TÜRKİYE, SİNGAPUR VE KANADA'DAN SEÇİLEN ORTAOKUL DERS KİTAPLARININ ORANTISAL DÜŞÜNME BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Doktora Tezi

Yasin MEMİŞ

Eskişehir 2022

TÜRKİYE, SİNGAPUR VE KANADA'DAN SEÇİLEN ORTAOKUL DERS KİTAPLARININ ORANTISAL DÜŞÜNME BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Yasin MEMİŞ

DOKTORA TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Mart 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

TÜRKİYE, SİNGAPUR VE KANADA'DAN SEÇİLEN ORTAOKUL DERS KİTAPLARININ ORANTISAL DÜŞÜNME BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Yasin MEMİŞ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mart 2022

Danışman: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

Bu çalışmanın amacı Türkiye, Singapur ve Kanada'dan seçilen 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında sunulan içeriğin, orantısal düşünmenin gelişimiyle ne düzeyde uyumlu olduğunu incelemektir. Bu amaç doğrultusunda oran ve orantı ünitelerinde yer alan sorular sıralama ve içerik olmak üzere iki boyutta analiz edilmiştir. Sıralama boyutunda ders kitaplarının orantısal düşünmeyi gelişimsel olarak nasıl ele aldıklarını incelemek amacı ile orantısal düşünmeye ait düzeyler ve her bir düzey için göstergeler belirlenmiştir. Hazırlanan göstergeler yardımıyla ders kitaplarının orantısal düşünmeyi gelişimsel olarak ne düzeyde takip ettikleri ve buna yönelik nasıl bir içerik sağladıkları karşılaştırılmıştır. İçerik kapsamında ise incelenen sorular bilgi ve bilişsel süreç bakımından değerlendirilmiştir. Bu kapsamda ilgili düzeyler bilgi boyutunda işlemsel ve kavramsal bilgi kapsamında, bilişsel süreç boyutunda ise yenilenmiş Bloom taksonomisi kapsamında incelenmiştir. Çalışma sonucunda sıralama boyutu kapsamında hiçbir ülkenin orantısal düşünmeyi tam bir sıralamayla gelişimsel olarak ele almadığı belirlenmiştir. Ayrıca orantısal düşünmeyi göstergelere göre en kapsamlı ve uzun süreçte Singapur ders kitaplarının ele aldığı sonucuna ulaşılmıştır. İçerik boyutunda tüm ders kitaplarının ağırlıklı olarak işlemsel bilgiye yönelik bir içerik sağladıkları, bilişsel süreç boyutunda ise yoğunlukla düşük düzey bilişsel süreçlere yer verdikleri tespit edilmiştir. Bu kapsamda ders kitaplarının orantısal düşünme için öğrenci gelişimini temel alan içerikler oluşturmada halen eksiklikleri olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Ders kitabı analizi, Öğrenme rotaları, Orantısal düşünme becerisi, Orantısal düşünmenin gelişimsel düzeyleri.

ABSTRACT

EXAMINATION OF SECONDARY SCHOOL TEXTBOOKS FROM TURKEY, SINGAPORE, AND CANADA IN THE CONTEXT OF PROPORTIONAL THINKING

Yasin MEMİŞ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, March 2022

Supervisor: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

The aim of this study is to examine and compare the extent to which learning opportunities are aligned with the development of proportional thinking skills in the 5th, 6th, 7th and 8th grade mathematics textbooks of Turkey, Singapore, and Canada. For this purpose, all questions in the ratio and proportion units were analysed in two dimensions as sequence and content. In order to examine how the textbooks deal with proportional thinking developmentally, proportional thinking levels and indicators were determined. With the help of indicators, the way in which textbooks presented proportional thinking developmentally was examined. The questions examined within the content were evaluated in terms of the knowledge dimension and the cognitive process dimension. In this context, the levels were evaluated according to the procedural and conceptual knowledge in the knowledge dimension and the revised Bloom's taxonomy in the cognitive process dimension. As a result of the study, it has been determined that no country has dealt with proportional thinking skill levels in a complete sequence. In addition, it has been concluded that the Singapore textbooks deal with proportional thinking in the most comprehensive way according to the indicators of the levels. It has been determined that in the content dimension, all textbooks mainly provide procedural knowledge and in the cognitive dimension, low-level cognitive processes are mostly provided. On completion of the study, it was concluded that textbooks still have deficiencies in creating content based on student developmental learning in terms of proportional reasoning.

Keywords: Textbook analysis, Learning trajectories, Proportional thinking skills, Development levels of proportional reasoning.

TEŞEKKÜR

Bu uzun süreçte desteklerini esirgemeyen ve her zaman yanımda olan sevgili aileme karşı minnettarım.

Doktora eğitimim süresince sürekli kapısını açık tutarak araştırmalarımı bir adım ileri taşımama yardımcı olan danışmanım Prof. Dr. H. Bahadır YANIK'a teşekkür ediyorum. Tez izleme süresince değerli fikirleriyle bu tezin ortaya çıkmasında katkıları bulunan, hocalarım Prof. Dr. Ali ERSOY ve Doç. Dr. Fatih KARABACAK'a, tez savunma jürime katılarak fikirleriyle tezimin son şeklini veren Prof.Dr. Kürşat YENİLMEZ'e ve Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN'e ayrı ayrı teşekkür ediyorum.

Ayrıca Exeter'de bulunduğum süreçte, tez yazımının son dönem yükünü azaltan Prof. Dr. Ömer ADIGÜZEL ile Doç. Dr. Ferah Burgul ADIGÜZEL'e ve çalışmalarımda önerilerinden faydalandığım Dr. Taro FUJITA'ya teşekkür ediyorum.

Son olarak doktora eğitimim boyunca bilgi alışverişinde bulunduğum arkadaşlarım Dr. Öğr. Üyesi Osman Bağdat ve Dr. Öğr. Üyesi Abdullah Özkale'ye de yardımlarından ve sohbetlerinden dolayı teşekkür etmek istiyorum.

Yasin MEMİŞ

Exeter, 2022

01/02/2022

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı'yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Yasin MEMİŞ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

KISALTMALAR DİZİNİ

CCSSM	: The Common Core State Standards for Mathematics
	(Eyaletler İçin Ortak Matematik Standartları)
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
	(Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
ODB	: Orantısal Düşünme Becerisi
OECD	: Organisation for Economic Co-operation and Development
	(Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)
PISA	: The Programme for International Student Assessment
	(Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study
	(Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
YBT	: Yenilenmiş Bloom Taksonomisi

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumuna, araştırmanın amacı ve araştırma sorularına yer verilmiş olup ardından sınırlılıklar ele alınmıştır.

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretiminde en temel kaynaklardan olan ders kitapları matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde büyük bir öneme sahiptir. Hedeflenen amaçlar ve öğrencilerin öğrenme çıktıları arasında önemli bir köprü görevi gören, okullar ve sınıflar arasında program uyumunu sağlayan mekanizmalar olan ders kitapları (Schmidt vd., 2001), öğretim hedeflerinin ne derece yansıtıldığının değerlendirilmesi için somut veriler sunmaktadır (Valverde vd., 2002). Ders kitapları, sahip oldukları bu öneme rağmen gerek zaman gerekse alan kısıtlılığı yüzünden tasarlanan içerikleri çoğu kez ayrıntılandıramadan ve öğrenci gelişimini fazla göz önünde bulundurmadan vermek zorunda kalmaktadır (Sarama ve Clements, 2011).

Her ne kadar temel hedefler bağlamında ders kitaplarında ayrıntılı içerikler oluşturulsa da çoğu kez önemli noktaların ayrıntılandırılması ve ders kitaplarının öğretime yönelik şekillendirmesi öğretmenlere kalmaktadır (Valverde vd., 2002). Öğretmenler ise derslerde hangi konuyu nasıl anlatacaklarını çoğu kez ders kitaplarına bağlı olarak belirlemektedirler. Öğretmenin ders kitabında yer almayan bir konuya sınıf içerisinde değinmesi, dolayısı ile öğrencinin o konuyu öğrenmesi ise çok uzak bir ihtimaldir (Hiebert ve Grouws, 2007). Bu bakımdan ders kitaplarında hangi konuların yer alacağına karar verilmesi kadar bu konuların nasıl bir sıralama ve yaklaşımla sunuldukları da önemli bir araştırma konusudur (Stein, Remillard ve Smith, 2007).

Ders kitaplarında konuların ele alınması, sıralanması ve yaklaşımlarının oluşturulması süreci bu denli önemli iken çoğu zaman öğretim araçlarının sınıflarda yapılan araştırma sonuçlarını yeterince göz önüne almadan geliştirildiğine dikkat çekilmektedir (Sarama ve Clements, 2019). Ders kitaplarının hazırlanmasında esas alınan amaçlar ve konu sıralaması çoğu kez teorik ve statik bir yapıda, öğrenci gelişimi göz ardı edilerek oluşturulmaktadır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011). Öğretim araçlarının verimli bir şekilde oluşturulabilmesi ya da revize edilebilmesi için öğrencilerin gelişimine yönelik araştırma sonuçlarının göz önünde bulundurulması önemlidir. Çünkü etkili bir öğretim ortamının sağlanabilmesi için öncelikle öğrencilerin ne bildikleri ve neyi ne kadar öğrenmeleri gerektiğini belirlemek gerekmektedir (Schoenfeld, 1999). Öğrenci gelişimini göz ardı eden bir konu sıralaması ve öğretim tasarımı, ileride öğrencilerin matematik konularını anlamlandırmalarını giderek zorlaştıracaktır (Maloney, Confrey ve Nguyen, 2014). Bu bakımdan öğrenme rotaları, öğrencilerin öğrenme süreçlerini inceleyerek gelişimsel bir yol haritası oluşturması nedeniyle önemli bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır (Confrey, 2019).

Öğrenme rotaları; öğrenen merkezli bir yapıda, öğretim sırasında öğrenciye göre hazırlanmış gelişimsel süreçleri içeren bir yaklaşımdır. Bu yapısı gereği öğrenme rotaları öğrencilerin gelişimini anlamada ve desteklemede kullanılan önemli araçlardır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011). Öğrencilerin öğrenme deneyimlerine dayanarak oluşturulan bu süreçler, öğrencilere olası öğrenme zorluklarını aşmada yardımcı olurken onlara kavramsal olarak sağlam temellendirilmiş öğretim fırsatları da sunmaktadır (Sarama ve Clements, 2019). Öğrenme rotaları, öğrenci ilerlemesini temel aldığı için okul derslerinin nasıl sunulması gerektiği, hangi önemli kavramların nasıl ele alınması gerektiği konularında program ve ders kitabı içerikleri oluşturulmasında önemli bir potansiyele sahiptir (Corcoran, Mosher ve Rogat, 2009). Bu yaklaşımla belirlenecek gelişimsel düzeyler ve kavramsal önemli ara basamaklar program ve ders kitaplarının oluşumunda ana iskeleti oluşturacak şekilde kullanılabilmektedir. Nitekim Amerika Birleşik Devletleri'nde 41 eyaletin programının öğrenme rotalarına bağlı kalınarak oluşturulan Eyaletler için Ortak Matematik Standartları (The Common Core State Standards for Mathematics) [CCSSM] (2010) bu kapsamda oluşturulmuş nitelikli bir örnektir (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011).

Öğrenme rotalarının sağladığı bir diğer avantaj ise ders kitaplarında hazırlanan içeriğin öğrenci gelişimine uygunluğunu değerlendirme olanağı sağlamasıdır (Confrey, 2019). Ders kitapları, öğretmenlerin dersi planlamasında ve yönlendirmesinde etkili olması yanında öğrencilerin tek başlarına dersi öğrenmek için de kullandıkları araçlardır. Öğrenci gelişimi dikkate alınarak hazırlanan içeriklerin öğrenmeye anlamlı katkı sağladığı (Clements, 2015; Sarama ve Clements, 2019) göz önünde bulundurulduğunda, ders kitaplarının bu bağlamda incelenmesi, onların öğrenci gelişimine ne düzeyde uygun öğretim fırsatı sağladığının değerlendirilmesine yardımcı olacaktır. Diğer taraftan öğrenme rotalarının öğrencilerin becerilerinin gelişimine etkisini inceleyen birçok çalışma (Sarama ve Clements, 2019; Petit vd., 2020) olmasına rağmen, ders kitaplarını bu gelişimsel rotalara göre sistematik değerlendiren çalışmaların sayısı (Tran, 2013; Wang, Barmby ve Bolden, 2017) son derece kısıtlıdır. Ders kitaplarında sunulan öğrenme fırsatlarının öğrenci gelişimine yönelik değerlendirilmesi amacıyla sistematik bir metodolojinin oluşturulduğu bu çalışmanın alana bu yönde katkıda bulunması beklenmektedir.

Bu çalışmada matematik ders kitaplarında incelenmek üzere ortaokul matematiğinde önemli bir yeri olan orantısal düşünme becerisi seçilmiştir. Orantısal düşünme becerisi, ortaokul ve lise matematiğinde kazanılması gereken önemli bir beceridir (Lesh, Post ve Behr, 1988). Orantısal düşünme, matematik eğitiminde sahip olduğu önemin yanında ekonomi, fen bilimleri, coğrafya gibi çok farklı bilim dallarında da kullanılan önemli bir beceri olarak karşımıza çıkmaktadır (Boyer, Levine ve Huttenlocher, 2008; Akatugba ve Wallace, 2009). Ulusal Matematik Öğretmenler Konseyi (National Council of Teachers of Mathematic) [NCTM] (1989) orantısal düşünme becerisinin gelişiminin önemine değinmiş ve "bu becerinin dikkatli gelişimi için üzerine emek ve zaman harcamanın gerekliliğini" savunmuştur (s.82). Belirtilen önemine rağmen orantısal düşünme ne yazık ki ne öğrencilerin ne de yetişkinlerin istenilen düzeyde başarı gösterebildiği bir beceridir (Lamon, 2007).

Öğrencilerin orantısal düşünme becerisinde yeterince başarı gösterememesini iki ana faktör altında ele alabilmemiz mümkündür. Bu faktörlerin ilki orantısal düşünme için öğrencilerin gelişimini destekleyen güçlü kavramsal bağlantıların yapılamamasıdır (Lesh, Post ve Behr, 1988; Cramer ve Thomas, 1993). Diğer önemli faktör ise ders kitaplarında sunulan zayıf öğrenme fırsatlarıdır (Lobato, Ellis ve Zbiek , 2010; Shield ve Dole, 2013).

Orantısal düşünmeyi öğrenci gelişimi bakımından inceleyen çalışmaların (Gürler-Karakoca, 2019; Petit vd., 2020) güncelliğini koruyarak arttığı görülmektedir. Ders kitaplarında bu beceriyi farklı bağlamlarda ele alan çalışmalar (Shield ve Dole, 2013; Ahl, 2016) bulunmasına rağmen, ders kitaplarında sunulan içeriği gelişimsel olarak inceleyen bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu durum ortaokul matematiğinde önemli bir yeri olan orantısal düşünmenin ders kitaplarında ne düzeyde öğrenci gelişimine uyumlu ele alındığının değerlendirilmesine yönelik bir çalışma yapılmasına dayanak oluşturmuştur. Bu çalışmada, üç farklı ülkenin ortaokul ders kitaplarında yer alan orantısal düşünme becerisine ilişkin içeriğin öğrenci gelişimine yönelik uyumu araştırılmıştır. Orantısal düşünmeye dair gelişimsel düzeyler ve göstergeler aracılığıyla gerçekleştirilen sistematik değerlendirmenin, yapılan araştırma sonuçlarıyla mevcut ders içerikleri arasındaki eksikliklerin belirlenmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Diğer taraftan elde edilen sonuçların ders kitabı yazarları ile öğretmenlere, orantısal düşünmeye yönelik içerik oluşturma ve bu içeriği gelişimsel olarak düzenlemeleri sürecinde faydalı olması beklenilmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Araştırma Soruları

Bu çalışmanın amacı Türkiye, Singapur ve Kanada'dan seçilen 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında sunulan içeriğin, orantısal düşünmenin gelişimiyle ne düzeyde uyumlu olduğunu incelemektir.

Bu bağlamda aşağıda belirtilen araştırma sorularına yanıtlar aranmıştır:

1) Matematik ders kitaplarında;
   a) Orantısal düşünme gelişimsel olarak ne düzeyde takip edilmektedir?
   b) Orantısal düşünmenin gelişimsel düzeylerine ne derecede uyumlu bir içerik sunulmaktadır?

2) Matematik ders kitapları orantısal düşünme becerisi kapsamında işlemsel ve kavramsal bilgi boyutlarına nasıl yer vermektedir?

3) Matematik ders kitapları orantısal düşünme kapsamında bilişsel süreç boyutlarına nasıl yer vermektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik ders kitapları çok köklü bir tarihe sahip olmasına rağmen ders kitaplarının araştırılması günümüzden yaklaşık 60-70 yıl öncesine gitmektedir. Cronbach (1955) ilk araştırmalar başladığında, ders kitaplarının çok yaygın şekilde kullanılmasına rağmen hakkında yapılan az sayıdaki araştırmaya değinirken, 1980 yıllarından sonra bu durumun değişmiş olduğu (Graybeal ve Stodlysky 1986; Freeman ve Porter, 1989) ve artık matematik ders kitapları hakkında yapılan araştırmaların özellikle son 30 yılda giderek arttığı görülmektedir (Fan, Zhu ve Miao, 2013). Son 10 yılda matematik eğitiminde önemli akademik dergilerin yapmış olduğu özel sayılar (ZDM, Textbook Research in Mathematics Education vb.) ve sadece ders kitaplarına yönelik yapılan konferanslar (International Conference of Mathematic Textbook Research and Development, ICMT vb.) ders kitaplarına olan ilginin halen artarak devam ettiğini göstermektedir. Ayrıca ders kitapları hakkında yapılan araştırma sayısının ülkemizde de benzer şekilde giderek artması (Dede ve Arslan, 2019) bu durumu desteklemektedir.

Ders kitapları, sınıf içinde eğitimin şekillenmesi ve hedeflenen amaçların bir bütün olarak sunulması bakımından öğretim için önemli bir unsurdur. Öğrenilecek bilginin sıralanması, öğretmenin sınıfta öğretimi yönlendirmesi ve öğrencilerin bireysel olarak öğrenmesine yardımcı olması ders kitabının güçlü yönleridir. Ayrıca tasarlanan ve elde edilen programlar arasında köprü görevi gördüğünden, yapılan program değişikliklerinin uygulanmasında ve sonuçlarının değerlendirilmesinde birçok ülke için önemli bir araç niteliği taşımaktadır (Valverde vd., 2002).

Ders kitaplarının bu önemine rağmen oluşturulma ve geliştirilme aşamalarının halen istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Dede ve Arslan'ın (2019) ülkemizde ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmaları değerlendirdiklerinde, çoğunlukla ders kitaplarının farklı açılardan zayıf yönlerinin ön plana çıktığını belirtmişlerdir. Bu zayıf yönler arasında kısıtlı öğrenme fırsatları, öğrenci seviyesine uygun içeriğin sağlanamaması gibi önemli alt başlıklar bulunmaktadır. Matematik ders kitaplarının geliştirilmesinde izlenilen geleneksel yaklaşımlar, öğrencilere istenilen düzeyde öğrenme fırsatı sunmada yetersiz kalmaktadır. Bu yaklaşımlarda, çoğunlukla belirli problem türleri ve çözüm süreçlerinin tanıtılması ve belirli bir sayısal sonucu bulmaya yönelik algoritmaların kullanılması öncelikli olmaktadır. Bu süreçlerin sonunda öğrenciler birtakım işlemler sonucunda doğru sonuca ulaşmaya çalışmakta ve matematiği dar bir kapsamda anlamlandırmaktadır (Ben-Chaim vd., 1998). Bununla birlikte öğrenciler yüzeysel olarak problem tiplerine uygun algoritmaları hafızalarından geri getirip uygun sayıları yerleştirmekte ve işlemsel ağırlıklı bir yol izlemek zorunda kalmaktadırlar (Hiebert, 1986).

Etkili bir öğrenme fırsatının yaratılabilmesi için öncelikle öğrencilerin ne bildiğini ve neyi ne kadar öğrenmeleri gerektiğini belirlemek önemli bir unsurdur (Schoenfeld, 1999). Öğrenciyi merkeze alan bu yaklaşım aynı zamanda ülkelerin matematik programlarının ana dayanaklarından birisidir. Nitekim Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2018, s.7), "Öğretim programları, insan gelişiminin belirli bir dönemde sonlanmadığı ve gelişimin hayat boyu sürdüğü ilkesi ile hazırlanmıştır. Bu sebeple öğretim programlarında, her yaş döneminde bireylerin gelişim özelliklerini dikkate alarak destekleyici önlemler alınması önerilmektedir." açıklaması ile öğrenci gelişiminin önemine dikkat çekmektedir. NCTM (2002, s.2) ise uygun öğretim ortamı için "Etkili matematik öğretimi için öğrencinin ne bildiği ve ne öğrenmesi gerektiği anlaşılmalı ve sonrasında öğrencilerin öğretimsel olarak üst düzeyde desteklenmesi gerekmektedir.” vurgusunu yapmaktadır. Öğrenci öğrenmesinin gelişimini merkeze alan bu görüş ayrıca birçok ülkenin matematik programlarının temel amaçları arasında yer almaktadır (CCSSM, 2010).

Matematik eğitiminde sıklıkla önemi vurgulanan öğrencinin gelişimi göz önünde bulundurulduğunda, öğrenme rotaları bu sürece rehberlik edecek önemli yapılar olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin öğrenme süreçlerini inceleyen teorilerin sınıf içinde uygulanmasıyla oluşturulan gelişimsel modeller, öğrencilere faydalanabilecekleri etkili öğretim fırsatları sunmaktadır Oluşturulan öğretim araçlarında bu gelişimsel modellerin dikkate alınması, öğrencilere doğalarına uygun bir öğrenim ortamının sunulmasına ve öğretmenlere de sınıf içinde öğretimi nasıl planlayacaklarına dair kolaylıklar sağlamaktadır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011). Fakat diğer taraftan ders kitapları, öğrencilerin sınıf ortamında yaşadıkları süreçlere yönelik yapılan araştırma sonuçlarını yeterince dikkate almadan tasarlanmaya devam edilmektedir (Clements, 2007; Hong vd., 2019). Her ne kadar öğrenme rotaları, geleneksel olarak oluşturulan ders kitapları ile kolaydan zora giden öğretim süreci oluşturmaları bakımından yapısal olarak benzerlik gösterseler de öğrenme rotalarının tasarımı çok daha dinamik bir süreç barındırmaktadır. Tek yönlü geleneksel yaklaşımlarda, ilk olarak kazanımlar belirlenmekte ardından bunlar sınıf içinde öğretmenin uygulayacağı adımlar olarak ders kitabına dönüşmektedir. Öğrenme rotaları ise sınıf içinde gerçekleşen uygulamalar sonucunda belirli süreçlerden sonra kendini revize eden dinamik bir yapı sunmaktadırlar (Nguyen ve Confrey, 2014). Bu bakımdan öğrenme rotaları, becerilerin öğretimi sürecinde önemli fikirlerin seçilmesi ve gelişimsel olarak öğrenimin planlamasında daha güçlü bir yaklaşım sunmaktadır (Sarama ve Clements, 2019).

Öğrenme rotalarının ders kitapları için sunduğu bir diğer fırsat ise öğretmenlerin derslerini daha etkili bir şekilde planlamalarına ve yürütmelerine yardımcı olmasıdır (Clements, 2007; Confrey, Maloney ve Corley, 2014). Ders kitaplarında matematiksel becerilere ilişkin ayrıntıların yeterince yer almamasından dolayı öğretmenler çoğu kez ders kitaplarındaki soruları doğrudan uygulamakta ya da yeterlilikleri doğrultusunda bu sorularda değişiklikler yapmaya çalışmaktadırlar. Fakat öğretmenlere öğrencilerin öğrenme doğasına uygun bir yol haritası sunulmadığında etkin öğrenme ortamlarını hazırlama şansları azalmaktadır (Supovitz, Ebby ve Sirinides, 2013). Supovitz, Ebby ve Sirinides (2013) 291 matematik öğretmeninin neredeyse yarısının (%48) öğrencilerin orantı konusunda cevaplarını işlemsel olarak yüzeysel değerlendirdiklerini rapor etmiştir.

Bununla birlikte %13'nün kavramsal olarak cevapları sınıflayabildiği ve sadece %1'lik bir kısmının istenilen düzeyde gelişimsel olarak yorumlayabildiği görülmüştür. Bu araştırma öğretmenlerin de öğretim sırasında bir konun nasıl geliştiğini tam olarak anlamlandırmada zorluklar yaşayabildiğini göstermektedir. Bu bakımdan ders kitaplarının mümkün olduğunca öğrenci gelişimine uygun hazırlanması, öğrencilerin önceki bilgilerinin tespit edilip hangi kavramların nasıl verilmesi gerektiği konusunda da öğretmenleri bilgilendirecektir. Ayrıca öğretim süresince karşılaşabilecekleri olası zorluklar ve onlara karşı kullanılabilecek adımlardan haberdar edilmeleri, öğretmenlerin daha zengin öğrenme ortamları hazırlamalarına katkı sunacaktır.

Genel çerçevede ders kitaplarında matematik konularının ele alınmasındaki öğretimsel eksiklikler daha odak bir çerçevede orantısal düşünme becerisi için de geçerlidir. Orantısal düşünme becerisi için ortaokul düzeyinde öğrencilerden tipik olarak öncelikle oranı sadece "a'nın b'ye oranı a:b ya da a/b" şeklinde bir tür yazma görevi olarak tanımlayabilmeleri, daha sonra orantı konusu ile çoğunlukla üç değişkenin verildiği dördüncü değişkenin istenildiği orantısal bir durumda çözüm olarak içler-dışlar çarpımını nasıl kullanacağını öğrenmeleri ve benzer soru kalıplarının doğru cevaplarını bulabilmeleri beklenilmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Bu beklenti, öğrencilerde istenilen düzeyde bir orantısal düşünme becerisi sağlamada yeterli değildir. Oran konusu ile başlayan orantısal düşünmenin gelişiminde çarpımsal ilişkiye yeterince değinilmemesi, orantı konusunda çoğunlukla kayıp değer sorularının sorulması ve soruların cevaplarının belirli algoritmalarla sağlanması öğrencilere zayıf öğrenme fırsatları sunmaktadır (Shield ve Dole, 2013). Orantısal düşünme becerisi için uygun öğrenme ortamının sağlanamaması sonucunda ise öğrenciler bu beceriyi istenilen düzeyde gösterememektedir (Lamon, 2012).

Orantısal düşünme becerisine yönelik uygun öğrenme fırsatının sağlanamamasının bir önemli nedeni ise ders kitaplarında bu becerinin geleneksel bir yaklaşımla ele alınmasıdır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Genellikle geleneksel yaklaşımların belirlendiği öğretimlerde Bell'in (1993) belirttiği gibi, öğretim belirli problem tiplerine yoğunlaşırken, öğrencileri de bu problem tiplerine ve doğrudan işlemsel olarak bulacakları doğru cevaplara yöneltmektedir. Bunun yerine öğrencinin düşünme becerisi göz önünde bulundurularak önemli kavramların ve bunlar arasındaki geçişin belirlendiği gelişimsel adımlara odaklanılması öğrencinin istenilen düzeydeki kazanımları elde edebilmesine yardımcı olacaktır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011). NCTM'in (2000, s.16) vurguladığı gibi iyi bir öğretim öğrencilerin ne bildiğini ve ne öğrenmesi gerektiğinin farkında olarak onlara bu aralığı uygun zorluk derecesinde destekleyici bir ortam sunmakla mümkün olmaktadır. Ders kitaplarında da bu durumun desteklenmesi için, oluşturulan içeriğin öğrenci gelişimine uygun sıralanması, önemli kavramsal bilgilerin belirlenerek bunlar arasında güçlü bağlantılar oluşturulması, süreç içerisinde öğrencilerin karşılaşacakları zorluklara karşı kapsamlı içeriğin sunulması gerekmektedir. Bu bağlamda ders kitaplarının sistematik olarak incelenmesi ve eksikliklerinin giderilmesi önemlidir. Yapılan çalışmanın; orantısal düşünmenin gelişimsel olarak ele alınması, önemli kavramsal geçişlerin ortaya konması ve ders kitaplarının öğrenci gelişimine uygun ne düzeyde içerik hazırladıklarının değerlendirilmesi bakımından alana katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Matematik eğitiminde ders kitaplarının öğrenmeye ve öğrenci başarısına yönelik potansiyel etkisi bu çalışmanın bir başka önemli tarafına işaret etmektedir. Yapılan deneysel çalışmalar, farklı program ve ders kitaplarında öğretim sürdürüldüğünde farklı düzey öğrenmelerin gerçekleşebileceği varsayımını desteklemektedir. Van den Ham ve Heinze'nin (2018) yaptıkları 3 yıllık boylamsal çalışmada 1664 öğrencinin 1. sınıftan 3. sınıfa kadar aynı programda farklı ders kitapları ile gördükleri eğitimin çıktılarını karşılaştırdıklarında farklı ders kitaplarının sunduğu fırsatların matematik başarısında etkili olduğunu göstermişlerdir. Söz konusu araştırma Reys vd., (2003) Amerika Birleşik Devletleri'nde ortaokul öğrencileri ile yürüttüğü boylamsal çalışmaya paralel olarak, farklı ders kitaplarının potansiyel olarak öğrenci başarısı üzerinde etkisi olabileceği görüşünü desteklemektedir. Yapılan bu çalışmaların dışında özel olarak orantısal düşünme becerisi üzerinde kurgulanan Ben-Chaim vd., (1998) yapmış oldukları çalışma da farklı öğretim programı ve materyallerinin öğrenci başarısına etkisi olduğunu belirtmektedir. Bu çalışmalar göstermektedir ki ders kitaplarının öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları onların sonraki öğrenmelerini etkileyen önemli unsurlardan birisidir. Bu bakımdan program ve ders kitaplarının iyi analiz edilmesi, eksiklerinin belirtilmesi ve geliştirilmesi süreci önemlidir. Yapılan ders kitabı ve program inceleme çalışmalarının sonuçları bu gelişim sürecinin daha iyi anlaşılması ve desteklenmesi bakımından önemli bilgiler sunacaktır.

Bir yandan ders kitaplarının matematik öğretimindeki önemi, diğer yandan öğrenme rotalarının ders kitaplarına içerik oluşturulmasındaki potansiyel katkısı göz önüne alındığında, öğrenme rotalarına göre ders kitaplarının değerlendirildiği araştırmaların (Olson, 2010; Tran, 2013; Wang, Barmby ve Bolden, 2017) kısıtlı olduğu görülmektedir. Diğer taraftan ders kitaplarını orantısal düşünmenin farklı bileşenlerine yönelik değerlendiren çalışmaların (Ahl, 2016; Bayazit, 2013; Shield ve Dole, 2013) bulunmasına karşın, orantısal düşünmeyi gelişimsel olarak değerlendiren bir çalışmaya rastlanmamıştır. Yapılan bu çalışma ile üç farklı ülkeden seçilen ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan oran/orantı başlıklarındaki tüm sorular hem gelişimsel hem bilgi boyutunda hem de bilişsel süreç boyutunda derinlemesine ele alınmıştır. Böylelikle ulaşılan sonuçların araştırmacı ve içerik geliştiricilere gerek incelenen ders kitaplarının içeriklerinin orantısal düşünmenin gelişimine ne düzeyde uyumlu olduğu bakımından gerekse tespit edilen eksikliklerin kapatılması bakımından katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

Çalışma kapsamında incelenen ders kitapları her ne kadar ülkelerin eğitim bakanlıkları tarafından onaylansa da seçilen ülkelerde farklı ders kitabı serileri de kullanılmıştır. Bu bakımdan çalışmanın ilk sınırlılığı her ülke için belirlenen sınıf düzeylerinde temsilen birer ders kitabının seçilmesidir. Çalışma kapsamında bir diğer sınırlılık ise verilerin toplanmasında sadece “oran ve orantı” konu başlığının seçilmiş olmasıdır.

Çalışma sonucunda ulaşılan sonuçlar ve yapılan yorumlar, oran ve orantıyı içeren soruların öğrencilere sağladıkları fırsatlar çerçevesinde düşünülmelidir. Bilginin sınıf içinde oluşmasında ders kitapları her ne kadar önemli bir etken olsa da bunun yanı sıra öğretmenin, sınıf ortamı ve diğer dış etkenlerin öğrenciler için yarattığı fırsatlar ve birbiri ile ilişkisi göz ardı edilmemelidir.

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmanın çerçevesini oluşturan kavramsal yapılar ve birbirleri ile olan ilişkileri incelenmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda öncelikle öğretim programları ve ders kitaplarının matematik öğretimindeki ilişkisi ele alınmış, sonrasında ders kitaplarının içerik oluşturma yaklaşımlarına yer verilmiştir. Daha sonra ise ders kitaplarının oluşturma ve geliştirilmesinde önemli bir bakış açısı sağlayan öğrenme rotalarına yer verilmiştir.

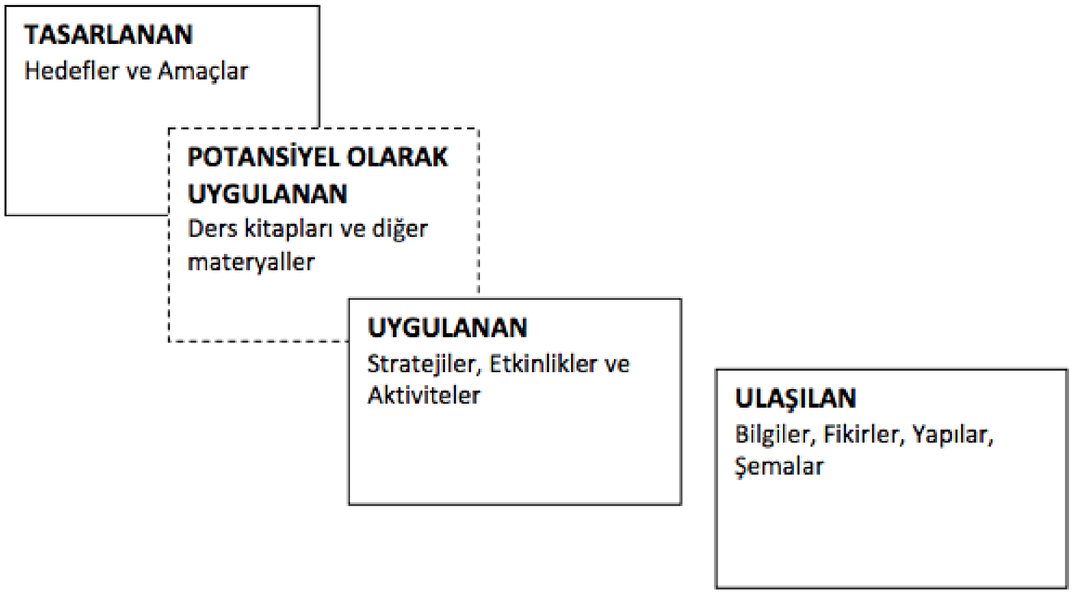
İlerleyen bölümlerde orantısal düşünme ve önemli bileşenleri, sorasında ise orantısal düşünmenin gelişimsel düzeyleri ele alınmıştır. Son olarak gelişimsel öğrenme içerikleri oluşturulmasında önemli katkıları olan bilgi ve bilişsel süreç boyutları incelenmiştir. Bu bağlamda işlemsel ve kavramsal bilgi ile Yenilenen Bloom Taksonomisinin (YBT) bilişsel süreç basamakları açıklanmıştır. Bölümün sonunda ise ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Öğretim Programları ve Ders Kitapları

Öğretim programları birçok eğitim çalışmasında değinilen bir başlık olmasına rağmen geniş yapısal sınırından dolayı belirli bir tanımın içine sokmak çoğu kez zor olmaktadır. Programlar eğitim deneyimleri içerisinde en kapsayıcı ve en temel yapı olarak değerlendirilebilir. Bu bakımdan programların eğitim çerçevesinde bir karakteristik özellik gösteren, amaçların ve hedeflerin belirli bir sisteme oturmasına yardımcı olan bir "iskelet" görevi gördüğü söylenebilir. Böylelikle sınıf içindeki günlük faaliyetler istenilen formal düzene göre şekillenme şansı bulur, istenilen hedefleri verebilmek adına öğretim uygulama tasarımları hazırlanabilir (Houang ve Schmidt, 2008). Öğretim programları, her yönü bir eğitim faaliyetinin içeriğine veya seviyesine bağlı, çok yönlü bir yapı olarak nitelendirilebilir (Robitaille vd., 1993).

Öğretim programını sadece bir dizi kazanıma indirgeme ve buna bağlı olarak ders kitaplarının oluşturulması şeklinde ele almak çok dar bir bakış açısıdır. Programların geliştirme sürecinin sağlıklı olabilmesi için öğrencilerin öğrenme ve bilişsel süreçleri gibi önemli faktörlerin de göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Öğretim programları bu nedenle sadece bir dizi kazanımı içeren ders içeriği olarak ele alınmaktan ziyade, odağına öğrenci ve öğrenmeyi koyan ve kazanımlar ile içerikleri bu çerçevede ele alan kompleks yapılar olarak düşünülmelidir (Howson, Keitel ve Kilpatrick, 1981).

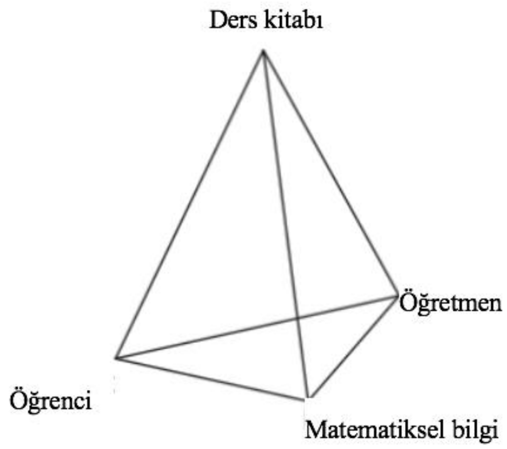
Formal olarak belirlenen amaçların sınıf içinde ne düzeyde ve nasıl verileceğine yönelik hazırlanan ders kitapları, programların içerisinde yer alan önemli bir bileşendir. Valverde vd.'nin (2002, s.13) öğretim programlarını ele aldıkları dört düzeyli modelde ders kitaplarının tasarlanan ve uygulanan programlar arasında bir köprü olarak önemli bir işleve sahip olduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 2.1).



Şekil 2.1. *Öğretim programı modeli*

Model incelendiğinde, ilk düzey olan tasarlanan program "Öğrencilerin ne öğrenmesi gerekiyor?" sorusunun yanıtını arar. Ulaşılan yanıt, resmi makamların politikalarına yansıttıkları amaçları içermektedir (Robitaille vd., 1993). Uygulanan program ise sınıf içerisinde kendisini göstermektedir. Bu nedenle sınıf etkinliği düzeyindeki niyet ve hedefler, kısaca öğrencilere sınıf içinde öğretilenler, uygulanan program içinde yer almaktadır (Valverde vd., 2002). Uygulanan program, tasarlanan programa bağlı olarak şekillenmekte ve öğretmenin tutumu, kaynak seçimi, öğrencilerin bilişsel özellikleri gibi etkenlerden dolayı sınıf ortamında farklılaşmaktadır (Robitaille vd., 1993).

Tasarlanan ve uygulanan program arasında köprü görevi gören ders kitapları, hedeflenen içeriğin nasıl uygulanması gerektiğine dair güçlü ipuçları verirken, aynı zamanda programın yürütülmesinde, anlaşılmasında büyük bir potansiyele sahiptir. Bu bakımdan ders kitapları, tasarlanan programlardaki yapıyı barındıran, sınıf içinde ne öğretilmesi gerektiği konusunda yol gösteren önemli fiziki ve sembolik bir araç olarak karşımıza çıkmaktadır (Nawani, 2010). Rezat'ın (2009) sunmuş olduğu model incelendiğinde, ders kitabının öğretmen, öğrenci ve matematiksel bilgi arasında tamamlayıcı bir unsur olduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 2.2).



Şekil 2.2. *Matematik ders kitabının kullanımına dair model*

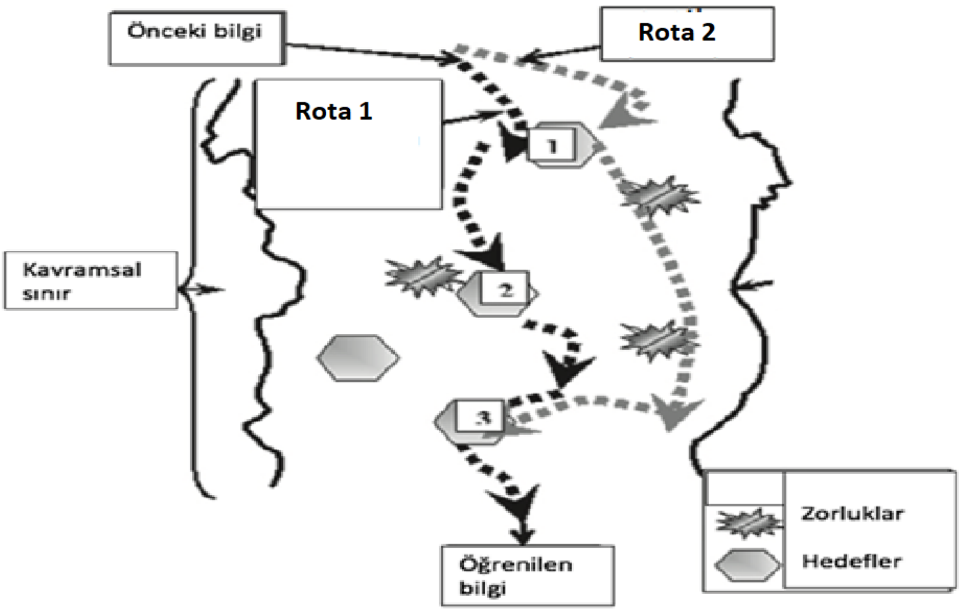
Ders kitapları, öğretmenlerin düzenli olarak aldıkları öğretimsel kararları etkileme ve amaçlanan içeriği şekillendirme potansiyeline sahiptir (Remillard, 2000; Jones ve Tarr, 2007). Öğretmenlerin sınıf içinde matematiği ne kadar ve nasıl öğretmeleri konusunda etkin bir kaynak olan ders kitapları, sunulacak içeriği açık hale getirmekte, onları düzenlemekte ve destekleyici içerikler sunmaktadır (Matic ve Gracin, 2016). Öğretmenler ise derslerde hangi konuyu nasıl anlatacağını çoğu kez ders kitaplarına bağlı olarak belirlemektedir. Ders kitabında yer almayan bir içeriğe sınıf içerisinde öğretmenin değinmesi, dolayısı ile öğrencinin o konuyu öğrenmesi uzak bir ihtimaldir (Hiebert ve Grouws, 2007). Bu bakımdan ders kitaplarında hangi konuların yer alacağına karar verilmesinin yanı sıra nasıl bir sıralama ve yaklaşımın kullanılacağının da araştırılması gerekmektedir (Stein, Remillard ve Smith, 2007). Ders kitaplarının öğretmenlerin karar verme sürecinde, öğrencilerin öğrenmesinde oynadığı önemli rolden dolayı, sundukları içeriklerin derin ve öğrenci gelişimine uygun olması gerekmektedir. Ders kitaplarının öğretmenin karar verme ve öğrencinin öğrenme sürecinde oynadığı önemli rolden dolayı, sunduğu içeriğin derin ve öğrenci gelişimine uygun olması gerekmektedir. Bu bakımdan ders kitaplarında içerik oluşturma ve geliştirme süreci de ayrıca önemli bir başlık haline gelmektedir. Alan yazın incelendiğinde, ders kitaplarını geliştirme sürecinde statik ve dinamik yaklaşımların kullanılabileceği ifade edilmektedir. Bir sonraki bölümde bu iki yaklaşım hakkında bilgiler sunulmuştur.

2.2. Ders Kitaplarının Oluşturulma Sürecinde Dinamik ve Statik Yaklaşımlar

Fraser ve Bosanquet'in (2006, s.272) programların nasıl algılandığına yönelik yaptıkları çalışmada a) bir üniteye ait içerik ve yapı sunan, b) bir derse ait bütüncül içerik ve yapı sunan, c) öğrenci deneyimini dikkate alan ve d) sınıf içi etkileşimli bir süreç içeren olmak üzere dört temel anlayışın varlığına işaret etmişlerdir. İlk iki yaklaşım genel olarak daha önce belirlenmiş hedeflerin bire bir takip edilmesini içermekte ve sonuç odaklı bir süreç benimsemektedir. Bu süreç ilk kategoride belirtildiği üzere bir ünite gibi kısa olabileceği gibi ikinci kategorideki gibi bir dersin, bir dönemin ya da öğrencinin tüm öğretim yılını (ilköğretim vb.) kapsayacak kadar uzun bir süreç de olabilmektedir. Son iki yaklaşım ise daha önce mantıksal bir sırayla hazırlanan gelişimsel adımların birebir takibi yerine sınıf içinde öğrencin ve öğretmenlerin etkileşimini göz önünde bulunduran, süreç odaklı bir yaklaşım içermektedir. Bu yaklaşımlardan üçüncüsünde program, öğrenci öğrenmesi üzerine inşa edilirken dördüncüsünde öğrenci ile öğretmenin sınıf ortamındaki etkileşimi ön planda olmaktadır.

Bu yaklaşımları; a) gelişimsel bir bakış açısıyla daha önce belirlenen hedefleri izleyen statik ve b) sınıf içi etkileşimleri önemseyen, kendini sürekli yenileyen, süreç odaklı dinamik olmak üzere iki temel yaklaşımda ele almak mümkündür (Wijngaards-de Meij ve Merx, 2018). Öğretim programlarında köprü görevi üstlenen ders kitaplarının içerik oluşturma sürecinde de bu iki yaklaşımın kullanılabileceği görülmekle beraber yapılan çalışmalarda (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011; Sarama ve Clements, 2019) çoğunlukla statik yaklaşımın ön plana çıktığı, öğrenci gelişiminin yeterince göz önüne alınmadığı belirtilmektedir.

Statik yaklaşımın benimsendiği geleneksel içerik oluşturma sürecinde belirli öğrenim/öğretim kazanımları sıralanmakta, kavram ve becerilerin nasıl öğretileceğine fazla odaklanılmamaktadır. Bu durum ise ders kitabından bir bilginin öğrenciye nasıl aktarılacağı konusunda büyük boşluklar yaratmaktadır. Buna karşın öğrencilerin bilişsel gelişimi göz önüne alınarak tasarlanan içeriklerde, üst hedeflere geçişte önemli olan kavramlar, potansiyel öğrenim zorlukları ve bunun nasıl aşılabileceği konusunda önemli bilgiler sunulmaktadır (Mosher, 2011). Bu bakımdan dinamik yaklaşımların öğrencilerin gelişimini ön plana alacak şekilde planlanmasından dolayı mevcut statik yaklaşımı kullanan geleneksel içeriklerden daha etkili öğretim fırsatı sunacağı söylenebilir. Nguyen ve Confrey'in (2014) aynı içeriğin farklı rotalarla sunulmasına yönelik aşağıdaki modeli bu durumu özetlemektedir (Bkz. Şekil 2.3).



Şekil 2.3. *Aynı içeriğe yönelik farklı iki öğrenme rotası (Nguyen ve Confrey ,2014 s.168)*

Modelde (Bkz. Şekil 2.3) iki farklı potansiyel içerik dizaynı (rota 1 ve rota 2) karşılaştırılmaktadır. Bu modelde öğrencilerin ilk bilgilerinden yola çıkarak istenilen bilgiye ulaşmaları sırasında karşılarına çıkan ara hedefler ve olası zorluklar yer almaktadır. Modelde rota 1'i temsil eden içerik, daha önceki araştırmalar ışığında, öğrencilerin öğrenme ortamlarından elde edilen verilere dayanarak oluşturulmuştur. Bu nedenle potansiyel öğrenim zorluklarına karşı öğrencilere tedbirli bir yol sunduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra rota 1'in, kazandırılması önemli görülen ara hedefleri kapsayıcı ve sistematik bir planlama sunduğu söylenebilir. Diğer taraftan öğrenci öğrenmesinin yeterince dikkate alınmaması nedeniyle rota 2'nin tüm hedeflere ulaşmada yetersiz kaldığı görülmektedir. Bu süreçte öğrenciler potansiyel öğrenim zorluklarıyla karşılaşırken bir yandan aradaki önemli ara hedeflere ulaşmayabilmektedir.

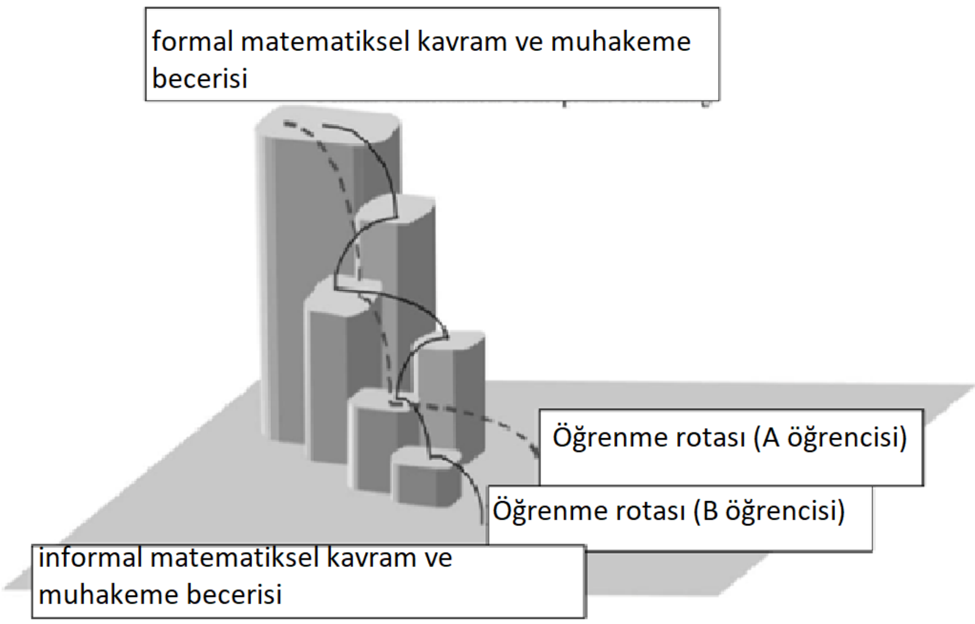
Ders kitaplarının oluşturulmasında statik bir yaklaşım benimsendiğinde, kazanımların belirlenmesi, ders kitaplarının buna uygun dizaynı, ardından öğretmenin bu adımları takip etmesi yönünde tek yönlü bir yapı kurulmaktadır. Kendini revize eden dinamik yaklaşımlarda ise öğrencinin gelişimi dikkate alınmakta ve program bileşenleri arasında çift yönlü, güçlü bir yapı kurulmasına olanak sağlanmaktadır (Confrey, Maloney ve Corley, 2014). Statik yapılandırmada önceden belirlenen hedefler, buna uygun hazırlanan kitaplar ve kitaplara göre katı bir şekilde takip edilen bir öğrenme süreci yaşanırken, dinamik yaklaşımlarda öğrencilerin gelişimine uygun bir yol haritası çizilmekte, gelişimsel düzeyler ve bu düzeylere geçişlerde nelere dikkat edileceği sınıf içi uygumalar sonunda öğretmen ve program yapıcılarla paylaşılmaktadır. Bu çift yönlü ilişki, gerek tasarlanan program düzeyinde gerekse ulaşılan program düzeyinde iyileştirmeler yapılmasına ve bir bütün olarak bir konunun gelişim sürecine dair zengin içeriklerin tasarlanabilmesine olanak sağlamaktadır (Nguyen ve Confrey, 2014). Bu bakımdan dinamik bir süreç içeren öğrenme rotalarının programların oluşturulması ve ders kitaplarının tasarlanması sürecine rehberlik edebilecek çok yönlü bir yaklaşım olduğu söylenebilir (Ellis vd., 2016). Buna karşın, ders kitaplarının tasarımında öğrenme rotaları doğrultusunda dinamik yaklaşımların nasıl ele alındığı konusunda bilgilerimiz son derece sınırlıdır. Yapılan çalışmanın bu açıdan literatüre katkı sunması beklenmektedir.

2.3. Öğrenme Rotaları

Öğrenme rotası kavramı, bilişsel psikoloji alanında yapılan çalışmalar doğrultusunda çocuklarda öğrenmenin sürekli gelişim halinde olduğu, bu gelişimin çocuğun çevresi ile etkileşimi dahilinde sürekli arttığı düşüncesinden hareketle önem kazanmaya başlamıştır. Bu farkındalık, çocukların nasıl öğrendiğine dair soruları tekrar gündeme getirmiş ve araştırmacıların farklı öğretim dizaynlarına ilişkin sonuçları incelemesi ile öğrenme rotalarının temelleri atılmaya başlanmıştır (Confrey, 2019).

Öğrenme rotaları, öğrencilerin giderek karmaşıklaşan matematiksel kavramları öğrenmeleri ve anlamlandırmaları için onlara yol haritaları sunan içerik düzenlemeleridir (Corcoran, Mosher ve Rogat, 2009). Ayrıca öğrenme rotaları, istenilen hedef doğrultusunda gerçekleşen gelişimi incelerken, belirlenen düzeylerdeki kavramları ve süreçleri de karakterize etmektedir (Clements ve Sarama, 2014). Süreç boyunca öğrencilerin matematiksel gelişimi belirlenir ve olası öğretim sıralaması dizayn edilir. Dönütler aracılığıyla okul matematiğini destekleyecek yeni bilgilere ulaşılır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011).

Öğrenme rotaları hakkında farklı tanımlamalar bulunsa da genel çerçevede onları, öğrencilerin belirlenen bir matematik becerisinde zaman içinde gösterdikleri gelişimleri inceleyen ve deneysel bir yaklaşımı benimseyen yapılar (Confrey, Maloney ve Corley, 2014) olarak tanımlayabilmemiz mümkündür. Farklı araştırmacıların görüşleri incelendiğinde öğrenme rotaları için temel üç temel bileşen belirledikleri söylenebilir. Bu bileşenler öğretim amacı, öğretimin planlanıp akışın oluşturulması ve öğretim sürecidir (Maloney, Confrey ve Nguyen, 2014). Bu süreçte becerinin öğretiminde basitten karmaşığa doğru adımlar belirlenerek bir öğretim planı hazırlanmaktadır. Ayrıca öğrenme rotaları, belirlenen amaç doğrultusunda çok farklı şekillerde düzenlenebilir ve öğrenciler farklı gelişim deneyimleri yaşayabilir. Battista (2004) aynı amaca yönelik öğrenme rotalarının öğrencilerde oluşturabileceği gelişim farklılığını aşağıdaki model ile açıklamıştır (Bkz. Şekil 2.4). Model incelendiğinde aynı öğrenme rotasının her öğrencinin gelişiminin aynı adımlar doğrultusunda olmayabileceği, bazı öğrencilerin bazı adımları atlayıp istenilen düzeye daha hızlı ulaşabildiği görülmektedir.



Şekil 2.4. *Farklı öğrencilerin gelişimsel ilerlemeleri (Battista, 2004)*

Öğrenme rotalarının barındırdığı bu zengin süreç, program ve ders kitabı geliştirme, değerlendirme, etkinlik dizaynı ve kullanımı gibi çok farklı alanlara da katkı sağlayabilmektedir (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011; Confrey, Maloney ve Corley, 2014). Nitekim Lobato ve Walters (2017 öğrenme rotalarına yönelik yaptıkları içerik analizinde, öğrenme rotalarının yedi farklı yaklaşımda kullanılabildiğini belirtmektedir. Bu yaklaşımlar içerisinde, bir beceri hakkında gelişimsel modeller oluşturmaların yanında ders kitabı oluşturma ve değerlendirme sürecini içeren çalışmalar da ön plana çıkmaktadır (Olson, 2010; Confrey, Maloney ve Corley, 2014).

Öğrenme rotaları, yapıları gereği ders kitaplarının oluşum sürecine daha önce belirtilen yaklaşımlarda olduğu gibi dinamik ve süreç odaklı katkı sunabilecek önemli bir potansiyele sahiptir (Wijngaards-de Meij ve Merx, 2018). İlk bakışta öğrenme rotalarının belirli gelişimsel öğrenme hedeflerinin belirlenmesi ve sıralanması bakımından statik yaklaşım ile benzerlik gösterdiği düşünülebilir. Öğrenme rotalarını statik yaklaşımdan ayıran en önemli özellik, onun öğrencilerin sınıf ortamındaki gelişimlerini göz önünde bulundurması ve kendini revize edebilen dinamik bir yapı sunmasıdır (Sarama ve Clements, 2019).

Öğrenme rotaları, becerilerin gelişimlerine yönelik ayrıntılı bilgi sunmasından dolayı ders kitaplarının incelenmesine büyük katkı sunmaktadır. Bu bakımdan ders kitaplarında incelenen orantısal düşünme becerisi ve gelişim süreci bir sonraki bölümde tartışılmıştır.

2.4. Orantısal Düşünme Becerisi

Orantısal düşünme, ortaokul matematiği için üzerinde durulması gereken önemli bir beceridir (Lesh, Post ve Behr 1998, NCTM 2000). Gerek ileri matematik konuları için bir altyapı oluşturması gerekse günlük hayatta sıkça kullandığımız "hız, eğim, karışım miktarı vb." gibi kavramları anlamlandırması açısından orantısal akıl yürütme önemlidir (Lesh, Post ve Behr 1998; Langrall ve Swafford 2000). Böylesi önemli bir becerinin derinlemesine, kavramsal olarak diğer kavramlarla ilişkili ve öğrenci gelişimi göz önünde bulundurularak öğretime hazırlanması gerekmektedir (Lamon, 2012).

Orantısal düşünme becerisinin tanımlarını incelediğimizde, farklı bileşenlerini ön plana çıkaran tanımların (Lesh, Post ve Behr 1998; Thompson ve Bush, 2003; Lamon, 2007) olduğunu söyleyebiliriz. Orantısal düşünme becerisi, ders kitaplarında çoğu kez "oran ve orantı" konuları ile özellikle "kayıp değer" sorularının çözülebilmesi şeklinde ilişkilendirilse de Post, Behr ve Lesh (1988) bunun orantısal düşünme için çok dar bir kapsam olduğu ve bu becerinin sadece işlemsel beceriler ile değerlendirilebilecek bir beceri olmadığını belirtmektedir. Cramer vd., (1993) orantısal düşünme becerisini, orantı yardımıyla ifade edilebilecek bir durumu tanımlayabilme, ona çözüm getirebilme ve bu çözümü cebirsel olarak ifade edebilme olarak tanımlarken, Behr vd., (1992) nitel ve nicel düşünme becerilerini içeren, doğasında çarpımsal bir ilişki olan karşılaştırmayı yapabilmek için gerekli olan beceri olarak tanımlamışlardır. Diğer taraftan bahsi geçen çarpımsal karşılaştırma sadece cebirsel olmayıp ($\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$), eşitlikler oluşturma, tablo ve grafikler yardımıyla orantısal durumlar hakkında yorum yapmayı da içermektedir (NCTM, 2000). Lamon (2007) ise orantısal düşünmeyi, "kovaryasyonel olarak birbirine bağlı, aralarında çarpımsal bir ilişki barındıran dört değişkenin birbirine göre değişimlerini anlamlandırma" olarak özetlemektedir. Tanımlar göz önünde bulundurulduğunda, orantısal düşünmenin gelişiminin birkaç ünite ile sınırlı kalamayacağı, öğretimin daha uzun bir sürece yayılarak tasarlanması gerektiği görülmektedir. Bu süreçte orantısal düşünmenin gelişimine zemin hazırlanırken ele alınması gereken bazı önemli bileşenlerin de göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Bu bağlamda bir sonraki bölümde orantısal düşünmenin önemli bileşenlerine yer verilmiştir.

2.5. Orantısal Düşünmenin Önemli Bileşenleri

Literatürde orantısal düşünme için yapılan tanımlar ve araştırmalar incelendiğinde bazı bileşenlerin orantısal düşünme için çok önemli olduğu görülmektedir. Bu önemli düşünceleri gelişimsel olarak ele aldığımızda karşımıza öncelikle nitel, ardından nicel muhakeme becerisi çıkmaktadır. Nicel muhakemenin ise ilk olarak çarpımsal ilişkinin kurulması ve toplamsal ilişkiden farkının anlaşılması, denk oranların oluşturulması, son olarak çarpımsal ilişkinin genelleştirilmesi sıralamasıyla ilerlediği görülmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010; Lamon, 2012). Bu bölümde orantısal düşünmenin gelişiminde önemli temel basamaklar olan nitel ve nicel muhakeme becerilerine yer verilmiştir.

2.5.1. Nitel muhakeme

Orantısal düşünme genel hatları ile ele alındığı zaman, kovaryasyonel iki bağımlı değişkenin birbirleri ile olan sabit çarpımsal ilişkisinin temel yapıyı oluşturduğu söylenebilir. Bu tanımın öncesine gidildiğinde niceliksel ilişki, daha da öncesinde ise kullanılan nicelikleri oluşturan niteliklerin karşımıza çıktığını görmekteyiz (Lamon, 2012). Nitel muhakeme hem niceliklerin anlaşılıp işlem yapılabilmesi hem de işlemlerin anlamlandırılabilmesi için küçük yaşlardan itibaren kazandırılması gereken önemli becerilerden birisidir. Bu beceri, nicelikleri kullanmadan problem hakkında muhakeme yapabilme becerisi olarak tanımlanabilir (Singer ve Resnick, 1992).

Lamon'un (2012, s.63) "Bir traktör belirli bir mesafe gittiği zaman öndeki büyük ve arkadaki küçük tekerleri aynı mesafeyi mi alır?" şeklinde sormuş olduğu bir soruya verilen "Büyük daha hızlı döner bu yüzden daha fazla yol gider.", "Ön teker küçük arka tekerden daha fazla döner bu yüzden daha fazla yol gider." gibi cevapları incelediğimiz zaman, bir matematiksel işlem yapmadan önce durumu anlamlandırmanın ve öğrenci tarafından hangi niteliklerin birbiri ile ilişkili olduğunun kavranmasının önemli olduğu görülmektedir. Nitel muhakeme, sezgisel olarak öğrencileri ilerideki matematiksel süreçlere hazırlaması, onların işlemsel becerilerinin yanında zengin kavramsal bağlantılar oluşturmalarına da katkı sağlamaktadır. Bu nedenle nitel muhakeme, orantısal düşünme becerisinin yanı sıra diğer matematiksel beceriler için de temel bir başlangıç adımıdır.

Nitel muhakemeyi, problem durumunda niceliklerin birbiri ile olan ilişkisinin incelemesi şeklinde tanımlamamız mümkündür (Akar, 2009). Matematiksel olarak işlem yaptığımız nicelikleri ise "bir nesnenin sahip olduğu niteliğin ölçümü "olarak tanımlayabiliriz (Thompson, 1993). Bu durumda boyumuz bizim sahip olduğunuz bir nitelik ve 1.85 m ifadesi ise bu niteliğin ölçüm sonucudur. Her ne kadar matematikte niceliklerle işlem yapılsa da nicelikler kullanılmadan niteliksel karşılaştırmalar yapması mümkündür. Örneğin ölçüm yapmadan söylenen Ankara'nın İstanbul'a Ağrı'dan daha yakın olduğu yorumu, nicelikler kullanılmadan yorum yapılmasına bir örnek olarak verilebilir.

Nitelik muhakeme becerisi, verilen problem durumunda niceliksel işlemden çok niteliksel çıkarımlar yapmayı barındırır ve diğer becerilerde olduğu kadar orantısal düşünme için de önemlidir. Örneğin "Dün arkadaşlarıyla belirli bir miktar kurabiye paylaşan birisi bugün daha az arkadaşı ile aynı miktar kurabiyeyi paylaşmıştır. Buna göre kişi başına düşen kurabiye sayısı nasıl değişmiştir?" sorusunda sayısal bir sonuç bulmak yerine verilenlerden yola çıkarak nitel bir muhakeme yapılabilmesi beklenilmektedir (Lamon, 2012). Böylece öğrencilerin sezgisel olarak yeterince tecrübeye sahip olduğu paylaşma durumuna ilişkin olarak nicelikleri kullanmadan niceliklerin birbirine göre değişim sürecini anlamalarına zemin hazırlanabilir. Sunulan problemden üç olası cevap çıkabilir. Kişi başına düşen kurabiye azalır, değişmez ve artar. Problem durumu orantısal bir durum içermektedir ve değişkenler birbirini etkilemektedir. Kişi sayısı azalacağından dolayı kişi başı düşen kurabiye sayısının artacağını düşünebilme becerisi, öğrencinin daha sonraki nicel sorulara karşı ilk önce değişkenler üzerinde düşünmesine imkân sağlayacaktır.

Kurabiye sorusunun tüm durumlarını ele aldığımız zaman Tablo 2.1’deki olası durumlar oluşmaktadır. Tabloda görüldüğü gibi bazı durumlarda kişi başına düşen miktar artarken bazı durumlarda azalmakta, bazı durumlarda ise tam olarak tahmin edilememektedir.

Tablo 2.1. *Nitel muhakeme içeren kurabiye sorusunun olası durumları*

		Kurabiye miktarı		
		Sabit	**Artar**	**Azalır**
Kişi sayısı	**Sabit**	Sabit	Artar	Azalır
	Artar	Azalır	Belirsiz	Azalır
	Azalır	Artar	Artar	Belirsiz

Çocukların sayılarla işlem yapmadan önce yukarıdaki örnekte belirtildiği gibi farklı niteliksel durumlara ilişkin yorum yapması ve olası durumları tartışması ileride işlemsel bir süreçte muhakeme yaparken onlara kolaylık sağlayacaktır. Özellikle orantısal düşünmenin gelişiminde önemli olan kovaryasyonel ilişkinin ve niceliklerin arasındaki sabit çarpımsal ilişkinin kavramsal olarak sağlam bir temelde anlaşılmasına yardımcı olacaktır. Bu sebeplerden dolayı öğrencilerin nitel muhakeme becerisi gerektiren durumlarla erken yaşlardan itibaren karşılaştırılması, orantısal düşünme becerilerinin gelişimi bakımından önemlidir (Lamon, 2012).

2.5.2. Nicel muhakeme

Orantısal düşünmenin gelişiminde nitel muhakemeden sonra nicel muhakemenin önemli bir yerinin olduğu görülmektedir. Nicel muhakeme, nicelikleri içeren bir durum içerisinde niceliklerin birbiri ile ilişkilerini inceleyebilme becerisi olarak ele alınabilir (Thompson, 1993). Nicel muhakemeyi, orantısal düşünme içerisinde ayrıntılı konumlandırabilmek için öğrencilerin öncelikle belirli değerler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmeleri gerekmektedir. Çarpımsal ilişkinin sağlıklı bir zeminde gelişebilmesi için toplamsal ilişki ile birlikte ele alınması ve çarpımsal ilişkiden farkının açıklanması gerekmektedir. Çocukların ilkokul yıllarından itibaren toplamsal ilişkiye aşina olmaları ve gelişimsel olarak toplamsal ilişkiyi daha önce kullanmalarından dolayı çarpımsal ilişkileri tanımlamaları ve toplamsal ilişkiden ayırt etmeleri, orantısal düşünmenin gelişimi bakımından son derece önemli bir basamaktır (Petit vd., 2020).

Çarpımsal ve toplamsal düşünmenin farkını göstermek için Lamon'un (2012, s.54) kullandığı aşağıdaki örnekten faydalanabiliriz (Bkz. Tablo 2.2).

Tablo 2.2. *Toplamsal çarpımsal karşılaştırmaya yönelik örnek durum*

	5 yıl önceki boyu	**Şimdiki boyu**
A Ağacı	8m	14m
B Ağacı	10m	16m

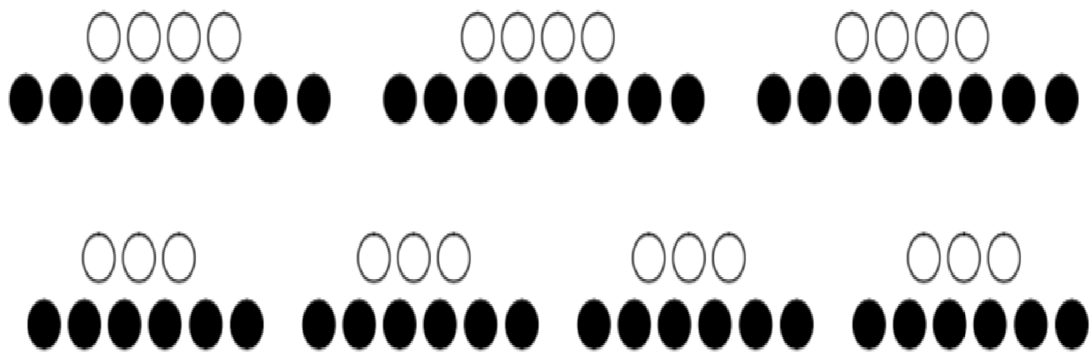
İki farklı ağacın boylarındaki değişime baktığımız zaman iki farklı yorum yapabiliriz.

1) İki ağaçta altışar metre büyüdüğünden eşit uzunlukta büyümüştür.

2) Ağaçların ilk boyları ve büyüme miktarları birlikte alındığında, ilk ağaç 6/8 oranında diğer ağaç 6/10 oranında büyüdüğü için ilk ağacın büyüme oranı daha büyüktür. Bu durumda ilk ağaç ilk boyuna göre diğer ağaçtan daha fazla oranda büyümüştür..

İlk yorum toplamsal bir yorumdur ve ağaçların ilk boyları hesaba katılmadan mutlak bir farka göre yorum yapılmıştır. "Her iki ağaç da altışar metre büyümüştür." yorumu bu durumda doğru bir yorumdur. Fakat ağaçlardan hangisi daha fazla oranda büyümüştür sorusu sorulduğundan bu sorunun cevabı olarak ilk yorum (toplamsal ilişki) kullanılamaz. Bu durumda bizden çarpımsal (ilişkisel) bir cevap beklenmektedir. Orantısal düşünme becerisi için verilmesi gereken cevap, bu çarpımsal ilişkiyi içeren ikinci yorumdur. Öğrencilere toplamsal ilişki ile çarpımsal ilişkiyi gerektirecek örnekler sunularak onların bu ilişkileri fark etmesine yönelik öğrenme fırsatlarının oluşturulması, orantısal düşünmenin temelinde yer alan sabit çarpımsal ilişkinin gelişimi için önemli bir adım olarak karşımıza çıkmaktadır (Lamon, 2012).

Niceliksel ilişkilerin anlamlandırıldığı bu dönemde, çarpımsal ilişkinin farkına varılması ile birlikte öğrenciler artık kısıtlı sayıda olsa da denk oranlar oluşturabilir. Denk oran oluşturmanın kavramsal olarak istenilen düzeyde anlaşılması için sabit çarpan (değişmezlik) ve birlikte değişim ilkelerini göz önünde bulundurmamız gerekmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Bu ilkeleri bir örnek üzerinden sunabiliriz. 12 beyaz 24 siyah pulumuzu eşit sayıda renk dağılımı olacak şekilde 3 (üstteki grup) ve 4 eş gruba (alttaki grup) ayırdığımızda, toplam pul sayısı ve her iki siyah pula karşı bir beyaz pulun denk gelmesi (2:1) değişmemekte, sabit kalmakta fakat her gruptaki siyah ve beyaz pul sayıları değişmektedir (Bkz. Şekil 2.5).



Şekil 2.5. *Pulların farklı gruplarla temsili (Lamon, 2012)*

Bu örnekte sunulan değişim ve değişmezlik ilkeleri, ileri düzeyde denk oranları oluşturma ve çarpımsal ilişkileri yorumlama için gerekli kavramsal altyapıyı oluşturmaktadır. Çarpımsal ilişkilerin oluşturulması döneminde öğrencilerin başlangıçta sıklıkla başvurdukları tekrarlama ya da eşit bölüştürme yöntemi ile denk oranlar elde edilmesinin temelinde bu ilkeler bulunmaktadır. Değişim ve sabit çarpım ilişkisi diğer taraftan daha sonra orantıda istenilen değere ulaşmak için kullanılacak etkin çarpma yöntemlerinin temelini oluşturmaktadır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010).

Denk oran oluşturma sürecinde çarpımsal ilişkiler incelendiği zaman aynı birimler ve farklı birimler arasında olmak üzere iki farklı kavramsal boyutta ilişki kurulabildiği görülmektedir. Vergnaud'a (1983) göre orantısal bir durum için iki farklı ölçüm uzayının olması ve ölçüm uzaylarını oluşturan elemanların çarpımsal bir ilişkide olması gerekmektedir. Ölçüm uzayı ve çarpımsal ilişki kavramını açıklayabilmek için "3 tanesi 12 TL olan çikolatalardan 6 tanesi kaç TL'dir?" sorusunu ele aldığımızda çikolata sayısı ve çikolataların fiyatı iki ayrı ölçüm uzayını meydana getirmektedir. Bu durumda iki farklı çarpımsal ilişkiden söz edebiliriz (Bkz. Şekil 2.6).

$$\frac{\text{çikolata sayısı}}{\text{Fiyat}} = \frac{3}{12} = \frac{6}{?}$$

Şekil 2.6. *Çarpımsal ilişki ve ölçüm uzayları*

Çikolata örneği için ilk çarpımsal ilişkiyi aynı ölçüm uzayları için de kurabiliriz. Bu örnekte çikolata sayısı 2 katına çıkmıştır, bu durumda fiyatının da iki katına çıkması gerekmektedir. Böylelikle çikolata sayısı ölçüm uzayında kurulan ilişki, fiyat ölçüm uzayı içinde aynı şekilde sürdürülmektedir. Ölçüm uzayları içinde yapılan bu çarpımsal ilişki "ölçüm uzayları içinde" (within) olarak tanımlanmıştır. Diğer ilişki ölçüm uzayları arasında kurulan çarpımsal ilişkidir. Örnekte 3 çikolata için 12 TL ödenmiştir. Yani ölçüm uzayları arasında 4 katlık çarpımsal bir ilişki vardır. Bu durumda 6 çikolata için aynı ilişki kullanılarak 6x4=24 sonucu elde edilir. Ölçüm uzayları arasında yapılan bu çarpımsal ilişki ise "ölçüm uzayları arasında" (between) olarak tanımlanmıştır. Ölçüm uzaylarının ele alınması, öğrencilerin denk oran oluşturma, orantısal durumları ayırt etme ve oranı genelleştirme süreçlerine katkı sağlamaktadır. Ayrıca orantı oluşturma sürecinde işlemsel olarak katsayı ilişkisi kurma yanında kavramsal olarak bu ilişkinin anlamlandırılmasını da desteklemektedir (Van de Walle, 2016).

Nicelikler arasında orantı oluşturulması ve ölçüm uzaylarının kavramsal olarak ele alınmasından sonra öğrencilerden istenilen ölçüde oran çiftleri oluşturmaları ve son olarak ise bu ilişkiyi genelleştirmeleri beklenilmektedir (Petit vd., 2020). Aşağıdaki örnekte A ile B arasındaki ilişki incelendiğinde 3:9 oranı yinelenerek 6:18 oranı elde edilmektedir (Bkz. Tablo 2.3). Sonrasında aynı oran yineleyerek yeni denk oranlar elde edilmektedir. Bu durumu çarpma işleminin yardımı ile 3:9 oranının 2 katını alarak 6:18 ve yine bu sayının 2 katını alarak 12:36 değerini işlemsel olarak ifade edebiliriz. Yine aynı örnekte tablonun sonundan 12:36 eşit bölüştürme ilkesi ile her iki değerin de yarısı alınarak 6:18 oranı elde edilebilir. Bu ilişki biraz daha ilerlediğinde elde edilen 1:3 oranı bize A ve B arasındaki sabit çarpımsal ilişkiyi vermektedir.

Tablo 2.3. *Çarpımsal ilişkinin kullanımı*

A	3	6	9	12
B	9	18	27	36

Nicelikler arasındaki sabit ilişkinin soyutlanması ile öğrenciler artık istenilen her A/B değerine ulaşabilmekte ve bu ilişkiyi farklı gösterimlerle de (grafik vb.) yorumlayabilmektedir. Örneğin yukarıdaki örnekte A=5 için B verilemeyen değeri bulmak isteyelim. Genelleştirme öncesi dönem de öğrenciler bunu tablodaki A ve B değerlerine bağlı olarak yaptıklarında çarpımsal ilişki kurmada zorlanacaklardır. Ya da 12:36 oranından faydalanarak her iki değeri 12 eş parçaya bölüp sonrasında 5 kez yineleme ile 5:15 ilişkisini elde edebilirler. A ve B arasındaki değişimi orantısal düşünmenin ileri seviyesinde ise B=3A ilişkisine ulaşıldığında istenilen her değer için istenilen kadar oran çiftleri oluşturabileceklerdir.

Bu bölümde orantısal düşünme için önemli sayılan bileşenler temel olarak nitel ve nicel muhakeme becerisi altında ele alınmıştır. Bir sonraki bölümde orantısal düşünmenin gelişimi düzeyler bağlamında açıklanmış, çalışma kapsamında oluşturulan gelişim düzeyleri hakkında ayrıntılı bilgiler verilmiştir.

2.6. Orantısal Düşünme Becerisinin Gelişim Düzeyleri

Orantısal düşünme becerisinin gelişimine yönelik çalışmalar incelendiğinde farklı gelişimsel modellerin bulunduğu görülmektedir (Carpenter vd., 1999;Baxter ve Junker, 2001; Langrall ve Swafford, 2000). Bu çalışmada Lobato, Ellis ve Zbiek'in (2010) belirlemiş oldukları dört dönüşüm temel alınarak orantısal düşünme kapsamında gelişimsel düzeyler belirlenmiştir.

Lobato, Ellis ve Zbiek'in (2010, s. 61-75) orantısal düşünmenin gelişiminde belirledikleri dört temel dönüşüm incelendiğinde (Bkz. Tablo 2.4) süreç; değişkenler arası kovaryasyonel ilişkinin anlamlandırılması, oranın inşası, orantı kavramının belirginleşmesi ve son olarak sabit oran ve değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkinin tam olarak kavranması şeklinde ilerleme göstermektedir. Bu süreçte oranın iki farklı kavramsal kullanımına dikkat çekilmiştir. Oranın ilk gelişen kavramsal anlamında sadece iki niceliğin iki değerinin çarpımsal karşılaştırılmasından statik anlamından bahsedilirken, oranın genişleyen anlamında sabit çarpımsal bir ilişkide sonsuz tane ölçüm ikilisi üretebildiğimiz dinamik anlamına vurgu yapılmaktadır (Lobato, Ellis ve Zbiek , 2010, s.18). Bu açıklamalara göre öğrenciler öncelikle sadece iki ölçüm değeri ile a:b şeklinde karşılaştırma yaparken sonrasında a:b ilişkisini kesikli bir şekilde devam ettirmekte, en son olarak y=mx ilişkisini soyutlayıp orantısal düşünmede gelişim göstermektedirler.

Tablo 2.4. *Orantısal düşünme becerisine yönelik gelişim modeli (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010, s. 61-75)*

Dönüşümler	Temel düşünceler
Dönüşüm 1 Bir değişkenden iki değişkene geçiş	• Öğrenciler nicelikler arasındaki ilişkiyi oluştururken tek bir niceliği ele almak yerine iki niceliğin birbiri ile olan ilişkisini düşünürler.
Dönüşüm 2 Toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş	• Öğrenciler nicelikler arasındaki ilişkiyi toplamsal yerine çarpımsal olarak ele alırlar.
Dönüşüm 3 Bütünleşik birimden etkin çarpımsal karşılaştırmaya geçiş	• Öğrenciler bütünleşik birimlerle yeni oranlar elde etmek yerine etkin çarpımsal ilişkiyi kullanırlar.
Dönüşüm 4 Bütünleşik birimleri yinelemekten sonsuz sayıda denk oran oluşturmaya geçiş	• Öğrenciler kolay sayılarla (tam sayı) sınırlı denk oran oluşturmak yerine sonsuz sayıda denk oran oluşturabilir.

Lobato, Ellis ve Zbiek (2010) ilk gelişim sürecinde kovaryasyonel ilişki içeren değişkenlerin birbirlerini niteliksel olarak nasıl etkilediği üzerinde durmaktadır. Örneğin Örneğin Ellis'in (2007) yaptığı çalışmada çark sorusu için aldığı "Küçük çark döndüğünde kesinlikle büyük çark döner, çünkü birbirine bağlı bu çarklar." yorumu öğrencinin çarkların birbiri ile ilişkisini niteliksel olarak yorumlamaya başladığını göstermektedir. Aynı durum için büyük çarkın 2 tur döndüğünde küçük çarkın kaç tur döneceği sorulduğunda ise çarkları çevirerek deneysel olarak 3 tur cevabını bulan öğrenciler bu durumu "Büyük çarkın dönüşü-1=Küçük çarkın dönüş sayısı" şeklinde yorumlamışlar dolayısı ile ise dönme sayılarına yönelik toplamsal bir yorumda bulunmuşlardır. Bu süreç ikinci dönüşümde toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkının önemini göstermektedir. İkinci dönüşümde belirlenen bu davranış sonrasında öğrenciler farklı tur sayılarını deneyerek tablo yardımı ile yazmaları ve çarpımsal ilişki kurmaları ile üçüncü sürece geçmişlerdir. En son dönüşümde ise dönüş sayıları arasında B=Kx2/3 şeklinde cebirsel bir yorum getirmeleriyle ve bu çarpımsal ilişkinin her reel sayı için geçerli olduğu yorumu yapmalarıyla öğrencilerin orantısal düşünmede en üst dönüşümü tamamladıklarına karar verilmiştir.

Lobato, Ellis ve Zbiek'in (2010) dönüşümlerinin temel alındığı, diğer gelişimsel modellerin de göz önünde bulundurulmasıyla çalışma kapsamında oluşturulan düzeyler aşağıdaki tabloda (Bkz. Tablo 2.5) özetlenmiş olup, devamında ilgili düzeyler hakkında açıklamalara yer verilmiştir.

Tablo 2.5. *Orantısal düşünme becerisinin düzeyleri*

Düzeyler	Düzeylerin Temel Düşünceleri
Düzey 0	Öğrenci nicelikler arasında herhangi bir ilişki kuramaz.
Düzey 1 Temel niteliksel (Sezgisel) düzey	Öğrenci değişkenler arasında nicel muhakemeye geçmeden nitel muhakeme yapar.
Düzey 2 Temel niceliksel düzey	Öğrenci belirli iki değer arasındaki çarpımsal ilişkiyi anlamlandırır.
Düzey 3 Parçalı (Chunky) niceliksel düzey	Öğrenci nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi kısmi olarak genişleterek oran çiftleri oluşturabilir.
Düzey 4 Düzgün (Smooth) niceliksel düzey	Öğrenci nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi iki ölçüm uzayının her bir elemanı göz önünde bulundurarak eş zamanlı genişletebilir. Genelleştirilmiş oranı formül ve grafiklerle açıkça ifade edilir/yorumlanabilir.

Düzey 0: Nicelikler arasında herhangi bir ilişkinin kurulamadığı dönem

Bu dönemde öğrenci nicelikleri belirlemekte zorlanır ve niceliklerin birbirini nasıl etkiledikleri hakkında net çıkarım yapamaz. Örneğin bir limonata karışımının ekşiliğini etkileyen faktörler sorulduğunda rastgele tahminler yaparak “Çok limonata çok ekşi olur.” şeklinde yorumlarda bulunabilirler.

Düzey 1: Temel niteliksel (Sezgisel dönem)

Bu düzeyde öğrenciler artık sayısal değerlere girmeden nicelikleri belirleyebilir ve birbirini nasıl etkilediğine dair yorumlarda bulunabilir. Bir önceki örnekteki limonata karışımı için ekşiliği nelerin değiştirdiği (su miktarı, limon miktarı vb.) ve nelerin değiştirmediğini (bardağın büyüklüğü vb.) dolayısı ile verilen durumda ilgili nicelikleri tespit edebilir. Bunun yanında niteliksel yorumlarla “Limon miktarının artması ekşiliği arttırır.” şeklinde açıklamada bulunabilir.

Düzey 2: Temel niceliksel düzey

Temel niceliksel düzeyle birlikte artık sayısal değerler hakkında yorumlar yapabilir. Bu süreçte göz önünde bulundurulması gereken önemli adımlardan birisi çarpımsal ilişkinin anlaşılarak toplamsal ilişkiden ayırt edilmesi sürecidir. Bu düzeyde oranın statik anlamı olarak ifade edilebilecek sadece iki belirli değer arasında çarpımsal bir karşılaştırma olarak (a:b) ele alınması beklenilmekte, denk oran oluşturma sürecine geçilmemektedir.

Düzey 3: Parçalı niceliksel düzey

Parçalı niceliksel düzey, oranın çarpımsal karşılaştırma anlamı yanında dinamik yorumlanması ile yeni denk oranların oluşturulabildiği ve çarpımsal ilişkinin sınırlı şekilde sürdürülebildiği dönemdir. Bu dönemin parçalı niceliksel olarak ele alınma nedeni ise öğrencilerin yeni oran çifteleri oluştururken temel katsayıları çarpımsal şekilde kısıtlı şekilde kullanabilmeleri, tam bir genelleştirme süreci gerçekleştirememeleridir. Bu durumda öğrenci 3:5=x:10 orantı durumunda x değerini 2 katlık çarpımsal ilişkiden bulabilirken, tam bir genelleştirme sürecine erişmediği için 3:5=x:12 şeklinde bir orantıda çarpımsal ilişki kurmada zorlanmakta, her x değerinin y değerinin 3/5'ine denk geldiği yorumunu yapamamaktadır.

Düzey 4: Sürekli niceliksel düzey

Orantısal düşünmenin son düzeyinde, oran, sabit çarpımsal bir ilişki olarak genelleştirilmiştir. Bu süreçte genelleştirilen çarpımsal ilişki, gerek cebirsel gerekse grafik ile ifade edilerek yorumlanabilir. Bu düzeyin sürekli niceliksel olarak isimlendirilmesi, oranı oluşturan niceliklerin tüm değerleri arasında y=mx ya da yx=m şeklinde bir ilişkinin kurulmasından dolayıdır. Bu düzeyde, öğrencilerden oran çiftlerini bir önceki döneme göre kısıtlı bir şekilde değil istenilen tüm değerler için oluşturulabilmeleri beklenmektedir.

Orantısal düşünmeye yönelik oluşturulan mevcut modeller göz önünde tutulduğu zaman orantısal düşünmenin gelişiminin oluşturulan bu düzeylerle uyumlu olduğu görülmektedir. Gelişimsel modeller incelendiğinde, orantısal düşünmenin en üst düzeyinde, denk oranların sabit bir orana bağlı kalarak sürekli devam ettiğinin anlaşılması beklenilmektedir. Bu ilişki y=mx şeklinde bir sembolik genelleme ya da doğrusal bir grafik yardımıyla farklı sunum şekilleriyle ifade edilebilmektedir. Bu sonsuz kümenin herhangi iki elemanı alındığı zaman bunlar birbirine eş olacak ve orantıyı meydana getireceklerdir. Orantıyı oluşturan oranlar ise, iki niceliğin birbiri ile çarpımsal karşılaştırmasını gerektirmektedir. Oranın meydana gelebilmesi için öğrenciler nicelikleri belirleyebilmeli ve onların arasındaki ilişkiyi keşfetmelidirler.

Orantısal düşünmenin gelişim seyri, farklı modellerde farklı araştırmacılar tarafından ele alınmıştır. Çalışma kapsamında oluşturulan düzeylerin diğer düzeylerle gelişimsel olarak paralellik gösterdiği ve kapsayıcı bir yapıda olduğu görülmektedir. Mevcut gelişim modellerinin oluşturulan modelin düzeyleri ile uyumunu göstermek için ilgili düzeyler aşağıdaki tabloda karşılaştırılmıştır (Bkz. Tablo 2.6).

Tablo 2.6. *Oluşturulan gelişimsel düzeylerin mevcut düzeyler ile karşılaştırılması*

Orantısal Düşünme Becerisinin Düzeyleri	**Düzey 0**	**Düzey 1 Sezgisel Dönem**	**Düzey 2 Temel Niceliksel**	**Düzey 3 Parçalı Niceliksel**	**Düzey 4 Düzgün Niceliksel**
Lobato, Ellis ve Zbiek (2010)		Dönüşüm 1	Dönüşüm 2	Dönüşüm 3	Dönüşüm 4
Langrall ve Swafford (2000)	Düzey 0	Düzey 1		Düzey 2	Düzey 3
Koellner-Clark ve Lesh (2003)		Düzey 1 Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4	Düzey 5
Parish (2010)	Düzey 0	Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4
Baxter ve Junker (2001)		Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4
Carpenter vd., (1999)	Düzey 1		Düzey 2	Düzey 3	Düzey 3

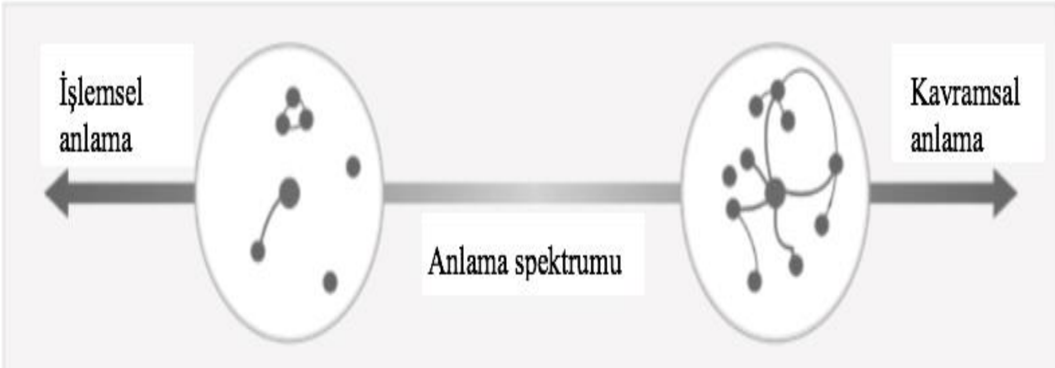
Öğrenme rotalarının yapıları göz önünde bulundurulduğunda, kavramsal bilgilerin ve işlemsel süreçlerin belirlenmesi bunun yanında öğrencinin bilişsel düşünme sürecinin de kurgulanması gerekir (Sarama ve Clements, 2019). Bu kapsamda sonraki bölümlerde kavramsal çerçeve kapsamında bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutları sırası ile ele alınmıştır. Bilgi boyutu kapsamında işlemsel ve kavramsal bilgi, bilişsel süreç boyutunda ise yenilenmiş Bloom taksonomisine yer verilmiştir.

2.7. İşlemsel ve Kavramsal Bilgi

Bir öğrenci bir problemi çözmeye çalışırken bu durum aynı zamanda öğrencinin problemin altındaki kavramları anlamasına yardımcı olur mu? Ya da soyut kavramlar hangi şartlar altında işlemsel bilgiyi uygulamaya yardımcı olur? Bu sorular eğitim bilimleri ve bilişsel psikolojinin merak ettiği önemli sorular olmaları yanında işlemsel ve kavramsal bilginin birbirleriyle ilişkisiyle de yakından ilgilidir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2014). İşlemsel ve kavramsal bilgiyi her zaman net bir şekilde ayırt edememememize rağmen bu bilgilerin sınırlarını çizebilmemiz, bilginin gelişimi hakkında bizlere daha net bilgi sağlamakta böylece öğrencilere yönelik daha zengin öğrenme fırsatları yaratmamıza yardımcı olmaktadır.

Matematik eğitiminde özellikle bilgi türleri için öne sürülen bu tür teoriler alana üç önemli katkı sağlamaktadır. İlk olarak bu teoriler, öğrencilerin matematik öğrenebilmesi için hedeflerimizi daha açık ifade etmemize yardımcı olmaktadır. İkinci olarak nasıl düşündüğümüze dair bize bilgi sağlarken programlarda verilmesi gereken bilgilerin nasıl desteklenmesi gerektiğine dair öneriler sunmaktadır. Son olarak bu teoriler araştırmacıların öğrenme çıktılarını araştırmalarına ve değerlendirmelerine yardımcı olmaktadır (Star ve Stylianides, 2013).

Skemp'in (1971) bilginin oluşumuna yönelik kavramsal ve ilişkisel anlama üzerine yaptığı çalışmadan sonra matematiksel olarak neyin nasıl öğretilmesi gerektiğine yönelik araştırmalar giderek artmıştır. Bu çalışmalar özellikle matematiksel olarak anlamayı işlemsel anlamanın ilerisine taşıyabilme amacına yoğunlaşmaktadır. Anlamayı var olan bir fikrin yeni fikirlerle oluşturduğu bağlantıların niteliğinin bir ölçüsü olarak tanımlayabilmemiz mümkündür (Hiebert ve Carpenter, 1992). Bu bağlamda aşağıda sunulan anlama spektrum modelini incelediğimizde (Bkz. Şekil 2.7) kavramsal sürece doğru gidildikçe oluşturulan bağlantıların arttığını, bunun da daha nitelikli bir anlamaya zemin hazırladığını söyleyebiliriz (Van de Walle, 2016).



Şekil 2.7. *Anlama spektrum modeli (Van de Walle, 2016, s.45)*

Kavramsal çerçeve kapsamında ele alınan temel kavramlardan olan işlemsel bilgiyi, ‘anlamlandırmadan daha önce ezberlenen bazı adımların tekrar edilmesi’; kavramsal bilgiyi ise ‘ne yapıldığını ve neden yapıldığını bilme’ olarak ayırabiliriz (Van de Walle, 2016). Star’a (2005) göre bu iki bilgi “bilgi türü” ve “bilgi niteliği” yönünden birbirinden farklılık göstermektedir. Bilgi türü, ne tür bilginin var olduğu ile ilgilidir. Bu bakımdan sıfat olarak karşımıza çıkan kavramsal ve işlemsel kelimeleri bize yol göstermektedir. Bu nedenle kavramsal bilgi, kavramların bilgisini (tanımlar, teoriler, prensipler vb.), işlemsel bilgi ise işlemlerin, prosedürlerin bilgisini (bir problem çözümünde gerekli izlenecek adımlar, algoritmalar vb.) nitelemektedir. Bilginin niteliğinde ise esas olan, bilginin ne düzeyde iyi anlaşıldığı ile ilgili olan kısımdır. Bir bilgi yüzeysel bir şekilde anlamlandırıldığı gibi çok daha derin biçimde de anlamlandırılabilir. Derin içerikli bilgi, muhakeme yapmayı, esnek düşünmeyi, değerlendirme gibi eylemleri içerirken yüzeysel düşünme, sabit adımlı, ezberlenmiş, tekrar tekrar uygulanabilen eylemleri içerir.

İşlem bilgisi, onu meydana getiren iki boyutu ile açıklanabilir. Bunlardan ilki matematikte sıklıkla kullandığımız semboller ve matematiğin dilidir. İkinci boyutunu ise bir problemi çözmek için kullanılan süreç bilgisi, işlem bilgisi ve kuralları içerir. İşlemsel süreç çoğunlukla algoritmik olduğundan süreçte yapılacak adımlar planlanır, işlemler yapılır ve bir sonuca ulaşılır (Kartal ve Baki, 2004). Bu bilgi türü belirli türden problem türlerine bağlıdır ve bu problem türleri ile meşgul oldukça gelişmeye devam eder. Düzenli, sıralı yapısı, ne yapılacağının önceden tahmin edilmesinden dolayı kavramsal bilgiden ayrılmaktadır (Hiebert, 1986).

Kavramlar bilgisi ya da kavramsal bilgi olarak isimlendirilebilen bilgi türü ise her zaman belirli bir soru tipi ile ortaya çıkmayacağı gibi örtük veya açık şekilde zihinde oluşabilir (Goldin-Meadow, Alibali ve Church, 1993). Kavramsal bilgi için yapılan bir tanım "Matematiksel kavramları, işlemleri ve ilişkileri anlamlandırmadır." şeklindedir (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001, s.5). Star (2005) ise kavramsal bilginin sadece bilinen kavramlarla sınırlı olmadığı aynı zamanda yeni kavramların bilinmesi için de bir yol oluşturduğunu belirtmiştir. Kavramların yeni kavramlarla ilişkisi ise Hiebert (1986) daha önceden belirttiği gibi kavramsal bilginin çok zengin bir bilgisel bağlantı gerektirdiği ile ilişkilidir. Bu süreç, var olan bir bilginin başka bir bilgi ile bağ kurmasına ve zenginleşerek kavramlar arasında ilişki kurulmasına imkân sağlamaktadır. Bu tanımlardan yola çıkarak kavramsal bilgiyi 'kavramların bilgisi' şeklinde özetleyebiliriz. Bu bilgi türü daha önceki bilgiler üzerine gelişim gösterirken yeni oluşacak/oluşan bilgilerle de ilişki içinde dinamik bir yapı sürmektedir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2014).

2.7.1. İşlemsel ve kavramsal bilgi ilişkisi

İşlemsel ve kavramsal bilgi sürecinin gelişimine baktığımızda bu iki bilgi türünün birbiri ile ilişkisinin dört farklı şekilde sınıflandırıldığı görülmektedir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2014).

Kavramların işlem bilgisinden önce geliştiği görüşüne göre çocuklar küçük yaştan itibaren gerek ailelerinden gerek kendi tecrübeleri ile kavramlar bilgisini sezgisel olarak elde etmektedir. Daha sonra tekrarlanan uygulamalarla elde ettikleri yöntemsel bilgileri, karşılaştıkları problemlerde kullanmaktadırlar (Halford, 1993). İkinci görüş olan işlemsel bilginin ilk önce oluştuğu görüşünde ise çocukların öncelikle bazı prosedürleri öğrendikleri (çevreyi keşfedici hareketlerin yapılması gibi) sonra bu tecrübe yardımı ile kavramları oluşturarak soyutlaştırdıkları savunulmaktadır (Siegler ve Stern, 1998). Üçüncü görüş, işlemsel ve kavramsal bilgi arasında ardışık bir ilişki olmadığını, bazen işlemsel bilginin bazen de kavramsal bilginin bağımsız geliştiğini iddia etmektedir (Resnick ve Omanson, 1987). Son görüş ise tek yönlü sıralı bir ilişki yerine iki yönlü ve sürekli birbirini besleyen bir yapıda iki bilgi türünün geliştiği yönündedir. Bu görüşe göre işlemsel ve kavramsal bilgi her zaman birbirinden ayrılmaz ve bir devamlılık içerirler.

Literatürde işlemsel ve kavramsal bilgi ilişkisini içeren farklı modeller bulunsa da yapılan araştırmaların ortak olarak desteklediği düşünce, bu iki bilgi türünün birinin diğerine göre üstün görülmemesi ya da eğitimde özellikle birine daha fazla önem verilmemesi gerektiğidir. Bu bilgiler arasındaki ilişkinin kurulması, derinlemesine etkili matematiksel öğrenme süreci için önemli bir fırsat sağlayacaktır. Van de Walle'nin (2016) belirttiği gibi her bilim dalının kendine uygun bir öğretim yaklaşımı bulunmaktadır. Matematik öğretimi bu bağlamda a) kavramların anlaşılması, b) ilgili işlemlerin anlaşılması ve c) kavramlar ile işlemler arasındaki bağlantının kurulması olmak üzere üç temel amaca hizmet edecek şekilde tasarlanmalıdır. Kavramsal ya da işlemsel bilgi türünden birinin eksikliği öğrencilerde kısıtlı bir matematiksel anlamaya neden olacaktır (Rittle-Johnson ve Schneider, 2014). Bu kısıtlı anlama ise öğrencinin sezgisel olarak bir çözüm oluşturma kapasitesi olmasına rağmen işlemsel olarak bunu destekleyememesi ve/ya işlemsel olarak sonucunu bulmasına rağmen tam olarak neden bu işlemi yaptığını açıklayamaması olmak üzere iki farklı şekilde kendisini göstermektedir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Orantısal düşünmenin gelişiminde de işlemsel ve kavramsal bilgi boyutu göz önünde bulundurulması gereken önemli noktalardan birisidir. İstenilen düzeyde bir öğretim planlaması yapılabilmesi için sadece kısıtlı problem tipleri ve çözümleri sunulmamalı daha öncesinde işlemsel sürecin anlaşılması için uygun kavramsal zemin oluşturulmalıdır (Ahl, 2016). Fakat araştırmalar (Lamon, 2012; Van Dooren vd., 2010) göstermektedir ki orantısal düşünmenin öğretim sürecinde işlemsel akıcılık ön planda olmakta bunun sonucunda ise öğrenciler orantısal düşünmede yeterince derinleşememektedir. Bu süreç ders kitaplarında da benzer şekilde devam etmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010; Shield ve Dole, 2013). Bu bakımdan orantısal düşünmede bilgi boyutunun incelenmesi, ders kitaplarının ne düzeyde öğrenme fırsatı sağladığına dair dönütler verirken diğer taraftan da öğrenci gelişimine uygun bir içerik hazırlamada bilgi türleri arasında dengenin sağlanmasına yardımcı olacaktır.

Bu bölümde, analiz çerçevesinde yer alan bilgi boyutuna dair bilgiler sunulmuştur. Çalışmada gelişimsel öğrenme tasarımı ile yakından ilişkili bir başka boyut olarak bilişsel süreç boyutu oluşturulmuştur. Soruların potansiyel olarak gerektirdikleri bilişsel süreçler sadece bir derste ya da bir konuda öğrencileri desteklemekle kalmamakta, karmaşık ve soyut düşünmeyi de destekleyerek ileri öğrenme düzeylerine geçiş için öğrencilere fırsat sağlamaktadırlar (Sztajn vd., 2012). Bu bakımdan ders kitaplarında kullanılan soruların bilişsel olarak da planlanması önemlidir. Çalışma kapsamında bilişsel süreçler boyutunda kullanılan Yenilenmiş Bloom Taksonomisine dair açıklamalar bir sonraki bölümde sunulmuştur.

2.8. Bloom Taksonomisi

İleri düzeyde matematik yapabilmek için verilen bir görevden sonra uygun bir ortam sağlanması ve öğrencilerin çözüm yolları üretmesi, sınıf içi tartışmalarla bu düşüncelerini paylaşması önemlidir. Fakat genelde sınıf ortamlarında ve ders kitaplarında öğrencilere verilen yönergelerde "yap, çöz, sonucunu bul" gibi fiillerin sıklıkla kullanıldığı ve bu fiillerin ise düşük düzeyde düşünme becerisini gerektirdiği görülmektedir. Bu fiillerin yerine "ispatla, doğrula vb." gibi fiillerin kullanılması öğrencilerin daha üst düzeyde düşünmelerini gerektiren durumlar için zemin sağlamaktadır (Van de Walle, 2016).

Ders kitaplarının öğrenme sürecinde yeri göz önünde bulundurulduğunda belirlenen hedeflerin öğrencilere sunmada önemli bir araç olduğunu söyleyebiliriz. Bu süreçte ise hedeflerin öğrenci gelişimine göre belirlenmesi yanında içerik olarak sistematik bir şekilde öğrencilere sunulması, programların geniş yapısının tutarlılığı açısından önemlidir (Bümen, 2006). Nitekim gerek hedeflerin gerekse matematiksel görevlerin ve içeriklerin hazırlanmasında kolaydan zora, somuttan soyuta gibi çeşitli sınıflandırmaları içeren sistematik taksonomilerin geliştirildiği görülmektedir.

Geliştirilen taksonomiler arasında sıkça tercih edilen ve diğer bilişsel sınıflandırmalara da kaynak oluşturan, hedefleri, etkinlikleri sınıflandırmamıza yarayan bir model ise Bloom'un (1956) sunmuş olduğu taksonomidir (Birgin, 2016). Taksonomi terimini hedeflenen davranışların basitten karmaşığa, kolaydan zora gibi aşamalı bir biçimde sınıflandırmamıza yardımcı olan bir terim olarak tanımlayabiliriz (Sönmez, 2010). Bloom taksonomisi gerek hedeflerin gerekse bu hedeflere uygun içeriklerin öğrencilerin zihin ve bilişsel yeterliliklerine göre bir öğretim planı dahilinde sıralanmasını mümkün kılmakta, öğrencilerin bilişsel gelişimlerini istenilen düzeye çıkarabilmek için gerekli değerlendirilmelerin yapılmasına imkan sağlamaktadır. Diğer taraftan bilişsel süreçlerin sınıflandırılma süreci ders kitaplarında içerik ve etkinlik tasarımında önemli katkılar sağlamaktadır. Örneğin bilişsel olarak ezberlenmesi istenilen bir hedef için doğrudan anlatımın temel alınması, analiz ve sentez gibi üst düzey bilişsel süreç gerektirecek hedeflerin aktarımı için araştırma yapılması, araştırma sonuçlarının paylaşılarak farklı çözüm yollarının üretilmesine yönelik bir içerik hazırlanması gerekmektedir (Birgin, 2016). Bu bakımdan bilişsel süreçlerin sınıflandırılması, ders kitaplarının öğrencilerin bilişsel olarak gelişimsel öğretim fırsatları hazırlayabilmelerine rehberlik edecektir.

Bloom öğrenme hedeflerini sınıflandırabilmek amacıyla yayınladığı ilk taksonomide altı temel adım belirmiştir (Bkz. Şekil 2.8).

Şekil 2.8. *Bloom Taksonomisi adımları*

Bloom taksonomisi incelendiğinde bilgi basamağından değerlendirme basamağına doğru giderek üst düzey düşünmeyi gerektiren adımların sıralandığı görülmektedir. Bilgi basamağı daha önce ezberlenen bir bilginin hatırlanması ya da farkına varılmasını, kavrama basamağı olayları ilişkilendirebilmeyi, uygulama basamağı öğrenilen bilginin kullanılması, analiz basamağı neden sonuç ilişkisini kurmayı, sentez yeni ilişkiler yardımı ile üren ortaya koyabilmeyi, değerlendirme basamağı ise kurulan sistem hakkında yorum yapabilmeyi içermektedir (Bloom, 1956).

Hedeflerin bilişsel alan dahilinde sınıflandırmasını ilk kez yapan Bloom (1956) kendinden sonra birçok sınıflama için başlangıç noktalarından birisi olmuştur ve zaman içinde farklı sınıflandırmalar ortaya çıkmıştır. Sunulan diğer sınıflandırmaların Bloom taksonomisinin temel düşünce ve yapısından çok farklı olmadığı, yeni düzenlemelerin ve eklemelerin yapıldığı görülmektedir (Yüksel, 2007). Bu alternatif sınıflandırmalardan birisi de Anderson ve Krathwohl (2001) tarafından sunulan yenilenmiş Bloom taksonomisidir.

1956 yılında yayınlanan Bloom Taksonomisi zamanla bazı eleştiriler almış ve üzerinde bazı değişikler yapılarak Anderson ve Krathwohl (2001) tarafından revize edilmiştir. Orijinal taksonomiye yapılan eleştirilerden ilki bilginin tek bir boyutta değerlendirilmesi, ikincisi üst basamaklara geçiş için alt basamaklardaki hedeflerin gerçekleştirilmesi gerektiği kuralının çok katı bulunması yönündeydi (Furst, 1994). Bir diğer eleştiri ise sentez ve değerlendirme basamaklarının sıralanmasına yönelik yapılmıştı. Bu eleştiride sentezin değerlendirmeden daha karmaşık olduğu hatta değerlendirmeyi içine alabileceği yönünde fikirler öne sürülmüştür (Krietzer ve Madaus, 1994).

Anderson ve Krathwohl (2001) bu eleştirileride dikkate alarak orijinal taksonomi üzerinde bazı yenilemeler yaparak yenilenmiş bloom taksonomisini yayınlamışlardır. Son yıllarda orijinal taksonomiye yönelik alternatif sınıfladırmalar içinde en geniş katılımlı sınıflandırmalardan biri olması nedeni ile yenilenmiş bloom taksonomisi diğer alternatiflere göre daha çok dikkat çekici bir konumdadır (Yüksel, 2007).

2.9. Yenilenmiş Bloom Taksonomisi

Ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmalar (Polikoff, 2015) incelendiğinde öğretim hedeflerini istenilen düzeyde yansıtmada eksikliklerinin devam ettiği görülmektedir. Bu durum ise öğrenciler arasında önemli bir öğretim eşitsizliğine neden olmaktadır (Hadar ve Ruby, 2019). Öğrencilerin istenilen bir beceride ustalaşmaları muhatap oldukları etkinliklerin gerektirdikleri bilişsel süreçler ile yakından ilişkili olması (Stein ve Smith, 1998) ve ders kitaplarında sunulan bilişsel süreçlerin öğrenci başarısına olan etkisi de göz önünde alındığında (Hadar, 2017), bilişsel süreçler içerik oluşturmada önemli bir bileşen olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bilişsel süreçleri belirlemede kullanılan sınıflamalar göz önüne alındığında Yenilenmiş Bloom Taksonomisi'nin diğer sınıflandırmalara yönelik daha esnek, kullanışlı ve ayrıntılı yapı sunmasından dolayı matematik eğitiminde önemli bir araç haline getirmektedir (Radmehr ve Drake, 2019). Bu bölümde yenilenmiş Bloom taksonomisinin bilişsel süreç boyutları ve alt basamakları ele alınmıştır. Bilişsel süreçler açıklanmadan önce Krathwohl'un bir öğrencinin bir bilgiyi ne düzeyde öğrenebileceğini açıklamak için verdiği örnek kullanılmıştır (Krathwohl, 2002, s.64). Bu örnek durumda öğrenmenin niteliğindeki farklılıkları göstermek adına "öğrenme olmaması", "rutin öğrenme" ve "anlamlı öğrenme" olmak üzere üç farklı öğrenme durumu ele alınmıştır.

Bir öğrenci elektrik devreleri ile bir bölüm okuduğunu düşündüğümüzde üç farklı öğrenme durumu ortaya çıkabilir. İlk durum öğrenmenin olmamasıdır. Öğrenci ders kitabından ilgili bölümü sınavın kolay olacağı düşüncesi ile sadece göz gezdirir. Konu hakkında sadece birkaç bilgi hatırlayabilmekte fakat bunlar arasında bağlantı kuramamakta, herhangi bir problem karşısında bu bilgileri entegre edememektedir. Kısacası öğrenci ne yeni bir bilgi öğrenebilmiş ne de bu bilgiyi diğer bilgileri ile ilişkilendirip geliştirebilmiştir. Bu durumda öğrencide bir öğrenme durumunun meydana geldiğini söylemek çok zordur.

İkinci durumda öğrenci bölümü dikkatli bir şekilde okumuştur. Ana bileşenleri içeren bilgileri istediği zaman aklına getirebilmektedir. Kitapta ilgili bir yer hakkında soru sorulduğunda o ilgili yer hakkında öğrenciye bilgiyi sunabilmektedir. Örneğin bir elektrik devresinin ana elemanları söylendiğinde rahatlıkla cevap verebilmektedir. Bir önceki durumdan farklı olarak artık kitaptaki ilgili bölümden bilgi alınmıştır. Fakat öğrenciye yeni bir problem durumu verildiğinde çözüm oluşturamamakta ya da bu bilgiyi kullanarak yeni bir duruma yorum yapamamaktadır. Bu durumda yeni bilgi öğrenilmesine rağmen başka bilgilerle ilişkilendirme süreci yaşanmamıştır. Bu öğrenme durumu ise rutin öğrenme durumu olarak isimlendirilmiştir.

Son durumda ise öğrenci bölümü dikkatli bir şekilde okuduktan sonra bir önceki durumdaki gibi elektrik devresi hakkında bilgi edinmiştir. Fakat bir öncekinden farklı olarak bir problem durumunda yeni öğrendiği bu bilgileri kullanarak çeşitli çözümler oluşturabilmektedir. Konuya dair eski bilgileri ile yeni öğrendiği bilgiler arasında ilişkilendirme yapabilmektedir. Yeni bir durumda eski bilgilerini bir çatı altında sunup yeni duruma adapte olabilmektedir. Bu durumda öğrenci artık anlamlı bir öğrenme gerçekleştirmiştir.

Yukarıda sunulan üç farklı öğrenme senaryosu aslında öğrenmenin nasıl farklılaştığını göstermektedir. Bilgiyi akılda tutabilme ile onu farklı şekillerde transfer edebilme arasındaki bilişsel süreçler yenilenmiş Bloom taksonomisinde 6 ana, 19 alt başlıkta açıklanmıştır. Gelişimsel olarak sunulan bu adımlardan hatırlama basamağı akılda tutma ile geriye kalan 5 süreç transfer süreci ile yakından ilgilidir (Radmehr ve Drake, 2019).

2.9.1. Hatırlama

Bilişsel süreçlerin en alt basamağında yer alan hatırlama, uzun süreli bellekten ilgili bilgiyi geri çağırmayı içerir. Bu süreç tanıma ve anımsama olmak üzere iki alt süreci barındırmaktadır. Hatırlama düzeyinde ki bilgi işlemsel, kavramsal boyutta da karşımıza çıkabilir. Bu süreç her ne kadar en alt basamakta yer alsa da ileriki süreçlerin temellerini oluşturmaktadır. Örneğin ileri seviye bir matematiksel ispat yapmak isteyen kişi bazı tanımlara, formüllere, algoritmalara ihtiyaç duyacaktır. Bu bilgileri uzun süreli bellekten getirme süreci ise hatırlama sayesinde olacaktır (Krathwohl, 2002).

Hatırlama sürecini değerlendirmek için daha önce öğrenilen bir bilginin çok benzer ya da tamamen aynısını öğrenciden tanımlaması ya da anımsaması istenebilir. Matematik dersinde bunun için bir tanım, ezberlenen bir formül ya da teorem ispatı verilen şekilde aynen öğrenciden hatırlaması beklenir (Birgin, 2016).

Hatırlama sürecinin altında yer alan tanıma durumunda kişi yeni karşılaşılan bilgiyi daha önceki var olan bilgilerle karşılaştırır. Çağrılan bilgi ile yeni karşılaşılan bilgi arasında benzer durumun sorgulandığı bu sürece örnek olarak basit bir çokgenin kenar sayısına bağlı olarak tanıması verilebilir. "*Bir beşgenin kaç kenarı vardır?*" sorusu bu durum için uygun bir örnektir (Anderson ve Krathwohl, 2001, s.69).

Hatırlamanın alt sürecinden bir diğeri ise anımsamadır. Anımsama ilgili bilginin uzun süreli bellekten arandıktan sonra geri çağrılarak kullanılmak üzere kısa süreli belleğe aktarılmasını içermektedir. Bu süreç aynı zamanda "*geri getirme*" olarak da isimlendirilebilmektedir (Anderson ve Krathwohl, 2001, s.69). 6x7 sorusu düşünüldüğünde daha önce bellekte yer etmiş ezberlenmiş sonuç bu soruyu görmeyle birlikte uzun süreli bellekten geri çağrılacaktır.

Hatırlama süreci doğasına uygun olarak çoktan seçmeli sorular, doğru-yanlış ya da kısa cevaplı sorularla değerlendirilmeye uygundur. Hatırlama sürecine uygun bazı matematiksel kazanımlar ve örnekler aşağıda sunulmuştur (Birgin, 2016; Coşar, 2011).

1) Tam kare tam sayıları tanır.

2) En çok dokuz basamaklı doğal sayıları okur ve yazar.

3) Orantının tanımını yapınız.

4) Aşağıda kısaltmaları verilen uzunluk birimlerini yazınız.

cm=…… , km=……

2.9.2. Anlama

Hatırlama daha önce belirtildiği gibi sadece bilgiyi olduğu gibi geri çağırmaya odaklanırken, Bloom'un anlama ve sonraki süreçleri bilginin transfer edilmesine odaklanmaktadır. Anlamadan üretmeye doğru sıralanan beş süreç aşamalı olarak bilginin transfer edilmesi üzerinde durmaktadır. Anlama yazılı, sözel, sembolik gibi farklı şekillerde karşımıza çıkan bilgilerden bir anlam oluşturma süreci, bir transfer yapabilme sürecini içermektedir. Bu süreç yorumlama, örneklendirme, sınıflandırma, özetleme, çıkarım yapma, karşılaştırma ve açıklama olmak üzere yedi alt süreci barındırmaktadır (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Yorumlama süreci bir öğrencinin herhangi bir biçimde sunulan bir bilginin başka bir sunum şekline dönüştürebilme becerisidir. Bu süreçte resimlerden gördüğü bir süreci yazıya aktarabilir, grafikten okuduğu bir bilgiyi matematiksel sözel bir dille ifade edebilir, müzikal notaları bakarak enstrümanından çalabilir. Bu süreç alternatif olarak çevirme, sunma ya da açıklık getirme olarak da isimlendirilebilir. Yorumlama süreci hatırlama sürecine yakın bir süreç gibi gözükse de arasındaki fark yorumlamada yeni bir şeylerin bilgiye eklenmesidir. Daha önceki bilginin neredeyse aynısının sorulması bu bilginin hatırlanma boyutunda geri çağrılmasına neden olmaktadır. Verilen bilginin daha önce karşılaşılan durumdan farklılaşması süreci hatırlama boyutundan çıkaracak ileri bilişsel süreçleri gerektirecektir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Örneklendirme alt basamağında öğrenci bir konu ya da kavram hakkında örnekler sunabilmesi beklenmektedir. Örnekleme süreci de hatırlama sürecinden beslenmekle birlikte tanımları, belirli özellikleri bilmeyi içerir. Öğrenci ikiz kenar üçgen için bir örnek sunarken üçgenin tanımı, ikiz kenar üçgenin özelliklerini hatırlamalı bunun üzerine bir örnek sunabilmelidir. Öğrenci bu düzeyde örnekleri kendisi de oluşturabilir ya da verilen örnekler arasından ilgili kavram ile ilişkili olanları seçebilir (Birgin, 2016).

Sınıflandırma süreci öğrencinin kesin sınırları olan bir kategoriyi oluşturan elemanları herhangi bir özelliğe bağlı olarak tanımlaması ile meydana gelmektedir. Sınıflandırılacak bileşenlerin özelliklerinin tespiti, bu özelliklerin gruplandırılması örnekleme sürecinin tamamlayıcı bir unsuru olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu süreç alternatif olarak kategorize etme olarak da isimlendirilebilir. Matematik dersinde verilen bir grup sayının belirli bir özelliğe (asal olma, çift-tek olma vb.) göre sınıflandırılması bu sürece örnek olarak gösterilebilir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Özetleme öğrencinin sunulan bir genel bilgiden tek bir durumu içeren özet bir bilgi çıkarması sırasında meydan gelmektedir. Oynanan bir tiyatro sahnesinden anlam çıkarma, bir metni ana hatları ile özetleyebilme gibi durumlar özetlemeyi içerir. Özetleme sürecinin temasında verilen bilgiyi derinlemesine girmeden ana hatlarıyla sunabilme bulunmaktadır (Bümen, 2006).

Çıkarım yapma sunulan bir takım örnek durumdan bir ilişki bulma durumunu içermektedir. Örneğin verilen 1, 2, 3, 5, 8 ve 13 sayılarını inceleyen öğrenci sayıların tek, çift sırası ile değiştiğini fark edebilir. Sonrasında bu serinin önceki iki sayının toplamının bir sonraki sayıyı verdiğini görebilir. Buradan bakıldığında çıkarım yapma daha sonraki süreç olan uygulama basamağı için önemli bir hazırlık sürecidir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Karşılaştırma süreci iyi bilinen bir durum ile daha az bilinen bir durum arasında benzerliklerin ve farklıkların ortaya konulmasını içermektedir. Bir düşüncedeki ana yapıları ya da örüntüleri başka fikirlerle birebir eşleyebilme becerisi de bu süreç içinde yer almaktadır. Bu süreç eşleme, uyarlama, çelişkiler bulma gibi eylemleri içermektedir. Son alt boyut açıklama ise öğrencinin bir durum karşısında neden-sonuç ilişkisini oluşturup kullanılabilmesi şeklinde tarif edilebilir. Neden sonuç ilişkisi içinde büyük etkenlerin belirlenmesi ve bu etkenlerin birbirileri ile nasıl bir ilişki içinde olduklarının yorumlanarak birbirine olan etkisinin sunulması açıklama sürecinin tam olarak yaşanması sonucu meydana gelir. Açıklama için alternatif terimlerden birisi model oluşturma süreci olabilir (Krathwohl, 2002).

Anlama basamağına ait farklı örnekler aşağıda sunulmuştur (Köğce ve Baki, 2009; Coşar, 2011).

1) Aşağıdaki ifadelerin doğru, doğru parçası ya da ışından hangisine örnek olabileceğini belirleyiniz.
   a. Kopmuş-gergin bir saç teli……….
   b. Uzun makarna …..
2) Bir sınıftaki öğrencilerin bir küme oluşturduğu düşünülürse okuldaki öğrencilerin kümesi bir evrensel küme oluşturabilir mi?
3) Basit durumlara uygun cebirsel ifadeyi yazar. 3 eksiktir ifadesi x-3 şeklinde gösterilebilir.
4) A={0, 1, 2, 3, 4 } kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimini belirtiniz.

2.9.3. Uygulama

Uygulama süreci en genel anlamı ile herhangi bir problem çözüm sürecinin uygulanması olarak ifade edilebilir. Bir konu sonunda sorulan soruya öğrenci daha önceki öğrendiği algoritmayı ya da çözüm sürecini uygulayacaktır. Eğer farklı bir problem durumu çıkarsa bu durumda uygulayacağı uygun adımları belirleyerek problemi çözmeye çalışacaktır. Bu süreç öğrendiği adımları benzer bir problem durumunda doğrudan yapma süreci olan “yürütme” ve daha önce öğrendiğinden farklı bir durumda bir çözüm süreci geliştirme olan “uygulama” iki temel alt boyuttan meydana gelmektedir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Yürütme süreci öğrencinin rutin bir şekilde bir çözüm sürecini meydana getirmesidir. Bu süreç temel olarak iki adımı içerir. Bu adımlardan ilki daha önce öğrenilen prosedürün adımlarını sırası ile takip etmek, diğeri ise işlemlerin doğru yapılması sonucunda daha önce belirlenmiş sonuca ulaşabilmedir. Özellikle matematikte yürütme süreci çoğunlukla daha önce karşılaşılmış bir problemle tekrar karşılaşma sürecinde meydana gelmektedir. Bu durumda öğrenci işlemsel bir bilgi kullanarak daha önce yaptığı adımları hatırlamakta ve uygun işlemler yaparak istenilen sonuca ulaşmaktadır. Orantısal düşünme için bir örnek vermek gerekirse daha önce öğrenilen içler-dışlar çarpımı yöntemini doğru orantı için çapraz çarpım olarak uygulanması, ters orantı içinse payların çarpımının paydaların çarpımına eşitlemek sonucunda verilmeyen değerin bulunmasıdır. Bu süreçte öğrenci sadece belirli bir yolu izlemekte ve verilen sayıları uygun yerlere yerleştirip çarpma/bölme işlemleri yaparak işlemsel bir şekilde problemin sonucuna ulaşmaktadır (Krathwohl, 2002).

Uygulama sürecinde ise öğrenci daha önce aşina olmadığı bir problem durumuyla karşılaştığında bu probleme uygun çözüm adımlarını seçip uygulamasıdır. Bir önceki alt boyuttan farklı olarak öğrenci burada aşina olmadığı problemi anlamalı ve daha önceki öğrendiği yöntemlerden uygun bir çözüm yöntemi seçmek zorundadır. Bu bakımdan bu süreç anlama ve üretme basamakları ile bağlantılıdır. Aşina olmayan bir problem durumu farklı çözüm oluşturma ya da daha önceki öğrenilen çözüm sürecine modifikasyonlar yapmayı da içermektedir (Krathwohl, 2002; Birgin, 2016).

Uygulama basamağına ait farklı örnekler aşağıda sunulmuştur (Coşar, 2011)

1) Aşağıda verilenlere uygun şekilleri çizerek gösteriniz.

a) AB doğru parçası

b) ABC açısı

2) $\frac{3}{9} = \frac{?}{18}$ sorusunda? değerini içler-dışlar çarpımı yardımı ile hesaplayınız.

2.9.4. Analiz etme

Analiz süreci bir bütüncül yapıyı ana hatlarına ayırarak incelemeyi, bu parçaların birbiri ile ilişkilerini keşfetmeyi en sonunda bütüncül bir sonuca ulaşmayı içerir. Bu süreç bilişsel olarak ayrıştırma, örgütleme ve ilişkilendirmeyi içerir. Bir konuyu oluşturan mesajlara ayırma, mesajların birbiri ile ilişkisini görme ve konunun anlatmak isteği mesajı alt parçaların ışığı altında yorumlayabilme analiz sürecinin içerisinde yer almaktadır. Bu bakımdan analiz etme becerisi anlama sürecinin derinleşmesi, genişlemesi ya da üretme ve değerlendirme süreçlerinin bir ön adımı olarak düşünülebilir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Ayrıştırma süreci bir bütün içerisindeki önemli ve ilgili yapıları fark etme, ayırt edebilme becerisi olarak tanımlanabilir. Bu süreç bir konu hakkında önemli ve ilgili yapıların önemsiz, ilgisiz yapılardan ayırt edildiğinde meydana gelir. Ayrıştırma daha önce bahsi geçen anlama bilişsel sürecinin karşılaştırma alt basamağına benzese de bu süreçte bütünü oluşturan yapıların ilişkilerin incelenmesi ve hangisinin gerekli, önemli olduğuna karar verilmesi davranışı ile ayrılmaktadır. Matematik dersinde bir problemin çözümü için gerekli olmayan verilen fazla bilginin ayırt edilmesi, hangi verilerin yeterli olduğuna karar verilmesi bu süreç için örnek gösterilebilir (Krathwohl, 2002).

Örgütleme alt sürecinde bütünün parçaları tanımlandıktan bütün içinde birbiri ile uyum derecesini belirtilir. Yapının ana hatlarını kullanarak bütünle yapılanmasını görebilme bu beceri içerisinde yer alır. Yapının ana hatlarını kullanabilme becerisinden dolayı bu alt basamak daha önce bahsedilen ayrıştırma alt basamağı ile yakından ilişkilidir. Bu süreç alternatif olarak bütünleştirme, yapılandırma ve çözümleme gibi kavramlarla da ifade edilebilir. Matematik dersinde istatistik konusu incelendikten sonra bir tablo ile hangi formüllerin hangi durumlarda nasıl kullanıldığının ana hatları ve örnekleriyle belirtilmesi bu sürece bir örnek oluşturabilir. Bu durumda bütün olarak bir istatistik konusunun alt yapıları olan durumları ve formüller belirlenmeli ve bütüncül şekilde örneklerle istatistik dersinin o konusunu destekleyici şekilde organize edilecektir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

İlişkilendirme alt basamağı öğrencinin bir düşünce altında yatan ana düşünceyi, yanlılıkları ya da farklı bakış açılarını görebilmesidir. Bu durumda öğrenci düşünceyi anlamlandırmalı ve yeninden yapılandırarak arkasındaki hatları görebilecektir. Anlama alt boyutunun ötesinde verilen düşünceyi verildiği bakış açısı ile anlamlandırabilmedir (Bümen, 2006).

Analiz sürecine uygun bazı matematiksel kazanım ve örnekler aşağıda sunulmuştur (Coşar, 2011; Birgin, 2016).

1) Dikdörtgenler prizmasının yüzey açınımlarını çizer ve verilen farklı açınımların dikdörtgen prizmasına ait olup olmadığına karar verir.
2) Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemler ile ifade eder.
3) Bir firma üretmek istediği çikolatalar için ambalaj tasarlatmak istemektedir. Bunun için bir anket hazırlayarak insanların fikrini almayı düşünmektedir.
   a) Siz bu firmanın yetkilisi olsaydınız nasıl anketi dolduracak kişileri nasıl seçerdiniz? Neden?
   b) Uygulayacağınız anket için hangi soruları sorardınız? Neden?
4) Kenar uzunlukları cm cinsinden birer tam sayı ve çevresinin uzunluğu 9 cm olan kaç farklı üçgen vardır?

2.9.5. Değerlendirme

Değerlendirme bilişsel süreci genel hatları ile belirli ölçütlere göre karar verme olarak tanımlanabilir. Bu süreçte etkinlik, verimlilik ve tutarlılık sıklıkla kullanılan kriterler arasındadır. Değerlendirme bilgiyi iç tutarlık açısından değerlendirmesi olan denetleme/kontrol etme ve dış ölçütlere göre değerlendirme olan eleştirme olarak iki alt basamaktan meydana gelmektedir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Kontrol etme süreci yapılan işlem ya da oluşturulan üründe bir uyumsuzluğun, yanılgının olup olmadığının denetlenmesini içermektedir. Örneğin öğrenci ulaştığı bir sonucu daha önceki verileri, hipotezi ışığında kontrol etmesi, uyum sürecini gözlemlemesi bu durum için bir örnektir. Uygulama süreci ve üretme bilişsel basamaklarının bileşeni olarak bir plan dahilinde bir süreci uygulamasını düşünüldüğünde, sürecin kriterlere göre kontrolünün sağlanması kontrol etme aşaması olarak düşünülebilir. Bir problem çözümünün verilerek sonucunun ve sürecin kontrol edilmesi bu adım için örnek olarak verilebilir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Kritik etme sürecinde bir süreç ya da ürün kriter ve standartlara göre değerlendirilir. Öğrenci eleştirisel bir bakış ile pozitif ve negatif durumları belirleyerek belirli bir süreçten sonra kendi yargısını oluşturabilir. Bu süreç alternatif olarak yargılama şeklinde de isimlendirilebilir. Matematik dersi için öğrenciye sunulan iki alternatif yöntemin değerlendirilmesi ve hangisinin kendisine daha kolay geldiğini nedenleri ile belirtmesi bu basamak için bir örnek oluşturabilir (Krathwohl, 2002).

Değerlendirme sürecine uygun bazı matematiksel kazanım ve örnekler aşağıda sunulmuştur (Coşar, 2011; Kablan, Baran ve Hazer, 2015; Birgin, 2016).

1) Tablo ve doğru grafiklerini inceleyerek iki çokluğun orantısal olup olmadığına karar verir.
2) Çizgi, resim veya şekil grafiklerinin yanlış yorumlara yol açabileceği durumları açıklar.
3) Ayşe yaşadığı ilçede en çok sevilen spor dalını merak ettiği için bir anket hazırlamaya karar veriyor. Bu anketi Pazar gün basketbol maçına giden öğrencilere uyguluyor. Sizce Ayşe'nin seçtiği örneklem anketin amacına uygun mudur?
4) Çizgi, resim veya şekil grafiklerinin yanlış yorumlara yol açabileceği durumları açıklar.

2.9.6. Üretme

Yenilenmiş Bloom taksonomisi bilişsel süreçlerinin en üst basamağında üretme basamağı ye almaktadır. Üretme süreci parçaları bir bütün ve ahenk içerisinde bir araya getirme olarak özetlenebilir. Bu basamakta öğrenciden bir örüntü ya da yapıyı oluşturan elementleri kullanarak bir ürün meydana getirmesi beklenmektedir. Süreçte eski bilgiler ve deneyimlerin koordine edilmesi gerekmektedir. Her ne kadar üretme yaratıcılıkla bağlantılı olsa ve üretilen ürünün benzersiz olması beklenilse de ürün tüm öğrencilerin yapabileceği daha önceki deneyimlerine dayanan bir oluşum da olabilir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Bu basamak için geometri öğrenme alanında bulunan "Çokgenler ile çokgensel bölgelerin eş ve benzerlerini kullanarak örüntüler oluşturur." Kazanımı örnek verilebilir. Kazanımda öğrencilerden eş ve benzer çokgenleri kullanarak örüntüler oluşturması beklenmektedir. Bu kazanımda belirli bir kriter (örüntü olma şartı) göz önünde bulundurularak öğrencilerin oluşturdukları birbirinden farklı özgün şekiller oluşturulması beklenilmektedir (Kablan, Baran ve Hazer, 2015). Üretme basamağı oluşturma, planlama ve hipotez kurma olmak üzere üç alt basamağı barındırmaktadır (Krathwohl, 2002).

Oluşturma basamağı bir problemi çözümünde belirli kriterlere göre yeni çözüm yolu/yolları oluşturma sürecini kapsar. Daha önce bahsedildiği gibi bunun her zaman tamamen kişiye özgün, orijinal tek olması beklenmez. Bu süreçte öğrenciden alternatif yollar üretmesi beklenir. Örneğin bir orantı içeren bir problemin çözümün için içler-dışlar çarpım algoritması öğretildiğinde öğrenciden alternatif çözüm yolları üretmesi bu alt basamağa örnek olarak gösterilebilir (Anderson ve Krathwohl, 2001).

Planlama alt basamağında belirli kriterlere bağlı olarak problemin çözümü için çözüm yollarının oluşturulması, planlanması gerekmektedir. Bu süreçte öğrenci bir çözüm süreci tasarlar. Bu alt basamak tasarlama, düzenleme gibi alternatif şekilde isimlendirilebilir. Örnek olarak öğrenciden bir problem için adım adım ayrıntılı bir çözüm tasarlaması istenilebilir (Krathwohl, 2002).

Bu bölümde kavramsal çerçeve kapsamında ele alınan önemli başlıklara yer verilmiştir. Son kısımda ise çalışma kapsamında daha önce yapılan araştırmalara yer verilecektir.

2.10. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çalışmanın amacına paralel olarak ilgili araştırmalar aktarılmıştır. İlgili literatür temel olarak iki başlık altında incelenmiştir. İlk başlık orantısal düşünmenin gelişimine yönelik araştırmaları kapsamaktadır. İkinci başlıkta ise ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmalar ele alınmıştır. Bu kapsamda önce öğrenme rotalarına göre ders kitaplarının incelendiği çalışmalara sonrasında orantısal düşünmenin ders kitaplarında nasıl ele alındığına ilişkin çalışmalara yer verilmiştir.

2.10.1. Orantısal düşünmenin gelişimine yönelik yapılan araştırmalar

Literatür incelendiğinde orantısal düşünmeye yönelik öğrenci gelişimi göz önünde bulundurularak oluşturulmuş farklı gelişimsel düzeylerin sunulduğu görülmektedir (Carpenter vd., 1999; Langrall ve Swafford, 2000; Baxter ve Junker, 2001; Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Bu bölümde araştırmacılar tarafından deneysel ve teorik çalışmalar sonucunda oluşturulmuş farklı gelişim modelleri ve özellikleri ele alınarak düzeylerin açıklaması yapılmıştır.

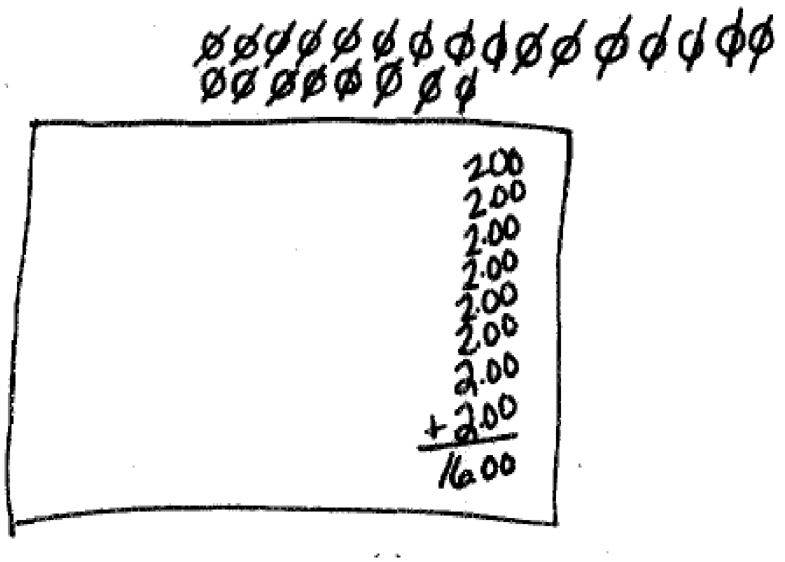
Langrall ve Swafford (2000, s.256) orantısal düşünme becerisi için dört düzey belirlemişlerdir. Çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin, farklı orantısal sorulara verdikleri cevapları değerlendirmişlerdir. Çalışma sonunda ortaya koydukları düzeyler ve göstergeler Tablo 2.7'de sunulmuştur.

Tablo 2.7. *Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeyleri (Langrall ve Swafford, 2000, s.256-257)*

Düzeyler	Göstergeler
Düzey 0	• Tahminler ya da görsel ipuçları kullanır. • Çarpımsal ilişkiyi farkedemez. • Rastgele sayılar ve stratejiler kullanır. • İki ölçüm arasında ilişki kuramaz.
Düzey 1	• Durumu anlamlandırmak için gösterimler, modeller kullanır. • Niceliksel karşılaştırmalar yapabilir.
Düzey 2	• Birimlere ayırma yapabilir ve bütünleşik birimler oluşturabilir. • Birim oranı bulabilir ve kullanabilir. • Denk kesirleri kullanabilir. • İki ölçüm arasında birden fazla adımla çarpımsal ilişkiler kurabilir.
Düzey 3	• Orantıyı oluşturur, değişkenleri organize eder, içler-dışlar çarpımı ya da denk kesirleri kullanarak soruları çözebilir. • Değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkiyi tam olarak anlar. • Değişkenlerin belirli şartlar altında değişmesi halinde oranın sabit kalacağını bilir.

Düzeyler incelendiğinde değişkenler arasında çarpımsal bir ilişkiyi fark edilememesi ilk düzey olarak belirlenmiştir. Bu düzeyde öğrenciler toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi ayırt edememekte, çoğu kez rastgele işlemler kullanarak sonuç elde etmeye çalışmaktadırlar. Araştırmada öğrencilere sorulan "3 balona 2 dolar veren Ellen, 24 balon için ne kadar para öder?" sorusuna bazı öğrencilerin 2+24=26 şeklinde cevap verdiklerini görülmüştür. Bu durum öğrencilerin probleme toplamsal olarak yaklaştığını, çarpımsal ilişkiyi fark edemediklerini göstermektedir. Aynı soruya bazı öğrencilerin ise 24/3=8 şeklinde rastgele bir işlem yaptıkları ve bu işlemin nedenini ise açıklayamadıkları görülmüştür. Dolayısı ile ilk düzey öğrencilerin çarpımsal ilişkiyi fark etme yerine rastgele işlemler, toplamsal yaklaşım ya da çeşitli görsellerle ilişkiyi ifade edebilme girişimlerini içermektedir (Langrall ve Swafford, 2000).

Düzey 1'i "Orantısal durumlar hakkında informal muhakeme" şeklinde isimlendiren araştırmacılar bu düzeyde öğrencilerin niteliksel karşılaştırmaları modeller ya da çeşitli gösterimlerle yapabildiklerini belirtmişlerdir. Şekil 2.9'da her 3 çember (balon) için 2 dolar yazan öğrenci bu ilişkiyi devam ettirerek sonuca ulaşmıştır. Öğrenci bu çözümde etkin bir çarpımsal ilişki kullanmayıp her 3 balon için 2 doları eşleştirirek bu ilişkiyi korumuştur. Kullanılan yöntem her ne kadar çarpımsal ilişkinin sürdürülememesinden dolayı orantısal olamayan bir yaklaşım sunsa da öğrencilerin ileride çarpımsal ilişkiyi anlamlandırmalarına katkı sağlamaktadır (Langrall ve Swafford, 2000, s.257).



Şekil 2.9. *Balon sorusun gösterim yardımı ile çözülmesi (Langrall ve Swafford, 2000, s. 257)*

Düzey 2'de öğrenciler artık gösterimlerden yardım almadan daha soyut bir şekilde çarpımsal ilişkiyi fark edebilmekte ve nicelikleri daha etkin kullanabilmektedirler. Düzey 1'de gösterim yardımı ile çözülen balon sorusu bu düzeyde soyut bir şekilde ifade edilebilmektedir.

Son düzeyde öğrenciler çarpımsal ilişkiyi tamamen kavramaktadırlar. Bu düzeyde her 3 balon için 2 dolar ilişkisinin bir oran olduğu ve niceliklerin çarpımsal olarak değiştiğinde bu oranın yine sabit kaldığı artık fark edilmektedir. Artık öğrenciler orantısal ilişkileri cebirsel olarak ifade edebilmekte, değişkenleri kullanarak soyutlama yapabilmektedir.

Yapılan çalışma sonunda araştırmacılar ayrıca 1) toplamsal çarpımsal muhakemenin ayırt edilmesi, 2) orantı içeren içermeyen durumların fark edilmesi, 3) sabit çarpımsal ilişkinin fark edilmesi ve 4) birimleştirmenin etkin kullanılması, şeklinde dört ana bileşenin orantısal düşünmenin gelişimine katkı sunacağını belirtmişlerdir. Ayrıca ders kitaplarının orantı konusu için öncelikle içler-dışlar algoritmasının verilmesinin öğrencilerde kavramsal bir anlayıştan çok işlemsel anlamaya yönlendirdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca nicel sorulardan önce nitel karşılaştırma soruları ile öğrencilerin kovaryasyonel ilişkileri fark etmelerine zemin hazırlamanın gelişimsel olarak önemine değinmişlerdir.

Orantısal düşünmenin gelişimine yönelik düzeylerin belirlendiği bir diğer çalışma da Koellner-Clark ve Lesh'in (2003) yapmış oldukları çalışmadır. 7. sınıf öğrencilerinin bir modelleme sorusuna verdikleri yanıtları değerlendiren araştırmacılar probleme verilen cevaplar doğrultusunda orantısal düşünme becerisinin gelişimini 5 düzey halinde değerlendirmiştir. Bu aşamalar aşağıdaki tabloda açıklanmıştır (Bkz. Tablo 2.8).

Tablo 2.8. *Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeyleri (Koellner-Clark ve Lesh, 2003, s. 92-93)*

Düzeyler	Göstergeler
Düzey 1	• Verilen problemi yorumlayarak çözüm için gerekli verileri belirler.
Düzey2	• Problem durumunu niteliksel yorumlayabilir.
Düzey 3	• Çarpımsal karşılaştırmaya geçiş aşamasıdır (orantı öncesi toplamsal ilişki). • Nicelikler arasındaki ilişki toplama/çıkarma şeklinde toplamsal bir ilişki ile kurulur.
Düzey 4	• Niceklikler arasında çarpımsal ilişkiler kurulur. • Çarpımsal ilişkiler birden fazla adımda çarpma/bölme işlemi yardımı ile (bütünleşik oran oluşturma) ya da daha etkili tek adımda oluşturulabilir.
Düzey 5	• Orantısal düşünmeye ait çarpımsal ilişkiyi bütünüyle anlar. • Nicelikler arasındaki çarpımsal değişimi ve değişimlere rağmen sürekli sabit kalan oranı anlar.

İlk aşamada öğrencilerin problemi oluşturan nicelikleri belirlemeye çalıştıkları evre olarak belirten araştırmacılar ikinci düzeyi Langrall ve Swafford'a (2000) uyumlu şekilde niteliksel yorumlama ile açıklamışlardır. Ayrıca niteliksel düşünmenin niceliksel işlemlerde önce uygun değişkeni bulma, uygun işlemi kullanma gibi becerilerin temeli olduğunu dolayısı ile orantısal düşünmenin gelişiminde bu dönemin önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Üçüncü aşamada nicel işlemlerle beraber öğrencilerin toplamsal temelli olarak nicelikler arasındaki ilişkiyi yürütebildiklerini, tam olarak çarpımsal ilişkiye hakim olamadıklarını belirten araştırmacılar bunun için bu dönemi orantısal düşünme öncesi dönem olarak adlandırmışlardır.

Dördüncü aşamayla birlikte nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkilerin kurulabildiği, toplamsal ilişkiler yerine 2 kat, 3 kat gibi basit katların kullanabildiği belirtilmiştir. Beşinci aşamada Langrall ve Swafford'un (2000) değindiği orantısal ilişkinin kavramsallaştığı ve sabit değişmezin anlaşıldığı aşama olarak belirlenmiştir. Çalışma her ne kadar 7.sınıf öğrencilerinden oluşan bir grup üzerinden yapılmış olsa da cevapların gelişim sürecinin nitelden nicele, toplamsaldan çarpımsal ilişkiye doğru doğrusal bir yönde olmayıp ileri-geri sıçramalarla ilerlediği sonucuna varmışlardır.

Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeylerine yapılan bir başka çalışma da Parish (2010) altı gelişim düzeyi belirlemiştir (Bkz. Tablo 2.9). Bu gelişim noktaları Koellner-Clark ve Lesh (2003) ve Langrall ve Swafford'un (2000) çalışmasına paralel ilk aşamada verileri rastgele kullanmadan başlayarak en son nicelikler arasındaki sabit çarpımsal ilişkinin anlamandırılması arasında gelişim göstemektedir.

Tablo 2.9. *Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeyleri* (*Parish, 2010, s. 474)*

Düzeyler	Göstergeler
Düzey 0	• Verilen problemin amacını anlayamaz.
Düzey 1	• Görsel çıkarsamalar ya da sadece tahminde bulunur,
Düzey2	• Çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal ilişki kurar.
Düzey 3	• Verilen oranı aynı şekilde örüntü halinde devam ettirir fakat çarpımsal ilişki hakkında fikir yürütmez.
Düzey 4	• Oranı bir birim olarak ele alır ve bu birimi kullanarak denk oranlar oluşturabilir.
Düzey 5	• A/B=C/D arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark eder. (A-C arasındaki çarpımsal kat B-D arasında da vardır ya da A-B arasındaki çarpımsal kat C-D arasında da vardır)
Düzey 6	• Cebirsel yöntemlerle orantısal bir durumu çözer ve gösterimini yapar.

Parish (2010) çalışmasında beş tane 5. sınıf , dört tane 6. sınıf öğrencisi ve bir tane 9. sınıf öğrencisi ile yaptığı mülakatlar sonrasında bu gelişim adımlarını ortaya koymuştur. Çalışmada Lamon'un (1993) daha önce belirlemiş olduğu dört adet problem türüne uygun sorular oluşturulmuş ve ilgili guruba bu sorular yöneltilerek cevaplar incelenmiştir. Orantısal düşünme gelişiminin, diğer araştırmaların (Lesh, Post, ve Behr, 1988) belirttiği gibi doğrusal ilerlemediği, problem türüne göre verilen cevabın niteliğinin değişitiğini fakat bunlara karşı bazı ortak noktalarında olduğu belirtmiştir. Bu noktalardan en belirgin olanı önceki gelişim aşamalarında da değinilen ilişkisiz işlemler yapma ve görsellerle akıl yürütme aşaması sonrasında toplamsal ilişkiyi barındaran denemelerin yapılması ile orantısal düşünmenin alt düzeylerini açıklamıştır. Örneğin “3 tanesi 10 TL olan şekerlerden 15 tanesi kaç TL eder” sorusuna verilen cevap incelendiğinde toplamsal olarak ilerleyen bir örüntü yardımıyla (3-10, 6-20 …) öğrencilerin cevabı buldukları gözlemlenmiştir. İleriki düzeyde öğrencilerin aynı ilişki 3x2=6, 10x2=20, yani şeker sayısının 2 katı alındığında fiyatında 2 katının alınması şeklinde basit kat ilişkileri ile ilerlettikleri gözlemlenmiştir. Bu düzeyde çarpımsal bir ilişkiyi kısıtlı kullansalar da tam anlamı ile sabit çarpan kavramını anlamadıkları belirtilmiştir. Bu ilişkinin gelişmesiyle öğrencilerin artık son düzeyde, önceki araştırmalarında belirttiği gibi cebirsel olarak soruları çözebildikleri belirtilmiştir. Çalışma sonunda orantısal düşünmenin gelişimi için farklı soru türlerinin kullanımının önemli olduğu belirtilmiştir. Ayrıca oran tablosu ve çiftli sayı doğrularının özellikle toplamsal ilişkiden çarpımsal ilişkiye geçişte ve çarpımsal ilişkinin gelişiminde etkili araçlar olduğuna dikkat çekmişlerdir. Öğrencilerin karşılaştığı büyük bir zorluğun ise, çarpımsal işlemleri yapmalarına rağmen neden bu işlemleri uyguladıklarına dair kavramsal olarak cevaplarını destekleyemedikleri gözlemlenmiştir. Dolayısı ile öğrencilerin eğitiminde kavramsal bilginin de desteklenmesinin önemini bir kez daha vurgulamışlardır. Çalışmada verilen son bir tavsiye ise öğrencilerin daha küçük yaşta kovaryasyonel ilişkiyi içeren durumlar ile sezgisel olarak tanıştırılmasının ileride öğrencilerin daha zengin kavramsal ilişkiler kurmasına yardımcı olacağı yönünde olmuştur.

Baxter ve Junker (2001) çalışmalarında orantısal düşünme becerisi gelişimine yönelik 5 düzey önermişlerdir (Bkz. Tablo 2.10).

Tablo 2.10. *Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeyleri (Baxter ve Junker, 2001, s.12)*

Düzeyler	Göstergeler
Düzey 1	• Sorulardaki miktarlar hakkında nicelikler yerine niteliksel cevaplar verirler.
Düzey 2	• Bu evrede sıklıkla çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişkiler kurarlar (a-b=c-d). Sürekli örüntü halinde toplama ya da çıkarma ile denk oranlar oluşturabilirler.
Düzey 3	• İki değişken arasındaki değişimin farkındadırlar. Fakat değişimi halen toplamsal olarak da ifade edebilirler.
Düzey 4	• Nicelikler arasında çarpımsal değişmeler olmasına rağmen oranın değişmediğinin farkına varırlar. • Çarpımsal ilişkiler kurarlar fakat bir genellemeye ulaşamazlar.
Düzey 5	• Sabit oranı tamamen kavrar ve çarpımsal genellemeye ulaşır.

Carpenter vd., (1999) ise Lamon`un (1993) orantısal düşünme becerisi üzerine yaptığı çalışmalarda üzerinde durduğu nitel muhakeme, nicel muhakeme ve çarpımsal ilişkiyi içeren gelişim özelliklerini belirginleştirerek 4 düzey (Bkz. tablo 2.11) oluşturmuştur (akt. Steinthorsdottir ve Sriraman, 2009).

Tablo 2.11. *Orantısal düşünme becerisinin gelişim düzeyleri (Carpenter vd., 1999)*

Düzeyler	Göstergeler
Düzey 1	• Orantı hakkında kısıtlı bilgileri vardır. • Nicelikler arasında rastgele ya da toplamsal ilişkiler kurma eğilimindedirler.
Düzey 2	• Oranları oluşturan nicelikler arasındaki ilişkiyi tekrarlı toplama ya da tam sayılar ile çarpma şeklinde kurar. • Oranlar arası ilişkiyi bölme ya da tam sayı kullanmadan oluşturamazlar.
Düzey 3	• Oranlar arası ilişkiyi bir önceki düzeyden farklı olarak bölme ve tam sayı kullanmadan da oluşturabilirler.
Düzey 4	• Önceki düzeylerden farklı olarak oran sadece tek bir birim değildir. • Oranlar arasındaki çarpımsal ilişkiye hakimdir. • Farklı yapıdaki orantısal düşünmeye ait problemleri esnek, faklı çözüm yolları ile çözebilirler.

Carpenter vd.’nin (1999) oluşturduğu düzeylerde önceki bahsi geçen düzeylerle paralellik göstermektedir. İlk düzeyde rastgele işlem yapma ya da toplamsal beceri ile işlem yapma eğiliminde olan öğrencilerin ikinci düzeyde artık tekrarlı toplama yada basit katlarla çarpma işlemi ile çarpımsal ilişkiyi kurmaya çalışmaktadır. Diğer düzeylerden farklı olarak bu modelde ikinci düzey ile üçüncü düzey arasındaki geçiş, çarpımsal ilişki kurulurken tamsayı kullanıp/kullanılmamasına bağlı olarak değerlendirilmiştir. Bu durumda öğrenci 2:4=4:? ilişkisini 2 ile 4 arasındaki çarpımsal ilişkinin 2 kat olmasından dolayı ikinci düzey olarak değerlendirirken, 2:9=9:? şeklindeki ilişkiyi 2 ile 9 arasındaki 2/9 ya da 4.5 katlık ilişkiden dolayı 3. düzey olarak değerlendirilmiştir. Üçüncü düzeydeki bir diğer gösterge ise bölme işlemi yaparak denk oran oluşturma olarak belirlenmiştir. Özet olarak araştırmacılar öğrencilerin çarpma ve tamsayı kat ilişkisi kurmayı , bölme işlemi ve tamsayı olmadan katsayı ilişkisi kurmadan düşük bir düzey olarak değerlendirmişlerdir. Dördüncü düzey de çarpımsal ilişkinin tam olarak anlaşılması ve farklı türde orantı içeren problemlere çözüm geliştirebilmesi şeklinde belirlenmiştir. Diğer taraftan Steinthorsdottir ve Sriraman (2009) 5. sınıf kız öğrencileri ile sürdürdükleri 12 haftalık çalışmada Carpenter vd., (1999) gelişim adımlarını öğrenme rotalarına uygun şekilde uygulamıştır. Uygulama sonunda öğrencilerin birinci düzeyden ikinci düzeye ve ikinci düzeyden üçüncü düzeye geçişlerinin daha kolay olduğu fakat son düzeye geçişte zorlandıkları belirtilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin gelişimi için dikkatli ve planlı hazırlanmış ders akışlarının önemli olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca gelişimsel düzeylerin öğretmenler tarafından bilinmesinin, öğretim esnasından potansiyel olarak öğrencilerin karşılaşacakları zorlukları görme ve onlar için uygun ortam hazırlamada kolaylık sağladığını gözlemlemişlerdir.

Orantısal düşünmeye dair oluşturulan gelişimsel modeller bir bütün olarak ele alındığında öğrencilerin öncelikle iki değişken arasındaki değişimi fark ederek nitel olarak yorumladıkları belirtilmiştir. Bu süreçten sonra nicel ilişkileri yorumlayan öğrencilerin aşmaları gereken ilk adım ise toplamsal ilişkiden çarpımsal ilişkiye geçiş olmaktadır. Çarpımsal ilişkiyi önceleri belirli katlarla ve sınırlı şekilde gerçekleştirebilen öğrencilerin en üst düzeyde çarpımsal ilişkiyi genişletebilmeleri ve bu ilişkiyi farklı gösterim şekilleri ile ifade edebilmesi beklenilmektedir. Bu bakımdan gelişimsel modellerin temel aldıkları ana bileşenleri nitel muhakeme, nicel muhakeme, toplamsal ve çarpımsal karşılaştırma, içinde/arasında çarpımsal ilişkisi, kovaryasyonel değişim ve sabit çarpan şeklinde özetleyebiliriz. Orantısal düşünmenin bu önemli yapıları kavramsal çerçeve bağlamında tartışılmış olup, bu çalışmada oluşturulan gelişimsel modelin temelini oluşturmuştur.

2.10.2. Ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmalar

Bu bölümde öncelikle ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmalar genel bir çerçeveden sunulmuştur. Sonrasında ders kitapları ve programların öğrenme rotalrı kapsamında ele alan çalışmalara, en son ise orantısal düşünmeyi ders kitaplarında inceleyen araştırmalara yer verilmiştir.

Matematik ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde farklı başlıklar altında birçok çalışma yapıldığını görülmektedir. Fan, Zhu ve Miao (2013) yaptıkları çalışmada, ders kitapları üzerine yapılan çalışmaları incelemiş ve belirli başlıklarda yapılan çalışmaları sınıflandırmıştır. Alan yazın çalışmasında Education Resource and Information Centre (ERIC) elektronik kütüphanesini ve matematik eğitimi alanında etkili 5 adet derginin (Educational Studies in Mathematics, Journal for Research in Mathematic Education, Research in Mathematics education, ZDM, International journal of science and Matehmatics Educaiton) altyapısını kullanarak toplamda 111 çalışmaya ulaşılmıştır. 60 yıl ile sınırlı tutulan bu çalışmada 10 yıllık süreçlere göre aşağıdaki verileri elde edilmiştir (Bkz. Tablo 2.12).

Tablo 2.12. *Matematik ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmaların yıllara göre dağılımı*

	1980 Öncesi	1980-1989	1990-1999	2000-2009	2010-2012	Toplam
Makale	2	18	21	26	9	76
Diğer Çalışmalar	4	4	8	11	8	35
Toplam	6	22	29	37	17	111

Fan, Zhu ve Miao (2013) analiz ettikleri çalışmaları “ders kitaplarının etkisi/rolü”, “ders kitabı analizi ve karşılaştırma çalışmaları”, “ders kitaplarının kullanımı” ve “diğer alanlar” olmak üzere 4 ana temada toplamıştır. Ders kitaplarının etkisi başlığı, ders kitaplarının eğitim sürecinde etkisine yönelik çalışmaları içermektedir. Bu bakımdan bu alan ders kitaplarının daha çok teorik ve felsefi tarafı ile ilgilenmektedir. Ders kitabı analizi ve karşılaştırma çalışmaları ise belirli bir amaç dahilinde ders kitaplarının içeriklerinin incelenmesi ve birbirileri ile karşılaştırılarak benzerliklerin/farklılıkların tespitini içermektedir. Ders kitaplarının kullanımına yönelik olan başlık ise öğrenci ve öğretmenlerin ders kitaplarını sınıfta kullanımını, yani ders kitaplarının eğitimi nasıl yönlendirdiğine dair çalışmaları kapsamaktadır. Son tema ise farklı alanlar ile ders kitabı çalışmalarının genişletilmesini içermektedir. Günümüzde giderek yaygınlaşan e-kitapların diğer kitaplar ve öğrencilerle ilişkisi gibi çalışmalar bu kapsamda değerlendirilebilir.

Fan, Zhu ve Miao (2013) bu ana başlıklara göre çalışmaların dağılımı incelendiğinde, ders kitaplarının analizinin %34'lük oranla en çok ele alınan tema olduğunu belirtmiştir. Ders kitaplarının karşılaştırılmasına yönelik çalışmalar %29 oranında, ders kitaplarının kullanıma yönelik çalışmaların ise %25 oranında kaldığını bildirmişlerdir. İncelenen bu çalışmalar her ne kadar belirli bir sınırlılıkta olsa da (çalışmaların sadece İngilizce dilinde olması, belirli kaynaklardan tarama yapılması vb.) sonuç olarak ders kitap analizi ve karşılaştırmalarının diğer çalışmalara göre daha fazla değinildiği görülmektedir.

Uluslararası yapılan çalışmaları değerlendiren güncel bir çalışma da Remillard ve Kim (2020) tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında 1996 ile 2019 yılları yapılmış olan ders kitaplarını ele alan çalışmalar incelenmiştir. Yapılan çalışmaları a) ders kitaplarının yaklaşımlarını keşfetme, b) karşılaştırma yapma, c) program ile ilişki ortaya çıkarma, ve d) kültürel etkileri inceleme başlığı altında 4 temada toplamışlardır (s.13).

Ders kitaplarının yaklaşımı belirleme temasında araştırmacılar genel olarak ders kitaplarının nasıl bir anlatım tarzı belirlediklerini açıklamaya çalışmışlarıdır. Örneğin Herbel-Eisenmann (2007) çalışmasında ders kitabını kullanılan dil yapısı bakımından incelemiştir. Kitapta kullanılan zamirler (ben, siz, biz vb.) ve fiillerin (yapalım, yap vb.) konu anlatım sırasında nasıl kullanıldığı ve bunun nasıl bir öğretim fırsatı sunduğunu araştırmıştır.

Remillard ve Kim (2020) kitap incelemelerinde en çok kullanılan yaklaşım Fan, Zhu ve Miao'nun (2013) daha önce belirttiği gibi karşılaştırma yapma teması üzerine olduğunu belirtmişlerdir. Bu alan için bir örnek verilmesi gerekirse şimdiye kadar yapılan en kapsamlı çalışmalardan birisi olan Valverde vd.'nin (2002) yapmış oldukları çalışmadır. Bu çalışmada 13 TIMSS ülkesinde 400 ders kitabı farklılıklar ve benzerlikler açısından karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada mikro düzeyde kitap hacmi, sayfa sayısı vb.

bilgiler ile makro düzeyde konu sunumu, görevlerin karmaşıklık düzeyi gibi temalar incelenmiştir.

Ders kitabı araştırmalarında üçüncü bir amaç program ile ders kitapları arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik yapılan çalışmalardır. Pepin, Gueudet ve Trouche'nin (2013) üç farklı ülkenin ders kitaplarının okul ortamında nasıl kullanıldığı ve ülke programları ile ilişkilerini inceleyen çalışmaları bu temaya örnek verilebilir. Bu çalışma aynı zamanda dördüncü bir tema olan kültürel etkiler ve ders kitabı temasını da içeren bir örnektir.

Ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmaları ulusal çapta değerlendiren diğer iki çalışma ise Dede ve Arslan (2019) ile Kandemir ve Yıldız (2019) tarafından yapılmıştır. İki çalışma da Türkiye'de yapılan çalışmaların meta-sentezi şeklinde yapılmıştır.

Dede ve Arslan (2019) 2002–2018 yılları arasında ders kitaplarına yönelik yapılmış olan 37 tez ve 50 makaleyi incelemişlerdir. İlgili araştırmalar "yapıldığı yıl, üniversite ve bölüm, sınıf seviyesi, araştırma yöntemi, veri toplama aracı, yazar sayısı, amacı ve sonuçları" gibi farklı faktörler altında incelenmiştir. Yapılan çalışmaların çoğunlukla ortaokul ders kitaplarına yönelik olduğu ve %45'nin ders kitaplarının içeriğini incelemeye yönelik olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmalarda ders kitaplarına yönelik elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde ise, kitap içeriklerinin çoğunlukla farklı açılardan eksikliklerinin olduğu rapor edilmiştir.

Türkiye'de ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmaları değerlendiren bir diğer çalışma ise Kandemir ve Yıldız (2019) tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında 2006-2018 yıllarında ders kitaplarına yönelik yapılmış olan 11 tez ve 35 makaleyi, kullandıkları kavramsal çerçeve bakımından incelemişlerdir. İncelenen çalışmalarının çoğunluğunun ya daha önceki bir çerçevenin geliştirilmesi ya da araştırmacılar tarafından oluşturulan çerçevelere bağlı kodlamalar yardımı ile yapıldığı sonucuna varılmıştır. İncelenen çalışmalardan 15 tanesinin başka ülkelerin ders kitapları ile karşılaştırma şeklinde ele alındığı, en fazla ABD ve sonrasında Singapur ders kitaplarının araştırmalarda kullanıldığı belirtilmiştir.

Gerek yurtdışında gerekse yurt içinde ders kitaplarına yönelik çalışmalar incelendiğinde matematik eğitiminde bu alanın öneminin giderek arttığı görülmektedir. Bunun önemli bir nedeni ise matematik eğitiminde farklı öğretim metotlarının geliştirilmesi ve öğrenci gelişimi hakkında yeni bilgiler edinilmesi sonucu ders kitaplarının da bu bağlamlarda değerlendirilme ihtiyacıdır. Bu bakımdan ders kitaplarının farklı yaklaşımlar açısından araştırılmasının matematik eğitimi alanına faydalı bilgiler sunacağı açıktır.

Bu bölümde matematik ders kitaplarına yönelik yapılan çalışmalar genel çerçevede değerlendirilmiş olup sonraki bölümde ders kitaplarını öğrenme rotaları bağlamında inceleyen çalışmalara ve sonrasında ise orantısal düşünme bağlamında ders kitaplarını inceleyen araştırmalara yer verilmiştir.

2.10.2.1. *Matematik programları ve ders kitaplarının incelenmesinde öğrenme rotalarının kullanımına yönelik yapılan çalışmalar*

Öğrenme rotalarının matematik eğitimi araştırmalarında yedi farklı yaklaşımla kullanılabildiği görülmektedir (Lobato ve Walters, 2017). Bu yaklaşımlardan birisi ders kitapları ile programların incelenmesine yönelik yapılan çalışmalardır. Bu bölümde öğrenci gelişimine yönelik oluşturulan öğrenme rotalarının matematik program ve ders kitaplarının değerlendirilmesinde nasıl kullanıldığına ilişkin araştırmalara yer verilmiştir.

Öğrenme rotalarının matematik öğretim programlarına yönelik kullanımından birisi Eyaletler İçin Ortak Matematik Standartlarının (CCSSM, 2010) oluşum sürecidir. Bu standartlar Amerika Birleşik Devletleri'nin 41 eyaletinin matematik programlarının değerlendirilmesi ve süreç içinde öğrenci gelişimine dayalı olarak okul matematiği için standartların oluşturulmasını içermektedir (CCSSM, 2010). Oluşturulan bu standartlar sayesinde matematiksel beceriler derinlemesine ilişkilendirilmiş ve öğrenci gelişimine yönelik araştırma sonuçları esas alınarak, bütüncül bir program elde edilmiştir.(Daro, Mosher ve Corcoran, 2011).

CCSSM'e benzer bir süreçte, gelişimsel olarak okul öncesi dönem için Clements`in (2007) oluşturduğu matematik programıdır. Building blocks programı kapsamında araştırmacılar okul öncesi dönemden 2. sınıfa kadar öğrencilerdeki matematiksel gelişim sürecine dair birtakım standartlar ve öğretim aktiviteleri tasarlamışlardır. Süreçte öncelikle alanda yapılmış çalışmalar toplanarak değerlendirilmiş, sonrasında bu çalışmalar ışığında gelişimsel rotalar oluşturulmuştur. Bu rotaların sınıf içinde uygulanmasından sonra, araştırmacılar düzenlemeler yapılarak öğrenci gelişimine uygun bir program geliştirmişlerdir. Çalışma sonunda araştırma temelli program geliştirme çatısı (research based curriculum design framework) ile araştırma sonuçlarının nasıl programların dizaynında kullanıldığına yönelik bir yol haritası sunulmuştur.

Bu çalışmalar öğrenme rotalarının matematik programlarının oluşturulması ve geliştirilmesinde merkezi bir rol oynayabildiğini göstermektedir. Öğrenme rotaları yardımı ile öğrencilerin ilgili becerileri nasıl geliştirdikleri izlenilmekte, buna uygun gelişimsel bir öğretim tasarlanabilmektedir. Öğrenme rotaları programların geliştirilmesi sürecinde kullanılabilmesi yanında ders kitaplarının ne düzeyde öğrenci gelişimine uygun içerik sunduklarını değerlendirmede de kullanılabilmektedir.

Öğrenme rotalarının ders kitaplarının değerlendirilmesinde kullanılmasına yönelik araştırmalardan birisi Olson'un (2010) farklı matematik ders kitap serilerine yönelik yaptığı değerlendirmesidir. Bu kapsamda araştırmacı Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanılan dört farklı ortaokul ders kitap serisinde (Saxon Math, Glencoe Mathematics Applications and Concepts, Connected Mathematics 2 ve McDougal Littell Math Thematics) cebirsel düşünme becerisi kapsamındaki konuları ele almıştır. Daha önceki yapılan öğrenme rotaları çalışmalardan faydalanarak örüntü, diziler, değişkenler ve fonksiyon kavramlarını incelenmiştir. Araştırma sonucunda dört ders kitabının da birbirinden farklı konu sıralaması oluşturduğu ve ağırlık verilen matematiksel kavramların değiştiği rapor edilmiştir. Örneğin her ne kadar tüm ders kitapları hem geometrik hem sayısal örüntülere yer verseler de, konuların sıralaması ve sıklıklarının farklılaştığı belirtilmiştir. Bu durum ise cebirsel düşünmenin gelişiminde farklı kitaplarının farklı düzeyde öğretim fırsatı sunduğu şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca incelenen tüm ders kitaplarında öğretimin sıralaması ve kavramların oluşturulmasında bazı belirsizlikler ve eksiklikler rapor edilmiştir.

Tran (2013) ise yine öğrenme rotalarını kullanarak ders kitaplarındaki iki değişkenli verilerde kovaryasyonel ilişkiyi gelişimsel olarak değerlendirmiştir. Bu kapsamda Amerika Birleşik Devletleri'nde okutulan Holt McDougal Larson (HML), The University of Chicago School Mathematics Project (UCSMP), ve Core-Plus Mathematics Project (CPMP) olmak üzere üç farklı ders kitabı serisini incelemiştir. İstatistik eğitiminde değerlendirme ve öğretim yönergesinde (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) yer alan dört farklı istatistiksel süreç (araştırma sorusu oluşturma, veri toplama, analiz etme ve sonuçları yorumlama) ve her süreç için üç temel gelişimsel düzeyden yararlanılarak seçilen ders kitaplarının ne düzeyde uyumlu bir içerik oluşturdukları incelenmiştir. Belirlenen gelişimsel düzeyler, iki değişkenin olası 3 durumu için (iki değişkende sayısal, iki değişkende kategorik, bir kategorik bir sayısal) değerlendirilmiştir. Çalışma sonunda tüm ders kitaplarının farklı yoğunluklarda da olsa ağırlıklı olarak 2. düzeye yer verdikleri rapor edilmiştir. CPMP ve HML ders kitap serilerinin GAISE'nin gelişimsel adımlarına daha uygun öğretim fırsatı sağlarken, UCSMP serisinin ise bu gelişimsel süreci daha zayıf bir şekilde takip ettiğini belirtilmişlerdir.

Wang, Barmby ve Bolden (2017) daha önce belirtilen çalışmalara paralel İngiltere ve Şanghay bölgesinden seçilen matematik ders kitaplarında doğrusal fonksiyonlar konusunun gelişimsel olarak nasıl ele alındığını incelemişlerdir. Çalışmalarında ilgili konunun çözümlü örneklerini inceleyen araştırmacılar doğrusal ilişkilerin gelişimi için belirlenen beş gelişimsel düzeye bağlı olarak ders kitaplarını değerlendirmişlerdir. Seçilen ülkelerin ders kitaplarının farklı yaklaşımlar benimsediği, İngiltere'nin daha çok grafikler üzerinden doğrusal ilişkiyi ele alırken Şanghay bölgesinin cebirsel ifadeleri ön plana tutarak gelişimsel süreci sürdürdüğü belirtilmiştir. Bu kapsamda iki ülkenin ders kitaplarının da öğrenci gelişimine göre hazırlanan teorik çatıya göre eksikliklerinin olduğu belirtilmiştir. Şangay ders kitaplarının İngiltere ders kitaplarına göre gelişimsel olarak üst düzey beceri gerektiren ve doğrusal ilişkiyi sıklıkla cebirsel şekilde ele alan sorularla yer verdiği rapor edilmiştir. Araştırmacılar, bu durumu Şangay ders kitaplarının bir yandan gelişimsel olarak üst düzeyde bilgilere yer verirken diğer yandan grafiksel gösterimlerin zayıf bir şekilde sunulmasından dolayısı ile öğrencilerin ileride doğrusal ilişkileri yorumlama becerilerinin zayıf desteklendiğini belirtmişlerdir. Bu duruma karşı öğrenci gelişimine yönelik çalışmalarında ders kitaplarının oluşturulmasında daha dikkate alınması gerektiğini vurgulamışlardır. Ayrıca söz konusu çalışma farklı ülkelerin aynı konuyu farklı yaklaşımlarla ve farklı gelişim düzeylerinde ele alabildiklerini de göstermiştir.

Öğrenme rotalarını ders kitaplarını değerlendirme kullanan bir diğer çalışma ise ilkokul düzeyinde alan ölçme konusunu ele alan bir araştırmadır (Hong vd., 2019). Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanılan 3 farklı ders kitabını inceleyen araştırmacılar diğer çalışmalara benzer şekilde alan ölçme konusunun öğrenci gelişimine ne düzeyde uygun öğretim fırsatı sunduğunu araştırmışlardır. Ders kitapları arasında önemli içerik farklarının tespit edildiği çalışmada, "çizerek alanı kaplama" gibi alan ölçmede bazı önemli adımlara üç ders kitabında da verilmediği, bazı adımların ise (alan kaplama vb.) öğrencilerin gelişimine göre daha geç verildiği belirtilmiştir. Ders kitaplarında, gelişimsel düzeylerin tam olarak takip edilmemesinin ileride öğrenciler için alan konusunun öğreniminde önemli eksiklikler oluşturacağını vurgulamışlardır.

İlgili çalışmalar değerlendirildiğinde, bir beceriye ait gelişimsel öğrenme rotalarını hem programların hem de ders kitaplarının değerlendirilmesinde kullanan çalışmaların mevcut olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, farklı ders kitaplarının aynı konuyu farklı yaklaşımlarla sunabildiği ve öğrenci gelişimine yönelik farklı öğrenme fırsatları barındırabileceği görülmektedir. Dahası ders kitaplarında öğrenci gelişimine uygun içerik sağlamada önemli eksiklikler bulunabilmektedir. Diğer taraftan yapılan araştırmaların halen kısıtlı sayıda olduğu ve orantısal düşünmenin gelişimine yönelik hem gelişimsel bir çalışmanın yapılmadığı görülmektedir. Farklı ülkelerin ders kitaplarının orantısal düşünmenin gelişimi bakımından incelenmesinin alan yazında bu boşluğa katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

2.10.2.2. *Orantısal düşünmenin ders kitapları bağlamında incelenmesine yönelik çalışmalar*

Orantısal düşünme becerisini Türkiye ders kitaplarında ele alan çalışmalar değerlendirildiğinde bir çalışmanın yapıldığı tespit edilmiştir. Bayazit (2013) bu çalışmasında 6. 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında orantısal düşünme ile bağlantılı konuları bilişsel istem üzerinden değerlendirmiştir . Araştırmada ilgili üniteler ders içi etkinlikleri, çözümlü örnekler ve problemler olmak üzere üç temel analiz birimine bölünerek sunum biçimleri, bağlam ve bilişsel istem düzeyleri bakımından farklı temalar üzerinden incelenmiştir. İncelenen 174 sorudan (etkinlik, çözümlü sorular, problemler) 38 tanesi 6. sınıf, 79 tanesi 7. sınıf ve geri kalan 57 tanesinin 8. sınıfta yer aldığı belirtilmiştir. Çalışmanın bir sonucu olarak 174 adet görevden sadece 13 tanesinin ters orantıyı gerektirdiğini bu soruların da sadece 7. sınıf ders kitabında yer aldığı belirtilmiştir. Ayrıca ters orantıya yeterince yer verilmemesinin ise ileride monoton azalan fonksiyonlar, logaritmik ve üstel fonksiyonların ilişkisi gibi ileri matematik konuların öğrenimine etki edebileceği belirtilmiştir. Çalışmanın ikinci araştırma sorusu kapsamında soruların nasıl bir sunumla ders kitaplarında yer aldığı incelenmiştir. Bu kapsamda sunum biçimleri sözel, sembolik ve görsel (grafik, tablo vb.) olmak üzere 3 temada ele almış ve yapıların %73'nün birden fazla gösterim biçimini bir arada zengin bir şekilde kullanıldığı sonucuna varılmıştır. Çalışmanın asıl odak noktası olan bilişsel istem düzeyleri incelendiğinde ise incelenen soruların %63 ile çoğunlukla yüksek bilişsel düzey basamağı olan "ilişkisel işlem yapma" düzeyinde olduğu belirtilmiştir. Bu sonuç orantısal düşünme gerektiren soruların çoğunluğunda öğrencilerin matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurarak ilgili problemleri çözmelerini gerektiren fırsatların sunulduğu şeklinde yorumlanmıştır. Çalışmanın vurguladığı bir diğer önemli sonuç ise orantısal olmayan ilişkilerin sınırlı bir şekilde, genellikle sembolik boyutta ders kitaplarında yer aldığıdır. Orantısal düşünmenin istenilen düzeyde gelişmesi için orantısal ilişkiler yanında orantısal olmayan ilişkilerinde soyutlanarak anlamlandırılmasına yönelik öğretim fırsatlarının sunulmasının önemi belirtilmiştir.

Johnson (2010) çalışmasında Amerika Birleşik Devletleri'nde ortaokul düzeyinde okutulan üç farklı ders kitap serisini karşılaştırmıştır. Ulusal çaptaki bu çalışmada Bayazit (2013) odaklandığı bilişsel istem düzeyleri yanında problem türleri, çözüm stratejileri ve çözümlerin farklı temsil biçimleri de göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmada orantısal düşünmeyi gerektirebilecek tüm öğrenme alanlarındaki sorular değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda orantısal düşünmenin özellikle 6. ve 7. sınıf düzeylerinde yoğunlukla ele alındığı belirtilmiştir. Orantısal problem çeşitlerinden kayıp değer, nicel karşılaştırma ve nitel karşılaştırma sorularının sıklığı karşılaştırıldığında, nitel karşılaştırma sorularına hiç yer verilemediği en çok ise kayıp değer sorularına yer verildiği rapor edilmiştir. Problemlerde kullanılan çözüm metotları incelendiği ise içler-dışlar çarpımının en fazla kullanılan yöntem olduğu belirtilmiştir. Bu genel benzerliklerin yanında ders kitaplarının orantısal düşünme için farklı düzeyde öğrenme imkanları sağladığı rapor edilmiştir. Ders kitap serilerinde Math Connect serisinin diğer kitaplara göre çok daha işlemsel anlamaya yönelik bir zeminde içerik sunarken, Connected Mathematics serisinin yoğunlukla kavramsal anlamayı desteklediğini belirtmiştir. Yine Connected Mathematics serisinde diğer serilere göre bilişsel istemi yüksek soruların daha çok kullanıldığı sonuçlar arasında yer almıştır. Bu sonuçlar orantısal düşünme becerisi için, farklı ders kitaplarının farklı düzeyde öğrenme fırsatı sunduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Ders kitaplarına yönelik yapılan bir diğer çalışma ise Shield ve Dole'nin yapmış olduğu çalışmadır (Shield ve Dole, 2013). Bayazit'in (2013) yapmış olduğu araştırmadan farklı olarak orantısal düşünme becerisi, bu beceriyle doğrudan ilişkili önemli bileşenler açısından araştırılmıştır. Çalışmalarında 8. 9. ve 10. sınıf seviyesinde 5 matematik ders kitap serisinin orantısal düşünme becerisini içeren konu başlıkları incelenmiştir. Orantısal düşünmenin ders kitaplarında ne düzeyde desteklendiğine yönelik yapılan bu çalışmada orantısal düşünmenin zayıf olarak desteklendiği sonucuna varılmıştır. Toplamsal ve çarpımsal karşılaştırma, çarpımsal ilişkiyi açıklayabilme, içler-dışlar çarpımının konu sonunda verilmesi, kesir ile oranın ilişkisi ve orantısal durumların farklı şekillerde sunumları olmak üzere 5 farklı tema belirlenerek analizleri bu temalar üzerinden yapılmıştır. Her temanın altında üçer gösterge belirlenerek bu göstergelerin kitaplarda yer verilme durumları araştırılmıştır. Sonuç olarak ders kitaplarının gerçek hayat durumlarına örnekler vermelerine rağmen çarpımsal ve toplamsal ilişkinin farkını açıklayan hiçbir örneğe rastlanmamıştır. Genel olarak orantı içeren durumlarda çarpımsal ilişkiye çok az vurgu yapıldığı, kesirlerle oranın ilişkisine ise genel olarak değinildiği sonucu aktarılmıştır. Son olarak farklı gösterim biçimlerinin az kullanıldığı belirtilmiştir. Bulunan sonuçlar aynı araştırmacıların daha önceki yapmış olduğu 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki sonuç ile örtüşmektedir (Dole ve Shield, 2008). İki adet Avusturalya 8. sınıf ders kitabı üzerinde yine oran ve orantı başlıklarında yapılan önceki çalışmalarında da, araştırmacılar toplamsal- çarpımsal ilişkiyi, oran ve kesir ilişkisini ve orantıda çarpımsal ilişkinin sunumu bileşenlerini incelemişlerdir. Genel olarak iki çalışmada da incelenen ders kitaplarının orantısal düşünmenin gelişimi için sınırlı bir imkân sunduğu sonucuna varılmıştır.

Ahl (2016) yaptığı çalışmada ise daha önce Dole ve Shield (2013) oluşturmuş olduğu 5 aşamalı orantısal düşünme analiz çerçevesini İsveç'te kullanılan matematik kitaplarının analizi için kullanmıştır. Bu ulusal çaptaki çalışmada 5 basamaklı analiz çerçevesi yardımı ile 7., 8. ve 9. sınıf matematik ders kitapları analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda her ne kadar görsel temsillerin yeterince çeşitli olduğu bildirilse de orantısal düşünmeyi oluşturan önemli düşüncelerin, yapılan araştırmalarda tartışıldığı biçimde yeterince sunulmadığı, kavramsal olarak bu düşüncelerin yeterince desteklenmediği sonucuna varılmıştır. Çalışmada çarpımsal ve toplamsal ilişkinin farkı, çarpımsal ilişkinin yeterince vurgulanmaması ve oranın kesirlerle olan ilişkisi gibi önemli düşüncelerin, incelenen ders kitaplarında zayıf şekilde yer aldığı rapor edilmiştir.

Holzrichter (2016) ise tez çalışması kapsamında Amerika Birleşik Devletleri'nde okutulan geleneksel ve reform bazlı ortaokul matematik ders kitaplarını orantısal düşünmenin kritik bileşenlerine göre analiz etmiştir. Çalışmada iki farklı seriden 6. ve 7. sınıf ders kitaplarında oran ve orantı üniteleri incelenmiştir. İlgili ders kitapları çarpımsal ilişkinin ölçüm uzayları arasındaki ilişkisi, orantısal ve orantısal olamayan durumları fark etme ve orantısal durum içeren problem türlerini olmak üzere üç ana boyutta gerçekleştirmişlerdir. Yapılan çalışmada iki seri ders kitabında da çoğunlukla tam sayılı kat ilişkisine yer verildiği fakat tamsayı olmayan kat ilişkisinin de kullanıldığı belirtilmiştir. Diğer bir bileşen olan orantısal olmayan durumları fark edilmesi yönelik yapılan inceleme de ise incelenen ders kitaplarında ters orantıya hiç yer verilmediği, orantısal olmayan durumlara ise çok az yer verildiği tespit edilmiştir. Farklı problem durumlarına yönelik araştırma sonucunda ise ölçeklendirme problemlerinin en az yer verilen problem türü olduğu görülmüştür. Bu problem türüne reform bazlı ders kitapları hiç yer vermezken, geleneksel bazlı ders kitap serisi sorularının %13'ünde bu soru türüne değinmiştir. Bahsi geçen problem türünün ayrıca araştırmalarda öğrencilerin anlamlandırmayı en zorlandıkları problem türü olduğu sonucu göz önünde bulundurup, ders kitaplarının öğrencilere bu becerilerini geliştirecek imkân sunmada yetersiz kaldıkları sonucuna varılmıştır. Problem türlerinde ortaya çıkan bir başka durum ise çoğunlukla bir bağlam olmadan sembolik şekilde sunulan (a/b=?/d) kayıp değer problemlerinin yoğunluğu olmuştur. Bu durumun ise öğrencilerin daha çok işlemsel bir bakış açısıyla orantısallığı anlamalarına zemin hazırladığı belirtilmiştir. Genel olarak çalışma sonucunda, incelenen ders kitaplarının orantısal düşünme becerisi için zengin bir öğrenme imkânı sağlamada yetersiz kaldıkları sonucuna varmışlardır.

Lundberg (2011) ise orantısal düşünme becerisini daha odak bir çalışma ile sadece orantı başlığı altında 9. sınıf İsveç matematik ders kitapları ile sınırlı tutmuştur. Orantı kavramına ne düzeyde yer verildiğini değerlendirebilmek için, orantının ne tür sorularla ele alındığı, ne tür tanımlamalar yapıldığı ve çözümlü örneklerde ne tür çözümlerin yapıldığını incelemiştir. 5 adet ders kitabının incelendiği bu çalışmada, kayıp değer sorularının (a/b=?/d) ders kitaplarında sıklıkla kullanıldığı, orantının hem statik hem de dinamik anlamlarına yönelik çözüm süreçlerinin olduğu fakat bunların kavramsal olarak sunumlarının kısıtlı olduğu, ters orantıyı içeren yapılara çok az yer verildiği gözlemlenmiştir.

Ulusal çapta yapılan çalışmaların yanında ders kitaplarının orantısal düşünme becerisi bağlamında farklı ülkelerin karşılaştırıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. Bu çalışmalardan birisi olan Ponte ve Marques (2011) çalışmalarında Portekiz, İspanya, Brezilya ve Amerika Birleşik Devletleri'nden seçtikleri ortaokul ders kitaplarını karşılaştırmışlardır. İlgili sorular bilişsel istem, yapısal özellikleri ve bağlamları olmak üzere üç temel temada incelenmiştir. Bilişsel istem sonuçlarına göre ders kitaplarının çoğunlukla orta zorluk düzeyinde sorularla orantı konusu temsil ettikleri belirtilmiştir. Yapısal özellik bakımından ise sorular açıklamaların ne düzeyde açık bir şekilde ifade edildiğine göre açık/yarı açık ve kapalı olacak şekilde değerlendirilmiştir. Bu kapsamda ders kitaplarının genelde kapalı bir yapıda sunum yaptıkları belirtilmiştir. Bağlam temasında ise Amerika'dan seçilen kitapların çoğunlukla konuların diğer matematik konularıyla ilişkilendirildiği (%83) sonucuna ulaşılmıştır. Farklı ülkelerden seçilen ders kitaplarının konu başlıkları, uygulandıkları sınıflar ve soru yapıları çoğunlukla benzerlik gösterirken, en büyük fark Amerika'yı kitapların matematiksel bağlamları daha çok tercih etmesi yönünde olmuştur. Bunun yanında ders kitaplarında sunuş biçimi ele alındığında Amerika ve Brezilya'nın spiral bir yapıda konuyu sunduğu, bunun aksine Portekiz ve İspanya'nın ise doğrusal bir anlayışla konuları sınıf seviyelerine göre birer ünite ile sunarak bitirdiği belirtilmiştir.

Şimdiye kadar sunulan çalışmalar, araştırmalara bağlı olarak belirlenen ölçütlerin ders kitaplarında ne düzeyde yer aldığını ortaya koymuştur. Ben-Chaim vd., (1998) ise yaptıkları çalışmada, orantısal düşünmenin farklı program ve ders kitapları ile öğretim yapıldıktan sonra öğrencilerin başarılarını karşılaştırmıştır. Bu kapsamda araştırmacılar Amerika Birleşik Devletleri'nde 7. sınıf düzeyinde reform bazlı ve geleneksel matematik programına bağlı olarak iki ders kitap serisini seçerek, öğrencilerin orantısal düşünme becerilerinin gelişimine katkılarını incelemişlerdir. 124 öğrenciye reform bazlı, 91 öğrenciye ise geleneksel öğretim programı uygulandığı çalışmada öğrencilerin orantısal düşünme becerileri özellikle kayıp değer ve nicel karşılaştırma soruları ile değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirme sonucunda %53 başarı oranı ile reform bazlı öğretim programının %28 başarı sonucu ile geleneksel öğretim programından daha başarılı olduğu kaydedilmiştir. Ayrıca öğrencilerle yapılan görüşmelerde reform bazlı ders kitaplarını kullanan öğrencilerin oran ve orantı konularında "açıklayınız" ve "bunu nerden biliyorsun?" sorularına kontrol grubundan daha zengin içerik ve açıklamalarda bulundukları belirtilmiştir. Reform bazlı ders kitaplarının öğrencilere çok daha zengin içerik ve kavramsal bağlantılar sunduğu, öğrencilerin çözüm becerilerini geliştirecekleri imkanların sağlandığından dolayı öğrencilerin soruları çözerken daha zengin repertuar kullandıklarına ise dikkat çekilmiştir. Ayrıca farklı ders kitaplarının öğrenimdeki etkisini deneysel olarak açıklaması ile bu çalışma daha önceki sunulan araştırma sonuçlarını desteklemektedir. Bu çalışma her ne kadar sınırlılıklar içerse de öğrencilere sunulan farklı öğretim imkanlarının becerilerinin gelişiminde fark yaratabileceğini destekleyen sonuçlar sunmaktadır.

Ders kitaplarına yönelik yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalar bütüncül olarak değerlendirildiğinde önemli bileşenler yönünden orantısal düşünmeyi zayıf ele aldıkları görülmektedir. Bu çalışmalardan bazıları sadece orantı gibi temel bir başlığa odaklanırken, bazıları ise orantısal düşünmeyi içeren diğer matematiksel konuları da ele almıştır.

Diğer taraftan ders kitaplarının orantısal düşünme becerisi bakımdan farklı derecede öğretim fırsatları sunarken, araştırma sonuçlarını içeriklerinde sunmada yetersiz kalmaktadırlar. Ben-Chaim vd.'nin (1998) yaptığı çalışma ders kitaplarının öğrenim fırsatlarını desteklediği ölçüde öğrencilerin başarılarına da etki ettiğini göstermekte, bu bakımdan ders kitaplarına yönelik yapılan araştırma ve geliştirme çalışmalarının önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde orantısal düşünmenin gelişimini ders kitabı boyutunda ele alan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışma kapsamında orantısal düşünmenin daha önce öğrenci öğrenmelerini temel alan gelişimsel bir modele bağlı olarak değerlendirilmiştir. Oran ve orantı başlıkları altındaki tüm örnek ve problemler bilgi ve bilişsel süreç boyutlarını da içine alan geniş bir çerçeveden analiz edilmiştir. Çalışmanın hem farklı ülkelerin ders kitaplarının incelenmesi hem de orantısal düşünmeyi gelişimsel açıdan derinlemesine ele almasından dolayı alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırma sonuçlarının ders kitabı editörlerine, program geliştiricilerine ve öğretimde görevli kişilere gerek ders kitaplarını değerlendirmelerinde gerekse gelişimsel öğretim dizaynı oluşturma süreçlerinde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, ders kitaplarının ve ünitelerin seçimi, veri toplama süreci, verilerin analizi, araştırmanın geçerliliği ve güvenirliliği hakkında ayrıntılı bilgiler sunulmuştur.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmanın amacı seçilen matematik ders kitaplarında sunulan öğrenme fırsatlarını orantısal düşünme becerisinin gelişimiyle uyumu açısından incelemek olduğu için çalışma kapsamında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Genel kapsamda nitel araştırma süreci gözlemlerden, görüşmelerden ve metinlerden yola çıkarak ilişkileri, kavramları gerçekçi ve bütüncül bir şekilde açıklamayı hedeflemektedir (Merriam, 1998). Çalışmada ders kitaplarını belirlenen çerçeve etrafında karşılaştırmalı olarak incelemek amacıyla analitik araştırma modeli (McMillan, 2004) seçilmiştir. Analitik araştırma birebir etkileşim gerektirmeyen çoğunlukla dokümanlara dayalı veri toplamayı ve analizi içermektedir. Araştırmacı bu süreçte doğrudan gözlemlenebilen ya da gözlemlenemeyen geçmiş bir olayın anlaşılmasını sağlamak için verileri tanımlar, inceler ve sentezler. Doğrulanmış belgeler, analitik araştırma modelinde verilerin ana kaynağını oluşturmaktadır (McMillan ve Schumacher, 2014). Bu kapsamda seçilen ders kitapları belirlenen amaç kapsamında incelenmiş ve elde edilen veriler bağlamlar aracılığıyla bütüncül olarak yorumlanmıştır.

3.2. Analiz İçin Ders Kitapları ve Konuların Seçimi

Araştırmada kullanılmak üzere orantısal akıl yürütme becerisine yer veren Kanada (6., 7. ve 8. sınıf), Singapur (5., 6., 7. ve 8. sınıf) ve Türkiye (7. ve 8. sınıf) ortaokul matematik ders kitapları seçilmiştir. Ülkelerin belirlenmesinde, çalışmaya başlanılmadan önce en son açıklanan PISA 2015 sınav sonuçları temel alınmıştır. PISA (2015) 15 yaş grubu matematik sınavı sonuçlarına göre katılan 72 ülkeden Singapur 1., Kanada 10., Türkiye ise 50. sırada bulunmaktadır (OECD, 2016). Bu durum değerlendirildiğinde Kanada ve Singapur ülkelerinin başarı puanlarının istatiksel olarak anlamlı şekilde tüm katılımcıların ortalama puanından yüksek olduğu, Türkiye'nin başarı puanının ise istatiksel olarak anlamlı şekilde ortalamanın altında olduğu görülmektedir (OECD, 2016). Çalışma devam ederken son açıklanan PISA 2018 15 yaş grubu matematik sınav sonuçlarına bakıldığında ise sıralamanın fazla değişmediği görülmektedir. 79 katılımcı ülkeden Singapur 2. sırada, Kanada 12. sırada ve Türkiye ise 42. sırada yer almıştır (OECD, 2019).

Kanada'nın, Türkiye ve Singapur'un aksine birden fazla eyaletten oluşması ve eyaletlerin farklı kitapları ve programları benimsemesinden dolayı kitap seçim süreci farklılaşmaktadır. Ayrıca TIMSS sınav sonuçları incelendiği zaman Kanada'nın Ontraio ve Quebec eyaletlerinin sonuçlarının karşılaştırılması amacıyla iki farklı bölge şeklinde değerlendiririldiği görülmektedir (PISA 2015, 2019). Bu durum göz önüne alındığında eğitim bakanlığı tarafından merkezi bir biçimde ders kitaplarının belirlendiği, %38'lik nüfus oranı ile Kanada'nın en büyük eyaleti olan ve ders kitaplarına İngilizce olarak ulaşılabilen Ontario eyaleti çalışmada Kanada'yı temsilen seçilmiştir. Seçilen ülkelerin hepsinde ders kitapları bağlı olunan eğitim bakanlıkları tarafından onaylandıktan sonra okullarda okutulmaktadır (OECD, 2016). Ders kitapları seçilirken; tüm okullarda okutulacak kitapların merkezi bir kurumdan belirlenmesi, özel olarak dışarıdan temin edilebilmesi ve kitap dilinin İngilizce olması göz önüne alınmıştır.

TIMSS (2019) 8. sınıf sınav sonuçlarında "oran, orantı ve yüzdeler" başlığı altında 30 adet sorunun doğru cevaplanma yüzdelerinin ortalamaları incelendiğinde seçilen ülkelerin göstermiş oldukları başarılar aşağıdaki gibi farklılık göstermektedir (Bkz. Tablo 3.1).

Tablo 3.1. *Ülkelerin TIMSS (2019) "oran, orantı ve yüzde" sorularındaki başarı oranı*

	Singapur	**Kanada (Ontario)**	**Türkiye**	**TIMSS Ortalaması**
Ortalama (%)	76	50	39	45

Tablo 3.1 incelendiğinde, 3 ülke arasında TIMSS 2019 "oran, orantı ve yüzdeler" konularına ilişkin soruların doğru olarak yanıtlanma yüzdelerine göre %76 ile Singapur'un TIMSS ortalamasından yüksek bir başarı gösterdiği görülmektedir. Kanada'nın Ontario bölgesi de %50'lik başarısı ile ortalamayı geçerken Türkiye'nin %39'luk başarı ile ortalamanın altında bir başarı gösterdiği söyleyebilir.

Çalışma, orantısal düşünme becerisini oluşturan önemli temel kavramlar olan oran ve orantı konuları ile sınırlı tutulmuştur. Belirtilen konular doğrultusunda Türkiye'den 6. ve 7. sınıf ders kitapları, Singapur'dan 5., 6., 7. ve 8. sınıf ders kitapları, Kanada'dan ise 6., 7. ve 8. sınıf ders kitapları araştırma kapsamına alınmıştır (Bkz. Tablo 3.2). Analiz için Türkiye’den özel sektör yayın evlerine ait *Ortaokul Matematik 6* ve *Ortaokul Matematik 7* ders kitapları, Singapur’dan *Primary Mathematics* 5-6 ve *New Syllabus Mathematics* 1-2 ve Kanada’dan *Nelson Mathematics* 6-7-8 ders kitapları seçilmiştir.

Tablo 3.2. *Araştırmada kullanılan matematik ders kitapları*

	Kitap ismi	**Yazar (yıl)**	**Yayın evi**
Türkiye 6.sınıf	Ortaokul Matematik 6	Güven (2016)	Mega
Türkiye 7. sınıf	Ortaokul Matematik 7	Bilen (2017)	Gizem
Singapur 5. sınıf	Primary Mathematics 5A-5B	Ching ve Jitan (2011a ve 2011b)	Shinglee
Singapur 6. sınıf	Primary Mathematics 6A-6B	Ching ve Jitan (2013a ve 2013b)	Shinglee
Singapur 7. sınıf	New Syllabus Mathematics Textbook 1	Yeo vd., (2013a)	Shinglee
Singapur 8. sınıf	New Syllabus Mathematics Textbook 2	Yeo vd., (2013b)	Shinglee
Kanada 6.sınıf	Nelson Mathematic 6	Kelleher vd., (2012)	Nelson Education
Kanada 7.sınıf	Nelson Mathematic 7	Beales vd., (2012)	Nelson Education
Kanada 8.sınıf	Nelson Mathematic 8	Small vd., (2012)	Nelson Education

Çalışma kapsamında seçilen ders kitaplarında orantısal düşünme becerisinin gelişim sürecini takip edebilmek için doğrudan oran ve orantı konularını içeren üniteler ile ünitelerin altındaki ilgili konu başlıkları belirlenmiştir. Ders kitaplarının ortaokul seviyesinde oran ve orantı kapsamında sundukları başlıklar aşağıdaki tabloda verilmiştir (Bkz. Tablo 3.3).

Tablo 3.3. *Oran ve orantı konularının sınıf düzeylerine göre dağılımı*

	Türkiye	Singapur	Kanada
5. sınıf	-	ORAN • Oran • Denk oranlar	-
6. sınıf	ORAN • Çoklukları karşılaştırma • Oranları karşılaştırma	ORAN • İki çokluğun karşılaştırılması • Oranlar • Parça ve bütün	KESİRLER, ORANLAR VE YÜZDELER • Oranları inceleme • Denk oranlar • Birim oranlar
7. sınıf	ORAN VE ORANTI • Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verilince diğerinin bulunması • Bir oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değer • İki çokluğun orantılı olup olmadığını belirleme • Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkinin tablo veya denklem olarak ifade edilmesi • Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabit • İki çokluğun ters orantılı olup olmadığını belirleme • Orantı Problemleri	ORAN, ORANTI VE HIZ • Orantı • Oran • Hız	ORAN ORANTI VE YÜZDE • Oran ilişkisini inceleme • Birimsiz oran problemleri • Birimli oran problemleri • Birimli ve birimsiz oran ilişkisi
8. sınıf	-	DOĞRU VE TERS ORANTI • Doğru orantı • Doğru orantının grafiksel ve cebirsel gösterimi • Doğru orantının diğer formları • Ters orantı • Ters orantının grafiksel ve cebirsel gösterimi • Ters orantının diğer formları	ORANTISAL İLİŞKİLER • Birimsiz oranı inceleme • Birimli oranı inceleme

Ders kitaplarının oran ve orantı ünitelerini kapsayan sayfa aralıkları ve ders kitaplarının sahip oldukları toplam sayfa sayıları aşağıdaki tabloda sunulmuştur (Bkz. Tablo 3.4). Bu kapsamda "incelenen" satırlarındaki sayılar, ülkelerin her sınıf seviyesinde oran ve orantı konularını hangi sayfa aralıklarında ve toplamda kaç sayfada ele aldıklarını belirtirken, “toplam” satırları ilgili ders kitabının toplamda kaç sayfa olduğu belirtmektedir.

Tablo 3.4. *İncelenen sayfa aralıkları ve ders kitaplarının toplam sayfa sayıları*

Sınıf Düzeyi		**Türkiye**	**Singapur**	**Kanada**
5. sınıf	İncelenen	-	120-136 (17 sayfa)	-
	Toplam	-	258 sayfa	-
6. sınıf	İncelenen	69-76 (8 sayfa)	39-62 (24 sayfa)	362-369,374-376 (11 sayfa)
	Toplam	312 sayfa	244 sayfa	445 sayfa
7. sınıf	İncelenen	123-153 (31 sayfa)	224-253 (30sayfa)	37-55 (19 sayfa)
	Toplam	317 sayfa	420 sayfa	440 sayfa
8.sınıf	İncelenen	-	1-37 (37 sayfa)	56-67 (12 sayfa)
	Toplam	-	423 sayfa	429 sayfa

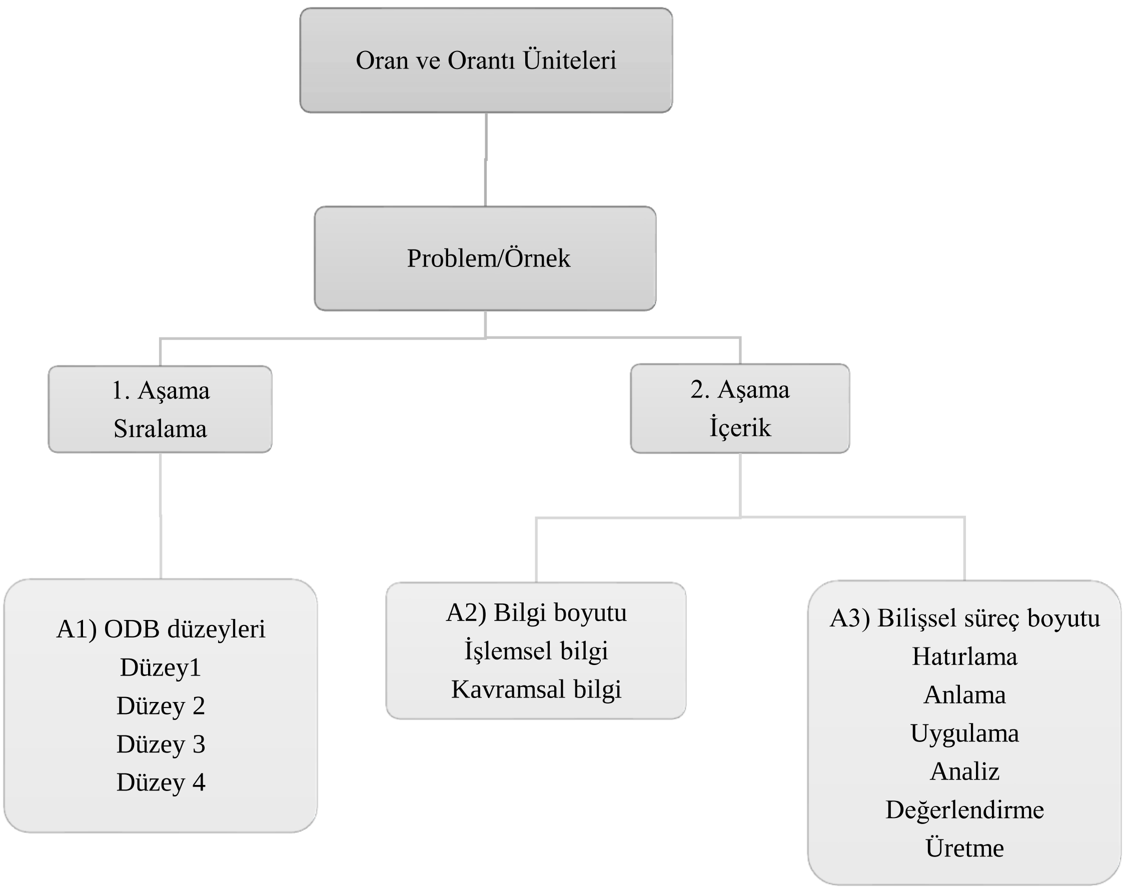
İlgili ders kitapları ve konu başlıkları belirlendikten sonra verilerin düzenli şekilde toplanabilmesi için analiz birimi belirlenmiştir. Bu kapsamda ders kitaplarında yer alan oran ve orantı konu başlıkları altındaki tüm sorular analize tabi tutulmuştur. İlgili tüm sorular örnekler ve problemler olmak üzere iki temel analiz birimi ile değerlendirilmiştir. Analiz kapsamında örnekler (Ö) çözümü ders kitabı tarafından sağlanan sorular olarak tanımlanırken, çözümü öğrenciye bırakılan sorular problemler (P) olarak tanımlanmıştır.

Bu bölümde ders kitaplarının seçimi, ünite ve konu başlıklarının belirlenmesi ve son olarak analiz birimlerinin tanımlanmasına yer verilmiştir. Bundan sonraki bölümde veri toplama süreci ve veri toplama araçları hakkında ayrıntılı bilgiler sunulmuştur.

3.3. Veri Toplama Süreci

Veri toplama süreci iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada (1. araştırma sorusu kapsamında) sıralama boyutu, ikinci aşamada (2. ve 3. araştırma soruları kapsamında) ise içerik boyutu değerlendirilmiştir. Birinci aşamada ders kitaplarında ne düzeyde ve derinlikte orantısal düşünmenin gelişimine (D1, D2, D3, D4) uygun bir anlatım gerçekleştirildiği incelenmiştir. İkinci aşamada ise orantısal düşünme düzeyleri bağlamında ders kitaplarında bilgi ve bilişsel süreç boyutlarına ne düzeyde yer verildiği araştırılmıştır.

Veri toplama sürecinde ilk olarak her sınıf seviyesinde her bir ülkenin ders kitaplarının oran ve orantı üniteleri belirlenmiştir. Ardından her bir ünitenin akış planına uygun bir şekilde çözümlü örnekler ve problemler incelenerek orantısal düşünmenin düzeylerine, nasıl bir sıralamada ve derinlikte yer verildiği belirlenmiştir. Bu kapsamda düzeylere yönelik gösterge tabloları oluşturulmuş ve bu tablolara göre değerlendirmeler yapılmıştır (detaylı bilgi veri analizi bölümünde verilmiştir). Çalışmanın ikinci aşamasında incelenen soruların bilgi ve bilişsel süreç kapsamında değerlendirilmesi yapılmıştır. Bu çerçevede bilgi ve bilişsel süreç boyutlarına yönelik kategoriler oluşturulmuş, temsili örnekler verilerek kodlama tabloları hazırlanmış ve verilerin analiz sürecine geçilmiştir. Veri toplamada izlenen bu süreç aşağıdaki şekilde özetlenmiştir (Bkz. Şekil 3.1).



Şekil 3.1. *Veri toplama süreci*

3.4. Veri Analizi

Üç farklı ülkenin matematik ders kitaplarından veri elde edebilmek ve verileri orantısal düşünmenin gelişimine yönelik sağladığı fırsatlar çerçevesinde yorumlayabilmek için bu çalışmada içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde, toplanan verileri yorumlayabilmek için veriler arasındaki ilişkiler ortaya çıkarılmaya çalışılır (Creswell, 2014). Başka bir ifade ile birbirine benzer verilerin belirli bir çerçeve ışığında anlamlı yorumlar elde edebilecek şekilde organize edilebilmesi amaçlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Mayring (2015) içerik analizi sürecini, hermeneutik (yorumsamacılık) bakış açısını izleyen nitel yorumlama süreci ve oluşturulan kodlar altında elde edilen frekanslar olmak üzere iki temel adımı içeren bir yaklaşım olarak tanımlamaktadır. Bu bakımdan içerik analizi nitel bir yaklaşımla genellemelere ulaşma sürecinin yanı sıra yapılan yorumların desteklenmesi ve nelere ağırlık verildiğinin gösterilebilmesi bakımından frekans gibi nicel süreçleri de içermektedir (Prior, 2014). Yapılan bu çalışmada da araştırma sorularına yönelik oluşturulan kodlama araçlarıyla metinlerden anlamlı ilişkiler ortaya çıkarma sürecinde nitel bir yaklaşım izlenirken, bu ilişkilerin nesnel olarak desteklenmesi için ayrıca sayısal sonuçlar (frekans ve yüzdeler) kullanılmıştır.

Veri toplama sürecinde, seçilen ders kitaplarının belirlenen ünitelerini araştırma sorularına yönelik analiz edebilmek için her bir araştırma sorusu kapsamında kodlama araçları oluşturulmuştur. Veri toplama araçlarının içerik analizinin doğasına uygun olarak oluşturulabilmesi için kategorilerin tanımlanması, temsil örnekler ve kodlama kurallarının belirlenmesi olmak üzere üç adım göz önünde bulundurulmuştur (Mayring, 2015). Araştırma sorularının amacına hizmet edecek veri toplama araçlarının kategorileri, daha önceki araştırma sonuçlarından faydalanılarak kuramsal bir çerçevede oluşturulmuştur. Her kategori için açıklayıcı ve nesnel olması açısından göstergeler ve örnekler hazırlanmıştır. Oluşturulan veri toplama araçlarına ait ayrıntılı bilgiler ve örnek analizler ilerleyen bölümlerde sunulmuştur.

3.4.1. Sıralama boyutu

Çalışmanın ilk araştırma sorusu kapsamında iki aşamalı bir süreç planlanmıştır. Sıralama boyutunda önce ders kitaplarında yer alan soruların orantısal düşünmeye yönelik gelişimsel düzeylerinin belirlenmesi, daha sonra ise gelişimsel düzeylerin ne düzeyde temsil edildiğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda veri toplayabilmek için orantısal düşünme beceri düzeylerinin değerlendirilmesine yönelik bir kodlama aracı oluşturulmuştur. Kodlama aracına ilişkin ayrıntılı bilgiler bir sonraki bölümde sunulmuştur.

3.4.1.1. Orantısal düşünme beceri düzeylerinin değerlendirilmesi

Ders kitaplarındaki soruların orantısal düşünmeye yönelik düzeylerini değerlendirebilmek amacıyla öncelikle Lobato, Ellis ve Zbiek (2010) gelişimsel modeli temel alınarak orantısal düşünme becerisi için 5 gelişimsel düzey belirlenmiştir. Her bir düzeye ait ana düşünceler aşağıdaki tabloda özetlenmiştir (Bkz. Tablo 3.5). Düzey 0, öğrencilerin nicelikler arasında herhangi bir ilişki kuramadığı dönem olmasından dolayı ders kitaplarının analiz sürecinde kullanılmamıştır.

Tablo 3.5. *Orantısal düşünme becerisinin gelişimsel düzeyleri*

Düzeyler		**Temel düşünceler**
Düzey 0		Öğrenci nicelikler arasında herhangi bir ilişki kuramaz.
Düzey 1	Temel Niteliksel (Sezgisel) Düzey	Öğrenci çokluklar arasında niceli muhakemeye geçmeden nitel muhakeme yapar.
Düzey 2	Temel Niceliksel Düzey	Öğrenci belirli iki değeri arasındaki çarpımsal ilişkiyi belirler.
Düzey 3	Parçalı Niceliksel Düzey	Öğrenci nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi kısmî olarak genişleterek oran çiftleri oluşturur.
Düzey 4	Sürekli Niceliksel Düzey	Öğrenci nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi iki ölçüm uzayının her bir elemanını göz önünde bulundurarak eş zamanlı olarak genişletir. Genelleştirilmiş oranı formül ve grafiklerle açıkça ifade edebilir/yorumlayabilir.

Orantısal düşünme becerisinin gelişimine yönelik veri toplayabilmek için yukarıda belirtilen temel düzeyler (Bkz. Tablo 3.5) göz önünde bulundurularak her bir düzey için gelişimsel göstergeler ve bu göstergelere yönelik örnek durumlar oluşturulmuştur (Bkz. Tablo 3.6). Bu sayede analiz edilen soruların hem orantısal düşünmeye yönelik düzeyleri hem de düzeyler içerisindeki gelişimsel yeri hakkında değerlendirme yapabilme şansı elde edilmiştir.

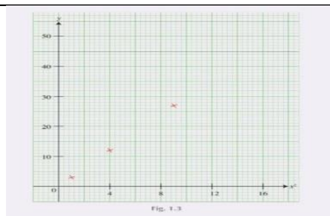
Tablo 3.6. *Orantısal düşünme becerisinin gelişimsel düzeyleri ve göstergeleri*

Düzeyler	Gelişimsel Göstergeler	Örnek Durum
Düzey 1 Temel Niteliksel (Sezgisel) Düzey	**1A** Kovaryasyonel ilişkiyi içeren bir durumda, ilgili nicelikleri belirlemeye yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Limonatanın ekşiliğini etkileyen faktörler nelerdir? (Su miktarı, bardağın büyüklüğü, Limon miktarı vb.)
	1B Bir nicelikteki değişimin diğer niceliği nasıl etkilediğini (değişen/değişmeyen durumlar) anlamlandırmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Temas halindeki aynı büyüklükteki A ve B çarklarından A saat yönünde çevriliyor. Aynı çark daha sonra aynı hızda saat yönünün tersine çevrildiğinde B çarkının hareketi için ne söyleyebilirsiniz? (B çarkının hızı değişmez, yönü değişir)
	1C Nicelikler arasındaki değişimlerin yönünü (artarken-artar/azalır) yorumlamaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Uçan balon yükseldikçe görüntüsü nasıl değişir? (büyür/küçülür) Bir partideki kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen pizza miktarı nasıl değişir? (artar/azalır)
Düzey 2 Temel Niceliksel Düzey	**2A** Toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkını anlamaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Bir sınıfta 6 kız 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Kız ve erkeklerin sayısını nasıl karşılaştırabilirsiniz? (Kızların sayısı erkeklerden 6 eksik ya da kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısı)
	2B Oranı sembolik “a:b , a/b” ve(ya) sözel olarak “a’nın b’ye oranı” farklı şekillerde ifade etmeye yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	6 elmanın 4 elmaya oranını yazınız. ¾ oranı ….’ün …..’e oranı şeklinde ifade ediniz.
	2C Oranın çarpımsal anlamını farklı kavramsal boyutlara genişletmeye (oranın kesirlerle ilişkisi ve bir ölçüm olarak yorumlanması) yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Kesirler ile oran arasındaki farkı açıklayınız? 45 km/sa hız birimini m/s olarak ifade ediniz.

Tablo 3.6 (Devam) *Orantısal düşünme becerisinin gelişimsel düzey göstergeleri*

<table>
<tr><th>Düzeyler</th><th>Gelişimsel Göstergeler</th><th>Örnek Durum</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 3

Parçalı Niceliksel Düzey</td><td>3A Denk oran oluşturmada eşit bölüştürme ve birimleştirme kavramsal anlamları ile nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin anlamlandırılmasına yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Bir tabakta bulunan 2 elma ve 4 armut iki tabağa eşit olarak paylaştırılmıştır. Meyveler arasındaki oranı paylaştırma işleminin öncesi ve sonrasında olmak üzere karşılaştırın. Tabak sayısı ve oluşturduğunuz oranlar arasında nasıl bir ilişki vardır?</td></tr>
<tr><td>3B Basit katsayılar yardımıyla sınırlı sayıda denk oran oluşturmaya ve nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkileri kullanmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td><table><tr><td>a</td><td>1</td><td>?</td><td>6</td></tr><tr><td>b</td><td>2</td><td>4</td><td>?</td></tr></table>Yukarıdaki oran tablosunda soru işareti ? olan yerlere gelecek sayıları bulunuz.</td></tr>
<tr><td>3C Orantı içeren durumlarda etkin çarpımsal yöntemlerin (skaler, fonksiyonel, içler-dışlar çarpımı) kullanımını gerektiren matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>3:4=9:?
? = (9x4):12 ya da 3 9’un 3 katıdır o halde 4x3= 12</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 4

Sürekli Niceliksel Düzey</td><td>4A Nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekli ve eşzamanlı olarak genelleştirilmesine yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Her bir sıraya iki öğrencinin oturduğu bir sınıfta, öğrenci sayısı ile sıra sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ediniz.</td></tr>
<tr><td>4B Orantısal ilişkilerin farklı biçimlerde (cebirsel, grafik, sözel) yorumlanması ve problem çözümlerinde kullanılmasına yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>
Verilen grafiğe göre x ile y arasında nasıl bir ilişki vardır? Cebirsel olarak ifade ediniz.</td></tr>
<tr><td>4C Orantısal ilişkiler (doğru/ters orantı) ve orantısal olmayan ilişkilerin (y=mx+a) benzerlik ve farklılıklarını anlamlandırmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Tüm doğru orantı içeren durumlar aynı zamanda doğrusal ilişki içerir mi? y=4a+10 cebirsel ifadesi doğru orantı içeren bir durum mudur?</td></tr>
</table>

Yukarıda verilen orantısal düşünme becerisi düzeylerini gelişimsel bir sıralama ile değerlendirme üzerine oluşturulan kodlama aracında ilk düzey olan temel niteliksel (sezgisel) düzey için üç temel gösterge oluşturulmuştur (Bkz. Tablo 3.4). Temel niteliksel düzeyde genel çerçevede herhangi bir sayısal değer (ölçüm değeri) kullanılmadan nitelikler arasındaki ilişkinin anlamlandırılması beklenilmektedir. İlk düzey için ilgili nicelikleri tanımlayabilme ilk gösterge (1A) olarak belirlenmiştir. Bu gösterge “Kovaryasyonel ilişki içeren bir durumda nicelikleri belirlemeye yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?” sorusunun cevabı olarak belirlenmiştir. İkinci gösterge (1B) ise

“Nicelikler arasındaki ilişkiyi anlamlandırmaya yönelik görevler var mı?” sorusunun cevabına yönelik oluşturulmuştur. Bu gösterge ile birbirini etkileyen niceliklerin belirlenmesinden sonra öğrencilerin bu niceliklerin arasında değişen ve değişmeyen ilişkisel durumlara yönelik fikir yürütmeleri beklenilmektedir. Son gösterge (1C) ise değişkenlerin birbiri ile ilişkisi olduğunun ve nicelikler arasındaki değişimin farkına varan öğrencinin artık değişimin yönüne de karar vererek bir niceliğin artış ya da azalışında diğer niceliğin etkisini yorumlayabilmeyi içermektedir.

Düzey 2 nitel muhakemeden artık niceliklerin kullanılmaya başlanıldığı dönem olduğu için temel niceliksel düzey olarak adlandırılmıştır. Bu düzey kovaryasyonel değişimin gelişimine paralel olarak iki niceliğin belirli iki değerinin (a/b) birbiri ile ilişkisini inceleyen bir düzey olarak tasarlanmıştır. Düzey 2 için üç gösterge belirlenmiştir. Düzey 2’nin ilk göstergesi (2A) toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkının anlaşılmasını içermektedir. Nicelikler arasındaki ilişkilerin sayılarla (ölçüm değerleri) ifade edilmesinden sonraki ilk süreçte öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi fark etmeleri beklenilmektedir. Bu süreçle birlikte oranın çarpımsal bir karşılaştırmayı içerdiğinin anlaşılmasından sonra ikinci gösterge (2B) oranın sembolik ve sözel şekilde ifade edilmesi şeklinde belirlenmiştir. Son gösterge ise (2C) oranın günlük hayatta sıkça kullandığımız ölçüm birimi olarak yorumlanması (hız, eğim gibi) ve kesirlerle olan yakın ilişkisinin anlaşılmasını içermektedir.

Düzey 3, çarpımsal ilişkinin sürdürülerek sınırlı sayıda oran çiftlerinin oluşturulması ana fikri üzerine kurgulandığından parçalı niceliksel düzey olarak isimlendirilmiştir. Orantısal düşünmenin bu düzeyi için üç gelişimsel gösterge oluşturulmuştur. İlk gösterge (3A), denk oran oluşturma sürecinde eşit bölüştürme ve birimleştirme kavramsal anlamlarını içermektedir. Bu süreçte denk oranların oluşturulmasına dair kavramsal bir zemin hazırlandıktan sonra ikinci göstergede (3B) belirtilen birden fazla denk oranın oluşturulması ve çarpımsal ilişkinin anlaşılması beklenilmektedir. En son adım (3C) ise orantısal ilişkili iki nicelikten birinin değerine karşılık gelen değerin bulunması için birden fazla adımın kullanılması yerine etkin çarpımsal yöntemlerin kullanılmasına yönelik oluşturulmuştur.

Sürekli niceliksel düzey (Düzey 4) bir önceki düzeyde sınırlı sayıda oluşturulan denk oranlardan sonra orantısal ilişkinin niceliklerin tüm değerlerini kapsayacak şekilde genelleştirme sürecini içermektedir. Bu bakımdan bu düzeyin ilk göstergesi (4A), nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin genelleştirilmesi sürecini içeren görevlere yönelik oluşturulmuştur. Daha sonrasında ikinci gösterge (4B) ise orantısal ilişkinin farklı biçimlerde ifade edilmesi ve problem çözüm sürecinde etkin şekilde kullanılmasına yönelik görevleri içermektedir. Son göstergede (4C) doğru ve ters orantı ilişkisi ile orantısal olmayan ilişkilerin farklılıklarının anlaşılmasına yönelik görevlere yer verilmesi beklenilmektedir.

Bu bölümde seçilen ders kitaplarında orantısal düşünme becerisi düzeylerini gelişimsel olarak inceleyebilmek amacıyla hazırlanan veri toplama aracına yönelik göstergeler ve örneklerine yer verilmiştir. Hazırlanan bu ölçme aracı ile incelenen soruların hem düzeyleri hem de ilgili düzeyin ne derecede temsil edildiğine yönelik bulguların elde edilmesi amaçlanmıştır. Bundan sonraki bölümlerde ise bilgi ve bilişsel süreç boyutlarına yönelik veri toplama araçlarının oluşturulma süreçlerine yer verilmiştir.

3.4.2. İçerik boyutu

Çalışmanın ikinci ve üçüncü araştırma sorularının oluşturduğu içerik boyutu kapsamında, ders kitaplarındaki ilgili soruların sırası ile bilgi ve bilişsel süreç alt boyutları bakımından değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda soruları belirlenen alt boyutlara göre değerlendirebilmek amacıyla iki farklı ölçme aracı geliştirilmiştir. Oluşturulan kodlama araçlarına ilişkin ayrıntılı bilgiler bir sonraki bölümde sunulmuştur.

3.4.2.1. Orantısal düşünme beceri düzeylerinin bilgi boyutunun belirlenmesi

Orantısal düşünme beceri düzeyleri kapsamında soruların gelişimsel sıralaması belirlendikten sonra içerik kapsamında öncelikle bilgi boyutu değerlendirilmiştir. Bilgi boyutunda sorular işlemsel (prosedürel) ve kavramsal (ilişkisel) bilgi kapsamında ele alınmıştır. Bu kapsamda matematik eğitimi literatürünün bu iki bilgi türünde sıklıkla kullandığı temel ayrımlar (Crooks ve Alibali, 2014) ve orantısal düşünme becerisini inceleyen çalışmalarda değinilen temel kavramsal ve işlemsel süreçler (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010) göz önünde bulundurulmuştur. Çalışma kapsamında genel çerçevede işlemsel bilgi prosedürlerin bilgisi (bir problem çözümünde gerekli izlenecek adımlar, algoritmalar) olarak tanımlanırken, kavramsal bilgi bu prosedür ve algoritmaların altında yatan prensiplerin, temel kavramların bilgisi ve birbiri ile ilişkisi olarak tanımlanmıştır (Star ve Stylianides, 2013; Crooks ve Alibali, 2014).

Çalışma kapsamında orantısal düşünme becerisinin gerektirdiği bilgi türlerinin belirlenmesine yönelik veri toplama aracına ait açıklamalar ve ilgili tablolar bu bölümün devamında sunulmuştur. Orantısal düşünmenin her bir düzeyi için bilgi türünün nasıl sınıflandırıldığı açıklandıktan sonra gösterge ve örnek durumları içeren tablolar paylaşılmıştır. Bilgi boyutuna yönelik oluşturulan ölçme aracının tamamı Ek-2'de sunulmuştur.

Orantısal düşünmenin ilk düzeyi olan temel niteliksel (sezgisel) düzey, orantısal düşünmenin gelişiminde sezgisel adımları içermesinden dolayı bilgi boyutunun belirlenme süreci diğer düzeylere göre biraz farklılaşmıştır. Diğer düzeyler hem kavramsal hem de işlemsel olarak belirgin süreçleri barındırırken Düzey 1'in tam olarak belirli bir işlemsel süreç barındırmadığı görülmüştür. Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali (2001) bu duruma ilişkin olarak bilginin ilk oluşumunda doğası gereği işlemsel ya da kavramsal yönde ağırlıklı olabileceğini belirtmişlerdir. Orantısal düşünmenin bu düzeyinde, herhangi bir problem çözümü için bir prosedürün takip edilmesini gerektiren bir beceri beklenilmemesi, bunun yerine sayılar kullanılmadan nicelikler arasında kovaryasyonel ilişkilerin tespiti ve yorumlanmasının beklenmesinden dolayı "*sezgisel kavramsal bilgi*" olarak sınıflandırılmıştır (Rittle-Johnson ve Siegler, 1998). Bu düzeye ait gösterge ve örnek durumların yer aldığı tablo aşağıda verilmiştir (Bkz. Tablo 3.7). Orantısal düşünmenin ilk düzeyinin bilgi boyutu "Kovaryasyonel ilişki içeren bir durumda nicelikler arasındaki ilişkiyi belirlemeye/anlamlandırmaya/ yorumlamaya yönelik görevler var mı?" şeklinde tek bir gösterge ile sezgisel kavramsal bilgi olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 3.7. *Bilgi boyutuna dair gösterge ve örnek durumlar (Düzey 1)*

Düzey	Bilgi Boyutu	Göstergeler	Örnek Durumlar
Düzey 1 **Temel Niteliksel (Sezgisel) Düzey**	Sezgisel Kavramsal Düzey	Kovaryasyonel ilişki içeren bir durumda nicelikler arasındaki ilişkiyi belirlemeye/ anlamlandırmaya/ yorumlamaya yönelik görev(ler) var mı?	• Limonatanın ekşiliğini etkileyen faktörler nelerdir? (Su miktarı, bardağın büyüklüğü, vb.) • Birbiri ile temas halindeki iki çarktan birisi saat yönünde dönerse diğeri hangi yönde döner? • Bir partideki kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen pizza miktarı nasıl değişir? (artar/azalır/aynı kalır)

Bilgi boyutuna yönelik oluşturulan veri toplama aracında orantısal düşünmenin 2. düzeyi genel olarak oranın statik anlamı olan "iki niceliğin çarpımsal karşılaştırması" ana fikri üzerine kurgulanmıştır. Kavramsal bilgi düzeyinde toplamsal ve çarpımsal ilişkinin fark edilmesi, birimli oranın bir ölçüm olarak yorumlanması ve oran ile kesirler arasındaki ilişkiye vurgu göstergeleri belirlenmiştir. İşlemsel düzeyde ise oranın a/b ya da a:b şeklinde sadece farklı gösterimlerle işlemsel olarak ele alınması şeklinde değerlendirilmiştir (Bkz. Tablo 3.8).

Tablo 3.8. *Bilgi boyutuna dair gösterge ve örnek durumlar (Düzey 2)*

Düzey	Bilgi Boyutu	Göstergeler	Örnek Durumlar
Düzey 2 **Temel Niceliksel Düzey**	İşlemsel Bilgi	Oranın çarpımsal anlamına vurgu yapmadan, oranı sadece a/b, a:b ya da a'nın b'ye oranı gibi farklı biçimlerde ifade etmeyi gerektiren görev(ler) var mı?	• 6 elmanın 4 elmaya oranını a/b şeklinde ifade ediniz. • ¾ oranı ….'ün …..'e oranı şeklinde ifade ediniz.
	Kavramsal Bilgi	İki nicelik arasındaki ilişkiyi toplamsal ya da çarpımsal olarak açıklamayı gerektiren görevler var mı?	• Bir sınıfta 6 kız 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Kız ve erkeklerin sayısını nasıl karşılaştırabilirsiniz? (Kızların sayısı erkeklerden 6 eksik ya da kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısıdır.)
		Oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğunu açıklamayı gerektiren görev(ler) var mı?	• "Kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı 1/2'dir" cümlesinde ½ neyi ifade etmektedir? Kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısıdır. Erkeklerin sayısı kızların iki katıdır.
		Oran ile kesir arasındaki ilişkiye vurgu yapan görev(ler) var mı?	• Oran ile kesir arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirtiniz? (Oran ve kesirler a/b şeklinde ifade edilebilirler. Oran bir karşılaştırmayı, kesir ise bir bütünün belirli bir parçasını ifade eder.)
		Oranın farklı bir ölçüm birimi olarak yorumlandığı görev(ler) var mı?	• Hız kavramı belirli bir zamanda gidilen yol uzunluğunun oranını (yol/zaman) belirtir. Bu durumda aynı mesafeyi daha kısa sürede gidebilmek için hızımızı nasıl değiştirmeliyiz? (artırmalıyız/azaltmalıyız).

Tablo 3.8'de işlemsel bilgi kapsamında oluşturulan göstergelerin ilki, oranın çarpımsal ilişkiye vurgu yapılmadan a: b ya da a/b şeklinde ifade edilmesi olarak belirlenmiştir. Belirgin şekilde oranın çarpımsal gösterimine yönelik herhangi bir bilgi istemeyen, sadece oranının a: b ya da a/b şeklinde ifadesinin yazılması beklenen problemler temel niceliksel düzeyin işlemsel basamağında değerlendirilmiştir.

Kavramsal bilgi boyutunda göstergeler oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğu temelinde oluşturulmuştur. Bu bakımdan ilk göstergede toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkını içeren sorulara yönelik olmuştur. Çarpımsal ve toplamsal ilişkinin fark edilmesinden sonra oranın çarpımsal bir gösterim olduğunun vurgulanması ise diğer bir gösterge olarak belirlenmiştir.

Kavramsal bilgi düzeyinde için ele alınan diğer göstergeler ise oranın farklı kavramsal anlamlarda kullanıma bağlı olarak oluşturulmuştur. Oranın gösterim ve matematiksel anlamından ve kesirlerle olan yakın ilişkisinden dolayı oran ile kesirler arasındaki kavramsal bilgi düzeyinde değerlendirilmiştir. Kavramsal bilgi düzeyi için ele alınan son gösterge ise oranın iki farklı ölçümü kullanarak ayrı bir ölçüm olarak yorumlanabileceği üzerine kurgulanmıştır.

Orantısal düşünmenin 3. düzeyinde genel olarak orantı içeren ve sadece sayısal sonuç bulmaya yönelik sorular işlemsel boyut kapsamında değerlendirilmiştir. Kavramsal bilgi boyutunda ise daha önce belirtilen işlemsel süreçlerin altında yatan "eş bölüştürme" ve "birimleştirme" kavramları ve orantıyı oluşturan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkileri ortaya çıkarmaya yönelik hazırlanmış sorular ele alınmıştır (Bkz. Tablo 3.9).

İşlemsel bilginin ilk göstergesi, herhangi bir orandan başlanarak çarpımsal ilişkinin sürdürülmesi ve yeni denk oranların oluşturulması şeklinde oluşturulmuştur. Bu süreçte işlemsel olarak belirli bir kat ilişkisi sürdürülmekte ve devam ettirilmektedir. İkinci gösterge ise orantıda istenilen bir değerini sayısal olarak bulunmasını içermektedir. Bu kapsamda orantı ünitesinde sıklıkla yer alan kayıp değer sorularının doğrudan içler-dışlar çarpımı gibi bir algoritma kullanılarak çözülmesi örnek olarak verilebilir.

Düzey 3'ün kavramsal bilgi boyutunda ise denk oran oluşturma sürecinde eşit bölüştürme ve birimleştirme kavramlarının kullanımı ve orantıyı oluşturan oranların eşitliğinin yorumlanmasını gerektiren sorular ele alınmıştır.

Tablo 3.9. *Bilgi boyutuna dair gösterge ve örnek durumlar (Düzey 3)*

<table>
<tr><th>Düzey</th><th>Bilgi Boyutu</th><th>Göstergeler</th><th>Örnek Durumlar</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 3
Parçalı Niceliksel
Düzey</td><td rowspan="2">İşlemsel Bilgi</td><td>İşlemsel olarak sadece sonuç bulmaya yönelik görev(ler) var mı?</td><td><table><tr><td>a</td><td>1</td><td>?</td><td>6</td></tr><tr><td>b</td><td>2</td><td>4</td><td>?</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Etkin çarpımsal yöntemler ile verilmeyen değeri işlemsel bulmaya yönelik görev(ler) var mı? (içinde/arasında/içler-dışlar çarpımı yöntemleri)</td><td>• 3:4=9:?

(? = (9x4)/3)</td></tr>
<tr><td>Kavramsal Bilgi</td><td>Denk oran oluşturmada eş bölüştürme ve birimleştirme kavramlarının ele alındığı ve(ya) orantıyı oluşturan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin yorumlandığı görev(ler) var mı?</td><td>• 8 adet kırmızı şeker ve 4 adet sakızı iki kardeş arasında adil bir şekilde nasıl paylaştırabilirsiniz?

8/4 = (8:2)/(4:2)=4:2 kırmızı ve sarı şekerler ayrı ayrı 2 gruba ayrılır.

• Bir araç 2 saatte 180 km, 4 saate ise 360 km yol almaktadır. Bu problem bağlamında 180/2=360/4 şeklinde oluşturulan ifadeyi yorumlayınız.
İki oranda gidilen yolun zamana göre bölümünü belirtmektedir. Bu bakımdan araç her iki durumda da aynı hızla (90 km/sa) gitmektedir.

• Herhangi iki oran her zaman birbirine eşit midir?</td></tr>
</table>

Düzey 4, orantısal ilişkilerin soyutlandığı ve sabit çarpımsal ilişkinin niceliklerin her bir değeri için geçerli olduğunun anlamlandırılmasını içermektedir. Bu bağlamda orantısal ilişkinin belirli bir sayısal değer bulmaya yönelik problem çözümlerinde kullanılması işlemsel bilgi olarak belirlenmiştir. Sabit oranın (m) oluşum sürecinin analizi/yorumlanabilmesi ve orantısal durumlar ile orantısal olamayan durumların karşılaştırılması kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilmiştir (Bkz. Tablo 3.10).

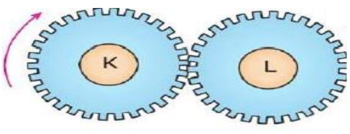
Tablo 3.10. *Bilgi boyutuna dair gösterge ve örnek durumlar (Düzey 4)*

Düzey	Bilgi Boyutu	Göstergeler	Örnek Durumlar
Düzey 4 **Sürekli Niceliksel Düzey**	İşlemsel Bilgi	Genelleştirilmiş oranın (y=mx ya da y.x=m) işlemsel olarak problem çözümünde kullanılmasını gerektiren görev(ler) var mı?	• x ile y arasında doğru orantı içeren bir ilişki vardır. x=4 iken y= 8 olduğuna göre; a) m sabit oran değerini bulunuz. Doğru orantıyı içeren denklemler y=mx şeklindedir 8=m.2 o halde m=4'tür. b) Doğrusal denklemi oluşturunuz. Doğru orantıyı içeren denklemler y=mx şeklindedir, bundan dolayı y=2.x
	Kavramsal Bilgi	Orantısal ilişki (y=mx ya da y.x=m) içeren durumlarda verilen bağlam içerisinde sabit oranın (m) yorumlanmasını gerektiren görev(ler) var mı?	• Bir çiftlikteki inek sayısı (x) ve elde edilen süt miktarı(y) arasında y= 5x ilişkisi bulunmaktadır. Bu ilişkide 5 katsayısı nasıl yorumlanabilir? • y=mx denkleminde m değeri 0 olursa y ve x arasındaki ilişki için ne söyleyebilirsiniz?
		Orantısal ve(ya) orantısal olmayan ilişkileri farklı gösterim biçimlerinden faydalanarak yorumlanmasını/ayırt edilmesini içeren görev(ler) var mı?	• y=4x ve y=4x+1 cebirsel ifadelerine uygun birer örnek durum oluşturunuz. Hangi ifadenin orantısal olduğunu belirtin. • y ile x arasında doğru orantılı bir ilişki vardır. Buna göre y ile 1/x arasındaki ilişki doğrusal mıdır?

3.4.2.2. *Orantısal düşünme becerisi düzeylerinin bilişsel süreç boyutlarının belirlenmesi*

Orantısal düşünme beceri düzeylerinin hem düzey sıralaması hem de işlemsel ve kavramsal bilgi boyutlarına yönelik oluşturulan ölçme araçlarının geliştirilme süreçleri önceki bölümlerde verilmiştir. Seçilen ders kitaplarında soruların orantısal düşünme beceri düzeyleri ve bilgi boyutları belirlendikten sonra soruların içerdikleri bilişsel süreçlerine dair bulgular elde edebilmek için yenilenen Bloom taksonomisinin (YBT) altı bilişsel basamağını içeren bir veri toplama aracı oluşturulmuştur. Bu süreçte öncelikle Anderson ve Krathwohl'un (2001) YBT için tanımladıkları her bilişsel süreç kısaca özetlenmiş ve alt basamaklarıyla belirtilmiştir. Sonrasında her bilişsel sürece uygun olabilecek fiiller ve olası örnek durumlar belirlenmiştir. Oluşturulan ölçme aracı aşağıdaki tabloda sunulmuştur (Bkz. Tablo 3.11).

Tablo 3.11. *Bilişsel süreç boyutuna ilişkin gösterge ve örnek durumlar*

Bilişsel Süreç Düzeyleri	Gösterge fiiller	Örnek durumlar
Hatırlama Uzun süreli bellekten ilgili bilgiyi çağırma • Tanıma • Anımsama	Tanımlayınız, isimlendiriniz, ifade ediniz, yazınız, sıralayınız, seçiniz, vb.	• Orantının tanımını yapınız. • Çokluklardan birisi artarken diğeri de artarsa bu ilişki …… orantıdır. • Doğru orantının grafiği her zaman doğrusaldır (D/Y).
Anlama Sözlü, yazılı ve grafik iletişimi içeren öğretici mesajlardan anlam çıkarma. • Yorumlama • Örneklendirme • Sınıflandırma • Özetleme • Çıkarım yapma • Karşılaştırma • Açıklama	Yorumlamayınız, örneklendiriniz, sınıflandırınız, özetleyiniz, çıkarım yapınız, karşılaştırınız, açıklayınız, temsil ediniz, eşleştiriniz, vb.	• Bir sınıftaki kızların (K) sayısı erkeklerin (E) sayısının 2 katıdır. Bu ifadeyi oran olarak gösteriniz.  • K çarkı ok yönünde döndüğünde L çarkının hangi yönde döndüğünü açıklayınız. • Bir araba hızlandıkça seyahat süresi nasıl değişir? Yorumlayınız.

Tablo 3.11 (devam) *Bilişsel süreç boyutuna dair gösterge ve örnek durumlar*

Uygulama Verilen bir durumda uygun işlemi kullanma veya uygulama • Yürütme/Yapma • Gerçekleştirme	Çözünüz, bulunuz, hesaplayınız, kullanınız, uygulayınız, yararlanınız, vb.	• 4 şeker 12 TL ise 8 şeker kaç TL'dir hesaplayınız. • a/3=6/9 ise a'yı bulunuz. • Ali 16, Ayşe 8 yaşındadır. Ali'nin yaşı Ayşe'nin yaşının kaç katıdır?
Analiz Etme Materyali bileşenlerine ayırma ve parçaların birbiriyle ve materyalin genel yapısı veya amacıyla nasıl bir ilişkisi olduğunu belirleme • Ayrıştırma • Örgütleme • İlişkilendirme/Dayandırma	Analiz ediniz, nedenlerini belirtiniz, görüşlerinizi destekleyiniz, ilişkilendiriniz, sorgulayınız, vb.	• İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve grafik yardımlarıyla inceleyerek yorumlayınız. • Grafikteki sayıları eşleştiriniz, sayı çiftleri arasında nasıl bir ilişki vardır? • Kesirler ve oranlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları tartışınız. • Tablodan elde edilen y=3x cebirsel ifadesini açıklayınız. 3 sayısının bu denklemdeki ilişkisini açıklayınız.
Değerlendirme Ölçüt ve standartlara dayalı olarak karar/hüküm verme • Kontrol etme • Eleştirme (Kritik etme)	Kontrol ediniz, değerlendiriniz, gerekçe gösteriniz, en uygun olanı seçiniz, eleştiriniz, zıtlıkları belirtiniz, vb.	• Tanesi 10 TL ve 3 tanesi 9 TL olan şekerlerden hangisi daha ucuzdur? • a/3=4/12 bu sorunun çözümünde yapılan hatayı bulunuz. 12x3=4xa , 4a=36, a=9 • a/b=c/? şeklindeki soruları çözmek için hangi yöntemin daha kolay olduğunu düşünüyorsunuz? Neden?
Üretme Orijinal bir ürün oluşturma veya tutarlı bir bütün oluşturmak için parçaları bir araya getirme • Oluşturma • Planlama • Hipotez kurma	Oluşturunuz, planlayınız, organize ediniz, dizayn ediniz, …olsaydı ne olurdu?, genelleyiniz, modelleyiniz, vb.	• Kenarları arasında aynı oran olan dikdörtgenler kullanarak bir evin odalarını tasarlayınız. • a/3=4/12 a'yı içler-dışlar çarpımı kullanmadan alternatif yollar üreterek bulunuz. • Arkadaşınızın ters orantı konusunu ne kadar öğrendiğini değerlendirebilmek için 3 soruluk bir sınav oluşturunuz.

3.5. Örnek Analizler

Bu bölümde, veri toplama araçları ile ders kitaplarında belirlenen soruların nasıl kodlandığı ve verilerin nasıl toplandığı anlatılmıştır. Bu kapsamda analiz süresince ilgili soruların önce sıralama boyutu kapsamında orantısal düşünmenin gelişim düzeylerine sonrasında ise içerik boyutu kapsamında bilgi ve bilişsel süreç boyutlarına göre nasıl değerlendirildiğine dair örnek analizler üzerinden açıklamalar yapılmıştır.

Analiz için öncelikle ders kitaplarının oran ve orantı üniteleri belirlenmiştir. Sonrasında konu başlıkları altında incelenecek sorular daha önce belirlenen analiz birimi kapsamında sırası ile Örnek (Ö) ve Problem (P) şeklinde kodlanmıştır. İncelenecek sorular kodlandıktan sonra *Sıralama boyutu* kapsamında orantısal düşünme becerisinin hangi düzeyinde hangi göstergesini içerdiği belirlenmiştir. Düzeyleri belirlenen sorular sonrasında *içerik boyutu* kapsamında bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutları bakımından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Bilgi boyutunda ilgili sorunun işlemsel ve kavramsal bilgi kapsamında, bilişsel süreç boyutunda ise YBT basamakları kapsamında değerlendirmeleri yapılmıştır.

Örnek analiz için Türkiye'den seçilen 6. sınıf matematik ders kitabından iki örnek ele alınmıştır (Bkz. Şekil 3.2). Aynı soru kalıbı üzerinden iki farklı soru sorulduğu ve çözümü kitap tarafından verildiğinden dolayı ilgili örnekler Ö1 ve Ö2 olarak kodlanmıştır.

1. Örnek

Yanda verilen 25 tane karede bulunan turuncu, yeşil, kırmızı renklerdeki karelere göre;

a) Turuncu karelerin kırmızı karelerin sayısına oranını,

b) Yeşil karelerin tüm karelerin sayısına oranını bulalım.

Çözüm

Verilen şekilde 9 tane turuncu, 6 tane yeşil ve 10 tane kırmızı kare bulunmaktadır.

Turuncu karelerin, kırmızı karelere oranını yazalım.

Şekilde 9 tane turuncu, 10 tane kırmızı kare olduğundan bu oran $\frac{9}{10}$ veya 9 : 10'dur.

Yeşil karelerin tüm karelere oranını yazalım.

Şekilde 6 tane yeşil kare ve toplam 25 kare olduğundan bu oran $\frac{6}{25}$ veya 6 : 25'tir.

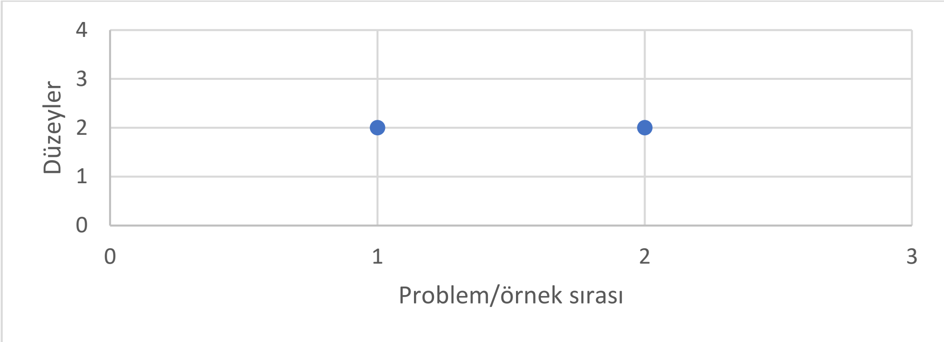
Şekil 3.2. *Türkiye 6. sınıf matematik ders kitabından örnekler (s.69)*

Örnekler öncelikle sıralama boyutu altında ODB düzeyleri bakımından daha önce sunulan kodlama aracına (Bkz. EK-1) göre incelendiğinde iki niceliğin sadece belirli değerlerinin karşılaştırıldığı görülmektedir. Fakat yapılan bu karşılaştırma oranın sadece a:b şeklinde gösterimine odaklandığından dolayı bu iki örnek 2B göstergesine uygun olarak orantısal düşünmenin ikinci düzeyinde değerlendirilmiştir. Bu durum, sıralama için oluşturulan kodlama tablosunda Düzey 2'nin altında 2B göstergesinde hem Örnek 1(Ö1) hem de Örnek 2(Ö2) için "+" sembolü ile kodlanarak gösterilmiştir (Bkz. Tablo 3.12).

Tablo 3.12. *Sıralama boyutu kapsamında örnek soruların kodlanması*

Düzeyler	**Gösterge**	**Ö1(Örnek 1)**	**Ö2**
Düzey 1	1A		
	1B		
	1C		
Düzey 2	2A		
	2B	+	+
	2C		
…	…	…	…

Sıralama için oluşturulan kodlama tablosu (Bkz. Tablo 3.12) yardımı ile sorular ders kitaplarda yer veriliş sırası ile kodlanarak her düzeye ait frekans ve yüzdeler hesaplandıktan sonra zaman-düzey gelişim grafikleri oluşturulmuştur (Bkz. Şekil 3.3). Oluşturulan bu grafiklerin yatay eksenindeki sayılar, incelenen sorularının (örnek-problem) ilgili kitaplarda verilme sırasına göre sırasını; dikey eksen ise orantısal düşünmeye yönelik düzeyleri (Düzey1=1 vb.) belirtmektedir. Ders kitabı analizinde zamana göre soruların bu şekilde veriliş sırasına göre grafiklerde sunulması, süreç içinde ders kitaplarının içeriklerini gelişimsel olarak nasıl yapılandırdıklarını görebilmek için kullanılabilecek en etkili yöntemlerden birisi olarak kabul edilmektedir (Petersson vd., 2021). Zamana yönelik oluşturulan bu grafikler sayesinde hangi düzeyin ne zaman ortaya çıktığı, ne kadar devam ettiği ve sonrasında nasıl bir gelişim izlediğini görebilmek mümkün olmaktadır. Örnek analiz kapsamında değerlendirilen Türkiye 6. sınıf matematik ders kitabında oran ünitesine ait ilk iki örnek bu kapsamda aşağıdaki zaman düzey gelişim grafiğinde gösterilmiştir (Bkz. Şekil 3.3).



Şekil 3.3. *Zaman düzey gelişim grafiği*

Sıralama boyutu kapsamında soruların ilgili düzey ve göstergeleri belirlendikten sonra yapılan ikinci değerlendirmede ise düzeylerin ne ölçüde ders kitaplarınca temsil edildiğinin derecelendirmesi yapılmıştır. Bu kapsamda ders kitaplarının her bir düzey için belirlenen üç göstergeden (A, B, C) hangisi ya da hangilerine yer verdiğinden faydalanılarak bir derecelendirme sistemi oluşturulmuştur (Bkz. Tablo 3.13). Bu derecelendirmeye göre ilgili düzeyleri sadece bir gösterge ile ders kitaplarında yer aldıysa "ZAYIF", iki gösterge ile yer aldıysa "ORTA", her üç gösterge ile yer aldıysa "GÜÇLÜ" olarak kodlanmış ve her bir dereceyi temsilen açık mavi renkten koyu mavi renge doğru bir renk aralığı kullanılmıştır.

Tablo 3.13. *Orantısal düşünme beceri düzeylerinin göstergelere göre derecelendirilmesi*

Göstergelere Yer Verilme Durumu	**Düzeylerin Temsil Derecesi**	
Bir gösterge (A, B, C)	ZAYIF	
İki gösterge (AB, AC, …)	ORTA	
Üç gösterge (ABC)	GÜÇLÜ	

Sıralama boyutu kapsamında, ders kitaplarının sunduğu gelişimsel düzeyleri hem sınıf seviyelerine göre hem de göstergelere göre değerlendirebilmek amacıyla her bir düzeye yönelik oluşturulan değerlendirme tablolarından faydalanılmıştır (Bkz. Tablo 3.14). Bu tablolar ile tüm sınıf seviyelerinde düzey ve göstergelere yönelik veriler bir arada sunulmuştur. Düzey 1 için hazırlanan aşağıdaki değerlendirme tablosu incelendiğinde, Düzey 1'e Singapur ders kitaplarında sadece 8. sınıfta, Kanada ders kitaplarında sadece 6. sınıfta ve Türkiye ders kitaplarında ise sadece 7. sınıfta yer verildiği görülmektedir. Tablo yardımı ile elde edilen bir diğer sonuç ise ders kitaplarının oran ve orantı ünitelerinde Düzey 1'in sadece C göstergesine yönelik içerik sunduğundan dolayı bu düzeyin göstergeleri bakımından zayıf bir şekilde temsil edildiğidir.

Tablo 3.14. *Düzeylerin göstergelerine göre değerlendirilmesi*

DÜZEY	ÜLKE	SINIF DÜZEYLERİ				GÖSTERGELER			DERECE
		5	6	7	8	A	B	C	
Düzey 1	Singapur				C	-	-	+	ZAYIF
	Kanada		C			-	-	+	ZAYIF
	Türkiye			C		-	-	+	ZAYIF

Daha önce sıralama boyutu kapsamında değerlendirilen Türkiye 6. sınıf matematik ders kitabından alınan örnek sorular, sıralama boyutundan sonra içerik boyutunda bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu kapsamında değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler bilgi ve bilişsel süreç boyutları için daha önce oluşturulan kodlama araçları ile yapılmıştır (Bkz. EK-2, EK-3). Soru çözümlerinde oranın çarpımsal olarak karşılaştırmasına bir vurgu yapılmaması ve oranın sadece bir yazma görevi olarak sunulmasından dolayı bu örnekler oluşturulan kodlama tablosunda "+" sembolü atanarak Düzey 2'nin işlemsel bilgi boyutunda değerlendirilmiştir (Bkz. Tablo 3.15). Bilişsel süreç boyutunda ise örneklerin bir bilginin farklı şekillerde gösterimini içermesinden (a'nın b'ye oranı, a:b, a/b) dolayı anlama düzeyi olarak sınıflandırılmıştır (Bkz. Tablo 3.16). İçerik boyutu kapsamında bilgi ve bilişsel süreç alt boyutlarına yönelik değerlendirilmeler bitirildikten sonra kodlama tabloları yardımıyla toplanan veriler yüzde ve frekans tabloları aracılığıyla sunulmuştur.

Tablo 3.15. *Bilgi boyutu için oluşturulan kodlama tablosu ve örnek soruların kodlanması*

Düzeyler	Bilgi Boyutu	Ö1	Ö2
Düzey 1	Sezgisel Kavramsal Bilgi		
Düzey 2	İşlemsel Bilgi	+	+
	Kavramsal Bilgi		
Düzey 3	İşlemsel Bilgi		
	Kavramsal Bilgi		
Düzey 4	İşlemsel Bilgi		
	Kavramsal Bilgi		

Tablo 3.16. *Bilişsel süreç boyutu için oluşturulan kodlama tablosu ve örnek soruların kodlanması*

Düzeyler	Bilişsel Süreç Boyutu	Ö1	Ö2
Düzey 1	Hatırlama		
	Anlama		
	Uygulama		
	Analiz		
	Değerlendirme		
	Yaratma		
Düzey 2	Hatırlama		
	Anlama	+	+
	Uygulama		
	Analiz		
	Değerlendirme		
	Yaratma		
…	…		

Örnek analiz için ele alının diğer bir soru ise 7. sınıf Kanada ders kitabından seçilmiştir (Bkz. Şekil. 3.4). "Oranlar kesirler ile nasıl benzerlik göstermektedirler?" şeklinde sunulan soru öncelikle orantısal düşünme becerisi düzeyi bakımından ele alındığından oranın kesirlerle ilişkisini sorgulatmasından dolayı Düzey 2'nin son göstergesi olan 2C kapsamında değerlendirilmiştir. İçerik bakımından ele alındığında ise bilgi boyutunda kesirlerle oranların ilişkinin tartışılmasının kavramsal düzeyde bir bilgi gerektirmesinden dolayı bu sorunun bilgi düzeyi, kavramsal bilgi olarak belirlenmiştir. Son olarak ise kesirler ve oran arasındaki ilişkinin tartışılması için her iki kavramın benzer ve farklı yönlerinin ortaya konulması sonrasında, bu yönlerden benzer olanlarının seçilmesinin analiz düzeyinde bir süreç gerektirmesinden dolayı bu soru bilişsel süreç bakımından analiz basamağına atanmıştır.

4. a) How are ratios the same as fractions?

(Oranlar ile kesirler nasıl benzerlik göstermektedir?)

ODB gelişim düzeyi: Düzey 2 (2C)

Bilgi boyutu: Kavramsal bilgi

Bilişsel süreç boyutu: Analiz

Şekil 3.4. *Kanada* 7. sınıf *ders kitabındaki soruya ilişkin örnek analiz (s.43)*

Analiz süreci için verilen Türkiye ve Kanada matematik ders kitaplarındaki sorular beraber değerlendirdiğinde, her ne kadar sorular aynı düzeyde olsalar da oluşturulan ayrıntılı kodlamalar sayesinde soruların orantısal düşünme becerisi düzeyi içerisindeki sıralamasının farklılaştığı görülmektedir. Ayrıca bilgi basamağı ve bilişsel süreç bakımından da soruların farklı basamaklarda sınıflandırıldığı görülmektedir.

Örnek analizler değerlendirildiğinde kurgulanan analiz çerçevesi ve veri toplama araçları yardımıyla sadece orantısal düşünme beceri düzeylerini belirlemek yerine düzeylerin ne ölçüde kapsamlı ele alındığına yönelik ayrıntılı değerlendirmelerin de yapılabileceği görülmektedir.

3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nicel araştırma yöntemlerinde olduğu gibi nitel çalışmaların da güvenirlik ve geçerlik aşamaları çalışmanın niteliği bakımından önemlidir. Mayring (2015, s.372) bu aşamaları *nitelik kriteri* (Quality criteria) olarak tanımlamış, özellikle içerik analizinde çalışmanın niteliği için değişmezlik ve tekrarlanabilirlik ölçütlerini önermiştir. Değişmezlik aşamasında, veri setinin aynı araştırmacı tarafından farklı zamanlarda analiz edilmesi sonucunda aynı sonuçlara ulaşılması beklenilmektedir. Değişmezlik ölçütü bakımından çalışmayı yapan araştırmacı tüm kitaplardaki verileri iki ay ara ile tekrar kodlanarak ilk kodlama sonucu ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada %95 oranında benzerlik elde edilmiş olup, uyuşmazlıklar farklı bir uzman görüşü eşliğinde giderilmiş ve böylece rapor edilecek veriler son halini almıştır. Ayrıca farklı zamanlarda kodlamanın tekrar yapılması ile bir yandan çalışmanın güvenirliğini artırılırken diğer yandan olası veri kayıplarının önüne geçilmiştir.

Çalışmanın niteliğini artıracak diğer bir önemli ölçüt ise tekrarlanabilirlik ölçütüdür. Tekrarlanabilirlik sürecinde farklı kodlayıcılar aynı veriyi analiz eder ve kodlayıcılar arasında tam bir uyum sağlanmaya çalışılır (Mayring, 2014). Bu süreç için matematik eğitimi alanında uzman bir araştırmacı ile araştırmanın amacı, araştırma soruları ve veri toplama araçları üzerinde ayrıntılı bir değerlendirme yapılmıştır. Araştırmacıya veri toplama araçlarının analiz sürecinde nasıl kullanılacağına dair bir eğitim verildikten sonra araştırmacıdan verilerin üçte birini analiz etmesi istenilmiştir. Böylelikle araştırmacı çeşitlemesinin sağlanması ile oluşturulan kodların güvenirliği test edilirken, analizler sonucunda çıkan fikir ayrılıkları gerekli düzenlemelerin yapılacağı yerler hakkında araştırmacıya ip uçları vermiştir. Analiz sonucunda araştırmacılar arasında düzeylerini belirlemede %94’lük, bilgi boyutunu belirlemede %90’lık ve bilişsel süreç boyutunda %92’lik benzerlik toplamda ise %92’lik benzerlik sağlanmıştır.

Benzerlik sağlanamayan veriler üzerinde fikir birliği oluşana kadar tartışılmış ve veriler üzerinde gerekli görülen düzenlemeler yapılmıştır.

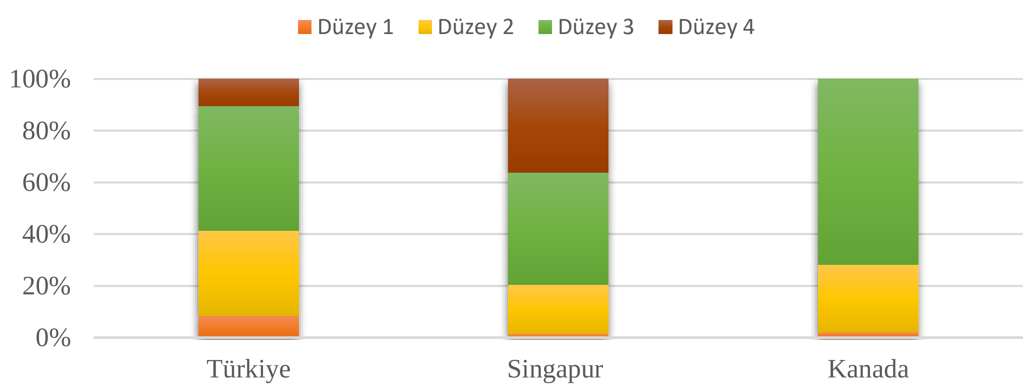
İçerik analizinin geçerlik bakımından niteliğini artıracak bir aşama ise araştırma soruları ve ölçme araçlarının uyumunun gözden geçirilmesidir (Krippendorff, 2018). Ölçme araçlarına ait kodların oluşturulma sürecinde 1) araştırma sorusuna yönelik analiz boyutlarının belirlenmesi, 2) bu boyutların araştırma sorularına hizmeti ve daha önce yapılan araştırmalar tarafından desteklenmesi, 3) boyutların tek başlarına birer kategori oluşturması yanında birlikte de bir bütün olarak ortak amaca hizmet edebilmesi (Mayring, 2015) adımları göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmanın analiz çerçevesine uygun olacak şekilde her bir araştırma sorusuna yönelik bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Bu süreçlerde oluşturulan kodlar ve araştırmanın amacındaki uyumun en üst düzeyde sağlanabilmesi için matematik eğitiminde alan uzmanı olan farklı iki araştırmacının görüşleri alınmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde Türkiye, Singapur ve Kanada ortaokul matematik ders kitaplarının orantısal düşünmenin gelişimine yönelik ne düzeyde uyumlu öğrenme fırsatları sağladıklarına dair bulgulara yer verilmiştir. Bu kapsamda incelenen sorular sıralama ve içerik yönünden iki temel boyutta ele alınmıştır. Sıralama boyutunda öncelikle ders kitaplarının orantısal düşünme düzeylerini gelişimsel olarak nasıl bir sıralama ile ele aldıkları değerlendirilmiştir. Bu boyut kapsamında ayrıca her bir düzeyin ne derecede derinlemesine ele alındığına dair bulgular paylaşılmıştır. İçerik boyutunda ise ilgili soruların işlemsel ve kavramsal bilgi ve yenilenmiş Bloom taksonomisi (hatırlama, anlama, uygulama, analiz etme, değerlendirme, üretme) kapsamında değerlendirmeleri yapılmıştır.

4.1. Orantısal Düşünmenin Sıralama Yönünden İncelenmesi

Ders kitaplarının orantısal düşünmenin hangi düzeylerine nasıl bir sıralamayla yer verdiği incelendiğinde, üç ülkenin yoğunluk ve düzey sıralaması açısından farklılaştığı görülmüştür. Bu kapsamda ders kitaplarındaki oran-orantı başlıklarında sunulan tüm çözümlü sorular ve problemler sınıf seviyeleri kapsamında değerlendirildiğinde aşağıdaki grafikte sunulan genel durum ortaya çıkmıştır (Bkz. Şekil 4.1). Grafikte her bir düzey ayrı bir renk ile gösterilmiş olup, düzeyleri içeren soruların sıklık ve yüzdeleri grafiğin altında verilmiştir.

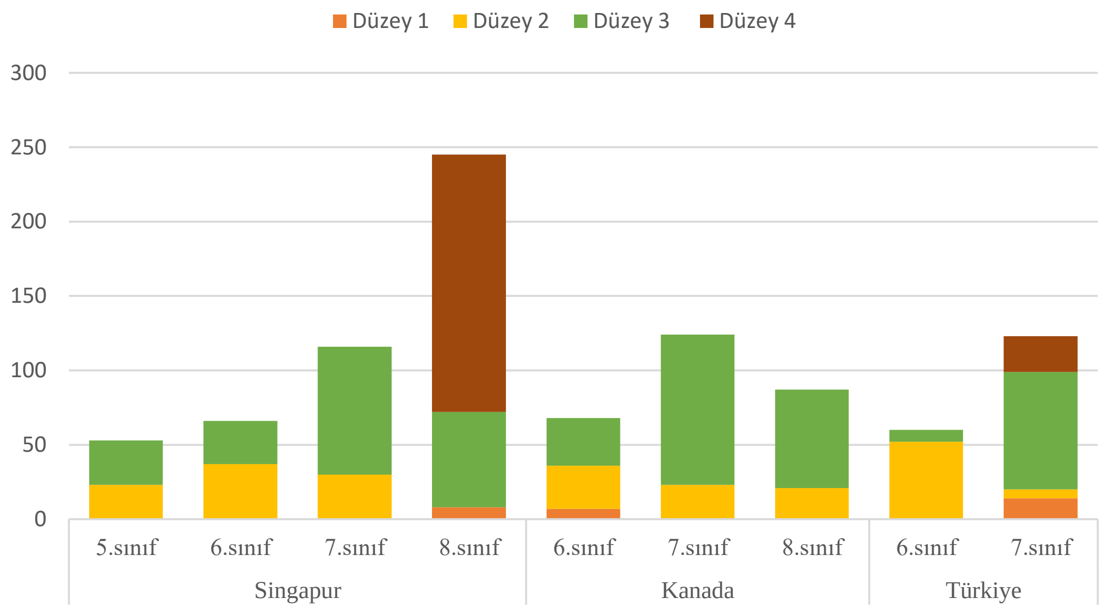


Düzey1	14 (%9)	2 (%1)	1 (%1)
Düzey2	54 (%33)	91 (%19)	73 (%27)
Düzey3	72 (%44)	208 (%43)	201 (%72)
Düzey4	24 (%14)	173 (%37)	0 (%0)
Toplam	164 (%100)	474 (%100)	275 (%100)

Şekil 4.1. *Ders kitaplarının orantısal düşünme becerisi düzeylerine yer verme yoğunluğu*

Şekil 4.1 incelendiğinde genel olarak Düzey 3'ün diğer düzeylere göre seçilen tüm kitaplarda yoğun bir şekilde ele alındığı (Singapur %43, Türkiye %44 ve Kanada %72) ve en az yer verilen düzeyin ise Düzey 1 olduğu görülmüştür (Singapur %1, Kanada %1 ve Türkiye %9). Ayrıca Kanada ve Türkiye ders kitapları oran ve orantı başlıkları altında daha çok Düzey 2 ve Düzey 3'e ağırlık verirken, Singapur ders kitaplarının Düzey 3 ve Düzey 4'e ağırlık verdiği görülmüştür.

Şekil 4.1'deki bulgular sınıf seviyesine indirgendiğinde düzeylerin sınıflara göre dağılımı Şekil 4.2'deki gibi ortaya çıkmıştır.



D1	0	0	0	2(%1)	1(%2)	0	0	0	14(%13)
D2	23(%43)	37(%56)	31(%26)	0	29(%46)	23(%19)	21(%24)	52(%96)	2 (%2)
D3	30(%57)	29(%44)	86(%74)	63(%26)	32(%52)	101(%81)	66(%76)	2(%4)	70(%63)
D4	0	0	0	173(%73)	0	0	0	0	24(%22)
Toplam	53(%100)	6(%100)	17 (%100)	238(%100)	62(%100)	124(%100)	87(%100)	54(%100)	110(%100)

Şekil 4.2. *Ders kitaplarının sınıflara göre düzeylere yer verme yoğunluğu*

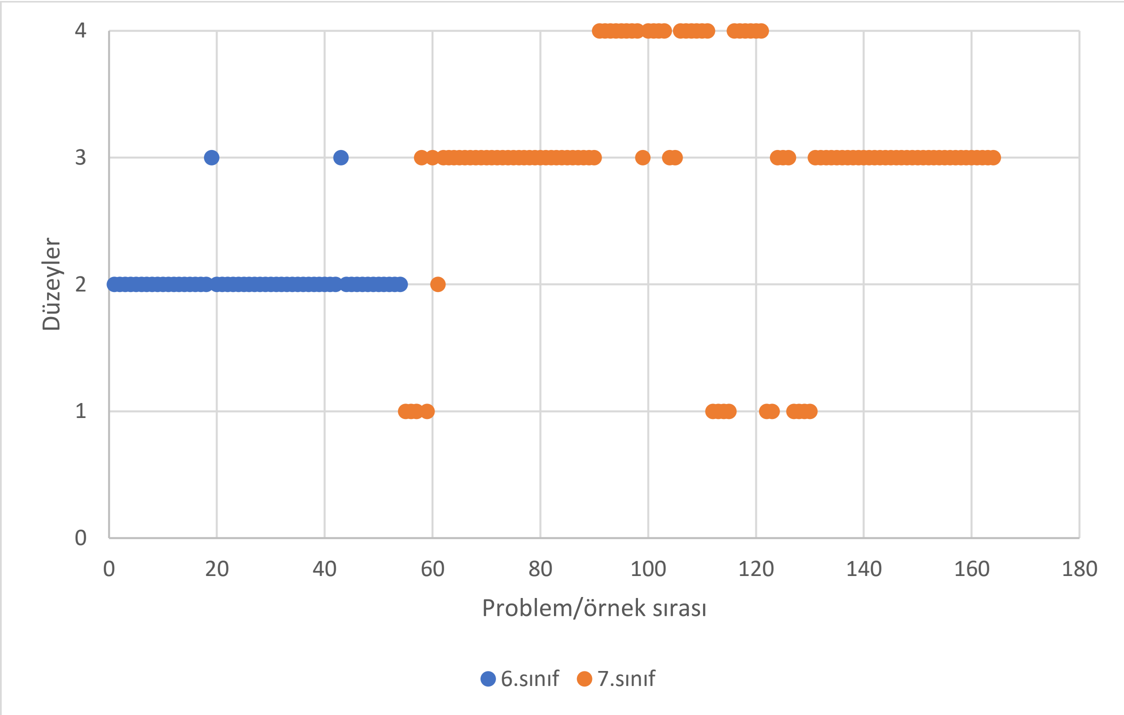
Yukarıda verilen grafik (Bkz. Şekil 4.2) incelendiğinde Singapur ders kitabının orantısal düşünme becerisine ait sorulara diğer ülkelerden farklı olarak tüm sınıf seviyelerinde (5., 6., 7. ve 8. sınıf) yer verdiği görülmüştür. Bunun yanında düzeylerin ders kitaplarında sınıflara göre yer alma yoğunluğu incelendiği zaman Singapur ders kitabının 5., 6. ve 7. sınıflarda sadece Düzey 2 (%43, %56 ve %26) ve Düzey 3'e (%57, %44 ve %74) yer verdiği, Düzey 3'ün yoğunluğunun 7. sınıfta en üst seviyeye ulaştığı 8.

sınıfta ise bu yoğunluğun Düzey 4'e (%73) bıraktığı belirlenmiştir. Bu veriler ışığında Singapur ders kitaplarının genel bir değerlendirmesi yapıldığında orantısal düşünmenin gelişimi için Düzey 2'den Düzey 3'e oradan da Düzey 4'e doğru bir öğretim tasarladığı görülmüştür. Düzey 1 sorularına ise sadece 8. sınıfta iki soru ile sınırlı bir şekilde yer verildiği tespit edilmiştir.

Kanada ders kitaplarının oran ve orantı üniteleri kapsamında sorulara 6., 7. ve 8. sınıfta yer verdiği görülmüştür (Bkz. Şekil 4.2). Ders kitaplarının genel kapsamda Düzey 2 ve Düzey 3 yoğunluklu bir içerik sunduğu ve her sınıf seviyesinde bu iki düzeye yer verdiği belirlenmiştir. 5. sınıfta oran ve orantı konularına yer verilmezken, 6. sınıfta neredeyse eşit yoğunlukta Düzey 2 ve Düzey 3 arasında soruların dağıldığı tespit edilmiştir. 7. ve 8. sınıf düzeylerinde ise en fazla yoğunluğun Düzey 3'e ayrıldığı görülmüştür.

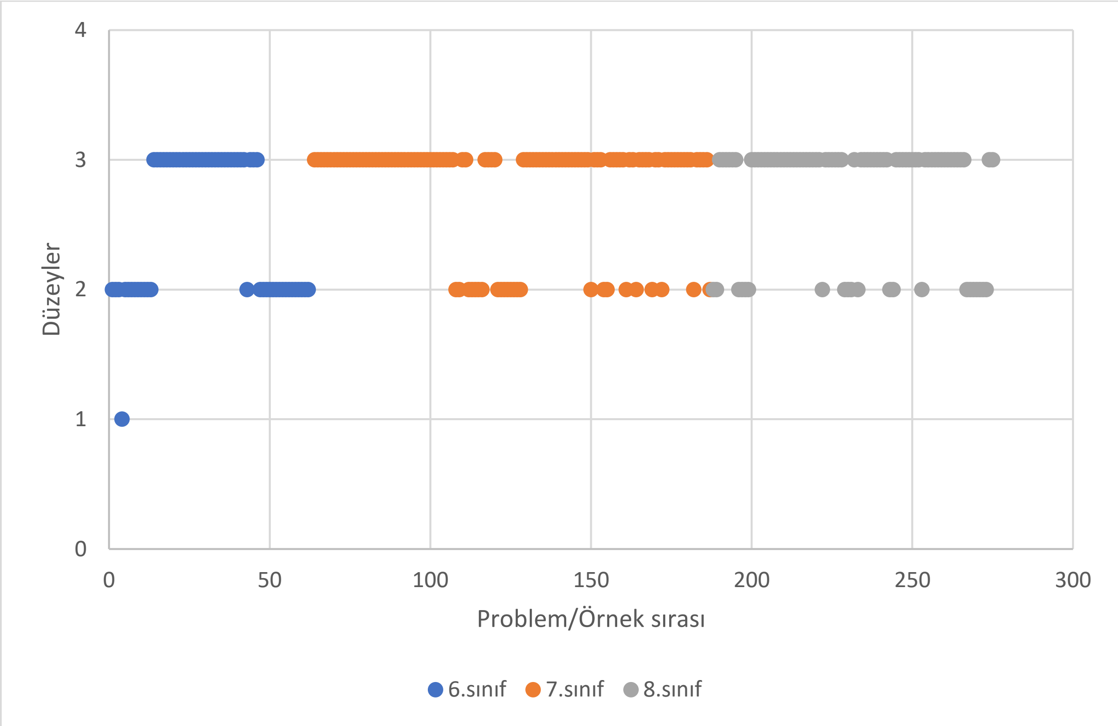
Türkiye ders kitapları incelendiğinde oran ve orantı başlıkları altındaki sorulara sadece 6. ve 7. sınıfta yer verdiği belirlenmiştir (Bkz. Şekil 4.2). Ders kitaplarının düzeylere yer verme sıklığı bakımından Düzey 2 ve Düzey 3 arasında bir geçiş sağlandığı söylenebilir. 6. sınıfta neredeyse tamamen Düzey 2'ye yer verilirken bu yoğunluk yerini 7. sınıfta Düzey 3'e bırakmıştır. Ayrıca 7. sınıfta Düzey 3'ten sonra en fazla Düzey 4'e, en az yoğunlukta ise Düzey 1'e yer verildiği görülmüştür.

Genel olarak düzeylerin ne yoğunlukta ders kitaplarınca yer verildiği incelendikten sonra bu bölümde ders kitaplarının orantısal düşünme becerisinin gelişimsel düzeylerini hangi sıralama ile takip ettiklerine dair bulgular sunulmuştur. Bu kapsamda oran ve orantı ünitelerinde yer alan tüm çözümlü örnekler ve problemler ders kitaplarında veriliş sırası ile oluşturulan kodlama araçları yardımı (Bkz. Ek-1) ile kodlanmıştır. Bu sayede kitapların hangi düzey ile başlayıp hangi düzeylere hangi sınıflarda ağırlık verdikleri karşılaştırılmıştır. Veriler oluşturulan zaman düzey gelişim grafikleri yardımıyla aşağıda sunulmuştur (Bkz. Şekil 4.3., Şekil 4.4 ve Şekil 4.5). Grafiklerin y ekseni orantısal düşünme becerisinin düzeyleri olarak, x ekseni ise ilgili kitabın konu akışındaki problem ya da örneğin veriliş sırası olarak belirlenmiştir. Grafikler ülkeler bazında oluşturulmuş olup her bir sınıf seviyesi farklı renkte belirtilmiştir.



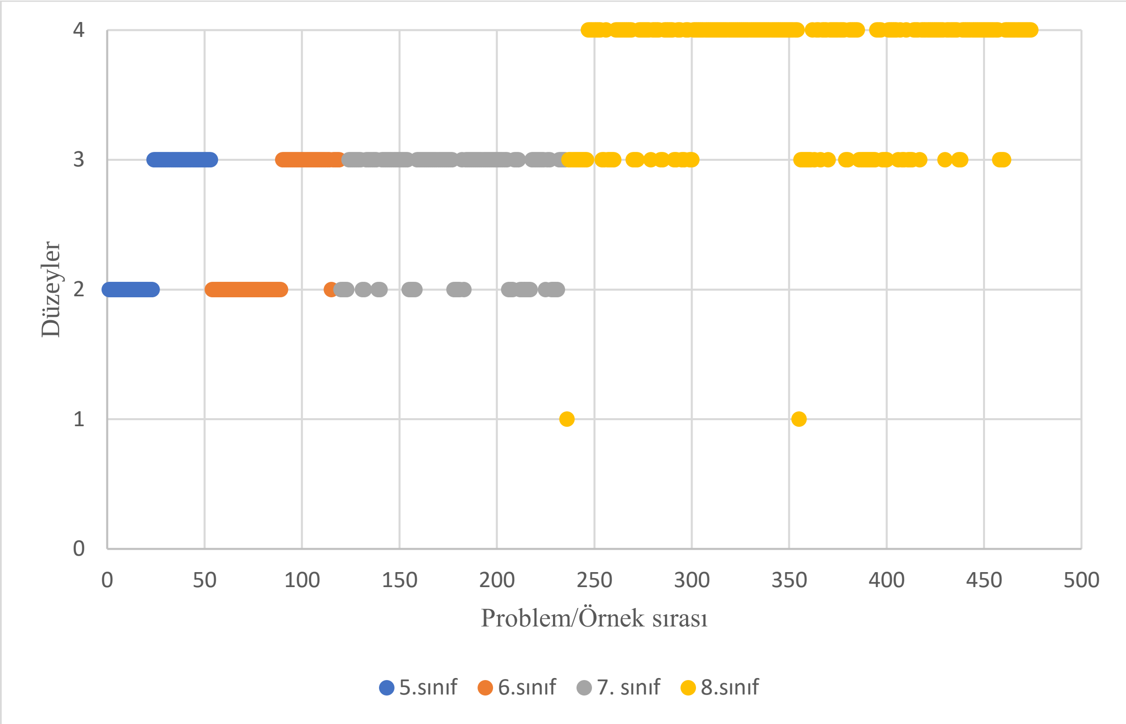
Şekil 4.3. *Türkiye ders kitaplarına yönelik oluşturulan zaman düzey gelişim grafiği*

Şekil 4.3 Türkiye'yi temsilen seçilen kitaplarında oran ve orantı ünitelerinde yer alan tüm soruların sırası ile düzeylere göre analiz sonucunu göstermektedir. Grafik incelendiğinde mavi renkli noktalar 6. sınıf ders kitabına ait problem/örnekleri belirtmekteyken turuncu noktalar 7. sınıfa ait verileri temsil etmektedir. 6. sınıf ders kitabından 54, 7. sınıf ders kitabından 110 olmak üzere toplamda 164 soru analiz edilmiştir. Genel hatları ile grafiğe bakıldığında 6. sınıf ders kitabı oran konusunu Düzey 2 ile başlayarak bitirmiştir. 7. sınıfta ise orantı başlığında D1, D2, D3 ve D4 sıralamasına yakın bir sıra ile devam edildiği görülmüştür. Düzey 1 seviyesinde sorularla ile başlanarak orantı konusuna geçildiği sonra doğru orantı konusu bağlamında Düzey 4'e çıkıldığı benzer şekilde ters orantı konusu başlığında yine Düzey 1'i içeren problemlerle başlayarak ters orantı konusu dahilinde Düzey 4'e kadar çıkıldığı görülmüştür. Her ne kadar doğru ve ters orantı konularında Düzey 4 seviyesine çıkılmış olsa da orantı ile bağlantılı problemlerin çözümünde yoğunluğun Düzey 3'e düştüğü ve böylece orantı konusunun Düzey 3 ile bitirdiği belirlenmiştir.



Şekil 4.4. *Kanada ders kitaplarına yönelik oluşturulan zaman düzey gelişim grafiği*

Kanada'yı temsil eden ders kitaplarının orantısal düşünme beceri düzeylerini şekil 4.4'teki grafikte gösterilmiştir. 6. sınıf ders kitabından 62, 7. sınıf ders kitabından 124 ve 8. sınıf ders kitabından 87 soru olmak üzere toplamda 275 soru analiz edilmiştir. Genel kapsamda soruların çoğunlukla Düzey 2 ve Düzey 3 arasında olduğu, Düzey 1'e sadece bir soruda yer verilirken Düzey 4'e hiçbir soruda yer verilmediği görülmüştür. 6. sınıfta oran konusu Düzey 2'i gerektiren bir giriş etkinliği ile başlanmış ve etkinliğin devamında değişkenler arasındaki ilişki niceliklere bağlı olmadan yorumlanması istenilen Düzey 1'e ait sadece bir problem sorulmuştur. Genel olarak oran kavramı, birimli ve birimsiz oran başlıklarında niceliklerin karşılaştırmasına, yorumlamasına ağırlıklı yer verilmiş olup, orantı konusu başlığında Düzey 3 seviyesine çıkılmıştır. Süreç içinde her sınıf düzeyinde hem oran içeren karşılaştırmalara hem de farklı oran çiftleri oluşturmaya yönelik ilişkilere değinilmiş Düzey 4'ü içeren herhangi bir soruya rastlanmamıştır.



Şekil 4.5. *Singapur ders kitaplarına yönelik oluşturulan zaman düzey gelişim grafiği*

Şekil 4.5'te sunulan grafikte Singapur'dan seçilen ders kitaplarında incelenen soruların içerdikleri düzeyler gösterilmiştir. Singapur ders kitaplarında 5. sınıftan 53 soru, 6. sınıftan 66 soru, 7. sınıftan 117 soru ve 8. Sınıftan ise 238 soru olmak üzere toplamda 474 soru incelenmiştir. Genel çerçevede düzeyler arasında geçişlerin olduğu görülmüştür. Düzey 2 ile 5. sınıfta başlayan süreç 8. sınıfta Düzey 4'e çıkılarak bitirilmiştir. 5. sınıfta oran konusu ile başlayan süreçte oranı oluşturan iki değerin karşılaştırılmasına yer verilmiştir. Sonrasında denk oran konusunda yeni oranlar oluşturma ile Düzey 3'e geçilmiş, 8 sınıfta ise doğru ve ters orantı başlıklarında çarpımsal ilişkinin genellemesini içeren yapılar sunarak Düzey 4'e çıkılarak süreç bitirilmiştir.

Çalışma kapsamında ele alınan üç ülkenin grafikleri toplu olarak değerlendirildiğinde orantısal düşünmenin gelişiminde Düzey 1'e sadece Kanada ders kitabında oran konusunun başında yer verildiği görülmüştür. Singapur ve Türkiye ders kitaplarının ise Düzey 4'ten önce doğru ve ters orantı konularının giriş etkinliklerinde Düzey 1'e yer verdiği görülmüştür. Tüm ülkelerin Düzey 2 ve Düzey 3 sıralamasına uyduğu, Kanada ve Singapur ders kitaplarının bu düzeyler arasında birden fazla geçiş yaptığı, Türkiye ders kitaplarının ise sert bir geçiş ile Düzey 2'den Düzey 3'e geçtiği tespit edilmiştir.

Son olarak Kanada ders kitapları oran ve orantı konuları dahilinde Düzey 4'e yer vermezken Türkiye ders kitapları 7.sınıfta her ne kadar Düzey 4'e yer verse de tekrar Düzey 3'e düşüş yapılarak oran ve orantı ünitesinin sonlandırıldığı görülmektedir. Buna karşın Singapur ders kitaplarında 8. sınıfta Düzey 4'e yoğun şekilde yer verildiği ve bu düzeyde oran ve orantı ünitesini sonlandırdığı belirlenmiştir.

Bu bölümde ders kitaplarının orantısal düşünmenin düzeylerine bağlı olarak nasıl bir gelişimle bu düzeyleri takip ettiğine dair sonuçlar paylaşılmıştır. Ders kitaplarının ilgili düzeyleri belirlenen göstergeler bağlamında ne derecede derinlemesine takip ettiklerini daha ayrıntılı inceleyebilmek için her bir düzeye ait bulgular alt başlıklar halinde ilerleyen bölümlerde verilmiştir.

4.1.1. Düzey 1: Temel niteliksel (Sezgisel) düzeyin değerlendirilmesi

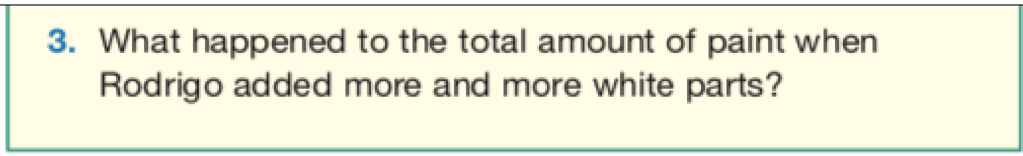
Orantısal düşünme becerisi düzeylerinin ilki, öğrencilerin nicelikler arasında ilişkiyi niteliksel olarak açıklayabilmesini içermektedir. Kovaryasyonel olarak birbirine bağlı bir niceliğin değişiminin diğer nicelik üzerindeki etkisini açıklayabilme bu düzeyin temel hedefleri arasındadır. Bu düzeyi temsilen üç temel gösterge belirlenmiştir (Bkz. EK-2). Bu göstergeler kapsamında ders kitaplarında, nicelikleri belirlenmesini (1A), niceliklerden birinin değişiminin diğerini nasıl etkilediğinin anlaşılması (1B), son olarak da bu değişimin yönünün (artma/azalma) yorumlanmasını (1C) gerektiren örneklere yer verilip verilmediği incelenmiştir.

Yapılan incelemeler sonucunda ders kitaplarının bu düzeyi sadece çözümü öğrenciye bırakan sorular yolu ile ele aldığı belirlenmiştir. Bu düzeyi içeren problemler incelendiğinde hepsinin kovaryasyonel olarak birbiri ile ilişkili iki nicelikten birisinin değişiminin (artma/azalma) diğerini nasıl etkilediğini yorumlamayı gerektiren sorulara (1C) yer verdiği belirlenmiştir. Diğer taraftan analiz için oluşturulan Düzey 1'e ait "Kovaryasyonel ilişki içeren bir durumda nicelikleri belirlemeye yönelik matematiksel görevler içeriyor mu? (1A)" ve "Nicelikler arasındaki ilişkiyi anlamlandırmaya yönelik görevler var mı (1B)?" göstergelerini içeren herhangi bir soruya rastlanmamıştır. Bu bakımdan ders kitaplarının sadece 1C göstergesine yer vermesinden dolayı tüm ders kitaplarının bu düzeyi ele alma derecesi "Zayıf" olarak kodlanmıştır (Bkz. Tablo 4.1).

Tablo 4.1. *Düzey 1'e ait göstergelerin sıralaması ve temsil derecesi*

Düzey	Ülke	Sınıf Düzeyleri				Göstergeler			Derece
		5	6	7	8	A	B	C	
Düzey 1	**Singapur**				C	-	-	+	ZAYIF
	Kanada		C			-	-	+	ZAYIF
	Türkiye			C		-	-	+	ZAYIF

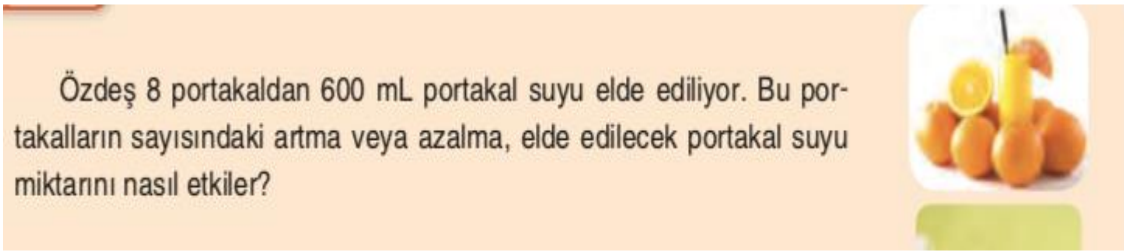
Üç ülkenin ders kitapları karşılaştırıldığında 6. sınıf Kanada ders kitabının oran konusunda bir boya karışımı sorusuna yer vererek, boyalardan birinin miktarı sabit kalıp diğeri arttırıldığında karışım miktarının bundan nasıl etkileneceğini sorduğu görülmüştür (Bkz. Şekil 4.6). Problem daha önce çözümü yapılan boya karışımı ve oran giriş etkinliğinin devamı niteliğinde sorulmuştur. Karışımdaki renklerin öncelikle oranları belirlendiği için ilk çözümlü soru Düzey 2 olarak değerlendirilse de etkinlik devamında sorulan aşağıdaki soru bu Düzey 1 kapsamda ele alınmıştır. "*Rodrigo beyaz boya miktarını arttırmaya devam ederse toplam boya miktarı nasıl değişir*?" sorusu bir niceliğin bağlı olduğu diğer niceliğe etkisini yorumlamayı gerektirdiği için 1C göstergesi altında temel niteliksel düzey olarak belirlenmiştir.


3. What happened to the total amount of paint when Rodrigo added more and more white parts?

Rodrigo beyaz boya miktarını arttırmaya devam ederse toplam boya miktarı nasıl değişir?

Şekil 4.6. *6. sınıf Kanada matematik ders kitabından temel niteliksel düzeye ilişkin problem (s.363)*

Türkiye matematik ders kitabının, Kanada'nın aksine Düzey 1'e ilk kez orantı ünitesinin giriş etkinliğinde yer verdiği görülmüştür (Bkz. Şekil 4.7). Daha sonrasında ise Düzey 1'i içeren bu soru tiplerine, 7. sınıf ders kitabında doğru ve ters orantı konularının giriş etkinliklerinde ve en son olarak ünite değerlendirme sorularında yer verilmiştir. İlgili sorular incelendiğinde hepsinin çözümünün öğrenciye bırakıldığı ve niceliklerden birisinin artış ya da azalışının diğerini nasıl etkilediğini düşündürmeye yönelik olduğu görülmektedir. Bu yönü ile ilgili problemler 1C göstergesi kapsamında temel niteliksel düzey kapsamında olarak değerlendirilmişlerdir.



Özdeş 8 portakaldan 600 mL portakal suyu elde ediliyor. Bu portakalların sayısındaki artma veya azalma, elde edilecek portakal suyu miktarını nasıl etkiler?

Şekil 4.7. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından temel niteliksel düzeye ilişkin giriş sorusu (s.123)*

Türkiye 7. sınıf ders kitabında giriş etkinlikleri dışında konu sonu sorularında da temel niteliksel düzeye ait sorulara yer verildiği görülmüştür (Bkz. Şekil 4.8). Sorulara orantı konusu sonunda alıştırmalar bölümünde boşluk doldurma şeklinde verilmiştir. Aşağıda sunulan sorularda musluk sayısı ve bir deponun dolum süresi arasındaki ilişki artma/azalma yönünde sorgulatılmaktadır. Bu bakımdan bu sorularda Düzey 1'in 1C göstergesi kapsamında değerlendirilmiştir.

2) Musluk sayısı artırıldığında deponun dolum süresi ....

3) Musluk sayısı azaltıldığında deponun dolum süresi ....

Şekil 4.8. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından temel niteliksel düzeye ilişkin problemler (s. 143)*

Singapur'u 8. sınıf ders kitaplarının Türkiye ders kitaplarına benzer şekilde doğru ve ters orantı giriş etkinlik problemlerinde Düzey 1'e yer verdiği görülmüştür. Kitabın doğru orantı ünitesi giriş etkinliğinde bir kütüphanenin ödünç kitapların iadesindeki gecikme süresine göre verilen cezalar belirtilmiştir. Etkinlik sorusu ise "Gecikme süresinin artışı verilen cezayı artırır mı yoksa azaltır mı?" şeklinde verilmiştir (s.3). Problem incelendiğinde birbiri ile ilişkili iki nicelikten birinin değişiminin diğerini ne ölçüde etkilediği sorulmaktadır. Bu durum göz önüne alındığı bu problem Düzey 1 olarak belirlenmiştir.

Verilen örnekler incelendiğinde tüm ülke ders kitaplarının bu düzeye yönelik en az bir soruyla yer verdiği görülmektedir. Buna karşın bu düzeye ait ilk iki göstergeye hiçbir ülke yer vermemiştir. 7. sınıf Türkiye ve 8. sınıf Singapur ders kitapları orantı konularının giriş etkinliklerinde problemler ile bu düzeye yer vermekteyken, 6. sınıf Kanada ders kitabı bir problemle oran konusunu pekiştirme için yer vermiştir. Bu bakımdan Kanada'nın diğer ülkelere göre Düzey 1' e sıralama yönünden daha önce yer verdiği fakat bunu sadece bir problemle ile kısıtlı tuttuğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan 7. sınıf Türkiye ders kitabının diğer ülkelerin kitaplarından farklı olarak bu düzeyi konu sonunda problemlerde de yer verdiği dolayısı ile diğer ülkelere göre daha fazla soru ile temsil görülmüştür.

4.1.2. Düzey 2: Temel niceliksel düzeyin değerlendirilmesi

Temel niceliksel düzey iki nicelik arasındaki kat ilişkisine odaklanmaktadır. Bu düzey ilk düzeyden ilgili niceliklerin ölçüm değerlerinin birbiri ile karşılaştırılması yönü ile ayrılmaktadır. Diğer bir ifade ile ilk düzeyde nicelikler birinin değişiminin diğerine etkisi niteliksel olarak sorgulanırken, bu düzeyde değişkenlerin nicelikleri arasındaki çarpımsal ilişki üzerinde durulmaktadır. Bu süreçte öncelikle toplamsal ilişki ile çarpımsal ilişkinin fark edilmesi ve oranın iki değer arasındaki çarpımsal ilişkiyi içerdiğinin anlaşılması (2A) beklenilmektedir. Sonrasında ise oranın farklı biçimlerde gösteriminin (sembolik ve sözel) yapılabilmesi (2B) ve en son ise oranın ilişkisinin farklı kavramsal boyutlara genişletilmesi (2C) bu düzeyin gelişiminde önemli diğer basamaklardır.

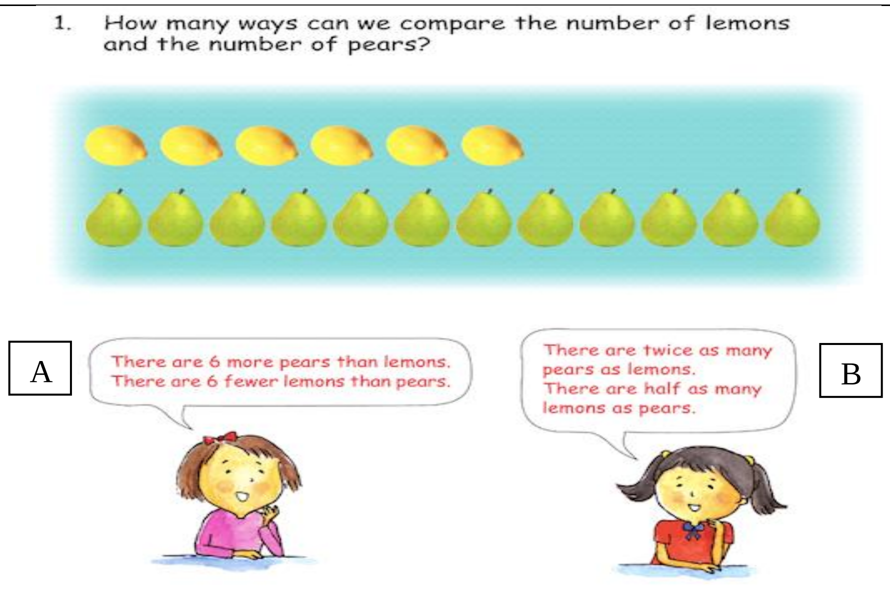
İncelenen tüm ders kitaplarının bu düzeye farklı sınıflarda yer verdiği belirlenmiştir. Düzey 2 göstergelerinin sınıflara göre dağılımı incelendiğinde Singapur ve Kanada'nın üç sınıf düzeyinde yer verdiği, Türkiye'nin ise iki sınıf seviyesinde bu düzeye değindiği görülmektedir (Bkz. Tablo 4.2). Göstergelere yer verme bakımından sadece Singapur'un tüm göstergelere yer verdiği, Kanada ve Türkiye'nin ise ikişer göstergeye yer verdiği görülmüştür. Bu bakımdan Düzey 2'nin derecelendirilmesinde Singapur ders kitaplarının tüm göstergelere sırası ile güçlü şekilde yer verdiği, Kanada ve Türkiye ders kitaplarının ise orta derecede de bu düzeyi desteklediği belirlenmiştir.

Tablo 4.2. *Düzey 2'ye ait göstergelerin sıralaması ve temsil derecesi*

Düzey	Ülke	Sınıf Düzeyleri				Göstergeler			Derece
		5	6	7	8	A	B	C	
Düzey 2	Singapur	AB	ABC	BC		+	+	+	GÜÇLÜ
	Kanada		BC	BC	BC	-	+	+	ORTA
	Türkiye		AB	B		+	+	-	ORTA

Düzey 2 göstergeler boyutunda ayrıntılı olarak incelendiğinde Singapur ders kitaplarının diğer ders kitaplarına göre daha ön plana çıktığı görülmektedir. 5. sınıf

Singapur ders kitabı limon ile armuttun miktarlarının karşılaştırması bağlamında sorduğu giriş etkinliği ile temel niceliksel düzeye yer vermiştir. Bu soru ile bu düzeye ait ilk gösterge olan çarpımsal ve toplamsal karşılaştırmaya (2A) açıkça yer verildiği görülmüştür (Bkz. Şekil 4.9). Limon ve armut miktarlarının karşılaştırılmasında "Armutlar limonlardan 6 fazladır" yorumu toplamsal bir ilişkiyi içermekteyken, "armutlar limonların iki katıdır" yorumu çarpımsal bir ilişkiyi içermektedir. Sonrasında oran tanımı ise aynı çözümlü örneğin devamında çarpımsal karşılaştırmaya vurgu yaparak "niceliklerin ve miktarların bu tarz karşılaştırması oran olarak isimlendirilir" şeklinde yapılmıştır. Böylece oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğu açıkça belirtmiştir. 5. Sınıf ders kitabının devamında ise bu düzeyin bir diğer göstergesi olan oranın hem sembolik hem de sözel ifadesine (2B) yoğun bir şekilde yer verildiği görülmüştür.



1. Limon ve armut sayılarını kaç farklı şekilde karşılaştırabiliriz?

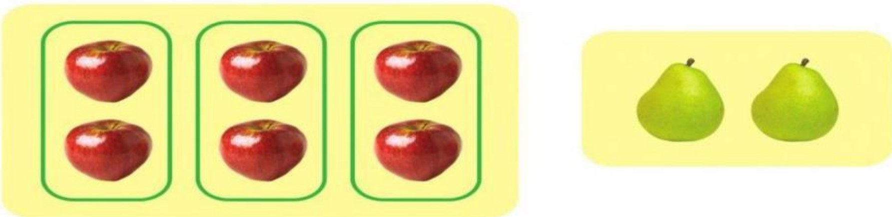
A) Limonlar armutlardan 6 fazladır. Armutlar limonlardan 6 eksiktir.

B) Armutlar limonların iki katıdır. Limonlar armutların yarısı kadardır.

Şekil 4.9. 5. *sınıf Singapur ders kitabında sunulan giriş etkinliği (s.119)*

6. sınıf Singapur ders kitabında oranın çarpımsal bir karşılaştırma olmasına yönelik çok sayıda çözümlü örnek ve sorunun yer aldığı, bunun yanında oranın hem sembolik hem de sözel gösterimine sıkça yer verildiği görülmüştür. 6. sınıf ders kitabında "niceliklerin karşılaştırılması" başlığı altında 5. sınıf ders kitabına benzer şekilde oranın

çarpımsal karşılaştırma anlamına yönelik çözümlü örneklerin sunulduğu belirlenmiştir (Bkz. Şekil 4.10). Ayrıca bu örneklerde oranın çarpımsal anlamına vurgu yapılmasının yanında oranın kesir ile ilişkisine de vurgu yapılmıştır. Verilen örnek incelendiğinde elma sayısının armutların 3 katı olduğu belirtilmiş dolayısı çarpımsal karşılaştırmaya yer verilmiştir. Ayrıca "elmalar armutların 3 katıdır" şeklinde çözüm sunulurken çözümün devamında ise armutların sayısını elmaların sayısına oranını 2:6=$\frac{2}{6}$=$\frac{1}{3}$ olarak ifade ederek açıklamasında "armutların sayısı elmaların sayısının $\frac{1}{3}$'ü kadardır" açıklaması kullanılmıştır. Bu bakımdan bu örneğin aynı zamanda 2C göstergesini içerdiği görülmüştür.



Compare the number of apples with the number of pears.

There are 6 apples and 2 pears.

$6 \div 2 = 3$

There are 3 times as many apples as pears.
We can also say that the number of apples is 3 times the number of pears.

Conversely, compare the number of pears with the number of apples.

$2 \div 6 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

The number of pears is $\frac{1}{3}$ of the number of apples.

Elmaların ve armutların sayılarını karşılaştıralım.

Burada 6 elma ve 2 armut vardır. Burada armutların 3 katı kadar elma vardır. Ayrıca elmaların sayısı armutların sayısının 3 katıdır şeklinde ifade edebiliriz.

Diğer taraftan, armutların sayısını elmaların sayısına göre karşılaştıralım.

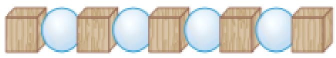
Armutların sayısı elmaların sayısının 1/3'i kadardır.

Şekil 4.10. *6. sınıf Singapur ders kitabından kesir-oran ilişkisine ve çarpımsal karşılaştırmaya ilişkin örnek (s.39)*

6. sınıf Singapur ders kitabı ayrıca hem oranın çarpımsal anlamına hem de kesirlerle ilişkisine yönelik konu sonunda da problemlere yer vermiştir. Uzunlukları verilen bir yemek çubuğu ve bir çay kaşığına dair oluşturulan “1) Yemek çubuğunun çay kaşığının uzunluğuna oranı nedir? 2) Çay kaşığının uzunluğu yemek çubuğunun kesir olarak kaçta kaçıdır? 3) Yemek çubuğunun uzunluğu çay kaşığının kaç katıdır?” soruları incelendiğinde ilk sorunun oranın gösterimine dair bir soru olduğundan 2B göstergesini, ikinci sorunun uzunlukların kesir olarak ifade edilmesini istenmesinden dolayı 2C ve son soruda çarpımsal bir karşılaştırmayı gerektirdiğinden 2A göstergesi dahilinde değerlendirilmiştir.

Kanada ders kitaplarında temel niceliksel düzeyin gelişimi incelendiğinde ilk gösterge 2A kapsamında çarpımsal ve toplamsal ilişkinin farkına dair herhangi bir soruya rastlanılmamıştır. 6. sınıf ders kitabında oranın ilk giriş etkinliğinde bir boya karışımı örneği üzerinden boyaların oranlarının hem sözel hem sembolik ifadesinin kullanılması ile bu düzey 2B göstergesi ile başlamıştır. Aynı örneğin devamında yeşil renklerin beyaz renklere oranlarının karışımın koyuluğu olarak yorumlanmıştır. Dolayısı ile oran bir ölçüm olarak yorumlandığından bu soru (2C) göstergesi altında değerlendirilmiştir. Bu bakımdan karışım örneğinin temel niceliksel düzeyin son iki göstergesini sırası ile içerdiği belirlenmiştir. 6. sınıf ders kitabının devamında oranın çoğunlukla a:b şeklinde ifadesi (Bkz. Şekil 4.11) yer alırken, temel niceliksel düzey 7. ve 8. sınıfta da benzer şekilde birimli ve birimsiz oran kavramları altında devam etmiştir.

a) Write the ratio of glass beads to wooden beads.
b) Write the ratio of wooden beads to glass beads.

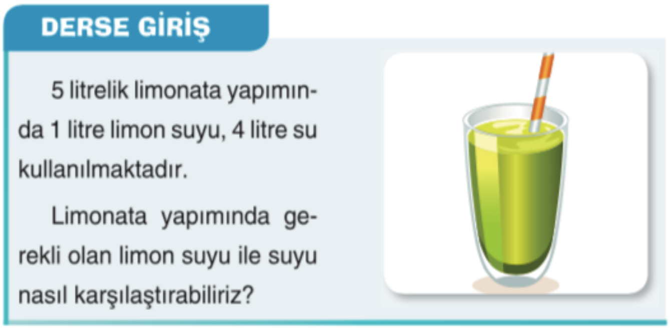


a) Cam boncukların tahta boncuklara oranını yazınız.
b) Tahta boncukların cam boncuklara oranını yazınız.

Şekil 4.11. *6. sınıf Kanada matematik ders kitabından temel niceliksel düzeye ilişkin problemler (s.362)*

Ayrıca diğer ülkelerden farklı olarak sadece Kanada ders kitabının oran ile kesir arasındaki ilişkiyi doğrudan ele alan sorular yönelttiği görülmüştür. “Oran ile kesirler arasındaki farklar nelerdir?” ve “oran ile kesir arasındaki benzerlikler nelerdir?” (s.43) şeklinde yöneltilen iki soru kesirlerle oran ilişkine yaptığı vurgu nedeni ile ilgili düzeyin son göstergesinde (2C) değerlendirilmiştir.

Temel niceliksel düzeyin gelişim süreci Türkiye açısından ele alındığında ise bu düzeyin neredeyse hepsinin 6. sınıf düzeyinde ele alındığı sonrasında 7. sınıfta iki adet hatırlatma sorusunda yer verilerek Düzey 3'e geçildiği belirlenmiştir. 6. sınıf ders kitabında oran konusuna giriş etkinliğinde ise bu düzeyin ilk göstergesi olan çarpımsal ve toplamsal ilişkiyi fark edilmesine yönelik (2A) bir sorusu ile başladığı görülmektedir (Bkz. Şekil 4.12). Soru incelendiğinde limon suyu ile su miktarlarının nasıl karşılaştırılabileceği sorulmakta bu durum ise hem toplamsal hem çarpımsal karşılaştırma yapmaya yönelik fırsat sağladığından bu soru 2A göstergesi altında değerlendirilmiştir.



Şekil 4.12. *6. sınıf Türkiye ders kitabından orana ilişkin giriş sorusu (s.69)*

Sonrasında 6. sınıf ders kitabının oranın çarpımsal karşılaştırma anlamına dair bir vurgu ya da açıklama yapmadan, oranın sembolik ve sözel ifadelerine (2B) yoğun bir şekilde yer verdiği görülmüştür. Bu kapsamdaki sorularda yapısal olarak belirli iki değerin a/b şeklinde ifadesi beklenilmiştir. Örneğin 6. sınıf Türkiye ders kitabında yer alan, farklı renklerde karelerden meydana gelen bir şekil için oluşturulan "1) Sarı karelerin sayısının pembe karelerin sayısına oranını bulunuz, 2) Pembe karelerin sayısının mavi karelerin sayısına oranını bulunuz (s.75)" sorularda oranın a/b şeklinde yazılması beklenildiğinden 2B göstergesi dahilinde değerlendirilmiştir.

Türkiye 6. sınıf ders kitabı her ne kadar parça bütün ilişkisine değinen sorulara yer vermiş olsa da oranın kesirlerle ilişkine yönelik doğrudan bir soruya yer vermediği tespit edilmiştir. Parça/bütün ilişkisine dair sorularda parçanın parçaya ve parçanın bütüne olan ilişkilerine değinilmesine rağmen, kesirlere dair bir doğrudan ilişkilendirilme yapılmadığı görülmüştür. Konu sonunda yer alan "Adınız ve soyadınızı oluşturan ünlü harflerin toplam sayısının, tüm harflerin sayısına oranını bulunuz (s.74)" sorusu bu bağlamda değerlendirildiğinde her ne kadar parça bütün ilişkisi içerse de sorudan beklenen değerlerin a/b şeklinde ifade edilmesi olduğundan bu soru türü 2B göstergesinde değerlendirilmiştir.

Aynı şekilde 6. sınıf Türkiye ders kitabında birimli ve birimsiz oran konularını ele alınmasına rağmen oranın ölçüm olarak yorumlanmasını gerektiren yönelik sorulara yer verilmediği görülmüştür. Çözümlü örnek ve problemlerde sadece verilen durum için oranın yazılması ve farklı birimler barındırıyorsa bu oranın birimli oran olarak isimlendirilmesine yönelik içeriğin sunulduğu görülmektedir. Konu sonunda yer alan "Aşağıdaki ifadelerdeki oranları bulunuz. Birimli veya birimsiz oran olduklarını belirtiniz? (s.76)" sorusuyla verilen "Bir otomobil 300 km yolu 4 saatte gidiyor" durumu düşünüldüğünde sorudan beklenen oranı $\frac{4}{300}$ sa/km ya da $\frac{300}{4}$ km/sa yazılarak farklı birimlerden meydana geldiği için birimli oran olduğunun belirtilmesidir. Bu soru oranın bir hız ölçümü olarak kullanılmasını gerektiren bir durum oluşturulmadığından dolayı 2B göstergesi kapsamında ele alınmıştır. Bu kapsamda oranın ölçüm olarak kullanılmasına yönelik bir örnek olarak değerlendirilmemiştir.

Orantısal düşünmenin 2. düzeyi göstergelere göre incelendiğinde, sadece Singapur ders kitaplarının tüm göstergelere yer vererek bu düzeyi güçlü bir şekilde temsil ettiği görülmüştür. Kanada ve Türkiye ders kitaplarının ise ikişer göstergeye yer vererek daha zayıf şekilde bu düzeyi ele aldıkları belirlenmiştir. Ayrıca bazı göstergelere her ne kadar yer verilse de bir soru ile çözüm ve yorumlamanın sınıf ortamına bırakıldığı bu bakımdan bazı göstergelerin sadece sezdirme amaçlı ders kitaplarında yer aldıkları tespit edilmiştir.

4.1.3. Düzey 3: Parçalı (Chunky) niceliksel düzeyin değerlendirilmesi

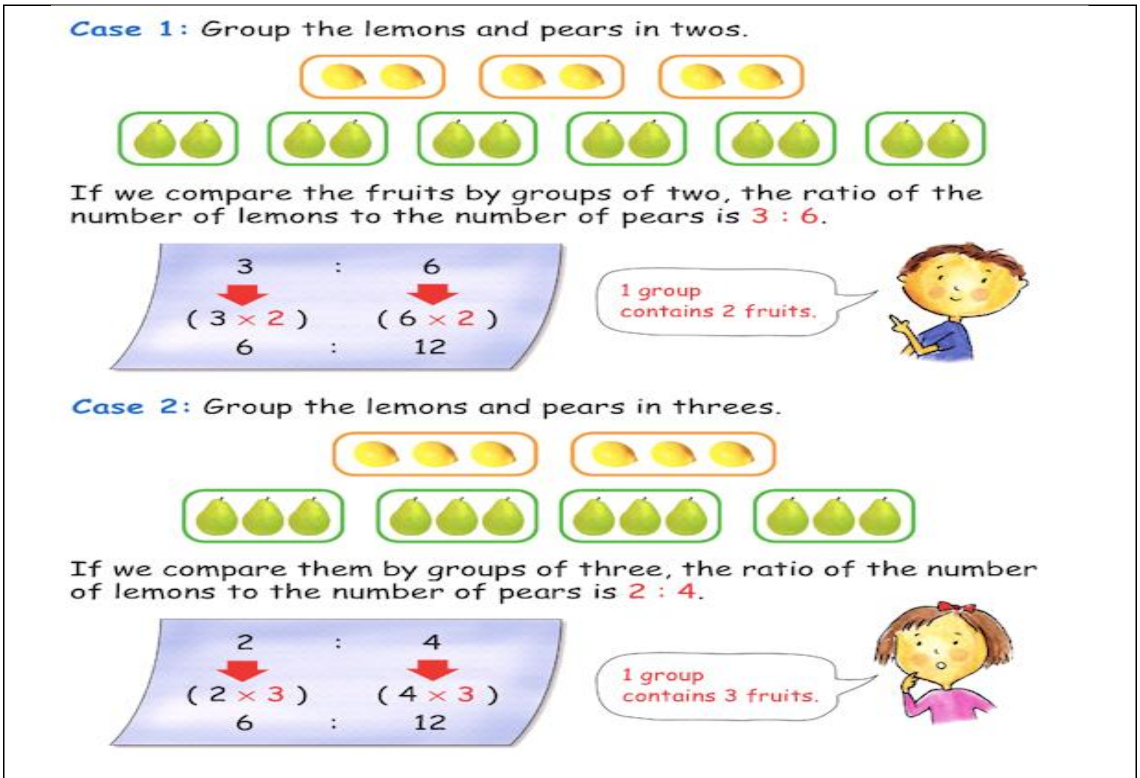
Parçalı niceliksel düzeyde öğrencilerden Düzey 2'den farklı olarak kısıtlı da olsa birden fazla oran çifti oluşturabilmeleri beklenmektedir. Bu süreçte öncelikle eşit bölüştürme ve/ya birimleştirme (3A) kavramları ile çarpımsal ilişkinin hem nicelikler arasında hem de nicelikler içinde geliştirilmesi (3B) beklenen hedefler arasındadır. Son olarak orantı problemlerinde etkin çarpma yöntemlerinin kullanılması (3C) beklenilmektedir.

Parçalı niceliksel düzeyin ders kitaplarında gelişimi incelendiğinde genel olarak tüm ülkelerin tüm göstergelere sırasıyla yer verdiği görülmüştür (Bkz. Tablo 4.3). Bu bakımdan tüm ülkelerin tüm göstergelere yer vermesinden dolayı bu düzeyi güçlü bir şekilde temsil ettikleri söylenebilir.

Tablo 4.3. *Düzey 3'e ait göstergelerin sıralaması ve temsil derecesi*

Düzey	Ülke	Sınıf Düzeyleri				Göstergeler			Derece
		5	6	7	8	A	B	C	
Düzey 3	**Singapur**	ABC	BC	BC	BC	+	+	+	GÜÇLÜ
	Kanada		AB	BC	BC	+	+	+	GÜÇLÜ
	Türkiye			ABC		+	+	+	GÜÇLÜ

Ders kitapları ülkelere göre ayrıntılı incelendiğinde Singapur ders kitaplarının tüm sınıf düzeylerinde belirlenen göstergelere sırası ile en uzun sürede yer verdiği görülmektedir. 5. sınıf matematik ders kitabında oran konusundan sonra denk oran konusunun ilk örneğinde (Bkz. Şekil 4.13) ilk gösterge olan eşit paylaştırmaya (3A) dair bir giriş örneği sunarak birden fazla denk oran oluşturmaya yönelik zemin hazırlamıştır. Giriş etkinliğinin devamında ise dört farklı grup için birden fazla denk oran oluşturulmuş (3B) böylece bu düzeyin ikinci göstergesine geçilmiştir.



1. Durum: Limon ve armutları ikişerli gruplayın.

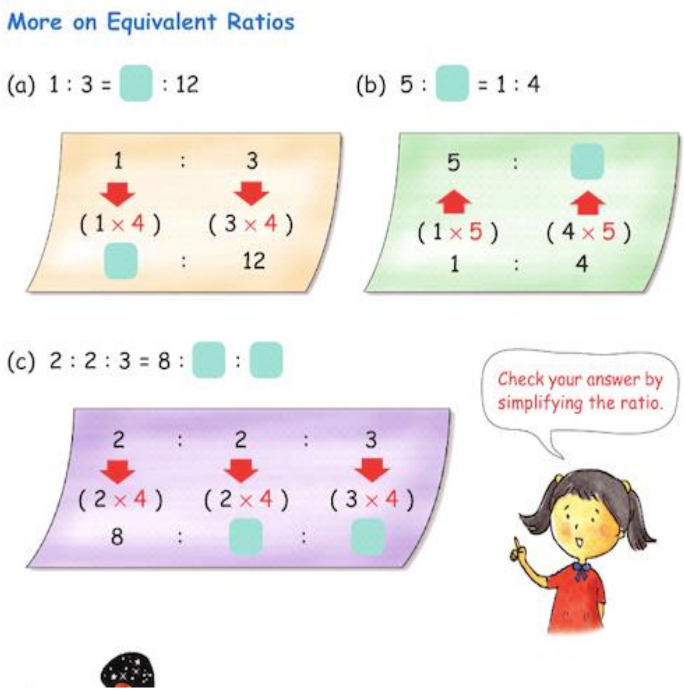
Meyveleri ikişerli gruplar halinde karşılaştırırsak, limonların armutlara oranı 3:6 olur.

2. Durum: Limon ve armutları üçerli gruplayın.

Meyveleri üçerli gruplar halinde karşılaştırırsak, limonların armutlara oranı 2:4 olur

Şekil 4.13. *5. sınıf Singapur ders kitabından eşit paylaşıma ilişkin giriş örneği (s.126)*

5. sınıf Singapur ders kitabı Düzey 3'ün son göstergesine ise denk oran konusunun sonunda yer vererek oran konusu bitirmiştir. Bu süreçte birden fazla adımda denk oran oluşturma sonrasında gelişime uygun etkin çarpımsal yöntemlerin kullanıldığı belirlenmiştir (Bkz. Şekil 4.14). Aşağıda verilen sorular incelendiğinde istenilen değerler için oranı oluşturan değerler arasında katsayı ilişkisi kurulduğu ve doğrudan istenilen değerin sabit katsayı ilişkisi yardımıyla bulunduğu görülmektedir. Bu bakımdan Singapur 5. sınıf ders kitabı temel niceliksel düzeye belirlenen göstergelere uygun şekilde sırası ile yer vermiştir.



Şekil 4.14. *5. sınıf Singapur matematik ders kitabından parçalı niceliksel düzeye ilişkin sorular (s.130)*

İlgili düzeyin 6., 7. ve 8. sınıf Singapur ders kitaplarında benzer bir süreçte ilerlediği görülmüştür. Bu süreçte öncelikle birden fazla denk oran oluşturulduğu sonrasında çarpımsal katsayıyı kullanarak oranı oluşturan değişkenler arasında ilişki kurulduğu belirlenmiştir. Ayrıca sınıflar bazında temel niceliksel düzeyin gelişiminde sadece basit tam katsayılar kullanılmadığı, sınıf düzeyi ilerledikçe kullanılan katsayıların giderek karmaşıklaştığı görülmüştür. 7. sınıf ders kitabında "25 L benzim ile 265 km giden bir araba 58 L benzin ile kaç km gider?" sorusu için sunulan çözüm incelendiğinde çarpımsal ilişkinin gidilen yol (km) ve bezin miktarı (L) (25 ve 265) arasında kurulduğu ve bu çarpımsal katsayının 13.5 olduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 4.15).

(i) Distance travelled on 1 litre of petrol $= \frac{243}{18}$

$= 13.5$ km

Distance travelled on 44 litres of petrol $= 13.5 \times 44$

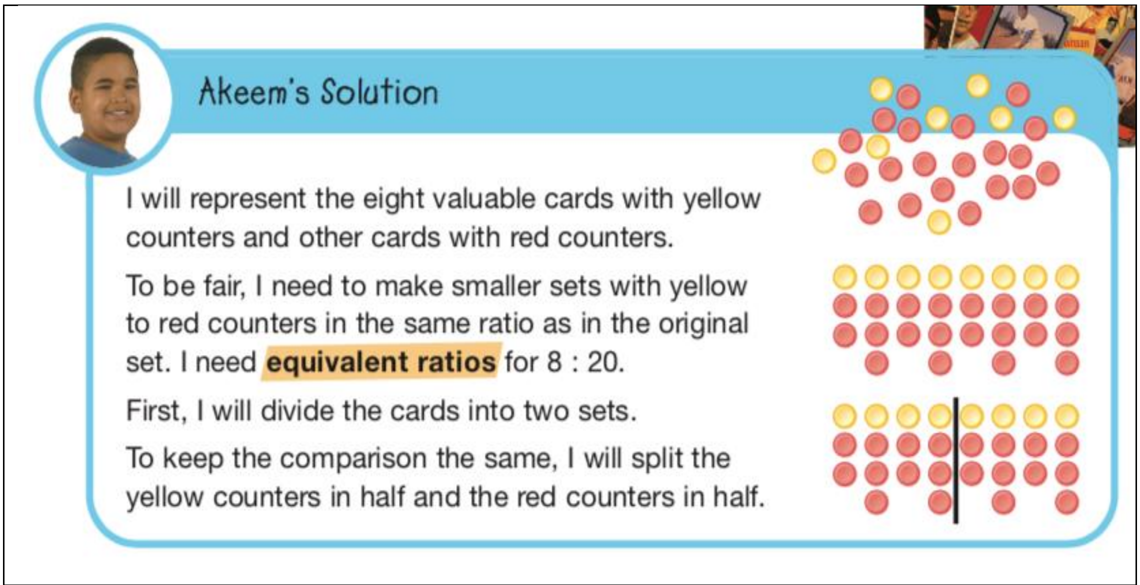
$= 594$ km

1 litre benzin ile yolculuk edilen mesafe = 13.5 km.

44 litre benzin ile yolculuk edilen mesafe = 594 km

Şekil 4.15. *7. sınıf Singapur ders kitabında birim orana ilişkin örnek (s.236)*

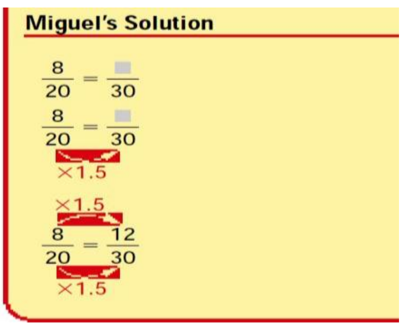
Kanada ders kitaplarının temel niceliksel düzeyi gelişimsel ele alma süreci incelendiğinde tüm sınıf düzeylerinde (6., 7. ve 8. sınıf) Singapur'a benzer bir gelişim sergilediği söylenebilir. 6. sınıf Kanada ders kitabının orantı konusunun giriş etkinliğinde Singapur ders kitabının sunduğu şekilde modellerden faydalanılarak eşit paylaşım bağlamında bir örnek verdiği görülmüştür (Bkz. Şekil 4.16). Denk oran konusunun giriş etkinliği olarak düzenlenen problemde Akeem 8 adet sarı 20 adet kırmızı renkte sunulan beysbol kartlarını 2 arkadaşına adil olarak paylaştırmak istemektedir. Bunun için kırmızı ve sarı pulları modellenmiş, hem kırmızı kartlar hem de sarı pullar eşit miktarlara ayrılmıştır. Bu bakımdan her bir arkadaşın aldığı pullar iki eş gruba bölünmüş olup 8:20=4:10 denkliğinin eşit bölüştürme bağlamında ele alındığı, bundan dolayı (3A) göstergesi ile orantı konusuna giriş yapıldığı belirlenmiştir. Etkinliğin devamında ise bir tablo hazırlanmış ve 4 arkadaşa eşit paylaşım yapıldığında oluşacak yeni oranlar sorulmuştur. Böylece aynı örnek üzerinden ilk oranın 8:20 sonrasında 4:10 en son ise 2:5 şeklinde yeni oranlar oluşturulması sağlandığından dolayı, Düzey 3 için ilk göstergeden (3A) ikinci göstergeye (3B) bir geçişin olduğu görülmektedir.



8 adet değerli sarı beysbol kartı ile diğer kırmızı beysbol kartlarımı göstereceğim. Adil olabilmek için, sarı ve kırmızı kartlarımı aynı oranda daha küçük gruplara ayıracağım. 8:20 oranına denk oranlar elde etmem gerekiyor. Öncelikle, tüm kartlarımı iki eşit gruba ayıracağım. Karşılaştırmayı aynı tutabilmek için hem sarı hem de kırmızı kartlarımı ikiye ayıracağım.

Şekil 4.16. *6. sınıf Kanada matematik ders kitabında denk orana ilişkin giriş etkinliği (s.364)*

Kanada ders kitaplarının Singapur ders kitabına benzer şekilde önce birden fazla adımda denk oran oluşturdukları sonrasında ise etkin çarpımsal ilişkilere yönelik gelişimsel bir içerik hazırladıkları görülmüştür. Aşağıda "Bir futbol takımının 20 maçından 8'ini kazandığına göre böyle devam ettiğinde 30 maçtan kaçını kazanır? (s.51) sorusunun çözümü incelendiğinde (Bkz. Şekil 4.17), istenilen değer için ortak çarpım katsayının etkin şekilde kullanıldığı görülmektedir. Bundan dolayı ilgili örnek gelişimsel olarak bu düzeydeki en son göstergeyi (3C) içermektedir.



Şekil 4.17. *7. sınıf Kanada ders kitabından Düzey 3'e ilişkin çözümlü örnek (s.51)*

Türkiye ders kitaplarında temel niceliksel düzeye her ne kadar 6. sınıfta iki adet soruda yer verilse de, sistematik bir şekilde 7. Sınıfta ele alındığı görülmektedir. Türkiye ders kitaplarının diğer ülkelere benzer şekilde Düzey 3'ün ilk göstergesi olan eşit paylaştırma/birimleştirmeye (3A) yönelik bir giriş sorusu ile orantı konusuna başladığı belirlenmiştir. Bu kapsamda 7. sınıf ders kitabı orantı ünitesinin giriş sorularında Düzey 1'e yönelik sorulara yer verdikten sonra oran tablosu yardımı ile Düzey 3'e başlangıç yapmaktadır. Kanada ve Singapur ders kitaplarının verdikleri giriş örnekleri göz önüne alındığında bu giriş örneğinin birimleştirmeye (3A) yönelik olduğu ve çarpımsal ilişkilerin sorgulanma kısmının sınıf ortamına bırakıldığı, herhangi bir çözümün sunulmadığı görülmektedir. Diğer ülkelerin aksine modelleme kullanılmamış olup bunun yerine, ısı yalıtımı madde miktarı ile kaplanan alan arasındaki ilişkinin sürdürülmesi beklenilmiştir. İlgili soruda 1 paket 10 m^2, 2 paket 20m^2 şeklinde her bir birim pakete 10 m^2 ilişkisinin sürdürülmesi istenilmekte sonrasında "…paket sayısındaki değişim ile kaplanan alan arasında nasıl bir ilişki vardır?" sorusu ile her bir paket sayısı ile kaplanan alan arasındaki çarpımsal ilişkinin keşfedilmesi, yorumlanması beklenilmektedir.

Birimleştirmeye yönelik sunulan giriş etkinliğinden sonra sınırlı sayıda denk oran oluşturmayı içeren (3B) göstergesine yönelik 7. sınıf Türkiye ders kitabının sınırlı sayıda soruya yer verdiği görülmüştür. Bunun yanında etkin çarpımsal ilişkilerin kullanılmasına ise sıklıkla yer verdiği tespit edilmiştir. "Saz kursuna giden Onur her hafta 2 türkü öğrenmektedir. Buna göre Onur'un kaç haftada kaç türkü öğrenebileceğini gösteren aşağıdaki tabloyu tamamlayınız?" ünite değerlendirme sorusu (Bkz. Şekil 4.18) verilen tabloda sınırlı sayıda oran çiftinin oluşturulması beklenildiği için 3B göstergesine yönelik değerlendirilen sorulardan birisi olarak örnek verilebilir.

3) Saz kursuna giden Onur her hafta 2 türkü öğrenmektedir. Buna göre Onur'un kaç haftada kaç türkü öğrenebileceğini gösteren aşağıdaki tabloyu tamamlayınız.

Tablo: Hafta Sayısı ile Türkü Sayısı Arasındaki İlişki

Hafta Sayısı	1	2	3	4	5
Türkü Sayısı	2				

Şekil 4.18. *7.sınıf Türkiye ders kitabından denk oran oluşturmaya ilişkin soru (s.133)*

Türkiye 7. sınıf ders kitabını diğer ülke ders kitaplarından ayıran bir temel fark (3C) kapsamında içler-dışlar çarpımını sadece Türkiye ders kitabında yoğun olarak kullanılmasıdır. Orantı ünitesi kapsamında 7. sınıf ders kitabında yer alan içler-dışlar çarpımının kullanıldığı ilk çözümlü örnek aşağıda sunulmuştur (Bkz. Şekil 4.19). Verilen örnekte istenilen değerin bulunması için etkin çarpımsal bir yöntem kullanıldığı için bu örnek Düzey 3'ün en son göstergesi (3C) kapsamında değerlendirilmiştir.

ÖRNEK

Bir salataya konulan limon miktarının zeytinyağı miktarına oranı $\frac{2}{3}$'tür. Buna göre bir tabaktaki salataya 30 cL limon sıkılırsa kaç cL zeytinyağı dökülmelidir? Bulalım.

ÇÖZÜM

Zeytinyağı miktarı x cL olsun.

$$\frac{\text{Limon miktarı}}{\text{Zeytinyağı miktarı}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{limon miktarı} \leftarrow \frac{30}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow \text{limon miktarı}$$
$$\text{zeytinyağı miktarı} \leftarrow \qquad \rightarrow \text{zeytinyağı miktarı}$$

$$x = \frac{30 \cdot 3}{2}$$

x = 45 buluruz.

Şekil 4.19. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından içler dışlar çarpımına ilişkin örnek* (s.124)

Orantısal düşünmenin 3. düzeyi ders kitaplarında gelişimsel göstergelere göre incelendiğinde genel olarak tüm ülkelerin tüm göstergelere sırasıyla yer verdiği tespit edilmiştir. Bu bakımdan tüm ülkelerin bu düzeyi diğer düzeylere göre güçlü bir şekilde temsil ettikleri görülmüştür. Ayrıca tüm ülkelerin bu düzeyin son göstergesine yönelik yoğun bir içerik sundukları görülmüştür. Bu süreçte ise sadece Türkiye ders kitaplarının içler-dışlar algoritmasının kullanımına yönelik örnekler sunduğu belirlenmiştir.

4.1.4. Düzey 4: Sürekli (Smooth) niceliksel düzeyin değerlendirilmesi

Orantısal düşünmenin en son düzeyinde 3. düzeyden farklı olarak çarpımsal ilişkinin genellenmesi ve sabit çarpımsal ilişkinin tamamen anlaşılması beklenilmektedir. Bu düzey için öncelikle nicelikler arasındaki ilişkinin sürekli ve eşzamanlı genişletilmesi (4A) sonrasında bu ilişkinin farklı biçimlerde (cebirsel, grafik, sözel) yorumlanması, problem çözümlerinde etkin kullanılabilmesi (4B) beklenilmektedir. En son ise orantısal ve orantısal olamayan farklı ilişkilerin birbiri ile ayırt edilebilmesi (4C) beklenilmektedir.

Ders kitapları incelendiğinde Kanada ders kitapları bu düzeyi oran orantı başlıkları altında ortaokul seviyesinde hiçbir soruda ele almazken, Singapur sadece 8. sınıf ders kitabında Türkiye ise sadece 7. sınıf ders kitabında belirlenen göstergelere uygun bir sıralama ile yer vermiştir (Bkz. Tablo 4.4).

Tablo 4.4. *Düzey 4'e ait göstergelerin sıralaması ve temsil derecesi*

Düzey	Ülke	Sınıf Düzeyleri				Göstergeler			Derece
		5	6	7	8	A	B	C	
Düzey 4	**Singapur**				ABC	+	+	+	GÜÇLÜ
	Türkiye			ABC		+	+	+	GÜÇLÜ
	Kanada					–	–	–	–

8. sınıf Singapur ders kitabının Düzey 4'ü gelişimsel olarak Düzey 3'ten sonra doğru ve ters orantı başlıklarında yoğun olarak ele aldığı ve oran/orantı ünitesini bu son düzeyde bitirdiği görülmüştür. Singapur ders kitabında doğru ve ters orantı başlıklarının giriş etkinliklerinde öncelikle verilen oran tablosu üzerinde ortak çarpana dikkat çekildiği ve çarpımsal ilişkinin genişletilerek cebirsel ve grafiksel gösterimlerine yer verdiği dolayısı ile son düzeyin ilk göstergesine (4A) uygun bir başlangıç yaptığı görülmektedir. 8. sınıf Singapur ders kitabı orantı ünitesinin ilk konusu doğru orantının giriş etkinliğinde bir kütüphanenin iade tarihinin gecikme gün sayısı ile verilen para cezasını içeren bir bağlamda bir tablo sunmaktadır. Sonrasında tablodaki her sütün için y (verilen ceza miktarı) /x (gün sayısı) sabit oranın bulunarak bu değerin her zaman aynı olduğuna vurgu yapıldığı görülmektedir. Burada x ve y değişkenleri arasındaki çarpımsal ilişkinin genelleştirme sürecinde tüm değerler arasındaki sabit bulunmasından sonra bu çarpımsal ilişkinin hem cebirsel (y=15x) hem de grafik gösterimi ile genelleşme sürecine yer verdiği tespit edilmiştir.

8. sınıf Singapur ders kitabının daha sonra gerek grafiksel gerekse cebirsel olarak doğru ve ters orantının yorumlanarak problem çözümlerinde etkin şekilde kullandığı dolayısı ile (4B) göstergesine sıralamaya uygun yer verdiği görülmüştür. Hem doğru hem de ters orantı için orantısal ilişkilerin genelleştirilme süreci açıklandıktan sonra orantısal ilişkilerin cebirsel ve grafiksel yorumlamalarına örnekler sunduğu sonrasında özellikle cebirsel gösterimlerin problem çözümlerinde etkin kullanıldığı görülmüştür. Aşağıda

verilen çözümlü soru bu kapsamda 4B göstergesi için örnek olarak verilebilir (Bkz. Şekil 4.20). 8. sınıf Singapur ders kitabında Boyle yasası bağlamında sunulan soruda hacim (V) ile basınç (P) arasında ters orantı olduğu ve 1 dm^3 hacmin 50 Pascal basınca sahip olduğu bilgileri verilmiş, daha sonra 1250 Pa basınç için kaç dm^3 gaza ihtiyaç olduğu sorulmuştur. Çözümde ise öncelikle ters orantının yx=m cebirsel ifadesinden faydalanılıp V= P/k (k=sabit katsayı) cebirsel ifadesine geçiş yapılarak k sabit katsayı bulunmakta sonrasında yine aynı cebirsel ifade kullanılarak istenilen sonucun yx=m denklemi yardımıyla bulunduğu görülmektedir. Bu bakımdan Singapur ders kitabından sunulan bu örneğin ters orantı ilişkisini cebirsel ifade ile genelleştirip problem durumuna uyarlandığı ve gerekli çözümün yapıldığı bu bakımdan orantısal ilişkilerin etkin şekilde problem çözümlerinde kullanıldığı söylenebilir.

Solution:

Since V is inversely proportional to P,

then $V = \frac{k}{P}$, where k is a constant.

When $P = 50$, $V = 1$,

$1 = \frac{k}{50}$

$\therefore k = 50$

$\therefore V = \frac{50}{P}$

When $P = 1250$,

$V = \frac{50}{1250}$

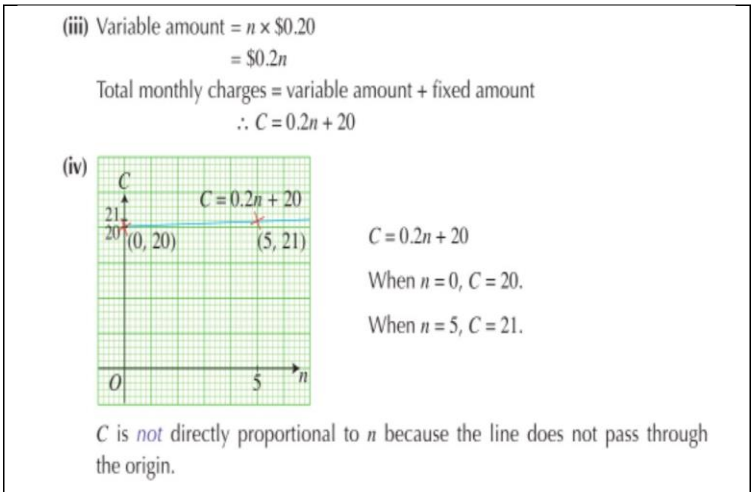
$= 0.04$

$\therefore$ The volume of the gas is 0.04 dm^3.

Şekil 4.20. *8. sınıf Singapur matematik ders kitabından sürekli niceliksel düzeye ilişkin örnek (s.27)*

8. sınıf Singapur ders kitabının orantısal düşünmenin son düzeyinde 4A ve 4B göstergelerine yer verdikten sonra gerek doğru orantı konusunda gerekse ters orantı konularının sonlarında orantısal ilişki içeren ve içermeyen durumların karşılaştırılmasına, yorumlanmasına yönelik çözümlü örnekler yanında konu sonu problemlerinde de yer verdiği gözlemlenmiştir. Aşağıda doğrusal olan fakat orantısal olmayan bir ilişki içeren örnek durum gerek cebirsel gösterim gerekse grafik yardımıyla incelenmiştir (Bkz. Şekil 4.21). Aylık sabit 20$ sabit ücret ve dakika başı 0.20$ ödeme yapılan bir faturanın toplam maliyeti "C" ve kullanım süresi "n" olarak ifade edilen örnek durum için C ile n arasındaki ilişki iki farklı şekilde sorgulanmıştır. C ile n arasındaki ilişki cebirsel olarak oluşturulduğu (iii) çözümünden sonra aynı ilişkinin grafik yardımı ile gösterilmiştir. Daha

sonra grafikten faydalanılarak bu ilişkinin orijinden geçmediği için doğru orantı içermediğine karar verilmiştir. Ayrıca çözüme ek olarak sunulan açıklama kısmında n ve C değişkenlerinin iki farklı oranı eşitlenmiş oranların sabit katsayıları eşit olmadığından yine doğru orantı içermediği belirtilmiştir. Bu bakımdan yapılan çözümler orantısal ve orantısal olamayan durumları açıkça irdelediği için bu sorunun sürekli niceliksel düzeyin son göstergesine yönelik bir örnek olduğu söylenebilir.



(iii) Toplam aylık ücret= Değişken miktar+ Sabit miktar
(iv) C denklemi doğru orantılı değildir çünkü doğru orijinden geçmiyor.

Şekil 4.21. *8. sınıf Singapur ders kitabından orantısal olmayan ilişkileri fark etmeye ilişkin örnek (s.10)*

Türkiye 7. sınıf ders kitabının ise Singapur ders kitabının aksine Düzey 4'e çıkıldıktan sonra farklı bağlamlarda kayıp değer sorularına yer verilerek tekrar Düzey 3'e inilerek ve orantı konusunu yoğun bir şekilde içler-dışlar çarpımı kullanımı ile bu düzeyde bitirdiği tespit edilmiştir. Sürekli niceliksel düzeyin gelişim sürecinde ise Singapur ders kitabına benzer bir süreçte öncelikle genelleme sürecinin tablo yardımıyla doğru orantı konusunda gerek çözümlü örneklerde gerekse konu sonu sorularda verilip orantısal ilişkinin hem cebirsel hem de grafik olarak gösterimine geçtiği görülmektedir. Bu süreçte Singapur ders kitabından farklı olarak ters orantı konusunda orantısallık ilişkisinin grafik ile ifade edilmediği belirlenmiştir. Düzey 4'ün ilk göstergesi nicelikler arasındaki ilişkinin genelleştirilmesine yönelik bir örnek aşağıda Şekil 4.22'de sunulmuştur. Örnek Türkiye'yi temsilen seçilen 7. sınıf ders kitabından alınmıştır. Soruda basamak sayısı ve katsayısı arasındaki ilişkinin denklem ve tablo ile ifade edilmesi istenilmiştir. Çözüm incelendiğinde tablo değerlerinden faydalanarak y=16.x genellemesine ulaşıldığı görülmektedir. Basamak ve kat sayısı ilişkisi için oluşturulan tabloda kullanılan "…" işareti ve kat sayısı ile basamak sayısının ilişkisinin "16'nın x katı" şeklinde sunulması sonrasında bu ilişkinin artık sabit katsayının kullanılarak y=16x şeklinde cebirsel gösterime dönüştürüldüğü görülmektedir. Daha önce de bahsedildiği gibi bir önceki düzeyden farklı olarak bu düzeyde aynı çarpımsal ilişki yardımıyla oran çiftleri sonsuz sayıda genişletilebilir. Bu sebepten dolayı bu örnek sürekli niceliksel düzeyin ilk göstergesinin altında olarak belirlenmiştir.

ÖRNEK

Bir apartmanda bir üst kata çıkabilmek için 16 basamaklı merdiven kullanılmaktadır.

Basamak sayısı ile kat sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve denklem ile ifade edelim.

ÇÖZÜM

Tablo: Basamak Sayısı ile Kat Sayısının İlişkisi

Kat sayısı (x)	Basamak Sayısı (y)	Doğrusal İlişki
1	$1 \cdot 16$	16'nın 1 katı
2	$2 \cdot 16$	16'nın 2 katı
3	$3 \cdot 16$	16'nın 3 katı
...	...	...
x	$x \cdot 16$	16'nın x katı

x kat sayısını, y basamak sayısını göstermek üzere bu iki çokluk arasındaki ilişkinin denklemi $y = 16x$ olur.

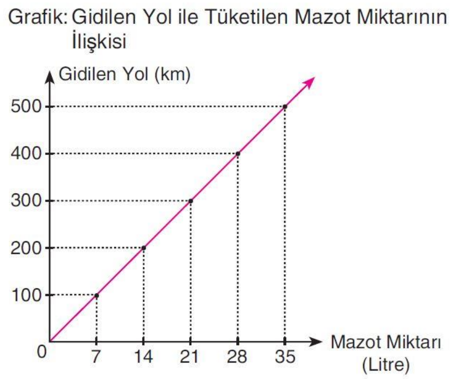
Doğru orantılı bu çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki vardır. Kat sayısının basamak sayısına oranı 1 : 16 olduğundan kat sayısı 1'in basamak sayısı da 16'nın aynı sayı katıdır. Kat sayısı $3 \cdot 1 = 3$ olduğunda basamak sayısı: $3 \cdot 16 = 48$ olur.

Şekil 4.22. 7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından oranın genelleştirilmesine ilişkin örnek (s.134)

7. sınıf matematik ders kitabı genelleştirilmiş çarpımsal ilişkinin gerek cebirsel gerekse grafiksel gösterimine ve problem çözümlerinde (4B) kullanımına dair sorular da sunmuştur. Bu kapsamda aşağıdaki örnek bu göstergeye uygun bir soru olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.23). Örnek ve çözümü incelendiğinde doğru orantı içeren bir grafikten faydalanarak her bir denk oranı oluşturan değerler tespit edilmiş ve sabit oran değeri bulunmuştur. Orantısal ilişki içeren bir durumda grafik yardımı ile sabit oranın hesaplanması sürecini gerektiren bu soru bu bakımdan Düzey 4'ün ikinci göstergesinde (4B) değerlendirilmiştir.

ÖRNEK

Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi gösteren doğru grafiği yanda verilmiştir. Verilen grafiği inceleyerek bu iki çokluğa ait orantı sabitini belirleyelim.



ÇÖZÜM

Grafikte noktalara karşılık gelen sıralı ikililer;

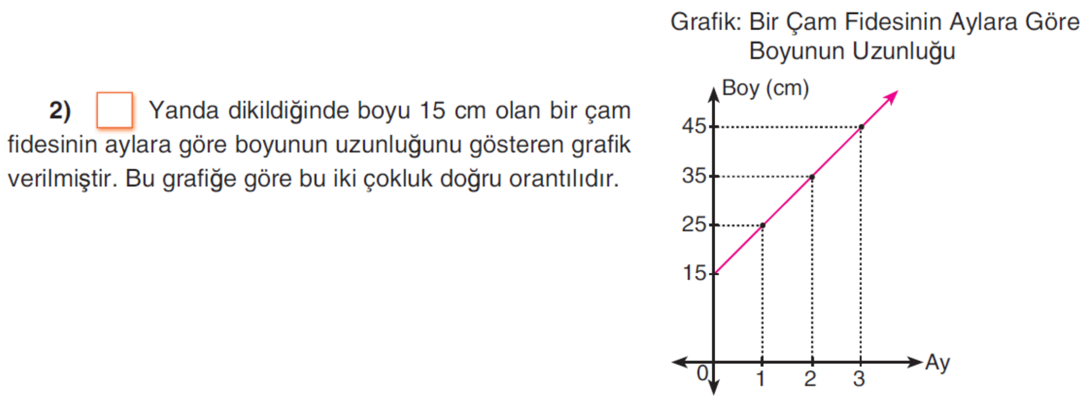
(0,0), (7,100), (14,200), (21,300), (28,400) ve (35,500)'dür. Bu sıralı ikililerin birinci bileşenleri mazot miktarını, ikinci bileşenleri de gidilen yolu göstermektedir. Bu sıralı ikililerden yararlanarak gidilen yolun tüketilen mazot miktarına oranını bulalım.

$$\frac{100}{7}, \quad \frac{200}{14} = \frac{100}{7}, \quad \frac{300}{21} = \frac{100}{7}, \quad \frac{400}{28} = \frac{100}{7}, \quad \frac{500}{35} = \frac{100}{7}$$

Bu oranların sabit olduğunu görürüz. Öyleyse doğru orantılı bu iki çokluğa ait orantı sabiti $\frac{100}{7}$'ye eşittir.

Şekil 4.23. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından sabit oranın hesaplanmasına ilişkin örnek (s.138)*

Sürekli niceliksel düzeyin son göstergesi olan orantısal durumlar ile orantısal olamayan durumların farkına yönelik (4C) 7. sınıf Türkiye ders kitabında içerikler sunulduğu görülmüştür. İlk örnek durum doğru ve ters orantının ayırt edilmesine yönelik orantı konusunda sunulmuştur (s.144). Doğru orantı ve ters orantıya dair dört örnek durum sunularak ve bu durumlardan hangilerinin doğru orantılı hangilerinin ise ters orantılı olduğuna karar verilmesi beklenilmiştir. Bu etkinlikte sorunun çözümü sunulmamış olup çözümün sınıf içinde uygulamaya bırakıldığı görülmüştür. Bu göstergeye ait bir başka soru ise ünite sonunda bir değerlendirme sorusunda yer almıştır. Örnek durumda daha önceki sorudan farklı olarak, doğrusal fakat orantısal olmayan bir ilişkinin fark edilmesi beklenmektedir. Aşağıdaki soru incelendiğinde doğrusal olan fakat orantısal bir ilişki içermeyen bir durumun grafik şeklinde verildiği ve soruda ise bu ilişkinin doğru orantılı olup olmadığı sorulduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 4.24). Bu bakımdan son göstergeye dair çözümlü örneklerin sunulmamasına rağmen gerek doğru ve ters orantı farkına, gerekse doğrusal olup orantısal olmayan ilişkinin farkına yönelik sorulara yer verildiği görülmektedir.


2) Yanda dikildiğinde boyu 15 cm olan bir çam fidesinin aylara göre boyunun uzunluğunu gösteren grafik verilmiştir. Bu grafiğe göre bu iki çokluk doğru orantılıdır.

Şekil 4.24. *7. sınıf matematik ders kitabından orantısal olmayan durumların farkına ilişkin soru (s.178)*

Ders kitapları orantısal düşünmenin son düzeyine yönelik incelendiğinde Kanada ders kitaplarının bu düzeyi oran orantı başlıkları altında ortaokul seviyesinde ele almadığı görülmüştür. Bu düzeye Singapur ders kitapları sadece 8. sınıfta, Türkiye ders kitapları ise 7. sınıf ders kitabında belirlenen göstergelere uygun bir sıralama ile yer vermiştir. Türkiye ders kitaplarının bu düzeyde Singapur ders kitaplarından farklı olarak her ne kadar ters orantıyı verse de grafik ile temsiline yer vermediği, ayrıca orantısal olmayan durumlara yönelik konu sonunda sadece bir soru ile yer verdiği görülmüştür.

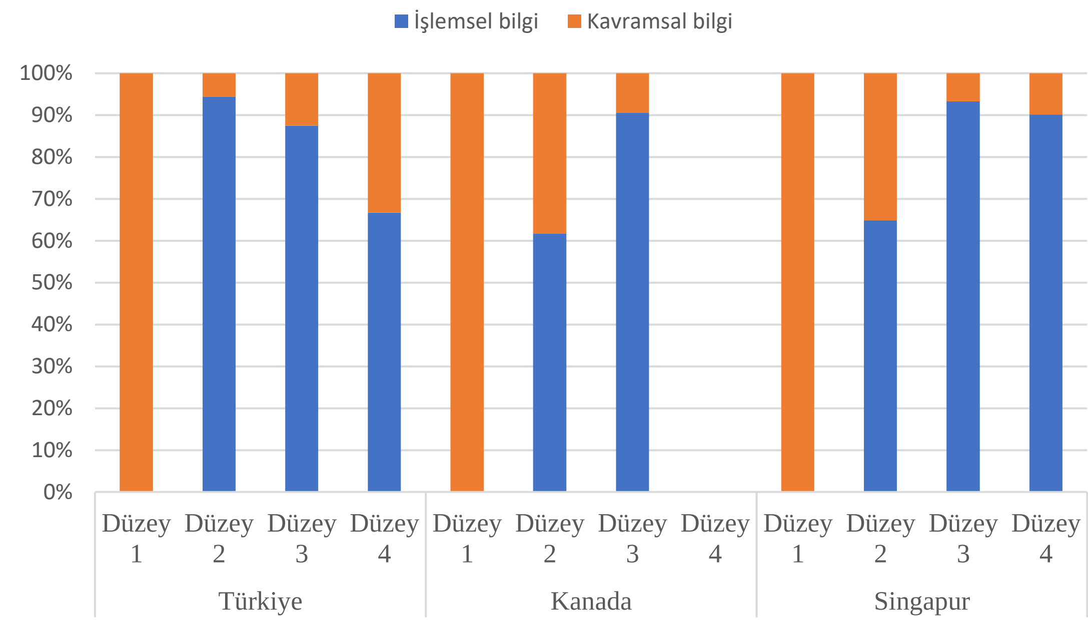
4.2. Orantısal Düşünmenin İçerik Yönünden İncelenmesi

Bu bölümde daha önce sıralama boyutunda incelenen sorular bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu bakımından değerlendirilmiştir. Bilgi boyutu kapsamında ders kitaplarının oran ve orantı üniteleri altında yer alan sorular kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyi açısından değerlendirilirken, bilişsel süreç boyutunda ise sorular yenilenmiş Bloom taksonomisinin bilişsel basamaklarına göre değerlendirilmiştir.

4.2.1. Orantısal düşünmenin bilgi boyutuna göre karşılaştırılması

Bu bölümde orantısal düşünmenin gelişimsel düzeylerinde yer alan problemlerin işlemsel ve kavramsal bilgi boyutu kapsamında değerlendirmeleri sunulmuştur. Öncelikle orantısal düşünmenin gelişimsel düzeyleri bu çerçevede ülkeler bazında değerlendirilmiştir. Daha sonra orantısal düşünmenin her bir gelişimsel düzeyi kendi içinde bilgi boyutu kapsamında ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Orantısal düşünmenin her bir düzeyine ait sorular daha önce oluşturulan göstergeler (Bkz. Ek-2) yardımı ile işlemsel ve kavramsal bilgiye yönelik değerlendirilmiştir. Düzey1 sezgisel bir dönem olmasından ve kavramsal bilgiye yönelik ağırlıklı bir süreç içerdiğinden işlemsel ve kavramsal bilgi ayrımı yerine *sezgisel kavramsal düzey* olarak kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilmiştir. Bu kapsamda ders kitaplarının ülkeler bazında orantısal düşünmenin her bir gelişimsel düzeyi altında işlemsel ve kavramsal bilgiye ne ölçüde yer verdiği aşağıdaki grafikte belirtilmiştir (Bkz. Şekil 4.25).



	Türkiye Düzey 1	Türkiye Düzey 2	Türkiye Düzey 3	Türkiye Düzey 4	Kanada Düzey 1	Kanada Düzey 2	Kanada Düzey 3	Kanada Düzey 4	Singapur Düzey 1	Singapur Düzey 2	Singapur Düzey 3	Singapur Düzey 4
İşlemsel (%)	0	51 (%94)	63 (%88)	16 (%67	0	45 (%62)	182 (%91)	0	0	59 (%65)	194 (%93)	156 (%90)
Kavramsal (%)	14 (%100)	3 (%6)	9 (%12)	8 (%33	1 (%100)	28 (%38)	19 (%9)	0	2 (%100)	32 (%35)	14 (%7)	17 (%10)
Toplam (%)	14 (%100)	54 (%100)	72 (%100)	24 %100)	1 (%100)	73 (%100)	201 (%100)	0	2 (%100)	91 (%100)	208 (%100)	173 (%100)

Şekil 4.25. *Ders kitaplarının işlemsel ve kavramsal bilgi boyutuna yer verme oranları*

Yukarıdaki grafik (Bkz. Şekil 4.25) incelendiği zaman genel kapsamda tüm ders kitaplarının oran ve orantı konularında yoğunlukla işlemsel bilgiye yer verdiği görülmektedir. Kavramsal bilgiye yönelik soruların ise düzeylere ve ülkelere göre değişiklik gösterdiği belirlenmiştir. Düzey 1 daha önce bahsedildiği gibi sezgisel kavramsal bilgi kapsamında kavramsal bilgi boyutunun altında değerlendirilmiştir. Düzey 2'de tüm ülkeler çoğunlukla işlemsel bilgiye yer verse de Kanada (%38) ve Singapur (%35) ders kitaplarının oransal olarak bu düzeyde kavramsal bilgiye Türkiye (%6) ders kitaplarına göre kavramsal bilgiye daha çok yer verdiği görülmüştür. Düzey 3'te oransal olarak ülkelerin işlemsel ve kavramsal bilgiye yakın yüzdelerde yer verdiği tespit edilirken, son düzeyde Türkiye ders kitapları (%33) Singapur ders kitaplarına (%10) göre daha fazla oranda kavramsal bilgiye yer verdiği belirlenmiştir. Bu bölümde genel bir çerçevede bilgi boyutu incelenmiştir. Bir sonraki bölümde her bir düzey için bilgi boyutuna dair bulgular ayrıntı bir şekilde paylaşılmıştır.

4.2.1.1. Düzey 1'nin bilgi boyutuna göre karşılaştırılması

Orantısal düşünme becerisinin ilk düzeyinde, niceliklerin ölçüm değerleri ile muhakeme yapmasından önce niteliksel muhakeme yapmaları beklenmektedir. Oluşturulan bu düzeyde sayısal değerlerle bir muhakeme beklenilmediği ve sezgisel bir süreç içermesinden dolayı Düzey 1'in işlemsel ve kavramsal bilgi bakımından incelenmesi diğer düzeylere göre biraz farklılaşmıştır. Bu süreçte daha önce yöntem bölümünde bahsedildiği gibi nicelikler arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi belirlemeye/ anlamlandırmaya/ yorumlamaya yönelik sorular "sezgisel kavramsal bilgi" şeklinde kodlanmış olup bilgi boyutu kapsamında kavramsal bilgi boyutu olarak değerlendirilmiştir.

Ders kitaplarındaki sorular orantısal düşünmenin ilk düzeyinde bilgi boyutu kapsamında değerlendirildiğinde tüm Düzey 1 soruların aynı yapıda olduğu görülmüştür. Tüm sorularda bir niceliğin artması ya da azalması durumunda kendisi ile kovaryasyonel ilişkili diğer niceliğin değişim yönü sorulmuş olup, hiçbir ders kitabının çözümlü örnek sunmadığı belirlenmiştir.

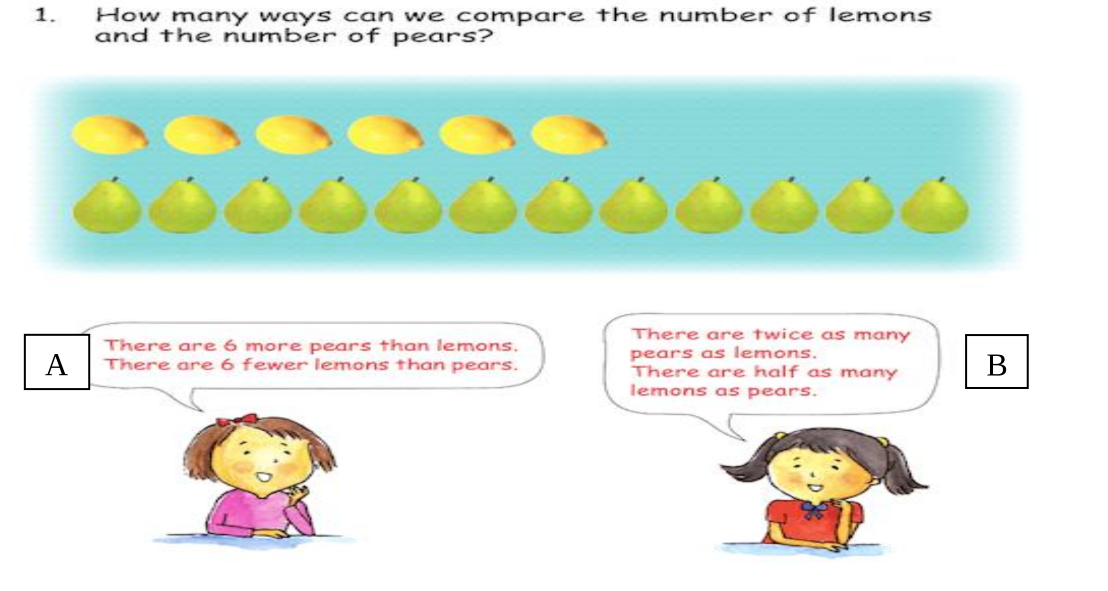
6. sınıf Kanada ders kitabında sunulan "*Rodrigo beyaz boya miktarını artıramaya devam ederse toplam boya miktarı nasıl değişir*?" (s.363), 7. Türkiye ders kitabında yer alan "Bir araç hızını artırıyorsa gideceği yere daha önce mi varır?" (s.143)" ve 8. sınıf Singapur ders kitabında yer alan "Gecikme süresinin artışı verilen cezayı artırır mı yoksa azaltır mı?" (s.3) soruları bu bağlamda örnek olarak gösterilebilir. Bu kapsamda ders kitaplarında orantısal düşünmenin ilk düzeyinde yer alan soruların hepsi nicelikler arasındaki kovaryasyonel ilişkinin yorumlanmasını gerektirdiği için sezgisel kavramsal bilgi olarak kodlanarak kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilmiştir.

4.2.1.2. Düzey 2'nin bilgi boyutuna göre karşılaştırılması

Orantısal düşünme becerisinin 2. düzeyinde öğrencilerden belirli iki değeri çarpımsal olarak karşılaştırabilmeleri beklenilmektedir. Bu düzeyde işlemsel bilginin göstergesi, çarpımsal ilişkiye vurgu yapmadan oranı farklı biçimlerde (a:b, a/b ve a'nın b'ye oranı) ifade edilmesi şeklinde belirlenmiştir. Kavramsal bilginin göstergelerinde ise toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkına değinilmesi, oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğunun belirtilmesi ve ayrıca oranın kesirlerle olan ilişkisi ile bir ölçüm olarak yorumlanması bulunmaktadır. Ders kitaplarında bu düzeye ait sorular incelendiğinde bu düzeyin çoğunlukla oranın a/b şeklinde ifadesi ile işlemsel boyutta ele alındığı tespit edilmiştir. Ayrıca kavramsal bilginin göstergelerine de farklı biçimlerde yer verdikleri görülmüştür.

Singapur matematik ders kitap serisi incelendiğinde Düzey 2'ye 5. ve 6. sınıfta sıklıkla yer verdiği görülmektedir. Kavramsal bilgiye ise diğer düzeylere göre (D3 ve D4) göre daha fazla oranda (%35) yer verdiği tespit edilmiştir (Bkz. Şekil 4.25). Bu süreçte oranın çarpımsal karşılaştırma anlamına vurgu yapılması yanında diğer ülkelerden farklı olarak 5. sınıfta açık bir şekilde toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmayı örnekler kapsamında ele almış ve 6. sınıfta yine oranın çarpımsal karşılaştırma anlamına yönelik örnekler ve problemler sunmuştur. Ayrıca oran ile kesir arasındaki ilişkiye ve ölçüm olarak oranın yorumlanmasına yönelik sorulara da yer verdiği görülmüştür.

5. sınıf Singapur ders kitabının oran konusunun ilk etkinliğinde bir sepetteki armut ve limon sayılarının karşılaştırılması istenilmiştir (Bkz. Şekil 4.26). Ders kitabı "*Sepette kaç adet armut ve limon vardır? Armut ve limon sayılarını nasıl karşılaştırabiliriz?"* sorusu ile oran ünitesinin başında verilen hazırlık sorularından sonra aynı etkinliğe ait bir çözümlü bir soru sunmuştur (s.119). Çözümlü örneğin sorusu bu sefer "*Armut ve limon sayılarını kaç farklı yol ile karşılaştırabiliriz*?" şeklinde sunulmuştur (s.120). Bu sorular verilen miktarları karşılaştırmada farklı yöntemlerin olduğuna dair öğrencilerin düşünmelerine imkân sunmaktadır. Çözüm incelendiğinde miktarların hem çarpımsal hem de toplamsal olarak net bir şekilde karşılaştırıldığı görülmektedir. Örnekte "armutlar limonlardan 6 fazla" ve "limonlar armutlardan 6 eksik" ifadeleri toplamsal bir karşılaştırmayı sunarken, "armutların sayısı limonların 2 katı" ve "limonların sayısı armutların yarısı" yorumları çarpımsal bir karşılaştırmayı sunmaktadır. Çarpımsal karşılaştırmadan sonra "Ayrıca limonların sayısı armutların sayısının 6'da 12'si, armutların sayısı limonların sayısının 12'de 6'sıdır. Bu gibi sayıları ya da nicelikleri karşılaştırmaya oran denir" ifadeleri ile oranın tanımlaması çarpımsal karşılaştırmaya dayandırılmıştır.



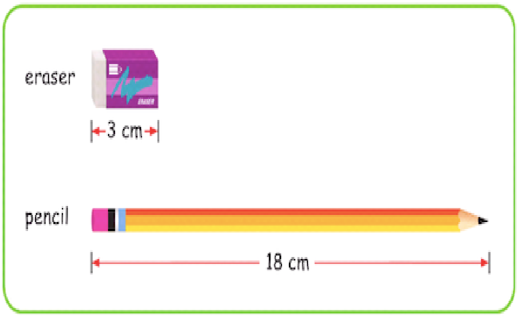
1)Limon ve armut sayılarını kaç farklı şekilde karşılaştırabiliriz?

A) Limonlar armutlardan 6 fazladır. Armutlar limonlardan 6 eksiktir.

B) Armutlar limonların iki katıdır. Limonlar armutların yarısı kadardır.

Şekil 4.26. *5. sınıf Singapur ders kitabından çarpımsal ve toplamsal karşılaştırmaya ilişkin örnek (s.119)*

5. sınıfta oranı çarpımsal karşılaştırma ile kavramsal bilgi bağlamında başlatan Singapur ders kitabı 6. sınıfta oranın çarpımsal karşılaştırma anlamına devam etmiş birden fazla çözümlü örnek ve problemle bu düşünceyi pekiştirmeye devam etmiştir. 6. sınıf ders kitabından oranın çarpımsal karşılaştırmasına yönelik örnek ve problemler aşağıda sunulmuştur (Bkz. Şekil 4.27).

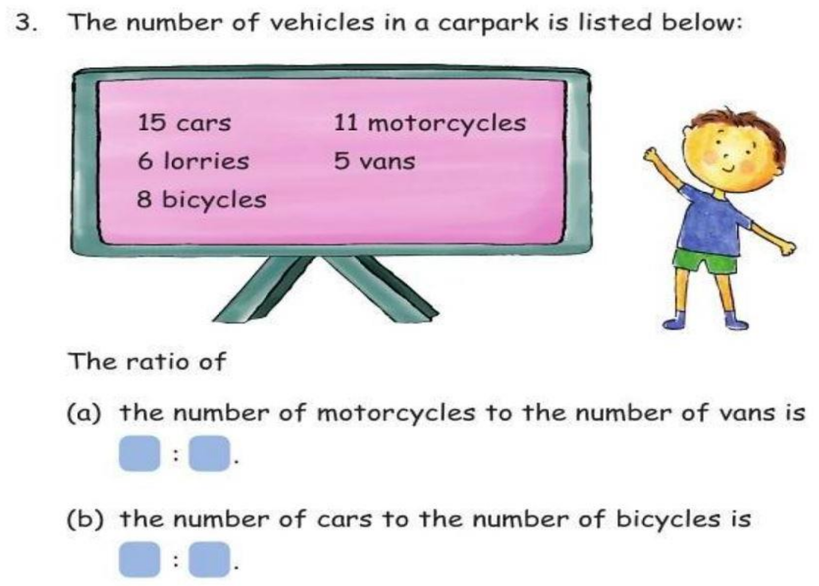
 The length of the eraser is 3 cm. The length of the pencil is 18 cm. $18 \div 3 = \frac{18}{3} = 6$ The length of the pencil is 6 times the length of the eraser. $3 \div 18 = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ The length of the eraser is $\frac{1}{6}$ of the length of the pencil.	 The picture above shows the lengths of a chopstick and a teaspoon. (a) What is the ratio of the length of the chopstick to the length of the teaspoon? (c) How many times is the chopstick as long as the teaspoon?
Silginin uzunluğu 3 santimetredir. Kalemin uzunluğu 18 santimetredir. Kalemin uzunluğu silginin uzunluğunun 6 katıdır. Silginin uzunluğu kalemin uzunluğunun 1/6'dir.	Yukarıdaki resimde bir kaşık ve bir yemek çubuğunun uzunlukları verilmiştir. a) Yemek çubuğunun boyunun kaşığın boyuna oranı nedir? c) Yemek çubuğunun kaşıktan kaç kat daha uzundur?

Şekil 4.27. *6. sınıf Singapur ders kitabından çarpımsal karşılaştırmaya ilişkin örnekler (s.41, s.49)*

Şekil 4.27 incelendiğinde sol tarafta verilen örneğin çözümünde kalem ve silgi boyları birbiri ile iki farklı gösterim (a:b ve a/b) ile oransal ifade edilmiştir. "Kalemin uzunluğu silginin uzunluğunun 6 katıdır" ve "silginin uzunluğu kalemin 1/6'sı kadardır" şeklinde açıklamaları ile kalemin ve silginin boylarının birbirine göre kaç katı olduğu çarpımsal olarak açık bir şekilde ifade etmişlerdir. Sağ tarafta yer alan konu sonunda verilen soruda ise önce verilen uzunlukların birbirine göre a:b şeklinde ifade edilmesi beklenirken, daha sonrasında "How many times is the chopsitck as long as the teaspoon?" sorusu ile yemek çubuğunun boyunun çay kaşığının boyunun kaç katı olduğu sorulmakta dolayısı ile bu soru ile oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğuna yönelik bir ilişkilendirme için zemin hazırlamaktadır. Bu bakımdan Singapur ders kitabının oranın bir çarpımsal karşılaştırma olduğu kavramsal anlamını çözümlü örneklerle ve sorularla desteklediği görülmektedir.

Singapur ders kitaplarında Düzey 2'nin kavramsal olarak ele alındığı diğer örneklere ise birimli oran konusunda rastlanılmıştır. 7. sınıf Singapur ders kitabında oranın ölçüm olarak kullanıldığı hız, vücut kitle indeksi gibi güncel hayatta dair örneklerin verildiği görülmüştür. Bu duruma ilişkin oranın gerçek hayatta bir ölçüm olarak kullanıldığı bir örnek incelendiğinde vücut kitle indeksinin (body mass index) tanımı yapılmakta, farklı birimlerin oranını olduğu belirtilmekte ve öğrencilerden ağırlıklarının boy uzunluklarının karesine bölerek kendi VKI değerlerini hesaplanmaları istenilmektedir. Ağırlık birimi olan kg'ın uzunluk ölçü birimi olan m'nin karesine oranlaması ile elde edilen ölçünün kg ve m'den ayrı olarak VKI (vücut kitle indeksi) olarak adlandırılması ve bu birimin obeziteyi tanımlamaya yarayan bir ölçüm olduğunu belirten açıklamalardan sonra "kendi VKI değerinizi hesaplayınız" sorusu kavramsal bilgi kapsamında değerlendirilmiştir. Bu bakımdan Singapur ders kitapları birimli oranın farklı bir ölçüm olarak kullanılmasına yönelik kavramsal düzeyde örneklere yer vermiştir.

Singapur ders kitaplarında Düzey 2'yi oranın sadece farklı gösterimlerle (a:b, a'nın b'ye oranı) ifade edilmesini gerektiren işlemsel bilgi boyutunda sorulara sıklıkla yer verdiği görülmüştür. Örneğin aşağıda verilen soru incelendiğinde tüm alt sorulardaki kutucuklara sadece gerekli araçların sayılarının yazılması beklenilmekte, dolayısı ile oranın sadece a'nın b'ye oranını a:b şeklinde ifade edilmesi istenmektedir (Bkz. Şekil 4.28). Bu durum ise sadece verilen sayıların yazılmasını içerdiğinden, orana dair herhangi bir yorumlama gerektirmediğinden dolayı işlemsel düzey içeren sorular olarak değerlendirilmiştir.



Aşağıda bir otoparkta bulunan araç sayıları verilmiştir.

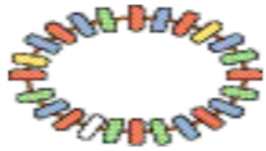
a) Motosiklet sayısının kamyonet sayısına oranı ...

b) Araba sayısının bisiklet sayısına oranı ...

Şekil 4.28. *5. sınıf Singapur ders kitabından işlemsel bilgi düzeyine ilişkin sorular (s.123)*

Kanada matematik ders kitaplarının Düzey 2'yi bilgi boyutu bakımından diğer ülkelere benzer çoğunlukla işlemsel düzeyde (%62) temsil ettiği görülmektedir. Kavramsal düzeyde toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmaya yönelik hiçbir soruya yer vermeyen Kanada ders kitaplarının, oranın kesirlerle ilişkisine ve oranın ölçüm olarak yorumlanmasına yönelik sorulara yer verdiği belirlenmiştir. Ders kitaplarının bu düzeyi sıklıkla oranın a:b ya da a/b şeklinde yazma görevi olarak işlemsel düzeyde ele aldığı tespit edilmiştir. Aşağıda bu duruma ilişkin örnekler verilmiştir (Bkz. Şekil. 4.29). Örnekler incelendiğinde verilen örnek durum için renkli şekerlerin birbirine göre oranlarının a/b şeklinde ifade edilmesi istenildiğinden bu tür sorular işlemsel boyutta değerlendirilmiştir.

2. Yan buys a candy bracelet that has 24 candy beads. Write each ratio, based on the picture of the bracelet.



a) the number of red beads to the number of blue beads

b) the number of green beads to the number of red beads

Yan 24 şekerli boncuktan oluşan bir bileklik alıyor. Resimdeki bilekliğe göre aşağıdaki oranları yazınız.

a) Kırmızı boncukların mavi boncuklara oranı

b) Yeşil boncukların kırmızı boncuklara oranı

Şekil 4.29. *7. sınıf Kanada ders kitabından orana ilişkin problemler (s.49)*

Oranın parça/parça ve parça/bütün anlamları ele alınmasına rağmen kesirle ilişkisine oran ve orantı konusu içinde doğrudan bir örnek ile açıklama yapmayan Kanada ders kitapları sadece iki soru ile kesir ve oran ilişkisini doğrudan sınıf ortamında sorgulatmaya yönelik fırsat sağlamıştır (Bkz. Şekil 4.30). 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan sorularda doğrudan kesir ve oran arasındaki fark ve benzerlik sorulmuştur. Bu sorular haricinde Kanada ders kitaplarında oranın kesirle olan kavramsal ilişkisine dair doğrudan bir soruya rastlanmamıştır.

4. a) How are ratios the same as fractions?

b) How are ratios different from fractions?

a) Oranları ile kesirler nasıl benzerdir?

b) Oranların kesirlerden farkı nedir?

Şekil 4.30. *7. sınıf Kanada ders kitabından oran-kesir ilişkisine yönelik* sorular *(s.43)*

Kanada ders kitaplarının ayrıca Düzey 2'nin diğer bir kavramsal göstergesi olan oranın ölçme anlamına yönelik sorulara da yer verdiği görülmüştür. Birimli ve birimsiz oran arasındaki farkı anlamalarına yönelik soru ve örnekler vermesi yanında birimli oranın hız, birim fiyat gibi ölçüm olarak yorumlaya yönelik sorulara da yer verdiği tespit edilmiştir. Bu kapsamda 7. sınıf Kanada ders kitabının sunduğu birimli oran ve birimsiz oran arasındaki benzerlik ve farklılığı ele alan çözümlü soru kavramsal bilgi kapsamında değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.31). Aşağıdaki örnek incelendiğinde birimli oran için belirli dakikada yazılan kelime sayısı örnek verilmiş ve “yazım oranı 160 kelime/ 2 dakika ya da dakikada 80 kelime” yorumu ile birimli oranı dakika da yazılan kelime sayısı olarak yorumlamıştır. Bu bakımdan bu çözümlü örnek farklı birimlerden meydana gelen oranın bir ölçüm olarak yorumlanabileceğine yönelik bir içerik sunduğundan kavramsal çerçevede değerlendirilmiştir.

Q: What is the difference between a ratio and a rate?

A: A ratio is a comparison of two quantities that are measured in the same units. A rate is a comparison of two quantities that are measured in different units.

An example of a ratio is a comparison of the heights of two students, measured in centimetres. A height comparison is 140 cm to 110 cm. Since both measurements are in centimetres, the ratio can be written as 140 : 110 or $\frac{140}{110}$.

An example of a rate is the number of words a student can type in a certain number of minutes. A typing rate is $\frac{160 \text{ words}}{2 \text{ minutes}}$, or 80 words per minute.

S: Birimli oran (rate) ile birimsiz oran (ratio) arasındaki fark nedir?

C: Birimsiz oranlar aynı ölçüm birimleriyle ölçülen iki niceliğin karşılaştırılmasıdır. Birimli oran farklı birimlerle ölçülen iki niceliğin karşılaştırılmasıdır.

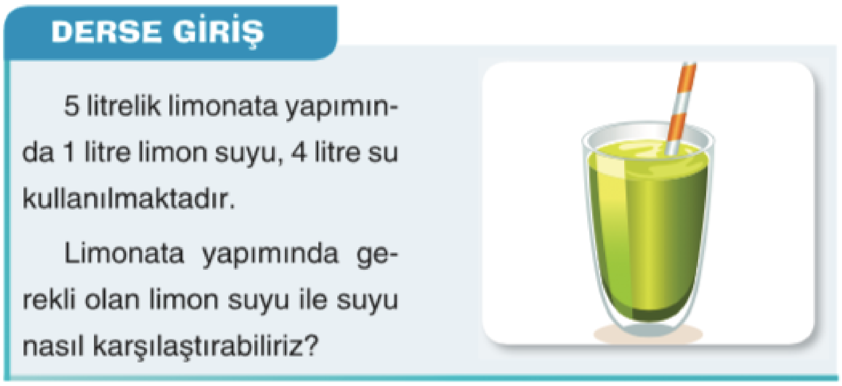
Birimsiz orana örnek olarak iki öğrencinin boylarının karşılaştırılması verilebilir. 140 cm ve 110 cm olan boyların karşılaştırılması. İki ölçümde santimetre olduğundan oran 140:110 ya da 140/110 şeklinde yazılabilir.

Bir öğrencinin belirli bir dakikada yazabildiği kelime oranı ise birimli orana örnek olarak verilebilir. Yazma oranı 160 kelime / 2 dakika ya da dakikada 80 kelime olabilir.

Şekil 4.31. *7. sınıf Kanada ders kitabından birimli oran ile birimsiz oranın farkına ilişkin soru (s.54)*

Türkiye’yi temsilen seçilen ders kitapları incelendiğinde işlemsel bilgiye (%94) diğer ülkelere oranla çok daha fazla yer verdiği görülmüştür. Bu düzeydeki soruların çoğunluğunun işlemsel olarak oranın a:b ya da a/b şeklinde gösterimine ayrıldığı belirlenmiştir. Kavramsal boyutta ise çarpımsal vurgunun net bir şekilde yapılmadığı sadece üç soru ile çarpımsal ilişkinin kullanılmasına yönelik fırsat sunulduğu görülmüştür.

Kavramsal bilgiye yönelik oran ünitesinin başlangıç etkinlik sorusunda verilen soru incelendiğinde iki miktarın karşılaştırılması istenmektedir (Bkz. Şekil 4.32). Soruda "nasıl karşılaştırabiliriz?" ifadesi öğrenciye hem toplamsal hem de çarpımsal karşılaştırma imkânı sunmaktadır. Her ne kadar daha sonra bu etkinliği destekleyen herhangi bir çözüm ya da açıklama yapılmasa da soru çarpımsal karşılaştırmaya imkân sunduğu için kavramsal boyutta değerlendirilmiştir. 6. sınıf kitabında çarpımsal ilişkiyi kullanılmasına yönelik bir fırsatta ünite sonunda bir soru ile sağlanmıştır. "*Defter sayısının kitap sayısına oranı ¼'tür ifadesinden ne anladığınızı belirtiniz"* (s. 76) sorusunda "¼ oranı, kitapların sayısının defterlerin sayısının 4 katı olduğunu gösterir" gibi bir yoruma zemin hazırladığı, oranın yorumlanmasına yönelik bir soru olduğu için bu soruda kavramsal boyutta belirlenmiştir.



Şekil 4.32. *6. sınıf Türkiye matematik ders kitabından orana ilişkin giriş örneği (s. 69)*

6. sınıf Türkiye ders kitabının bu düzeyde kavramsal bilginin diğer bir göstergesi olan oranın kendisini oluşturan birimlerden farklı bir ölçümü temsil etmesine yönelik bir soruya rastlanmamıştır. Bu kapsamda her ne kadar birimli oran başlığı altında örneklere yer verilse de soruların işlemsel bir düzeyde birimli oranın birimsiz orandan fark edilmesi şeklinde ele alındığı görülmüştür. Aşağıda bu duruma örnek olarak verilen soruların çözümü incelendiğinde oranlar a/b şeklinde ifade edilerek birimli ve birimsiz oranlar ayırt edilmiş, oranın ölçüm olarak yorumlayan bir ifadeye yer verilmemiştir (Bkz. Şekil 4.33). Dördüncü çözümlü örnekte otobüsün aldığı yolun geçen süreye oranı sorulmakta çözümde ise sadece işlemsel olarak oranın a ve b değerleri yazılıp sadeleştirilerek oranın birimli olduğuna karar verildiği görülmektedir. Bu bağlamda 70/1 km/sa oranının hızı

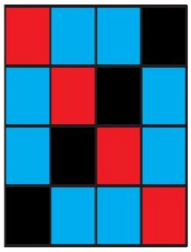
belirtiği ve birim zamanda alınan yolun ölçümü olduğuna dair hiçbir açıklama yapılmamasından dolayı ilgili soru işlemsel bağlamda değerlendirilmiştir.

3. Örnek

Yanda verilen şekle göre;

a) Mavi karelerin siyah karelere oranını bulalım.

b) Kırmızı karelerin tüm karelere oranını bulalım.



Çözüm

a) 8 tane mavi, 4 tane siyah kare olduğundan oran $\frac{8}{4}$'tür.

b) 4 tane kırmızı, toplam 16 tane kare olduğundan oran $\frac{4}{16}$'dır.

a ve b seçeneklerindeki oranlar birimsizdir.

4. Örnek

Aşağıda verilen durumlara ilişkin iki çokluğun birbirine oranını belirleyelim.

a) Bir otobüs 3 saatte 210 km yol almıştır. Otobüsün aldığı yolun geçen süreye oranını belirleyelim.

Çözüm

a) $\frac{210\text{ km}}{3\text{ sa.}} = \frac{70}{1}$ km/sa olarak yazarız bu oran **birimlidir.**

Şekil 4.33. *6. sınıf Türkiye ders kitabından birimli orana ilişkin örnekler (s.72)*

Ayrıca 6. sınıf ders kitabının oranlarda parça/parça ve parça/bütün ilişkisine değinmesine rağmen oranın kesirlerle olan kavramsal ilişkisine doğrudan vurgu yapılmadığı görülmüştür. Aşağıda verilen çözümlü örnek (Bkz. Şekil 4.34) incelendiğinde güllerin hem kendi aralarında hem de bütün güllere göre oranın sadece a/b şeklinde belirlendiği buna karşın kesirlere yönelik herhangi bir açıklama yapılamadığı için işlemsel düzeyde değerlendirilmiştir.

1. Örnek

Bir çiçek demetindeki kırmızı güllerin sayısının turuncu güllerin sayısına oranı $\frac{3}{4}$'tür. Buna göre kırmızı güllerin sayısının tüm demetteki çiçek sayısına oranını bulalım.

Çözüm

$\frac{\text{Kırmızı güllerin sayısı}}{\text{Turuncu güllerin sayısı}} = \frac{3}{4}$ olduğundan bu demette her 3 kırmızı güle karşılık 4 turuncu gül bulunur.

Modelle gösterecek olursak;

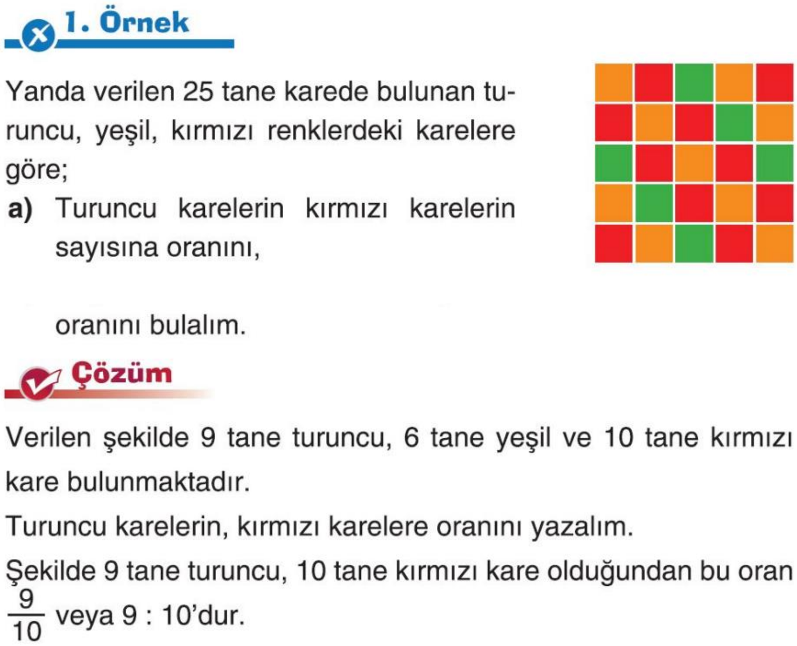
olur.

Bu çiçek demetinde bulunan kırmızı güllerin, tüm demetteki çiçeklerin sayısına oranı, bir parçanın bütünle karşılaştırılmasını ifade eder. Bu durumda oran;

$$\frac{\text{Kırmızı güllerin sayısı}}{\text{Demetteki çiçeklerin sayısı}} = \frac{3}{(3+4=7)} = \frac{3}{7} \text{ olur.}$$

Şekil 4.34. *6. sınıf Türkiye ders kitabından oranın parça/parça ve parça/bütün ilişkisine dair örnekler (s.71)*

6. sınıf ders kitabının Düzey 2 boyutunda her ne kadar kavramsal bir soru ile başlasa da sonrasında bu düzeyi neredeyse tamamını işlemsel boyutta (%94) temsil ettiği görülmüştür. Bu bağlamda aşağıdaki sunulan örnek oran konusunun ilk çözümlü sorusu olarak karşımıza çıkmaktadır (Bkz. Şekil 4.35). İlgili örneğin alt sorusunda da turuncu kare sayısının kırmızı kare sayısına oranın a:b ve a/b şeklinde ifade edilmesi beklenilmiştir. Çözümünde ise bu miktarlar belirlenerek sembolik olarak ifade edilmiştir. Bu süreçte oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğu ya da turuncu kare sayısının kırmızı kare sayısının kaç katı olduğu belirtilmemiştir. Sorunun çözümünde oranın sadece sembolik bir gösterimle ifade edildiği görülmektedir. Bu bakımdan bu örnek Düzey 2 içerisinde işlemsel bilgi boyutunda değerlendirilmiştir.



1. Örnek

Yanda verilen 25 tane karede bulunan turuncu, yeşil, kırmızı renklerdeki karelere göre;

a) Turuncu karelerin kırmızı karelerin sayısına oranını,

oranını bulalım.

Çözüm

Verilen şekilde 9 tane turuncu, 6 tane yeşil ve 10 tane kırmızı kare bulunmaktadır.

Turuncu karelerin, kırmızı karelere oranını yazalım.

Şekilde 9 tane turuncu, 10 tane kırmızı kare olduğundan bu oran $\frac{9}{10}$ veya 9 : 10'dur.

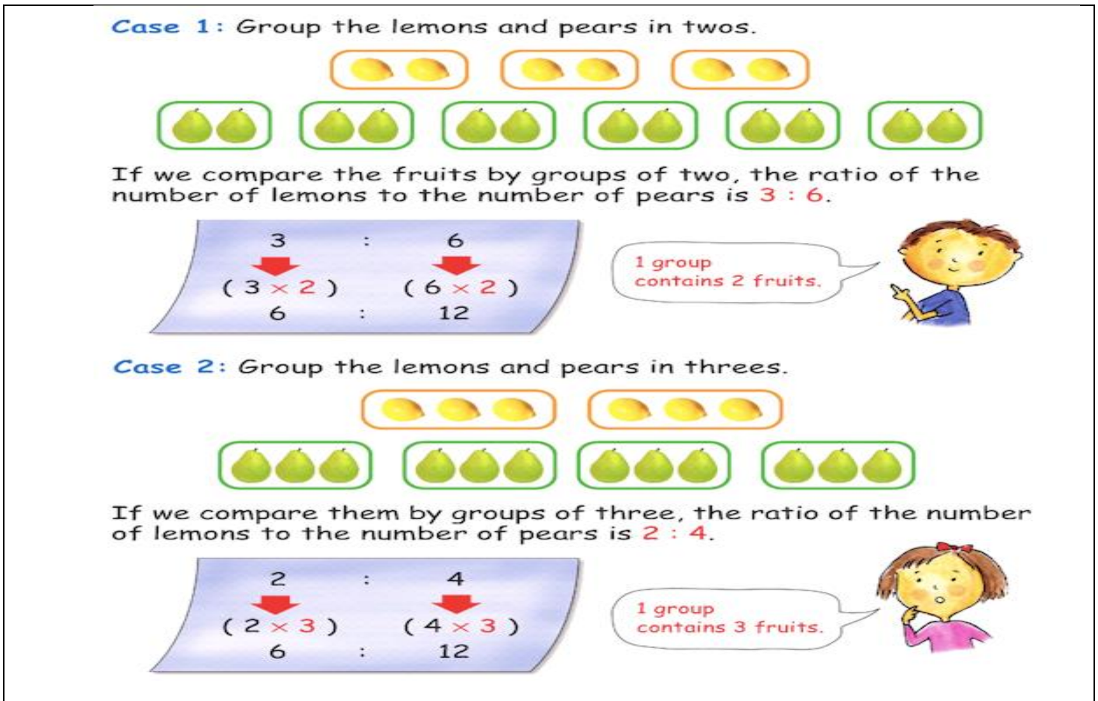
Şekil 4.35. *6. sınıf matematik ders kitabından oran konusuna ilişkin çözümlü örnek (s.69)*

Orantısal düşünme becerisinin 2. düzeyi için bilgi boyutu tüm ülkelerin ders kitapları için genel bir şekilde değerlendirildiğinde tüm ders kitaplarının bu düzeyi çoğunlukla oranın a/b şeklinde ifade edilmesine yönelik sorularla işlemsel düzeyde ele aldığı görülmüştür. Bunun yanında kavramsal açıdan toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkına yönelik sadece Singapur ders kitabı doğrudan çözümlü bir soru ile ayrıntılı bir içerik hazırlarmıştır. Türkiye ders kitaplarının sadece bir giriş etkinliği ile çarpımsal karşılaştırma için fırsat sağladığı buna karşın Kanada ders kitaplarının ise bu duruma yönelik herhangi bir içerik sağlamadığı görülmüştür. Tüm ders kitaplarının parça/parça ve parça/bütün ilişkisine değinilmesine rağmen sadece Türkiye ders kitaplarının oran ile kesirlerle olan ilişkisini anlamlandırmaya yönelik bir soruya yer vermediği, Kanada ve Singapur ders kitaplarının buna yönelik sorulara yer verdiği tespit edilmiştir. Birimli oranın bir ölçüm olarak yorumlandığı sorulara ise Kanada ve Singapur ders kitaplarında rastlanırken Türkiye'den seçilen ders kitaplarında oranın ölçüm olarak yorumlamayı gerektiren bir örneğe rastlanmamıştır.

4.2.1.3. Düzey 3'ün bilgi boyutuna göre karşılaştırılması

Düzey 3 iki niceliğin çarpımsal ilişkisinin koruyarak belirli sayıda oran çiftleri oluşturulmasını içermektedir. Denk oranların oluşturulma sürecinde eşit paylaştırma ya da birimleştirme bağlamları bu düzey için kavramsal bilginin bir göstergesi olarak kabul edilmiştir. Diğer taraftan orantı eşitliğinde verilmeyen değerin bulunması gibi doğrudan sayısal bir sonuç bulmayı gerektiren sorular işlemsel bilgi kapsamında ele alınmıştır.

Singapur matematik ders kitapları bu düzeyin bilgi boyutuna göre değerlendirildiğinde, soruların büyük çoğunluğunun işlemsel düzeyde (%93) ele alındığı belirlenmiştir. Her ne kadar kavramsal bağlamda bu düzey düşük yoğunlukta (%7) ele alınsa da 5. sınıf ders kitabının Düzey 3'e denk oran konusunda eşit bölüştürme kavramını içeren çözümlü bir örnekle giriş yaptığı görülmüştür (Bkz. Şekil 4.36). Giriş etkinliğinde elma ve armut miktarları ikişerli gruplara ayrılmış ve oluşan grup sayılarının oranlarının 3:6 olduğu belirtilmiştir. Her grupta ikişer meyve bulunduğundan dolayı grup sayılarını 2 ile çarpımında toplam meyve miktarlarının oranlarının 6:12 olduğunu gösterilmiştir. Buradaki geçiş ile aynı sayıdaki meyvelerin farklı gruplarda oranları karşılaştırılarak eşit bölüştürme bağlamında çarpımsal ilişkinin ilişkilendirildiği görülmektedir. Eşit bölüştürmeyi ikişerli ve üçerli gruplarda modeller kullanarak çarpımsal ilişkinin korunumuna vurgu yaparak ele almasından dolayı bu örnek kavramsal bilgi basamağında değerlendirilmiştir.



Durum 1: Limon ve armutlar ikişerli gruplayın.

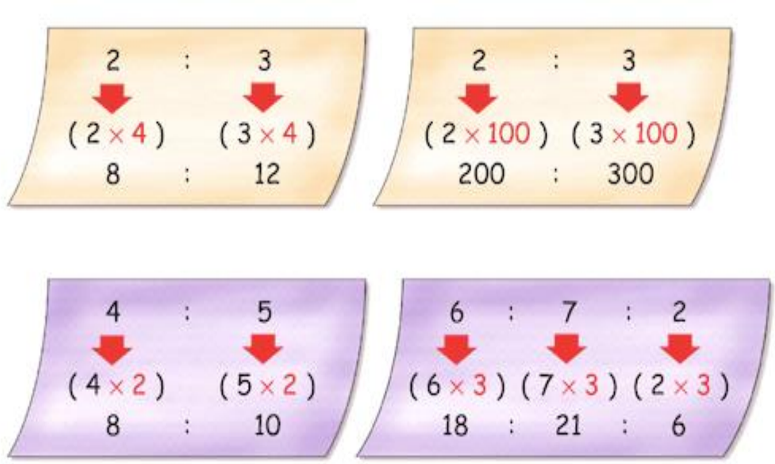
Meyveleri ikişerli gruplar halinde karşılaştırırsak, limonların armutlara oranı 3:6 olur.

Durum 2: Limon ve armutlar üçerli gruplayın.

Meyveleri üçerli gruplar halinde karşılaştırırsak, limonların armutlara oranı 2:4 olur.

Şekil 4.36. *5. sınıf Singapur ders kitabından kavramsal bilgiye ilişkin örnek (s.126)*

5. sınıf Singapur ders kitabı bu kavramsal başlangıç sonrasında denk oranları oluşturma için işlemsel bilgiye yönelik bir geçiş ile ortak çarpanın yardımı ile istenilen değerin bulunması örneklerine geçmiştir. Aşağıdaki çözümlü örnek (Bkz. Şekil 4.37) incelendiğinde bilinmeyen değerin bulunması için ortak çarpan kullanılmakta ve “oranın her bir birimi aynı sayı ile çarparak denk oranları bulabiliriz” açıklaması ile denk oran oluşturmak için ortak çarpanın kullanılmasına yönelik vurgu yapıldığı görülmektedir.



Şekil 4.37. *5. sınıf Singapur ders kitabından işlemsel bilgiye ilişkin örnek (s.128)*

Singapur ders kitap serisinin 6., 7. ve 8. sınıf ders kitaplarında ise öncelikle denk oranların işlemsel olarak aynı katsayılar ile genişletilmesi sürecine değindikleri sonrasında ise etkin çarpımsal yöntemlerinin kullanıldığı görülmüştür. Bu süreçte sıklıkla kayıp değer problemleri ile sayısal bir sonuca ulaşılmasına yönelik içerik hazırlandığı belirlenmiştir. Verilen iki oranın denkliğinin belirlendiği sorular da bu düzeyde işlemsel bilgi kapsamında tespit edilen diğer soru tipleri olmuştur. Aşağıda, 7. sınıf ders kitabında orantı konusu başlangıcında verilen çözümlü örnekte 23:26 ve $\frac{1}{6}$ oranlarının 1:2 oranı ile denk olup olmadığı sorulmaktadır (Bkz. Şekil 4.38). Denklikleri doğrulamak içinde oranı oluşturan değerlerin aynı sayı ile çarpılıp ya da bölündüğü, sonunda ise verilen tüm oranların denk oldukları belirlenmektedir. Bu bakımdan ilgi örnek denk oranların oluşturulmasında işlemsel bir sürecin takip edilmesinden dolayı işlemsel bilgi düzeyinde değerlendirilmiştir.

Is 23 : 46 and $\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$ equivalent to 1 : 2?

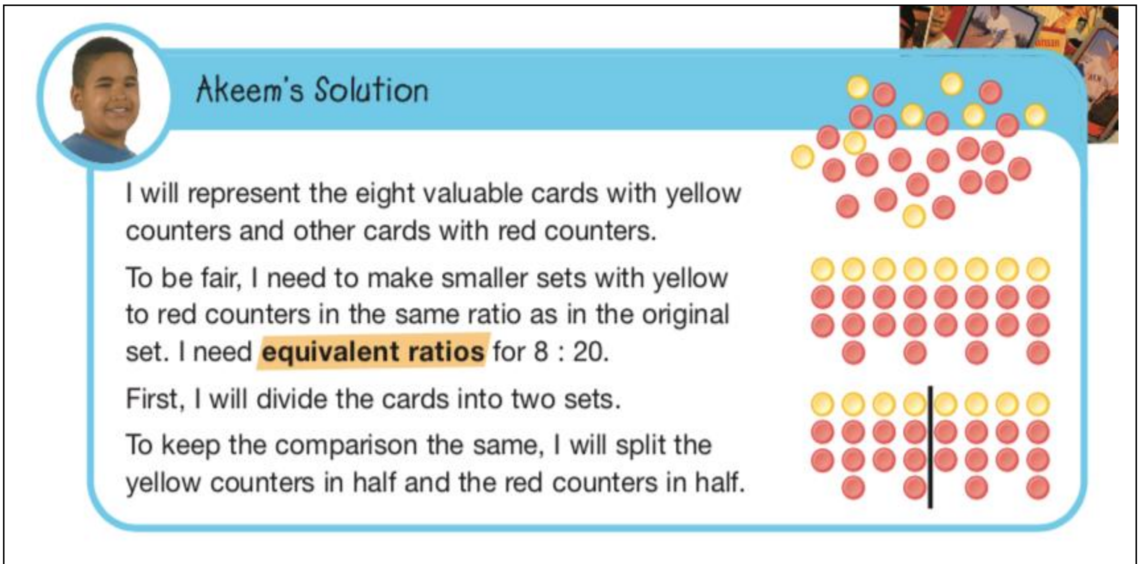
$$23 : 46 = \frac{23}{23} : \frac{46}{23} \quad \text{(divide both parts by 23)}$$
$$= 1 : 2$$

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times 6 : \frac{1}{3} \times 6 \quad \text{(multiply both parts by the lowest common multiple (LCM) of 3 and 6, i.e. 6)}$$
$$= 1 : 2$$

$\therefore$ 23 : 46 and $\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$ are equivalent to 1 : 2.

Şekil 4.38. *7. sınıf Singapur ders kitabı denk orana ilişkin örnek (s.227)*

Kanada ders kitap serisi bu düzeyde bilgi boyutu bağlamında incelendiğinde 6., 7. ve 8. sınıf ders kitaplarında diğer ülkelere benzer şekilde yoğun bir şekilde işlemsel bilgiye (%91) yer verdiği görülmektedir. Her ne kadar kavramsal bilgiye daha az yoğunlukta yer verilse de bu düzeyi Singapur ders kitabına benzer şekilde eşit bölüştürme bağlamında ele alarak orantı konusuna başlanıldığı görülmüştür (Bkz. Şekil 4.39). Örnek incelendiğinde 8'i değerli 20 tanesi normal olan beysbol kartlarının adaletli bir şekilde paylaştırılması istenilmekte bunun için hem değerli hem de diğer kartların yarısı belirlenmektedir.



8 adet değerli sarı beysbol kartı ile diğer kırmızı beysbol kartlarımı göstereceğim.

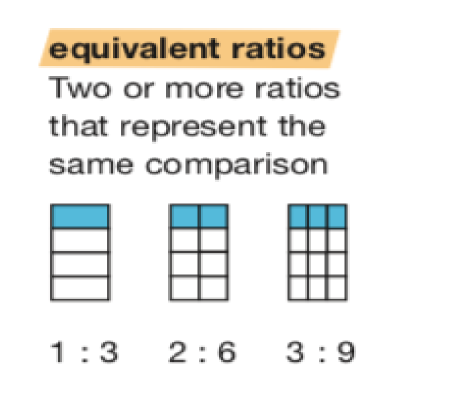
Adil olabilmek için, sarı ve kırmızı kartlarımı aynı oranda daha küçük gruplara ayıracağım. 8:20 oranına denk oranlar elde etmem gerekiyor.

Öncelikle, tüm kartlarımı iki eşit gruba ayıracağım.

Karşılaştırmayı aynı tutabilmek için hem sarı hem de kırmızı kartlarımı ikiye ayıracağım.

Şekil 4.39. *6. sınıf Kanada ders kitabından denk orana ilişkin örnek (s.364)*

Ayrıca aynı sayfada model olarak sunulan denk orana dair "İki veya daha fazla denk oran aynı karşılaştırmayı belirtir" açıklama ile bu durum desteklenmiştir (Bkz. Şekil 4.40).



İki veya daha fazla denk oran aynı karşılaştırmayı belirtir.

Şekil 4.40. *6. sınıf Kanada ders kitabından denk orana ilişkin açıklama (s.364)*

6. sınıf Kanada ders kitabının kavramsal bilgiye yönelik sorulara konu sonunda da yer verdiği görülmüştür. Bu bakımdan 6. sınıf Kanada ders kitabının bu düzey için denk oranların oluşturulmasında eşit bölüştürme ve birimleştirme kavramlarına Singapur'a nazaran güçlü bir şekilde yer verdiği tespit edilmiştir. Aşağıda verilen örnek incelendiği zaman 5:12 oranında verilen kırmızı ve sarı pulların 1 yıl sonrasında aynı miktarda çoğalması sonucu oluşan yeni oranın bulunması ve bu oranın 5:12 oranı ile karşılaştırılması beklenilmektedir (Bkz. Şekil 4.41). Bu bakımdan bu soru birimleştirme kavramını gerektirdiği için Düzey 3 için kavramsal bilgiyi içeren bir soru olarak değerlendirilmiştir.

Checking

3. Ellen has a set of stamps. The ratio of valuable stamps to regular stamps is 5 to 12.
   a) After one year her set is twice as big, but it still has the same ratio of valuable stamps to regular stamps. Compare the new number of valuable stamps to regular stamps with a ratio.
   b) Is the new ratio equivalent to the old ratio? Explain.

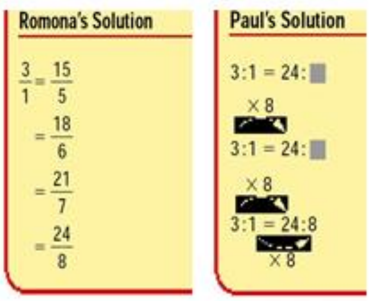
3)Ellen'in bir miktar pulu vardır. Değerli pulların diğer pullara oranı 5:12'dir.

a)Bir yıl sonra pullarının oranı aynı kalacak şekilde tüm pullarının miktarı iki katına çıkıyor. Şimdiki yeni miktarlara göre değerli ve normal pullarının oranlarını karşılaştırınız.

b) Yeni oran ile eski oran birbirine denk mi? Açıklayınız.

Şekil 4.41. *6. sınıf Kanada ders kitabından denk oran oluşturmaya ilişkin sorular (s.365)*

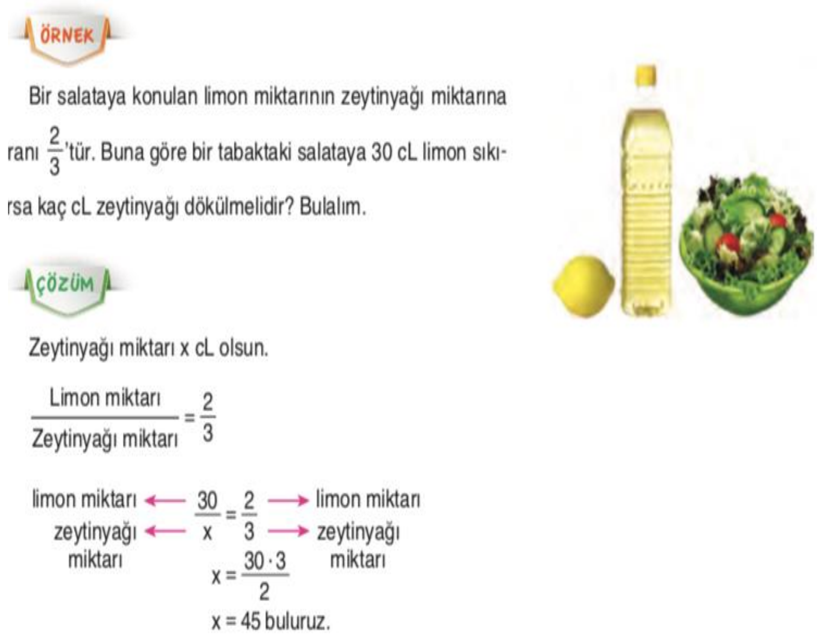
Kanada ders kitap serisi daha sonrasında Singapur ders kitap serisine benzer şekilde denk oran oluşturma sürecini ortak çarpan kullanımını göstererek işlemsel bir sürece doğru bir anlatım ile devam etmiştir. Orantıda istenilen değerin önce birden fazla adımda, sonrasında ise en uygun katsayı ile çarpılması/bölünmesi üzerine bir süreç hazırlanıldığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda 7. sınıf ders kitabında bulunan "kızların erkeklere oranın 1:3 olduğu Kanada kayak takımında 24 erkek bulunduğuna göre kızların sayısı kaçtır?" sorusuna yönelik iki çözüm süreci aşağıda verilmiştir (Bkz. Şekil 4.42). İlk çözüm incelendiğinde öncelikle 3:1 oranından sırası ile 15:5, 18:6, 21:7 ve 24:8 oranlarına ulaşılmış dolayısı ile birden fazla adımda istenilen çarpımsal katsayı ilişkisi kurularak çözümün yapıldığı görülmüştür. İkinci çözümde ise en uygun çarpımsal sayı kullanılarak doğrudan erkeklerin sayıları üzerinden 8 kat ilişkisi kurulmuş buradan ise kızların sayısına ulaşılmıştır.



Şekil 4.42. *7. sınıf Kanada ders kitabından çarpımsal ilişkiye yönelik örnekler (s.43-44)*

Türkiye'yi temsil eden ders kitaplarında Düzey 3'ü içeren soruların neredeyse hepsinin 7. sınıf ders kitabında yer aldığı görülmektedir. Orantı başlığı altında bu düzeyin çoğunlukla içler-dışlar çarpımı yöntemi ile sayısal sonuç bulmaya yönelik işlemsel olarak ele alındığı belirlenmiştir. Kavramsal boyutta ise birimleştirme ve bölüştürme bağlamlarına zemin hazırlayacak soruların sorulmasına rağmen ayrıntılı bir açıklamasının yapılmadığı bu sürecin öğrencilere bırakıldığı, genel süreçte denk oranların oluşturulmasında sayılar arasındaki çarpımsal ilişkilere odaklanıldığı görülmüştür. 7. sınıf matematik ders kitabında orantı ünitesinde sunulan giriş etkinlik sorusu bu bağlamda bir örnek olarak gösterilebilir (s.140). Isı yalıtımı bağlamında verilen etkinlikte ısı yalıtım malzeme miktarı ile kaplanacak alan arasındaki ilişki tablo şeklinde sunulduktan sonra "paket sayısı ile kaplanan alan arasındaki nasıl bir ilişki vardır? (s.74)" sorusu ile her birim paket ile alan sayısı arasındaki ilişkinin sürdürülmesi beklenilmekte, birimleştirme kavramı için imkan vermektedir. Türkiye ders kitaplarında bu düzeyde kavramsal bilgi dahilinde diğer sorular da benzer şekilde çözümsüz olarak birimleştirme ve eşit bölüştürmeye yönelik öğretim fırsatı sağladığı görülmüştür.

İşlemsel bilgi bakımından ise Türkiye ders kitaplarının hızlı bir şekilde içler-dışlar çarpımı algoritmasını tanıtarak soruların çözümünde sıklıkla kullandığı, bu durum ile diğer ülke ders kitaplarından farklılaştığı görülmektedir. 7. sınıf ders kitabında orantı başlığında Düzey 3'e yönelik hazırlanan ilk çözümlü soru (Bkz. Şekil 4.43) bu bağlamda aşağıda sunulmuştur. Çözüm incelendiğinde doğrudan bir algoritma kullanılarak sorunun çözümünün işlemsel olarak yapıldığı dolayısı ile orantı konusunda ilk çözümlü soruda işlemsel olarak içler dışlar çarpımının tanıtıldığı belirlenmiştir. İşlemsel bilgi kapsamında Türkiye ders kitaplarının her ne kadar birden fazla adımda denk oranların oluşturulması ve çarpımsal ilişkinin sürdürülmesi sürecine yönelik örnekler sunulsa da diğer Kanada ve Singapur gibi sistematik olarak ele alınmadığı tespit edilmiştir.



ÖRNEK

Bir salataya konulan limon miktarının zeytinyağı miktarına oranı $\frac{2}{3}$'tür. Buna göre bir tabaktaki salataya 30 cL limon sıkılırsa kaç cL zeytinyağı dökülmelidir? Bulalım.

ÇÖZÜM

Zeytinyağı miktarı x cL olsun.

$$\frac{\text{Limon miktarı}}{\text{Zeytinyağı miktarı}} = \frac{2}{3}$$

limon miktarı ← 30 / x = 2 / 3 → limon miktarı

zeytinyağı miktarı ← x … 3 → zeytinyağı miktarı

$$\frac{30}{x} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{30 \cdot 3}{2}$$

x = 45 buluruz.

Şekil 4.43. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından içler-dışlar çarpımına ilişkin örnek (s.124)*

Düzey 3 genel olarak değerlendirildiğinde tüm ülkelerin çoğunlukla işlemsel boyutta bu düzeyi ele aldıkları görülmektedir. Singapur ve Kanada ders kitaplarının Türkiye'yi temsilen seçilen ders kitaplarından farklı olarak, öncelikle eşit bölüştürme kavramı ile denk oranları kavramsal olarak modeller yardımı ile açıkladıktan sonra işlemsel olarak denk oranlarda skaler ve fonksiyonel çarpım metodunu kullandıkları görülmektedir. Türkiye'yi temsilen seçilen ders kitaplarının ise kavramsal bir başlangıç süreci için zemin hazırladığı fakat bu süreci sınıf içi anlatımda öğretmen ve öğrencilere bıraktığı görülmüştür. Ayrıca Türkiye ders kitabını ilk etkinlikten sonra çarpımsal ilişkilerin fark edilmesine yeterince zemin hazırlanmadan hızlı ve yoğun şekilde etkin çarpımsal yöntemlere geçtiği, bu düzeyde yoğun bir şekilde içler-dışlar algoritmasını kullandığı görülmüştür.

4.2.1.4. Düzey 4'ün bilgi boyutuna göre karşılaştırılması

Orantısal düşünmenin en son düzeyinde Düzey 3'den farklı olarak çarpımsal ilişkinin genellenmesi beklenilmektedir. Bu düzey doğru ve ters orantı başlıkları altında y=mx ya da yx=m ilişkisinin formüle edilmesi, yorumlanması, grafiklerle gösteriminin yapılması şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Bu düzeyde niceliklerden yola çıkarak orantısal ilişkinin genellenmesi, farklı gösterimlerle bu ilişkinin ifade edilmesi, orantısal ve orantısal olmayan durumların ayırt edilmesi ve sabit oranın yorumlanmasını gerektiren sorular kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilmiştir. Diğer taraftan sabit oranın sadece sayısal olarak hesaplanması, orantısal ilişkiyi gösteren cebirsel ifadelerin problem çözümlerinde istenilen sayısal değerin bulunmasında kullanılması ise işlemsel bilgi açısından değerlendirilmiştir. Bu bölümde ders kitapların Düzey 4'ü bilgi boyutu nasıl ele aldıklarına dair bulgular sunulmuştur.

Düzey 4 oran ve orantı konu başlıklarında işlemsel ve kavramsal bilgi boyutuna göre incelendiğinde Kanada ders kitaplarında bu düzeye ait herhangi bir soruya yer vermediği görülmüştür. Bu nedenden dolayı bu bölümde Singapur ve Türkiye'den seçilen ders kitaplarına ait bulgulara yer verilmiştir.

Düzey 4 bilgi boyutu bakımından ele alındığında, 8. sınıf Singapur ders kitabının diğer düzeylerde olduğu gibi çoğunlukla işlemsel bilgiye (%90) ağırlık verdiği görülmüştür. Doğru ve ters orantı konularında ele alınan bu düzeyin bu bağlamda giriş örneklerinde öncelikle genelleme sürecinin hem cebirsel hem de grafiklerle açıklandığı dolayısı ile kavramsal bir başlangıç yaptığı görülmüştür. Aşağıda verilen örnek incelendiğinde gün sayısı ve ceza miktarları arasındaki ilişki gösterilerek y/x=15 genellemesine ulaşılmıştır (Bkz. Şekil 4.44). Ayrıca aynı örnekte y/x değerinin yorumlanmasını istenmiş ve sabit değer 15'in bu bağlam içinde nasıl ifade edilebileceği sorulmuştur. Bu bakımdan doğru orantı içeren çarpımsal bir ilişkinin verilen değerler üzerinden irdelendiği ve bir genellemeye ulaşılarak bu genelleme üzerinden orantısallık ilişkisi üzerine çıkarımlar yapıldığı için bu çözüm kavramsal bilgi olarak değerlendirilmiştir.

Number of days (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fine (y cents)	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
Rate $\left(\frac{y}{x}\right)$	$\frac{15}{1} = 15$	$\frac{30}{2} = 15$	$\frac{45}{3} = 15$							

Table 1.2

What can we observe about the rate $\frac{y}{x}$?

What does $\frac{y}{x}$ represent? What does the constant '15' mean in this context?

In direct proportion, the rate $\frac{y}{x}$ is a *constant*. In this case, $\frac{y}{x} = 15$.

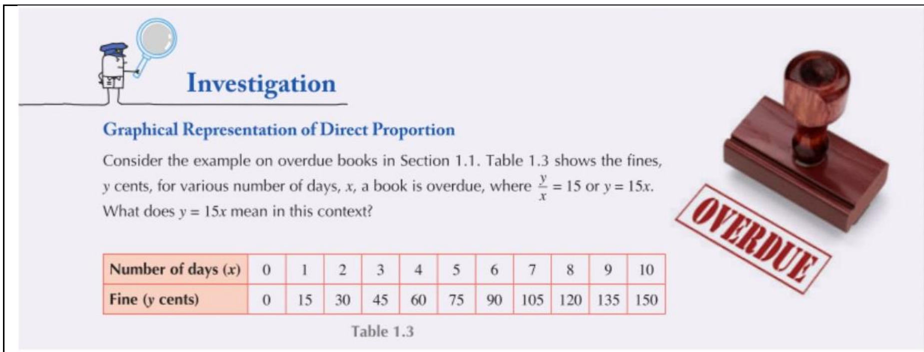
y/x oranı hakkında ne gözlemleyebiliriz?

y/x neyi temsil ediyor? Örnek bağlamında 15 sabit sayısının anlamı nedir?

Doğru orantıda y/x oranı sabittir. Bu durumda, y/x=15'tir.

Şekil 4.44. *8. sınıf Singapur ders kitabından doğru orantıya ilişkin giriş örneği (s.4)*

Ayrıca Singapur ders kitabının aynı giriş etkinliğinin devamında y=mx cebirsel gösterimin yorumlanmasına yönelik bir soru sorduğu görülmüştür (Bkz. Şekil 4.45). Bu soru 3. Düzey için kavramsal bilgi bağlamında değerlendirilmiştir. "Gün sayısı ve ceza miktarının verildiği tabloya göre y=15x doğrusal ilişkisi neyi ifade etmektedir" şeklinde verilen soruda bir önceki çözümde genelleme süreci sonunda oluşturulan cebirsel ifadenin yorumlanmasını içerdiği için bu soru da kavramsal bilgi kapsamında ele alınmıştır.



Investigation

Graphical Representation of Direct Proportion

Consider the example on overdue books in Section 1.1. Table 1.3 shows the fines, y cents, for various number of days, x, a book is overdue, where $\frac{y}{x} = 15$ or $y = 15x$. What does $y = 15x$ mean in this context?

Number of days (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fine (y cents)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150

Table 1.3

Doğru orantının grafiksel gösterimi:

Bölüm 1.1'de verilen kitap süresi örneğini göz önünde bulundurun. Tablo 1.3 y/x=15 veya y=15x olmak üzere çeşitli geçmiş gün sayısı (x) için verilen para cezalarını (y sent) göstermektedir. Bu bağlamda y=15x neyi ifade etmektedir?

Şekil 4.45. *8. sınıf Singapur matematik ders kitabından doğrusal ilişkinin yorumlanmasına ilişkin soru (s.6)*

Singapur 8. sınıf ders kitabının kavramsal bilgi bakımından sunduğu bir diğer içerik ise değişkenler arasındaki ilişkilerin orantısallık yönünden değerlendirildiği sorular olmuştur. Aşağıda bu kapsamda değerlendirilen aynı sorudan türetilen üç alt soru verilmiştir (Bkz. Şekil 4.46). Sorular incelendiği zaman A, B ve C arasındaki orantısal ilişkiler verildikten sonra oluşturulan yeni durumların doğru orantı içerip içermediğinin kanıtlanması beklenmektedir. Bu kapsamda öncelikle A, B ve C için hem doğru hem ters orantı kapsamında değerlendirme yapılması sonrasında her bir istenilen durum için orantısallıklarına karar verilmesi beklenilmektedir. Orantısallık ilişkilerinin yorumlanarak ispat gerektiren bu sorular bu bakımdan kavramsal bilgi kapsamında değerlendirilmiştir.

If A is directly proportional to C and B is directly proportional to C, prove that each of the follow directly proportional to C.

(a) $A + B$

(b) $A - B$

(c) $\sqrt{AB}$

Eğer A ile C doğru orantılı ve B’de C ile doğru orantılı ise aşağıdaki durumların hepsinin C ile doğru orantılı olduğunu ispatlayın.

Şekil 4.46. *8. sınıf Singapur ders kitabından orantısal durumlara ilişkin sorular (s.36)*

8. sınıf Singapur ders kitabını Düzey 4 için işlemsel bilgiyi kullanmayı gerektiren sorularda çoğunlukla y=mx ve yx=m genellemelerinin ve grafik gösterimlerinden faydalanarak işlemsel süreç yürüttükleri tespit edilmiştir. “*Eğer “y ile x arasında doğru orantı var ise ve y=12 iken x=4 oluyorsa a) x ile y arasındaki denklemi bulunuz?*” şeklinde verilen sorunun çözümü incelendiğinde y=kx cebirsel ifadesinden faydalanılarak verilen x ve y değerlerine göre hesaplama yapıldığı ve k değerinin bulunduğu belirlenmiştir (Bkz. Şekil 4.47). Bulunan k değerini ise doğrusal denklemde belirtilen yere yazılarak y=3x cebirsel ifadesine ulaşılmıştır. Çözümde doğrusal ilişkinin cebirsel ifadesi kullanarak işlemsel bir süreç takip edildiği ve oluşturulan cebirsel ifadenin herhangi bir şekilde yorumlanması gerekmediği için bu soru işlemsel düzeyde değerlendirilmiştir.

Worked Example 2

(Equation of Direct Proportion)

If y is directly proportional to x and $y = 12$ when $x = 4$, find

(i) an equation connecting x and y,

Solution:

(i) Since y is directly proportional to x,
then $y = kx$, where k is a constant.
When $x = 4$, $y = 12$,
$12 = k \times 4$
$\therefore k = 3$
$\therefore y = 3x$

ATTENTION

Since y is directly proportional to x, then $\frac{y}{x} = k$ or $y = kx$, where k is a constant and $k \neq 0$.

y ile x arasında doğru orantı var ve y=12 iken x=4 ise;

a) x ile y arasındaki denklemi bulunuz?

(i) y ile x arasında doğru orantı ilişkisi olduğundan y=kx’tir ve k sabittir.

Şekil 4.47. *8. sınıf Singapur ders kitabından doğru orantının cebirsel ifadesine ilişkin örnek (s.8)*

Düzey 4’ün Türkiye’yi temsilen seçilen ders kitaplarında ise sadece 7. sınıf seviyesinde yer verilmiş olup, Singapur’dan farklı olarak kavramsal bilgiye (%33) oransal olarak daha fazla ağırlık verdiği görülmüştür. Kavramsal bilgi boyutunda değerlendirilen sorular arasında, verilen değerler arasındaki çarpımsal ilişkinin cebirsel ve grafik olarak ifade edilmesi ve orantısallığın doğrusal ilişkiyle karşılaştırmasını içeren sorular yer almaktadır. Aşağıda verilen çözümlü soru incelendiğinde tablo değerleri arasındaki çarpımsal ilişkinin tabloda sonsuza kadar ilerlediğini belirtmek amacı ile “…” sembolünün kullanıldığı görülmektedir (Bkz. Şekil 4.48). Daha sonra bu süreç y=16x şeklinde cebirsel ifade edilmiş, bu ilişkinin çarpımsal olarak sabit olduğu gerek tabloda gerekse çözümde vurgulanmıştır. Doğru orantı içeren bir ilişkinin genelleştirilerek gerek tablo yardımı ile gerekse cebirsel gösterimle ifade edilmesi ve sabit oran ilişkisinin yorumlanmasından dolayı bu örnek kavramsal bilgi kapsamında değerlendirilmiştir.

ÇÖZÜM

Tablo: Basamak Sayısı ile Kat Sayısının İlişkisi

Kat sayısı (x)	Basamak Sayısı (y)	Doğrusal İlişki
1	$1 \cdot 16$	16’nın 1 katı
2	$2 \cdot 16$	16’nın 2 katı
3	$3 \cdot 16$	16’nın 3 katı
...	...	...
x	$x \cdot 16$	16’nın x katı

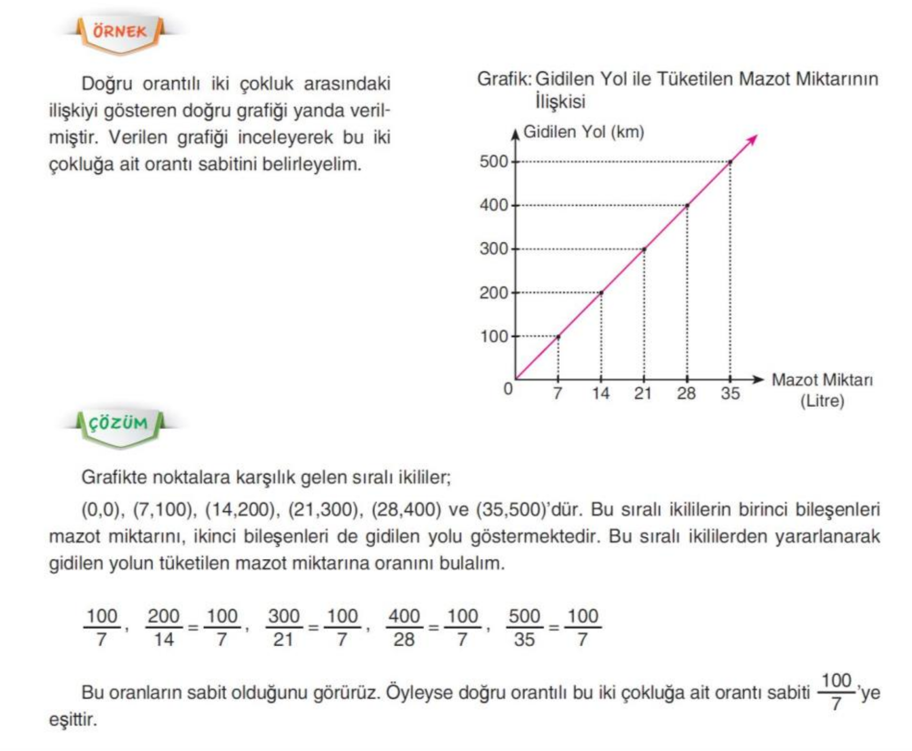
x kat sayısını, y basamak sayısını göstermek üzere bu iki çokluk arasındaki ilişkinin denklemi $y = 16x$ olur.

Doğru orantılı bu çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki vardır. Kat sayısının basamak sayısına oranı 1 : 16 olduğundan kat sayısı 1’in basamak sayısı da 16’nın aynı sayı katıdır. Kat sayısı $3 \cdot 1 = 3$ olduğunda basamak sayısı: $3 \cdot 16 = 48$ olur.

Şekil 4.48. *7. sınıf Türkiye ders kitabından doğrusal ilişkiye ilişkin örnek (s.134)*

7. sınıf matematik ders kitabı orantısal ilişkilerin genellenmesi ve sabit oranın yorumlanmasına yönelik örnekler dışında da kavramsal bilgi gerektiren sorulara yer verdiği tespit edilmiştir. Orantısal ilişkilerin grafik ve denklemlerle ifade edebilme konusunun ilk giriş etkinliğinde sorulan “Doğru orantılı çokluklar arasında doğrusal ilişki var mıdır? (s.134)” sorusu orantısal ve doğrusal ilişki arasındaki ilişkinin yorumlanmasına imkan vermektedir. Orantısal ilişkilerin her zaman doğrusal olup olmadığının tartışılmasına imkan veren bu soru bu sebepten kavramsal bilgi düzeyinde değerlendirilmiştir.

7. sınıf Türkiye ders kitabında ilgili düzeyin işlemsel bilgi gerektiren soruları incelendiğinde Singapur ders kitabına benzer şekilde, cebirsel ifadelerin ve grafiksel gösterimlerin doğrudan soru çözümlerinde kullanıldığı görülmüştür. Bu bağlamda aşağıdaki örnek (Bkz. Şekil 4.49) incelendiğinde grafikten sadece oranı oluşturan sayısal değerler tespit edilmiş sonrasında değerlerin birbirine bölümünden sabit oran değerinin bulunmuştur. Bu bakımdan bu soru istenilen sabit oran (m) değerinin hesaplanmasına yönelik işlemsel bir süreç içermekte olduğu ve yorumlanmasına yönelik bir içerik sunulmadığı için işlemsel bilgi düzeyinde değerlendirilmiştir.


ÖRNEK

Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi gösteren doğru grafiği yanda verilmiştir. Verilen grafiği inceleyerek bu iki çokluğa ait orantı sabitini belirleyelim.

ÇÖZÜM

Grafikte noktalara karşılık gelen sıralı ikililer;

(0,0), (7,100), (14,200), (21,300), (28,400) ve (35,500)'dür. Bu sıralı ikililerin birinci bileşenleri mazot miktarını, ikinci bileşenleri de gidilen yolu göstermektedir. Bu sıralı ikililerden yararlanarak gidilen yolun tüketilen mazot miktarına oranını bulalım.

$$\frac{100}{7}, \quad \frac{200}{14}=\frac{100}{7}, \quad \frac{300}{21}=\frac{100}{7}, \quad \frac{400}{28}=\frac{100}{7}, \quad \frac{500}{35}=\frac{100}{7}$$

Bu oranların sabit olduğunu görürüz. Öyleyse doğru orantılı bu iki çokluğa ait orantı sabiti $\frac{100}{7}$'ye eşittir.

Şekil 4.49. *7. sınıf Türkiye ders kitabı orantı sabitinin bulunmasına ilişkin örnek (s.138)*

Düzey 4 bilgi boyutu kapsamında genel olarak değerlendirildiğinde Singapur (%90) ve Türkiye (%67) ders kitaplarının çoğunlukla işlemsel bilgiye ağırlık verdikleri belirlenmiştir. İki ülke de bu süreçte çoğunlukla istenilen sayısal sonuçları bulmak için cebirsel ifadeler ve grafiksel gösterimlerden faydalanmışlardır. Kavramsal bilgi boyutunda ise Türkiye (%33) ders kitaplarının Singapur (%10) ders kitaplarından daha fazla oranda yer verdiği görülmüştür. Yine iki ülke benzer şekilde sıklıkla orantısal düşünmenin genelleştirilmesi bunun grafik ve cebirsel olarak ifade edilmesine yönelik örnekler ile farklı orantısal durumların ayırt edilmesine yönelik örnekler sağlamışlardır.

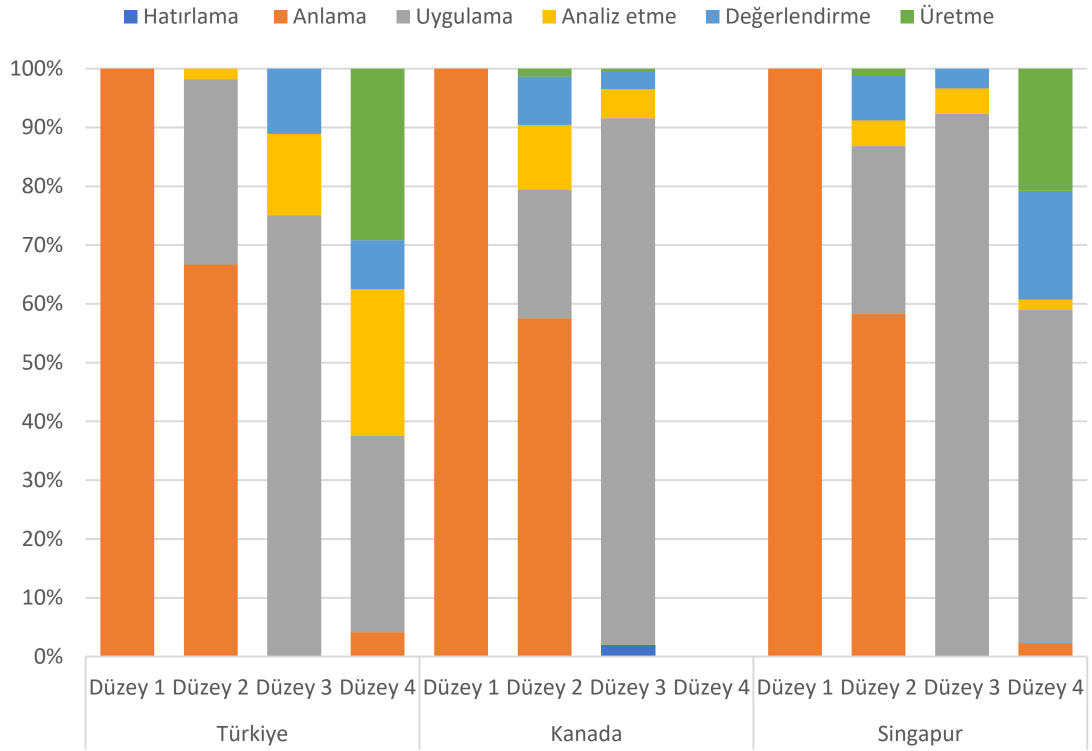
Kanada ders kitapları ise orantısal düşünmenin 4. düzeyine yönelik bir soru tespit edilmediği için bu kapsamda değerlendirmeye alınmamıştır.

4.2.2. Orantısal düşünmenin bilişsel süreç boyutuna göre karşılaştırılması

Bir önceki bölümde orantısal düşünme becerisi düzeyleri işlemsel ve kavramsal bilgi kapsamında değerlendirilmiştir. Bu bölümde ise orantısal düşünmenin her bir düzeyine ait soruların yenilenmiş Bloom taksonomi basamaklarına göre değerlendirilmesine yer verilmiştir. Bulgular önce ülkeler bazında karşılaştırılmış sonrasında ise her bir düzey için bulgular ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Düzeylerin bilişsel süreçlere göre değerlendirilmesinde Anderson ve Krathwohl'un (2001) yeniden revize ederek oluşturduğu 6 bilişsel süreç basamağı kullanılmıştır. Bu süreçlerin temel özellikleri göz önünde bulundurularak öncelikle orantısal düşünme becerisine yönelik bir kodlama aracı meydana getirilmiştir (Bkz. EK-3). Oluşturulan kodlama aracı yardımı ile seçilen sorular değerlendirilmiş uygun düzeylere atanmıştır.

Bu kapsamda ilk olarak genel bir çerçevede ülkelerin ders kitap serilerinin oran ve orantı başlıkları altında YBT'nin 6 bilişsel sürecine ne ölçüde yer verildiğine dair sonuçlar paylaşılmıştır (Bkz. Şekil 4.50). Grafikte orantısal düşünme becerisinin her bir düzeyi için YBT bilişsel süreçlerinin oranları aktarılmıştır.



Üretme (%)	0	0	0	7 (%29)	0	1 (%1)	1 (%1)	0	0	1 (%1)	0	36 (%21)
Değerlendirme (%)	0	0	8 (%11)	2 (%8)	0	6 (%8)	6 (%3)	0	0	7 (%7)	7 (%3)	32 (%18)
Analiz etme(%)	0	1 (%2)	10 (%14)	6 (%25)	0	8 (%11)	10 (%5)	0	0	4 (%4)	9 (%4)	3 (%2)
Uygulama (%)	0	17 (%31)	54 (%75)	8 (%24)	0	16 (%22)	180 (%89)	0	0	26 (%27)	192 (%93)	98 (%57)
Anlama (%)	14 (%100)	36 (%67)	0	1 (%4)	1 (%100)	42 (%58)	0	0	2 (%100)	53 (%57)	0	4 (%2)
Hatırlama (%)	0	0	0	0	0	0	4 (%2)	0	0	0	0	0
Toplam (%)	14 (%100)	54 (%100)	72 (%100)	24 (%100)	1 (%100)	73 (%100)	201 (%100)	0 (%100	2 (%100)	91 (%100)	208 (%100)	173 (%100)

Şekil 4.50. *Ders kitaplarının YBT bilişsel süreçlerine yer verme oranları*

Grafik incelendiğinde tüm ülkelerin orantısal düşünme becerisi düzeylerini çoğunlukla uygulama ve anlama basamaklarında ele aldığı görülmektedir. Bunun yanında üst düşünme becerisi içeren yüksek bilişsel düzeyler olan değerlendirme ve üretme basamaklarına farklı yoğunlukta da olsa yer verildiği belirlenmiştir. Bu kapsamda Düzey 1 altındaki sorular tüm ders kitapları tarafından anlama boyutunda sunulurken, Düzey 2 kapsamında da yoğunluğun anlama seviyesinde olduğu görülmüştür. Düzey 2 kapsamında Türkiye ders kitapları üst düzey bilişsel sorulara yer vermezken, Singapur ve Kanada ders kitaplarının değerlendirme ve üretme basamaklarında sorulara yer verdiği belirlenmiştir. Düzey 3 kapsamında tüm ders kitaplarının ağırlıkla uygulama basamağına dair sorular sorduğu belirlenirken ülkelerin analiz ve üretme basamaklarına yönelik sorulara da yer verdiği tespit edilmiştir. Düzey 4'te ise Singapur ve Türkiye ders kitaplarının hatırlama haricinde tüm basamaklara ait sorulara farklı yoğunluklarda yer verdiği belirlenmiştir.

Bundan sonraki bölümlerde orantısal düşünmenin her bir düzeyi YBT'nin bilişsel süreç basamaklarına göre ayrıntılı incelenmiş ve bulgular sunulmuştur.

4.2.2.1. Düzey 1'in bilişsel süreç boyutuna göre karşılaştırılması

Orantısal düşünmenin ilk düzeyi sayısal değerlere girilmeden kovaryasyonel ilişkinin sezgisel olarak yorumlanmasını içermektedir. Ders kitapları oran orantı konu başlıkları altında Düzey 1 kapsamında incelendiğinde her üç ülkenin de bu düzeye ait en az birer örnek sağladığı görülmektedir. Üç ülkenin ders kitaplarında yer verilen soruların hepsi aynı yapıda olup birbiri ile kovaryasyonel olarak ilişkili değişkenlerden birisinin artışının diğerini nasıl etkileyeceğini sorgulatmaktadır.

Singapur ders kitaplarında bu sorular doğru ve ters orantı başlıklarından önce konuya ısındırma soruları olarak toplamda iki soru kapsamında verilmiştir. 8. sınıf Singapur ders kitabında yer alan "Geçen gün sayısı arttıkça verilen ceza artar mı? Azalır mı? (s.3)" sorusu incelendiğinde bir niceliğin değişiminin diğer niceliği nasıl etkilediği hakkında bir çıkarım yapılması, değişimin diğer değişkene göre yorumlanması beklenilmektedir. Bu yönde bir çıkarım yapma ise YBT'nin anlama basamağında değerlendirilmiştir.

Türkiye'den seçilen 7. sınıf ders kitabında Singapur ders kitaplarına benzer şekilde doğru ve ters orantı konu girişlerinde yer verilen bu sorulara ayrıca ünite değerlendirme kısmında da yer verilmiştir. Bu bağlamda "Bir otomobilin deposundaki mazot miktarı ile bu otomobilin gideceği mesafe arasında nasıl bir ilişki vardır? Mazot miktar ondaki artma veya azalma, otomobilin gideceği mesafeyi nasıl etkiler? (s.123)" sorusu incelendiğinde bir niceliğin değişiminin kendisine kovaryasyonel olarak bağlı diğer değişkeni nasıl etkilediğine dair bir yorumlama, çıkarım yapması beklenilmektedir. Bu bakımdan bu soru YBT göre anlama basamağında değerlendirilmiştir. Ayrıca ders kitabında bu düzeyde yer alan diğer tüm sorular aynı yapıda olduğu için Düzey 1'de yer alan sorular anlama basamağı altında kodlanmıştır.

Kanada ders kitabında da Düzey 1, Türkiye ve Singapur ders kitaplarındaki benzer yapıda bir soruya yer verildiğinde dolayı bu soru da YBT'nin anlama basamağında değerlendirilmiştir. 6. sınıf Kanada ders kitabında yer verilen “Rodrigo daha fazla beyaz boya eklerse karışımdaki toplam miktar nasıl değişir? (s.363)” sorusu bu bağlamda ele alındığında diğer sorulara benzer şekilde bir niceliğin değişimin diğer niceliğe etkisi irdelendiğinden dolayı bu basamak altında kodlanmıştır (Bkz. Şekil 4.51).

Türkiye	Bir otomobilin deposundaki mazot miktarı ile bu otomobilin gideceği mesafe arasında nasıl bir ilişki vardır? Mazot miktar ondaki artma veya azalma, otomobilin gideceği mesafeyi nasıl etkiler?
Singapur	If the number of days a book is overdue increases, will the fine increase or decrease? (Bir kitabın geciken iade gün sayısı artarsa, para cezası artar mı, azalır mı?)
Kanada	3. What happened to the total amount of paint when Rodrigo added more and more white parts? (Rodrigo beyaz boya miktarını arttırmaya devam ederse toplam boya miktarı nasıl değişir?)

Şekil 4.51. *Anlama basamağına ilişkin örnek sorular*

Düzey 1 bilişsel süreç boyutu bakımından değerlendirildiğinde genel olarak tüm ders kitaplarının farklı miktarlarda da olsa, aynı yapıdaki sorular ile sadece anlama basamağına dair örnekler sunduğu belirlenmiştir.

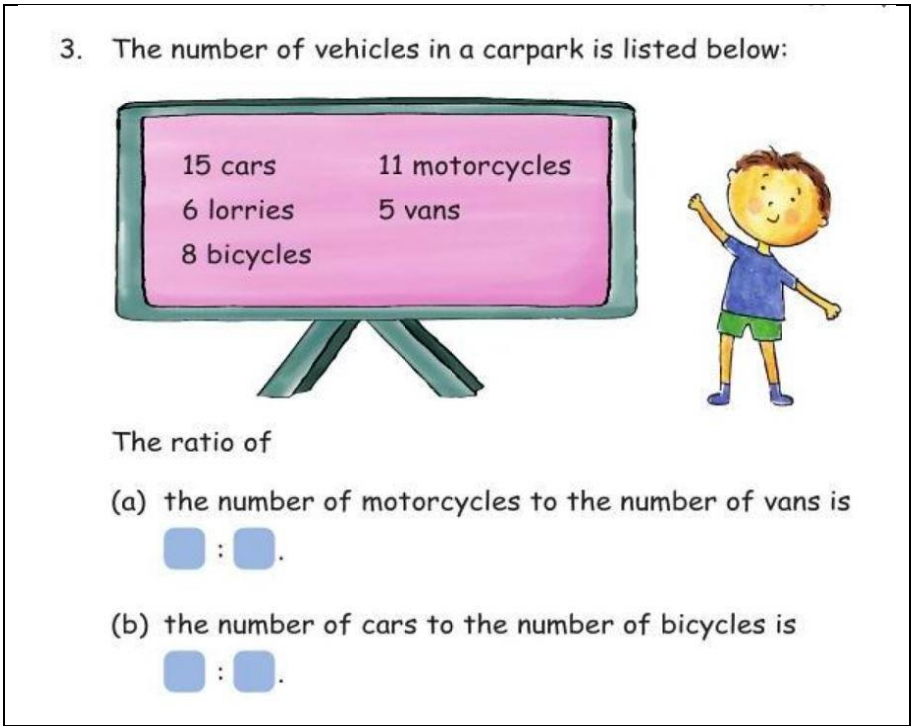
4.2.2.2. Düzey 2’nin bilişsel süreç boyutuna göre karşılaştırılması

Bu bölümde orantısal düşünme becerisinin 2. düzeyi kapsamındaki soruların bilişsel süreç bakımından sınıflandırılmasına yer verilmiştir. Düzey 2 belirli iki değerinin birbiri ile karşılaştırılmasını içermektedir. Bu karşılaştırma kitaplarda ezberlenen bir bilginin geri çağrılması yönünde düşük seviyede bir süreç gerektirebileceği gibi çarpımsal ilişki içeren yeni bir durum oluşturmaya yönelik yüksek düzeyde bir süreçte gerektirebilir. Değerlendirilmenin yapılmasında bilişsel süreçlerin temel alt basamakları göz önünde bulundurulurken, sorular oluşturulan göstergeler yardımı ile incelenmiştir.

Düzey 2 YBT’ye göre incelendiğinde tüm ülkelerin çoğunlukla anlama basamağını gerektiren sorulara yer verdiği görülmektedir. Ayrıca Kanada ve Singapur ders kitaplarının üst düzey bilişsel süreçler kapsamında Türkiye ders kitaplarına göre daha fazla öğrenme fırsatı sunduğu görülmüştür. Singapur ve Kanada ders kitapları üretme ve değerlendirme basamaklarında örnekler sunarken Türkiye ders kitapları bu basamaklara yönelik sorulara yer vermemiştir.

Bilişsel süreç boyutları göz önüne alındığında ilk basamak olan hatırlama, oluşturulan bilginin olduğu gibi geri çağrılmasını gerektirmektedir. Bu yönü ile bu basamak daha çok kısa cevaplı, doğru-yanlış, boşluk doldurma tarzında sorularla karşımıza çıkmaktadır. Düzey 2 bu bağlamda ele alındığında ders kitaplarında oranın tanımının istenilmesi, daha önceden verilen bazı kuralların daha sonra doğru yanlış olarak değerlendirilmesi beklenilse de incelenen hiçbir kitapta hatırlama basamağını gerektiren bir yapıya rastlanmamıştır.

Anlama boyutu bu düzeyde ders kitaplarının hepsinde yoğun bir şekilde, oranın a:b ya da a/b şeklinde ifadesi olarak yer almıştır. Anlama düzeyinin alt bileşeni olan yorumlamada öğrencilerden bir gösterim formundan başka bir gösterim formuna geçiş yapabilmesi beklenilmektedir. Oran konusunun sıklıkla ele aldığı “a’nın b’ye oranı” sözel ifadesinin “a:b ya da a/b” şeklinde cebirsel gösterimle belirtilmesinden dolayı bu geçişi gerektiren tüm yapılar anlama düzeyinde ele alınmıştır. 5. sınıf Singapur ders kitabına ait aşağıdaki soru incelendiğinde verilen araç sayılarının a:b şeklinde ifadesi beklenilmektedir. Diğer bir ifade ile a’nın b’ye oranı ifadesinin a:b şeklinde farklı bir gösterimini içerdiğinden dolayı bu soru anlama basamağı olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.52).



Aşağıda bir otoparkta bulunan araç sayıları verilmiştir.

a) Motosiklet sayısının kamyonet sayısına oranı

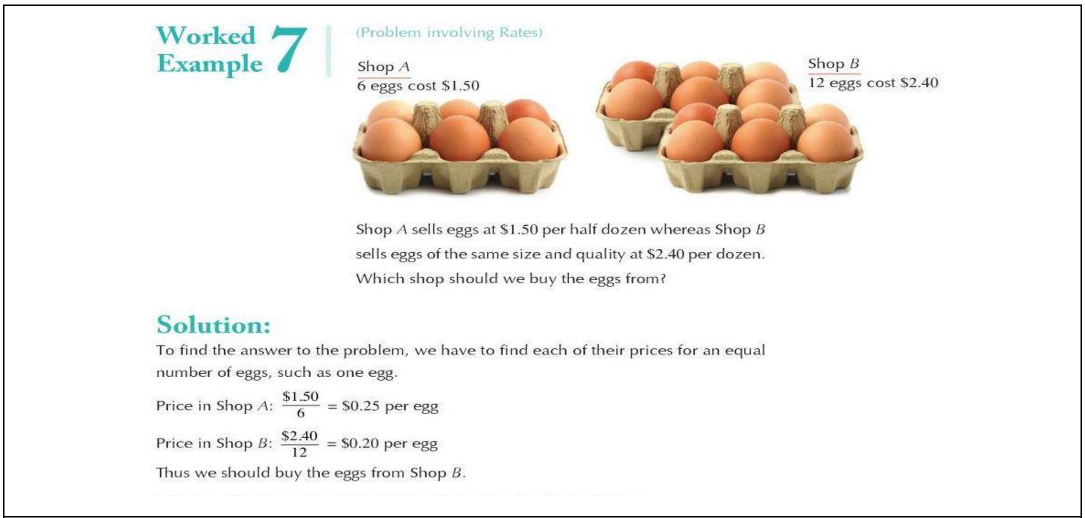
b) Araba sayısının bisiklet sayısına oranı

Şekil 4.52. *5. sınıf Singapur ders kitabı orana ilişkin sorular (s.123)*

Singapur ders kitaplarında uygulama basamağına ait sorularda çarpımsal ilişki kullanılarak niceliklerin birbirinin kaç katı olduğunun hesaplandığı görülmüştür. Oranların doğrudan çarpımsal ilişkisinin sorgulandığı bu tarz sorular diğer ülkelerin ders kitap serilerinde yer almamaktadır. “Yemek çubuğunun uzunluğu (24 cm) çay kaşığının uzunluğunun (12cm) kaç katıdır (s.49)?” sorusu incelendiğinde iki farklı uzunluğun çarpımsal olarak doğrudan karşılaştırma yapmalarını bunun için 24:12=2 işleminin yapılması beklenmektedir. Bu bakımdan bu soru tipi düzey 2’nin bilişsel süreçlerden uygulama basamağında bir problem çözme dolayısı ile uygulama basamağına uygun bir soru biçimi olmaktadır.

Singapur ders kitaplarının değerlendirme basamağına, iki farklı oranın karşılaştırılmasını gerektiren sorular ile yer verdiği tespit edilmiştir. Bu kapsamda verilen iki farklı durum için oranların ölçüm olarak yorumlanarak hangisinin diğerinden “hızlı, pahalı” gibi niteliklere göre değerlendirilme yapmaları beklenilmektedir. 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan örnek incelendiğinde, iki farklı markette satılan farklı miktar ve fiyattaki yumurtaların hangisinin daha karlı olduğu incelenmiştir (Bkz. Şekil

4.53) Bunun için fiyat/yumurta sayısı oranı her iki durum için hesaplanmış ve sonrasında bu oranlar her bir yumurtanın fiyatı olarak yorumlanmıştır. Yumurtalardan hangisinin ucuz olduğuna oranlar yardımı ile değerlendirilip karar verilmesinden dolayı bu tarz karşılaştırma soruları değerlendirme basamağı olarak kodlanmıştır.



Worked Example 7

(Problem involving Rates)

Shop A
6 eggs cost \$1.50

Shop B
12 eggs cost \$2.40

Shop A sells eggs at \$1.50 per half dozen whereas Shop B sells eggs of the same size and quality at \$2.40 per dozen. Which shop should we buy the eggs from?

Solution:

To find the answer to the problem, we have to find each of their prices for an equal number of eggs, such as one egg.

Price in Shop A: $\frac{\$1.50}{6} = \$0.25$ per egg

Price in Shop B: $\frac{\$2.40}{12} = \$0.20$ per egg

Thus we should buy the eggs from Shop B.

A mağazası yarım düzine yumurtayı 1.5 dolara satarken, B mağazası aynı büyüklükteki bir düzine yumurtayı 2.40 dolara satmaktadır. Yumurtayı daha ucuz alabilmek için hangi mağazayı tercih etmeliyiz?

Çözüm:

Cevabı bulabilmemiz için her bir yumurtanın fiyatı gibi eşit miktarda yumurtaların fiyatlarını bulmamız gerekiyor.

A mağazası fiyatı: her yumurta 0.25 dolar

B mağazası fiyatı: her yumurta 0.20 dolar

Bu yüzden B mağazasından almalıyız.

Şekil 4.53. *7. sınıf Singapur ders kitabından oranların karşılaştırılmasına ilişkin örnek (s.235)*

YBT'nin en son basamağı olan üretme basamağında öğrenciden yeni bir ürün ortaya koyması beklenmektedir. Bu basamağı gerektiren bir örneğe 7. sınıf Singapur ders kitabında yer verilmiştir. Verilen etkinlikte 40 adet yeşil top ile 60 adet kırmızı topun oransal karşılaştırmasının yapılması bunun farklı şekillerde ifade edilmesi istenilmiştir. Etkinliğin sonunda öğrencilerden yeni bir oran içeren senaryo oluşturmaları, bu oranı modelleme yardımı ile ifade etmeleri istenerek orana dair bir anlatım sürecinin tamamen öğrenciler tarafından oluşturulması beklenmiştir. Bu bakımdan Singapur ders kitabının Düzey 2 için üretme basamağını gerektiren bir soruya yer verdiği belirlenmiştir.

Kanada ders kitapları Düzey 2’nin için bilişsel süreç bakımından değerlendirildiğinde, Singapur ders kitaplarına benzer şekilde en fazla anlama basamağında sorulara yer verdiği görülmüştür. Anlama basamağında ise daha önceki örneklere benzer şekilde, oranın farklı gösterimlerle ifade edilmesini içeren sorular yer almaktadır. Aşağıdaki soru incelendiğinde farklı iki durum için kırmızıların yeşillere oranlarının yazılması dolayısı ile “kırmızının tişört sayısının yeşil tişört sayısına oranı” ifadesinin 2:3 şeklinde ifade edilmesi beklenilmektedir (Bkz. Şekil 4.54).

Her grup için kırmızıların yeşillere oranını yazınız.

Şekil 4.54. 6. *sınıf Kanada matematik ders kitabından orana ilişkin sorular (s.384)*

Kanada ders kitaplarının uygulama basamağına yönelik sağladığı örnekler incelendiğinde parça-parça ilişkisinden yola çıkarak parça bütün ilişkisine yönelik bir oran oluşturma sürecini içerdiği görülmüştür. Örneğin 6. sınıf ders kitabında yer alan “Rodrigo’nun 3 kutu kırmızı ve 2 kutu beyaz boyası vardır. Buna göre kırmızı boya miktarının tüm boya miktarına göre oranının hesaplayınız? (s.363)” sorusu incelendiğinde istenilen oranın bulunabilmesi için öncelikle kırmızı ve beyaz kutuların toplamının bulunması gerekmektedir. Dolayısı ile kırmızı / kırmızı+beyaz oranını elde edebilmek için işlemsel bir süreç gerektiği için bu tarz sorular uygulama basamağı içinde değerlendirilmiştir.

Kanada ders kitaplarının anlama, uygulama gibi düşük bilişsel süreçler yanında analiz, değerlendirme ve üretme gibi üst düzey bilişsel basamaklara da yer verdiği görülmüştür. Analiz basamağında öğrencilerden problem durumunda gerekli gereksiz bilgileri ayırt edebilmeleri, problem durumunu anlayabilmek için problemi anlamlı parçalara bölüp yeniden düzenleyebilmeleri, yorumlayabilmeleri beklenmektedir. Kanada ders kitabında analiz düzeyinde karşımıza çıkan en belirgin örnekler kesirlerle oranın ve birimli oran ile birimsiz oranın farkını/benzerliklerini sorgulayan sorular olmuştur. Bu sorularda öğrencilerden öncelikle iki farklı durumu anlaması sonrasında benzerliklerini vurgularken hangi yönleri ile birbirlerinden ayrıldıklarını açıklamaları beklenilmektedir. 7. sınıf Kanada ders kitabında yer alan "Birimli ve birimsiz oranların benzerlik ve farkını örneklerle açıklayınız (s.54)" sorusu bu bakımdan analiz basamağında değerlendirilmiştir.

Bu düzeye ait değerlendirme basamağını içeren yapıların Kanada ders kitaplarında Singapur ders kitaplarına benzer şekilde verilen iki farklı birim orandan hangisinin diğerine göre avantajlı/karlı olduğuna karar verilmesi şeklinde sunulduğu gözlemlenmiştir. Bu durum için bir örnek bir soru 8. sınıf Kanada ders kitabından seçilmiştir. "İki faklı mısır gevreğinden birisi 650 gr ve 3.29 dolar diğeri ise 1.45 gr ve 6.99 dolardır. Buna göre hangi mısır gevreğini almak en karlıdır? (s.66)" sorusunun çözümünde her bir mısır gevreği için fiyat/ağırlık oranı hesaplanarak bu oranlardan hangisi daha küçükse birim fiyat olarak daha ucuz olduğuna karar verilmiştir. Bu bakımdan oranın ucuz olana karar verilme aşamasında bir değerlendirme kriteri olarak kullanıldığından bu soru türleri değerlendirme basamağında ele alınmıştır.

Bu düzeyde 8. sınıf Kanada ders kitabının ayrıca en üst bilişsel basamak olan üretme basamağına ait bir soru sunduğu belirlenmiştir. Oran konusu giriş etkinliğinde renkli tangram parçaları ile oluşturulan iki şekil ve renklerin kapladıkları alanların oranları verilmiştir. Etkinlikten sonra yer alan "*1:2 oranını temsil eden iki farklı renkten oluşan tangramlarla bir dizayn oluşturunuz (s.56)*" sorusu incelendiğinde verilen bir orana uygun bir şeklin dizayn edilmesi beklenilmektedir. Belirli bir çerçevede yeni özgün bir ürünün oluşturulmasına izin verdiğinden dolayı bu soru üretme basamağı olarak sınıflandırılmıştır.

Türkiye ders kitaplarının Singapur ve Kanada ders kitaplarına benzer şekilde en fazla yoğunluğu anlama basamağına sonrasında ise uygulama basamağına verdiği görülmüştür. 6. sınıf matematik ders kitabının bu bağlamda anlama basamağında diğer ülkelere benzer şekilde oranın farklı şekillerde ifadesi şeklinde yer verdiği belirlenmiştir. Bunun yanında anlama basamağının başka bir alt basamağı olan örneklendirmeyi gerektiren sorulara da yer verilmiştir. Örneklendirme alt basamağında öğrencinin bir kavrama ait örnekler sunabilmesi beklenilmektedir. Türkiye'yi temsilen seçilen 6. sınıf ders kitabında yer alan "*Günlük hayatta kullandığınız birimli ve birimsiz oranlara en az ikişer örnek veriniz*" (s.74) sorusu incelendiğinde oran kavramına ait örnekler istenildiğinden bu soru anlama bilişsel süreç basamağında değerlendirilmiştir.

Türkiye ders kitaplarında, YBT'nin uygulama basamağına ait örneklerin de sunulduğu belirlenmiştir. 6. sınıf ders kitabında yer alan "*Bir otobüs durağında bekleyen* *kadınlarının sayısının, tüm bekleyenlere oranı 3/5 ise erkeklerin sayısının kadınlara sayısının oranını bulalım* (s.71)" sorusu uygulama basamağı için örnek gösterebilir. Sorunun çözümü için öğrencinin a/a+b ilişkisinden kadın ve erkek sayılarının oranına yani a/b'ye ulaşması beklenilmektedir. Soru işlemsel bir süreçte problem çözme içerdiği için bu soru uygulama bilişsel süreci boyutu içinde değerlendirilmiştir.

Uygulama düzeyinde değerlendirilen bir başka soru örneği ise birimli ve birimsiz oranların birim dönüşümünü içeren sorular olmuştur. 6. sınıf ders kitabında yer alan "*Bir tren sabit hızla 4 saatte 320 km yol alıyor. Trenin aldığı yolun geçen süreye oranını bulunuz. Bu oranı m/sn cinsinden yazınız* (s.73)" sorusu incelendiğinde son soru cümlesinde oranın birimlerinin değiştirilmesi beklenilmektedir. Birimli oranı oluşturan birimlerin önce a/b şeklinde yazımı sonrasında bu birimlerin kendi içeresinde alt birimlere dönüştürülmesi en son olarak a/b ifadesinin yazılması beklenilmektedir. Bu süreçte birimlerin çevrilmesi belirli bir işlem süreci gerektirdiğinden bu soru uygulama çerçevesinde değerlendirilmiştir.

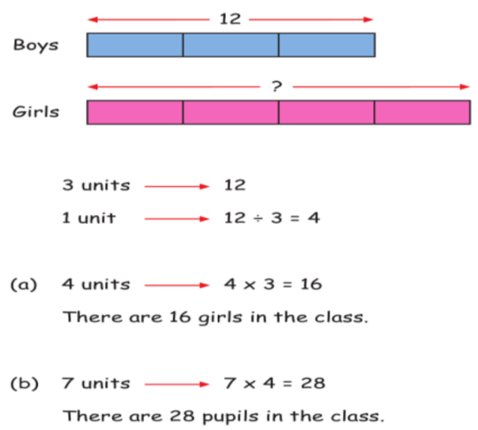
Türkiye'den seçilen ders kitaplarında orantısal düşünmenin bu düzeyinde YBT' ye göre yüksek bilişsel süreç gerektiren tek sorunun analiz düzeyinde olduğu belirlenmiştir. "Birimli oran ile birimsiz oran arasındaki farkı bir örnek ile açıklayınız?" şeklinde 7. sınıf ders kitabında yer alan soru ile iki oran türünün farkının açıklanmasını istenmiştir (s.76). Bu süreçte öğrencilerin öncelikle farklı oran türlerini tanımlamaları ve sonrasında benzerliklerinin yanında farklılıklarını ayırt etmeleri bu durumu ise bir örnek üzerinde analiz ederek sunmaları beklenildiğinden dolayı bu soru analiz basamağında değerlendirilmiştir.

Orantısal düşünmenin bu düzeyi bilişsel süreçler bakımından değerlendirildiğinde tüm ülkelerin en fazla yoğunluğu anlama basamağına sonrasında ise uygulama basamağına verdiği görülmüştür. Üst düzey bilişsel basamaklara yer verme bakımından ise Singapur ve Kanada ders kitaplarının Türkiye ders kitaplarından farklı olarak değerlendirme ve üretme basamaklarına dair örnekler sunduğu belirlenmiştir.

4.2.2.3. Düzey 3'ün bilişsel süreç boyutuna göre karşılaştırılması

Bu bölümde orantısal düşünme becerisinin 3. düzey sorularının bilişsel süreç bakımından sınıflandırılma sonuçları paylaşılmıştır. Orantısal düşünme kapsamında bu düzeyde öğrencilerden kısıtlı sayıda denk oranların oluşturulabilmesi beklenmektedir. Bu düzey bilişsel süreç boyutunda değerlendirildiğinde, tüm ülkelerin ders kitaplarının yoğun bir şekilde uygulama basamağına yönelik örnekler sunduğu belirlenmiştir. Üst düzey bilişsel basamaklara yönelik ise daha kısıtlı içeriklerin sunulduğu görülmüştür.

Singapur ders kitapları bu düzey kapsamında YBT'ye göre incelendiğinde hatırlama, anlama ve üretme basamaklarını barındıran sorulara yer vermediği, bunun yanında soruların büyük çoğunluğunun uygulama basamağında olduğu görülmüştür. Uygulama basamağında Singapur ders kitabında kayıp değer sorularının sıklıkla yer aldığı ve çözüm için belirli yöntemlerin kullanılarak sonuca ulaşıldığı belirlenmiştir. Aşağıda verilen örnekler incelendiğinde aynı problem türüne karşı farklı biçimde sunulan işlemsel süreçlerin tanımlandığı görülmektedir (Bkz. Şekil 4.55). "Bir sınıftaki kızların sayısı erkeklerin sayısına oranı 3:4'tür. Erkeklerin sayısı 12 ise sınıfta kaç kız öğrenci bulunmaktadır?" sorusu için model yardımı ile birim oran kullanılmış, istenilen değer için bir çözüm yolu oluşturulmuştur. Bu bakımdan bu iki çözümde uygulama basamağında değerlendirilmiştir.



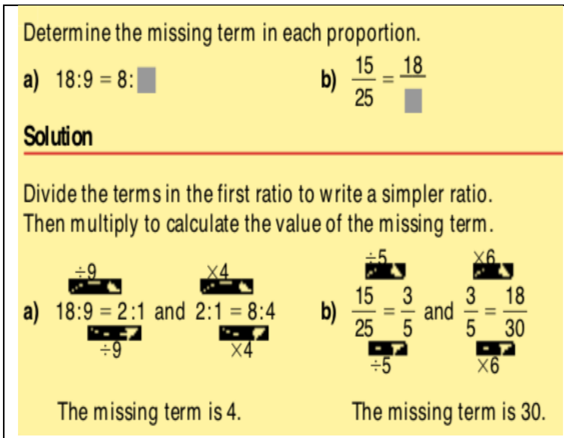
Şekil 4.55. *6. sınıf Singapur ders kitabından uygulama basamağına ilişkin örnek (s.86)*

Singapur ders kitapları bu düzeye analiz ve değerlendirme üst basamaklarına ait örneklerler sunarken, üretme basamağına ait bir örnek sunmadıkları görülmüştür. Analiz basamağı kapsamında 5. sınıf Singapur matematik ders kitabında orantı konusunda sunulan eşit bölüştürme ile ortak çarpanın ilişkilendirildiği soru örnek olarak verilebilir (s.126). Soruda öğrencilerden 6 adet elma ve 12 adet armuttun oranını 6:12 haricinde başka nasıl ifade edilebileceği sorulmakta olup elma ve armutlar 3 farklı şekilde gruplandırılmıştır. Bu farklı gruplandırmalardan her gruba için ikişer meyve bölüştürüldüğünde elmalar için 6:2=3 adet ve armutlar içinse 12:2=6 eş grup oluşacağı ve bu gruplarında 3:6 şeklinde aynı miktardaki elma ve armut oranını farklı bir şekilde ifade edilebileceği belirtilmektedir. Bu çözüm ile yapılan eşit grup sayısı ve ortak çarpan ilişkilendirilmektedir. Bu ilişkilendirme ise verilen bir durumu inceleme ve sonucunda belirli bir kavrama dair bir sonuç çıkarma, onunla bir ilişkilendirme sunduğu için analiz basamağında değerlendirilmiştir.

Singapur ders kitaplarının bir diğer üst bilişsel basamak olan değerlendirmeye yönelik sorularda, öğrencilerden verilen iki farklı oranın birbirine denk olup olmadıklarını değerlendirmelerini bekledikleri belirlenmiştir. Bu kapsamda 7. sınıf ders kitabında yer alan "23:46 oranı ile 1:2 oranına denk midir? (s.9)" çözümlü sorusu örnek verilebilir. Soruda verilen iki oranın birbirine denk olup olmadıklarının değerlendirilmeleri beklenilmekte ve çözümünde ise 23:46 oranı aynı çarpımsal katsayı (23) ile sadeleştirildiğinde 1:2 oranı elde edilmektedir. Aynı kat sayı ile sadeleştirmenin denk oran oluşturmak için bir değerlendirme kriteri olarak kullanıldığından bu örnek değerlendirme basamağında değerlendirilmiştir.

Kanada ders kitapları bu düzey kapsamında bilişsel süreç boyutunda incelendiğinde anlama basamağı haricinde tüm basamaklara ait sorular barındırdığı bunun yanında diğer ülkelere benzer şekilde çoğunluğu uygulama basamağına verdiği görülmüştür. Bu düzey için bilişsel süreçler incelendiğinde en temel basamak olan hatırlama basamağı örneklerine sadece Kanada ders kitaplarında rastlanmıştır. Hatırlama düzeyinde daha önce uzun hafızaya alınmış bir bilginin geri çağılması esastır. Bu basamak genel olarak bir tanımın istenilmesi ya da bir sürecin adım adım yazılması şeklinde karşımıza çıkmaktadır. 7. sınıf Kanada ders kitabında bu basamağa ait soru incelendiğinde "orantı nedir" sorusu ile orantının tanımı istenilmektedir (s.54). Bu soruda görüldüğü gibi öğrenciden sadece daha önce öğrenilen bir tanımı hafızasından geri getirmesi beklenildiği için bu soru hatırlama olarak değerlendirilmiştir.

Kanada ders kitaplarında bu düzeyde en çok karşılaşılan bilişsel basamak diğer ülkelere benzer şekilde uygulama basamağı olmuştur. Uygulama basamağında öğrencilerden bir çözüm sürecini işlemsel olarak yapmaları beklenilmektedir. 7. sınıf Kanada ders kitabının iki soru için sunduğu çözümler incelendiğinde kayıp değerlerin nasıl bulunacağına dair bir çözüm süreci sunulduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 4.56). Çözümde sözel olarak bu tarz sorularda "verilen ilk oranın değerleri en uygun sayı sadeleştirilir sonrasında ise istenilen değer için çarpımsal ilişki kullanılır" açıklaması yapılmakta sonrasında çözümde bu süreç sayısal olarak verilerek çözümlere ulaşılmaktadır.


Determine the missing term in each proportion.

a) 18:9 = 8:■ b) $\frac{15}{25} = \frac{18}{■}$

Solution

Divide the terms in the first ratio to write a simpler ratio. Then multiply to calculate the value of the missing term.

a) $18:9 = 2:1$ (÷9) and $2:1 = 8:4$ (×4) b) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ (÷5) and $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$ (×6)

The missing term is 4. The missing term is 30.

Her bir orantı için bilinmeyen değeri bulunuz?

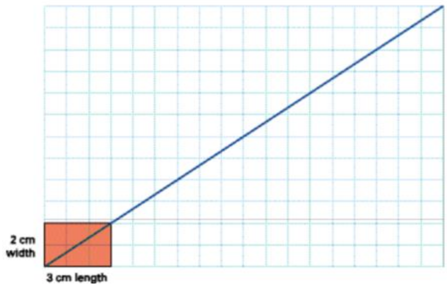
Çözüm: Daha basit bir oran yazmak için ilk orandaki değerleri bölün. Sonra kayıp değeri bulabilmek için çarpın.

Şekil 4.56. *7. sınıf Kanada matematik ders kitabından uygulama basamağına ilişkin örnek (s.44)*

Kanada ders kitaplarının üst düzey bilişsel süreçlerden analiz basamağını gerektiren sorulara da yer verdiği görülmüştür. Analiz basamağına yönelik bir soru örneği ise 7. sınıf Kanada ders kitabından verilebilir. Kitaptaki etkinlikle, uzunluk ölçüleri verilen bir dikdörtgenden belirli kurala göre iki farklı dikdörtgen grubu oluşturarak çizmeleri istenmiştir. İlk dikdörtgen grubu 2cmx3cm ölçülerinde bir dikdörtgen ile başlamakta uzun kenarı 3 kısa kenarı 2 cm artırılarak beş adet yeni dikdörtgen oluşturmaları, diğer grup dikdörtgenlerin ise her iki kenarının da 3 cm artırarak beş adet yeni dikdörtgen oluşturmaları beklenilmektedir. Analiz düzeyindeki "Kenarlar arasındaki oran ile dikdörtgenlerin benzerliği arasındaki bağlantı nedir (s.41)?" sorusu ile iki dikdörtgen grubunun kısa ve uzun kenar uzunluklarının oranlarının belirlenmesi ve bu değerlerle hangi gruptaki dikdörtgenlerin benzer olduğu arasında bir ilişki kurmaları istenilmiştir. Soru öğrencilerden hem benzerlik hem oran konusunu aynı anda değerlendirerek ortak bir sonuca ulaşmalarını beklemekte, bir ilişkilendirme yapmalarını beklemektedir (Bkz. Şekil 4.57).

	First Group of Rectangles					
	1	2	3	4	5	6
Width (cm)	2					
Length (cm)	3					
Width : Length						

2. What is the connection between ratios of sides and whether rectangles are similar?



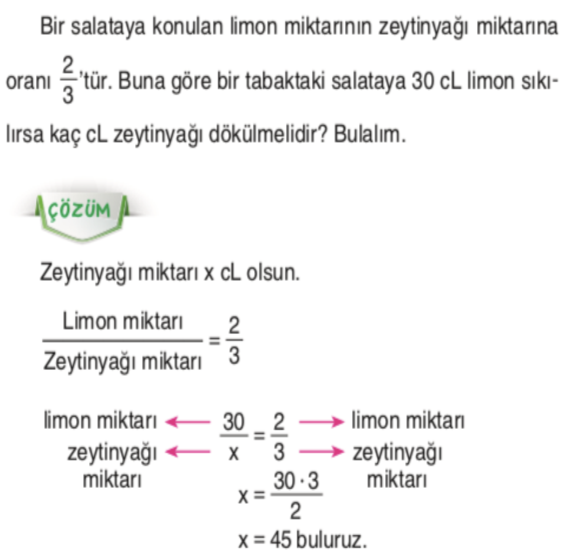
2. Kenarlar arasındaki oran ile dikdörtgenlerin benzerliği arasındaki bağlantı nedir ?

Şekil 4.57. *7. sınıf Kanada ders kitabından analiz basamağına ilişkin soru (s.41)*

Kanada ders kitaplarında bu düzeye ait değerlendirme basamağını içeren soruların genellikle verilen iki farklı birim oranın birbirine denk olup olmadıklarını değerlendirmelerini istedikleri görülmüştür. Bu kapsamda 7. sınıf ders kitabında sunulan "A ve B şıklarında bulduğunu oranlar neden birbirine denk olduğunu açıklayınız? (s.46)" ve 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan" verilen iki oranın denk olduklarını nasıl belirlersiniz? (s.66)" soruları örnek verilebilir. Sorular birlikte ele alındığında iki soruda da iki oranın ne zaman denk oran olduğuna belirlenen bir kritere göre karar verilerek açıklama yapılması beklenilmektedir. Bu bakımdan bu sorular bir değerlendirme süreci gerektirdiğinden dolayı değerlendirme basamağında ele alınmışlardır.

Düzey 3'ü içeren sorular incelendiğinde üretme basamağına dair örnek bir sorunun sadece 7. sınıfa Kanada ders kitabında yer verildiği görülmektedir. Sorunun yer aldığı etkinlik kapsamında öğrencilerden öncelikle kareli kağıda 2:3 kenar uzunluklarında bir dikdörtgenin kenarlarına aynı sayıları ekleyerek yeni dikdörtgenler oluşturmaları istenmektedir. Benzerlikle ilişkilendirilen etkinlikte, kenar uzunluklarının nasıl bir değişim geçirdiğinde tüm dikdörtgenlerin benzer olacağı sorgulatılmaktadır. Buradan kenar uzunluklarının çarpımsal ilişkisinin sabit kaldığı sürece dikdörtgenlerin benzer olduğu kavrandıktan sonra etkinliğin sonunda "*Herhangi bir dikdörtgen çizerek bu dikdörtgene benzer 5 adet dikdörtgen çiziniz* (s.41)" sorusunun sorulduğu görülmüştür. Soru incelendiğinde dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının oranı kullanılarak birden fazla denk oran oluşturmak sureti ile yeni benzer dikdörtgenlerin oluşturulması beklenilmektedir. Belirli bir kurala bağlı kalınarak özgün bir yapının kurulmasını gerektiren bu soru bu bakımdan üretme basamağında değerlendirilmiştir.

Türkiye'den seçilen matematik ders kitaplarının bu düzey için bilişsel basamakları incelendiğinde sadece uygulama, analiz etme ve değerlendirme basamaklarına ait sorulara yer verdikleri görülmüştür. Uygulama basamağında diğer ülkelerle benzer şekilde çoğunlukla kayıp değer soruları ve bu soruların çözümlerine yönelik işlemsel süreçlerin verildiği tespit edilmiştir. Diğer taraftan Kanada ve Singapur matematik ders kitaplarının aksine yoğunlukla içler-dışlar algoritmasına yer verdiği görülmüştür. Aşağıda verilen çözümlü soru bu bağlamda Düzey 3 için uygulama basamağına ait bir örnek olarak verilebilir (Bkz. Şekil 4.58). 7. sınıf ders kitabında yer alan sorunun çözümü incelendiğinde sorunun çözümü için orantıyı oluşturan değerlerin içler-dışlar çarpımı olarak adlandırılan işlemsel bir süreç ile çözüldüğü dolayısı ile uygulama basamağını içerdiği söylenebilir.



Bir salataya konulan limon miktarının zeytinyağı miktarına oranı $\frac{2}{3}$'tür. Buna göre bir tabaktaki salataya 30 cL limon sıkılırsa kaç cL zeytinyağı dökülmelidir? Bulalım.

ÇÖZÜM

Zeytinyağı miktarı x cL olsun.

$$\frac{\text{Limon miktarı}}{\text{Zeytinyağı miktarı}} = \frac{2}{3}$$

limon miktarı ← $\frac{30}{x} = \frac{2}{3}$ → limon miktarı

zeytinyağı miktarı ← → zeytinyağı miktarı

$$x = \frac{30 \cdot 3}{2}$$

x = 45 buluruz.

Şekil 4.58. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından içler-dışlar algoritmasına ilişkin örnek (s.124)*

Türkiye ders kitabının analiz basamağına ait sunduğu örneklerin birden fazla orantı çiftinin verildiği bir durumda çarpımsal ilişkinin irdelenmesi, değişkenler arasındaki ilişkinin açıklanması şeklinde verildiği görülmüştür. Bu süreçte öğrencilerin kendilerine verilen değişkenleri inceleyerek birbirileri ile ilişki kurmaları beklenilmektedir. Bu bağlamda bir 7. sınıf matematik ders kitabından seçilmiştir. Orantı konusu altında verilen etkinlikte öncelikle bir tablo verilerek tablonun doldurulması istenilmiştir. Soruda bir yalıtım malzemesi paketinin $10\ m^2$ alan kapladığı bilgisi verilmekte bu ilişkiyi 7. pakete kadar sürdürmeleri beklenilmektedir. *"Tabloyu incelediğinizde paket sayısındaki değişim* *ile kaplanan alan arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız (s.123)*" sorusu incelendiğinde tablodaki verileri kullanarak bütüncül bir ilişki kurulması, belirli bir düzene göre dizilmiş sayı bütünü arasında anlamlı bir ilişki bütününü görerek bunu iki nicelik arasındaki ortak çarpanla ile ilişkilendirmeleri beklenilmektedir. Bu durumdan dolayı bu soru analiz düzeyinde değerlendirilmiştir.

Türkiye matematik ders kitaplarının değerlendirme basamağını gerektiren bir soru örneği ise 7. sınıf matematik ders kitabında yer almaktadır. Orantı ünitesinde etkinliğinde öğrencilerin sınıftaki kız ve erkek arkadaşlarına ikişer kâğıt vermeleri istenilmiştir. Kız sayısının erkeklere oranını a/b, kızların sahip olduğu kâğıt sayısının erkeklere oranını ise c/d ile ifade etmeleri istenilerek, "a/b oranın c/d' e eşitli doğru ise a ile d'yi yer değiştirdiğimizde eşitlik bozulur mu? Açıklayınız? (s.129)" sorusuna yanıt vermeleri beklenilmiştir. Soru incelendiğinde iki oranın eşitliğinde, karşılıklı değerlerin yer değiştirilmesiyle oluşan yeni oranın eşitliği için değerlendirme yapmaları beklenilmektedir. Bu değerlendirmenin ise oranların denkliğine bağlı olarak oluşturulacak bir kritere göre yapılması gerekmektedir. Bu açıdan bu soru değerlendirme basamağı olarak belirlenmiştir.

Bu düzey bilişsel süreç boyutunda değerlendirildiğinde, tüm ülke ders kitaplarının en fazla yoğunlukta uygulama basamağına yönelik örnekler sunduğu belirlemiştir. Uygulama basamağında ise çoğunlukla kayıp değer sorularında bilinmeye değerin işlemsel olarak hesaplanmasına dair soruların yer aldığı görülmüştür. Üst düzey bilişsel basamaklara doğru yoğunluğun çok azaldığı görülmüş, en üst basamak üretmeye yönelik ise sadece Kanada ders kitabının bir örnek sunduğu tespit edilmiştir.

4.2.2.4. Düzey 4'ün bilişsel süreç boyutuna göre karşılaştırılması

Orantısal düşünme becerisinin 4. düzeyi denk oranların sabit bir çarpımsal ilişkide genelleme sürecini içermektedir. İncelenen ders kitaplarında bu düzeyin genellikle doğru ve ters orantı konularında, genelleme süreçlerinin cebirsel ya da grafikle açıklanabilmesi şeklinde yer aldığı görülmüştür. Bu bölümde Düzey 4'e ait soruların YBT'ye göre değerlendirme sonuçları sunulmuştur. Ders kitapları incelendiğinde, Kanada ders kitapları bu düzeye yer vermediği için bu bölümde sadece Singapur ve Türkiye matematik ders kitaplarına ait bulgulara yer verilmiştir.

Düzey 4 genel çerçevede YBT'ye göre değerlendirildiğinde Türkiye ve Singapur ders kitaplarının anlama basamağından en üst basamak üretmeye kadar tüm basamaklara ait örnekler sunduğu görülmektedir. Bunun yanında her iki ülke ders kitabında hatırlama düzeyinde ait herhangi bir soruya rastlanılmamıştır. Bu düzeyde hatırlama düzeyinde beklenilen sorular "Doğru orantının özellikleri nelerdir?, Doğru orantının cebirsel şekilde ifadesini yazınız." şeklinde, uzun süreli hafızadan bir bilginin geri çağrılmasını gerektiren soru biçimleri olarak belirlenmiştir. İncelenen kitapların hiçbirinde bu basamağı gerektiren bir sorunun olmadığı sonucuna varılmıştır.

Singapur ders kitapları oran ve orantı üniteleri kapsamında YBT'ye göre incelendiğinde, çoğunlukla uygulama (%57) basamağına daha sonra ise üretme (%21) basamağına yer verdiği görülmüştür. Buna karşın en az sorunun ise anlama (%2) basamağına yönelik olduğu tespit edilmiştir. Bu kapsamda "*Doğru orantı içeren gerçek hayat örneklerini veriniz* (s.4)" ve "Ters orantı içeren gerçek hayat örnekleri veriniz (s.20)" soruları anlama basamağına ilişkin örnekler olarak değerlendirilmiştir. 8. sınıf Singapur ders kitaplarında sunulan bu soruların konuya dair bir örneklendirme gerektirmesinden dolayı anlama düzeyine uygun örnekler olarak kodlanmıştır.

8. sınıf Singapur ders kitabının uygulamaya basamağına yönelik sorularında, çoğunlukla güncel bir hayat örneği ile ilişkilendirilmiş problemlerin çözümünde y=mx ve yx=m genellemelerinin kullanıldığı görülmüştür. 8. sınıf ders kitabından sunulan ters orantıya dair aşağıdaki soru uygulama basamağı için bir örnek olarak verilebilir (Bkz. 4.59). Aşağıda verilen çözümlü soru incelendiğinde Boyle kanuna yönelik güncel bir hayat problemi yardımıyla gazların hacmi ile basınçları arasındaki ilişkinin ters orantı içerdiği belirtilmiştir. Sonrasında ise ters orantıya yönelik cebirsel formül uygulanarak gerekli sonuca ulaşılmıştır. Bu süreçte problemin çözümü için belirli bir problem çözme adımı izlenilerek ters orantı ilişkisinin cebirsel gösteriminin kullanılmasından dolayı bu soru uygulama basamağında değerlendirilmiştir.

Solution:

Since V is inversely proportional to P,

then $V = \frac{k}{P}$, where k is a constant.

When $P = 50$, $V = 1$,

$$1 = \frac{k}{50}$$

$$\therefore k = 50$$

$$\therefore V = \frac{50}{P}$$

When $P = 1250$,

$$V = \frac{50}{1250}$$
$$= 0.04$$

$\therefore$ The volume of the gas is 0.04 dm^3.

Çözüm: V ile P ters orantılı olduğundan dolayı V= k/p’dir ve k sabittir. P=50 olduğunda, V=1 ise,

Şekil 4.59. *8. sınıf Singapur matematik ders kitabından uygulama basamağına ilişkin örnek (s.27)*

Singapur ders kitabında analiz basamağına dair örnekler incelendiğinde orantısal ilişkinin grafik ya da cebirsel gösterimiyle ilişkili değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği, yorumlandığı görülmüştür. Analiz basamağında özet olarak bir bilginin önce belirli parçalar halinde incelenmesi ve sonrasında anlamlı bir bütün olarak sunulması beklenilmektedir. 8. sınıf Singapur ders kitabında orantısal ilişki içeren niceliklerin değerlerinin verildiği bir tablodan verileri kullanılarak bir grafik oluşturmaları beklenilmiş ve sonrasında *“Elde ettiğiniz grafiği açıklayınız? x ve y değerleri arasındaki ilişkiyi grafikten faydalanarak açıklayınız (s.25)”* şeklinde sorular sorulmuştur. Bu sorular belirli bir ilişki barındıran sayı ikililerin grafikten okunmasını yorumlanmasını içerip, bunların bütüncül değerlendirilmesini gerektirdiğinden analiz basamağında değerlendirilmiştir.

Düzey 4 için değerlendirme basamağını içeren soruların çoğunlukla orantısal bir durumun tanımlanmasında bazı kriterlerin kullanılmasına bağlı soru türleri olduğu görülmüştür. 8. sınıf Singapur ders kitabında yer alan “x değeri arttığın y değeri artmaktadır. Bu durumda x ve y için doğru orantılı bir ilişki içermektedir kararını verebilir miyiz? Cevabınızı açıklayınız. (s.7)” sorusu incelendiğinde çözüm için öncelikle doğru orantı için gerekli kriterlerin bilinmesi gerekmektedir. Bu kriterler değerlendirilerek örnek durum için bir karara varılması bu kararın ise bir değerlendirme aşamasından geçmesi beklenmektedir. Bu bakımdan bu sorunun bir kriter göre değerlendirme gerektirdiğine karar verilmiştir. Değerlendirme basamağına ait aşağıda sunulan iki çözümlü soru da bu bağlamda farklı örnekler olarak ele alınmıştır (Bkz. Şekil 4.60). Aşağıda çözümü verilen sorular incelendiğinde iki farklı cebirsel ifadenin ters orantılı olup olmadıklarına karar verilmesi istenmektedir. Çözümlerde ise cebirsel ifadeler yx=m formuna getirilmekte ve eğer m sabit bir katsayı ise bu cebirsel ifadenin ters orantı olduğuna karar verildiği görülmektedir. Bu sorular, ters orantının cebirsel genellemesi bir kriter olarak kullandığı ve orantısallık ilişkisine bu formül üzerinden karar verdiği için değerlendirme basamağında ele alınmıştır.

Worked Example 12

(Identifying Variables Which are Inversely Proportional to Each Other)

For each of the following equations, state the two variables which are inversely proportional to each other and explain your answer.

(a) $y = \frac{2}{x^3}$ **(b)** $y = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Solution:

(a) Since $y = \frac{2}{x^3}$, i.e. $x^3y = 2$ is a constant, then y is inversely proportional to x^3.

(b) Since $y = \frac{3}{\sqrt{x}}$, i.e. $y\sqrt{x} = 3$ is a constant, then y is inversely proportional to $\sqrt{x}$.

Aşağıdaki her bir denklem için değişkenlerin birbiri ile ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

Çözüm:

a)$x^3y = 2$ sabit olduğundan dolayı y ile x^3 ters orantılıdır.

b)$y\sqrt{x} = 3$ sabit olduğundan dolayı y ile $\sqrt{x}$ ters orantılıdır.

Şekil 4.60. *8. sınıf Singapur ders kitabından değerlendirme basamağına ilişkin sorular (s.30)*

YBT'nin bilişsel süreçlerinin en üst basamağı olan üretme basamağına 8. sınıf Singapur matematik ders kitabında, gerek çözümlü örneklerde gerekse konu sonu sorularda farklı soru biçimleri ile yer verildiği görülmüştür. Singapur matematik ders kitabı bu kapsamda çoğunlukla orantısal durumların bir genelleme sürecinde cebirsel olarak gösterimine yer vermiştir. Diğer taraftan Singapur matematik ders kitabında, bu basamak için ispat gerektiren soruların da kullanıldığı görülmüştür (Bkz. Şekil 4.61). Bu bağlamda 8. sınıf matematik ders kitabında "Eğer C, A ve B ile doğru orantılı olarak ilişkili ise aşağıdaki ifadelerin C ile doğrusal ilişkili olduğunu ispatlayınız" şeklinde yer alan sorunun çözümünde öğrenci daha önce ders kitabında gösterilmeyen fakat daha önceki öğrendiği bilgiler ışığında yeni bir çözüm süreci oluşturmak zorundadır. Bu açıdan önceki bilgileri kullanılarak yeni bir çözüm süreci oluşturmasından dolayı bu soru tipi YBT'sinin en üst basamağına atanmıştır.

If A is directly proportional to C and B is directly proportional to C, prove that each of the following is directly proportional to C.
(a) $A + B$
(b) $A - B$
(c) $\sqrt{AB}$

Eğer A ile C doğru orantılı ve B'de C ile doğru orantılı ise aşağıdaki durumların hepsinin C ile doğru orantılı olduğunu ispatlayın.

Şekil 4.61. *8. sınıf Singapur ders kitabından üretme basamağına ilişkin soru (s.36)*

Türkiye'yi temsilen seçilen ders kitaplarında, bu düzey için YBT'nin hatırlama basamağı haricinde tüm basamaklarına dair örnekler sunulduğu görülmüştür. 7. sınıf matematik ders kitabı bu kapsamda incelendiğinde, Singapur ders kitabına benzer bir yapıda "Siz de doğru orantılı durumlara örnek veriniz (s.144)" hazırlanan bu soruda orantı kavramına dair örnekler sunulması beklenilmektedir. Bu bakımdan bu sorunun anlama basamağına ait bir bilişsel bir süreç gerektirdiği görülmektedir.

Bu düzeyde 7. sınıf Türkiye ders kitabı için uygulama basamağında rastlanan soruların çoğunluğunun verilmeyen değerleri orantısal genellemeler yardımı ile bulma şeklinde olduğu tespit edilmiştir. 7. sınıf matematik ders kitabından alınan aşağıdaki çözümlü soru uygulama basamağı için örnek olarak verilebilir (Bkz. Şekil 4.62). Örnek incelendiği zaman veriler bir tablo halinde gösterilmiş sonrasında "ters orantılı çoklukların çarpımları birbirine eşittir" genellemesinden $x_1.y_1$=$x_2.y_2$ cebirsel eşitiliğine uygun veriler yerleştirilmiş ve bilinmeyen değer bulunmuştur. Verilen sorunun çözümü belirli bir işlemsel süreç içerdiğinden bu soru uygulama basamağında değerlendirilmiştir.

Problemde verilenleri tabloda gösterelim.

Torbanın Ağırlığı (Gram)	Torba Sayısı	Bir Torba Tarhana Fiyatı (Lira)
500	60	9
750	x	y

Satılan tarhana miktarı sabit olduğundan kullanılan torbaların hacmi arttığında satılan torba sayısı azalır. Torbanın hacmi ile torba sayısı ters orantılıdır. Ters orantılı çoklukların çarpımı sabit olduğundan $500 \cdot 60 = 750 \cdot x$ olur.

$x = \frac{500 \cdot 60}{750}$ $x = 40$ buluruz.

40 tane 750 gramlık torbaya ihtiyaç vardır.

Aynı kazancın elde edilmesi için torba sayısı azaldığında torbanın satış fiyatının artması gerekir. Torba sayısı ile bir torba tarhana fiyatı ters orantılıdır. Ters orantılı çoklukların çarpımı sabit olduğundan $60 \cdot 9 = 40 \cdot y$ olur.

$y = \frac{60 \cdot 9}{40} = 13,5$ buluruz.

Şekil 4.62. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından uygulamaya ilişkin örnek (s.141)*

7. sınıf Türkiye ders kitabında değerlendirme basamağında ele alınan soruların, verilen bir durumun orantısallığına karar verilmesini gerektirdikleri görülmüştür. 7. sınıf ders kitabında yer alan soruda, öğrenci sayısı kadar sıra ve sandalye olduğu belirtilmekte ve öğrenci sayısı ile sıra ve sandalye sayıları arasındaki ilişkinin doğru orantılı olup olmadığı sorulmaktadır (s.133). Soru incelendiği zaman öncelikle öğrenci sayısı ve sıra sayısı, sonrasında sandalye sayısı ile öğrenci sayısı arasında oran oluşturması beklenilmektedir. Sonrasında bu oranların, orantı kriterleri açısından değerlendirilmesi ve orantısallığına karar verilmesi beklenildiğinden, bu soru değerlendirme basamağı olarak atanmıştır.

Düzey 4 için YBT'nin en üst basamağı olan üretme basamağına 7. sınıf Türkiye ders kitabının gerek çözümlü gerekse konu sonu sorularla yer verdiği görülmüştür. Bu basamak için 7. sınıf matematik ders kitabından alınan bir örnek aşağıda verilmiştir (Bkz. Şekil 4.63). Örnek incelendiğinde her katında 16 basamak bulunan bir apartman için kat sayısı ve basamak sayısı arasındaki ilişkinin genellenerek ifade edilmesi istenilmektedir. Bu ilişki öncelikle tablo ile gösterilmiş ve kat sayısı ile basamak sayısı arasındaki doğrusal ilişki belirtmek için "16'nın x katı" ifadesi kullanılmıştır. Tablodan faydalanılarak oluşturulan ilişki sonunda y=16x şeklinde genelleştirilmiştir. Böylece doğrusal ilişki öncelikle adım adım gösterilmiş sonrasında bilgiler toparlanarak bir bütün olarak formülleştirilmiş ve yeni bir ürün olarak genelleştirilen sürecin cebirsel ifadesi oluşturulmuştur. Bu açıdan bu biçimde orantısal ilişkilerin genelleme sürecinin cebirsel bir gösterime dönüşmesini içeren örnekler üretme basamağı çerçevesinde değerlendirilmiştir.

ÖRNEK

Bir apartmanda bir üst kata çıkabilmek için 16 basamaklı merdiven kullanılmaktadır.

Basamak sayısı ile kat sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve denklem ile ifade edelim.

ÇÖZÜM

Tablo: Basamak Sayısı ile Kat Sayısının İlişkisi

Kat sayısı (x)	Basamak Sayısı (y)	Doğrusal İlişki
1	$1 \cdot 16$	16'nın 1 katı
2	$2 \cdot 16$	16'nın 2 katı
3	$3 \cdot 16$	16'nın 3 katı
...	...	...
x	$x \cdot 16$	16'nın x katı

x kat sayısını, y basamak sayısını göstermek üzere bu iki çokluk arasındaki ilişkinin denklemi $y = 16x$ olur.

Doğru orantılı bu çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki vardır. Kat sayısının basamak sayısına oranı 1 : 16 olduğundan kat sayısı 1'in basamak sayısı da 16'nın aynı sayı katıdır. Kat sayısı $3 \cdot 1 = 3$ olduğunda basamak sayısı: $3 \cdot 16 = 48$ olur.

Şekil 4.63. *7. sınıf Türkiye matematik ders kitabından analiz basamağına ilişkin örnek (s.134)*

Bu bölümde, Kanada ders kitapları orantısal düşünmenin 4. Düzeyine yer vermediğinden, Singapur ve Türkiye ders kitaplarından bulgular sunulmuştur. Bu düzey bilişsel basamaklara göre değerlendirildiğinde genel olarak iki ülkenin de hatırlama hariç tüm bilişsel basamaklara farklı oranlarda yer verdiği tespit edilmiştir. Bu kapsamda Türkiye ders kitapları yoğunluğu üretme basamağına (%29) ayırırken, Singapur ders kitaplarının ise uygulama basamağına (%57) ayırmıştır. Bunun yanında her iki ülkenin en az yoğunlukta anlama basamağına yer verdiği tespit edilmiştir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Yapılan çalışmada, ortaokul matematik ders kitaplarında orantısal düşünmenin ne düzeyde öğrenci gelişimine uygun bir sıralamada ve derinlikte ele alındığı incelenmiştir. Bu bölümde çalışma kapsamında elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Daha sonra sonuçlar alan yazına bağlı olarak tartışılmış ve en son öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç

Yapılan çalışmada farklı ülkelerden seçilen ortaokul matematik ders kitapları orantısal düşünmenin gelişimi bakımından incelenmiştir. Bu kapsamda oran ve orantı ünitelerinde yer alan sorular gerek orantısal düşünmenin gelişimi bakımından gerekse bilgi ve bilişsel süreç boyutları bakımından değerlendirilmiştir.

Ders kitapları, gelişimsel düzeylere yer vermeleri açısından karşılaştırıldığında, Singapur ve Türkiye ders kitaplarının tüm düzeylere yer verdiği, Kanada ders kitaplarının ise sadece Düzey 4'e yer vermediği belirlenmiştir. Gelişimsel düzeylerin sıralaması incelendiğinde ise hiçbir ülkenin D1-D2-D3-D4 sıralamasını tam olarak takip etmediği tespit edilmiştir. Bunun yanında dikkat çeken bir diğer sonuç hiçbir ülkenin orantısal akıl yürütmeye oran ve orantı konuları dahilinde D1 ile başlamamasıdır. Gelişimsel düzeylere en yakın sıralamanın Singapur ve Türkiye ders kitaplarında yer verildiği görülmüştür.

Ders kitapları, gelişimsel düzeyleri ele alma süreci açısından karşılaştırıldığında ise Singapur ders kitaplarının en uzun, Türkiye ders kitaplarının ise en kısa süreçte orantısal düşünceyi ele aldığı görülmüştür. Singapur ders kitaplarında 5. sınıftan 8. sınıfa kadar tüm sınıf seviyelerinde oran ve orantı konularına yer verilirken, Kanada ders kitaplarının 5., 6. ve 7. sınıf seviyesinde, Türkiye ders kitaplarının ise sadece 6. ve 7. sınıf seviyesinde oran ve orantı konularına yer verdiği belirlenmiştir.

Ders kitapları, gelişimsel düzeylerin göstergelerine göre karşılaştırıldığında tüm ülkelerin ders kitaplarında Düzey 1'in diğer düzeylere göre çok zayıf bir şekilde ele alındığı tespit edilmiştir. Düzey 1, tüm ders kitaplarında sadece bir gösterge ile temsil edilirken, Düzey 2 ise sadece Singapur ders kitaplarında tüm göstergelerine yer verilerek temsil edilmiştir. Düzey 3'te tüm ders kitaplarının tüm göstergelere yer verdiği tespit edilmiştir. Son olarak Düzey 4'te ise Singapur ve Türkiye ders kitaplarının tüm göstergeleri ele aldığı görülmüştür. Bu kapsamda göstergeler bakımından orantısal düşünme düzeylerini en kapsamlı ele alan ülkenin Singapur olduğu, sonrasında sırasıyla Türkiye en son ise Kanada'nın olduğu belirlenmiştir.

Ders kitaplarının orantısal düşünme düzeyleri bilgi boyutu bakımından değerlendirildiğinde, tüm ders kitaplarında düzeylerin çoğunlukla işlemsel bilgi düzeyinde ele alındığı tespit edilmiştir. Kavramsal bilgi boyutu bakımından ise ders kitaplarının sunduğu içeriklerin farklılaştığı tespit edilmiştir. Singapur ders kitaplarının diğer ülkelerin ders kitaplarına nazaran tüm düzeylerde kavramsal bilgi kapsamında tüm göstergelere yer verdiği belirlenmiştir. Türkiye ders kitaplarının Düzey 2 dışındaki düzeylerde tüm kavramsal göstergelere yer verdiği görülürken, Kanada ders kitaplarının ise Düzey 1 ve Düzey 3 kapsamında tüm kavramsal göstergelere yer verdiği saptanmıştır.

Bilişsel süreç bakımından elde edilen bulgular değerlendirildiğinde, tüm ders kitaplarının çoğunlukla uygulama ve anlama basamaklarına, dolayısıyla düşük düzey bilişsel süreçlere yönelik sorulara yer verdiği görülmüştür. Düzey 1 ve Düzey 2 kapsamında tüm ders kitaplarının, yoğunluğu anlama basamağına verdiği tespit edilmiştir. Düzey 3'te ise bu yoğunluk, uygulama basamağına geçmiştir. Düzey 4'te Singapur ve Türkiye ders kitaplarının bilişsel süreçlere verdiği yoğunluk farklılaşmıştır. Bu düzeyde, Türkiye ders kitapları en fazla üretme (%29) basamağına yer verirken Singapur ders kitaplarının uygulama (%57) basamağına yer verdiği görülmüştür.

Araştırma sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde, incelenen ders kitaplarının orantısal düşünmenin gelişimini yeterince göz önünde bulundurmadığı sonucuna varılmıştır. Orantısal düşünme becerisinin ele alındığı bu çalışmada, gerek orantısal düşünme düzeylerin sıralanması gerekse düzeylerin göstergelerine yer verme açısından yapılan araştırma sonuçlarının yeterince ders kitaplarına yansıtılamadığı tespit edilmiştir. Bunun yanında düzeylerin bilgi ve bilişsel süreçlerin dağılımı bakımından da iyileştirilmesi gereken noktalarının olduğu görülmüştür.

5.2. Tartışma

Bu bölümde araştırma soruları kapsamında elde edilen sonuçlar, alan yazındaki ilgili çalışmalar ışığında tartışılmıştır. Tartışma bölümü, analiz akışına paralel olarak sıralama boyutu ve içerik boyutu olmak üzere iki temel başlıkta ele alınmıştır.

5.2.1. Sıralama boyutu

Yapılan çalışmanın ilk araştırma sorusu kapsamında orantısal düşünmenin ders kitaplarında gelişimsel olarak nasıl ele alındığı incelenmiştir. Bu kapsamda analiz çerçevesinde oluşturulan sıralama boyutu altında öncelikle orantısal düşünme düzeylerinin gelişimsel olarak nasıl bir sıralama takip ettiği, sonrasında ise ilgili düzeylerin göstergelerle göre ne derecede ele alındığı değerlendirilmiştir.

Orantısal düşünme düzeylerinin ders kitaplarındaki veriliş sıralanması incelendiğinde tüm ülkeler genel olarak Düzey 2 ve Düzey 3 ağırlıklı bir öğrenme fırsatı sunarken hiçbir ülkenin düzeylerin sıralamasını tam olarak takip etmediği görülmüştür. Bunun yanında hiçbir ülkenin orantısal düşünmeye, oran ve orantı konuları dahilinde Düzey 1 ile başlamadığı tespit edilmiştir. Düzey 4'e gelindiğinde ise sadece Kanada ders kitaplarının bu düzeye yönelik bir içerik oluşturmadığı görülmüştür. Bu sonuçlar değerlendirildiğinde, incelenen matematik ders kitaplarının orantısal düşünme becerisinin gelişimini içeren bir öğrenme rotasını izlemede eksiklikleri olduğu söylenebilir. Bu durum ayrıca matematik ders kitaplarında farklı becerilerin gelişimlerini inceleyen çalışmaların (Hong vd., 2019; Shin ve Lee, 2018;) sonuçları ile paralellik göstermektedir. Yapılan bu çalışmalarda ders kitaplarında gelişimsel olarak belirlenen süreçleri takip etmede düzensizlikler olduğu, bazı temel süreçlere yer verilmediği tespit edilmiştir.

Her ne kadar belirlenen hedefler bağlamında ders kitaplarında içerikler oluşturulsa da ders kitaplarının öğretime yönelik şekillendirilmesi öğretmenlere kalmaktadır (Valverde vd., 2002). Öğretmenler derslerde doğrudan ders kitaplarından anlatım yapabildikleri gibi gerekli gördükleri yerlerde değişiklikler yapabilmektedir. Ders kitaplarının öğretmenlerin öğretim sürecindeki kararlarına etkisinden dolayı, kitaplarda yer almayan bir içeriğin sınıf ortamında aktarılması dolayısı ile öğrencilere öğretilmesi çok uzak bir ihtimaldir (Smith, Males ve Gonulates, 2016). Bu bakımdan ders kitaplarında orantısal düşünme düzeylerinin sırası ile ele alınmaması ve önemli fikirlere yer verilmemesi, öğretmenlere yetersiz bir kaynak sağlayacak dolayısı ile öğrencilerin bu beceriyi kazanmaları zorlaşacaktır. Öğrencilerin orantısal düşünmede yaşadıkları zorluklar bu bağlamda ele alındığında, ders kitaplarında sunulan zayıf öğretim fırsatlarının bu durum üzerinde etkisi olduğu düşünülmektedir.

Çalışma kapsamında ders kitaplarında orantısal düşünmenin düzeylerine ne ölçüde yer verildiğine dair bir diğer sonuca ise oran-orantı konularına ayrılan süre ve soru adedi üzerinden ulaşılmıştır. Bu kapsamda Singapur'u temsilen seçilen ders kitap serisinin oran-orantı konularını diğer ülkelere göre en fazla soru ve süre (5., 6., 7. ve 8. sınıf) ile ele aldığı belirlenmiştir. Bu sıralamayı, oran orantı başlıklarını 6., 7. ve 8. sınıf düzeyinde ele alan Kanada matematik ders kitapları takip ederken Türkiye'yi temsil eden kitapların bu başlıklara sadece 6. ve 7. sınıf seviyesinde en az süre ve soru ile yer verdiği görülmüştür. Yapılan çalışmalar da öğrencilere matematiksel bir becerinin öğretiminin doğrusal bir ilerleme ile sürekli ilerlemediğini, karmaşık bir yapıda ve yavaş bir ilerleme ile gerçekleştiğini belirtmektedir (Empson, 2011). Bu süreçte öğrenciler, bulundukları düzeyin gerisine düşebilmekte ve sonrasında yeniden ilerleme yaşayabilmektedir. Bu bakımdan ortaokul matematiğinde önemli bir yeri olan orantısal düşünme de birkaç ünite ile sınırlı bir şekilde ele alınmamalı, daha uzun bir süreçte dikkatli bir sıralama ile sunulmalıdır (Langrall ve Swafford, 2000). Bu kapsamda değerlendirildiğinde Singapur ders kitaplarının orantısal akıl yürütmeyi geliştirmeye yönelik olarak öğrencilere daha fazla imkân tanıdığı söylenebilir.

İlgili kitaplar orantısal düşünme düzeylerinin göstergeleri bakımından incelendiğinde, kitapların niteliksel muhakemenin yer aldığı Düzey 1'in sadece bir göstergesine yer verdikleri, dolayısı ile zayıf bir öğretim fırsatı sundukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin öncelikle tek nicelikten iki nicelikle muhakemeye geçişi ve oradan niceliklerin değişimini anlamaları, onlarda oran kavramıyla birlikte orantısal düşünmenin temelini oluşturacak önemli adımlardır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Lamon (2012) öğrencilerin niceliklerle çarpımsal muhakeme sürecinde yaşadıkları zorlukların bir nedeninin, niceliklerden önce nitel muhakemeye olanak sağlayacak problem durumları ile yeterince karşı karşıya bırakılmamaları olduğunu ileri sürmüştür. Benzer şekilde Cramer ve Thomas (1993) niteliksel muhakemenin, orantısal düşünme becerisinin gelişimi için önemli bir adım olduğunu ve orantısal problemleri yorumlama ile problemlerin çözüm süreçlerinde öğrenciye katkı sunduğunu belirtmişlerdir. Gürler-Karakoca (2019) da yaptığı çalışmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmesinde niteliksel muhakemenin önemli bir rolü olduğuna dair sonuçlar paylaşmıştır. Her ne kadar literatürde orantısal düşünmenin gelişiminde niteliksel muhakemenin önemi belirtilse de incelenen ders kitaplarının buna yeterince destek vermediği görülmüştür.

Ders kitapları Düzey 2'nin gelişimsel göstergelerine göre incelendiğinde, ilk gösterge olarak kabul edilen çarpımsal ve toplamsal ilişkilerin farkına yönelik içerik sağlamada Singapur'un aksine Türkiye ders kitaplarının sadece bir soruya yer verildiği, Kanada ders kitaplarında hiç bir soruya yer verilmediği tespit edilmiştir. Düzey 1'de sezgisel olarak niceliklerin değişimini hisseden öğrencilerin daha sonra iki niceliğin karşılaştırılması sırasında sıklıkla karşılaştıkları zorlukların başında toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi ayırt edememe gelmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Gelişimsel olarak ilkokulda öğrenciler toplamsal muhakemeye yatkın olduklarından özellikle çarpımsal muhakemeye geçiş süreci ortaokul yıllarında öğrenciler için zor olmaktadır (Van de Walle, 2016). Diğer taraftan sınıf içi yapılan çalışmalarda (Lamon, 1993; Gürler-Kocakaya, 2019) öğrencilere hem toplamsal hem çarpımsal ilişkiyi içeren durumların aynı anda verilerek karşılaştırma imkanı sunulmasının çarpımsal ilişkinin anlaşılmasını desteklediği belirtilmektedir. Bu bağlamda ders kitaplarından elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, öğrencilerin çarpımsal ilişkiyi anlamlandırmada yaşadıkları sorunların bir nedeni de ders kitaplarının toplamsal ve çarpımsal durumların farkına yönelik yeterince imkân vermemesi olabilir.

Düzey 2 için ders kitaplarına yönelik bir diğer göze çarpan sonuç ise oran tanımlamasının çarpımsal bir karşılaştırma olduğunun sadece Singapur ders kitapları tarafından açık bir şekilde ele alınmasıdır. Bunun yanında ders kitaplarının, oranı çoğunlukla a:b ya da a/b şeklinde yazma görevi olarak ele aldıkları görülmektedir. Nitekim farklı ülkelerin ders kitaplarında yapılan karşılaştırmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiş, çoğu ders kitabının oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğuna dair açıklama ya da örnek sunmadığı belirtilmiştir (Ahl, 2016; Shield ve Dole, 2013). Dolayısı ile ders kitaplarının bu önemli fikir hakkında daha planlı içerikler üretmesi gerekmektedir. Çünkü oranın öğrenciler tarafından sadece a:b şeklinde ifade edilebilmesi, oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğunu anladıklarını göstermemektedir. Lobato, Ellis ve Zbiek'in (2010, s.22) belirttiği gibi "Oran bir yazma görevi değil, bilişsel bir süreçtir.". Oranın yüzeysel bir şekilde a'nın b'ye oranı a:b ya da a/b şeklinde verilmesi öğrencilerin oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğunu fark edememesine neden olurken bu durum ileride oranın kesirlerle ilişkisi ve ölçüm olarak kullanılmasına yönelik zeminin oluşmasını engellemektedir (Lamon, 2012).

Düzey 2 içerisinde elde edilen bir diğer sonuç ise kesirlerle oran arasındaki ilişkiye oran ve orantı konuları içerisinde yeterince zengin öğretim fırsatı sunulmamasıdır. Farklı ders kitaplarında yapılan çalışmalarda (Shield ve Dole, 2013; Ahl 2016) oran-kesir ilişkisinin zayıf ele alındığı belirtmişlerdir. Dolayısı ile bulunan bu sonuç diğer çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Kesir ve oran ilişkisi gerek öğrencilerin gerekse öğretmenlerin üzerinde sıklıkla sorun yaşadığı bir konudur (Lamon, 2012). Zorluk yaşamalarının en temel nedeni hem oranın hem de kesirlerin aynı cebirsel gösterimle ifade edilip aynı şekilde okunması ve yer yer oran ve kesrin kesişen anlamlarının olmasıdır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Dolayısı ile ders kitaplarının bu ilişkiyi oran başlığı altında ele alması, benzerlik ve farklılıkların tartışılmasına fırsat sağlaması gerekmektedir.

Oranın kendini oluşturan birimlerden bağımsız bir ölçüm olarak kullanılması önemli bir süreç olarak önümüze çıkmaktadır. Ders kitapları değerlendirildiğinde Kanada ve Singapur ders kitaplarının Türkiye ders kitabına göre kavramsal zeminde daha zengin öğrenme fırsatı sundukları görülmüştür. Öğrenciler farklı birimlerin meydana getirdiği oranı her ne kadar işlemsel olarak ifade etseler de kavramsal olarak ifade etmektr zorluk yaşamaktadırlar (Simon ve Blume, 1994). Gürler-Karakoca'nın (2019) ortaokul öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin birim oranda a:b değerini sayısal olarak doğru hesaplamalarına rağmen oranı yorumlamada zorlandıklarını belirtmiştir. Benzer durum Ben-Chaim vd.'nin (1998) çalışmasında öğrencilerin, birim oranı sayısal olarak a:b şeklinde iki niceliği birbirine bölme eğiliminde ezbere işlemsel bir süreç izlediklerini, bulunan sonucu ise yorumlayamadıkları sonucuyla sunulmuştur. Bu durumun bir nedeni, birimli oran konusunda a:b'nin sadece farklı birimlerden meydana geldiği bilgisi dışında, a:b birimli oranının bir niceliğe karşılık gelen diğer niceliğin miktarı (birim fiyata denk gelen elma sayısı gibi) şeklinde de sunulmamasıdır. Bu bakımdan öğrencilerin karşılaştıkları bu zorlukları aşmalarında, ders kitaplarının içeriklerinde oranın yorumlanmasına ve oranın bir ölçüm olarak kullanılmasına yönelik içeriklerin göz önünde bulundurulması gerekmektedir.

Düzey 3 göstergeler bakımından incelendiğinde elde edilen genel sonuç oran tabloları yardımı ile denk oran oluşturulmasında etkin çarpımsal yöntemlere doğru geçişin tüm ders kitaplarında takip edildiği yönündedir. Bu gelişim sıralaması, orantısal düşünme becerisine yönelik yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010; Petit vd., 2020). Fakat burada sadece Türkiye ders kitaplarında ve yoğun bir şekilde kullanılan içler-dışlar çarpımı algoritmasına yönelik literatürde eleştirilerin olduğu görülmektedir. Türkiye matematik ders kitabının içler-dışlar algoritmasını çarpımsal ilişkilerin analiz edilmesine yeterince imkan verilmeden orantı konusu girişinde verildiği ve sonrasında yoğunlukla çözümlerde kullandığı belirlenmiştir. Bu şekilde bir algoritmanın, çarpımsal ilişkinin öğrenciler tarafından yeterince anlaşılmadan doğrudan verilmesi orantısal düşünmenin gelişimine yönelik engel oluşturabilecek bir durumdur (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). İçler dışlar çarpımı her ne kadar orantı konusu için etkin bir çözüm sağlasa da bu şekilde doğrudan tanıtılması, öğrencilerin çarpımsal ilişkileri yüzeysel anlamalarına neden olmaktadır (Lamon, 2012). Bu algoritmanın yoğun bir şekilde kullanımı ayrıca öğrencilerin çarpımsal ilişkileri hem ölçümler arasında hem de ölçümler içerisinde yeterince anlamamasına neden olmakta ve ileride Düzey 4'ün temelinde yer alan çarpımsal ilişkinin soyutlanması sürecine engel oluşturmaktadır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010).

Düzey 4 göstergeler bakımından değerlendirildiğinde Singapur ve Türkiye ders kitaplarının tüm göstergelere yer verdikleri belirlenmiştir. Çarpımsal ilişkilerin soyutlandığı ve farklılığının anlaşıldığı bu düzeyi Singapur ders kitaplarının daha zengin bir zeminde ele aldığı görülmüştür. Bu farklılık özellikle orantısal ve orantısal olmayan ilişkileri ayırt etmede kendisini göstermektedir. Bu konuda Türkiye ders kitaplarında orantısal olmayan ilişkilerin fark edilmesine yönelik sadece 1 çözümsüz sorunun yer aldığı görülmüştür. Orantısal düşünmenin gelişiminin en ileri aşamasında bulunan öğrencilerden, çarpımsal ilişkileri soyutlayarak orantısal durumları anlamlandırmaları ve orantısal olmayan durumları da ayırt etmeleri beklenilmektedir (Cramer, 2017). Fakat diğer taraftan araştırmalar öğrencilerin orantısal ilişkileri "Biri artarsa diğeri artıyor mu?" gibi yaklaşımlarla yüzeysel bir şekilde tanımlamaya çalıştıklarını dahası toplamsal ilişkileri bile (örneğin $y=x+1$, x artarsa y artar) orantısal olarak tanımladıklarını göstermiştir (Van Dooren vd., 2005; Doğan ve Çetin, 2009). Bu zorluğun aşılması için ders kitaplarında, orantısal ve orantısal olmayan durumların farklı gösterimlerle yorumlanmasına ve nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin soyutlanmasına yönelik görevlerin sağlanması gerekmektedir (Cramer, Post ve Currier, 1993; Cramer, 2017). Böylelikle öğrencilerin farklı doğrusal ilişki içeren soruları aşırı genelleme ile çapraz çarpım metodu yolu ile çözmeye çalışmaları yerine öncelikle "Acaba bu durum orantısal bir ilişki ($y=mx$) içeriyor mu? Yoksa farklı ilişkilerde ($y=mx+a$ vb.) mevcut mu?" şeklinde sorgulama yapmalarına imkân sağlanacaktır (Petit vd., 2020). Bu ise orantısal düşünmenin ileri sürecinde beklenilen farklı durumlar (orantısal ve orantısal olamayan) için uygun çözümleri geliştirebilmeleri için öğrencilere katkı sağlayacaktır.

Sıralama boyutunda elde edilen sonuçlar öğrencilerin orantısal düşünme gelişimi bakımından değerlendirildiğinde, mevcut araştırma sonuçları ile ders kitapları içerikleri arasında giderilmesi gereken boşlukların olduğunu görülmektedir. Gerek düzeylerin sıralanması gerekse her bir düzeyin kendi içinde ne derecede gelişimsel ele alındığı değerlendirildiğinde eksikliklerin bulunduğu tespit edilmiştir. Statik bir yaklaşımla konuların sıralanması ve buna uygun içeriklerin oluşturulması öğrencilerin orantısal düşünme gelişimi açısından yetersiz kalmaktadır. Bunun yerine daha önceki araştırma sonuçlarının da dikkate alındığı dinamik bir sistemle öğrenci gelişimine yönelik ders kitabı içeriklerinin oluşturulması önerilmektedir (Lamon, 2012). Öğrenci gelişimini ele alan öğrenme rotalarına bağlı gelişimsel modeller bu süreçte uygun içeriklerin oluşturulmasında rehberlik yapabilir (Ellis vd., 2016). Çalışmada sunulan düzeyler ve düzeylere ait göstergeler de bu bağlamda ders kitaplarının giderilmesi gereken eksiklerine ışık tutarken, daha sonraki araştırmalar için de bir değerlendirme ve yol haritası sunacaktır.

5.2.2. İçerik boyutu

Çalışmanın ikinci ve üçüncü araştırma sorularına yönelik oluşturulan içerik boyutunda soruların bilgi ve bilişsel süreç boyutları ele alınmıştır. Bu kapsamda oran ve orantı ünitelerinde yer alan sorular önce işlemsel ve kavramsal bilgiye, sonrasında ise yenilenmiş Bloom taksonomisine göre değerlendirilmiştir. Bu bölümde içerik boyutu kapsamında elde edilen bulguların tartışmasına yer verilmiştir.

Ders kitaplarında orantısal düşünme becerisi bilgi boyutu kapsamında ele alındığında, tüm ülkelerin çoğunlukla işlemsel bilgiye yer verdikleri belirlenmiştir. Matematik öğretiminde anlamlı bir öğrenmenin meydana gelmesi için işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında dengeli bir ilişkinin oluşturulması gerekmektedir. Çoğunlukla ezber gerektiren yöntemlerin sürekli tekrarı ile devam eden işlemsel bilgi ağırlıklı bir süreç, ileride bu işlemlerin arkasında yatan nedenleri ve gerekçelerini öğrenmeleri konusunda öğrencilerin motivasyonunu azaltmaktadır. Gerekli kavramsal temellerin yeterince oluşmaması, öğrencilerin gelişimi sürecinde giderek artan şekilde öğretimsel engellere yol açmaktadır (Hiebert, 1999). Öğrenci gelişimine uygun bir öğretim dizaynı için işlemsel ve kavramsal bilginin uyumlu şekilde düzenlenmesi gerekmektedir. Aksi takdirde öğrenciler süreç sonunda üst düzey bazı beceriler gösterseler de muhtemel bir süre sonra alt düzeye doğru bir düşüş gösterecek ve üst düzeyde istenilen derecede derinliği sağlayamayacaklardır (Clements ve Sarama, 2014).

Ders kitaplarında orantısal düşünmeyi değerlendiren çalışmalarda (Dole ve Shield, 2008; Shield ve Dole, 2013) çoğunlukla işlemsel sürecin benimsendiği, önemli kavramsal bilgilerin göz ardı edilebildiği sonuçlarına değinilmiştir. Bu sonuçlar çalışmadan elde edilen bulgular ile uyumludur. Kaput ve West (1994), orantısal düşünme öğretimi sürecinde çoğunlukla geleneksel yaklaşımlar etkisinde işlemsel süreci benimsendiğini, fakat bu yaklaşımın ileride oranın yorumlanmasında ve çarpımsal ilişkinin soyutlanması sürecinde zorluklar yaratacağını belirtmişlerdir. Bu yüzden ders kitaplarında "*belirli tip problemleri çözme*" ve "*oranı farklı şekillerde yazabilme*" gibi geleneksel işlemsel bir yaklaşımdan daha öte, hem gerekli kavramsal bilgilerin oluşmasına hem de bu bilgilerin işlemsel bilgilerle ilişkilendirmesine yönelik içeriklere yer verilmesi gerekmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010).

Oran ve orantı üniteleri altındaki sorular, yenilenmiş Bloom taksonomisinde belirtilen basamaklar bakımından değerlendirildiğinde, genel çerçevede tüm ülkelerin çoğunlukla anlama ve uygulama basamaklarına dolayısı ile düşük düzey bilişsel süreç gerektiren sorulara yer verdiği görülmektedir. Bu sonucun Bayazit'ın (2013) ortaokul matematik ders kitaplarında farklı ünitelerdeki orantısal düşünme içeren görevleri bilişsel istem yönünden incelediği çalışma sonucu ile uyuşmadığı görülmektedir. Araştırmacı Stein ve Smith'in (1998) analiz ölçeğini kullanarak incelediği soruların yaklaşık %75'nin (bağlantılı yöntemler ve matematik yapma) yüksek düzeyde olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmanın sadece oran ve orantı ünitelerindeki tüm sorular ile kısıtlı tutulmasının, kullanılan analiz çerçevesi farklılığının bu duruma etkisinin olduğu düşünülmektedir. Diğer taraftan matematik ders kitaplarında yer alan sorulara yönelik yapılan çalışmalarda araştırmacılar yenilenmiş Bloom taksonomisine göre düşük düzeyde bilişsel süreçlere ağırlık verildiğini belirtmişlerdir (Biber ve Tuna, 2017; Üredi ve Ulum, 2020). Bu bakımdan çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar ile belirtilen çalışmaların sonuçlarının uyumlu olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin düşünme düzeyleri, öğretim sırasında karşılaştıkları soruların gerektirdiği bilişsel süreçle ilişkilidir. Yüksek düzeyde zihinsel faaliyet içeren sorular öğrencilerin daha karmaşık ve yaratıcı düşünmelerini için zemin hazırlamaktadır (Reçber ve Sezer, 2018). Sorularda karşılaşılan potansiyel bilişsel süreçlerin düzeyi, bir beceride üst düzey davranışların kazanılmasını etkilemektedir. Bilişsel süreçler her ne kadar bir sorunun çözümünde öğrencilerin kullandığı zihinsel faaliyet olarak görülse de uzun zaman diliminde üst düzey bilişsel süreç kullanımı daha karmaşık ve soyut düşünmeyi destekleyerek ileri öğrenme düzeylerine geçiş için fırsat sağlamaktadır (Sztajn vd., 2012). Ağırlıkla anlama ve uygulama bilişsel basamağında belirlenen sorular, orantısal düşünmenin ileri düzeylerinin oluşumunda yer alan çarpımsal ilişkiyi soyutlama ve genelleme aşamasında öğrencilere yeterli destek sağlamayacaktır. Bu ise orantısal düşünmenin gelişiminin istenilen düzeyde oluşmasına engel olacaktır (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010).

Yapılan çalışma genel çerçevede değerlendirildiğinde, Clements (2007, 2015) öğretim tasarımlarının öğrenci gelişimine yönelik çalışmaları yansıtmada eksiklikleri olduğu eleştirisinin ders kitaplarında da geçerliliğini koruduğu görülmektedir. Ders kitabının tasarlanması sırasında her ne kadar önemli fikirlerin seçilerek sıralanmasına dikkat edilse de bu süreç çoğu kez anlamlı öğrenme için yeterli olmamaktadır. Kazanımların sıralanmasından sonra ders kitaplarının oluşturulması şeklinde devam eden statik yaklaşımın en büyük eksikliklerinden birisi, her ne kadar belirli bir sıralama sunulsa da içeriklerin öğrenciye yönelik tasarımında boşlukların kalmasıdır.

Öğrencilerin orantısal düşünmeyi istenilen düzeyde öğrenmelerine yardımcı olabilmek için, önemli fikirlerin sıralanması yanında bu fikirlerin birbiri ile ilişkilerine dikkat edilerek öğrenci gelişimine uygun bir şekilde tasarlanması gerekmektedir (Lobato, Ellis ve Zbiek, 2010). Öğrenci gelişimine yönelik oluşturulan içerikler öğrencilerin derse karşı motivasyonlarını arttırırken matematik başarılarına katkı sunduklarını gösteren çalışmalar giderek artmaktadır (Clarke, 2004; Clements vd., 2011; Supovitz vd., 2018). Bu sonuç orantısal düşünmenin gelişimi içinde geçerliliğini sürdürmektedir (Gürler-Karakoca, 2019; Öz, 2020; Petit vd., 2020). Bu bakımdan dinamik bir yaklaşımla ders kitaplarının oluşturulmasının potansiyel olarak öğrenci gelişimine daha çok katkı sağlayacağı için, öğrencilerin orantısal düşünme becerilerinin gelişimini de olumlu etkileyeceği düşünülmektedir.

5.3. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonuçlarına bağlı olarak ders kitabı geliştiricilerine ve ileride yapılabilecek çalışmalara yönelik öneriler belirtilmiştir.

5.3.1. Ders kitabı geliştiricilere yönelik öneriler

Ders kitaplarında orantısal düşünmenin gelişim sürecine yönelik daha fazla öğrenme fırsatı sunabilmesi için aşağıdaki öneriler paylaşılmıştır.

- Ders kitaplarının orantısal düşünmenin gelişimini istenilen düzeyde destekleyebilmesi için kitap geliştirme aşamasında tek yönlü ve statik bir anlayıştan daha dinamik yaklaşımlar kullanılabilir. Dinamik yaklaşımlarla öğrencilerin beceri gelişim aşamaları belirlenip ders kitapları ve etkinlikler bu yönde tekrar düzenlenebilir.

- Matematiksel beceriler sürekli doğrusal bir gelişimden ziyade daha karmaşık ve düzeyler arasında inişli-çıkışlı uzun süreçlerde gelişim göstermektedir. Orantısal düşünme becerisi bu kapsamda düşünüldüğünde özellikle Türkiye ortaokul ders kitap içeriklerinde daha uzun sürede ele alınabilir.

- Ders kitapları ve programlarda niteliksel muhakemeye yönelik kazanım ve örneklere önem verilmesi orantısal düşünmenin gelişimi için temel oluşturmaya yardımcı olacaktır. Bu bağlamda ders kitaplarında öncelikle niceliklerin belirlendiği ve değişkenlerin niteliksel ilişkisinin sorgulandığı soru türlerine yer verilebilir.

- Oran kavramının istenilen düzeyde gelişimi için çarpımsal-toplamsal ilişki ile oran-kesir ilişkisinin ele alınması önemli olduğundan, özellikle Türkiye ders kitaplarında bu ilişkilere yönelik daha zengin içerikler oluşturulabilir.

- Orantısal düşünmede her ne kadar algoritmaların kullanımı önemli olsa da içler-dışlar çarpımının verilme sıralaması, orantısal düşünmenin gelişimini olumsuz etkileyebilmektedir. Özellikle Türkiye ders kitaplarında sıklıkla ele alınan içler-dışlar çarpımının, içerik sıralaması bakımından çarpımsal ilişkinin yeterince verilmesinden sonra öğrencilere tanıtılması onların gelişimi açısından daha olumlu katkı sağlayacaktır.

- Orantısal ve orantısal olmayan durumların karşılaştırılması, orantısal düşünmenin ileri düzeylerini destekleyen önemli bir süreçtir. Bu bakımdan özellikle Türkiye ders kitaplarında öğrencilerin orantısal durumları tartışmasına yönelik öğrenme fırsatlarının sunulması, farklı gösterim biçimleri ile bu ilişkilerin ele alınması, öğrencilerin gelişimini destekleyecektir.

- Ders kitaplarının matematiksel becerileri daha sağlıklı bir zeminde geliştirmeleri için sadece işlemsel bilgiye yoğunluk vermeleri yerine, önemli kavramsal bilgileri de dengeli ve uyumlu şekilde sunmaları gerekmektedir. Bu bakımdan orantısal düşünme için belirlenen önemli kavramsal bilgiler göz önünde bulundurularak ders kitaplarındaki içerikler tekrar düzenlenebilir.

- Üst düzey bilişsel süreçlere daha fazla yer verilmesi uzun süreçte daha karmaşık ve soyut düşünmeyi desteklediği için öğrencilerin orantısal düşünmede daha ileri düzeylerde muhakeme yapabilmelerine katkı sağlamaktadır. Bu nedenle ders kitaplarında düşük düzeyde bilişsel süreç gerektiren sorular yanında yüksek düzeyde bilişsel süreç gerektiren sorulara da dengeli bir şekilde yer verilmesi öğrencilerin orantısal düşünmenin ileri düzeyine geçişlerine katkı sağlayacaktır.

5.3.2. İleriki araştırmalara yönelik öneriler

Yapılan çalışma kapsamında her ne kadar farklı boyutlar altında orantısal düşünme becerisinin gelişimini incelense de bir takım sınırlılıklar içermektedir. Bu bakımdan aşağıda önerilen fikirlere yönelik araştırmaların yapılması, orantısal düşünmenin gelişimi hakkında araştırmacılara daha geniş bilgiler sunacaktır.

- Orantısal düşünme becerisi her ne kadar doğrudan bir ortaokul konusu olarak görünse de nitel muhakeme, kovaryasyonel muhakeme gibi temel beceriler ve kesirler, eğim benzerlik gibi matematik konularıyla yakın ilişkilidir. Bundan dolayı, belirtilen beceri ve konular ile orantısal düşünme arasındaki ilişkinin incelenmesi, orantısal düşünmenin gelişimine yönelik daha ayrıntılı sonuçlara ulaşılmasına yardımcı olacaktır.

- Bu çalışma orantısal düşünme becerisine yönelik gelişimsel süreçleri temel alarak yapılmıştır. Farklı becerilere ait gelişimsel modeller çalışmada geliştirilen analiz çerçevesi yardımı ile ders kitabı incelemelerinde kullanılabilir. Böylece farklı beceriler ile ders kitapları arasındaki olası eksikler tespit edilebilir.

- Ders kitaplarında yer alan orantısal düşünmeye ait içeriğe öğretmenler tarafından sınıf ortamında ne düzeyde ve nasıl yer verildiği araştırılabilir. Böylece tasarlanan program ile uygulanan program arasındaki uyum incelenebilir.

- Aynı ülkede, aynı sınıf düzeyinde yer alan farklı yayınlara ait ders kitaplarında, orantısal düşünmenin gelişimi incelenerek ders kitaplarının sunduğu öğrenme fırsatları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Ahl, L.M. (2016). Research findings' impact on the representation of proportional reasoning in swedish mathematics textbooks. *Journal of Research in Mathematics Education*, 5 (2), 120–204. https://doi.org/10.17583/redimat.2016.1987

Akar, G.K. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 263–285). Ankara: Pegem Akademi.

Akatugba, A.H. and Wallace, J. (2009). An integrative perspective on students' proportional reasoning in high school physics in a west african context. *International Journal of Science Education*, 31(11), 1473–1493. https://doi.org/10.1080/09500690802101968

Anderson, L.W. and Krathwohl, D.R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing*. New York: Longman.

Battista, M.T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185–204. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_6

Baxter, G.P. and Junker, B. (2001). *Designing cognitive-developmental assessments: a case study in proportional reasoning*. Seattle: National Council of Measurement in Education.

Bayazit, İ. (2013). Quality of the tasks in the new Turkish elementary mathematics textbooks: the case of proportional reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(3), 651–682. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9358-8

Beales, B.A., Bodiam M., Duff D., Foster, R., Hall, C., Hope J. and Kirkpatrick, C. (2012). *Nelson Mathematics 7*. Canada: Thomson Nelson.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. and Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). New York: Macmillan.

Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 5–34.

Ben-Chaim, D., Fey, J.T., Fitzgerald, W.M., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247–273. https://doi.org/10.1023/A:1003235712092

Biber, A.Ç. ve Tuna, A. (2017). Ortaokul Matematik Kitaplarındaki Öğrenme Alanları ve Bloom Taksonomisine Göre Karşılaştırmalı Analizi . *Ondokuz Mayis University Journal of Education Faculty*, 36 (1), 161-174.

Bilen, O. (2017). *Ortaokul matematik 7 ders kitabı*. Ankara: Gizem Yayıncılık.

Birgin, O. (2016). Bloom Taksonomisi. Z. E. Bingölbali ve S. Arslan (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 839–860). Ankara: Pegem Akademi.

Bloom, B.S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals; Cognitive domain*. New York: David McKay.

Boyer, T.W., Levine, S.C. and Huttenlocher, J. (2008). Development of proportional reasoning: where young children go wrong. *Developmental Psychology*, 44(5), 1478–1490. https://doi.org/10.1037/a0013110

Bümen, T.N. (2006). Program geliştirmede bir dönüm noktası: Yenilenmiş bloom taksonomisi. *Eğitim ve Bilim*, 31(142), 3–14.

Carpenter, T.P., Gomez, C., Rousseau, C., Steinthorsdottir, O.B., Valentine, C. and Wagner, L. (1999). An analysis of student construction of ratio and proportion understanding. *American Educational Research Association*'da sunulan bildiri. Montreal, Canada: American Educational Research Association.

Ching, T.P. and Jitan, L. (2011a). *New syllabus primary mathematics 5A*. Singapore: Shing Lee.

Ching, T.P. and Jitan, L. (2011b). *New syllabus primary mathematics 5B*. Singapore: Shing Lee.

Ching, T.P. and Jitan, L. (2013a). *New syllabus primary mathematics 6A*. Singapore: Shing Lee.

Ching, T.P. and Jitan, L. (2013b). *New syllabus primary mathematics 6B*. Singapore: Shing Lee.

Clarke, B. (2004). A shape is not defined by its shape: Developing young children’s geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education*, 11, 110–127.

Clements, D.H. (2007). Curriculum research: Toward a framework for “research-based curricula.” *Journal for Research in Mathematics Education*, 38 (1), 35-70.

Clements, D.H. (2015). Linking research and curriculum development. In L.D. English, (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 589-625). New York and London: Routledge Tylor&Francis, https://doi.org/10.4324/9780203930236.ch23

Clements, D.H. and Sarama, J. (2014). Learning trajectories foundations for effective, research-based education. In A.P. Maloney, J. Confrey, and K.H. Nguyen (Eds.), *Learning over time: learning trajectories in mathematics education* (pp. 1–30). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Clements, D.H., Sarama, J., Spitler, M.E., Lange, A.A. and Wolfe, C.B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42, 127-166.

Common Core State Standards for Mathematics (2010). *Common core state standards*. Washington, DC: Council of Chief State School Officers

Confrey, J. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum Analysis*. Retrieved from https://www.oecd.org/education/2030-project/about/documents/A_Synthesis_of_Research_on_Learning_Trajectories_Progressions_in_Mathematics.pdf (Erişim tarihi:10.05.2020)

Confrey, J., Maloney, A.P. and Corley, A.K. (2014). Learning trajectories: a framework for connecting standards with curriculum. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 46, 719–733. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0598-7

Corcoran, T.B., Mosher, F.A. and Rogat, A. (2009). Learning Progressions in Science: An Evidence-Based Approach to Reform. *CPRE Research Reports.* Retrieved from https://repository.upenn.edu/cpre_researchreports/53 (Erişim tarihi:10.05.2020)

Coşar, Y. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf matematik dersi çalışma kitabındaki soruların kapsam geçerlik ve yenilenmiş bloom taksonomisinin bilişsel süreç boyutuna göre analizi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Cramer, K., Post, T. and Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications, In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, (pp.159- 178), New York: Macmillan.

Cramer, K. and Thomas, P. (1993). Making connections: A case for proportionality. *The Arithmetic Teacher*, 40(6), 342–346.

Cramer, K. (2017). Numerical reasoning: Number systems, ratio, and proportional relationships. In M. Battista (Ed.), *Reasoning and sense making in the mathematics classroom, grades* 6–8 (pp. 25–45). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Creswell, J.W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (4th ed.). Thousand Oaks: Sage.

Cronbach, L.J. (1955). The text in use. In L. J. Cronbach (Ed.), *Text materials in modern education: A comprehensive theory and platform for research* (pp. 188–216). Urbana, IL: University of Illinois Press.

Crooks, N.M. and Alibali, M.W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review*, 34, 344-377.

Daro, P., Mosher, F.A. and Corcoran, T. (2011). Learning trajectories in mathematics education: a foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction. In *CPRE Research Report #RR-68*. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602

Dede, S.Ç. ve Arslan, S. (2019). Review of the articles and thesis conducted on math textbooks in Turkey between 2002-2018. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 13(1), 176–195.

Doğan, A. ve Çetin, İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(2), 118-128.

Dole, S. and Shield, M. (2008). The capacity of two australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 19–35. https://doi.org/10.1080/14794800801915863

Ellis, A.B. (2007). The influence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction*, 25(4), 439–478. https://doi.org/10.1080/07370000701632397

Ellis, A.B., Ozgur, Z., Kulow, T., Dogan, M.F. and Amidon, J. (2016). An exponential growth learning trajectory: Students' emerging understanding of exponential growth through covariation. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(3), 151-181.

Empson, S.B. (2011). On the idea of learning trajectories: Promises and pitfalls. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 571-596.

Fan, L., Zhu, Y. and Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.

Fraser, S.P. and Bosanquet, A.M. (2006). The curriculum? That's just a unit outline, isn't it?. *Studies in Higher Education*, 31(03), 269-284.

Freeman, D. J. and Porter, A.C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403–421.

Furst, E. (1994). "Bloom's taxonomy: Philosophical and educational issues." In Anderson, L. and Sosniak, L. (Eds.) *Bloom's taxonomy: A forty-year retrospective* (pp. 28-40). Chicago: The National Society for the Study of Education.

Goldin-Meadow, S., Alibali, M.W. and Church, R.B. (1993). Transitions in concept acquisition: using the hand to read the mind. *Psychological Review*, 100(2), 279–297. https://doi.org/10.1037/0033-295X.100.2.279

Graybeal, S.S. and Stodolsky, S.S. (1986). Instructional practice in fifth-grade math and social studies: An analysis of teacher's guides. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.

Gürler-Karakoca, A. (2019) *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Güven, D. (2016). *Ortaokul matematik 6 ders kitabı*. Ankara: Mega Yayıncılık.

Hadar, L.L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153-166.

Hadar, L.L. and Ruby, T.L. (2019). Cognitive opportunities in textbooks: the cases of grade four and eight textbooks in Israel. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(1), 54-77.

Halford, G.S. (1993). *Children's understanding: the development of mental models.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Herbel-Eisenmann, B.A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344–369.

Hiebert, J. and LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–27). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Hiebert, J. and Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.

Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Retrieved from https://doi.org/10.4324/9780203063538

Hiebert, J. (1999). Relationships between research and the NCTM standards. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 3–19.

Hiebert, J. and Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65–97). New York: Macmillan.

Holzrichter, R. (2016). *Proportional reasoning in middle level mathematics textbooks*.Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Cedar Falls: University of Northen Iowa.

Hong, D.S., Choi, K.M., Runnalls, C. and Hwang, J. (2019). How well aligned are common core textbooks to students' development in area measurement?. *School Science and Mathematics*, 119 (5), 240-254.

Houang, R.T. and Schmidt, W.H. (2008). *TIMSS international curriculum analysis and measuring educational opportunities*. *3rd IEA International Research Conference (IRC 2008)*, 1–18. Retrieved from http://www.iea.nl/fileadmin/user_upload/IRC/IRC_2008/Papers/IRC2008_Houang_Schmidt.pdf

Howson, G., Keitel, C. and Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge University Press.

Johnson, G.J. (2010). *Proportionality in middle-school mathematics textbooks*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Tampa: University of South Florida.

Jones, D. and Tarr, J.E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathemetics books. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.

Kablan, Z., Baran, T. ve Hazer, Ö. (2015). İlköğretim matematik 6-8 öğretim programında hedeflenen davranışların bilişsel süreçler açısından incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 14(1), 347–366.

Kandemir, M. A. ve Yıldız, Y. (2019). Ortaokul matematik ders kitaplarının incelenmesinde kullanılan kavramsal çerçeveler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 1273–1304.

Kaput, J. and M. West. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), T*he development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics* (pp. 235-287). Albany, NY: State University of New York Press.

Kartal, T. ve Baki, A. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27–50. http://www.fedu.metu.edu/ufbmek-5/netscape/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t211d.pdf

Kelleher, H., Kubota-Zarivnij, K., Milot, P.K., B., Morris, B. and Super, D. (2012). *Nelson mathematics 6*. Canada: Thomson Nelson.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Koellner-Clark, K. and Lesh, R. (2003). Whodunit? exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics*, 103(2), 92–98. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2003.tb18224.x

Krathwohl, D.R. (2002). A revision of bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*. 41, 212-218. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_2

Krippendorff, K. (2018). Content analysis: An introduction to its methodology. London: Sage Publications.

Lamon, S.J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41–61.

Lamon, S.J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lamon, S.J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3. Edition). Newyork: Taylor & Francis. https://doi.org/10.4324/9780203803165-5

Langrall, C.W. and Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. Mathematics teaching in the middle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 254–261.

Lesh, R., Post, T. and Behr, M. (1988). Proportional reasoning. J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93–118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lobato, J. and Walters, C.D. (2017). A taxonomy of approaches to learning trajectories and progressions. In Jinfa Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 74–101). NCTM.

Lobato, J., Ellis, A.B. and Zbiek, R.M. (2010). *Developing essential understandings of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics: grades 6-8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lundberg, A.L.V. (2011). Proportion in mathematics textbooks in upper secondary school. *L Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 336–345. Rzeszów: University of Rzeszów.

Maloney, A.P., Confrey, J. and Nguyen, K.H. (2014). *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education*. New York, NY: IAP.

Matic, L.J. and Gracin, D.G. (2016). The use of the textbook as an artefact in the classroom A case study in the light of a socio-didactical tetrahedron. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 37 (2), 349–374. https://doi.org/10.1007/s13138-016-0091-7

Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*. https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173 (Erişim tarihi 15.04.2019)

Mayring P. (2015) Qualitative content analysis: theoretical background and procedures. In: Bikner-Ahsbahs A., Knipping C., Presmeg N. (eds.) *Approaches to qualitative research in mathematics education. advances in mathematics education*. Dordrecht: Springer, https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13

McMillan, J.H. (2004). *Educational research: Fundamentals for the consumer*. (4th ed.). Boston: Pearson Education.

McMillan, J. H., and Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry*. Edinburgh: Pearson.

Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Mosher, F. (2011). *The role of learning progressions in standards-based education reform*. CPRE Policy Briefs. Retrieved from https://repository.upenn.edu/cpre_policybriefs/40

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics. In school science and mathematics*. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb17957.x

Nawani, D. (2010). School textbooks: understanding frameworks for analysis. *Contemporary Education Dialogue*, 7(2), 157–192. https://doi.org/https://doi.org/10.1177/0973184913411209

Nguyen, K.H. and Confrey, J. (2014). Exploring the relationship between learning trajectories and curriculum. In Alan P. Maloney, J. Confrey and K. H. Nguyen (Eds.), *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education* (pp. 161–185). Charlotte, NC: Age Publish.

OECD (2016). PISA 2015 Results (Volume I): *Excellence and equity in education, pisa*, OECD Publishing: Paris. https://doi.org/10.1787/9789264266490-en (Erişim tarihi 15.04.2017)

OECD (2019). PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/5f07c754-en. (Erişim tarihi 15.04.2020)

Olson, T.A. (2010). *Articulated learning trajectories related to the development of algebraic thinking that follow from patterning concepts in middle grades mathematics*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Columbia: University of Missouri.

Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*.Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Parish, L. (2010). Facilitating the development of proportional reasoning through teaching ratio. In L. Sparrow, B. Kissane, and C. Hurst (Eds.), *33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (pp. 469–476).

Pepin, B., Gueudet, G. and Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: A collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 45, 929–943. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2

Petit, M.M., Laird, R.E., Wyneken, M.F., Huntoon, F.R., Abele-Austin, M.D. and Sequeira, J.D. (2020). *A focus on ratios and proportions: bringing mathematics education research to the classroom*. New York: Routledge, Taylor & Francis.

Petersson, J., Sayers, J., Rosenqvist, E. and Andrews, P. (2021). Two novel approaches to the content analysis of school mathematics textbooks. *International Journal of Research and Method in Education*, 44 (2), 208-222.

Polikoff, M.S. (2015). How well aligned are textbooks to the common core standards in mathematics? *American Educational Research Journal*, 52(6), 1185–1211. doi:10.3102/0002831215584435

Ponte, J.P. and Marques, S. (2011). Proportion in school mathematics textbooks: A comparative study. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 1(1), 36–53.

Prior, L. (2014). Content analysis. Leavy, P. (ed.). *Handbook of qualitative methods in psychology* New York: Oxford University Press.

Radmehr, F. and Drake, M. (2019). Revised Bloom's taxonomy and major theories and frameworks that influence the teaching, learning, and assessment of mathematics: a comparison. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(6), 895-920. doi: 10.1080/0020739X.2018.1549336

Remillard, J.T. (2000). Can curriculum materials support teachers' learning? Two fourth-grade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal*, 100(4), 331–350.

Remillard, J.T. and Kim, O.K. (2020). *Elementary mathematics curriculum materials*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-38588-0_1

Reçber, H. ve Sezer, R. (2018). 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel düzeyinin programdakilerle karşılaştırılması. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 51(1), 55-76.

Resnick, L.B. and Omanson, S.F. (1987). Learning to understand arithmetic. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (pp. 41–95). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Reys, R., Reys, B., Lapan, R., Holliday, G. and Wasman, D. (2003). Standards-based middle grades mathematics curriculum materials on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 74–95. https://doi.org/DOI: 10.2307/30034700

Rezat, S. (2009). The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME6, Lyon France*. http://www.inrp.fr/editions/cerme6

Rittle-Johnson, B., and Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 75–110). UK:Psychology Press/Taylor & Francis.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. and Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346–362.

Rittle-Johnson, B. and Schneider, M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford handbook of numerical cognition (pp. 1102–1118).* Oxford: Oxford University Press.

Robitaille, D.F., Schmidt, W. H., Raizen, S., McKnight, C., Britton, E. and Nicol, C. (1993). *Curriculum frameworks mathematics and science* (Vol, TIMSS). Vancouver: Pacific Educational Press.

Sarama, J. and Clements, D.H. (2019). Research and curricula. In K. R. Leatham (Ed.), *Designing, conducting, and publishing quality research in mathematics education* (pp. 61–83). Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-23505-5_5

Schmidt, W.H., McKnight, C.C., Houang, R.T., Wang, H., Wiley, D.E., Cogan, L.S. and Wolfe, R. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning.* San Francisco, CA: The Jossey-Bass Education Series.

Schoenfeld, A.H. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational Researcher*, 28(7), 4–14.

Shield, M. and Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 19–35. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9

Shin, J. and Lee, S.J. (2018). The alignment of student fraction learning with textbooks in Korea and the United States. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 129-149.

Siegler, R.S. and Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: a microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 127(4), 377–397. https://doi.org/10.1037/0096-3445.127.4.377

Simon, M.A. and Blume, G.W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 13(2), 183-197.

Singer, J.A. and Resnick, L.B. (1992). Representations Of Proportional Relationships: Are Children Part-Part Or Part-Whole Reasoners? *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 231–246. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/BF02309531

Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Middlesex: Penguin Books.

Small, M., Kestell, M.L., Zimmer, D. Cooper, D., Beales, B.A. and Tonner, J. (2012). *Nelson Mathematics 8*. Canada: Thomson Nelson.

Smith, J.P., Males, L.M. and Gonulates, F. (2016). Conceptual limitations in curricular presentations of area measurement: one nation’s challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 239–270.

Sönmez, V. (2010). *Program geliştirmede öğretmen el kitabı* (16. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Star, J.R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 404–411.

Star, J.R. and Stylianides, G.J. (2013). Procedural and conceptual knowledge: exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 13(2), 169–181. https://doi.org/doi:10.1080/14926156.2013.784828

Stein, M.K. and Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268–275.

Stein, M.K., Remillard, J. and Smith, M.S. (2007). How curriculum influences student learning. In K. F. . Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319–370). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Steinthorsdottir, O.B. and Sriraman, B. (2009). Icelandic 5th-grade girls' developmental trajectories in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 6–30. https://doi.org/10.1007/BF03217536

Supovitz, J., Ebby, C.B. and Sirinides, P. (2013). *Teacher analysis of student knowledge (task): a measure of learning trajectory-oriented formative assessment*. Retrieved from https://repository.upenn.edu/cpre_researchreports/73

Supovitz, J.A., Ebby, C.B., Remillard, J. and Nathenson, R.A. (2018). *Experimental impacts of the ongoing assessment project on teachers and students*. CPRE Research Reports. Retrieved from https://repository.upenn.edu/cpre_researchreports/107

Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P.H. and Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction: Toward a theory of teaching. *Educational researcher*, 41(5), 147-156.

Thompson, P.W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165–208. https://doi.org/10.1007/BF01273861

Thompson, C.S. and Bush, WS. (2003). Improving middle school teachers' reasoning about proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8 (8) 398-403.

Tran, D. (2013). *Learning trajectories related to bivariate data in contemporary high school mathematics textbook series in the United States*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Columbia :University of Missouri.

Üredi, L., ve Ulum, H. (2020). İlkokul matematik ders kitaplarında bulunan ünite değerlendirme sorularının yenilenmiş Bloom taksonomisine göre incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 432-447.

Valverde, G.A., Bianchi, L.J., Wolfe, R.G., Schmidt, W.H. and Houang, R.T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*. New York: Springer Science+Business Media.

Van de Walle, J.A. (2016). *Elementary and middle school mathematics : Teaching developmentally* (9 th). Boston: Pearson.

Van den Ham, A.-K. and Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice onprimary school students'achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133–140. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. and Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 57–86. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2301_3

Van Dooren, W., De Bock, D., Vleugels, K. and Verschaffel, L. (2010). Just answering… or thinking? Contrasting pupils' solutions and classifications of missing-value word problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 20-35.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127–174). New York: Academic Press.

Wang, Y., Barmby, P., and Bolden, D. (2017). Understanding linear function: a comparison of selected textbooks from england and shanghai. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 131–153. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9674-x

Wijngaards-de Meij, L. and Merx, S. (2018). Improving curriculum alignment and achieving learning goals by making the curriculum visible. *International Journal for Academic Development*, 23(3), 219-23.

Yeo, J., Seng, T.K., Yee, L.C., Chow, I., Meng, N.C. and Liew, J. (2013a). *New syllabus mathematics textbook 1*. Singapore: Shing Lee.

Yeo, J., Seng, T.K., Yee, L.C., Chow, I., Meng, N.C. and Liew, J. (2013b). *New syllabus mathematics textbook 2*. Singapore: Shing Lee.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma teknikleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yüksel, S. (2007). Bilişsel alanın sınıflamasında (taksonomi) yeni gelişmeler ve sınıflamalar. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(3), 479–09.

EKLER

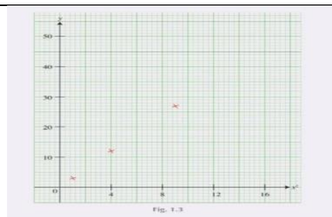
EK-1a. Orantısal Düşünme Becerisinin Gelişimsel Düzeyleri ve Göstergeleri

Düzeyler	Gelişimsel Göstergeler	Örnek durumlar
Düzey 1 Temel Niteliksel (Sezgisel) Düzey	**1A** Kovaryasyonel ilişkiyi içeren bir durumda, ilgili nicelikleri belirlemeye yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Limonatanın ekşiliğini etkileyen faktörler nelerdir? (Su miktarı, bardağın büyüklüğü, Limon miktarı vb.)
	1B Bir nicelikteki değişimin diğer niceliği nasıl etkilediğini (değişen/değişmeyen durumlar) anlamlandırmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Temas halindeki aynı büyüklükteki A ve B çarklarından A saat yönünde çevriliyor. Aynı çark daha sonra aynı hızda saat yönünün tersine çevrildiğinde B çarkının hareketi için ne söyleyebilirsiniz? (B çarkının hızı değişmez, yönü değişir)
	1C Nicelikler arasındaki değişimlerin yönünü (artarken-artar/azalır) yorumlamaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Uçan balon yükseldikçe görüntüsü nasıl değişir? (büyür/küçülür) Bir partideki kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen pizza miktarı nasıl değişir? (artar/azalır)
Düzey 2 Temel Niceliksel Düzey	**2A** Toplamsal ve çarpımsal ilişkinin farkını anlamaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Bir sınıfta 6 kız 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Kız ve erkeklerin sayısını nasıl karşılaştırabilirsiniz? (Kızların sayısı erkeklerden 6 eksik ya da kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısı)
	2B Oranı sembolik “a:b , a/b” ve(ya) sözel olarak “a’nın b’ye oranı” farklı şekillerde ifade etmeye yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	6 elmanın 4 elmaya oranını yazınız. ¾ oranı ….’ün …..’e oranı şeklinde ifade ediniz.
	2C Oranın çarpımsal anlamını farklı kavramsal boyutlara genişletmeye (oranın kesirlerle ilişkisi ve bir ölçüm olarak yorumlanması) yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?	Kesirler ile oran arasındaki farkı açıklayınız? 45 km/sa hız birimini m/s olarak ifade ediniz.

EK-1b. Orantısal Düşünme Becerisinin Gelişimsel Düzeyleri ve Göstergeleri

<table>
<tr><th>Düzeyler</th><th>Gelişimsel Göstergeler</th><th>Örnek durumlar</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 3

Parçalı Niceliksel Düzey</td><td>3A Denk oran oluşturmada eşit bölüştürme ve birimleştirme kavramsal anlamları ile nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin anlamlandırılmasına yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Bir tabakta bulunan 2 elma ve 4 armut iki tabağa <u>eşit olarak</u> paylaştırılmıştır. Meyveler arasındaki oranı paylaştırma işleminin öncesi ve sonrasında olmak üzere karşılaştırın. Tabak sayısı ve oluşturduğunuz oranlar arasında nasıl bir ilişki vardır?</td></tr>
<tr><td>3B Basit katsayılar yardımıyla sınırlı sayıda denk oran oluşturmaya ve nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkileri kullanmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td><table><tr><td>a</td><td>1</td><td>?</td><td>6</td></tr><tr><td>b</td><td>2</td><td>4</td><td>?</td></tr></table>Yukarıdaki oran tablosunda soru işareti ? olan yerlere gelecek sayıları bulunuz.</td></tr>
<tr><td>3C Orantı içeren durumlarda etkin çarpımsal yöntemlerin (skaler, fonksiyonel, içler-dışlar çarpımı) kullanımını gerektiren matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>3:4=9:?
? = (9x4):12 ya da 3 9’un 3 katıdır o halde 4x3= 12</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 4

Sürekli Niceliksel Düzey</td><td>4A Nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekli ve eşzamanlı olarak genelleştirilmesine yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Her bir sıraya iki öğrencinin oturduğu bir sınıfta, öğrenci sayısı ile sıra sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ediniz.</td></tr>
<tr><td>4B Orantısal ilişkilerin farklı biçimlerde (cebirsel, grafik, sözel) yorumlanması ve problem çözümlerinde kullanılmasına yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>
Verilen grafiğe göre x ile y arasında nasıl bir ilişki vardır? Cebirsel olarak ifade ediniz.</td></tr>
<tr><td>4C Orantısal ilişkiler (doğru/ters orantı) ve orantısal olmayan ilişkilerin (y=mx+a) benzerlik ve farklılıklarını anlamlandırmaya yönelik matematiksel görev(ler) içeriyor mu?</td><td>Tüm doğru orantı içeren durumlar aynı zamanda doğrusal ilişki içerir mi? y=4a+10 cebirsel ifadesi doğru orantı içeren bir durum mudur?</td></tr>
</table>

EK-2a. Bilgi Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

Düzey	Bilgi Boyutu	Gösterge	Örnek Durum
Düzey 1 **Temel Niteliksel (Sezgisel) Düzey**	Sezgisel Kavramsal Düzey	Kovaryasyonel ilişki içeren bir durumda nicelikler arasındaki ilişkiyi belirlemeye/ anlamlandırmaya/ yorumlamaya yönelik görev(ler) var mı?	• Limonatanın ekşiliğini etkileyen faktörler nelerdir? (Su miktarı, bardağın büyüklüğü, vb.) • Birbiri ile temas halindeki iki çarktan birisi saat yönünde dönerse diğeri hangi yönde döner? • Bir partideki kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen pizza miktarı nasıl değişir? (artar/azalır/aynı kalır)

EK-2b. Bilgi Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

Düzey	Bilgi Boyutu	Gösterge	Örnek Durum
Düzey 2 **Temel Niceliksel Düzey**	İşlemsel Bilgi	Oranın çarpımsal anlamına vurgu yapmadan, oranı sadece a/b, a:b ya da a'nın b'ye oranı gibi farklı biçimlerde ifade etmeyi gerektiren görev(ler) var mı?	• 6 elmanın 4 elmaya oranını a/b şeklinde ifade ediniz. • ¾ oranı ….'ün …..'e oranı şeklinde ifade ediniz.
	Kavramsal Bilgi	İki nicelik arasındaki ilişkiyi toplamsal ya da çarpımsal olarak açıklamayı gerektiren görevler var mı?	• Bir sınıfta 6 kız 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Kız ve erkeklerin sayısını nasıl karşılaştırabilirsiniz? (Kızların sayısı erkeklerden 6 eksik ya da kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısıdır.)
		Oranın çarpımsal bir karşılaştırma olduğunu açıklamayı gerektiren görev(ler) var mı?	• "Kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı 1/2'dir" cümlesinde ½ neyi ifade etmektedir? Kızların sayısı erkeklerin sayısının yarısıdır. Erkeklerin sayısı kızların iki katıdır.
		Oran ile kesir arasındaki ilişkiye vurgu yapan görev(ler) var mı?	• Oran ile kesir arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirtiniz? (Oran ve kesirler a/b şeklinde ifade edilebilirler. Oran bir karşılaştırmayı, kesir ise bir bütünün belirli bir parçasını ifade eder.)
		Oranın farklı bir ölçüm birimi olarak yorumlandığı görev(ler) var mı?	• Hız kavramı belirli bir zamanda gidilen yol uzunluğunun oranını (yol/zaman) belirtir. Bu durumda aynı mesafeyi daha kısa sürede gidebilmek için hızımızı nasıl değiştirmeliyiz? (artırmalıyız/azaltmalıyız).

EK-2c. Bilgi Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

<table>
<tr><th>Düzey</th><th>Bilgi Boyutu</th><th>Gösterge</th><th>Örnek Durum</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Düzey 3

Parçalı Niceliksel

Düzey</td><td rowspan="2">İşlemsel Bilgi</td><td>İşlemsel olarak sadece sonuç bulmaya yönelik görev(ler) var mı?</td><td><table><tr><td>a</td><td>1</td><td>?</td><td>6</td></tr><tr><td>b</td><td>2</td><td>4</td><td>?</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Etkin çarpımsal yöntemler ile verilmeyen değeri işlemsel bulmaya yönelik görev(ler) var mı? (içinde/arasında/içler-dışlar çarpımı yöntemleri)</td><td>• 3:4=9:?

(? = (9x4)/3)</td></tr>
<tr><td>Kavramsal Bilgi</td><td>Denk oran oluşturmada eş bölüştürme ve birimleştirme kavramlarının ele alındığı ve(ya) orantıyı oluşturan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin yorumlandığı görev(ler) var mı?</td><td>• 8 adet kırmızı şeker ve 4 adet sakızı iki kardeş arasında adil bir şekilde nasıl paylaştırabilirsiniz?

8/4 = (8:2)/(4:2)=4:2 kırmızı ve sarı şekerler ayrı ayrı 2 gruba ayrılır.

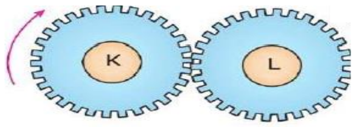
• Bir araç 2 saatte 180 km, 4 saate ise 360 km yol almaktadır. Bu problem bağlamında 180/2=360/4 şeklinde oluşturulan ifadeyi yorumlayınız.
İki oranda gidilen yolun zamana göre bölümünü belirtmektedir. Bu bakımdan araç her iki durumda da aynı hızla (90 km/sa) gitmektedir.

• Herhangi iki oran her zaman birbirine eşit midir?</td></tr>
</table>

EK-2d. Bilgi Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

Düzey	Bilgi Boyutu	Gösterge	Örnek Durum
Düzey 4 **Sürekli Niceliksel Düzey**	İşlemsel Bilgi	Genelleştirilmiş oranın (y=mx ya da y.x=m) işlemsel olarak problem çözümünde kullanılmasını gerektiren görev(ler) var mı?	• x ile y arasında doğru orantı içeren bir ilişki vardır. x=4 iken y= 8 olduğuna göre; a) m sabit oran değerini bulunuz. Doğru orantıyı içeren denklemler y=mx şeklindedir 8=m.2 o halde m=4'tür. b) Doğrusal denklemi oluşturunuz. Doğru orantıyı içeren denklemler y=mx şeklindedir, bundan dolayı y=2.x
	Kavramsal Bilgi	Orantısal ilişki (y=mx ya da y.x=m) içeren durumlarda verilen bağlam içerisinde sabit oranın (m) yorumlanmasını gerektiren görev(ler) var mı?	• Bir çiftlikteki inek sayısı (x) ve elde edilen süt miktarı(y) arasında y= 5x ilişkisi bulunmaktadır. Bu ilişkide 5 katsayısı nasıl yorumlanabilir? • y=mx denkleminde m değeri 0 olursa y ve x arasındaki ilişki için ne söyleyebilirsiniz?
		Orantısal ve(ya) orantısal olmayan ilişkileri farklı gösterim biçimlerinden faydalanarak yorumlanmasını/ayırt edilmesini içeren görev(ler) var mı?	• y=4x ve y=4x+1 cebirsel ifadelerine uygun birer örnek durum oluşturunuz. Hangi ifadenin orantısal olduğunu belirtin. • y ile x arasında doğru orantılı bir ilişki vardır. Buna göre y ile 1/x arasındaki ilişki doğrusal mıdır?

EK-3a. Bilişsel Süreç Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

Bilişsel Süreç Düzeyleri	**Gösterge Fiiller**	**Örnek Durumlar**
Hatırlama Uzun süreli bellekten ilgili bilgiyi çağırma • Tanıma • Anımsama	Tanımlayınız, isimlendiriniz, ifade ediniz, yazınız, sıralayınız, seçiniz, vb.	• Orantının tanımını yapınız. • Çokluklardan birisi artarken diğeri de artarsa bu ilişki …… orantıdır. • Doğru orantının grafiği her zaman doğrusaldır (D/Y).
Anlama Sözlü, yazılı ve grafik iletişimi içeren öğretici mesajlardan anlam çıkarma. • Yorumlama • Örneklendirme • Sınıflandırma • Özetleme • Çıkarım yapma • Karşılaştırma • Açıklama	Yorumlamayınız, örneklendiriniz, sınıflandırınız, özetleyiniz, çıkarım yapınız, karşılaştırınız, açıklayınız, temsil ediniz, eşleştiriniz, vb.	• Bir sınıftaki kızların (K) sayısı erkeklerin (E) sayısının 2 katıdır. Bu ifadeyi oran olarak gösteriniz.  • K çarkı ok yönünde döndüğünde L çarkının hangi yönde döndüğünü açıklayınız. • Bir araba hızlandıkça seyahat süresi nasıl değişir? Yorumlayınız.
Uygulama Verilen bir durumda uygun işlemi kullanma veya uygulama • Yürütme/Yapma Gerçekleştirme	Çözünüz, bulunuz, hesaplayınız, kullanınız, uygulayınız, yararlanınız, vb.	• 4 şeker 12 TL ise 8 şeker kaç TL'dir hesaplayınız. • a/3=6/9 ise a'yı bulunuz. • Ali 16, Ayşe 8 yaşındadır. Ali'nin yaşı Ayşe'nin yaşının kaç katıdır?

EK-3b. Bilişsel Süreç Boyutuna Dair Gösterge ve Örnek Durumlar

Analiz Etme Materyali bileşenlerine ayırma ve parçaların birbiriyle ve materyalin genel yapısı veya amacıyla nasıl bir ilişkisi olduğunu belirleme • Ayrıştırma • Örgütleme • İlişkilendirme/Dayandırma	Analiz ediniz, nedenlerini belirtiniz, görüşlerinizi destekleyiniz, ilişkilendiriniz, sorgulayınız, vb.	• İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve grafik yardımlarıyla inceleyerek yorumlayınız. • Grafikteki sayıları eşleştiriniz, sayı çiftleri arasında nasıl bir ilişki vardır? • Kesirler ve oranlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları tartışınız. • Tablodan elde edilen y=3x cebirsel ifadesini açıklayınız. 3 sayısının bu denklemdeki ilişkisini açıklayınız.
Değerlendirme Ölçüt ve standartlara dayalı olarak karar/hüküm verme • Kontrol etme • Eleştirme (Kritik etme)	Kontrol ediniz, değerlendiriniz, gerekçe gösteriniz, en uygun olanı seçiniz, eleştiriniz, zıtlıkları belirtiniz, vb.	• Tanesi 10 TL ve 3 tanesi 9 TL olan şekerlerden hangisi daha ucuzdur? • a/3=4/12 bu sorunun çözümünde yapılan hatayı bulunuz. 12x3=4xa , 4a=36, a=9 • a/b=c/? şeklindeki soruları çözmek için hangi yöntemin daha kolay olduğunu düşünüyorsunuz? Neden?
Üretme Orijinal bir ürün oluşturma veya tutarlı bir bütün oluşturmak için parçaları bir araya getirme • Oluşturma • Planlama • Hipotez kurma	Oluşturunuz, planlayınız, organize ediniz, dizayn ediniz, …olsaydı ne olurdu?, genelleyiniz, modelleyiniz, vb.	• Kenarları arasında aynı oran olan dikdörtgenler kullanarak bir evin odalarını tasarlayınız. • a/3=4/12 a’yı içler-dışlar çarpımı kullanmadan alternatif yollar üreterek bulunuz. • Arkadaşınızın ters orantı konusunu ne kadar öğrendiğini değerlendirebilmek için 3 soruluk bir sınav oluşturunuz.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Yasin MEMİŞ

Yabancı Dil : İngilizce

Doğum Yeri ve Yılı : Aksaray/1986

E-Posta : ysnmemis@gmail.com

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2009-2018, Matematik Öğretmeni, Millî Eğitim Bakanlığı
- 2009-2012, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uygulamalı İstatistik (Yüksek lisans)
- 2004-2008, Gazi Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği (Lisans)

Seçilen Yayınları:

Memis, Y. (2019). Matematik Eğitimi ve Oyun. B. Durmaz (Ed.), *Erken Çocuklukta Matematik Eğitimi* (s. 39–53). Ankara:Pegem. DOI: 10.14527/9786052415726.03

Memis, Y. (2019). Comparison of Japanese and Turkish textbooks: giving opportunities for creative reasoning in terms of proportion. *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*. Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group and Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Memis, Y., Yanık, H B. (2019). Examining proportional reasoning in middle school Mathematics textbooks, In Rezat, S., Fan, L., Hattermann, M., Schumacher, J., and Wuschke, H. (Eds.) *Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (pp. 245–250). Paderborn: Universitätsbibliothek Paderborn.

Yanik, H. B., Kurz, T. L., and Memis, Y. (2018). Learning from programming robots: Gifted third graders' explorations in Mathematics through problem solving. H. Özçınar, G. Wong and T. Öztürk (Eds.), *Teaching computational thinking in primary education* (s. 230–255). IGI Global. DOI: 10.4018/978-1-5225-3200-2.ch012

Yanik, H. B., and Memis, Y. (2016). What is your body mass index?. *Teaching Children Mathematics*, *22*(7), 442-446. DOI: https://doi.org/10.5951/teacchilmath.22.7.0442

Yanik, H. B., and Memis, Y. (2015). Making insulation decisions through mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics*, *21*(5), 314-319.

Yanik, H. B., Kurz, T. L., and Memis, Y. (2014). Using archaeological data to model mathematics. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, *87*(6), 249-253.