GEOMETRİ ÖĞRETİMİNE TEKNOLOJİNİN ENTEGRASYONU: ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİ İLE TASARIM TABANLI BİR ARAŞTIRMA

Doktora Tezi

Emrah ÜNLÜER

Eskişehir 2021

GEOMETRİ ÖĞRETİMİNE TEKNOLOJİNİN ENTEGRASYONU: ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİ İLE TASARIM TABANLI BİR ARAŞTIRMA

Emrah ÜNLÜER

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Temmuz 2021

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Emrah ÜNLÜER'in "Geometri Öğretimine Teknolojinin Entegrasyonu: Ortaöğretim Öğrencileri İle Tasarım Tabanlı Bir Araştırma" başlıklı tezi …. 2021 tarihinde aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE	………..
Üye	: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	………..
Üye	: Prof. Dr. Ali ERSOY	………..
Üye	: Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN	………..
Üye	: Dr. Öğretim Üyesi Deniz ÖZEN ÜNAL	……….

Prof. Dr. Bahadır ERİŞTİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

GEOMETRİ ÖĞRETİMİNE TEKNOLOJİNİN ENTEGRASYONU: ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİ İLE TASARIM TABANLI BİR ARAŞTIRMA

Emrah ÜNLÜER

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Temmuz, 2021
Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Geometri öğretiminde gelişen öğretim teknolojilerinden yararlanmak öğretimin kalitesini ve derinliğini arttırmaktadır. Bu teknolojiler arasında dinamik geometri yazılımları (DGY) diğer öğretim teknolojilerinin önüne geçmektedir. Bu nedenle DGY'lerin geometri derslerinde sistematik olarak kullanılması için yani entegre edilebilmesi için uygun geometri problemlerine ihtiyaç vardır. Gerçekçi matematik eğitimi (GME) anlayışına göre hazırlanan geometri problemleri DGY'lerin geometri derslerindeki etkisini olumlu bir şekilde arttırabilmektedir. Bu nedenle araştırmada GME'ye dayalı geometri öğretimini desteklemede DGY'nin öğretim sürecinde entegrasyonu nasıl gerçekleştirildiği incelenmiştir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden tasarım tabanlı araştırma olarak desenlenmiştir. Araştırma 2017-2019 yılları arasında pilot ve uygulama olmak üzere iki yılda, Eskişehir il merkezinde bulunan bir Anadolu lisesinde 9. Sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri ders gözlem- video kayıtları, araştırmacı öğretmen günlükleri, ders tasarım dokümanları ve tablet ekran görüntüleri kayıtları ile toplanmıştır. Toplanan veriler süreç içerisinde ders tasarımı mikro döngüleri ile ve süreç sonunda sınıf normları ile araştırma sorularını yanıtlayacak şekilde ele alınıp bütüncül şekilde analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular ders tasarımı bulguları ve sınıf normları bulguları olmak üzere iki temada sunulmuştur. Araştırma sonucunda geometri derslerinde GME problemlerinin DGY ortamında kullanılması için bir ders tasarım modeli ortaya çıkmıştır. Ayrıca araştırmada DGY ortamlarında ortaya çıkan altı yeni norm belirlenmiş ve bu normlar tekno-sosyomatematiksel norm olarak adlandırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Geometri öğretimi, Tasarım tabanlı araştırma, Gerçekçi matematik eğitimi, Dinamik geometri yazılımları, Sınıf normları

ABSTRACT

TECHNOLOGY INTEGRATION INTO GEOMETRY TEACHİNG: A DESIGN BASED RESEARCH WITH SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Emrah ÜNLÜER

Department of Mathematics

Anadolu University, , Graduate School Of Educational Sciences July, 2021

Advisor: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Taking advantage of the developing teaching technologies in geometry teaching increases the quality and depth of teaching. Among these technologies, dynamic geometry software (DGS) comes to the forefront of other teaching technologies. For this reason, suitable geometry problems are needed for the systematic use of DGS in geometry lessons. Geometry problems prepared according to the Realistic Mathematics Education (RME) approach can positively increase the effect of DGS in geometry lessons. For this reason, in the research, how DGS is integrated in the teaching process in supporting geometry teaching based on RME has been examined. For this purpose, the research was designed as a design-based research, one of the qualitative research methods. The research was carried out in an Anatolian high school located in the city center of Eskişehir. The research was carried out with 9th grade students as pilot and implementation, between 2017-2019. Research data were collected with course observation- video camera recordings, researcher journal, course design documents and tablet screen recordings. The collected data were analyzed in a holistic way by answering the research questions with the course design micro-cycles in the process and the classroom norms at the end of the process. The findings are presented in two themes, course design findings and classroom norms findings. As a result of the research, a lesson design model has emerged for the use of RME problems in the DGS environment in geometry lessons. In addition, six new norms that emerged in DGS environments were determined in the study and these norms were called techno-sociomathematical norms.

Keywords: Geometry Teaching, Design-based research, Realistic mathematics education, Dynamic geometry software, Class norms

TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecinde birçok kişinin emeği ve katkısı bulunmaktadır. Öncelikle, araştırmanın başından itibaren akademik desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen güler yüzü ve hoşgörüsü ile beni cesaretlendiren tez danışmanım Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye tezimin her aşamasında bana yol gösterdiği, bilgi ve tecrübesini paylaştığı ve rehber olduğu için tüm kalbimle saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme komitesinde yer alarak, tez izleme sürecim boyunca değerli görüş ve önerileriyle tezime katkıda bulunan ve ihtiyaç duyduğumda bana fikirleriyle yön veren değerli hocalarım Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN ve Prof. Dr. Ali ERSOY'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora tezimi savunma sürecinde yer alan, zaman ayıran ve değerli görüşleri ile doktora tezime katkı sağlayan çok değerli hocalarım Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN ve Dr. Öğretim Üyesi Deniz ÖZEN ÜNAL'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olan en büyük destekçim sevgili eşim Sema ÜNLÜER'e, motivasyon kaynağım aslan oğlum Kerem ÜNLÜER'e, emeklerini hiçbir şekilde ödeyemeyeceğim Saliha annem ve Ali İhsan babama, emeklerinden dolayı doktora sürecinde ders aldığım değerli hocalarıma, çalışmalarımda bana hep destek olan matematik öğretmeni arkadaşlarıma gösterdikleri sabır ve destekten dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Eskişehir, 2021
Emrah ÜNLÜER

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Emrah ÜNLÜER

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI………..……………………………………………………….. i

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI……….……………………………………….. ii

ÖZET……………………………………………………………………… iii

ABSTRACT……………………………………………………………….. iv

TEŞEKKÜR……………………………………………………………….. v

ETİK İLKE VE KURULLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ………..……… vi

İÇİNDEKİLER…….………………………………………………….………. vii

TABLOLAR DİZİNİ…………………………………………………….…..... x

ŞEKİLLER DİZİNİ……………………………………………………….. xii

GÖRSELLER DİZİNİ…………………………………………………….... xiii

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ……………………………….. xvi

1. PROBLEM DURUMU………………………………………………… 1

2. KURAMSAL ÇERÇEVE………………………………………………… 4

2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi…………………………………………. 6

2.1.1. Gerçekçi matematik ders materyalleri……………………..…….. 11

2.2. Geometri Öğretimi………………………………………..………..…… 14

2.3. Dinamik Geometri Yazılımları …………………………………... 16

2.4. Normlar ………………………………………………………………. 19

2.4.1. Sosyal normlar…………………………………………...… 20

2.4.2. Sosyomatematiksel normlar……………………………..…..... 21

2.6. İlgili Araştırmalar……………………………………………..…... 24

2.7. Araştırmanın Amacı………………………………………………. 40

2.8 Araştırmanın Önemi…………………………………………..……… 41

Sayfa

3. YÖNTEM………………………………………………………………...…….. 42

3.1. Tasarım Tabanlı Araştırmalar …………………………………...…… 43

3.1.1. Ders tasarımlarının uygulanması..…………………………..…. 47

3.2. Araştırma Ortamı……………………………………………………… 48

3.3. Katılımcılar…………………………………..………………….. 48

3.4. Uygulama ve Verilerin Toplanması……………….……………………... 49

3.5. Pilot Çalışma……………………………..……………………... 49

3.6. Verilerin Analizi………………………………………..…………….. 53

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik…………………………………………………. 56

3.8. Araştırma Etiği………….………………………………..……….. 57

4. BULGULAR……………………………………………………………………. 58

4.1. Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar Konusu Araştırma Bulguları……………………………………………………...………… 59

4.1.1. Ders tasarım bulguları…………………………….…………..…… 59

4.1.2. Norm bulguları………………………………......……….…. 67

4.2. Üçgende Açılar Konusu Araştırma Bulguları…….…………...…… 70

4.2.1. Ders tasarım bulguları…………………………….………..…. 70

4.2.2. Norm bulguları………………………..………..……….. 75

4.3. Üçgende Açı- Kenar Bağıntıları Araştırma Bulguları…...…….…….. 78

4.3.1. Açı-Kenar bağıntıları ders tasarım bulguları……………..... 78

4.3.2. Üçgen eşitsizliği ders tasarım bulguları……………………... 84

<u>Sayfa</u>

4.3.3. Norm Bulguları…………………….……………………..… 88

4.4. Üçgende Yardımcı Elemanlar Araştırma Bulguları………………..… 93

4.4.1. Açıortay konusu ders tasarım bulguları……………….......… 93

4.4.2. Kenarortay konusu ders tasarım bulguları…...………...…. 98

4.4.3. Kenar orta dikme konusu ders tasarım bulguları……...…. 104

4.4.4. Yükseklik konusu ders tasarım bulguları………………..… 109

4.4.2. Norm bulguları……………………………………...…... 114

4.5. Eşlik Konusu Araştırma Bulguları………………………...….… 120

4.5.1. Ders tasarım bulguları……………………………………… 120

4.5.2. Norm bulguları…………………………………….....….. 130

4.6. Benzerlik Konusu Araştırma Bulguları……………………………… 135

4.6.1. Ders tasarım bulguları…………………..………..……. 135

4.6.2. Norm bulguları……………………………………….… 146

4.7. Diğer Bulgular……………………………………………………..… 150

5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER……………………………...…. 153

KAYNAKÇA……………………………………..……………………… 163

EKLER

ÖZGEÇMİŞ

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Sınıf düzeyinde bireysel ve kollektif etkinliklerin analizi için yorumlayıcı çerçeve 22

Tablo 3.1. Uygulama Süreleri ve Döngüler 48

Tablo 3.2. Süreç Analizi Mikro Döngü Tablosu 53

Tablo 3.3. Bütüncül Analiz Tema ve Alt Temalar 56

Tablo 4.1. Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar konusu mikro döngüsü... 61

Tablo 4.2. Normlar 69

Tablo 4.3. Üçgende açılar konusu mikro döngüsü 71

Tablo 4.4. Normlar 77

Tablo 4.5. Açı-kenar bağıntıları konusu mikro döngüsü 80

Tablo 4.6. Üçgen Eştsizliği konusu mikro döngüsü 85

Tablo 4.7. Normlar 92

Tablo 4.8. Açıortay konusu mikro döngüsü 95

Tablo 4.9. Kenarortay konusu mikro döngüsü 100

Tablo 4.10. Kenar orta dikme konusu mikro döngüsü 105

Tablo 4.11. Yükseklik konusu mikro döngüsü 111

Tablo 4.12. Normlar 118

Tablo 4.13. Eşlik konusu mikro döngüsü 122

Tablo 4.14. Normlar 133

<u>Sayfa</u>

Tablo 4.15. Benzerlik konusu mikro döngüsü 136

Tablo 4.16. Normlar.. 149

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. GME öğretim materyali tasarlama modeli 12

Şekil 3.1. Tasarım Tabanlı Araştırma Yapısı 43

Şekil 3.2. Ders tasarım döngüleri 46

Şekil 3.3. Tasarım Döngüsü…………………….. 47

Şekil 4.1. Ders tasarımı mikro döngüleri 58

Şekil 4.2. Ders tasarımı taslak modeli 59

Şekil 4.3. Fast-break GME problem 62

Şekil 4.4. Üçgende açı GME problemi 73

Şekil 4.5. Açı kenar bağıntısı GME problemi 79

Şekil 4.6. Kesiştir kazan GME problemi 84

Şekil 4.7. Aydınlatma GME problemi 96

Şekil 4.8. Ayşe’nin örtüsü GME problemi 126

Şekil 4.9. Eşlik GME problemi 128

Şekil 4.10. Tel bükme GME problemi 141

Şekil 4.11. Durak GME problemi 144

Şekil 5.1. GME Destekli Geometri Dersleri için DGY Kullanım Modeli 154

GÖRSELLER DİZİNİ

<u>Sayfa</u>

Görsel 2.1. Geogebra temel görünümü 19

Görsel 4.1. Öğrenci GME problem çözümü 63

Görsel 4.2. Öğrenci fast-break problemi tablet görseli 64

Görsel 4.3. Bahçe problemi tablet görseli 65

Görsel 4.4. Bahçe problemi çözümünde çember kullanımları 66

Görsel 4.5. Öğrencilerin bahçe problemi paylaşımları 67

Görsel 4.6. Geogebra menü görselleri 73

Görsel 4.7. Üçgende açılar problemi tablet görselleri 74

Görsel 4.8. 9C ve 9E sınıfları öğrenci varsayımları 81

Görsel 4.9. Açı-kenar bağıntıları tablet görselleri 82

Görsel 4.10. Ders sonu soru çözümü etkinliği örnekleri 83

Görsel 4.11. Kesiştir kazan oyunu tablet görselleri 86

Görsel 4.12. Kesiştir kazan oyunu kesişim noktaları 86

Görsel 4.13. 9C ve 9E sınıfları üçgen oluşturma görselleri 87

Görsel 4.14. Üçgen oluşturma şartı beyaz tahta görseli 87

Görsel 4.15. 9C ve 9E sınıfları üçgen eşitsizliği gösterimi 88

Görsel 4.16. 9C ve 9E sınıfları en uzun kenarı bulma 89

Görsel 4.17. Açı-kenar bağıntıları tablet görselleri 90

Görsel 4.18. Kesiştir kazan tablet görselleri 90

Sayfa

Görsel 4.19. 9C ve 9E sınıfları aydınlatma problemi çözümleri.............................. 97

Görsel 4.20. 9C ve 9E sınıfları aydınlatma problemi ikinci kısım çözümleri........... 98

Görsel 4.21. 9C sınıfı metal levha problemi 101

Görsel 4.22. Aydınlatma problemi öğrenci çalışması etkileşimli tahta görselleri 102

Görsel 4.23. 9C ve 9E sınıfları metal levha problemi tablet görselleri..................... 102

Görsel 4.24. Havuz problemi orijinal görseli ve tablet görseli 103

Görsel 4.25. Veri merkezi GME problemi... 106

Görsel 4.26. Veri merkezi problemi çevrel çember ve kenar orta dikme yaklaşımı. 107

Görsel 4.27. Öğrenci K'nın çözümü 108

Görsel 4.28. Çevrel çember merkezinin üçgenin dışında bulunma durumu 109

Görsel 4.29. Yükseklik problemi beyaz ve etkileşimli tahta görselleri 113

Görsel 4.30. Yükseklik merkezinin üçgendeki konumu etkileşimli tahta görselleri 114

Görsel 4.31. Kare içinde kare problemi beyaz ve etkileşimli tahta görselli 124

Görsel 4.32. Kare dışına kare çizme öğrenci denemeleri.. 125

Görsel 4.33. Dik üçgenler ile kare oluşturma öğrenci çizimleri 127

Görsel 4.34. Örtü problemi öğretmen çözümü.. 128

Görsel 4.35. 9C sınıfı eşlik problemi kâğıt kesilerek yapılan çözümü 129

Görsel 4.36. Eşlik problemi öğrenci çözümü.. 129

Görsel 4.37. Eşlik problemi çözümü... 130

Görsel 4.38. Eşlik problemi Geogebra çözümü 131

Sayfa

Görsel 4.39. Eşlik problemi tablet görselleri 131

Görsel 4.40. Tenis problemi öğretmen taslak çizimi 137

Görsel 4.41. Tenis problemi tablet ve tahta görselleri 138

Görsel 4.42. Bisikletçiler GME problemi 139

Görsel 4.43. Bisikletçiler problemi dik üçgen çözümü... 139

Görsel 4.44. 9C ve 9E sınıfları bisikletçiler problemi çözümleri 140

Görsel 4.45. Bisikletçiler problemi tablet görselleri 140

Görsel 4.46. 9C ve 9E sınıfları tel bükme problemi çözümleri 141

Görsel 4.47. Çit GME problemi.. 142

Görsel 4.48. Çit problemi beyaz tahta ve etkileşimli tahta öğrenci çözümleri 142

Görsel 4.49. Çit probleminde öğrencilerin eğim ve benzerlik çözümleri 143

Görsel 4.50. 9C ve 9E sınıfları durak problemi çözümleri 145

Görsel 4.51. Durak problemi tablet görüntüleri 146

Görsel 4.52. Durak problemi çözümünün genellenmesi 147

Görsel 4.53. Öğrenci özel açı çalışması 150

Görsel 4.54. Öğrencinin durak problemindeki hatalı ölçümü................................. 151

Görsel 4.55. Öğrencinin eşlik problemi hatalı çözümü 151

Görsel 4.56. Öğrencinin durak problemi hatalı çözümü 152

Görsel 4.57. Öğrencinin tabletlerindeki ders notları ve çözüm taslakları................ 152

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

DGY	:Dinamik Geometri Yazılımları
GME	:Gerçekçi Matematik Eğitimi
TTA	:Tasarım Tabanlı Araştırmalar
MEB	:Milli Eğitim Bakanlığı
PISA	:Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
OECD	:Ekonomik İş birliği ve Kalkınma Örgütü
TIMSS	:Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması
FATİH	:Fırsatları Artırma ve Teknolojiyi İyileştirme Hareketi
BİT	:Bilgi ve İletişim Teknolojileri
LGS	:Liselere Giriş Sınavı

1. PROBLEM DURUMU

Bir matematik öğretmeni için sınıf ortamında bir problemi öğrencilerle tartışmak, problemin farklı çözüm yollarını bulmak için çeşitli yaklaşımlar denemek çok değerlidir. Öğretmenler için değerli olan bu deneyimden öğrenciler aynı oranda faydalanamayabilirler. Özellikle geometri derslerinde ispat süreçleri ve farklı yaklaşımlar ile problemlerin ele alınması öğrenciler için sıkıcı ve anlaşılması zor bir durum olabilmektedir. Yapılan araştırmalar ispat yapmanın, ilkokuldan yükseköğretime kadar eğitimin her aşamasında öğrencilerin sıkıntı çektikleri, korktukları bir süreç olduğunu göstermektedir (Moralı, Uğurel, Türnüklü, 2006). Bu durum geçmişten günümüze benzerlik gösterse de görselleştirmenin en iyi örnekleri ile büyüyen bilişim çağı öğrencileri için matematiksel teoremler ve ispatlar biraz daha zorlayıcı olmaktadır. Bilgiye kolay ulaşılan ve bilginin görsel malzemelerle desteklenebildiği bu çağda matematik ve geometri dersleri bu avantajdan "en uygun" biçimde yararlanmalıdır. Hali hazırda bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanan öğretmen sayısı giderek artsa da günümüzde bu araçların dışında dinamik matematik ve dinamik geometri yazılımları (DGY) matematik eğitiminde ön plana çıkmaktadır (Güven ve Karataş, 2003). Eğitim fakültelerinin öğretmen yetiştirme programlarına dâhil olan bu yazılımlar aynı zamanda Millî Eğitim Bakanlığı tarafından hizmet içi eğitimler aracılığıyla da kullanımının yaygınlaşması amacı ile desteklenmekte ve ders kitaplarında örnek uygulamalar yer almaktadır. DGY'lerin derslerde kullanımının çeşitli biçimlerde desteklendiği günümüzde en büyük eksik ise öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarına DGY'lerin etkili entegrasyonunun olmaması ve ders planlarında yer almamasıdır . Öğrencilerin kavramsal anlamalarına destekleyici etkili bir araç olarak ders planlamasına dâhil edilmeyen DGY örnekleri öğrencilere gösterilen bir hesap makinası uygulaması veya birkaç çizim olarak kalabilmektedir. Etkisi veya güdülemesi olmayan ve öğretim programı ile bütünleştirilmemiş DGY uygulamaları matematik öğretiminin bir parçası olmak yerine ders sonu dinlencesi olarak kalmaktadır.

Öğretmen ders planları farklı formatta ya da farklı içeriklerde olabilmektedir. Günümüzde bu planlamalar flash bellek, cloud veya sanal driver gibi farklı ortamlarda öğretmenler tarafından saklanmakta ve kullanılmaktadır. Ne kadar farklılık gösterseler de tüm ders planlarının ortak bir amacı vardır: "dersi tasarlamak". Her öğretmen derse girmeden önce anlatacağı konu sırasını hatta örnek sırasını ve varsa kullanacağı ders aracını planlar yani dersini kısa veya uzun süreli olarak tasarlar. Öğretmenliğin ilk yıllarından itibaren bu ders tasarımları çeşitli düzeltmeler ve güncellemeler ile eğitim programına veya günün şartlarına uygun hale gelebilmek için güncellenirler. Matematik öğretmenlerinin ders planlarına DGY'leri entegre etmeleri matematik öğretimi açısından önemlidir. Bu entegrasyonun etkili olabilmesi için öğretmenlerin DGY'leri geometri derslerinin hangi aşamasında ve nasıl kullanacaklarına karar vermeleri, geometrik kavramların öğretiminde hangi etkinlikleri nasıl sıralamaları gerektiğini bilmeleri ve son olarak bu entegrasyonun öğrenci düşüncelerinde oluşturacağı değişikliklerin farkında olmaları çok önemlidir.

Gerçekçi matematik eğitimi (GME) yaklaşımı bu araştırmada DGY'lerin geometri derslerinin hangi aşamasında ve nasıl katılacağı konusunda belirleyici çerçeveyi oluşturmaktadır. Freudenthal ve arkadaşları tarafından ortaya konan bu kurama göre öğrenciye günlük yaşamında karşılaşabileceği veya hayalinde canlandırabileceği bir problem durumunu konunun hemen başında sunmak önemlidir (Freudenthal, 1991). Bu sayede öğrencinin problem çözme isteğini attırmak ve onu yeni konuyu öğrenmeye istekli hale getirmek daha doğal bir yol ile gerçekleşmektedir. Bu nedenle araştırmada DGY'lerin konu başlarında GME ilkeleri doğrultusunda hazırlanmış geometri problemleri ile beraber sunulması veya GME problemlerinin çözüm sürecinde kullanılmasına karar verilmiştir.

DGY'lerin ders tasarımlarında yer alması hem öğretmenlerin ders işleme alışkanlıklarında değişiklere hem de öğrencilerin geometri dersinde matematik dersi alışkanlıklarının değişmesine de yol açmıştır (Karataş ve Güven, 2015). Her sınıfın sosyal, akademik, kültürel yapısına göre şekillenen kendi mikro kültürü vardır. Bu kültür ders öğretmenine ve derse göre farklılıklar gösterebilir. Çünkü her öğretmen kendi sınıf içi kurallarının benimsenmesini ve öğretiminin bu kurallar çerçevesinde gerçekleşmesini ister. Bu sosyal bir sınıf ortamı içerisinde gelişen genel davranış biçimleri de sosyal normlar olarak adlandırılır (Cobb, Yackel, and Wood, 1992). Bu normların matematik dersi özelinde oluşumuna da sosyomatematiksel norm denilmektedir. Sosyomatematiksel normlar sınıf içi matematik tartışma kurallarını belirler (Yackel and Cobb, 1996). Entegrasyon sürecinde bu sosyal ve sosyomatematiksel normlar takip edilmiş ve normlardaki değişikler belirlenmeye çalışılmıştır. Yani normlar araştırma sürecinde hem öğretmen hem öğrencide ortaya çıkan değişiklerin bir başka izleme aracı olarak ortaya konulmuş ve süreç normlar üzerinden de değerlendirilmiştir.

Araştırma tasarım tabanlı olarak desenlenmiştir. Tasarım tabanlı araştırmaların en önemli özelliği bir yenilik üretiminde kullanılmasıdır. Bu yenilik bir kuram, yeni bir öğrenme ortamı ya da yeni bir eğitim uygulaması olabilir (Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011). Geometri öğretiminde anlatılan kuram oluşturma veya yeni bir öğrenme ortamı uygulama süreci DGY'lerin öğretmen ders planlarında nasıl yer alması gerekliliğinden öğretmenlerin derslerini GME ilkeleri ile DGY kullanarak nasıl tasarlamaları gerektiğine evrilmiştir. Tasarım tabanlı araştırma yöntemi ile bu ders tasarımları döngüsel kontroller, karşılaştırmalar ve müdahaleler ile gerçekleştirilebilir. Yapılan ders tasarımlarından elde edilen tecrübe ise geometri derslerinde GME problemlerinin DGY ortamında nasıl verilmesini açıklayan bir model olarak ortaya çıkabilir ve oluşturulacak model/modeller ile DGY'ler geometri öğretiminide daha etkili ve sürekli kullanılabilir.

Araştırma süreci ile GME'e tabanlı problemlerin DGY ortamında sunulmasının temel prensiplerin belirlenmesi gerekmektedir. Ayrıca DGY kullanımının öğrenci merkezli uzun soluklu ve eğitim programı ile eş zamanlı yürütülmesi ile ilgili önemli tecrübeler elde edilmesi amaçlanmıştır. Araştırmada bu doğrultuda "GME tabanlı geometri öğretimini desteklemede DGY'nin öğretime entegrasyonu nasıl gerçekleşmiştir? sorusuna yanıt aranmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Matematik denildiğinde akla ilk gelen tanımlar sayma işlemi, ölçme işlemi, bir düşünce sanatı, hesaplama tekniği, bir iletişim aracı veya bir disiplin olduğudur. Antik Yunanda ise "matesis" kelimesi matematik kelimesinin köküdür ve "bilirim" anlamına gelmektedir. Günümüzde matematik bilginin en önemli kaynaklarından biridir. Matematiği diğer bilimlerden ayıran en önemli özelliği ise tamamen insan ürünü olmasıdır (Kart,1996). Matematik günümüzde alt dalları ile farklı alanların da gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Örneğin, Cebirsel geometri ile robot ve bilgisayar oyunu modellemeleri; Diferansiyel denklemler ve sayısal analiz teknikleri ile uçak ve motor modellemeleri, uydu yapımı; Fraktallar ile anten teknolojisi, Fourier analizi ve teknikleri ile iletişim ağları, resim, video ve dijital müziğin sıkıştırılması; Cebirsel topoloji ile uzak gezegenlerin fotoğraflarından gezegen yüzeyinin coğrafyasının belirlenmesi gibi pek çok alan ile doğrudan ilişkilidir. Bu kadar çok alan ile ilişkili hale gelen matematiği öğrenmek ve öğretmek daha da önemli hale gelmektedir. Matematik eğitiminde okul öncesinden başlayarak yüksek öğretime kadar ezberci bir eğitimden kaçınılmalı, yaşam boyu gereklilik arz eden matematik kavramları, matematiksel mantıkla, matematiğin doğası ve karakteristik yapısıyla bütünleştirilip sunulmalıdır (Nasibov ve Kaçar, 2005).

Matematik öğretim süreci matematiğin doğasını korurken öğrencileri gerçek hayattan koparmamalıdır. Öğrencilerin kullanma alanlarını bilmediği tanım, teorem ve özellikleri sadece ulusal sınavlarda kendisine iyi bir derece oluşturma amacı ile yapılan matematik eğitimi sorun çözmekten uzak olmakta hatta sorunun kendisi haline gelmektedir. Bu durum pek çok ülkenin ortak sorunu haline gelmiş ve daha gelişmiş ülkelerin eğitim reformları incelenmeye başlanmıştır. Ayrıca uluslararası bazı programlar ile ülkelerin başta matematik ve fen eğitimi alanlarında uluslararası arenada konumlarını belirleme imkânı olmaktadır. Bu programlardan biri "Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA)" dır. PISA, Ekonomik İş birliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından üçer yıllık dönemler hâlinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren bir araştırmadır. Bir başka program ise Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS) dır. TIMSS, dört yılda bir yapılan dünyadaki en büyük ve en kapsamlı uluslararası öğrenci başarılarını değerlendirme çalışmasıdır ve 4. ile 8. sınıf düzeyindeki öğrencilere uygulanmaktadır

(MEB, 2020). PISA (Programme For International Student Assessment) 2000 yılında uygulamaya başlayan ve ülkemizinde 2003 yılından beri katılmakta olduğu uluslararası sınavlardan bir diğeridir. PISA sınavlarıyla katılımcı ülkeler okuma becerileri, matematik ve fen alanlarında diğer ülkelerin eğitim programları ve öğrenci başarılarını karşılaştırılmaya ve değerlendirilmeye başlamışlardır. Yapılan bu değerlendirmeler öğrencilerdeki matematik, fen ve okuma becerileri ile ilgili farklı bakış açıları geliştirme gereksinimini ortaya çıkarmıştır. Bu değişiklikler birçok ülkede reform hareketlerini başlatmış, matematik dersi öğretim programlarının içeriklerinde sadeleştirmelerin gerçekleşmesi sağlanmıştır (Avrupa'da Matematik Eğitimi, 2011). Bu süreç hiç şüphesiz ülkemizde de eğitim programlarının değişmesine ve gelişmesine katkıda bulunmuştur. Eğitim programındaki bu değişimler ise 2013 ve 2017 yılındaki matematik dersi öğretim programlarında kendini göstermiştir.

PISA ve benzeri uluslararası sınavlarda anahtar kavram olan matematik okuryazarlığı bu değişim sürecinde eğitim programlarımızda da yerini almıştır. PISA'nın tanımına göre ise matematik okuryazarlığı; matematikle uğraşma, matematiği anlama ve tanımlama yeteneği, ayrıca bireyin o anki ve gelecekteki özel yaşamında, iş hayatında ve akran ve arkadaşlarıyla arasında gelişen, sosyal yaşamında yapıcı, ilgili ve yansıtıcı bir vatandaş olarak genel hayatında matematiğin ne gibi bir işlevi olduğu üzerine sağlam temellere dayalı yargılara varmaktır (OECD, 2004). Altun'a (2011) göre matematik okuryazarlığı, öğrencilerin matematiği gerçek yaşamda nasıl kullanacağını görmeleri, gereksinimlerini karşılamada matematiği kullanmaları ve yorumlama kapasitelerini geliştirmeye yönelik kazanımlar geliştirmelerini amaçlamaktadır. Bu ve benzeri tanımlara bakıldığında bireyin matematik okuryazarlığını kazanması için bir takım temel bilgi ve becerilere sahip olması gerekir. Matematik okuryazarlığını kazanmış bireyin özellikleri şöyle sıralanabilir:

a) Farklı şekillerde sayısal modeller üretebilme ve düzenleyebilme

b) Sayılarla işlem yapma yollarını anladığını sergileyebilme,

c) Matematiğin tarihsel gelişimini anladığını sergileyebilme,

d) Matematiksel dili; matematiksel düşüncelerin, kavramların, genellemelerin ve süreçlerin ifadesinde kullanabilme,

e) Sosyal, politik ve ekonomik işlerde ne tür matematiksel ilişkiler olduğunu analiz edebilme,

f) Çeşitli mantıksal süreçleri; isabetli tahminlerde bulunma, test etme ve formülleştirmede kullanabilme,

g) Çeşitli açılardan yeterliğe ve güvenirliğe karar verebilmede matematikten yararlanabilme,

h) Bilgiye dayalı kararlar vermede verileri analiz edebilme,

i) Bütün duyuları kullanarak; şekil, uzay, zaman ve hareketle ilgili deneyimleri tanımlayabilme,

j) Doğal şekilleri, kültürel ürünleri ve süreçleri; zaman, şekil ve uzayın temsilcileri olarak analiz edebilme (Uysal ve Yenilmez, 2011)

Matematik okuryazarlığı için bireylerin sahip olması gereken temel bilgilerden bazılarını pür matematiksel yapılar ile ilişkili olmasına rağmen bazı maddelerin insanın sosyal çevresini algılaması, duyu organları ile elde ettiği yaşantılarını anlamlandırmaları ve günlük hayatında her daim olan doğru ve güvenilir kararlar verme ile ilgili olduğu görülmektedir. Bir başka ifade ile matematik bilgisini ders kitaplardan dışarı çıkaracak günlük yaşama entegre edecek becerilerden bahsetmektedir. Matematik okuryazarlığını temel alan ve öğrencilerin matematiği yaşantılarla öğrenmesi üzerine kurulan kuramlardan biri ise "Gerçekçi Matematik Eğitimi" dir.

2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi

Gerçekçi Matematik Eğitimi, matematik öğretimi ve öğreniminde ihtiyaç duyulan reformu gerçekleştirmek amacıyla, Hollanda'da Utrecht Üniversitesine bağlı Freudental Enstitüsünde 1971 yılında, Hollandalı matematikçi ve eğitimci Hans Freudenthal tarafından temeli atılan matematik öğretimi yaklaşımıdır ve matematik eğitimi alanına özel bir eğitim teorisidir (Cansız, 2015). GME yaklaşımı Hollanda dışında; İngiltere, Almanya, Danimarka, İspanya, Portekiz, Güney Afrika, Brezilya, Amerika Birleşik Devletleri, Japonya ve Malezya gibi çok sayıda ülkede kabul görmüştür (De Lange, 1996; Arseven, 2010).

Freudenthal, matematiği bir insan aktivitesi olarak tanımlamaktadır. Freudenthal ve arkadaşlarına göre matematik öğretimine günlük yaşamdan öğrenci tarafından anlamlandırılabilecek veya hayalinde canlandırabilecek bir problem durumu ile başlanmalıdır. Freudenthal tarihte de matematiğin gerçek yaşam problemleri ile başladığını, gerçek yaşamın matematikleştirildiğini daha sonra formal matematiğe ulaşıldığını ileri sürmektedir. Gerçek hayat problemlerinden başlayarak matematiksel kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece de “matematikleştirme” adını vermiştir. Yani, matematiksel bilgiye keşfetme yoluyla ulaşıldığını ifade etmiştir. Formal matematiksel bilgiye yani tanımlara, bağıntılara vb. en son ulaşılmıştır (Üzel, 2007) ve matematikleştirme süreci çevresel bir olay veya durumdan matematiksel bilgiye ulaşma şeklinde tanımlanmaktadır (Altun, Bintaş ve Arslan, 2003).

Freudenthal’a (1968, 1991) göre matematiksel bilgiyi keşfetmesi istenen çocuklar günlük hayat problemleri ya da gerçekçi durumlarla karşı karşıya bırakılmalıdır. Ancak burada “gerçekçi (realistic)” kelimesi sadece gerçek dünya ile olan bağlantıyı işaret etmemektedir. Bu kelime aynı zamanda öğrencilerin zihinlerinde canlandırabilecekleri gerçek problem durumlarını da işaret etmektedir. Asıl olarak “gerçekçi” ismi, “hayal etme” nin Almanca çevirisi olan “zichREALISEren” den gelmektedir. Bundan dolayı GME yaklaşımına verilen isimlendirme ile gerçekte insanların zihninde bir şeyleri gerçek yapabilmeleri üzerine vurgu yapılmaktadır. Öğrencilere sunulan problemler için GME yaklaşımının dayandığı nokta içeriğinde gerçek dünyadan bir şeylerin bulunabilmesidir. Ancak gerçek dünyanın derslere yansıması farklılaşabilir ve öğrencilere sunulan herhangi bir problem durumu gerçek olmasa bile eğer öğrencinin zihninde canlandırılabiliyor ise bunun GME yaklaşımına uygun olduğu söylenebilir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001).

Hans Freudenthal ve GME yaklaşımının diğer araştırmacıları matematiksel bir bilginin oluşumuna yani gerçek modelden matematik kavrama ulaşma sürecine “matematikleştirme” (mathematization) adını vermişlerdir (Freudenthal, 1968; Freudenthal, 1973; Freudenthal, 1979; Gravemeijer, 1997; Treffers, 1991; Van den Heuvel-Panhuizen, 1996; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001). Matematikleştirmede öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli, öğrenilecek konunun konuyu keşfeden matematikçinin izlediği keşif yoluna benzer şekilde gelişmesi gerekir (Treffers, 1987).

GME yaklaşımında matematikleştirme matematik öğretiminde anahtar süreçtir ve bunun iki temel nedeni vardır. Bunlardan birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değil, her insanın işidir. İkinci neden ise yeniden keşfetme fikri ile ilgilidir. Matematiksel bilgiye keşfetme ile ulaşılmıştır. Bu bakımdan yeniden keşfetme matematik öğretiminin vazgeçilmez ilkesidir (Bahadır ve Hırdıç, 2018). Matematikleştirme sürecinde öğrencinin en önemli kazanımı günlük yaşamdaki durumlara matematiksel yaklaşımlar getirebilmesidir. Böylece öğrencilerin konuyu tanım, teorem ve özellik sırasında hazır almak yerine önceki bilgilerini kullanmalarını ve yeni tanımları anlayarak, özümseyerek geçmiş öğrenmeler ile birleştirmelerini sağlayacaktır. Treffers (1978, 1987) bu matematikleştirme sürecini "yatay matematikleştirme" ve "dikey matematikleştirme" olmak üzere iki başlık altında ele alarak eğitimsel bir çerçevede kategorize etmiştir.

Yatay matematikleştirme bir gerçek yaşam problemini çözebilmek için matematiksel araçların önerildiği, çözümle ilgili ortamın hazırlandığı modelden matematik bilgisinin üretildiği safhadır (Altun, 2001). Başka bir ifade ile yatay matematikleştirme; gerçek yaşamla ilgili olan ve öğrencilere sunulan herhangi bir problemin matematiksel anlamda çözülebilmesi için matematiksel ifadeler kullanılarak tanımlanması aşamasıdır (Gravemeijer and Doorman, 1999). Dikey matematikleştirme; sembollerle çalışma ve kavramlar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak suretiyle genel ya da bireysel formüllere ulaşma şeklinde daha yüksek düzeyli matematiğe ulaşma sürecidir (Altun, 2006). Bir formül içindeki bir ilişkiyi tekrar gösterme, düzenleri ispat etme, modelleri sadeleştirme ve düzeltme, farklı modeller kullanma, modelleri tamamlama ve birleştirme, matematiksel bir modeli formüle etme ve genelleme dikey matematikleştirmenin örnekleridir (Zulkardi, 2000). Dikey matematikleştirmenin olması için yatay matematikleştirmenin olması gerekir. GME' de matematik öğretiminin amacı kademeli ilerleyen matematikleştirme yoluyla öğrencinin matematik bilgisini geliştirmek, genişletmek ve zenginleştirmektir.

GME' de 6 temel öğretim ilkesi benimsenmektedir. Bunlar;

Aktivite İlkesi*:* Öğrencilerin kendilerine özgü bir öğrenme yolu geliştirmeleri için önceki yaşamlarından izler taşıyan problem durumlarıyla karşı karşıya gelecekleri aktivitelerde bulunmasıdır.

Gerçeklik İlkesi*:* Gerçeğin matematikleştirilmesinden doğan matematik bilimi gibi, matematiği öğrenme gerekliliği de gerçeğin matematikleştirilmesiyle ortaya çıkar (Van den Heuvel-Panhuizen and Wijers, 2005; Can, 2012). GME yaklaşımında asıl olarak matematik eğitimine, öğrencilerin belki çok daha sonradan ihtiyaç duyacakları bazı tanımlar, formüller veya soyut kavramlar ile başlamaktan ziyade, daha öğretici ve öğrenciler tarafından matematikleştirilebilen içeriklerle başlanmalıdır (Freudenthal, 1968; Demirdöğen, 2007).

Seviye İlkesi*:* GME yaklaşımına göre matematik öğrenme; öğrencilerin birçok anlama seviyelerinden geçmeleri anlamına gelir (Demirdöğen, 2007; Can, 2012). GME yaklaşımında öğrencilerin bir üst seviyeye yükselip yükselmediği sınıf içinde yapılan etkinlikler sayesinde anlaşılabilir. Seviye ilkesinin matematiksel düşünmede gelişmeyi sağlaması ve programa açıklık, kolaylık getirmesi gibi avantajları vardır (Arseven, 2010).

Birbiriyle İlişki İlkesi*:* Matematik konularının birbiri ile ilişkisizmiş gibi ve dikey bir şekilde öğretilmesi öğrencilerin ilerideki öğrenmelerinde konular arasında ilişki kurmalarını olumsuz etkileyebilir. Bu ilke zengin içerikli matematik problemlerini çözmek için geniş bir matematik anlayışına ve farklı matematik aletlerine sahip olunması gerektiği anlamına gelmektedir (Demirdöğen, 2007; Can, 2012).

Etkileşim (iş birliği) ilkesi*:* Freudenthal'e (1968, 1973) göre GME yaklaşımı açısından matematikleştirme sınıf ortamında gerçekleştirilen sosyal bir aktivitedir. Etkileşim ilkesine göre GME yaklaşımında matematikleştirme sosyal bir ortam olarak etkileşimin en üst seviyede olduğu sınıfta gerçekleştiğinden, tüm sınıfın öğrenmelerinin önemli olduğu açıkça belirtilmektedir. Fakat buradan sınıfta bulunan her öğrencinin aynı yolu takip ettiği ve aynı anda aynı gelişim seviyesinden geçerek aynı seviyelere ulaştıkları anlamına gelmez (Demirdöğen, 2007).

Rehberlik ilkesi*:* GME yaklaşımında rehberlik ilkesi esas olarak yönlendirilmiş yeniden keşfetme ile ilgilidir. Burada esas amaç öğrencilerin kendilerine özgü yollarla matematikleştirmelerini yapmalarını sağlamak için onlara matematiksel bilginin oluşum sürecine benzer koşulların oluşturulmasına yardımcı olmaktır. Bu ise kullanılan matematik öğretim programları ve öğretmenlerin derslerde kullandıkları etkinlik ve modellerle olur (Demirdöğen, 2007).

GME'nin altı ilkesi ile öğrencilerin deneyimlemeleri istenen matematiksel ispat süreci öğretmen rehberliğinde gerçekleşmektedir. Bu rehberlik sadece ders sürecini yönlendirmek anlamında değildir aynı zamanda ders öncesi eğitim ortamının hazırlanması olarak da anlaşılmalıdır. Bu hazırlıklar GME ilkeleri ile hazırlanacak problemlerin hazırlanması veya seçilmesi ile başlamaktadır. Geometri sınıflarında GME yaklaşımı ile öğretim aynı şekilde gerçekleşmektedir fakat geometri dersinin kendine özgü yapısı öğrencilerin takip etmesi gereken keşif sürecini zorlaştırmaktadır. DGY ortamı ile GME problemlerinin gerçek hayat örnekleri olmasa da öğrencilerin hayal edip canlandırabileceği ortamı sunmaktadır.

Matematikleştirme sürecinde matematiksel yeni bilgiye ulaşma ana hedeftir. Altun'a (2008) göre bu matematiksel bir bilgiyi oluşturma sürecinde; yönlendirilmiş yeniden keşfetme, didaktik fenomenoloji ve gelişen modeller olmak üzere üç ilke bulunmaktadır. Bu ilkeler eğitsel tasarı teorisi olarak adlandırılmaktadır. GME'ye dayalı eğitsel tasarı teorisine göre ders tasarımlarını yapan öğretmenler bu üç tasarı ilkesi doğrultusunda, gerçek yaşam problemlerine gerçekçi çözümlerin arandığı ve ileri sürüldüğü öğrenme ortamlarını oluşturacak ilerici öğrenme yollarını belirlerler (Kwon, 2002).

Yönlendirilmiş yeniden keşfetme ilkesinde, öğrencilerin matematik derslerinde matematik bilgisinin icat edilme sürecine benzeyen bir süreci deneyim kazabilmelerini sağlayabilmektir. Bunun için öğretmenler ders ortamlarını düzenleyerek tasarlanmış matematiği öğrencilerin tekrar keşfetmesi için uygun imkânlar sağlamalıdır. Tasarımcı bunu sağlamak için, matematik tarihini ve öğrencilerin informal çözüm yollarını kaynak ya da başlangıç noktası olarak kullanılabilir (Gravemeijer, 2004).

Didaktik fenomenoloji ilkesinde, Freudenthal, kavramın ya da olgunun yansıttığı olay ile matematiksel kavramın veya olgunun bizzat kendisi arasındaki etkileşimi ve ilişkiyi incelemek olarak tanımlamaktadır (Kwon, 2002). Didaktik fenomenoloji temel olarak matematiksel kavramların tanımlamak, analizini yapmak ya da organize etmek suretiyle, matematiksel kavramlarının nasıl oluştuğunu yani oluşum sürecini açıklayabilmektedir.

Gelişen modeller ilkesinde, modellerin rolü soyut kavramların somutlaştırılması için kullanılan hazır materyaller yerine öğrencilerin kendi yaşantılarıyla elde edebilecekleri modeller geliştirmesidir. Burada esas amaç, derslerde doğrudan soyut matematiksel bilgiyi somutlaştırmak yerine, öğrencinin kendi informal matematik etkinliğinden geliştirdiği, kendine özgü bilgilerini modellemesidir (Gravemeijer, 2004).

Araştırmada matematikleştirme süreci GME'ye dayalı geometri problemlerin DGY ortamında çözülmesi ile sağlanmıştır. Öğrencilerin geometri dersinde yaşamaları hedeflenen keşif süreçleri için DGY ortamları hazırlanmıştır. Bu ortamlarda öğrencilerin DGY araçlarını kullanarak kendi keşiflerini yapabilmeleri sağlanmıştır. Böylece yönlendirilmiş yeniden keşfetme ilkesinin gereklilikleri yerine getirilmiştir.

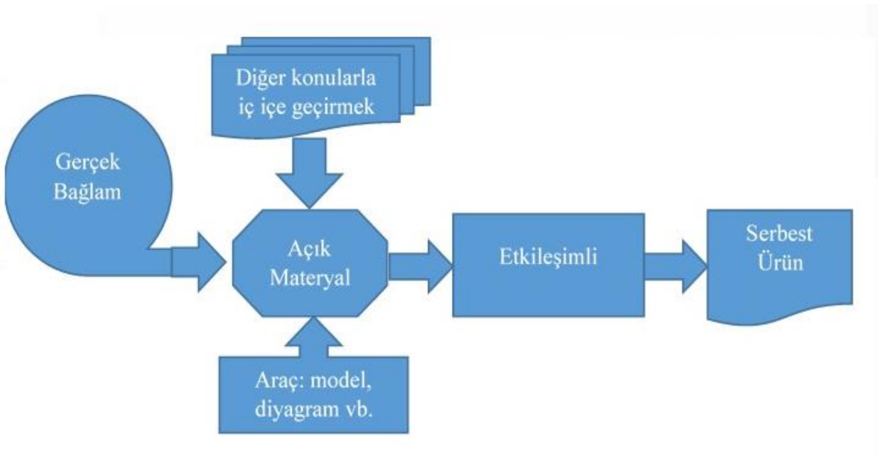
Ortaöğretim 9. sınıf geometri konuları öğrencileri ortaokulda karşılaştıkları temel Öklid geometrisini içermektedir. Öğrenciler açı, üçgen, yardımcı elemanlar, eşlik-benzerlik ve alan konularında ön bilgiye sahiptirler. Araştırma sürecinde öncelikler öğrenciler ile geometrik oluşum kavramı üzerinde durulmuştur. Geometrik oluşumlar ile öğrencilerin ön bilgilerini hem kullanmaları hem de sorgulamaları sağlanmıştır. Öğrenciler bu çalışmalardan sonra GME problemleri ile karşılaştıktan sonra bu ön bilgilerini kullanmalarını sağlayan ama aynı zamanda bu bilgilerin geometrik oluşumlar ile geometrik kavramları tanımlamaya, analizini yapmaya ya da organize etmeye başlamışlardır. Geometrik oluşumlar ve GME problemleri ile matematikleştirme sürecinin didaktik fenomenoloji ilkesi gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada öğrenciler GME problemlerinin çözüm sürecinde DGY ortamındaki geometrik oluşumlar ile çalışmışlardır. Bu oluşumlar öğrencilere üçgen, açıortay, diklik merkezi gibi geometrik kavramları somutlaştırma veya görselleştirme amacı ile verilmemiştir. Bu oluşumlar geometrik ilişkileri, değişmezleri veya bağlantılı durumları inceleme aracı olarak kullanılmaktadır. Öğrenciler geometrik oluşumlar yardımı GME problemlerini çözerken geometri bilgilerini kendilerine özgü kodlayabilmekte ve ilişkilendirmeler yapabilmektedir. Bu davranış ile öğrencilerin matematikleştirme sürecinde gelişen modeller ilkesi gerçekleştirilmiştir.

2.1.1. Gerçekçi matematik materyallerinin geliştirilmesi

GME ilkelerine göre ders tasarlamada öğretmen rollerinden bir başkası ise ders materyallerini belirlemektir. Ders materyallerinin seçimi bazen hazır GME ilkelerine göre yeniden ele alınıp düzenlenmesi (Gravemeijer, 2001), bazen de alan uzmanları, program geliştiriciler veya ders öğretmenleri tarafından yeniden hazırlanması ile gerçekleşmektedir. Materyallerde yapılan değişikler sonunda ortaya çıkan ders materyalleri GME'nin tüm özelliklerini temsil etmelidirler (Zulkardi, 2002). Bu araştırmada kullanılan GME problemleri araştırmacı öğretmen tarafından tasarlanan problemler ve mevcut problemlerin GME ilkeleri ile yeniden düzenlenmesi ile gerçekleştirilmiştir.

Streefland (1991), kesirler üzerine yaptığı çalışmada gerçekçi matematik ders materyalleri inşa etmede üç yaklaşım belirlemiştir. Bunlar sınıf seviyesi, ders seviyesi ve teorik seviyedir. Sınıf seviyesinde öğretim etkinlikleri, GME'nin tüm özelliklerine göre tasarlanır. Ders seviyesi aynı zamanda öğretim sıralaması seviyesi olarak da adlandırılır. Sınıf düzeyinde oluşturulan materyaller artık matematiksel özelliklerine göre kullanılmaktadır ve dersin genel taslağını şekillendirecek didaktik özü içerirler. Bu aşamada materyaller denendikten ve revize edildikten sonra konunun sırasına göre öğretici içeriği geliştirmek için diğer içeriklere ve bağlamlara genişletilir. Bu genişleme materyalin gelişimine katkı sağlamak anlamındadır. Materyal tasarlamada yerel düzeydeki öğrenme süreci genel düzeyde devam ettirilmelidir. Teorik seviyede ise şekil 2.1.'de görüldüğü gibi önceki seviyelerde gerçekleşen tasarım ve geliştirme, didaktik düşünme ve sınıfta deneme gibi tüm faaliyetler teorik bir yapıya dönüşür. Burada belirli bir öğrenme alanı için yerel bir teori oluşturulur, gözden geçirilir ve ek döngüsel geliştirmeler sırasında tekrar test edilir.



Şekil 2.1. *GME öğretim materyali tasarlama modeli (Streefland, 1991)*

Sınıf, ders ve teorik seviyelere göre hazırlanan gerçekçi matematik ders materyallerinin başında problemler yer almaktadır. GME'nin temel yaklaşımı olan derse gerçek yaşamdan bir problem ile başlama durumu önemlidir. GME probleminin zorluk seviyesi öğrencilerde hem bir mücadele etme duygusu uyandırmalı hem de matematiksel ön bilgilerini kullanmalarını sağlayacak ortamı içermelidir. Zor matematiksel işlemler ve karmaşık ilişkiler içeren problemler bağlamı gerçek yaşamdanmış gibi olsa da öğrencide matematiksel bir merak ya da mücadele etme isteği oluşturmayabilir. Bu nedenle problemin gerçek amacının ne olduğuna iyi karar verilmelidir.

De Lange (1995), matematik eğitiminde farklı amaç seviyelerinden bahseder. Bunları alt düzey, orta düzey ve üst düzey olmak üzere üç sınıfa ayırmıştır. Bu üç düşünme becerisi düzeyi veya üç 'yeterlilik sınıfına' benzer olarak görülür. Bu sınıflama matematik okuryazarlığını değerlendirmek için PISA 2000 çalışması tarafından kullanılmıştır. Alt düzey problemler basit hesaplama, verileni uygulama ve tanımlardan oluşur. Bu problemler geleneksel matematik değerlendirmesinde en aşina olunan ve her öğrencinin yapması beklenen problemlerdir. Orta düzey problemleri çözmek için bağlantılar ve entegrasyonlar gerekir. Bu seviyede önceki seviye problemleri farklı araçları kullanarak çözülebilmelidirler. Üst düzeyde öğrencilerin matematiksel düşünme, genelleme ve varsayımlarda bulunarak matematiksel yapıları belirlemeleri ve analiz yapmaları beklenmektedir (OECD, 2001).

Geleneksel ders materyallerinde hedefler daha düşük seviyeli hedefler olarak sınıflandırılmıştır. Formül becerilerine, basit algoritmalara ve tanımlara dayanır. GME'de hedefler de 'orta' ve 'daha yüksek' seviye hedefleri içerir (Zulkardi, 2002). Orta ve yüksek seviye hedefler içeren GME ders materyalleri derslerde amaçlanan yatay ve dikey matematikleştirmenin ortaya çıkacağı süreci doğal olarak oluşturacaktır. Matematik derslerinde oluşturulmak istenen bu matematikleştirme süreci geometri öğretiminde de önemlidir. Fakat geometri öğrenme alanının kendine has tümdengelimli yapısı, karmaşık gözüken kuramsal ilişkileri geometri derslerinde GME teorisinin uygulamasında zorluklar çıkartabilir.

Geometri dersi için GME’ye dayalı problem hazırlamak araştırmacı öğretmen için en zor süreçlerden birisi olmuştur. Öncelikle DGY ortamına uygun bir problem hazırlamak için problemin DGY’nin birden fazla özelliği ile ele alınabilmesi amaçlanmıştır. DGY ortamında oluşumlar/inşalar GME problemleri için çok önemlidir. Geometrik oluşumlar ile bir özel durum yerine olası tüm durumlar altında problem çözümü gerçekleştirilebilmektedir. Bu nedenle problemlerde sayısal verilerden kaçınılmış olup “aynı uzunlukta”, “eşit alanlı” gibi genel cümleler kullanılmıştır. Problemlerin çözüm sürecinde öğretilmek istenen kavram üzerine tartışmalardan sonra problemin alt amaçlarında sayısal veriler kullanılmıştır. GME problemi hazırlamada önemli bir başka nokta ise problemin anlaşılırlığıdır. Problemlerin sayısal verilerden uzak olmaları öğrencilerin alışık olmadığı bir yaklaşım olduğundan problemlerde kullanılan dil daha önem kazanmaktadır. GME problemlerinin anlaşılırlığı için alanında en az 20 yıl tecrübeye sahip matematik zümre öğretmenlerinin görüşü ve tez danışmanının görüşü alınmıştır. GME problemleri ile ilgili en önemli veri ise pilot çalışma ile elde edilmiştir. Pilot uygulama sonunda video analizleri ve öğrenci görüşleri GME problemlerinin şekillenmesinde önemli bir rol oynamıştır. Uygulama sürecinde de ders tasarımının mikro döngülerinde bazı problemlerde düzeltmeler yapılmıştır. Araştırmada hazırlanan GME problemleri Streefland (1991), tanımladığı üç seviyeli genelleme ilkesi ile uyumludur. Hazırlanan ders tasarımları ile sınıf seviyesi, ders seviyesi gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama ile teorik seviye yani geometrik dersleri için GME problemleri hazırlama yaklaşımı geliştirilmiştir. Hazırlanan GME problemlerinin zorluk seviyeleri De Lange'ın (1995) belirlediği PISA tarafından da kabul edilen orta ve üst seviye olarak belirlenmiştir. Üst seviye problemlerde öğrencilerin zorlandıkları görülmüş ve problem çözüm sürecinde gerekli rehberlik yapılmıştır.

2.2. Geometri Öğretimi

Geometri, matematiğin bireylerdeki görsel, estetik ve sezgisel duyuları ortaya çıkaran bir dalı olup, tanımlanabilen ya da modellenerek sezdirilebilen kavramlar, aksiyomlar ve kanıtlanmış genellemelerden oluşur (Köse, 2008). Geometri tanımsız ve tanımlı terimler, aksiyom ve teorem üzerine kurulmuştur. Tümdengelimli yapısı nedeniyle geometri konuları arasında da hiyerarşik bir yapı bulunmaktadır. Geometri öğretiminde konular bu hiyerarşik yapı ile sıralanmaktadır. Geometrinin öğretiminde öğrencilerden nesnel ve eleştirel düşünebilmeleri, neden sonuç ilişkilerini kurabilmeleri ve sayısal düşünme becerilerini geliştirmeleri beklenmektedir (Oral ve İlhan, 2012). Geometri öğretimi okul öncesi geometrik nesnelerin isimleri ile başlayıp ortaöğretimde Öklid geometrisi, analitik geometri ve uzay geometrisi ile sınırlandırılmıştır. Geometri öğrenimi öğrencilerin çevrelerindeki fiziksel dünyayı görmeye, bilmeye ve anlamaya başlamaları ile başlar ve tümevarımlı veya tümdengelimli sisteminin içinde gelişen yüksek düzeyde geometrik düşünme ile devam eder (Ubuz, 1999). Öğrencilere kazandırılmak istenen geometrik düşünme öğrencilerin günlük hayat problemlerinin çözümünün yanında bu çözümlere mantıksal açıklamalar yapabilmeyi ve olaylar arasındaki ilişkileri sorgulayabilmelerini sağlar (Tatar ve diğerleri, 2014).

Matematik okuryazarlığı kabiliyetlerinden birisi de tanımlama yapabilmektir. Geometri öğretiminde geometrik yapıları tanımlamak bunların diğer yapılar ile ilişkisini anlamanın en önemi yollarından biridir. 9. sınıf geometri programında kullanılan tanımlar üst sınıf geometri öğrenmelerinin de temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle araştırmada geometrik tanımlar üzerinde özellikle durulmuştur.

Euclid’in (Öklid) “Elements/Elemanlar” adlı kitabında problem olarak verdiği birtakım özelliklere dayalı oluşturulan yeni geometrik yapılara oluşum/inşa denilmektedir. Oluşumlar kanıt gerektiren bir teoremin kendisi veya teoremin özel bir biçimidir. Oluşum süreci, geometrik araçların kullanımıyla geometrik yapıların oluşturulmasıdır (Köse, Tanışlı, Erdoğan ve Ada, 2012). Duval’a (1998) göre oluşumlar geometrik düşünmede bilişsel süreçlerden biridir. Oluşum süreci, geometrik araçların kullanımıyla geometrik yapıların oluşturulmasıdır. Burada bahsedilen geometrik araçlar cetvel ve pergelden DGY’lere kadar geniş bir aralıktır. Bu geometrik araçlar geçmişten günümüze değişiklik gösterse de zihinsel bir muhakeme süreci olan geometri öğretiminin vazgeçilmez bir parçasıdırlar.

Ortaöğretim geometri derslerinde klasik geometri araçları olan cetvel ve pergel günümüzde ders sürelerinin sınırlı olması ve programın gerisinde kalma endişesi gibi çekinceler ile kullanılmamakta onun yerine hazır geometrik şekiller ve problemler tahtaya yansıtılarak veya beyaz tahtaya kaba çizimler ile sunulmaktadır. Geometri derslerinde kendilerini formül ezberlemek zorunda hisseden öğrenciler için bu çizimler çoğu zaman anlamlı gelmemektedir. Bu nedenle geometri problemlerini öğrencilerin ilgilerini çekecek günlük yaşantılarında sürekli karşılaştıkları geometrik yapılar üzerinden vermek öğrenci motivasyonunu arttırabilir. Klasik sınıf ortamında gerçek hayatta karşılaşamayacağı mükemmel üçgen, dörtgen, çember ve prizma gibi yapıları öğrenmeye çalışmak yerine günlük hayattaki geometrik yapılar arasında ilişki kurarak problem çözmeye çalışmak öğrencilerin geometri öğrenmelerine olumlu katkı sağlayabilir. Matematik öğretimine günlük yaşamdan öğrenci tarafından anlamlandırılabilecek veya hayalinde canlandırabilecek bir problem durumu ile başlanmalıdır ilkesine dayanan GME yaklaşımı araştırmada geometri öğretimi yaklaşımı olarak benimsenmiştir. Bu yaklaşım çerçevesinde hazırlanan geometri problemleri ile öğrencilerin geometri ile tanımları pekiştirip, geometrik yapıların özelliklerini keşfetmelerine, geometrik yapıları inşa etme sürecini deneyimlemelerine ve geometrik araçlar kullanarak oluşumları incelemelerine imkân bulabilirler. GME ilkeleri ile hazırlanan geometri problemlerini geometrik araçlar kullanarak incelemek öğrenciler için önemlidir. Fakat hem iyi bir el becerisi hem de zihinsel süreç isteyen klasik araçlar (cetvel, pergel vb.) GME problemlerinin çözümünde pratik çözüm olmayabilir. Günümüzde geometri derslerinin öğretimini planlayan ve öğrenme ortamlarının hazırlaması ve kurgulanmasını sağlayan öğretmenlerin bu çalışmalarında her alanda etkili ve yoğun olarak kullanılan bilgi ve iletişim teknolojilerini (BİT) kullanmamaları düşünülemez. BİT'lerin eğitim alanında kullanımı veya entegrasyonu süreç içinde eğitim programları ile de güçlü bir şekilde desteklenmektedir. Bu entegrasyonun ülkemizde önemli adımlarından biri "Fırsatları Artırma ve Teknolojiyi İyileştirme Hareketi" (FATİH) projesidir. FATİH Projesi ile 2012 yılından itibaren okullarda hızlı bir dönüşüm yaşanmış ve etkileşimli tahtalar ve diğer donanımlar öğretmen ve öğrencilerin kullanımına sunulmuştur (MEB, 2017).

Çeşitli eğitim uygulamalarının ve ders içerikleri ile ilgili görsellerin sınıf ortamına daha kolay taşınması sağlayan Fatih projesinin öğrenenler açısından bazı sıkıntıları da söz konusudur. Nitekim öğretmenlerin sınıflarında etkili olarak bu teknolojileri derslerine entegre edememeleri ya da amaçların dışında kullanmaları öğrenciyi tamamen bir izleyici konumuna getirmiştir. Bu durum geometri dersleri içinde geçerli olabilir. Bu nedenle hem Fatih projesini etkili kullanarak öğretimi daha etkili kılmak hem de geometri ders ortamını tasarlamak amacı ile geometri ders araçlarını da seçiminde günümüz eğitim teknolojilerinden yararlanmak önemlidir. Geometri derslerinde kullanılan eğitim teknolojilerinin başında dinamik geometri yazılımları gelmektedir. Geometri derslerinde öğretmenlere sınıflarını bir laboratuvara dönüştürme imkânı veren Geogebra, cabri gibi dinamik geometrik yazılımlar eğitim programlarında ve ders kitaplarında da yerlerini almıştır (Karataş, 2018, s:229-347;MEB, 2018, s:22). DGY'ler ile geometri konularını daha zengin hale getiren öğretmenler, geometri öğretme sürecinde öğrencilerin hipotez kurma ve hipotezlerini hızlı bir şekilde kontrol etme imkânını sahip olmuşlardır. Matematik alanından daha sentetik olan geometri öğretimde, öğrencinin bu laboratuvar ortamını günlük hayatla birleştirecek problemler ile karşılaşması GME çerçevesinde geometri öğrenmelerini olumlu etkileyebilir.

2.3. Dinamik Geometrik Yazılımlar

Bilgisayar teknolojisinde yaşanan hızlı gelişmelerin geometri sınıflarına yansımaları olan DGY'ler, matematik/geometri eğitiminin, bu amaçlara ulaşabilmesi için umut vaat etmektedir (Baki, Güven ve Karataş, 2004). DGY'lerin en önemli ve onları diğer geometri yazılımlarından ayıran özellikleri, oluşturulan şekillerin çeşitli dönüşümler altında taşınabilmesi, değiştirilebilmesi ve hareket ettirilebilmesidir (Goldenberg 1999; Hazzan and Goldenberg, 1997). Geleneksel okul geometrisinde kâğıt-kalem-cetvel ve pergel ile oluşturulan geometrik yapılar sabittir ve bu sabitlik geometrik nesnelerin üzerinde araştırma yapma imkanlarını sınırlamaktadır. DGY'lerin en önemli özelliklerinden biri olan sürükleme ile sabit olan geometrik nesneler öğrencilerin keyfi veya amaçlı sürüklemeleri ile farklı yapılara dönüşebilmektedir. Bu dönüşümü ve dönüşümdeki değişmez yapıları incelemek ise öğrencinin geometrik oluşumu keşfetme sürecini yaşamasına neden olmaktadır.

DGY ile öğrenciler genelleme ve ilişkileri açıklamak için gözlem yapabildikleri, tahminlerde bulunabildikleri ve tahminlerini sınayabildikleri bir laboratuvar ortamına girmektedirler. Dinamik geometri yazılımları 3 temel özelliğe sahiptir (Sinclair and Crespo, 2006).

- İlişkilendirme
- İletişim
- Sürekli Hareket

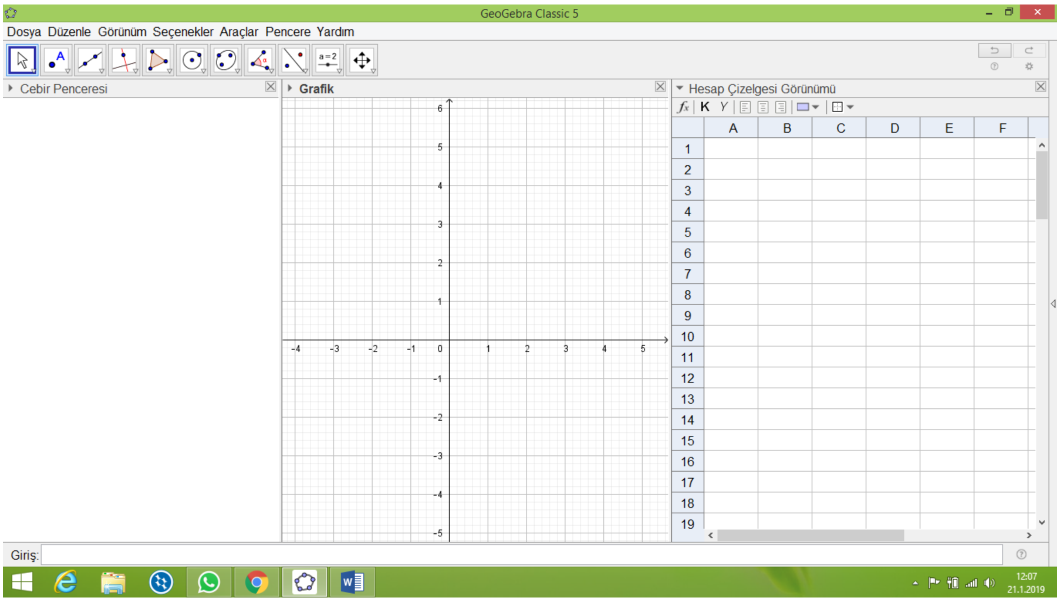
Sürükleme, dinamik geometri yazılımlarının en ayırt edici özelliklerinden biri olarak kabul edilmektedir (Köse, Uygan ve Özen, 2012). Sözlük anlamı Bir nesneyi bulunduğu yüzeyden kaldırmadan hareket ettirmek olan sürükleme DGY'de bir geometrik çizimi sadece ötelemek olarak algılanmamalıdır. DGY'de sürükleme çizimin dinamik noktalarını değiştirilmesi yoluyla şekli çizimden oluşuma taşıyan bir geometri aracı olarak görülmelidir. Burada bahsedilen oluşum ise geometrik bir yapının DGY ortamında özelliklerini koruyarak büyültülmesi, küçültülmesi yani kısaca dinamik noktalarının değiştirilmesine rağmen geometrik yapının özelliklerinin değişmemesidir (Laborde, vd. 2006; Mariotti, 2014).

DGY'lerin etkin ve doğru kullanımı öğrencilerde yaratıcı düşünme, görsellik, deneyim, keşfetme gibi birçok becerilerin oluşmasını sağlamaktadır (Köse, 2008). DGY'ler ile yapılan pek çok çalışma DGY'lerin geometri öğretimini olumlu etkilediğini göstermektedir (Yemen, 2009; Kösa ve Karakuş, 2010; Açıkgül, 2012; Baltacı, 2014; Baltacı ve Yıldız, 2014; Tatar, Kağızmanlı ve Akkaya, 2014; Baltacı, Yıldız ve Kösa, 2015).

Geometri öğretiminde DGY'lerin klasik geometri araçlarının yerini almaya başladığı günümüzde bu araçları etkili kullanmak için doğru etkinlikleri doğru zamanda sınıf ortamına sunmak önemlidir. Hazırlanan DGY etkinliklerinin geometrik yapı inşasında kullanması ve geometrik oluşumları incelemeye fırsat vermesi geometri öğretimi için önemlidir (Kösa ve Kalay, 2015). Ayrıca en önemli etkenlerden biri etkinliklerin öğrencilerde problem durum ile mücadele etme isteği oluşturmasıdır. Bu öğrencinin sanal çalışma ortamında gerçek hayattan bir durum ile çalışması bu mücadele ortamını oluşturabilir. Bu mücadele ortamı kararında ve öğretmen kontrolünde olmalıdır. Aksi halde asıl amaç olan geometri öğretimi yerini sorgulamadan uzak, amaçsız sürükleme ve ölçme işlemlerine bırakabilir. DGY'lerin geometri öğretiminde beyaz tahta, ders kitabı gibi bir ders aracı olduğu unutulmamalı ve diğer araçlar gibi doğru yerde ve doğru şekilde kullanılmalıdır. Ayrıca DGY kullanılarak geliştirilen çalışma yapraklarının matematik ve geometri öğretiminde kullanılması öğrenci başarısını olumlu etkilemektedir (Işıksal ve Aşkar, 2003). DGY'lerin geometri öğretiminde olumlu etkileri arasında geometrik ispatı desteklemesi, geometrik şekilleri farklı ortamlarda görme imkânı sunması ve problemleri çözmede verdiği destek ve öğrenci üzerindeki bilişsel yükü azaltması sayılabilir (Bintaş ve Akıllı 2008; Ainsworth, 2008; van De Walle vd., 2012).

Araştırmada DGY olarak Geogebra programı ile çalışılmıştır. Geogebra; geometri, cebir ve analizi birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır. Bu yazılım okullarda matematik öğretimi ve öğrenimini geliştirmek için Markus Hohenwarter ve bir grup uluslararası yazılım uzmanı tarafından açık kaynak kodlu olarak geliştirilmiştir. Program 2007 yılında en iyi açık kaynak kodlu eğitim yazılımı ödülünü almıştır.

Geogebra, cebir penceresi, hesap çizelgesi, grafik ve CAS temel bölümlerinden oluşmaktadır. Bu temel bölümler Görsel 2.2' de gösterilmiştir.



Görsel 2.1. *Geogebra temel görünümleri*

Geogebra programı, tabletlerde ve akıllı cep telefonlarında kullanılabilir olması, MEB ders kaynaklarında kullanılmasının tavsiye edilmesi ve Geogebra.org resmî sitesi ile araştırma verilerine kolay erişebilirlik sağlaması nedeni ile tercih edilmiştir.

2.4. Normlar

Sosyal bir varlık olan insan öğrenmelerini de bu sosyal yapı içerisinde geliştirmektedir. Sosyal yapı ve kültür bu öğrenmeleri etkilemektedir. Öğrencilerin matematiksel gelişimlerini açıklarken sosyal ve kültürel süreçleri önem kazanmaktadır (Toluk-Uçar, 2016). Bu sosyal kültürel kazanımların geneline norm denilmektedir. Partanen (2011), çalışmasında matematik sınıflarındaki normların üç farklı araştırma geleneğinde tartışıldığını ileri sürmektedir. Bunlardan ilki yapılandırmacılığın sosyal boyutu ile bilişsel boyutunu kaynaştıran, koordine eden ve eşgüdümlü olarak ele alan gelişmekte olan bakış açısı (emergent perspective) dir. Bu bakış açısı sosyal ve bilişsel boyutların koordinasyonu, sınıfın ve bireysel olarak öğrencilerin birbirinden ayrı olarak düşünülemeyeceği fikrine dayanmaktadır (Camci ve Tanışlı, 2020). Dolayısıyla gelişmekte olan bakış açısı, teorik çerçevesinde öğrenme için bireylerin bireysel eylemleri ve birbirleriyle olan etkileşimleri birlikte önemli olduğu ifade edilmektedir (Cobb, 1989, 1990; Cobb, vd., 1991; Cobb and Yackel, 1996; Wood, Cobb and Yackel, 1995). Bu durum nitelikli bir matematiksel öğrenme için sosyal etkileşimleri teşvik eden zengin sınıf ortamlarının oluşturulması gerektiği fikrini doğurmuştur (Cobb, Yackel and

Wood, 1992). Bu düşünce ışığında gelişmekte olan bakış açısının sosyal boyutunda yer alan sosyal ve sosyomatematiksel normlar, öğretmen ve öğrenciler tarafından kurulan sınıf mikro kültüründe önemli bir öğe olarak dikkat çekmişlerdir (Cobb, 1999; Cobb and Yackel, 1996; Yackel ve Cobb, 1996).

Yackel ve Cobb (1996), bir diğer çalışmalarında öğrencilerin matematiksel inanç ve değerleri nasıl geliştirdiklerini ve sonuç olarak onların nasıl entelektüel hale geldiklerini açıklamayı amaçlayan matematik sınıflarını yorumlamanın bir yolunu ortaya koymayı amaçladıkları çalışmalardır. Bu çalışmalarda Yackel ve Cobb sosyomatematiksel norm kavramı geliştirmişlerdir, yani öğrencilerin matematiksel etkinliklerine özgü matematiksel tartışmalara odaklanmışlardır. Araştırmacılar önceki çalışmalarını genişleterek sorgulamaya dayalı tartışma ve tartışmayı sürdüren genel sınıf sosyal normları üzerine sosyomatematiksel normların tanımlamışlardır. İkincisi, Brousseau (1984)'ün didaktiksel anlaşma kavramı üzerine çalışmıştır. Bu anlaşmalar öğretmen ve öğrencilerin sahip olduğu sözsüz ve karşılıklı yapılan anlaşmalardır. Üçüncüsü ise normların tartışıldığı sosyo-kültürel perspektiftir (Goos, 2004).

Araştırmada Cobb ve Yackel'in (1996), norm yaklaşımı ele alınmıştır. Bu Yaklaşıma göre öğrencilerin matematiksel etkinlikleri birer sosyal etkinliklerdir ve bu etkinlikler bulunduğu sosyal ve kültürel bağlamdan koparıldığında yeterince anlaşılamazlar (Cobb, Jaworski and Presmeg, 1996). Öğrenmelerin anlaşılması için sınıfın kendisine ait kural, inanç, uygulama ve araçlarının öğrenciler tarafından benimsenmesi ve öğrencilerin bu kural, inanç, uygulama ve araçları oluşturma sürecine katkıda bulunması gerekir (Mottier Lopez and Allal, 2007).

2.4.1. Sosyal normlar

Cobb ve Yackel (1996) matematik dersini gözlemledikleri ve sınıf kültürünü analiz ettikleri çalışmalarında "sosyomatik norm" terimini tanıtmışlardır. Burada kullanılan norm kelimesi yazılı olmayan fakat sınıftaki tüm öğrenciler tarafından bilinen kurallar, beklentiler ve zorunlulukları ifade etmektedir. Sınıf düzeyinde elde edilen bu normlar sosyolojik bir yapıdır ve sınıf yönetiminden öğretime kadar geniş bir etki alanına sahiptir. Sınıf düzeyinde sosyomatik normların oluşturulması matematik eğitiminin kalitesinin artırılmasına katkıda bulunabilir (Song and Yim, 2007). Her sınıfın kendine özgü bir normu vardır. Burada sınıfları birbirinden ayıran sosyal normların yapısıdır. Aktif öğrenci

katılım normuna sahip bir sınıf ile öğrenci katılımının en az düzeyde tutulduğu norma sahip sınıfın öğrenmelerinde farklılıklar oluşacaktır (Yackel, Rasmussen and King, 2000). Sınıfta öğretmen ve öğrencilerin karşılıklı iletişim ve etkileşimleri sonucunda ortaya çıkan karşılıklı beklentiler, yazılı olmayan kurallar sosyal norm olarak ifade edilmektedir (Yackel and Cobb, 1996). Sosyal normlar zorlayıcı soru sormak, çözüm yöntemini açıklamak, arkadaşını sözü bitene kadar dinlemek, anlaşılmayan noktaları sormak, kendi görüşünü savunarak karşıt görüş oluşturmak gibi bir sınıf topluluğu (öğretmen ve öğrenciler) tarafından zaman içinde oluşturulan, sınıf etkinliklerindeki düzenliliği betimleyen ve pek çok bilimin öğreniminde ortaya çıkan kurallar bütünüdür (Yackel and Cobb, 1996). Ayrıca diğer çalışmalardan elde edilen emin olmadan bir çözümü paylaşmak, çözümüne destek vermek, çözümü hakkında açıklama istemek ve soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak gibi sosyal normları bulunmaktadır (Bowers, Cobb and McClain, 1999; Yackel, 2000).
Bu araştırmada kullanılan sosyal normlar;
Emin olmadan bir çözümü paylaşmak, öğrencinin bir problemin çözümü veya arkadaşlarının soruları hakkındaki görüşlerini sorgulamadan acele ile paylaşmasıdır.
Arkadaşının çözümüne destek vermek, öğrencinin bir probleme ile ilgili sınıf arkadaşının çözümü ile kendi çözümünü aynı görmesi veya arkadaşının çözümünü beğenmesi ile arkadaşının çözümüne destek vermesidir.
Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek, öğrencinin bir probleme ilişkin kendi çözümünden farklı bir çözüm veya anlamadığı bir yaklaşım hakkında arkadaşından açıklama istemesidir.

2.4.2. Sosyomatematiksel normlar

Matematiğe özgü etkinliklere odaklanarak bu etkinlikler temelinde oluşan normlar sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılmaktadır (Cobb and Yackel, 1996; Cobb, Stephan, McClain and Gravemeijer, 2001; McClain and Cobb, 2001). Tanımda kullanılan matematiksel etkinlikler öğrencilerin matematik problemi üzerine sosyalleşmesini sağlayacak türden etkinliklerdir. Yani bir problemin çözüm yolunu tartışma, alternatif bir çözüm önerme veya çözüm hakkında sorgulamalar içeren sınıf içi geniş katılımlı ortamların oluşmasına ihtiyaç vardır. Bu tür tartışmalar genellikle rutin problemlerde değil özel tasarlanmış problemlerde gerçekleşebilir. Bütün sınıfın kolaylıkla anlamlandırdığı veya kolay anlaşılan bir durum matematiksel olarak sosyal bir tartışma ortamı yaratmayabilir. Normların oluşması bir süreç içerisinde ve belli tekrar durumlarında mümkündür. Bu bireyin yeni bir davranış kazanması süreci gibi ikna olma, tekrar etme ve içselleştirme basamaklarını içerir. Sosyal bir varlık olan sınıf için bir sosyal veya sosyomatematiksel norm edinme süreci de benzer bir yol izlemektedir. Bu durum bize sınıf içi matematiksel sosyalleşme imkânı veren matematik problemlerinin programın geneline yayılmasının norm kazanımında olumlu etki getirebileceğini göstermektedir. Araştırmalarda öğretmenlerin bireysel matematiksel inançları ve değerleri, sınıf sosyomatematiksel normlarıyla birlikte geliştirdikleri belirlenmiştir (Akt. Yang and Kim, 2015).

Araştırmacıların çalışmalarında yer alan bazı sosyomatematiksel normlar;

Alternatif bir matematiksel çözüm önermek, öğrencinin problemin çözümünde farklı bir matematiksel muhakeme süreci kullanarak problem için çözüm önermesidir.

Matematiksel problemleri indirgeme, problemi problem durumunu koruyarak alt basamaklarda çözmektir.

Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama, problem durumunu farklı sayısal değerler ve farklı veriler kullanarak genelleme yapmayı sağlayacak soruları belirlemedir.

Kabul edilebilir bir matematiksel açıklama, problemin tamamına veya bir bölümünün çözümüne ilişkin hangi matematik kuralın kullanıldığına dair açıklama istenmesidir.

şeklinde ifade edilebilir (Toluk-Uçar, 2016; Güven ve Dede, 2017; Sfard, 2008). Bu normlara sınıf ortamında yapılan değişiklikler ve günümüz dünya koşullarındaki değişiklikler gibi sebepler ile yenileri eklenebilir.

Araştırmada kullanılan sosyal ve sosyomatematik sel normlar ile araştırma sürecinde norm olabileceği düşüncesi ile incelenen davranışlar Tablo 2.1. de verilen yorumlayıcı çerçeveye göre ele alınmıştır.

Tablo 2.1. *Sınıf düzeyinde bireysel ve kollektif etkinliklerin analizi için yorumlayıcı çerçeve (Cobb and Yackel, 1996)*

Sosyal Perspektif		Psikolojik Perspektif
Sınıf sosyal normları	⇔	Öğrencinin kendi rolü, diğerlerinin rolü ve matematiksel etkinliğin doğasına ilişkin inançları
Sosyomatematiksel normlar	⇔	Matematiksel inançlar ve değerler
Sınıf matematiksel uygulamaları	⇔	Matematiksel kavrayışlar ve etkinlikler

Tablo 2.1. ile gösterildiği gibi sınıf normlarında öğrencilerin hem kendi hem de sınıf arkadaşlarının sınıftaki rollerini belirlediği ya da kabul ettiği sınıf standartlarının genelini içermektedir. Sınıf normları her bir ders için sınıfın ortak rolünü ve derse karşı davranışlarını belirlediği normladır. Sosyomatematiksel normlarda bu toplu davranışlar matematiksel inançlar ve değerler ile sınırlıdır. Sınıfın sosyal ve sosyomatematiksel normları araştırılırken bu bakış açılarına bağlı kalmak gerekmektedir. Bu araştırmada her bir ders için hazırlanan ders tasarımlarının norm analizinde de bu bakış açısı kullanılmıştır.

Avrupa Matematik Cemiyeti Eğitimi Komitesi (2013) de sosyomatematiksel normları matematik eğitiminde çığır açan bulgulardan biri olarak tanımlamaktadır. Komite sosyomatematiksel norm kavramının sınıftaki öğrenmede ve anlamada sağlam ve geçerli araçlar sunduğunu belirtmiştir. Farklı sosyomatematiksel normlar farklı öğrenme fırsatları ve matematiksel kavramlara erişmede farklı yollar sunmaktadır. Sosyal ve sosyomatematiksel normlar öğretim materyali, teknoloji kullanımı ve ders içeriği gibi öğretmenin kontrol edebileceği sınıfın sosyal yönleridir (Yackel, Rasmussen and King, 2000).

Hangi davranışların norm olarak değerlendirilmesinde Sfard (2008) teorik çerçevesi kullanılabilir. Buna göre, bir davranış biçiminin sosyal ya da sosyomatematik norm sayılabilmesi için sınıf üyelerinin çoğu tarafından benimsenmiş olması ve bu davranışın sınıf içi diyaloglarda kendisini belirgin bir şekilde göstermesi gerekir. Bu sebeple normlar öğretmenin belirlemiş olduğu kural ve taleplerden farklıdır: Normlar öğrenciler tarafından içselleştirilmiş olmalıdır (Akyüz, 2014).

Akyüz (2014), araştırmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıf ortamında sosyomatematiksel normları keşfetmesini ve bu normların alışkanlıklara dönüşmesinde öğretim görevlisinin oynadığı yönlendirici rolü incelemiştir. Araştırma öncesi GME'ye uygun toplam 16 tane problem-tabanlı matematiksel aktivite hazırlanarak matematiksel tartışma ortamını sağlayacak etkinlikler planlanmıştır bu etkinlikler dinamik geometri yazılımı olan Geogebra programı ile uygulanmış ve uygulama sürecinde üç sosyomatematiksel geliştiği bulunmuştur. Bu sosyomatematiksel normlar;

- Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak
- Dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak

- Yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak

olarak tespit edilmiştir. Akyüz bu normlar için teknoloji içeren matematik derslerinde sosyal normlar ve sosyomatematiksel normların yanı sıra "tekno-sosyomatematiksel" normlar gibi yeni bir kategori oluşturulabileceği fikrini ortaya atmıştır.

Fakat teknoloji çerçevesinde oluşturulan sosyomatematiksel normların sadece diyaloglar ile ortaya çıkması beklenmemelidir. Bu durumda teknoloji ortamındaki davranışları gözlemleme ve teknoloji çıktılarının gözlemlenmesi faydalı olabilir. Bu nedenle araştırma bulguları önceki araştırmalarda ortaya konulan sosyal ve sosyomatematiksel normları incelenmesi ve varsa teknoloji ortamında ortaya çıkacak ve norm olarak kabul edilebilecek davranışlara odaklanmıştır. Bu ayrımların yapılabilmesi için Akyüz (2014)'de kullandığı 3 aşamalı mekanizmaya bir aşama eklenmiş ve tüm çalışma bu mekanizmalara göre bölüm bölüm değerlendirilmiştir. Bulguların ortaya konulmasında kullanılan dört mekanizma;

- Şüphelenilen bir davranışın yeterince tekrar edip etmediğini değerlendir
- Tespit edilen normun matematik ile ilgili olup olmadığına karar ver.
- Normun teknoloji ile ilişkili olup olmadığına karar ver.
- Teknolojik çıktılarla destekleme

Çalışmada teknoloji ortamlarında sosyomatematiksel normlar ders gözlemleri, öğrenci diyalogları, tablet görüntüleri ile elde edilen verilerden yorumlanmıştır. Teknoloji kullanımı içeren sınıflarda oluşan sosyal ve sosyomatematiksel normların ne olduğunu inceleyen çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır (Herskowitz & Schwarz, 1999; Pierce & Stacey, 2001)

2.5. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çalışmaya yön veren araştırmalar üç bölüm halinde sunulmuştur. Birinci bölümde GME ve GME' de teknoloji kullanımını temel alan çalışmalar, ikinci bölümde sosyomatematiksel norm ile ilgili çalışmalar, son bölümde sosyomatematiksel norm ile ilgili çalışmalar incelenmiştir.

Tabak (2019), Türkiye'de Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne (GME) ilişkin araştırma eğilimlerinin belirlenmesi araştırmasında 2018 yılına kadar GME' ye ilişkin Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi ve ULAKBİM veri tabanında yer alan erişime açık 33 lisansüstü tez ve lisansüstü tezlerden üretilmemiş ve tam metinlerine ulaşılabilen 5 makale araştırma kapsamına dâhil edilmiştir. Bu çalışmalar yıllarına, amaçlarına, ele alınan konu alanlarına, kullanılan araştırma yöntemlerine, tercih edilen örneklem gruplarına, veri toplama araçlarına ve elde edilen sonuçlara göre ayrıntılı olarak incelenmiş ve analiz edilmiştir. Araştırma sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde, Türkiye'de GME' ye ilişkin yapılan araştırmaların 2015 yılında yoğunlaştığı belirlenmiştir. Araştırmaların birçoğunun GME ile tasarlanan bir dersin öğrenci başarısına ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına olan etkisinin incelendiği çalışmalar üzerinde yoğunlaştığı; fakat GME ile tasarlanan bir konu alanında öğrencilerin bilgi oluşturma ve anlamlandırma süreçlerinin incelendiği sınırlı sayıda araştırma olduğu görülmüştür. Ayrıca, GME' ye ilişkin çalışmaların genel olarak öğrenciler üzerinde yürütüldüğü, öğretmenler ve öğretmen adaylarına yönelik sınırlı sayıda araştırma yapıldığı belirlenmiştir. Bu doğrultuda, Türkiye'de GME' ye ilişkin yapılacak araştırmalarda, öğrencilerin matematiksel kavramlara ulaşırken nasıl bir matematikleştirme sürecinden geçtiğini ortaya koyan ve öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının GME' ye ilişkin profesyonel gelişimini destekleyen araştırmaların artırılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Korkmaz (2017), ilköğretim 7.sınıf Dönüşüm Geometrisi konusunun gerçekçi matematik eğitimine dayalı etkinliklerle işlenmesinin akademik başarıya ve matematik tutumuna katkısı ile GME destekli öğretime ilişkin öğrenci görüşleri incelenmiştir. Çalışma 2016-2017 eğitim öğretim yılının 2. döneminde Hatay ili Antakya ilçesindeki Anayazı Ortaokulunda toplam 41 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmada deneme modellerinden öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Dersler deney grubunda gerçekçi matematik eğitimine dayalı etkinliklere göre, kontrol grubunda ise MEB'in ortaokul matematik ders kitabındaki etkinliklere göre düzenlenmiştir. Çalışmada uzman görüşleri (2 Öğretim üyesi, 2 matematik öğretmeni) alınarak öğrenci başarısını ölçme amaçlı 28 soruluk Dönüşüm Geometrisi başarı testi hazırlanmıştır. Hazırlanan başarı testinin pilot uygulaması Antakya ilçesi genelinde 192 öğrenciye uygulanmıştır. 19 soruluk nihai test öğrencilere uygulama öncesi ve uygulama sonrasında ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Deney grubuna görüşme formu uygulanarak GME hakkında bilgi toplanmıştır. Buna ek olarak kontrol grubuna da görüş formu uygulanarak yapılandırmacı yaklaşım hakkında öğrenci görüşleri alınmıştır. Elde edilen verilerin analizi yapılarak grupların ön test ve son testleri arasında başarı ve tutum puanlarındaki anlamlı farklılık araştırılmıştır. Uygulama sonrası öğrencilerin akademik başarısında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunurken öğrencilerin ders tutumu açısından gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Buna karşın GME' ye dayalı etkinliklerle işlenen dersin daha eğlenceli, anlaşılır, ilgi arttırıcı olduğu ve öğrenciler tarafından tercih edilen bir ders olduğu ifade edilmiştir.

Çelik (2016), araştırmasında liselerde öğretilmekte olan konikler konusu için GME'nin kuramlarına uygun öğretim ortamının hazırlanması, hazırlanan öğretimin uygulanması ve öğretimdeki matematiksel anlamlandırma süreçlerinin niteliğinin araştırmıştır. Yapılan bu çalışmada GME temelli hazırlanmış konikler konusunun nasıl öğretildiği, bu ders için nasıl hazırlanıldığı, öğrencilerin neler yaptıkları, ne tür etkinliklerin işe koşulduğu, öğrenme sürecini olumlu ve olumsuz yönde etkileyen faktörlerin neler olduğu araştırılmaya çalışılmıştır. Bunların gerçekleştirilebilmesi için ise öğrenci ve öğretmenlerin deneyimleri doğal ortamında gözlenmeye ve raporlanmaya çalışılmıştır. Bu çalışmalar yapılırken etkinliğin niteliği üzerine odaklanılmıştır. Bundan dolayı araştırmanın yöntemi nitel bir araştırma yöntemi olan durum çalışmasıdır. Araştırmanın örneklemi, tipik durum örneklemesidir. Bu nedenle çalışmanın örneklemi evreninin tipik bir örneği olduğu düşünülen Bursa ili Mudanya ilçesi Turhan Tayan Anadolu Lisesi 11. sınıf öğrencileridir. Pilot uygulama 2013-2014 öğretim yılı ve esas uygulaması ise 2014-2015 öğretim yılı mayıs aylarında yapılmıştır. Gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı katılımcı gözlemci konumundadır. Araştırmada, veri toplama yöntemleri olarak nitel araştırmalarda kullanılan görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi kullanılmıştır. Uygulamanın ardından yapılan araştırma verilerinin analizinde, öğrencilerin kendilerine yöneltilen etkinliklerle ilgili çözümler yaptıkları çalışma kâğıtlarının, gözlemci notlarının, gözlem ve görüşme sırasında kaydedilen video kayıtlarının incelenmesine yer verilmiştir. Verilerin analizi ve yorumlanması, nitel veri analizi türlerinden betimsel analiz ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada kullanılmak üzere konikler konusuna ilişkin öncesinde literatürde bulunmayan GME tabanlı bağlam problemleri üretilmiştir. Bu problemleri araç alarak tasarlanan öğretim ortamlarında dersin kurgu ve senaryosunun güzel oluşturulmasıyla birlikte ders öğretmeninin özgüveninin arttırdığı, öğrencilerin matematikten endişe duyup matematikten kaçınmadığı ve kavramsal yanılgılara düşmedikleri görülmüştür. Matematik modeller hazır olarak değil öğrenci aktiviteleri sonucunda ortaya çıkmış ve böylece daha nitelikli bir matematikleştirme süreci oluşturulmuştur.

Uça (2014), tarafından yapılan araştırmada ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin ondalık kesirlere ilişkin anlamlandırma süreçlerinde nasıl bir yol izlediğini ortaya koymayı amaçlanmıştır. Araştırmada GME'nin temel ilkeleri ve ilkokul 4. sınıf matematik öğretim programı doğrultusunda ondalık kesirlerin gösterimleri ve karşılaştırılmasına yönelik geliştirilen etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin anlamlandırma süreçleri incelenmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden tasarı araştırması ile desenlemiştir. Araştırmanın çalışma grubunu Aydın ili merkez ilçede yer alan bir devlet okulunda yer alan 17 dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın uygulama sürecinde, öncelikle, öğrencilerin ondalık kesirler konusunda ön bilgilerinin belirlenmesi amacıyla asıl uygulamanın gerçekleştiği çalışma grubunda yer alan tüm öğrencilerle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu aşamadan sonra ondalık kesirlerin öğretiminde GME dayalı öğretim etkinliklerinin hazırlanması amacıyla öncelikle öğrenciler için öğrenme amaçları, öğretim etkinlikleri ve materyallerin planlanması ve öğrenme varsayımlarının yer aldığı Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası oluşturulmuştur. Sonrasında varsayıma dayalı öğrenme rotasına dayalı olarak 11 öğretim etkinliği geliştirilmiştir. Hazırlanan bu 11 öğretim etkinliğinden 6 etkinlik için pilot uygulama yapılmış ve pilot uygulamadan elde edilen bulgular uzman görüşüne sunularak son hali verilmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda diğer beş etkinliğin öğretim deneyi aşamasında yer alan sürekli analizler doğrultusunda gerekli görüldüğü takdirde düzenlenerek yeniden uygulanmasına karar verilmiştir. Bu aşamadan sonra Gerçekçi Matematik Eğitimine dayalı öğretim sürecinin gerçekleştirildiği öğretim deneyi aşamasına geçilmiştir. Öğretim deneyi aşamasında varsayıma dayalı öğrenme rotası doğrultusunda hazırlanan etkinliklerin varsayımları test edilmiştir. Öğretim deneyi aşaması tamamlandıktan sonra öğrencilerin öğretim süreci sonunda GME' ye dayalı ondalık kesirler konusunu nasıl anlamlandırdıklarının ortaya konulması amacıyla GME' ye dayalı öğretimin gerçekleştiği çalışma grubunda yer alan tüm öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak klinik görüşmelerde "Ondalık Kesirler Klinik Görüşme Soruları"na; öğretim deneyi aşamasında ise, öğrenci notları, araştırmacı notları ve video kayıtlarına yer verilmiştir. Araştırma kapsamında elde edilen verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada GME'nin kullanıldığı ilkokul 4. sınıflarda öğrencilerin ondalık kesirlere ilişkin anlamlandırma süreçleri genel olarak incelendiğinde, GME temel ilkeleri doğrultusunda geliştirilen kütleleri tartma etkinlikleri aracılığıyla yaptıkları ölçme işlemleri ile parçadan bütüne ulaşabildikleri, ondalık kesirleri sezgisel olarak okuyabildikleri parça ile bütün arasında ilişki kurabildikleri, tam sayı kesirlerin okunuşlarında yola çıkarak ondalık kesirlerin okunuşlarını ifade ettikleri, tam sayılı kesir bağlantısından yola çıkılarak tam sayılı ondalık kesirleri anlamlandırdıkları ve kesir ve ondalık kesir bağlantılarından yola çıkılarak ondalık kesir bilgisine ulaşabildiklerine ilişkin bir yol izledikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Kaylak (2014), araştırmasında, ilköğretim 7. sınıf dörtgenlerin alanlarını bulma konusunda, GME' ye dayalı ders etkinliklerinin, öğrenci başarısı ve matematik tutumu üzerindeki etkisi incelenmiştir. Araştırma deneme modelinde bir çalışma olup, araştırmada ön test – son test kontrol gruplu yarı deneysel desen uygulanmıştır. Araştırma 2012–2013 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Konya ilindeki bir ortaokulda araştırmacı tarafından 28"i deney ve 27"si kontrol grubu olmak üzere toplam 55 öğrenci ile yapılmıştır. Deneklerin denklikleri ön test sonuçlarına ve güz dönemi matematik karne notlarına göre yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematiğe karşı uygulama öncesi tutumlarını belirlemek amacıyla matematik tutum ölçeği uygulanmıştır. Gruplar arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı tespit edilmiştir. Deney grubundaki öğrencilere GME yaklaşımı ile kontrol grubuna ise standart ders kitabı etkinlikleri doğrultusunda ders işlenişi yapılmıştır. Dörtgenlerin alanlarını bulma konusu 10"ar ders saati süresince işlenmiştir. Daha sonra her iki gruba da son test ve matematik tutum ölçeği uygulanmıştır. Uygulama sonuçlarına göre GME yaklaşımının öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Ancak öğrencilerin matematik tutumlarına bakıldığında deney ve kontrol grubu arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı görülmüştür.

Özdemir ve Üzel (2013), Çalışmalarında Gerçekçi Matematik Eğitimine dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin temel ilkelere göre gerçekleştirilip gerçekleştirilmediği incelenmiştir. Bu araştırmada GME' ye dayalı olarak öğretimin etkililiğinin sınanması için, matematik yeteneğini ölçmeye yönelik 25 soruluk çoktan seçmeli test kullanılmıştır. Çalışma konusu Yüzey Ölçüleri ve Hacimler belirlenmiştir. Hazırlanan test soruları OKS, Anadolu Lisesi, Fen Lisesi ve Meslek Liseleri sınav sorularından seçilmiştir. Testin güvenirliğini ölçmek amacıyla, pilot çalışmaya katılan toplam 71 öğrenciye denkleştirme testi uygulanmıştır. "Yüzey Ölçüleri ve Hacimleri" ünitesinin GME' ye dayalı öğretimi gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda belirlenen alt problemleri yanıtlamak amacıyla Barnes tarafından 2004 yılında geliştirilen yapılandırılmış anket kullanılmıştır. GME' ye dayalı olarak yapılan öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına etkilerinin incelendiği çalışmada ön test ve son teste göre ortalama puanlarda artış gözlenmiştir. Öğretim sonunda başarı testinden alınan puanlarda yükselme olması beklenen bir durumdur. Ancak bu artışın anlamlı olup olmadığı önem taşımaktadır. Bu bağlamda yapılan istatiksel analizler sonucunda öğrencilerin ön-son test puanları arasında son test puanları lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bu farklılığın nedenleri arasında öğrencilerin problem durumlarını günlük yaşama uygun olarak tanımlamaları, anlamlandırmaları, çözümü için kendilerini sorumlu hissetmeleri ve gerekli çıkarımları kendilerinin elde etmeleri, buldukları sonuçları tartışabilmeleri, farklı bakış açıları kazanmaları gösterilebilir. "GME'nin öğrenci başarısını arttırdığı ve etkili bir öğrenme yaklaşımı olduğu" sonucu bu çalışmanın bulguları ile desteklenmiştir.

Kabaca ve arkadaşları (2011), çalışmasında parabol kavramının geometrik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkinin çift yönlü olarak yapılandırılmasını amaçlamıştır. Parabol eğrisi matematik tarihi içinde de öncelikle geometrik özellikleri ile belirmeye başlamış bir kavram olduğundan yapılandırmanın çıkış noktası olarak geometrik temsil seçilmiştir. Dinamik matematik yazılımı Geogebranın sunduğu dinamik imkânlardan yararlanılarak 4 temel aşamada tasarlanan öğrenme ortamı bir Anadolu Lisesinin 11. sınıf öğrencilerinden oluşan 23 kişi üzerinde örnek bir ders şeklinde yürütülmüş ve öğrencilerin ders sürecindeki geri bildirimlerinden yola çıkılarak tasarlanan öğrenme ortamı uygulanabilir bulunmuştur. Derse katılan öğrenciler Geogebranın kullanımı konusunda tecrübeli olmadığından sadece kalem-kâğıt uygulamalarını gerçekleştirmişler ve akıl yürütmeler yapmalarına fırsat tanınmış ancak Geogebrayı kendileri kullanmamışlardır. Dinamik ortam bir sunum aracı olarak kullanılmıştır. Bunun yanında öğrenme ortamını yönetmek için tasarlanan etkinlik öğrencilerin parabol kavramının ileri düzey özelliklerini incelemelerine de fırsat sağlamıştır.

Akkaya (2010), çalışmasında öğrencilerin anlamlı matematik bilgi oluşturabilmeleri için matematik eğitimini etkileyen yapılandırmacılık ve GME yaklaşımlarına uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından öğretimi rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğini incelemiştir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki konuların öğretimi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden, örnek olay çalışması kullanılmıştır. Görüşme tekniği araştırmanın temel veri kaynağı olup, araştırmada ayrıca gözlem ve doküman analizi yöntemleri de kullanılmıştır. Çalışmaya katılacak öğrencileri belirlemek için amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya katılacak yedinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma sürecinde kullanılacak etkinlikleri yapmaları için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadıklarını belirlemek için "Olasılık Bilgi Testi I ve II" testleri kullanılmıştır. Çalışma, 118 yedinci sınıf öğrencisine uygulanan testlerin sonucu, matematik öğretmenlerinin görüşleri ve öğrencilerin araştırmaya katılma konusundaki istekliliği dikkate alınarak on öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verilerine göre öğretimde öğrenci keşiflerinin temele alınmasının öğretimde niteliği artırabileceğini işaret etmiştir. Bu açıdan hazırlanan öğretimsel etkinliklerin öğrencilerin kesifleri üzerine odaklanması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Ayrıca gerçek problemlerin ya da oyun tarzındaki etkinliklerin öğretimde kullanılmasının, matematiksel bilginin daha nitelikli olarak oluşturulabildiğini ortaya koymuştur.

Bıldırcın(2012), araştırmasında, ilköğretim beşinci sınıflarda uzunluk, alan ve hacim kavramlarının öğretiminde, GME yaklaşımın öğrenci başarısı üzerine etkilerini incelemiştir. Bu araştırma, 2009–2010 eğitim öğretim yılı 2.döneminde Yozgat ilinden, kolay ulaşılabilir durum örneklemesi ile belirlenen iki ilköğretim okulunda 5. sınıfa devam eden 19 deney grubu öğrencisi ve 18 kontrol grubu öğrencisi ile yürütülmüştür. Gruplardan deney grubundaki öğrencilere GME yaklaşımı, kontrol grubuna ise ders öğretmenleri ile birlikte, MEB ders kitabı etkinlikleri doğrultusunda yani etkinlik temelli eğitim yaklaşımı kullanılarak işleniş yapılmıştır. Veri toplama araçları olarak, öğrenci başarısını ölçmek için matematik başarı testi (ön test-son test), tutumlarını ölçmek için bir tutum ölçeği ve öğrencilerin GME yaklaşımına ilişkin görüşlerini belirleyebilmek için de bir görüşme formu uygulanmıştır. Deneysel olan bu araştırmada elde edilen veriler, 0,05 anlamlılık düzeyinde eş örneklemler ve bağımsız örneklemler t-testi ile analiz edilmiştir. İlköğretim beşinci sınıflarda uzunluk, alan ve hacim kavramlarının öğretiminde, GME yaklaşımına göre düzenlenen öğrenme etkinliklerinde yer alan öğrencilerin, ilköğretim matematik programında yer alan yöntem kullanılarak yapılan öğretim etkinliklerinde yer alan öğrencilerden daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark gözlenmemiştir.

Akyüz (2010), araştırmasında gerçekçi matematik eğitimi yöntemi ile geleneksel öğretim yönteminin ortaöğretim 12. sınıf integral konusuna uygulanması sonucunda, gerçekçi matematik eğitimi yönteminin geleneksel öğretim yönteme nazaran öğrenci başarısı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Araştırma deneme modelinde bir çalışma olup, araştırmada ön test – son test kontrol gruplu desen modeli uygulanmıştır. Araştırma 2009–2010 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Batman ilindeki ortaöğretim okullarından Ziya Gökalp Anadolu Lisesi'nin matematik dersini aynı öğretmenden alan 24'ü deney ve 23'ü kontrol grubu olmak üzere toplam 47 öğrenci ile yapılmıştır. Deneklerin 2010-YGS matematik testi sonuçlarına ve güz dönemi matematik karne notlarına göre denklikleri araştırılmıştır. Gruplar arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı tespit edildikten sonra bu iki sınıfın konu hakkındaki davranışlarını tespit etme amaçlı olarak konu başarı testi (ön test) uygulanmıştır. 20'ser saat süresince deney grubuna gerçekçi matematik eğitimi yöntemi, kontrol grubuna ise geleneksel öğretim yöntemi uygulanarak ''integral'' konusu işlendikten sonra davranış değişikliklerini tespit etme amaçlı olarak ünitenin başlangıcında uygulanan konu başarı testi (son test) tekrar uygulanmıştır. Uygulamalar sonucunda elde edilen bulgular SPSS 15.0 paket programı kullanılarak analiz edilmiş ve öğrenci davranışlarını olumlu yönde etkilemede gerçekçi matematik eğitimi yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Özdemir (2008), nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı GME'ye dayalı olarak gerçekleştirilen "Yüzey Ölçüleri ve Hacim" ünitesinin öğretiminin öğrenci başarısına ve öğretime yönelik öğrenci görüşlerini incelemiştir. Araştırmanın nicel kısmı için örneklem grubunu 38 deney, 36 kontrol grubundan yer alan 74 ilköğretim 8.sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak matematik yeteneği ölçmeye yönelik denkleştirme testi, matematik başarı testi, GME kullanılarak yapılan öğretime yönelik öğrenci görüşlerinin alınması için yarı yapılandırılmış görüşme formu ve GME temel ilkelerine göre yapılan öğretimin değerlendirilmesine yönelik öğrenci görüşlerinin alınması için değerlendirme formu kullanılmıştır. Araştırmada "Yüzey Ölçüleri ve Hacim" ünitesinin öğretiminde GME'ye dayalı olarak yapılan etkinliğin geleneksel öğretime göre daha etkili olduğu, GME'ye dayalı olarak işlenen derse yönelik öğrenci görüşlerinin genel olarak olumlu yönde olduğu, öğrencilerin GME temel ilkelerine göre tasarlanan etkinliği ilkelere uygun bulduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Uzel (2007), ilköğretim yedinci sınıf matematik dersi kapsamındaki "Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler" ünitesinin GME destekli öğretim yapılarak öğrenci başarısına etkisini araştırmıştır. Çalışmada ön-son test, ön-son tutum kontrol gruplu desen uygulanmıştır. Çalışma 2005-2006 öğretim yılında yetmiş üç yedinci sınıf öğrencisi arasından deney ve kontrol grupları üzerinde gerçekleştirilmiştir. Deney grubuna GME destekli matematik öğretimi kullanılarak, kontrol grubuna ise geleneksel yöntem ile öğretim yapılmıştır. Öğretim sonunda iki gruba da son test-tutum uygulanmıştır. Elde edilen veriler ilişkisiz örneklem t testi ve ilişkili örneklem t testi kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz sonucunda GME destekli matematik öğretiminin, geleneksel yöntemle yapılan öğretimden daha etkili olduğu ve öğrenci tutumlarını olumlu yönde geliştirdiği sonucuna varılmıştır.

GME ile GME ile ilgili son yıllardaki araştırmalar incelendiğinde GME yaklaşımının ilkokul 4. sınıfından lisans matematik derslerine kadar geniş bir yelpazede uygulandığı görülmektedir. GME yaklaşımı ile ilgili araştırma konularını GME materyal geliştirme, geliştirilen materyallerin matematik eğitimi sürecine etkileri, GME yaklaşımının farklı yaklaşımları ile etkileşimleridir. Araştırmalar genellikle nicel araştırma veya karma araştırma yöntemleri ile matematik konuları üzerine okullardaki uygulamalar ile gerçekleşmiştir. Bu çalışmaların çok azı geometri konularının öğretimi üzerine odaklanmıştır.

Geometri öğretiminde DGY kullanımı ve ders tasarımı ile ilgili araştırmalarda bazıları;

Choi (2017), yılında matematik öğretmen adayları ile bir doktora tez çalışması gerçekleştirmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının bilişsel istek düzeyleri bakımından nasıl DGY kullanımını tercih ettikleri ya da nasıl geometrik uygulamalar oluşturduklarını ve black box (siyah kutu) yaklaşımının öğretmen adaylarının ders tasarımlarında, kendi rollerini kavramsallaştırmalarını nasıl etkilediğini incelenmiştir. Bu nitel durum çalışmasına 3 ortaokul matematik öğretmen adayı katılmıştır. Veriler 2 ders planı, öğretimden önce ve sonra uygulanan dinamik geometri uygulamaları, ön ve son görüşme kayıtlarını, geometri uygulamalarının elektronik ortamdaki dosyalarını ve öğretmenlerin düşüncelerini belirttiği yazılı kaynakları içermektedir. Ders planları tasarımı çemberde kiriş, teğet, kesen, bunların kesişimi ile oluşan açı ölçüleri ile ilgili geometri konularını içermektedir. Çalışmada, bilişsel istek düzeyi konusunda matematiksel uygulamaları tanımlamak için Mathematical Task Framework'ün (Matematiksel Uygulama Çerçevesi) kullanıldığı belirtilmiştir. Katılımcılara, DGY kullanılarak oluşturulan birkaç geometri uygulaması tanıtılmıştır. Dinamik geometri kullanılarak oluşturulan geometri uygulamalarında bilişsel isteği vurgulamak için The Dragging Modalities Framework'ün (Sürükleme Yöntem Çerçevesi), ayrıca katılımcıların teknoloji kullanımında rollerinin kavramsallaştırılmasında PURIA modelinin kullanıldığı ifade edilmiştir. Veri toplama süreci Ocak 2014 - Mayıs 2014 arasında gerçekleştirilen bu çalışmada, yürütülen iki görüşmede katılımcıların, siyah kutu yaklaşımını içeren geometri uygulamaların tasarımlarındaki deneyimlerini paylaşmaları istenmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bulguların, öğretmen adaylarının düşük düzeyli öğrencilerin aynı sonuca ulaşmak için izleyebilecekleri adım adım teknolojik işlemlere dayanan geometri ile ilgili DGY uygulamaları üzerinde sadece geometrik yapı türlerini kullandıklarını gösterdiği rapor edilmiştir. Ayrıca katılımcıların işlem basamaklı uygulamalar gibi, kitaplardan farklılık gösteren yüksek düzeyli geometrik uygulamalar hazırlamak için DGY kullanımına karşı pozitif tutum gösterdikleri belirlenmiştir.

Akyüz (2016), makale çalışmasında öğretmen eğitimi derslerinde çember konusuna ilişkin üniversite düzeyinde gözlenen matematiksel uygulama derslerini belgelemiştir. Tasarım çalışması olarak hazırlanan derste, gelişen matematiksel uygulamaların tür ve doğasından etkilenen bir dinamik geometri ortamı uygulanmıştır. Çalışmada teorik çerçeveden ortaya çıkan perspektif ve sınıf içi sosyal etkileşimleri analiz etmek için Toulmin'in tartışma modeli kullanılmıştır. Araştırmada 5 hafta süreyle öğretim yapılmış ve bazıları dinamik geometri ortamında, diğerleri kâğıt üzerinde olmak üzere 16 uygulama kullanılmıştır. Veriler farklı sınıf düzeyindeki üniversite öğrencilerinden elde edilmiştir. Araştırma bulgularından elde edilen sonuçlara göre dinamik geometri ortamı etkili kullanılabilir matematiksel uygulamaların geliştirilmesini sağlamıştır. Öğrenciler vurgulanan matematiksel düşünceleri anlamadan yazılım tarafından sağlanan araçları kullanma eğilimi göstermiştir.

Tatar ve diğerleri (2014), makale çalışmasında DGY ile gerçekleştirilen geometri öğretiminin etkilerini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışmada matematik öğretmen adaylarının çemberin analitik incelenmesi konusu üzerindeki başarıları incelenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının gerçekleştirilen geometri öğretimi üzerine görüşlerine başvurulmuştur. Araştırmaya 29 öğretmen adayı katılmıştır. Veriler çember başarı testinden ve yarı yapılandırılmış odak grup görüşmesinden elde edilmiştir. Sonuçlara göre, DGY ile gerçekleştirilen dersin, öğretmen adaylarının konu üzerine başarılarına olumlu katkısının olduğu gözlenmiştir. Dinamik geometri ortamındaki dersin, öğretmen adaylarının noktanın ve çember üzerindeki noktaların gücünü anlamalarını sağladığı ve düşünme becerilerinin gelişimi, görsellik, kalıcılık, kısa sürede öğrenme, somutlaştırma ve dinamizm ile öğrencilerin ilgisine odaklanma üzerine pozitif etkisi olduğu gözlenmiştir. Buna karşın ortaokul eğitim kurumlarında matematik ve geometride teknoloji kullanımının düşük olduğu ve öğretmen adaylarının öğretim alanında dinamik ortamlarda geometri öğretimini gerçekleştirmeye istekli oldukları belirlenmiştir.

Buchbinder (2018), makale çalışmasında, öğrencilere dinamik geometri ortamında araştırma yaparak 9 çember teoremini keşfetmelerine yardım edebilecek bir dizi öğretimsel aktivite ve bunun sonucunda keşfetme rehberliğinde bir metot kullanımı tanımlanmıştır. Uygulamada öğrenciler, kendilerine verilen direktifler doğrultusunda 9 çember teoremi ile ilgili şekli oluşturmuşlardır. Öğrenciler teoremi keşfettikten sonra, doğru çember olup olmadığını kontrol etmeleri istenmiştir. Kontrol sonrası ise, keşiflerini kanıtlamaları için onlara rehberlik edilmiştir. Teoremin keşfine rehberlik sırasında araç olarak dinamik geometri ortamı yerine kâğıt ve kalem tercih edilmiştir. Çalışma, teoremi ve ispatını keşfetmek için rehberlik edilen araştırma aktivitelerinde uygulanabilecek olan, matematiksel keşfetme ile ispat ve yapılandırılmış ispat kavramının nasıl birleştirilebileceğini göstermiştir. Uygulamalar çoklu gruplarla başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Anahtar özellik olarak, aktivitelerde yeterli desteğin sağlanması, fakat tamamen çok yönlü ispat oluşturmak için öğrencilere yeterli zaman bırakmak olduğu belirtilmiştir.

Shadaan ve Leong (2013), gerçekleştirdikleri yarı deneysel çalışmalarının amacını, öğrencilerin Geogebra yazılımını kullanarak çember konusunu kavramalarını araştırmak olarak belirtmişlerdir. Çalışmaya iki sınıftan 9 yaşlarında 53 öğrenci katılmıştır. Bir sınıf deney grubu, diğer sınıf kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Geogebra kullanımı üzerine öğrenci algılarını ortaya çıkarmak üzere bir ölçek kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları iki grubun ortalama puanları arasında istatistiksel olarak fark olduğunu göstermiştir.

Sonuçlar, deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerden daha iyi performans gösterdiklerini içermektedir. Çalışmada Geogebra yazılımının özellikle çemberler konusunun öğrenilmesi olmak üzere matematik öğretiminde öğrenme ve öğretimi artırıcı bir araç olduğunu kanıtlandığı ifade edilmiştir. Böylece öğrencilerin, pasif öğrenenler olmak yerine kavramları daha iyi anlayabilmelerini sağlayan öğrenmenin uygulamalı metotlarını deneyimleyebildikleri belirtilmiştir. Ayrıca ölçekten elde edilen verilere göre, çemberleri öğrenirken öğrencilerin Geogebranın kullanımının pozitif bir algı uyandırdığı da sonuçlar arasında yer almıştır.

Ferdianova ve Žáček (2013), yaptıkları makale çalışmasında, uygulama örnekleri kadar genel motivasyona da önem verdilerini belirterek, örneklerde öğretime yardımcı olmayı amaçlamışlardır. Geometride alanlar konusuna, özellikle bir üçgenin iç teğet ve çevrel çemberlerine odaklanılmışlardır. Öğretim, 7. Sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere Geogebrada çözmek üzere problem verilmiş ve öğrencilerin problem çözme başarısı problemlerin ilgi çekiciliği ölçülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmenin kişiliğinin, yaratıcılığının ve güzel örnekleri kullanmasının motivasyon üzerinde etkili olduğu belirtilmiştir. Sonrasında, memnun edici uyarıcı bir çalışma atmosferi, karşılıklı ilişkiler ve öğretmen ve öğrenci arasında iş birliğinin bulunduğu sınıf iklimine bağlanmıştır. Öğretmen tarafından öğrenci çalışmalarına yapılan övgü ve pozitif bir değerlendirmenin, önemli bir motivasyon artısı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sigler, Stupel ve Flores (2017), 20 matematik öğretmen adayı ile deneysel bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğrenciler, bir üçgenin iç teğet çemberinin yarıçapı ile üçgen içindeki doğru parçaları ile kenarları arasındaki matematiksel ilişkileri keşfetmek için Geogebra yazılımını kullanmışlardır. Kendi oluşturdukları ya da araştırmacı tarafından oluşturulan Geogebra dosyalarını kullanmışlardır. İnteraktif eklenti kullanarak iç teğet çemberi ile çevrel çember konularında her iki çemberin yarıçapları arasındaki oranı keşfetmişler, üçgenin kenarları ve alanı ile ilgili olarak bu çemberlerin yarıçapını hesaplamışlardır. Sonuçlara göre, aktiviteler öğretmen adaylarına özellikle sayılardan geometrik sonuçlar çıkarmak için trigonometrik özdeşlikler ve temel eşitsizlikler gibi lise matematiğinden araçları kullandıkları, en yüksek düzeyde deneyim sunmak için uygun olduğu belirtilmiştir. Böylece öğretmenlerin, matematiğin ahengini deneyimleme fırsatı sahip olabileceğine işaret edilmiştir.

Geogebra ile yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin yazılımı öğrenme süreçlerini yaşamadıklarını, öğretmen adaylarının daha sık yazılımı kullandıkları görülmüştür. ayrıca seçilen çalışma gruplarının ilkokuldan öğretmen adaylarına geniş bir aralıkta olduğu ve geometri konularının da çeşitlilik gösterdiği söylenebilir.

Sosyal ve sosyomatematiksel normlar ile ilgili araştırmalar bazıları;

Senger (2019), Bu çalışmanın temel amacı, sosyomatematiksel normlar ve teknoloji kullanılarak tasarlanmış öğrenme ortamında yükseklik kavramının öğrenimini ve öğretimini geliştirmektir. Bu amacı gerçekleştirmek için, 4 tane sosyomatematiksel norm belirlemiş ve öğrenciler ile birlikte geliştirilmiştir. Bu normlar: birlikte paylaşarak öğrenme, sınıfta yapılan çözümleri sınıfla paylaşma, hata yapmaktan çekinmeden düşüncelerini ifade edebilme ve matematiksel açıklamalar yapabilmedir. Bu normlarla birlikte kavramsal anlamayı geliştirmek amacıyla çeşitli simülasyonlar ve Geogebra program kullanılmıştır. Yükseklik öğretimi 5 hafta boyunca 48 altıncı sınıf öğrencisiyle yapılmıştır. Öğrencilerin ön bilgilerini kontrol etmek amacıyla öntest ve çalışma bitiminde öğrencilerin kavramsal anlamalarını ölçmek amacıyla son test uygulanmıştır. Ayrıca, sınıf içindeki sosyomatematiksel normlar ve teknoloji kullanımı öğretmen notları, akıllı tahta ve ses kayıtları alınarak belirlenmiştir. Öğrenciler her hafta sosyomatematiksel normlar ve teknoloji kullanımı hakkındaki düşüncelerini günlük tutularak düşüncelerini belirtmiştir. Yapılan analizler sonucunda, sosyomatematiksel normlar ve teknoloji kullanımıyla zenginleştirilmiş öğretim, öğrencilerin yükseklik kavramını anlamalarını olumlu yönde katkısı olmuştur. Bununla birlikte, uygulanan ön test ve son testte öğrencilerin bazı kavramsal yanılgılara sahip olduğu bulunmuştur. Uygulanan öğretim sonucunda, kavram yanılgılarının pek çoğunu azaldığı ya da tamamen yok olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler günlüklerinde, sınıf içindeki sosyomatematiksel normlar ve teknoloji kullanımının öğrenme süreçlerini olumlu etkilediğini belirtmişlerdir.

Gülburnu (2019), çalışmasında problem çözümlerinin tartışıldığı ortaokul matematik sınıfındaki sosyomatematiksel normları belirlemek ve bu normların müzakeresinin öğrenme üzerindeki etkilerini incelemektir. Yedinci sınıfta gerçekleştirilen on haftalık süreçte problem tabanlı matematiksel etkinlikler uygulanmış ve öğrencilerin problem çözümlerine ait eylemlerine ve söylemlerine odaklanılmıştır. Nitel yöntemlerin kullanıldığı çalışmada bireysel çalışma raporları, video ve ses kayıtları, alan notları ve görüşmeler çerçevesinde elde edilen veriler, temellendirilmiş teoriye göre kodlanmış ve sürekli karşılaştırma yöntemine göre analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları problem çözümlerinin tartışılmasının sınıf üyeleri arasındaki etkileşimi biçimlendirdiğini böylece matematiksel aktivitelere özgü normatif anlayışların müşterekçe üretilerek normların oluşmasına katkı sağladığını göstermiştir. Nitekim bu çalışmada ortaokul matematik sınıf mikro kültürünü anlamamıza olanak veren sosyal ve sosyomatematiksel normlar belirlenmiştir. Ayrıca normların müzakeresinin öğrencilerin matematik hakkındaki inanç ve hislerini şekillendirerek bireysel ve toplu anlam oluşturmaya, yaratıcı ve etkili çözümler üretmeye, matematiksel ifadelerin benzerliklerini veya farklılıklarını bulmaya ve özerkliğe ait kazanımlar sayesinde özgün çözümler üretmeye yönelik öğrenme fırsatlarını açığa çıkarmada etkili olduğu görülmüştür. Normların bu etkileri göz önüne alındığında sınıf mikro kültürünü oluşturan yapıların inşasında matematik sınıflarına özgü sosyal ve sosyomatematiksel normların dikkate alınarak tasarlanması ve matematiksel uygulamaların bu bağlamda gerçekleştirilmesi, matematik öğretimi açısından önemli görülebilir

Akyüz (2014), yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıf ortamında sosyomatematiksel normları keşfetmesini ve bu normların olumlu alışkanlıklara dönüşmesinde öğretim görevlisinin oynadığı yönlendirici rolü açıklamaktadır. Makaledeki bulgular çember konusunu ele alan 5 haftalık bir eğitim-öğretim programındaki öğrenci-öğretmen diyalogları ve sınıf içi iletişimlerden elde edilmiştir. Bu iletişimler yazılı hale getirilerek tekrar eden açıklama, yorumlama, kanıtlama ve tartışma türleri ortaya çıkarılmış, bunlardan hangilerinin sosyomatematiksel norm olarak kabul edilebileceği önceden kabul edilen teorik çerçeveler ışığında değerlendirilmiştir. Özellikle teknoloji ile ilişkili 3 sosyomatematiksel normun üzerinde durulmuştur. Bu normlar (1) soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak; (2) dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak ve (3) yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak olarak tespit edilmiştir. Literatüre bakıldığında tespit edilen teknoloji ile ilişkili bu üç normun da ilk defa ortaya konduğu öne sürülebilir. Bulunan bu normlar teknoloji içeren matematik derslerinde sosyal normlar ve sosyomatematiksel normların yanı sıra “tekno-sosyomatematiksel” normlar gibi yeni bir kategori oluşturulabileceği fikrini doğurmuştur.

Partanen (2011), yaptığı tez çalışmasında Finlandiya lisesi ikinci sınıf öğrencilerle (16 - 17 yaş) analizin temel kavramlarını geleneksel bir şekilde öğretmek yerine, küçük gruplar halinde çözülmesi gereken problemler üzerinde durmuştur. Öğrencilerin küçük grup arkadaşlarını seçmelerine izin vermiştir. Araştırmanın amacı, iki küçük grubun akran ve öğretmen-öğrenci etkileşimlerinde müzakere edilen ve üretilen normları analiz ederek deneysel sınıftaki sosyal ve sosyo-matematiksel normların ekolojisini tanımlamaktır. Ayrıca normlara göre hareket etmenin öğrenciler için öğrenme fırsatlarının ortaya çıkması ile nasıl iç içe geçtiğini anlamaya çalışmaktadır. Veri toplama aracı olarak altı oturumundan elde edilen video kayıtları, öğrenci çalışma kâğıtları, öğrencilerin öğrenme günlüklerini ve sınıf içi günlüklerdir. Nitel analiz yöntemlerinin kullanıldığı çalışma araştırmacı öğretmen geleneğinin bir parçasıdır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmenlerin sınıf içinde normların kurulmasında teşvik edici ve tartışmayı sürükleyici bir rol içinde olması gerektiği göstermektedir. Bununla beraber sınıf içindeki etkinliklerin hızlı bir şekilde çözülmesinin aksine matematiksel problemlere derin ve yaratıcı bir şekilde yaklaşmalarını içeren etkinlikler olması gerektiği ifade etmektedir. Ayrıca iki küçük grup arasında etkileşim tarzları arasında da farklılıklar gözlenmiştir. B grubunda, öğrenciler argümanlarını daha sık haklı çıkarmış ve sözlü olarak katılmayarak birbirlerine meydan okumuşlardır. A grubunda ise anlaşmazlık öğrenciler için zordu ve diğer gruptan çok daha fazla bir anlaşma sağladığını görülmüştür. Bu durum hem kız ve erkek çocuklarının farklı sosyodilbilimsel alt kültürlerini yansıtması hem de grupların demokratik olup olmamasıyla ilişkilendirilmiştir.

Sosyal ve sosyomatematiksel normlar ile ilgili araştırmalar temelde iki sınıfta kategorileştirilebilir. Birincisi sınıf normlarını ve sınıf mikro kültürünü ve bu kültürün diğer matematiksel yapılarla etkileşimi inceleyen çalışmalardır. İkinci tür çalışmalarda hedeflenen sosyomatematiksel kültürün oluşturulma sürecinin incelenmesi şeklinde gerçekleşmiştir.

Plomp ve Nieven (2013) iki yıllık bir süre içinde 23 ayrı ülkeden belirli ölçütleri sağlayan 51 tasarım tabanlı araştırma (TTA) örneğini bir araya getirmişlerdir. Örnekler incelendiğinde ilköğretimden yükseköğretime kadar olan eğitim seviyelerinde yapılan çalışmalara ek olarak öğretmen yetiştirme, mesleki ve informal eğitim alanlarında da çalışmaların çeşitlenmiş olduğu görülmektedir. Aynı araştırmacılar, gerçekleştirdikleri bu kapsamlı çalışmada, tasarım araştırmaların temelde üç farklı çeşidi olduğunu belirtmektedir: (1) geliştirme çalışmaları, (2) geçerliliği sağlama (doğrulama) çalışmaları ve (3) uygulama (farklı özgün ortamlarda yaygınlaştırma) çalışmaları. Araştırmacılar değerlendirdikleri çalışmalar arasında bazı çalışmaların birden fazla çeşidi aynı anda gerçekleştirdiğini belirtmiştir. İncelenen çalışmalar belirtilen üç çeşit altında gruplandığında; yaklaşık %84 ü (n=43) geliştirme, %33 ü (n=17) geçerliliği sağlama ve sadece bir tanesi uygulama çalışması olduğu görülmektedir. Çalışmalar eğitim alanına göre incelendiğinde ise 34 tanesinin (%67) konuya özgü (matematik, fen, dil öğrenimi, vb.) öğretme yöntemleri, 29 tanesinin (%57) genel öğrenme ve öğretme, 18 tanesinin (%35) eğitsel teknoloji kullanımı ve 16 tanesinin (%31) ise müfredat geliştirme ile ilgili olduğu görülmektedir (Plomp ve Nieven, 2013).

Can (2010), çalışmasında öğretmen adaylarının teknoloji destekli eğitime bakış açılarını inceleyip daha sonrada uygun etkinlikler yardımıyla Cabri II Plus programı kullanımını öğretmen adaylarına bir program dâhilinde göstermiştir. Çalışmada programın öğretmen adaylarının gelişimlerine ve teknoloji destekli eğitime bakış açılarına etkisinin nasıl olduğunu incelenmiştir. Araştırmanın uygulaması 2008-2009 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfta okuyan 30 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma tasarım, uygulama ve değerlendirme aşamalarından oluşmaktadır. Çalışmanın tasarım aşamasında geometriyi dinamik hale getirebilecek ve öğretmen adaylarının gelişimlerinde etkisi olabilecek etkinlikler hazırlanmıştır.

Nuran (2010), doktora tez çalışmasında, 10.sınıf geometri dersinde Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı'na uygun işbirlikçi öğrenme ortamını, bu ortamda kullanılacak uygun öğretme ve öğrenme etkinliklerinin nasıl olacağını belirlemek, tasarlanan ortam ve seçilen yaklaşımın öğrencinin bilişsel becerileri, psikomotor becerileri, sosyal becerileri, psikolojik özellikleri ve akademik başarısı üzerine etkisini incelemiştir. Araştırma, yarı deneysel bir çalışma olup, 2006-2007 Öğretim yılının II. döneminde, Balıkesir'deki bir Anadolu Lisesi'nde öğrenim gören 60 onuncu sınıf öğrencisi ile sekiz haftalık sürede yürütülmüştür. Çalışma sonucu Öğrenciler, yapılandırmacı öğrenme ortamındaki grup çalışmalarının dersten zevk almalarını sağladığını ve sosyal ilişkilerini arttırdığını ifade etmişlerdir.

2.6. Araştırmanın Amacı

9. sınıf geometri öğrenme alanındaki konular Öklid geometrisinin temel konularındandır. Bu temel konular üçgen ve yardımcı elemanları ile üçgensel bölgelerin alanını içermektedir. Bu konular aynı zamanda 10., 11. ve 12. geometri öğrenme alanındaki konular için bir alt yapı oluşturması açısından daha da önem kazanmaktadır. (MEB, 2009, 2017). Bu önem aynı zamanda geometri konularında bir yoğunluğu da beraberinde getirmekte ve geometri öğrenimini olumsuz etkilemektedir (Çiftçi, Akgün ve Deniz, 2013). Ortaokul geometri konularından sonra 9. sınıf geometri konularının pek çok teoreme ve sonuca dayalı öğretimi bu sistematik bir ispat süreci ile daha önce çalışmamış olan öğrencilerin geometri öğrenmelerini zorlaştırmaktadır. Ayrıca sunulan geometri problemlerinin öğrencilerin yaşantılarından olmaması ya da hayallerinde canlandıramamaları öğrencileri problemi çözmek için yeterince motive etmemektedir. Bu bağlamda GME ilkeleri doğrultusunda problemlerin hazırlanması problem çözmedeki motivasyon eksikliğini giderebilir. Fakat problem çözüm sürecinde öğrencinin ilave çizimleri, geometrik yapının farklı görünümlerini canlandırması da başlı başına bir sorun teşkil etmektedir. Bu sorun DGY ortamlarının sunduğu sürükleme, öteleme, simetri alma ve ölçme gibi araçlar ile desteklenebilir. Bu destek öğrencilerin GME prensipleri ile hazırlanan geometri sorularını çözmelerinde istenilen yatay ve dikey matematikleştirmelere ulaşmalarını sağlayabilir.

Peki, bu ortam nasıl hazırlanmalıdır? Bu sorunun farklı cevapları olabilir. Tasarım tabanlı çalışmalar ise bu cevaplardan biri belki de en önemlilerindendir. Tasarım tabanlı çalışmalar, rehber olan öğretmenin ders ortamını tasarlamada belli kriterlere göre çalışmasını, öğrencinin yaşantısından bir parça olarak gördüğü (veya canlandırabildiği) problemleri teknolojiyi sürece katarak (entegre ederek) sunmak için bir yol olarak kullanabilir.

Bu gerekçelerle bu araştırmada, gerçekçi matematik eğitimi ışığında, 9. sınıf lise öğrencilerine yönelik geometri konularının öğretimine bilgi ve iletişim teknolojilerini entegre etmeyi hedefleyen tasarım tabanlı bir araştırmanın gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranacaktır.

1. Gerçekçi matematik eğitimine dayalı geometri öğretimini desteklemede DGY’nin öğretim sürecine entegrasyonu nasıl gerçekleşmiştir?

    1.1. Entegrasyon sürecinde gelişen sosyo-matematiksel normlar nelerdir?

1.2. Entegrasyon sürecinde öğrencilerin GME tabanlı geometri görevlerine öğrenci adaptasyonu nasıldır?

1.3. Entegrasyon süreci tasarımı ilkeleri nelerdir?

1.4. Entegrasyon sürecinde öğrencilerin matematiksel deneyimlerini arttırmak için öğretmenin aldığı kritik öğretimsel kararlar nelerdir?

2.7. Araştırmanın Önemi

Son yıllardaki çalışmalar incelendiğinde birçoğunun GME ile tasarlanan bir dersin öğrenci başarısına ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına olan etkisinin incelendiği çalışmalar üzerinde yoğunlaştığı; fakat GME ile tasarlanan bir konu alanında öğrencilerin bilgi oluşturma ve anlamlandırma süreçlerinin incelendiği sınırlı sayıda araştırma olduğu görülmüştür (Tabak, 2019). GME ilkeleri ile çalışmaların teknoloji ile desteklendiği matematik sınıflarındaki çalışmaların azlığı dikkat çekmektedir (Kabaca ve arkadaşları, 2011). Bu çalışmada GME destekli geometri problemlerinin hem tasarlanması hem de tasarlanan problemlerin öğretim sürecinde teknoloji destekli nasıl verilmesinin gerektiğine odaklanılmıştır. Araştırma tasarım tabanlı araştırma yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Bu yöntem ile araştırmada geometri derslerinde DGY entegrasyonun sağlanmasına yönelik bir model oluşturma amacı taşıması çalışmanın önceki çalışmalardan ayrılan en önemli parçasıdır. Ayrıca entegrasyon sürecinde sınıfların mikro kültürlerinde meydana gelen değişiklikler incelenmiş ve DGY ortamının sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarındaki etkileri belirlenmiştir. Bu durum çalışmanın bir başka özgün yanını oluşturmaktadır.

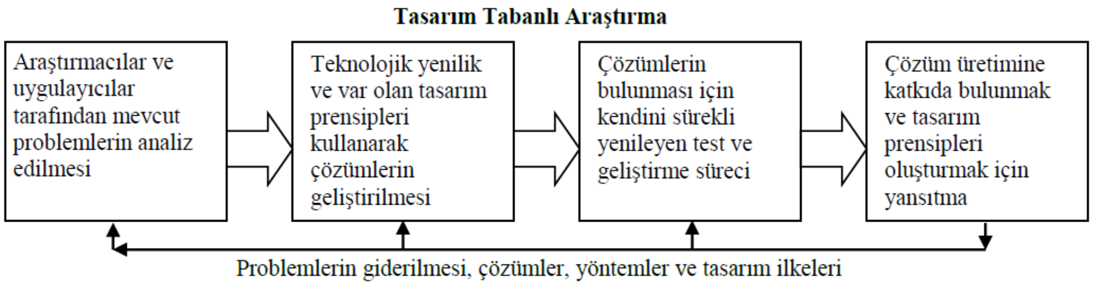
3. YÖNTEM

Araştırmada GME tabanlı geometri öğretimini desteklemede DGY'nin öğretime entegrasyonu nasıl gerçekleştirildiğinin incelenmesi amaçlanmıştır. Geometri derslerinin GME prensiplerine dayalı problemlerin DGY ortamında sunulması ve öğrencilerin bu süreçteki öğrenmeleri araştırılmıştır. Araştırmanın pilot çalışmasında öğrencilerin akıllı telefonları, uygulama sürecinde ise tablet bilgisayarlar ve akıllı telefonlar öğrencilerin kullanımına sunulmuştur. Pilot çalışma sonunda öğrenci anketlerinde cep telefonu ile Geogebra kullanımı ile ilgili görüşleri alınmış ve öğrencilerin telefonları kullanmada genel olarak problem yaşamadıkları görülmüştür. Uygulamada ise tabletler kullanılmıştır. Tabletler ve akıllı telefonları kullanımının öğretime olumlu katkıları pek çok çalışma ile görülmüştür (Bonds-Raacke and Raacke, 2005; Wise, Toto and Lim, 2006; Banister, 2010; Enriquez, 2010; Moran, Hawkes and El-Gayar, 2010).

Araştırma nitel araştırma yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırma, üzerinde çalışılan dünyayı görünür kılan yorumlayıcı bir dizi etkinlikleri içeren ve bu etkinlikleri gerçekleştiren araştırmacının bu dünyanın içindeki doğal bir unsur haline geldiği araştırma yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda araştırmacı içinde bulunduğu dünyayı bir dizi gözlem, alan notu, görüşme, günlük, fotoğraf, video kaydı ve ortama ilişkin süreç ürünleri (artifact) aracılığıyla betimlemekte, analiz etmekte ve yorumlamaktadır. Bu bağlamda nitel araştırma, incelenen ortama yorumlayıcı ve doğal ortama duyarlı bir anlayışla yaklaşılmasını sağlamaktadır. Nitel araştırmacılar inceledikleri kişi ya da nesneleri kendi doğal ortamları içerisinde anlamlandırarak ve yorumlayarak araştırmaktadır (Creswell, 2005; Denzin and Lincoln, 2005; Bogdan and Biklen, 2007; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmanın temel unsurlarından biri olan GME prensiplerine dayalı geometri problemleri, geometri konularının öğrenilmesinde anahtar rol oynamaktadır. Bu problemlerin nasıl ve ne şekilde verilmesi gerekliliği GME probleminin nasıl tasarlandığı kadar önemli bir noktadır. Bu nedenle araştırma, GME problemlerinin geometri derslerine nasıl entegre edileceğini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Nitel araştırma yöntemlerinden tasarım tabanlı araştırmalar bu araştırma sorusu için bir yanıt niteliğinde olabilir. Tasarım tabanlı araştırma yöntemi ile tasarlanan geometri derslerinde GME problemlerinin nasıl verileceği ve DGY'lerden bu problemlerin çözüm sürecinde nasıl destek alınabileceği planlanabilir. Tasarım tabanlı araştırma yönteminin doğası olan döngüsel yaklaşım ile ders tasarımları revize edilerek öğretim planlanmış ve öğretim sürecine teknoloji entegrasyonu incelenmiştir.

3.1. Tasarım Tabanlı Araştırmalar

Bu çalışmada tasarım tabanlı araştırma (TTA) yöntemi kullanılmıştır. Eğitim çalışmalarında tasarım tabanlı araştırma yöntemi, diğer bilinen araştırma yöntemleri ile karşılaştırıldığında oldukça yeni ve güncel bir yaklaşımdır (Anderson and Shattuck 2012). Tasarım araştırmacıları öğrenme süreci hakkında teoriler ve öğrenmeyi desteklemek için tasarlanmış teknikler geliştirmektedir (Cobb ve diğerleri, 2003). Tasarım araştırması çerçevesi, araştırmacıların süreci çalışma boyunca gözlemlemesine ve sürece müdahale etmesine de olanak tanır. Yapılan tasarımlar mühendislik öğrenme ortamlarını içerir. Bu yaklaşım bir ürün elde etmek ve yenilik getirmek için öncelikle o ürünü veya yeniliği anlamanın gerekliliğine vurgu yapar (Gravemeijer and Cobb 2006). Tasarım tabanlı araştırmalar, katılımcıların belirli uygulamaların geliştirilmesine "mühendislik" etmesini ve bu uygulamaların (tasarım araçlarının) gelişimini ve ortaya çıktıkları bağlamı sistematik olarak incelemeyi içerir (Schoenfeld, 2006). Tasarım çalışmaları hem pragmatik hem de kuramsal olarak yönlendirilmektedir (Design-Based Research Collaborative, 2003). Pragmatik olarak, öğrenmeyi desteklemek için bir tasarım araştırıp geliştirmeyi içerir. Teorik olarak hem öğrenme süreçleri hem de bu öğrenmeyi destekleme araçları ile ilgili varsayımların geliştirilmesi, test edilmesi ve gözden geçirilmesini içerirler (Gravemeijer, 1994b). Elde edilen kuram daha sonra tasarımın mantığını oluşturmaktadır.



Şekil 3.1. *Tasarım Tabanlı Araştırma Yapısı (Kuzu ve Çankaya, 2011)*

TTA'ların 5 temel karakteristik yapısı vardır. Bu yapılardan bazıları diğer metodolojiler ile aynı olsa da bu 5 karakter birlikte TTA'ların yapısını oluşturmaktadır. Bunlardan ilki, öğrencilerin veya öğretmenlerin öğrenmesini desteklemeye çalıştıkları için uygulayıcılar için ortaya çıkan sorun türlerini ele alır ve dolayısıyla doğrudan eğitim uygulamasının kalitesini iyileştirmeye katkıda bulunur. İkincisi metodolojinin müdahaleci niteliğidir. Üçüncü özellik, tasarım çalışmalarının güçlü bir teorik çerçevelerinin yanı sıra pragmatik bir yönelimine sahip olmasıdır. Bir tasarım çalışması sırasında birincil amaç hem öğrenme süreçleri hem de bu öğrenmeyi destekleme araçları hakkında somutlaştırılmış varsayımlardan oluşan teori geliştirmektir. Bu teoriler kapsamı mütevazidir ve öğrencilerin sınıfta belirli matematiksel akıl yürütme yöntemlerinin geliştirilmesine veya öğretmenlerin mesleki gelişim bağlamında belirli öğretim uygulamalarının geliştirilmesine odaklanmaktadır. Dördüncü özellik, tasarım çalışmalarının, öğrencilerin veya öğretmenlerin öğrenme süreçleri ve bu öğrenmeyi destekleme yöntemleri hakkında tasarımı test etmeyi ve gerekirse gözden geçirme veya terk etmeyi içermesidir. Beşinci özellik teoriye duyulan endişenin bir sonucu olarak tasarım çalışmalarının genelleştirilebilirliğinin hedeflenmesidir (Coob, Jackson and Dunlap, 2016).

Tasarım tabanlı araştırma yönteminin kuramsal çerçevesini oluşturan yaklaşımlardan ilki sosyal yapılandırmacı yaklaşımdır. Yapılandırmacı yaklaşım bireyin kendi bilgisini tecrübeleri yoluyla inşa ettiği ve içselleştirdiği fikri ile hareket eder (Cole 1992). Tasarım tabanlı araştırmalar öğrenme sürecinde sosyal etkileşimin rolünü tartışır (Cobb and Bowers 1999; Aşık ve Yılmaz 2017). Piaget (1965) ve Vygotsky (1978) sosyal yapılandırmacı yaklaşımın iki öncüsüdür. Bu iki teorisyen sosyal etkileşim kavramında etkileşimin kimler arasında olması gerekliliği ile ilgili iki farklı görüş sunmuşlardır. Her iki görüşün ortak yanı ise yapılandırma sürecinden önce ve yapılandırma sürecinden sonra olmak üzere ortaya çıkan iki seviyenin müdahalelerle (scaffolding) kapanması gerekliliğidir. Tasarım tabanlı araştırma gibi müdahale araştırmalarında “destekleyici” önemli bir kavram olarak karşımıza çıkmaktadır (Bakker and Smit 2017). Destekleyicilik, öğrenciye öğrenme ortamında öğretmen tarafından sağlanan rehberlik ve desteği açıklayan bir kavramdır.

Tasarım tabanlı araştırmaların teorik çerçevesini oluşturan diğer bir yaklaşım ise Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımıdır (Yılmaz ve Aşık, 2017). Gerçekçi matematik eğitiminin karakteristiği olarak öne çıkan yönlendirilmiş keşif sürecini desteklemek için öğretmen öğrencilerin bilgi, beceri ve öngörüleri hakkında maksimum bilgiye sahip olmalıdır (Van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Bu doğrultuda gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı, TTA felsefesi olarak da kabul edilen bir ürün elde etmek ve yenilik getirmek için öncelikle o ürünü veya yeniliği anlamanın gerekliliğine vurgu yapmaktadır (Gravemeijer and Cobb 2006).

Öğrenme süreçlerinde öğrencinin fiili katılımını temel alan GME yaklaşımı ile birçok öğretim tasarımı oluşturulmuştur ve bu tasarımların biçimlendirilme sürecinde ise tasarım araştırması yöntemi ön plana çıkmıştır (Drijvers, van den Heuvel-Panhuizen 2014). Tasarım araştırmalarında düşünce deneyleri kuram temelinde döngüsel bir süreç ile şekillendirilir. Bu süreçte ise öğretim akışı tasarlanır ve bir öğretim deneyi içinde test edilir. Sonrasında ise geriye dönük analizler gerçekleştirilir ve gerektiğinde tasarıma yönelik yeni düzenlemeler yapılır (Gravemeijer, 1994). Döngüsel olarak gerçekleştirilen bu süreç, gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğretim tasarımı çerçevesi ile entegre edilip başarılı sonuçlar elde edilmesinde tasarım tabanlı araştırmaların gereksinimine işaret etmektedir (Aşık ve Yılmaz 2017).

Araştırmada tasarlanacak olan dersler tasarım tabanlı araştırma ilkeleri ve amaçları çerçevesinde şekillendirilmiştir. Bu bağlamda tasarımı yapılan dersler 9.sınıf geometri programı çerçevesinde altı konu başlığından oluşmaktadır. Bu başlıklar;

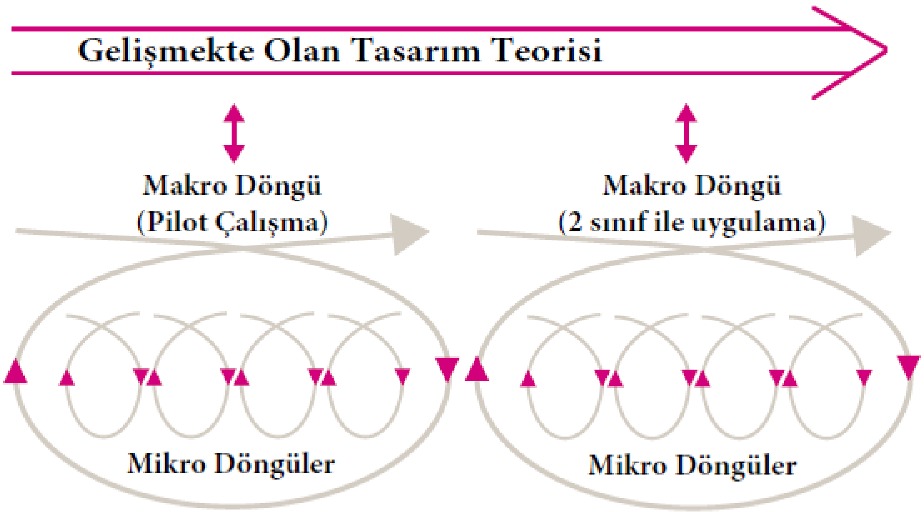
- Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar
- Üçgende açılar
- Açı-kenar bağıntıları
- Merkezler (üçgenin yardımcı elemanları)
- Eşlik
- Benzerlik'dir.

Ders tasarımının incelenmesi ve bir standarda bağlanması amacı ile her bir konu başlığında ders tasarım tabloları oluşturulmuştur. Bu tablolar ile DGY'nin GME tabanlı geometri öğretimini nasıl desteklediği sunulmuştur. Tablolarda ders tasarımları teorik model, müdahale ve gerçekleşen model ana başlıkları altında verilmiştir. Hazırlanan bu tablolarda Middleton ve ark., (2008) ve Moss, (2014) çalışmalarından esinlenilmiştir. Ayrıca ders tasarım tabloları ile entegrasyon sürecinin tasarımı ve ders tasarım planları ayrı ayrı verilmiştir.

Araştırmacı öğretmen, çalışmaya katılan her iki sınıf ile çalışmaya kadar beş ay boyunca haftada 7 saat ders yapma imkânı bulmuştur. Öğretmen bu süre boyuncu sınıfta oluşan kültüre hâkim ve her bir sınıfın sosyomatematiksel kültürlerini bilmektedir. Bu ön bilgiler entegrasyon sürecinde her bir sınıfın sosyal ve sosyomatematiksel kültürlerindeki değişimi daha iyi gözlemlemesine neden olmuştur. Araştırmacı öğretmen gözlemleri, ders video kayıtları ve günlüklerden elde edilen bulgular norm tablosu olarak her konu başlığında tablolarla sunulmuştur. Bu tablolarda araştırmaya katılan her iki sınıf ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Böylece normların tekrar sıklığı ve ortaya çıkma ortamı belirlenmeye çalışılmıştır.

Çalışmada geometri derslerinde işlenen altı konu başlığının tamamı her iki sınıfa aynı sıra ile uygulanmıştır. Müdahaleler ile mikro döngüler oluşturulmuştur. Konuların tamamında derslere GME tabanlı problemler ile başlanmıştır. GME problemlerinin geçerliliği alan uzmanı tez danışmanı ve araştırmacı öğretmen tarafından yapılmıştır. Problemler çalışma kağıtları veya etkileşimli tahta yardımı ile sunulmuştur. Öğrenciler her çalışma sonunda tabletleri ile yaptıkları etkinlik görüntülerini ve Geogebra çalışmalarını kaydetmişlerdir. Tasarlanan derslerde öğretmen kendi tablet görüntüsünü etkileşimli tahtaya yansıtmış, GME problemlerini beyaz tahtaya çizmiştir. Öğrenciye yapılan rehberliklerde her iki tahtada beraber kullanılmıştır. Öğrenciler derste kalem-kâğıt, tablet veya kişisel akıllı telefonlarında yüklü olan Geogebra programını kullanmışlardır.

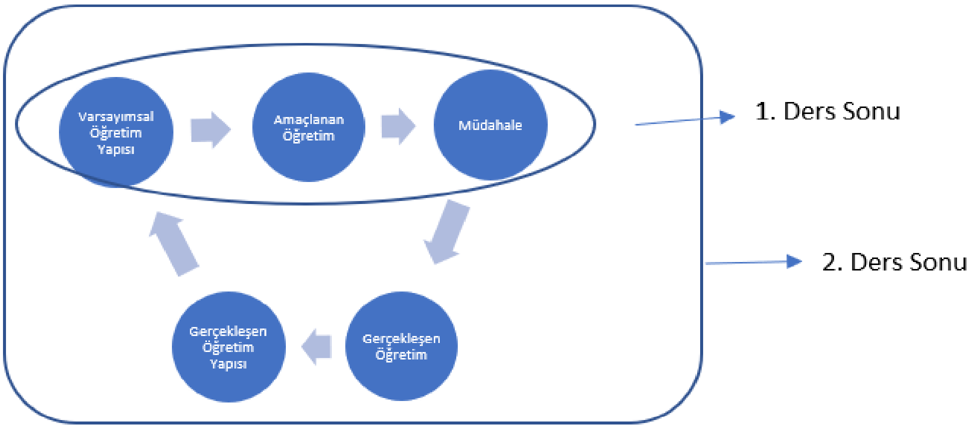
Ders tasarım bulguları 1. makro döngü olan pilot çalışma bulguları ve 2. makro döngü olan 2 sınıf ile gerçekleştirilen uygulamanın bulguları olarak ayrı ayrı verilmiştir. 2. Mikro döngü bulguları 6 ders konusu başlığında ayrı ayrı ele alınmıştır. Bu bulgular sonunda ortaya çıkan sınıf normları bütüncül olarak ele alınmıştır.



Şekil 3.2. *Ders Tasarım Döngüleri (Educational Design Research, 2013)*

3.1.1. Ders tasarımlarının uygulanması

Ders tasarımlarının uygulanmasında Middleton ve ark., 2008 ve Moss, 2014 çalışmalarındaki mikro ve makro döngüler temel alınarak gerçekleştirilmiştir. Mikro döngüler iki ders arasında uygulanan müdahaleleri ve iki sınıf uygulaması sonunda ortaya çıkan öğretimi kapsamaktadır.



Şekil 3.3. Tasarım Döngüsü

Tasarım araştırmalarında başlangıç noktası araştırmacıların tasarım ile ilgili varsayımlarıdır. Tasarım ile ilgili bu varsayımlar literatür ve araştırmacının alan tecrübesi ile şekillenir (Middleton ve ark., 2008; Moss, 2014). Bu araştırmada da ilgili literatür incelenerek (Can, 2010; Nuran, 2010) ve araştırmacı öğretmenin kendi ders planları çerçevesinde araştırmanın ilk bölümü olan pilot uygulama gerçekleştirilmiştir.

Pilot uygulama sürecinde GME problemlerinin sunumu, problemin tartışma zemini, yapılan teknoloji destekli rehberliklerin biçimi ile ilgili veriler toplanmıştır. Ders tasarımının amaçlanan öğretim kısmı matematik öğretim programı çerçevesinde belirlenen 9. sınıf matematik dersi geometri öğrenme alanına ait kazanımlardan meydana gelmektedir. Bu kazanımlar her ders planında belirtilmiş ana hedeflerdir. Ayrıca yapılan ders planlarında uygulanan GME tabanlı problemlerin derslerde nasıl kullanılacağını ve DGY'nin hangi özellikleri ile derse katkı sağlayacağı detaylı verilmiştir. Ders tasarımının ilk uygulamasından sonra tez danışmanı ile yapılan toplantı, ders videosunun izlenmesi ve araştırmacı öğretmenin ders ile ilgili notları çerçevesinde tasarıma müdahale edilerek gerekli değişiklikler yapılmıştır. Tasarımda yapılan değişiklikler sonrası gerçekleşen öğretimin ders amaçları ile uygunluğu, tasarımda kullanılan GME tabanlı problemler ile gerçekleşen yatay ve dikey matematikselleştirmeler, kavram yanılgıları tez danışmanı ile yapılan toplantı sonrası belirlenmiştir. Yapılan bu mikro döngüler ile yeni ders tasarımları oluşturulmuş ve her konu için mikro döngüler tekrar edilerek 8 mikro tekrar gerçekleştirilmiştir. Yapılan ders tasarımları ve saatleri tablo 3.1. de verilmiştir.

Tablo 3.1. *Uygulama Süreleri ve Döngü*

Ders Konuları	Ders Saati	Uygulama Sınıfları	Mikro Döngü Sayıları
Geogebra Öğretimi	5	9C ve 9E	3
Paralel doğrular ve kesen ile oluşan açılar	4	9C ve 9E	1
Üçgende Açılar	4	9C ve 9E	1
Açı kenar bağıntıları	5	9C ve 9E	2
Merkezler	8	9C ve 9E	4
Eşlik	6	9C ve 9E	1
Benzerlik	6	9C ve 9E	1

3.2. Araştırma Ortamı

Araştırma Eskişehir ili merkezinde yer alan bir Anadolu lisesinde gerçekleştirilmiştir. Bu okul liselere giriş sınavı (LGS) ile %5'lik başarı dilim ile öğrenci almaktadır. Araştırma yapılan okulun Fatih projesi kapsamında tüm sınıflarında etkileşimli tahta ve internet ağı bulunmaktadır.

3.3. Katılımcılar

Araştırmanın yapıldığı Anadolu lisesinde beş adet 9. sınıf şubesi yer almaktadır. Araştırmacı öğretmen uygulama sürecinde 9. sınıflardan iki şubede haftada 6 ders saati matematik, 1 ders saati demokrasi ve insan hakları dersini yürütmüştür. Bu nedenle öğretmen uygulamanın gerçekleştirildiği sınıfları tanımakta ve sınıfların sosyal ve kültürel yapısını bilmektedir. Bu bağlamda araştırma sınıflarının seçiminde sınıfları tanıma en önemli etken olmuştur. Bu sınıflardan ilki olan 9C sınıfı 16 erkek, 14 kız öğrenciden oluşmakta, ikincisi olan 9E sınıfı ise 20 erkek, 10 kız öğrenciden oluşmaktadır.

3.4. Uygulama ve Verilerin Toplanması

Araştırmada öğrencilere GME çerçevesinde tasarlanan geometri problemleri ders tasarımları içerisinde sunulmuştur. Geometri derslerine geçilmeden her iki sınıfa da Geogebra programı tanıtılmıştır. Geogebra programı ve tabletler ile ilk defa tanışan öğrencilere tablet kullanımı ve Geogebra programı hakkında bilgi verilmiştir. Öğrencilerin Geogebra programını akıllı telefonlarına da yüklemeleri ve verilen Geogebra ile ilgili ev ödevlerini cep telefonları ile yapmaları sağlanmıştır. Geogebra programında önce kullanılacak menülere öğrencilerin alışması için araştırmacı öğretmen tarafından tasarlanan görevler yerine getirilmiştir. Öğrencilerin tablet kullanımına ve Geogebra menülerine alışmalarının ardından geometrik oluşum kavramı tanıtılmış ve ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen gibi oluşumları yapmaları ve sürüklemeler ile oluşumların temel özelliklerini kavramaları amaçlanmıştır. Son olarak ölçme araçları tanıtılarak faklı ölçme uygulamaları ile bu özellikler pekiştirilmiştir.

Araştırmada ders tasarımlarında bulunan etkinlikler etkinlik kağıtları ve etkileşimli tahta yardımı ile öğrencilere sunulmuştur. Öğrencilerden onlara verilen GME problemini Geogebra ortamına aktarmaları ve program yardımı ile çözüm için varsayımlarda bulunmaları istenmiştir. 12 hafta boyunca geometri dersleri, bu dersler için önceden hazırlanan ve tez danışmanı ile yapılan toplantılarda belirlenen ders tasarımları ve ders tasarımlarına yapılan müdahaleler ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri ders kamera kayıtları, araştırmacı öğretmen günlükleri ve ders tasarım dokümanları ve tablet kayıtları ile toplanmıştır. Her ders uygulaması sonrası tez danışmanı ile yapılan izleme toplantılarındaki değerlendirmeler ve düzeltmeler ile sonraki derslerin uygulamasına geçilmiştir. Süreç öğretim yılı içerisinde iki sınıfla eş zamanlı yapıldığından bu toplantılar araştırma süreci için belirleyici olmuştur.

3.5. Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması 2017-2018 eğitim öğretim yılı ikinci döneminde Eskişehir il merkezinde bulunan ve uygulamanın da gerçekleştirildiği okulda yapılmıştır. Pilot çalışma 15 erkek, 17 kız öğrenciden oluşan bir 9. sınıf ile gerçekleştirilmiştir. Tasarım tabanlı araştırmanın ilk makro döngüsünü oluşturan pilot çalışmada;

- DGY kullanımının öğretim ve uygulanma süreci
- GME problemlerinin uygulama ve geliştirme süreci

- Ders tasarımının temelini oluşturacak olan etkinlik kağıtlarını hazırlanması ve uygulama süreci tecrübe edilmiştir.

Pilot çalışma 10 hafta boyunca uygulanmış, 14 ders saati gözlem yapılmıştır. Pilot çalışmada Geogebra öğretimi, oluşum çalışmaları, üçgende açı-kenar bağıntıları, üçgen eşitsizliği, çokgensel bölgelerin açı ölçümleri, eşlik, benzerlik ve benzerlik uygulamaları konuları ele alınmıştır. Araştırma başlangıcında çalışma konularının sadece eşlik ve benzerlik konuları ile sınırlı kalması planlanmış fakat pilot çalışmada açı-kenar ve yardımcı elemanlar konuları eklenmiştir. Pilot uygulama sonunda da konular genişletilerek 9. sınıf geometri konularının hemen hemen tamamı için ders tasarımı yapılmasına karar verilmiştir. Ders tasarım konularında yapılan bu değişiklik makro döngü sonrası yapılan en önemli müdahalelerden biridir.

Pilot çalışmada ve ikinci uygulamada kullanılan tüm GME problemleri araştırmacı öğretmenin yaptığı alan taramaları ve meslek tecrübesi ışığında hazırlamıştır. Hazırlanan problemler tez danışmanının kontrolünde geçerlilik almış ayrıca en az 18 yıllık tecrübeye sahip zümre matematik öğretmenleri tarafından uygunlukları kontrol edilmiştir. Bu problemlerden biri olan parkur problemi uluslararası bir kongrede sözlü bildiri olarak sunulmuş ve buradan elde edilen tecrübeler ile ikinci uygulama problemleri hazırlanmıştır. Pilot uygulamada GME prensipleri doğrultusunda tasarlanan 7 problem ders tasarımlarında kullanılmıştır. Bu problemler derslerde uygulanmadan önce öğrencilerin GME problemlerine karşı tutumlarını anlamak, onları araştırma sürecine hazırlamak ve geometri hazır bulunuşluklarını görmek amacı ile pilot çalışma başında ikisi GME problemi bir tanesi de rutin bir benzerlik problemi olan 3 soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabilecekleri iki GME problemini anlamakta ve çözüm üretmekte zorlandıkları görülmüştür. Benzerlik probleminde ise öğrenciler benzerlik ilişkisini yazmak yerine oransal işlemler ile çözümü bulmaya çalışmışlardır. Pilot uygulama sonunda da süreci değerlendirme ve makro döngüdeki müdahaleleri belirlemek amacı ile açık uçlu anket uygulanmıştır. Anket ile hem süreçte GME problemleri ve Geogebra kullanımı hakkında görüş alınmış hem de pilot çalışma odak konusu olan eşlik ve benzerlik konusunda görüş toplanmıştır. Ankette son olarak öğrencilerin bir benzerlik problemi çözüm süreci incelenmiştir. Ankette yer alan "Çalışma sürecinde karşılaştığınız problemlerin gördüğünüz genel problemler ile arasındaki benzer/farklı yönler nelerdir?" sorusuna öğrenciler "GME prensipleri ile hazırlanan soruların kolay anlaşıldığını, ilave açıklamaya gerek kalmadığını ve çelişki içermediğini belirtmiştir. Soruların gerçek hayat durumu olmasının ilgi çekici olduğu ve soruların basit gözükmesine rağmen yoğun düşünme ve zihinsel faaliyet gerektirdiğini söylemişlerdir. Soruların Geogebra desteği ile modellenmesinin farklı çözümleri görmeyi kolaylaştırdığını ve benzer soruları çözmeye teşvik ettiğini de ilave etmişlerdir". Ankette ayrıca öğrencilerin GME problemleri ile ilgili eklemek istedikleri görüşleri sorulmuştur. Bazı öğrencilerin GME çerçevesinde hazırlanan problemleri anlaşılır buldukları ve bu problemlerin doğru "hikâyeler" ile çoğaltılmasını istedikleri belirlenmiştir. Toplanan öğrenci görüşleri ve tez danışmanı ile yapılan toplantılar sonrasında pilot uygulama da kullanılan 7 GME probleminden kesişen çemberler ve bisikletçiler problemleri değişiklik yapılmadan, park aydınlatması problemi ise yapılan düzeltmeler sonunda ikinci uygulamanın ders tasarımlarında kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca GME problemi olarak hazırlanmayan çeşitli Geogebra etkinlikleri doğru hikâye eklemeleri ile ikinci uygulamada GME problemlerine dönüştürülmüştür.

Araştırma başında tabletler ile çalışmanın yürütülmesi planlanmış fakat tablet kullanımına imkân bulunamamıştır. Bu nedenle pilot çalışma öğrencilerin akıllı cep telefonları ile gerçekleştirilmiştir. Yaşanan bu olumsuzluk pilot çalışma sürecinde olumsuzluğa neden olmamıştır. Pilot çalışmanın tamamında ve gerçekleşen ikinci uygulamada cep telefonu kullanımı öğrenciler tarafından başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Teknolojiye yatkın ve cep telefonunu etkin olarak kullanabilen öğrenciler DGY olarak araştırmada kullanılan Geogebra programını etkili bir şekilde kullanmışlardır. Pilot çalışma sonunda öğrencilere uygulanan yarı-yapılandırılmış anket çalışmasında "Geogebra programını cep telefonu ile etkin kullandığınızı düşünüyor musunuz? Cep telefonu uygulaması sizin için yeterli mi?" sorusu yöneltilmiştir. Anket sonunda öğrencilerden 15'i uygulamaların cep telefonu ile etkin olarak kullandıklarını, 3 öğrenci ise etkin kullanamadıklarını belirtmişlerdir. 9 öğrenci uygulamalarda zorlandıklarını ama yapabildiklerini belirtmişlerdir. Bir öğrenci uygulamanın öğretmenin kabiliyeti ile anlaşılır hale geldiğini, 2 öğrenci ise çalışmaları evde yapamadıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin program kullanımı ile ilgili diğer görüşlerinde ise ders öncesinde daha detaylı Geogebra kullanmak ve programı daha iyi öğrenmek istedikleri ortaya çıkmıştır. Öğrenciler ayrıca cep telefonları ile uygulamanın zor olduğunu belirten öğrenciler olduğu görülmüştür. Bu dönütler doğrultusunda uygulama sürecinin ilk bölümü olan Geogebra programının tanıtımı daha azla detaylandırılmıştır. Önce program menüsü tanıtımı yapılmış daha sonra oluşum/inşa örnekleri verilerek kolaydan zora oluşum çalışmaları ile programın öğrenilmesi için gerekli fırsat durumlar oluşturulmuştur. Bir diğer eleştiri cep telefonu ile program uygulamasının zorluğu ile ilgilidir. Uygulama sürecinde öğrencilerin her birinin kullanımını için tabletler tahsis edilmiştir. Uygulamanın cep telefonu ve tablet versiyonu aynı ara yüze sahip olsa da ekran büyüklüğü öğrencilerin rahat çalışmasına ve görmesine kolaylık sağlamıştır. Araştırma sürecinde öğrencilerin tamamı çalışmalara tablet ile başlarken daha sonra kendi cep telefonları ile daha rahat çalıştığını söyleyen öğrencilere cep telefonları ile çalışma imkânı sunulmuştur.

Araştırma amaçlarından biri olan "Entegrasyon süreci ders tasarımı ilkeleri nelerdir?" sorusuna tasarım tabanlı araştırma yöntemlerinin doğasında var olan araştırmacı varsayımı ile başlanmıştır. Bu varsayıma göre pilot çalışmadaki ders tasarımlarına GME problemi ile başlamalı daha sonra bu problemler Geogebra ortamına öğrenci isteği veya öğretmen rehberliğinde geçirilmeli ve süreç öğrencilerin fikirlerini ortaya koymaları ile devam etmelidir. Bu varsayım doğrultusunda hazırlanan ilk ders tasarımlarında ders planları, etkinlik kağıtları ve etkileşimli tahta yardımı ile problem sunumları yapılmıştır. Ders tasarımının ilk aşamalarında revizyon odaklı olmak yerine ders tasarımlarında bir standart oluşturma amacı güdülmüştür. Hazırlanan ilk ders tasarımları sınıf ortamında öğretmen tahminleri yerine sınıf ile olan etkileşim göz önüne alınarak ilerlemiştir. Derslerde temel odak noktaları GME problemlerinin istenilen matematikleştirmeleri nasıl sağladığı, etkinliklerin plan dışında nasıl geliştiği, cep telefonu ve Geogebra kullanımının problemi çözmede verdiği destekler ve öğrencilerin yürütülen çalışmaya karşı tutumları üzerine olmuştur. Pilot uygulamadaki öğrencilerin GME problemlerini Geogebra ile çözme tercihleri ders tasarımları açısından çok önemlidir. Bu nedenle yapılan ankette öğrenci görüşleri "Geometri derslerinde öğretmenin tasarladığı problemleri hangi durumlarda Geogebra kullanarak hangi durumlarda klasik yöntemle çözmeyi tercih ediyorsunuz" sorusu ile toplanmıştır. Anket verilerine göre öğrenciler Geogebrayı probleme nereden başlayacaklarını bilemediklerinde ve işlem/çizim amacı ile daha sık kullandıklarını belirtmişlerdir. Bazı öğrenciler klasik çözümlerini kontrol amaçlı programı kullanırken, bazı öğrenciler ise Geogebranın konu başlarında faydalı olduğunu belirtmişlerdir. Konuya hâkim olan öğrenciler klasik yolu tercih etmişlerdir. Problemin Geogebra ortamına aktarılmasının kolaylığı ya da zorluğu problemin çözüm şeklinde belirlemiştir. Üçgen eşitsizliği konusunda özellikle Geogebra ortamının daha anlaşılır olduğu vurgulanmıştır.

Pilot uygulamanın verileri incelendiğinde araştırmanın uygulama kısmında geometri ders konularının genişletilmesine, GME problemlerinin hazırlama kriterlerinin belirlenmesine, Geogebra öğretiminin daha uzun süre ve etkinlik temelli olarak güncellenmesine, problemlerin Geogebraya kolay aktarılmasına, Geogebra araçlarının kullanımı ile ilgili teknik desteğin düzenli olarak verilmesine karar verilmiştir. Uygulama süreci bu kararlar doğrultusunda planlanmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Bu araştırmada tüm veriler süreç içerisinde ders tasarımı mikro döngüleri ile ve süreç sonunda sınıf normları ile araştırma sorularını yanıtlayacak şekilde ele alınıp bütüncül şekilde analiz edilmiştir (Creswell, 2018).

Nitel verilerin analizi verilerin toplanma süreci ile eş zamanlı olarak gerçekleştirilir. Veri toplama sürecindeki analiz erken veri analizi olarak da adlandırılır. Bu süreçte veri analizi veri toplama ile birlikte yapılır. Bu analiz araştırmacının araştırmaya odaklanmasını ve araştırmayı sürekli verilerle karşılaştırdığı için süreç içerisinde araştırmasını şekillendirmesini sağlar. Bu çalışmada, tasarlanan derslerin öğretiminin analizi hazırlanan mikro döngü tabloları aracılığı ile analiz edilmiştir. Mikro döngü tablolarının tez izleme komitesi ile geçerliliği alınmıştır. Her bir sınıf uygulaması için ayrı ayrı hazırlanan mikro döngü tablosu alan uzmanı olan tez danışmanı ile derslerin uygulamaları sonrası analiz edilmiş, sonuçlar ise müdahaleler ve gerçekleşen öğretim olarak hazırlanan Tablo 3.2. ile gösterilmiştir.

Tablo 3.2. *Süreç Analizi Mikro Döngü Tablosu*

Varsayımsal Model		Müdahaleler		Gerçek Model	
Ders Tasarımı	Problemden Beklenenler		Gerçekleşen Öğretim	Problemde Gerçekleşenler	Gerçekleşen Öğrenme

Tablo 3.2. ile yapılan öğretim analizleri iki bölümde sunulmuştur. Bunlardan ilki varsayımsal model bölümüdür. Bu bölümde uygulama öncesi derslerin nasıl gerçekleştirileceğinin sunulduğu ders tasarımı bölümü öğretilecek konunun

kazanımlarının neler olduğu ve bu kazanımlara nasıl ulaşılmak istendiğinin açıklandığı bölümdür. İkinci bölüm ise GME'ye dayalı problemin ders içindeki rolünün belirlendiği problemden beklenenler bölümdür. GME'ye dayalı hazırlanan problemlerin süreçte nasıl yer almasının gerektiğinin belirlendiği bu bölümde problem çözüm sürecinin varsayımsal amaçları yer almaktadır. Varsayımsal modeli oluşturan bu iki bölüm araştırmacı öğretmen ve tez danışmanı ile beraber pilot uygulama verileri ışığında her bir konu için ayrı ayrı belirlenmiştir. Bu bölümlerde yer alan varsayımlara göre ilk sınıf uygulaması gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen ilk uygulama sonrası tez danışmanı ile yapılan toplantılarla gerekli müdahaleler belirlenmiş ve ikinci sınıf ile uygulama gerçekleştirilmiştir. Süre gelen analizler ile varsayımsal model daha gerçekçi bir yapıya bürünmüştür.

Verilerin analizinin sunulduğu ikinci bölüm ise gerçek model olarak isimlendirilmiştir. Gerçek model bölümü üç alt başlıkla uygulama sonucu ortaya çıkan durumun belirlendiği kısımdır. Gerçekleşen öğrenme ile ders tasarımının asıl amacı olan dersin kazanımlarına ulaşılmanın kontrol edildiği, kazanıma ulaşma sürecinin özetlendiği bölümdür. Problemde gerçekleşen bölümde GME'ye dayalı problemin hangi varsayımlarının nasıl gerçekleştiğinin açıklanmıştır. Problemde çalışan veya çalışmayan kısımlar tez danışmanı ile belirlenerek problemlerin sınıf içi uygulamaları değerlendirilmiştir. Gerçek modelin son bölümü ise gerçekleşen öğretimdir. Sınıf uygulamaları sonunda hazırlanan GME'ye dayalı problemler ile kazanımlar dışında öğrencilerin hangi matematikleştirmeleri gerçekleştirdiği bu bölümde sunulmuştur. Geometri derslerinde DGY desteği ile ortaya konan matematikleştirme süreci gerçekleşen öğretim ile ele alınarak tasarımın analizi süreç içerinde her bir konu için ayrı ayrı belirlenebilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel etkinlikleri birer sosyal etkinliktir ve bu etkinlikler bulunduğu sosyal ve kültürel bağlamdan koparıldığında yeterinde anlaşılamazlar (Cobb, Jaworski ve Presmeg, 1996). Bu nedenle araştırma verilerinin analizinde ikinci yaklaşım ise sınıf öğrenme ortamının bir göstergesi olan sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarla gerçekleştirilmiştir. Bu analiz yaklaşımında sınıf sosyal normları, sosyomatematiksel normlar ve süreç sonunda isimlendirilen tekno-sosyomatematiksel normlar üç tema olarak belirlenmiştir. Sınıf normları temasının alt temaları;

- Emin olmadan bir çözümü paylaşmak,

- Arkadaşının çözümüne destek vermek,
- Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek

olarak belirlenmiştir. Sosyomatematiksel norm temasının alt temaları olarak

- Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak
- Alternatif bir matematiksel çözüm önermek
- Matematiksel problemleri indirgeme
- Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama

olarak belirlenmiştir. Son olarak tekno-sosyomatematiksel norm temasının alt temaları olarak Akyüz (2014)'ün çalışmasında tespit ettiği dinamik yazılımdaki araçları kullanarak soru çözme, dinamik olarak doğrulamak, dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak normları ışığında

- Problemi DGY ortamına aktarma: Öğrencinin DGY araçlarını kullanarak problemi DGY ortamında dinamik noktalar ile çizebilmesidir.
- Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması: Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümünü dinamik olarak her durumu içerecek şekilde sunmasıdır.
- Öğrencinin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması: Öğrencinin kullandığı DGY aracının özelliklerini ve hangi amaçla kullandığı açıklamasıdır.
- DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması: Öğrencinin DGY ortamındaki problemin dinamik noktalarını sürüklemeler ile amaçlı olarak değiştirmesi ve değişimin sonucunu açıklayabilmesidir.
- Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi: Öğrencinin arkadaşının çözümünde kullandığı DGY aracını kullanma nedenlerini veya geometri konusu ile ilişkisini açıklamasını istemesidir.
- Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması: Öğrencinin DGY ortamında farklı çözüm stratejilerini ve bu stratejilerini DGY aracı ile geometrik yapı arasındaki ilişkiyi sınıf ile paylaşmasıdır.

alt tema olarak belirlenmiştir. Bu tema ve alt temalar Tablo-3.3 ile sunulmuştur.

Tablo 3.3. *Bütüncül Analiz Tema ve Alt Temaları*

Tema	Sosyal Normlar	Sosyomatematiksel Normlar	Tekno-sosyomatematiksel Normlar
Alt Tema	*Emin olmadan bir çözümü paylaşmak, *Arkadaşının çözümüne destek vermek *Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	*Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak *Alternatif bir matematiksel çözüm önermek *Matematiksel problemleri indirgeme *Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulamadır	*Problemi DGY ortamına aktarma *Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması *Öğrencinin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması *DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması *Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi *Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması

Tüm bu temalar ders tasarımları uygulamaları sonunda tez danışmanı ile yapılan toplantılarla literatürde yer alan ve bu çalışma sürecinde ortaya çıkan temalar olarak analiz edilmiş. Takip edilen davranışlar norm tabloları ile ayrı ayrı tüm ders tasarımları için hazırlanmıştır. Mikro döngü tabloları ve norm tablolarını oluşturmak için ders video kayıtları, araştırmacı öğretmen gözlem notları, tablet görüntüleri kullanılmıştır.

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

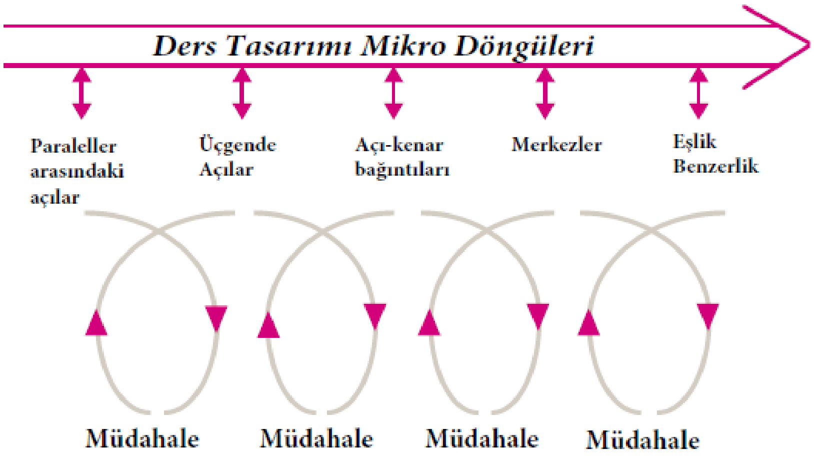
Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik kavramları; inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabilirlik (dış geçerlilik), tutarlılık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları ile ifade edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). İnandırıcılık, araştırmacının elde ettiği bulguların gerçekliğine, benzer ortamlarda sonuçların geçerliğine, süreçlerin birbiri ile tutarlı olmasına, verilerin nesnel bir yaklaşımla toplanmasına ve yine nesnel bir yaklaşımla sonuçlar ortaya konulmasına ilişkin kanıtların sunulmasını ifade eder (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s. 265). Bu araştırmada, araştırmacı ders video kayıtları, araştırmacı gözlem notları, tablet ekran görüntüleri, ders malzemeleri ile değişik ve çoklu veri toplama kaynakları kullanılarak çeşitleme yapılmıştır. Araştırma sürecinde tez danışmanı ve tez izleme komitesi ile yapılan tolantılardan yararlanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarının kimliklerini ortaya çıkaracak ifadeler kullanılmamış, çalışmada takma isimler kullnılmış ve katılımcılara izin belgeleri doldurtularak kendilerinin onayı olmadan elde edilen verilerin yayınlanmayacağı bildirilmiştir. Toplanan tüm veriler çeşitlerine göre sınıflandırılarak dosyalanmıştır. Ayrıca tablet kayıtları geogebra.org web sayfasında araştırmacı öğretmenin kayıt bilgileri ile internet ortamında da saklanmıştır. Veri toplama ve analiz sürecindeki tüm kayıtlar hem araştırmacı öğretmen hem de tez danışmanı tarafından yedekli olarak saklanmıştır. Araştırmada veriler 2 öğretim yılı boyunca uzun süreli ve derinlemesine toplanmıştır ve veriler arasındaki tutarlılık kontrol edilmiştir. Verilerin süreçsel olarak toplanması ve veri analizleri ayrıntılı olarak yazılmıştır.Verilerden elde edilen sonuçlar birbiriyle ve alan yazınla ilişkilendirilerek yazılmıştır. Araştırmada sonuçların aktarılabilirliğini artırmak için amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak araştırmacı öğretmenin sınıf kültürlerini bildiği iki dokuzuncu sınıf katılımcı olarak belirlenmiştir. Araştırmanın sınırlılıkları açıkça ortaya konulmuş, araştırma sonuçlarının hangi bağlamda ele alınıp yorumlanabileceği belirtilmiştir

3.8. Araştırma Etiği

Bu araştırmanın başlangıcından itibaren her aşamasında diğer araştırmalarda da yerine getirilmesi gereken dürüstlük, gizlilik, sorumluluk ve adil paylaşım şeklindeki tüm etik ilkelere uyulmaya özen gösterilmiştir. Araştırmaya başlamadan önce Anadolu Üniversitesi Etik Kurulu izni alınmıştır. Araştırmanın yapıldığı kurum ve katılımcılardan araştırmanın gerçekleştirilebilmesi için gerekli izinler alınmıştır. Araştırma raporunda araştırma ortamı ve katılımcıların gerçek isimleri belirtilmemiştir. Bu şekilde araştırmaya katılanların hakları korunmuştur.

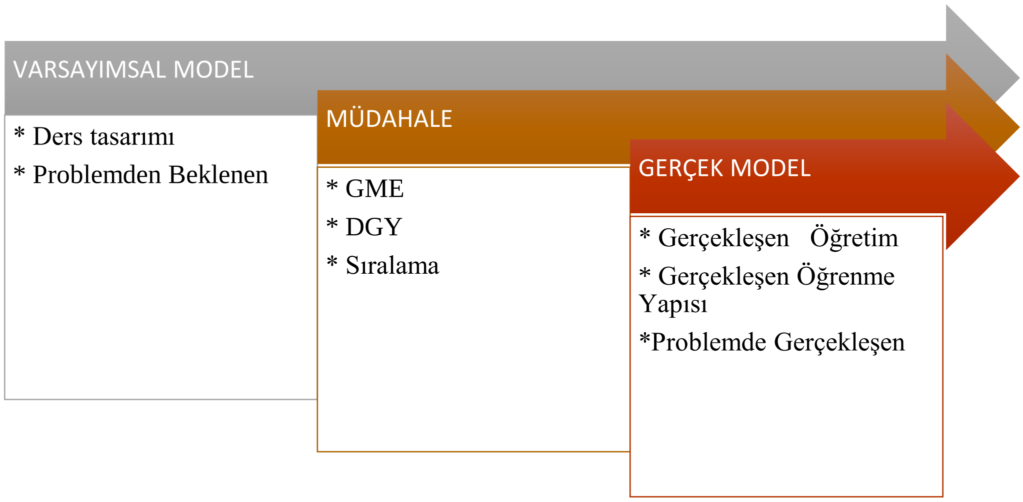
4. BULGULAR

Araştırmanın bulguları 9. sınıf geometri dersi konuları için ayrı ayrı hazırlanan ders tasarımlarından oluşmaktadır. Elde edilen bulgular ders tasarımı bulguları ve sınıf normları bulguları olmak üzere iki temada sunulacaktır. Tasarım bulguları verilirken her bir konu için hazırlanan ders tasarımları araştırmanın uygulama sürecindeki mikro döngülerini oluşturmaktadır. Bu mikro döngüler 6 konu başlığında gerçekleşmiştir ve döngü konu bazında sınıflar arası müdahaleleri içermektedir. Ayrıca müdahalelerden elde edilen veriler diğer derslerin tasarımında da kullanılmıştır.



Şekil 4.1. *Ders Tasarım Mikro Döngüleri (Gravemeijer ve Cobb, 2006 esinlenilmiştir)*

Ders tasarımı mikro döngüleri konu bazında ayrı ayrı verilmiştir. Her döngü ders tasarım mikro döngü tablosu ile sunulmuştur. Bu tablolar üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm GME tabanlı problemlerin hangi koşullarda verileceğinin belirlendiği ders planı ve ders sürecinde GME'ye dayalı problemin derste kullanımının varsayımsal olarak ifade edildiği Varsayımsal model kısımdır. İkinci bölüm ise ilk uygulama sonucu tez danışmanı ve araştırmacı-öğretmen tarafından tasarıma yapılan müdahale kısmıdır. Bu müdahaleler GME' ye dayalı problemin yapısına, problemlerin sırasına veya DGY uyulama sürecine yapılan müdahaleleri kapsamaktadır. Son bölüm ise ders tasarımının sonucunda öğrenme ve öğretimin nasıl gerçekleştiğine, öğrenme sürecindeki dikey matematikleştirmelere ve GME'ye dayalı problemin gerçekleşen rolünün bulunduğu bölümdür. Bu döngü her ders konusu için aynı prensiplerle oluşturulup elde edilen tecrübe bir sonraki ders tasarımına aktarılmıştır.



Şekil 4.2. *Ders tasarımı taslak modeli*

4.1. Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar Konusu Araştırma Bulguları

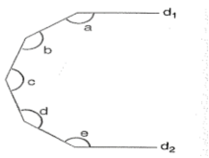
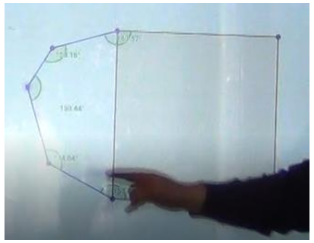
Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar konusunun öğretimi 9.sınıf matematik öğretim programı geometri öğrenme alanında yer alan "9.5.1. Üçgenlerde Temel Kavramlar" kazanımı çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Bu konunun öğretimi için hazırlanan ders tasarımı iki GME tabanlı problemi içermektedir ve 9C ve 9E sınıflarına ikişer ders saati boyunca uygulanmıştır.

4.1.1 Ders tasarımı bulguları

Öğrencilerin ilk defa ortaokul 7. sınıf düzeyinde "M.7.3.1.2. İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer." kazanımı çerçevesinde karşılaştıkları konu geometri öğretimi için temel bir konudur. Bu konu ile ilgili öğrenmeler daha sonraki geometri konularını öğrenmede ve ispat yapmada önemlidir. Üçgende iç açı toplamının bulunmasından 10. Sınıf özel dörtgenlerdeki açı ilişkilerine, çemberde yay ve açı özelliklerine kadar geniş bir alanda kullanılmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin kavram yanılgıları diğer geometri konularının öğrenilmesini olumsuz etkileyecektir. Ders tasarımı ile öğrencilerin önceki öğrenmeleri hatırlamaları ve sonraki öğrenmeleri için alt yapı hazırlamaları hedeflenmiştir. Öğrencinin kendi yaşantısı sonucu öğrenci keşiflerinin ortaya çıkması beklenmektedir.

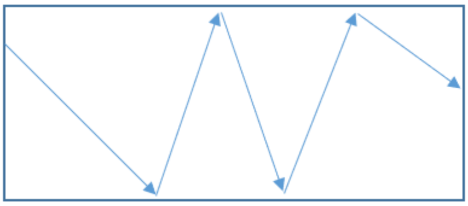
Konu “fast-break” ve “bahçe problemleri” olarak adlandırılan GME ilkeleri temel alınarak hazırlanan iki problem ile ele alınmıştır. Geogebra programı ile süreç görselleştirilmiş, öğrencinin kendi yaşantısı sonucu paralel doğrular ve kesen ile oluşan açılar ve bu açılar arasındaki ilişkileri keşfetmeleri beklenmektedir. Ders tasarımı önce 9C sınıfına uygulanmış gerekli müdahaleler sonunda 9E sınıfına uygulanmıştır. Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar konusuna ait ders tasarımı mikro döngü ile Tablo 4.1. de verilmiştir.

Tablo 4.1. *Paraleler ve kesen ile oluşan açı konusu mikro döngüsü tablosu*

Varsayımsal Model		Müdahaleler	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
* Ders başlangıcında öğrencilere çalışma kağıtları dağıtılmıştır. Çalışma kağıtlarındaki problemler öğrencilere açıklanmış ve Geogebra ve klasik ortamda problemlerin çözümü içim tartışma ortamı oluşturulması amaçlanmıştır. * Öğrencilerin kendi varsayımlarını ve arkadaşlarının varsayımlarını Geogebra programı ile kontrol edilmesi istenmiştir. * Varsayımların sadece dar açılar arasında değil geniş açılar içinde genelleştirilebilmesi için ders öğretmeni rehberlik yapmıştır. * Fast-break probleminin önce klasik ortamda çözülmesi sonra öğrencilerin tabletlerini kullanarak Geogebra desteği ile çözüm yapılması istenmiştir. * Öğrencilerin ikinci problemde ilk problemde kullandıkları bilgileri kullanmaları ve alternatif çözüm üretmeleri için Geogebra kullanmaları istenmiştir.	Fast-break probleminde; i) Öğrencilerin dönme hareketindeki dar açıları hesaplamaları, dönme noktalarında paralel doğru parçaları yardımı ile cevaba ulaşmaları, ii) Problemin DGY ortamında taslak çizimi yapılarak ölçüsü verilen açılar arasındaki ilişkileri incelmeleri beklenmektedir. Bahçe probleminde; i) Öğrencilerin problemi DGY ortamına farklı sayıda doğru parçaları ekleyerek aktarmaları ve çember yardımı ile eş uzunluklar çizmeleri, ii) Yapılan çizimlerde açıları ölçerek kenar sayısı ve açı ilişkisi ile ilgili varsayımda bulunmaları beklenmektedir.	* Paraleller arası açı ilişkisinin gösterildiği örnek sırası değiştirildi. * Eşkenar üçgen örneğinin soru olarak öğrencileri şaşırtan bilgi içerse de öğrenciler bunu bir GME problemi olarak göremediler ve problemi çözmek için gerekli çabayı göstermediler. Problemin çözüm süreci ilgi ve dikkat çekmediği için ikinci sınıf ile uygulaması gerek görülmedi. * Etkinlik kâğıdı birinci örneğin görselinin öğretmen tarafından tahtaya çizilmemesine karar verildi. * Dönme kavramının öğrencilerde yanlış anlaşılması üzerine detaylı açıklama yapıldı. *Bahçe probleminin indirgenerek DGY ile hesaplatılmasına rehberlik edilmesine karar verildi.	* Matematik programı ile belirlenen amaçlar öğretimi gerçekleşmiştir. Ayrıca öğrenciler * GME problemleri ile çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamları teorileştirilmiştir. *Çözümü zor bir problemi basit basamaklara indirgeme örneği gerçekleştirilmiştir. * DGY ile düzgün olmayan çokgenler için varsayımları test edilmiştir.  	Fast-break probleminde; Dönme kavramına yapılan müdahale sonunda açı ilişkisi beyaz tahtada öğrenciler tarafından bulunmuştur. Öğretmen rehberliğinde DGY ortamında sabit açı ölçüsü alınmadan problemde açı ilişkisi incelenmiştir. Her iki sınıflarda problemin çözümü gerçekleştirilmiştir. Bahçe probleminde; Her iki sınıf öğrenciler problemindeki doğru parça sayısını sırası ile 2, 3 ve 4 alarak gerekli ölçümleri yapabilmiş ve bu yapı için genel bir kurala ulaşabilmişlerdir.	* Geogebra etkinliklerinin kendileri de GME tabanlı olduğunda örnek problem arasındaki ilişki gerçekleşmiş olacaktır. * DGY ortamında benzer örneklerin dinamik yapıları aynı olsa da sırası öğretimsel olarak farklılık gösterebilir. * Öğrenciler sayısal verileri DGY yerine klasik ortamda çalışmayı tercih ettiler. *9C sınıfı cebirsel işlemler ile sonuç odaklı hareket ederken 9E sınıfı ile tablet üzerinde sürükleyerek denemeler yapılmış. Bazı öğrenciler çember yardımı ile problemi sistematik çözme aşamasına gelmiştir.

Hazırlanan ders tasarımında öğrencilere GME'ye dayalı problem fast-break problemi verilmiştir. Öğrenciler bu probleme kadar Geogebra kullanımı ve temel oluşumlar ile ilgili uygulamalar yapmışlardır. Bu sınıf düzeyinde öğrenciler ilk defa gerçek hayat durumlarına dayalı bir geometri problemi ile karşılaşmışlardır.

Problem: Şekildeki basket sahasında oklar yönünde bir hızlı hücum çalışması tasarlanmaktadır. Oyuncuların başlangıç noktasından sırasıyla 45, 120, 140, 135, 120 derecelik açılarla yön değiştirerek şekildeki gibi karşı kenara varmaları istenmektedir. Parkura başlayan bir oyuncunun karşıya kaç derecelik bir açı ile ulaşabileceğini hesaplayınız.



Şekil 4.3. *Fast-break GME problemi*

GME ilkelerine göre tasarlanan problem ile öğrencilerin önceki öğrenmelerini kullanmaları istenmiştir. Ders tasarımında sunulan bu problem ile paralel doğru parçaları arasındaki açı ilişkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ders tasarımının ilk uygulaması 9C sınıfı ile gerçekleştirilmiş problem sunulduktan sonra beyaz tahtada öğrenci yorumları ve çözüm önerileri dinlenmiştir. Öğrenciler çoğunluğu bazı cebirsel işlemlerden sonra cevabı söylemişler, hatta bazı öğrenciler kendi cevaplarını kısa sürede değiştirmişlerdir. Bu davranış ile öğrencilerin problemi rutin bir geometri açı problemi olarak düşündükleri anlaşılmaktadır. Bu düşüncenin altında yatan sebebin ise soruda geçen dönme eyleminin yanlış anlaşılması olduğu belirlenmiştir. Aşağıdaki diyalog ile de anlaşılacağı gibi öğrencilerde "Emin olmadan bir çözümü paylaşmak" sosyal normu hemen ortaya çıkmıştır.

A: hocam küçük olan 70 derece mi ?

Öğretmen: Birazdan bakacağız.

B: 30 buldum.

C: 60

D:25 hocam.

A: küçük açıyı 25 buldum

Problemde geçen dönme hareketinin temel bir açı bilgisi olmasına rağmen tam anlaşılmaması üzerine ders tasarımında problemin açıklanması ile ilgili gerekli rehberlik yapılması kararı verilmiştir. Bu değişiklik üzerine 9E sınıfı ders tasarımı uygulamasında öğrencilere dönme kavramı öncelikle detaylı olarak açıklanmış, benzer sorunların önüne geçilmiştir. Yapılan açıklama öğrencilerin probleme odaklanmalarını kolaylaştırmış ve öğrenciler hem kâğıt kalem kullanarak hem de tabletlerinde Geogebra programında çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Tez danışmanı ve araştırmacı-öğretmen tarafından bu açıklamanın gerekli olduğu ikinci uygulama için bu durumun daha erken açıklanması gerektiği kararlaştırılmış ve problem sunumu yapıldıktan sonra ise dönme hareketi üzerinde daha fazla detay verilmiştir.

Fast-break probleminde, öğrenci yanılgılarından birisi olan paralellik olmadan açı taşıma her iki sınıfta da görülmüştür. Bu hatayı yapan öğrencilere ders başında oluşturulan Geogebra etkinlikleri hatırlatılmıştır. Öğrencilerin "M kuralı" veya "Z kuralı" olarak adlandırdıkları kurallarda paralellik ilkesi aramadıkları sadece şeklin Z veya M harflerine benzemesinin onlar için yeterli olduğu Görsel 4.1. de görülmektedir.

Görsel 4.1. *Öğrenci GME problem çözümü*

"…

Öğrenci A: taralı açılar eşittir

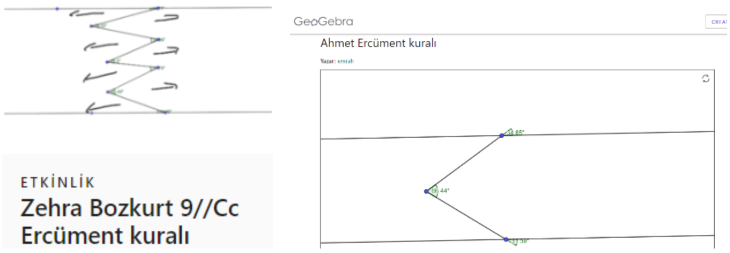
Öğretmen: neden eşit?

Öğrenci A: "Z" kuralından.

Öğretmen ve Öğrenci B: Paralellik yok

… "

Fast-break problemini çözmek için gerekli bilgi olan paralel doğrular arasındaki açı ilişkileridir. Bu açı ilişkileri her iki sınıfta da öğrenciler tarafından Geogebra deneyimleri ve ölçümleri sonucunda fark edilmiştir. Öğrencilerin önceki öğrenmelerinde de yer alan kurallara isim verme alışkanlıkları göz önüne alınarak kuralların doğru ve dikkat çekici biçimde hatırlamaları amacı ile öğrencilerin kendi keşfettikleri ve denedikleri kurallara isim verebilecekleri söylenmiştir. Problemin çözümü sonucunda öğrencilerin daha önceden "Z", "M" veya "sağa bakanlar sola bakanlar" isimleri ile anılan kurallar 9C sınıfında “Ercüment kuralı”, 9E sınıfında ise “fast-break kuralı ” olarak değiştirilmiştir. Böylece süreç boyunca öğrencilerin keşiflerini değerli kılma ve bu keşifleri sınıfın ortak bir ürünü görmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Bu sayede sınıfta var olan “Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama” normu kural bulma veya kendi kuralına isim verme amacıyla birleştirilerek güçlendirilmiştir. Aynı yöntem 9E sınıfı ile uygulanmış ve benzer sonuçlar ile karşılaşılmıştır.



Görsel 4.2. *Fast-break problemi tablet görselleri*

Fast-break probleminin 9C sınıfı çözümünde problemde verilen dönme noktalarının her birinde kısa kenarlara paraleller çizilmiştir. Çizilen paraleller yardımı ile eş olan açılar belirlenmiş ve varış noktasında oluşan dar açı hesaplanmıştır. Bu durumun Ercüment kuralı olarak adlandırılan durumun dönmüş hali olduğu gösterilmiştir. 9E sınıfında dönme açıklaması önce yapıldığından problemin çözüm süresi daha kısa olmuştur. 9E sınıfı problem çözümünde 3 farklı yaklaşım ortaya çıkmıştır. Birinci yaklaşım üçgenlere tamamlama, ikincisinde köşe noktalardan paralel çizme, son çözüm ise 9C sınıfında da olmayan bir yöntem ile gerçekleştir. Bir öğrenci hiçbir işlem yapmadan cevabı doğru söylemiştir. Öğrenci açıları gördükten sonra sağa bakanlar-sola bakanlar olarak isimlendirilen yöntemle çözümü yapmıştır (Araştırmacı günlükleri, ses_009).

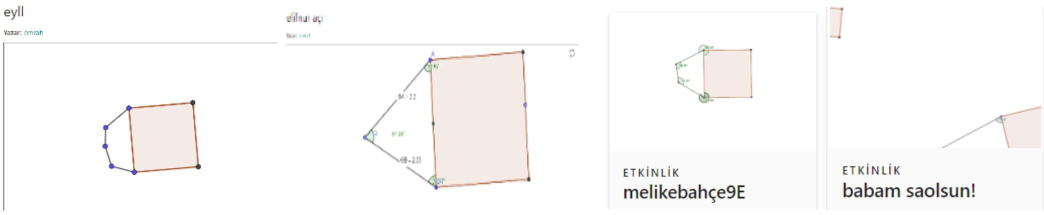
Ders tasarımında öğrencilere GME’ye dayalı sunulan ikinci problem bahçe problemidir. Bu problem ile öğrencilerden paralellik ilkesini geniş açılarda kullanmaları ve alternatif çözümler için varsayımlarda bulunmaları beklenmektedir.

Problem: Bir bahçıvan dikdörtgen şeklindeki bahçesinin kenarlarından birine üç köşe ekleyerek genişletmek istiyor.

- Bunun için kullanacağı tahta parçaları eşit uzunlukta ise tahtaların aralarının kaç derece olarak ayarlaması gerektiğini hesaplayınız.
- Tahta sayısı ve tahtalar arasındaki açı arasında bir ilişki var mıdır?
- Tahta uzunlukları farklı alınırsa oluşan faklı açılar arasında nasıl bir ilişki vardır?

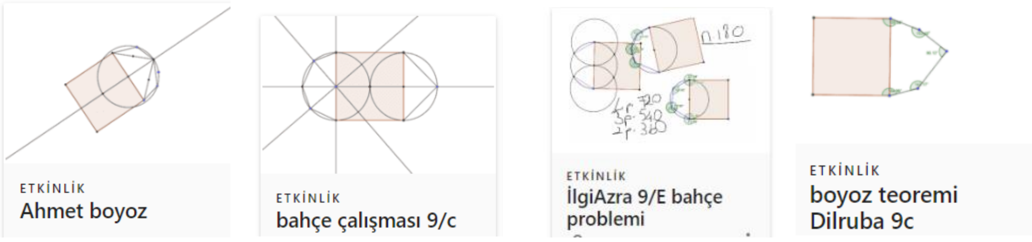
Bahçe probleminde öğrenciler sayısal veri olmaması ve problem durumunu hemen hayal edememeleri nedeni ile Geogebra kullanımına yönelmişler sabit bir uzunluk olmaması onları genel bir yaklaşıma zorlamıştır. Bu durum “Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama” normunun gelişmesine yardımcı olmuştur. Görsel 4.3. ile görüldüğü gibi her iki sınıf öğrencileri de problemi Geogebra ortamına kolaylıkla taşımışlardır. Bazı öğrenciler problem durumunda belirtilen kenar sayısını azaltarak problemi basitleştirme yoluna gitmişlerdir. Bu eylem “Matematiksel problemleri indirgeme” sosyomatematiksel normunun DGY ortamında ilk defa ortaya çıkmasına neden olmuştur. Ayrıca problemi öğrencilerin öğretmen yönlendirmesi olmadan “Problemi DGY ortamına aktarma”, “Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması” davranışları bu örnekle ilk defa gözlemlenmiştir.

Öğrenci tablet kayıtlarından ve ders gözlemlerinden bazı öğrencilerin sadece DGY araçlarını sürükleme yaparak kullandıkları tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin klasik ortamda probleme ilgi duymaz iken DGY ortamında sürükleme yaparak probleme çözüm geliştirme veya çözüm için bir yaklaşım bulmaya çalıştıkları anlaşılmaktadır. Görsel 4.3. de sürükleme ile öğrencilerin çözüm bulma çalışmaları görülmektedir. Sınıflarda gözlemlenen “DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması” davranışı tasarlanan diğer derslerde incelenecektir.



Görsel 4.3. *Bahçe problemi tablet görselleri*

Bahçe probleminde her iki sınıf öğrencilerini zorlayan en önemli nokta eşit uzunlukta tahtalar (doğru parçaları) ile çalışmak olmuştur. Geometri dersleri başlamadan önce öğrenciler ile yapılan oluşum çalışmaları ve Geogebra menü kullanma egzersizleri öğrencilerin bu zorlukla baş etmelerini kolaylaştırmıştır. Eşit uzunluklarla çalışmak isteyen öğrenciler önceki Geogebra tecrübelerini kullanarak çember kullanmayı denemişlerdir. Böylece öğrenciler sadece DGY ortamında kullandıkları çember aracını çözümün bir parçası olarak kullanabilmişlerdir. “Öğrencilerin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması” davranışı sonraki ders tasarımlarında da incelenmiştir. Ayrıca yaptıkları işlemleri sistematik hale getirmek isteyen öğrenciler bunu adım adım denemeler ve notlar alarak yapmaya çalışmışlardır.



Görsel 4.4. *Bahçe problemi çözümünde çember kullanımları*

Problem sonrasında 9C sınıfında bulunan kurala “boyoz teoremi” 9E sınıfında ise “bahçe problemi” denilmiştir. Bulunan kurallara isim verme öğrencilerin genellemelere ulaşmasını olumlu etkilemiştir.

Her iki sınıfta öğrenciler tablet kullanarak problemleri Geogebra programına aktarabilmişlerdir. Özellikle beyaz tahtadan Geogebraya geçiş ile hassas çizim gerektiren kesişim noktaları ile çalışılabilmiştir. Bu ilk derslerde her iki sınıf öğrencileri Geogebra programını ders içinde aktif olarak kullanmışlardır. Öğrenciler önceki çalışmalarda programı tanıma, menülere hâkim olma, oluşumlarla çalışma ve tabletlere alışma sürecini yaşamışlardır. GME problemleri ve bu problemlerin Geogebra desteği ile ele alınmasının bu ilk deneyimlerinde bazı öğrenciler yaşadığı zorlukları dile getirmişlerdir. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluklar ve öğrencilerin çalışma paylaşımındaki güvensizlikleri aşağıdaki diyaloglarda da görülmektedir.

> “…
>
> Öğrenci A: hocam ben Geogebraya dökemiyorum, kâğıda yaptım.
>
> …
>
> Öğrenci B: hocam buldum ama (kâğıt ile) kontrol ediyorum.
>
> …”

Ders sürecinde öğretmenin problem konusunda rehberliğinin yanı sıra öğrencilerin tablet kullanımına destek verme, Geogebra programı ile ilgili açıklama yapma, bire bir teknik destek verme, gösterip yaptırma ve öğrencileri motive etme konularında da öğrencilere rehberlik etmesi gerekmiştir. Her iki sınıfla Geogebra dersleri yapılmasına karşın bazı öğrencilerin tabletleri kullanırken hala tedirgin oldukları, tabletlere zarar vermekten korktukları gözlemlenmiştir. Bazı öğrenciler cep telefonlarını daha rahat kullandıkları için tablet yerine kendi cep telefonlarını kullanmışlardır. Bu durumu gidermek için öğrencileri rahatlatacak açıklamalar yapılmıştır. Öğrencilere yaşadıkları tedirginliklerin normal olduğu tabletleri birer ders aracı görmeleri gerektiği belirtilmiştir.

Öğrenciler tablet kullanımı konusunda zorlanmamış, isteyen öğrenciler cep telefonlarını kullanmışlardır. Bu rehberlikler sonuncu öğrencilerin ikinci problemi çözmede daha istekli olduğu tahtada ve tabletlerinde yaptıkları çözümlerden ve sınıf içi paylaşımlarından anlaşılmaktadır.

Görsel 4.5. *Öğrencilerin bahçe problemi paylaşımları*

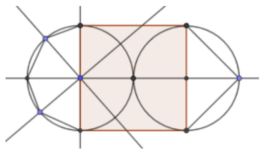
Bahçe probleminin çözüm alt basamaklardan başlayarak Geogebra yardımı ile tabletler ve etkileşimli tahta üzerinde yapılmıştır. Çözüm için Geogebrada bir kare çizdirilmiş bir kenarına odaklanılmıştır. Bu kenarı çap kabul eden çember çizilmiş daha sonra bu yarıçaplı çalışılan kenarın köşelerini merkez kabul eden iki çember çizilmiştir. Böylece üç çemberin karenin dışında kesişim noktaları belirlenmiştir. Bu iki kesişim noktası ve karenin çalışılan köşeleri birleştirilmiş ve ölçümler ile eş üç doğru parçası ile karenin dışa doğru genişletilmesi tamamlanmıştır. Ölçme ile oluşan eş açılar hesaplanmıştır. Problem beyaz tahtada çizim ve isimlendirme kullanılarak iki yöntemle çözülmüştür. Birinci yöntem Fast-break probleminin çözümünde de kullanılan paralel doğruların çizimi ikincisinde ise genişletilen bahçe şekli bir altıgensel bölge kabul edilmiş ve açı hesaplaması yapılmıştır. Tüm çözümlerden elde edilen sonuçlar genellenerek tahta sayısı ve oluşan açılar arasında bir örüntü bulunmuştur.

4.1.2. Norm bulguları

Ders tasarımının uygulandığı her iki sınıfta da daha önce literatürde yer alan "emin olmadan bir çözümü paylaşmak", " arkadaşının çözümüne destek vermek", "arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek" sosyal normları görülmüştür. Bu normlar her iki sınıf içinde çalışmadan öncesinde de gözlemlenen normlardır. Araştırmacı-öğretmenin bir dönem boyunca her iki sınıfa haftada 7 saat ders yaptığı göz önüne alındığında öğretmenin kendi matematiksel normları da sınıf mikro kültürü içerisindeki yerini aldığı düşünülebilir. "Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak", alternatif bir matematiksel çözüm önermek", "matematiksel problemleri indirgeme" ve "matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama" normları olarak alınan bu normlar ilk ders tasarımında da gözlemlenmiştir (Yackel ve Cobb, 1996; Bowers, Cobb ve McClain, 1999; Yackel, 2000; Yackel, 2000; McClain ve Cobb, 2001 Kozaklı, 2015).

Araştırmada ortaya çıktığı düşünülen ve DGY ortamında gözlemlenebilen bazı davranışlar ise "öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması", "öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması" ve "DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması" davranışlarıdır. Bu davranışlar diğer ders tasarımlarındaki görülme biçimleri ve sıklıkları bütüncül olarak tekrar değerlendirilecektir. Bu değerlendirmelerin görselleştirilmesi amacı ile sosyal normlar ve sosyomatematiksel normlar yanında yeni davranışlar da Tablo 4.2. ile sunulmuştur.

Tablo 4.2. *Normlar*

Paraleller doğrular ve kesen ile oluşan açılar	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak	Problem sonucunu hemen söyleme,	✓	✓
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Aynı sonucu bulma (doğru veya yanlış)	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek		✗	✗
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Bahçe problemi indirgendiğinde soruyu bilindik geometrik yapılara benzetme	✓	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Fast-break probleminde üçgende açı kavramı Bahçe probleminde çokgende açılar	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme	Bahçe probleminde kenar sayısını azaltma	✓	✓
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	Bahçe probleminde kenar sayısı ile açı değişimi arasında ilişki bulma	✓	✓
	Yeni Davranışlar	**Gösterge**		
	Problemi DGY ortamına aktarma	Bahçe probleminin çözüm süreci	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	Öğrencinin yaptığı çözümü öğretmene akıllı tahtada anlatarak yaptırması	✓	✓
	Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması	Eş uzunluklar için çember kullanımı 	✓	✓
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması	Bahçe probleminde Geogebra ile sürükleyerek açı hesaplama 	✓	✓

4.2. Üçgende Açılar Konusu Araştırma Bulguları

Üçgende açılar konusunun 9.sınıf matematik öğretim programı geometri öğrenme alanında yer alan “9.5.1.1. Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar” kazanımı çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla hazırlanan ders tasarımında bir GME tabanlı problemi ile 9C ve 9E sınıflarına birer saat boyunca uygulama gerçekleştirilmiştir.

4.2.1. Ders tasarım bulguları

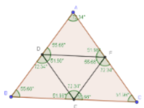
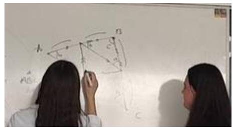
Üçgende açılar konusunun ders tasarımı konunun üç temel teoreminin tek oluşum ile Geogebra ortamında incelenmesi üzerine tasarlanmıştır. Problem öğrencilere sözel olarak verilmiş hesaplamaları gereken açıları içeren üçgen için bir bilgi verilmemiştir. Bu sayede öğrencinin geometri okur-yazarlığını hangi seviyede kullanabildiğini ve eksik yönlerini ya da araştırmacı-öğretmenin önceden tahmin edemediği kavram yanılgıları tasarım ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ders tasarımı önce 9C sınıfına uygulanmış, araştırmacı-öğretmen ve tez danışmanının yaptığı toplantı sonrası üçgen tanımı, özel üçgenler ile çalışma ve öğrenci çalışmalarının değerlendirilmesi konularına müdahalelerde bulunulmuştur. Üçgende açılar konusuna ait ders tasarımında verilen problem gerçek hayat durumu içeren bir problem değildir. Fakat GME yaklaşımına göre problem durumu gerçek olmasa bile eğer öğrencinin zihninde canlandırılabiliyor ise bunun GME yaklaşımına uygun olduğu söylenebilir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001). Problemde bu canlandırma Geogebra ortamı ile sağlanmıştır.

Problem: Geogebra ortamında bir ABC üçgeni çiziniz. Bu ABC üçgeninde sırası ile AB, BC ve CA kenarlarının orta noktalarını D, E, F noktaları olarak alınız. Buna göre;

- BDF, CED, ADE açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir? Sebeplerini açıklayınız.
- Şekilde oluşan tüm açıların ölçülerini hesaplayınız.
- Elde edilen şekilden yararlanarak bir üçgenin açıları ile ilgili hangi varsayımlara varılabileceğini açıklayınız. Varsayımlarınız ile ilgili ispatlarınızı yazınız.

Hazırlanan ders tasarımına ait mikro döngü tablosu Tablo 4.3. ile verilmiştir.

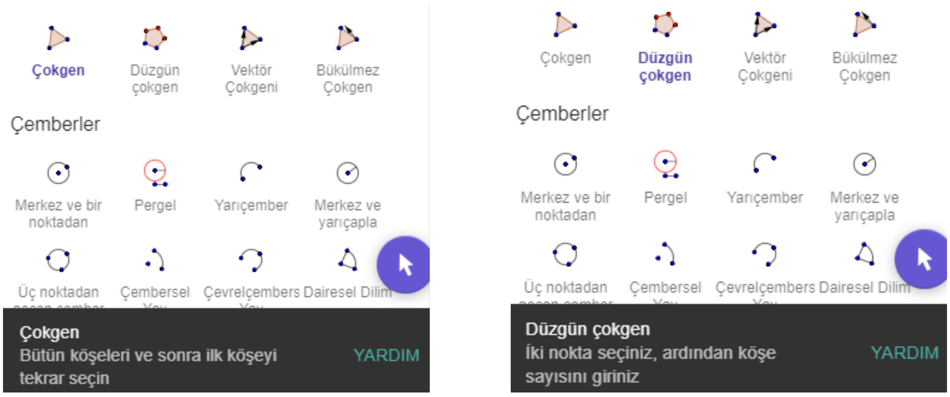
Tablo 4.3. *Üçgende Açılar konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme Yapısı**
Ders hazırlanan GME probleminin öğrencilere çalışma kağıtları ile verilmesi ve problemin sözel ifadesi ile başlamıştır. Öğretmen problemin yapısı ile ilgili herhangi bir çizim yapmadan öğrencilerden problemi Geogebra ortamında oluşturmalarını istemiştir. Problemde herhangi ABC üçgeninin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesi ile oluşan üçgen ve açı ilişkilerinin Geogebra ortamında incelenmesi ve öğrencilerin varsayımları kontrol edilerek konu ile ilgili sonuçlara ulaşılmaları hedeflenmiştir. Varsayım sürecinin öğretmen rehberliğinde gerçekleşmesi planlanmıştır 	Üçgende açı probleminde; i) Öğrencilerden sözel verilen problemi üçgen tanımına dikkat ederek DGY ortamında çizmeleri, ii) Problemde istenilen açı ölçülerini doğru hesaplayarak toplamalarını iii) Üçgende değişiklik yapıldığında toplamın sabit kaldığını görerek bu durumun nedenlerine ilişkin varsayım üretmeleri beklenmiştir.	*Matematiksel tanımlamanın bilgisi ders tasarımına eklendi. Bu bağlamda üçgenin matematiksel tanımının öğrencilere yaptırılmasına karar verildi. * Problemde istenilen ABC üçgeninin özellikle eşkenar üçgen olmaması karar verildi.	* Matematik programı ile belirlenen amaçların öğretimi gerçekleşmiştir. * Öğrenciler matematiksel bir yapının tanımlama süreci deneyimleme fırsatı yaşamışlardır. * Paralel doğrular arasındaki ilişkiyi problemi çözmede kullanmışlardır (YM).   * Üçgende orta noktalar ile ortaya çıkan paralellik kavramını DGY ile ispatlamışlardır (DM).  * DGY ortamında 3 nokta ile bir açı oluşumu ve bu açının ölçülebilmesi kavramı çalışılmıştır. Matematiksel alt yapısı anlaşılmıştır. * Öğrenci varsayımları beyaz tahtada cebirsel olarak ispatlandı. Tasarlanan problemler ile 9E sınıfında 5, 9C sınıfında 6 farklı üçgende açı, benzerlik, öteleme ile ilgili hipotez ortaya atılarak hem tahta hem de Geogebra ile doğrulukları test edilmiştir.	Üçgende açı probleminde; i) Öğrenciler sözel verilen problemi DGY ortamında doğru bir şekilde çizebilmişlerdir. ii)İstenilen açı toplamının üçgen değişse bile sabit kaldığını görmüşlerdir. iii) Öğrenciler varsayımlarını oluşturmak için DGY araçlarını etkili bir şekilde kullanmışlardır. iv) Problem sonunda üçgende temel açı teoremleri olan iç açı ölçüleri toplamı, dış açı ölçüleri toplamı ve iki iç açı ölçüsü toplamının komşu olmayan bir dış açı ölçüsüne eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır.	* Hazırlanan GME problemi öğrencilerin temel açı bilgilerini kullanarak üçgende açı teoremlerini kendilerinin ifade etmesine yardımcı olmuştur. Ayrıca problemi sadece Geogebra üzerinde oluşturmak Geogebra araçlarını kullanarak öğrencilerin daha hızlı ilişki kurmalarına ve varsayımlarda bulunmalarını sağlamıştır. Problem çözümünde öğrenciler önceki ders öğrenmeleri olan teoremleri etkili kullanabilmişler ve öğrenmelerinde paralellik kavramını temel alınmıştır. *Öğrenciler paralel doğru parçaları arasında yöndeş açıları diğer açı türlerine göre daha rahat gördüklerini ifade etmişlerdir.

Tasarımın mikro döngüsünde yapılan müdahalelerden birisi üçgen tanımı üzerine olmuştur. Bir matematik konusunun öğretimi yapılırken, o konuya ilişkin temel kavramları tam olarak kazandırmadan alıştırma ya da uygulama çalışmalarına geçmek, ezbere öğrenmeye yol açar (Altun, 2008). İlk öğretim seviyesinde üçgen tanımını tam öğrenemeyen öğrenciler ise bu geometrik kavramı lise seviyesinde tanımlayamamaktadır. Ders tasarımının ilk uygulamasında bu durum ile karşılaşılmış ve üçgen tanımının derslerde kullanılan Geogebra programı ile desteklenmesine karar verilmiştir. Tasarımın ilk uygulamasında öğrencilerin üçgen tanımlama süreci sınıf diyaloglarında şu şekilde gelişmiştir.

> "…
>
> Öğretmen: Üçgen deyince ne anlıyorsunuz? Üçgen gören var mı?
>
> Öğrenci A: İç açıları toplamı 180 olan üç doğru parçasının birleşmesi ile elde dilen geometrik cisim.
>
> Öğretmen: Şimdi en direkt varsayımdan yola çıktın. İç açılar toplamı 180 dedin.
>
> Öğrenci B: Üç doğru parçası ile birbirine üç köşe ile bağlanan cisim.
>
> Öğretmen: Biraz kafam karıştı. (Tanım yapmak için) ana çıkış noktam nedir? Üçgen için temel de kaç şey lazım?
>
> …"

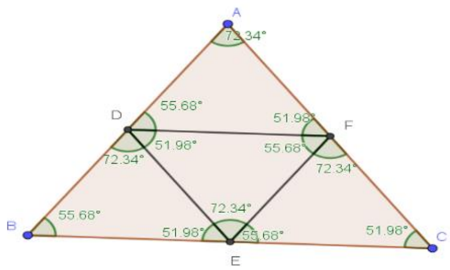
Öğrencilere tanımlama süreci açıklandıktan sonra öğrencilerin üçgeni kendi cümleleri ile tanımlayabilmeleri için fırsat verilmiştir. Öğrencilerin tanımlama süreçlerinde tanımların eksik noktalar tahtaya özel durumlar çizilerek tanım sürecini yaşamaları sağlanmıştır. Örneğin üçgen tanımına üç nokta alalım diyerek başlayan bir öğrenci için araştırmacı öğretmen tahtaya doğrusal üç nokta çizmiş ve öğrencinin hatasını kendisinin görmesini ve düzeltmesini sağlamıştır. Ayrıca öğrenciler problem çözümünde çizilmesi istenen üçgenin Geogebra programında düzgün çokgen sekmesi kullanılmadan oluşturmaları konusunda uyarılmıştır. Bu sayede ders başında kendi yaptıkları üçgen tanımı ile Geogebra da üçgen oluşum sürecinin aynı olduğunu görmeleri ve tanımı pekiştirmeleri sağlanmıştır. Böylece ders tasarımının ikinci uygulamasında yapılan müdahale ile daha kısa sürede yapılmıştır. Tanımlama sürecine destek ise Geogebranın yardım menüsüdür. Bu menü ile seçilen geometrik yapının kullanımı öğrencilerin geometrik tanımları hatırlamalarına yardımcı olmaktadır. Bu sayede öğrencilerin Geogebra araçlarını geometrik yapıların tanımları üzerinden daha etkili kullanmaları hedeflenmiştir.



Görsel 4.6. *Geogebra menü görselleri*

Görsel 4.6. da soldaki ekran görüntüsü üçgen tanımını desteklerken sağdaki sadece eşkenar üçgen ve diğer çokgenler oluşturmaktadır.

Ortaokul geometri derslerinde üçgende açı kavramına aşina olan öğrencilere zihinlerinde var olan üçgen çizimini kullanarak problem verilerini bu üçgene aktaracakları bir GME problemi verilmiştir. Bu problem ile tek bir açı hesaplamak yerine her bir öğrencinin farklı çizim yaparak ortak değişmez bir açıyı hesaplamaları sağlanmış ve nedenleri tartışılmıştır.



Şekil 4.4. *Üçgende açı GME problemi*

Öğrenciler problemin yönergeleri hızlı bir şekilde tablet ve telefonlarını kullanarak Geogebra ortamında öğretmen desteğine ihtiyaç duymadan oluşturmuşlardır. Bu öğrenci davranışı sadece DGY ortamında ortaya çıkmıştır. Bu davranış “Sözel verilen problemi DGY ortamına aktarması” norm olup olmayacağı diğer problemlerde gerçekleşmesi durumu norm tabloları ile takip edilecektir. Öğrenciler problemde verilen yönergeleri doğru anlayarak DGY ortamına doğru aktarabilmişlerdir. Görsel 4.7. de öğrencilerin problem çıktıları görülmektedir.

Görsel 4.7. *Üçgende açılar problemi tablet görselleri*

Tüm öğrencilerin Geogebra ortamında çalışmalarını tamamladıktan sonra şekilde oluşan üçgenlerin açı toplamları ve eş açılar oluşması hakkında önceki öğrenmelerini kullanarak varsayımlarda bulunmaları istenmiştir. Bu süreçte öğrenciler ilişkileri gördükleri fakat ifade etmede zorlandıkları öğrenci diyaloglarına yansımıştır. Bu noktada Geogebra araçları bazı öğrencilerin ilişki kurmasına ve bulduğu sonuçları açıklamasına yardımcı olmuştur.

> "…
> Öğretmen: sizce açılar toplamı neden sabit kaldı?
> Öğrenci A: tabletle yapsak olur mu?
> Öğretmen: tabi ki.
> Öğrenci A: hocam orta noktaları birleştirdim. İçerdeki üçgenin bir iç açısı (öğretmene göstererek) bunlarda iç açı yani tam açıklayamadım ama 360 oluyor.
> Öğretmen: Burada oluşan tüm açıları yazabilir misin? (Geogebra ile ölçebilir misin?)
> Öğretmen: (sınıfa hitaben) bakın A'nın yaptığını birazdan açıklayacağım.
> Öğrenci B: Hocam B noktasına paralel çizdim.
> Öğretmen: Bir saniye paralel olduğunu nasıl anladın?
> Öğrenci B: Paralel çizme aracını kullandım.
> Öğretmen: Ama biz orta noktaları seçmiştik. Orta noktaların birleşimi paralel oldu farkında mısın?
> …"

Diyaloglardan anlaşıldığı gibi bazı öğrenciler "Öğrencinin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması" ve "Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması" davranışını tekrarlamışlardır.

Problemin çözümü yapıldıktan sonra bu çözümden yola çıkarak öğrencilerden üçgen ve açı kavramları ile ilgili varsayımlarda bulunmaları istenmiştir. 9C sınıfı öğrencilerinden gelen varsayımlardan bazıları;

> "…
> Kenarların orta noktalarını birleştirirsek tabana paralel olur. (Bir önceki diyalogdaki öğrenci B)

* İç açılar toplamı 180 olur. (Doğru açıyı kullanarak ispatını da söyledi)
* Üçgenin alt kısmı yamuk oluyor. İç açılarının ölçüleri toplamı 360 derece. (İspatını a+b+c=180, 2a+2b+2c=360 olarak gösterdi)
* Üçgenin iç açılar toplamı 180 derece ise dış açılar toplamı 540. (öğretmen nasıl İspatladığını sorduğunda öğrencinin dış açıyı yanlış anladığı ortaya çıktı ve 360 dereceolarak düzeltildi.)
* Üçgenin içinde oluşturduğumuz üçgen büyük üçgenin benzeridir. (Açıklamayı öğretmen yaptı)
* a ile b nin toplamı c ye eşit. (Öğrenci iki iç açının toplamı üçüncü iç açıya eşit olduğunu şekilde oluşan dörtgeni kare olduğu söyledi. Öğretmen varsayımın hatasını açıkladı.)
…"

Problemin çözümü yapıldıktan sonra bu çözümden yola çıkarak öğrencilerden üçgen ve açı kavramları ile ilgili varsayımlarda bulunmaları istenmiştir. 9E sınıfı öğrencilerinden gelen varsayımlardan bazıları ;

* Bir üçgen dört eş üçgenden oluşur. (Bu varsayım bir üçgen iki eş, üç eş vb. Üçgenden oluşur olarak genişletildi ve Geogebra ile ölçümler yapılarak tartışıldı.)
* Bir üçgen $3n + 1$ "eş" tane üçgene bölünebilir. (Arkadaşından esinlendiğini söyledi. Örüntü kurularak yaklaşımın hatalı olduğu örüntünün kuralının n^2olduğu bulundu.)
*Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180 derecedir. (Varsayımda bulunan öğrencinin ispatı hatalı olduğundan ispatı başka bir öğrenci doğru açıyı kullanarak ispatladı.)
* İki iç açının toplamı karşısındaki açının dış açısına eşittir. (İspatı öğretmen tahtadaki şekil üzerinde gösterdi)
* Orta noktaları birleştirirsek tabana paralel olur. (Tüm sınıf onayladı. İspatı süreçte gösterilmişti.)
* üçgenin dış açılar toplamı 360 derecedir. (İspatı sözel olarak yapıldı.)
*Bir üçgende kanka açılar toplamı 900 derecedir. (Toplamları 360 olan açılar olarak sınıf ile beraber yeni bir açı tanımı yapıldı.)

Öğrencilerin tek bir problem üzerinden üçgende açı konusu ile ilgili teoremlerin yanında sonraki öğrenmelere yönelik pek çok genelleme ve varsayıma ulaştıkları belirlenmiştir.

4.2.2. Norm bulguları

Her iki sınıf öğrencileri ile yapılan uygulama sonunda öğrenci varsayımları ve süreç boyunca, "Alternatif bir matematiksel çözüm önermek", "Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama" sosyomatematiksel normlarının çok daha kolay ortaya çıktığı her iki sınıfın genel katılımı ile tekrarlandığı görülmüştür. Bu sosyomatematiksel normların yanında sadece 9E sınıfında üçgeni dört eş üçgensel bölge yerine 2 veya 3 eş üçgensel bölgeye ayırma tartışmaları yapılmıştır. Öğrenciler bunun için fikir söylemişler ve araştırmacı öğretmen rehberliğinde sınıf tartışması yapılmıştır. Böylece "Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak" sosyomatematiksel norm, problemin çözüm sürecinde doğal olarak ortaya çıkmıştır.

Ders tasarımının ilk uygulandığı 9C sınıfında öğrencilerin tabletlerle bir önceki haftaya göre daha rahat çalıştıkları görülmüştür. Özellikle problem sürecinde öğrencilerin yardımlaşması problemin çözümü hakkında değil Geogebra özelliklerini kullanma hakkında olmuştur. 9E sınıfında bu yardımlaşma önceki derste gerçekleşmeye başlamış bu derste ise öğrenciler problem hakkındaki varsayımlara daha çok odaklanmışlardır. "Arkadaşından çözümü hakkında açıklama istemek" sosyal normu DGY ortamında genişleyerek "arkadaşından DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda açıklama istemek" olarak ortaya çıktığı görülmüştür. Ortaya çıkan yeni davranışlar gibi davranışlar diğer derslerde tekrar incelenecektir. Üçgende açı konusu normları Tablo 4.4. ile verilmiştir.

Tablo 4.4. *Normlar*

Üçgende Açılar	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak	Üçgen tanımlama sürecindeki öğrenci tanımları	✓	✓
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Aynı varsayımlarda bulunma ve arkadaşının vaayımından etkilenme	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	Üçgenin dış açı toplamını 540 bulan öğrenciye sınıfın sorgulaması,	✗	✓
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Üçgeni dört eş üçgen yerine 2 veya 3 eş üçgene bölme tartışması	✗	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Geogebra ile paralellik kontrolü, Geogebra ile ölçüm yaparak eşlik bulma	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme		✗	✗
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	Varsayımlar üreterek bunları klasik ve Geogebra ortamında ispatlama	✓	✓
	Yeni Davranışlar			
	Problemi DGY ortamına aktarma		✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	 	✓	✓
	Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması	DGY de paralellik, orta nokta ve ölçme araclarını kullanma	✓	✓
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması		✗	✗
	Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi	Her iki sınıfta da aracın nasıl değil neden kullanıldığının öğrenilmesi	✓	✓

4.3. Açı-Kenar Bağıntıları Araştırma Bulguları

Üçgende açı-kenar bağıntıları konusunun öğretimi 9.5.1.2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir ve 9.5.1.3. Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir kazanımları doğrultusunda tasarlanmıştır. Bu öğretim için "yapışık üçgenler" ve "kesişen çemberler" adlı GME problemleri tasarlanmış ve bu problemler üzerine tasarlanan dersler 9C sınıfı ile iki ders saati, 9E sınıfı ile üç ders saati gerçekleştirilmiştir. Açı-kenar bağıntıları konusu iki alt başlıkta ele alınmıştır. Birinci başlık açı-kenar bağıntısı, ikinci başlık ise üçgen eşitsizliğidir.

Yapılan ders tasarımında açı-kenar bağıntıları konusu "yapışık üçgenler" GME problemi ile ele alınmıştır. Probleme Geogebra ortamında ortak tabanlı herhangi iki üçgenin çizilmesi ve oluşan şekildeki tüm açı ve kenar uzunluklarının belirlenmesi ile başlamıştır. Daha sonra öğrenciler şekil üzerinde sürüklemeler yaparak kenar ve bu kenarları gören açılar hakkında varsayımlar üretmişler ve üretilen varsayımları doğrulamaya ve genellemeye yönelik çalışmalar yapmışlardır.

Ders tasarımının ikinci bölümünde üçgen eşitsizliği konusu "kesişen çemberler" GME problemi ile ele alınmıştır. Bu problemde öğrenciler ikili gruplara ayrılarak tek bir tablet veya akıllı telefonları kullanarak kendilerine verilen yönergeleri yerine getirerek tasarlanan oyunu oynamışlardır. Önce öğretmen ve gönüllü bir öğrenci oyunu oynamış ve oyunu tanıtmıştır. Her öğrencinin oyunu oynamasının ardından öğretmenin sınıfa yönlendirdiği sorular ve öğrenci varsayımları ile üçgen oluşturma şartları ve üçgen eşitsizliği kavramı sınıf ortamında tartışılmıştır.

4.3.1. Açı-Kenar Bağıntıları Ders Tasarım Bulguları

Açı-kenar bağıntıları konusu için hazırlanan ilk ders tasarımında öğrencilerin çember üzerinde çeşitli üçgenler oluşturmaları ve oluşan üçgensel yapıların dinamik noktalarını sürükleyerek keşif ve varsayımlarda bulunmaları düşünülmüş ve aşağıdaki yönerge düzenlenmiştir.

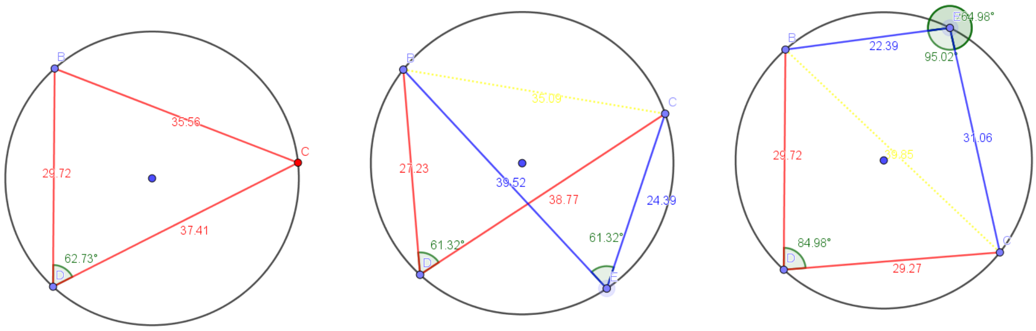
Problem: Aşağıdaki yönergeleri Geogebra kullanarak oluşturunuz.

1. Bir çember çiziniz.
2. Köşeleri çember üzerinde olan CDE üçgenini çiziniz.
3. CDE üçgenin kenarı uzunluklarını ve açılarını ölçünüz.
4. Çember üzerinde farklı bir F noktası alarak CDF üçgeni oluşturunuz.

5. Oluşturduğunuz üçgenlerde CED ve CFD açılarının karşılaştırınız.

6. Noktaları kaydırarak BDCF dörtgenini oluşturunuz.

7. Oluşturduğunuz dörtgen ile üçgen açıları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

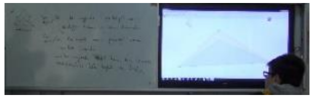
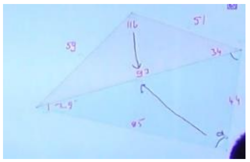


Şekil 4.5. *Açı-kenar bağıntısı GME problemi*

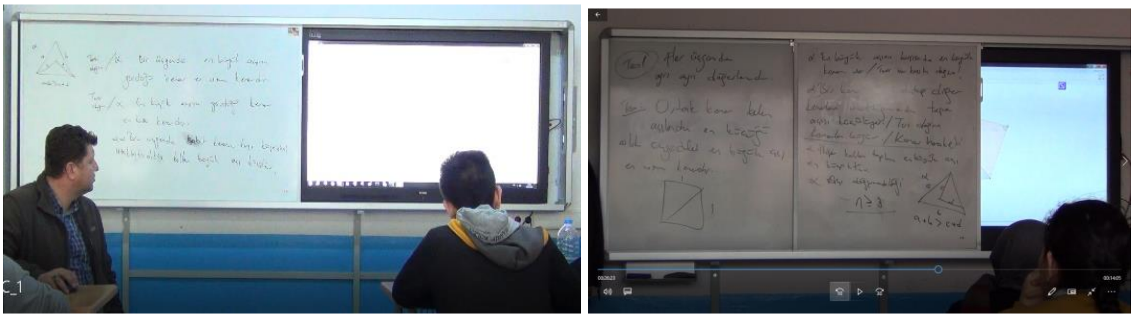
Bu hazırlanan ilk ders tasarımının ilk mikro döngüsü birinci uygulama yapılmadan gerçekleşmiştir. Yapılan müdahaleler sonucu ders başlangıç GME problemin sözel olarak çember kavramına girmeden verilmesine karar verilmiştir. Böylece aynı yayı gören çevre açıların eş ölçüde olması durumunu genellemesi öğrenci dikkatinin başka konulara kayması engellenmiştir. Çalışmada kullanılan GME problemi “yapışık üçgenler” olarak isimlendirilmiştir. Birinci uygulama 9C sınıfı ile gerçekleştirilmiştir. Ders tasarımının sınıfta etkili ve verimli bir ders süreci geçirilmesi olanak sağladığı araştırmacı öğretmen ve tez danışmanı tarafından görülmüştür. İkinci mikro döngü sürecinde tez danışmanı ve araştırmacı öğretmen tarafından gerekli görülen iki nokta üzerine müdahale yapılmış ve ders tasarımı 9E sınıfına uygulanmıştır. İkinci mikro döngüde yapılan ilk müdahale teknik bir müdahale olmuştur. Bu müdahalede ortak tabanlı üçgenler oluşumunda üçgenlerin ayrı ayrı çokgen oluşturma aracı kullandırılarak çizdirilmesi sağlanmıştır. Bu değişiklik ile ortak tabanlı iki farklı üçgen öğrenciler tarafından daha iyi fark edilmiştir. İkinci müdahalede ise sürükleme temelli problemde sürükleme için hangi dinamik noktaların seçilmesi gerekliliğidir. Oluşumda değişmezlerin ya da kenar açı ilişkilerinin incelenmesi için sürüklemede kullanılacak dinamik noktalar araştırmacı öğretmen rehberliğinde belirlenmiştir.

Açı-kenar ilişkilerinin öğretime yönelik ders tasarım süreci Tablo 4.5. ile sunulmuştur.

Tablo 4.5. *Açı-kenar bağıntıları konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme Yapısı**
* Derse Geogebrada bir ABC üçgeni ve AB kenarları ortak ABD üçgeni çizimi ile başlanır. Şekildeki tüm açı ölçüleri ve kenar uzunlukları hesaplandıktan sonra sınıf tartışması yapılarak kenar uzunlukları ile açı ölçüleri arasındaki ilişkiler incelenir. * Şekildeki dinamik noktalar yardımı ile sürüklemeler yaptırılarak açı ve kenar değişikleri incelenir.	Yapışık üçgenler problemi ile; i) Öğrencilerin yönergelere uyarak problem durumunu DGY ortamında çizmeleri; ii) gerekli ölçümleri yaparak problem üzerinde göstermeleri, iii) Dinamik noktaları kullanarak kenar ve açı ölçülerindeki değişimleri incelemeleri, iv) Sınıf tartışmasında ortaya konana varsayımları genellemeleri beklenmektedir.	* Yapışık üçgenler problemine başlarken "tabanları ortak üçgen çizerek başlamak yerine önce bir üçgen ardından bu üçgenin bir kenarı ortak başka bir üçgen çizilmesine karar verilmiştir. Bu çizim süreci ile öğrencinin merkeze dörtgenin değil iki üçgeni alması amaçlanıştır. * Etkileşimli tahtaya çizilen şeklin dinamik noktalarının hangileri olduğunu gösteren sürükleme örnekleri öğretmen tarafından dersin başında gösterilmiştir.	* En büyük açının karşısında en büyük kenar olduğu ve bu önermenin tersinin de doğru olduğu görüldü. * Bir kenar sabit tutulup diğer iki kenar uzatıldığında sabit kenarın karşısındaki açının küçüldüğü gözlemlendi. Önermenin tersinin doğruluğu Geogebra ile gösterildi.  * İki kenar toplamının üçüncü kenardan büyük olduğu tespit edildi. * Açı kenar karşılaştırmalarının her bir üçgen için ayrı ayrı yapılması gerektiği görüldü.  * Ortak kenara sahip üçgenlerden en küçük açının olduğu üçgendeki en büyük açı bu üçgenlerdeki en büyük açıdır önermesinin doğru olmadığı gösterildi.	Yapışık üçgenler problemi ile; i) Öğrencilerin yönergelere uyarak problem durumunu DGY ortamında gerekli ölçümleri yaparak çizmiştir. ii) Her iki sınıfta çok sayıda varsayım ortaya konmuştur. iii) bu varsayımlardan açı-kenar bağıntıları belirlenmiş ve DGY ortamında örnek durumlar incelenmiştir. iv) Bir kenarları ortak olan üçgenler için en uzun ve en kısa kenar uzunluğu hesaplamada özel durumlar için kısa çözüm yolları geliştirilmiştir.	*Öğrencilerin rutin problemlerde açı-kenar ilişkilerini doğru uyguladıkları ders sonu yapılan uygulama testleri ile görüldü. Ayrıca Geogebra ortamında rutin dışı durumların nasıl gerçekleştiği ile ilgili kendi önermeleri test edilerek kenarlar ve/veya açılar arası sıralama yapabildikleri gözlemlendi., * Ortak kenarlı iki üçgenin hem dış bükey hem de iç bükey dörtgen oluşturabildiği görülmüştür. Genel çokgen tanımı (iç ve dış bükey) yapılmıştır.

9C ve 9E sınıfları uygulanan ders tasarımı sürecinde ortak tabanlı üçgenler ile çalışan öğrenciler oluşumda fark ettikleri varsayımlarda bulunmuşlar ve bu varsayımlar beyaz tahtaya yazılmıştır. Öğrenciler tahtaya yazılan varsayımları Geogebra ortamında test etmişler ve araştırmacı öğretmenin rehberliğinde sonuçlar cebirsel ifadeleri ile desteklenmiştir.



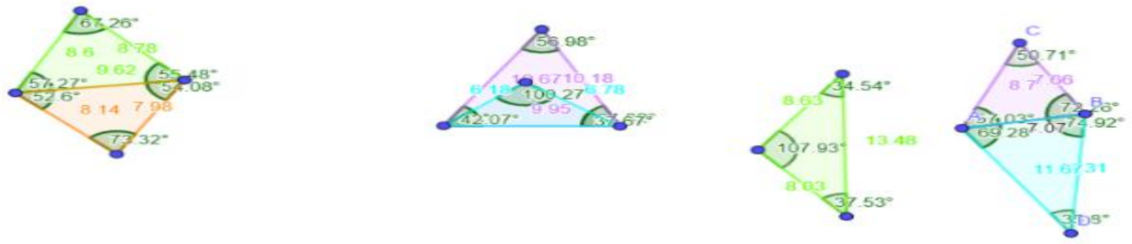
Görsel 4.8. *9C ve 9E sınıfları öğrenci varsayımları*

Varsayımların tahtaya yazılma sürecinde önermelerden birisi "en büyük açının karşısında en büyük kenar var" önermesidir. Bu önermenin doğruluğu gösterilip sınıf tarafından kabul edildikten sonra aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir.

> "…
> Öğretmen: bu önermenin tersi doğru mudur?
> Öğrenci A: evet doğrudur. En küçük açının karşısında en küçük kenar var.
> Öğretmen: Ben bunu yanlış anladım o zaman. Bu önermenin karşıtı nedir o zaman?
> Öğretmen, kısa bir sessizlikten sonra bu önermenin hem tersinin hemde karşıtının doğru olduğunu söyledi.
> …"

Süreçte öğrencilerin geometrik varsayımlarda bulunmaları ve mantık konusu çerçevesinde varsayımlarının olumsuzlarını veya terslerini değerlendirmeleri gerektiği açıklanmıştır. Her iki sınıf öğrencileri bu açıklamalardan sonra arkadaşlarının varsayımlarını çürütmek için Geogebrayı etkili kullanarak varsayımların hangi durumlarda doğru olmadığını göstermişlerdir (Araştırmacı günlükleri, ses013).

Etkinlik sürecinde öğrenciler kendilerinin veya arkadaşlarının varsayımlarını kendi tabletleri ve telefonları ile kontrol etmişler ve bunları kaydetmişlerdir. Görsel 4.9. da da görüldüğü gibi öğrencilerin çalışmalarında renk, uzunluk ve farklı görünümlerle daha amaçlı çalışabildikleri görülmektedir. Buradan etkinlik sürecinde öğrencilerin tablet ve Geogebra kullanımı konusunda daha rahat oldukları ve daha etkili bir kullanım sergiledikleri söylenebilir. Öğrencilerin gelişen bu kabiliyetleri probleme odaklanmalarında ve ilişkileri incelemelerinde daha nitelikli yaklaşım sergilemelerine sebep olmuştur.



Görsel 4.9. *Açı-kenar bağıntıları tablet görselleri*

Her iki sınıfta yapılan etkinlik sonucu öğrenci varsayımları sınıf bazında ayrı ayrı ele alınmıştır. Öğrenciler bu varsayımlar ile hem ders kazanımının hem de olası problem durumları için fikirler üretebilmişler ve genellemeler yapabilmişlerdir.

Etkinlik sürecinde 9C sınıfından gelen varsayımlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

*En büyük açının karşısında en büyük kenar bulunur.

*En küçük açının karşısında en küçük kenar bulunur.

*Açıları eşit olan üçgenler farklı üçgenler olabilir.

*Açının kolları uzadıkça tepe açısı küçülür.

*Taban büyürse tepe açısı da büyür.

*Ortak tabanlı iç içe üçgenlerde dış ortak olmayan kollar iç ortak olmayan kollardan daha büyüktür.

*Büyük açının büyük kenara oranı küçük açının küçük açıya oranına eşittir.

Etkinlik sürecinde 9E sınıfından gelen varsayımlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

*En büyük açının karşısında en büyük kenar bulunur.

*Köşeye bağlı iki kenarı uzattığımızda köşedeki açı küçülüyor.

*Ortak kenarı sağa veya sola oynattığımızda üçgendeki bazı açılar değişmez.

*Bir üçgende kenarlara uzaklıkları toplamı en büyük olan açı en küçük açıdır.

*Ortak köşe hareket ettirildiğinde diğer ortak köşedeki açı değişmez.

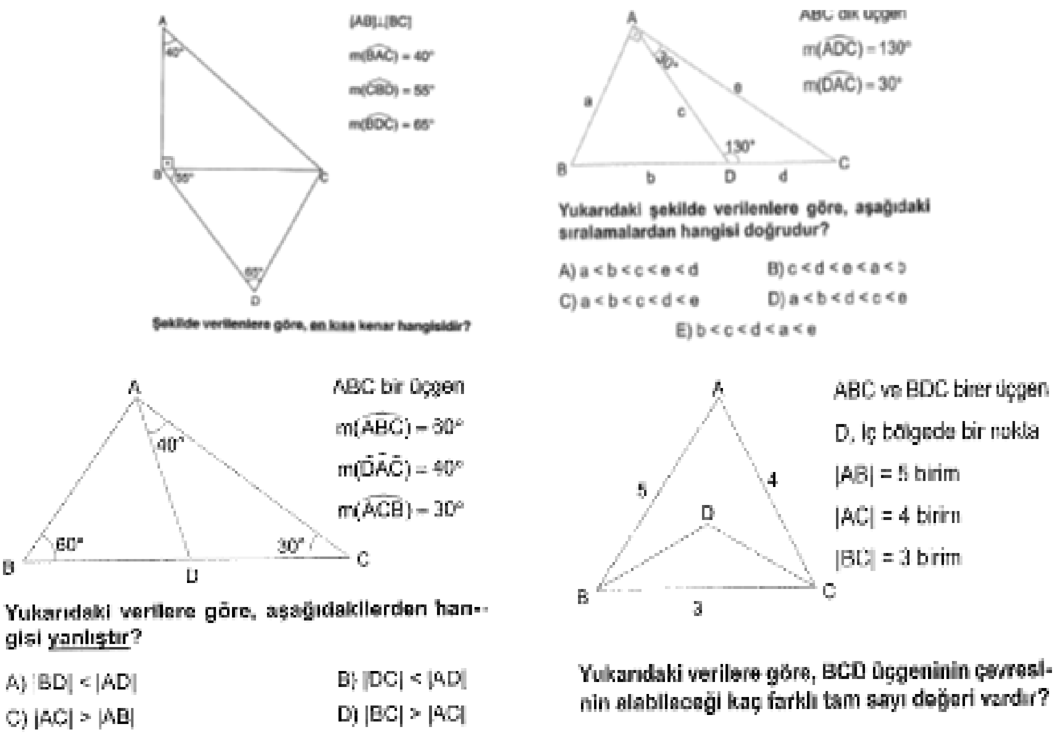
*Ortak kenarlı üçgenlerde kenarlar büyüklük sıralaması her üçgen için ayrı ayrı yapılmalıdır.

*Ortak kenara bakan açılardan küçük açının olduğu üçgendeki en büyük açı en uzun kenarı görür.

*Ortak tabanlı üçgenlerde en uzun kenar ile en kısa kenarın ortak bir köşesi vardır.

Etkinlik sürecinde her iki sınıftan toplam on beş varsayım üretilmiştir. Bu varsayımlar klasik ders anlatımında verilen açıklamaları kapsamaktadır. Diğer varsayımların ise öğrencilerin ancak problem durumlarında karşılaşacakları durumları kapsaması önemlidir. Yani bu öğretim ile öğrenciler karşılaşabileceği problem durumlarını kendileri fark etmiş ve çözüm sürecini problemden önce görselleştirme ve canlandırmalar ile yaşayabilmiştir. Sınıfın tamamı bu varsayımlara varamamış olsa bile bu varsayımların rutin problemler ile karşılaşmadan önce sınıf içinde tartışılması konunun anlaşılması ve ölçme-değerlendirme açısından önemlidir.

Etkinlik sonrası öğrencilere dağıtılan ve farklı kaynaklardan hazırlanan çalışma soruları verilmiştir. Çalışma sorularının her iki sınıfta da ortaya çıkan varsayımları birer problem hali olduğu görülmektedir. Hazırlanan GME problemi ile öğrenci olası problem durumlarını kendi oluşturarak çözüm için önceden fikir sahibi olabilmişlerdir. Bu durum hazırlanan problemin dikey matematikleştirme ortamı oluşturmada başarılı olduğu şeklinde yorumlanabilir. Öğrenciler, MEB ders kaynakları ve diğer yardımcı kaynaklarda karşılaşılan Görsel 4.10. daki soru türlerinin çözümünde etkinlikte yaptıkları çizimler ve varsayımlardan yararlanmışlar ve soru çözüm sürecinde bu durumu araştırmacı öğretmen ile paylaşmışlardır.



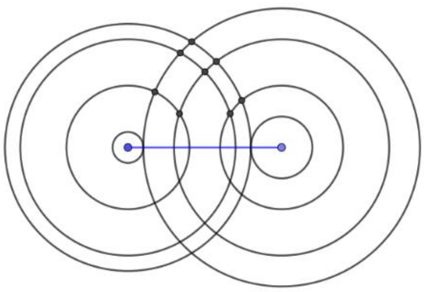
Görsel 4.10. *Ders sonu soru çözümü etkinliği örnekleri*

4.3.2. Üçgen eşitsizliği ders tasarım bulguları

Açı kenar bağıntıları konusunun ikinci bölümü olan üçgen eşitsizliği konusuna ait ders tasarımı "9.5.1.3. Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir" kazanımı doğrultusunda yapılmıştır. Bu ders tasarımında kullanılan GME problemi pilot çalışmada da uygulanan bir oyundur. "Kesişen çemberler" GME problemi her iki sınıfta 2 ders saati uygulanmıştır. Öğrenciler önce oyun oynama sürecini deneyimlemişler daha sonra oyun üzerine stratejiler belirlemeye ve oyun ile ilgili matematiksel ilişkileri keşfetmeye çalışmışlardır. Oyun oynama süreci sonrası araştırmacı öğretmen rehberliğinde öğrencilerin oyunu kazanmak için kullandıkları stratejilerinin aslında birer üçgen oluşturma stratejisi olduğu ortaya çıkmıştır. Bu stratejiden hareket ile üçgen oluşturma koşulları belirlenmiş ve araştırmacı öğretmen rehberliğinde üçgen eşitsizliği cebirsel olarak ifade edilmiştir.

Kesiştir Kazan oyunun yönergesi aşağıda verilmiştir.

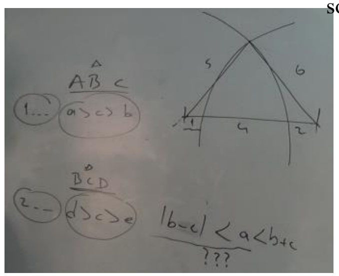
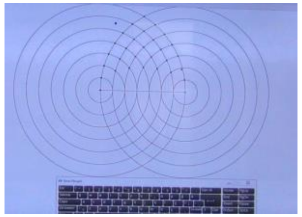
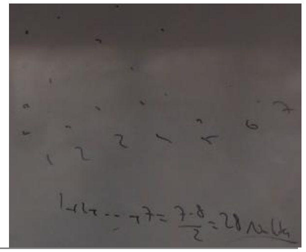
- Geogebrada uzunluğu 10 birim olan bir doğru parçası çiziniz.
- Oyuna başlayacak oyuncuyu belirleyiniz.
- İlk oyuncu merkezi çizilen doğru parçasını herhangi bir köşesi olan yarıçapını istediği gibi belirleyeceği bir çember çizer.
- İkinci oyuncu merkezi çizilen doğru parçasını herhangi bir köşesi olan yarıçapını istediği gibi belirleyeceği bir çember çizer.
- Oyun sırayla oyuncuların çizdiği çemberler ile devam eder.
- Her oyuncu çizdiği çemberi diğer çember ile kesiştirdiğinde doğru parçasının sadece üst kısmındaki kesişim noktasına sayısı kadar puan kazanır.
- En fazla puanı kazanan oyunu kazanır.



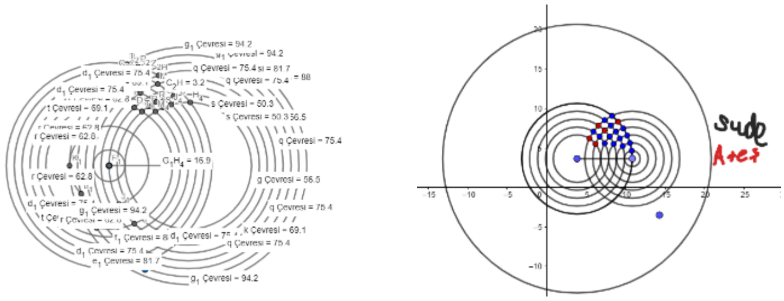
Şekil 4.6. *Kesiştir Kazan GME problemi*

Tablo 4.6. ile üçgen eşitsizliği konusuna ait ders tasarımın mikro döngüsü verilmiştir.

Tablo 4.6. *Üçgen eşitsizlliği konusu mikro* döngüsü tablosu

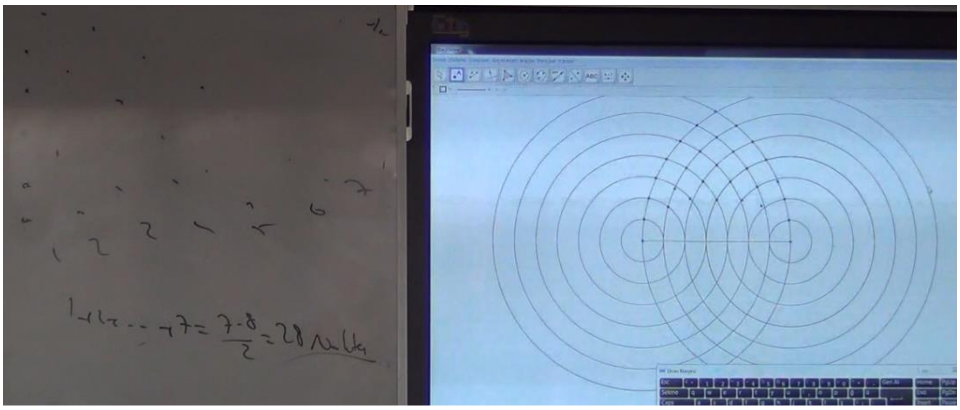
Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Ders öğrencilere "Kesiştir Kazan" oyununun yönergelerinin verilmesi ile başlar. Yönergeler verildikten sonra öğretmen oyunun doğru anlaşılması için gönüllü bir öğrenci ile oynar. Daha sonra oyunun sınıftaki öğrenciler ile ikişerli oynanması istenir. Oyun sonunda öğrencilere kesişimler nasıl daha fazla yapılabileceği ya da hangi durumda kesişmenin olacağı sorularak oyundaki kesişim noktaları ile üçgenler oluşturulur. Oluşan üçgenlerin kenar ilişkileri ve oyun mantığı birleştirilerek üçgen olma şartları ve kenar eşitsizliğini öğrencilerin sözel ve matematiksel olarak ifade etmeleri istenir.	Kesiştir Kazan oyunu ile, i) Öğrencilerin oyunun kuralına uygun DGY ortamını hazırlamalarını, ii) Oyunu kazanmak için bir strateji belirlemelerini iii) Kesişim noktalarını birleştirilerek oluşan üçgen ile öğrencilerin stratejisi arasındaki ilişkinin tartışılmasını; iv) Öğrencilerin üçgen oluşturma şartlarının belirleyebilmeleri beklenmektedir.	*Kesiştir Kazan probleminin konu ile bağlantısını öğrencilerin problem üzerine düşünmesi amacıyla bir sonraki derse bırakılmasına karar verildi.	Öğrencilerin oyunu kazanma amacının yanında çemberleri kesiştirmek ve bunu en fazla noktada yapmak için stratejiler geliştirmişlerdir. Bu stratejiler oyun sonunda üçgen oluşturma bağıntılarına dönüşerek cebirsel olarak da ifade edilmiştir.  	Kesiştir Kazan oyunu ile, i) Öğrencileri oyunun kuralına uygun olarak DGY ortamında oyunu oynayabilmişlerdir. ii) Öğrenciler oyunu kazanmak için çizdikleri çemberlerin yarıçap uzunluklarını belli sayılar arasında belirlemişlerdir. iii) Öğrencilerin bu stratejilerinin üçgen oluşturma eşitsizliği olduğu sonucuna varabilmişlerdir	Etkinlik sonunda kesişen noktaların bir örüntü oluşturduğu ve toplam kesişim sayısı ile doğru parçası arasındaki ilişki ifade edilmiştir. Böylece Gauss toplamının bir uygulaması yapılmıştır.  

Ders tasarımında verilen “kesişen çemberler” problemine ilişkin yönergeler öğrenciler tarafından kolay anlaşılmıştır. Oyunun tanıtımı için araştırmacı öğretmen ve bir öğrencinin oyunu oynaması sırasında bazı öğrencilerin oyunu oynamaya başladığı da görülmüştür. Oyunun oynanma sürecinde öğrenciler kazanmaya odaklanmışlar ve farkında olmadan denemeler yaparak çeşitli stratejiler belirlemişlerdir.



Görsel 4.11. *Kesiştir Kazan oyunu tablet görselleri*

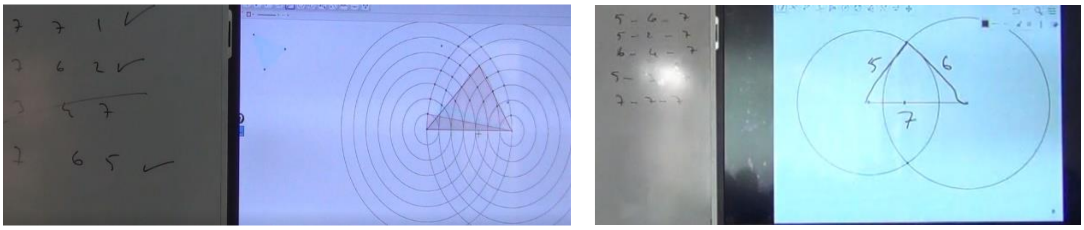
Oyun esnasında öğrencilerin bir başka ilgi noktası da en fazla kaç kesişim noktasının olabileceğini bulmak olmuştur. Oluşan kesişim noktalarının sabit artan bir örüntü olduğunu bulan öğrenciler toplam kesişim nokta sayısını hesaplayabilmişlerdir. Araştırmacı öğretmen bu örüntünün Gauss toplam metodu olduğunu ve nasıl genelleştirilebileceğini göstermiştir. Bu sayede oyunda verilen doğru parçası ile oyunun toplamında elde edilebilecek kesişim noktası arasında da ilişki olduğu görülmüştür.



Görsel 4.12. *Kesiştir Kazan oyunu kesişim noktaları*

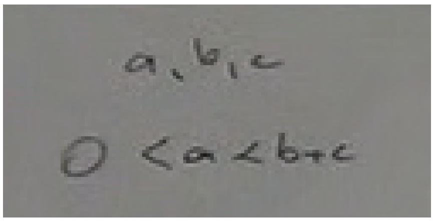
Etkinlikte kesişim noktalarının bir örüntü olduğu her halkada kesişim noktasının bir arttığı görülmüş ve ilk terim son terim toplamının sabit kalması yöntemi olan Gauss yöntemi ile toplam kesişim nokta sayısı bulunmuştur. Bu nokta sayısı doğru parçası uzunluğu ile ilişkilidir. n sayma sayısı için $\frac{n.(n+1)}{2}$ ile hesaplanabilir.

Araştırmacı öğretmen oyun sonunda her iki sınıfa da oyunun geometri dersi için önemli olduğunu ve oyunda kesişim noktaları ve doğru parçasının uç noktaları ile ortaya tabanları ortak olan farklı üçgensel bölgelerin çıktığını söylemiştir. Her iki sınıfta da oluşan üçgenler ve kenar uzunlukları beyaz tahtaya yazılarak nasıl bir ilişki olduğu tartışılmıştır.



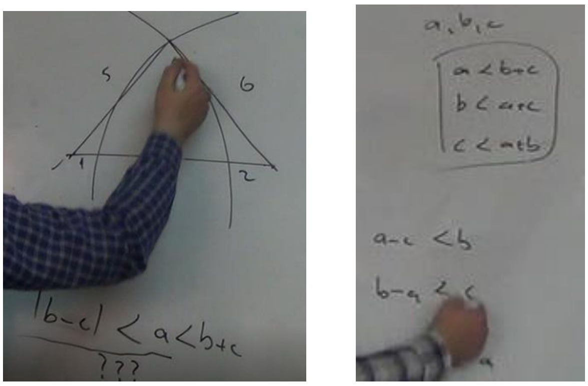
Görsel 4.13. *9C ve 9E sınıfları üçgen oluşturma görselleri*

Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu belirlenme amacı ile tasarlanan ders ile öğrenciler ortak tabanlı üçgenler için tüm durumları beyaz tahtaya yazdırmışlardır. Araştırmacı öğretmenin öğrencilerinden bu örnekten yola çıkarak genelleştirme yapmalarını istemesi üzerine her iki sınıftaki öğrenciler üçgen oluşturma şartının ilki olan iki kenar uzunluğu toplamı üçüncü kenardan büyük olmalıdır şartını kolaylıkla söyleyebilmişlerdir. Çünkü öğrenciler kesişen çember etkinliğinde bu şartın sağlanmaması durumunda kesişimin olamayacağını dolayısıyla üçgen oluşturulamayacağını tecrübe etmişlerdir. Öğrencilerin bu ifadesi tahtaya $0 < a < b + c$ eşitsizliği ile yazılmıştır.



Görsel 4.14. *Üçgen oluşturma şartı beyaz tahta görseli*

Üçgen oluşturma veya üçgen eşitsizliğinin ikinci ifadesinde her iki sınıf öğrencilerinin de zorlandığı görülmüştür. 9C sınıfında geometrik olarak iki kenar farkının taban uzunluğundan küçük olduğu ifade edilmiş ve çizilen örnek üçgen üzerinde gösterilmiştir. 9E sınıfında ise zorlanılan benzer durum cebirsel olarak beyaz tahta sırasıyla c’ nin, b‘ nin ve a’ nın eşitsizliğin diğer tarafına atılması ile cebirsel olarak açıklanmıştır. Açıklamadaki kolay mantık öğrenciler tarafından şaşkınlıkla karşılanmıştır. Ders tasarımında müdahale ye alınmayan bu durumun tez danışmanı ile ders sonu toplantısında tasarıma alınmasına karar verilmiştir.



Görsel 4.15. *9C ve9E sınıfları üçgen eşitsizliği görselleri*

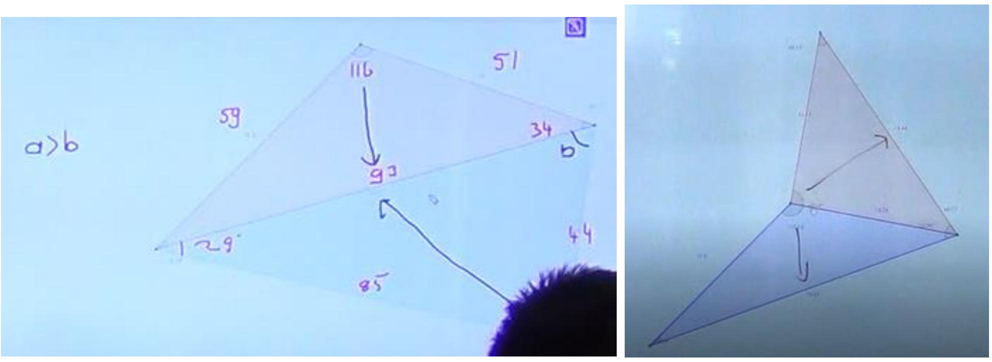
4.3.3. Norm bulguları

Açı kenar bağıntıları konusu üzerine gerçekleştirilen iki ayrı ders tasarımında çeşitli normlar çıkmıştır. Bu ders tasarımlarından birincisinde öğrenciler sürükleme ile üçgende açılar ve kenarlar arasındaki ilişkileri incelemişler, çeşitli varsayımlarda bulunmuşlar ve bu varsayımların doğruluklarını araştırmışlardır. İlk ders tasarımı uygulama sürecinde her iki sınıf öğrencilerinin de sınıf mikro kültürlerinde yer alan olağan sosyal davranışlar gösterdikleri gözlemlenmiştir. Bu dersler sürecinde tasarımda kullanılan GME probleminin yapısı gereği bir önceki derste gözlemlenen “arkadaşından DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda açıklama istemek” davranışı gözlemlenmemiştir. . Her öğrencinin basit sürükleme hareketleri kullanarak ders katılmış olması yani karmaşık Geogebra görevlerinin ders tasarımında yer almaması öğrencilerin bu yeni davranışı tekrar göstermesini engellemiştir.

Her iki sınıf öğrencileri de tasarlanan bu geometri dersinde açıkça ortaya çıktığı gibi “Emin olmadan bir çözümü paylaşmak” sosyal normu daha az gözlemlenmiştir. Özellikle öğrenciler açı kenar bağıntıları hakkında varsayımda bulunurken önce fikirlerini farklı durumlarda test ettikten sonra paylaşmışlardır. Fakat bazı öğrencilerin hala emin olmadan bir çözüm/fikri paylaştığı görülmüştür. Örneğin; Gerçekleştirilen etkinlikte ortak kenara sahip iki ayrı üçgen için bazı öğrenciler ”En büyük açının karşısında en büyük kenar vardır.” ve “Eş açılar eş kenarları görür” varsayımlarında bulunmuşlardır. Ortak tabanlı olsa da farklı iki üçgen için aynı açı ölçüsünü karşısında farklı kenar uzunlukları olabilir. Bu yanılgı birden fazla üçgen içeren sorularda karşılaşılan bir durumdur. Bu varsayımın farklı üçgenler için doğru olmadığı sürüklemeler ile gösterilmiş olası kavram yanılgılarının önüne geçilmeye çalışılmıştır.

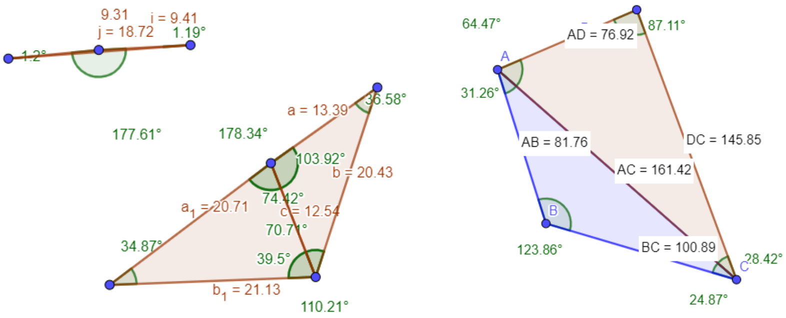
Ders sürecinde en çok “Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak” normu ile karşılaşılmıştır. Öğrenciler varsayımlarını Geogebra ortamında hemen ve kolaylıkla değiştirebildikleri için sonuçların değişimini de kolaylıkla görebilmişlerdir.

Her iki sınıfta da öğrenciler Görsel 4.16. da görüldüğü gibi ortak kenara sahip birden fazla üçgende en uzun kenarı veya en kısa kenarı bulmak için temel açı kenar bağıntısını kullanabilmişlerdir. Böylece öğrencilerin matematiksel problemleri indirgeme ve matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama sosyomatematiksel normları ortaya koyabildikleri görülmüştür.



Görsel 4.16. *9C ve 9E sınıfları en uzun kenarı bulma*

Yapılan ders tasarımında öğrencilere verilen GME problemi sözel bir problem olup yönergelere göre Geogebra ortamında bir çizim içermektedir. Öğrenciler yönergeleri doğru uygulayarak problem gerekliliklerini yerine getirmişlerdir. Görsel 4.17. de öğrenci tablet görüntülerinde GME problemini nasıl çalıştıkları görülmektedir. Böylece her iki sınıfta da yeni davranış olarak önceki derslerde belirlenen “Problemi DGY ortamına aktarma”, “Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması” ve “DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması” sosyal normları tekrarlanmıştır.



Görsel 4.17. *Açı-kenar bağıntıları tablet görselleri*

Açı kenar bağıntıları konusu üzerine hazırlanan ikinci ders tasarımında üçgen eşitsizliği (üçgen oluşturma şartları) konusu ele alınmıştır. Bu konu için pilot çalışmada da uygulaması yapılan “kesiştir kazan” GME problemi ile çalışılmıştır. Başlangıçta iki öğrenci arasında bir oyun olarak tasarlanan GME etkinliği ile oyunda kullanılan stratejiden yola çıkılarak üçgen oluşturma şartları sınıf ortamında tartışılmıştır. Oyun yönergeler ile öğrencilere verilmiştir. Araştırmacı öğretmen ve bir gönüllü öğrenci ile oyun oynanarak tanıtılmıştır. Daha oyunun tanıtma aşamasında öğrencilerin ikili gruplar halinde oyunu oynamaya başlamaları öğrencilerin problemi DGY ortamına aktarma davranışını benimsediklerini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin ikililer halinde oyunu oynarken etkileşimleri ve oyunu oynarken Geogebra kullanımı konusunda yardımlaşmaları Geogebranın kullanımı konusunda gelişmelerine yardımcı olmuş bu süreçte de “Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi” davranışı doğal olarak ortaya çıkmıştır. Görsel 4.18. verilen öğrenci tablet görüntülerinde öğrencilerin oyun ve sonrası çalışmaları görülmektedir.

Görsel 4.18. *Kesiştir Kazan tablet görselleri*

Öğrenciler oyun sürecinde toplam kesişim noktalarını önceden bulmaya çalışmaları ve araştırmacı öğretmen rehberliğinde taban uzunluğu ile kesişim nokta sayısı arasındaki ilişki ortaya konulmuştur. Etkinlik sonrası üçgen eşitsizliğinin cebirsel ifade edilmesi ile "Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama" sosyomatematiksel normunun ortaya çıktığı görülmüştür. Üçgen eşitsizliği sürecinde kesiştir kazan oyununda doğru parçası uzunluğu ve çemberlerin yarıçapları tam sayı olarak belirlenmiştir. Bu sayede kesişim noktaları ile oluşturulan üçgenlerin kenar uzunlukları tam sayı olmuş ve hangi durumlarda üçgen belirttiği daha kolay görülmüştür. Üçgen eşitsizliği önce tamsayılarda örneklendirilip daha sonra genelleme yapılmıştır. Bu durum "Matematiksel problemleri indirgeme" sosyomatematiksel normlarının hazırlanan GME problemleri çerçevesinde daha kolay ortaya çıkmasına sebep olmuştur.

Açı-kenar bağıntıları dersi bütüncül ele alındığında tasarımı yapılan derslerin uygulama sürecinde ortaya çıkan norm ve davranışlar Tablo 4.7. ile verilmiştir.

Tablo 4.7. *Normlar*

Üçgende Açı-Kenar Bağıntıları	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak	Açı-kenar bağıtılarında öğrenci varsayımları	✓	✓
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Aynı varsayımlarda bulunma ve arkadaşının varsayımından etkilenme	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	Arkadaşının örneğinideki verileri kendi mantığı ile denemek	✓	✓
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Ortak kenarlı üçgenlerde kenar açı ilişkilerini sorgulamak	✓	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Verilen şekilde açı-kenar ilişkileri üzerine farklı varsayımları ortaya koyma	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme	Birden fazla üçgende en uzun veya en kısa kenarı bulabilme Üçgen oluşturma koşullarını kesiştir kazan oyunu ile tam sayılarda belirleme	✓	✓
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	En uzun/kısa kenarı bulmada genel bir yaklaşım belirleme Kesiştir kazan probleminde kesişim noktalarının sayısının hesaplanması Üçgen eşitsizliğinin cebirsel ifade edilmesi	✓	✓
	Yeni Davranışlar			
	Problemi DGY ortamına aktarma	Birinci GME problemini Geogebra ortamına aktarması Kesiştir kazan oyununu kolaylıkla oynayabilmeleri	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	Geogebra ortamında çalıştığı ilk GME problemi hakkında varsayımlarda bulunulması	✓	✓
	Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması		✗	✗
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması	Öğrencilerin ortak tabanlı üçgen probleminde varsayımları sürükleme ile keşfetmesi ve doğruluğunu kontrol etmesi	✓	✓
	Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi	Kesiştir kazan GME probleminde oyuncular arası etkileşim	✓	✓

4.4. Üçgenin Yardımcı Elemanları Konusu Araştırma Bulguları

Üçgenin yardımcı elemanları konusu 9.sınıf matematik öğretim programı geometri öğrenme alanında yer alan “9.5.2.1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.”, “9.5.2.2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder.”, “9.5.2.3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.” ve “9.5.2.4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.” kazanımlarına yönelik hazırlanan ders tasarımları ile ele alınmıştır. Bu dört kazanım ile üçgende açıortay, kenarortay, yükseklik ve kenar orta dikme kavramları ile çalışılmıştır. Araştırma da bu kavramlar her bir kavramın bir merkez noktada kesişmesi ve bu merkez noktanın kavramı temsil etmesi sebebi ile merkezler üzerinden verilmiştir. Üçgende yardımcı elemanlar ve merkezleri aşağıdaki gibi ele alınmıştır.

- İç açıortay ve dış açıortay kavramı, iç teğet çember ve dış teğet çember merkezleri
- Kenarortay kavramı, ağırlık merkezi
- Yükseklik kavramı, diklik merkezi
- Kenar orta dikme kavramı, çevrel çember merkezi

Araştırmada hazırlanan ders tasarımlarında her bir merkez için bir GME problemi Geogebra ortamından en iyi yararlanılacak şekilde tasarlanmıştır. Derslere öğrencilere etkinlik kağıtlarının dağıtılması ile başlanmıştır. Etkinlik kağıtlarında üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili hazırlanan GME problemleri sıralı olarak verilmiştir. Öğrencilerin tüm yardımcı elemanları beraber görmesi ve gerektiğinde yardımcı elemanın karşılaştırması yapılarak olası kavram yanılgılarının önüne geçilmesi amaçlanmıştır. Hazırlanan ders tasarımları 9C ve 9E sınıfları ile toplam 14 ders saati süresince uygulanmıştır.

4.4.1. Açıortay konusu ders tasarım bulguları

Üçgende yardımcı elemanlardan ilki açıortaydır. Ortaokul geometri öğrenme alanında da yer alan açıortay kavramı ortaöğretim seviyesinde hem çember konusunu hem de açıortay teoremlerini öğrenmede önem taşımaktadır. Açıortay konusuna ait ders tasarımında pilot çalışmada da kullanılan *“park aydınlatılması”* GME problemi kullanılmıştır. Bu problem ile açıortay kavramı ve iç teğet çember kavramı ele alınmış ve tartışılmıştır.

Açıortay konusu ders tasarımı önce 9C sınıfı ile uygulanmıştır. Tez danışmanı ile yapılan toplantıda ders tasarımının ilk uygulama sürecinde öğrencilerin noktanın doğruya uzaklığı kavramı ile ilgili eksikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrenciler ile Geogebra çember menüsü kullanımı konusunda çalışmalar yapılmasına rağmen bazı öğrencilerin çember menüsünü kullanmalarında ve üçgensel bölgelerin alanlarını hesaplamada zorlandıkları ve hatalı ölçme yaptıkları görülmüştür. Bu eksiklikler göz önüne alınarak ikinci uygulama sürecinde öğrencilere Geogebra ile ilgili daha fazla teknik destek verilmesine ve öğrencilere problemin çözümünü etkilemeyecek şekilde hatırlatmaların yapılmasına karar verilmiştir. Tablo 4.8. ile üçgende açıortay konusu ait ders tasarımın mikro döngüsü verilmiştir.

Tablo 4.8. *Açıortay konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Öğrencilere ders başında çalışacakları GME problemlerinin olduğu etkinlik kağıtları dağıtılmıştır. Problem ile ilgili genel açıklamalar ve öğrenci sorularının ardından öğrenciler Geogebra ve kâğıt kalem kullanımında serbest bırakılmıştır. Öğrenci cevapları ve varsayımları öğretmenin etkileşimli tahtada Geogebra ortamında ve beyaz tahtada çizimleri ve açıklamaları ile devam etti. Ders sonu hem problem cevabı hem de bulunan tüm ilişkiler beyaz tahtada tekrar belirtildi.	Aydınlatma Merkezi problemi ile, i) Öğrencilerin problemi DGY ortamına aktarabilmeleri, ii) İstenilen özelliğe sahip noktayı DGY araçlarından yardım alarak bulmaları, iii) İstenilen nokta ile kullanılan DGY aracının özelliği arasındaki ilişkiyi sorgulamalarını, iv) Bu yargı ile problemin ikinci bölümündeki alanı hesaplayabilmeleri, v) Açıortayların kesişim merkez hakkında genel bir yargıya varmaları beklenmektedir.	*Açıortayın kollara eşit uzaklıkta olması tanımının öğrenciler tarafından daha doğru anlaşılması için örnekler ile noktanın doğruya uzaklığı konusunun verilmesine karar verildi. *İç teğet çember çiziminde Geogebra çember menüsünün öğrencilerin dikkatini çekecek şekilde tekrarlanmasına karar verilmiştir. *Tabletlere hesap makinesi ekleme *Dış teğet çember konusuna eklendi * Geogebra ile alan ölçümünün hatırlatılması.	*Açıortayın kollara eşit uzaklıkta noktalar kümesi olduğunun bir sonuç değil bir sebep olduğu görülmüştür. *Açıortaylar daima üçgenin iç bölgesinde kesişmektedir. *Açıortayların kesişim noktası üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir. *Noktanın doğruya uzaklığı noktadan doğruya atılan dik ile hesaplanmıştır. *Heron alan teoremi ile çalışılmıştır.	Aydınlatma Merkezi problemi ile, i) Öğrenciler problemi DGY ortamına aktarabilmişler ve açıortay aracını kullanarak istenilen noktayı bulabilmişlerdir. ii) İstenilen nokta ile açıortay kavramı arasındaki ilişki öğretmen rehberliğinde incelenmiştir. iv) Bu yargı ile problemin ikinci bölümündeki alanı hesaplanmıştır. v) Üçgende iç açıortayların kesişiminin daima üçgenin iç bölgesinde olduğu sonucuna varılmıştır.	*Aydınlatma problemi çözülürken heron bağıntısının ispatı yapıldı fakat isimlendirilmedi. Açıortay alan ilişkisi önceden sezdirilmiş oldu. *Üç noktadan bir çember geçtiği Geogebra menüsü ile sezdirildi. *Merkezden atılan dik doğrunun kirişi iki parçaya bölmesi *Bir çemberin merkezinin bulunması *Muhteşem üçlünün açı kullanılmadan ispatı *Teğet parçaları eşit uzunluktadır

Üçgenin yardımcı elemanlarının ilki olan açıortay konusunun ders tasarımında üçgen şeklindeki bir parkın aydınlatılmasını ve bu aydınlatma için istenilen şartları içeren GME tabanlı bir problem yer almaktadır. Bu problem ile "bir üçgende iç teğet çemberin merkezi iç açıortayların kesim noktasıdır." tanımı problemin çözüm aşamaları ile tartışılmıştır.

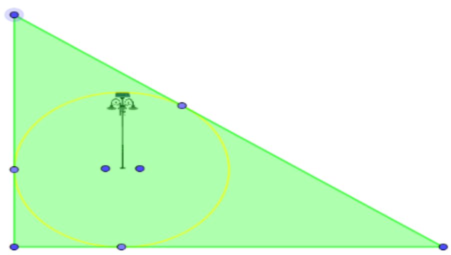
Problem, Bir aydınlatma şirketi üçgen şeklinde tasarlanmış bir oyun parkını aydınlatmak istiyor. Şirketin sözleşmesinde aşağıdaki maddeler yer almaktadır.

• Parkın köşe noktalarına ve içine toplam 4 aydınlatma direği dikilecek.

• Parkın içine dikilen aydınlatma direği parkın kenarlarından eşit uzaklıkta bulunacak.

Buna göre;

1. Parkın içine dikilecek aydınlatmanın konumu hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız.
2. Çevresi 48m olan bir parkın içine parkın kenarlarına kadar aydınlatan çapı 8 olan bir aydınlatma dikilmiştir. Bu parkın çimlendirilmesi için parkın yüzey alanını yaklaşık olarak hesaplayınız.



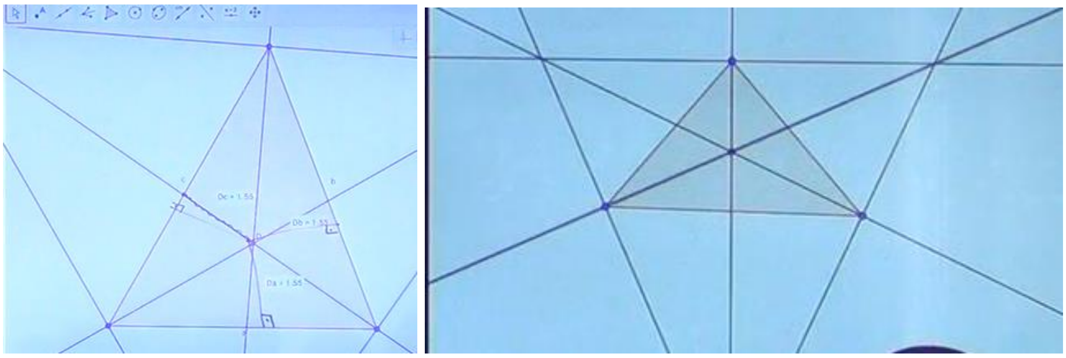
Şekil 4.7. *Aydınlatma GME problemi*

Problemin birinci bölümünde öğrencilerin Geogebra ortamında bir üçgenin kenarlarına eşit uzaklıkta bir noktayı nasıl bulabilecekleri ve sonrasında bu noktanın özellikleri araştırılmıştır. Aydınlatma merkezi sorusuna öğrencilerden farklı cevaplar ve açıklamalar gelmiştir. Bunlardan bir örnek aşağıdaki gibi verilebilir:

> Öğrenci: Üçgenin kenarlarının orta noktalarını belirledim. Bu üç noktadan geçen çemberi çizdim.
>
> Öğretmen: Evet üç noktadan bir çember çizebiliriz.
>
> Öğrenci: Çemberin merkezinden yarıçap uzaklığı bütün kenarlara eşit uzaklıkta olur.

Öğretmen, öğrencinin tabletinde Geogebra ile çizdiği üçgenin kenarları değiştirerek çember merkezinin üçgenin dışına çıkabileceğini göstermiştir. Bu varsayım tek bir üçgen yapısı ve Geogebra özelliklerinin kullanma açısından önemli bir deneme olmuştur.

Bazı öğrenciler ise denemelerini bir yardımcı eleman seçme yerine bir nokta sürüklemesi yaparak başlamışlardır. Noktayı sürüklemeler ile kenarlara uzaklıkları eşit uzaklıkta bulan öğrenciler üçgenleri değiştirdiklerinde noktanın koşulu sağlamadığını görmüşlerdir. Problemde istenen merkez noktayı sürüklemeler ile arayan öğrenciler bu deneme sonucunda aradıkları noktanın başlangıç değil bir sonuç olduğunu deneyimleme fırsatı yakalayabilmişlerdir.



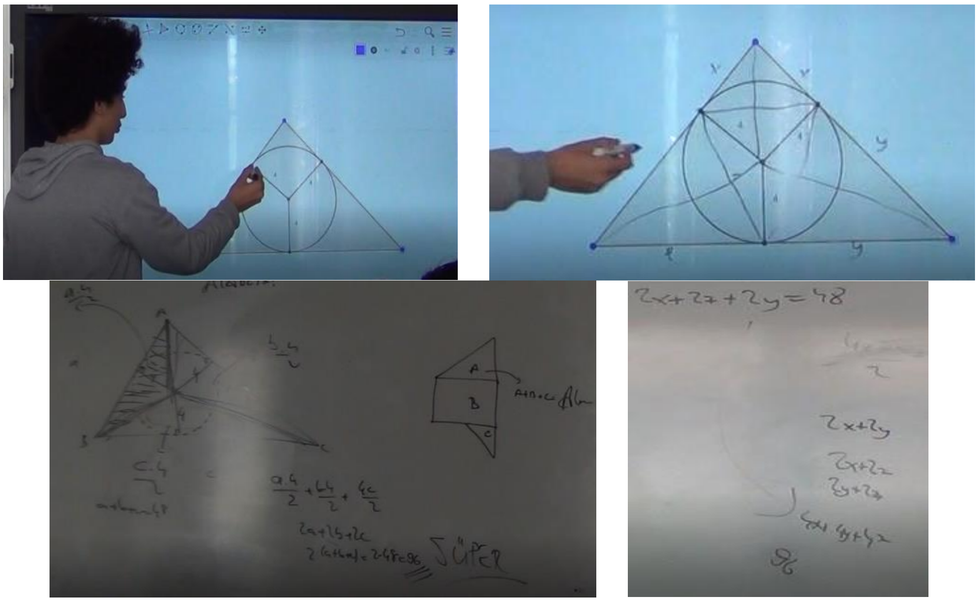
Görsel 4.19. *9C ve 9E sınıfları Aydınlatma problemi çözümleri*

Aydınlatma problemini çözme denemeleri yapan öğrencilerden bazıları lambanın konulması gereken merkezin açıortayların kesim noktası olması gerektiğini fark etmişlerdir. Ancak öğrencilerin varsayımları doğru olmasına rağmen varsayımlarını kanıtlama sürecinde doğru ölçme yapamamışlardır. Bunun üzerine aşağıdaki sınıf tartışması gerçekleşmiştir:

> Öğretmen: Bulduğunuz noktayı Geogebra ile deneyin. Herhangi bir üçgende de doğru mu? Öğrenci A: Açıortayların kesim noktası buldum.
>
> Öğretmen: Ölçtün mü?
>
> Öğrenci B: Ben ölçtüm farklı çıktı.
>
> Öğretmen: Nereleri ölçtün?
>
> Öğrenci B: Açıortayların kesiştiği yer ile üçgeni kestiği yeri.
>
> Öğrenci C: bu doğru buldum.
>
> Öğretmen, sınıfa kendisinin tahtaya uzaklığının nasıl ölçülmesi gerektiği gösterdi. Ve öğrenci C'ye kendisinin nasıl doğru bulduğunu ve neden açıortay çizimini yaptığı sordu.
>
> Öğrenci C: siz bize (geometriye) başlamadan problemler çözdürmüştünüz kâğıt dağıtıp. İpleri tutan kız problemi (GME problemi) aklıma geldi. Oradan yola çıktım.
>
> Açıortayların kesişim noktasını bulup her kenara uzaklığını aldım eşit çıktı.
>
> Öğretmen: nereye uzaklığı?
>
> Öğrenci C: noktayı seçtim, kenarı seçtim.

Her iki sınıfta da merkezler konusunun ilk GME problemi olan aydınlatma merkezi problemi birkaç yanlış varsayımdan sonra doğru bir şekilde cevaplanmıştır. Problemin çözüm aşamalarında en çok hata yapılan durum uzaklık ölçümüdür. Öğrencilerin bir noktanın bir doğruya uzaklık kavramını bilmelerine rağmen uygulamada hatalar yaptıkları tespit edilmiştir.

Aydınlatma probleminin ikinci kısmında aydınlanma çapı ve çevresi verilen üçgenin alanının nasıl hesaplanabileceği sorulmuştur. Çemberin açıortayların kesim noktası olduğunu öğrenen her iki sınıf öğrencileri merkezin kenarlara yarıçap kadar uzak olduğunu doğru biçimde ifade edebilmişler fakat alan hesabını cebirsel olarak yapmada zorlanmışlardır.



Görsel 4.20. *9C ve 9E Sınıfı aydınlatma probleminin ikinci kısım çözümleri*

Aydınlatma merkezi probleminin çözümünden sonra öğrencilere kendi dilleri ile "açıortayın açının kollarına eşit uzaklıkta noktalar kümesi" olduğu tekrar ifade ettirilmiştir. Böylece açıyı ikiye bölme kavramı uzaklık kavramı ile yer değiştirilerek açıortay teoremleri için gerekli ön öğrenmeler verilmeye çalışılmıştır.

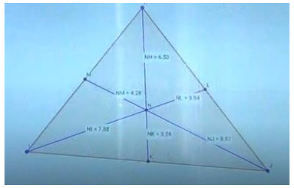
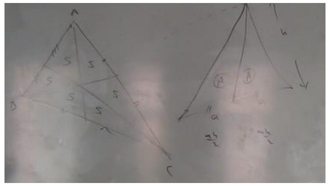
4.4.2. Kenarortay konusu ders tasarım bulguları

Üçgenin yardımcı elemanlarından ikincisi kenarortaydır. Kenarortaya ait ders tasarımında *"Ahmet ustanın metal levhası" isimli* GME problemi kullanılmıştır. Ders tasarımı hazırlanan bu GME probleminin ardından bir de kenarortay konusuna ait rutin problem ile çalışılmasına karar verilmiştir. Böylece öğrencilerin en çok dillendirdikleri fakat genelde kenarortay ile ilişkilendirmedikleri ağırlık merkezi kavramı ve ağırlık merkezinin kenarortay uzunluğunu hangi oranlarda böldüğü ile ilgili bir geometri probleminin sorgulamasına karar verilmiştir. Problemin görseli sınıf ile paylaşılmış ve çözüm sürecinde öğrenciler Geogebra kullanımı konusunda özgür bırakılmıştır. Böylece öğrencilerin rutin problem çözümünde de Geogebra kullandıkları gözlemlenmiştir.

Ders tasarımının 9C sınıfına uygulaması yapıldıktan sonra sadece ağırlık merkezinin kenar ve köşelere uzaklıkları oranı ile ilgili araştırmacı öğretmenin rehberlik yapmasına karar verilmiştir. 9C sınıfındaki öğrencilerin benzerlik teoremleri ile bulabilecekleri bu oranı ölçmeler ile keşfedilmesi istenmiştir. Öğrencilerde merak uyandırmayan ve ondalıklı sayılarda oran çalışmasının öğrenci motivasyonunu düşürdüğü görülmüştür. Problemden bağımsız devam eden bu bölüm 9E sınıfı ile yapılan uygulamada öğretmen rehberliğinde amaçlı ölçmeler ile uygulanmıştır.

Kenarortay konusuna ait hazırlanan ders tasarımının mikro döngüsü Tablo 4.9. ile verilmiştir.

Tablo 4.9. *Kenarortay konusu mikro döngüsü*

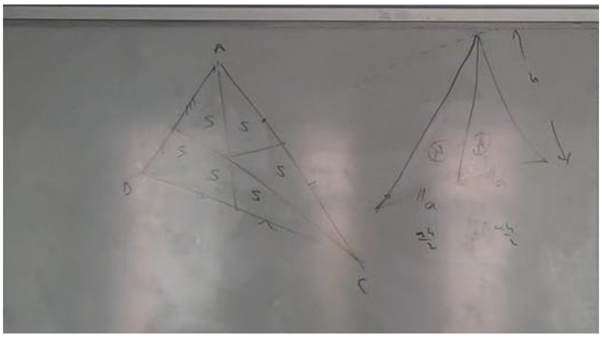
Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Derse üçgenin yardımcı elemanları konusuna ait çalışma kâğıdı ile devam edilmiştir. Sözel olarak verilen ve herhangi bir görselle desteklenmeyen soruyu öğrencilerin Geogebra ortamına taşıyarak Geogebra menüsünde bulunan araçlar desteği ile problemi çözmeleri amaçlanmıştır. Öğrenci çözümleri beyaz tahta ve etkileşimli tahtadaki Geogebra desteği ile sınıf ile paylaşılarak kenarortaya ve ağırlık merkezinin kenarortay üzerindeki konumuna ait varsayımlar ders sonunda problem çözümü ile birlikte verilecektir.	Metal levha problemi ile; i) Öğrencilerden problemi DGY ortamına aktarabilmeleri, ii) Üçgenin iç bölgesindeki bir noktayı köşeler ile birleştirerek eş alanlı bölgeler elde etmeleri, iii) Bu noktanın özelliklerini DGY araçları ile incelemeleri, iv) Seçilen DGY aracının genel özellikleri ile problemin diğer istenilenlerini hesaplamaları beklenmektedir.	* Yardımcı elemanlardan en çok bilinen ağırlık merkezi konusunun diğer merkezlerle karışmaması için kenarortay konusunun iki problem ile ele alınıp kenarortay kavramı üzerinde durulmasına karar verilmiştir. *Ağırlık merkezinin kenarortay üzerindeki konumunu bulmada öğrencilere rehberlik yapılmasına karar verilmiştir.	*Kenarortayların kesişim noktasının ağırlık merkezi olduğu belirlenmiştir. Ağırlık merkezinin daima üçgenin iç bölgesinde yer aldığı görülmüştür. *Ağırlık merkezinin köşelerle birleşmesi ile eşit alanlı üç üçgensel bölge oluşmaktadır. *Ağırlık merkezi kenarortayı 2/1 oranında bölmektedir. 	Metal levha problemi ile; i) Öğrenciler problemi DGY ortamına aktarabilmişlerdir. ii) Kenarortay DGY aracını kullanan öğrenciler eş alanlı bölgeleri bulabilmişlerdir. iii) Kenarortay kesişim noktasının kenarortay üzerindeki konumu öğrencilerin geneli tarafından bulunamamıştır. Öğrenciler problemin bu bölümünde öğretmenin yardımına ihtiyaç duymuşlardır.	*Tepe noktaları aynı tabanları ortak doğru üzerindeki üçgenlerin alanları taban uzunlukları ile orantılıdır. *Üçgende kenarortaylar üçgeni 6 eş alana bölerler. 

Kenarortaya ait ders tasarımında kullanılan GME problemi sözel bir problem olarak verilmiş, öğrencilerin problemi Geogebra veya kâğıt ortamına aktarması ve çözüme dair fikirlerini paylaşması beklenmiştir.

Problem: Ahmet usta üçgen şeklindeki bir metal levhayı içindeki bir noktadan köşeleri birleştirerek üç eşit alana bölmek istiyor.

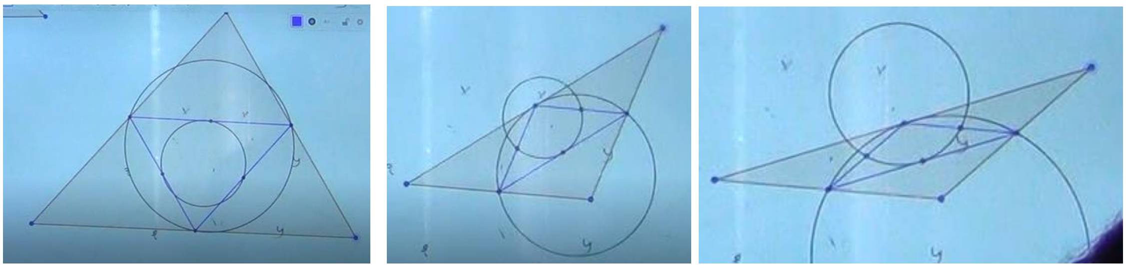
- Bu bölme işlemini nasıl yapmalıdır? Nedenleri ile açıklayınız.
- Ahmet usta levha içinde aldığı bu nokta yardımı ile üçgen levhayı alanları eşit 6 alana bölmek isteseydi nasıl bir yol izlemesi gerekirdi? Açıklayınız.
- Ahmet ustanın üçgenin içinde aldığı bu noktanın özelliklerini inceleyiniz.

9C sınıfında problemin çözümünü arayan öğrenciler üçgen içindeki bir noktayı köşeler ile birleştirerek eş alanlı üç üçgeni aramaya çalışmışlardır. Öğrencilerin ilk olarak açıortayların kesim noktasını kullandığı görülmüştür. Bu yardımcı elemanda başarılı olamayan öğrenciler diğer yardımcı elemanları denemişlerdir. Öğrencilerin bir kısmının üçgen alanlarını yanlış ölçtükleri görülmüştür. Yapılan ölçme hatalarının nedeninin oluşturulan alanların üçgensel bölge olarak belirlenmemesinden kaynaklandığı görülmüş ve Geogebra ile ilgili gerekli rehberlik öğrencilere bire bir kullandıkları tabletlerde gösterilmiştir. Üçgenlerin alanlarını doğru ölçen öğrenciler kenarortayların kesişim noktasının üçgenin köşeleri ile birleştirilmesi sonucu eş alanlı üç üçgen oluştuğunu keşfetmişlerdir.



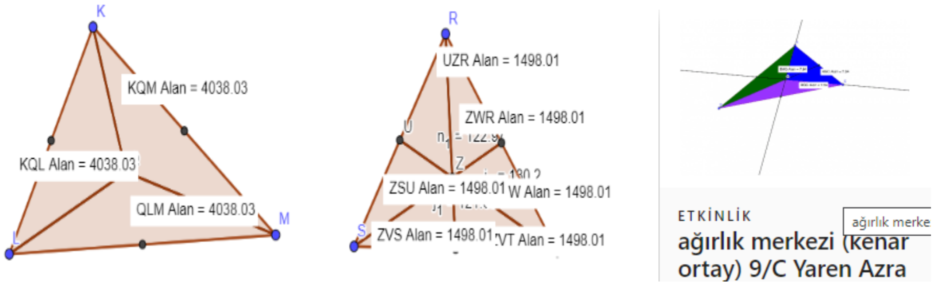
Görsel 4.21. *9C sınıfı metal levha problemi*

Geogebra araçları ile çalışan bazı öğrenciler problemde eşkenar üçgen veya eşkenar üçgene benzer üçgenler ile denemeler yapmışlardır. Öğretmen bu şekildeki bir öğrenci çalışmasını tahtada öğrenciler ile paylaşmış ve üçgenin değişiminin varsayımı nasıl ortadan kaldırdığını göstermiştir. Bu örnek gösterim ile öğrencilerin mutlaka üçgeni dinamik noktalarından değiştirmeleri gerektiği söylenmiştir.



Görsel 4.22. *Aydınlatma problemi öğrenci çalışması etkileşimli tahta görselleri*

Problemde eş alanlı üçgenler bulunduktan sonra öğretmen levhanın kesişim noktasından asılması durumunda levhanın dengede kalıp kalamayacağını sormuştur. Bu soru temelde öğrencilerin ortaokulda fark ettikleri ağırlık merkezinin informal tanımıdır. Soruya her iki sınıf öğrencileri de “dengede kalır” cevabını vermişlerdir. 9C sınıfında öğrencilerine ağırlık merkezi ve kenarortay uzunluğu arasında bir ilişki var mı? sorusuna çeşitli ölçmeler ile yanıt aramışlar ancak mantıklı bir ilişki ya da bir oran bulamamışlardır. Öğretmenin yönlendirmesi sonucu kenarortay uzunluğunun ağırlık merkezi tarafından belli bir oranda bölündüğünü ölçme aracılığıyla gösterilmiştir. Bu oran ders kitaplarında kenarortay tanımı ve ağırlık merkezi tanımı yapıldıktan hemen sonra verilmektedir. Ağırlık merkezinin kenarortayı hangi oranla böldüğü sorusu benzerlik kavramı ile ilişkilidir ve temel benzerlik teoremlerini bilmek gerekmektedir. Bu sebepten öğrenciler kenarortay uzunluğu ile ağırlık merkezi arasındaki ilişkiyi merak etmemişler ve varsayımlar için bile gerekli ölçmeleri yapamamışlardır. Öğretmen öğrencilerini uzunlukları ölçme konusunda yönlendirdiğinde bir öğrenci “neden uzunlukları ölçelim hocam?” sorusu ile yapacağı işlemi anlamlandıramadığını belirtmiştir.



Görsel 4.23 *9C ve 9E sınıfları metal levha problemi tablet görselleri*

Üçgenin yardımcı elemanlarının öğretiminde en sık karşılaşılan problemlerden biri öğrencilerin hemen hemen her merkeze ağırlık merkezi gözü ile bakmasıdır. Bu diğer merkezlerin (açıortayların kesim noktası, yüksekli merkezi gibi) daha az bilinmesi veya ağırlık merkezinin tam anlaşılmaması ile ilgili olabilir. Metal levha probleminin ağırlık merkezi ile kenarortay arasındaki ilişkiyi arama sürecinde aşağıdaki diyaloglar gelişmiştir.

Öğretmen: Uzunluklarını ölçebilirsiniz?

Öğrenci A:O zaman çevreleri de eşit oluyor (alanları eşit olarak bulunan üçgenler için).

Öğretmen: Yazdığın üçgenlerin çevreleri ABC üçgeninin çevresi olmasın (yanlış üçgenleri Öçmüş olmalısın), dikkat et!

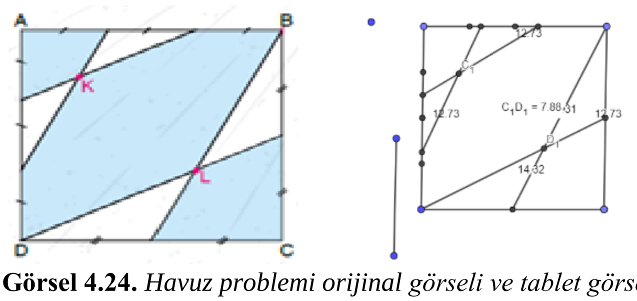
Öğrenci A: Hayır

Öğrenci B: Ben yapmaya başlarken üçgeni eşkenar üçgen olarak belirledim (Geogebra düzgün çokgenler menüsü kenar sayısı=3). Açıortay kenarı ikiye Bölüyor.

Öğretmen: Bizim eşkenar üçgen olacak diye bir iddiamız yok. Bütün üçgenler için geçerli.

Diyalogda görüldüğü gibi bazen yanlışlıkların çok daha basit sebepleri olabilmektedir. Öğrencilerin eşkenar üçgen ile çalışmaları onların açıortay ve kenarortay arasında ayrım yapamamalarına neden olabilmektedir. Bu durum diğer problemlerin çözüm sürecinde öğrencilere hatırlatılmış ve öğrencilerin problemleri sadece özel üçgenler üzerinde incelememeleri için gerekli hatırlatmalar yapılmıştır.

Levha problemi sonrasında konunun diğer merkezlerle karıştırılmaması ve önemi üzerine "Havuz problemi" olarak isimlendirilen problem öğrencilere görseli ile beraber verilmiştir. Problemin çözüm sürecinde bazı öğrencilerin klasik ortamda bazı öğrencilerin ise Geogebra ortamında çalıştıkları görülmüştür. Görsel 4.24. de havuz problemini Geogebra ortamındaki öğrenci çizimi görülmektedir. Görsel 4.24. den de anlaşılacağı gibi öğrencilerin problemi Geogebra ortamına kolayca taşıyabildiği görülmektedir.



Görsel 4.24. *Havuz problemi orijinal görseli ve tablet görseli*

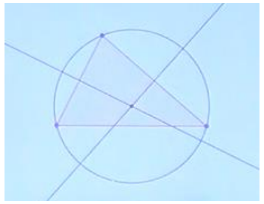
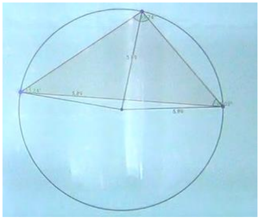
Havuz problemlerinde şekilde kenarları orta noktalarından bölen doğru parçalarının bir üçgenin kenarortayları olarak düşünen öğrenciler problemi çözebilmişlerdir. Problemi Geogebra ortamına taşıyan öğrenciler ise ölçekli çizimlerinde doğrudan ölçme ile sonuca ulaşmaya çalışmışlardır.

4.4.3 Kenar orta dikme konusu ders tasarım bulguları

Üçgenin yardımcı elemanlarından bir diğeri de kenar orta dikmedir. Üçgende kenar orta dikmeler tek bir noktada kesişirler ve bu nokta üçgenin çevrel çemberinin merkezidir. Bu nedenle konuya ait ders tasarımında çevrel çember merkezini kazandırmaya yönelik "veri merkezi" isimli GME problemi kullanılmıştır. Kenar orta dikmelerin kesişim noktası yani çevrel çemberin merkezi üçgenin iç bölgesinde, üzerinde veya dışında olabilir. Üçgenin çeşidine göre değişen bu durum daha önce işlenen açıortayların ve kenarortayların kesişim noktalarında geçerli değildir. Çevrel çember merkezinin bu özelliği ders tasarımının ilk uygulandığı 9E sınıfındaki öğrencilerin kafa karışıklığı yaşamalarına neden olmuş araştırmacı öğretmen bu duruma hemen müdahale etmemiştir. Tez danışmanı ile yapılan toplantı sonunda tasarımın ikinci uygulamasında çevrel çember merkezinin konumu ile ilgili daha erken açıklama yapılmasına bu durumun bir hatadan kaynaklanmadığının söylenmesine karar verildikten sonra 9C sınıfı ile uygulama yapılmıştır.

Ayrıca "Veri merkezi" GME problemi her iki sınıfta kolay anlaşılmış ve çözüm süreci önceki yardımcı elemanlarla çalışmanın getirdiği tecrübe ile daha kısa sürmüştür. Kenar orta dikme konusuna ait ders tasarım döngüsü Tablo 4.10. ile verilmiştir.

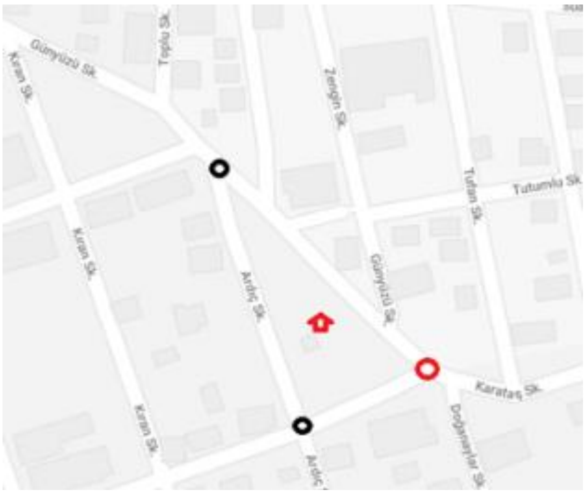
Tablo 4.10. *Kenar orta dikme konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model			Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**	**Müdahale**	**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Öğrencilere önceki derslerde dağıtılıp toplanan çalışma kağıtları tekrar verilmiştir. Üçgenin yardımcı elemanlarından işlenen açıortay ve kenarortay konuları tekrar edilmiştir. Bu yardımcı elemanların özellikleri tekrar edilmiştir. Veri merkezi problem ile ilgili genel açıklamalar ve öğrenci sorularının ardından öğrenciler Geogebra ve kâğıt kalem kullanımında serbest bırakıldı. Öğrenci cevapları ve varsayımları öğretmenin etkileşimli tahtada Geogebra ortamında ve beyaz tahtada çizimleri ve açıklamaları ile devam etti. Ders sonu hem problem cevabı hem de bulunan tüm ilişkiler beyaz tahtada tekrar belirtildi.	Veri merkezi problemi ile; i) Öğrencilerin problemin DGY ortamına aktarılması, ii) Oluşan üçgensel bölgenin köşelerine eşit uzaklıktaki noktanın DGY araçları ile belirlenmesi, iii) Bu noktanın özelliklerinin DGY araç özellikleri ile karşılaştırılarak incelenmesi iv) Bulunan noktanın genel özelliklerinin belirlenmesi beklenmektedir.	*Kenarortay dikmelerin kesişim noktalarının (çevrel çember merkezi) üçgenin dışında olabileceği ve bunun Geogebra veya öğrenciden kaynaklı bir hatadan kaynaklanmadığını sınıf ile paylaşma.	*Üçgende kenar orta dikmeler tek noktada kesişirler. *Kenar orta dikmelerin kesişim noktası çevrel çemberin merkezidir.  *Üçgenin çevrel çemberinin merkezinin konumu üçgenin çeşidine göre değişmektedir. 	Veri merkezi problemi ile; i) Öğrenciler problemi DGY ortamına aktarabilişlerdir. ii) kenar orta dikme aracı ile elde edilen noktanın çevrel çember merkezi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. iii) Kenar orta dikme merkezinin üçgensel bölgenin hangi kısmında yer aldığına ilişkin genellemeye ulaşılmıştır.	*Üç noktadan bir çember geçtiği Geogebra menüsü ile sezdirildi. *Merkezden atılan dik doğrunun kirişi iki parçaya bölmesi  *Bir çemberin orta noktasının bulunması *Muhteşem üçlünün ispatı  *Teğet parçaları eşit uzunluktadır

Kenar orta dikme konusuna ait GME problemi Eskişehir ilinin Batıkent mahallesi sokakları üzerinde gerçek harita görüntüsü ile öğrencilere verilmiştir. Problemi gören bir öğrenci problemin geçtiği yere çok yakın oturduğunu söylemiştir. Bir başka öğrenci ise gerçekten veri merkezinin bu bölgede olup olmadığını sormuştur. Bu öğrenci diyaloglarının sınıftaki diğer öğrencilerin probleme ilgisini arttırdığı görülmüştür.

Problem: Batıkent mahallesinde yer alan Günyüzü sokak, Ardıç sokak ve Karataş sokaklarının kesişim noktalarına yeni trafik gözlem kameraları ve kameraların veri merkezi olarak da bu köşelerden eşit uzaklıkta bulunan bir veri işlem merkezi yapılacaktır. Veri işlem merkezinin konulacağı noktanın belirlenmesi için nasıl bir yol izlenmelidir?

Veri işlem merkezinin yapılacağı yer ve gözlem kameralarını Geogebra ile modelleyerek aralarınki ilişkileri inceleyiniz



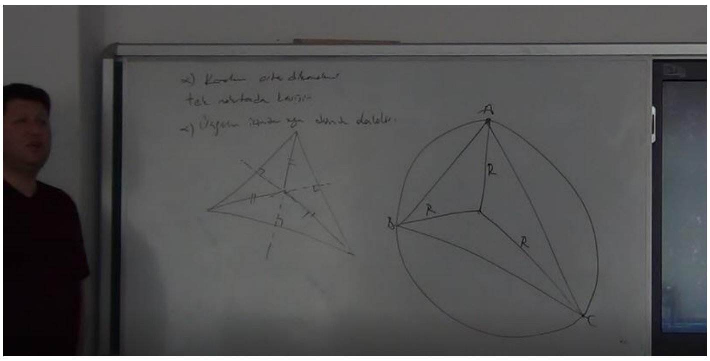
Görsel 4.25. *Veri merkezi GME problemi*

Öğrenciler veri merkezi problemini Geogebra ortamına aktarırken Geogebrada herhangi bir üçgende çizip, bu üçgende köşelere eşit uzaklıktaki noktayı bulmayı amaçlamışlardır. Öğrenciler bu noktayı bulurken tahmini sürüklemeler yapmak yerine Geogebra araçları ile deneme yaparak merkez nokta aramalarını yapmışlardır. Öğrencilerin Geogebra araçlarından ilk denedikleri araçların önceki problemlerde kullandıkları kenarortay ve açıortay aracı olduğu görülmüştür. Bu denemelerin sonuç vermediğini gören öğrenciler daha sonra kenar orta dikme denemesi yapmışlardır. Bir grup öğrenci ise problemde istenen merkez noktanın bir çember merkezi olabileceği yorumunu yaparak denemelerini bu yönde ilerletmişlerdir. Her iki yaklaşımda da istenen merkeze ulaşan öğrenciler merkez noktanın köşelere uzaklık ölçümünü yapmışlar daha sonra noktanın her üçgen için geçerliliğini koruduğunu göstermek amacı ile üçgenin sürükleme ile değiştirilmesindeki değişimlerini incelemişlerdir. Bu değişimlerde merkez noktanın köşelere eşit uzaklıkta olma şartını sağlamasına rağmen üçgensel bölgenin dışına çıktığını gören öğrenciler bu durumu yanlış çözüm olarak görmüşler veya anlamlandıramamışlardır. Daha önce çalışılan iç teğet çember merkezi ve ağırlık merkezlerinin üçgenin iç bölgesinde kaldığı halde bu merkezin üçgenin dış bölgesinde olması durumu öğrencilerin kendi işlemlerini sorgulamasına neden olmuştur. Bir öğrenci "ben yaptım ama her zaman üçgenin iç noktasında olmuyor" diyerek nerede hata yaptığını hatta uzaklığı başka bir şekilde alıp almadığını sorgulamıştır.

Bu konu üzerine sınıf tartışması yapılmıştır. Bir öğrenci bu tartışmada fikrini şu şekilde açıklamıştır.

> Öğretmen: Çevrel çemberin merkezi ne zaman dışarı çıkıyor? Ne zaman içeri giriyor? Ne zaman üçgenin üzerinde kalıyor?
>
> Öğrenci: Dar açılı üçgende içerde. Dik üçgende üzerinde. Geniş açılı üçgende dışarıda oluyor.

Bu tartışma sonunda çevrel çember merkezinin hangi durumlarda üçgenin iç bölgesinde hangi durumlarda üçgen üzerinde ve üçgenin dış bölgesinde olduğu Geogebra ortamında etkileşimli tahtada gösterilmiştir. Böylece merkezin bulunduğu yer ile üçgenin yapısı arasında bir ilişki kurulmuştur. Bu noktada Geogebra ve ölçme araçları üçgenin çeşidi ve çevrel çember merkezinin konumu arasındaki ilişkiyi görsel olarak görmeyi kolaylaştırmaktadır.

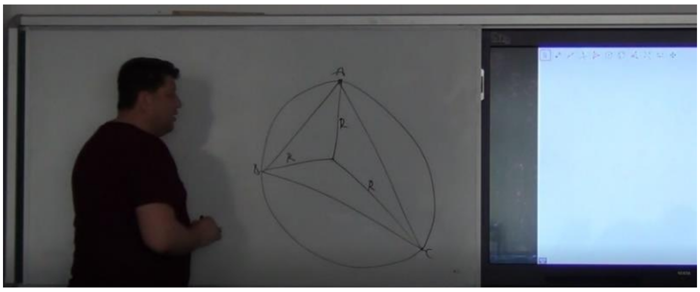


Görsel 4.26. *Veri merkezi problemi çevrel çember ve kenar orta dikme yaklaşımı*

Üçgenin köşelerine eşit uzaklıkta bir nokta bulma problemi her iki sınıfta da iki yaklaşımla çözülmüştür. Birinci yaklaşım çember yardımı ile gerçekleşmiştir. İkinci yaklaşımda ise daha önceki merkezler problemlerine benzer bir şekilde Geogebra ortamında yardımcı elemanların denenmesi ile gerçekleşmiştir. İkinci yaklaşım klasik tanım olan “bir üçgende kenar orta dikmelerin kesişim noktası çevrel çemberin merkezidir.” tanımına dayanmaktadır. İlk yaklaşım GME probleminin çözümünü hedefleyen ve öğrencilerin bu çözüm için temel eşit uzaklık bilgilerini probleme entegre edebilmeleri ile gerçekleşmiştir. Ayrıca çözüm için önerilen yaklaşımlardan birincisi sebep ikincisi ise sonuçtur. Daha açık söylemek gerekirse üç noktaya eşit uzaklık kavramı çember fikrini ortaya çıkarırken kenar orta dikmeler çemberin bir özelliğinin sonucudur. Bu özellik bir çemberde merkezden kirişe atılan dik kirişi iki eş parçaya böler ifadesidir.

Veri merkezi probleminin çözüm süreci her iki sınıfta da benzer şekilde ilerlemiştir. Problem, her iki sınıfta da yaklaşık beşer öğrenci tarafından iki yöntemle de çözülmüştür. Köşeleri eşit uzaklıkta bir nokta bulan öğrenci keşfettiği bu noktayı bulma sürecinde öğretmeni ile aşağıdaki diyalogları gerçekleştirmiştir.

Öğrenci K: tüm noktalardan geçen bir çember çizdim?
Öğretmen: tüm noktalardan kastın ne?
Öğrenci: üç noktadan. A, B ve C.
Öğretmen: A, B ve C noktalarından geçen bir çember çizebilir miyiz?
Sınıf: Evet.
Sınıf ve Öğretmen: Geogebrada öyle bir özellik var. Üç noktadan geçen çember diye bir özellik var.
Öğrenci K: daha sonra çemberin orta noktasını aldım.
Öğretmen: bu noktaya merkez diyelim mi? Böylece uzaklık yarıçap kadardır.



Görsel 4.27. *Öğrenci K’nın çözümü*

9E sınıfında ilk gelen cevap önerileri ağırlık merkezi ve açıortayların kesişim noktası/iç teğet çemberinin merkezi olmuştur. Daha sonra bir öğrenci ile aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Öğretmen: Başka cevap var mı?

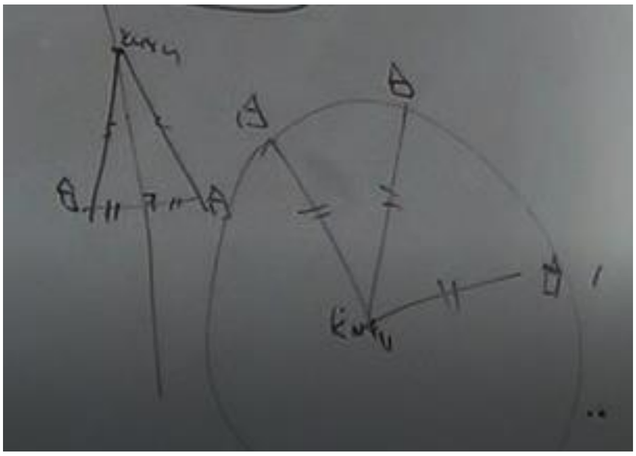
Öğrenci: Ben de kenar orta dikme aldım her kenar için. Kesiştikleri noktanın köşelere uzaklıkları eşit oldu ama dışarı çıktı.

Çözümü açıklama ve merkezin üçgenin dışına neden çıktığını göstermek için yeni bir GME problemi öğrencilere verilmiştir.

Öğretmen: Afrika da iki köye eşit uzaklıkta bir su kuyusu nerede olmalı.

Sınıf: İki köyün ortasında.

Öğretmen: Bu kuyunun kenar orta dikme üzerinde herhangi bir yerde alınabileceğini tahta da gösterdi. Üç köy için aynı problemi çizerek merkezin neden dışarıda kalabileceğini gösterdi.



Görsel 4.28. *Çevrel çember merkezinin üçgenin dışında bulunma durumu*

Sınıflarda hem çember hem de kenar orta dikme yaklaşımı beraber ele alındığında çember merkezinden atılan dik kirişi iki eşit parçaya böler sonucu ortaya çıkmıştır. Bu sonuç 11. sınıf matematik programı kazanım 11.5.1.1 ve 11.5.1.2 kazanımları için önemli ön öğrenmeleri içermektedir. Ayrıca öğrencilerin kavramlaştırmakta zorlandıkları çevrel çember - orta dikme ilişkisi kendiliğinden kurulmuş olmaktadır. Herhangi bir kalıp ezberlenmeden sadece öğrencide problemi çözme merakı ve bu merakı gidermede kullanacakları Geogebra aracı ile elde ettikleri ve üst sınıf bilgileri içeren bir ilişki öğrencilerin problemin çözümü için geliştirdikleri farklı bakış açıları ile kazanılmış olmaktadır.

4.4.4 Yükseklik konusu ders tasarım bulguları

Üçgenin yardımcı elemanlarından sonuncusu yüksekliktir. Bu konu için hazırlanan ders tasarımında kullanılan GME problemi ile öğrencilerden herhangi bir üçgende verilen cebirsel eşitliği sağlayacak noktanın konumunu tahmin etmeleri istenmiştir. Bu noktanın keşfinden sonra diğer noktalar ve yükseklik merkezinin inşa edildiği problemde öğrenciler Geogebra ortamında sürüklemeler yaparak veya bir fikir doğrultusunda denemeler yaparak çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Ders tasarımı her iki sınıfa bir ders saati uygulanmıştır. Hazırlanan GME problemi üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili önceki problemlerden farklı hazırlanmıştır. Bu problemde merkez ön plana alınmadan önce yükseklik kavramı hissettirilmeye çalışılmış daha sonra yükseklik merkezi ele alınmıştır. Ayrıca problemde yer alan cebirsel bir eşitliğin öğrencinin problemden çekinmesine veya problemden korkmasına neden olmasından endişe edilmiştir. Ancak ders tasarımının ilk uygulamasının yapıldığı 9E sınıfında ders tasarımı sorunsuz bir şekilde uygulanmıştır. Tez danışmanı ile yapılan toplantı sonrası ders sürecine probleme müdahale edilmesine gerek görülmemiştir. Ders tasarımı 9C sınıfı ile tekrar uygulanmıştır. Hazırlanan ders tasarımı mikro döngüsü Tablo 4.11. ile verilmiştir.

Tablo 4.11. *Yükseklik konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Öğrencilere ders başında çalışacakları GME problemlerinin olduğu etkinlik kağıtları dağıtılmıştır. Problem ile ilgili genel açıklamalar ve öğrenci sorularının ardından öğrenciler Geogebra ve kâğıt kalem kullanımında serbest bırakılmıştır. Öğrenci cevapları ve varsayımları öğretmenin etkileşimli tahtada Geogebra ortamında ve beyaz tahtada çizimleri ve açıklamaları ile devam etti. Problem çözümünden sonra Geogebrada yükseklik merkezi çizilmiş ve merkezin ve üçgenin konumları sınıf tartışması ile incelenmiştir.	Verilen problem ile; i) Öğrencilerden verilen cebirsel eşitliği sağlayacak noktayı bulmak için DGY ortamında üçgen çizmeleri, ii) Nokta ile ilgili varsayımda bulunabilmek için DGY araçlarından yararlanmaları, iii) Noktanın yapısı ile DGY aracı arasındaki ilişkileri incelemesi ve varsayımlarda bulunmaları beklenmektedir.	*Ders tasarımı için hazırlanan GME problemi başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Problemde veya ders sürecinde herhangi bir müdahaleye gerek duyulmamıştır.	* Üçgende herhangi bir tabana atılan dik ile oluşan cebirsel eşitlikler gösterilmiştir. *Üçgende yüksekliklerin daima tek noktada kesiştiği görülmüştür. *Yükseklik merkezinin hangi koşullarda üçgenin iç bölgesine, dış bölgesine veya üzerinde bulunduğu belirlenmiştir. * Geniş açılı üçgenlerde yükseklik merkezinin geniş açının arkasında yer aldığı belirlenmiştir.	Verilen problem ile; i) Öğrenciler verilen cebirsel eşitliği sağlayacak noktayı bulmak için DGY ortamında üçgen çizimleri yapmışlardır. ii) İkizkenar üçgen, dik üçgen ve eşkenar üçgen için eşitliği sağlayan nokta tespit edilmiştir. iii) Çeşitkenar bir üçgen için uygun DGY aracı öğrencilerin geneli tarafından belirlenememiş ve öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyulmuştur. iv) Diklik merkezi konumu ile ilgili genellemeler öğrenciler tarafından başarılı bir şekilde yapılmıştır.	* Yükseklik merkezinin geniş açılı üçgenlerde üçgen dışına düşmesi ile bu üçgenlerin alanlarının hesaplamasında üçgen dışına yükseklik çizebilme davranışı geliştirilmiştir. *GME probleminde seçilen üçgen ikizkenar ve eşkenar üçgen olduğunda açıortay ve kenarortay kesim noktaları da verilen eşitliği sağlamaktadır. Eğer seçilen üçgen dik üçgen olursa problemde verilen eşitlik Pisagor teoremine göre sağlanmaktadır.

Problem: Bir ABC üçgeninde BC kenarı üzerinde bir D noktası alınıyor.

$$|AB|^2 - |AC|^2 = |BD|^2 - |DC|^2$$

eşitliği sağlandığına göre D noktası konumu için ne söylenebilir?

Verilen eşitliği sağlayacak AB kenarı üzerinde E, AC kenarı üzerinde F noktaları verildiğinde. AD, CE ve BF doğru parçaları için ne söylenebilir?

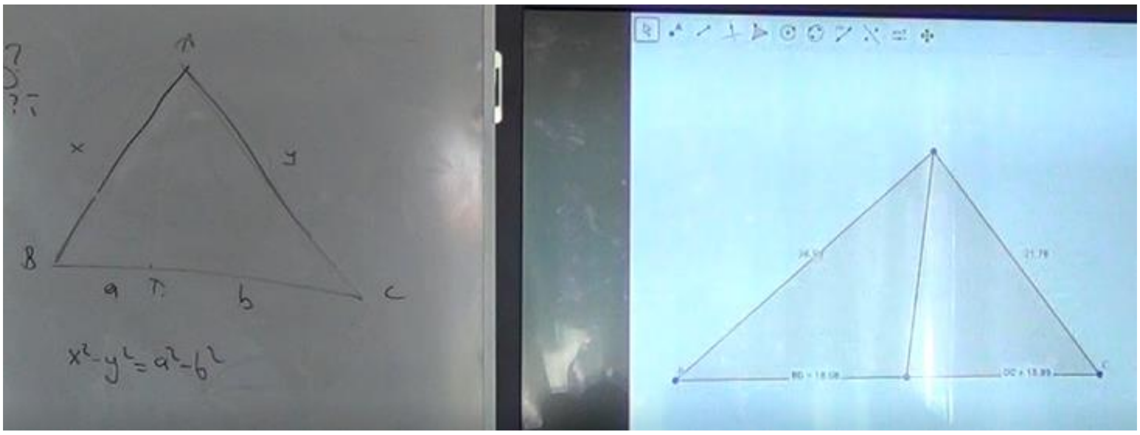
Problemdeki eşitlik çalışma kağıtlarıyla öğrencilere verilmiştir. Öğretmen problemi önce beyaz tahtada sınıfın yönlendirmesi ile taslak olarak çizmiştir. Beyaz tahtada yapılan çizim öğrenciler tarafından Geogebra ortamına aktarılmış ve varsayımları sınıf ortamında tartışılmıştır. Öğrenciler süreçte buldukları ondalıklı sayıların karelerini almak ve eşitliği kontrol etmek için hesap makinesini kullanmışlardır.

Bu problem çözümü süreci önceki problemlerden farklı olmuştur. Herhangi bir merkez aramayan öğrenciler Geogebrayı nasıl kullanacaklarına karar verememişlerdir. Bu nedenle önceki GME problemi çözüm süreçlerindeki kadar fazla varsayım üretememişlerdir. Problemi kâğıt kalem ortamında çözen öğrenciler olmasına rağmen her iki sınıf genelinde de Geogebra başta aktif kullanılamamıştır.

9C sınıfı öğrencilerin çözüm önerileri ve varsayımlarından bazıları ve sınıftan gelen itirazlar şunlardır.

> İkizkenar üçgende orta nokta (sınıfın geneli tarafından düşünüldü. Genel çözüm olmadığı için kabul edilmedi.)
>
> Eğer orada y kenarı daha uzunsa D noktası B ye daha yakın olur. Eğer daha uzun olursa C'ye daha yakın oluyor.
>
> D noktasının B veya C noktası olarak alınabilir. (Sınıf: eşitlik sağlamıyor)
>
> Açıortayın kestiği nokta olamaz. (İhtimalleri elemek için söyledi.)
>
> D noktası orta dikme olabilir (sınıfı itiraz etti)

9E sınıfı öğrenciler varsayım süreçleri incelendiğinde Geogebradan yararlanamasalar da önceki Geogebra tecrübelerini kullanarak problemi analiz etmeye çalıştıkları görülmektedir. Geogebra araçları bu bağlamda ne olduğu değil ne olmadığı konusunda öğrencilere fikir vermektedir.



Görsel 4.29. *Yükseklik problemi beyaz ve etkileşimli tahta görselleri*

9E sınıfında problem öğretmen tarafından önce beyaz tahtaya çizilmiştir. Problem durumu etkileşimli tahtaya taşınırken öğretmen üçgeni ve tabanda herhangi bir noktayı D noktası olarak aldıktan sonra aşağıdaki sınıf diyalogları gelişmiştir.

> Öğretmen: Hiç A noktası ile D noktasını birleştirmeyi düşündünüz mü?
>
> Sınıf: Evet. Yaptık.
>
> Öğrenci A: ben de yaptım ama bir şey çıkmadı
>
> Öğrenci B: ben orda her şeyi yazdım ama bir şey çıkmıyor.
>
> Öğrenci C: Hocam peki o doğru (AD), [BC]'ye dik mi?
>
> Öğretmen: Bilmiyorum. Sen Söyle.
>
> Öğrenci C: Dik olma durumunda bulabiliriz bence.
>
> Öğrenci A: herhangi bir nokta da diyor ama
>
> ….

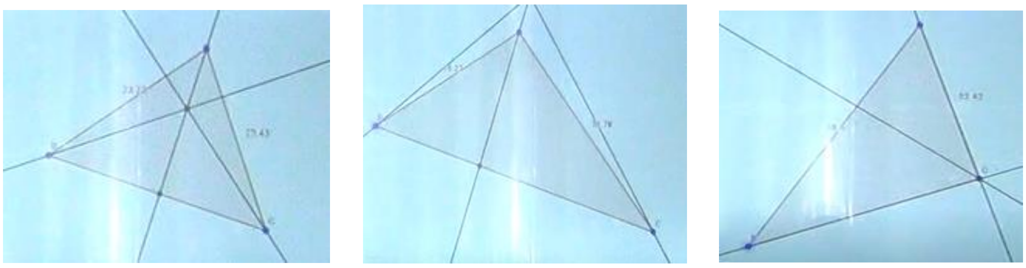
Yaşanan diyaloglar üzerine |AD|'nin |BC|'ye dik olma durumu Pisagor teoremi ile kontrol edilerek eşitliğin sağlandığı görülmüştür. Böyle bir eşitliğin sadece diklik şartına bağlı olması öğrencileri çok şaşırtmıştır. Bazı öğrenciler "olmaz öyle şey", "vay canına", "cidden mi?" şeklinde söylemleri ile şaşırmalarını dile getirmişlerdir.

İkinci uygulamanın yapıldığı 9C sınıfında problem çözüm süreci 9E ile benzer şekilde olmuştur. Problemi klasik yolla çözen öğrenciler D noktasında diklik olması gerektiğini belirtmişler ve Pisagor teoremini kullanarak verilen eşitliğin sağlandığını göstermişlerdir. 9C sınıfında bu çözümden sonra Geogebra denemeleri gerçekleşmiştir. Problem çözümü gerçekleştirildikten sonra 9C sınıfından bir öğrenci "bu kadar kolay olmaması lazım?" şeklinde çözüme olan şaşkınlığını dile getirmiştir.

Problemin birinci bölümü bittikten sonra ikinci kısım için diğer yüksekliklerin de herhangi bir üçgen için çizilmesine ve incelenmesine geçilmiştir. Yüksekliklerin tek noktada kesiştiğini gören öğrenciler bu noktanın daima üçgenin iç bölgesinde olmadığını da sürükleme yaparak görmüşlerdir. Öğretmenin "peki ne zaman üçgenin içinde ne zaman üçgenin üzerinde ne zaman üçgenin dışında oluyor?" sorusuna 9E ve 9C sınıfı doğru cevap vermiştir. Sözel olarak yükseklik merkezini söylemede zorlanan bir öğrenci ile aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

> Öğrenci: Dik açı olduğunda (yükseklik merkezi) hipotenüsün üzerinde
> Öğretmen: Orda bir karışıklık oldu ama. Bir daha tekrar eder misin? anlamadım herhalde.
> Öğrenci: Bir dakika kendim (tablet ile) deneyebilir miyim?
> Öğrenci: (tableti ile üçgeni sürüklemeler yaparak) Darda sanırım içinde. Genişte dışında ve dikte şu iki kenarın aşağıdaki kenarın (Dik açının bulunduğu köşe) üzerinde oluyor.

Diyalogda da görüldüğü gibi öğrencinin varsayımında hata olmasına rağmen Geogebra ortamında sürükleme yaparak eş zamanlı bir şekilde yükseklik merkezi ve üçgen çeşidi arasında genelleme yapabilmiştir. Öğrenci yaşamış olduğu süreçte Geogebra ortamında çalışmayı benimsemiş ve teknoloji kullanımı geometri yaşantısına entegre edebilmiştir. Bu diyalog ayrıca norm bulgularında tekrar tartışılacaktır.



Görsel 4.30. *Yükseklik merkezinin üçgendeki konumu etkileşimli tahta görselleri*

4.4.5. Norm bulguları

Üçgende yardımcı elemanlar ders tasarım bulguları bütüncül olarak ele alındığında "Emin olmadan bir çözümü paylaşmak" sosyal normunun her iki sınıfta da görülmesinde azalma olmasına rağmen devam eden bir davranış olduğu söylenebilir. Kenarortay yardımcı elemanı konusunda öğrencilerden ağırlık merkezinin kenarortay üzerindeki konumunu araştırmaları istenmiştir. Bir öğrenci köşelerin ağırlık merkezine uzaklıkları toplamının, kenarların ağırlık merkezine uzaklıkları toplamının iki katı olduğunu fark etmiştir. Bunu sınıf ortamında söylemesi ile bir başka öğrenci hemen itiraz etmiştir. İtiraz eden öğrenci tabletindeki şekilde ölçmeleri çok hızlı ve yüksek sesle yapıp "aaa doğru" demiştir. Diğer sınıf arkadaşları da bu durumu "doğru" kelimeleri ile onaylamış ve bu varsayım sınıf için bir kural olarak yazılı olmayan şartları yani sınıfın kabulünü sağlamıştır. Öğrencinin bulduğu bu kural diğer öğrenciler içinde bir dikkat toplama ve mücadele etme ortamı oluşturmuştur. Bu ortamda bir başka öğrenci ağırlık merkezinin kenarortayı 2/1 oranında böldüğünü söylemiştir. Bu ve benzeri durumlarda gerçekleşen sınıf içi diyaloglar Geogebra ortamının sınıfın sosyal ve sosyomatematiksel normlarını nasıl etkilediğinin örneklerini oluşturmaktadır.

Bu davranışın azalmasında iki önemli faktör vardır birincisi araştırmacı öğretmeninin öğrenci fikirlerini sorgulaması ve öğrencilerden fikirlerine dayanak göstermelerini istemeleridir. İkincisi ise öğrencinin probleme dair fikrini öğretmen onayı yerine Geogebra onayına göre devam ettirmesi yani basit ölçümler ile fikrini olgunlaştırma veya değiştirme imkânı bulmasıdır.

Üçgenin yardımcı elemanlarının her biri düzlemde tek bir noktada kesişmektedir. Bu ortak durum hazırlanan GME problemlerinin de çıkış noktası olmuş ve sürecin sonunda dört yardımcı elemanın her birinin kesişiminim bir özel noktayı belirttiği fikri öğrencilerde yerleştirilmeye çalışılmıştır. Bu merkez noktalardan açıortay ve kenarortay merkezleri daima üçgenin iç bölgesinde yükseklik ve kenar orta dikme merkezleri ise üçgenin açı çeşidine göre içinde, üzerinde veya dışında kalmıştır. Varılan tüm bu sonuçlar her iki sınıfta da başarılı bir süreç sonunda elde edilmiştir. Böylece hazırlanan ders tasarımı uygulama süreçlerinde “Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak”, “Alternatif bir matematiksel çözüm önermek”, “Matematiksel problemleri indirgeme” ve “Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama” sosyomatematiksel normları belirgin olarak görülmüştür.

Araştırma sürecinde sınıflarda yeni davranış olarak belirlenen ve takibe alınan “Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi” davranışı hazırlanan 4 ders tasarımında da gözlemlenmemiştir. Fakat sonraki derslerde gözlemlenip sonuç bölümünde tartışması yapılacaktır.

Üçgenin yardımcı elemanları konusuna ait ders tasarımlarında 4 GME problemi ve bir rutin problem ile çalışılmıştır. Her iki sınıftaki öğrencilerde tüm GME problemlerini Geogebra ortamına aktarabilmiş ve rutin kenarortay probleminin çözümünde bazı öğrencilerin problemi Geogebra ile çözmeyi denedikleri görülmüştür. Bu sınıf davranışları “Problemi DGY ortamına aktarma” davranışının norm olabileceğini güçlendirmektedir.

Yeni norm olabileceği düşünülen ve takibe alınan bir başka davranış ise “Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması ”davranışıdır. Ders tasarımları uygulama sürecinde öğrenciler verilen GME problemlerinin tamamını Geogebra ortamına aktarmış ve bu programda yer alan Dik Doğru, Paralel Doğru, Orta Dikme, Açı Ortay, Merkez ve Nokta ile Çember, Üç Noktadan Geçen Çember ve ölçme araçlarından Açı, Uzaklık veya Uzunluk, Alan sekmelerini problemlerin çözümünün bir parçası veya tamamı için kullanmışlardır. Öğrencilerin tablet ve telefonları ile yaptıkları çözümleri ders öğretmeni ve arkadaşları ile paylaşmışlardır. Böylece yeni davranış olduğu düşünülen “Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması” davranışını her iki sınıfta da tekrar ortaya çıkmıştır.

Üçgenin yardımcı elemanları konusunda verilen GME problemlerinin çözümünde Geogebra ortamında sürükleme hareketi anahtar bir rol oynamıştır. Öğrenciler önce problemin çözümü için gerekli merkez noktaları tahmin edebilmek için sürüklemeler yapmışlar ve merkezin olası bölgesini seçmişlerdir. Sürüklemenin asıl önemi ise nokta seçiminden sonra ortaya çıkmıştır. Yardımcı elemanların kesişimi ile bulunan noktalar üçgenin kenarlarının sürüklenmesi ile hareket etmiş ve üçgen ve merkez hakkında fikir sahibi olunmasını sağlamıştır. Bu fikirler yükseklik merkezi ve kenar orta dikme merkezinde olduğu gibi öğrencilerin kendi ifadeleri ile sınıf ortamında paylaşılmış ve tartışılmıştır. Problem çözümünde elde edilen bu davranış biçimi “DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması” davranışının güçlü bir şekilde ortaya çıkması anlamındadır.

Kenar orta dikme konusunda verilen GME probleminin çözümünde her iki sınıf öğrencileri de iki farklı strateji belirlemiş ve problemi iki farklı şekilde çözmüşlerdir. Bu stratejilerden biri kenar orta dikme aracını kullanma diğeri ise üç noktadan geçen çember aracını kullanma şeklinde olmuştur. Öğrencilerin bu stratejileri sadece problemi çözme stratejisi değil problem çözümde hangi Geogebra aracı kullanılmalı şeklinde de gelişmiştir. Öğrenciler eşit uzaklık kavramını sadece doğru parçasının orta noktası olarak değil bir çemberde merkeze uzaklık olarak da düşünmeye başlamışlardır. Bu strateji hem çevrel çember hem de iç teğet çember kavramları ile pekiştirilmiştir. Bu öğrenci davranışları “Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması” davranışının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Dört alt başlıkta ele alınan üçgende yardımcı elemanlar konusunda ortaya çıkan normlar ile ilgili bulgular Tablo 4.12. de gösterilmiştir.

Tablo 4.12. *Normlar*

Üçgenin Yardımcı Elemanları	**Sosyal Normlar**	**Gösterge**	**9C**	**9E**
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak	GME problemlerinin çözümünde hangi yardımcı elemanın kullanılacağına dair öğrenci fikirleri	✓	✓
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Aynı varsayımlarda bulunma ve arkadaşının varsayımından etkilenme	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	Arkadaşının örneğindeki verileri kendi mantığı ile denemek, arkadaşına itiraz etme	✓	✓
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Çevrel çember ve yükseklik merkezlerini hangi durumda üçgenin iç bölgesinde, üzerinde veya dış bölgesinde olduğunu sorgulamak. Ağırlık merkezi ve iç teğet çember merkezinin her üçgen için üçgenin iç bölgesinde kaldığını sorgulamak.	✓	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Veri merkezi GMÊ problemini kenar orta dikeme ve çevrel çember yardımı ile alternatifli çözümler üretme.	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme	Üçgende yardımcı elemanların kesişim noktalarını önce özel üçgenlerde deneme. Metal levha probleminde levhayı önce ikiye bölme sonra üç eş alanı hesaplama.	✓	✓
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	Üçgenin yardımcı elemanlarının daima bir noktada kesişmesi. İç teğet çember merkezi ve ağırlık merkezinin daima üçgenin iç bölgesinde kalması. Ağırlık merkezinin kenar ortayı belli bir oranda bölmesi (ölçme yaparak görüldü) Üçgen çeşidine göre çevrel çember merkezinin ve diklik merkezinin konumunun değişmesi	✓	✓

Tablo 4.12. *Normlar(devamı)*

Üçgenin Yardımcı Elemanları	**Yeni Davranışlar**	**Gösterge**	**9C**	**9E**
	Problemi DGY ortamına aktarma	Üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili tasarlanan tüm GME problemlerinin Geogebraya aktarılması Kenarortay rutin problemini Geogebra ortamına aktarma	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	Öğrencilerin yardımcı elemanların merkezlerini ve verilen GME problemlerini çözmesi	✓	✓
	Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması	Çevrel çemberi çizmek için Geogebrada üç noktadan geçen çember aracını neden kullandığını açıklama. Veri merkezi probleminin çözümünde neden orta nokta kullandığını açıklama	✓	✓
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması	Üçgenin köşelerini sürükleyerek yardımcı elemanların kesişim noktalarının üçgenin açısal çeşidine göre konumu bulma ve söyleme	✓	✓
	Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi		✗	✗
	Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması	Veri merkezi probleminin çözümünde kenar orta dikme ve çember stratejileri. Yükseklik merkezinde eşitliğin diklik ile sağlanması	✓	✓

4.5. Eşlik Konusu Araştırma Bulguları

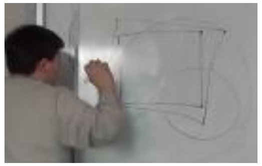
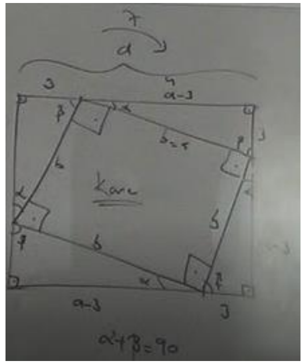
Eşlik konusu ders tasarımında matematik dersi öğretim programında yer alan 9.5.3.1. İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir kazanımı doğrultusunda hazırlanan iki GME tabanlı problem ve bir klasik problem ile ele alınmıştır. Çalışma 9C ve 9E sınıflarına ikişer ders saati süresinde uygulanmış ve dersler kayıt altına alınmıştır. Problemler etkileşimli tahta aracılığıyla öğrencilere sunulmuştur. Problemlere ait herhangi bir görsel verilmemiş görsellerin öğrenciler tarafından oluşturulması istenmiştir. GME problemlerinden birincisi "kare içinde kare" problemi ile öğrencilerden problemde verilen yönergeler doğrultusunda Geogebra veya kâğıt kalem ile bir oluşum yapması istenmiştir. İkinci GME problemi olan "Ayşe'nin masa örtüsü" probleminde ise öğrencilerden ilk problemin tam tersine eş yapılardan karesel bir bölge oluşturmaları istenmiştir. Ders tasarımında kullanılan son örnek klasik bir eşlik problemidir. Problem görseli ile beraber verilmiştir. Bu problem klasik bir problem olarak ders kaynakları ve yardımcı kaynaklarda karşılaşılabilecek bir problemdir. Bu problemin çözümü hem şekil üzerinde klasik yöntemler ile hem de problem Geogebra ortamına taşınarak çözülmüştür.

4.5.1. Ders tasarım bulguları

Eşlik konusu ders tasarımı ilk olarak 9E sınıfı ile uygulanmıştır. Tez danışmanı ile yapılan toplantı sonrası ders tasarımı 9C sınıfına uygulanmıştır. Toplantı sonunda tasarıma iki müdahalenin yapılmasına karar verilmiştir. Yapılan ilk müdahale ile kare içinde kare probleminin çözümüne hemen geçilmemesine önce problemde verilen yönergelerinin sınıfın tamamının Geogebra ortamında uygulamasına karar verilmiştir. Bu müdahale ile problemin içinde verilen bir çizim yönergesinin problemin hikayesinde çizimi yapacak karakter tarafından nasıl çizildiğini anlamaları sağlanmaya çalışılmıştır. Problemde yer alan çizimi yapan öğrenciler hem problemi daha iyi anlayacaklar hem de birbirine benzer yapı çizimini informal olarak görmüş olacaklardır.

Ders tasarımındaki ikinci müdahalede ise kare içinde kare probleminin ikinci bölümünde yer alan "Eşkenar üçgen içine eşkenar üçgen çizmek için benzer bir yöntemi tasarlayınız." kısmını genişleterek düzgün beşgen ve düzgün altıgen içinde uygulanmasına karar verilmiştir. Bu uygulamada sınıf üç guruba ayrılarak her bir guruba bir örnek çalışma yapma fırsatı sağlanmıştır. Üç gurubun çalışmasından sonra eş yapılar içinde eş yapı oluşturmak için yapılması gerekenler genellenmiştir. Eşlik konusu ders tasarımına ait mikro döngü tablosu Tablo 4.13. ile verilmiştir.

Tablo 4.13. *Eşlik konusu mikro döngüsü*

Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Konu 2 tanesi GME problemi olan 3 eşlik sorusu ile işlenmiştir. Problemler beyaz ve etkileşimli tahtalarda görselleştirilmiştir. Problemler temel eşlik bilgilerini kullanma ve bu bilgileri yorumlayarak eşlik teoremlerini sembolik ifade etmeye dayandırılmıştır. Problemlerin tamamının Geogebra ortamına taşınması ve gerekli varsayımları üretmesi için rehberlik yapılmıştır.	Kare içinde Kare problemi ile, i) Öğrencilerden problemi yönergelere uygun olarak DGY ortamına aktarmaları, ii) Ölçmeler ile eş yapıları belirlemeleri iii) Eşliklerin oluşma nedenlerini tartışmaları beklenmektedir. Masa Örtüsü problemi ile; i) Öğrencilerden eş yapıları kullanarak bir kare inşa etmeleri, ii) Elde edilen kareyi DGY ortamına taşıyarak kare oluşum nedenleri açıklamaları beklenmektedir.	* İlk problemde önce kare içerisinde kare çalışması tüm sınıf katılımı ile Geogebrada yapılmıştır. Problem durumuna sonra geçilmiştir. *İlk problemin ikinci kısmında eşkenar üçgen ile sınırlı kalınmamıştır. Sınıf üç gruba ayrılarak düzgün beşgen ve düzgün altıgen ile de aynı işlemler uygulanmıştır.	*Belirlenen amaçların öğretimi gerçekleşmiştir. * Her iki sınıfta da eş yapılar oluşturmak için gerekli bilgiler kullanılabilmiştir. *Düzgün çokgenlerde eş üçgenler oluşturma çalışması ile tüm düzgün çokgenlerin benzerlerinin inşası yapılmıştır. İnşalarda iki öğrenci sunulandan farklı iki yöntem geliştirmiş ve uygulamışlardır.  	Kare içinde Kare problemi ile, i) Öğrenciler problemi yönergelere uygun olarak DGY ortamına aktarmışlarıdır. ii) Eş yapıları dönme, öteleme ve simetri kavramları ile açıklayabilmişlerdir. Masa Örtüsü problemi ile; i) Öğrencilerden eş yapıları kullanarak bir kare inşa etmekte zorlanmışlar ve öğretmen rehberliğine ihtiyaç duymuşlardır. ii) Elde edilen kare DGY ortamına taşınmış ve kare oluşum nedenleri belirlenmiştir.	* Ortaokul bilgileri ile eş yapıları bilen ve tanıyan öğrenciler düzgün çokgenlerde eş yapılar oluşturmuşlar ve oluşan eş yapıların eşlik nedenleri açıklamışlardır. * Bu yapıların inşasında öğrenciler Geogebra döndürme var öteleme ile çalışma imkânı bulmuştur. *Eşlik konuunda sunulan GME problemleri ile benzer çokgenlerin inşası için ön öğrenme gerçekleşmiştir. 

Eşlik konusu ders tasarımında ilk GME problemi olan kare içinde kare problemi aşağıda verilmiştir.

Problem: Mesut arkadaşı Kenan'a bir kenarı 7 cm olan karesel bölgenin içine bir kenarı 5 cm olan bir kareyi çizmek için bir yöntem bulduğunu söylüyor. Mesut bulduğu yöntemi aşağıdaki işlem basamakları ile arkadaşına şu şekilde açıklıyor;

I. Karenin bir köşesinden başlayarak saat yönünde her köşeden 3 cm uzaktaki kare üzerindeki noktayı işaretle

II. İşaretli noktaları cetvel ile birleştir ve oluşan şeklin kenar ve açılarını ölç.

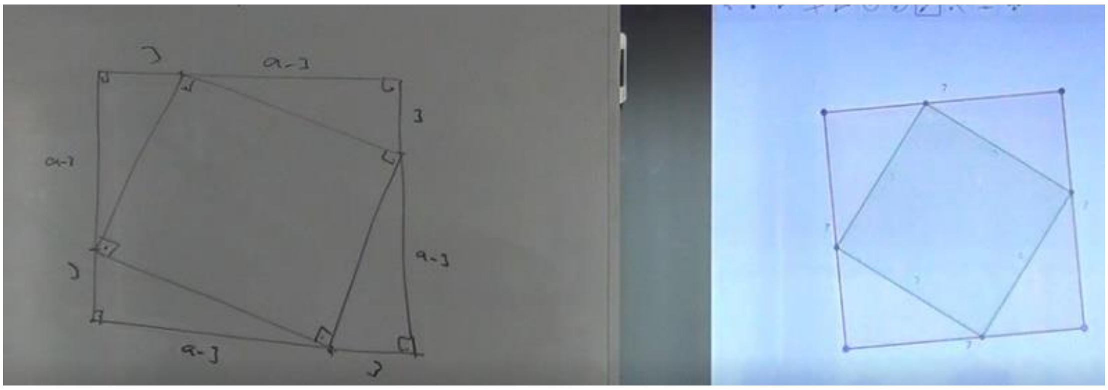
Kenan arkadaşının bulduğu yöntemi akşam evde denemeye karar veriyor fakat 3cm uzaklığı yanlış hatırlayarak 4 cm alıyor. Buna göre Kenan'ın çizmesi gereken şekil ile çizdiği şekil arasında nasıl bir farklılık vardır? Nedenleri ile tartışınız.

Eşkenar üçgen içine eşkenar üçgen çizmek için benzer bir yöntemi tasarlayınız.

Öğrenciler Geogebra ortamında düzgün çokgenler sekmesi yardımı ile 7 birim uzunluğunda kare çizmişler ve diğer yönergeleri uygulamaya başlamışlardır. Kare üzerinde 3 birim hesaplamak için yarıçapı belli çember aracı kullanılmıştır. Öğrenciler kare içerisinde Pisagor bağıntısı ile hesapladıkları 5 birim uzunluğunda kareyi çizebilmişlerdir.

Öğretmen ilk görevi tamamlayan öğrencilerden Geogebra ortamında uzunluğu belli olmayan bir kare için aynı uygulamayı yapmalarını istemiştir. Öğrenciler aldıkları kare için uzunluk verisi girmeden önceki işlemleri tekrarlamışlardır. Bu ikinci uygulama da her iki sınıf tarafından yapılabilmiştir. İkinci uygulama ile öğrenciler kenar uzunlukları tam sayı olmayan dik üçgenlerle çalışmışlardır. Bu durum öğrencileri eş dik üçgenleri görmeleri için genel bir açı değerlendirmesi ve bununla birlikte bir eşlik aksiyomu kullanmaya itmiştir. Bu da ders tasarımda en önemli amaç olan kazanımın gerçekleşmesine yani öğrencilerin oluşan üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirmelerine neden olmuştur. Ders, eş olma şartlarının tartışılması ile devam etmiştir.

Görsel 4.31. ile ders esnasında beyaz tahta ve etkileşimli tahta görüntüsünde kare içinde kare problemi görseli ve altında bu öğrencinin kare içinde kare etkinliğinde ikinci durum için açıklaması yer almaktadır.



Görsel 4.31. *Kare içinde kare problemi beyaz ve etkileşimli tahta görselleri*

Öğretmen: Neden her seferinde kare çıkıyor. Herkes farklı bir kare ile çalıştı?

Öğrenci: Çünkü a-3, a-3, a-3 yaptık. 3-4-5 demiştik orda. Burada da a ve a-3 var Diğerlerinde de Pisagor yapınca hipotenüsleri eşit oluyor.

Öğretmen: Kenarların eşit olması hipotenüslerin eşit olması anlamına mı geliyor?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Yani dört tane dik üçgen …

Sınıf: Eş

….

Öğretmen: Bir üçgene eş bir üçgen nasıl oluşturulur?

Öğrenci A: Yansıma

Öğrenci B: Simetri

Öğrenci B: Döndürme

Öğrenci C: Taşıma, öteleme

Bu cevaplardan sonra tahtadaki şekilde dik üçgenlerin her 90 derecelik dönmeler sonucu eş olduğu sınıf tarafından keşfedilmiştir. Bu problemde elde edilen eş üçgenlerin kenar-açı-kenar (K.A.K.) ilişkisi içinde olduğu belirtilmiştir. Bu eşlik ilişkisinin aynı üçgenler elde etmek için bir yol olduğu söylenmiştir.

Kare içinde kare problemi çözüm sürecinde sınıf içi tartışmalardan sonra her iki sınıftan problem ile ilgili öğrenci varsayımları aşağıdaki gibi oluşmuştur.

Yanlış uzunlukta alınsa oluşan dik üçgenler eş olur.

Beta daha büyükse eğer beta-alfa derece dönerek içinde kare oluşturur.

3-4-5 üçgeni korunur

Sadece (orijinal şeklin) döndürülmüş halini buluruz

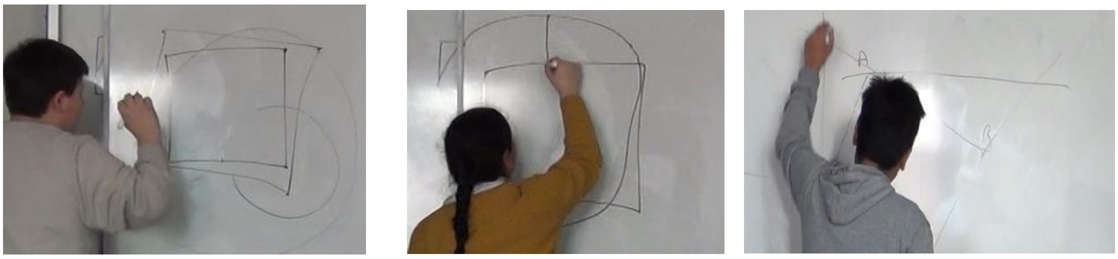
Yansımış halidir

Simetriği

270 derece döndürülmüş

Bu varsayımlar sınıf ortamında teker teker değerlendirilmiş ve orijinal şekil ile yanlış çizilen şeklin simetrik olduğu bilgisine her iki sınıfta da ulaşılmıştır. Böylece problemin doğru cevabına ulaşılmıştır.

Eşlik konusu ile çalışmalarda 9E sınıfından bir öğrenci problemi geliştirmek istemiş ve kare içerinde kare oluşturma probleminden yola çıkarak 7 birim kenar uzunluğundaki bir karenin dışına nasıl bir kare çizebiliriz sorusunu sormuştur. 9C sınıfından bir öğrenci de karenin dışına bir kare çizme yöntemini tahtada paylaşmıştır. Her iki öğrencinin merak ettiği bu problem ders tasarımının ikinci GME probleminde öğrencilerden istenilen ile aynı mantığa dayanmaktadır. Görsel 4.32. deki ilk iki görüntü 9E sınıfı öğrencilerinin sınıf arkadaşlarından sorusuna getirdiği çözümü son görüntü ise 9C sınıfı öğrencisinin benzer şekilde kare dışına kare çizme yöntemini göstermektedir. Ayrıca 9E sınıfı öğrencileri ile çizim aşamasında aşağıdaki diyaloglar yaşanmıştır.



Görsel 4.32. *Kare dışına kare çizme öğrenci denemeleri*

Öğrenci A: Ben önce rastgele 8 birimlik bir kare aldım. Sonra her bir köşeden 1 birim daha büyük Bir çember aldım. Hepsi bir birim dışarı geldi normal olması gerektiği yerden. Noktaları birleştirdiğimde

Öğretmen: O noktaları nasıl seçtin? Kenarları mı uzattın?

Öğrenci A :(Geogebrada) karesel düzlemi açtım. Daha kolay olsun diye. Aynı hizada olacağı için.

Öğretmen: Yani (dış kare) hiç değmedi. İçinde kaldı.

Öğrenci: yaptığı şekilde eş üçgenleri gösterdi. Kenarları10,2 çıkıyor. Yine kare oldu.

Öğretmen: Farklı bir çözüm var mı?

Öğrenci B: Her birine 9 birimlik daireler çizdim. Her daire bir noktada kesişiyor

Öğretmen: İkişer ikişer

Öğretmen: Kareler birbirine değdi mi?

Öğrenci B: Hayır.

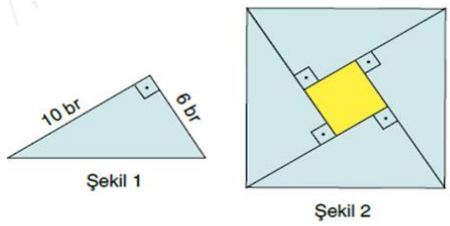
Öğrenci: Ben o kesişen noktaları birleştirdiğim zaman ortaya üç tane kare çıktı ve hepsini uzattığım zaman da eş üçgenler çıkıyor.

Yaşanan diyaloglardan da görüldüğü gibi öğrenciler sadece arkadaşlarının sorusunu ciddiye alarak çözüm geliştirmekle kalmamışlar, Geogebranın farklı özelliklerini de yeni problemi çözmek amacı ile kullanabilmişlerdir. Öğrenciler çalışmanın başından bu yana sınıf arkadaşlarının çalışılan problem veya etkinlikte söylediklerine daha fazla matematiksel anlam yüklemektedirler. Öğrencilerin özellikle arkadaşlarından gelen fikirleri dikkatlice dinlemesi ve değer vererek doğruluğunu araştırması çok önemlidir. Bu davranış araştırma öncesi matematiksel derslerinde sadece verilen cevabın doğru veya yanlış olması ile sınırlı iken araştırma boyunca artan bir şekilde öğrenciler birbirlerinin varsayımlarını Geogebra ile kontrol etme, farklı bakış açıları getirme gayretine girmişlerdir.

Eşlik konusunda ikinci GME problemi olan "Ayşe'nin masa örtüsü" ile öğrencilerden eş dik üçgenler yardımı ile bir kare oluşturmaları istenmiştir. Bu oluşum için bir kenar uzunluğu dik üçgenin hipotenüs uzunluğuna eşit bir kare çizilerek şeklin iç ve dış kısmında birer kare meydana getirilmiştir.

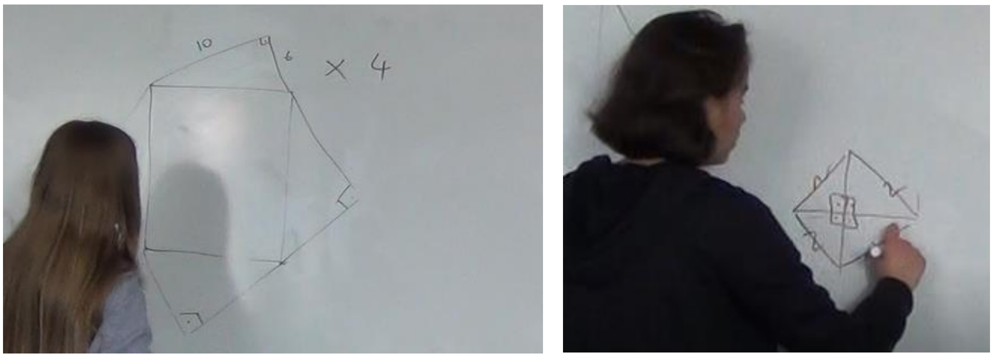
Problem: Ayşe, malzeme tasarımı dersi için dik kenarları 6 ve 10 cm uzunluğundaki dört dik üçgen levhalar ile karesel bölge elde etmek istiyor. Bu karesel bölgenin bir kenar uzunluğu olarak dik üçgen levhanın uzun kenarı kullanılacaktır.

• Ayşe'nin tasarladığı kareyi kaplamak için bir kenarı 12 cm olan kare şeklindeki örtüyü kullanmak istiyor. Ayşe' nin kullanacağı örtü yeterli midir? Araştırınız.



Şekil 4.8. *Ayşe'nin masa örtüsü GME problemi*

Bu problem ile öğrencilerin yapıların dönme, simetri ve öteleme ile eşlerini oluşturabilme bilgilerini kullanmaları hedeflenmiştir. Eş yapılarla ilgili ortaokul bilgilerini doğru hatırlayan öğrenciler kare içinde eş dik üçgenleri belirlemede ve eş dik üçgenler ile bir karesel bölge oluşturmada zorlanmışlardır. Yapılan birkaç deneme ile karesel bölgeler elde edilse de yönergeye uygun olan bir kare elde edilememiştir. Öğretmen rehberliğinde yönerge koşullarını sağlayan karesel bölge çizilmiştir. Çizim sonucu önceki problem sürecine benzer olduğundan problem öğrencilerin DGY kullanmasına gerek kalmadan doğru bir şekilde açıklanmış ve çözülmüştür. Bu problem ile kare içinde kare probleminin çözüm yaklaşımlarının aynı olması ve öğrencilerin önceki problemde Geogebra ortamında yeterli çizim ve ölçüm çalışması yapması bu problemin klasik ortamda ve hızlı bir şekilde çözülmesini sağlamıştır.



Görsel 4.33. *Dik üçgenler ile kare oluşturma öğrenci çizimleri*

Öğrenciler kare oluşturmada yönergeye uygun çizimi yapma konusunda sıkıntı yaşamış olsalarda oluşan şekilde eşlikleri doğru ifade edebilmişler ve hesaplamaları yapabilmişlerdir. Çözüm sürecinde aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir.

...

Öğretmen: İçerideki ne? Sarı bölge? (Görsel 4.34)

Öğrenciler: Kare

Öğretmen: Nerden biliyorsunuz?

Öğrenci A: Hocam iç açılarından.

Öğrenci B: Dikdörtgende olabilir.

Öğretmen: Her zaman kare olacak mı?

Öğrenci B: Eş üçgenlerden oluştuğu için. Alfa, beta verdiğimiz zaman.

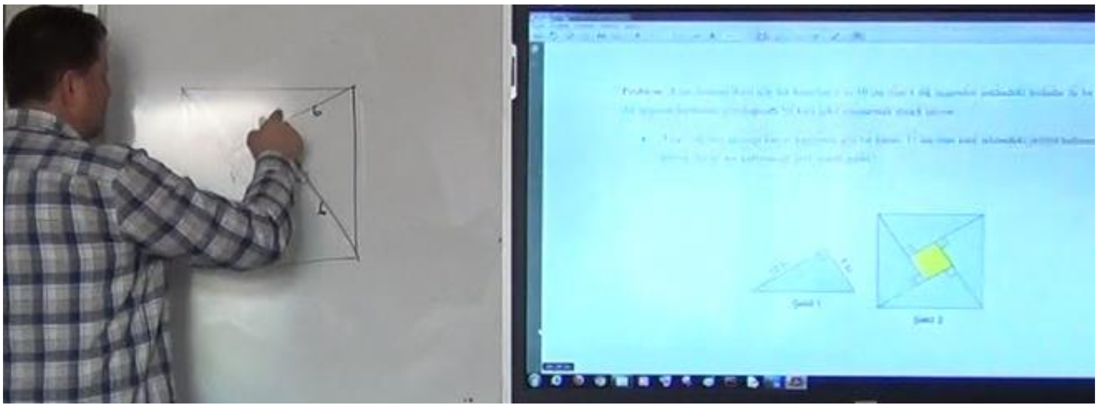
Öğrenci A: Ama kestiği noktaları öğrenmemiz lazım

Öğrenci C: hadi!

Öğrenci B: Kare olmak zorunda. Dışarısı kare

...

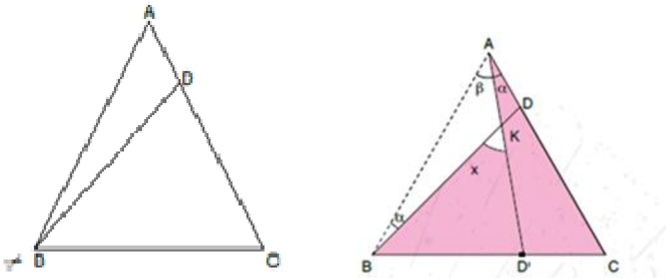
Diyalog sınıf içi tartışma ve öğrencilerin birbirlerine karşı argüman sunmaları ile devam etmiştir. Öğretmen çizimi tahtada sınıf ile tartışarak çizdikten sonra problem cevaplandırılmıştır.



Görsel 4.34. *Örtü problemi öğretmen çözümü*

Eşlik konusunda öğrencilere verilen son problemde şekilde bir kesme ve kesilen parçanın yapıştırılması istenmektedir. Bu problemde öğrencilerden kesilen bölge ve yapıştırılan parçanın eş olmasını kullanmaları beklenmiştir.

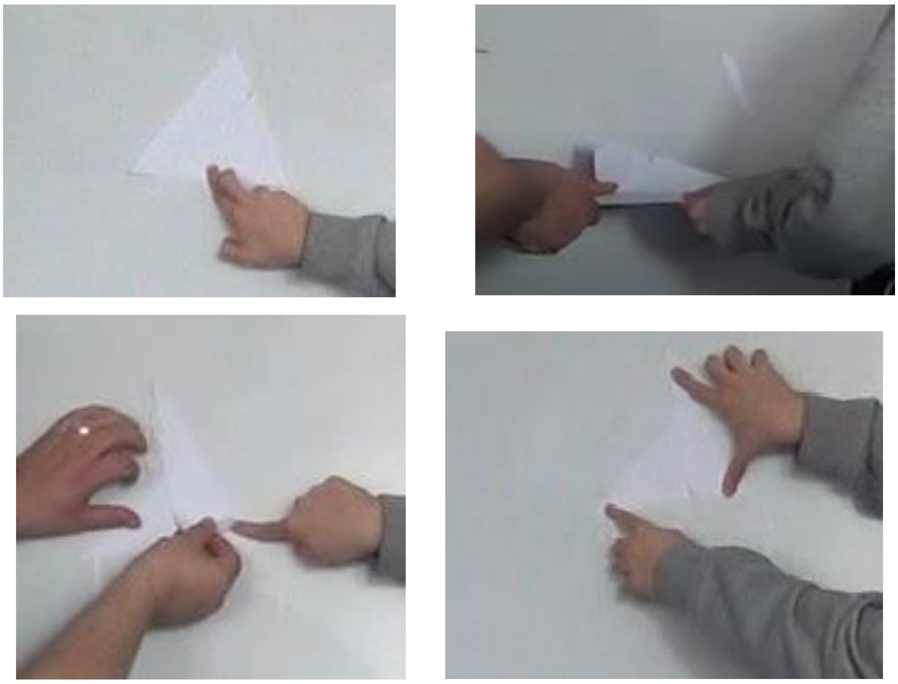
Problem: Bir ABC eşkenar üçgen şeklindeki bir kâğıt BD doğrusu boyunca kesiliyor. Kesilen ABD üçgeni şeklindeki parçanın AB kenarı, AC kenarı ile çakışacak şekilde yapıştırılarak yeni şekil aşağıdaki gibi elde ediliyor. Buna göre şekilde oluşan BKD’ açısının ölçüsü kaç derecedir?



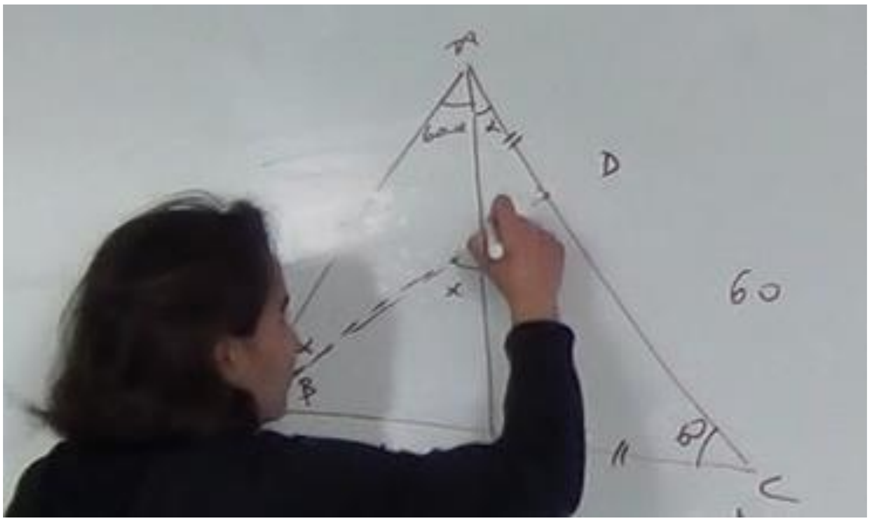
Şekil 4.9. *Eşlik GME problemi*

Problem çözümü iki yolla gerçekleşmiştir. Birinci çözümde öğrenciler isimlendirmeler ile kesilen parçanın tekrar yapıştırılan parça ile eş olduğu bilgini kullanarak eş açı ve uzunlukları belirlemiş ve istenilen sonuca ulaşmışlardır.

Her iki sınıfta problem benzer açıklamalar ile verilmiş fakat 9C sınıfında bazı öğrenciler problemi anlamadıkları için kesme ve taşıma kâğıt üzerinde ayrıca gösterilmiştir. Bir öğrenci yapılan işlem sonucu bu üçgenlerin eş olduklarını söylemiştir. Ayrıca bu öğrenci problemi cebirsel çözen ilk öğrenci olmuştur.

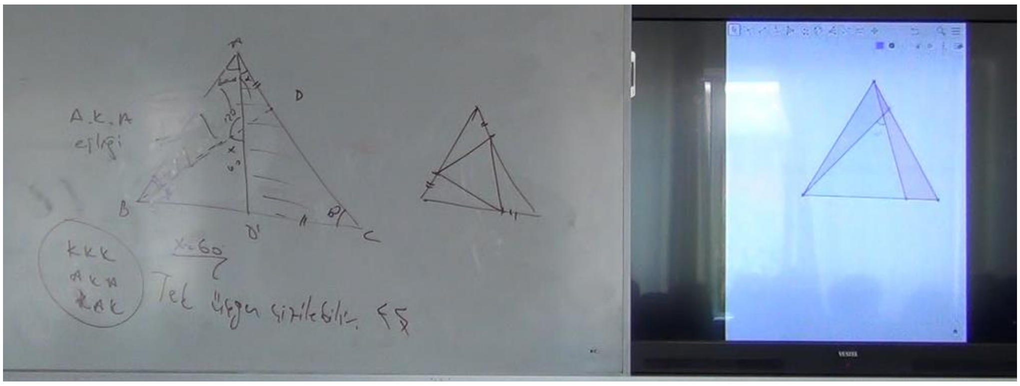


Görsel 4.35. *9C sınıfı eşlik problemi kağıt kesilerek yapılan çözümü*



Görsel 4.36. *Eşlik problemi öğrenci çözümü*

Eşlik konusunda öğrencilere verilen son problemin çözümünde kullanılan ikinci yöntemde ise problem Geogebra ortamına aktarılmıştır. Düzgün çokgen aracı ile bir eşkenar üçgen çizilmiş ve pergel aracı kullanılarak eş uzunluklar belirlenmiştir. Bu aracı kullanmayı çok iyi bilmeyen öğrenciler çizimi öğretmen rehberliği olmadan yapamamışlardır. Problem çiziminden sonra açı ölçme aracı ile istenilen açının ölçüsü hesaplanmıştır. Bu problemin ilk GME probleminde yer alan eşkenar üçgen içinde eşkenar üçgen etkinliği ile aynı yapıda olduğu beyaz tahta da gösterilmiştir. Bu yöntem ile öğrencilere derslerdeki etkinliklerin problemlerin çıkış noktaları olabileceği söylenmiştir. Eşlik derslerinin son bölümünde eşlik bağıntıları özetlenmiş ve her eşlik bağıntısının aslında tek bir üçgen çizmek için gerek ve yeter koşul olduğu belirtilmiştir.



Görsel 4.37. *Eşlik problemi çözümü*

Sonuç olarak hazırlanan GME problemleri öğrencilerin eşlik bilgilerini hatırlamalarını sağlamış ve Geogebra problemlerin çözümünde genelleştirmelerine fırsat vermiştir. Ayrıca büyük ve küçük şekillerin benzerliğini fark eden öğrenciler benzerlik konusu öncesi farkında olmadan benzer şekiller oluşturmak içinde birden fazla yöntem tecrübe etme fırsatı yakalamışlardır. Bu tür ön öğrenmeler öğrencinin farkında olmasa da konu ilişkilerini kendi kendilerine kurmalarına destek olmaktadır.

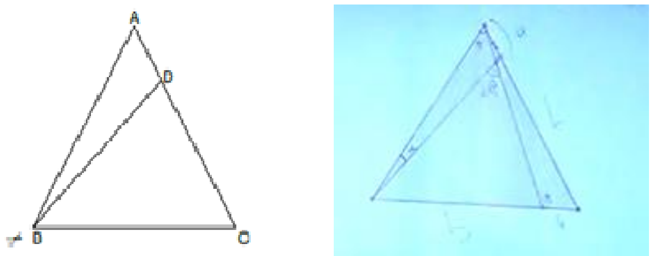
4.5.2 Norm bulguları

Eşlik konusu ders tasarımının uygulama sürecinde "Emin olmadan bir çözümü paylaşmak" sosyal normu hemen hemen hiç görülmemiştir. "Arkadaşının çözümüne destek vermek " ve "Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek" sosyal normları önceki ders süreci ile aynı gelişmiştir.

Kare içinde kare GME probleminin ifadesi çizimde yapılan bir hata(değişiklik) sonucu ortaya çıkan durumların incelenmesi üzerine tasarlanmıştır. Bu problem "Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak" sosyomatematiksel normu ile tamamen örtüşmektedir. Problem zamanla bu normun sınıf ortamında kalıcı olmasına destek olmuştur. Bu durum bize sınıflarda oluşturmayı istediğimiz normlara yönelik GME problemlerini seçmenin norm oluşturma sürecini desteklediğini göstermektedir.

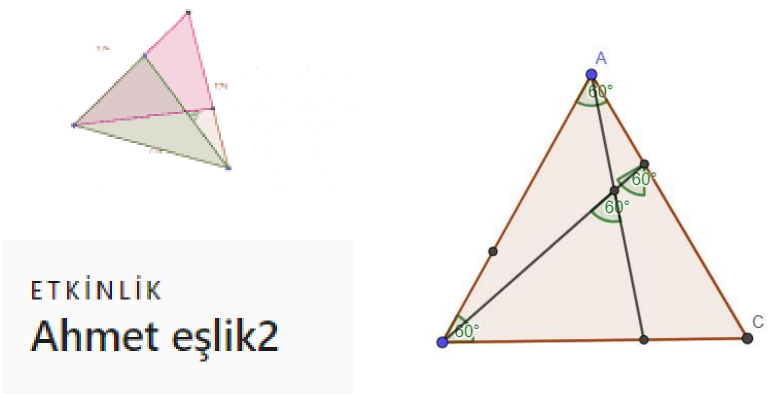
Eşlik konusunda öğrencilerin çalıştığı her iki GME probleminde de düzgün bir çokgenin içine veya dışına eş üçgenler yardımı ile yine düzgün bir çokgen oluşturma süreci verilmiştir. Süreç sonunda herhangi bir çokgenin içine ve dışına benzer çokgeni çizmek için gerekli aşamalar ortaya konmuştur. Problemin çözüm sürecinde ortaya çıkan bu durum "Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama" ve "Matematiksel problemleri indirgeme" sosyomatematiksel normlarının eşlik konusu sürecinde ortaya çıktığını göstermektedir.

Hazırlanan ders tasarımının son sorusu olarak sorulan klasik eşlik sorusunda bazı öğrenciler soruyu Geogebra ortamına taşıdıktan sonra ölçme ile sonuca ulaşmışlardır. Bu durum öğrencilerin problem çözümünde alternatif bir rol kullandığı anlamı taşımaktadır ve "Alternatif bir matematiksel çözüm önermek" sosyomatematiksel normu her iki sınıfta da görülmüştür.



Görsel 4.38. *Eşlik problemi Geogebra çözümü*

Araştırma sürecinde takip edilen yeni davranışlardan "Problemi DGY ortamına aktarma", "Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması" ve "Öğrenci DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması" davranışları her iki sınıf öğrencileri ile her iki GME problemi çözüm sürecinde ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin önceki ders deneyimlerini kullanarak karşılaştıkları bir problemi kolayca Geogebra ortamına aktarabildiği ve problemi çözebildiği görülmüştür.



Görsel 4.39. *Eşlik problemi tablet görselleri*

Eşlik konusunda "DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması" davranışı öğrenciler tarafından ilk GME probleminde doğru çizim ile hatalı çizim arasındaki ilişkiyi görme amacıyla kullanılmıştır. Çizilen kareleri dinamik noktalarından sürükleyen öğrenciler ders tasarım bulgularında da bahsedildiği gibi aşağıdaki varsayımlara ulaşmışlardır.

* Yanlış uzunlukta alınsa oluşan dik üçgenler eş olur.

* Beta daha büyükse eğer beta-alfa derece dönerek içinde kare oluşturur.

* 3-4-5 üçgeni korunur

* Sadece (orijinal şeklin) döndürülmüş halini buluruz

* Yansımış halidir

* Simetriği

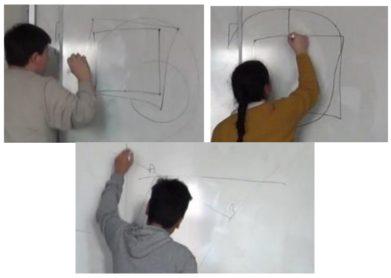
* 270 derece döndürülmüş

Öğrencilerin ortaya koyduğu bu varsayımlardan bazıları DGY ortamında sürükleme hareketi ile kolaylıkla kontrol edilebilmiştir.

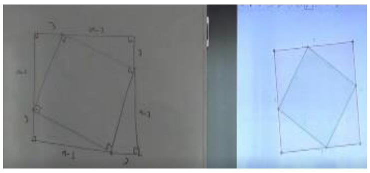
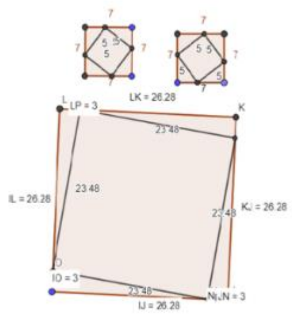
Kare içinde kare GME probleminin çözüm sürecinde üçgenlerin oluşumu incelenmiş alternatif bir yaklaşım sergilenmemiştir. Fakat bu problemin içinde yer alan kare içine kare çizme yöntemi hem 9E hem de 9C sınıfından bazı öğrencilerin dikkatini çekmiştir. Bu öğrenciler kare dışına kare çiziminin nasıl yapılacağını sorgulamışlar ve her iki sınıftan arkadaşları ile birlikte bu sorunun çözümü için farklı yaklaşımlar geliştirmişler ve sınıf ortamında paylaşmışlardır. Ders tasarım sürecinin dışında gelişen bu durum "Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması" davranışının her iki sınıfta da tekrarlandığı biçiminde yorumlanabilir.

Eşlik konusu ders tasarımı uygulama sürecinde ortaya çıkan sosyal normlar, sosyomatematiksel normlar ve norm olabileceği düşünülen davranışlar Tablo 4.14. ile sunulmuştur.

Tablo 4.14. *Normlar*

Eşlik	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak		✗	✗
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Aynı varsayımlarda bulunma ve arkadaşının varsayımından etkilenme	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	Arkadaşının örneğindeki verileri kendi mantığı ile denemek, arkadaşına itiraz etme	✓	✓
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Kare içinde kare problemde alınacak uzunluğun 3 birim yerine 4 birim alınması ile oluşan şekillerin simetrik bulunması. Kare içinde kare probleminin eşkenar üçgen, düzgün beşgen ve düzgün altıgen için uygulanmas	✓	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Bir karenin dışına kare çimek için alternatif çözüm üretmek 	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme	Kare içinde kare probleminde oluşan eş üçgenleri görme. Eş üçgenler yardımı ile problemi çözme. Düzgün çokgenlerin eşlerinin çizimi genellemek için kare ve eşkenar üçgen ile çalışmak	✓	✓
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	Kare dışına kare çizimi sorulmamasına rağmen öğrencilerin durumu sorgulayarak üç farklı yöntem bulması. Kare içinde kare probleminde verilen çizim yönteminin genelleyerek tüm düzgün çokgenlere uygulamak	✓	✓

Tablo 4.14. *Normlar (Devamı)*

Eşlik	Yeni Davranışlar	Gösterge	9C	9E
	Problemi DGY ortamına aktarma	Sözel hazırlanan GME problemlerinin Geogebra ortamına aktarılması.  Resim eşlik-1	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	Her iki GME probleminde de çözüm süreci Geogebra ortamında gerçekleşmiştir.	✓	✓
	Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması	Geogebra ortamında kare içinde kare probleminde çember aracı ile eş uzunluklar belirleyerek içeride oluşan yapının kare olduğunu ölçme araçları ile görme. 	✓	✓
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması	Kare içinde kare probleminde yanlış çizim ile doğru çizimin karşılaştırılması ve aralarındaki ilişkinin görülmesinde kare üzerinde yapılan sürükleme hareketi önemli rol oynamıştır.	✓	✓
	Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi	Kare içinde kare probleminde bazı öğrencilerin sıra arkadaşlarından eş uzunluk alma ile ilgili yardım almaları	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması	Rutin problem çözümünde öğrencilerin çözümü klasik yöntemler yerine Geogebra ortamında ölçmeler ile çözmesi ve ilişkileri incelemesi	✓	✓

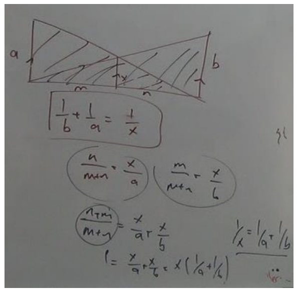
4.6. Benzerlik Konusu Araştırma Bulguları

Benzerlik konusu ders tasarımında matematik dersi öğretim programında yer alan "9.5.3.2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.", "9.5.3.3. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar.", "9.5.3.4. Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer." kazanımları GME tabanlı problemler ile ele alınmıştır. Bu problemlerden ikisi araştırmacı tarafından tasarlanmış, biri yabancı ülke kaynaklarından elde edilmiş, diğerleri de temel-orta-üst düzeylerde okul ders kitabı ve yardımcı kaynaklarda kullanılan problemlerden olmak üzere sekiz problem ile çalışılmıştır. Çalışma 9E sınıfı ile 3 ders saati, 9C sınıfı ile 2 ders saati uygulanmıştır. Tüm problemler etkinlik kağıtları ile öğrencilere dağıtılmış ve etkileşimli tahtada gösterilmiştir.

4.6.1. Ders tasarım bulguları

Benzerlik konusu ders tasarımları 9E sınıfı ile uygulandıktan sonra 9C sınıfı ile uygulanmıştır. İlk uygulama sürecinde öğrencilerin benzerlik problemlerine aşina olduğu temel benzerlik teoremlerini bildikleri ve hızlı çözüm yapabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin liselere giriş sınavında benzer problemleri ortaokul kaynaklarında çözdükleri anlaşılmaktadır. Bu durum göz önüne alınarak tez danışmanı ile yapılan toplantıda ders tasarımında üç müdahalenin yapılmasına karar verilmiştir. İlk iki müdahale GME problemi olarak hazırlanan ve pilot çalışmada da uygulaması yapılan bisikletçi problemine yapılmıştır. İlk olarak problemde istenilen durumun dışında sayısal veri ile çalışılmasının gerek olmadığına ikinci olarak da problemin çözümünde oluşan dik üçgenlerin detaylı incelenmemesine karar verilmiştir. Bu sayede öğrencinin çözmede zorlanmadığı ve ilişkileri kolaylıkla görebildiği problemin çözüm süreci uzatılmamıştır. Son müdahale ise verilen problemlerin sırası ile ilgili olmuştur. Çit problemi ile tel bükme problemleri yer değiştirilerek benzer çözüm süreçleri olan problemler arka arkaya verilmiştir. Benzerlik konusu ders tasarımı mikro döngüsü Tablo 4.15. ile verilmiştir.

Tablo 4.15. *Benzerlik konusu mikro döngüsü* tablosu

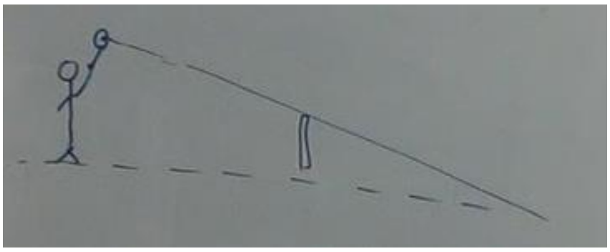
Varsayımsal Model		Müdahale	Gerçek Model		
Ders Tasarımı	**Problemden Beklenen**		**Gerçekleşen Öğretim**	**Problemde Gerçekleşen**	**Gerçekleşen Öğrenme**
Derse eşlik konusunun hatırlatılması ve eşlik ile benzerlik konuları arasındaki ilişkinin tartışılması ile başlanmıştır. Öğrencilere benzerlik sorularının yer aldığı etkinlik kâğıtları dağıtılmış ve hazırlanan 8 problemden kolay olan problemler ile konuya girilmiştir. Öğrencinin ön bilgilerini kullanarak çözüm yapması beklendikten sonra problemleri Geogebra ortamına taşımaları beklenmiştir. Geogebra ortamında problemler ile çözüm önerileri ve farklı yaklaşımları denemeleri için rehberlik yapılmıştır	Benzerlik problemleri ile, i) Öğrencilerin problemi DGY ortamına aktarabilmeleri, ii) Benzerlik yapıları ölçümlerle görmeleri, iii) Benzerlik türlerini söyleyebilmelerini, iii) Problemi çözmek için gerekli benzerlik oranları yazmaları ve sonuca ulaşmaları beklenmektedir.	* 3. Benzerlik probleminde bisiklet probleminin farklı değerlerle çözümünün yapılmasına gerek olmadığı görülmüştür. * 3. Benzerlik probleminin çözümünde oluşan dik üçgenlerin hipotenüs uzunlukları arası ilişkilerin incelenmesine gerek görülmemiştir. * 3. ve 4. Problemlerin yerleri değiştirilerek ilişkisel ilerleme sağlanmıştır.	* Tasarlanan ders ile hedeflenen kazanımlar gerçekleştirilmiştir. *Benzerlik problemi çözümünde doğrunun eğimi bilgisi kullanılmıştır. Eğimi ifade etme ve eğim ile ilgili işlem yapma gerçekleşmiştir. * Tasarlanan servis problem ile temel benzerlik bağıntılarından yararlanarak aşağıdaki genellemeye ulaşılmıştır.  *Öğrencilerin klasik ortamda kolay çözdüğü problemler ders akışına göre tekrar Geogebra ortamına aktarılmamıştır.	Benzerlik problemleri ile, i) Öğrenciler problemlerin genelini DGY ortamına aktarmadan çözmüşler ve benzerlik türlerini doğru belirleyebilmişlerdir. ii) DGY ortamına aktarılan problemler ölçmeler ile doğru çözülmüş ve öğrenciler bu problemlerdeki benzerlikleri doğru açıklayabilmişlerdir. iii) Bazı problemler ise eğim ve özel üçgenler kullanılarak alternatif yolar ile çözülmüş ve bu çözümlerde DGY ortamında gösterilmiştir.	*Çivi probleminde eğimin değişmemesine bağlı olarak her iki dik üçgende aynı eğim ile çalışılmıştır. *Benzerlik sorularında kum saati, kelebek gibi isimlendirmeler ile problem çözümü sürecinde ortak isimler verilerek çözümün kalıcı olması sağlanmıştır.

Ders tasarımında ilk olarak eşlik ve benzerlik kavramları arasında geçiş yapmak amacı ile eşlik konusu üzerinde hatırlatmalar yapılmış ve öğrencilerin benzerlik konusu ile ilgili önceki öğrenmeleri sorulmuştur. Öğrencilerin çoğunluğunun benzerlik konusu ile ilgili tanımlara hâkim oldukları görülmüştür.

Öğrencilere verilen ilk benzerlik problemi tenis problemidir. Problem görseli olmadan sözel olarak verilmiştir.

Problem: Bir tenis maçında oyunculardan birinin servisi 0,9 metre yüksekliğe sahip fileye değmesine rağmen yön değiştirmeyerek rakip sahaya gidiyor. Maç hakemi net kararı vererek servisin tekrarlanmasını istiyor. Fileye 12 metre uzaklıkta servis kullanan oyuncunun topu filenin 6 metre gerisine düştüğüne göre servis kullanan oyuncu servisini yerden kaç metre yükseklikte kullanmıştır?

Problem ile ilgili sözel açıklamalardan sonra öğretmenin problemi beyaz tahtada çizmesi üzerine bir öğrenci "*gölge problemi gibi*" diyerek problemi rutin bir benzerlik problem türüne benzetmiştir. Bu problem türünde benzerlik ile gölge boyu ilişkisi incelenmektedir ve çalışmada da gölge boyu ile ilgili bir probleme yer verilmiştir. Buradan da anlaşılacağı gibi öğrencilerin konu ile ilgili ön bilgileri ve problem çeşitleri hatırladıkları görülmüştür.



Görsel 4.40. *Tenis problemi öğretmen taslak çizimi*

Öğrenciler problemin çözümünde tablet kullanımı veya kâğıt kalem kullanımı konusunda serbest bırakılmıştır. Öğrencilerin problemi kâğıt kalem ortamında hızlı bir şekilde çözdüğü, çözümde benzerlik oranı ve benzer üçgenlerin yazımını yapabildikleri gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise çember bilgilerinin kullanarak problemi Geogebra ortamına aktararak çözmüştür. Öğretmen öğrencilerin tabletleri alarak çözümlerini inceledikten sonra tabletteki çözüm üzerinden öğrencilerle farklı durumlar tartışılmıştır. Çözüm süreci tartışılırken yaşanan sınıf içi diyaloglar aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir:

> Öğretmen: Bunu (problemi) tablette nasıl modelleriz?
>
> Öğrenci: modelledim ben?

Öğretmen: Güzel. Değiştirme şansın var mı?

Öğrenci: Değiştirme derken?

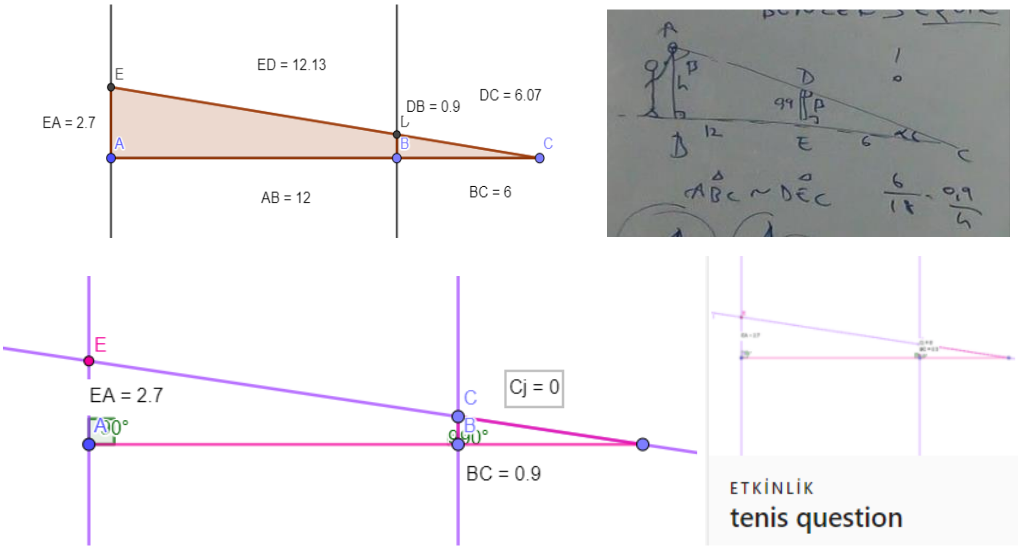
Öğretmen: Yani kortun yüksekliğini artırabilir misin?

Öğrenci: File aynı kalması gerekmiyor mu?

Öğretmen: Adamı yaklaştıralım, Topu değiştirelim?

Öğrenci: Adam yaklaşıyor. Oluyor.

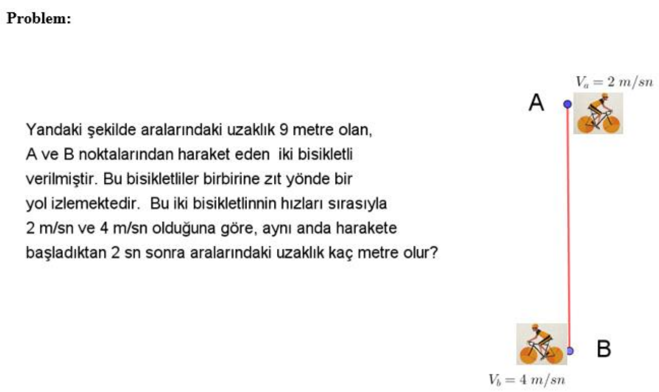
Diyalogdan anlaşıldığı gibi öğrencilerin problemi tabletlere aktarma sürecinde Geogebrayı bir hesap makinesi olarak değil, problemin farklı değerleri için bir bilgisayar programı gibi kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Öğretmen Geogebra ile herhangi bir çizim yapmamış veya çizimin yapılması ile ilgili bir rehberlikte bulunmamıştır. Problem çözümün de hem klasik çözüm hem de Geogebra destekli çözüm yapan öğrenciler olmuştur. Bir öğrenci “problemi çözdükten sonra Geogebraya geçirsek olur mu?” sorusunu sormuştur. Bunun üzerine öğretmen “bu konuda kendinizi nasıl rahat hissediyorsanız o ortamda çözüm yapabilirsiniz. Unutmayın tabletler bizim için kâğıt kalem gibi birer araç” cevabını vermiştir. Öğrencilerin bu sorusu ve iki ortamda da çözüm yapan öğrencilerin olması aynı çözüm yöntemi olsa da farklı ortamlarda yapılan çözümlerin öğrenciler için farklı çözümler olarak değerlendirildiği şeklinde anlaşılabilir.



Görsel 4.41. *Tenis problemi tablet ve tahta görselleri*

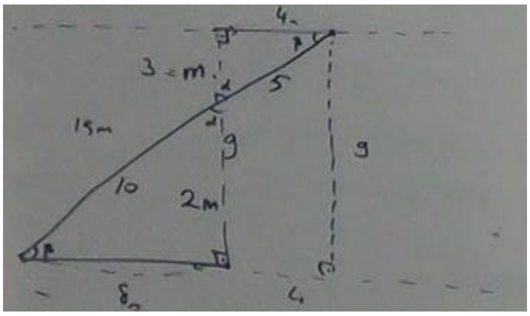
Problemin beyaz tahtada çözümüne geçildiğinde benzerlik tanımı, eşlik ile ilişkisi ve benzerlik bağıntıları üzerinde durulmuştur. Eşlik bağıntıları hatırlatılarak bu problemde A.A.A benzerlik ilişkisinin olduğu söylenmiştir. Öğrencilerin benzerlik ile ilgili problem çözebilmelerine rağmen tanım yapmakta zorlandıkları görülmüştür.

Ders tasarımında verilen ikinci problem bisikletçiler problemidir. Pilot çalışmada Geogebra üzerinde etkileşimli olarak uygulanan problem hazırlanan ders tasarımında aşağıdaki görseli ile etkinlik kağıdında verilmiştir.



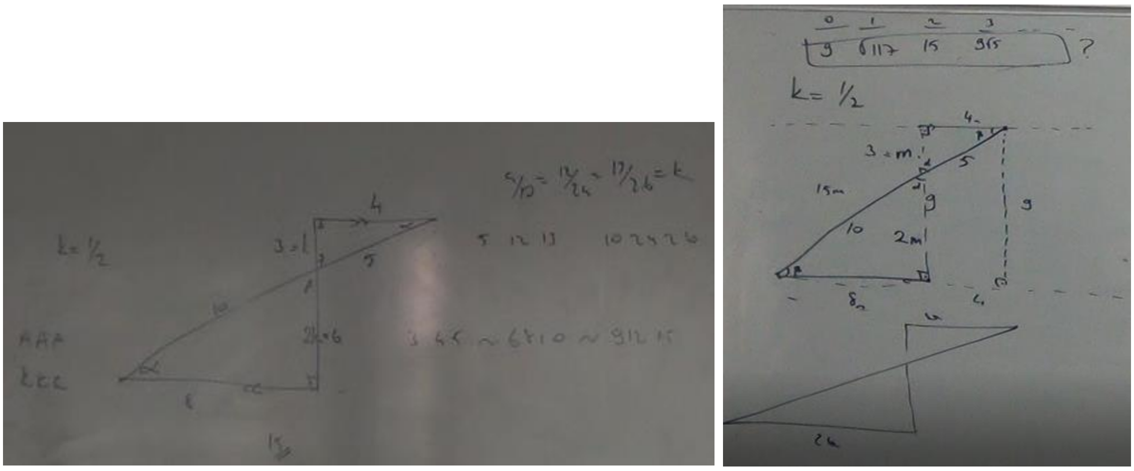
Görsel 4.42. *Bisikletçiler GME problemi*

Problem etkileşimli tahtada da gösterildikten sonra 9E sınıfından bir öğrenci çözümünü sözel olarak paylaşmış ve öğretmen öğrenci çözümünü tahtaya yazmıştır. Öğrenci problemi benzerlik kullanma yerine şekli dik üçgene tamamlayarak çözmüştür. Bu çözüm şekli 9C sınıfındaki bazı öğrenciler tarafından da tercih edilmiştir.



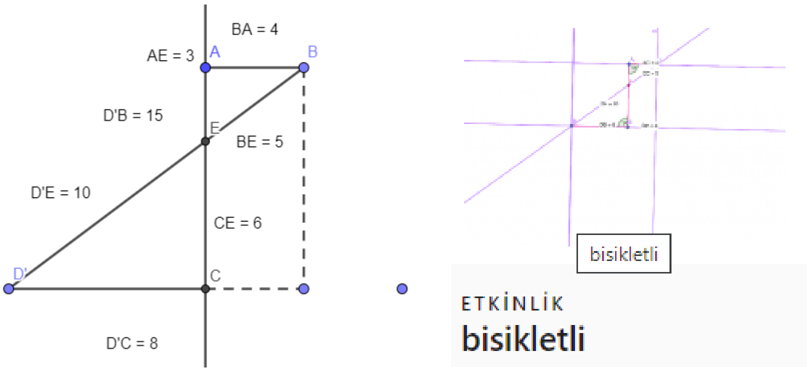
Görsel 4.43. *Bisikletçiler problemi dik üçgen çözümü*

Öğretmen çözümü farklı değerler için sınıfta tartışmış ve problemin benzerlik çözümünde beyaz tahtada yapılmıştır. Tahtada ki problem çözümünün görüntüsünü bir öğrenci "kum saati" diyerek bir benzerlik soru tipine benzetmiştir. Öğretmen şeklin kelebek olarak da isimlendirildiğini belirtmiştir. Öğretmen 9C sınıfı uygulama sürecinde öğrencilerin problemin hangi yöntemlerle çözüldüğünü sorduğunda tablet kullanarak Geogebra ortamında çözüm yapanlar, dik üçgene tamamlayarak çözenler ve kelebek yöntemi ile çözenler olduğu görülmüştür. Her iki sınıf öğrencileri de benzerlik problemlerini görsellerine göre isimlendirmektedir. Bu isimlendirme benzerlik problem çözümünü her iki soru içinde hızlandırmıştır.



Görsel 4.44. *9E ve 9C sınıfi bisikletçiler problemi çözümleri*

Bisikletçi problemi her iki sınıfta kısa sürede klasik ortamda iki farklı yöntem ile çözülmüştür. Problemin bir başka çözümü öğrencilerin problemi Geogebra ortamına aktarması ile gerçekleşmiştir. Tablet kullanarak çözüm yapmayı tercih eden öğrencilerin diğer çözme yöntemleri ile aynı zamanda çözüme ulaştıkları görülmüştür.

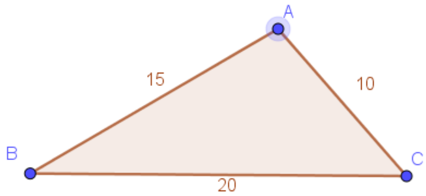


Görsel 4.45 *Bisikletçiler problemi tablet görselleri*

Bisikletçiler problemi her iki sınıf içinde farklı çözüm yollarını kullanıldığı bir GME problemi olmuştur. Benzerlik, eğim, Pisagor teoremleri cevaba ulaşan öğrenciler aynı zamanda problemi Geogebra ortamına doğru ve hızlı bir şekilde aktarabilmişler ve ölçme yaparak sonucu hesaplamışlardır. Geogebra hem birinci hem ikinci yol olarak öğrencilerin tercih ettiği çözüm yöntemi olmuştur.

Benzerlik konusu ders tasarımının bir başka problemi tel bükme problemidir. Problemde benzer üçgenlerin çevrelerinin de benzer olacağı ve bu benzerlik oranlarının aynı olacağı üzerine çalışılmıştır.

Problem: Defne, 18 cm uzunluğundaki bir teli iki noktadan bükerek 1. Şekildeki ABC üçgenini elde etmek istiyor. İlk bükmeyi cetvel üzerinde 4 cm ye denk gelen noktadan yaptığına göre, ikinci bükmeyi yapabileceği yerin cetvel üzerinde denk geldiği değerler toplamı kaç cm'dir?



Şekil 4.10. *Tel bükme GME problemi*

Problemde öğrencilerin çözdüğü problemlerin formatı dışında bir soru sorulmuş ve bu nedenle öğrenciler problemi başta anlamakta zorlanmışlardır. 4 cm'lik bükmeyi anlamayan öğrenci aşağıdaki soruyu sormuştur.

Öğrenci 18 cm uzunluğundaki teli bükerek nasıl bu üçgeni bulacağız

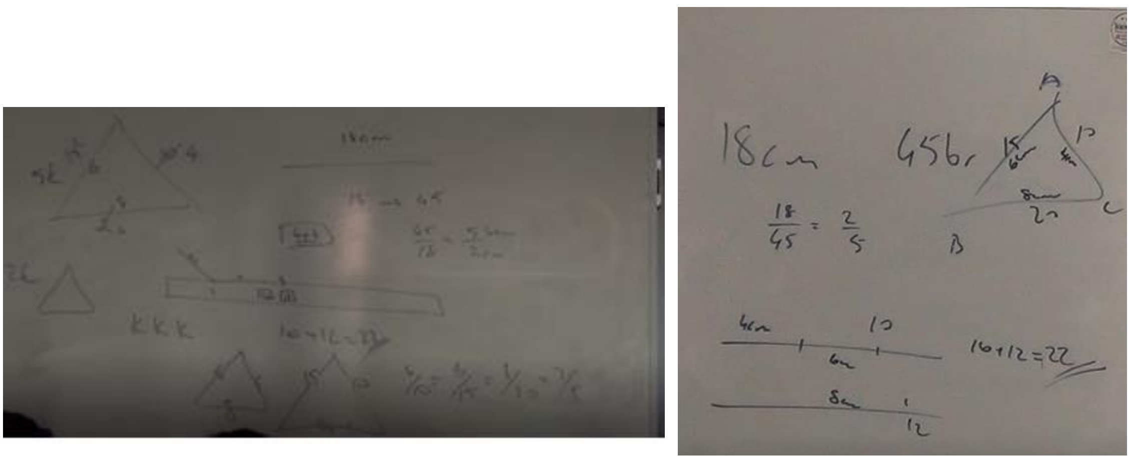
Öğretmen: harika bir soru

Sınıf: benzerlik

…

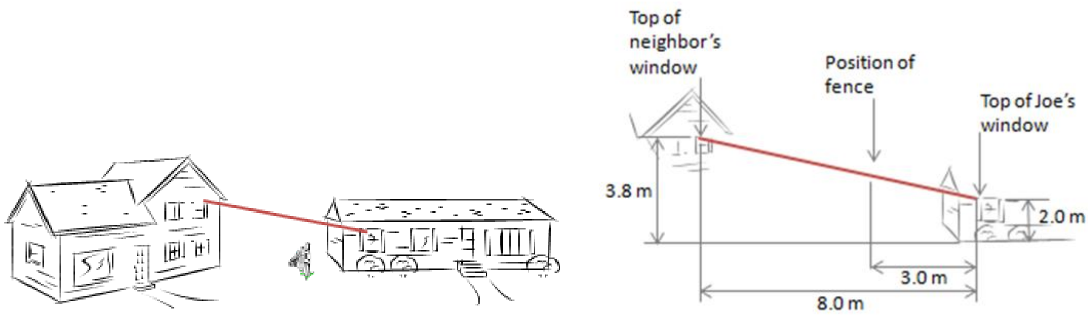
Öğretmen: 18 cm uzunluğunda bir tel ile 45 birimlik bir üçgen yapman gerekiyor

Öğrenci sorusu ve açıklama sonucu benzerlik ilişkisi kuramayan öğrenciler benzerlik oranını ve kenar uzunluklarının dağılımını bulabilmişlerdir. Problem iki farklı birim ve iki ölçme durumu içerdiği için kolay olmayan bir problem olarak sınıflandırılabilir. Her iki sınıfta da öğrencilerin problem çözümünde Geogebra kullanmadıkları soruyu çözmek için daha fazla düşündükleri görülmüştür.



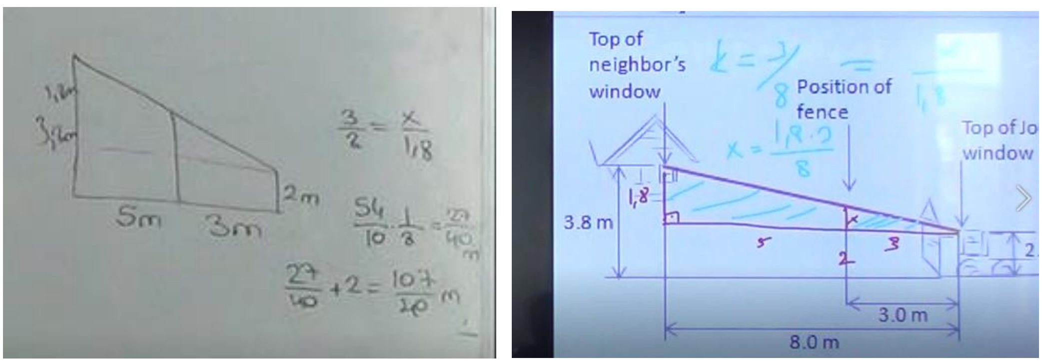
Görsel 4.46. *9C ve 9E sınıfları tel bükme problemi çözümleri*

Dördüncü problem olarak yabancı bir kaynaktan bir problem ile çalışılmıştır. Problem iki ev arasına konulacak bir çitin yüksekliğinin hesaplanması üzerine tasarlanmıştır. Problem Görsel 4.47. in etkileşimli tahtada yansıtılması ile sunulmuştur. Problemin sayısal verileri ondalıklı olarak verilerek değerler gerçek duruma yakın gösterilmiştir. Her iki sınıfta da ondalıklı sayılarla çalışma düşüncesi öğrencilere zor gelmiş kendi aralarında “hesap makinesi var mı?” diye sormuşlardır. Bir öğrenci öğretmenine “tabletlere hesap makinesi yüklediniz mi?” diye sormuştur. Problemin çözümü veya kurulacak benzerlik yapısı hakkında herhangi bir soru gelmemiştir. Bu durum öğrencilerin benzerlik konusunu anladığını sorunun çözümünden çok ondalıklı sayılarla dört işlem yapmanın sıkıcı olduğu şeklinde yorumlanabilir. Öğrencilerin işlem yapmaktaki isteksizliklerine rağmen cevabı doğru bulmuşlardır.



Görsel 4.47. *Çit GME problemi*

Problem öğrencilerin alışageldiği bir sosyal yapının dışında bir yapıda verilmiştir. Problemde her iki ev arasına birbirlerinin pencerelerini görmemek amacı ile çit çekileceği ve bu çitin boyunun hesaplanması istenmiştir. Öğretmen problemi etkileşimli tahtada okurken öğrenciler problem durumuna gülmüşlerdir.

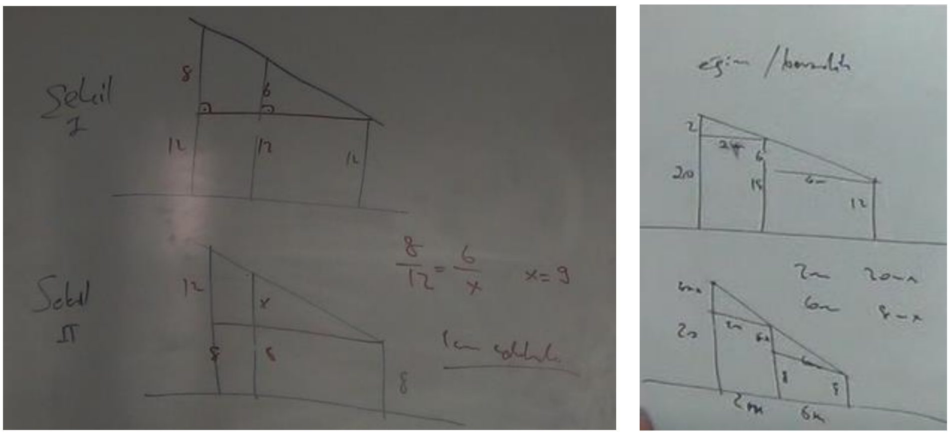


Görsel 4.48. *Çit problemi beyaz tahta ve etkileşimli tahta öğrenci çözümleri*

Benzerlik konusu ders tasarımında sunulan diğer benzerlik problemleri öğrencilerin temel benzerlik yöntemleri ile çözebildiği ve çözümleri de Geogebra kullanımına ihtiyaç duymadığı problemler olmuşlardır. Problemlerin uygulama sürecinde herhangi bir müdahaleye gerek görülmemiş her iki sınıf içinde aynı şekilde uygulanmıştır.

Ders tasarımında öğrencilerin çalıştığı son problem durak problemidir. Bu problem pilot çalışmada da uygulanmış bir GME problemidir. Problem birden fazla benzer yapılar içermesi ve konusunun kavranması açısından önceki problemlerden ayrılmaktadır. Çözüm sürecinde öğrenciler Geogebradan destek almışlardır. 9C sınıfından yapılan ilk çözümler Geogebra ortamında gerçekleşmiştir. Problemin çözümü bazı öğrenciler tarafından hem klasik hem de Geogebra ortamında gerçekleşmiştir. Bazı öğrencilerin eğim kavramını soru çözümünde uyguladığı görülmüştür.

Benzerlik problemlerinden biri olarak seçilen ve benzerlik kavramını pekiştirmek amacı ile kullanılan çivi probleminde öğrenciler problemi Geogebra kullanmadan klasik ortamda hızlı ve doğru çözmüşlerdir. Bu çözümlerden bazılarında öğrencilerin eğimi kullandığı fark edilmiştir. Doğru parçasının farklı noktalarından hesaplanan eğimlerin eşit olması ilkesi ile hareket eden öğrenciler benzerlik problemine farklı bir çözüm getirmişlerdir. Bu yaklaşımı çit probleminde de kullanan öğrenciler olmuştur.



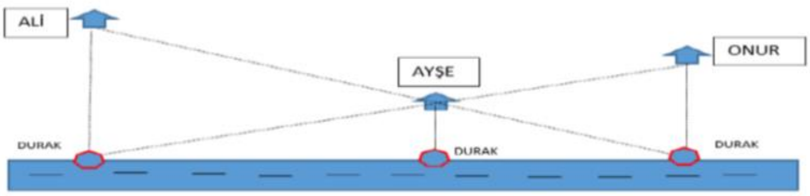
Görsel 4.49. *Çit probleminde öğrencilerin eğim ve benzerlik çözümleri*

Benzerlik konusunda bir başka GME problemi servis problemidir. Pilot çalışma da uygulanan problem her iki sınıfa müdahale yapılmadan uygulanmıştır. Problemin hikâye kısmı ile öğrencilerin dikkat etmesi gereken süre ile uzaklık kavramları arasında ilişki kurması gereken ifadeler içermektedir. Öğrencinin birden fazla noktaya odaklanması ve yapıdaki benzerlik ilişkilerini kendi oluşturması gerekmektedir.

Problem: Ali, Onur ve Ayşe şehrin aynı bölgesinde oturan ve okula aynı servis ile giden üç arkadaştır. Bu arkadaş servisin geçtiği yola yürüyerek servislere binmektedirler.

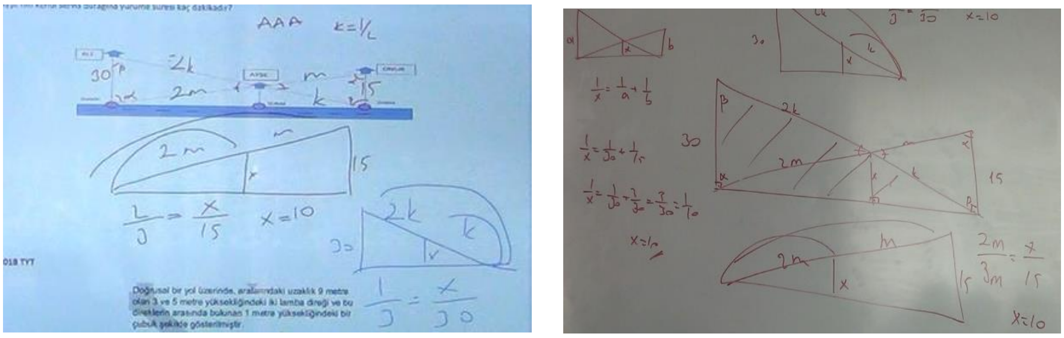
- Servise önce Ali sonra Ayşe ve en son Onur binmektedir.
- Havanın güzel olduğu günler Ali önce Ayşelere oradan da beraber Onur' un servise bindiği durağa onur ile buluşup servise hep beraber binmektedirler.
- Bazı günlerde de Onur önce Ayşelere oradan Ali'nin servise bindiği durağa yürüyerek servise beraber binmektedirler.
- Üç arkadaşın yürüme hızları aynı ve yürümeleri doğrusaldır.

Verilen bilgilere göre Ali kendi servis durağına 30dk, Onur ise kendi servis durağına 15dk da yürüyerek gidiyor ise Ayşe'nin kendi servis durağına yürüme süresi kaç dakikadır?



Şekil 4.11. *Durak GME problemi*

Öğrenciler bu son benzerlik problemini çözmek için önceki problemlerden daha fazla zaman ayırmışlardır. 9E sınıfı öğrencileri şekilde oluşan kelebek benzerliğine odaklanmış, 9C sınıfı öğrencilerinden bir kısmının problemi anlamada zorlandıkları diğerlerinin ise hem Geogebra hem de kelebek benzerliğine odaklandıkları görülmüştür. Her iki sınıfla etkileşimli tahtada şekildeki diğer benzer üçgenler gösterilmiştir. Benzer yapılardaki açı dağılımı ve benzerlik oranı her iki sınıf ile tartışılmıştır. Problemi Geogebra ortamına aktarmada öğrencilere rehberlik yapılmamış Geogebra ile çalışmayı tercih eden öğrencilerin yaptıkları modellemelerin doğru olduğu görülmüştür. Öğrenciler problemde en çok servise yürüme, yola uzaklık gibi kavramları sorgulamışlardır. Bu tür öğrenci sorularına açıklayıcı cevaplar veriliş ve şeklin doğrusallığı üzerinde durulmuştur.



Görsel 4.50. *9E ve 9C sınıfları durak problemi çözümleri*

Problemi Geogebra ortamına nasıl taşıdığını anlatan bir öğrenci ile aşağıdaki diyaloglar yaşanmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın bize kısaca özetler misin?

Öğrenci: ben daire ile çizdim.

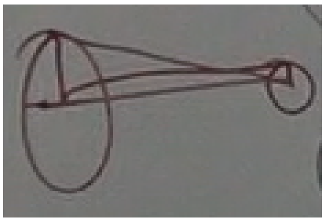
Öğretmen: Çember kullandın

Öğrenci: yarıçapı 30 ama 10 aldım.

Öğretmen: 3’te 1’i aldın.

Öğrenci: Sonra aynı paralelde sağ tarafta 5 ile çizdim. Sonra ikisine dik attım.

Öğretmen; nerden? (tahtadaki öğrenci söylediklerini çizerek) şuradan mı?



Öğrencinin anlattığı çözümün tahtada taslak çizimi

Öğrenci: evet noktayı buldum. Üstteki noktayla sağ alttaki nokta birleşiyor.

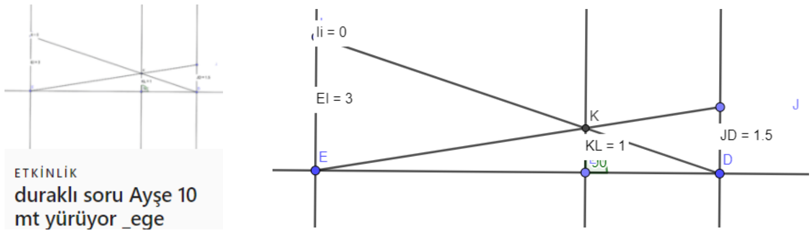
Onunda aynısı orda oluyor.

Öğretmen: orijinlerini, merkezlerini birleştirdin. Aradaki mesafeyi bulup ölçtürdüğünde ne çıktı?

Öğrenci: 3,33 oldu.

Öğretmen: 3’te 1 oran kullandı ya 10 bölü 3’e karşılık geldi.

Öğrenci diyaloğu ve tablet görüntülerinden de anlaşıldığı gibi öğrenciler Geogebra programını etkili ve doğru bir şekilde problemi çözme amacıyla kullanabilmişlerdir.



Görsel 4.51. *Durak problemi tablet görselleri*

Servis problemi hem birden fazla dikkat edilmesi gereken nokta içermesi açısından dikkat edilmesi gerek bir problemdir. Aynı zamanda diyaloglarda görüldüğü gibi Geogebra ortamına aktarılması kolay değildir. Ancak hem önceki GME problemlerinin getirdiği tecrübe hem de öğrencilerin Geogebra kullanımındaki becerileri problemi Geogebra ortamında çözmelerine yardımcı olmuştur.

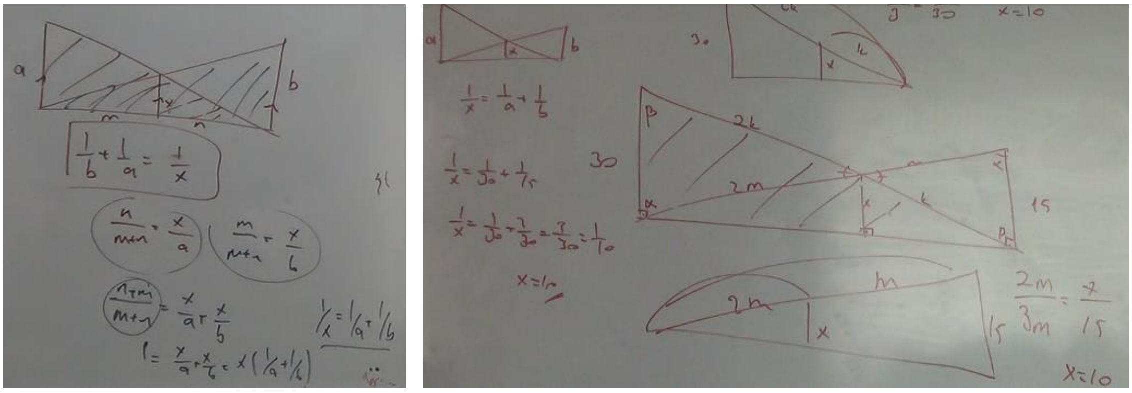
4.6.2. Norm bulguları

Benzerlik konusu ders tasarımlarında 9 problem ile çalışılmıştır. Bu problemlerden ikisi araştırmacı öğretmen tarafından pilot çalışmada da uygulanan problemlerdir. Diğer problemler ise konuyu hatırlatma ve kavratma amaçlı çeşitli kaynaklarda da yer alan rutin problemlerdir. Her iki sınıf öğrencilerinin bu rutin problemlerin çözümünde araştırma öncesi ve araştırma başında matematik derslerinde sergiledikleri “Emin olmadan bir çözümü paylaşmak” sosyal normunu tekrarladıkları görülmüştür. Bu davranışı gösteren öğrenciler hemen problemin cevabına odaklanmışlar ve hızlı bir şekilde yaptıkları işlemleri kontrol etme gereği duymadan paylaşmışlardır.

Rutin problemlerin genelinde problemi Geogebra ortamına taşıma gereği duyulmamış, cebirsel işlemler ve benzerlik teoremleri yardımı ile problemler çözülmüştür. Öğrencilerin bu problemlerin benzerlerini liselere giriş sınavı için hazırlık yaptıkları dönemde çözmüş olması ve öğrencilerin benzerlik konusunda ön bilgilerinin iyi olması benzerlik konusunun problem çözme sürecini olumlu etkilemiştir. Problemlerde cevap odaklı davranan öğrenciler “Matematiksel problemleri indirgeme” gereği duymamışlar ve bu sosyomatematiksel normu göstermemişlerdir.

Her iki sınıf öğrencileri de “Alternatif bir matematiksel çözüm önermek” sosyomatematiksel normunu birden çok problemde göstermişlerdir. Benzerlik konusunun rutin problem çözümleri sırasında birden fazla alternatif çözüm ile karşılaşılmıştır. İlk olarak bazı öğrenciler bisikletçiler problemini benzerlik kullanma yerine dik üçgenler yardımı ile çözerek alternatif bir yaklaşımla problemi çözmüşlerdir. Bir başka problem çözümünde bazı öğrenciler temel benzerlik ilişkilerini kullanmak yerine eğim kullanarak bir çözüm üretilmiştir. Görsel 4.49. da görüldüğü gibi oluşan doğru parçasının eğimini faklı iki noktadan hesaplayan öğrenciler çözüme ulaşabilmişlerdir.

Durak problemi çözüm sürecinde öğrenciler birden fazla benzerlik ilişkisi bulmuşlar ve farklı benzerlik bakış açıları ile soruyu çözmüşlerdir. Öğrencilerin buldukları farklı benzerlikler öğretmen rehberliğinde ve sınıf katılımı ile düzenlenerek genel bir yaklaşım bulunmuştur. Bu genelleme süreci her iki sınıf öğrencilerinde "Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama" sosyomatematiksel normu tekrar görülmüştür.

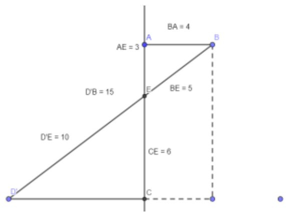


Görsel 4.52. *Durak problemi çözümünün genellenmesi*

Öğrenci tablet görüntüleri ve ders gözlemlerinden de anlaşıldığı gibi öğrencilerin problemi Geogebra ortamına taşımada veya çözmede sorun yaşamadıkları söylenebilir. Her iki sınıf mikro kültüründe meydana gelen bu değişiklikler "Problemi DGY ortamına aktarma", "Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması" ve "Öğrenci DGY araçlarından birini problem bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması" davranışlarının benzerlik konusun ders tasarı sürecinde de ortay çıktığını göstermektedir. Pilot çalışmada Geogebra ortamında uygulanan bisikletçiler problemi 9C ve 9E sınıfı ile etkinlik kâğıdı ile verilmiştir. Pilot uygulamada bisikletçilerin bulunduğu noktalar sürüklemeler ile değiştirilmiş ve ortaya çıkan benzer üçgenler incelenmiştir. Bu uygulamayı problemi Geogebra ortamında çözen bazı öğrencilerin de yaptığı gözlemlenmiştir. Böylece "DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması" davranışı gözlemlenmiştir.

Benzerlik konusunda öğrencilerin hem kâğıt kalem hem de Geogebra ortamında çalıştıkları görülmüştür. Problemi Geogebra ortamına taşıyan öğrencilerin problemi aktarma Geogebraya aktarma biçimleri arasında farklar gözlenmemiştir. Öğrenciler çember, paralel ve dik doğrular ve ölçmeler ile sonuca ulaşmışlardır. Benzerlik konusunda "Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması" davranışı gözlemlenmemiştir. Bu durumun benzerlik konusunda hızlı ve doğru çözüm yapabilen her iki sınıfın farklı bir stratejiye ihtiyaç duymamasından kaynaklı olabilir. Bu durum tartışma bölümünde tekrar ele alınacaktır. Benzerlik konusu ders tasarımı süreci norm bulguları Tablo 4.16. ile verilmiştir.

Tablo 4.16. *Normlar*

Benzerlik	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Emin olmadan bir çözümü paylaşmak	Problemlerin çözüm sürecinde	✓	✓
	Arkadaşının çözümüne destek vermek	Problem çözme sürecinde aynı cevabı veren öğrencilerin çözümlerini desteklemesi	✓	✓
	Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek	Cevapların nasıl bulunduğunu açıklama	✓	✓
	Sosyomatematiksel Normlar	**Gösterge**		
	Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak	Tenis sorusunda, bisiklet sorusunda değerleri değiştirildiğinde değişmezleri incelemek	✓	✓
	Alternatif bir matematiksel çözüm önermek	Bisiklet sorusunda dik üçgen kullanımı, Benzerlik sorularının çözümünde eğim kullanımı	✓	✓
	Matematiksel problemleri indirgeme		✗	✗
	Matematiksel genellemelere ulaşma amaçlı sorgulama	Servis probleminin çözümünün genelleme süreci	✓	✓
	Yeni Davranışlar			
	Problemi DGY ortamına aktarma	Tenis, bisikletçiler ve servis problemlerinde öğrencilerin problemi Geogebra ortamına aktarması	✓	✓
	Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması	Tenis, bisikletçiler ve servis problemlerinde öğrencilerin Geogebra ortamına aktardıkları problemleri çözmesi ve çözümlerini sunması	✓	✓
	Öğrencinin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması	Probleri Geogebra ortamına aktaran öğrenilerin aktarmaları hangi araçlarla yaptıklarını açıklamaları	✓	✓
	DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması	Bisikletçiler probleminin Geogebra ortamındaki çözümünde sürüklemeler yapılarak benzer üçgenler arasındaki ilişkilerin görülmesi 	✓	✓

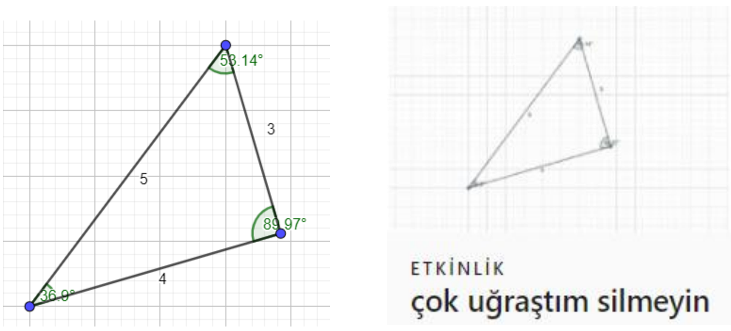
Tablo 4.16. *Normlar (Devamı)*

Benzerlik	Sosyal Normlar	Gösterge	9C	9E
	Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi		✗	✗
	Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması	Dik üçgen kullanımı Eğim kullanımı Farklı benzerlik teoremleri kullanımı	✓	✓

4.7. Diğer Bulgular

Araştırma verilerinin toplandığı araçlardan biri de tabletlerdir. Her iki sınıf öğrencileri etkinlikler süresince yaptıkları çalışmaları tabletlerine kaydetmişlerdir. Bu veriler incelendiğinde öğrencilerin tabletleri ve Geogebra programını matematik dersi aracı olarak sadece GME problemlerini aktarıp çözdükleri bir ortam olarak kullanmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin farklı kullanım bulguları bu bölümde verilecek ve son bölümde tartışılacaktır.

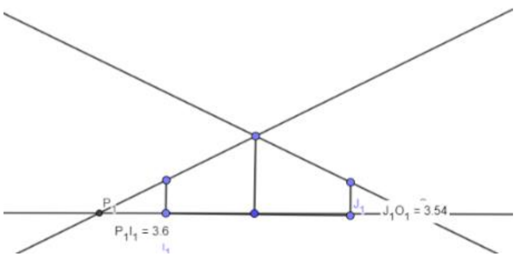
Araştırmada her iki sınıf öğrencilerinin geometri derslerine Geogebra programını farklı yönlerde de kullanıldığı görülmüştür. Örneğin bir öğrenci Geogebranın özelliklerini kullanarak kenar uzunlukları 3-4-5 birim olan dik üçgeni oluşturmuş merak ettiği açıları ölçerek hesaplamıştır. Fizik derslerinde pek çok problemde kullanılan bu bilgiye öğrenci kendi merakı ve Geogebra kullanma kabiliyeti ile ulaşabilmiştir. Öğrenci fizik derslerinde yaklaşık olarak 53 ve 37 derece olarak verilen açı değerlerinin daha hassas değerine de ulaşmış olmaktadır. Ayrıca tabletler sınıflar arasında değişimli kullanıldığı için yaptığı çalışmayı ” çok uğraştım silmeyin” adı ile kaydetmiştir.



Görsel 4.53. *Öğrenci özel açı çalışması*

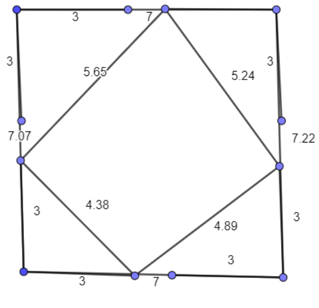
Öğrenci tabletlerinin ders kayıtları incelendiğinde bazı öğrencilerin tabletlerini problem çözümlerinde Geogebraya ilk derslerden son derslere kadar sürükleme ile sonuç odaklı bulmaya çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin problemi Geogebraya aktarmada sistematik çalışmamaları sadece sonuca odaklı verilenleri basit doğru parçaları ile oluşturmaya çalıştıkları anlaşılmaktadır. Probleme sistematik yaklaşamayan bu öğrencilerin bazılarının çalışmalarını yine de kaydettikleri, görüntülerden sonuca yaklaştıkları ve problemin cevabı ile ilgili bir fikir sahibi olabildikleri kayıtlardan anlaşılmaktadır.

Görsel 4.54.'de gölge sorusunu Geogebra ile çalışan öğrenci sonuca ulaşamasa da paraleller doğru parçaları arada bulunması istenen değeri 7,5 yerine 7,14 olarak hesaplayabilmiştir.



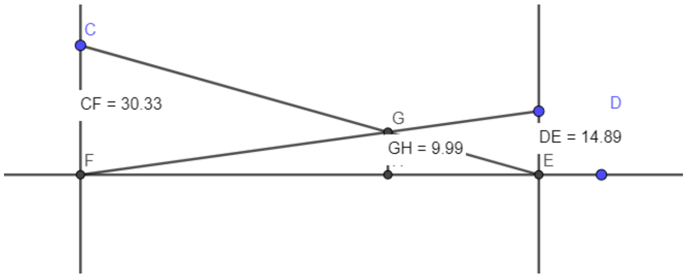
Görsel 4.54. *Öğrencinin durak problemindeki hatalı ölçümü*

Görsel 4.54.'de kare içinde kare eşlik probleminde öğrenci ana şekli kare çalışmamış ama yönerge gereği 3 birim uzunlukları uzunluğu verilen doğru parçaları ile hesaplamış fakat iç kısımda doğal olarak bir kare bulamamıştır.



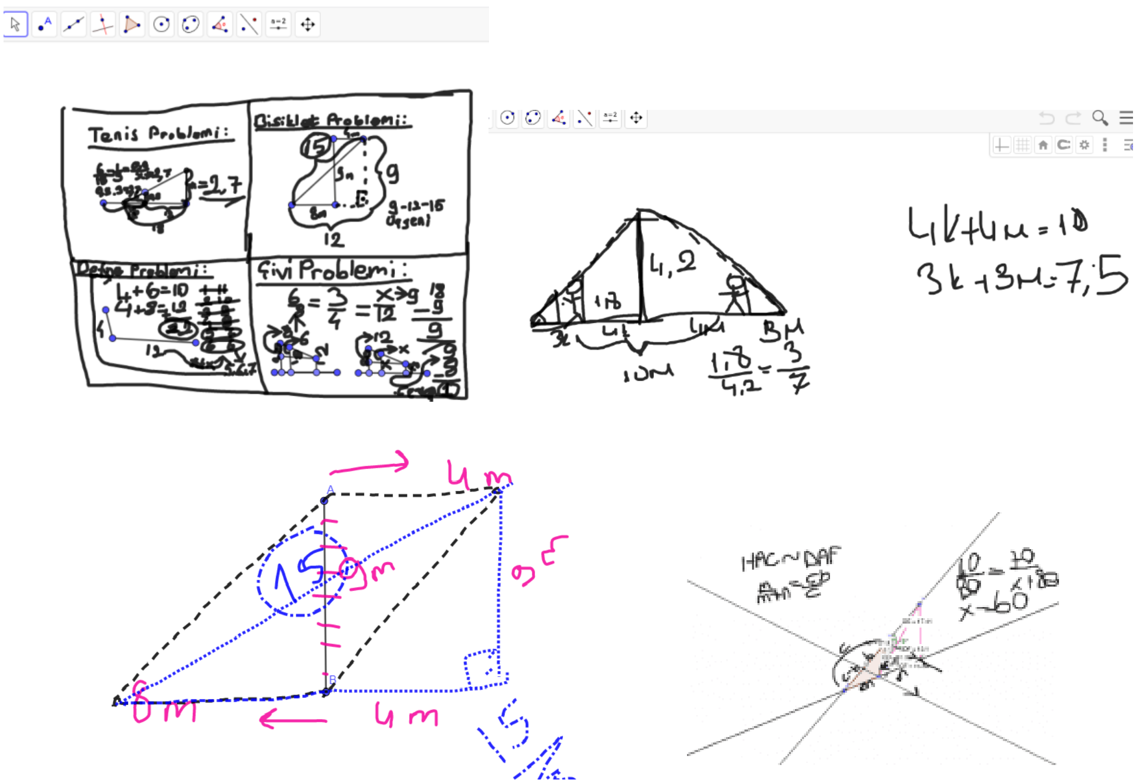
Görsel 4.55. *Öğrencinin eşlik probleminde hatalı çözümü*

Görsel 4.56. ile servis problemini Geogebra ile çözmek isteyen öğrenci nokta seçiminde hata yapmış ve 10 bulması gereken cevabı 9,99 olarak hesaplamıştır.



Görsel 4.56. *Öğrencinin durak problemi hatalı çözümü*

Bazı öğrenciler ise Görsel 4.57. deki gibi çözüm sürecinde tabletlerini yazı tahtası amacı ile kullanmayı tercih etmişlerdir. Bu öğrencilerden bazıları problemlerin temel yapısını çizdikten sonra hesaplama yaptırmak yerine not almayı tercih ederken bazıları probleme ait çizimleri de elle yazmışlardır.



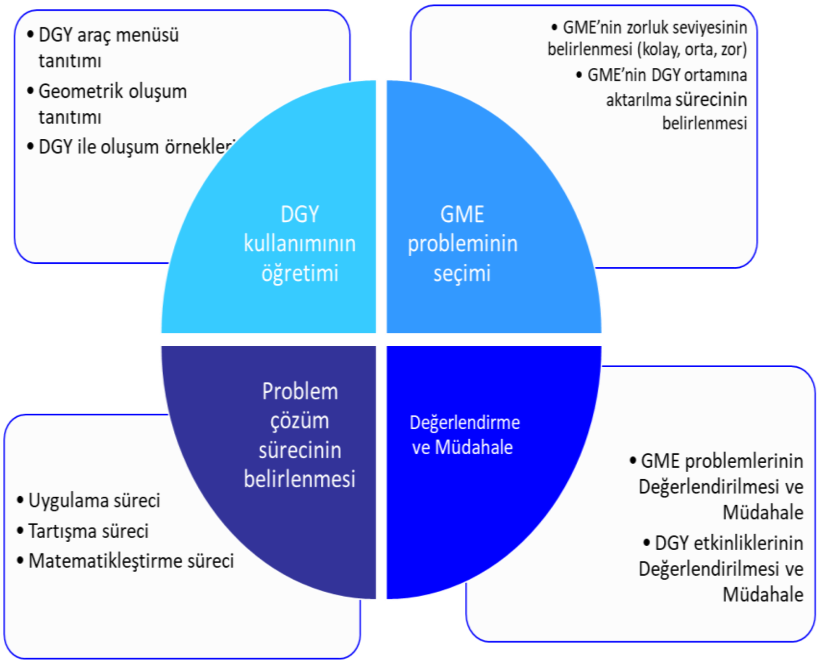
Görsel 4.57. *Öğrenci tabletlerindeki ders notları ve çözüm taslakları*

5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde TTA olarak desenlenen bu araştırmanın sonuç ürünü olan “GME Destekli Geometri Dersleri için DGY Kullanım Modeli” tanıtılarak araştırma sürecinde modeli oluşturan ders tasarımları, ders tasarımlarının sınıf ortamında meydana getirdiği değişiklikler, tasarımın araştırmacı öğretmen gözünden oluşma süreci, GME problemleri ve Geogebranın geometri derslerine entegrasyonu bu model üzerinden sunulacaktır.

Coob, Jackson ve Dunlap (2016), çalışmalarında TTA’ların 5 temel karakteristik yapısından bahsetmişlerdir. Bunlar eğitim uygulamasının kalitesini iyileştirmeye katkıda bulunma, müdahaleci yapı, güçlü bir teorik çerçeve, tasarımı test etme ve gözden geçirme ve genelleştirilebilirliktir. TTA olarak desenlenen bu araştırma sürecinde TTA’ların 4 temel yapısı araştırmaya yansıtılmış ve iki yıllık süreç sonunda ders tasarımının genel bir modeli oluşturulmuştur. Bu model ile 9. sınıf geometri konularının öğretimi için bir bakış açısı sunulmaktadır. Bu model geometri derslerinde GME problemlerinin DGY ortamında kullanılmasındaki süreç tecrübelerinden ve müdahaleler sonucu ortaya çıkan fikirlerden oluşmaktadır. Modele göre gerçekçi matematik eğitimine dayalı geometri öğretimini desteklemede DGY’nin entegrasyon sürecini destekleyen bir ders tasarımı dört temel ve hiyerarşik başlıkta gerçekleştirilebilir:

1. DGY kullanımının öğretimi
    1.1. DGY araç menüsü tanıtımı
    1.2. Geometrik oluşum tanıtımı
    1.3. DGY ile oluşum örnekleri
2. GME probleminin seçimi
    2.1. GME’nin zorluk seviyesinin belirlenmesi (kolay, orta, zor)
    2.2. GME’nin DGY ortamına aktarılma sürecinin belirlenmesi
3. Problem çözüm sürecinin belirlenmesi
    3.1. Uygulama süreci
    3.2. Tartışma süreci
    3.3. Matematikleştirme süreci
4. Değerlendirme ve Müdahale



Şekil 5.1. *GME Destekli Geometri Dersleri için DGY Kullanım Modeli*

Araştırma sonucu elde edilen model ile geometri derslerinin daha etkili ve verimli geçtiği ve geometri derslerinde teknoloji kullanımına olumlu katkı sağlaması hedeflenmiştir. Bu model Plomp ve Nieven (2013), TTA'lar ile ilgili araştırma sonuçlarında belirttiği "geliştirme amaçlı TTA" grubuna girdiği görülmektedir. Ayrıca TTA olarak modellenen çalışmada DGY kullanımının öğrencilerin geometri dersini öğrenmelerinde katkı sağladığı ve sınıf sosyal yapılarında olumlu etkisi olduğu görülmüştür. Bu sonuç Can (2010) ve Nuran (2010)'un çalışmaları ile örtüşmektedir.

DGY kullanımının öğretimi, geometri derslerinde DGY'leri etkili kullanmak için geometri öğretiminden önce zaman ayrılması ve planlı yapılması gereken bir konudur. Geometri konularının öğretiminde teknolojinin özellikle DGY'lerin faydaları ile ilgili pek çok çalışma bulunmaktadır. Geogebranın sınıflarda öğrencilerin bireysel veya grup olarak kullanılmasının önemi vurgulayan araştırmalar bulunmaktadır (Kabaca ve arkadaşları, 2011; 2010; Edwards ve Jones, 2006). Fakat Geogebranın kullanımı konusunda başarılı sınıf içi uygulamalarının nasıl yürütüldüğü bilinmemektir (Jones vd., 2009; Lavicza ve Papp-Varga, 2010). Bu araştırmada öğrenciler Geogebrayı ölçme, sürükleyerek keşfetme ve problem çözmede başarılı bir şekilde kullanmışlardır. Öğrencilerin Geogebra kullanımı tek bir etkinlik bazında değil tüm geometri konuları boyunca etkili bir şekilde kullanmış olmaları oldukça önemlidir. Bu durumun en önemli sebebi ise Geogebra yazılımının geometri dersleri öncesi planlı ve amaçlı öğretiminin yapılmasıdır. Bu nedenle öğrencilerin DGY kullanmalarını öğretmek geometri derslerindeki DGY kullanımı olumlu etkilemektedir. Bu öğretim süreci iyi planlanmalı ve DGY araç menüsü tanıtımı, Geometrik oluşum tanıtımı ve DGY ile oluşum örneklerini içermelidir. Menü tanıtımı geometrik tanımlama konusunda öğrenci eksikliklerinin ortaya çıkmasında ve bu eksikliklerin giderilmesinde önemlidir. Geometrik inşa/oluşum uygulamaları ile hem yazılım kullanımı pekişmekte hem de yazılım geometri konuları ile ilişkilendirilmektedir. Bu süreçte öğrenciler motive edilmeli verilen görevler ile sınırlı kalmamaları sağlanmalıdır. Bu araştırma sürecinde bazı öğrencilerin Geogebra ile ölçülü çizimler yerine taslak çizimlerle problem durumlarını ifade ettiği, bazı öğrencilerin ise öğrendikleri Geogebra araçları ile farklı tasarımlar ve ölçümler yaptıkları görülmüştür. Merak ettiği çizim ve ölçümlerle çalışma, simetrik yapıları kullanma ve bağımsız çizim aracı olarak kullanma davranışına rastlanmıştır. Ders aralarında ve ders sürecinde görülen bu davranışlar öğrencilerin Geogebra yazılımını öğrenme süreçlerinin bir parçasıdır. Ders esnasında problemi çözemese de öğrencinin ders arasındaki çalışmaları öğrenciler öğrenme sürecini kısaltan etkili bir faktör olmuştur. Bu nedenle öğrencilerin ders içi kullanımların yanında bu tür teknolojileri ders dışında da merakları doğrultusunda kullanmaları teşvik edilmeli ve bu tür çalışmalarına da dönütler verilmelidir.

Araştırma problemlerinin yürütüldüğü Geogebra ortamı pek çok araştırmada ana rol veya yardımcı rollerde bulunmaktadır. Bu çalışmalarda öğretmen, öğretmen adayları ve öğretim elemanları ile yapılanlar incelendiğinde Geogebra yazılımının öğretimde kullanımı ile ilgili olarak programın kullanımının kolay olduğu yönünde görüşler bulunmaktadır (Baydaş, 2010). Çalışmalar öğrenci merkezli olduğunda ise Geogebra kullanımı konusunda bazı öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür (Hohenwarter ve diğ., 2010; Kutluca ve Zengin, 2011). Bu araştırma sürecinde ise öğrencilere geometri problemlerine geçilmeden Geogebra menü kullanımı, oluşum çalışmaları ve basit seviyede problem sunumları yapılmıştır. Öğrencilere uygulanan Geogebra öğretimi ile Geogebra programın kullanmasında ciddi bir zorluk yaşanmamıştır. Bu sonuç önceki çalışmalar ile uyumlu değildir. Bunun en önemli neden Geogebra öğretiminde gösterilen detaylı ve planlı yaklaşımdır. Ayrıca Geogebra öğretimi süreci planlanırken öğrenciye oluşum kavramının tanıtılması ve bu yönde çalışmalar yaptırılmasının da süreçte zorluk yaşanmamasına önleyici bir durum olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin ortaokul geometri bilgileri, problem çözüm sürecinde Geogebra kullanmalarını olumlu etkilemiştir. Ortaokul geometri bilgileri iyi olan öğrenciler ilk GME problemlerinden itibaren Geogebrayı etkili kullanabilmişlerdir. Ancak genel olarak Geogebraya daha çabuk alışan, program menülerine daha hâkim olan ve kullanımı konusunda rahat hareket edebilen öğrenciler bu bilgileri ile geometri bilgilerini desteklemişlerdir. Örneğin öğrenci problemin çözümünde hangi yardımcı elemanı kullanacağına karar veremese de Geogebra menüsüne hâkim ve hızlı kontroller yapabilme becerisi ile de GME problemlerinin çözümüne katkı sağladığı görülmüştür. Bu tarz öğrencilerden biri derslere kendi bilgisayarını getirmiştir. Akademik başarısı yüksek olmayan bu öğrencinin bilgisayarı ile Geogebrayı problem çözümlerinde daha hızlı ve etkili kullandığı görülmüştür. Çalışma sürecinde geometri bilgisi ve uygulaması iyi öğrenciler ise GME problemlerine genel yaklaşımında önce klasik yöntem ile deneme yapmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu öğrenciler ilk GME problemlerinde Geogebra desteğine ikinci planda başvurmayı denemişlerdir. Bu durum hazırlanan GME problemlerinin öğrenci için konu başında uyandırmak istediği merak ve keşfetme duygusu ile ilişkilidir ve öğrenci başarısı üzerinde olumlu etkisi bulunmaktadır. Bu sonuç Özdemir ve Üzel' in (2013) çalışmasında GME'ye dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısı üzerinde olumlu yönde etkisi olmuştur sonucu ve Uça ve Saracoğlu'nun (2017) çalışması ile örtüşmektedir.

GME problemini seçimi, ortaya çıkan modelin ikinci bileşeni GME'ye dayalı geometri problemlerinin seçilmesidir. Araştırmada 9. sınıf geometri konularının öğretim yılı boyunca işlenmesine odaklanılmış ve ders tasarımları sürecinin tamamına yayılmıştır. Bu sayede geometri derslerinde konuları öğrencilere ortak bir yaklaşım ile sunulmuştur. Öğrenciler bu süreçte pek çok GME problem durumu ile karşılaşmışlardır. Elde edilen bulgular ışığında GME problemlerinin matematikleştirme süreçlerini nasıl ve hangi seviyede gerçekleştirdiği mikro döngü tablolarında verilmiştir. Bu matematikleştirmeler bazen problemin hikayesi , bazen problemin geçtiği ortam (Geogebra), bazen de öğrencilerin arkadaşları ile mücadele etmesi (oyun oynayarak) şeklinde olmuştur. Yani her bir geometri problemi gerçek yaşam hikayesi içermemektedir. Öğrenciler bu problem çözümlerini diğer GME problemleri çözüm sürecine benzer şekilde gerçekleştirmişlerdir. Bunun en önemli nedeni Geogebra ortamının geometri problemleri için bir yaşantı sunmasıdır. Sanal olan bu yaşantıda en önemli faktör keşif sürecinin ve matematikleştirmelerin gerçekleşmesidir. Bu durum geometri derslerinde GME'ye dayalı bir problemin DGY ortamlarında daha geniş anlam bulabileceği şeklinde yorumlanmış ve araştırmada bu problemler GME problemi olarak isimlendirilmiştir.

Araştırmada benzerlik konusunda öğrencilere pek çok GME'ye dönüştürülmüş ya da GME olarak tasarlanmış pek çok soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin kolay sayılabilecek GME problemlerinde DGY kullanımına ihtiyaç duymadıkları problemi ezber yöntemler ile çözdükleri, orta ve zor seviyedeki GME problemlerinde DGY kullanımına ve alternatif yaklaşımlara yönelmelerin olduğu görülmüştür. B durum Zülkardi (2002), PISA (2000), ve De Lange (1995)'nin GME problemlerinin seçiminde orta ve zor soruların öğrencileri motive ettiği ve çözüm sürecinde matematikleştirmelerin gerçekleştiği sonucu ile örtüşmektedir. Bu nedenle modelde de GME'ye dayalı problem seçiminde orta ve zor seviye problemlerin seçilmesi benimsenmiştir.

GME'nin DGY'ye aktarılma süreci, problem seçiminden sonraki aşamadır. Seçilen tüm problemlerde matematikleştirme sürecinin başlangıç noktası problem ifadesidir. Araştırmada bu ifadeler öğrencileri DGY kullanımına yönlendirecek şekilde seçilmiş ve öğrencinin matematikleştirme sürecinde DGY'yi etkili kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum Baltacı ve Baki'nin, (2017) Geogebra ortamına uygun bağlam problemlerin tasarlanması süreçte öğrencilerin geometrik yapılar arasında ilişkileri keşfetmelerine neden olmuştur sonucu ile örtüşmektedir. Araştırma sürecinde problemi daha önce gördüğü veya benzettiği bir problem ile eşleyen öğrencilerin verilen problem rutin problem olmasa da çözüm aşamasında Geogebra kullanımını ikinci plana attıkları ve klasik yollarla çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Öğrenciler problemi rutin olarak görmediklerinde ise bunu bir mücadele olarak düşünmekte ve mücadelelerini Geogebra ortamına taşımaya çalışmaktadırlar. Burada basit bir şartlama yoktur. Yani rutin problemler klasik yolla, rutin olmayanlar Geogebra ile çözülmelidir anlayışının dışında bir yaklaşım vardır. Bu mücadelenin ana kaynağı bilinmeyene duyulan merak ve bazen de ortaya çıkacak olan ilginç sonuçtur. Matematiksel muhakemenin sürekli aktif olduğu keşif süreci öğrencilerde bu merak ve farklı sonuçlar ile ilişkilidir. GME etkinliklerinin etkisinin devam edebilmesi öğrencinin öğrenmesini yaşantı ile gerçekleştirmesine bağlıdır (Freudenthal, 1968,1991). Buradaki yaşantı ise sadece GME problemi ile değil bu problemin DGY ortamındaki çözüm süreci olarak kabul edilmiştir.

Problem çözüm sürecinin belirlenmesi, üç aşamada gerçekleşmektedir. Bunlardan ilki uygulama sürecinin belirlenmesidir. Bu süreci planlayan öğretmen öncelikle problemin anlaşılma ve DGY ortamına aktarılma süresini uzun tutmayacak şekilde dersini tasarlamalı ve tartışma süreci ve sonrasına yeterli zamanı ayırmalıdır. Tartışma süreci her sınıf için farklı şeklide gerçekleşen ve sınıf mikro kültürü tarafından şekillenen bir durumdur. Bu araştırma sürecinde DGY ortamında yapılan problem çözümleri ile sınıf mikro kültüründe olumlu değişiklikler olmuştur. Bu değişiklikler Tabach, (2007) ve Hoyles, Noss ve Kent, (2004)'ün çalışmalarında bahsettikleri öğretmenin teknolojiyi ve araçları (DGY) sınıf ortamına entegre etmesi yeni bir sınıf kültürü ortaya çıkarır sonucu ile örtüşmektedir. Araştırma sonucu ortaya çıkan değişikler uygulama yapılan her iki sınıfta da gerçekleşmiştir. Süreçte ortaya çıkan sosyal ve sosyomatematiksel normların yanında sekiz yeni davranış norm olabileceği düşünülerek incelemeye alınmıştır. İncelenen yeni davranışlardan ikisinin derslerde ortaya çıkma sıklıklarının düşük olduğu ve sadece belirli bir problem veya ders tasarımında ortaya çıktığı görülmüştür. Bu davranışlar süreç sonunda sınıf normu olarak belirlenmemiştir. Kalan altı yeni davranış sınıf bazında ve ders bazında incelendiğinde her iki sınıf için norm olarak kabul edilmiştir. DGY ortamında ortaya çıkan bu normlar:

- Problemi DGY ortamına aktarma
- Öğrencinin DGY ortamında çözümünü sunması
- Öğrencinin DGY araçlarından birini problemin bir parçasının çözümünde nasıl kullandığını açıklaması
- DGY ortamında öğrencilerin sürükleme ile test ettiği varsayımlara ilişkin sonuçları paylaşması
- Öğrencinin arkadaşının DGY (Geogebra) araçlarının kullanımı konusunda ondan açıklama istemesi
- Öğrencinin DGY ortamında problemin çözümüne ilişkin geliştirdiği farklı stratejileri paylaşması'dır.

Araştırmada ortaya çıkan normlar Akyüz (2014)'ün çalışmasında ortaya çıkan

- Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak
- Dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak
- Yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak

ve teknoloji içeren matematik derslerinde sosyal normlar ve sosyomatematiksel normların yanı sıra "tekno-sosyomatematiksel" normlar gibi yeni bir kategori oluşturulabileceği fikrini ile örtüşmektedir. Bu çalışmada da bu yeni normlar tekno-sosyomatematiksel norm olarak adlandırılmıştır.

Araştırma sürecinde altı geometri ders konusu üzerine her iki sınıfta oluşan normlar incelendiğinde üçgende açılar konusu hariç diğer konuların tamamında hem 9C sınıfında hem de 9E sınıfında ortaya çıkan sosyal, sosyomatematiksel ve tekno-sosyomatematiksel normların aynı olduğu görülmüştür. Üçgende açılar konusuna ait ders tasarımı uygulama sürecinde 9C sınıfında ve 9E sınıfında gözlemlenen "*Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek*" sosyal normu ile "*Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak"* sosyomatematiksel normu gözlemlenmemiştir. Her iki sınıftaki öğrencilerin araştırmanın yapıldığı okula aynı yüzdelik dilimlerle girdiği ve çalışma öncesi matematik dersi öğretmenlerinin ve süreci yürüten araştırmacı öğretmenin aynı olduğu düşünüldüğünde normlar arasındaki bu farklılığın 9C sınıfının kendi sınıf kültürü ile ilişkili olduğu sonucu çıkarılabilir. Gözlemlenmeyen her iki norm hem sınıf sosyal ortamında hem de matematik derslerinde daha kabullenici bir yapısı olan 9C sınıfında çalışmanın başlangıç aşamasında ortaya çıkmamıştır. Sonraki ders tasarımlarında her iki sınıfta da aynı normlar gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin sınıflarında oluşturmak istedikleri normlar her sınıfta aynı şekilde gelişmeyebilir. Öğretmen neyin kabul edilebilir olduğunu gösterir ve böylece sınıfında kurmak istediği sosyal ve sosyomatematiksel normları oluşturmaya çalışır. Öğretmenler, öğrencilerin öğrenmelerini daha iyi bir sistem içerisinde yapılandırılmasını sağlayan en önemli unsurlardan biridir. Dolayısıyla sınıf ortamında öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar üzerine öğretmenlerin kullanmış olduğu jest ve mimikler (Özmantar vd., 2009) de dahil olmak üzere vermiş oldukları tüm tepkilerin (Yackel ve Cobb, 1996) öğrenciler için önemli olduğu söylenebilir. Bu durumda öğretmenlerin ders tasarımlarının normlar üzerindeki etkisi göz ardı edilemez. Araştırma sürecinde başta farklı olan ve sonrasında her iki sınıfta beraber gözlenen sosyal, sosyomatematiksel ve tekno-sosyomatematiksel normlar ders tasarımlarımlarındaki müdahalelerin etkililiğini gösteren durumlardan biri olabilir.

Ayrıca sosyal ve sosyomatematiksel normlar ile yapılan çalışmaların genel olarak normların sınıf ortamındaki doğasını,yapısını ve gelişim sürecinin zamanla nasıl geliştiği ile ilgili bilgi veren kuramsal çalışmalar, matematik öğrenme ortamlarında sosyal ve sosyomatematiksel normların belirlenmesi için yapılan nitel çalışmalar, matematik dersinde problem çözme sürecinde bilgisayar destekli araçların kullanılması sonucu ne tür normların ortaya çıkacağını belirlemeye yönelik çalışmalar şeklinde olduğu görülmüştür (Öksüz ve Gürefe, 2021). Bu araştırma ifade edilen üç tür norm araştırması ile örtüşmekte ve her iki sınıfa eş zamanlı uygulanan ders tasarımları ile norm ilişkisini incelemesi açısından ise özgünlüğünü ortaya koymaktadır.

Araştırmada problemlerin tartışma sürecinde her iki sınıf öğrencilerinin birbirlerinin fikirlerine saygı duyarak birbirlerinin varsayımlarını önceki matematik derslerine göre daha ciddiye aldığı görülmüştür. Tartışma sürecinin bu şekilde gelişmesi tartışma sonrası öğretmen rehberliğinde dikey matematikleştirmeler için uygun ortamlar oluşturmaktadır. Özellikle Geogebra ortamında matematik ön bilgileri iyi fakat Geogebra ortamına hemen uyum sağlayamayan öğrenciler ile tasarımcı ya da "maker" kimliğe sahip matematiksel bilgileri geri planda olan öğrenciler arasında bir denge oluşturmuştur. Bu denge, cebirsel bilgileri daha iyi olan öğrencilerin tasarım kabiliyetlerini zorlamasını, tasarım ve oluşturmacı kimliği ön planda olan öğrencilerin ise tasarımlarında matematiksel ilişkileri görmeleri için fırsat sunmuştur. Bu dengeleme aslında sınıfın sosyo-kültürel yapısında da farklılıklar oluşmasına neden olmuştur. Bu farklılık iki aşamada oluşmuştur. Birinci aşama da öğrencilerin akademik, sosyal, sportif ve kültürel olarak sınıftaki belirlenen yerleri ve fikirlerine verilen değerler açısından, ikincisinde ise sınıf sosyo-matematiksel kültüründe meydana gelen olumlu değişmelerdir. Öğrencilerin sınıf normlarını bu şekilde kendilerinin benimsemesi ve oluşumlarına katkı sağlaması Mottier Lopez ve Allal, (2007)' deki sınıf normları öğrencilerin katılımı ve benimsemeleri ile oluşur sonucu ile örtüşmektedir.

Öğretmenler problemin DGY ortamına aktarılması ile başlayan sürecin tamamını matematikleştirme süreci olarak ele almalı ve rehberliklerini bu süreci cesaretlendirecek şekilde yapmalıdırlar. Araştırmada geometri konuları hazır olarak değil öğrencilerin DGY çalışmaları ve varsayımları sonrası ortaya çıkmış, bu öğrenci varsayımlar sınıf içinde doğrulukları tartışılmış ve geometrik yapılara ve özelliklerine ulaşılmıştır. Modelde matematikleştirme süreci olarak adlandırılan bu durum Çelik (2016) ve Korkmaz (2017)'nin sonuçları ile örtüşmektedir.

Değerlendirme ve müdahale, araştırmada her ders için tasarımların ilk uygulamalarından sonra tez danışmanı ile yapılan toplantılar sonucunda uygulanan dersin bir sonraki konusu için araştırmacı öğretmene fikir veren modelin son bölümüdür. Araştırmada müdahaleler geometri konularının ilk uygulamalarına yapılırken değerlendirme ise hem müdahale hem de genel tasarım açısından yapılmıştır. Ders tasarımının mikro döngüleri içerisinde yer alan bu müdahaleler bazen GME probleminin yapısına, bazen, problemlerin sıralaması, bazen de problem öncesinde ilave etkinlikler verilmesi şeklinde gerçekleşmiştir. Tasarımın geneline yapılan müdahale ise GME'ye dayılı geometri problemlerini daha geniş bir çerçevede sunmak olarak söylenebilir. DGY'nin öğrencilere hayal ettikleri geometrik durumları canlandırma imkânı vermesi süreçte GME problemlerinin çerçevesinin genişletilmesine yol açmıştır. Bu çerçeveyi sınırlayan en önemli faktör matematikleştirme sürecinin gerçekleşip gerçekleşmemesi olarak belirlenmiştir.

Sonuç olarak araştırma sürecinde olgunlaşan bu model öğretmen alışkanlıkları ve inançları, mevcut sınıf normları ve geometri konusuna göre değişiklik gösterebilir ancak bu modelde iki temel yapı korunmalıdır. Birincisi DGY'nin etkili ve amaçlı kullanımı, ikincisi GME'ye dayalı problemler sürecinde matematikleştirmelerin gerçekleştirilmesidir. Bu araştırma ile matematik öğretmenleri için bir geometri ders planı olarak ortaya çıkan fikir teknolojinin geometri sınıflarında kullanımını disiplin altına alabilecek genel bir çerçeveye dönüşmüştür.

Araştırmada varılan sonuçlar ışığında ileriye yönelik araştırmalara ve uygulamaya ilişkin şu öneriler getirilebilir:

- Araştırmada 9. sınıf geometri derslerinde GME'ye dayalı problemlerin DGY ortamında sunulması üzerine bir model oluşturulmuştur. Bu modelin genellenebilmesi amacıyla, aynı araştırma farklı sınıf seviyelerinde, farklı katılımcılarla ve farklı araştırmacılar tarafından yinelenebilir.
- Araştırma sürecinde DGY ortamlarında ortaya çıkan yeni sınıf normları belirlenmiştir. Bu normların farklı teknoloji destekli ortamlarda inceleneceği araştırmalar yapılabilir.
- Araştırma sürecinde araştırmacı öğretmen tarafından hazırlanan ya da düzenlenen pek çok GME' ye dayalı geometri problemi ile çalışılmıştır. Bu tür problemlerin yazım süreçleri öğretmenler için geometri konularına bakış açılarını değiştirebilecek tecrübeler içermektedir. Bu nedenle hizmet içi eğitimlerde bu alanda öğretmen eğitimleri geometri öğretimi açısından yararlı olabilir.

- DGY’lerin örnek uygulamaları Milli eğitim ders kitaplarında yer almaktadır. Ayrıca bu tür yazılımlar için hizmet içi faaliyetleri düzenlenmektedir. Bu faaliyetlerde DGY menüleri ile geometrik inşa kavramlarının beraber verilmesi ve bu etkinliklerin ders kitaplarında yer alması DGY programlarının kullanıcı profiline öğrencilerin katılmasını sağlayabilir.

KAYNAKÇA

Işık, A., Ciltaş, A. ve Bekdemir M., (2008). Matematik eğitiminin gerekliliği ve önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, (17), 174-184.*

Ainsworth, S. (2008). How should we evaluate multimedia learning environments?. *In Understanding multimedia documents (pp. 249-265)*. Springer US.

Akyüz, D. (2016). Mathematical practices in a technological setting: A design research experiment for teaching circle properties. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(3), 549-573.

Akyüz, D. (2014). Çember özelliklerini öğretmeyi amaçlayan teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıfta oluşan sosyomatematiksel normların incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, *39*(175), 58-72.

Altıparmak, K., ve Çiftçi, B. (2018). Bilgisayar destekli gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının etkililiği üzerine deneysel bir çalışma. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *12*(2), 228-253.

Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademede Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.

Altun, M. (2002). *Matematik Öğretimi.* (10. Baskı b.). İstanbul: Alfa Basım Yayım.

Altun, M. (2008). *Liselerde Matematik Öğretimi.* Bursa: Aktüel Alfa Akademi Basım ve Yayım Evi.

Altun, M. (2011). Liselerde Matematik Öğretimi. *Bursa: Alfa Aktüel.*

Altun, M., Bintaş, J. ve Arslan, K. (2003). GME ile Simetri Öğretimi. *Matematikçiler Derneği,* Kasım 2017 tarihinde ulaşılmıştır. http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=57 simetriogretimi&catid=8:matematik -kosesi-makaleleri&Itemid=172

Altun, M. (2008). İlköğretim İkinci Kademe (6-8. Sınıflar) Matematik Öğretimi. (5.baskı) *Bursa: Aktüel*

Anderson, T. & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, *41*(1), 16-25.

Arseven, A. (2010). Gerçekçi matematik öğretiminin bilişsel ve duyuşsal öğrenme ürünlerine etkisi. *Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, Türkiye*.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 245–274.

Aşık, G., & Yılmaz, Z. (2017). Design-based research and teaching experiment methods in mathematics education: Differences and similarities. *Journal of Theory and Practice in Education, 13*(2), 343-367.

Avrupa'da Matematik Eğitimi, (2011). Eurydice, Avrupa Eğitim Bilgi Ağı. Web: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132T.pdf

Bakker, A., & Smit, J. (2017). Theory development in design-based research: an example about scaffolding mathematical language. In S.Doff & R.Komoss (eds.), *Making Change Happen* (pp. 111-126). Springer Fachmedien Wiesbaden.

Baki, A., Karataş, İ., ve Güven, B. (2002). Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ*, 15-18.

Banister, S. (2010). Integrating the iPod Touch in K-12 education: Visions and vices. *Computers in the Schools*, 27(2), 121–131.

Bretscher, N. (2009). Dynamic geometry software: The teacher's role in facilitating instrumental genesis. *Research in Mathematics Education*, *11*(2), 187-188.

Bintaş, J., ve Akıllı, B. (2008). Bilgisayar destekli geometri. *Ankara: Öğreti.*

Bonds-Raacke, J., & Raacke, J. D. (2005). Using Tablet PCs in the classroom. An investigation of students' expectations and reactions. *Journal of Instructional Psychology*, 35(3), 235–239.

Brantlinger, E., Jimenez, R., Klingner, J., Pugach, M. ve Richardson, V. (2005). *Qualitative studies in special education. Exceptional Children*, 71, 195-207.

Buchbinder, O. (2018). Guided discovery of the nine-point circle theorem and its proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 138-153. doi:10.1080/0020739X.2017.1363422

Creswell, J.W. (2005). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research.* Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice

Karataş, İ., ve Güven, B. (2015). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin matematik eğitiminde kullanımı: Pisagor bağıntısı ve çokgenlerin dış açıları. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 15-28

Camci, F., ve Tanışlı, D. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri. *Eğitim ve Bilim*, 45(204).

Can, M. (2012). İlköğretim 3. sınıflarda ölçme konusunda gerçekçi matematikeğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi. *Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu, Türkiye*

Can, R. (2010). Cabri geometri ile hazırlanan bir ders tasarımının öğretmen adaylarının gelişmelerine etkisinin incelenmesi. *Yüksek lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye*

Cansız, Ş. (2015). Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrencilerin matematik başarısına ve yaratıcı düşünme becerilerine etkisi. *Yayınlanmış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye.*

Choi, T. (2017). Influence of the Black-Box Approach on Preservice Teachers' Preparation of Geometric Tasks. *Doctoral dissertation*, The University of Iowa.

Cobb, P., & Bowers, J (1999). Cognitive and situated perspectives in theory and practice. *Educational Researcher*, 28(2), 4–15.

Cobb, P., Jackson, K. & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education (3rd ed.)*, pp. 481-503, New York: Routledge

Çelik, A. (2016). *Koniklerin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ile öğretimi üzerine bir araştırma* (Master's thesis, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü).

Çiftçi, Z. B., Akgün, L., & Deniz, D. (2013). Dokuzuncu sınıf matematik öğretim programı ile ilgili uygulamada karşılaşılan sorunlara yönelik öğretmen görüşleri ve çözüm önerileri. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 3(1), 1-21.

De Lange, J. (1996). Using And Applying Mathematics in Education. A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds) içinde, *International handbook of mathematics education* (s. 49-97). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

De Lange, J. (1993). Innovation in mathematics education. In J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley and M. Niss (Eds.), *Innovation in Mathematics Education by Modelling and Applications*, (pp. 3-17). Chichester: Ellis Horwood.

Demirdöğen, N. (2007). Gerçekçi Matematik Eğitimi Yönteminin İlköğretim 6. Sınıflarda Kesir Kavramının Öğretimine Etkisi, *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.*

Design-Based Research Collective [DBRC] (2006). *A peer tutorial for design-based research.* Erişim: Kasım 2017, http://dbr.coe.uga.edu/explain01.htm

Enriquez, A. G. (2010). Enhancing student performance using Tablet computers. *College Teaching*, 58(3), 77–84.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & van Gisbergen, S. (2010, January). Instrumental orchestration: Theory and practice. *In Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1349-1358).

Ferdianova, V., & Žáček, M. (2013). Motivation of students for geometry. IEEE, 70-73. doi:10.1109/ICeLeTE.2013.6644350

Freudenthal Enstitüsü. (tarih yok). The Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education (FIsme). 5 Kasım tarihinde http://www.uu.nl/en/research/freudenthal-institute-for-science-and-mathematics education/research/research-projects adresinden alındı

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful? *Educational Studies in Mathematics*(1), 3-8.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. *Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.*

Freudenthal, H. (1979). Structure of mathematics and mathematical structures; an educational analysis. *Pedagogische Studiën*, 56(2), 51-60.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures.* Norwell, 101 Philip Drive: Kluwer Academic Publishers.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for research in mathematics education, 35*(4), 258-291.

Gravemeijer, K. (1994). Developing Realistic Mathematics Education. Utrecht: CD-ß *Press /Freudenthal Institute.*

Gravemeijer, K. (1997). Instructional design for reform in mathematics education. In Beishuizen, Gravemeijer, & V. Lieshout (Eds.), *The Role of Contexts andModels in the Development of Mathematics Strategies and Procedures* (pp. 13-34). Utrecht: CD-ß Press.

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mahematical Thinking and Learning, 1*(2), 155-177.

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1-3), 111–129.

Gravemeijer, K. P. E. (2005). PROO application 411-04-123, Tool use in innovative learning arrangements for Mathematics. *Retrieved 2*007.

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Educational design research. *J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.)*, 17-51.

Gülburnu, M. (2019). Problem çözümlerinin tartışıldığı öğrenme ortamında sosyomatematiksel normların ve öğrenme fırsatlarının incelenmesi Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Doktora Tezi. Adıyaman Türkiye.

Güven, N. D., & Dede, Y. (2017). Examining social and sociomathematical norms in different classroom microcultures: Mathematics teacher education perspective. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *17*(1). 265-292.

Güven, B., & Karataş, I. (2003). Dinamik geometri yazilimi cabri ile geometri ögrenme: Ögrenci görüsleri. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *2*(2).

Hadjerrouit, S. (2016, March). Using the interactive visualization tool SimReal+ to teach mathematics at the university level: An instrumental approach. In *First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*.

https://tr.wikipedia.org/wiki/Matematik. 09/04/2021 tarihinde ulaşılmıştır.

Işıksal, M., & Aşkar, P. (2003). Elektronik tablolama ve dinamik geometri yazılımını kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *İlköğretim Online,* 2(2). 511-528.

Jones, K., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., Lu, A., Dawes, M., Parish, A. & Borcherds, M. (2009). Establishing a professional development network to support teachers using dynamic mathematics software GeoGebra, *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *29*(1), 97–102

Kabaca, T., Çontay, E. G., & İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: Parabol kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 101-110.

Nasibov, F., & Kaçar, A. (2005). Matematik Ve Matematik Eğitimi Hakkinda. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 339-346.

Köse, N., Tanışlı, D., Erdoğan, E. Ö., ve Ada, T. Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli geometri dersindeki geometrik oluşum edinimleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 8(3), 102-121.

Kemankaşlı, Nuran. 10. sınıflarda geometri öğrenme ortamı tasarımı: Üçgenler ünitesi örneği. Yayınlanmamış doktora tezi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2010*

Korkmaz, E. (2017). Dönüşüm geometrisi konularının gerçekçi matematik eğitimi (GME) etkinlikleriyle işlenmesinin öğrenci başarısına ve matematik tutumuna etkisi. *Doktora Tezi. İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Malatya Türkiye.*

Kwon, O. N. (2002). Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations. *ERIC*, No:ED472048

Kuzu, A., Çankaya, S. & Mısırlı, Z.A. (2011). Tasarım tabanlı araştırma ve öğrenme ortamlarının tasarımı ve geliştirilmesinde kullanımı. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 1(1), 19-35.

Mariotti, M. A. (2002). Influence of technologies advances in students' math learning. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 757–786). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Milli Eğitim Bakanlığı. (MEB). (2005). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu* (9-12 sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu* (9-12. Sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2017). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu* (9-12. Sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Moralı, S., Uğurel, İ., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *14*(1), 147-160.

Moran, M., Hawkes, M., & El-Gayar, O. (2010). Tablet personal computer integration in higher education: Applying the unified theory of acceptance and use technology model to understand supporting factors. *Educational Computing Research, 42*(1), 79–101.

Mariotti, M. A. (2014). Transforming images in a DGS: The semiotic potential of the dragging tool for introducing the notion of conditional statement. *In Transformation-A fundamental idea of mathematics education* (pp. 155-172). Springer, New York, NY.

Köse, N.Y., Uygan, C., Özen, D. (2012). Dinamik geometri yazılımlarındaki sürükleme ve çeşitlerinin geometri öğretimindeki rolü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 3*(1), 35-52.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *In Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 275-304). Brill Sense.

Olive, J. (2010). Research on technology tools and applications in mathematics learning and teaching. *New Perspectıves and Dırectıons for Collaboratıve Research In Mathematıcs Educatıon*, 75-93.

Sinclair, N., & Crespo, S. (2006). Learning mathematics in dynamic computer environments. *Teaching Children Mathematics, 12*(9), 436-444.

OECD. (2001). Retrieved August, 2002 from the world wide web: http://www.oecd.com

OECD (2004). Learning For Tomorrow's World. First Result From PISA 2003, Programme For International Student Assessment, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/1/60/34002216.pdf,Erişim Tarihi:30.05.2021

Öksüz, H., & Gürefe, N. (2021). 5. sınıf matematik öğretmenlerinin öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bulunduğu sınıfta oluşturmayı amaçladığı sosyomatematiksel normlar. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *10*(2), 601-626.

Özdemir, E., ve Uzel, D. (2013). Gerçekçi matematik eğitimine dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: Temel ilkeler açısından. *Education Sciences, 8*(1), 115-132.

Partanen A.M., (2011) "Challenging the school mathematics culture: An investigative small-group approach. Ethnographic teacher research on social and sociomathematical norms", *Doktora tezi*, University of Lapland,.

Piaget, J. (1965). The child's conception of number. New York: *W. W. Norton and Company*. (Original work published in 1941).

Plomp, T., and Nieveen, N. (2013). Introduction to the collection of illustrative cases of educational design research. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* – Part B: Illustrative cases (pp. V-XX). Enschede, the Netherlands: SLO.

Plomp, T. and Nieveen, N. (2013). Educational Design Research. *Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO), Enschede, the Netherlands*.s: *81-85*

Selim KARATAŞ Ortaöğretim Matematik 9 Ders Kitabı. *Ödev Yayınevi*, 2018

Senger, E. (2019). The Effect Of sociomathematical norms and technology integrated instruction on 6th grade students' understanding of Altitude/ Sosyomatematiksel normlar ve teknoloji ile zenginleştirilmiş öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin yükseklik kavramını anlamasına etkisi. *Yüksek Lisans Tezi. Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul. Türkiye.*

Shadaan, P., & Leong , K. E. (2013). Effectiveness of using Geogebra on students' understanding in learning circles. *The Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1-11. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1086434.pdf

Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research.* Dordrecht: Kluwer.

Tabach, M. (2011). A mathematics teacher's practice in a technologicalenvironment: A case study analysis using two complementary theories. *Technology, Knowledge and Learning, 16*(3), 247-265.

Tabak, S. (2019). Türkiye'de "Gerçekçi Matematik Eğitimi" ne ilişkin araştırma eğilimleri: Tematik içerik analizi çalışması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*(2), 481-526.

Tatar, E., Kağızmanlı, T. B., & Akkaya, A. (2014). The effect of a dynamic software on the success of analytical analysis of the circle and prospective mathematics teachers opinions. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 8(1), 153-177.

Toluk-Uçar, Z. (2016). Sosyomatematiksel normlar. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 605-627). Ankara: Pegem Akademi.

Treffers, A. (1978). Wiskobas doelgericht [Wiskobas goal-directed]. Utrecht: IOWO.

Treffers, A. (1987). Three Dimensions- A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. Dordrecht: Kluwer Academic.

Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980-1990. In L. Streefland (Ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht: CD-ß Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

Trouche, L. (2003). From artifact to instrument: Mathematics teaching mediated by symbolic calculators. *Interacting with Computers*, 15, 783–800.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9*, 281–307.

Uysal, E., & Yenilmez, K. (2011). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *12*(2), 1-15.

Üzel, D. (2007). Gerçekçi matematik eğitimi (GME) destekli eğitimin ilköğretim 7. Sınıf matematik öğretiminde öğrenci başarısına etkisi. Doktora tezi. *Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir, Türkiye.*

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). Assessment and Realistic Mathematics Education. Utrecht: CD-Beta Press/Freudenthal Institute.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Mathematics Education in The Netherlands. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and practice in arithmetic teaching* (pp. 49-63). Buckingham/Philadelphia: Open University Press

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Wijers, M. (2005). *Mathematics Standarts and Curriculum In The Netherlands*. ZDM, 37(4).

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul Ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim. Çev. Edit. Soner Durmuş, Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Wise, J. C., Toto, R., & Lim, K. Y. (2006). Introducing Tablet PCs: Initial result from the classroom. *Paper presented at the 36th Annual ASEE/IEEE Frontiers in Engineering Conference*, Chicago, IL. 17-20.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Yackel, E., and Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

Yenilmez, K., & Demirhan, H. (2013). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Bazı Temel Matematik Kavramları Anlama Düzeyleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*, 275-292.

Yılmaz, Z., & Aşık, G. (2017). Matematik eğitimi çalışmalarında tasarım tabanlı araştırma ve öğretim deneyi yöntemleri: Farklar ve benzerlikler. *Eğitimde Kuram ve Uygulama. 13(2), 343-367*

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (Genişl. 5. bs.), Ankara: Seçkin yayınları.

Yin, R. K. (2003). Design and methods. *Case study research*, Applied social research methods series, 5.

Zulkardi. (2000). GME theory meet web technology. In MIHMI(2000) (Ed.), *Proceedings of 10th National Conference of Mathematics*. Bandung Institute of Technology, Indonesia.

Zulkardi. (2002). Developing A Learning Environment on Realistic Mathematics Education For Indonesian Student Teachers. *Doktora Tezi, Thesis Univesity of Twente, Enschede.*

EK-1 Etik Kurul Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 08.02.2018 | Protokol No: 16719 | Tarih: 26.02.2018

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	BAP Projesi-Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Geometri Öğretimine Teknolojinin Entegrasyonu: Ortaöğretim Öğrencileri ile Tasarım Tabanlı Bir Araştırma
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. Nilüfer KÖSE
TEZ YAZARI:	Emrah ÜNLÜER
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Prof.Dr. Coşkun BAYRAK
(Başkan, Eğitim Fak.)

Prof.Dr. T. Volkan YÜZER (Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)	**Prof.Dr. Esra CEYHAN** (Eğitim Fak.)
Prof.Dr. Münevver ÇAKI (Güzel Sanatlar Fak.)	**Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ** (İkt. ve İdari Bil. Fak.)
Prof.Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	**Prof.Dr. Emel ŞIKLAR** (İkt. ve İdari Bil. Fak.)

EK-2 Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

Ana. Üni. Evrak Tarih ve Sayısı: 26/03/2018-E.20623

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/5902569 21.03.2018
Konu: Araştırma Projesi

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

İlgi : a) 19/03/2018 tarih ve 5705890 sayılı olur.
b) 07/03/2018 tarih ve E.32552 sayılı yazınız.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize rica ederim.

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Aslı ile Aynıdır
22 Mart 2018
Önder ÜLKE
Memur

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

ADRES:
Yunus Emre Kampüsü 26470
Tepebaşı/ESKİŞEHİR

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 5bb0-2cd8-3908-be8b-6af5 kodu ile teyit edilebilir.

EK-2 (Devam) Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/5705890 — 19.03.2018
Konu : Araştırma Projesi

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü' nün 07/03/2018 tarih ve E.32552 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Emrah ÜNLÜER' in "Geometri Öğretiminde Teknolojinin Entegrasyonu: Ortaöğretim Öğrencileri ile Tasarım Tabanlı Bir Araştırma" başlıklı uygulama çalışması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
.../03/2018

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:
Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

EK-2 (Devam) Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

T.C

ESKİŞEHİR VALİLİĞİ

İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Emrah ÜNLÜER
Kurumu/Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Eskişehir Anadolu Lisesi
Araştırmanın Konusu	Geometri Öğretimine Teknolojinin Entegrasyonu: Ortaöğretim Öğrencileri ile Tasarım Tabanlı Bir Araştırma
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma/Proje/Ödev/ Tez Önerisi	Var
Veri Toplama Araçları	Ders Video Gözlemleri, Öğrenci Görüşme Ses Kayıtları, Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi ile İlgili Örnek Problemler, Klinik Görüşme Soruları
Görüş İstenecek Birimler	-
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2017/25sayılı genelgesi gereğince 2017-2018 öğretim yılında uygulanmasında sakınca yoktur.	
Komisyon Kararı	KABUL (Oybirliği ile)
Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi : ....

K O M İ S Y O N

15/03/2018

Komisyon Başkanı
Barış HANCI
Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

Üye
Kadir KILIÇ
Öğretmen

Üye
Ömer GARAN
Öğretmen

Üye
E. Şenay DOĞANER
Öğretmen

EK-3 Araştırma Gönüllü Katılım Formu

Bu çalışma, “Geometri Öğretimine Teknolojinin Entegrasyonu: Ortaöğretim Öğrencileri İle Tasarım Tabanlı Bir Araştırma” başlıklı doktora tez çalışmasıdır. Bu çalışma ile ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerine yönelik eşlik-benzerlik konusu üzerinden bir ders tasarımı yapmak amaçlanmıştır. Çalışma, Emrah ÜNLÜER tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile geometri öğretimine bilgi ve iletişim teknolojilerinden dinamik geometri yazılımlarının nasıl entegre edilmesi gerektiği ve bu entegre sürecinin analizinin yapılması hedeflenmektedir.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, öğretim deneyi ve klinik görüşmeler yapılarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler elektronik ortamda korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabileceksiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı’na (mail/tel) yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı : Emrah ÜNLÜER
Adres :Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi
Anabilim Dalı
İş Tel :0 (222) 335 38 15
Cep Tel :0 532 400 39 21

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.
(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:
İmza:
Tarih: