çözüm stratejisinin, okullarda çok kullanılan, ders kitaplarında ve yardımcı kitaplarda da çok sık karşılaşılan bir çözüm olduğu dikkate alınırsa öğretmenlerin ve kitapların matematiğinin öğrencileri ne kadar etkilediği düşünülebilir. Ayrıca birçok öğrencinin çok çözüm, kanıt ya da genelleme yapamadıklarını lisede aldıkları eğitime bağladıkları göz önüne alındığında, öğretmenlerin derslerinde seçtikleri problemlerin, etkinliklerin, matematiksel düşünme ya da matematiksel yaratıcılığa yükledikleri anlamların öğrencilerin öğrenmelerini ne kadar etkilediği düşünülebilir. Bu nedenle matematik derslerinin öğrencilerin, öğrenci merkezli aktiviteler yardımıyla yaratıcı düşünme becerileri kazanmalarını desteklemesi gerektiğinin de dikkate alınması yararlı olabilir. Lev-Zamir ve Leikin (2011), öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri kazanabilmelerinin ancak yaratıcılığa önem veren öğretmenler tarafından gerçekleşebileceğini ve bunun için de önce öğretmenlerin yaratıcılık kavramlarının anlaşılması gerektiğini düşünmektedirler. Araştırmalarında yaratıcılığı öğretmen merkezli düşünenlerin matematik öğretimindeki yaratıcılığı öğretmenlerin yaptığı yaratıcı aktiviteler olarak, öğrenci merkezli düşünenlerin ise matematik öğretimindeki yaratıcılığı öğrencilerin yaratıcılıklarının gelişmesi için sunulan fırsatlar olarak gördüklerini belirlemişlerdir.

Öneriler

Araştırma sonuçlarına dayalı olarak geliştirilen öneriler; “Uygulamaya Yönelik Öneriler” ve “Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler” olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Öğrencilerin çoğunun çok çözüm üretememesi göz önüne alınırsa, öğretmenlere çok çözümlü problemlere yönelik bilgilendirici hizmet içi eğitim verilebilir. Dolayısıyla hizmet içi eğitimden sonra öğretmeler derslerinde çok çözümlü problem uygulamalarına yer verebilirler.
- Çok çözümlü problemlerin, problem çözme sürecinde öğrencilerin kullandığı düşünsel becerilerin incelenmesine imkân tanıdığı göz önüne alınırsa, öğretmeler çok çözümlü problemleri alternatif bir değerlendirme yöntemi olarak kullanabilirler.
- Öğrenciler, çok çözümlü problemleri kendilerini değerlendirmede kullanabilirler.

- Çok çözüm yolu içeren problemlere yönelik kaynaklar hazırlanabilir.

Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Lisans öğrenimine yeni başlayan ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin, çok çözümlü problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerinin, matematiksel yaratıcılıklarının, çok çözüm üretememe nedenlerine ilişkin görüşlerinin ve problem çözme sürecinde ortaya çıkan eksikliklerin belirlendiği bu araştırma, diğer eğitim basamaklarında da yapılabilir.
- Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının çok çözümlü problemler aracılığıyla geliştirmesine ilişkin araştırmalar desenlenebilir.
- Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının çok çözümlü problemler aracılığıyla değerlendirilmesine ilişkin nicel araştırmalar desenlenebilir.

EKLER

EK-1.Thales Problemi İçin Kişisel Çözüm Alanlarının Değerlendirilmesi

Öğrenci	Çözümün Çeşidi	Doğru Çözümlerin Sayısı (Akıcılık)	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık Puanı
$Ö_1$	1 2.2	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_2$	1 5 3.1.	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 10 1 Toplam=11,1	1 100 10 Toplam=111x3=333
$Ö_3$	1 7.2. 7.2.	3	10 10 0,1 Toplam=20,1	0,1 1 1 Toplam=2,1	1 10 0,1 Toplam=11,1x3=33,3
$Ö_4$	2.2. 3.2. 7.2.	3	10 10 10 Toplam=30	1 10 1 Toplam=12	10 100 10 Toplam=120x3=360
$Ö_5$	2.1 1 4 2.2.	4	10 10 10 1 Toplam=31	1 0,1 10 1 Toplam=12,1	10 1 100 1 Toplam=112x4=448
$Ö_6$	7.2.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_7$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_8$	1 3.1. 3.2	3	10 10 1 Toplam=21	0,1 1 10 Toplam=11,1	1 10 10 Toplam=21x3=63
$Ö_9$	2.1.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{10}$	1 7.2.	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_{11}$	1 3.3. 1 3.3	4	10 10 0,1 0,1 Toplam=20,2	0,1 10 0,1 10 Toplam=20,2	1 100 0,01 1 Toplam=102,01x4 =408,04

$Ö_{12}$	7.2. 3.1. 1	3	10 10 10 Toplam=30	1 1 0,1 Toplam=2,2	10 10 1 Toplam=21x3=63
$Ö_{13}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{14}$	1 3.1. 3.3 2.2.	4	10 10 1 10 Toplam=31	0,1 1 10 1 Toplam=12,1	1 10 10 10 Toplam=31x4=124
$Ö_{15}$	7.1. 7.2. 3.2.	3	10 1 10 Toplam =21	10 1 10 Toplam=21	100 10 100 Toplam=210x3=630
$Ö_{16}$	1 3.1. 5 8	4	10 10 10 10 Toplam=40	0,1 1 10 10 Toplam=21,1	1 10 100 100 Toplam=211x4=844
$Ö_{17}$	1 6.	2	10 10 Toplam=20	0,1 10 Toplam=10,1	1 100 Toplam=101x2=202
$Ö_{18}$	1 8	2	10 10 Toplam=20	0,1 10 Toplam=10,1	1 100 Toplam=101x2=202
$Ö_{19}$	3.1.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{20}$	1 3.1	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_{21}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{22}$	1 3.1. 3.1.	3	10 10 0,1 Toplam=20,1	0,1 1 1 Toplam=2,1	1 10 0,1 Toplam=11,1x3=33,3
$Ö_{23}$	1 3.1 2.1.	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 1 1 Toplam=2,1	1 10 10 Toplam=20,1x3=60,3
$Ö_{24}$	3.3.	1	10 Toplam=10	10 Toplam=10	100 Toplam=100x1=100
$Ö_{25}$	3.1.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{26}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1

Ö$_{27}$	1 2.2. 7.2	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 1 1 Toplam=2,1	1 10 10 Toplam=21x3=63
Ö$_{28}$	1 1 7.1.	3	10 0,1 10 Toplam=20,1	0,1 0,1 10 Toplam=10,2	1 0,01 100 Toplam=101,01x3 =303,03
Ö$_{29}$	1 1	2	10 0,1 Toplam=10,1	0,1 0,1 Toplam=0,2	1 0,01 Toplam=1,01x2=2,02
Ö$_{30}$	1 3.1. 6. 2.2. 2.1. 7.2. 3.2. 12.	8	10 10 10 10 1 10 1 10 Toplam=62	0,1 1 10 1 1 1 10 10 Toplam=34,1	1 10 100 10 1 10 10 100 Toplam=242x8=1936
Ö$_{31}$	6. 2.2. 2.1. 6. 3.2.	5	10 10 1 0,1 10 Toplam=31,1	10 1 1 10 10 Toplam=32	100 10 1 1 100 Toplam=212x5=1060
Ö$_{32}$	1 7.2. 7.1.	3	10 10 1 Toplam=21	0,1 1 10 Toplam=11,1	1 10 10 Toplam=21x3=63
Ö$_{33}$	1 1	2	10 0,1 Toplam=10,1	0,1 0,1 Toplam=0,2	1 0,01 Toplam=1,01x2=2,02
Ö$_{34}$	3.3. 12.	2	10 10 Toplam=20	10 10 Toplam=20	100 100 Toplam=200x2=400
Ö$_{35}$	1 8	2	10 10 Toplam=20	0,1 10 Toplam=10,1	1 100 Toplam=101x2=202
Ö$_{36}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{37}$	8. 7.2. 1 3.1.	4	10 10 10 10 Toplam=40	10 1 0,1 1 Toplam=12,1	100 1 1 10 Toplam=112x4=448
Ö$_{38}$	1 2.2.	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22

Ö$_{39}$	1 8. 1 2.1. 7.3. 8.	6	10 10 0,1 10 10 0,1 Toplam=40,2	0,1 10 0,1 1 10 10 Toplam=31,2	1 100 0,01 10 100 1 Toplam=212,01x6= 1272,06
Ö$_{40}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{41}$	1 3.1 7.1.	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 1 10 Toplam=11,1	1 10 100 Toplam=111x3=333
Ö$_{42}$	2.1. 3.1. 1 7.1.	4	10 10 10 10 Toplam=40	1 1 0,1 10 Toplam=12,1	10 10 1 100 Toplam=121x4=484
Ö$_{43}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1
Ö$_{44}$	3.1.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{45}$	1 3.1. 12.	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 1 10 Toplam=11,1	1 10 100 Toplam=111x3=333
Ö$_{46}$	1 3.3. 3.1	3	10 10 1 Toplam=21	0,1 10 1 Toplam=11,1	1 100 1 Toplam=102x3=306
Ö$_{47}$	1 3.1.	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
Ö$_{48}$	1 3.1. 3.1. 3.3. 6. 2.1.	6	10 10 0,1 1 10 10 Toplam=41,1	0,1 1 1 10 10 1 Toplam=23,1	1 10 0,1 10 100 10 Toplam=131,1x6 =786,6
Ö$_{49}$	1 1 1 5 7.1. 7.2.	6	10 0,1 0,1 10 10 1 Toplam=31,2	0,1 0,1 0,1 10 10 1 Toplam=21,3	1 0,01 0,01 100 100 1 Toplam=201,02x6 =1206,12

Ö$_{50}$	1 3.1. 2.1. 3.3.	4	10 10 10 1 Toplam=31	0,1 1 1 10 Toplam=12,1	1 10 10 10 Toplam=31x4=124
Ö$_{51}$	1 1 3.1 3.2	4	10 0,1 10 1 Toplam=21,1	0,1 0,1 1 10 Toplam=11,2	1 0,01 10 10 Toplam=21,01x4 =84,04
Ö$_{52}$	1. 3.3	2	10 10 Toplam=20	0,1 10 Toplam=10,1	1 100 Toplam=101x2=202
Ö$_{53}$	8. 6. 7.3.	3	10 10 10 Toplam=30	10 10 10 Toplam=30	100 100 100 Toplam=300x3=900
Ö$_{54}$	1. 12. 5	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 10 10 Toplam=20,1	1 100 100 Toplam=201x3=603
Ö$_{55}$	1 2.2. 2.1.	3	10 10 1 Toplam=21	0,1 1 1 Toplam=2,1	1 10 1 Toplam=12x3=36
Ö$_{56}$	1 7.1 3.2. 3.1. 2.2. 5 7.2.	7	10 10 10 1 10 10 1 Toplam=52	0,1 10 10 1 1 10 1 Toplam=33,1	1 100 100 1 10 100 1 Toplam=313x7=2191
Ö$_{57}$	1 2.1. 1	3	10 10 0,1 Toplam=20,1	0,1 1 0,1 Toplam=1,2	1 10 0,01 Toplam=11,01x3 =33,03
Ö$_{58}$	1 1 3.1. 3.1. 7.2.	5	10 0,1 10 0,1 10 Toplam=30,2	0,1 0,1 1 1 1 Toplam=3,2	1 0,01 10 0,1 10 Toplam=21,11x5 =105,55
Ö$_{59}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1
Ö$_{60}$	3.1. 3.2 2.1 3.1	4	10 1 10 0,1 Toplam=21,1	1 1 1 1 Toplam=4	10 1 10 0,1 Toplam=21,1x4=84,4

$Ö_{61}$	1 2.2.	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_{62}$	5 1 12.	3	10 10 10 Toplam=30	10 0,1 10 Toplam=20,1	100 1 100 Toplam=201x3=603
$Ö_{63}$	2.2. 7.2.	2	10 10 Toplam=20	1 1 Toplam=2	10 10 Toplam=20x2=40
$Ö_{64}$	1	1	10 Toplam=10	0,1 Toplam=0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{65}$	7.2.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{66}$	1 3.3. 2.1. 7.2.	4	10 10 10 10 Toplam=40	0,1 10 1 1 Toplam=12,1	1 100 10 10 Toplam=121x4=484
$Ö_{67}$	1 6. 5	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 10 10 Toplam=20,1	1 100 100 Toplam=201x3=603
$Ö_{68}$	7.2. 1	2	10 10 Toplam=20	1 0,1 Toplam=1,1	10 1 Toplam=11x2=22
$Ö_{69}$	1 2.2. 5 2.2. 5	5	10 10 10 0,1 10 Toplam=40,1	0,1 1 10 1 10 Toplam=22,1	1 10 100 0,1 100 Toplam=211,1x5= 1055,5
$Ö_{70}$	2.1.	1	10 Toplam=10	1 Toplam=1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{71}$	1 3.1. 1 1 3.1	5	10 10 0,1 0,1 0,1 Toplam=20,3	0,1 1 0,1 0,1 1 Toplam=2,3	1 10 0,01 0,01 0,1 Toplam=11,12x5 =55,6
$Ö_{72}$	1 1 2.2.	3	10 0,1 10 Toplam=20,1	0,1 0,1 1 Toplam=1,2	1 0,01 10 Toplam=11,01x3= 33,03
$Ö_{73}$	1 5 7.2.	3	10 10 10 Toplam=30	0,1 10 1 Toplam=11,1	1 100 10 Toplam=111x3=333

Ö$_{74}$	1 3.1	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22
Ö$_{75}$	1 1 7.3. 6.	4	10 0,1 10 10 Toplam=30,1	0,1 0,1 10 10 Toplam=20,2	1 0,01 100 100 Toplam=201,01x4 =804,04
Ö$_{76}$	1 7.2	2	10 10 Toplam=20	0,1 1 Toplam=1,1	1 10 Toplam=11x2=22

EK-2. Örüntü Problemi İçin Kişisel Çözüm Alanlarının Değerlendirilmesi

Öğrenci	Çözümün Çeşidi	Doğru Çözümlerin Sayısı (Akıcılık)	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık Puanı
Ö$_1$		0			0
Ö$_2$	4 5.1. 5.3.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 10 Toplam:10,2	1 1 10 Toplam:12x3=36
Ö$_3$	5.2.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam:10x1=10
Ö$_4$	1.1. 5.2.	2	10 10 Toplam:20	10 1 Toplam:11	100 10 Toplam:110x2=220
Ö$_5$	2 4	2	10 10 Toplam:20	1 0,1 Toplam:1,1	10 1 Toplam:11x2=22
Ö$_6$		0			0
Ö$_7$	5.1. 4 5.2.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 1 Toplam:3 x3=9
Ö$_8$	5.1. 4	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_9$		0			0
Ö$_{10}$	4 5.1.	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4

Ö$_{11}$	5.1 5.1.	2	10 0,1 Toplam:10,1	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,01 Toplam:1,01x2=2,02
Ö$_{12}$	2 5.1.	2	10 10 Toplam:20	1 0,1 Toplam:1,1	10 1 Toplam:11x2=22
Ö$_{13}$	5.1	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{14}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{15}$		0			0
Ö$_{16}$	5.1 2	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam:11x2=22
Ö$_{17}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{18}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{19}$	5.1	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{20}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{21}$		0			0
Ö$_{22}$	5.4. 4 1.3.	3	10 10 10 Toplam:30	10 0,1 10 Toplam:20,1	100 1 100 Toplam:201x3=603
Ö$_{23}$	2	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam:10x1=10
Ö$_{24}$	1.2. 5.1.	2	10 10 Toplam:20	10 0,1 Toplam:10,1	100 1 Toplam:101x2=202
Ö$_{25}$	5.1. 4 2	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 10 Toplam:12x3=36
Ö$_{26}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{27}$		0			0
Ö$_{28}$	4 1.1	2	10 10 Toplam:20	0,1 10 Toplam:10,1	1 100 Toplam:101x2=202

$Ö_{29}$		0			0
$Ö_{30}$	5.1. 2 4	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 1 0,1 Toplam:1,2	1 10 1 Toplam:12x3=36
$Ö_{31}$	5.4.	1	10 Toplam:10	10 Toplam:10	100 Toplam:100x1=100
$Ö_{32}$	5.1. 4	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4
$Ö_{33}$	5.1. 4 1.2. 1.3.	4	10 10 10 1 Toplam:31	0,1 0,1 10 10 Toplam:20,2	1 1 100 10 Toplam:112x4=448
$Ö_{34}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{35}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{36}$		0			0
$Ö_{37}$	5.1. 4	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4
$Ö_{38}$		0			0
$Ö_{39}$	5.2. 1.3.	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam:110x2=220
$Ö_{40}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{41}$	4. 5.1.	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4
$Ö_{42}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{43}$	5.1	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{44}$	2 4 5.2	3	10 10 10 Toplam:30	1 0,1 1 Toplam:2,1	10 1 10 Toplam:21x3=63
$Ö_{45}$	5.1. 1.3 5.3.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 10 10 Toplam:20,1	1 100 10 Toplam:111x3=333

Ö$_{46}$		0			0
Ö$_{47}$	2 5.1.	2	10 10 Toplam:20	1 0,1 Toplam:1,1	10 1 Toplam:11x2=22
Ö$_{48}$	5.1 5.1. 4	3	10 0,1 10 Toplam:20,1	0,1 0,1 0,1 Toplam:0,3	1 0,01 1 Toplam:2,01x3=6,03
Ö$_{49}$	4 5.1. 1.2.	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 0,1 10 Toplam:10,2	1 1 100 Toplam:102x3=306
Ö$_{50}$	2	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam:10x1=10
Ö$_{51}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{52}$	4 1.2.	2	10 10 Toplam:20	0,1 10 Toplam:10,1	1 100 Toplam:101x2=202
Ö$_{53}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{54}$	2 5.1. 5.3. 1.3.	4	10 10 1 10 Toplam:31	1 0,1 10 10 Toplam:21,1	10 1 10 100 Toplam:121x4=484
Ö$_{55}$	5.1. 5.2.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_{56}$	5.1. 4 3 1.1. 5.2.	5	10 10 10 10 1 Toplam:41	0,1 0,1 10 10 1 Toplam:21,2	1 1 100 100 1 Toplam:203x5=1015
Ö$_{57}$		0			0
Ö$_{58}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{59}$		0			0
Ö$_{60}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{61}$	5.1. 4	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_{62}$	2 5.4.	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam:110x2=220

Ö$_{63}$		0			0
Ö$_{64}$	4 1.2	2	10 10 Toplam:20	0,1 10 Toplam:10,1	1 100 Toplam:101x2=202
Ö$_{65}$		0			0
Ö$_{66}$	5.4. 5.1. 4	3	10 1 10 Toplam:21	10 0,1 0,1 Toplam:10,2	100 0,1 1 Toplam:101,1x3=303,3
Ö$_{67}$	4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{68}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{69}$	5.1. 4 5.3. 5.2.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 10 1 Toplam:11,2	1 1 10 1 Toplam:13x4=52
Ö$_{70}$	4 2	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam:11x2=22
Ö$_{71}$	5.1.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
Ö$_{72}$	5.1. 5.2.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_{73}$	5.1. 5.2.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_{74}$	4 5.2.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam:2x2=4
Ö$_{75}$	3 4 5.1	3	10 10 10 Toplam:30	10 0,1 0,1 Toplam:10,2	100 1 1 Toplam:102x3=306
Ö$_{76}$	4 1.3 5.2.	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 10 1 Toplam:11,1	1 100 10 Toplam:111x3=333

EK-3. Marmelat Problemi İçin Kişisel Çözüm Alanlarının Değerlendirilmesi

Öğrenci	Çözümün Çeşidi	Doğru Çözümlerin Sayısı (Akıcılık)	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık Puanı
$Ö_1$	2.2. 4	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam:110x2=220
$Ö_2$	2.1. 3.1. 3.1.	3	10 10 0,1 Toplam:20,1	1 1 10 Toplam:12	10 10 1 Toplam=21x3=63
$Ö_3$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_4$	2.1. 6	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam=110x2=220
$Ö_5$	3.1. 3.2.	2	10 1 Toplam:11	1 0,1 Toplam:1,1	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
$Ö_6$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_7$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=100
$Ö_8$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_9$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{10}$	0	0			0
$Ö_{11}$	3.2. 3.2.	2	10 0,1 Toplam:10,1	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,01 Toplam=1,01x2=2,02
$Ö_{12}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{13}$	3.2. 3.1.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam=2x2=4
$Ö_{14}$	2.2 2.1. 6	3	10 1 10 Toplam:21	1 1 10 Toplam:12	10 1 100 Toplam=111x3=333
$Ö_{15}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{16}$	0	0			0

$Ö_{17}$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{18}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{19}$	3.2. 3.2	2	10 0,1 Toplam:10,1	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,01 Toplam=1,01x2=2,02
$Ö_{20}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{21}$	2.3.	1	10 Toplam:10	10 Toplam:10	100 Toplam=100x1=100
$Ö_{22}$	3.2. 2.2.	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_{23}$	2.2 2.2	2	10 0,1 Toplam:10,1	1 1 Toplam:2	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
$Ö_{24}$	3.2. 6	2	10 10 Toplam:20	0,1 10 Toplam:10,1	1 100 Toplam=101x2=202
$Ö_{25}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{26}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{27}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{28}$	2.3. 2.1.	2	10 1 Toplam:11	10 1 Toplam:11	100 1 Toplam=101x2=202
$Ö_{29}$	3.1	1	10 Toplam:10	10 Toplam:10	100 Toplam=100x1=100
$Ö_{30}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{31}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{32}$	2.2. 3.2.	2	10 10 Toplam:20	1 0,1 Toplam:1,1	10 1 Toplam=11x2=22
$Ö_{33}$	3.1	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{34}$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10

$Ö_{35}$	3.1. 6 2.1.	3	10 10 10 Toplam:30	1 10 1 Toplam:12	10 100 10 Toplam=120x3=360
$Ö_{36}$	0	0			0
$Ö_{37}$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{38}$	3.1 2.1.	2	10 10 Toplam:20	1 1 Toplam:2	10 10 Toplam=20x2=40
$Ö_{39}$	2.1. 6	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam=110x2=220
$Ö_{40}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam:1x1=1
$Ö_{41}$	3.2. 2.1.	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam=11x2=22
$Ö_{42}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{43}$	3.2. 3.2. 2.1.	3	10 0,1 10 Toplam:20,1	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 0,01 10 Toplam=11,01x3=33,03
$Ö_{44}$	0	0			0
$Ö_{45}$	2.2.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{46}$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
$Ö_{47}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{48}$	3.2. 3.2.	2	10 0,1 Toplam:10,1	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,01 Toplam=1,01x2=2,02
$Ö_{49}$	2.2. 3.2.	2	10 10 Toplam:20	1 0,1 Toplam:1,1	10 1 Toplam=11x2=22
$Ö_{50}$	3.1. 3.2.	2	10 1 Toplam:11	1 0,1 Toplam:1,1	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
$Ö_{51}$	3.2. 2.2	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam=11x2=22

Ö$_{52}$	3.2. 2.1. 2.2	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 1 1 Toplam:2,1	1 10 1 Toplam=12x3=36
Ö$_{53}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{54}$	2.2 5.2. 2.1. 2.3.	4	10 10 1 1 Toplam:22	1 10 1 10 Toplam:22	10 100 1 10 Toplam=121x4=484
Ö$_{55}$	6 5.2 3.2.	3	10 10 10 Toplam:30	10 10 0,1 Toplam:20,1	100 100 1 Toplam=201x3=603
Ö$_{56}$	3.2. 2.2.	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam=11x2=22
Ö$_{57}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{58}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{59}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{60}$	2.2 3.2. 2.1.	3	10 10 1 Toplam:21	1 0,1 1 Toplam:2,1	10 1 1 Toplam=12x3=36
Ö$_{61}$	3.2.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{62}$	3.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=1
Ö$_{63}$	2.2 6 6	3	10 10 1 Toplam:21	1 10 10 Toplam:21	10 100 10 Toplam=120x3=360
Ö$_{64}$	4. 2.1. 5.2.	3	10 10 10 Toplam:30	10 1 10 Toplam:21	100 10 100 Toplam=210x3=630
Ö$_{65}$	3.1	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{66}$	2.2	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{67}$	3.2. 3.1.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam=2x2=4

Ö$_{68}$	3.2	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{69}$	2.1. 2.2. 2.2.	3	10 1 0,1 Toplam:11,1	1 1 1 Toplam:3	10 1 0,1 Toplam=11,1x3=33,3
Ö$_{70}$	2.2.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{71}$	2.1. 5.2	2	10 10 Toplam:20	1 10 Toplam:11	10 100 Toplam=110x2=220
Ö$_{72}$	2.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{73}$	3.2. 2.2.	2	10 10 Toplam:20	0,1 1 Toplam:1,1	1 10 Toplam=11x2=22
Ö$_{74}$	1 2.2	2	10 10 Toplam:20	10 1 Toplam:11	100 10 Toplam=110x2=220
Ö$_{75}$	4. 2.1.	2	10 10 Toplam:20	10 1 Toplam:11	100 10 Toplam=110x2=220
Ö$_{76}$	2.2 2.2.	2	10 0,1 Toplam:10,1	1 1 Toplam:2	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2

EK-4. Yamuğun Alan Problemi İçin Kişisel Çözüm Alanlarının Değerlendirilmesi

Öğrenci	Çözümün Çeşidi	Doğru Çözümlerin Sayısı (Akıcılık)	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık Puanı
Ö$_{1}$	1.3. 1.2. 1.3.	3	10 1 0,1 Toplam:11,1	0,1 1 0,1 Toplam:1,2	1 1 0,01 Toplam=2,01x3=6,03
Ö$_{2}$	1.3. 5.2.	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam=2x2=4
Ö$_{3}$	1.1.	1	10 Toplam:10	1 Toplam:1	10 Toplam=10x1=10
Ö$_{4}$	1.1. 1.3. 5.2.	3	10 1 10 Toplam:21	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 0,1 1 Toplam=11,1x3=33,3

Ö$_{5}$	1.1. 1.4 1.3. 5.2. 4	5	10 1 1 10 10 Toplam:32	1 0,1 0,1 0,1 10 Toplam:11,3	10 0,1 0,1 1 100 Toplam=111,2x5=556
Ö$_{6}$	1.3. 5.2. 1.4.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 0,1 Toplam:0,3	1 1 0,1 Toplam=2,1x3=6,3
Ö$_{7}$	1.3. 1.4 1.2.	3	10 1 1 Toplam:12	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 0,1 1 Toplam=2,1x3=6,3
Ö$_{8}$	5.2. 1.4. 4	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 0,1 10 Toplam:10,2	1 1 100 Toplam=102x3=306
Ö$_{9}$	1.3. 3	2	10 10 Toplam:20	0,1 10 Toplam:10,1	1 100 Toplam=101x2=202
Ö$_{10}$	1.3.	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
Ö$_{11}$	1.3. 1.4. 5.3.	3	10 1 10 Toplam:21	0,1 0,1 10 Toplam:10,2	1 0,1 100 Toplam=101,1x3=303,3
Ö$_{12}$	1.3. 5.2. 1.4 3 1.4	5	10 10 1 10 0,1 Toplam:31,1	0,1 0,1 0,1 10 0,1 Toplam:10,4	1 1 0,1 100 0,01 Toplam=102,11x5 =510,55
Ö$_{13}$	1.1. 1.3.	2	10 1 Toplam:11	1 0,1 Toplam:1,1	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
Ö$_{14}$	1.3. 5.2. 5.1. 1.4	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 1 0,1 Toplam:1,3	1 1 1 0,1 Toplam=3,1x4=12,4
Ö$_{15}$	5.2. 5.1.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:1,1	1 1 Toplam=2x2=4
Ö$_{16}$	1.3. 5.2. 1.3. 2	4	10 10 0,1 10 Toplam:30,1	0,1 0,1 0,1 10 Toplam:10,3	1 1 0,01 100 Toplam=102,01x4= 408,04

$Ö_{17}$	1.1. 1.1.	2	10 0,1 Toplam:10,1	1 1 Toplam:2	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
$Ö_{18}$	1.4 1.3.	2	10 1 Toplam:11	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,1 Toplam=1,1x2=2,2
$Ö_{19}$	1.3. 5.2. 1.1.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 1 Toplam=3x3=9
$Ö_{20}$	1.3. 5.2. 1.4 1.4 5.1. 1.2.	6	10 10 1 0,1 1 1 Toplam:23,1	0,1 0,1 0,1 0,1 1 1 Toplam:2,4	1 1 0,1 0,01 1 1 Toplam=4,11x6=24,66
$Ö_{21}$	1.2. 1.4	2	10 1 Toplam:11	1 0,1 Toplam:1,1	10 0,1 Toplam=10,1x2=20,2
$Ö_{22}$	1.3. 1.2. 5.1.	3	10 1 10 Toplam:21	0,1 1 1 Toplam:2,1	1 1 10 Toplam=12x3=36
$Ö_{23}$	1.3. 5.2. 1.4 1.2	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 0,1 1 Toplam:1,3	1 1 0,1 1 Toplam=3,1x4=12,4
$Ö_{24}$	1.3. 5.2. 1.4 5.2.	4	10 10 1 0,1 Toplam:21,1	0,1 0,1 0,1 0,1 Toplam:0,4	1 1 0,1 0,01 Toplam=2,11x4=8,44
$Ö_{25}$	5.2. 1.4	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam=2x2=4
$Ö_{26}$	1.3. 5.2	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam=2x2=4
$Ö_{27}$	1.3. 5.2. 1.1. 1.4	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 1 0,1 Toplam:1,3	1 1 1 0,1 Toplam=3,1x4=12,4
$Ö_{28}$	1.4 1.3. 3.	3	10 1 10 Toplam:21	0,1 0,1 10 Toplam:10,2	1 0,1 100 Toplam=101,1x3=303,3

$Ö_{29}$	5.2. 1.3. 1.4	3	10 10 1 Toplam:22	0,1 0,1 0,1 Toplam:0,3	1 1 0,1 Toplam=2,1x3=6,3
$Ö_{30}$	1.3. 5.2. 5.1. 3 1.4	5	10 10 1 10 1 Toplam:32	0,1 0,1 1 10 0,1 Toplam:11,3	1 1 1 100 0,1 Toplam=103,1x5= 515,5
$Ö_{31}$	1.3. 1.2. 5.1. 1.4 2	5	10 1 10 1 10 Toplam:32	0,1 1 1 0,1 10 Toplam:12,2	1 1 10 0,1 100 Toplam=112,1x5=560,5
$Ö_{32}$	1.3. 5.1. 5.2. 1.2.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 1 0,1 1 Toplam:2,2	1 10 0,1 1 Toplam=12,1x4=48,4
$Ö_{33}$	1.3. 1.4	2	10 1 Toplam:11	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,1 Toplam=1,1x2=2,2
$Ö_{34}$	1.3. 1.1.	2	10 1 Toplam:11	0,1 1 Toplam:11,1	1 1 Toplam=2x2=4
$Ö_{35}$	1.1. 1.4 1.3. 5.2. 5.1.	5	10 1 1 10 1 Toplam:23	1 0,1 0,1 0,1 1 Toplam:2,3	1 0,1 0,1 1 1 Toplam=3,2x5=16
$Ö_{36}$	5.3.	1	10 Toplam:10	10 Toplam:10	100 Toplam=100x1=100
$Ö_{37}$	1.3. 5.3 1.2. 1.4 1.2. 6	6	10 10 1 1 1 10 Toplam:33	0,1 10 1 0,1 1 10 Toplam:22,2	1 100 1 0,1 1 100 Toplam=203,1x6= 1218,6
$Ö_{38}$	1.4	1	10 Toplam:10	0,1 Toplam:0,1	1 Toplam=1x1=1
$Ö_{39}$	1.4 6. 2	3	10 10 10 Toplam:30	0,1 10 10 Toplam:20,1	1 100 100 Toplam=201x3=603

Ö$_{40}$	1.4 5.2. 1.2.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 1 Toplam=3x3=9
Ö$_{41}$	1.3. 5.2. 1.1.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 1 Toplam=3x3=9
Ö$_{42}$	1.3. 5.2. 1.4 1.2. 1.3. 5.1. 1.1. 5.2	8	10 10 1 1 0,1 1 1 0,1 Toplam:24,2	0,1 0,1 0,1 1 0,1 1 1 0,1 Toplam:3,5	1 1 0,1 1 0,01 1 1 0,01 Toplam=5,12x8=40,96
Ö$_{43}$	1.1. 1.1. 1.3.	3	10 0,1 1 Toplam:11,1	1 1 0,1 Toplam:2,1	10 0,1 0,1 Toplam=10,2x3=30,6
Ö$_{44}$	1.3. 5.3. 1.4	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 10 0,1 Toplam:10,2	1 100 0,1 Toplam=101,1x3=303,3
Ö$_{45}$	1.1. 1.3. 5.2. 1.2. 1.4 4	6	10 1 10 1 1 10 Toplam:33	1 0,1 0,1 1 0,1 10 Toplam:12,3	10 0,1 1 1 0,1 100 Toplam=112,2x6=673,2
Ö$_{46}$	5.2. 1.3. 1.4 1.2.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 0,1 1 Toplam:1,3	1 1 0,1 1 Toplam=3,1x4=12,4
Ö$_{47}$	5.2. 1.3. 1.4 5.3. 1.2.	5	10 10 1 1 1 Toplam:23	0,1 0,1 0,1 1 1 Toplam:2,3	1 1 0,1 1 1 Toplam=4,1x5=20,5
Ö$_{48}$	1.3. 5.2. 1.3.	3	10 10 0,1 Toplam:20,1	0,1 0,1 0,1 Toplam:0,3	1 1 0,01 Toplam=2,01x3=6,03
Ö$_{49}$	1.3. 1.4 1.2. 1.2.	4	10 1 1 0,1 Toplam:12,1	0,1 0,1 1 1 Toplam:2,2	1 0,1 1 0,1 Toplam=2,2x4=8,8

Ö$_{50}$	1.3. 5.3. 1.4 1.2. 3	5	10 10 1 1 10 Toplam:32	0,1 10 0,1 1 10 Toplam:21,2	1 100 0,1 1 100 Toplam=202,1x5=1010,5
Ö$_{51}$	1.1. 1.3. 5.2.	3	10 1 10 Toplam:21	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 0,1 1 Toplam=11,1x3=33,3
Ö$_{52}$	1.3. 5.2 5.1. 1.2.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 1 1 Toplam:2,2	1 1 1 1 Toplam=4x4=16
Ö$_{53}$	1.2. 1.4 5.2.	3	10 1 10 Toplam:21	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 0,1 1 Toplam=11,1x3=33,3
Ö$_{54}$	5.2. 1.1. 1.4 5.1. 3 1.3.	6	10 10 1 1 10 1 Toplam:33	0,1 1 0,1 1 10 0,1 Toplam:12,3	1 10 0,1 1 100 0,1 Toplam=112,2x6=673,2
Ö$_{55}$	1.3. 5.2. 5.1.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 0,1 1 Toplam:1,2	1 1 1 Toplam=3x3=9
Ö$_{56}$	1.3. 5.2. 1.1. 5.3. 1.2. 1.4 5.1. 2	8	10 10 1 1 1 1 1 10 Toplam:35	0,1 0,1 1 10 1 0,1 1 10 Toplam:23,3	1 1 1 10 1 0,1 1 100 Toplam=115,1x8=920,8
Ö$_{57}$	1.4 1.3. 1.1. 5.3 3	5	10 1 1 10 10 Toplam:32	0,1 0,1 1 10 10 Toplam:21,2	1 0,1 1 100 100 Toplam=202,1x5=1010,5
Ö$_{58}$	1.3. 5.3. 1.2.	3	10 10 1 Toplam:21	0,1 10 1 Toplam:11,1	1 100 1 Toplam=102x3=306
Ö$_{59}$	1.3. 5.2. 1.4 5.1.	4	10 10 1 1	0,1 0,1 0,1 1	1 1 0,1 1

			Toplam:22	Toplam:1,3	Toplam=3,1x4=12,4
$Ö_{60}$	1.3. 5.2. 5.1. 1.4	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 1 0,1 Toplam:1,3	1 1 1 0,1 Toplam=3,1x4=12,4
$Ö_{61}$	1.3. 5.2. 5.3. 1.4	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 10 0,1 Toplam:10,3	1 1 10 0,1 Toplam=12,1x4=48,4
$Ö_{62}$	1.2. 5.2. 5.3. 3.	4	10 10 1 10 Toplam:31	1 0,1 10 10 Toplam:21,1	10 1 10 100 Toplam=121x4=484
$Ö_{63}$	1.1. 5.2. 1.4	3	10 10 1 Toplam:21	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 1 0,1 Toplam=11,1x3=33,3
$Ö_{64}$	1.3. 1.4	2	10 1 Toplam:11	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 0,1 Toplam=1,1x2=2,2
$Ö_{65}$	1.3. 5.2. 1.1. 1.2. 1.4	5	10 10 1 1 1 Toplam:23	0,1 0,1 1 1 0,1 Toplam:2,3	1 1 1 1 0,1 Toplam=4,1x5=20,5
$Ö_{66}$	1.3. 5.2. 3 5.1	4	10 10 10 1 Toplam:31	0,1 0,1 10 1 Toplam:11,2	1 1 100 1 Toplam=103x4=412
$Ö_{67}$	1.3. 1.4 5.2.	3	10 1 10 Toplam:21	0,1 0,1 0,1 Toplam:0,3	1 0,1 1 Toplam=2,1x3=6,3
$Ö_{68}$	1.1. 5.2. 1.3.	3	10 10 1 Toplam:21	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 1 0,1 Toplam=11,1x3=33,3
$Ö_{69}$	1.2. 1.1. 5.1. 1.3. 5.2. 5.2. 2	7	10 1 10 1 1 0,1 10 Toplam:33,1	1 1 1 0,1 0,1 0,1 10 Toplam:13,3	10 1 10 0,1 0,1 0,01 100 Toplam=121,21x7= 848,47

$Ö_{70}$	1.1. 1.4 5.1. 1.2. 1.3. 1.2. 6. 4.	8	10 1 10 1 1 0,1 10 10 Toplam:43,1	1 0,1 1 1 0,1 1 10 10 Toplam:24,2	10 0,1 10 1 0,1 0,1 100 100 Toplam=221,3x8=1770,4
$Ö_{71}$	1.3. 1.4 5.2. 1.1. 5.1.	5	10 1 10 1 1 Toplam:23	0,1 0,1 0,1 1 1 Toplam:2,3	1 0,1 1 1 1 Toplam=4,1x5=20,5
$Ö_{72}$	1.3. 5.2. 5.1. 1.1.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 1 1 Toplam:2,2	1 1 1 1 Toplam=4x4=16
$Ö_{73}$	1.3. 5.2. 1.4 1.1.	4	10 10 1 1 Toplam:22	0,1 0,1 0,1 1 Toplam:1,3	1 1 0,1 1 Toplam=3,1x4=12,4
$Ö_{74}$	1.2. 5.2. 5.2.	3	10 10 0,1 Toplam:20,1	1 0,1 0,1 Toplam:1,2	10 1 0,01 Toplam=11,01x3=33,03
$Ö_{75}$	1.2. 1.2. 1.2. 2 3	5	10 0,1 0,1 10 10 Toplam:30,2	1 1 1 10 10 Toplam:23	10 0,1 0,1 100 100 Toplam=210,2x5=1051
$Ö_{76}$	5.2. 1.3.	2	10 10 Toplam:20	0,1 0,1 Toplam:0,2	1 1 Toplam=2x2=4

EK-5

Kayıt Tarihi: 18.12.2013 Protokol No: 23182

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ ETİK KURULU KARARI

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tezi
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Öğrencilerdeki Matematiksel Düşünmenin ve Yaratıcılığın Çok Çözümlü Problemler Aracılığıyla Değerlendirilmesi
~~PROJE~~/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Yrd. Doç. Dr. Nilüfer KÖSE
TEZ YAZARI:	Tuğba Yulet YILMAZ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	
KARAR:	Olumlu

ETİK KURUL ÜYELERİ **İMZA/ TARİH**

18.02.2014

Prof. Dr. Aydın AYBAR
Rektör Yardımcısı / Etik Kurul Başkanı

Prof. Dr. Ertuğrul YÖRÜKOĞULLARI
Fen Bil.(Fen Fak.)

Prof. Dr. Yusuf ÖZTÜRK
Sağlık Bil.(Ecz. Fak

Prof. Dr. Ferhan ODABAŞI *(Yedek Üye)*
Eğitim Bil.(Eğitim Fak.)

Prof. Sıdıka Nihal SEVİM
Güz San.(Güz.San.Fak

Prof. Dr. Celil KOPARAL
Sos.Bil.(İkt.ve İd. Bil. Fak.)

KAYNAKÇA

Alkan, H. ve Bukova-Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 221-236.

Altun, M. (2004). *İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi.*(3.bs.). Bursa: AlfaYayınları.

Altun, M. (2012). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi.*(17.bs.). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi 19*(1), 1-21.

Andreasen, N. C. (2013). *Yaratıcı beyin: Dehanın nörobilimi*. (5.bs.). (Kıvanç Güney, Çev.). Ankara: Arkadaş Yayınevi.

Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim Dergisi, 33*(156), 17-31.

Bahar, A. K. ve Maker, C. J. (2011). Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. *Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education*, *3*(1), 33-48.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* (4.bs.). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı

Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi. Cilt 1.* Ankara: YÖK yayınları.

Bayazit, İ. ve Aksoy, Y. (2012) Matematiksel problemlerin öğrenim ve öğretimi. E.Bingöbali ve F. M. Özmantar (Ed.). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s.287-312).Ankara: PegemA Yayınları.

Brown, J. G. ve Burger, C. (1984). Playground designs and preschool children's behaviors. *Environment and Behavior*, *16*(5), 599-627.

Bukova-Güzel, E. (2008). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisi. *e-Journal of new world sciences academy*, *3*(4) ,678-688.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(1), 35–49.

Demirel, Ö. (2005). *Eğitimde yeni yönelimler* (2.bs.). Ankara: PegemA Yayıncılık

Dewey, J. (1910). *How we think*? http://rci.rutgers.edu/~tripmcc/phil/dewey-hwt-pt1-selections.pdf adresinden 06.08.2013 tarihinde edinilmiştir.

Ercan, D. (2003). *Yaratıcılık ve Matematik Başarısına Etkisi.* Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Erdoğdu, M. Y. (2006). Yaratıcılık değerlendirme ölçeğinin Türk kültürüne uyarlanması.https://www.pegem.net/akademi/3-8305-Yaraticilik-Degerlendirme Olceginin-Turk-Kulturune-Uyarlanmasi.aspx adresinden 03.07.2013 tarihinde edinilmiştir.

Ersozlu, Z. N. ve Kazu, H. (2011). İlköğretim beşinci sınıf sosyal bilgiler dersinde uygulanan yansıtıcı düşünmeyi geliştirme etkinliklerinin akademik başarıya etkisi. *Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(1), 141-159.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* içinde (s. 42–53). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Feldhusen, J. F. (1995). Creativity: A knowledge base, metacognitive skills and personality factors. *Journal of Creative Behavior, 29*(4), 255-268.

Ginsburg, H.P. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For The Learning of Mathematics.* 1(3), 4-11.

Glesne, C. (2013). *Nitel araştırmaya giriş* (2.bs.). (A.Ersoy ve P.Yalçınoğlu, Çev.). Ankara: Anı Yayıncılık.

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. Kelly, A. E. ve Lesh, R. A. (Ed), *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 517-545). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Gomez, J. G. (2007). What Do We Know About Creativity? *The Journal of Effective Teaching*, *7*(1) , 31-43.

Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing mathematical power and mathematical thinking. *The Aritmetic Teacher*, *41*(3), 144-152.

Guilford, J. P. (1967). Creativity: Yesterday, today, and tomorrow. *Journal of Creative Behavior*, *1*(1), 3–14.

Hacısalihoğlu, H. H. , Mirasyedioğlu, S. ve Akpınar, A. (2003). *Matematik Öğretimi. Matematikte yapılandırıcı öğrenme ve öğretme*. (1.bs.) Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Haylock, D. W. (1985). High mathematical creativity in a reir of identical twins. *Journal of Genetic Psychology*, *146*(4), 557.

Henderson, P. (2002). *Materials development in support of mathematical thinking*, http://www.cs.geneseo.edu/~baldwin/math-thinking/iticse2002-paper.pdf adresinden 05.12.2013 tarihinde edinilmiştir.

Hershkovitz, S., Peled, I. ve .Littler,G. (2009).Mathematical creavity and giftedness in elementary school:Task and teacher promoting creavity for all. R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Ed.). *Creavity in mathematics and the education of gifted students* içinde (s.255-269). Rotterdam: Sense Publishers.

Kandemir, M. A. (2006). *OFMA matematik eğitimi öğretmen adaylarının yaratıcılık eğitimi hakkındaki görüşleri ve yaratıcı problem çözme becerilerinin incelenmesi.* Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Karasar, N.(2005). *Bilimsel araştırma yöntemi: Kavramlar, ilkeler, teknikler.* (15.bs.). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, *2*(2), 2-9 [online]: http://ilkogretim-online.org.tr

Karataş, İ.ve Güven, B. (2004). 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163.

Köse-Yavuzsoy, N. (2008*). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: Bir eylem araştırması.* Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Kwon, O. N. , Park, J. S. ve Park, J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, *7*(1), 51–61.

Leikin, R. (2007) .*Habits of mind associated with advanced mathematıcal thinking and solution spaces of mathematical tasks*. 2330-2339. Synopsis of the activities of working group 14,Cerme-5, on the theme of Advanced mathematical thinking.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Ed.). *Creavity in mathematics and the education of gifted students* içinde (s.129-145). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R. (2010). Learning through teaching through the lens of multiple solution tasks. R. Leikin ve R. Zazkis (Ed.). *Learning Through Teaching Mathematics* içinde (s. 69-85). London: Springer.

Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *8*(1), 167- 188.

Leikin, R., ve Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *66*, 349–371.

Leikin, R. ve Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian journal of science, mathematics, and technology education*, *8*(3), 233–251.

Leikin, R. ve Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM Mathematics Education*, *45*, 183–197.

Levav-Waynberg, A. ve Leikin, R. (2009). Multiple solutions for a problem: A tool for evaluation of mathematical thinking in geometry. http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg5-11-levav-leikin.pdf adresinden 12.08.2013 tarihinde edinilmiştir.

Levav-Waynberg, A. ve Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *Journal of Mathematical Behavior, 31, 73– 90.*

Levav-Waynberg, A. ve Leikin, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *12*(4), 311-333.

Lev-Zamir, H. ve Leikin, R. (2011). Creative mathematics teaching in the eye of the beholder: Focusing on teachers' conceptions. *Research in Mathematics Education*, *13*(1), 17-32.

Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?.*The Mathematics Teacher, 96(*6*)*, 416-421.

Mann, E.L.(2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), 236-260.

Miles, M. ve Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* (2.bs). California: Sage Publications

Milli Eğitim Bakanlığı. (2010). *Uluslar arası öğrenci değerlendirme programı PISA*

2009 ulusal ön raporu. Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-2009-Ulusal-On-Rapor.pdf adresinden 07.12.2013 tarihinde edinilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul matematik dersi 5- 8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı (2013). *Ortaöğretim matematik dersi 9- 12. sınıflar öğretim programı,* Ankara: MEB

Mubark, M. M. (2011). Mathematical thinking: Teachers perceptions and students performance. *Canadian Social Science*, *7*(5), 176-181.

NAEP (2003). Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress. http://academic.wsc.edu/faculty/jebauer1/mat645/framework_03.pdf adresinden 10.09.2013.tarihinde edinilmiştir.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. http://www.nctm.org/standards.htm adresinden 14.09.2005 tarihinde alınmıştır.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2009) *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.*(4.bs.). Ankara: Maya Akademi.

Özdaş, A. (1996). Ülkemizdeki genel eğitim sorunları içerisinde matematik eğitimi ve sorunları. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 6*(2), 55-69.

Özden, Y. (2000). *Öğrenme ve Öğretme*. (5.bs). Ankara: PegemA Yayınları

Perkins, D. (1999). The many faces of constructivism. *Educational Leadership*, *57*(3), 6-11.

Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli?* (F. Halatçı, Çev.) İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Q. Qu, S.ve Dumay, J. (2011). The qualitative research interview. *Qualitative Research in Accounting & Management*, *8*(3), 238-264.

Rıza, E. T. (2001). *Yaratıcılığı Geliştirme Teknikleri*.(2.bs). İzmir: Kanyılmaz Matbaası.

Rodgers, C. (2002). Defining reflection: Another look at John Dewey and reflective thinking. *Teachers College Record*, *104*(4), 842-866.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20(4),* 338-355.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 334-370). New York: MacMillan.

Schoenfeld, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior, 13*(1), 55-80.

Shelffield, L. J. (2009). Developing mathematical creavity questions may be the answer. R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Ed.). *Creavity in mathematics and the education of gifted students* içinde (s.87-100). Rotterdam: Sense Publishers.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *The International Journal on Mathematical Education*, *29*(3), 75–80.

Sonmaz, S. (2002). *Problem Çözme Becerisi ile Yaratıcılık ve Zeka Arasındaki İlişkinin İncelenmesi.* Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Sternberg, R. J. (1994). *Thinking and problem solving*. (2.bs.). New York: Academic Press.

Sternberg, R. J. (1999). *Handbook of Creativity*.(2.bs.). United Kingdom: Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. (2001). What is the common thread of creativity? Its dialectical relation to intelligence and wisdom. *American Psychologist*, *56*(4), 360-362.

Sternberg, R. J. ve Lubart T. I. (2006). The concept of creativity: Prospects and paradigms. R. J. Sternberg (Ed). *Handbook of Creativity* içinde (s.3-15). Newyork: Cambridge University

Sünbül, A. M. (2000). Yaratıcılık ve sınıfta yaratıcılığın geliştirilmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*, 82-94.

Tabach, M. ve Friedlander, A. (2013). School mathematics and creativity at the elementary and middle-grade levels: how are they related? *ZDM Mathematics Education*, *45*, 227–238.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi*. Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Tanışlı, D. ve Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *36* (160), 184-198.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi,9* (3), 1453-1497.

Tok, E. (2008). *Düşünme becerileri eğitimi programının okul öncesi öğretmen adaylarının eleştirel, yaratıcı düşünme ve problem çözme becerilerine etkisinin incelenmesi.* Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Toluk, Z. ve Olkun, S. (2002). Türkiye'de matematik eğitiminde problem çözme: İlköğretim 1.-5. sınıflar matematik ders kitapları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, *2*(2), 567 - 581.

Ünver, G. (2003). Yansıtıcı Düşünme. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği.* (7.bs.). Ankara: Nobel.

Vidal, R. V. V. (2010) Creativity for problem solvers an applied university course. *Pesquisa Operacional*, *30*(2), 405-426.

Yavuzer, H. S. (1996). *Yaratıcılık*. (3.bs.). İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Matbaası.

Yenilmez, K. ve Yolcu, B. (2007). Öğretmen davranışlarının yaratıcı düşünme becerilerinin gelişimine katkısı. *Sosyal bilimler dergisi, 18*, 95-105.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi.* Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30* (2), 141-153.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (6.bs.)* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2012).*Matematiksel Düşünme.*(8.bs.). İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yücel,C., Karadağ, E., ve Turan, S. (2013, Şubat). *TIMSS 2011 ulusal ön değerlendirme raporu.* Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi I.