Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi AÜSBD
Anadolu University Journal of Social Sciences AUJSS

BIST Banka Endeksi Volatilitesinin GARCH Modelleri Kullanılarak Modellenmesi

Modeling BIST Banking Index Volatility With GARCH Models

***Berfu Ece BAYÇELEBİ*[1]**
***Doç. Dr. Murat ERTUĞRUL*[2]**

Başvuru Tarihi: 25.12.2019
Kabul Tarihi: 06.03.2020
Makale Türü: Araştırma Makalesi

Öz

Bu çalışmada BIST Banka (XBANK) endeksinin volatilitesi koşullu varyans modelleri GARCH, TGARCH ve EGARCH kullanılarak modellenmeye çalışılmıştır. Çalışmada kullanılmak üzere 2010-2016 arası XBANK Endeksi günlük kapanış değerleri Thompson Reuters-Eikon veri tabanı üzerinden elde edilmiştir. 2016 yılı itibariyle bazı göstergelerdeki önemli değişikliklerin etkisi öncesi durumun tespit edilmesi amacıyla ilk aşamada bu aralık tercih edilmiştir. Elde edilen veriler yardımı ile ele alınan dönemde Bankacılık Endeksi logaritmik getiri serisi elde edilmiş ve endeks getiri volatilitesini hesaplama amacıyla GARCH(1,1), TGARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) modelleri kurulmuştur. Kurulan modeller incelenerek uygun model belirlenmiş ve uygun model GARCH(1,1)'den elde edilen koşullu varyans yardımı ile volatilite hesaplaması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Volatilite, Bankacılık, Bankacılık Endeksi, Koşullu Varyans*

Abstract

In this study, the volatility of the BIST Bank (XBANK) index was tried to be modeled by using the conditional variance models GARCH, TGARCH and EGARCH. The XBANK Index daily closing values for 2010-2016 were obtained from the Thompson Reuters-Eikon database and used in the study. This period was adopted at first step to be able to exclude the effect of considerable changes in some of the indicators after 2016. By the obtained data, the logarithmic return series of the Banking Index was calculated during the period covered and GARCH (1,1), TGARCH (1,1) and EGARCH (1,1) models were established to calculate the index return volatility. The models are examined, a suitable model is determined and the volatility calculation is performed with the help of the conditional variance obtained from the appropriate model GARCH (1,1).

Keywords: *Volatility, Banking, Banking Index, Conditional Volatility*

[1] Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, bebaycelebi@anadolu.edu.tr, ORCID: 0000 0003 1668 1958
[2] Anadolu Üniversitesi, İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, Muhasebe ve Finansman Anabilim Dalı, mertugrul@anadolu.edu.tr, ORCID: 0000 0002 9674 1465

Giriş

Tüm tahmin süreçlerinde olduğu gibi piyasa riski tahmin edilirken de tahmin gücünün yüksekliği kullanılan modelin eldeki veriye uygunluğu ile birebir bağlantılıdır. Bu durum piyasa riskinin ölçüsü olarak kullanılan volatilitenin tahminlemesinde kullanılan modeller için de geçerlidir. Volatilite tahmin modellerinde veri olarak kullanılan finansal fiyat serileri incelendiğinde fiyat serilerinin sahip olduğu özellikler nedeniyle geleneksel modellerin volatilite tahmin gücünün zayıf olduğu görülmüştür. Bu sebeple finansal fiyat serilerinin sahip olduğu değişen varyans ve kaldıraç etkisi gibi özellikleri modelleyebilen ve finansal verilere uygunluğu daha yüksek olan model arayışları devam etmektedir. Bu çalışmada fiyat serilerinde görülen değişen varyans (heteroskedastisite) varlığında kullanılması mümkün GARCH modeli ve buna ek olarak kaldıraç etkisinin de ayrıştırılabilmesine olanak tanıyan modeller olarak bilinen TGARCH ve EGARCH modelleri ele alınmış ve bankacılık sektörü açısından benchmark kabul edilebilecek BIST Banka (XBANK) endeksinin 2010-2016 yılları arası volatilite modellemesi ele alınan GARCH modelleri yardımı ile yapılmıştır. Çalışma sonucunda Bankacılık Endeksi verileri açısından en uygun modelin GARCH(1,1) modeli olduğu belirlenmiş ve bu model yardımıyla koşullu varyans hesaplaması gerçekleştirilmiştir.

Literatür

Volatilite hesaplamalarında kullanılan fiyat serilerinin dinamikleri araştırıldığında, söz konusu serilerin özellikle koşullu değişen varyansın (heteroskedastisite) varlığına işaret eden volatilite kümelenmelerine sahip oldukları görülmektedir (Korkmaz ve Bostancı, 2011, s. 4). Volatilite kümelenmeleri, sıradan en küçük kareler yönteminin varsayımları arasında bulunan hata terimlerinin sabit varyansa sahip olması (homoskedastisite) varsayımının ihlal edilmesi anlamına geldiğinden, değişen varyansın var olduğu durumda kullanılmak üzere Engle (1982) tarafından ARCH modeli önerilmiştir. ARCH modelinin aşırı parametre gerektirme sorununun çözülmesi adına ise Bollerslev (1986) tarafından ARMA (p,q) sürecine benzer şekilde ifade edilen GARCH (p,q) modeli literatüre kazandırılmış ve koşullu varyans hesaplamalarında kullanılmaya başlanmıştır.

ARCH modeli uygulaması kolay bir yöntem olmasına rağmen bazı zayıflıklara sahiptir. Bunlar arasında, varyans sürecinin açıklanmasında genellikle aşırı parametreye ihtiyaç duyması bulunmaktadır. Ayrıca, ARCH modeli varyans modeli kurulurken ortalama modelden (örn. ARMA modeli) elde edilen hata terimlerinin kareleri modellendiğinden, modelde pozitif ve negatif şokların aynı etkiye sahip olacakları varsayılmaktadır. Bunun yanısıra, modelde katsayılara ait zorlayıcı kısıtlar bulunmaktadır ve volatiliteyi görece yüksek tahminliyor olması ARCH modelinin eleştirilen bir diğer yanıdır (Tsay, 2010, s. 119). Bu çalışmada ilgili sınırlılıklar nedeniyle ARCH modeli kullanılmamış, ilgili seriye ait volatilite yalnızca GARCH modeli ve türevleri ile modellenmiştir.

Korkmaz ve Bostancı (2011, s. 4)'da belirtildiği üzere finansal fiyat serilerinin volatiliteyi etkileyen bir diğer özelliği fiyat üzerinde negatif etki yapabilecek haberlerin pozitif etki yapabilecek haberlere kıyasla daha yüksek volatiliteye neden olması anlamına gelen kaldıraç etkisidir. Belirtildiği üzere ARCH modelleri bu etkiyi ayrıştıramayan modellerdir. Benzer şekilde, GARCH modelleri değişen varyans problemine çözüm getirmiş olsa da GARCH(p,q) süreci de kaldıraç etkisini ayrıştıramayan simetrik modeller olduğundan bu yönde ileri modellerin geliştirilmesi gerekmiştir. Bu doğrultuda Nelson (1991) tarafından geliştirilen ve kaldıraç etkisini de hesaba katabilen EGARCH modeli veya Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından geliştirilen GJR GARCH veya Zakoian (1994) tarafından geliştirilen TGARCH modelleri örnek verilebilir. Bu modeller asimetrik modeller olup bunlar ile koşullu varyans modellerinde kaldıraç etkisinin de ayrıştırılabilmesi sağlanmıştır (Reschenhofer, 2013, s. 48). Bu şekilde pek çok model geliştirilmiş ve literatürde modeller farklı ekonomilere ait farklı fiyat serileri ile pek çok kez denenmiştir. Günümüzde finansal fiyat serileri üzerinde etkili olan farklı dışsal etmenlerin (Pazartesi etkisi vb.) kukla değişkenler yardımıyla modellere entegre edildiği ileri çalışmalar, doğrusal olmayan ve çok değişkenli GARCH modelleri gibi alternatif modeller literatürde bulunmakta ve farklı piyasalarda gerçeğe en uygun model arayışı devam etmektedir.

Yurtiçi örneklerde de endeks volatilitesinin ARCH ve GARCH yöntemleri ile modellemesi konusunda Türkiye piyasasına ait veriler ile gerçekleştirilmiş pek çok çalışma bulunmaktadır. Ancak bu çalışmaların Türkiye örnekleri genel olarak piyasa endeksi olarak görülen BIST100 endeksi volatilitesi üzerine gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalara örnek olarak Atakan (2009)'da, 1987-2008 arası İMKB100 endeksi (2013'ten itibaren BIST100 endeksi) volatilitesi günlük veriler ile ARCH (1)-(5) ve GARCH (1,1)-(3,3) arası alternatif tüm modellerde modellenmiş ve endekse en uygun modelin GARCH (1,1) modeli olduğu görülmüştür. Korkmaz ve Bostancı (2011)'da ise İMKB 100 endeksi için farklı volatilite hesaplama yöntemleri ile tahminleme yapılmış ve yöntemler birbiri ile kıyaslanmıştır. 1996-2009 arası veriler ile tarihi ortalama, hareketli ortalama, ağırlıklı hareketli ortalama, EWMA, RiscMetrics, GARCH ve rassal yürüyüş yaklaşımlarına göre hesaplanan volatilite tahminleri birbirleri ile kıyaslandığında RiskMetrics, EWMA ve GARCH(1,1) yaklaşımlarının birbirine yakın sonuçlar verdiği ve yine GARCH (1,1) modelinin en tutarlı ve uygun model olduğu gösterilmiştir. Bu gibi örneklerde koşulsuz varyansı ele alan modeller ile koşullu varyansı ele alan modeller kıyaslandığında koşullu varyans modellemesine olanak sağlayan GARCH modelinin çok daha uygun bir model olduğu görülmüştür. Ancak GARCH modelinin pek çok genişletilmiş versiyonu olduğundan ve koşullu varyans modellemesi yapan birden fazla yaklaşım bulunduğundan bu modellerin birbiri ile karşılaştırılarak en uygun modelin bulunması bir başka konudur. Örneğin, Özden (2008)'de 2000-2008 dönemleri arası günlük veriler ile İMKB100 endeksi volatilitesi analiz edilmiş ve analizde ARCH (1), GARCH (1,1), EGARCH(1,1) ve TGARCH (1,1) modelleri kullanılarak modeller birbirleri ile kıyaslanmıştır. Özden (2008)'in çalışmasında ele alınan modeller arasından kaldıraç etkisinin ayrıştırılmasını sağlayan eşikli model TGARCH (1,1)'in Türkiye örneği piyasa endeksi için en uygun model olduğu belirlenmiştir. İMKB100 endeksi için 2002-2012 arası günlük veriler kullanılarak yapılan çalışma ile endekse en uygun modelin TGARCH (1,1) olduğunu gösteren bir diğer çalışma ise Kutlar ve Torun (2012)'ye aittir. İlgili çalışmada TGARCH (1,1) modelinin en uygun model olduğu belirlendikten sonra model ile elde edilen koşullu varyans değerleri ile getiri arasındaki nedensellik ilişkisi araştırılmıştır. Kutlar ve Torun (2012)'da olduğu gibi volatilite modellemeleri ile hesaplanan risk ölçütlerinin ilişkisel analizlerde kullanılması bu gibi çalışmalarda uygulanabilecek bir genişletme biçimidir. Bu çalışmada gerçekleştirilen XBANK endeksi çıktılarının da izleyen çalışmalarda nedensellik ilişkisi ya da ilişkisel analizler gibi genişletilmiş analizlere olanak sağlaması umulmaktadır. Ayrıca BİST100 endeksi ile XBANK endeksi arasında korelasyon olduğu ve BİST100 için gerçekleştirilen modellemelerin XBANK endeksi verilerine de uyabileceği düşünülse de XBANK endeksinde yer alan banka hisse fiyatlarının diğer sektörlerin etkisi dışarıda bırakılarak ele alınmasının ve bu bakış açısıyla volatilite hesaplaması yapılmasının sektörün risk durumunu ortaya koymada daha doğru olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda gerek bu çalışma gerek izleyen çalışmalar ile XBANK gibi farklı sektör endeksi verileri ile yapılan modellemelerin literatüre katkısı olacağı düşünülmektedir.

Yöntem

ARCH modelinin GARCH modeline genişletilmesi klasik AR sürecinin ARMA sürecine genişletilmesine benzer. ARCH sürecinden farklı olarak GARCH sürecinde koşullu varyans, hem hata terimlerinin önceki dönem değerlerine hem de kendi geçmiş dönem değerlerine bağlıdır. Koşullu varyansın kendi gecikmeli değerlerinin de modele bağımsız değişken olarak dahil edilmesi modelin ARCH sürecinden farkını ortaya koymaktadır. Modelde hata terimleri, kareleri alınarak modellendiğinden, ARMA modelinden elde edilen artıkların karelerine ait otokorelasyon fonksiyonu GARCH sürecinin derecesinin belirlenmesinde kullanılabilmektedir (Işığıçok, 1999, s. 7).

Ortalama denklemi kurulmuş bir getiri (r) serisi varsaydığımızda, buradan elde edilen $e_t = r_t - \mu_t$ kalıntılarının ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiş bir süreç için izleyen aşamada GARCH (p,q) modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Bollerslev, 1986, s. 309);

$$e_t/\psi_{t-1} \sim N\,(0, h_t)$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i\, \sigma_{t-1}^2$$
$$e_t = r_t - \mu_t$$

Burada,

$p \geq 0$, $q > 0$

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i=1,\ldots,q$,

$\beta_i \geq 0$, $i=1,\ldots,p$ ve $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} \alpha_i + \beta_i < 1$ kısıtları bulunmaktadır. $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} \alpha_i + \beta_i > 1$ olması durumunda model çalışmanın analiz bölümünde açıklanan durağanlık ve çevrilebilirlik koşullarını ihlal ettiğinden, ilgili durumda IGARCH (Integrated GARCH) modeli ile modelleme yapılması gerekmektedir.

Modelde bulunan parametrelerden p=1, q=0 olması durumunda model birinci dereceden ARCH modeli, başka bir ifade ile ARCH (1) modeline dönüşmektedir. ARCH (1) modeli GARCH (1,0) modeli olarak da gösterilebilir. Aynı şekilde p=1 ve q=1 olması durumunda ise literatür kısmında belirtildiği üzere Türkiye piyasa verilerine uygunluğu yüksek olduğu görülen

GARCH (1,1) modeli elde edilmektedir. Böylece, GARCH (1,1) modeline ait değişen varyans denklemi aşağıdaki gibi gösterilecektir (Işığıçok, 1999, s. 6);

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Daha önce de söylendiği gibi, kaldıraç etkisi şeklinde tanımlanan ve finansal fiyat serilerinde pozitif etki yaratacak olan haberlerin negatif etki yaratan haberlere göre daha az volatiliteye neden olması şeklinde gerçekleşen etkiyi ayrıştıran modellerden biri olan ve çalışmada GARCH modeli ile birlikte kullanılan model, Threshold (Eşikli) GARCH modelidir. Modelin temel varsayımı $e_{t-1}=0$ eşik değerinde pozitif şokların (olumlu haberler, $e_{t-i}\geq 0$) koşullu varyans üzerindeki etkisinin negatif şokların (olumsuz haber, $e_{t-i}<0$) etkisinden az olacağıdır. Bu varsayım altında TGARCH (p,q) modeli;

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \, \sigma_{t-j}^2$$

şeklinde ifade edilir. Burada N_{t-i} değişkeni;

$e_{t-i} < 0$ ise 1 ve $e_{t-i} \geq 0$ ise 0 değerini alacak şekilde modele kaldıraç etkisini ayrıştırmak amacıyla eklenen kukla değişkeni ifade etmektedir (Tsay, 2010, s. 149). Böylece pozitif şoklar kukla değişken yardımı ile negatif şoklardan daha küçük etki yaratacak şekilde modellenmiş olmaktadır.

Işığıçok (1999, s. 7)'da belirtildiği üzere özellikle önemli belirsizliklerin yaşandığı dönemleri içeren finansal serilerde kullanımı etkili olan ve Nelson tarafından 1988 yılında geliştirilen EGARCH modeli de logaritmik dönüşümler ile geliştirilmiştir. Asimetrik etkilerin modellenmesini sağlayan bir diğer model olan EGARCH (p,q) modeli;

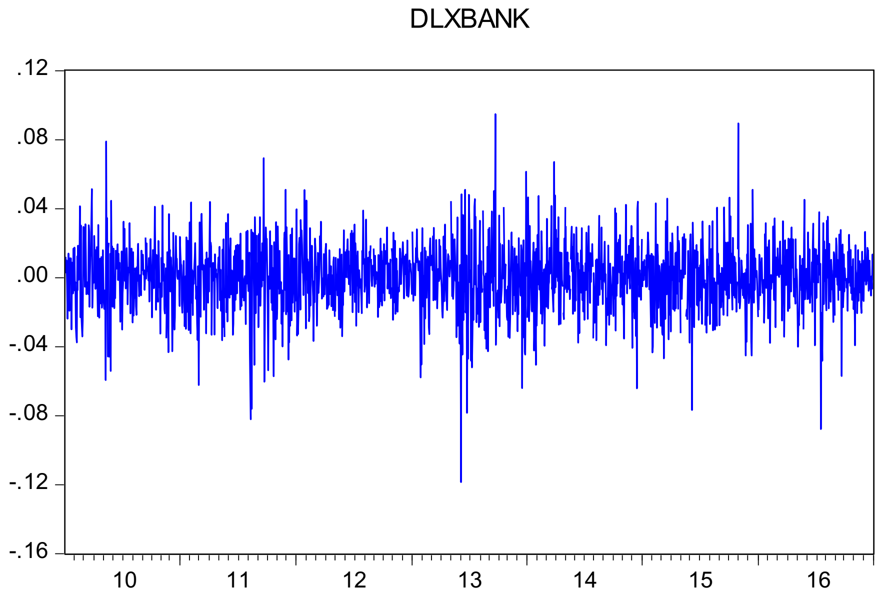
$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \frac{1 + \beta_1 B + \cdots + \beta_{q-1} B^{q-1}}{1 + \alpha_1 B - \cdots - \alpha_p B^p} g(\varepsilon_{t-1})$$

şeklinde gösterilmekte ve burada α_0 sabiti, B gecikme operatörünü ifade etmektedir (Tsay, 2010, s. 143). Çalışmada kullanılan modeller GARCH, TGARCH ve EGARCH modelleri olduğundan diğer modellerin açıklamalarına yer verilmemiştir. Ancak daha önce belirtildiği gibi farklı özellikler ve değişkenlerin modellere dahil edildiği ve/veya doğrusal olmayan modelleme imkanı sunan farklı model formları bulunmaktadır.

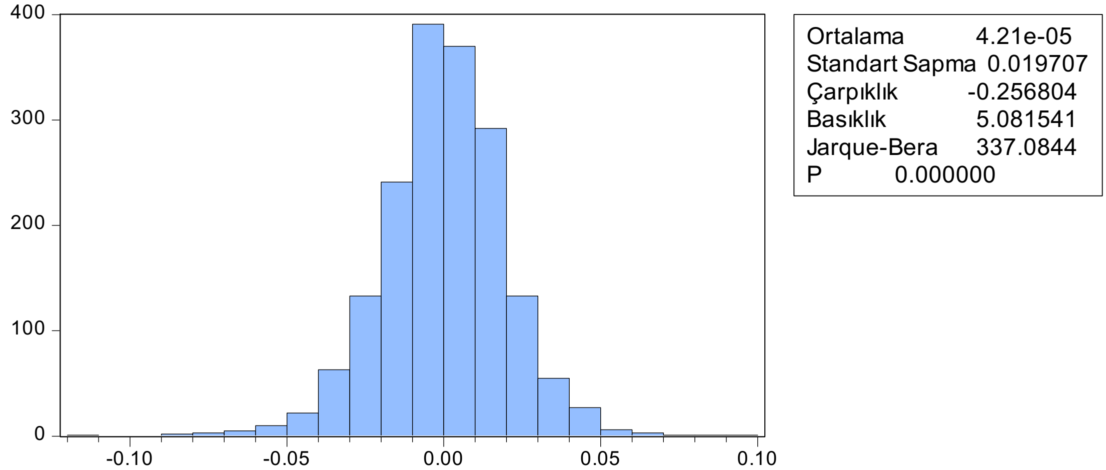
Analiz

Çalışmada 4 Ocak 2010-30 Aralık 2016 arası dönemi kapsayacak şekilde günlük veriler kullanılmıştır ve ilgili döneme ait 1761 adet XBANK bankacılık endeksi günlük fiyat verileri Thompson Reuters Eikon veritabanı üzerinden elde edilmiştir. Günlük fiyat verileri yardımıyla logaritmik getiriler hesaplanmıştır. Analizlerde E-views 9.0 paket programı kullanılmıştır.

Veri



Grafik 1. 2010-2016 yılları arası XBANK endeksi logaritmik getiri serisinin zaman yolu grafiği



Grafik 2. 2010-2016 yılları arası XBANK endeksi logaritmik getiri serisinine ait betimleyici istatistikler

Görüldüğü üzere, XBANK endeksi logaritmik getiri serisi yaklaşık 0 ortalama ve %1,9 standart sapma ile dağılım göstermektedir. Serinin çarpıklık değeri 0'a yakın olmasına rağmen, basıklık değerinin 5,08 olması normal dağılımdan uzaklığın işareti iken, Jarque-Bera test sonucu da %5 anlam düzeyinde $H_0 = Seri\ normal\ dağılıma\ sahiptir.$ hipotezinin red edilmesi ile serinin normal dağılmadığını doğrulamaktadır (p=0,0000<0,05).

Durağanlık Analizi

XBANK endeksi getiri serisine ait durağanlık testi Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) testi kullanılarak Schwarz Bilgi Kriteri yardımı ile gerçekleştirilmiştir. Düzeyde gerçekleştirilen durağanlık testlerinde yalnızca sabitin dahil olduğu, trend ve sabitin dahil olduğu ve hiçbirinin dahil edilmediği modellerin tümünde ADF test istatistiği anlamlılık derecelerinin sırasıyla p= 0,0001, p=0,0000 ve p=0,001 şeklinde α=0,05'den küçük olduğu görülmüştür. ADF birim kök testi sonuçlarına göre $H_0 = Seri\ birim\ kök\ içermektedir$ hipotezi %5 anlam düzeyinde red edilmiştir. Serinin düzeyde birim kök içermediği ve düzeyde durağan olduğu görülmüştür.

XBANK endeksi için elde edilen getiri serisinin durağan olması literatüre uygundur. Finansal fiyat serilerinde en sık karşılaşılan durum getiri serilerinin düzeyde durağan olmasıdır. Belirtmek gerekir ki kırılma testi ile birlikte gerçekleştirilen birim kök testinde de serinin durağan olduğu (p<0,05) ancak 31 Mayıs 2013 tarihine denk gelen 863'üncü gözlem değerinde kırılma yaşandığı görülmüştür. Grafik 1'de yer alan zaman yolu grafiği incelendiğinde de aynı veriye denk gelen dönemde bir uç değer olduğu düşüncesi desteklenmektedir. İleride elde edilecek nihai model üzerinden hesaplanan volatilitenin bu dönemde yüksek olması beklenmektedir.

Uygun Ortalama Modelin Kurulması

XBANK endeksi getiri serisi için otokorelasyon fonksiyonu incelendikten sonra uygun ARMA modelinin belirlenmesi amacı ile farklı gecikme uzunlukları kullanılarak modeller elde edilmiştir. Farklı otoregresif modeller türetilirken literatüre uygun olarak otokorelasyon fonksiyonu incelenmiş, en uygun model seçilirken katsayıların anlamlılık testleri, Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) ve Log-Olabilirlik (LL) değerleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca model seçiminde Box-Jenkins methodolojisi uygulandığından, ilgili yöntemin sıkılık (parsimony) ilkesine göre birden fazla uygun modelin var olduğu durumda en düşük parametre sayısına sahip modelin seçilmesi gerekmektedir (Hibon ve Makridakis, 1997, s. 5).

ARMA modellerinin uygunluk kontrolü aşamasında yapılması gereken bir diğer kontrol sürecin durağanlık ve çevrilebilirlik koşullarına uygunluğunun araştırılmasıdır. Durağanlık AR parametreleri yardımı ile çevrilebilirlik ise MA parametreleri yardımı ile kontrol edilmektedir. Zayıf durağanlık bir sürecin birinci ve ikinci momenlerinin zamandan bağımsız olması iken, tam durağanlık daha yüksek dereceden momentlerinin de zamandan bağımsız olması anlamına gelmektedir. MA süreci, ortalama ve varyansı zamandan bağımsız olan beyaz gürültü serisinin sonlu doğrusal kombinasyonlarından oluştuğundan, bir MA sürecinin her zaman zayıf durağan olduğu söylenebilir. Bir AR (p) sürecinin durağanlığı ise AR (p) polinomunun kökleri yardımı ile kontrol edilmektedir.

AR (p) polinomunun kökleri $\left(1 - \phi_1 r - \phi_2 r^2 - \cdots - \phi_p r^p\right) = 0$ koşulunu sağlayan reel ya da karmaşık sayılardır. AR (p) polinomu köklerinin birim çemberin dışında olması, başka bir deyişle mutlak değerce 1'den büyük olması durağanlık koşulunun sağlandığı anlamına gelir.

Örneğin; AR(1) süreci $y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t$ şeklindedir ve $1 - \phi_1 r = 0$ polinomuna sahiptir. Bu polinomun kökü $r = 1/\phi_1$ olduğundan, $|\phi_1| < 1$ olduğu sürece $|r| > 1$ olacak ve durağanlık koşulu sağlanmış olacaktır. Bu nedenle AR(1) süreci için durağanlık koşulu AR(1) katsayısı için; $|\phi_1| < 1$ şeklindedir. Benzer işlemler AR(2) süreci için yapıldığında, $|\phi_1 + \phi_2| < 1$ koşuluna ulaşılır. Böylece, AR türünden katsayılar toplamının 1'den küçük olması durumunda durağanlık koşulunun sağlandığı sonucuna ulaşılmaktadır (Montgomery, Jennings ve Kulahci, 2008, s. 241).

Çevrilebilirlik ise gözlem değerlerindeki değişime neden olan gerçek şokların tahminlenebilme yeteneğini ifade eder. Çevrilebilirlik sağlandığı sürece kalıntılar rassal şokların doğru tahmincileri olarak sayılabilir ve çevrilebilirlik kısaca bir MA modelinin AR modeli şeklinde yazılabilmesi şeklinde ifade edilir. Başka bir deyişle bir ARMA modelinin AR modeli türünden yazılabildiği durumda çevrilebilirlik geçerlidir. Çevrilebilirlik koşulu daha önce söylendiği gibi MA modeli parametreleri yardımı ile kontrol edilir ve durağanlık koşulunda olduğu gibi MA (p) polinomunun köklerinin birim çemberin dışında olması halinde çevrilebilirlik koşulu sağlanmaktadır (Tsay, 2010, s. 60). Yukarıda AR modeli için verilen aşamalar aynı yaklaşımla MA modeli için düzenlendiğinde, MA (p) süreci için MA türünden katsayılar toplamının 1'den küçük olması koşuluna ulaşılmaktadır.

Durağan logaritmik getiri serisine ait 1-5 arası gecikmeler için farklı kombinasyonlarda ARMA modelleri türetilmiş ve yukarıda açıklanan kriterler altında değerlendirilen modeller arasında AR ve MA parametrelerinin ilk 5 gecikmesini içeren ARMA (5,5) modeli en uygun ortalama model olarak belirlenmiştir. Süreçten elde edilen katsayılar aynı türden katsayılar toplamının mutlak değerce 1'den küçük olma koşulunu sağlamakta ve durağanlık ve çevrilebilirlik koşullarının yerine getirildiği görülmektedir. Parametreleri anlamlı, durağan ve çevrilebilir ARMA(5,5) model çıktısı aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. ARMA(5,5) model çıktısı

Değişken	Katsayı	Std. Hata	t-İstatistiği	Olasılık (p)
AR(1)	0.795423	0.045975	17.30108	0.0000
AR(2)	0.753466	0.031142	24.19484	0.0000
AR(3)	-0.696875	0.042859	-16.25968	0.0000
AR(4)	-0.829560	0.030839	-26.89977	0.0000
AR(5)	0.904922	0.042654	21.21565	0.0000
MA(1)	-0.812244	0.043060	-18.86329	0.0000
MA(2)	-0.739464	0.037397	-19.77333	0.0000
MA(3)	0.719112	0.041899	17.16294	0.0000
MA(4)	0.796717	0.036539	21.80438	0.0000
MA(5)	-0.913394	0.039451	-23.15265	0.0000
SIGMASQ	0.000384	9.51E-06	40.34930	0.0000
R-kare	0.011302	Bağımlı Değişken Ortalaması		4.21E-05
Düzeltilmiş R-kare	0.005649	Bağımlı Değişken Standart Sapma		0.019707
Standart Hata	0.019651	Akaike Bilgi Kriteri		-5.014917
Toplam Hata Kare	0.675421	Schwarz Bilgi Kriteri		-4.980710
Log likelihood	4424.127	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		-5.002275
Durbin-Watson İstatistiği	2.033290			

ARCH Testi

Uygun model kurulduktan sonra modelin ürettiği artıkların incelenmesi ve ARCH etkisi olup olmadığının belirlenmesi gerekmektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2006, s. 258). ARCH testi ile artıkların karelerinden oluşan seri bağımlı değişken olarak alınarak kendi gecikmeli serilerinin bağımsız değişken olduğu bir modele dahil edilmektedir. Yardımcı regresyon modeli denilen ve

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p u_{t-p}^2$$

şeklinde ifade edilen modelin belirlilik katsayısı R^2 terimi p adet veri kaybolduğundan T=(n-p) terimi ile çarpılarak Lagrange Çarpanı (LM) test istatistiği elde edilir. LM test istatistiği ki-kare dağılımına yaklaşır ve $H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_p = 0$ hipotezi ilgili test istatistiği yardımı ile sınanır. Hipotezin reddedilmesi en az 1 α_i katsayısının sıfırdan farklı olduğunu ve ARCH etkisinin varlığını gösterir (Gökçe, 2001, s. 39). Bu durumda kalıntı karelerin kendi gecikmesi ile ilişkili bir yapı göstermesi, başka bir ifade ile otoregresif bir yapıya sahip olması heteroskedastisitenin varlığını göstermektedir. Hata terimlerinin birbirinden bağımsız bir yapıya sahip olmadığı, başka bir ifade ile ARCH etkisinin var olduğu görüldüğünde ARCH ve GARCH modellemesine geçilebilir.

En uygun ortalama model denklemi ARMA(2,2)'den elde edilen kalıntı serisi ARCH Heteroskedastisite testi ile sınanmıştır. Bu amaçla;

$H_0 = Hatalar\ beyaz\ gürültü\ sürecine\ sahiptir.$ şeklinde kurulan hipotez test edilmiş ve serinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığı görülmüştür.

Tablo 2. ARCH testi sonucu

Heteroskedastisite Testi: ARCH				
F-istatistiği	16.52866	Olasılık (p) F(3,1753)		0.0000
Gözlenen*R-kare	48.33200	Olasılık (p) Ki-Kare(3)		0.0000
Değişken	Katsayı	Std. Hata	t-İstatistiği	Olasılık (p)
C	0.000286	2.32E-05	12.31421	0.0000
RESID^2(-1)	0.064073	0.023818	2.690135	0.0072
RESID^2(-2)	0.117571	0.023701	4.960568	0.0000
RESID^2(-3)	0.074907	0.023817	3.145040	0.0017

Tablo 2'den görüldüğü üzere, 3 gecikme ile gerçekleştirilen ARCH testi sonucu H_0 hipotezi %5 anlam düzeyinde red edilmiş, modelden elde edilen hataların karelerinin otoregresif bir yapıda olduğu ve ARCH etkisi taşıdığı görülmüştür (p=0,0004<0,05).

Koşullu Varyans Modelleri Kurulması

İzleyen aşamada GARCH (1,1) arası, TGARCH (1,1) ve EGARCH (1,1) modelleri hataların normal dağılımı varsayımı ile denenmiştir. Modeller arasından ortalama ve varyans denklemlerinin parametreleri anlamlı, AIC ve SIC değerleri en düşük ve modellerin sahip olduğu kısıtlara uyan varyans modeli seçimi yapılmıştır. Seçilen anlamlı ve en uygun GARCH(1,1) modeline ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

GARCH(1,1) Modeli

GARCH = C(11) + C(12)*RESID(-1)^2 + C(13)*GARCH(-1)

Tablo 3. GARCH (1,1) model çıktısı

Varyans Denklemi

C	2.68E-05	7.15E-06	3.754806	0.0002
RESID(-1)^2	0.070083	0.011345	6.177201	0.0000
GARCH(-1)	0.860732	0.025388	33.90317	0.0000

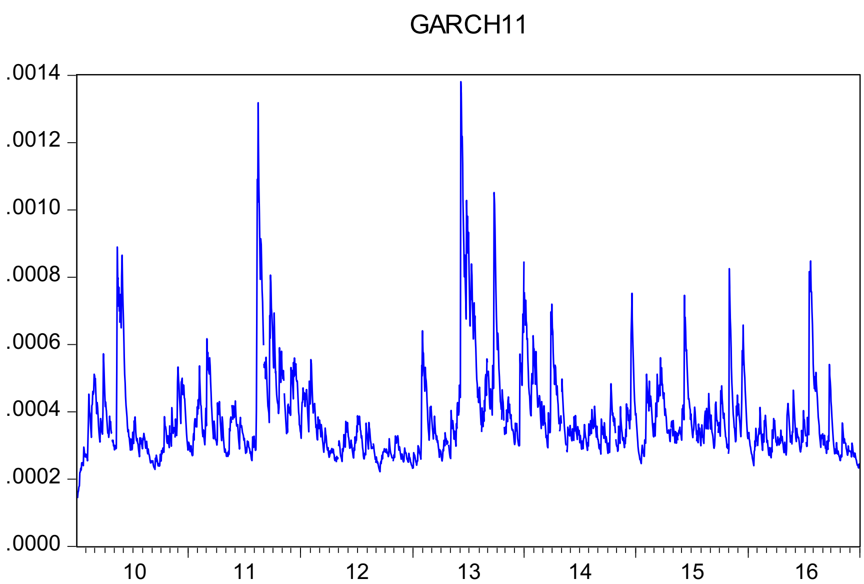
R-kare	0.009967	Bağımlı Değişken Ortalaması	4.21E-05
Düzeltilmiş R-kare	0.004876	Bağımlı Değişken Standart Sapma	0.019707
Standart Hata	0.019659	Akaike Bilgi Kriteri	-5.056846
Toplam Hata Kare	0.676332	Schwarz Bilgi Kriteri	-5.016420
Log likelihood	4463.025	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri	-5.041907
Durbin-Watson İstatistiği	2.027858		

Tablo 3 incelendiğinde, GARCH (1,1) modeli parametrelerinin modelin sahip olduğu kısıtları yerine getirdiği ve %5 anlam düzeyinde anlamlı olduğu görülmektedir (Her iki katsayı için p=0,0000<0,05).

Tablo 4. GARCH(1,1) modelinden elde edilen kalıntılara ait ARCH testi

Heteroskedastisite Testi: ARCH				
F-istatistiği	0.473361	Olasılık (p) F(3,1753)		0.7009
Gözlenen*R-kare	1.422170	Olasılık (p) Ki-Kare(3)		0.7003
Değişken	Katsayı	Std. Hata	t-İstatistiği	Olasılık (p)
C	0.955308	0.061520	15.52850	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	0.005923	0.023881	0.248026	0.8041
WGT_RESID^2(-2)	0.018715	0.023877	0.783799	0.4333
WGT_RESID^2(-3)	0.020333	0.023881	0.851443	0.3946

Tablo 4'ten GARCH (1,1) modelinden elde edilen kalıntılara ait ARCH testi incelendiğinde %5 anlam düzeyinde ARCH etkisinin yok edildiği görülmektedir (p=0,7009>0,05). Böylece koşullu varyans serisi GARCH (1,1) modeli kullanılarak elde edilmiştir.



Grafik 3. GARCH (1,1) modeli ile elde edilen koşullu varyans serisi dağılımı

Sonuç

Çalışmada XBANK bankacılık endeksinin 2010-2016 arası dönemi kapsayan volatilite modeli GARCH modelleri yardımı ile elde edilmiştir. Çalışmada ele alınan modeller arasından ilgili dönemde endeks volatilitesini en iyi açıklayan model GARCH(1,1) modelidir. GARCH (1,1) modeli ile yapılan modelleme sonucu ARCH etkisinin giderildiği ve GARCH (1,1) modeli kullanılarak bankacılık endeksi volatilitesinin hesaplanabileceği görülmüştür. İzleyen çalışmalarda ilgili model yardımı ile hesaplanan volatilite dağılımı ile bankacılık endeksi risk değerlendirmesi yapılabilir ya da risk göstergesi olarak kullanılan volatilite dağılımı ile risk-getiri analizleri gerçekleştirilebilir. Endekse dair koşullu varyans değişimini açıklama amacı ile volatilite üzerinde etkili olan değişkenlerin araştırılması izleyen çalışmalara verilebilecek diğer öneriler arasında bulunmaktadır.

Kaynakça

Atakan, T. (2009). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda değişkenliğin (volatilitenin) ARCH-GARCH yöntemleri ile modellenmesi. *Yönetim Dergisi, 62,* 48-61.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, *31* (3), 307-327.

Bollerslev, T., Chou, R. Y. & Kroner, K. F. (1992). ARCH modelling in finance. *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica, 50* (4), 987-1007.

Gökçe, A. (2001). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası getirilerindeki volatilitenin ARCH teknikleri ile ölçülmesi. *G.Ü. İ.İ.B.F. Dergisi, 1*, 35-58.

Hibon, M. & Makridakis, S. (1997). ARMA models and the Box–Jenkins methodology. Methodology. Fontainebleau, INSEAD, Fransa, Working Paper.

Işığıçok, E. (1999). Türkiye'de enflasyonun varyansının ARCH ve GARCH modelleri ile tahmini. *Uludağ Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, *17* (2), 1-17.

Kıran, B. (2006). *Sektörel bazda hisse senetleri getiri volatilitesinin asimetrik koşullu değişen varyans modelleri ile tahmini*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Korkmaz, T. & Bostancı, A. (2011). RMD hesaplamalarında volatilite tahminleme modellerinin karşılaştırılması ve Basel II yaklaşımına göre geriye dönük test edilmesi: İMKB 100 endeksi uygulaması. *Business and Economics Research Journal, 2* (3), 1-17.

Kutlar, A. & Torun, P. (2012, Kasım). İMKB 100 endeksi günlük getirileri için uygun genelleştirilmiş farklı varyans modelinin seçimi. *Üçüncü Uluslararası Ekonomi Konferansında sunulan bildiri*, İzmir.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L. & Kulahci, M. (2008). *Introduction to time series analysis and forecasting.* New York: John Wiley & Sons.

Özden, Ü. H. (2008). İMKB bileşik 100 endeksi getiri volatilitesinin analizi. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 13, 339-350.

Reschenhofer, E. (2013). Does anyone need a GARCH (1,1)?. *Journal of Finance and Accounting, 1* (2), 48-53.

Sevüktekin, M. & Nargeleçekenler, M. (2006). İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında getiri volatilitesinin modellenmesi ve önraporlanması. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi, 61* (4), 243- 265.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of financial time series*. New York: John Wiley & Sons.