ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN GELİŞİMİNİN VARSAYIMA DAYALI ÖĞRENME ROTASI KAPSAMINDA İNCELENMESİ

Doktora Tezi

Ayşe GÜRLER KARAKOCA

Eskişehir 2019

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN GELİŞİMİNİN VARSAYIMA DAYALI ÖĞRENME ROTASI KAPSAMINDA İNCELENMESİ

Ayşe GÜRLER KARAKOCA

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Şubat 2019

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayşe GÜRLER'e "Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Gelişiminin Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası Kapsamında İncelenmesi" başlıklı tezi 03.01.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı-Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	....
Üye	: Prof.Dr. Pınar ANAPA	P. Anapa........
Üye	: Doç.Dr.Tuba ADA	....
Üye	: Doç.Dr. H.Bahadır YANIK	....
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL	....

Prof.Dr. Handan DEVECİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdür Vekili

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN GELİŞİMİNİN VARSAYIMA DAYALI ÖĞRENME ROTASI KAPSAMINDA İNCELENMESİ

Ayşe GÜRLER KARAKOCA

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Şubat 2019

Danışman: Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Araştırmada, varsayıma dayalı öğrenme rotası ile GME yaklaşımına dayalı desenlenen bir öğretim sürecinde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimini incelemek amaçlanmıştır. Öğretim deneyi yöntemine göre desenlenen bu nitel araştırmanın verileri, 6. sınıfta öğrenim gören 39 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonuçları, varsayıma dayalı öğrenme rotasının öğrencilerdeki orantısal akıl yürütme düşüncesinin gelişimine yönelik program tasarımı ve değerlendirilmesinde yapılması gereken planlama için önemli bir yönelim sağladığı gözlenmiştir. Çalışmada, araştırmacının ders öncesi hazırladığı varsayıma dayalı öğrenme rotasına dayalı ders sonrası oluşturduğu değerlendirme şeması olan tahmini öğrenme durumları ile öğrenci bilgisinin değerlendirildiği ve daha sonraki dersler için öğretmenin oluşturacağı varsayıma dayalı öğrenme rotasının bu sayede daha zengin olacağı ve beklenmedik durumlarla daha az karşılaşılabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretim deneyi sonunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme sorularına ilişkin nitel ve nicel bölümünden aldıkları puanları öğretim deneyi öncesine göre yükselttikleri görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Orantısal akıl yürütme, Varsayıma dayalı öğrenme rotası (HLT), Tahmini öğrenme durumları (TÖD), Gerçekçi matematik eğitimi (GME).

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE MİDDLE SCHOOL STUDENTS DEVELOPMENT OF THE PROPORTIONAL REASONING IN THE HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY

Ayşe GÜRLER (KARAKOCA)

Department of Mathematics Education
Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, February 2019

Supervisor: Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

In this study, it is aimed to examine the development of proportional reasoning skills of middle school sixth grade students in a teaching process based on GME approach based on hypothetical learning trajectory. In this context, a hypothetical learning trajectory has been established to determine the mathematical activities and to use the 5-week teaching sequence process based on the GME approach. The data of this qualitative study, which was designed according to the teaching experiment method, was performed with 39 students attending 6th grade. The results of the study show that the hypothetical learning trajectory provides a significant orientation for the planning of program design and evaluation for the development of the idea of proportional reasoning in students. In this study, the students' knowledge of the estimated learning situations, which is the evaluation scheme formed after the lesson based on the hypothetical learning trajectory prepared by the researcher, was evaluated. Estimated learning situations have been found to be less likely to be encountered in the course of the course, as well as to ensure that the teacher has a more rationalized learning route for subsequent courses. At the end of the teaching experiment, it was observed that the students increased their scores from the qualitative and quantitative questions related to the proportional reasoning questions according to the pre-teaching experiment.

Keywords: Proportional reasoning, Hypothetical learning trajectory (HLT), Realistic mathematic education (RME), Estimated learning situations (ELS).

TEŞEKKÜR

Araştırma sürecim boyunca getirdiği öneriler ve eleştirilerle hem tez çalışmama hem de akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan danışmanım Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN’a tüm kalbimle minnettarım. Tez izleme komitesinde yer alarak, gerçekleştirdiğim araştırmayı yakından takip eden, bakış açıma yön veren, hem aklımdaki soruları yanıtlamama yardımcı olan hem de yeni sorular üzerinde düşünmemi sağlayan değerli hocam Doç. Dr. Abdülkadir ERDOĞAN ve Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL'a; tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle çalışmama katkı sağlayan Doç. Dr. Tuba ADA, Doç. Dr. Bahadır YANIK ve Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora sürecinin başından itibaren tüm zor anlarımda yanımda yer alan ve desteklerini her zaman arkamda hissettiğim sevgili dostlarım Ayşenur YILMAZ (KUBAR) ve Dilek GİRİT'e tüm kalbimle minnettarım.

Bugünlere gelmem için verdikleri emekler ve yarattıkları manevi güç kelimelere sığdırılamayacak kadar değerli olan canım annem Naciye KARAKOCA ve canım babam Mehmet KARAKOCA'ya teşekkür etmeyi bir borç bilirim. Son olarak tez çalışmalarımda beni hiç bir zaman yalnız bırakmayan ve her zaman moral kaynağım olan eşim İrfan, oğlum Ahmet Arif ve kızım Bahar'a en derin duygularımla teşekkür ederim.

Ayşe GÜRLER KARAKOCA

Eskişehir 2019

07.03.2019

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Ayşe GÜRLER KARAKOCA

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

GÖRSELLLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

KISALTMALAR DİZİNİ

GME : Gerçekçi Matematik Eğitimi

HLT : Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası

TÖD : Tahmini Öğrenme Durumları

OAY : Orantısal Akıl Yürütme

1. GİRİŞ

Dünyada bilgiye verilen önemin hızla artması, teknolojideki gelişmeler her alanda olduğu gibi eğitim alanında da değişimi zorunlu kılmaktadır. Bu değişimleri yakalayıp ayak uydurabilmek için bireylerden beklenilen beceriler de değişmektedir (MEB, 2009).

Öğretmenler matematik eğitimi ile, düşünme becerisi, olaylar arasında ilişki kurma, akıl yürütme, tahmin etme ve problem çözme gibi önemli beceriler kazandırarak sayılar ve işlemleri öğretmekten ve günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan öte bir işlev üstlenmektedir (Umay, 2003, s.234).

Akıl yürütme, genelleme, karşılaşılan problem durumlarını ve olayları daha iyi yorumlayabilme ve çözüm üretebilme gibi beceriler hayatın her alanında gerekli olup bu becerilerin kazanılması ve geliştirilmesi matematik eğitimiyle mümkündür (Baki, 2006; Çömlekoğlu, 2001; MEB, 2013).

Ülkemizde uygulanan ortaokul matematik öğretim programında öğrenciler tarafından kazanılması amaçlanan pek çok beceri sıralanmıştır. Bu becerilerden birisi de akıl yürütme becerisidir (MEB, 2013). Uluslararası pencereden bakıldığında ise kazanılması gereken beş standardın içerisinde matematiksel akıl yürütme yer almaktadır (NCTM, 2000). Bu nedenle akıl yürütme becerisinin kazandırılması ve geliştirilmesi matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir (Umay, 2003) ve "matematiği bilmek ve yapmak için temel" bir beceridir (NCTM, 1989, s.81). Matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalar incelendiğinde, matematiksel akıl yürütmeyi konu alan çalışmaların, önemli olduğu ve ısrarla üzerinde durulduğu görülmektedir (NCTM, 2000; Umay, 2003; Başaran, 2011). Bunun nedeni; matematiksel akıl yürütmenin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir bileşeni olduğu gerçeğidir.

Akıl yürütmenin, matematiksel problemleri çözmenin yanında bilgiyi gerçek yaşam koşullarına başarıyla adapte edebilmede önemli bir yere sahiptir (Schoenfeld, 1992). Matematiksel akıl yürütme konuya göre cebirsel, orantısal, istatiksel ve geometrik olarak sınıflandırılabilir (Umay, 2003).

Bu sınıflandırmalar arasından ise, orantısal akıl yürütme becerisi önemli bir yere sahip olup (Umay,2003; Cramer ve Post, 1993) ölçme, cebir, olasılık, trigonometri, eğim, benzerlik, istatistik ve geometri gibi birçok matematik konusunun temelini oluşturmaktadır (Karplus, Pulos and Stage, 1983; Lamon 1993; Lesh, Post and Behr, 1988; Langrall ve Swafford, 2000).

1.1. Oran-Orantı ve Orantısal Akıl Yürütme Becerisi

Ortaokul matematik programında özellikle dikkate alınması gereken oran-orantı kavramı orantısal akıl yürütme sürecinin ayrılmaz bir parçasıdır (Lobato, Amy, andCharles, 2010). Oran ve orantı kavramları, orantısal akıl yürütme becerisi kapsamında temel oluşturduğu için önemlidir (Battista and Borrow, 1995; Boyer, Levine and Huttenlocher, 2008). Bu açıdan orantısal akıl yürütmeden önce bu beceriyle ilişkili olduğu düşünülen oran ve orantı kavramlarının incelenmesi önemli görülmektedir.

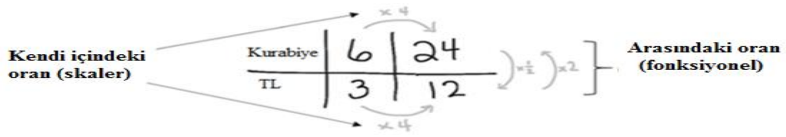
MEB'in tanımına göre oran, aynı veya farklı birimlerden oluşan çoklukların birbirleriyle karşılaştırılmasıdır (MEB, 2013). Oran, çarpımsal ilişkilendirmede (fark ya da toplamsal ilişkilendirmenin aksine) verilen bir durumun içindeki iki çokluk veya ölçümü ilişkilendiren bir sayıdır (Van de Walle,2013. s.349). Bu tanıma benzer şekilde Cai ve Sun (2002) oranı, iki değer arasındaki karşılaştırmanın toplamsal ilişkiden çarpımsal ilişkiye geçişi olarak tanımlamıştır. Oran tanımına ilişkin literatürdeki tanımlamalara göre iki çokluğun karşılaştırılmasında çarpımsal karşılaştırmanın önemli olduğu ve toplamsal karşılaştırmadan önce geldiği söylenebilir. Orantı kavramı ise, iki veya daha fazla oranın eşit olma durumunu ifade eden kavramdır (MEB, 2013). Orantı, iki oranın eşitliği olarak tanımlanabilir (Lamon, 2005, s. 224).

Oran ve orantı kavramlarına ilişkin farkındalığı arttırabilmek için matematiksel akıl yürütme türlerinden biri olan orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmak gerekmektedir (Lesh, Behr and Post, 1988; Van de Walle 2013). Literatürde orantısal akıl yürütmenin birden fazla anlamda tanımı bulunmaktadır, bu nedenle de birkaç araştırmacının tanımından yola çıkıp orantısal akıl yürütmeyi tanımlayabilmek oldukça zordur. Birçok araştırmada orantısal akıl yürütme, orantıyı anlama, orantıyla oluşturulan bir durumu tanıyabilme ve sembolik olarak ifade edebilme; orantı problemlerini çözebilme yeteneği olarak tanımlanmıştır (Al-Wattban, 2001; Cramer ve Post, 1993; Levin-Weinberg, 2002). Orantısal akıl yürütme, bir kağıtta yapılabilen veya yapılmayan hesaplama prosedürleri değildir (Smith, 2002). Orantısal akıl yürütme, genellikle, durumu temsil eden nicelikler arasında çarpımsal ilişkinin gerçekleştirilmesidir (Al-Wattban, 2001; Behr, Harel, Post and Lesh, 1992; Cramer, Post and Currier, 1993;Van de Walle, 2013). Orantısal akıl yürütme, bir çift nicelik arasındaki çarpımsal ilişki ile aynı ilişkili bir diğer nicel çift arasındaki uzantının kavranabilme ve çalıştırabilme yeteneğidir (Lesh, 1988; Lamon, 2007). İki niceliği toplamsal yerine çarpımsal olarak karşılaştırma kabiliyetini gerektirir (Behr ve diğerleri, 1992; Lamon, 2006). Toplamsal ve çarpımsal ilişkileri tanıyıp uygun şekilde kullanmak ve toplamsaldan çarpımsal düşünceye doğru ilerleme oran ve orantı kavramlarını elde etmede çok önemliyken (Lo, Watanabe ve Cai, 2004; Langrall and Swafford, 2000) toplamsal düşüncenin uygunsuz kullanılması orantısal akıl yürütmenin gelişiminde en önemli engellerden biridir (Hart, 1981; Karplus, Pulos and Stage, 1983; Resnick and Singer, 1993). Çarpımsal düşünme, toplamsal ya da miktarlar arasındaki farkları düşünmekten ibaret olan toplamsal düşünce ile çelişir (Bright, Joyner, and Wallis, 2003).

Literatürdeki orantısal akıl yürütmenin tanımlarına bakıldığında bu beceriye sahip olmayı gerektiren en belirgin özelliğin oran orantı kavramlarında olduğu gibi farklı değişkenler arası çarpımsal ilişkileri görmeyi ve matematiksel ifadeleri kullanarak bu ilişkileri ifade etmek olduğu görülmektedir. Ancak, çocuklar okula başlamadan önce erken yaşlarda hayatta karşılarına çıkan durumları toplamsal olarak karşılaştırmaya başlarlar (Chapin and Johnson, 1996). İlköğretim ve ortaokul yıllarında ise çarpma ve bölme işlemleri genellikle toplama ve çıkarmanın devamı olarak öğretilir ve toplamsal ile çarpımsal durum arasındaki ayrımlar yeterince vurgulanmaz (Behr ve diğ., 1992; Sowder ve diğerleri, 1998). Bunun neticesinde de bireyler ileriki yaşlarında orantısal akıl yürütme yeteneğine sahip olmadıkları için çoğunlukla çarpımsallığın yerine toplamsal süreçleri temel alan ilişkileri kullanmaya devam ederler (Baxter and Junker, 2001). Lamon (2005) bu duruma ilişkin ilkokul ve ortaokul öğrencileri için çarpımsal akıl yürütme odaklı öğretimin yapılmasına daha fazla önem verilmesi çağrısı yapmıştır.

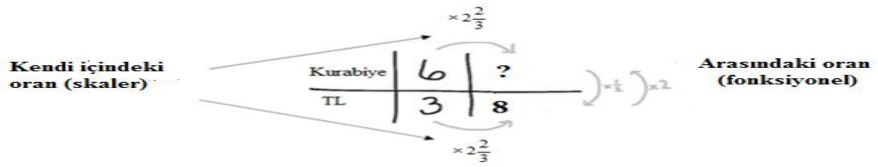
Orantısal durumlar, oranlar arasında a/b=c/d gibi eşdeğer bir ilişki içeren durumlardan oluşmaktadır (Baykul, 2009). Bu tanımdan yola çıkarak, herhangi bir oranda kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran olmak üzere iki farklı çarpımsal ilişki görülebilir. Kendi içindeki oran aynı ortamdaki iki ölçümün oranı, aralarındaki oran ise farklı durumlarda birbirine karşılık gelen iki ölçümün oranı olarak ifade edilmektedir. Örneğin, benzer dikdörtgenlerde herhangi bir dikdörtgen için uzunluğun genişliğe oranı, kendi içindeki oran, dikdörtgenin uzunluğunun diğer dikdörtgenin uzunluğuna oranı, aralarındaki orandır (Van de Walle, 2013, s.364). Orantısal akıl yürütme, *kendi içindeki (skaler)* ve *aralarındaki (fonksiyonel) oran* ilişkilerinin tartışıldığı, bu ilişkilerin sembolik olarak gösteriminin yapıldığı ve akıcı - esnek kullanımı sağlandığı zaman oluşmaktadır (Cramer, Post and Currier, 1993; Lamon, 1993; Lesh ve diğ, 1988; Van de Walle, 1997). Karplus ve ark. (1983), Toumiaire ve Pulos (1985), *kendi içindeki (skaler)* ve *aralarındaki oran (fonksiyonel)* arasından daha kolay yöntemin seçilmesinin çarpma stratejilerini kullanma yeteneğinden daha ileri düzeyde önceliğe sahip olduğunu belirtmektedir. Bunun yanında eğer öğrenci, *kendi içindeki (skaler)* ve *aralarındaki oran (fonksiyonel)* ilişkisini iki çokluk arasındaki tamsayı kat olduğunda ve olmadığında da uygulayabiliyorsa niceliksel *(quantitative)* orantısal düşünme sergilediği söylenebilir (Steinthorsdottir ve Sriraman, 2009).

Orantısallığa dayalı problemler hem *kendi içindeki (skaler)* hem de *aralarındaki oran (fonksiyonel)* ilişkisi ile çözülebileceği gibi problemde verilen sayılar arası ilişki birinin diğerinden daha fazla kullanılmasını gerektirebilir. Mesela aşağıda Şekil 1'de verilen örnekte hem *kendi içindeki (skaler)*(× 4) *hem de arasındaki oran (fonksiyonel)*(× 2) tam sayı çarpanı içerdiği için rahat bir şekilde kullanılabilir (Carney, Smith, Hughes, Crawford**,** 2016).



Şekil 1.1. *"Ali 6 kurabiyeyi 3 TL'ye almıştır. Bu durumda 24 kurabiyeyi kaç tl'ye alır?" sorusunun çözümüne ilişkin kendi içindeki oran (skaler) ve arasındaki oran (fonksiyonel) çözüm yolları (Carney, Smith, Hughes and Crawford, 2016).*

Ancak, problemdeki sayılar arası ilişki *"Ali, 6 kurabiyeyi 3 TL'ye almıştır. Bu durumda 8 TL'ye kaç tane kurabiye satın alabilir?"* şeklinde değiştirildiğinde $\frac{3TL}{6kurabiye} = \frac{8TL}{?}$ 3 TL ile 8 TL ilişkisindeki *kendi içindeki oran*$\times 2\frac{2}{3}$ çarpanı tamsayı kat olmaması nedeniyle çözüme ulaşmak daha zor olur. Ancak, şekil 1.2.'de görüldüğü gibi *arasındaki orana* (3 TL- 6 kurabiye) bakıldığında kurabiyelerin sayısı TL'nin iki katı olduğu için *kendi içindeki orana* göre daha kolaydır .



Şekil 1.2. *"Ali 6 kurabiyeyi 3 TL'ye almıştır. Bu durumda 8 TL'ye kaç kurabiye alır ?"* sorusunun *çözümüne ilişkin kendi içindeki oran (skaler) ve arasındaki oran (fonksiyonel) çözüm yolları (Carney ve diğ., 2016).*

Aşağıdaki Tablo 1.1.' de oran problemi içindeki nicelikler arasında ortaya çıkan ilişkilerin tiplerine örnekler verilmiştir.

Tablo 1.1. *Oran problemi içindeki nicelikler arasında ortaya çıkan ilişkilerin tiplerine göre örnekler (De la Cruz, 2013)*

Alt Kategoriler	Örnekler	Sayısal yapı
(a) *Kendi içindeki* değişim çarpanı tam sayıdır.	Eğer 10 tane kalemin fiyatı 34 TL ise 5 tane kalemin fiyatı kaç TL'dir?	$\frac{34\text{ tl}}{10\text{ tane}} = \frac{?}{5\text{ tane}}$ $\times 2$
(b) *Arasındaki* değişim çarpanı tamsayıdır.	Eğer 10 tane kalemin fiyatı 50 TL ise 15 tane kalemin fiyatı kaç TL'dir?	$\times 5$ $\frac{50\text{ tl}}{10\text{ tane}} = \frac{?}{15\text{ tane}}$
(c) Her iki değişen çarpanı da *(Kendi içindeki ve arasındaki)* tamsayıdır.	Eğer 10 tane kalemin fiyatı 50 TL ise 5 tane kalemin fiyatı kaç TL'dir?	$\times 5$ $\frac{50\text{ tl}}{10\text{ tane}} = \frac{?}{5\text{ tane}}$ $\times 2$
(d) Her iki değişen çarpanı da tamsayı değildir.	Eğer 10 tane kalemin fiyatı 34 TL ise 15 tane kalemin fiyatı kaç TL'dir?	$\times 3{,}4$ $\frac{34\text{ tl}}{10\text{ tane}} = \frac{?}{15\text{ tane}}$ $:1{,}5$

Literatürdeki çalışmalar öğrencilerin nicelikler arası ilişki tamsayı çarpan olduğunda (a-b ve c alt kategorisi) tamsayı olmayan çarpana göre (d kategorisi) daha kolay çıkarımda bulunduklarını (Fernandez ve ark. 2011; Tourniaire ve Pulos 1985) ayrıca nicelikler arasında tam sayı olmayan oranlar olduğunda öğrencilerin yanlış yollardan olan toplamsal stratejiye yönelerek hatalı cevap verdiklerini göstermektedir (Cramer ve diğerleri, 1993; Misailidou and Williams, 2003; Van Dooren ve diğ., 2010a). Bu nedenle öğretmenler öğrencilerin hazırbulunuşluğuna dayanarak, öğrencilerin çarpımsal düşünmeden toplamsal stratejiye yönelmelerine imkan vermeyecek şekilde örneklerdeki sayısal ilişkileri kurgulamalıdır.

1.2. Orantısal Akıl Yürütme Becerisinin Önemi

Orantısal akıl yürütme öğrencinin matematiksel gelişiminde oynadığı kritik rol nedeniyle ortaokul ve sonrasındaki matematik programları için dönüm noktası niteliğinde olup (Lesh, Post, Behr, 1988) geniş bir kullanım alanına sahiptir (Modestaou andGagatsis, 2007; Van Dooren et al., 2010). Tournaire ve Pulos (1985), orantısal akıl yürütme becerisinin öneminden bahsederken çoğu kişinin oran-orantı kavramlarının tanım veya hesaplamasından haberdar olmadan okula, gündelik hayat gibi pek çok alanda orantısal olarak düşünmesi gerektiğini belirtmiştir. Mesela alışverişte daha uygun olan malları karşılaştırmak, bir mimarın şehir planını ölçeklendirmesi, şans oyunlarındaki olasılığı hesaplama gibi günlük faaliyetler orantısal akıl yürütmeyi gerektirmektedir. Orantısal akıl yürütmenin günlük bağlamlarda kullanılmasının yanı sıra matematikteki benzer şekiller ve bunların alan hacim ilişkileri, olasılık, trigonometri, cebir, kesir, yüzde-faiz hesaplamaları gibi konuların öğrenilmesi için bir temel olarak düşünülmektedir. Ayrıca araştırmacılar orantısal akıl yürütmenin fen, ekonomi, coğrafya gibi matematik dışında birçok konunun içerisinde olduğunu da belirtmektedir (Karplus, Pulos, and Stage, 1974; Lesh, Post, Behr; 1988; Simon and Blume, 1994; Howe, Nunes ve Bryant, 2011).

Orantısal akıl yürütme becerisi, pek çok alanda bu kadar önemli olmasına rağmen öğrenciler için zorluk kaynağı olarak kabul edilmiştir (Ben-Chaim vd.1998; Cramer and Post, 1993; Fernández, Llinares, Van Dooren, De Bock, and Verschaffel, 2010a; Modestou and Gagatsis, 2010; Lamon, 1999, 2007; Lesh, Post and Behr, 1988; Piaget and Inhelder, 1975; Singh 2000; Staples and Truxaw, 2012; Tourniaire ve Pulos, 1985). Yapılan araştırmalarda yetişkin nüfusun yüzde elliden fazlasının orantısal akıl yürütemediği veya orantısal akıl yürütmede zorluk çektiği (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Lamon, 1999; Tourniaire and Pulos, 1985) belirtilmiştir. Bunun dışında az sayıda ortaokul öğrencisinin, tutarlı bir biçimde orantısal akıl becerisine sahip olduğu görülmüştür (Lesh, Post ve Behr 1988, s.78).

Piaget ve Inhelder (1975), Noelting (1980) gibi araştırmacılar, orantısal akıl yürütmenin 11 yaş civarından önce ortaya çıkmayacağını söylerken bazı araştırmalar orantısal akıl yürütmenin daha erken yaşlarda ortaya çıktığı (Sophian, 2000; Boyer, Levine, and Huttenlocher, 2008; Spinillo ve Bryant, 1999; Van Den Brink ve Streefland, 1979) ve hatta temelinin bebeklik döneminde oluştuğunu söylemiştir (Singer-Freeman ve Goswami, 2001). Çocuklar için ilkokul (8-10 yaş arası) ve ortaokul (11-14 yaş) yılları orantısal akıl yürütmenin gelişimi açısından önemli zamanlardır (Van Dooren, De Bock ve Verschaffel, 2010). Bununla birlikte ortaokul yılları oran orantı kavramının öğreniminde kritik dönem olarak kabul edilmektedir (Lamon, 1994; Lo and Watanabe 1997; Lobato,Van Dooren et al., 2010a; 2010b). Orantısal ilişkilerin öğrenilmesine formal olarak ortaokulda başlanılmasına rağmen bir çok kişinin orantısal akıl yürütememesi veya bu beceriyi okul deneyimleri süresince diğer konularda akıcı bir şekilde uygulayamaması orantısal akıl yürütmenin çok yönlü yapısı göz önüne alındığında şaşırtıcı değildir (Boyer, Levine ve Huttenlocher, 2008; Cai and Sun, 2002; Hart, 1988). Orantı kavramı çarpma, bölme, kesirler ve ondalık gösterim gibi birçok kavramla iç içe geçmiş olmasından dolayı orantısal akıl yürütmenin gelişimi için bu kavramlarla ilgili yeterli ön bilgiye sahip olmak önemlidir (Lesh ve diğerleri, 1992; English and Halford, 1995). Bu nedenle orantısal akıl yürütmenin gelişimi için genellikle uzun bir zaman (Lamon, 2007; Labota et all, 2010) ve ciddi çaba harcamak (Akar, 2007) gerekmektedir. Ayrıca araştırmalarda orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için yeterli zaman ve planlı bir eğitimin, öğrencilerin bu beceriyi anlamlandırmalarını sağlamak için gerekli olduğu belirtilmiştir (NCTM, 1989; Siemon ve diğerleri, 2006).

1.3. Orantısal Akıl Yürütme Problem Türleri

Orantısal akıl yürütme problemleri genellikle kullanılan problem türleri ile ayırt edilir (Lesh, Post and Behr, 1988; Tourniaire and Pulos, 1985). Literatürde üç çeşit problem türü öğrencilerin orantısal durumlarla ilgili düşüncelerini değerlendirmek için kullanılmaktadır. Bunlar sırasıyla Bilinmeyen Değeri Bulma (Cramer, Post, and Currier,1993, Karplus et all, 1983), Sayısal Karşılaştırma (Noelting, 1980, Karplus et all, 1983) ve Niteliksel Tahmin/Niteliksel Karşılaştırma şeklindedir (Cramer, Post, and Currier,1993).

1.3.1. Bilinmeyen değeri bulma

Bilinmeyen değeri bulma en yaygın orantısal akıl yürütme problemleri olup (Tjoe and de la Torre, 2012) orantısal olarak ilişkili olan dört değerden üçünün verilip bilinmeyen bir değeri bulmaya yöneliktir (Cramer and Post , 1993; Kaput and West, 1994).

1.3.2. Sayısal karşılaştırma

Sayısal karşılaştırma soru tipinde A, B, C, D olmak üzere dört değer verilir ve burada amaç verilen iki oran çifti arasında hangisinin daha fazla, eşit veya daha azı $\frac{A}{B}$ (<, =, >) $\frac{C}{D}$ temsil ettiği ilişkisinin belirlenmesidir. Orantısal akıl yürütme içerikli bu tip problemler genellikle bilinmeyen değeri bulma problemlerinden daha zordur (Singh, 2000) ve öğrencilere orantısal ilişkilerin oluşum aşamasının başında yardımcı olmaz bu nedenle, öğrencilerin orantılılık anlayışına sahip olmalarına kadar ertelenmelidir (Cruz, 2013).

1.3.3. Niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma

Sayısal değerleri kullanmadan tahmin ve karşılaştırma yapmayı gerektiren problem tipidir. Tablo 1.2.' de yukarıda bahsedilen problem türleri için örnekler verilmiştir.

Tablo 1.2. *Orantısal akıl yürütme soru tipleri için örnek problemler (Haller, Ahlgren, Post, Behr ve Lesh, 1989, s.5'den uyarlanmıştır.)*

Problem Türleri	Örnek Problemler
Bilinmeyen Değeri Bulma	Ali ve Ayşe bir pist etrafında eşit hızla koşmaktadırlar. Ali 20 dakikada 4 tur koştuğuna göre Ayşe 12 turu ne kadar zamanda koşar?
Sayısal Karşılaştırma	Ahmet ve Mehmet okul çıkışı bir pist etrafında koşmaktadırlar. Ahmet 32 dakikada 8 tur, Mehmet ise 10 dakikada 2 tur koşmaktadır. Buna göre, hangisi daha hızlı koşucudur? A. Ahmet B. Mehmet C. Eşit hızda koşarlar D. Bunu söyleyebilmek için veriler yetersizdir.
Niteliksel Tahmin	Elif dünkü koştuğundan daha fazla zamanda daha az koşmuştur. Buna göre dünkü hızına göre bugünkü hızı; A. Daha hızlı B. Daha yavaş C. Aynı hızda D. Bunu söyleyebilmek için veriler yetersizdir.
Niteliksel Karşılaştırma	Can ve Kerem'in bir koşu yolunda attığı tur sayıları aynıdır. Can Kerem'den daha fazla zamanda turu tamamladığına göre, hangisi daha hızlı koşucudur? A.Can B.Kerem C.İkisi de eşit hızla koşmuştur. D.Bunu söyleyebilmek için veriler yetersizdir.

Orantısallığın anlamlandırılmasında öğrenciler orantısallıkla ilgili çeşitli problem türlerinde çalışarak deneyim sahibi olabilir (Cramer ve Post, 1993).

1.4. Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren Problemlerde Kullanılan Stratejiler

Araştırmacılar, öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemleri çözerken kullandığı başarılı ve başarısız stratejileri belirlemişlerdir (Tourniaire and Pulos, 1985). Bu stratejiler birim oran, değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı ve denk kesir stratejileri (Cramer ve Post, 1993) ile Bart, Post, Behr ve Lesh (1994) tarafından tanımlanan denklik sınıfı stratejisidir.

Ben-Chaim vd. (1998) ve Parker (1999) tarafından yapılan araştırmalar da ise, yukarıda bahsedilen çözüm stratejilerine ek olarak toplamsal ilişki, artırma stratejileri de gözlenmiştir. Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan stratejilerin açıklamaları verilirken stratejilerin örneklendirilmesi için aşağıdaki sorudan yararlanılacaktır.

Örnek Soru: Ali ve Ayşe birlikte markete gidiyor ve her ikiside aynı çikolatadan alıyorlar. Ali, 6 TL ödeyerek 2 çikolata aldığına göre Ayşe, 8 çikolata alırsa markete kaç TL ödemesi gerekir?

Birim oran stratejisi: Birim oran yaklaşımı orantısal akıl yürütmenin anlamlandırılmasında merkez konumundadır (Cramer et all, 1993; Lamon, 2007; Post etall, 1988).

Bu strateji verilen orandaki çoklukların birbirine bölünerek bir birime karşılık gelen çokluğun hesaplanmasını ve sonrasında bu birimin istenen cevabı bulmak için verilen üçüncü değer ile çarpılarak sonuca ulaşılmasını içerir.

Verilen problemde bir çikolatanın fiyatı 3 TL'dir (6 TL : 2 = 3 TL). Bu nedenle 8 çikolata 24 TL olur.(8×3 TL= 24 TL)

Bu strateji öğrenciler tarafından genellikle başarılı bir şekilde kullanılsa da problemde verilen sayılar arası tam sayı olmadığı durumda öğrenciler bu stratejiyi kullanmakta ve çözüm yolunu açıklamada zorluk yaşamaktadır.

Singh (2000), birim oran stratejisinin kullanımı öğrencilerdeki orantısal akıl yürütme becerisinin gelişmiş olduğunu tüm şartlar altında sağlamadığını ve daha karmaşık problemlerin çözülebilmesi için bu stratejilerden daha fazlasına sahip olmak gerektiğini belirtmiştir.

Arttırma stratejisi (uzun oran tablosu): Bölümlere ayırma ve tekrarlamayı içeren ve sık sık toplamsal düşünmeyi içeren bir yaklaşımdır. Bu strateji tekrarlı toplamaya dayalı bir stratejidir. Fakat her iki birim eşit sayısal değerde artmamakta bunun yerine her birim kendi içerisinde sabit bir artışa sahiptir (Lesh, Post and Behr, 1988).

Literatürde yer alan çalışmalardan bazıları arttırma stratejisinin problem çözme yaklaşımlarında ve akıl yürütme süreçlerinde orantısallığın gelişiminin anlamlandırılmasında etkili olabileceğini söylerken (Labato et all, 2010) bazı çalışmalar ise bunun aksine arttırma startejisi için, çarpımsal ilişki kullanımının gerekli olmadığını ve karşılıklı oran çiftleri arasındaki denklik ilişkisi düşünülmediği için orantısal akıl yürütmede güçlü bir gösterge olmadığını belirtmektedir (Lesh et all, 1988).

Yukarıda verilen örnek soru arttırma stratejisini kullanarak şu şekilde çözülebilir.
2 çikolata-6 TL, 4 çikolata-12 TL, 6 çikolata-18 TL, 8 çikolata-24 TL.

Steinthorsdottir ve Sriraman (2009), bu stratejinin kullanımının uzun oran tablosu ile de bağdaştırıldığını belirtmiştir. Yukarıda verilen örneğin uzun oran tablosu biçiminde çözümü aşağıdaki Şekil 1.3.'deki gibidir.

Değişim çarpanı stratejisi: Değişim çarpanı stratejisinde, çokluklar arası karşılaştırma yapılırken oranlar arasındaki kat ilişkisi kullanılarak çözüme ulaşılır. Çokluklar arasındaki artış aynı oranda ise eşitlik korunuyor demektir. Örnek üzerinden bakacak olursak Ayşe Ali'nin çikolatasının 4 katı çikolata almıştır. Bu 4 sayısı bizim değişim çarpanımızdır. Sonrasında Ali'nin ödediği para ile değişim çarpanı çarpılır ve bu durumda Ayşe, Ali'nin ödediği paranın 4 katını ödemelidir. (6×4=24 TL)

Çikolata	2	4	6	8
TL	6	12	18	24

Çikolata	TL
2	6
4	12
6	18
8	24

Şekil 1.3. *Arttırma stratejisi (uzun oran tablosu)*

Değişim çarpanı stratejisi: Değişim çarpanı stratejisinde, çokluklar arası karşılaştırma yapılırken oranlar arasındaki kat ilişkisi kullanılarak çözüme ulaşılır. Çokluklar arasındaki artış aynı oranda ise eşitlik korunuyor demektir. Örnek üzerinden bakacak olursak Ayşe Ali'nin çikolatasının 4 katı çikolata almıştır. Bu 4 sayısı bizim değişim çarpanımızdır. Sonrasında Ali'nin ödediği para ile değişim çarpanı çarpılır ve bu durumda Ayşe, Ali'nin ödediği paranın 4 katını ödemelidir. (6×4=24 TL)

Denk kesir stratejisi: Bu stratejide orantıyı oluşturan oranlar kesir olarak algılanır ve sadeleştirme genişletme yöntemleri kullanılarak verilen kesre denk bir kesre ulaşmak amaçlanır (Cramer ve Post, 1993). Verilen problemde $\frac{2}{8}=\frac{6}{?}$ yazılır ve $\frac{2}{8}$ kesrinin pay ve paydasının 3 sayısıyla çarpılarak genişletilmesi ile sonuca ulaşılır. ($\frac{2\times 3}{8\times 3}=\frac{6}{24}$) Bu kesirden ?= 24 bulunur.

Denklik sınıfı stratejisi: Bu stratejide istenilen oranı bulmak için verilen oran çiftiyle denklik sınıfları oluşturulur. Problem üzerinden stratejiyi incelersek, $\frac{2}{6}=\frac{4}{12}=\frac{8}{24}$ denklik sınıfı oluşturulur ve $\frac{8}{24}$ kesri ile belirlenen oran 8 çikolata 24TL olacağından bu orandan ? = 24 TL bulunur.

Toplamsal ilişki stratejisi (additive strategy): Orantısal akıl yürütme ile ilgili yapılan çalışmalarda en yaygın olarak gözlenen ve öğrencilerin çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişkiye başvurdukları hatalı stratejidir (Karplus, Pulos, Stage, 1983; Singh, 2000). Bu

stratejide orandaki niceliklerden biri diğerinden çıkarılarak aralarındaki fark hesaplanır ve bulunan bu değer diğer orandaki nicelikler arasına da uygulanır (Tourniaire ve Pulos, 1985). Yukarıda verilen örnek üzerinden sorunun hatalı cevabı aşağıdaki gibidir.
2 çikolata+6 çikolata=8 çikolata olduğuna göre; 6 TL + 6 TL= 12 TL ödeme yapar.

Yukarıda açıklanan stratejilerden "Birim Oran, Arttırma ve Değişim çarpanı" stratejisi orantısal akıl yürütme becerilerinin ilk gelişim evreleri için gerekli, faydalı ve kullanışlı olsa da, verilen oranlar arasında tamsayı kat ilişkisi içermeyen problemlerin çözümünde yetersiz kaldığı için informal veya orantısal öncesi *(preproportional)* çözüm stratejisi içerisindedir (Kaput ve West, 1994).

Denk Kesir, Denklik Sınıfı Stratejisi ise literatürde yer alan önemli diğer iki strateji olup bu iki strateji ise niceliksel orantısal akıl yürütme stratejileri arasında değerlendirilmektedir. İçler dışlar çarpımı stratejisi için ise literatürde farklı açıklamalara yer verilmiştir. Kramarski and Mevarech (2003) ve Van de Walle (1997) öğretmenlerin öğrencilere, içler dışlar çarpımı stratejisi gibi mekanik ve sembolik kuralları öğretmeden önce informal stratejileri kullanmak için tartışma ortamı hazırlamaları ve sezgisel-kavramsal deneyimler sunulmasının gerekliliğini belirtmiştir. Orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi içler dışlar çarpımı stratejisine göre öncelikli olmalıdır (Cramer ve diğerleri, 1992; Hart, 1981; Kaput and West, 1994). Çünkü öğrencilerin orantısal soruların çözümünde kendi fikirlerini kullanarak yollar keşfetmeleri için harcadıkları zaman oldukça değerlidir (Van de Walle 2013). Ancak öğrenciler orantısal akıl yürütmenin gelişimini teşvik eden informal algoritmaları anlamadan önce okullarda ve çeşitli test kitaplarında içler dışlar çarpımı stratejisine maruz kalmaktadır (Chapin and Johnson, 2006). Temel bir anlama bağlı olmadan içler dışlar stratejisi gibi kurallara dayalı bir öğretim öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimine yardımcı olmadığı tam tersine gelişimini engelleyebildiği saptanmıştır (Al-Wattban, 2001; Lo and Watanabe, 1997). Ancak içler dışlar çarpımı yaklaşımını tek ya da en iyi yaklaşım yerine herhangi bir strateji olarak öğrencilere tanıtılır ve bu strateji öğrencilere birim oran veya kendi içindeki oran-arasındaki oran yaklaşımlarıyla desteklenerek sunulduğunda ise öğrencilerin daha fazla akıl yürütme sürecine girdiği ve stratejiler arasında ilişki kurarak anlamlı olan stratejiyi kendisinin seçebileceği belirtilmektedir (Van de Walle, 2013). Öğrenciler sadece içler dışlar çarpımı gibi algoritmik çözümler yerine daha zengin bilgi deposu içeren araçları kullanmalıdır (Lamon, 1993).

İçler-dışlar çarpımı stratejisi: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ oran çiftinde a . d = b . c eşitliği çözülerek sonuca ulaşılır. Çapraz çarpım ve bölme işlemleri yapılarak bilinmeyen değer bulunur. Cramer ve Post, 1993). Yukarıda verilen problem üzerinden sorunun cevabı aşağıdaki gibidir.

4 çikolata	6 TL	(6 X 8) / 4 = 24 TL bulunur.
8 çikolata	x TL	

1.5. Orantısal Akıl Yürütme Becerisinin Gelişiminde Oran Tablosu Kullanımı

Öğrencilere içler dışlar çarpımı gibi algoritmalar gösterilmeden önce çarpımsal yollarla orantısal akıl yürütmenin gelişimini sağlamak için birkaç yıl gerekir (Van De Walle, 2007). Bu süreçte ise öğretmenler öğrencilerin gelişimini desteklemek adına, onların mantığına oturan ve zihinsel stratejiler geliştirmelerine yardımcı olma yollarından birisi olan oran tabloları gibi araçlar kullanabilirler (Dole, 2008; Lanius and Williams, 2003; Middleton andVan den Heuvel-Panhuizen, 1995; Sharp and Adams, 2003). Oran tablosu, iki miktar arasındaki ilişkiyi incelemeye yardımcı olan bir araç olup (Dole, 2008) öğrencileri orantılı bir şekilde düşünmek için gerekli olan toplamsal düşünme yerine çarpımsal bir ilişkiye dayalı karşılaştırmalar yapmak konusunda daha açık bir şekilde düşünmeye teşvik eder ve daha genelleştirilmiş bir kavramsal anlayış yaratmalarına olanak tanır (Nutsch, 2009). Aslında öğrenciler için oran tablosunu bir araç olarak kullanmasını engelleyen birkaç sorun da bulunmaktadır (Dole, 2008):

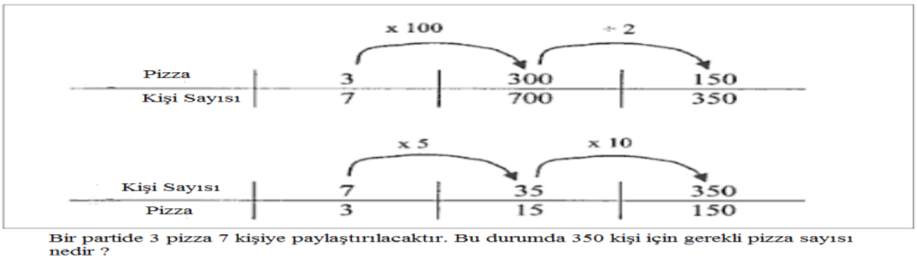
1. Düzgün satır ve sütunlar ile oran tablolarının oluşturulması zaman alıcı olabilir. Bunun üstesinden gelmek için, öğrencilere oluşturulan tablonun şeklinin veya çizgilerin düz olup olmadığının önemli olmadığı bunun yerine sayılar arasındaki ilişkiye odaklanmanın önemli olduğu hatırlatılabilir.
2. Öğrencilere tablo üzerindeki her bir satır veya sütunlar arasındaki iki nicelik arasındaki ilişkinin belirli bir orana uyup uymadığını sürekli hatırlatılması gerekir. Bu durum çarpımsal ilişkiyi güçlendirir ve orantısal akıl yürütmeyi teşvik eder.
3. Verilen sayılara göre uzun oran tablolarının istenilen sonuca ulaşılana kadar sınırsız olarak uzatılması gerekebilir. Bu tür durumlarda ise öğrenciler oran tablosunu genişletmek konusunda daha fazla satır-sütun eklemek konusunda isteksiz davranır. Böyle bir durumda bu stratejinin kullanımı etkili olmayacaktır. Mesela bu durumu bir örnek üzerinden açıklayalım. Bir partide 3 pizza 7 kişiye paylaştırılacaktır. Bu durumda

350 kişi için gerekli pizza sayısı nedir ? Öğrencilerin bu örneği çarpma ile değil de tekrarlı toplama şeklinde artırma stratejisini kullanarak çözmeye çalışmaları halinde çok uzun bir tablo oluşturmak gerektiği için sonuca ulaşamamaları muhtemeldir.

Tekrarlı toplamaya dayalı strateji *kendi içindeki (skaler) oranın* başlangıç aşamasında kullanılabilir ancak; tamsayı olan ve olmayan tüm sayılarda bu durumun genelleştirilmesi için çarpımsal bir anlayış gereklidir (Carney ve diğ., 2015). Mesela yukarıda verilen aynı örnek oran tablosu ile aşağıdaki Şekil 1.5.'de görüldüğü gibi yarıya bölme, 5, 10, 100 gibi farklı sayılarla çarpma gibi sayı stratejilerinin kullanımı ile kısaltılarak da yapılabilir. Kısa oran tablosu üzerinden pizza ve kişi sayısını çarpma-bölme ile ilişkilendirme örüntüsü ise çarpımsal ilişkiye dayanmaktadır. Ancak öğrencilerin oran tablolarını bu şekilde etkin bir şekilde kullanabilmesi için, çok sayıda uygulama yapmaya ihtiyaçları vardır (Dole, 2008).

Pizza	3	6	9	12				...	**? = 150**
Kişi Sayısı	7	14	21	28				....	350

Şekil 1.4. *Artırma stratejisi-tekrarlı toplamaya dayalı uzun oran tablosu*



Şekil 1.5. *Çarpımsal ilişkiye dayalı kısa oran tablosu (Nutsch, 2009)*

1.6. Orantısal Akıl Yürütme Becerisini Oluşturan Başlıklar

Orantısal akıl yürütme, bilgiyi zihinsel olarak toplamanızı gerektiren ve hem nicel hem de nitel düşünme süreçlerini içerir (Al-Wattban, 2001; Lesh ve diğerleri, 1998; Van de Walle, 2011). Bu tanıma göre orantısal düşünebilme becerisinin alt yapısında birçok nitel ve nicel muhakeme çeşidinin olduğu görülecektir. Akar'a (2009) göre öğrencilerin orantısal akıl yürütmedeki kavram yanılgılarının ve öğrenme zorluklarının arkasında yatan en önemli sebep nitel ve nicel muhakeme çeşitlerini yeterince kavrayıp uygulayamamalarıdır. Bu nedenle öğretmenler orantısallıkla ilgili anlamlandırmaları arttırabilmek için öğrencilere, hem nitel hem de nicel uygulamalar içeren problem ve işlemlerle karşılaşmalarına fırsat vermelidir. Buradan yola çıkarak aşağıda nitel ve nicel muhakeme kavramlarından ve bununla ilgili olası kavram yanılgılarından bahsedilecektir.

1.6.1. Nitel muhakeme becerisi

Orantısal akıl yürütmede niteliksel muhakemenin çok önemli bir yeri vardır (Lesh 1998). Niteliksel akıl yürütme, orantısal akıl yürütmenin gelişimi için ön koşul niteliğinde olup (Resnick and Singer, 1993) niceliksel akıl yürütmeden önce gelmelidir (Kadijevic, 2002; Piaget and Inhelder, 1972; Van den Brink and Streefland, 1979). Buradan yola çıkarak nicel orantısal akıl yürütmenin gelişimi için nitel orantısal akıl yürütmenin gerekli olduğu söylenebilir.

Niteliksel muhakeme sayısal hesaplama yapmanın ötesinde cevapla ilgili akıl yürütme yolları geliştirmektir (Lo and Watanabe, 1997). Resnick and Singer (1993) niteliksel muhakemeyi, öğrencilerin hiçbir sayısal veri kullanmadan örneğin okula gelmeden önce gerçekleştirdikleri aktivitelerin arasında ilişki kurma gibi herhangi bir fiziksel yaşadığı olayla ilgili akıl yürütmesi olarak tanımlamaktadır.

Nitel muhakeme becerisinin dildeki yansıması ‘karşılaştırma’ yoluyla “daha büyük”-“daha küçük” gibi kelimelerin kullanımıyla başlamaktadır (Piaget, 1978). Lamon (1999), küçük çocukların karşılaştırma durumunda doğal yaşantı ve deneyimlerinden çıkarsamalar yaptığını belirtmiştir.

Niteliksel düşünce ayrıca, deneyime dayanan ve deneysel olan ve duyular tarafından desteklenen algısal ve sezgisel olan şeyleri içerir (Ruiz Ledesma and Valdemoros, 2002). Buna örnek vermek gerekirse bir arkadaşın boyunu herhangi bir çubukla ölçmek ve bir pastayı arkadaşlar arasında paylaşmak, çokluklar arasında sayısal ifadelere girmeden nitel akıl yürütmeyi sağlar (Resnick and Singer, 1993; Smith, 2002).

Nitel muhakeme, eldeki olayın incelenerek çokluklar arasında birbirlerine göre nasıl bir ilişki olduğunun farkına varılmasıdır (Akar, 2009 s. 268). Verilen tanımı bir örnekle açıklamak gerekirse; “Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin uzun kenarı 125 metre ve kısa kenarı 110 metredir. Bu bahçenin uzun kenarı ve kısa kenarı 2’şer metre uzatılıyor. Buna göre

a) Bahçenin çevresi kaç metre uzar?
b) Bahçe daha fazla mı yoksa daha az mı kareye benzer?” (Heinz, 2000’den akt: Akar, 2009. s, 268).

Verilen örnekte a seçeneğinde bahçenin "çevresiyle" ilgili bir bilgi sorduğu için öğrenciler tarafından toplamsal değişime bakılacak ve toplamsal bir ilişkilendirme kurulacaktır. Örnekteki b seçeneğine bakıldığında ise kareye az mı çok mu benzediği yani "alan" kavramından bahsedildiği için uzunlukların beraber ele alınması gerektiği ve birbirine göre durumlarının incelenmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Öğrenci tarafından yukarıdaki yorumlamaların yapılabilmesi ise "nitel muhakeme gücüne" örnek olarak verilmektedir (Akar, 2009).

1.6.2. Nicel muhakeme becerisi

Nicel muhakeme, eldeki olayın (yani üzerine düşünülen durumun) hangi sayısal değerlendirme yapılarak incelenmesi (ölçülmesi) gerektiğine karar verebilme yetisidir (Akar, 2009, s. 269). Yukarıda verilen bahçe örneğine bakılacak olursa a seçeneğinde çevresini sorduğu için sayısal hesaplama ile kısa ve uzun kenara 2 metre ekleyerek toplamda 8 metre uzadığını hesaplamaktır. Örnekteki b seçeneği için ise ilk durumda dikdörtgenin kenarları arasında $\frac{110}{125}$ ilişkisini; son durumda ise $\frac{112}{127}$ ilişkisini kurarak hangisinin daha çok kareye benzediğini belirlemek için iki oran arasında karşılaştırma yaparak 1'e yakın olanı bulabilmeye çalışmaktır. Lesh, Post ve Behr, (1988) orantısal düşünmeyi, kovaryasyon (birlikte değişim), çoklu karşılaştırma algısını içeren ve daha çok tahminde bulunup çıkarım yapmaya dayalı çarpımsal akıl yürütmenin özel şekli olarak tanımlamaktadır (s. 93). Oran kavramını anlamak için temel unsurlardan biri, kovaryasyon (birlikte değişim) ve değişmezlik kavramlarının anlaşılmasıdır (Lamon,1995; Noelting, 1980b; Simon and Blume, 1994b). Bu bağlamda nicel muhakeme kovaryasyon (birlikte değişim), değişmezlik, dönüşüm (transformasyon) olmak üzere 3 başlık altında incelenecektir.

1.6.2.1. *Kovaryasyon (birlikte değişim)*

Kovaryasyon, aralarında bir ilişki varlığından kaynaklanan iki değişkenin aynı anda değişmesidir. Oranı gösteren kesirsel ifadenin farklı değerler alması durumunda, çoklukların aynı anda değişim gösterdiğinin ve farklı değerlerin çarpımsal bir ilişki ile birbirlerine bağlı olduklarının kavranabilmesi demektir (Thompson and Saldanha, 1998: Akt: Akar, 2009). Örnek vermek gerekirse saatte 30 km hızla giden bir aracın, tüm yolculuk boyunca ortalama hızının 30 km/s olduğunun kavranabilmesi, yolculuğun süresi ile alınan yol arasında birbirine bağlı ve eş zamanlı bir ilişkilendirme olduğunun anlaşılmasını gerektirir. Diğer bir deyişle her 100 metrenin 0.2 dakikada veya 500 metrenin 1 dakikada alındığını bilerek birbirine bağlı bir çarpımsal ilişki olduğunu anlaması gerekir.

1.6.2.2. *Değişmezlik*

Orantısal akıl yürütme gerektiren 2 faklı değişmezlik bulunmaktadır. Birincisi karşılaştırılan çoklukların durumla ilgili belirttiği özellik, karşılaştırılan çokluklar her ne olursa olsun değişmeyerek aynı kalır (Simon and Blume, 94. Akt: Akar, 2009). Örneğin, bir çözeltiden alınan bir tuzun tadı farklı miktara göre değişmez. Aynı çözeltiden alınan hem küçük hem de büyük miktarın tadı yine aynı olacaktır. İkincisi ise oranı ifade etmede kullandığımız pay ve paydanın birbirine bölümüyle oluşan kesirsel ifade yani oran, pay ve paydadaki iki çokluk arasındaki değişmez ilişkiyi göstermektedir (Simon and Blume, 94. Akt: Akar, 2009).

1.6.2.3. *Dönüşüm (transformasyon)*

Orantısal düşünebilme becerisinin kazanılmasında önemli olan bir diğer nicel düşünme çeşidi dönüşümdür (Lesh ve diğ., 1988). Akar (2009) dönüşüm kavramını şu şekilde açıklamıştır; "Gösterimde sayısal olarak farklı olan oranların birbirinin dönüşümleri olduğu anlamına gelir. Oranı gösteren kesirsel ifadenin pay ve paydası aynı sayı ile çarpılıp (veya bölünerek) genişletilebilir ya da sadeleştirilebilir. Bu bağlamda, eşit oranların işlemsel olarak elde edilişi ile eşit kesirlerin işlemsel olarak elde edilişi aynıdır" (s: 272)

Nicel muhakeme gerektiren durumlarla ilgili öğrencilerin çeşitli yerlerde zorluklar yaşadığı görülmüştür. Singh (2000) tarafından öğrenci düşünmeleri üzerine gerçekleştirilen çalışmada, boyutları 6 cm ve 8 cm verilen dikdörtgenin şeklinin korunmasıyla uzun kenarı 15 cm olarak genişletmesini istemişlerdir. Öğrencinin verdiği yanıt ise 15-8=7 ve bu yüzden 6+7=13 cevabıdır. Öğrenciler dikdörtgenin hem uzun hem kısa kenarlarında aynı anda bir değişim olduğunu kavramış, ama bu değişimde çarpımsal ilişkilendirme (kovaryasyon) yapılması gerektiğini düşünememişlerdir. Değişmezlikle ilgili yanılgılar ise Simon and Blume (1994) tarafından sınıf öğretmenleriyle yapılan çalışmada görülmüştür. Eğimin gösterimiyle ilgili yapılan tartışmada öğrencilerin bir kısmı rampanın eğiminin yükseklikle; bir kısmı ise rampanın tabanıyla ifade edilmesi gerektiğini söyleyerek; yükseklik ve tabanın birlikte ele alınması gerektiğini düşünmeyerek değişmezlik kavramının nicel muhakeme edilmesinde eksiklikler görülmüştür (Akt: Akar, 2009).

1.7. Teorik Çerçeve

Bu araştırmada oran ve orantı kavramlarına yönelik olarak gerçekleştirilen öğretim GME kuramına dayalı olarak yürütülmüştür. Oran-orantı kavramlarına yönelik hazırlanan etkinliklerin oluşturulma süreci ise Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası çerçevesinde incelenmiştir. Bu sebeple bu bölümde sırasıyla Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası ve Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) teorik çerçevesine ait bilgiler verilecektir.

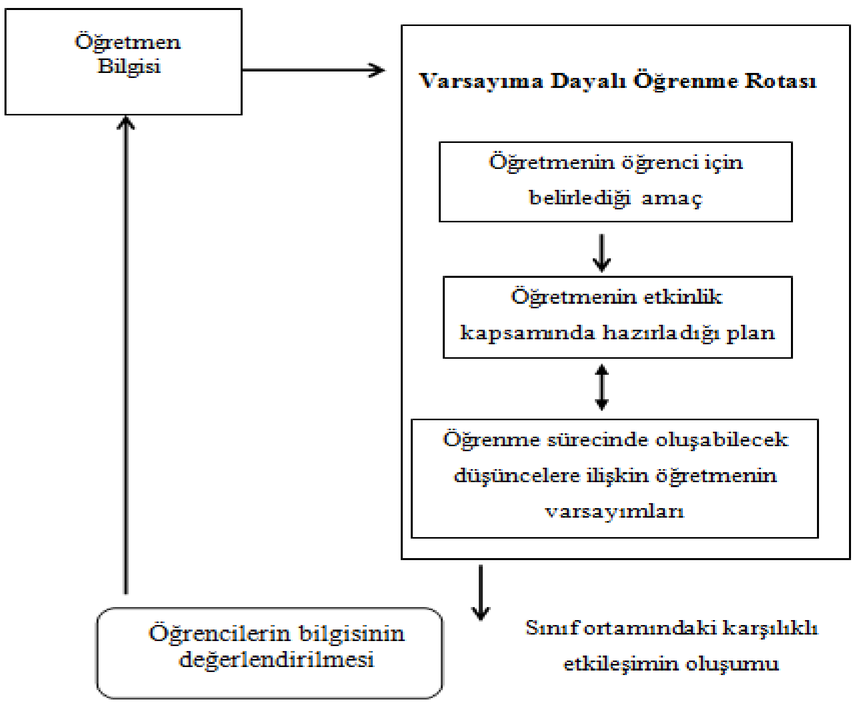
1.7.1.Varsayıma dayalı öğrenme rotası (hypothetical learning trajectory)

Öğretmenler, öğrencilerin problemlerde yürütebilecekleri düşünce yollarını ve öğrenmenin, seçilen öğrenme amacıyla nasıl ilgili olduğunu düşünmenin yanında (Gravemeijer, 2004) sahip oldukları ön bilgileri, kavramları öğrenirken yaşayabilecekleri zorluklarla ilgili ayrıntılı bilgilere sahip olmalı ve öğrencilerinin matematiksel kavramların anlamlarını tutarlı şekilde geliştirmelerini sağlamalıdır (Thompson, 2013). Bu bağlamda Simon (1995), öğretmen bilgisi, öğrencilerin bilgisinin değerlendirilmesi ve varsayıma dayalı öğrenme rotası bileşenlerinin etkileşim halinde olduğu ve adına Matematik Öğretim Döngüsü verdiği aşağıda Şekil 1.6.' da verildiği şekliyle bir teorik çatı geliştirmiştir.

Bu döngünün bir anlamda merkez parçası Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası (Hypothetical Learning Trajectory) olarak kabul edilir (Simon, 1995) . Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası ilk kez Simon (1995) tarafından öğretmenin, öğrencilerin belirli bir konuyu, kavramı nasıl öğreneceği hakkındaki beklentisinden yola çıkarak, öğrencilerin mevcut bilgilerini kullanarak yapabileceği görevler bilgisine dayanarak kavramın öğrenilmesini teşvik etmek ve bunun için de dersin amacına ilişkin kendi anlayışlarını kullanım ile oluşturduğu bir yol olarak önerilmiştir (Simon and Tzur, 2004). Böylece varsayıma dayalı öğrenme rotası kavramı, literatürde öğrenme ve öğretmeyi destekleyici yapılar hakkında üretilip tartışılabilen ortak bir dil kullanmayı sağlamıştır (Wright,V, 2014).

Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası, Matematik Öğretim Döngüsünün anahtar bir parçası olup aşağıda şekil 1.6.'da görüldüğü üzere (1) Öğretmenin öğrenci için belirlediği amaç (2) Öğretmenin etkinlik kapsamında hazırladığı plan (3) Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır (Simon, 1995).

Aşağıdaki bileşenlerden yola çıkarak varsayıma dayalı öğrenme rotası oluşturulmasında öncelikle öğretmen tarafından (öğretmen bilgisi üzerine kurulu) öğrencilerin öğrenmesi gereken kavramlar için yeterlik seviyeleri ve ön bilgileri üzerine kurulu bir amaç belirlenir. Belirlenen bu amaç varsayıma dayalı öğrenme haritası için bir yön sağlar (Simon, 1995). Öğrenme amacı belirlendikten sonra öğrencilerin öğretime katılacağı belirli etkinlik ve yönergeler hazırlanır (Simon and Tzur, 2004; Clements and Sarama 2009). Devamında ise öğrenme sürecinde öğrencilerden beklenecek cevap ve düşüncelere ilişkin varsayımlar ve bu varsayımlara karşılık öğretmen tarafından verilecek cevaplar öğretmen tarafından belirlenir. Gravemeijer (2004)' e göre öğretmen, aktivitelerin tasarlanması sırasında, öğrenme amaçları kapsamında varsayıma dayalı öğrenme rotasının her bir aşamasında öğrencilerin konuyla ilgili düşünme ve tahminlerini öngörebilir ve bu tepkilere karşılık hipotezler oluşturabilir. Sınıf içi uygulama sonrasında ise bu hipotezlerin ne kadar tutarlı olduğu değerlendirilebileceği gibi öğretmen tarafından beklenmedik şekilde gelişen durumlarında değerlendirilmesi yapılabilir.

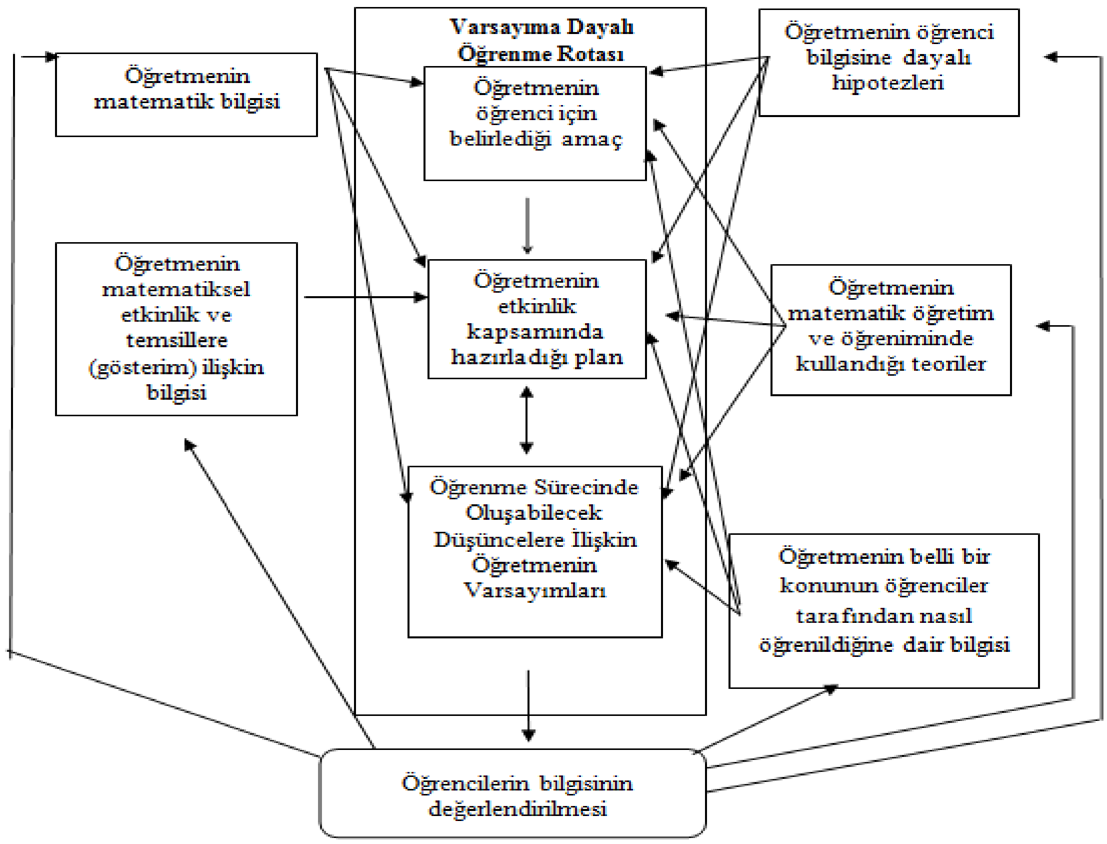


Şekil 1.6. *Matematik öğretim döngüsü (Simon, 1995, s. 136)*

Öğretmenin hedefleri, öğrenmeyle ilgili hipotezler ve etkinliklerin tasarımı, öğretmenin kendi bilgisi değiştikçe sürekli değişir (Simon,1995). Bu nedenle öğretmen-araştırmacı öğrenci öğrenimi için oluşturduğu amaçlarını, öğretim sonucu ortaya çıkan deneyimlerinden etkilenmeyen değişmez hedefler olarak ele almamalıdır.

Simon (1995), bu döngü içerisinde öğretmeni, öğrencilerin öğrenmesinin yansıması üzerine mevcut düşünme etkinliklerini olası gelecekteki düşünme etkinlikleriyle ilişkilendirerek değişiklik yapan alan araştırmacısı olarak görmektedir. Öğretmenin bu süreçte *" Öğrenci ne anlıyor , daha ne öğrenebilirdi ve nasıl öğrenebilirlerdi ?"*gibi soruları kendisine sorması varsayıma dayalı öğrenme rotasının temelini oluşturur (Empson, 2011). Bu nedenle de varsayıma dayalı öğrenme rotasına dayalı öğretimde öngörülebilir olan tek şey planlanan etkinliklerinin öngörüldüğü gibi gitmemesidir. Öğretmen amaç ve öğretim planını oluştursa da, sonrasında birçok kez belki de sürekli olarak değiştirilmesi gerekir. Bu nedenle de varsayıma dayalı öğrenme rotası birden çok yol arasından tek veya en iyi yol değildir bunun aksine; on, yüz veya binlerce vaka ile böyle bir yol veya yollar teyit edildiğinde bile, sadece öğrenme ve öğretme için varsayıma dayalı olası etkili bir yol olarak adlandırılabilir (Baroody, A.J., Cibulskis, M., Lai, M., Li, X., 2004). Bunun temel nedeni ise öğretmen öğrencilerle etkileşime girdiğinde ve onları gözlemlediğinde büyük bir deneyim oluşturur ancak toplumsal koşulların doğası gereği bu deneyim, öğretmenin öngördüğü deneyimden farklı olabilir (Simon, 1995). Sonuçta öğrencilerin düşüncesiyle gerçekleşen etkileşim, amaçlanan (varsayımsal) öğrenme rotası ile gerçek öğrenme rotası arasındaki ayrımı belirlemeye yardımcı olur (Simon, 1995, 2014; Clements andSarama 2009). Burada unutulmaması gereken nokta döngünün sonunun olmadığı ya da devamlı surette farklı kaynaklardan beslenerek kendini yenileyip geliştiğidir. Bu anlamda matematik öğretim döngüsü durağan bir yapıdan çok dinamik değişken bir yapıya sahiptir ki modelin en önemli özelliklerden biri de budur.

Şimdiye kadar bahsedilen Şekil 1.6.' daki matematik öğretim döngüsü aslında Simon (1995) tarafından aşağıdaki Şekil 1.7.' nin sadeleştirilmiş halidir. İki döngü temelde aynı olmakla birlikte Şekil 8'de öğretmen bilgisini oluşturan farklı bileşenlerde ele alınmıştır. Döngünün üst kısmından başlayarak, öğretmenin matematik bilgisi öğrencilerin matematiksel bilgileri hakkındaki hipotezleriyle etkileşime girerek öğrenme amacının belirlenmesine katkıda bulunur. Öğrenme hedefi, öğretmenin matematiksel etkinlik ve temsiller (gösterim) hakkındaki bilgisi, öğrencilerin belirli içeriği öğrenme konusundaki bilgisi, öğretmenin öğrenme ve öğretmede kullandığı teoriler gibi bilgi alanları öğrenme etkinliklerinin ve varsayımsal öğrenme sürecinin geliştirilmesine katkı sağlar.



Şekil 1.7. *Matematik öğretim döngüsünün etkileşimlerini içeren modeli (Simon, 1995, s.137)*

1.7.2. Gerçekçi matematik eğitimi (GME)

Hollandalı matematikçi Hans Freudenthal tarafından tanıtılan ve geliştirilen Gerçekçi Matematik Eğitimi, İngiltere, Danimarka, Almanya, İspanya, ABD ve Japonya gibi birçok ülkede de kabul gören matematik eğitimiyle ilgili bir öğrenme ve öğretme kuramıdır (De Lange, 1996).

Freudenhal (1991), matematiğin insan aktivitesi olarak ele alınması gerektiğini savunmuştur. Bu aktivite fikri ise öğrencilerin matematiğe aktarılacak bir konu ya da yapı olarak bakmak yerine bireysel veya toplu öğrenme süreçleriyle kendi informal bilgilerine dayalı ürettikleri ile öğrenmelerini sağlayarak matematik dersinin hazır, değişmeyen sistem olarak ele alınmasının önüne geçmektedir (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Freudenthal'in değindiği bir diğer önemli nokta ise matematiğin gerçekle bağlantılı olmak olması zorunluluğudur (Zülkardi, 2000). Ancak "gerçekçi" (realistic) kelimesi dilimizde anlaşıldığı gibi sadece günlük hayat veya gerçek dünya ile bağlantıyı anlatmanın yanında ayrıca; olayı kişinin zihninde gerçek bir problem durumu haline getirmeyi de kapsamaktadır (Van den Heuvel-Panhuizen, 1998). Bu durumda öğrencilere sunulan herhangi bir problemin içeriği gerçek olmasa bile eğer öğrenci zihninde canlandırılabiliyor ise bunun GME yaklaşımına uygun olduğu söylenebilir. Bu problem durumuna ait içerik ise gerçek dünyadan bir şeyler, peri masallarının fantastik dünyası hatta matematiğin formal dünyasından da bir şeyler olabilir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Freudenthal (1968)'e göre matematiğin, kapalı bir sistem olarak öğrenilmesi yerine gerçek hayat problemlerinin (real life context problems) matematiksel durumlara uygun şekilde düzenlenip matematikleştirmesi ile öğrenilmesi gereklidir. Gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri temel alarak matematiksel kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece matematikleştirme denir (Freudenthal, 1983). GME'ye dayalı öğretimde matematikleştirme iki temel nedenden dolayı merkez konumunda bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değil, her insanın işidir (Altun, 2006). İkinci nedeni öğrencinin matematiksel bilginin formalleştirilmesini yeniden keşfetme süreci ile yapmış olmasıdır.

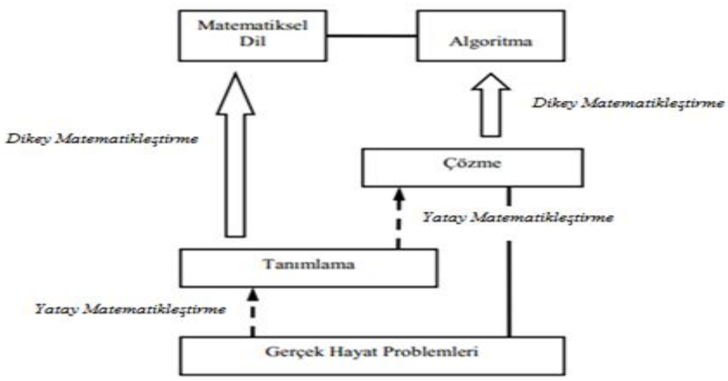
Aslında matematikleştirme kelimesiyle "daha matematiksel" anlamı kastedilmektedir (Çakır, 2013). Matematik derslerinde öğrenciler açısından yapılan matematikleştirmeler yardımıyla bir seviye yükselmesi yakalayabilme arzusudur (Çakır, 2013). Treffers (1987), matematikleştirmeyi yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki aşamalı bir süreç olarak ifade etmiştir.

Yatay matematikleştirme: Matematikleştirme aktiviteleri kesin bir çizgi ile bir birinden ayrılamaz ancak yatay matematikleştirme kısaca gerçek dünyadan semboller dünyasına geçiş olarak tanımlanabilir (Freudenthal, 1991). Yatay matematikleştirme, öğrencinin gerçek hayat problemleri içeren bir problemi çözme ve organize etmeyi içeren matematiksel bir süreçtir (Treffers, 1987). Bu süreçte problemi şemalaştırma, formüle etme ve görselleştirme gerçek yaşam problemini matematiksel probleme dönüştürme yatay matematikleştirmenin örnekleridir.

Dikey matematikleştirme: Yatay matematikleştirmeden sonra gelen dikey matematikleştirme, problem durumunda kullanılan informal stratejilere dayanıp bir dizi matematiksel kuralları kullanarak matematiği formal bir dille ifade etme işidir (Gravemeijer, 1994). Yatay matematikleştirme ile informal ve formal modeller arası ilişkiyi kazanan öğrenciler, benzer problemlerin çözümü ile dikey matematikleştirmeyi gerçekleştirir. Bir ilişkiyi formül içinde sunmak, ispat etmek, modelleri uyarlamak, farklı modeller kullanmak, matematiksel bir modeli formüle etme ve genelleme dikey matematikleştirmenin örnekleridir **(**Zulkardi, 2000**)**. Dikey matematikleştirmede kavramlar ve stratejiler arasındaki bağlantıları keşfetmek ve soyut olan semboller dünyası içinde hareket ederek bunlarla uygulama yapmak esastır (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001).

GME'de dikey ve yatay matematikleştirme sürecinin ne şekilde gerçekleştiği aşağıda Şekil 1.8.'de özetlenmiştir. Öğrenen kişi yatay matematikleştirmede gerçek hayat problemlerinden yola çıkar yatay matematikleştirme aktivitelerini kullanarak çözme, karşılaştırma ve tanımlama gibi aktiviteleri yerine getirdikten sonra problemleri kendi dil ve sembollerini kullanarak tanımlamayı deneyip problemleri çözerek dikey matematikleştirme sürecini gerçekleştirir.

Freudenthal (1991) yatay ve dikey matematikleştirmelerin birbirlerine göre üstünlüklerinin olmadığını, eşit değerde olduğunu ayrıca bu iki dünya arasına bir sınır çizgisi koymanın doğru olmadığını, iki dünya arasında geçişlerin olabileceğini belirtmiştir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Ancak verilen problem durumunun yatay veya dikey matematikleştirme olması bazı durum ve kişilerde değişiklik göstermektedir. Mesela öğrencinin karşılaştığı gerçek hayat problemi daha önce çözerek deneyim kazandığı problemlerle aynı veya daha alt seviyede ise yatay matematikleştirmeye, önceden karşılaşılan problemlerden daha ileri bir seviyede ise, dikey matematikleştirmeye karşılık gelmektedir.



Şekil 1.8. *Matematikleştirme süreci (Freudenthal, 1983)*

1.7.2.1. *GME'nin öğretme ilkeleri*

GME'nin temel ilkeleri öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiği ve matematiğin nasıl öğretilmesi gerektiği üzerinedir. Treffers (1987) tarafından ortaya atılan ve Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijers (2005) tarafından geliştirilen GME yaklaşımını içeren öğretimin desenlenmesini sağlayan ilkeler vardır. Bu ilkeler *aktivite (activity), gerçeklik (reality), birbirine geçmişlik (intertwinement), seviye (level), etkileşim (interaction) ve rehberlik (guidance)* başlıkları altında açıklanmıştır:

- **Aktivite ilkesi:** Freudenthal (1991), matematikleştirme kavramının en iyi yapılarak öğrenilen bir aktivite olduğunu ve öğrencilerin aktif olarak katılmadığı, hazır matematiğin sunulduğu öğretim programlarının kullanımının öğrenciler için daha az eğitici olduğunu belirtmektedir. Aktivite ilkesi, öğrencilerin kendilerine özgü bir yol geliştirebilecekleri informal çalışmalar gerektiren problem durumlarıyla karşı karşıya getirilmeleri anlamına gelmektedir (Akyüz, 2010). Öğrenciler, matematiksel bilgiyi hazır olarak öğrenmek yerine bağlam problemleri ile matematikleştirme yapabilen matematiksel araç ve düşüncelerle bilgiye kendisi ulaşan aktif kişidir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).
- **Gerçeklik ilkesi:** Freudenthal (1971), matematik öğretimine bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamak yerine, zengin içerikli problem durumlarıyla ya da matematikleştirilebilen içeriklerle başlanması gerektiğini belirtmiştir (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijers, 2005). Bu şekilde öğrenciler bağlam problemleri üzerinde çalışırken, matematiksel araç ve anlayışlarını geliştirebilir ve matematik yapmaya doğru yönelme eğilimi geliştirebilirler (Van den HeuvelPanhuizenandWijers, 2005: 289). GME'de gerçeklik ilkesi, sadece öğrenme sürecinin sonunda fark edilmez aynı zamanda matematik öğrenme süreci içerisinde de önemli yeri bulunmaktadır.
- **Birbirine geçmişlik ilkesi:** GME yaklaşımında matematik konularının örüntülü bir yapıya sahip olması ve bu nedenle birbirinden bağımsız düşünülemeyeceği en temel özelliklerindendir. Ayrıca birbirine geçmişlik ilkesi matematikteki farklı üniteler arasındaki ilişkinin yanında aynı ünitedeki farklı konular arası ilişkiyi de kapsamaktadır. Bu ilke, sadece matematikteki farklı üniteler arasındaki karşılıklı ilişkiyi içermez, aynı zamanda bir ünitedeki farklı konular arasındaki karşılıklı ilişkiyi de içerir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000). GME'ye dayalı bağlam problemlerinin çözümünde geniş bir matematiksel anlayış ve matematiksel araçlara sahip olunması gerektiğinden sadece bir ünitenin bilgisi yeterli gelmeyebilir, birkaç ünitenin bilgisinin birlikte uygulanması

gerekebilir. Örnek olarak derste öğrencilere bir bina resmi gösterilip bina üstüne yerleştirilen tabelanın boyutunun tahmin edilmesi istendiğinde, hesaplama sırasında ölçmenin yanında, oran ve geometrinin bilinmesi ve bir arada kullanabilmesini gerektirir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

- **Seviye ilkesi:** Matematik öğrenmenin anlamı; öğrencilerin informal çözümlerden formal çözüme ulaşma, çeşitli aşamaları modelleme, çözümle ilgili şemalar üretme ve daha geniş boyutlardaki ilişkileri ayırt edebilme gibi farklı anlama seviyelerinden geçebilmektir. Öğrenci ilk olarak informal modellerle çözüme başlar farklı stratejiler geliştirir zamanla ise modellerden yararlanarak formal çözüme ulaşır (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 5-6). "Model-of" tan "model-for" a geçebilmek seviye yükselmesinde kritik öneme sahip olup bir üst seviyeye ulaşmanın şartı gerçekleştirilen etkinliklerin davranışa dönüştürülerek yansıtılacak hale getirilmesidir (Heuvel-Panhuizen, 2000).
- **Etkileşim ilkesi:** GME yaklaşımında öğrencilerin sosyal ortamda grup içi ve gruplar arası çalışması ile birbirlerinden yararlanması ve çözümleri beraber oluşturmaları etkileşim prensibinin gereği olup bu şekilde informal yöntemler formal yöntemlere dönüşür (Zulkardi, 2000).
- **Rehberlik ilkesi:** Öğrenciler öğretmen rehberliğinde anlayışlarını arttırıp biçimlendirerek var olan sorun ve problemleri çözmeye çalışır. Bu ilkenin sağlıklı bir biçimde olabilmesi için öğretmenler, öğrencilerin olası tepkilerini önceden tahmin edebilecek, alternatif düşünme ve farklı stratejileri içeren öğrenme ortamları sağlamak zorundadır. Bu sayede öğrenciler informal bilgi ve stratejilerini kullanarak aşamalı olarak daha formal matematiksel fikirleri yeniden keşfeder.

Bu çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi adına oluşturduğumuz öğretim dizisi etkinliklerine GME'nin temel ilkeleri rehberlik etmektedir (Freudenthal, 1973, 1991).

1.7.2.2. *GME'nin eğitsel tasarı ilkeleri*

Gravemeijer (1994), GME'ye dayalı bir öğretim sürecinde üç temel ilke öne sürmektedir; *yönlendirilmiş yeniden keşif (guided reinvention),gelişen modeller (emergent models) ve didaktik fenomenoloji (didactical phenomenology).* Bu üç temel ilke aşağıda ayrı başlıklar altında açıklanmıştır.

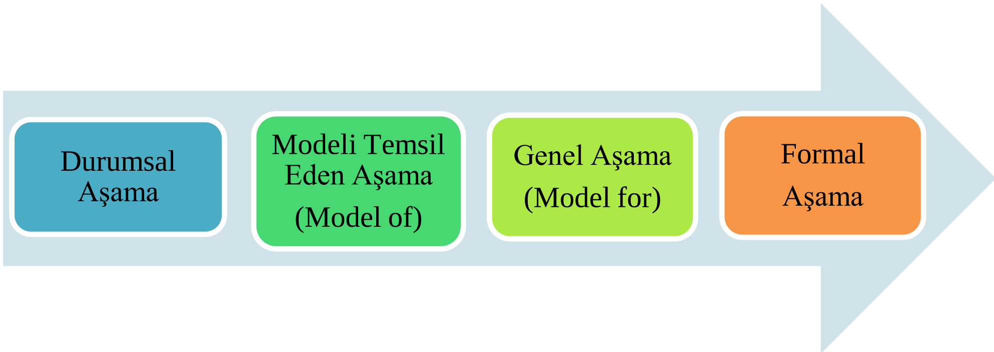
Yönlendirilmiş yeniden keşif (guided reinvention): Yönlendirilmiş keşfetme, matematikleştirmeyi geliştirme ile ilgilidir. Matematik tarihi, öğrencilerin kullandığı informal stratejiler, formal işlemlerin tahmin yolu bir anlamda yeniden keşif ilkesinin başlangıç noktası olarak düşünülebilir (Gravemeijer, 1994; 2004b).

Yönlendirilmiş keşif ilkesine ait öğrenme sürecinde asıl amaçlanan keşif değil, öğrenme sürecidir (Freudenthal, 1991 ; Gravemeijer ve Doorman, 1999). Freudenthal (1991) tanımda keşif sözcüğünün seçilmesini "öğretmence iyi bilinen ancak öğrenciler tarafından yeni ve bilinmedik geleni bulmaları" şeklinde açıklanmıştır. Ayrıca öğrencilerin her şeyi kendi başlarına yeniden keşfetmeleri beklenemeyeceği ve rehber eşliğinde olması beklendiği için ismi yönlendirilmiş yeniden keşif olmuştur (Freudenthal,1991). Freudenthal (1968, 1973) bilginin doğrudan öğretmen tarafından oluşturulmasına karşı çıkmış ve bunun yerine öğretmenlerin bilginin öğrenciler tarafından kavramı keşfetmelerine imkan sağlayacak şekilde ortam oluşturmasını ve buna yönelik sorular sorup ipuçları vermesini önermektedir. Bunun için ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan plan, öğrencilerin matematiği keşfedebilmeleri için ayrıntılı bir şekilde planlanmalıdır (Feudenthal, 1973).

Yeniden keşif sürecinin iyi kullanımı için, ileri düzeylere ulaşmaya uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır (Altun 2008,s.26). Gerçek yaşama dayalı sunulan problem durumları öğrencilerin farklı informal çözüm yolları kullanmalarını sağlayarak formal matematiği oluşturup anlamlandırmalarını kolaylaştırıp yeniden keşif süreci için de bir fırsat sağlayacaktır (Gravemeijer 1994; Kwon, 2002). Öğrenciler, bu süreçte kendi deneyimleriyle ilerledikleri için oluşturdukları formal matematik onlara anlamlı gelecek, matematiğin yalnızca sembollerin kullanımıyla oluşan formüller olarak görmeyeceklerdir.

Yapılan araştırmalarda orantısal düşünebilme becerisinin ölçme öğrenme alanıyla yakından ilişkili olduğu gözlenmiştir (Freudenthal, 1983;Ruiz andLupiáñez 2010). Streefland (1984,1991) oran ve orantı kavramlarının öğretiminde başlangıç noktasının nitel muhakemeye dayandırılmasını ve nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçişte ölçme sürecinin oluşumunun önemini vurgulamaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin karşılaştırma yapacakları zaman ölçme becerisini kullanması ve bu konuların bağlamsal problemlerle sunulmuştur. Ayrıca Freudenthal (1983) orantısal düşünebilme becerisinin oluşumunda görselleştirme sayesinde kavramların daha etkili ve derinlemesine anlaşılabileceğini ve orijinal cisimle genişletilmesi veya daraltılması istenen cismin arasındaki oranla ilgili detaylı noktaların çeşitli çizimlerle detaylı şekilde örneklenebileceğini belirtmiştir. Örnek vermek gerekirse günlük hayatta boylam oranları iyi bilinen bir kavramdır. Bunu oranı sadece rakamlarla ifade ederek yazıya dökmektense, geometrik cisimler üzerinde göstermek her zaman daha iyi anlaşılır olmasını sağlayacaktır (Freudenthal, 1983).

Gelişen modeller (emergent models): Bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan gelişim informalden formale doğru sırasıyla dört aşamada gerçekleşmektedir: Durumsal Aşama, Modeli Temsil Eden Aşama, Genel Aşama, Formal Aşama (Gravemeijer, 1999). Bu döngü Şekil 1.9.' da gösterilmiştir.



Şekil 1.9. *GME'de modellerin gelişim aşamaları*

İlk olarak modelin oluşum aşamasında bağlamsal durumlar anahtar rol oynamaktadır. Bu problem durumları informal oluşumları belirler ve daha formal oluşumların hazırlanmasını sağlar. Öğrenciler bağlamsal durumları matematikleştirerek süreci başlatırlar ve bu problemlerle uğraşırken resim çizer veya model oluştururlar. Bunlar modeli temsil eden aşama yani *model of* (Gravemeijer, 1999) öğrenmeler olup eldeki soruna özeldir ve informal modellerle ifade edilir. Çalışmalar da informal deneyimlerin öğrencilerdeki orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimini etkileyen en güçlü etkenlerden biri olduğunu belirtmektedir (Ellen ve ark., 2009, Spinillo and Bryant, 1999). İlk olarak bu informal modeller özel bağlam veya durumlarda belirleyicidir. Burada önemli olan nokta bu oluşum sadece modellerle sınırlanmaz. Modellerin yerine araçlar, materyaller, görsel taslaklar, stratejiler, şemalar, çizimler ve hatta semboller dedahil olmak üzere her türlü oluşum model olarak kullanılabilirler (Van den Heuvel- Panheuizen, 2003).

Sonrasında daha fazla problem çözme yoluyla bu informal modeller matematikleşir ve bu durum daha genel modellere yol açar. Bunlar ise *model for* öğrenmesi (Gravemeijer, 1999) olup eldeki problemin ötesinde problemlere uygulanabilir. Bunlar ise modellerin gelişim aşamasında genel aşamaya denk gelmektedir. Ayrıca problemler öğrencileri genel modelin içinden formal matematiğin içine doğru teşvik eder.

Formal matematik içerisindeki oluşumlar, tüm bağlamsal ipuçlarından arındırılmakta ve potansiyel olarak çok genel olmasına rağmen soyut hale getirilmektedir.

Formalleşmenin oluştuğu bu süreç modellerin bir anlam zinciri aracılığıyla yeniden keşfedildiği *"gelişen modeller (emergent modeling)"* biçiminde teorik olarak ele alınmıştır (Gravemeijer, 1999). Modeller öğrencilerin etkinliklerden edindikleri deneyim sonucu oluşur. Öğrenciler tarafından modellerin oluşturulamaması halinde, eğitim tasarımcısı öğrencilerin öğrenme sonucunda edindikleri duruma yönelik uygun modeller hazırlar (Gravemeijer ve Doorman, 1999).

Didaktik fenomenoloji (didactical phenomenology): Didaktik fenomenoloji Freudenthal tarafından kurulan bağlam problemleri ile GME'nin düzenleyici temel yapı taşı olarak önerilmiştir. Didaktik fenomenolojide öğrencilere kendileri için gerçek ya da anlamlı olan fenomenlerden alınmış bağlam problemleri sunulmalıdır.

Gerçek bir problem durum üzerine kurulan bağlam problemleri öğrencilerin informal çözüm stratejileri geliştirmelerine olanak tanımasından dolayı matematikleştirme sürecinde önemli rol oynamaktadır. Öğrenciler tarafından oluşturulan bu informal stratejiler daha sonra kavramların formalleştirilmesini sağlamaktadır.

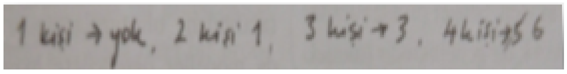
Gravemeijer'e göre fenomenolojik bir araştırmanın amacı duruma özel yaklaşımların üretilebileceği problem durumları ile dikey matematikleştirmenin temeli olarak alınabilecek paradigmatik çözüm kurallarını ortaya çıkarabilecek durumları bulmaktır. Didaktik fenomonolojiye göre matematik konularının öğrenilmesinde öğretim için tasarlanmış konuların ve uygulamaların matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir (Gravemeijer ve Streefland, 1990). GME' ye uygun örnek problem aşağıdaki gibidir.

Bir şirkette yapılan toplantıya birbirini tanımayan
10 kişi katılmıştır.Toplantıya katılan herkes diğeriyle
tokalaşmıştır. Sonuçta toplam kaç tokalaşma yapılmıştır?
Tokalaşma sayısının kuralını başka sayıdaki
kişiler için de bularak genelleyiniz.

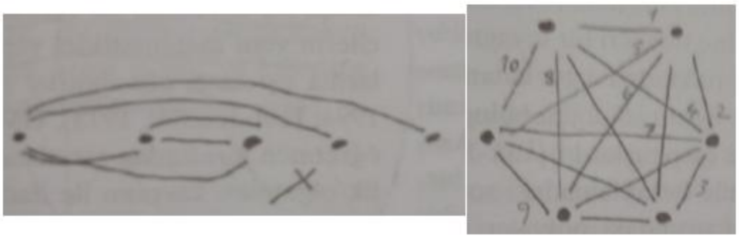
Şekil 1.10. *Tokalaşma problemi (Alacacı, C., 2016)*

Öğrencilerin bu soruya verdikleri çözüm yolları aşağıdaki gibidir.

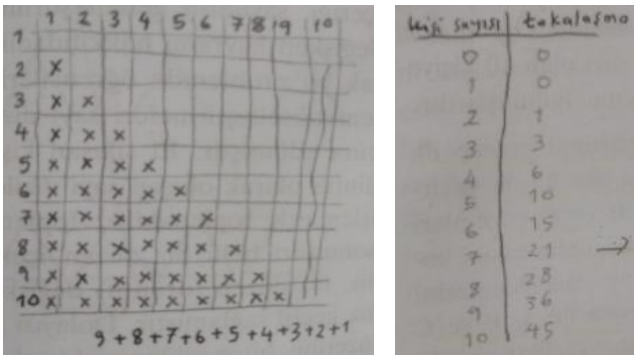
A



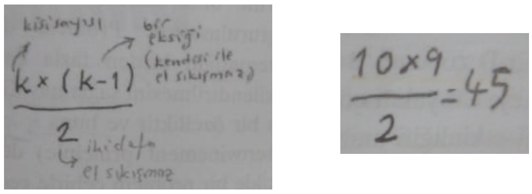
B



C



D



Şekil 1.11. *Tokalaşma problemine öğrencilerin verdikleri çözüm yolları (Alacacı, C., 2016)*

Şekil 1.11.' de verilen çözüm yolları incelendiğinde A çözümünde listeleme yöntemi, B yaklaşımında diyagram, C yaklaşımında ise tablo stratejisini kullanıldığı görülmüştür. Son olarak D' de ise genel bir durumu barındıran formül kullanılmıştır. Stratejilere sırayla bakıldığında A çözümünde öğrencilerin sadece 4 kişilik bir grup için cevap vermiştir. B ve C çözümlerinde kullanılan stratejiler ise verilen probleme özel (model of) olup diğer bir aşamaya geçişte yardımcı araçtır. Son olarak D çözümü ise benzer problem durumlarında kullanılacak genel (model for) bir ifadedir.

Didaktik fenomonoloji, öğrencideki matematiksel bilginin yukarıdaki çözüm yollarında görüldüğü gibi önce yatay matematikleştirme sonra matematiksel dili, sembolleri oluşturup kullanabilir hale gelmesi ile dikey matematikleştirme yapabilmesini *kademeli ilerleme/aşamalı formalleştirme (progressive schematization))* terimiyle tarif etmektedir. A*şamalı formalleştirmede*, öğrenciler öğretmen rehberliğinde matematiksel bilgi ve sezgilerini bir sorunu çözmek veya durumu matematikleştirmek için kullanırlar (Freudenthal, 1991). Bu sayede daha formal matematiksel fikirler yeniden keşfedilir.

Matematik eğitiminde bu konuyla ilgili çalışma yapan araştırmacılar da varsayıma dayalı öğrenme rotasının öğrencilerin informal bilgi ve matematiksel temsilleriyle bağlantılılı olduğu fikrinden yola çıkarak (Paparistodemou, E., Meletiou-Mavrotheris, M., 2015) varsayıma dayalı öğrenme rotasını oluştururken öğrencilerin informal bilgiden formal bilgiye *aşamalı olarak formalleştirirken* gösterdikleri bilişsel davranışlarını ifade etme ve doğrulama üzerinde çalışmıştır (Carney M.,ve diğ., 2016, Clements and Sarama, 2009; Confrey ve diğ, 2009; Paparistodemou, E.andMeletiou-Mavrotheris, M., 2015).

GME, varsayıma dayalı öğrenme rotası üzerine kurulu olduğu için (Cortina, J.L.,2013), varsayıma dayalı öğrenme rotasına dayalı öğretim ve araştırma, öğrencilerin daha gelişmiş bir formal bilgiyi geliştirmek için okula getirdiği güçlü informal matematiksel fikirleri çocukların kullanmalarına olanak tanımakta ve böylece öğrencilerle etkileşim kurma ve düzeltme süreçleri yoluyla keşfetmeyi hedeflemektedir (Clements and Sarama, 2009). Çalışma kapsamında hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasının gelişimi, Gerçekçi Matematik Eğitiminin yukarıda bahsedilen üç eğitsel tasarı ilkesine dayanmaktadır (Freudenthal, 1983; Cobb, 2011). Öncelikle öğrencilerin öğretim sırasında meşgul olacağı etkinlikler öğrencilerin ilgisini çekebilecek nitelikte olup gerçek başlangıç noktasına dayanan bağlamlar seçilmiştir. İkinci olarak, öğretim sırası, öğrencilerin informalden formal matematiğe geçebilecek ve hedeflenen öğrenme amaçlarına ulaşılabilmesini destekleyecek şekilde tasarlanmıştır. Üçüncü olarak, bir etkinlikte kullanılan model bir diğer matematiksel etkinlikteki modelin gelişimini destekleyecek şekilde sunulmuştur.

1.8. Araştırmanın Amacı

Araştırmanın temel amacı, varsayıma dayalı öğrenme rotası ile GME yaklaşımına dayalı desenlenen bir öğretim sürecinde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimini incelemektir. Benimsenen öğretim ile hem program gelişimine yardımcı hem de öğretmenlerin sınıf uygulamalarında yardımcı olacak orantısal akıl yürütme becerisine yönelik bir öğretim dizisi oluşturulması amaçlanmıştır. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

1. Altıncı sınıf öğrencilerinin varsayıma dayalı öğrenme rotası ile tasarlanmış öğretim sürecinde orantısal akıl yürütme becerileri nasıl gelişmektedir?

a. Altıncı sınıf öğrencilerinin nitel muhakeme becerileri nasıl gelişmektedir?

b. Altıncı sınıf öğrencilerinin nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerileri nasıl gelişmektedir?

c. Altıncı sınıf öğrencilerinin nicel muhakeme becerileri nasıl gelişmektedir?

2. Öğretmenin hazırladığı varsayıma dayalı öğrenme rotası ile uygulama sonrası oluşan öğrenme rotası ne kadar uyumludur?

1.9. Araştırmanın Önemi

Orantısal akıl yürütme matematik ve fen bilimlerindeki konuların anlaşılmasında önemli bir yere sahip olmasının yanında gündelik hayatımızda da geniş kullanım alanına sahip bir beceridir (Johnson, 2015; Simon, Blume, 1994; Van Dooren et al., 2010). Orantısal akıl yürütmenin bu önemine karşın dünya çapında yapılan araştırmalarda öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyle ilgili istenen seviyede olmadıkları, zorluklar yaşadıkları görülmüştür (Noelting, 1980; Vergnaud, 1983; Hart, 1988; Lesh ve diğ., 1988; Kaput and West, 1994). Bu noktada ortaokulda orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimine ilişkin öğretimin nasıl olması gerektiği kritik bir konudur. Etkili bir öğretim için öğretmenin sürekli olarak öğrencilerinin düşünce ve öğrenmesine adapte olması gerekeceği için, sabit, hazır yapılmış, öğretim sırasına güvenilemeyeceği söylenebilir (Gravemeijer, 2004). Matematik eğitiminin gelişiminde ise öğrencileri dinleme ve onların anlayışlarını değerlendirmenin önemi açıktır (Simon, 1995). Sonuçta öğrencilerin düşüncesiyle gerçekleşen etkileşim, amaçlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası ile gerçek varsayımsal öğrenme rotası arasındaki ayrımı belirlemeye yardımcı olur (Simon, 1995, 2014; Clements and Sarama 2009). Bu noktada varsayıma dayalı öğrenme rotasının yapısı kısaca başarılı olarak nitelendireceğimiz istenilen amaca ulaşılan derslerin nasıl gerçekleştirildiğini ve başarılı dersler üretmek ve başarısız dersleri değiştirmek için bir çerçeve oluşturmanın yolunu sağlar (Simon and Tzur, 2004). Eğer bu yapı iyi anlaşılır ve uygulanırsa başarılı ders tasarımı ya da başarısız dersin ıslahı mümkündür (Simon, 1995, 2004). Öğretmenler öğrenci için belirlediği amacı, öğretim sonucu elde edilen verilere dayalı olarak öğrencilerin çeşitli gelişim süreçlerine uyarlar ve varsayıma dayalı öğrenme rotası buna göre ayarlanır (Paparistodemou, E.and Meletiou-Mavrotheris, M., 2015). Buradan yola çıkarak çalışma kapsamında varsayıma dayalı öğrenme rotası, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminin belirli bir etkinlik sırası bağlamında ana hatlarını belirleme rolünü üstlenmektedir. Öğrencilerin orantısal düşünme becerisinin gelişim aşamalarını oluşturan nitel muhakeme, nitelden nicele geçiş ve nicel muhakeme gelişim sürecinin varsayıma dayalı öğrenme rotası teorik çatısı altında ortaya konması öğretmenin, öğrencinin kullandığı stratejileri önceden tahmin ederek buna dayalı oluşturduğu planla kavramsal öğrenmenin amaçlandığı bir öğretim sürecinin daha etkili ve verimli planlanıp yürütülmesi ve devamında daha iyi bir dersin ortaya konması açısından değerlendirilmesi ile birlikte olumlu katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca GME'nin merkezinin, varsayıma dayalı öğrenme rotasının üzerine kurulu olduğu (Cortina, J.L.,2013) fikrinden yola çıkarak çalışma kapsamında hazırlanan etkinlikler, "Gerçekçi Matematik Eğitiminin" üç eğitsel tasarı ilkesine dayandırılarak oluşturulmuştur. Bu sayede çalışma kapsamında hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin anlamlandırmasının informalden formal adıma doğru çeşitli araçların kullanılması ile *aşamalı olarak formalleştirmesinin* önemli olduğu düşünülmektedir. Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi adına GME'ye dayalı etkinlikleri içeren böyle bir yol haritasına sahip olmanın, diğer araştırmacılara, müfredat geliştiricilerine ve öğretmenler için yardımcı olabileceği düşüncesinden hareketle çalışma önemli görülmektedir.

1.10. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- Matematik dersi sayılar ve işlemler öğrenme alanında bulunan "Oran ve Orantı" kavramı ile,
- 2016-2017 öğretim yılı bahar dönemi, Ankara Yenimahalle ilçesinde bir devlet ortaokulunun 6.sınıfında öğrenim gören 39 öğrenci ile sınırlıdır.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın örneklemini oluşturan katılımcılar, veri toplama aracı olarak ne kullanıldığı,verilerin toplanması ve elde edilen verilerin analizine yönelik açıklamalar yer almaktadır.

2.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası kapsamında GME yaklaşımına dayalı desenlenen bir öğretim deneyi sürecinde orantısal düşünebilme becerisinin gelişiminin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda öğrenciler için orantısal akıl yürütmenin alt teması olan nitel muhakeme, nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş ve nicel muhakeme becerilerilerinin gelişimine yönelik bir dizi etkinlik hazırlanmıştır. Çalışmada başarıdan daha çok yukarıda sıralanan becerilerin gelişiminin nasıl gerçekleştirildiği, öğrencilerin etkinlikleri çözerken kulllandıkları düşünme ve akıl yürütme süreçleri ile ilgilenildiği için nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir.

Nitel araştırma, sosyal olguların anlamını açıklamaya ve anlamaya yardımcı olan; insanların kendi duygu, davranış ve düşüncelerinin yanında dünyaya ilişkin deneyimleri nasıl anlamlandırdıkları ile ilgilenen ve çeşitli araştırma biçimlerini kapsayan şemsiye terimdir (Merriam, 1998). Bu araştırma çeşitinde, araştırmacı, bir olguyu daha derinden anlamayı ve keşfetmeyi ve bazı kişilerin veya olayların küçük bir bölümünden detaylı bilgi üretilmesine odaklanır (Creswell, 2005).

Nitel yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilen bu araştırmada, öğrencilerin nasıl düşündüklerini ve bu yolla öğrenme sürecinin nasıl geliştirilebileceğini inceleyen, öğretim esnasında elde edilen verilerden yola çıkarak sınıftaki öğrenme sürecinin gelişimine yol gösterecek yeni planlamaların yapılmasını sağlayan öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır.

Öğretim deneyi, öğrencilerin birinci elden matematiksel etkinlikleri nasıl keşfedip açıkladığı ile ilgilenen, matematik öğrenmelerini ve akıl yürütme süreçlerini deneyimleyen ve bu konuda öğretmenlere rehberlik eden dinamik bir yöntemdir (Steffe and Thompson, 2000). Öğrencilerin öğretim süreci sonucu elde edilen deneyimlerle matematiksel kavramları anlamlandırmasını sağlaması öğretim deneyinin matematik eğitimi alanında önemli görülme nedenleri arasındadır. Bunun yanında öğretim deneyinin araştırmacılar tarafından kullanılmasının öncelikli amacı öğrencilerin matematiği nasıl öğrenip akıl yürüttüklerini ilk elden deneyimlemek ve böylece öğrencilerinin öğrenmelerini geliştirmeyi sağlamaktır. Öğretim yoluyla kazanılan deneyimler, öğrencilerin sahip oldukları matematik bilgisi ile araştırmacıların bu öğrenci bilgisini nasıl yorumladıkları arasındaki farkı ortaya çıkarmakta böylece öğrencilerin öğrenmelerinde hangi değişkenlerin etkili olduğunu, matematiksel kavram ve çözüm yollarını nasıl yapılandırdığını anlamlandırmayı sağlamaktadır (Steffe, 1991).

Öğretim deneyi içerisinde geçmişe yönelik analizler (retrospective analysis) önemli yer tutmaktadır. Bu noktada; video kayıtları, araştırmacının alan notları ve öğrenci çalışmalarından elde edilen veriler analiz edilir. Bu analizler araştırmacıya geçmişteki deneyimlerini hatırlatarak bunların farkına varmasını ve bir sonraki öğretim bölümünün geliştirilmesini sağlar.

Bu yöntemde öğretimi gerçekleştiren öğretmen/araştırmacı, bir ya da birkaç öğrenci araştırmanın iki temel katılımcısı olmakla birlikte, araştırmacıya destek veren sürece tanıklık eden gözlemci ve veri kayıt yöntemi bileşenlerini de içermektedir (Steffe and Thompson, 2000). Bu araştırmada öğretimi gerçekleştiren kişi araştırmacının kendisi, öğrenciler 6. sınıf öğrencileri, gözlemci tez danışmanı, veri kayıt yöntemi ise videodur. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen öğretim deneyi, ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin belli aşamalara sahip olan öğretim ortamında orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi için varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında GME destekli etkinlikleri içeren bir sınıf öğretim deneyidir.

2.2. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar

Araştırma, araştırmacının matematik öğretmeni olarak görev yaptığı, Ankara ili Yenimahalle ilçesine bağlıbir devlet okulunda, 2016-2017 öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Okul sosyo-ekonomik düzeyi genellikle düşük ve orta olan ailelerin çocuklarına tam gün eğitim-öğretim veren Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir kurumdur. Bu okulun seçilmesinde, öğrencilerin; araştırmacının kendi öğrencileri olması, yaklaşık aynı sosyo-ekonomik koşullara sahip olmaları ve öğretim sürecinin gerçekleştirilmesi için uygun mekânların yer alması düşüncesi etkili olmuştur.

Araştırmanın katılımcıları, okuldaki altıncı sınıf öğrencileri arasından seçilen 39 öğrenciden oluşan bir şubedir. Araştırmaya katılacak öğrencileri belirlemek için amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Araştırma konusunu derinlemesine inceleyebilmek, tüm olası ayrıntıları keşfedebilmek ve bunları açıklayabilmek istendiğinden öğrenciler ve öğrencilerin sınıf düzeyi amaçlı olarak seçilmiş ve bu seçimde bir takım ölçütler belirlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada öğrenci seçimi için katılımcıların sınıf düzeyi ölçütü göz önüne alınmıştır. Bu ölçütün seçilmesinin birinci nedeni, öğrencilerin istenilen kavramların daha önceden herhangi bir şekilde oluşturulmamış olmasıdır. İkinci neden ise istenen kavramları oluşturabilmek için öğrencilerin kesirler, ondalık gösterim ön bilgisine sahip olması beklenmektedir. Çünkü ön bilgileri yeterli değilse etkinlikleri yaparken zorlanacakları ve yeni kavramları oluşturmada başarısız olacakları düşünülmektedir. Sıralanan nedenlerden dolayı henüz oran-orantı konusu ile karşılaşmamış ve kesirler, ondalık gösterim hazır bulunuşluğuna sahip olan ortaokul altıncı sınıf düzeyi öğrencileri araştırma kapsamına alınmıştır. Öğrencilerin araştırmaya katılımı konusunda gönüllülük temel alınmıştır. Bu amaçla öğrencilere ve velilere araştırmacı tarafından hazırlanmış, araştırma ile ilgili bilgiler içeren "Öğrenci Bilgilendirme ve Yazılı İzin Formu" ve "Veli Bilgilendirme ve Yazılı İzin Formu" verilmiştir. Öğrenciler ve veliler araştırmaya gönüllü katıldıklarını belirten bu formları imzalamışlardır.

2.3. Veri Toplama Araçları

Nitel olarak desenlenen bu araştırmada veri toplama aracı olarak hem araştırmanın başlangıcında hem de araştırmanın sonunda öğrencilerin gelişim sürecini net bir şekilde ortaya koymak ve orantısal düşünebilme becerilerinin gelişimini açıklamak için öğrencilere literatüre dayalı oran- orantı konularını içeren sorular yöneltilmiştir. Bu kapsamda Akkuş ve Duatepe (2006a) tarafından geliştirilen "Orantısal Akıl Yürütme Değerlendirme Soruları" (Bkz. Ek-1) ve bu soruların değerlendirilmesi için hazırladıkları "Orantısal Akıl Yürütme Dereceli Puanlama Anahtarından" (Bkz. Ek-1) yararlanılmıştır. Bunun yanında veriler video kayıtları, araştırmacı günlüğü ve öğrencilerin ders içerisinde kullandıkları bireysel ve grup çalışma kâğıtları ile toplanmıştır.

2.3.1. Orantısal akıl değerlendirme soruları ve dereceli puanlama anahtarı

Büyük bir bölümü, toplanan verilerin nitel yollarla analiz edilmesiyle gerçekleştirilen söz konusu doktara tez çalışmasında öğrencilerin orantısal düşünebilme becerilerinin gelişimini ortaya çıkartmak için diğer analiz yöntemlerinin yanında orantısal akıl yürütme değerlendirme sorularının kullanılıp dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilmesinin yapılmasına ve bu doğrultuda bazı verilerin sayısallaştırılmasına karar verilmiştir. Bu amaçla hem araştırmanın başlangıcında hem de araştırmanın sonunda öğrencilerin seviyelerinin ve orantısal düşünebilme becerilerinin gelişimini açıklamada "Orantısal Akıl Yürütme Değerlendirme Soruları ve Dereceli Puanlama Anahtarı" (Akkuş ve Duatepe, 2006a) kullanılmıştır.

Akkuş ve Duatepe (2006a) tarafından ilköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek amacıyla geliştirilen değerlendirme sorularının bu çalışmada kullanılacak örnekleri niteliksel karşılaştırma, niceliksel karşılaştırma, bilinmeyen değeri bulma problemleri ve ters orantı problemleri olmak üzere dört bölümden ve on altı problemden oluşmaktadır. Bu çalışmada ise ters orantı problemine ilişkin bir öğretim yapılmayacağı için çıkartılarak bu probleme yer verilmemiştir. Ayrıca yine değerlendirme sorularının orjinalinde yer alan beşinci sorunun "orantısal olmayan türde ilişki içeren bir soru olması" (Akkuş, Duatepe ve Kayhan, 2006) nedeniyle çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir. Bu araştırma için kullanılan 1-4. problemler niteliksel karşılaştırma gerektiren şıklı ancak çözüm yollarının açıklanmasının beklendiği, 6-8. problemler açık uçlu niceliksel karşılaştırma problemleri ve 9 ile 13. problemler arası ise açık uçlu bilinmeyen değeri bulma problemleridir. Testin puanlanmasında kullanılan dereceli puanlama anahtarı ise her bölüm için farklı puanlar içermektedir ve bu çalışmanın ek-1 kısmında mevcuttur. Ayrıca orantısal akıl yürütme testinin güvenirliliği, bu çalışma için SPSS programından yararlanılarak Cronbach-α katsayısı ile tekrar hesaplanmıştır. 13 maddelik testin Cronbach-α güvenirlik katsayısı ön test için 0,914 ve son test için 0,927 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlara göre ölçme aracının güvenirliğinin yeterli derecede yüksek olduğu söylenebilir.

2.3.2. Video kayıtları

Yapılan çalışmalarda sınıf içerisinde gerçekleşen durumları gözlemlemek ve aynı zamanda öğretimi gerçekleştirmek zor bir durumdur. Video kayıtları özellikle öğretmen araştırmacıların öğretim süreci ile ilgilenirken, sınıf içindeki etkileşimlere ve olaylara ilişkin verileri yakalamasını sağlar (Mills, 2003, s.69). Bu çalışmada da araştırmacı aynı zamanda öğrenme ortamında uygulayıcı konumundadır. Araştırmacı tüm bu nedenlerden dolayı araştırma sürecini video kamera yardımıyla kayıt edilmesini sağlamıştır. Tüm etkinlikleri uygulama süresince video kayıtları yapılmıştır. Yapılan bu video kayıtlar her etkinlik sonrasında izlenmiş ve bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Daha sonra bu video kayıtları, araştırmacı tarafından belirlenmiş temalar altında kodlama yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu sayede planlanan öğretim ile gerçek öğretim arasındaki farkın görülmesi sağlanmıştır. Araştırmada, araştırmacı aynı zamanda öğretmen olarak öğretim etkinliklerini gerçekleştirdiğinden, video kayıtlarının başka biri tarafından yapılması gerekmiştir. Bu doğrultuda daha önce bu konuda deneyimi olan bir kişiden yardım istemiştir. Yardım teklifini kabul eden kişiye kullanılacak video kameranın özellikleri ve nasıl kayıt yapıldığı hakkında eğitim verilmiş, bir deneme çekimi gerçekleştirilmiştir. Araştırma, her bir ders saati 40 dakika ve haftada 5 ders saati olacak şekilde toplam 5 haftada gerçekleştirilmiş ve toplamda yaklaşık 920 dakikalık çekim yapılmıştır.

2.3.3. Araştırmacı günlüğü

Araştırmacı günlüğü, öğretim sürecini betimlemek amacıyla araştırmacının gözlemlerini, yorumlarını, düşünce ve duygularını yansıtan (Yıldırım ve Şimşek, 2003) bir araçtır. Araştırmacı öğretmen olarak kendisinin yürüttüğü öğretim sürecinde, öğretim etkinliklerinin uygulanmasının hemen ardından uygulama süresinde karşılaştığı sorunları ve öğrencilerin tepkilerini betimleyici olacak şekilde not aldıktan sonra bu notları günlük olarak dijital ortamda kayıt altına almıştır. Günlükler, ders çekimine ilişkin video kayıtlarının analizi aşamasında destek veri olarak kullanılmıştır.

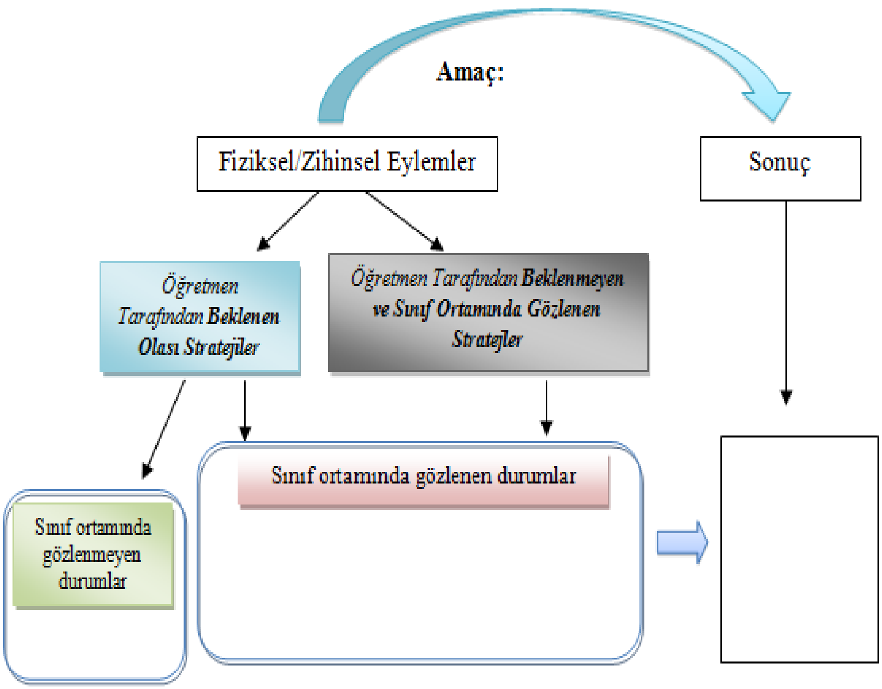
2.3.4. Öğrencilerin bireysel ve grup çalışma kâğıtları

Yapılan etkinlikler sonunda öğrenciler tarafından bireysel ve grup olarak cevaplanan çalışma yaprakları her iki derslik periyodun ardından araştırmacı tarafından toplanmıştır. Bireysel ve grup çalışma kağıtları ile araştırmacı günlüklerinin orantısal akıl yürütmenin matematikleştirme sürecinin betimlenmesinde önemli rol oynadığı düşünülmektedir.

2.3.5. Tahmini öğrenme durumları

Ders öncesi hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası ders aşamasında ortaya çıkan beklenmedik durumların da eklenmesi ile üzerinde düzeltmeler yapılarak genişletilebilir. Böyle bir genişletilmiş şema ile daha sonraki dersler için öğretmenin oluşturacağı varsayıma dayalı öğrenme rotasında hem beklenmedik durumlar daha az olacaktır hem de bir önceki rotaya göre daha zengin bir planlama yapılmış olacaktır.

Bu noktadan hareketle bu tez kapsamında öğretmenin ders öncesi hazırladığı varsayıma dayalı öğrenme rotasına göre ders sonrası oluşturduğu değerlendirme şemasını *Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD)* olarak tanımladık. Aşağıdaki şekil 12' de gösterildiği gibi tahmini öğrenme durumlarının temeli varsayıma dayalı öğrenme rotasıdır. Tahmini öğrenme durumlarında (TÖD) ders öncesi öğretmen, belli bir amaca yönelik, öğrencilerin konuyla ilgili düşünme ve tahminlerine ilişkin bir varsayıma dayalı öğrenme rotası hazırlar. Öğretmen, hazırladığı bu varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında öğrencilerle etkileşime girmesi sonucu öğretmen tarafından beklenen ve sınıf ortamında gözlenen ve gözlenmeyen stratejlerin veya öğretmen tarafından beklenmeyen ve sınıf ortamında gözlenen stratejlerin ortaya çıkması ile başta hazırladığı varsayıma dayalı öğrenme rotasını ders sonrası güncelleyerek dersin bir değerlendirmesini yapar. Kendisine "öğrenci burada ne anladı, nasıl anladı, daha nasıl öğrenip anlayabilir" gibi sorular sorabilir. Bu şekilde ders öncesi hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasının ders de gerçekleşen beklenen yada beklenmeyen tüm durumları içine alarak genişletilmesiyle tahmini öğrenme durumları tanımlanır. Bu tez kapsamında planlanan dersin sınıf içerisinde öğrencilerle etkileşim içerisinde uygulanıp öğrenci bilgisinin değerlendirilmesinden sonra öğretmen aşağıdaki şekil 2.1.'de gösterildiği gibi her bir öğrenme amacına yönelik kendi tahmini öğrenme durumları (TÖD) ile, öğrencilerle etkileşim sonucu ortaya çıkan dersin geriye dönük analizi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.1. *Tahmini öğrenme durumları (TÖD)*

2.4. Verilerin Toplanması

Çalışmada veriler iki aşamada toplanmıştır. İlk veriler, Akkuş ve Duatepe (2006a) tarafından geliştirilen açık uçlu problem durumlarını içeren değerlendirme soruları öğretim deneyi öncesi ve öğretim deneyi sonrası olmak üzere 39 altıncı sınıf öğrencine uygulanması ile elde edilmiştir. Öğrencilerin birbirlerinden yardım almaları engellenmiş ve öğrencilere soruları çözmeleri için yeterli süre verilerek çalışmanın güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Diğer veriler ise öğretim süreci boyunca varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında GME ilkesi doğrultusunda hazırlanan etkinliklerin video kaydına alınıp analiz edilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki Tablo 3'de görüldüğü gibi, öğretim süreci yaklaşık haftada 5 ders saati olacak şekilde 5 haftada tamamlanmıştır. Programın tüm öğretim aşamaları araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Araştırma verilerini toplama takvimi aşağıdaki Tablo 2.1.' de verildiği gibidir.

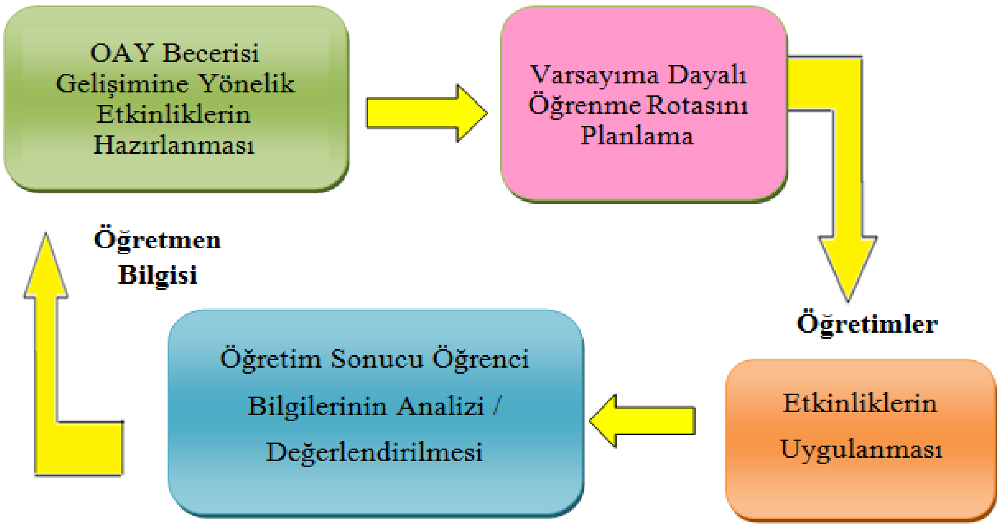
Tablo 2.1. *Araştırma verilerini toplama takvimi*

	Öğretim Süreci Bölümleri	**Tarih**	**Süre**	**Etkinlik**
ETKİNLİKLERİN UYGULANMASI	OAY Becerisi Gelişimine Yönelik Etkinliklerin Hazırlanması	Ocak 2016 / Haziran 2016	-	-
	Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasını Planlama	Haziran 2016 / Aralık 2016	-	-
	Orantısal akıl yürütme değerlendirme sorularının uygulanması	07/03/2017	40'	-
	Nitel Muhakeme Becerisi	07/03/2017	40'	Nitel Etkinlik 1 (Yapboz Oluşumu)
		08/03/2017	40'	Nitel Etkinlik (Pano Yapalım)
		09/03/2017	80'	NNG Etk 1 (Kim daha Formunda)
	Oran Tanımı Oluşumu	14/03/2017	40'	NNG Etk 2 (Halat Çekme Yarışı)
		14/03/2017	40'	NNG Etk 3 (Hangisi Kimin Bisküvi Kutusu)

Tablo 2.1. *(Devam) Araştırma verilerini toplama takvimi*

	Öğretim Süreci Bölümleri	Tarih	Süre	Etkinlik
ETKİNLİKLERİN UYGULANMASI	Oran Tanımı Oluşumu	15/03/2017	40'	NNG Etk 4 (Farklı Güzergâh)
	Birim Oranın Kavranması ve Orantı Tanımı Oluşumu	16/03/2017	40'	Etk 5- Etk 6
		16/03/2017	40'	Etk 7
		21/03/2017	80'	Etk 8-9
	Orantısal Akıl Yürütme Problem Çeşitleri ve Orantısal Akıl Yürütmede Standart Algoritma Kullanımı	22/03/2017	40'	Etk 10
		23/03/2017	40'	Etk 11
		23/03/2017	-	-
		23/03/2017	40'	Etk 12
		28/07/2017	40'	Etk 13
		28/07/2017	40'	Etk 14
	Nicel Muhakeme Becerisi	29/07/2017	40'	Nicel Etkinlik 1
		30/03/2017	80'	Nicel Etkinlik 2
		04/04/2017	80'	Nicel Etkinlik 3
Öğretim Sonucu Öğrenci Bilgilerinin Analizi/ Değerlendirilmesi	Orantısal akıl yürütme değerlendirme sorularının uygulanması	05/04/2017	40'	-

Araştırmada sunulan orantısal akıl yürütme etkinlikleri GME teorisi kapsamında hazırlandıktan sonra bu etkinlikler Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasını oluşturan *Öğretmenin öğrenci için belirlediği amaç, Öğretmenin etkinlik kapsamında hazırladığı* *plan ve Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları* başlıkları altında detaylandırılmıştır. Sonrasında etkinliklerin uygulanması ve uygulanan bu etkinliklere ilişkin öğrenci bilgilerinin değerlendirilmesi gerçekleştirilmiştir. Öğrenci bilgilerinin değerlendirilmesi sonucu elde edilen verilere dayanarak öğretim deneyi öncesi hazırlanan etkinlikler üzerinde değişikliğe gidilmiştir. Bu araştırma süreci aşağıda Şekil 2.2.'de gösterilmektedir.



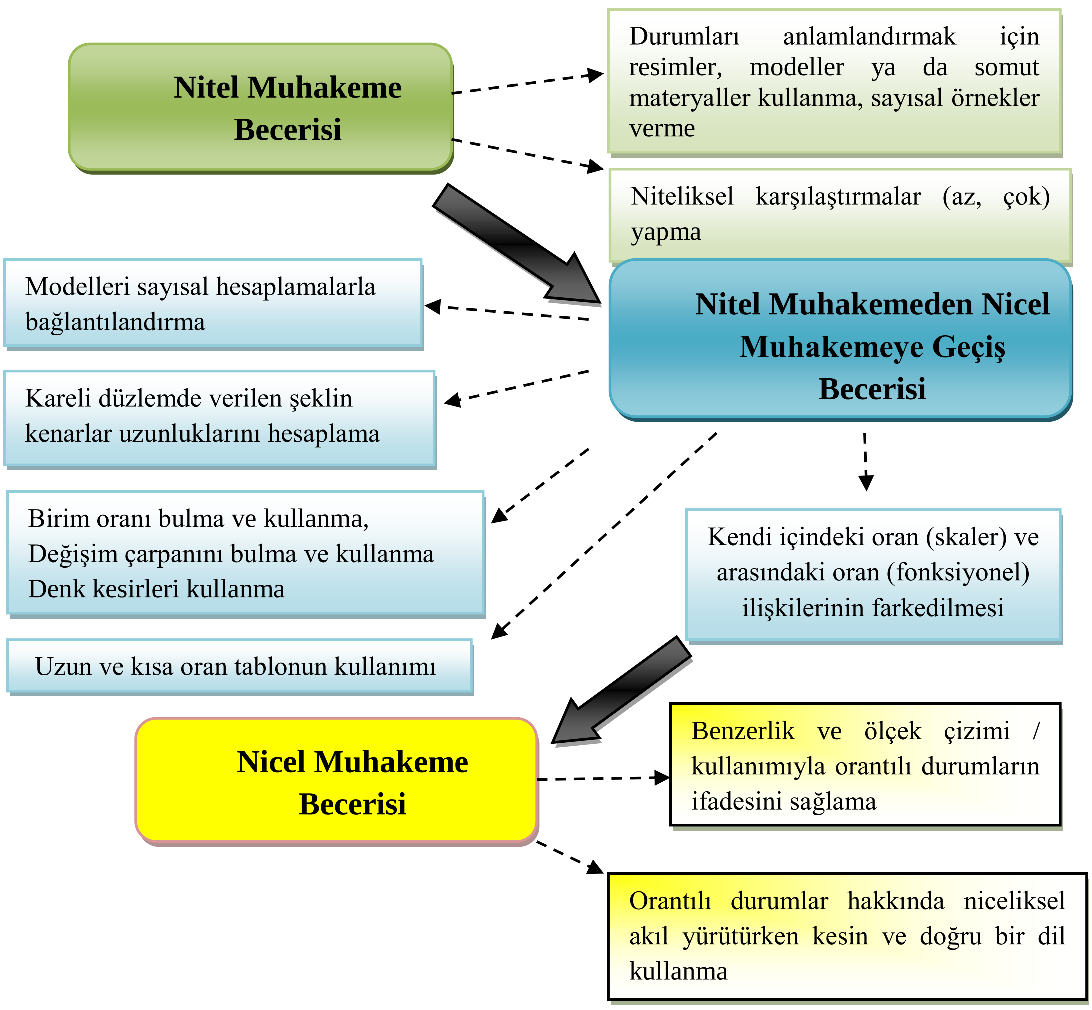
Şekil 2.2. *Öğretmenin etkinlikleri hazırlama - uygulama ve değerlendirme süreci*

2.5. Verilerin Analizi

Araştırmada toplanan verilerin analizinden önce video kayıtları ve araştırmacı günlüğünden eldeedilen bilgiler hiç bir değişiklik yapılmadan bilgisayara aktarılmıştır. Sonrasında bu verilerin dökümü kamera kaydından yararlanılarak yapılmış ve her bir öğrencinin etkinlik sırasında yaptığı çalışmalar incelenmiştir. Araştırmada video kayıtlarından elde edilen verilerin analizinde nitel analiz yöntemlerinden biri olan tematik analiz yöntemi kullanılmıştır. Tematik analizde araştırmacı verileri, genel düzeyde açıklayabilen ve kodları belirli kategoriler altında toplayabilen tema ve örüntü bulmaya çalışır (Glesse, 2012).

İki adımda gerçekleştirilen bu yöntemde öncelikle öğretim sürecine ait video kayıtlarından elde edilen verilerin dökümleri okunur ve ifade edilen düşünceler anlamlandırılmaya çalışılır. İkinci adımda ise kodlamaya geçilir. Kodlama aşamasında kendi içinde ve aralarında anlamlı olan kısımlar bir araya getirilerek öncelikle geçici temalar belirlenir. Bu aşamada her tema toplanan tüm veri seti ile ilişkilendirilir ve daha sonra geliştirilen ilk temalar tekrar düzenlenerek tüm veri seti üzerinden çıkarılan kodlar ile çalışılan temalar ilişkilendirilir. Daha sonra temalar adlandırılır ve tanımlanır. Son olarak ortaya çıkarılan temalar ve temalar arası ilişkiler yorumlanır ve karşılaştırılır.

Literatürden elde edilen bilgiler ışığında Nitel Muhakeme Becerisi, Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş Becerisi ve Nicel Muhakeme Becerisi şeklinde üç ayrı tema oluşturulmuş ve her temadaki veriler "problemin anlaşılması, problem durumuna uygun strateji seçme, seçilen stratejiyi uygulama ve değerlendirme" olmak üzere üç alt tema altında yorumlanmıştır. Daha sonra bulgular şekiller ile desteklenerek sunulmuş ve böylece verilerin daha düzenli, anlaşılır halde incelenebilmesine imkân verilmiştir. Temaların altına giren kodlardan bazı örnekler Şekil 2.3' de sunulmuştur.



Şekil 2.3. *Temalar ve örnek kodlar*

2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmada güvenirlik ve geçerlilik kavramları; inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabilirlik (dış geçerlilik), tutarlık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları ile ele alınmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

- İnandırıcılık (iç geçerlilik) : Bu araştırmada araştırmacı aynı zamanda öğretim sürecini gerçekleştiren kişi olduğu için tüm süreçte öğrencilerle aynı ortamda bulunmuş ve onlarla sürekli ve uzun süreli etkileşim içinde olmuştur. Bu açıdan olayve yorumları katılımcıların bakış açısıyla ortaya koymuştur. Araştırmacı öğretim sürecine ait video kayıtları, çalışma yaprakları, araştırmacı günlüğü gibi farklı yöntemlerle elde ettiği verilerin sonuçlarını birbiriyle sürekli karşılaştırmış, yorumlamış ve kavramsallaştırmıştır. Ayrıca elde edilen veriler araştırmacı ve alan uzmanı ile birlikte değerlendirilmiştir.
- Aktarılabilirlik (dış geçerlilik): Erlandson ve diğerleri (1993) amaçlı örnekleme yöntemleri ve ayrıntılı betimleme ile araştırma sonuçlarının dış geçerliliğinin artırılabileceğini önermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada amaçlı örnekleme kullanılmış ve katılımcıları belirleme ölçütleri ve katılımcıların özellikleri ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Bunun yanında elde edilen veriler kavram ve temalara göre düzenlenmiş ve doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.
- Tutarlık (iç güvenirlik): Bu araştırmada verilerin toplanması ve analizi sürecindeki tüm aşamalar video kamera yardımıyla kayda alınmış ayrıca veri toplama ve analizi ile ilgili tüm aşamalar ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.
- Teyit edilebilirlik (dış güvenirlik): Teyit edilebilirlik, araştırma sonuçlarının gerçeği yansıtması ve araştırmacının öznel yargılarından ve varsayımlarından uzak olmasını ifade eder. Bu nedenle de araştırmacının, ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli teyit etmesi ve bu çerçevede okuyucuya mantıklı bir açıklama sunabilmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005,s.272).

3. BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın bu bölümünde öğretim öncesi ve sonrasında uygulanan değerlendirme soruları ile öğretim sürecindeki çalışma kağıtları, araştırmacı günlüğü ve video kayıtlarının dökümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

3.1. Öğretim Sürecinden Elde Edilen Bulgular

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi nitel muhakeme, nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş ve nicel muhakeme olmak üzere üç alt tema altında ve her alt temada;

- Etkinlikte ifade edilen durumu anlama
- Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama
- Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi şeklinde üç kategori ile ele alınmıştır.

3.1.1 Sezgisel düşünme / nitel muhakeme (düzey 1) öğrenimine ilişkin bulgular

Nitel etkinlikte 1'de öğrenciler yapboz oluşturma gibi bir bağlam problemiyle karşı karşıya bırakılmış ve karışık olarak verilmiş farklı büyüklükteki yapboz parçalarını birbirinden ayırmaları ve sonrasında iki farklı yapboz oluşturmaları istenmiştir. Öğretmen ise öğrencilerin yapboz parçalarını birbirinden ayırırken kullandıkları yöntemleri incelemiştir. GME'nin öğretme ilkesi içerisinde yer alan *işbirlikli öğretme ilkesi* doğrultusunda nitel muhakeme becerisine ait her iki etkinlikte de öğrenciler dört, beş kişilik gruplara ayrıldıktan sonra öğretmen tarafından problemin günlük yaşamla ilişkilive dramatize edilerek sunulmasıyla etkinlik başlamıştır. Bu bölümdeki etkinliklerde orantısal düşünebilme becerisine giriş niteliğinde olup daha çok öğrencilerdeki informal bilgilerin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

3.1.1.1 *Nitel etkinlik 1'e ilişkin bulgular*

Nitel etkinlik 1'e ilişkin bulgular aşağıdaki başlıklarda verildiği gibidir.

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Yapboz etkinliği için ifade edilmek istenen durumu sınıfta sadece bir öğrenci yanlış anlamıştır. Bu durumla ilgili de öğretmen aşağıda verildiği şekliyle gerekli açıklamayı yapmıştır.

Osman: Öğretmenim kullanılmayan parçaları mı bulacağız?

Öğretmen: Osmancım hayır kullanılmayan parçaları bulmayacağız. İki farklı yapboz oluşturacaksın. İki tane yapboz var. Aynı yapbozdan iki tane var.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler etkinlikte kendilerinden istenen durumu anladıktan sonra bir şekli diğerinin üstüne getirme ve görsel olarak bakma olmak üzere iki farklı strateji kullanmışlardır. Öğrencilerin tercihi genellikle bir şekli diğerinin üstüne getirme stratejisini kullanma olmuştur ve sınıftaki dört grup bu stratejiyi kullanmayı tercih ederken sadece bir grup görsel olarak bakma stratejisini kullanmıştır.

b1. Bir şekli diğerinin üstüne getirme

Öğretmenin ders öncesi hazırladığı planda da beklediği bir strateji olan bir şekli diğerinin üstüne getirme öğrenciler tarafından ders sırasında uygulanmıştır. Bu durumu gösteren diyalog aşağıdaki gibidir.

> *Öğretme: Büyük ve küçük parçayı nasıl ayırdın Fatma Zehra?*
>
> *Fatma Zehra: Mesela bir tane bundan. Bir tane birinden aldık bir tane de büyük duran gibi olandan aldık. Bunları üst üste koyduk*
>
> *Öğretmen: Üst üste koydunuz.*
>
> *Fatma Zehra: Bunun daha küçük bunun daha büyük olduğunu farkettik. Ondan sona hepsini bu şekilde yapmaya başladık.*

b2. Görsel Olarak Bakma

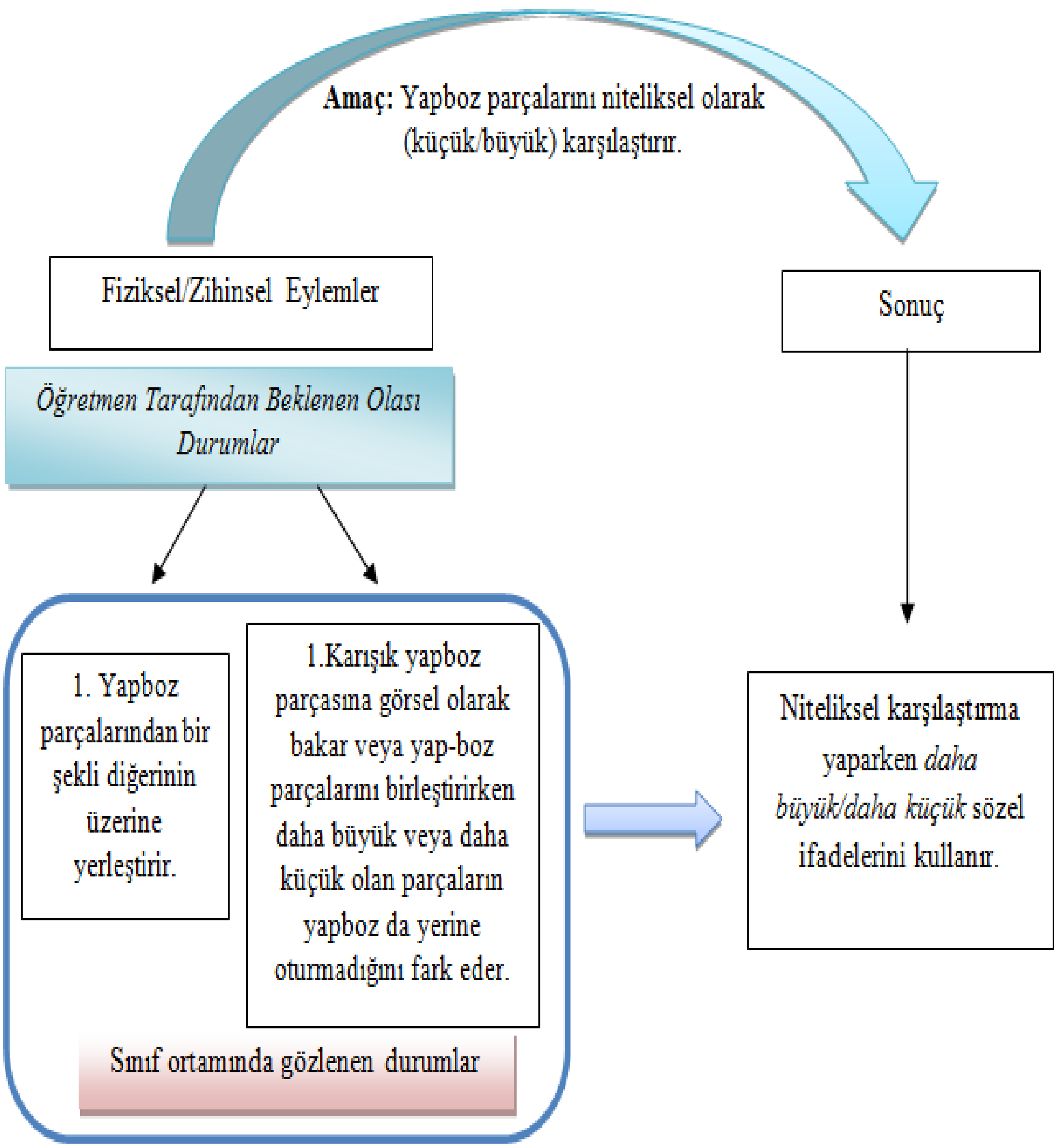
Öğrencilerin seçtikleri diğer strateji ise görsel olarak bakma olmuştur. Öğrenciler parçalara görsel olarak bakmışlar ve yap-boz parçalarını birleştirirken daha büyük veya daha küçük olan parçaların yap-boz da yerine oturmadığını görerek daha büyük/ daha küçük kelimelerini kullanmışlardır.

> *Öğretmen: O daha büyük dedin değil mi? Nasıl neye göre dedin Damla onu?*
>
> *Damla: Çünkü bununla bu yan yana gelince burayı birleştirince burası birbirine uymuyor büyük oluyor.*
>
> *Öğretmen: Ha birleştirince yapboz'da denedin uymadığını farkettin o yüzden. Tamam canım.*

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik sonunda öğretmen her bir grubun etkinliğini önceden seçilen grup sözcüsü tarafından anlatmasını ve tüm sınıfın anlatılanları dinlemesini istemiştir. Beklenildiği şekilde etkinliği yapamayan veya yanlış yapan bir grup çıkmamıştır ve iki farklı strateji kullanılarak puzzle oluşturulmuştur. Ayrıca ders öncesi hazırlanan planda beklenildiği şekliyle öğrenciler iki farklı yapboz oluşturmada stratejilerini uygularken daha büyük/daha küçük sözel ifadelerini kullanmışlardır. Bu söylem öğrencilerin geçmişte bildikleri, daha önce çözdükleri örneklerle aynı seviyede bir ifade olduğu için GME'de *yatay matematikleştirmeye* karşılık geldiği söylenebilir.

Bu etkinlik için aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi öğretmen tarafından uygulama öncesi planlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) arasında bir fark bulunmamakta olup aşağıdaki şekil 3.1'de gösterildiği gibi beklenildiği şekilde gerçekleşmiştir.



Şekil 3.1. *Niteliksel karşılaştırmaya yönelik (küçük / büyük) tahmini öğrenme*

3.1.1.2 *Niteliksel karşılaştırma etkinlik 2'ye (ilişki kurma) ilişkin bulgular*

Nitel muhakeme becerisine ait ikinci etkinlikte öğrencilerden beklenen tak çıkar parçalarını kullanarak aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde ve dikdörtgen biçiminde farklı pano inşa etmesi ve sonrasında oluşturulan bu farklı panoların karşılaştırılmasıdır. Öğrencilere günlük yaşamla ilişkili verilen bu bağlam probleminde eşit sayıdaki takçıkar parçaları üzerinden dikdörtgen biçiminde şekiller oluşturarak en ve yükseklik arasındaki ters ilişkiyi fark etmeleri ve böylece *matematikleştirmeleri* yapabilmelerine fırsat verilmesi amaçlanmıştır. Etkinlikle ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

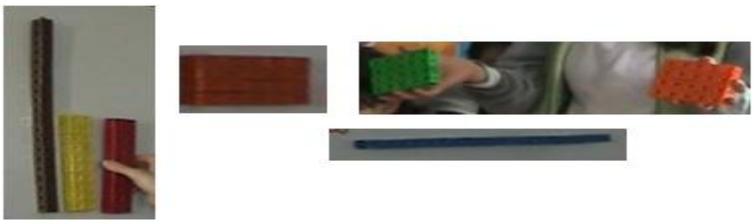
Takçıkar blokları etkinliği için pek çok grup yanlış anlama sonucu şekilleri oluşturmaya başladıklarında yönergede ifade edilen dikdörtgen şeklinde bir pano inşa edilmesi gerektiğini dikkate almayarak düzgün olmayan şekiller oluşturmuşlardır. Gruptaki öğrencilerin aşağıdaki şekli yapıp öğretmene göstermesi üzerine öğretmen aşağıdaki gibi tepki vermiştir.

> *Öğretmen: Ya şöyle boşluklu olmaması lazım ya dikdörtgen olması lazım çünkü burada boşluklar var o yüzden olmuyor. Boşluk olmaması lazım. Bir de şu gruba bakalım. Şimdii. Tamam böyle bir pano olur mu? dikdörtgen olacak dedim. Yani içi dolu olcak. Evet, çok güzel bir şekil ama bak bizim panolara benziyor mu? Bu panolar gibi olacak ama farklı büyüklükte olacak.*

Sonrasında öğretmenin bu şekilde yapan grupları uyarmasıyla etkinliği hemen hemen tüm öğrenciler ifade edildiği şekilde doğru biçimde anlamıştır.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Ders öncesi hazırlanan planda öğrencilerin takçıkar parça sayılarını korumayarak veya koruyarak şekil oluşturmaları bekleniyordu. Etkinlikte tüm gruplar sadece takçıkar parça sayılarını koruyarak blokları birleştirmiştir ve sonrasında oluşan şekillerde en ve yükseklikte kullanılan takçıkar parça sayısını belirlemişlerdir.



Görsel 3.1. *Grupların oluşturduğu şekiller*

c. *Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi*

Her bir grupta öğrenciler tarafından şekiller oluşturulduktan sonra öğretmen öğrencilerin panoların eninde ve yüksekliğinde kullandıkları takçıkar parçalarını sayarak kâğıtlara notlarını almalarını ve sonrasında her bir grubun yan sıradaki grubuyla bulduğu bu değerler üzerinden şekilleri yorumlamalarını istemiştir. Öğrencilerin yorumlarken kullandıkları diyaloglardan bazıları aşağıdaki gibidir.

Öğretmen:Evet, Osman şimdi bu iki şekli karşılaştır hadi bize.

Osman: Öğretmenim mesela onlar 20'yi 2'ye böldü bizimkinden yarım büyüklükte ama iki katı oldu.

Öğretmen: İki katı oldu. Evet he. Göster. Şekilleri bir gösterin. Diğer grup da şekli göstersin.

Elif: Biz 20'yi 1'e böldük onun için iki kat uzun, eni de yarım oldu.

Öğretmen: Eni de yarım oldu. Çok güzel Osman. Boyu nasıl oldu?

Osman: Boyu öğretmenim, onlarınki yarım bizimki tam.

Öğretmen: Tam oldu, evet daha büyük oldu boyu. Tamam çok güzel.

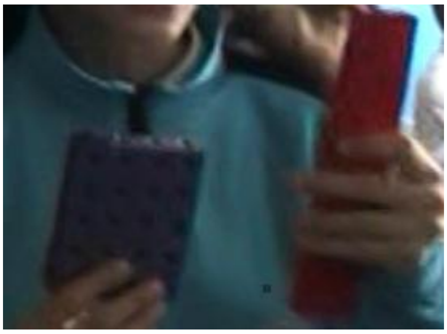
Yukarıdaki diyaloğa bakıldığında öğrencilerin şekilleri yorumlarken yarım, tam gibi çarpımsal ifadeler kullandıkları görülmektedir. Bir başka grup ise şekilleri karşılaştırırken kısa, uzun gibi daha nitel ifadeler kullanmayı tercih etmiştir. Buna ilişkin diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğrenci: Ee hocam bizimki enine daha geniş onlarınki de boyuna daha geniş olduğu için farklılık gösteriyor.

Öğretmen: Evet tutalım yan yana. Böyle mi? Tamam.

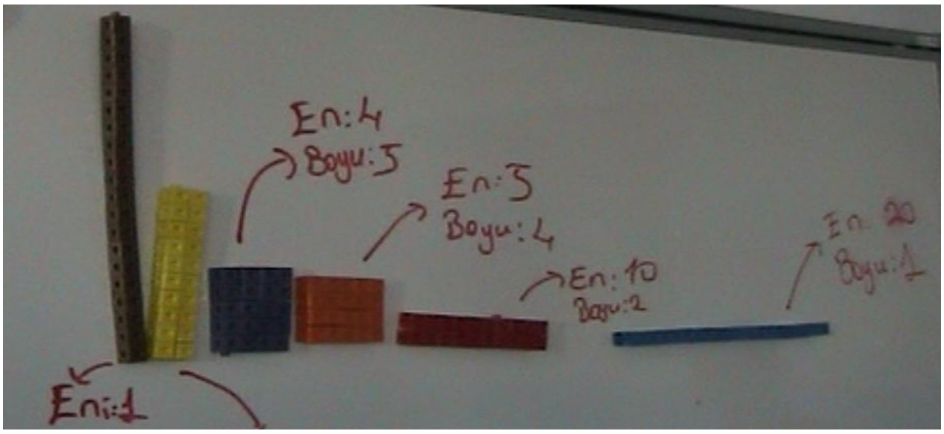
Öğrenci: Bizimki enine geniş onlarınki boyuna geniş olduğu için farklılık gösterdi. Bir de bizimki onların boyuna göre ***kısa****, onların boyu da* ***uzun*** *oldu.*

Öğretmen: Kırmızının boyu daha uzun oldu. Tamam.



Görsel 3.2. *Nitel ifadeler kullanan grupların oluşturduğu şekiller*

Yukarıdaki diyaloglarda da görüldüğü gibi öğrencilerin oluşturdukları iki şekli karşılaştırırken en ve yükseklik arasındaki ilişkiye odaklanarak " *bizimki onların boyuna* *göre kısa, onlarınki yarım bizimki tam"* gibi ifadeler kullanması ile ***yatay matematikleştirme*** sürecinin gerçekleşmiş olduğu söylenebilir. Sonrasında öğretmen oluşturulan her bir farklı şekli aşağıdaki resimde gösterildiği gibi tahtaya sırayla dizdikten sonra diyalogdada verildiği şekliyle öğrencilerin durumla ilgili genellemeye varmalarını beklemiştir.



Görsel 3.3. *Grupların oluşturduğu farklı büyüklükteki şekiller*

Öğretmen: Herkesin genellemesini istiyorum. Şu şekillerden gördüklerini en ve boy arasında ilişki kuracaklar. Her grup genelleyecek. Ne görüyorsunuz? Ortak bir yargıya varmanız lazım. Buradan ortak bir şey oluşturmamız lazım.

Osman: Öğretmenim mesela kahverenginin eni 20'nin ikiye bölümüdür. Yani öğretmenim eniyle boyunu çarparsak 20 oluyor. Sarının da eniyle boyunu çarparsak 20 oluyor. Aynı oluyor.

Öğretmen: Aynı oluyor. Peki. Tamam. Öyle diyelim. Başka peki Osman dışında başka bir şey söylemek isteyen? En ve boy tamam öyleydi. Büşra söylesin.

Büşra: Aynı sayıda bloklar kullanarak farklı şekiller oluşturuyoruz.

Öğretmen: Çok güzel. Evet. Aynı sayıda. Peki en ve boy arasında ne gibi bir ilişki buluyorsunuz? Tamam Osman bir noktada doğru söyledi ama onu daha genellememiz lazım. Söyle Damla.

Damla: Enin sayısı büyüdükçe boy azalır, boy büyüdükçe en sayısı azalır.

Öğretmen: Harikasın Damla. Eveet. Bakıyoruz şimdi. Bak. En 1, boy 20. Eni 2 boyu 10.

Öğretmen: Peki Damla ne dedi? Bak en 1, 4, 5, 10, 20. Giderek ne oluyor eni?

Öğrenci: Büyüyor.

Öğretmen: Büyüyor. Peki en büyüdükçe boyu ne oluyor?

Öğrenciler: Küçülüyoor.

Öğretmen: Gitgide azalıyor. Küçülüyor. O zaman en ve boy arasında nasıl bir ilişki var? He? Birisi artarken birisi azalıyor.

Öğrenci: En büyüdükçe boy azalıyor, boyu büyüdükçe en azalıyor.

Öğretmen: Yani ikisi de ters yönde gidiyorlar değil mi? Aynı şekilde ilerlemiyorlar.

Öğrenci: Ters orantı.

Öğretmen: Ters orantı. Yani evet ters ilişki var aralarında. Anladık mı burayı? Anladık. Tamam.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi öğrencilerin, ders öncesi öğretmenin beklediği şekilde, şekiller arasındaki en ve yükseklik ilişkisinin ters yönlü olduğunu görüp doğru şekilde yorumlaması ile ***dikey matematikleştirme*** gerçekleşmiş olduğu söylenebilir.

Ayrıca GME teorisine dayalı bir etkinliğin öğretimi sırasında önemli durumlardan bir diğeri ise informal bir yapıyla oluşturulan modelde durumsal aşamadan modeli temsil eden aşama, genel aşama ve sonrasında formal aşamaya giden sürecin oluşturulmasıdır. Bu aşamaların uygulanmasıyla birlikte GME'nin başarıyla uygulanmış olduğunu söylenebilir.

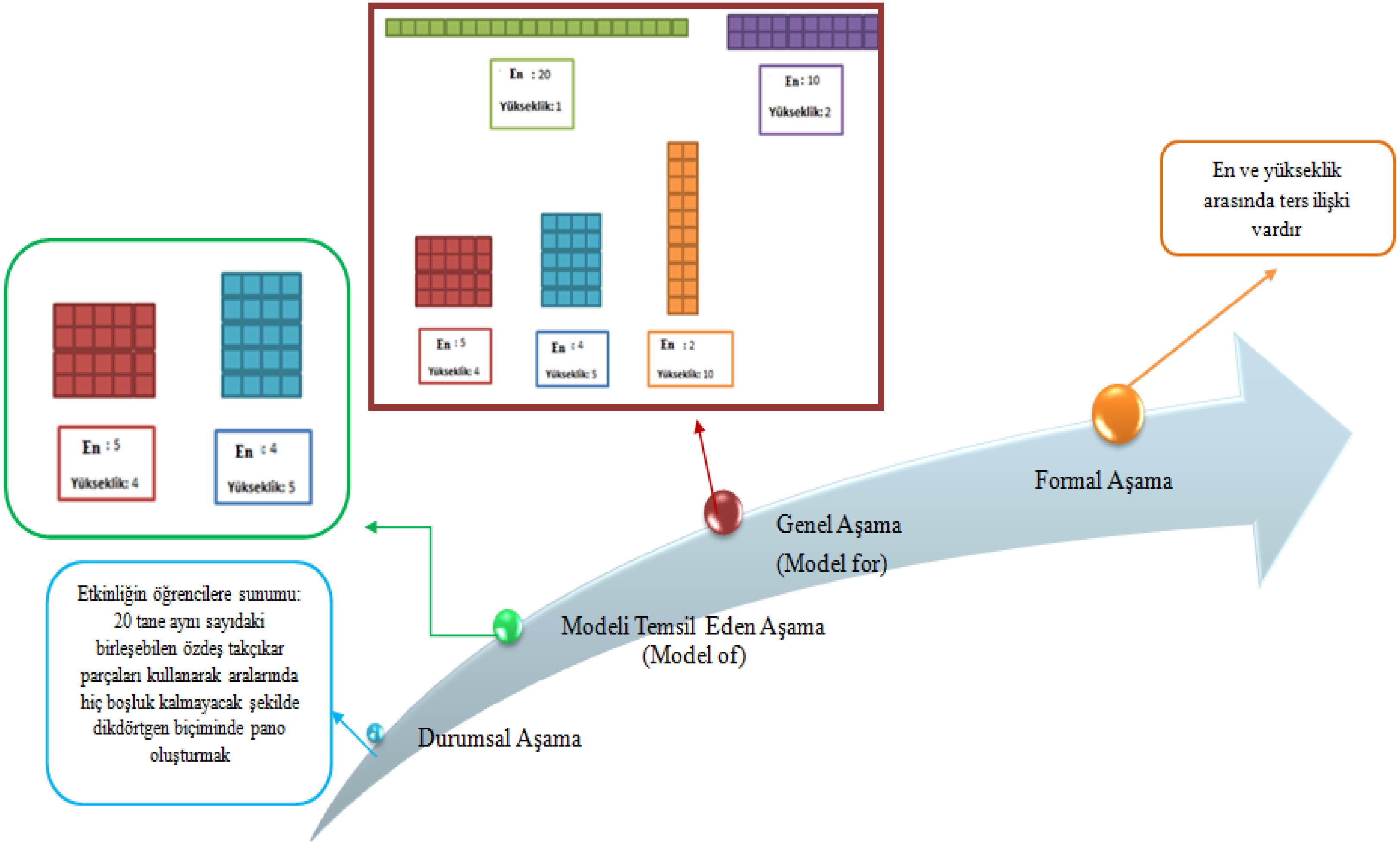
Bu etkinlikte GME teorisine yönelik modelin oluşum aşamaları aşağıdaki şekil 3.2'deki gibi gerçekleşmiştir. Etkinlikte öğrencilere problem durumunun sunumunun yapılması durumsal aşamaya karşılık gelmektedir. Öğrencilerin probleme ilişkin çözüm yolları üretirken takçıkar blokları üzerinde çeşitli denemeler yaparak informal oluşumlarla farklı büyüklükte şekiller oluşturmaya çalışmaları ve sonrasında öğrencilerin iki şekli karşılaştırırken en ve yükseklik arasındaki ilişkiye odaklanarak *" bizimki onların boyuna göre kısa, onlarınki yarım bizimki tam"* gibi ifadeler kullanması ise modeli temsil eden aşamaya karşılık geldiği düşünülmektedir**.**

Devamında ise tak-çıkar parçalarıyla oluşturulabilecek tüm şekillerin bir arada gösterilmesi genel aşama ve şekiller arasındaki en ve yükseklik ilişkisinin ters yönlü olduğunu görüp doğru şekilde yorumlaması ise formal aşamaya karşılık gelmektedir.

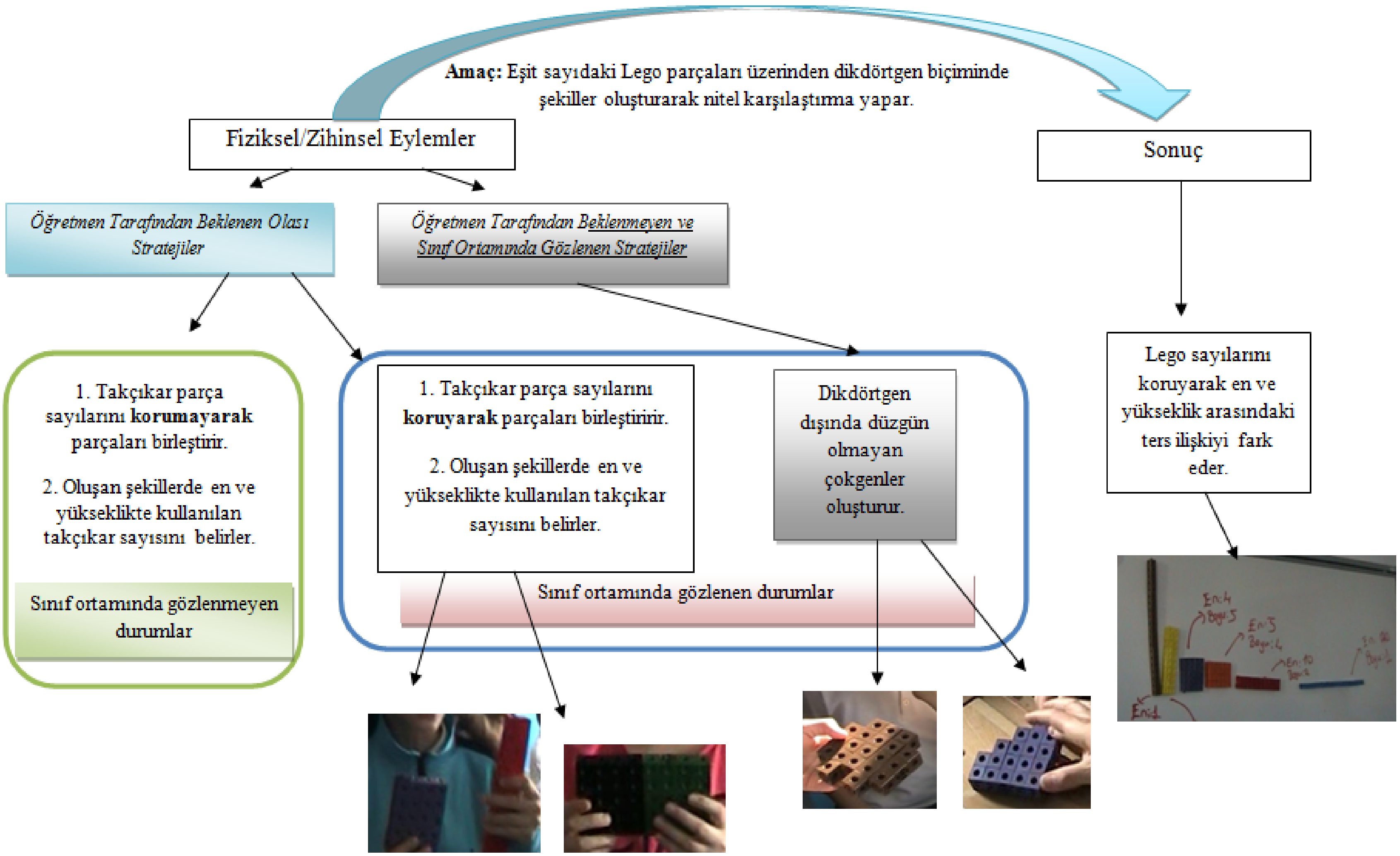
Ayrıca aşağıdaki şekil 3.3'de öğretmen tarafından uygulama öncesi planlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) birleşimi verilmiştir.

Ders öncesi oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumlarında (TÖD) öğretmen, öğrencilerin kendilerine dağıtılan 20 eş özdeş takçıkar parçanın hepsini kullanmayarak parça sayılarını korumama ihtimalini düşünmüştü ancak tüm öğrenciler tak-çıkar parçaların hepsini kullanmış ve böyle bir durum ortaya çıkmamıştır.

Bunun dışında öğrenciler yönergede verilen ifadeyi dikkate almayıp, öğretmen tarafından beklenmeyen bir durum olarak dikdörtgen dışında düzgün olmayan çokgenler oluşturmuşlardır.



Şekil 3.2. *Niteliksel karşılaştırma etkinlik 2 için (ilişki kurma) GME teorisine dayalı modelin oluşum aşamaları*



Şekil 3.3. *Niteliksel karşılaştırma etkinlik 2 için (ilişki kurma) tahmini öğrenme durumları*

3.1.1.3. *Sezgisel düşünme / nitel muhakeme öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

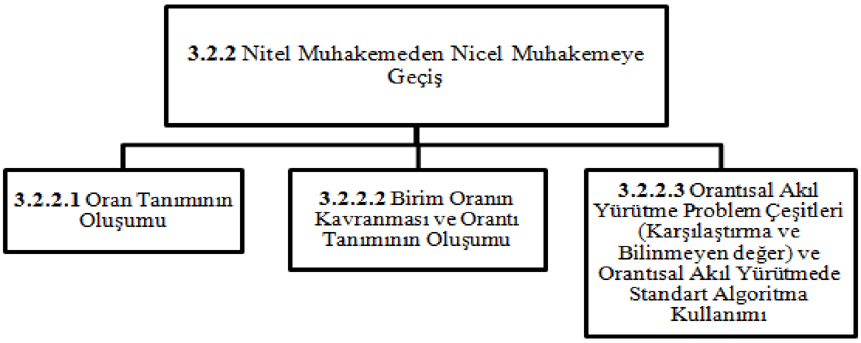
Çalışmada sezgisel düşünme / nitel muhakemeye yönelik etkinlikler öğretmenin ders öncesi hazırladığı planda beklediği şekilde gerçekleşmiştir. Bu duruma ilişkin bilgiler aşağıda tablo 3.1'de verildiği gibidir. Bunun yanında öğrencilerin nitel bölümünden aldıkları puanları, son değerlendirmede ön değerlendirmeye göre yükselttikleri görülmüştür.

Tablo 3.1. *Sezgisel düşünme / nitel muhakeme öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	**Öğretim Planı**	**Öğretim öncesi Öğretmenin varsayımları**	**Öğretim sonrası Öğretmenin varsayımları**
Nitel muhakeme yapar.	Etkinlik 1	Karşılaştırma yaparken "daha büyük/daha küçük" kavramlarını kullanır.	Karşılaştırma yaparken "daha büyük/daha küçük" kavramlarını kullanır.
	Etkinlik 2	Ters ilişkiyi fark eder.	Ters ilişkiyi fark eder.

3.1.2. Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş (düzey 2) öğrenimine ilişkin bulgular

Bu bölümde öğrencilerin nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin gelişimine yönelik geliştirilen etkinliklerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir ve bu bulgular aşağıdaki şekil 3.4'de gösterildiği gibi kendi arasında üç bölüme ayrılarak incelenmiştir.



Şekil 3.4. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş bölümleri*

3.1.2.1. *Oran tanımının oluşumu*

Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin ilk bölümü olan oran tanımının oluşumunda dört etkinliğe (etkinlik 1-2-3-4) yer verilmiştir. Bunlardan ilki aşağıdaki gibidir.

3.1.2.1.1 *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 1'e (kim daha formunda) ilişkin bulgular*

Etkinlikte öğrencilere GME ilkesi gereği *gerçek yaşamla* ilişkili bir bağlamın verilmesinin ardından yine GME'nin öğretme bakış açısını temel alan ilkelerinden *etkileşimli öğretme* ilkesi doğrultusunda ikişer kişilik gruplar oluşturulmuş ve etkinliği uygulamak için okulun bahçesine çıkılmıştır. Etkinlik öncesinde öğretmen tarafından okulun bahçesinde etkinliğin gerçekleştirileceği bölümde her 50 metrede bir belirgin çizgiler çizilmiş ve öğrencilere etkinliğe geçmeden önce her iki çizgi arasının (her 50 metrenin) 1 tur olarak kabul edileceği söylenmiştir. Daha sonra her gruptan bir öğrencinin 2 tur diğerinin ise 3 tur koşması sağlanmış ve öğrencilerin turları koşma süreleri kronometre ile hesaplandıktan sonra bu süreler etkinlik öncesi kendilerine dağıtılan tablolara not edilmiştir. Sonrasında sınıfa geçilmiş ve etkinlikteki sayıları yorumlarken karışıklık olmaması ve her öğrencinin aynı değerler üzerinden yorum yapmasını sağlamak amacıyla öğrencilerin kendi doldurdukları tablolar yerine aşağıda gösterilen Tablo 1 ve Tablo 2 dağıtılmış ve bu değerler üzerinden yorum yapılması beklenmiştir.

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	50 sn
Ayşe	3 Tur	30 sn

Tablo 1

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	40 sn
Ayşe	3 Tur	50 sn

Tablo 2

a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler dağıtılan iki tablo üzerinden seçtikleri stratejiye göre çözümlere başlamışlardır. Öğrencilerin öncelikle Tablo 1'i yorumlarken kullandığı stratejiler incelenmiştir. Tablo 1 için pek çok öğrenci birim oran stratejisi ile saniyeyi tur sayısına bölerek Ali ve Ayşe'nin 1 turu kaç saniyede koştuklarını bulmuşlardır ve sonucu daha az saniyede koşan daha hızlı koşmuştur şeklinde doğru yorumlamıştır. Buna ilişkin bir öğrencinin diyaloğu aşağıdaki gibidir.

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	50 sn
Ayşe	3 Tur	30 sn

Tablo 1

Şevval: Hocam ben 50'yi 2'ye böldüm.

Öğretmen: Hee 50'yi 2'ye böldün. Bir turu 25 saniyede alır dedin.

Şevval: Evet hocam. Bir turu 25 saniye.(Ali)

Öğretmen: Tamam.

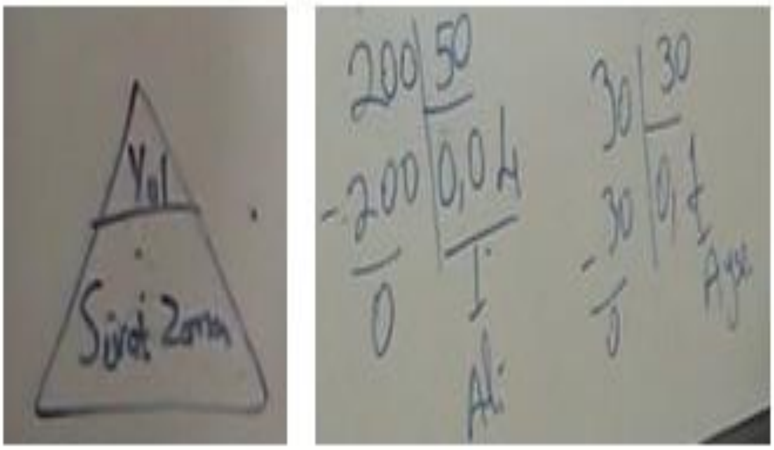
Şevval: 30'u da 3'e böldüm. Bu da 1 tur 10 saniyede. Yani en hızlı burada Ayşe oluyor.

Öğretmen: Arkadaşınız böyle dedin. 1 turu 25 saniye. Bu Ali oluyor. Bu da 1 turu 10 saniye.(Ayşe)

Öğretmen: O zaman kim daha hızla koşmuş oluyor?

Şevval: Ayşe.

Sınıftaki bazı öğrenciler ise fen bilimleri dersinde öğrendikleri hız formülüyle de (hız=yol/zaman) soruyu doğru şekilde cevaplamayı başarmışlardır. Formülü kullanarak Ali ve Ayşe'nin hızlarını bulmuşlardır sonrasında ondalık gösterimde karşılaştırma ön bilgilerini de kullanarak 0,1 değeriyle Ayşe cevabını vermişlerdir.



Görsel 3.4. *Öğrencinin hız formülünü kullanarak verdiği cevap*

Betül: Hocam ben fen dersindeki formülle yapıp gösterebilir miyim?

Öğrenci: Hocam 200'ü nerden bulduk?

Öğretmen: Evet şimdi arkadaşınız nasıl yaptı? 2 turu 200 olarak düşündün Betül öyle mi? Arkadaşınız bu sefer turu zamana böldü. Bak sizin formülünüze göre. Şimdi sizi formülünüze göre yolu mu zamana böleceğiz zamanı mı yola böleceğiz?

Öğrenciler: Yolu.

Öğretmen: Değil mi yolu. Burada yol hangisi?

Öğrenciler: Tur.

Öğretmen: Tur. O zaman siz niye zamanı tura böldünüz?

Öğrenci: 2 yol da oluyor.

Öğrenci: Hocam turu zamana böleceğiz.

Öğretmen: 2 yol da oluyor. Belki bu soruda mı oluyor acaba? Başka sorularda olur mu? Bak. Şans eseri mi oldu? Peki biz şimdi neyi bulduk?

Öğrenci: Sürat.

Öğretmen: Süratlerini. Hangisinin sürati daha fazla? 0,1 mi daha büyük 0,04 mü daha büyük? Kiraz söylesin. Kiraz hangisi daha büyük?

Öğrenci: Onda 1.

Kiraz: Onda 1 daha büyük.

Öğretmen: Onda 1. Yani 0,1 daha büyük. Çünkü ilk önce şu onda birler basamağına bakıyoruz değil mi? O zaman Ayşe. Bak bu yöntemle de çıktı gördünüz mü? Aslında asıl sizin o fen bilgisi formülünden öğrendiğiniz şuradaki turu zamana bölmek. Efendim Büşra?

Büşra: Eğer ki sürati bulmak istiyorsak yolu zamana bölmemiz lazım. Zamanı bulmak istiyorsak yolu sürate bölmemiz lazım.

Yukarıdaki diyalogdada görüldüğü gibi öğrenciler fen bilimleri dersinde öğrendikleri bilgileri de doğru şekilde kullanmışlar ve yorumlamışlardır hatta formülü hangi bilinmeyen için nasıl kullanacaklarına yönelik bir öğrenci aşağıda görüldüğü gibi bir açıklama yapmıştır.

GME teorisinin öğrenme bakış açısını temel alan *birbiriyle ilişki ilkesi* doğrultusunda öğrencilerin strateji olarak Fen Bilimleri dersinde öğrendikleri hız formülünü kullanmaları ve sonucu yorumlamada ise ondalık gösterim konusuna ilişkin ön bilgilerini kullanmaları dersin işleyişine olumlu şekilde yansımıştır.

Büşra: Öğretmenim eğer ki sürati bulmak istiyorsak yolu zamana bölmemiz lazım. Zamanı bulmak istiyorsak yolu sürate bölmemiz lazım.

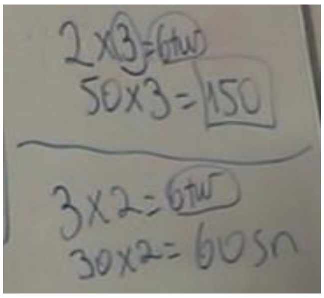
Bunların dışında bir öğrenci ön bilgilerini kullanarak ortak çarpan ile soruyu yapabileceğini söylemiştir ancak işlemi devam ettirmede zorlanmış ve öğretmenin müdehalesiyle işlemi bitirebilmiştir.

Öğretmen: Nasıl yapacaktın?

Ömer Faruk: İlk önce 2 ile 3'ün ortak katını bulacağım.6 oluyor.

Öğretmen: Çok güzel 6. O zaman burayı ne yapacağız Ömer Faruk?

Ömer Faruk: 50 ile 30'u, ikisini de 6 ile çarpıp hangisinin sonucu daha fazlaysa o az koşuyor.



Görsel 3.5. *Öğrencinin ortak çarpan stratejisini kullanarak verdiği cevap*

Öğrenci 6 sayısını bulduktan sonra ne anlama geldiği ve nasıl kullanacağına ilişkin problem yaşamıştır. Yukarıda diyalogda da yer aldığı gibi 50 ve 30 sayılarını 6 ile çarpmayı düşünmüştür. Sonrasında öğretmenin yönlendirmesiyle tahtada aşağıda gösterilen çözümü gerçekleştirmiştir.

Öğretmen: Aslında aferin. Ömer Faruk çok güzel düşündü. 2 turu. Ama şöyle yapmamız lazım. Bu 2'nin 6 olması için neyle çarparız?
Ömer Faruk: 3'le.
Öğretmen: 3'le çarparız. 2'yi 3'le çarparız 6 tur eder. O zaman 50 saniyeyi de neyle çarpacağım ben?
Ömer Faruk: 6.
Öğretmen: Yok 6'yla değil. Burayı 3 ile çarptım ya o zaman burayı da 3 ile çarpmam gerekiyor 6 ile değil. Tamam burası 6 oldu ama neyle çarparak 6 buldun?
Ömer Faruk: 3.
Öğretmen: He 3'le. O zaman burayı da neyle çarpacağım?
Ömer Faruk: 3.

Yukarıdaki çözüm yolunda öğrencinin uygulamak istediği strateji informal veya orantısal öncesi çözüm stratejisi başlığında nitelendiririlen *değişim çarpanı* stratejisidir. Bunların dışında öğrencilerden bazıları, Tablo 1 için verilen sayılar işlem yapmadan da hızlı koşanın bulunmasına olanak verdiği için, doğrudan sayılar üzerinden akıl yürüterek cevaba ulaşmıştır.

Zehra: Şimdi Ayşe daha fazla tur koşmuş Ali daha az tur koşmuş. Mesela Ali daha az tur koşmasına rağmen Ayşe'den daha fazla saniyede koşmuş. O zaman da Ayşe daha hızlı koşmuş.

Tablo 2 için de Tablo 1'e benzer şekilde pek çok öğrenci *birim oran stratejisi* ile saniyeyi tur sayısına bölerek Ali ve Ayşe'nin 1 turu kaç saniyede koştuklarını bulduktan sonra daha az saniyede koşan daha hızlı koşmuştur şeklinde doğru yorumlamışlardır. Buna ilişkin bir öğrencinin cevabı ve söyledikleri aşağıdaki gibidir.

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	40 sn
Ayşe	3 Tur	50 sn

Tablo 2

Kaan: Hocam Ali 2 turu 40 saniyede koşuyor yani 40'ı 2'ye bölüyoruz.

Öğretmen: 40'ı 2'ye böldün evet. Kaan'ın yönteminde 40'ı 2'ye böldü 20. ***(Ali)***

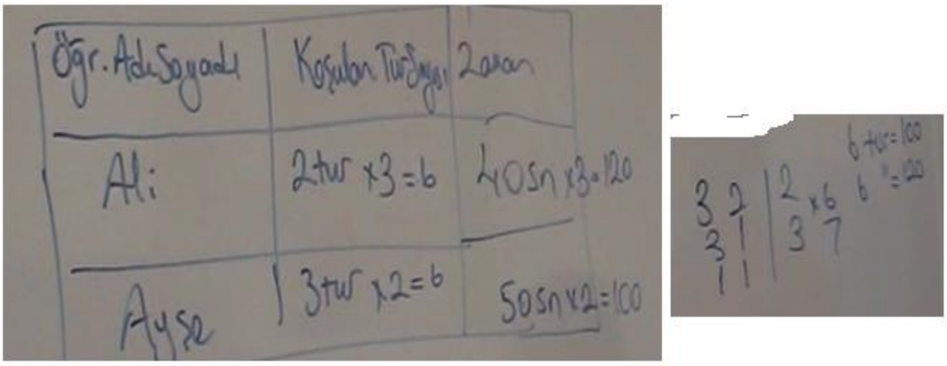
*Kaan: Hocam 20 saniyede koşuyor. Yani 1 turu 20 saniyede koşuyor. Ayşe 3 turu 50 saniyede koşuyor. 50'yi 3'e bölüyoruz 16 küsür.****(Ayşe)***

Öğretmen: 16 küsüratlı çıkıyor. Çok güzel. 16 saniye küsüratlı 1 turu.

Kaan: 16,6 saniye çıkıyor. Yani Ayşe daha hızlı koşmuş oluyor.

Öğrencilerden bazıları Tablo 1'de kullandıkları hız formülünü burada da uygulayarak Ali ve Ayşe'nin hızlarını karşılaştırmış ve yandaki şekildeki çözüm yolunda gösterildiği gibi soruya doğru cevap vermişlerdir.

Sınıfta iki öğrenci, tablo 1'de öğretmenin yönlendirmesiyle uygulanan <u>değişim çarpanı</u> stratejisini kullanmış ve doğru şekilde çözüme ulaşmışlardır. Bunun için öğrenci gerçekleştirdiği çözüm yolunda (aşağıdaki şekil) koşulan tur sayılarını eşitlemiştir ve eşit tur sayıları ile zaman değeri üzerinden yorum yapmıştır. Bu çözüm yolunda öğrenci tur sayılarını eşitlerken çarptığı sayıyı zaman değerinde de çarpmayı ihmal etmemiştir. Bu stratejiyi uygulama nedenlerinen biri de <u>ortak çarpan</u> ön bilgisine sahip olmaları olduğu düşünülmektedir. Bu durum ayrıca öğrencinin çarpımsal düşünebildiğini göstermektedir.



Görsel 3.6. *Öğrencinin ortak çarpan stratejisini kullanarak verdiği cevap*

Öğrenci: Hocam katlı yapabilir miyim?

Öğretmen: Katlı mı? evet Fatma Zehra gel

Fatma Zehra: Öğretmenim bunu 3'le çarptım, 40'ı da 3'le çarptım. Bunu 2'yle çarptım bunu da 2'yle çarptım. Ayşe yani daha hızlı oluyor.

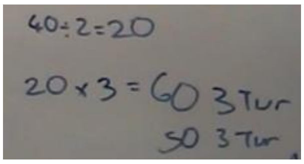
Öğretmen: Evet ne yaptın şimdi? 3. Evet. 6'ya eşitledi 3'le çarptı. Orası 120 oldu, orası da 100 oldu. Demek ki Ali 6 turu 120 saniyede, Ayşe 6 turu 100 saniyede koşuyor. O zaman kim daha hızlı? Ayşe daha hızlı oldu. Çok güzel. Evet arkadaşınız şu ortak çarpandan, yani şeylerini işte ortak katını buldu. Şu kimin?

Fatma Zehra: Ayşe'nin.

Öğretmen: Bu Ayşe, bu Ali. O zaman Ayşe 100 saniyede koştuğuna göre Ayşe daha hızlı. Çok güzel.

Sınıfta bir başka öğrenci birim oranla Ali'nin 1 turu kaç saniyede aldığını bulduktan sonra hem tur hem zaman değerlerini 3'le çarparak Ali ve Ayşe'nin tur sayılarını eşitleyerek zaman değerini aşağıdaki diyalogda gösterildiği gibi yorumlamıştır.

Öğretmen: He önce birim oranını buldun. Birimi buldun. 40'ı 2'ye böldün 20. 20'yle 3'ü çarptın 60. Tamam sonra bu 3 turu 60 saniyede koşmuş, bu 3 turu 50 saniyede. Evet Büşra'nın yaptığı da ilginç oldu. Önce Ali'nin 40'ı 2'ye böldü 20. 1 saniyede 20. 1 turu 20 saniyede koşuyor. O zaman 3 turu kaç saniyede koşar dedi. 3'le çarptı 60. 20 çarpı 3 60 oldu. E bu da 3 turu 50 saniyede koşmuştu. Büşra da farklı bir şekilde yaptı. Olur mu olur. Çok güzel oldu.



Görsel 3.7. *Öğrencinin birim oran stratejisini kullanarak verdiği cevap*

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik sonunda öğrencilere stratejilerle ilgili anlaşılmayan bir şey olup olmadığı sorulmuştur ve hemen hemen tüm öğrencilerin farklı stratejileri kullanarak doğru bir şekilde çözüme ulaştıkları görülmüştür. Oran tanımına ulaşmadan önce basamak niteliğinde olduğu düşünülen bu etkinlik de öğrencilerin zaman ve tur çoklukları arasındaki ilişkiye göre daha az/daha çok muhakemesini yapmaları ile *yatay matematikleştirmenin* gerçekleştirilmiş olduğu düşünülmektedir.

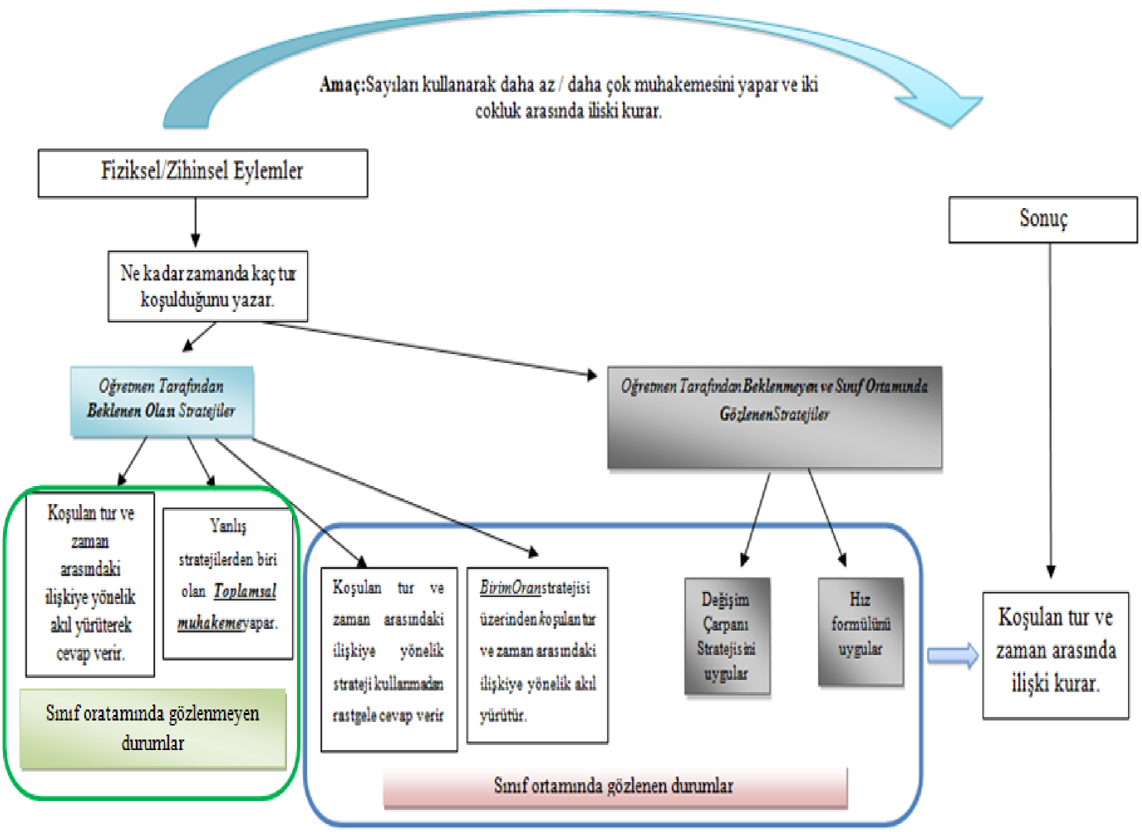
Ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan planda öğrencilerin özellikle Tablo 2'de toplamsal ilişkilendirme ile yanlış cevaba yönelebilecekleri düşünülmüştür ancak hiç bir öğrenci bu şekilde bir çözüm sergilememiştir. Öğretmen tarafından ders öncesi oluşturulan tahmini öğrenme durumları (TÖD), etkinliği doğru şekilde çözebilen öğrencilerin "birim oran stratejisinden" yola çıkarak sonucu yorumlayacakları düşünülmüşken; ders sonrası oluşan tahmini öğrenme durumları (TÖD) öğrencilerin birim oran stratejisi yanında "hız formülü" ve orantısal öncesi düşünmede başlangıç olarak kabul edilen "değişim çarpanı" gibi farklı stratejiler üzerinden cevap verdikleri görülmüştür. Bu durum öğretmenin dersle ilgili aldığı notta da görülmektedir.

GÜNLÜK

Öğretmen

Beklediğimden çok ve farklı stratejiler kullandılar, tüm öğrenciler aktif şekilde katıldı. Etkinlikte özellikle her iki değeri de (tur ve zaman çoklukları) aynı sayı ile çarpma fikrini tartışmak orantısal düşünebilme için çok verimli oldu. Bu kadarını beklemiyordum.

Yukarıda söylenen durumlara göre şekil 3.5 de öğretmen tarafından uygulama öncesi planlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ilişkin şemanın birleşimi verilmiştir.



Şekil 3.5. *Oran kavramına giriş için (iki çokluk arasındaki ilişki kurma) tahmini öğrenme durumları*

4.1.2.1.2. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 2'ye (Halat çekme yarışını kim kazanır) ilişkin bulgular*

Bu etkinlikteki amaç oran tanımı yapılmadan önce toplamsal/çarpımsal durumun ortaya konulmasının yanında öğrencilerin bu tür durumlarda nasıl düşündüğünü belirlemektir. Ayrıca etkinliğin, öğrencilere sınıftaki diğer arkadaşları tarafından aynı duruma farklı açılardan nasıl baktığını görme fırsatı vereceği düşünülmüştür. Etkinlikte öğrencilerden istenen çarpımsal ilişkiye dayalı akıl yürüterek aşağıdaki resimde gösterilen iddaaya göre yarışmayı kazanan sınıfı bulmalarıdır. Öğrenciler toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşündükleri taktirde iddaaya göre düşünmemiş ve hatalı cevap vermiş olacaktır. Etkinlik GME teorisinin işbirlik/etkileşim ilkesi gereği öğrenciler dörder-beşer kişilik gruplara ayrıldıktan sonra aşağıda verildiği şekliyle bağlamsal bir gerçek yaşam problemiyle başlamıştır.

5/A

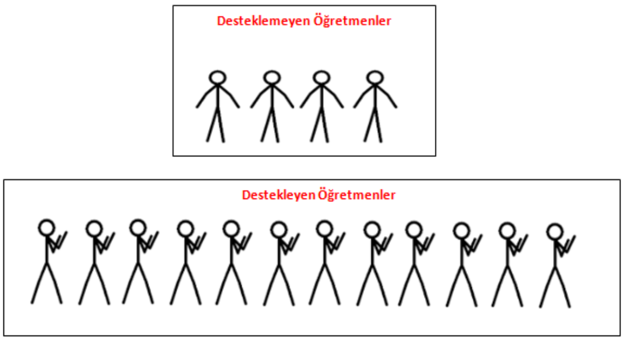
5/B

İDDİA: *Hangi gruptaki kız sayısı daha fazla ise o takım halat çekme yarışını kazanır.*
Sizce hangi gruptaki kız sayısı daha fazladır ve buna göre yarışma sonunda yukarıda belirtilen İDDİA'ya göre hangi sınıf yarışmayı kazanır?
(Yukarıda resimde gösterilen A ve B sınıfındaki öğrencilerin hepsinin eşit güçte olduğunu kabul ediyoruz)

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Etkinliğe ön hazırlık niteliğinde aşağıdaki gibi bir soruyla başlanmıştır. Öğrencilere *5/C sınıfını halat çekme yarışmasında destekleyen ve desteklemeyen* ***öğretmen sayıları*** *arasında nasıl bir ilişki var?* sorusu sorulmuştur.

Sınıfta soruya çarpımsal ilişkilendirmeyle cevap veren öğrenciler yanında toplamsal ilişkilendirmeye dayalı cevap veren öğrencilerde olmuştur. Bu durumu örneklendirecek öğrenci cevapları aşağıdaki gibidir.



Sınıfta soruya çarpımsal ilişkilendirmeyle cevap veren öğrenciler yanında toplamsal ilişkilendirmeye dayalı cevap veren öğrencilerde olmuştur. Bu durumu örneklendirecek öğrenci cevapları aşağıdaki gibidir.

> *İbrahim: Destekleyen öğretmenler desteklemeyen öğretmenlerin 3 katı fazladır.(Çarpımsal ilişkilendirme)*
>
> *Osman: Desteklemeyen öğretmenler destekleyen öğretmenlerin 3'e bölünmüş halidir. (Çarpımsal ilişkilendirme)*
>
> *Kiraz: Destekleyen öğretmenler desteklemeyenlerden 8 kişi fazladır. (Toplamsal ilişkilendirme)*

Sonrasında öğrencilere *"hangi gruptaki kız sayısı daha fazla ise o takım halat çekme yarışını kazanır"* iddiasına göre A veya B sınıflarından hangisi yarışmayı kazanır sorusu yöneltilmiştir.

Soruda ifade edilmek isteneni anlamayla ilgili doğru anlama, tam olarak anlayamama ve yanlış anlama olmak üzere üç farklı durum oluşmuştur. Etkinliğin başında bir çok öğrenci soruda verilen iddaayı dikkate almayarak cevap vermiştir ve öğretmen bu durum karşısında aşağıda diyalogda verildiği gibi sürekli iddaayı hatırlatmak durumunda kalmıştır.

> *Betül: Hocam kız sayıları her iki sınıftada eşit olduğu için erkek sayısı 3 olan yani fazla olan 5a kazanır.*
>
> *Öğretmen: Bak o değil. İddiamız hangi gruptaki kız sayısı fazlaysa o sınıf yarışmayı kazanır.*

Sınıfa az sayıda da olsa etkinlikteki ifadeyi okumayıp yanlış anlayan öğrenciler de olmuştur. Bu şekilde çözüm üreten öğrenciler, erkeklerin daha güçlü olduğunu düşünerek aşağıda diyalogda verildiği gibi yanlış cevap vermiştir.

Öğrenci: Hocam kilo olarak düşünürsek erkeklerin daha çok olduğu 5a kazanır.

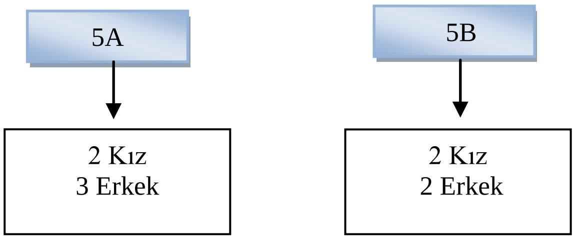
Öğretmen: Hayır hayır kilo. Hepsi eşit. Hepsi eşit kiloda. Eşit güçte bak kağıtta yazıyor. Öyle düşünüyoruz.Yok yok öyle bir şey yok. İriliğe bakmıyoruz.

Bunun dışında öğrenciler etkinlikte ifade edilen durumu doğru anlayarak seçtikleri stratejiye göre çözüme başlamıştır.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrencilere verilen örnek resimde aşağıdaki tabloda verildiği şekliyle 5A sınıfında 2 kız, 3 erkek, 5B sınıfında 2 kız, 2 erkek vardır.

Öğrenciler verilen bu sayılara göre çözümlerine başlamışlardır. Öğrencilerin kullandığı stratejiler <u>çarpımsal akıl yürütme</u> ve <u>toplamsal ilişkilendirme</u> olmak üzere iki grupta incelenmiştir.



b1.Çarpımsal akıl yürütme

Sınıftaki iki grup öğrenci *"hangi sınıftaki kızların oranı daha fazladır"* bakışıyla yaklaşarak orantısal akıl yürütmenin başlangıç noktası olarak sayılabilecek şekilde toplamsal ve çarpımsal yaklaşım arasındaki farkı belirlemiştir.

Ayrıca çözüm yollarında kesirlerde karşılaştırma konusundaki ön bilgilerinden faydalanarak sonuca ulaşmışlardır. Bu durumla ilgili olarak öğrenciler kesirlerde karşılaştırma ile ilgili farklı stratejiler kullanmışlardır.

Bazı öğrenciler 5A ve 5B' deki halat çekme yarışmasına katılan kız öğrenci sayısının halat çekme yarışmasına katılan kız ve erkek öğrenci sayılarının toplam oranına baktıktan sonra kesirlerde karşılaştırma stratejilerinden biri olan yarımdan az yarımdan fazla ilişkisini kullanarak 5B' nin yarım ($\frac{2}{4}$), 5A'nın yarımdan az ($\frac{2}{5}$) olduğunu söylemiş ve 5B cevabını vermiştir.

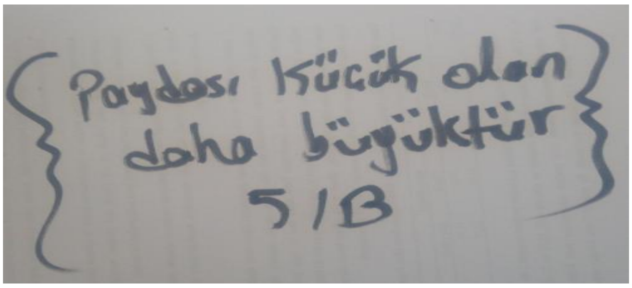
Buna ilişkin diyalog aşağıdaki gibidir.

> *Aleyna: 5A sınıfında bir erkek fazla yani kız gücü daha azdır. 5A sınıfı kaybetmiş olabilir. Ama eğer kişilere göre düşünürsek **5A** sınıfındaki kızların gücü **2 bölü 5**, **5B** sınıfındaki kızların gücü **2 bölü 4**.*
>
> *Yani kızlar 5B sınıfında güçlerini yarı yarıya kullanıyor. O yüzden 5B sınıfında daha çok kız gücü vardır ve onlar kazanır.*

Yukarıdaki örneğe benzer şekilde bir başka öğrencide 5A sınıfını $\frac{2}{5}$ ve 5B sınıfını $\frac{2}{4}$ olarak yazdıktan sonra yine kesirlerde karşılaştırma konusundan hatırladıklarından yola çıkarak aşağıdaki diyalogda verildiği gibi paylar eşitse paydası küçük olan daha büyüktür yorumunu yapmıştır.

Zehra: 5A sınıfındaki kızlar 5de 2yken 5B sınıfındaki kızlar sınıfın 4de 2sidir. Buna göre 4de 2 5de 2. Payı eşitse payda küçük olan daha büyüktür. Bence bu yüzden 4de 2si kız olan 5B sınıfi halat çekme yarışmasını kazanır.

Öğretmen: Harikasın Zehra evet. Yani açıklaman çok güzel



Görsel 3.8. *Öğrencinin kesirlerde karşılaştırma ön bilgisini kullanarak verdiği cevap*

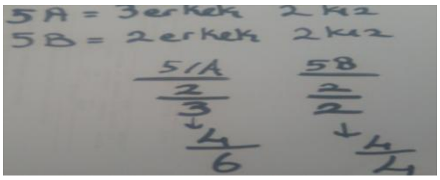
Sınıftaki bir diğer öğrenci halat çekme yarışmasına katılan kız öğrencilerin halat çekme yarışmasına katılan erkek öğrencilere oranına bakmıştır. Kesirlerde payda eşitleme yöntemini kullanarak payda eşitlemişlerdir ve paydalar eşitken payı büyük olan kesir daha büyüktür kuralından yola çıkarak 5B sınıfının yarışmayı katılacağını söylemiştir. Buna ilişkin öğretmen ve öğrenci arasında geçen diyalog ve öğrencinin çözümü aşağıdaki gibidir.

Esma: Öğretmenim ben kızların ikisi de eşit olduğu için kızları üste yazdım. Kesir olarak gösterdim. Erkekleri de aşağıya yazdım. 3 bunu da 2 olarak yazdım.

Öğretmen: Şimdi bu 5A bu 5B. Tamam. Devam et.

Esma: Sonra bunların paydalarını eşitledim.Öğretmenim 5A dakilerin sayısı yani yarım olduğu için tam değil. Bunların da sayısı tam olduğu için güçleri daha fazladır.

Öğretmen: 5B daha fazla güçleri. Çok güzel. Aferin Esma.



Görsel 3.9. *Öğrencinin payda eşitleme yöntemini kullanarak verdiği cevap*

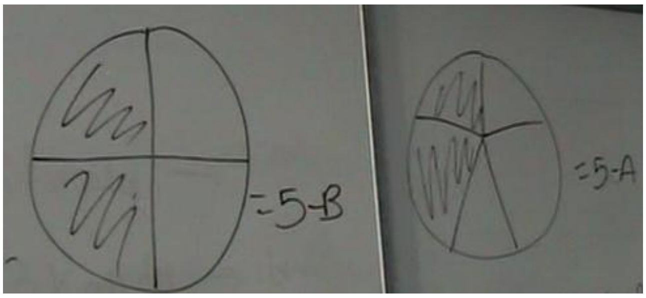
Dersin sonlarına doğru bir başka öğrenci ise verilenleri aşağıda resimde gösterildiği gibi kesirlerde modellemeyle göstermiştir.

Büşra: Hocam pasta olarak da düşünebiliriz. Mesela bir pastayı yarıya böleriz.

Öğretmen: Gel bir yap tahtada. Pastayı yap bir tahtada. Evet düşünceler güzel.

Öğrenci: Hocam kızlardansa kızlar eşit olduğuna göre.

Öğretmen: 5B daha fazla çıkıyor. Evet arkadaşınız pasta grafiğinde gösterdi. 4'te 2 kızları gösterdi. Burayı da 5 parçaya ayırdı 2sini gösterdi. Bakın dedi 5B'de kız sayısının kapladığı alan daha fazla o zaman 5B dedi.



Görsel 3.10. *Öğrencinin kesirlerde modelleme yöntemini kullanarak verdiği cevap*

Yukarıdaki çözüm yollarında öğrenciler kesirler konusundaki ön bilgilerinden faydalanarak sonuca ulaşmışlardır. Etkinlikteki bu durum GME teorisindeki birbiriyle ilişki ilkesi doğrultusunda matematikte birbirinden farklı bölümler olan kesir ve oran konularının birbiriyle olan ilişkisini göstermektedir.

b2. Toplamsal ilişkilendirme

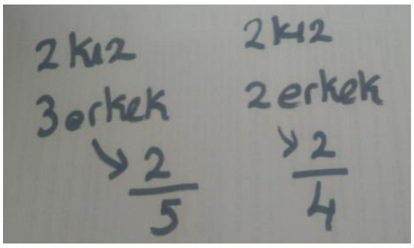
Sınıfta bir grup öğrenci iki sınıftaki erkek ve kız sayılarını yukarıda verildiği şekliyle yazdıktan sonra toplamsal yaklaşım sergileyerek her ikisinde de kız sayısı eşit bu durumda her iki sınıf halat çekme yarışmasında berabere kalır şeklinde düşünmüşlerdir. Bu duruma ait diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: Evet, Betül.

Betül: Hocam kız sayıları eşit olduğu için iki takım da eşit kalır.

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Sınıfta yukarıda gösterildiği gibi farklı strateji kullanarak soruyu cevaplandıran öğrencilerin cevapları tahtaya yazıldıktan sonra öğrencilere, çözüm yolları üzerinden ne düşündükleri ve hangi yolun kendilerine daha anlamlı geldiği özellikle toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşünen öğrencilere görüşlerinde değişme olup olmadığı sorulmuştur.



Görsel 3.11. *Öğrencinin Kız / erkek öğrenci sayısının tüm sınıfa oranını kullanarak verdiği cevap*

Öğretmen: Şu 2 bölü 5'i, 2 bölü 4'ü düşünen?

Öğretmen: Değişmez, olmaz diyorsun.

Osman: Hepsinin gücü aynıysa 5A kazanır o zaman. İddiayı unutmak lazım.

Öğretmen: Tabi hepsinin gücü aynı ama iddia o. Kız sayısı fazla olan kazanır.

Osman: Hocam o zaman berabere kalırlar.

Öğretmen: Yani o kesin. Böyle bir olay olmuş. Yüz defa deneme yapılmış mesela hep kızlar kazanmış. Ha o zaman diyorlar ki kız sayısı fazla olan. Bir teori gibi düşünün, kanıtlanmış bir olay gibi düşünün. O tartışılmayacak artık.

Demirhan: Burada erkeklerin sayısını sormuyor ki hocam. Burada kızların sayısını soruyor. Kızlar da 5A'yla 5B grubunda 2 kişi olduğu için hocam berabere.

Buna ne diyorsunuz? Bu pasta grafiğine ne diyorsunuz?

Öğrenci: Yok hocam.

Öğretmen: Bir dakika. Neden yok? Niye yok Osman?

Osman: Öğretmenim kızlar yine değişmiyor ki.

Bu duruma ilişkin çarpımsal ilişkilendirme yaparak cevap veren bir öğrenci genişletme yaparak tekrar paydaları eşitlemiştir ve arkadaşına çözümü aşağıdaki diyalogda verildiği şekliyle anlatmak istemiştir ama öğrenci toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşündüğü için cevabından vazgeçmemiştir.

Zehra: ama mesela, 4de 2sini 20de 10 oluyor, 5de 2 si de 20de 8 oluyor. Hangisi daha fazla oluyor kızların?

Öğretmen: Tamam işte ama onlar onu kabul etmiyor. O toplam orana bakmıyorlar. Toplama bakmıyorlar.

Toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşünen bir başka öğrenci dersin sonunda stratejileri tartışırken iki yöntemin de olabileceğini ve kafasının karıştığını söylemiştir. Sonrasında ise pasta grafiğine göre 5B olabilir yanıtını vermiştir.

GME teorisininin öğrenme ilkesinde bulunan *etkileşim ilkesinde* öğrencilere, stratejilerini ve keşiflerini birbirleriyle paylaşmaları için fırsatlar sunması gerektiğini söylemektedir. Aşağıdaki durum öğrencilerin kullandığı farklı stratejilerin sınıfta tüm öğrencilerle beraber tartışılmasının öğrenciler üzerindeki olumlu etkisini göstermektedir.

İlayda: Hocam şimdi Esma'nın dediği mantıklı. (...Düşünür)

İlayda:Ama hocam siz ilk başta da söylemiştiniz. Hani demiştiniz ya hocam sadece kız sayılarına bakılacak, kızların güçleri eşit demiştiniz. O yüzden berabere de kalabilirler 5B de kazanabilir. İkisi de olabilir. Kafam karıştı.

....(Biraz zaman geçtikten sonra)

İlayda: Pasta daha mantıklı hocam, Daha fazla alan kaplıyor. O zaman kızlar daha fazla olabilir.

Öğretmen: Pasta daha mantıklı. Tamam güzel geldi.

Sınıftaki bir başka öğrenci ise hala verilen iddaayı göz ardı ederek 5A sınıfında beş, 5B sınıfında dört kişi var bu durumda 5A cevabını vermiştir.

Işıl:5A kazanır.

Öğretmen: 5A kazanır. Neden 5A?

Işıl: Şimdi kiloları eşitse o zaman 5A'da daha çok kişi var o yüzden.

Öğretmen: 5A'da daha çok kişi olduğu için. 5A'da 5 kişi var 5B'de 4 kişi var. O zaman daha çok kişi değil ama kız sayısı fazlaysa iddiamız var bizim. Gene de 5A diyorsun tamam.

Sınıfta çarpımsal düşünerek çözümlerini yapan öğrencilerden sonra toplamsal düşünen öğrenciler oransal olarak probleme bakamadıkları için aşağıdaki diyalogda verildiği gibi kafaları karışmıştır.

Öğretmen: Evet. Evet Şevval.

Şevval: 5 kişi. Fazla olan kazanmalı hocam. Az olan nasıl kazanıyor?Ben anlamadım

Öğretmen: Ama iddia şu değil. İddiada kişi sayısı fazla olan kazanır değil.

Öğretmen: Söyle Büşra.

Büşra: Hocam zaten biz pay ve paydayı eşitleyince kızların daha fazla çıktığı takım 5B takımı.

Öğretmen: Evet. Paydaları eşitleyince iki gruptaki toplam sayıyı eşitleyince kız sayısı fazla çıkan 5B grubu oluyor evet. Şevvalcim aslında Büşra çok güzel açıklama yaptı sana. Evet Betül.

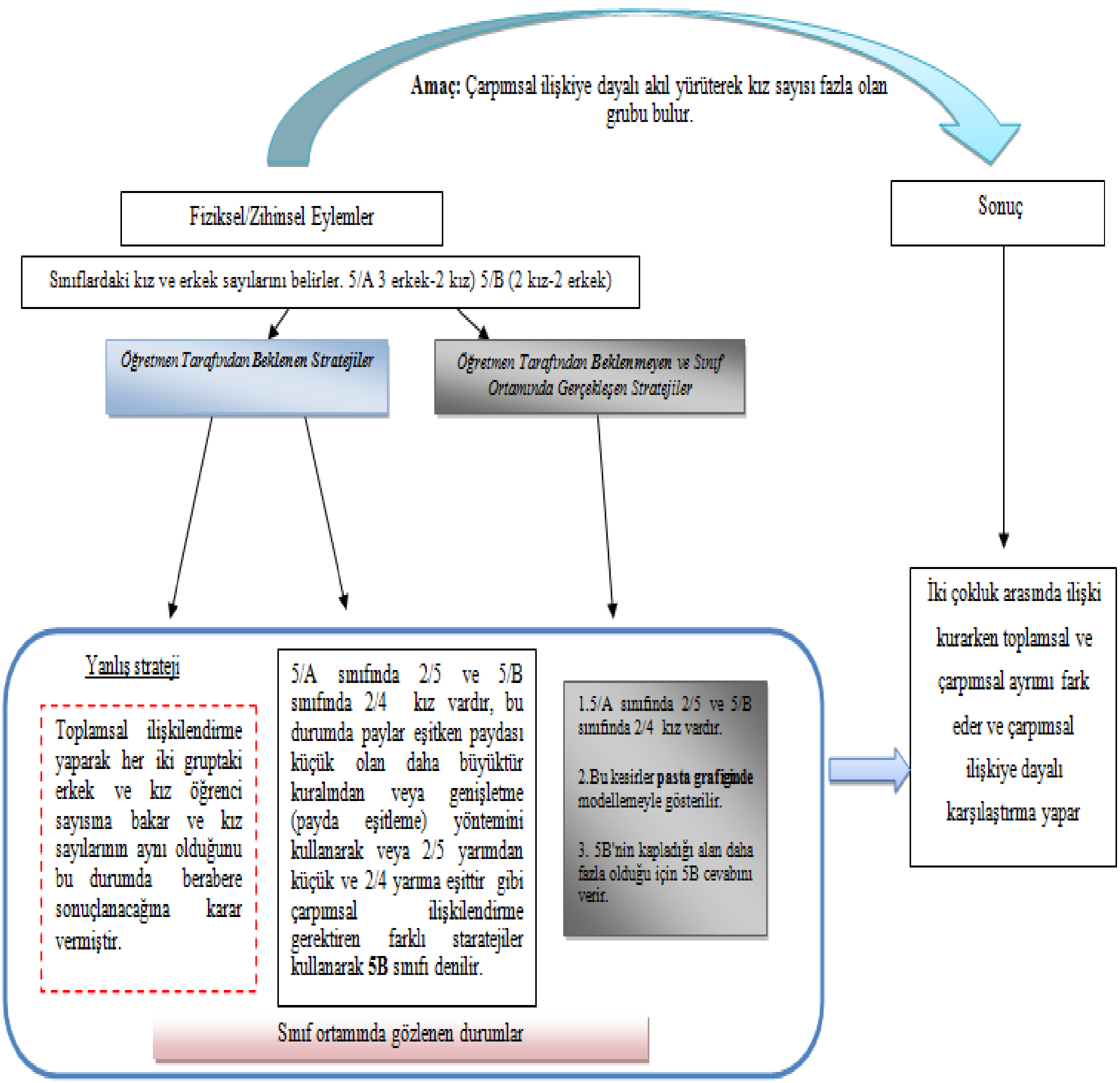
5A ve 5B sınıflarının müsabakada berabere kalacağını savunan bir başka öğrenci ise aslında yapılanların matematiksel olarak doğru olduğunu ancak mantıklarını uymadığını aşağıda söylemiştir.

Betül: Hocam matematiksel olarak Büşra'nın yaptığı doğru ama biz mantıklı düşündüğümüz için ikisi karıştığı için anlayamadık. Yani anladık da hocam anlayamadık.

Öğretmen: Evet anladınız da anlamak istemiyorsunuz.

Etkinlikte öğrencilerin genel durum içindeki matematiği anlamaya çalışması, gruplar arası ve tüm sınıfla yapılan tartışmalarda öğrencilerin kullandıkları farklı stratejilerin tartışılması ve formüle etmesi ayrıca toplamsal ve çarpımsal ayrımın ortaya konulması ile ***yatay matematikleştirmeyi*** gerçekleştirilmiş olduğu düşünülmektedir.

Ders öncesi öğretmen tarafından oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası oluşan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) arasındaki tek fark bir grup öğrencinin problemde ifade edilen durumu kesirlerde modelleme ile göstermiş olmasıdır. Bunun dışında ders öncesi oluşturulan planda beklenildiği şekliyle bazı öğrenciler toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşünmüş ve bu şekilde düşünen öğrencilerden bazıları sınıfta yapılan tartışmalar sonucu toplamsal ilişkilendirmeye dayalı fikirlerinden dönseler de bazı öğrenciler öğretmenin kişi sayısı fazla olan değil halat çekenler arasında kız sayısı fazla olanın yarışmayı kazanacağı kuralını hatırlatmasına rağmen düşüncelerinden vazgeçmemiştir. Ayrıca soruyu doğru şekilde çözebilen öğrencilerin "kesirler ve ondalık gösterim" konularından öğrendiklerini kullanmaları ön bilginin problem çözümlerinde önemli olduğunu göstermektedir.



Şekil 3.6. *Orantılı durumlarda çarpımsal ilişki için tahmini öğrenme durumları*

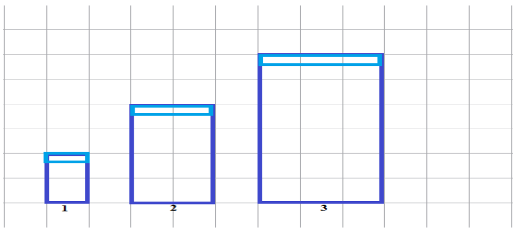
4.1.2.1.3. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 3'e (hangisi kimin bisküvi kutusu) ilişkin bulgular*

Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 3'te de bir önceki etkinliğe benzer şekilde toplamsal ve çarpımsal ayrımın ortaya konması amaçlanmıştır fakat fark olarak kareli kağıt üzerinde dikdörtgen şekiller verilmiştir ve öğrencilerden bu dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenar uzunlukları üzerinden büyüklüklerinin yorumlanması beklenmiştir. Bu sayede öğrencilerin informal veya orantısal öncesi çözüm stratejisi olarak kabul edilen arttırma stratejisini fark edecekleri düşünülmüştür. GME'nin *gerçeklik ilkesi* gereği öğrencilerin günlük hayattaki durumlara matematiksel yaklaşımla bakarak informal adımlarla hareket etmesi ve öğrenmede matematikleştirme süreci izlemesi beklenmektedir. Bu etkinlikteki bağlam problemi aşağıdaki şekilde verildiği gibi gerçek bir yaşam durumu düşünülerek düzenlenmiştir.

"Demirtaş ailesi farklı yaşlarda olan 3 çocuklu mutlu bir ailedir. Bu aile Pazar günleri toplu bir şekilde markete giderek haftalık gerekli ev alışverişlerini yaparlar. Bisküvi reyonuna geldiklerinde çocukların annesi farklı büyüklüklerde bisküvi kutuları görür ve aşağıdaki şekildeki (sizlere dağıttım kareli kağıtlar) büyüklüklere göre çocuklarının yaşlarına uygun büyüklükteki kutulardan sırayla alır. Bundan sonra öğretmen şu açıklamayı yapar";

a) 2. ve 3. Sıradaki bisküvi kutusunu 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre önce ***kısa kenar uzunluğu*** *sonrasında ise* ***uzun kenar uzunluğu*** *üzerinden yorumlayın.*

b) 2. ve 3. Sıradaki bisküvi kutusunu 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre ***kısa ve uzun kenar uzunluğunu birlikte ele alarak*** *yorumlayın.*



a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler kareli düzlemde verilen dikdörtgenler üzerinden seçtikleri stratejiye göre çözümlere başlamışlardır. Öğrenciler ikinci ve üçüncü sıradaki bisküvi kutularının büyüklüğünü 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre öncelikle a şıkkında yer verilen kısa sonra ise uzun kenar uzunluğu üzerinden yorumlamışlardır.

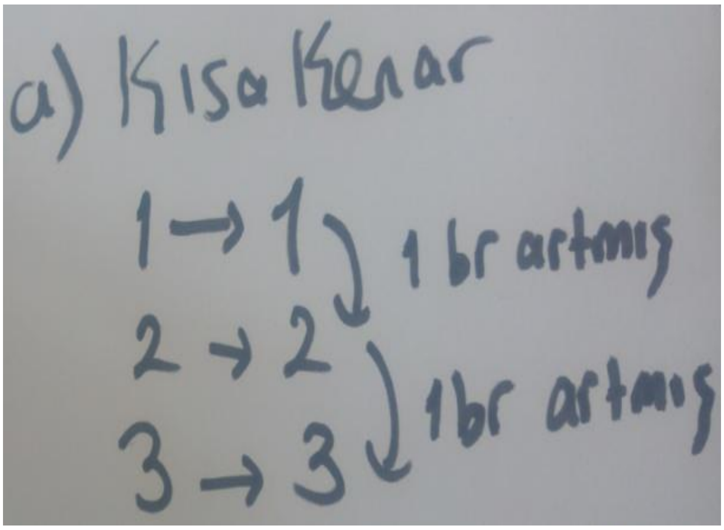
Öğrenciler soruya ders öncesi öğretmenin planındada yer aldığı şekliyle hem çarpmaya dayalı hem de toplamaya dayalı düşünerek cevap vermişlerdir. Toplamaya dayalı düşünen öğrencilerden birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Kısa Kenar

> *Alper: Birincisinde bir birim, ikincisinde iki birim olmuş. Üçüncüsünde üç birim olmuş. Git gide bir birim bir birim artmış. Kısa kenar uzunluğu gittikçe bir birim artmıştır.*
> *Öğretmen: Kısa kenar uzunluğu gittikçe bir birim artmıştır diyorsun.Peki dediklerini şu şekilde yazsam daha düzenli ifade etmiş olabiliriz değil mi?*

Uzun Kenar

> *Demet: Hocam birinci kutunun kenar uzunluğu 2, ikinci kutunun kenar uzunluğu 4, üçüncü kutunun kenar uzunluğu 6. Buna göre her kutuda uzun kenar uzunlukları 2 birim artmıştır.*
> *Öğretmen: 2şer birim artıyor evet. Burada 2şer birim artıyor. Burada 1er artıyor. Güzel. Aferin.*



Görsel 3.12. *Toplamaya dayalı düşünen öğrencinin verdiği cevap*

Öğretmen öğrencinin söylediklerini tahtaya dikdörtgenlerin sırası ve kısa kenar uzunlukları olacak şekilde yazmıştır. Öğrenciler de arttırma stratejisi veya uzun oran tablosunun kullanımının oluşumuna yönelik ön hazırlık oluşturmaya çalışmıştır. Diğer öğrenci grubu ise kısa ve uzun kenarlara yönelik çarpmaya dayalı aşağıdaki diyalogda verildiği gibi cevaplar vermiştir.

Öğrencinin kısa kenarla ilgili yorumu

Ömer Faruk: Hocam 1. kutu 2. kutunun yarısı. 1. kutu 3. kutunun ise 3te 1 idir.

Öğretmen: Yarısı 1. kutu 3.kutunun 3te biri. Yani 1 bölü 2si. 1 bölü 3ü. Güzel.

Bu da olur.

Öğrencinin kısa kenarla ilgili yorumu

Damla: Bir numaralı bisküvi kutusunun kısa kenarı 1 birimdir. 2 numaranın 2, 3 numaranın ise 3 birimdir. Yani 2 numaralı bisküvi kutusu 1 numaralı bisküvi kutusunun 2 katıdır. Üçüncü kutu ise birinci kutununkinin 3 katıdır.

Öğretmen: 2 katıdır. Arkadaşınız Ömer Faruk'unkinin bir değişiğini söyledi.

Öğrencinin uzun kenarla ilgili yorumu

Kiraz: İkincinin uzun kenar uzunluğu birin uzun kenar uzunluğunun 2 katıdır. Üçün uzun kenar uzunluğu birin uzun kenar uzunluğunun 3 katıdır.

Öğretmen: 2 katı evet. 3ünkü de 1inkinin 3 katı. Farklı düşünen?

Sınıftaki az sayıdaki başka bir grup öğrenci ise dikdörtgenler kareli düzlemde verilmesine rağmen ve öğretmenin kareli düzlemi hatırlatmasına rağmen nitel açıdan görsel olarak şekillere bakmış ve sayıları kullanmayarak aşağıdaki diyalogda verildiği gibi cevap vermiştir.

Şevval: 1 numaralı bisküvi kutusu 2. bisküvi kutusundan az ve 3.bisküvi kutusu da 1.den daha azdır.

Öğretmen: hıı, evet, kareli düzlemdeki birimleri saydın mı?

Şevval: hocam, aslında baktım şöyle bi.. öyle.

Öğrenciler sonrasında ise etkinlikte yer alan B şıkkına geçerek 2. ve 3. Sıradaki bisküvi kutusunun büyüklüğünü 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre kısa ve uzun kenar uzunluğunu birlikte ele alarak yorumlamıştır.

Ders öncesi öğretmenin tasarladığı planda da yer aldığı şekliyle bir grup öğrenci her üç dikdörtgenin de alanını bulduktan sonra bölme işlemiyle kaç katı olduğunu bakmıştır. Bu durumu ifade eden diyalog aşağıdaki gibidir.

Damla: Hocam şimdi 1 nolu bisküvi kutusunun alanı.

Öğretmen: He alanı yaptın evet. 1 numaralının alanını yaptın.

Damla: 2 çarpı 1. Bu 1 nolu. 2 nolu bisküvi kutusunun alanı da 4 çarpı 2 oluyor. Eşittir 8 oluyor. Sonra 8i 2ye bölüyoruz.

Öğretmen: Neden 2ye böldün?

Damla: Çünkü kaç katı olduğunu bulacağız.

Öğretmen: Kaç katı olduğunu bulmak için.

Damla: Yani 1 nolu bisküvi kutusu, pardon 2 nolu bisküvi kutusu 1 nolu bisküvi kutusunun 2 katıdır.

Öğretmen: 4 katıdır.

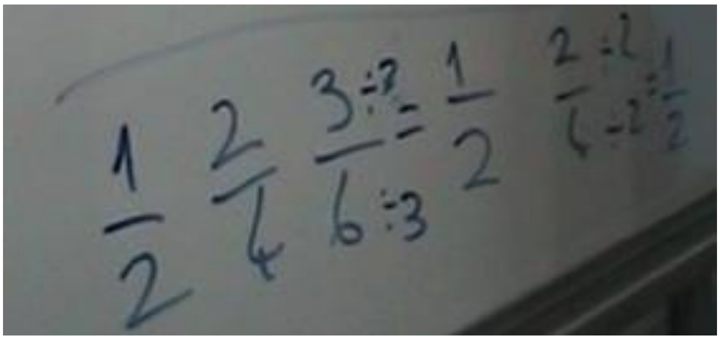
Damla: Üçüncüsünün alanı 6 çarpı 3 18 oluyor.Sonra bir nolu bsküvi kutusunun alanı da 2 olduğu için 18 bölü 2 9 oluyor. Yani 9 katıdır.

Öğretmen: Güzel aferin Damla.

Ders öncesi öğretmenin hazırladığı planda da yer alan kısa ve uzun kenar uzunluklarını oran biçiminde yazarak birbirlerinin katlarına bakma stratejisini sınıfta bir öğrenci yapmıştır.

Öğrenci kısa kenar uzunluğunu paya, uzun kenarı ise paydayı yazmıştır ve bunun üzerinden büyüklükleri yorumlamıştır.

Büşra: Öğretmenim bu şekilde yazarsak üçüncü bisküvi kutusu birinci bisküvi kutusunun 3 katı, ikinci bisküvi kutusu da birinci bisküvi kutusunun 2 katı oluyor.
Öğretmen: Eveeet güzel, çok güzel çok güzel Büşra.
Büşra: Öğretmenim bide hep yarım yarım gidiyor ve bunları sadeleştirdiğimizde yani bunu 2 ye bölersek 1 bölü 2 çıkıyor. Öğretmenim bunları genişlettiğimizde de aynı sonuç çıkıyor.
Öğretmen: Evet. 1 bölü 2. Genişlettiğimizde, sadeleştirdiğimizde hep aynı sonuç çıkıyor. 1 bölü 2, 2 bölü 4, 3 bölü 6. Bunlar hep birbirinin 2 katı büyüklüğünde değil mi? Bu bunun 2 katı 2 katı. Şu şunun 3 katı. Zaten siz hepsini söylediniz. Hep kat üzerinden yorumladınız.



Görsel 3.13. *Öğrencinin kısa ve uzun kenar uzunluklarını oran biçiminde yazarak verdiği cevap*

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinliğin kolay olmasından da kaynaklı olarak hemen hemen tüm öğrenciler farklı stratejiler kullanarak doğru bir şekilde sorunun çözüme ulaşmıştır.

Etkinlikteki amaç için yatay matematikleştirme sürecindeki geçişlerin öğrencilerin bağlamsal olarak sunulan problemde verilen dikdörtgen biçimindeki şekillerin, öğrencilerin nitelden ziyade nicele yönelik yorum yapmalarını sağlamak amaçlı kareli düzlem üzerinde verilmiştir.

Sonrasında öğrencilerin kısa ve uzun kenar uzunluklarını ölçmesi ile şekillerin kenar uzunluklarını yorumlamada bu kısa ve uzun kenar uzunluklarını ele alış biçiminden yola çıkarak sınıfta öğrenciler tarafından çözülen farklı stratejilerin sınıfta tartışılması ve öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal ayrımı fark etmeleri ile *yatay matematikleştirme* sürecinin gerçekleşmiş olduğu düşünülmektedir.

Ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası oluşan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) örtüşmekte olduğu görülmüştür. Fakat B şıkkı için ders öncesi öğretmenin hazırladığı planda öğretmen kısa ve uzun kenar uzunluklarını kesirsel biçimde yazarak oranlamasını beklemişti ancak başarı düzeyi yüksek olduğu söylenebilecek bir öğrenci dışında öğrencilerin bu şekilde bir gösterim yerine dikdörtgenlerin alanlarını bularak alanlar üzerinden kesirsel gösterim yapmayı tercih etmişlerdir.

4.1.2.1.4. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 4'e (farklı güzergâh) ilişkin bulgular*

Bu etkinlikte öğrencilerden beklenen yolculuğun süresi ve alınan yolun kendi içinde miktar olarak çarpımsal ilişki içinde olunduğunun farkına varılması olup etkinliğin sonunda öğrencilerin zaman ve yol çokluklarının oranını algoritma kullanarak belirleyebilmeleri amaçlanmıştır.

Kolay bir etkinlik olmasından kaynaklı öğrencilerin zorlanmadan kolaylıkla çözüme ulaşabileceği düşünülmektedir. Öğretmen öğrencileri algoritmaya yönlendirirken ise kareli düzlemdeki birimler üzerinden arttırma stratejisinden (uzun oran tablosu) faydalanacak şekilde bir plan hazırlamıştır.

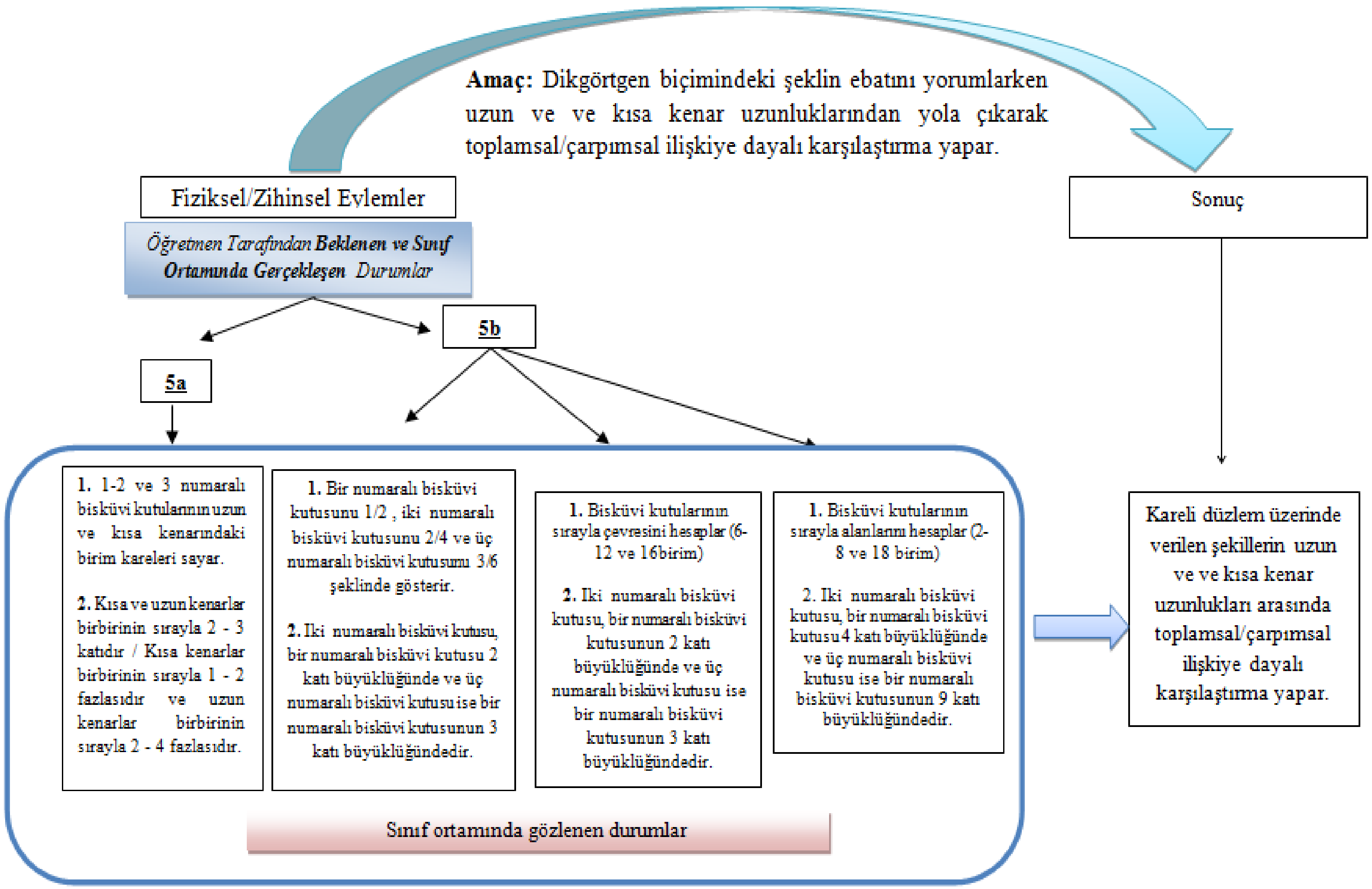
Öğrencilere GME ilkesi gereği gerçek yaşamla ilişkili sunulan problem aşağıdaki gibidir.

Ali 8. Sınıf öğrencisi olup liselere giriş sınavlarına hazırlanmaktadır. Bu pazar Ali ALS (Askeri Liselere Giriş) sınavına girecektir. Ali'yi sınava kendi arabalarıyla babası götürecektir.

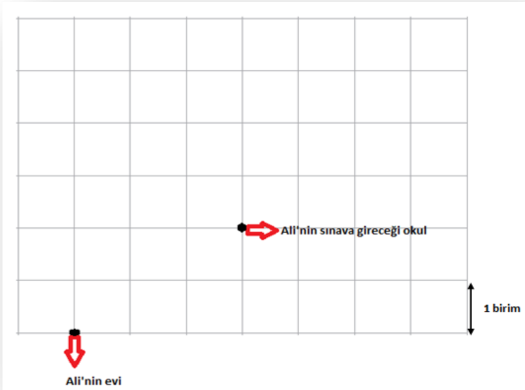
Babası akıllı telefonundaki adres bulma uygulamasına Ali'nin gireceği sınav yerini yazar. Telefondaki uygulama, Ali'nin evinden sınava gireceği okula ***30 dk.*** *da varacağını göstermektedir.*

Şimdi tüm gruplardaki her bir öğrenciye kareli kağıt üzerinde Ali'nin evi ve okulunun bulunduğu noktaları gösteren bir kağıt dağıtacağım. Buna göre her grubun Ali'yi evinden sınava gireceği okula götürecek ***<u>üç farklı güzergâh</u>*** *belirlemesini istiyorum. Takip ettiğiniz bu 3 farklı güzergahın her birinde her bir birimin kaç dakika süreceğinizi de kağıtlarınıza not alıp, sınıfta paylaşacaksınız."*

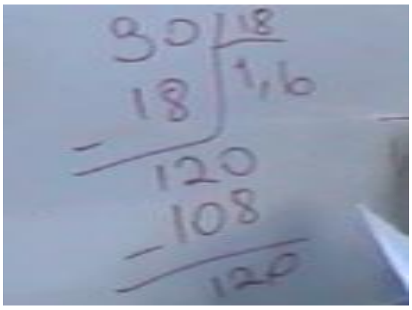
Bu etkinlikte öğrenciler çözüm için *kareli düzlem üzerinde* Ali'nin evi ve okulu arasında çizgi çizerek güzergâh belirlemeye çalışacaklardır.



Şekil 3.7. *Orantılı durumlarda toplamsal/çarpımsal ilişkinin belirlenmesi için tahmini öğrenme durumları*



Damla: Ben ilk önce bir tane güzergâh belirledim. Güzergâhın kaç birim olduğunu buldum Ali'nin evinden Ali'nin sınava gireceği okula kadar.
Öğretmen: Kaç birim çizdin? Kaç birim yol gitti?
Damla: 18 birim.
Öğretmen: 18 birim yol gitti. Sonra ne yaptın?
Damla: Sonra Ali'nin evinden Ali'nin sınava gireceği okula kadar 30 dk geçiyormuş. O yüzden ben de 30 dk'yı 18'e böldüm.
Öğretmen: Tamam çok güzel. Tamam. Hadi bakalım. Onu bir tahtada göster bize. Tahtada gösteriyor şimdi Damla. 30'u 18'e bölmüş çünkü onun yolu 18 birimlikmiş. 30'u 18'e böldün 1,6.

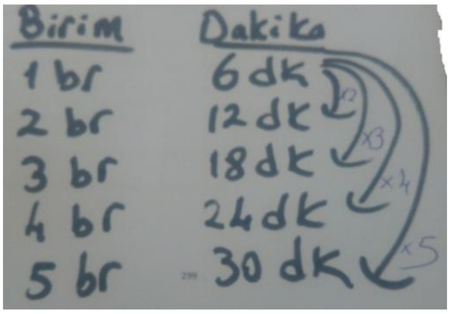


Görsel 3.14. *Öğrencinin bölme işlemini kullanarak verdiği cevap*

Öğrenciler, kareli düzlemdeki birimler ile ev-okul arasındaki güzergahı belirlemede çizilen çizgilerle (alınan yol) arasındaki ilişkiyi tanımlamış ve sonrasında zaman çokluğunu alınan yola bölerek her bir birimin kaç dakikada alındığını hesaplamıştır. Sonuçta kareli düzlem üzerinde öğrenciler tarafından çizgilerle belirlenen güzergâh modelinden her bir birimin kaç dakikada alındığının bulunması ile etkinlikte formal bilgiye ulaşıldığı ve ***yatay matematikleştirme*** sürecinin gerçekleşmiş olduğu söylenebilir.

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Öğretmen öğrencilerin cevaplarını dinledikten sonra etkinlikte verilen durumu genellemek için kareli düzlemdeki her bir birimin kaç dakikada alındığına ilişkin yapılan çözüm yolllarından tam sayı olarak çıkan bir sonucu arttırma stratejisini kullanarak öğrencilerin yorumlamasını ve oran tanımına ulaşmalarını sağlamak istemiştir. Öğretmen aşağıdaki şekilde verildiği gibi birim ve dakika çokluklarını iki sütun halinde yazmış ve sonrasında bu ifadeyi tanımlamak isteseniz ne derdiniz diye sorarak öğrencilerin yorumlarını almıştır.



Görsel 3.15. *Öğrencinin arttırma stratejisini kullanarak verdiği cevap*

Öğretmen: Peki dakikayla arasında nasıl bir ilişki var? Kiraz söylesin

Kiraz: Öğretmenim 2 katı artmış. Sonra 3 katı, 4 katı, 5 katı oluyor.

Öğretmen: Çok güzel, Peki başka, Büşra söylesin.

Öğrenci: Birimler 1'er 1'er arttıkça zaman da 6'şar 6'şar artıyor, ve hepsi 6'nın katları.

Öğretmen: Hepsi 6'nın katları. Çok güzel.

Öğretmen: Peki biz şimdi buradan oran tanımına ulaşmak istesek, bunun tanımına ulaşmak istesek ne diyebiliriz? Yani bu nasıl ifade ediliyor? Bunun tanımına nasıl ulaşabiliriz? Mesela tanımlasanız nasıl tanımlarsınız? Şu ifadeyi tanımlamak isteseniz, tanımını siz bulacaksınız mesela. Bu ifadenin tanımını siz bulacaksınız desek nasıl ifade edersiniz? Osman söylesin ilk.

Osman: Öğretmenim hepsi denk kesir.

Öğretmen: Hepsi denk kesir. Denk kesir diyor Osman. Başka? Esma kaldırdın mı parmağını?

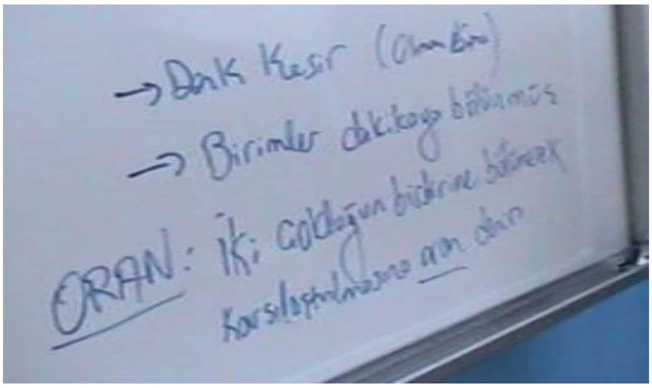
Esma: Ben de onu diyecektim hocam.

Öğretmen: Denk kesir diyecektin tamam.Peki tanım olarak. Tanım yapacağız. Büşra söylesin.

Büşra: Birim dakikanın 1 bölü 6sı kadar Yani aslında şöyle üstteki sayılar alttaki sayının 1 bölü 6 sı kadar

Öğretmen bu aşamada öğrencilerden gelen yorumları aynen kendi ifadeleriyle tahtaya yazmıştır. Öğrenci ifadelerini aynen kullanmanın hem öğrencilerin fikirlerine değer verildiğini gösterme açısından, hem de kendi kendine keşfetme olgusunun yakalanması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler yukarıdaki diyalogdada görüldüğü gibi sıralı halde yazılmış değerler arasındaki denklik ilişkisini farketmişler ayrıca üstteki sayı alttaki sayının 1/6'sı diyerek doğru ama genelleme olmadan soruya özel bir yorum yapmışlar ancak oranın tanımına ulaşacak şekilde ifade kullanmamışlardır. Aslında bu noktada öğretmen Büşra adlı öğrencinin yorumundan yola çıkarak öğrencileri yönlendirerek oran tanımına ulaşabilirdi ama bunun yerine aşağıda verildiği gibi oran tanımını kendisi yapmayı tercih etmiştir.

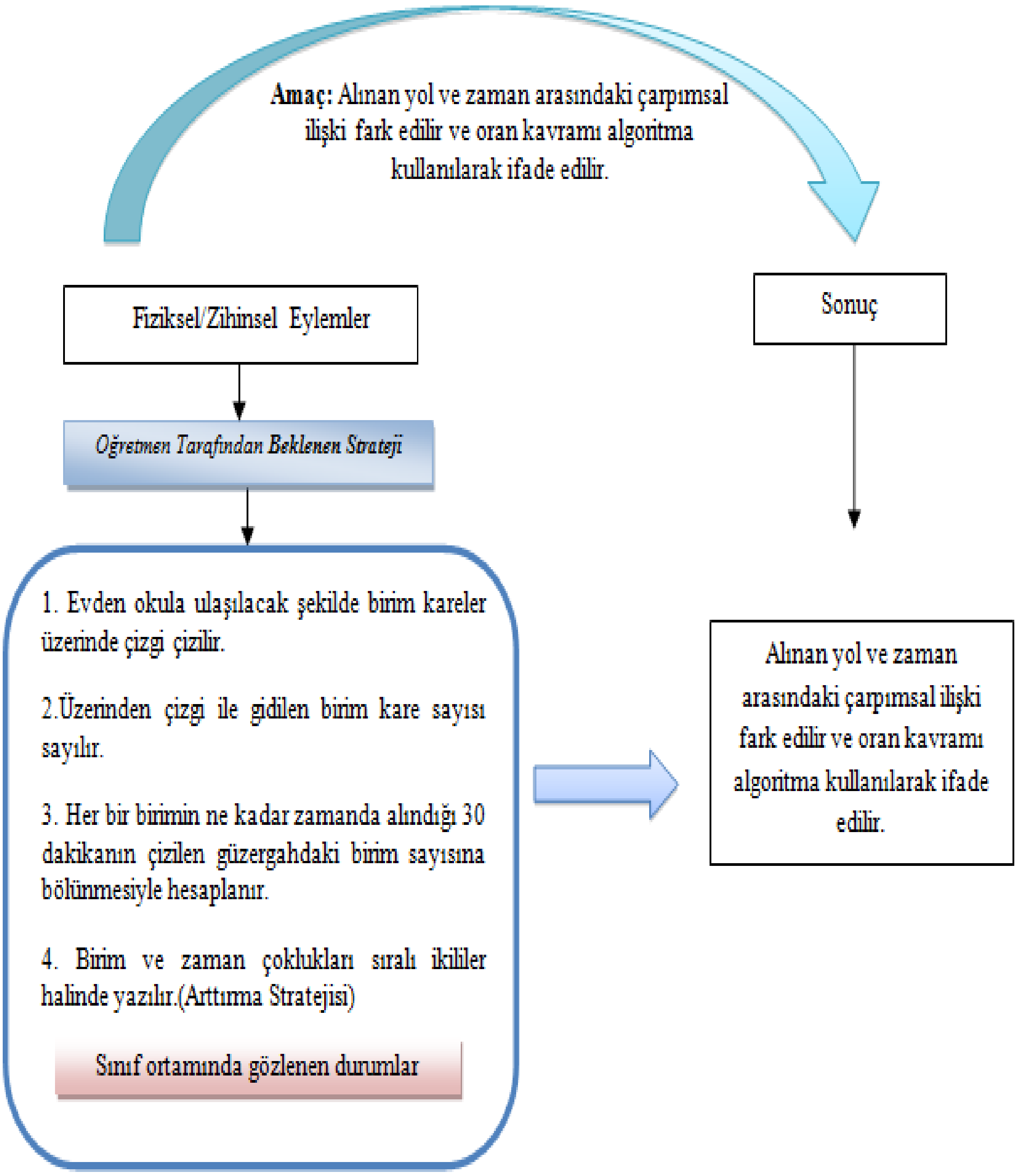
Öğretmen: Evet 1 bölü 6 sı. Burada ne olmuş. Birimler dakikaya bölünmüş. Yani. Birimler dakikaya bölünmüş. Peki bunlar iki çokluk. Yani birim de çokluk dakika da çokluk. Birden fazla sayı gelebilir. İşte şimdi oranın tanımını yazacağız biz. Oran tanımı yazacağız. Şöyle diyebilir miyiz mesela iki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir.
Öğrenci: Hocam 1 i mi 6'ya böleceğiz, 6 yı mı 1e böleceğiz?
Öğretmen: İkisi de farketmez. Dakikayı yukarıya yazarsan 6yı 1e bölmüş olursun. Dakika bölü birim yazarsan 6 bölü 1 yazarsın. O hiç farketmez. Tamam mı?
Öğrenci: Öğretmenim kesir gibi
Öğretmen: evet tabi kesir gibi.
Büşra: Öğretmenim mesela 100 metreyi 2 dk'da koşuyor. 200 metreyi 4 dk'da, 300 metreyi 6 dk'da, 400 metreyi 8 dk'da koşuyor, bu da olabilir mi?
Öğretmen: Mesela evet.



Görsel 3.16. *Oran tanımı*

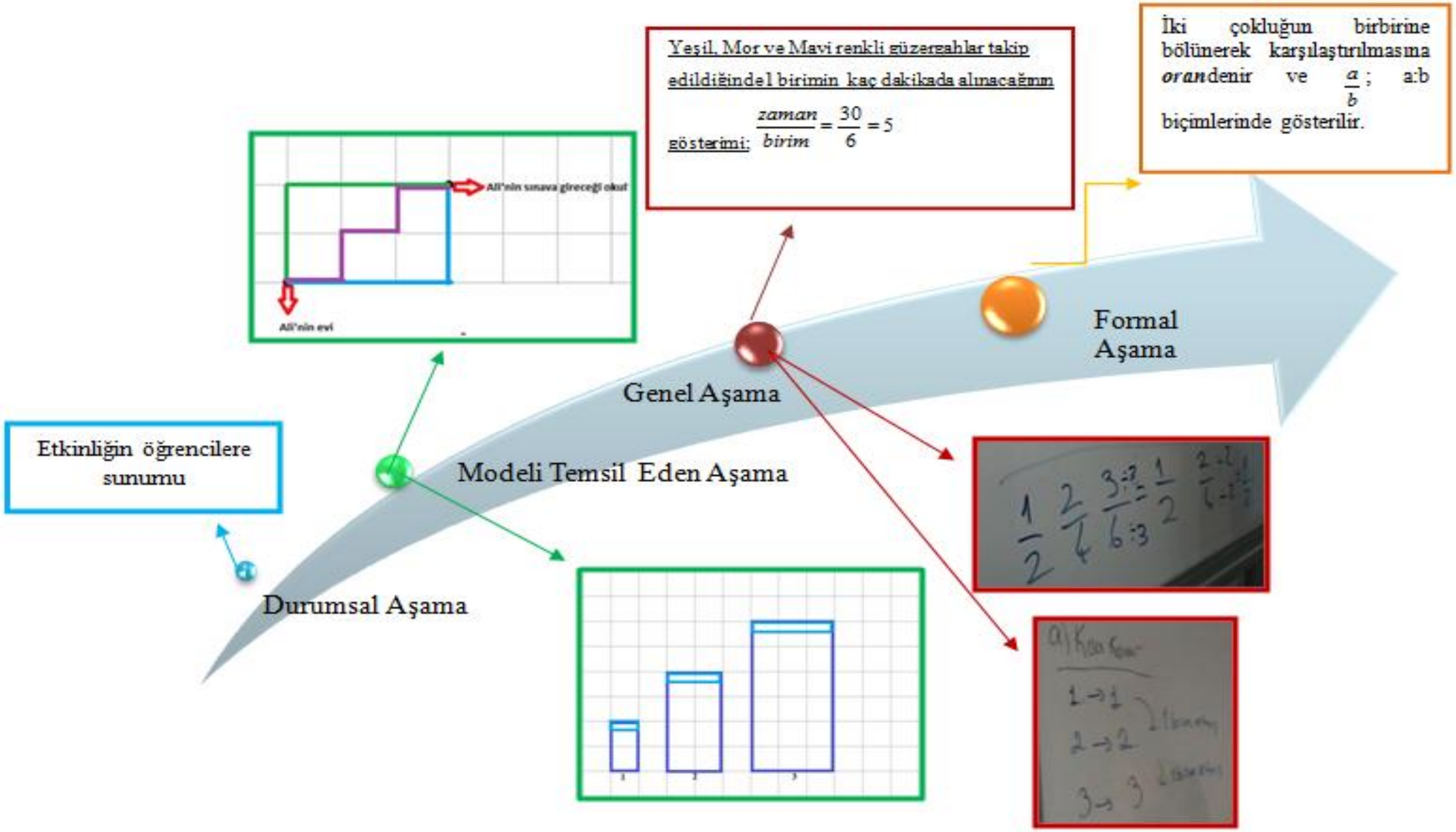
Öğrenciler verilenlerin arasındaki denk kesir ilişkisini görmüşlerdir fakat oranın genel tanımına ulaşamamış ve GME teorisinde istenilmeyecek şekilde öğretmen oran tanımını kendisi vermiştir. Öğretmenin oran tanımına öğrencilerin ulaşmasını beklemeden doğrudan kendisinin söylemesi nedeniyle dikey matematikleştirmenin GME teorisinde istenildiği şekilde gerçekleştirilmiş olduğu söylenemez.

Öğretmenin ders öncesi oluşturduğu Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası oluşturduğu Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) strateji kullanımı konusunda örtüşmüştür.



Şekil 3.8. *Oran kavramının formal tanımı için tahmini öğrenme durumları*

Ders öncesi GME teorisine dayalı oluşturulan etkinlikteki modelin oluşum aşamalarının aşağıdaki gibi olması beklenmişti ancak sonunda öğrencilerin formal aşamaya ulaşıp ulaşamadıkları konusunda netlik oluşmamıştır.



Şekil 3.9. *Oran tanımı GME teorisine dayalı model oluşum aşamaları*

4.1.2.1.5. *Oran tanımının oluşumuna ilişkin öğretim öncesi ve sonrası gerçekleşen varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Bu bölümde öğrenciler, etkinlik 1' le beraber değişim çarpanı, birim oran gibi ön orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren sezgisel yaklaşımlar kullanmışlardır. Devamında toplamsal-çarpımsal durum arasındaki farkın incelenmesinin gerektiği etkinlik 2'nin öğrenciler için orantısallıkta çarpımsal düşüncenin gelişimi için bir önsezi niteliğinde olduğu düşünülmektedir. Bu etkinlikte öğrencilerin toplamsal - çarpımsal durum arasındaki farkın ayırt edilmesinde yapması gereken işlemlerde kesirler ve ondalık gösterim konusunda ne kadar hazır bulunuşlukları iyi olursa o kadar iyi beceri gösterdikleri düşünülmektedir. Etkinlik 3'de ise iki çokluğun birbirine oranının arttırma stratejisi (uzun oran tablosu) üzerinden belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrenciler arttırma stratejisi ile çokluklar arasındaki denk kesir ilişkisini görebilmiş, ayrıca sayılar arasındaki ilişkinin toplama veya çarpma ile olabileceğine yönelik düşüncelerini belirtmiştir ve bu nedenle de öğretmen öğretim öncesi varsayımlarını öğretim sonrasında değiştirmemiştir. Etkinlik 4 ile beraber ise oran tanımına ulaşılmıştır. Etkinliğin bu noktasında zayıf kalan, "oran kavramının gösterimine ilişkin ifade", diğer etkinliklerde ortaya çıkmıştır. Mesela "elmanın armuta oranı 2 bölü 3'tür" ifadesinde öğrenciler öncelikle elmayı mı armutu mu yazacağını anlamakta zorluk çekmişlerdir. Bu durumun önüne geçmek için öğretim sonrası öğretmenin varsayımları bir dahaki planda oran kavramının gösterimine yönelik alıştırmalar yapılması olacak şekilde aşağıdaki tabloda verildiği şekilde güncellenmiştir.

Tablo 3.2. *Oran tanımının oluşumuna ilişkin öğretim öncesi ve sonrası gerçekleşen varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	**Öğretim Planı**	**Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları**	**Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları**
Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve iki çokluğun birbirine oranını belirler.	Etkinlik 1	Sayıları kullanarak daha az / daha çok muhakemesini yapar ve iki çokluk arasında ilişki kurar.	Sayıları kullanarak daha az / daha çok muhakemesini yapar ve iki çokluk arasında ilişki kurmada değişim çarpanı ve birim oran yaklaşımını kullanır.

Tablo 3.2. *(Devam) Oran tanımının oluşumuna ilişkin öğretim öncesi ve sonrası gerçekleşen varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	**Öğretim Planı**	**Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları**	**Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları**
	Etkinlik 2	Toplamsal/çarpımsal durum arasındaki farkı inceler. (Kareli Düzlem kullanarak ve kullanmadan)	Toplamsal/çarpımsal durum arasındaki farkı kesirler ve ondalık sayılar ön bilgilerini kullanarak inceler. (Kareli Düzlem kullanarak ve kullanmadan)
Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve iki çokluğun birbirine oranını belirler.	Etkinlik 3	İki çokluğun birbirine oranını artırma stratejisi (uzun oran tablosu) üzerinden algoritma kullanarak belirler.	Toplamsal/çarpımsal durum arasındaki farkı kesirler ve ondalık sayılar ön bilgilerini kullanarak inceler. (Kareli Düzlem kullanarak ve kullanmadan)
	Etkinlik 4	İki çokluğun birbirine oranını algoritma kullanarak belirler	İki çokluğun birbirine oranını algoritma kullanarak belirler ve oran kavramının gösterimine yönelik alıştırmalar yapar.

4.1.2.2. *Birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumu*

Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin ikinci bölümü olan *birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumu* bölümünde altı etkinlik (etkinlik 5-6-7-8-9-10) bulunmaktadır. Bu etkinliklerde öğrenciler tarafından hayal edilebilecek gerçek yaşam durumlarına ilişkin bağlamların olduğu uzaylı ve yemek kutusu modelleri verilmiştir. Derse öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla uzaylılara ilişkin kısa bir video izletilerek başlanmış sonrasında ise öğrencilere aşağıdaki gibi problem okunmuştur.

Kabus[1]

Konuya girmeden önce gece gördüğüm korkunç rüyayla ilgili konuşalım. Rüyam ile ilgili hatırlayabildiklerim aşağıdaki gibi;

Rüyamda bir şey beni burnumdan sıkarak uyandırıyor ve ben de

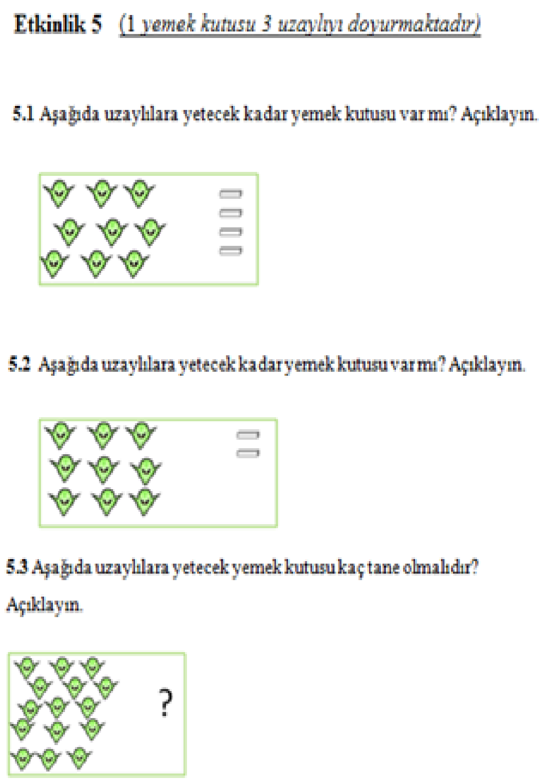
[1] Çalışmada yer alan bundan sonraki etkinliklerden etkinlik 5'den etkinlik 14'e kadar Stephan, M., McManus, G., Smith, J. ve Dickey, A. (ty). çalışmasından alınarak uyarlanmıştır.

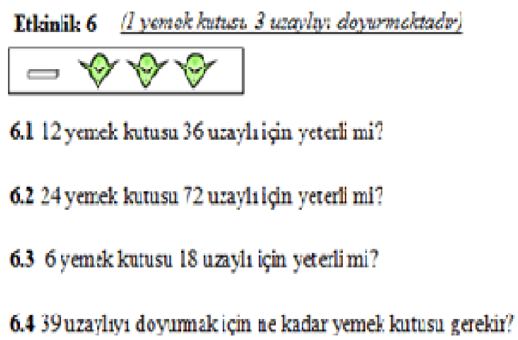
burnumu sıkarak beni uykumdan uyandıran şeyin ne olduğunu öğrenmek için tüm cesaretimi toplayıp mutfağa gidiyorum. Bir de görüyorum ki uzaylılar toplanmış ve masanın üstünde duran yemek kutusunu yiyorlar. Uzaylılar o anda beni farkediyor ve "Daha yemek kutusu, daha yemek kutusu" diye bağırıp üzerime yürüyerek bağırmaya başlıyorlar. Mutfak da sadece bir yemek kutusu" var ve bu yemek kutusu" uzaylıları doyurmak için yeterli değil. Bu yüzden bana saldıracaklar. Rüyadan yeni bir matematik problemini düşünürken uyanıyorum.

Yukarıdaki bağlamsal duruma ilişkin oluşturulan etkinlik 5 ve 6'ya ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

4.1.2.2.1. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 5 ve 6'ya ilişkin bulgular*

Etkinlik 5'de öğrencilerden uzaylı ve yemek kutusu çoklukları arasında farklı stratejiler kullanarak ilişki kurması ayrıca bu ilişkiyi kurarken 1 yemek kutusu-3 uzaylı sayılarına odaklanabilmeleri beklenmiştir. Etkinlik 6'da ise etkinlik 5' e benzer şekilde öğrencilerin iki çokluk arasında (yemek kutusu ve uzaylı) 1-3 kuralı üzerinden ilişki kurabilmeleri beklenmiştir. Etkinlik 5'den farkı ise etkinlik 5'de verilen görsellerin verilmeyip doğrudan büyük sayılar üzerinden sorunun yorumlanmasının istenmesidir.





a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler uzaylı yemek kutusu arasındaki 1'e 3 ilişkisi üzerinden seçtikleri stratejiye göre çözümlere başlamışlardır. Ders öncesi öğretmen tarafından oluşturulan planda öğrencilerin genellikle model üzerinde verilen yemek kutusu ve uzaylı şekillerinden yola çıkarak işlem yapmaya gerek duymayacak şekilde sonuca ulaşmaları bekleniyordu ancak bu şekilde yapan öğrenciler de olmasına rağmen birçok öğrenci öğretmen tarafından tahmin edilenin aksine model üzerinde verilen uzaylı ve yemek kutusu görsellerini sayıya dökerek işlem yapmışlar ve bu şekilde durum hakkında yorum yapmaya çalışmışlardır.

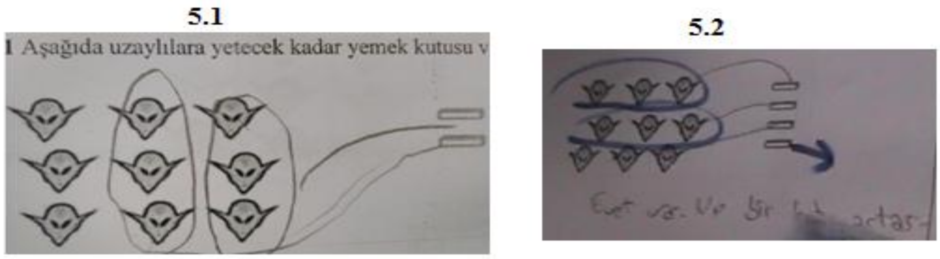
Etkinlik 5'in 5.1 ve 5.2 şıkları birbirine yakın çözüm gerektiren işlemlerden oluşmaktadır. Öğrencilerin çok az bir kısmı soruyu uzaylı ve yemek kutusu görselleri üzerinden zihinden işlem yapmadan veya döngü oluşturacak şekilde aşağıda diyalogda verildiği gibi cevaplamıştır.

Kaan: 1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyuruyor ama burada 2 tane yemek kutusu var burada da 9 tane uzaylı var. Yani 6'sını doyuruyor ama geriye kalanlarınkini doyurmuyor.

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Kaan: Hocam bakarak, yani düşündüm ki, 1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyuruyor yani burada da 2 kutu var. İlk 1 kutusunu 3 uzaylı.

Öğretmen: Tamam anladım doğrudan işlem yapmadan doyuramıyor diye yazdın.



Görsel 3.17. *Öğrencinin uzaylı ve yemek kutusu görselleri üzerinden zihinden işlem yapmadan veya döngü oluşturacak şekilde verdiği cevap*

Öğrencilerin birçoğu ise model üzerinde verilen uzaylı ve yemek kutusu görsellerini sayıya dökmüşler ve dört işlem ile sonuç hakkında yorum yapmışlardır. Bu durumu örneklendirecek diyalog ve öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

Betül: 2 yemek kutusu var resimde 3'le 2'yi çarptım 6.

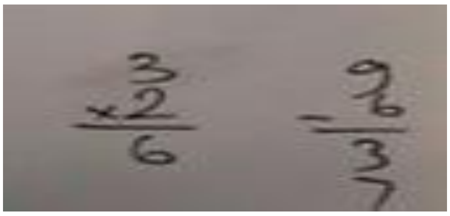
Öğretmen: Bu 6 ne oluyo?

Betül:6 uzaylı. yani 2 yemek kutusu 6 uzaylı doyurur. 9'dan da 6'yı çıkardım 3.

Öğretmen: 9'dan niye 6'yı çıkardın?

Betül:Hocam 9 tane uzaylı var ya kağıtta o yüzden çıkardım.

Öğretmen:hıı yani doyurmuyor diyorsun.3 uzaylı kalıyo açıkta



Görsel 3.18. *Öğrencinin dört işlem kullanarak verdiği cevap*

Yukarıda gösterilen çözüm yoluna benzer olacak şekilde b şıkkını çarpma işlemi ile yapanların yanında tekrarlı toplama işlemi ile yapanlar da olmuştur.

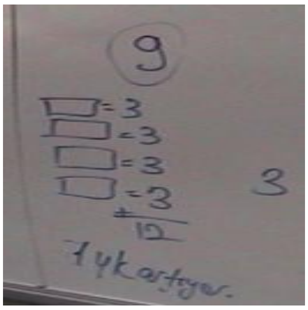
Zehra: Öğretmenim şimdi burada yine 9 tane uzaylı var. 4 tane kutu var.

Öğretmen: Tamam.

Zehra: Şimdi her bir kutu 3 uzaylıyı doyuruyorsa buna 3, buna 3, buna 3, buna 3 olduğundan topladığımızda 12 kişi oluyor ama burada 9 tane uzaylı var. Yani 3 uzaylı daha olsaydı hepsi doyacaktı ama 3 uzaylı eksik.

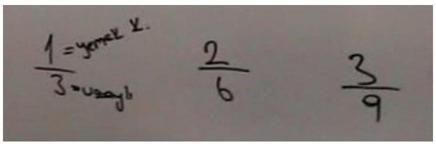
Zehra: Doyurur ama 1 yemek kutusu artıyor.

Öğretmen: 1 yemek kutusu artıyor diyorsunuz tamam. 1 yemek kutusu artıyor.



Görsel 3.19. *Öğrencinin tekrarlı toplama stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Sınıfta çok az sayıda öğrenci kesirle göstermeyi tercih ederek önceki örneklerden öğrendiği şekliyle bu etkinliği yemek kutusu ve uzaylı sayılarını denklik sınıfı stratejisini kullanarak denk kesir oluşturacak şekilde yazmışlar ve oranla göstermişlerdir. Buna ilişkin öğrencinin cevabı ve öğretmenle öğrenci arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.



Görsel 3.20. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Aleyna: 1 bölü 3 olarak. 1 kutu 3 uzaylıyı doyurduğu için.

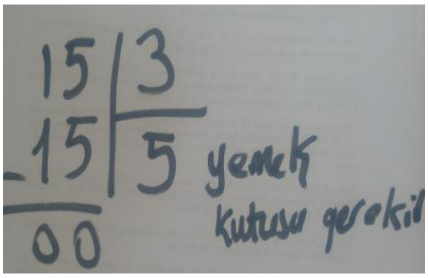
Öğretmen: Tamam öyle yap. Aleyna nasıl yapacak bakalım. Yemek kutusu. Olsun tamam. Uzaylı.

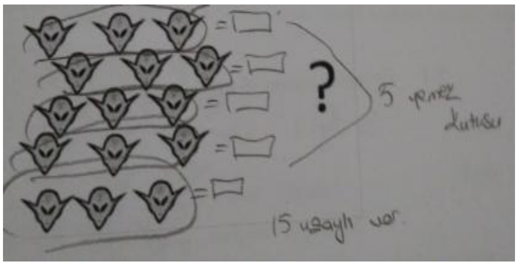
Aleyna: Hocam bu 1 tane yemek kutusu 3 uzaylıyı doyurduğu için kesirli şekli. Bu da 2 yemek kutusunun 6 uzaylıyı doyurduğu şekli. 9 tane uzaylı içinse 3 bölü 9 olması gerekiyor ama 2 tane yemek kutumuz olduğu için yine de 3 kalıyor.Yani 3 tane yemek kutusu olmalıydı ama 2 tane var.

Etkinlik 5'in son sorusunu bir grup öğrenci bölme işlemiyle yaparken bazı öğrenciler ise uzaylı sayısına göre gerekli yemek kutularını kendileri çizip döngü oluşturacak şekilde cevaplamıştır.

İlayda: 15 tane uzaylı var. Her uzaylı için 3 tane yemek kutusu gerekiyor hocam. Her bir uzaylı değil de pardon hocam 3 tane uzaylı için 1 tane gerekiyor. İşlem yapayım mı hocam?

Öğretmen: Gel tahtada yaptığın işlemi yap. Evet 15'i 3'e böldük 5 yemek kutusu gerekiyor. 15 uzaylı varsa 1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyuruyorsa o zaman 15'i 3'e böldük 5. Başka türlü yapan?





Görsel 3.21. *Öğrencinin uzaylı ve yemek kutusu görselleri üzerinden döngü oluşturacak şekilde verdiği cevap*

Diğer iki soruyu kesirle göstererek cevaplayan öğrenciler yine bu soruyu da kesirle göstermiş ve doğru şekilde cevaplamışlardır. Buna ilişkin diyalog ve öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

Aleyna: Hocam yine kesirli gösterdim.

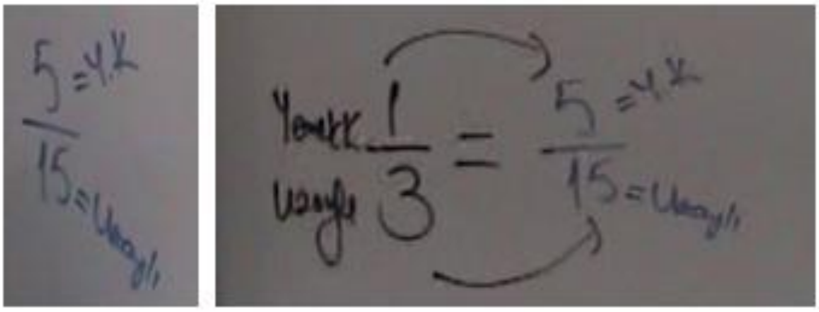
Öğretmen: Tamam gel tahtada göster hızlıca.

Aleyna: Hocam 5 yemek kutusu gerekiyor ben de ilk önce bunun gibi böldüm hocam. Ondan sonra 15 uzaylı vardı hocam. Bu yine yemek kutusu sayısı oluyor, bu da uzaylı sayısı oluyor.

Öğretmen: 5 yemek kutusu 15 uzaylı doyuruyor dedin. Neden? Çünkü 1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyuruyorsa dedin. 1 yemek kutusu 3 uzaylı dedi arkadaşınız. O zaman dedi 5 yemek kutusu da 15 uzaylıyı doyurur dedi. Aleyna'nın yöntemi nasıl?

Öğrenci: Karışık.

Öğrenci:Karışık değil de hocam yani daha matematiksel bizim ki daha basit..



Görsel 3.22. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Sınıfta bulunan az sayıda öğrenci yukarıdaki şekildeki gibi eşitlik sembolünden yararlanarak d*enk kesir stratejisi* ile çözüme ulaşmıştır.

Ders öncesi öğretmenin tahminlerine göre oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) şekil 3.10 da verildiği gibidir.

Etkinlik 6' da öğrenciler etkinlik 5 için kullandıkları stratejilere benzer stratejiler kullanmıştır. Bu etkinlikte de az sayıda öğrenci yemek kutusu ve uzaylı çokluklarını kesir biçiminde yazarak *denk kesir stratejisini* kullanarak sonuca ulaşmıştır. Buna ilişkin diyalog ve öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Damla: Öğretmenim 12 yemek kutusu 36 uzaylı için yeterli mi diyor. Ben kesirli yaptım.

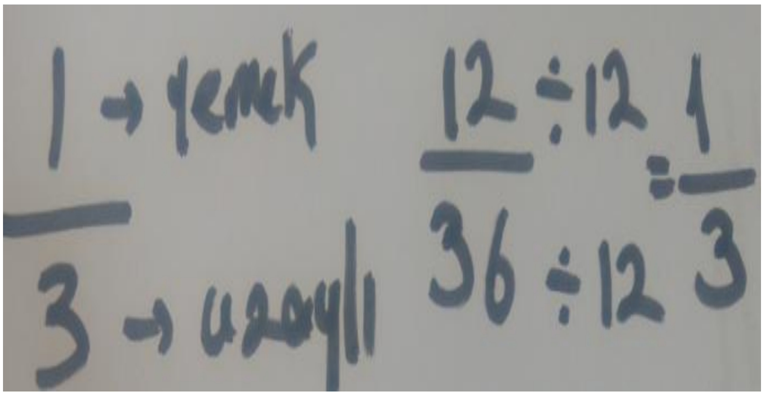
Öğretmen: Gel tahtada göster o zaman kesirli yapılışını.

Damla: Hocam şimdi 3 yemek kutusu. Pardon 3 uzaylıya 1 yemek kutusu yetiyormuş. O zaman 36 uzaylıya 12 yemek kutusunun yetmesi için yani bunu anlayabilmemiz için ben bunu buna denklemeye çalıştım.

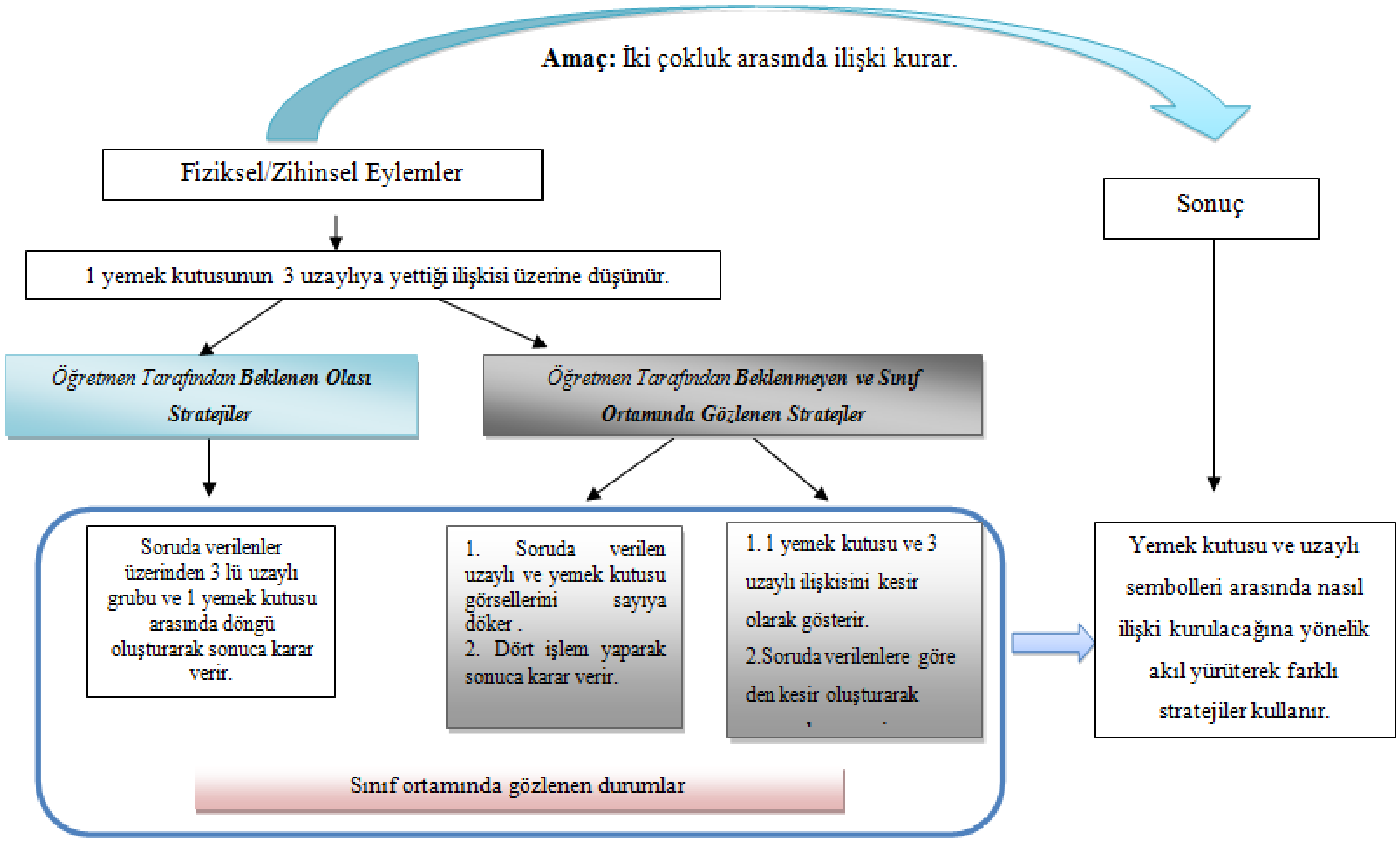
Öğretmen: Denklemeye çalıştın evet. Nasıl yaptın onu?

Damla: 12'yi 12'ye böldüm 1 etti. 36'yı 12'ye böldüm 3 etti. 1 bölü 3 yani yetiyor.

Öğretmen: Yani yetiyor dedin. Çok güzel. Evet Damla'nın yolu öyle.



Görsel 3.23. *Öğrencinin denk kesir stratejisini kullanarak verdiği cevap*

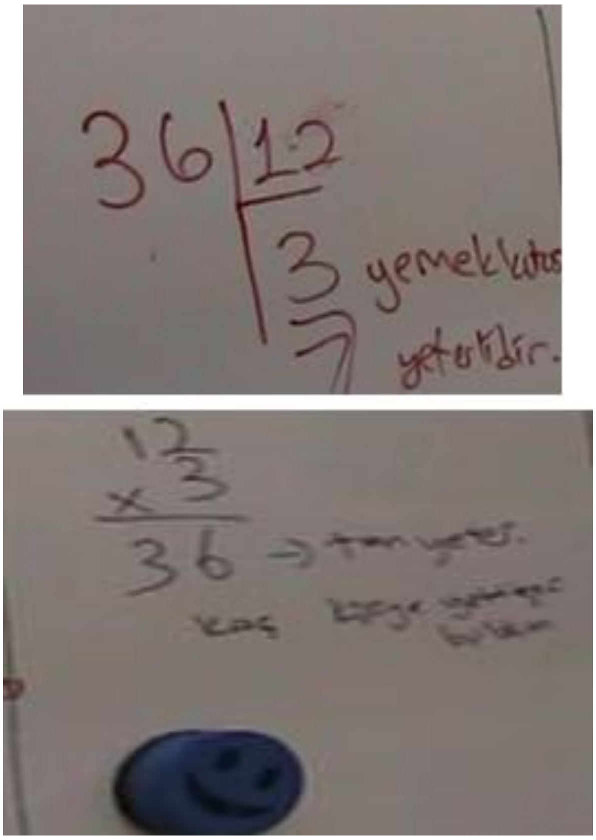


Şekil 3.10. Modelden sembolik gösterim kullanarak iki çokluk arasında ilişki kurma için tahmini öğrenme durumları

Bunun dışında pek çok öğrenci aşağıda gösterildiği gibi çarpma ve bölme stratejisini kullanarak çözüme ulaşmıştır.

Şevval: Hocam ben de bölerek yaptım.

Öğretmen: Şevval 36'yı 12'ye bölmüş 3 yemek kutusu. 36 uzaylıyı 12 yemek kutusuna böldü Şevval. Konuşma aranda. Evet ikisi de bakın farklı yöntemlerle yaptı. 36'yı birisi 12'ye böldü 3. 3 tane uzaylı. Doğru mu doğru. Diğeri ne yaptı? 12'yle 3'ü çarptı. 1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyuruyorsa 12 yemek kutusu 36 uzaylı dedi.



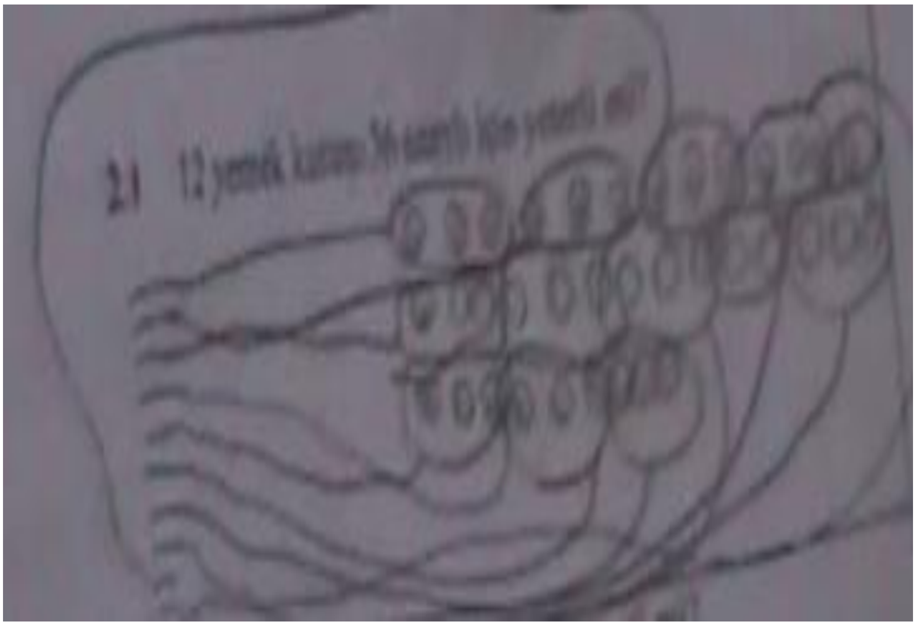
Görsel 3.24. *Öğrencinin dört işlem kullanarak verdiği cevap*

Az sayıda öğrenci de sayılar büyük olmasına rağmen aşağıda gösterildiği gibi yemek kutusu ve uzaylı modellerini çizerek sonuç hakkında yorum yapmıştır.

Öğretmen: Demet mesela ne yapmış? Tek tek bakmış resmini çizmiş. Biraz zor olmuş ama. 12 tane toplam yemek kutusu yapmış. 3er'li gruplandırmış. Tek tek görsel olarak yapmış. Olur mu olur. Evet. Sayı büyüdükçe zorlaşıyor ama değil mi bu yöntem.

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik 5 ve etkinlik 6'da tüm öğrencilerin farklı strateji kullanarak doğru bir şekilde çözüme ulaştıkları görülmüş ve ders sonunda öğrencilere stratejilerle ilgili anlaşılmayan bir şey olup olmadığı sorularak ders tamamlanmıştır.



Görsel 3.25. *Öğrencinin yemek kutusu ve uzaylı modellerini çizerek verdiği cevap*

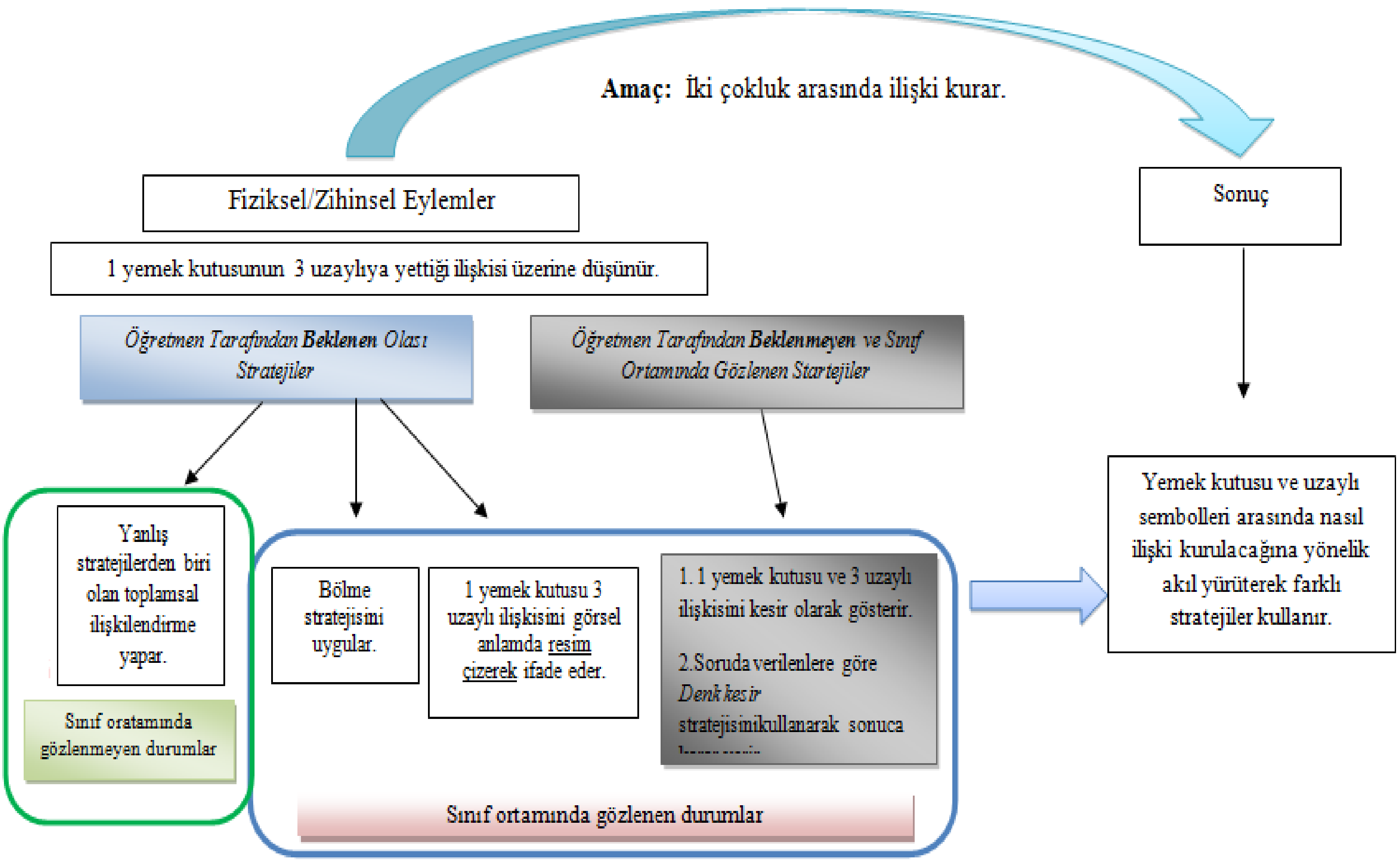
Ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan tahmini öğrenme durumu ile uygulama sonrası oluşan tahmini öğrenme durumunun bazı yönlerde örtüşmediği görülmüştür.

Etkinlikteki sorular öğrencilere kolay gelmiş ve çözüm yollarında daha çok <u>çarpma- bölme</u> gibi dört işlem gerektiren stratejiler kullanmışlardır. Görsel olarak model çizme ve model üzerinden döngü oluşturma ile kesir gösterimine daha az eğilim gösterdikleri görülmüştür. Dersin işlenişi sırasında öğretmeni en çok şaşırtan durum ise öğrencilerin çözümlerinde *denk kesir stratejisinin* kullanımı olmuştur. Çünkü bu stratejinin kullanımı öğrencilerdeki niceliksel düşünmeyi gerektirmekte olup öğretmen, öğrencilerin ilerleyen etkinliklerde bu stratejiyi kullanmalarını beklemişti. Ders öncesi öğretmen tarafından oluşturulan tahmini öğrenme durumunda böyle bir strateji beklemeyen öğretmenin, bu stratejiyi kullanan öğrencileri gördüğünde oldukça şaşırdığı ders sonrası aldığı nottan da anlaşılmaktadır.

GÜNLÜK

Öğretmen

Sorular öğrencilere çok basit geldi ve genelde çarpma bölme işlemi ile sonuca ulaştılar. Az sayıda öğrenci uzaylı ve yemek kutusu modellerini çizerek sonuca ulaştı. Öğrencilerin verileri oran kullanarak yazıp denk kesir oluşturarak sonucu bu şekilde yorumlaması beni çok şaşırttı.



Şekil 3.11. *Sözel problemlerde sembolik gösterim kullanarak iki çokluk arasında ilişki kurma için tahmini öğrenme durumları*

Bu etkinlikle beraber sınıfta bir grup öğrenci *denk kesir stratejisi* gibi nicel düşünmeyi gerektiren stratejiyi kullanmaya başlamışken, sınıftaki diğer grupların uzaylı ve yemek kutusu modellerini görsel olarak çizdiği veya dört işlem kullanarak soruyu cevaplamıştır. Bu durum sınıfın aynı seviyede ilerlemediğini ve arada farkın oluşmakta olduğunu göstermektedir.

4.1.2.2.2. ***Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 7' ye ilişkin bulgular***

Etkinlik 7' de öğrencilere aşağıda şekilde gösterilen etkinlik kağıdı dağıtılmış ve 1 yemek kutusunun 5 uzaylıyı doyurduğu ilişkisi üzerinden düşünmeleri beklenmiştir. Etkinlikteki amaç ise birim oran şeklinde verilen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) üzerinden ifade eder olarak belirlenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilere "Farklı Güzergah" etkinliğinde gösterilen uzun oran tablosu (arttırma stratejisi)tekrar gösterilmiş vebununla ilgili düşünceleri sorularak nasıl anlamlandırdıkları öğrenilmek istenmiştir.

Etkinlik 7

(1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)

7.1 5 yemek kutusu ne kadar uzaylıyı doyurur?

7.2 30 uzaylıyı doyurmak için ne kadar yemek kutusuna ihtiyaç vardır ?

7.3 35 uzaylıyı doyurmak için kaç tane yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

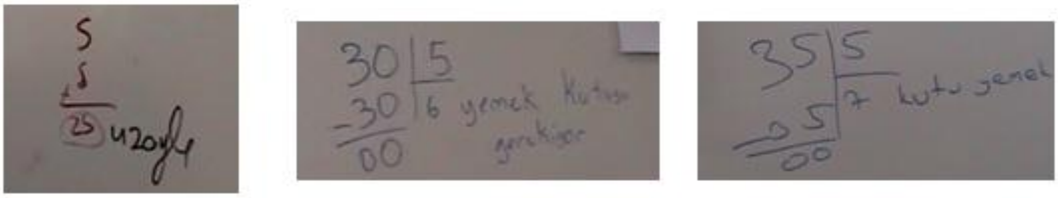
a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler etkinlikte istenen durumu anladıktan sonra sınıftaki öğrencilerin hemen hepsi başka bir strateji uygulamadan aşağıda gösterildiği gibi sadece bölme stratejisi ile soruyu cevaplandırmıştır. Bunun dışında sadece bir öğrenci diğer etkinliklerdeki gibi uzaylı yemek kutusu resimlerini çizerek sonuca ulaşmştır. Kesirle çözüm yapan öğrencilerde bu etkinlikte bundan vazgeçerek bölme stratejisi yapmayı tercih etmiştir.

Kaan: Hocam 1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyormuş.

Öğretmen: Evet 1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyor. 5 yemek kutusuna ne kadar uzaylıyı doyurur diyor. 5'le 5'i çarpıyoruz 25 uzaylı. Tamam. Başka yöntemi olan var mı? 3.1'le ilgili başka düşünen? Kimse yok tamam

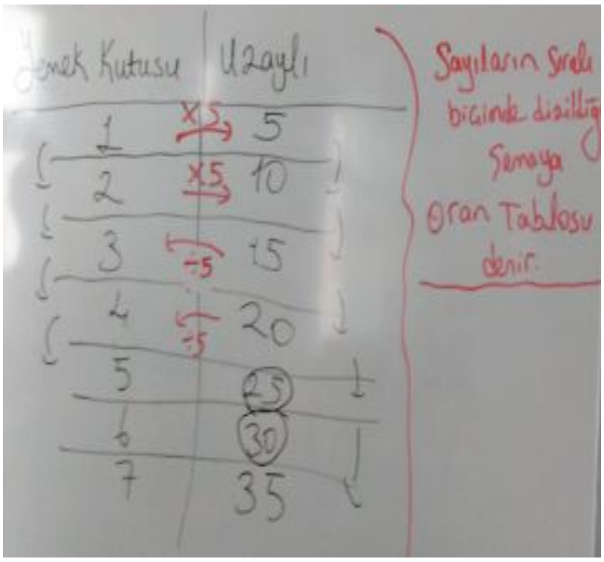
Öğretmen: 3.2 Berke. Evet Berke 30'u 5'e böldü 6'yı buldu. Yani uzaylıyı, 30 uzaylıyı 5 uzaylıya böldü 6 buldu. Başka yöntemi olan var mı? Yok.
Öğretmen: Evet bu sefer de arkadaşınız 35'i 5'e böldü 7 yemek kutusu yeter dedi.



Görsel 3.26. *Öğrencilerin bölme işlemini kullanarak verdiği cevap*

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Öğretmen ders öncesi hazırladığı planda tasarladığı gibi öğrencilerden bölme stratejisi dışında veya yemek kutusu ve uzaylı ilişkisi üzerinden liste yapmayla ilgili bir fikir gelmediği takdirde bu yöntemin nasıl yapılabileceğine yönelik soru cevap şeklinde bir ortam oluşturmayı planlamıştır. Buna ilişkin öğretmen öğrencilerle birlikte "Farklı güzergâh" etkinliğinde yaptığı ancak ismini vermediği gibi yine aşağıdaki gibi öğrencilerle birlikte bir uzun oran tablosu oluşturmuş ve yorumlamıştır.



Görsel 3.27. *Öğretmen tarafından oluşturulan uzun oran tablosu*

Öğretmen:. Peki bu şekilde çarpma bölme dışında nasıl yapabiliriz? Farklı bir stratejiniz var mı? Mesela şöyle düşünsek
Öğretmen:Şimdi biz bu şekilde buraya yemek kutusu buraya uzaylı deyip bunları böyle birer birer sıraladığımız zaman neler oluyor kim söyleyecek?
Kağan: Yemek kutusu 1'er 1'er artıyor

Öğretmen: Bunlar 1er 1er artıyor. Güzel başka, Berfin söylesin
Berfin:Uzaylılar 5'er 5'er artıyor.
Betül: Hocam hocam hepsinin 5'le çarpımı.
Öğretemen: 5'le çarpımı. Evet Betül 5'le çarpımı dedi. Şöyle 5'le çarparız dedi. Peki başka? Başka? Böyle baktık bu şekilde baktık farklı bakan da olabilir.
Öğrenci: Evet.
Öğretmen: Şimdi biz bu şekilde göstermeye, burası yemek kutusu burası uzaylı, bu şekilde uzun bir işlem yapmaya buna oran tablosu diyoruz. Şu yaptığım şeye benim oran tablosu *diyoruz. Tamam. Yani evet sayıların sıralı biçimde dizildiği şemaya oran tablosu diyoruz. Tamam mı?*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi öğrenciler oran tablosunu yorumlarken yemek kutusunun 1'er 1'er , uzaylı sayısının 5'er 5'er arttığını ve yemek kutusunun 5 ile çarpımının uzaylı sayısını verdiğine ilişkin yorumlarda bulunmuşlardır. Oran tablosunun tanıtımından sonra öğretmen ders öncesi hazırladığı planda hiç bir öğrenci toplama stratejisi kullanarak soruyu cevaplamazsa zıt olarak aşağıdaki bir tablo oluşturulması ve öğrencilere bu yolla ilgili düşünceleri sorulması ve sınıfta tartışma ortamı oluşturulmasını planlanmıştı. Planda hazırlanan duruma benzer şekilde sınıfta aşağıdaki gibi bir tablo oluşturulmuş ve öğrencilerin yorumlamaları beklenmiştir. Buna ilişkin öğretmen ve öğrencilerin karşılıklı diyalogları ve tahtaya çizilen kısa oran tablosu aşağıdaki gibidir.

Görsel 3.28. *Kısa oran tablosu*

Öğretmen: 1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyor. İlk a şıkkında ne diyordu size 5 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur? Herkes 25 cevabını verdi. Mesela ben tablo yaptım diyelim. 1 yemek kutusu 5 uzaylı böyle alt alta yazdım. Bunların arasında nasıl bir fark var? 4. Burada da o zaman ben 4 fark olur dedim yani 5'le 4'ü topladım 9 buldum. Bence bu cevabım doğru. Siz katılıyor musunuz?
Öğrenci: Hayır.
Öğrenci: Hayır hocam.

Öğretmen: Neden katılmıyorsunuz niye? Yani ben toplamak istedim burada. Söyle Kaan.

Kaan: Hocam zaten 1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyor. 2 yemek kutusu 10 uzaylıyı doyurur. 5i de 25 doyurduğu için nasıl 9 olcak.

Kiraz: Öğretmenim onların arasında katlar olduğu için toplama olmuyor.

İlayda: Hocam ben katılmıyorum çünkü 1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyorsa 5 tane yemek kutusu nasıl 9 uzaylıyı doyuruyor? Çok mantıksız.

Büşra: Mesela orda 5 yemek kutusu 9 uzaylıyı doyurur ama artabilir. Böyle düşünmek yanlış olabilir. Yanlış.

Öğretmen: 5 yemek kutusu 9 uzaylıyı doyurabilir ama artabilir mi? Eksik mi kalır artar mı?

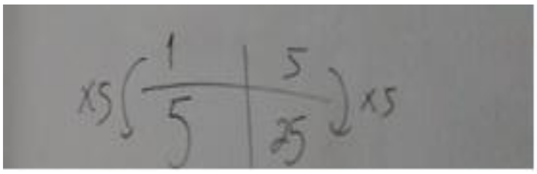
Büşra: Artar.Yani daha fazla uzaylıyı doyurur,9 çok az

Öğretmen: Yemek artar. Yemek kutusu artar.

Büşra: Evet.

Öğrenci: Evet hocam.

Yukarıdaki diyalogdanda anlaşıldığı üzere öğrencilerin, öğretmenin oluşturduğu toplamsal ilişkiye dayalı hatalı tabloyu kabul etmediği görülmektedir. Başka bir öğrenci ise *kendi içindeki (skaler)* oran ilişkisini kullanarak sorunun çarpımsal şekilde yapılabileceğini söylemiştir.



Görsel 3.29. *Öğrencinin kendi içindeki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

Zehra: Hocam şimdi 1 yemek kutusu. 5 1in 5 katı olduğuna göre o şekilde düşüneceğiz. O zaman da 5'le 5'i çarpmamız gerek.

Öğretmen: Hee Zehra da diyor ki hocam diyor böyle yapmayın da diyor. 1'le 5'i çarpın 5 bulun diyor. 5'i de 5'le çarpın 25 bulun diyor.

Öğrenci: Evet hocam ben de öyle diyecektim.

Öğretmen: Başka? Peki buna mı katılıyorsunuz? Yani şuna mı katılıyorsunuz? 1'e 5 yazalım. Burası bunun 5 katı o zaman 5'in de 5 katı 25. Buna mı katılıyorsunuz?

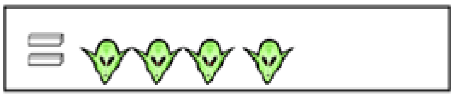
Öğrenciler: Evet.

Ders öncesi oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumlarında (TÖD) öğretmen öğrencilerin yanlış düşünerek toplamsal ilişkilendirmeye yönelebileceklerine yönelik bir çıkarımda bulunmuşken, öğrenciler bu şekilde bir çözüm göstermemiştir. Sorunun soruluş biçimi gereği öğrencilerin çarpma- bölme gibi dört işlem becerisiyle soruyu cevaplaması beklendik bir durum olmuştur. Öğretmen, öğrencileri oran tablosuyla tekrar karşı karşıya getirmiş ve bu stratejinin kullanımı konusunda yönlendirmiştir. Ders öncesi öğretmen tarafından öğrencilerin kullanmasını düşündüğü stratejilere yönelik oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejiler sonucu ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumlarının (TÖD) şema üzerinde gösterimi aşağıdaki şekil 3.12 de verildiği gibidir.

4.1.2.2.3. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 8'e ilişkin bulgular*

Etkinlik 8'de öğrencilere aşağıda şekilde gösterilen etkinlik kâğıdı dağıtılmıştır ve önceki örneklerden farklı olarak sayılar birim oran içermeyecek şekilde verilmiştir ve bu nedenle öğrencilerin 1 yemek kutusu yerine 2 yemek kutusu üzerinden düşünmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çözüm yolları dinlendikten sonra son soru olan 8.5'e gelindiğinde öğrenciler uzun oran tablosunu kullanmadaki zorluğu gördüklerinde öğretmen kısa oran tablosu oluşturarak öğrencileri bu çözüm yolununda kullanabilmeleri konusunda yönlendirmiştir. Etkinlik 8'de amaç "birim oran içermeyen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu üzerinden ifade eder" olarak belirlenmiştir. Öğrencilere sunulan etkinlik aşağıdaki gibidir.

Etkinlik 8



(2 yemek kutusu 4 uzaylıyı doyurmaktadır)

8.1 10 yemek kutusu 20 uzaylı için yeterli midir ?

8.2 12 yemek kutusu 22 uzaylı için yeterli midir ?

8.3 14 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurabilir?

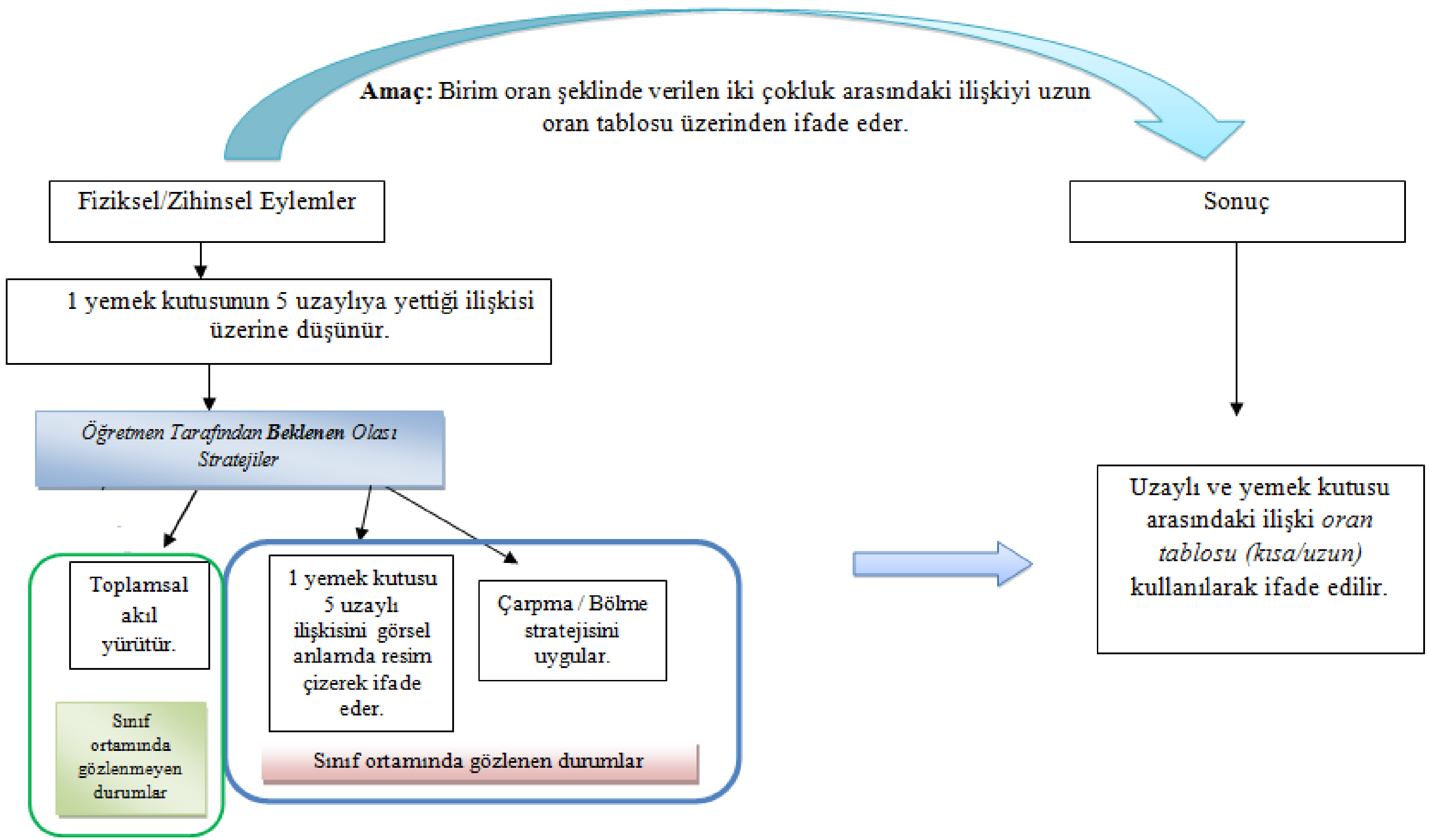
8.4 16 uzaylı doyurabilmek için kaç yemek kutusu gerekir?

8.5 98 yemek kutusu kaç uzaylı doyurabilir?

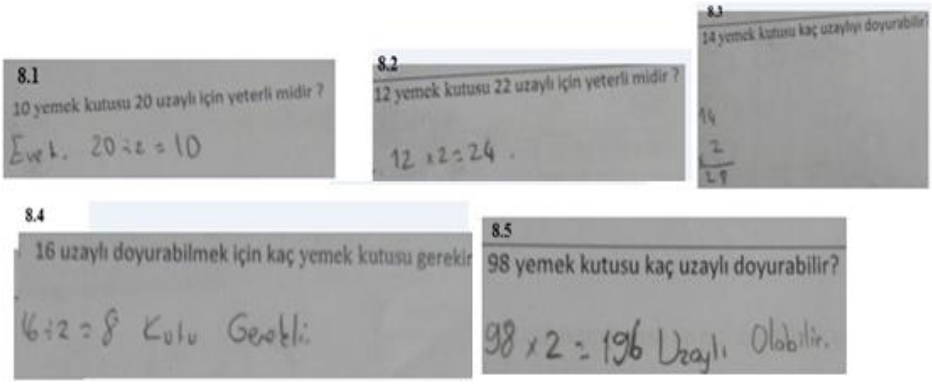
a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler etkinlikte istenen durumu anladıktan sonra bir önceki örnekte öğretmenin tanıttığı oran tablosu yerine yine bölme stratejisini kullanarak işleme başlamayı tercih etmişlerdir.

Öğrenciler etkinlikteki tüm soruları aşağıdaki şekillerde cevapları görüldüğü biçimde öncelikle *birim oranı* yani 1 yemek kutusunun 2 uzaylıyı doyurduğunu bulup sonrasında işlemleri buradan yola çıkarak devam etmişlerdir.



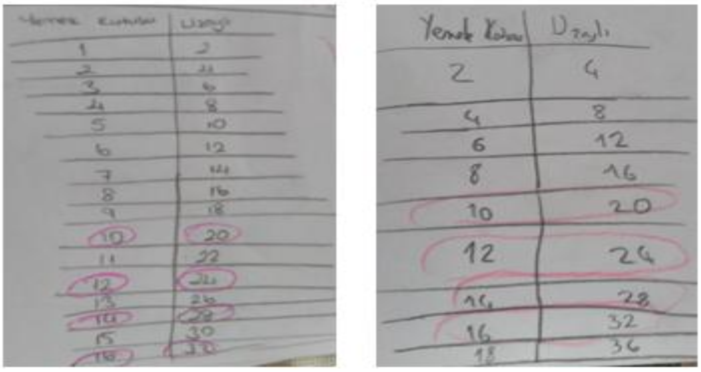
Şekil 3.12. *Oran tablosu kullanımına yönelik tahmini öğrenme durumları*



Görsel 3.30. *Öğrencilerin bölme işlemini kullanarak verdiği cevap*

Sonrasında öğretmen öğrencilere tablo kullanarak da yapabilecekleri ve bir de bu şekilde işlemleri yapma konusunda aşağıdaki diyalogda gösterildiği gibi hatırlatmada bulunmuştur ve bunun üzerine öğrencilerin bir kısmı birim oranı kullanarak 1 yemek kutusu 2 uzaylıyı doyurur, başka bir kısmı ise 2 yemek kutusu 4 uzaylıyı doyurur şeklinde tabloyu kullanarak aşağıdaki şekillerdeki gibi doğru cevaba ulaşmışlardır.

Öğretmen: Tamam bölme, çarpma yapma işlemleri ile yani 25'i 5'e bölüyordunuz 5 falan buluyordunuz ya, öyle yaptınız bide uzun oran tablosu oluştursun herkes öyle denesin hadi

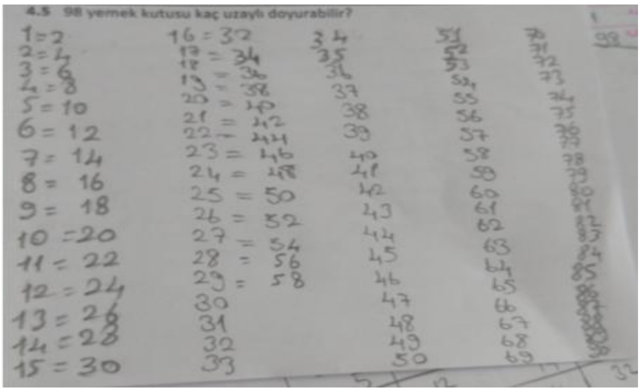


Görsel 3.31. *Öğrencinin uzun oran tablosu (tekrarlı toplama) stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Ders öncesi öğretmen tarafından kısa oran tablosuna ihtiyaç oluşturmak amaçlı planlandığı şekilde öğrenciler etkinlinlik 8.5'de, sorunun çözümünün kağıda sığmadığını öğretmene göstermişlerdir. Öğretmen ile öğrenci arasında geçen diyalog ve öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Öğrenci: Ben bir soru sorabilir miyim? Şimdi son soruda 8.5 98 yemek kutusu diyor. O kadar uzatacak mıyız?

Öğretmen: uzatacak mısın? Uzatmak istersen uzat, uzatmak istemiyorsan farklı bir yol kullanabilirsin.



Görsel 3.32. *Öğrencinin uzun oran tablosu (tekrarlı toplama) stratejisi kullanarak verdiği cevap*

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Öğretmen son soruda uzun oran tablosunun kullanımının zorluğuyla karşılaşan öğrencilere kısa oran tablosunu anlatmıştır. Öğrenciler kısa oran tablosunun işleyişiyle ilgili bir problem yaşamamış ve *kendi içindeki (skaler)* ve *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkilerinin kullanımına ilişkin yorum yapmışlardır.

Öğrencilerin kafalarına takılan nokta ise aşağıdaki diyalogda da görüleceği üzere *"böyle bir kullanıma ne gerek var, zaten çarpma yaparak ben bu sonuca ulaşabiliyorum"* olmuştur.

Öğretmen: Şimdi size zor geldi değil mi şu uzun oran tablosuna tek tek bunu göstermek? 98'e kadar gitmek? Ama ben ne diyorum artık çarpmayı da kullanmayacağız tablo kullanacağız diyorum bu tür sorularda. Çünkü ilerde hep tabloyu kullanacaksınız siz. Nasıl göstereceğiz? İşte kısa tablomuz da var bizim. Mesela şuraya yemek kutusu diyeceğiz. Şuraya uzaylı diyeceğiz. 1 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyuruyordu? 2. Peki 98 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur?

Öğrenci: Aa hocam 2'yle çarpacağız.

Öğretmen. Evet. Mesela burada 2'yle çarpmış o zaman burada da ne yapacağım?

Öğrenciler: 2'yle çarpacağız.

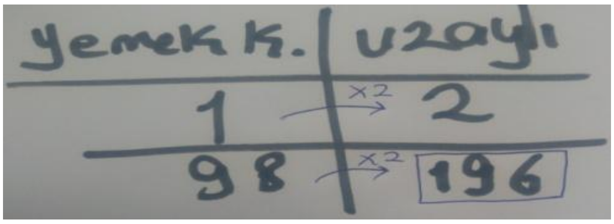
Öğretmen: Evet 2'yle çarpacağım.

Öğrenci: Yani 196.

Öğrenci: Hocam anlamadığım aynı şey niye tablo ?

Öğretmen: Daha zor işlemlerde tablosuz yapamayabilirsiniz çünkü.

Sonrasında başka bir öğrenci tablo üzerinden *kendi içindeki (skaler)* ve *aralarındaki (fonksiyonel) oran* ilişkilerini fark ederek 98 sayısı 1'in 98 katı olduğuna göre 2'nin de 98 katı 196 olur yorumunu yapmıştır.



Görsel 3.33. *Öğrencinin arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

Öğrenci: Hocam 98 1'in 98 katı. O zaman 98'le 2'yi çarpacağım.

Öğretmen: Evet şunu dedi Zehra. Aferin Zehra. 1 98'in kaç katı? 98 katı o zaman 2'yle de 98'i gene çarpabilirdik yani şuradan da bakabilirdik. Gene 196 olurdu. Yani ya böyle bakın ya da şöyle de bakabilirdik.

Etkinlik 8 için öğrencilerin öğretmenin yönlendirmesiyle uzun oran tablosunu oluşturabildikleri ve kısa oran tablosunu da anlamlandırabildikleri görülmüştür. Takıldıkları nokta ise *birim oran* stratejisini oluşturan bölme-çarpma gibi dört işlem stratejisi ile sonuca ulaşabilirken neden kısa ve uzun oran tablosunu kullanalım olmuştur. Bu durum karşısında öğretmenin ders sonrası yaptğı özdeğerlendirme aşağıdaki gibidir.

ÖĞRETMEN

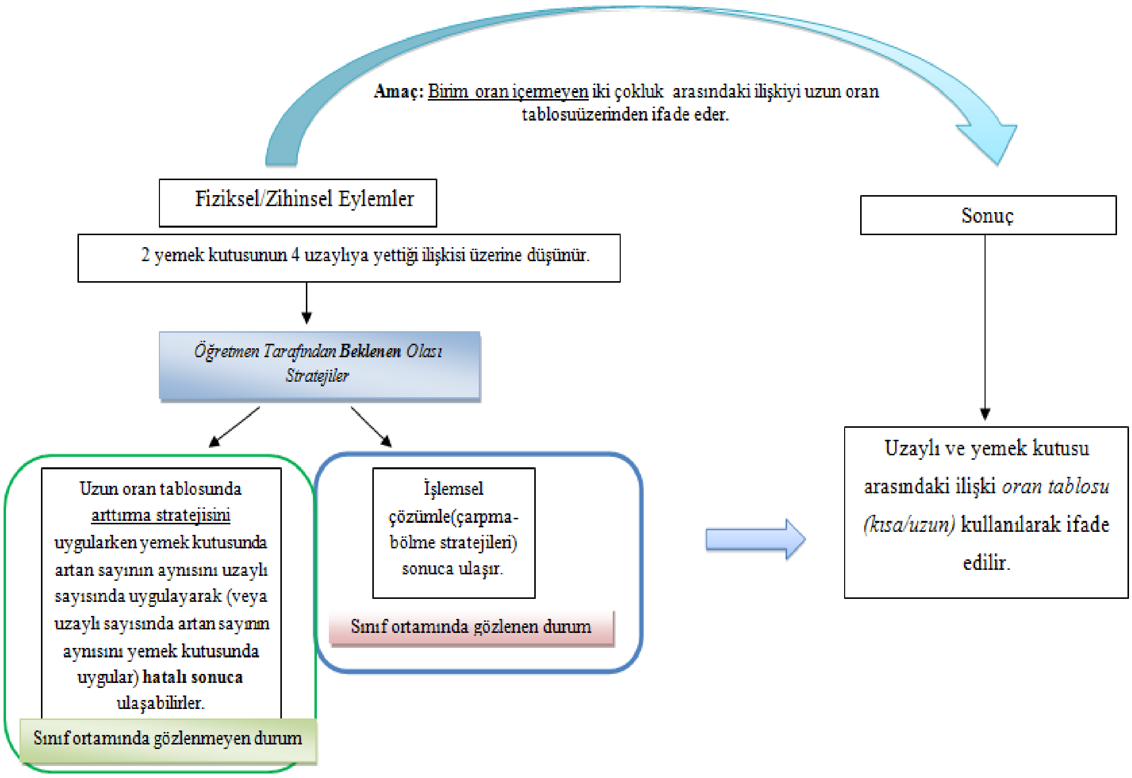
Günlük

Öğrenciler soruları önceden kullanmaya alışkın oldukları dört işlem becerisiyle cevaplıyor ve haliyle oran tablosuna ihtiyaç hissetmiyorlar. Ancak ilerideki bilinmeyen değeri bulma soru tipinden önce bu yöntemin kullanımı öğrencileri için ön hazırlık olabilir.

Öğretmen ders sonrası aldığı notta oluşturduğu planı sorguladığı farklı bir etkinlik hazırlama veya *uzun oran tablosunu* öğrencilere hiç anlatmama gibi bir değerlendirme yaptığı görülmektedir. Ders öncesi öğretmen tarafından öğrencilerin kullanmasını düşündüğü stratejilere yönelik oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejiler sonucu ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumlarına (TÖD) ilişkin şekil ise aşağıda şekil 3.13 de verilmiştir.

4.1.2.2.4. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 9'a ilişkin bulgular*

Etkinlik 9'da öğrencilere aşağıda şekilde gösterilen etkinlik kağıdı dağıtılmıştır ve bu etkinlikte de bir önceki etkinlikte olduğu gibi birim oran içermeyen sayılar verilmiştir ancak farklı olarak isebu etkinlikte 2 yemek kutusunun 5 uzaylıyı doyurduğu bilgisi üzerinden birim oranın ondalık gösterim olarak bulunması ile öğrencilerin daha çok kullanmak istedikleri *birim oran* stratejisinden (bölme işlemi) ziyade tablo kullanımına yönelmesi amaçlanmıştır. Etkinlik 9'da amaç birim oran içermeyen iki çokluk arasında ilişkiyi uzun ve kısa oran tablosu üzerinden ifade eder olarak belirlenmiştir. (Birim oran, ondalık gösterim içermektedir)



Şekil 3.13. *Birim oran içermeyen* durumlar için uzun oran tablosu kullanımına yönelik tahmini öğrenme durumları

Etkinlik 9

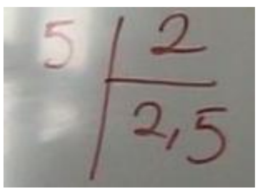
(2 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)

9.1 1 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur?

9.2 6 yemek kutusu 15 uzaylıyı doyurur mu?

9.3 20 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur?

9.4 35 uzaylıyı doyurabilmek için kaç yemek kutusuna ihtiyaç vardır?



Görsel 3.34. *Öğrencinin birim oran stratejisi (bölme işlemi) kullanarak verdiği cevap*

a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Sınıfta 9.1 etkinliğindeki 1 yemek kutusunun kaç uzaylıyı doyurur sorusuna öğrenciler tablo yerine diğer etkinliklerde olduğu gibi birim oran stratejisi (bölme işlemi) kullanarak aşağıdaki gibi cevap vermişlerdir.

Sonrasında sınıfta bir öğrencinin 1 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur sorusunun cevabı için yemek kutusu sayısını mı uzaylıya yoksa uzaylı sayısını mı yemek kutusu sayısına böleceğini anlayamadığını söylemesi üzerine tüm sınıfında kafasında "bölme sonucu acaba ne buluyoruz" şeklinde bir şüphe oluşmuştur. Buna ilişkin diyalog aşağıdaki gibidir.

> *Damla: Hocam 2'yi 5'e bölmemiz gerekmiyor mu? yanlış mı düşünüyorum bizim 2'yi 5'e bölmemiz gerekmiyor mu? Yemek kutusunu uzaylıya. 0,4 çıkıyor. Yani her.*
>
> *Öğretmen: Bakın arkadaşınız diyor ki 2 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyorsa yemek kutularını uzaylıya bölmemiz gerekiyor diyor. Mesela bir pide aldınız. Pideyi paylaştıracaksınız. Ortada mesela 3 pide var 6 kişiye diyelim paylaştıracaksınz. Pideyi kişi sayısına bölersiniz herkese mesela yarım pide düşer değil mi? 3 bölü 6. Yani şöyle örnek vereyim bir dakika. 3 pide var 6 kişisiniz. Kişi sayısını 2'ye bölseniz herkese 2 pide düşüyor gibi gelir. Ama ne yapmanız lazım? Aslında pideyi, 3'ü 6'ya bölmeniz lazım. 3 bölü 6 demeniz lazım. Yani herkese aslında yarım pide düşüyor değil mi? Burada da aynı şekilde mi acaba.? Aslında Damla doğru bir şey söylemiş olabilir mi ? 2 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyuruyorsa 1 yemek kutusu. Kafalarınız karıştı mı? (Öğrenciler susar ve cevap veremezler)*

Öğretmen, bölme sonucunda aslında ne bulduklarını anlayamayan öğrencilere yönlendirme yapmadan durumu çözümleyebilmeleri için iddaayı ortaya atan Damla adlı öğrenciyle beraber başka bir öğrenciyi de tahtaya kaldırarak çözüm yollarını ve hangi adımları izleyerek sonuca ulaştıklarını tahtada yapmalarını istemiştir. İki öğrenci de tablo kullanarak aşağıda şekilde gösterildiği gibi soruyu cevaplamışlardır.

Yukarıdaki öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere öğrencilerden biri bölme işlemi ile diğeri ise kısa oran tablosu kullanarak soruyu cevaplamıştır. Öğretmen bunun üzerine sınıftaki öğrencilere tablolara bakıp hatanın nereden kaynaklandığını bulmalarını istemiştir.

> *Öğretmen: evet soruda 1 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur onu soruyor. Önce Aleyna'nın yaptığına bakalım doğru mu?Aleyna anlat bize.*
>
> *Aleyna: Hocam ben verilenleri tabloda yazdım 2'yi yemek kutusunun altına 5'i uzaylının altına. Sonra 1 yemek kutusu dediği için onu da yemek kutusunun altına yazdım. 2'yi 2'ye bölünce 1 buldum o yüzden 5'i de 2'ye böldüm 2,5 buldum.*
>
> *Öğretmen: Peki çok güzel var mı yanlış*

Öğrenci: hayır,doğru

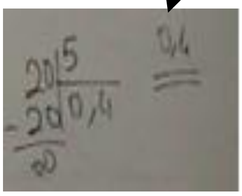
Öğrenci: Doğru sanki

Öğretmen: Tamam bide Damla'nın yaptığına bakalım.Kim söyler yorumlar Damla'nın yaptığını evet söyle Büşra

Büşra: Şimdi hocam Damla burada her uzaylıya kaç yemek kutusu düştüğünü buldu. Her uzaylıya çeyrek yemek kutusu düşüyor. Ama soruda diyor ki Yani burada uzaylının sayısını bulmamız lazım <u>soru işareti orada</u> yemek kutusu sayısını değil. O yüzden.

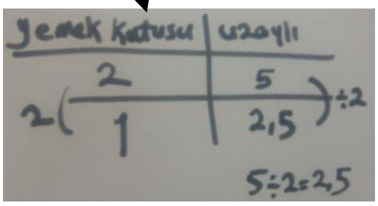
Öğretmen: Aynen öyle. Soru işareti nerde yani sorulan ne bize uzaylı. Peki biz burada neyi bulduk? Damla'nın bulduğu yemek kutusu sayısı evet doğru. Damla'nın burada dediği yemek kutusu yani Damla'nın yaptığı aslında bu soru için geçerli değil. Yani Aleyna'nın yaptığı doğru. Çünkü yemek kutusu ne kadar uzaylı doyurur? 2,5. Şunu da anladınız mı?

Damla'nın çözüm



Öğretmen: 2 yemek kutusu 5 uzaylı 1 yemek kutusu?
Damla: 2'yi 5'e bölmemiz lazım.
Öğretmen: 2'yi 5'e böldün.
Damla: 0,4.

Aleyna'nın çözüm

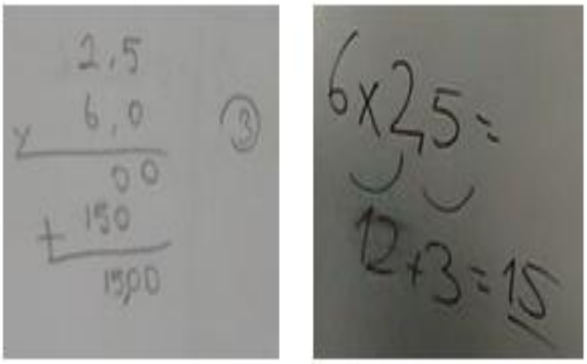


Öğretmen: Şimdi Aleyna'nın yaptığında da 2 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurdu 1 yemek kutusu? Arkadaşınız ne yaptı? Bu bunun yarısı dedi o zaman 1 yemek kutusu iki buçuk uzaylı doyurur dedi. Şimdi kafalar iyice karıştı.

Görsel 3.35. *Birim oran ve kısa oran tablosunu kullanan öğrencilerin verdikleri cevaplar*

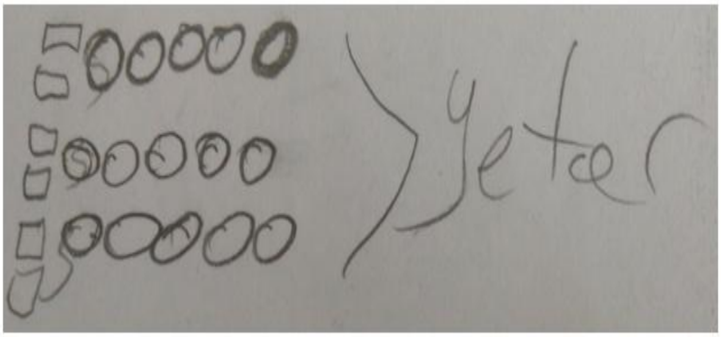
Büşra adlı öğrencinin tablodaki soru işaretinin uzaylıda olduğunu ve bu nedenle 5'i 2'ye bölmek gerektiğini söyleyerek tablo üzerindeki sayıları doğru şekilde yorumlamıştır. Bu etkinlikte bölme işlemi ile sonuçta neyi bulduklarını anlamlandıramayan öğrenciler için tablo kullanımı ile bu durumu daha rahat anlayabildikleri görülmüştür.

Sonrasında etkinliğin diğer şıkkı olan 9.2 ile derse devam edilmiştir. Bu bölümde de öğrenciler daha çok aşağıda cevapları görüldüğü gibi çarpma işlemi ile soruyu cevaplamayı tercih etmişlerdir.



Görsel 3.36. *Öğrencinin çarpma işlemini kullanarak verdiği cevap*

9.2

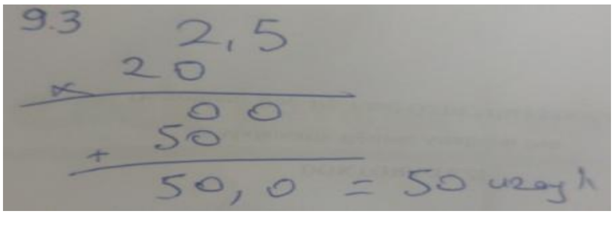


Görsel 3.37. *Öğrencinin yemek kutusu ve uzaylı modellerini çizerek verdiği cevap*

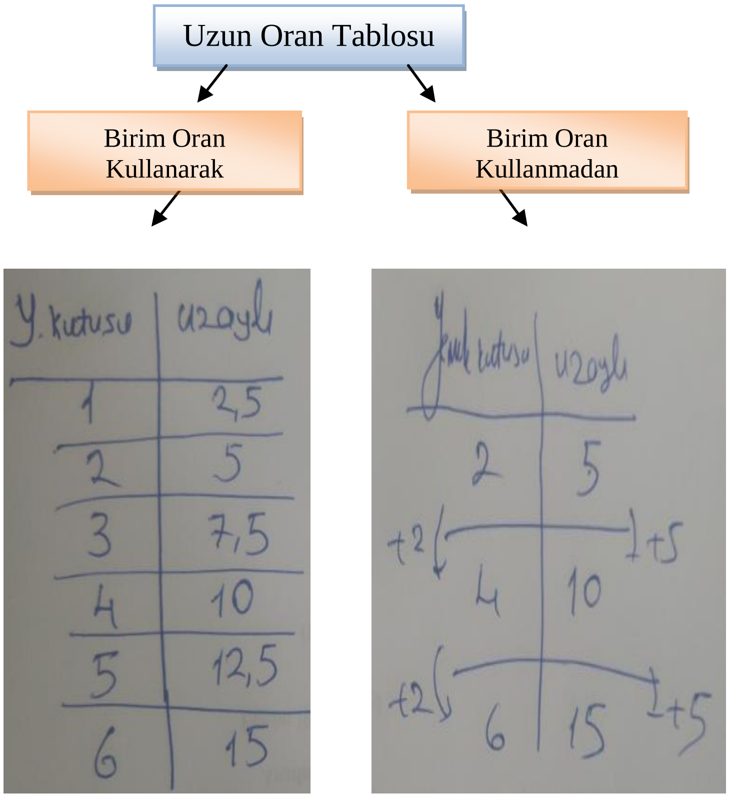
Önceki etkinliklerde uzaylı ve yemek kutusu görsellerini çizerek soruyu cevaplayan birkaç öğrenci bu etkinlikteki tüm şıklarda da başka stratejiler yerine bu stratejiyi tercih etmiştir. Buna ilişkin bir öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

Yukarıdaki stratejilerin yanında uzun oran tablosu kullanarak sonuca ulaşan öğrenciler de olmuştur. Uzun oran tablosunu kullanan öğrencilerden bazıları tabloyu birim oran üzerinden başlayarak devam ettirirken bazıları ise aşağıdaki şekillerdeki öğrenci cevaplarında görüldüğü gibi birim oran kullanmadan tabloyu oluşturmuştur.

Etkinlik 9.3'de de öğrencilerin ilk başvurdukları çözüm yolu aşağıda da cevabı görülen çarpma işlemi olmuştur.

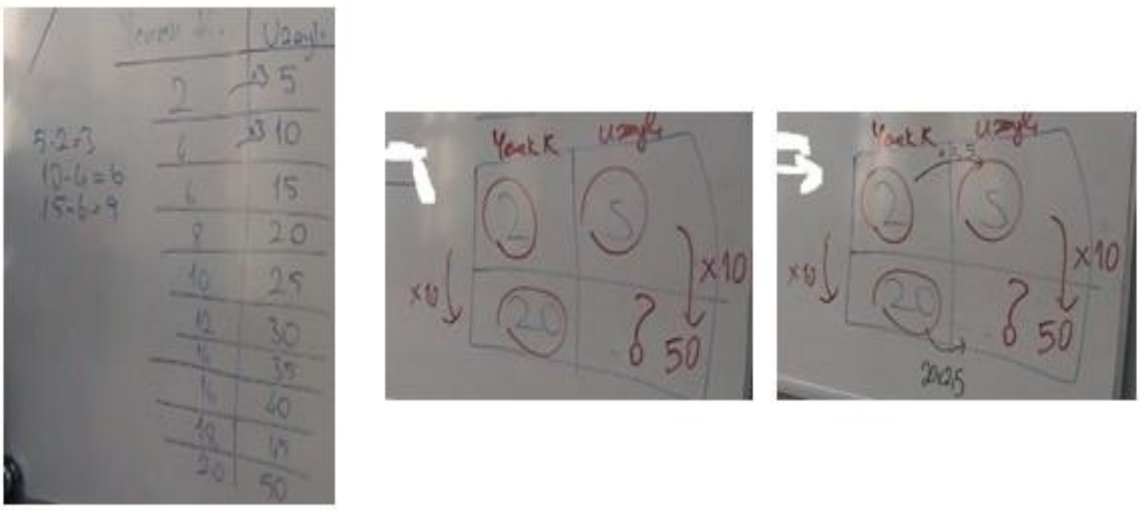


Görsel 3.39. *Öğrencinin çarpma işlemini kullanarak verdiği cevap*



Görsel 3.38. *Öğrencilerin uzun oran tablosu (tekrarlı toplama) stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Soruyu bu şekildeki çarpma işlemi ile cevaplayan öğrenciler için öğretmen, tabloyla da aynı sonuca ulaşmalarını istemesi üzerine öğrenciler aşağıdaki şekildeki öğrenci cevaplarından görüldüğü gibi uzun ve kısa oran tablosu üzerinden *kendi içindeki (skaler)* ve *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkilerini kullanarak soruyu cevaplamıştır.



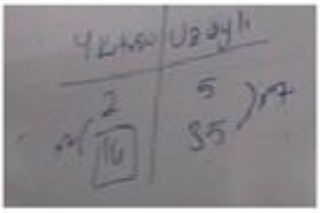
Görsel 3.40. *Öğrencilerin kendi içindeki ve arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

Kısa oran tablosunu oluşturan öğrencilerden *kendi içindeki (skaler)oran* ilişkisini kullanan öğrenciler ondalık gösterimle uğraşmayarak öncelikle yemek kutusu sütunundaki 20 ve 2 sayısı arasındaki bulduğu 10 kat ilişkisini uzaylı sütununda bulunan sayı içinde uygulamış ve 50 sonuca ulaşmıştır. *Arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullanmayı tercih eden öğrenciler ise sayılar arasındaki katı ondalık gösterim olarak bulmuştur ve ondalık gösterimlerle işlem yapmaktan çekinmeyerek bu sayı üzerinden çözüme ulaşmıştır.

Etkinlik 9' un son sorusu 9.4' de öğrenciler uzun oran tablosu, kısa oran tablosu, işlemsel ve resim çizme gibi farklı stratejilerle soruyu cevaplamaya devam etmişlerdir. Bu stratejilere ilişkin öğrencilerin cevapları aşağıdaki gibidir.

Uzun Oran Tablosu

Kısa Oran Tablosu



Görsel 3.41. *Öğrencilerin etkinlik 9.4'de farklı strateji kullanılarak verdiği cevaplar*

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik 9' da tüm öğrencilerin farklı stratejileri kullanarak doğru bir şekilde çözüme ulaştıkları görülmüştür ve ders sonunda öğrencilere stratejilerle ilgili anlaşılmayan bir şey olup olmadığı sorulmuştur. Diğer etkinliklerde olduğu gibi bu etkinlikte de öğrencilerin en çok kullanmayı tercih ettiği strateji çarpma-bölme gibi dört işlem gerektiren stratejiler olmuştur. Görsel olarak model çizme stratejisini kullanan öğrencilerin bu stratejiden vazgeçmeyerek etkinlikte de çözümlerini bu şekilde yaptıkları görülmüştür. Oran tablosu öğrenciler için öğretmenin yönlendirmesiyle en son tercih ettikleri strateji olmuştur.

Ders öncesi hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumlarında (TÖD) öğretmen, uzun oran tablosu oluşumunda öğrencilerin her iki sütundaki sayılar üzerinde de aynı şekilde artış yanlış yaparak yanlış cevap verme ihtimali üzerinde durmuştur ancak öğrenciler bu şekilde yanlış cevap vermeyerek uzun oran tablosunu doğru şekilde yorumlamıştır. Benzer şekilde kısa oran tablosunun kullanmında da toplamsal ilişkilendirmeye gidecek bir durumla karşılaşılmamış ve öğrencilerin çarpımsal şekilde düşündükleri görülmüştür. Öğretmen birim oranın ondalık gösterim olarak elde edilmesinden ve çarpma bölme stratejisini kullanacak öğrencilerin ondalık gösterimlerle çarpma-bölme işlemi yapmaktan kaçınacaklarını düşündüğü için öğrencilerin bu strateji yerine kısa veya uzun oran tablosuna yöneleceklerini düşünmüştü ancak öğrenciler *ondalık gösterimler ön bilgilerini* kullanarak çarpma bölme stratejisine diğer etkinliklerde olduğu gibi bunda da daha çok eğilim göstermiştir. Ancak çarpma birim oran stratejisi ile bölme işlemi yapan bazı öğrencilerin buldukları sonucun ne anlam ifade ettiği konusunda problem yaşadıkları ve anlamlandıramadığı görülmüştür. Oran tablosunun kullanımının sonuçta neyi bulduklarını anlamlandırmada daha etkili olduğu düşünülmektedir. Uygulama öncesi ve uygulama sonrası oluşturulan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki şekil 3.14 de verildiği gibidir.

4.1.2.2.5. *Birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumuna ilişkin öğretim öncesi ve sonrası gerçekleşen varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenciler birim oranın kavranması bölümünde yer alan 5-6-7-8 ve 9. uzaylı-yemek kutusu görsellerini içeren örneklerde daha çok birim oran stratejisi ve dört işlem becerisini kullanarak sonuca ulaşmışlardır. Bunun dışında öğrenciler arasında görsel olarak resim çizerek veya modelleri oklarla eşleştirerek sonuca ulaşan öğrenciler de olmuştur.

Ayrıca öğrenciler, etkinliklerde arttırma stratejisi ve devamında da kısa oran tablosu ile de işlemlerini yapmışlardır. Burada problem olan nokta öğrenciler bir sonraki aşama olan orantısal akıl yürütme problem çeşitlerinden bilinmeyen değeri bulma sorularında hazır olarak verilen kısa oran tablosuyla karşılaştıklarında problem yaşamaları olmuştur. Uzun oran tablosunu kullanmak isteyen öğrenciler kısa oran tablosunda verilen değerleri uzun oran tablosuna yanlış şekilde geçirmişler ve yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bu durum artırma stratejisinin (uzun oran tablosu) sınırlı kullanımını göstermektedir. Bu nedenle bu bölümdeki etkinliklerde öğretim sonrası öğretmenin varsayımları aşağıdaki tabloda verildiği şekliyle öğrencileri uzun oran tablosunun kullanımına yönlendirmek yerine doğrudan birim oran, dört işlem becerisi ve kısa oran tablosu şeklinde öğretimin gerçekleştirilmesi şeklinde revize edilmiştir.

4.1.2.3 *Orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer ve nicel karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımı*

Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin üçüncü ve son bölümü olan *birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumu* bölümünde beş etkinliğe (etkinlik 10-11-12-13-14) yer verilmiştir. Bunlardan etkinlik 10' a ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir.

4.1.2.3.1 ***Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 10'a ilişkin bulgular***

Etkinlik 10 ile beraber kısa oran tablosu içeren problemler üzerinden öğrencilerin *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oranı* daha iyi anlamlandırmaları beklenmiştir. Etkinlikte yemek kutusu ve uzaylı sayıları 2 ye 6 olacak şekilde birbirinin katı olarak verilmiştir ve amaç *"bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirler"* olarak belirlenmiştir. Öğrencilere sunulan etkinlik aşağıdaki gibidir.

10.1 Aşağıdaki tablo üzerinden bilinmeyen değerleri bulalım. *(2 yemek kutusu 6 uzaylıyı doyurmaktadır)*

a)

Yemek Kutusu	2	1
Uzaylı	6	?

b)

Yemek Kutusu	2	7
Uzaylı	6	?

c)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	7

d)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	1

10.2 48 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

10.3 9 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

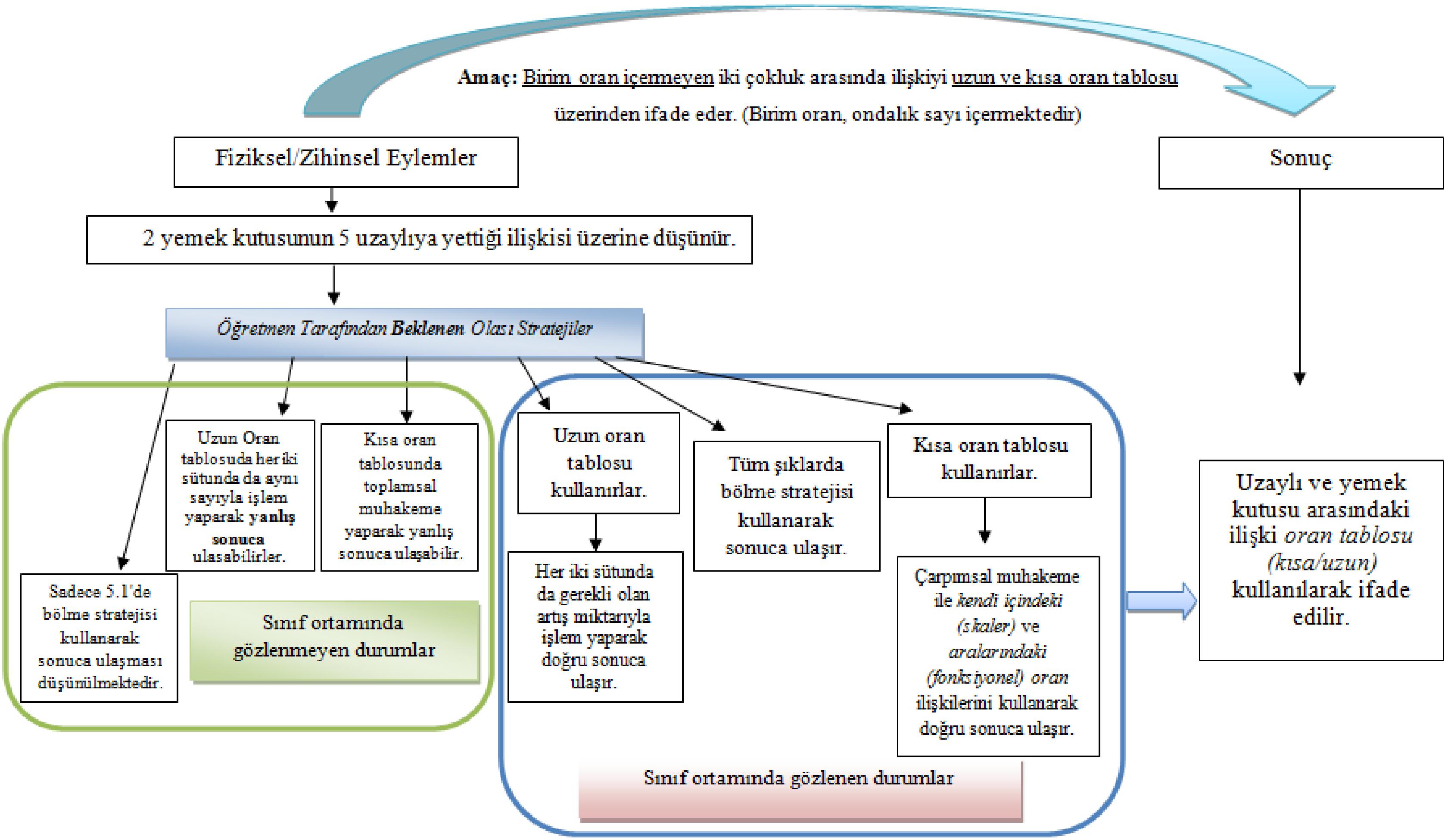
10.4 27 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

10.5 30 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir? Elif bu soru için **10.4** de (bir üstteki soruda) 27 uzaylı var ve şimdi de 30 uzaylı soruluyor. Bu durumda ***"27'ye 3 ekleyip 30 uzaylı elde edersem yemek kutusuna da 3 ekleyip sonucu bulurum."*** cevabını veriyor. Elif'in dediklerine katılıyor musunuz? Neden ?

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Etkinlikte ifade edilmek istenen durumu sınıfta hemen hemen tüm öğrenciler ifade edildiği şekilde doğru biçimde anlamıştır ancak önceki etkinliklerde oluşturulan tablonun şekli ile bu etkinlikteki tablonun şekli farklı olduğu için bazı öğrenciler sayılarla işlem yaparken anlamlandırmada zorlanmıştır. Bunun üzerine öğrenciler tabloyu önceki etkinliklerdeki gibi aşağıda görüldüğü üzere kendi istedikleri şekle getirmişlerdir.

Bazı öğrencileri ise tablonun şekli etkilememiş ve çözüm yolunu uygulamaya soruda verildiği biçimde başlamıştır. Bu durumlara ilişkin diyalog ve öğrenci cevabı aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.14. *Birim oran içermeyen durumlar için oran tablosu kullanımına yönelik tahmini öğrenme durumları*

Tablo 3.3. *Birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumuna ilişkin öğretim öncesi ve sonrası gerçekleşen varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	**Öğretim Planı**	**Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları**	**Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları**
İki farklı çokluk arasında ilişki kurar.	Etkinlik 5/6	Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçerken modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırarak iki farklı çokluk arasında ilişki kurar.	Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçerken modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırarak iki farklı çokluk arasında ilişki kurar.
İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının oran tablosu veya ok notasyonu üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.	Etkinlik 7	<u>Birim oran</u> şeklinde verilen iki çokluk arasındaki ilişkiyi <u>uzun oran tablosu (arttırma stratejisi)</u> üzerinden ifade eder.	
	Etkinlik 8	<u>Birim oran içermeyen</u> iki çokluk arasındaki ilişkiyi <u>uzun oran tablosu</u> üzerinden ifade eder.	<u>Birim oran</u> şeklinde verilen iki çokluk arasındaki ilişkiyi birim oran, dört işlem becerisi ve kısa oran tablosu üzerinden ifade eder.
	Etkinlik 9	<u>Birim oran içermeyen</u> iki çokluk arasında ilişkiyi <u>uzun ve kısa oran tablosu</u> üzerinden ifade eder. (Birim oran, ondalık gösterim içermektedir)	

Öğretmen: Berfin'de onu gördüm. Berfin'in tabloyu bu şekilde değil de diğer türlü tutmak istiyor. Değil mi Berfin? Başka o türlü tutmak isteyen var mı? Yemek kutusunu şöyle uzaylıyı şöyle yazmak isteyen?

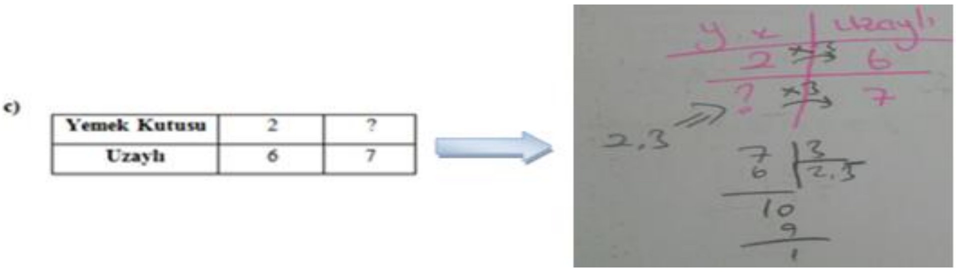
Öğretmen: Hocam ben iki türlü anladım da diğeri daha kolay.(Önceki etkinlikteki tabloyu söylüyor)

Öğretmen: Diğeri daha mı iyiydi?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Tablolar bu şekilde oldu ama bu şekilde de anlayabilirsiniz. Bak şimdi iyi izle. Olur mu Berfin? Yani ama şart değil. O tabloyu yaptığın gibi de dönüştürebilirsin. Öyle de yapabilirsin.

Öğrenci: Hocam ben dönüştürdüm.

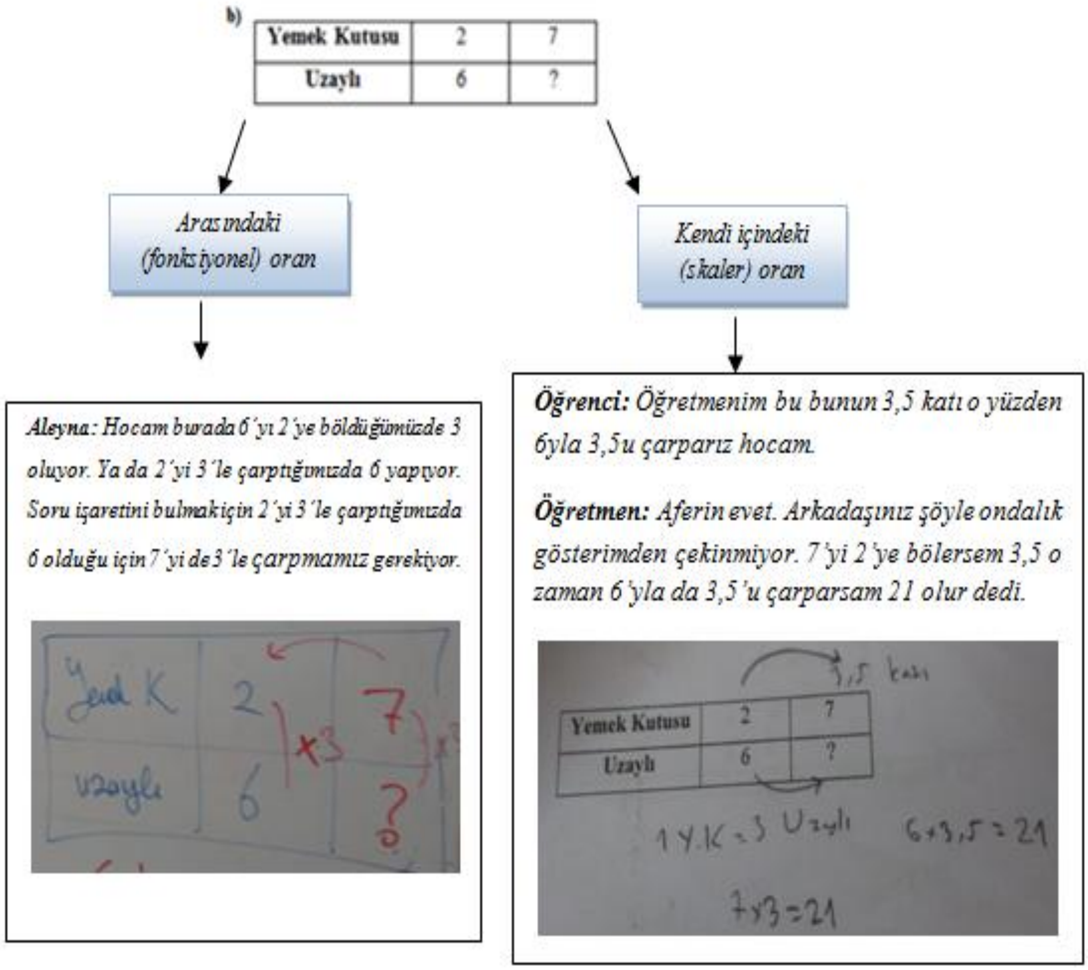


Görsel 3.42. *Tablonun şeklini değiştirerek arasındaki oran stratejisini kullanan öğrencinin verdiği cevap*

Tablonun şekli dışında etkinlikte öğrencilerin anlamadıkları veya anlamada zorlandıkları bir bölüm olmamıştır. Sonrasında öğrenciler seçtikleri stratejiye göre çözümlere başlamışlardır.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Etkinliğin 10.1 a ve b şıklarında öğrenciler *kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisini* doğru şekilde kullanmışlar ve bir problem yaşamamışlardır. Bunun yanında tablonun şeklini değiştirmek isteyen öğrencilerden bazıları yemek kutusu ve uzaylı sayılarını tabloda doğru şekilde yerleştirebildiği için doğru sonuca ulaşmıştır. Soruyu doğru şekilde cevaplayan öğrenciler tablo üzerinde işlemleri yaparken *değişim çarpanı* stratejisindeki adımları izlemişlerdir. Öncelikle sayılar arasında kaç kat fark olduğunu bulmuşlar sonra ise bu katı, bilinmeyen değeri bulmak için çarpma veya bölme işlemi için kullanmışlardır.



Görsel 3.44. *Öğrencilerin kendi içindeki ve arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

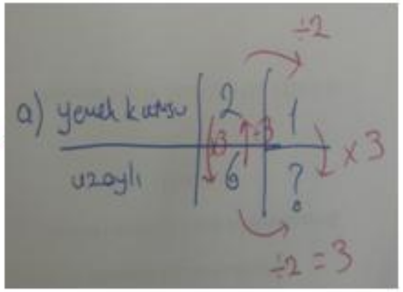
a)

Yemek Kutusu	2	1
Uzaylı	6	?

Kendi içindeki (skaler) oran

Büşra: Hocam şimdi bu bunun 2'ye bölünmüş hali(2:2=1) o zaman aşağıdakini de 2'ye böleriz.

Öğretmenim: Aferin sana. Evet bu şekilde baktığımız gibi bak 2'yi 2'ye böldü 1. Baktın mı buraya? O zaman 6'yı da kaça böleceğiz? 2'ye böleceğiz. Burayı 2'ye böldüğümüz için burayı da 2'ye böleceğiz. Cevap 3.

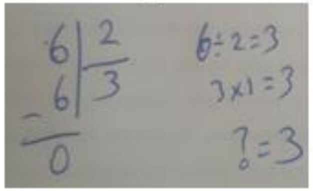


Arasındaki (fonksiyonel) oran

Bölerek

Öğretmen: Evet Kaan ne yaptı? Kaan ne yaptın?

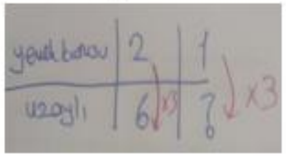
Kaan: Hocam 2 yemek kutusu 6 uzaylıyı doyurduğunu gösteriyor. 1 yemek kutusunu bulmak için de 6'yı 2'ye böldüm 3. Hangi sayıyı 3'e bölersem 1 çıkar diye düşündüm 3'ü 3'e bölersem 1 olur dedim.



Çarparak

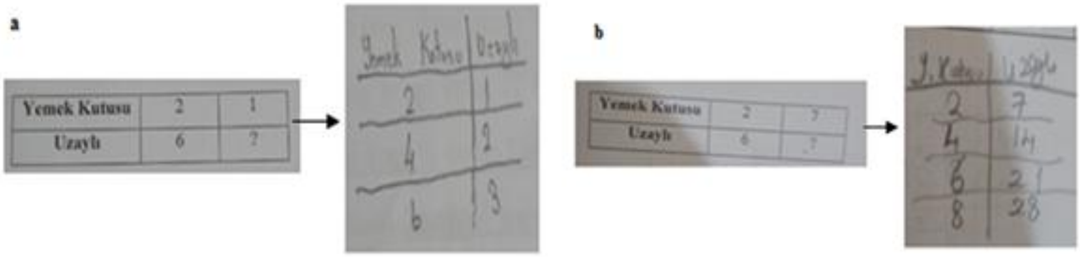
Öğretmen: Evet 2'den 6'yı bulmak için kaç kat fark var aralarında?

Öğrenciler: 3 kat. O yüzden 1le de 3ü çarptım 3ü buldum. Soru işaretine 3 gelir dedim



Görsel 3.43. *Öğrencilerin kendi içindeki ve arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

a ve b şıklarını yanlış çözen bazı öğrencilerin kısa oran tablosu üzerinde verilen değerleri uzun oran tablosu üzerinde yerleştirmeye çalıştıkları aşağıdaki cevaplarda görülmüştür.



Görsel 3.45. *Kısa oran tablosu üzerinde verilen değerleri uzun oran tablosu üzerine yerleştirmeye çalışan öğrencileri verdiği cevap*

Uzun oran tablosunu kullanmak isteyen öğrenciler yukarıdaki şekildeki cevaplarda da görüldüğü gibi değerleri uzun oran tablosuna yanlış şekilde geçirmişler ve yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bu durumla ilgili öğretmenin özdeğerlendirmesine ilişkin günlüğünde aldığı notlar aşağıdaki gibidir.

GÜNLÜK

Öğretmen

Ders öncesi hazırladığım planda tabloların şeklinin ve sayıların nerde olduğunun, öğrencilerin cevabını etkileyeceğini hiç düşünmemiştim. Tabloların şeklini önceki etkinliklerde de bu etkinlikte olduğu gibi verebilir veya önceki etkinlikleri bu etkinlikteki tablo şekline getirebilirdim. Böyle olması tabloya sayıları yerleştirmede problem yaşamamalarını bunun yerine sayılar arası ilişkilendirmeye odaklanmaları ve ilerlemeleri açısından daha kolaylık sağlayabilirdi. Öğrenciler hiç beklemediğim şekilde ilk sorudaki kısa oran tablosunu uzun oran tablosuna çevirmeye çalıştılar ve sanki daha da kafaları karıştı.

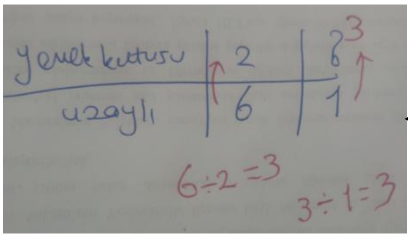
Öğretmen, tabloların şeklinin öğrenciler için önemli olduğunu ve öğrencilerin soruyu çözümlemede kullandıkları yolları ders sonrası düşünmüş ve bu durumu bir dahaki konu anlatımınında ders öncesi tasarlayıp planı bu görüşlere göre hazırladığı takdirde öğrencilerin tablodaki sayıları anlamlandırma konusunda daha iyi yol alabileceğini değerlendirmiştir. Bunun yanında uzun oran tablosunu kullanmak isteyen öğrenciler, sorudaki kısa oran tablolarını uzun oran tablosuna çevirmeye çalışırken özellikle c ve d şıkları için sayıların uygun olmamasından kaynaklı başarısız olmuşlardır. Öğrencilerin, etkinlikteki soru işaretinin yani bilinmeyen değerin tablonun yukarısında olduğu c ve d şıkları için kullandığı çözüm yolları ise aşağıdaki gibidir.

c)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	7

Arasındaki (fonksiyonel) oran

Öğretmen: *Berkecim nasıl yaptığını bir açıklasın bize tahtada. Bir açıkla Berke hadi.*
Berke: *Hocam ilk başta uzaylı sayısını yemek kutusu sayısına böldüm. 3 buldum. Ondan sonra hocam uzaylı sayısını da bilinmeyen yemek kutusunu bulmak için bulduğum sonuca böldüm.*
Öğretmen*: 7'yi de 3'e böldün 2,3. Peki tamam. Burada 6'yı 3'e böldüğü için burayı da 7'yi de neye bölmek zorunda kaldı? 3'e. Yani burada böldüğü için burada da böldü. Tamam.*

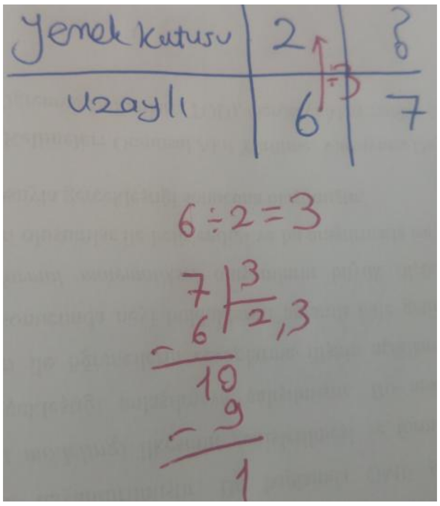


d)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	1

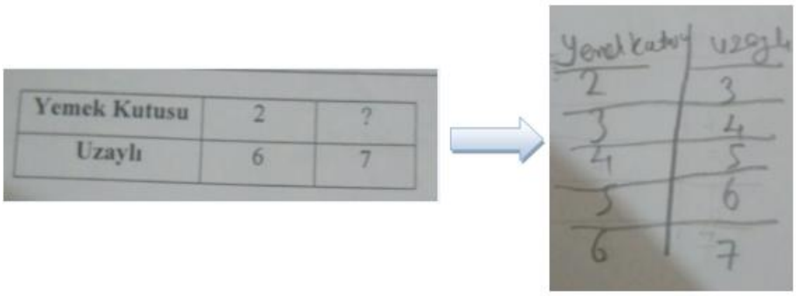
Arasındaki (fonksiyonel) oran

Şevval: *Hocam ilk önce 6'yı. Hocam ilk önce uzaylı sayısını yemek kutusuna böldüm 3 çıktı. O yüzden 3'ü 1'e böldük.*
*Öğretmen****:*** *Şimdi şu bölme. Çarpma daha kolay değil mi niye bölme yapıyorsunuz?*
Öğrenci: *Hocam biz üstte olunca bölüyoruz altta olunca çarpıyoruz.*
Öğretmen: *He üstte olunca bölüyorsunuz altta olunca çarpıyorsunuz. Neyse üstte olunca arkadaşınız bölüyoruz dedi. 6'yı 3'e böldü 2 o zaman 1'i de 3'e böldü arkadaşınız 0,3 çıktı.*



Görsel 3.46. *Öğrencilerin arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

10.1 c ve d şıklarında bazı öğrenciler yukarıdaki cevaplar ve diyaloglardan da görüldüğü gibi sadece *Arasındaki (fonksiyonel) oranı* kullanmışlar ve bir problem yaşamamışlardır. *Kendi içindeki oranı* ise devirli ondalık gösterim içerdiği için diğer etkinliklerde ondalık gösterimle işlem yapmaktan çekinmeyen öğrenciler bile bu şıkta tercih etmemiştir. Bunun yanında tablonun şeklini değiştirmek isteyen bazı öğrenciler yemek kutusu ve uzaylı sayılarını tabloda doğru şekilde yerleştirebildiği için problem oluşturmamıştır. Ayrıca bir önceki örnekte olduğu gibi kısa oran tablosu üzerinde verilen değerleri hiç bir fikir yürütmeden doğrudan uzun oran tablosu üzerinde yerleştirmeye çalışan öğrenciler yine yanlış sonuca ulaşmışlardır. Buna ilişkin öğrenci cevabı aşağıdaki gibidir.



Görsel 3.47. *Kısa oran tablosu üzerinde verilen değerleri uzun oran tablosuna yanlış yerleştirmeye çalışan öğrencilerin verdiği cevaplar*

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

10.1'e ait etkinlik için soruyu cevaplayabilen öğrenciler tahtada çözüm yollarını gösterdikten sonra öğretmen, öğrencilere çözüm yollarıyla ilgili düşüncelerini ve anlamayan olup olmadığını sormuştur. Öğrencilerin birçoğu tablonun çok karışık olduğunu ve anlamadıklarını ifade etmiştir.

Öğretmen: Tamam. Anlamayan var mı şunları? Bir baksın.

Öğrenci: Ben sonu anlamadım.

Öğrenci: Hocam tablo karışık geliyor.

Öğrenci: Ben de sonuncusunu anlamadım.Yani hocam çarpacağımız için o sayının küçük mü olması gerekiyor

Öğretmen: Tamam, tamam bir dakika dinle.

Yukarıdaki diyaloğa bakıldığında soruyu tahtada verildiği gibi çözebilen bazı öğrenciler dışında birçok öğrencinin tabloyu gerektiği şekilde anlamlandıramadığı ve özellikle soru işaretinin yukarıda olduğu c ve d şıklarında çarpma mı yoksa bölme mi olacak şeklinde düşünerek *"soru işareti yukarıda olursa bölerim aşağıda olursa çarparım"* şeklinde yanlış genellemelere vardıkları görülmüştür.

Öğretmen öğrencilerin anlamadık demeleri üzerine planda hazır olmadığı bir durumla karşı karşıya gelmiştir ve o anda "öğrencilere bu durumu nasıl anlatabilirim" şeklinde düşünmüştür. Sonrasında öğretmen zihininde tabloların çözümlerinde yapılanları genel olarak sıraladıktan sonra öğrencilerin anlayabileceğini düşündüğü şekilde atacakları adımları aşağıdaki gibi sıralamıştır.

1.Yemek kutusu ve uzaylı arasındaki kat farkı bulunur.

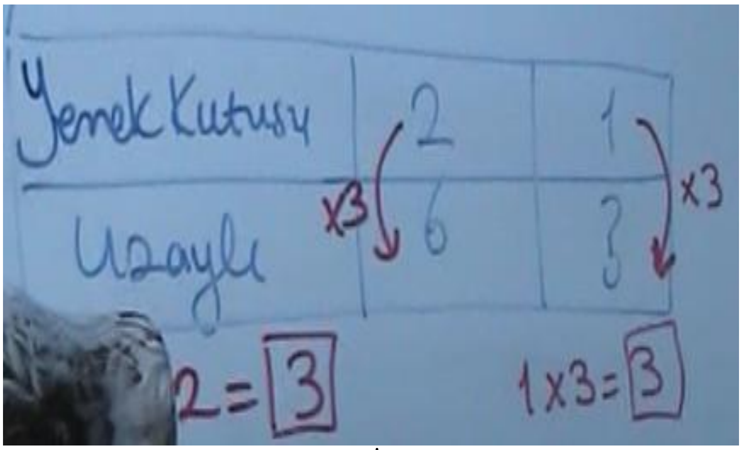
2. Soru işaretine doğru olacak şekilde okun yönü belirlenir.

3. Belirlenen okun yönü tablonun diğer sütununda/satırında da aynı yönde olacak şekilde çizilir.

4. Bulunan kat yemek kutusu ve uzaylı sayıları arasındaki ilişkiye göre çarpılır veya bölünür.

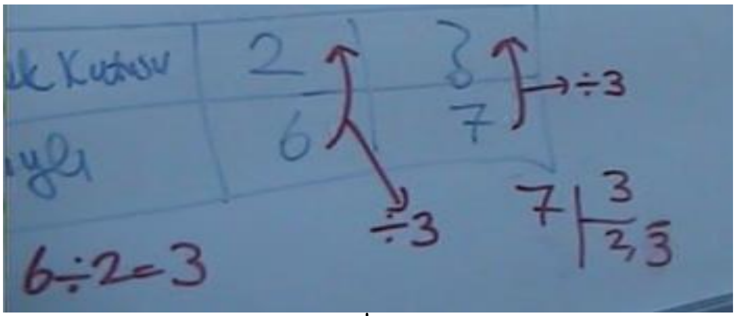
5. Aynı işlem (Çarpma veya bölme) soru işaretinin olduğu sütunda da yapılır.

Öğretmenin yukarıdaki maddelerin sıralamasını gösterecek şekilde ders sırasındaki anlatımını gösteren diyalog aşağıdaki gibidir.



2 yemek kutusu 6 uzaylıyı doyuruyor dediniz. 6'yı 2'ye böldünüz 3 sayısını buldunuz. He bu 3 sayısıyla ne yapacağız? Artık işlem yapacağız. Şimdi soru işaretimiz nerde bu tarafta. Ne yapacağım ben? Oku bu tarafa doğru indirdim. Bak aşağı doğru indi değil mi ok? O zaman burada da ne olacak okum aşağı doğru inecek. Şu tarafa doğru inecek. Peki burada ne yapacağız? 2'den 6'ya gitmek için 3'le, bulduğum şu sayısıyla çarpıyorum. Çarpı 3. O zaman 1'le de 3'ü ne yapacağım? Çarpıyorum. 1 çarpı 3 dediniz sonra. Soru işaretini ne bulduk? 3.

Görsel 3.48. *Öğrencilerin arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*



Soru işareti nerde? Yukarıda. O zaman yukarıya doğru oku çizdim. O zaman burada da okum ne tarafa doğru olacak? Yukarıya doğru olacak. Şimdi 6'yı 2'ye böldük 3. Demek ki 3 sayısıyla işlem yapacağız ama ne yapacağız? Şimdi okumu yukarı doğru soru işareti burada ya okumu yukarı doğru çevirdim. O zaman burada da okum yukarı doğru olacak. Peki 6'dan 2 sayısını bu sefer ne yapacağım? Elde etmek içi 3 sayısını bu sefer çarpacak mıyım bölecek miyim? Böleceğim. Demek ki buraya bölü 3 yapıyorum. O zaman 7 sayısını da ne yapacağım 3'e? Bak anladınız mı? Önce şu sayıyı sonra okları belirliyoruz. Tamam o zaman 7'yi 3'e bölüyoruz kaç çıkmıştı 2,3

Görsel 3.48. *(Devam) Öğrencilerin arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

Yukarıdaki diyalogtan sonra öğrencilerden bazıları anlamadığını ifade edecek şekilde durumu tekrar genellemeye çalışmıştır ve "*soru işareti yukarıda olursa bölme aşağıda olursa çarpma mı olacak*" şeklindeki yanılgısını tekrarlamıştır. Öğretmen ise tahtada yapılan işlemlerde bu durumun olabileceğini ancak farklı tablolarda değişebileceğini söylemiştir.

Buna ilişkin diyalog aşağıdaki gibidir.

> *Öğrenci: Hocam oklar yukarı doğru olursa bölme aşağı doğru olursa çarpma mı oluyor?*
> *Öğretmen: Şimdi illa öyle bir genelleme yapmıyoruz. Çarpma da olabilir. Ne yapıyoruz bak ok aşağı doğru olunca genelde hep çarpılmış mı? Evet. Ok aşağı doğruysa çarpılmış yukarı doğru olduğunda bölünmüş ama bu değişebilir de. Genelde öyle. Aşağı doğruysa çarptık, yukarı doğruysa böldük. Okların yönü aynı olmalı tamam mı? Okların yönü aynı olacak. Tamam.*

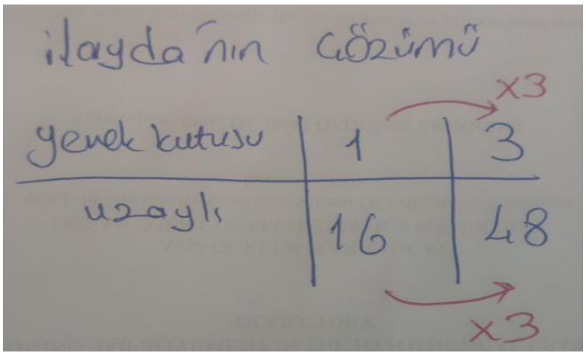
Öğretmen, öğrenciler için böyle bir yanlış genellemeyi düşünecek ortam sunmamak adına ders öncesi soru işaretinin yukarıda olup çarpma işleminin yapıldığı veya tam tersi şekilde soru işaretinin aşağıda olup bölme işleminin yapıldığı ortamlar hazırlayabilir veya öğrenci soruyu sorduğunda aksi durumları oluşturacak tabloları o anda örnek olacak şekilde gösterebilirdi. Bu şekilde öğrencilerin kafalarındaki soru işaretleri, genel yargılar ortadan kalkabilirdi. Ders sonrası öğretmenin günlüğüne aldığı aşağıdaki not aşağıdaki gibidir.

GÜNLÜK

Öğretmen

Etkinlikteki sorular öğrencilerin yanlış şekilde genelleme yapmalarına fırsat verecek şekilde sıralanmış keşke bu durumu ortadan kaldıracak şekilde etkinlikleri sıralasaydım. Aslında yaptığım sıralama güzeldi ama yine de mesela soru işaretinin yukarıda olup çarpma gerektiren örnekler olsaydı daha iyi olurdu. Öğrencilerin yaptıkları yanlış genellemelerle ilgili düşünceleri sanki değişmedi hala sürüyor,nasıl anlatılır bilemiyorum.

Etkinliğin diğer şıkları 10.2, 10.3, 10.4 ve 10.5' le etkinliğe devam edilmiştir. Bu sorulara öğrencilerin büyük çoğunluğu doğru şekilde ve farklı stratejiler kullanarak cevap vermiştir. Soruya yanlış cevap veren öğrenciler ise sayıları tabloya yerleştirmede sıkıntı yaşamış ve aşağıda öğrenci cevabında görüldüğü gibi mesela 2 yemek kutusu 6 uzaylı değerlerini 1 yemek kutusu 3 uzaylı şeklinde düşündükten sonra hem 1 hem de 3 sayılarını yemek kutusu satırına yazarak yanlış yerleştirme yapmıştır.



Görsel 3.49. *Öğrencilerin kendi içindeki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

Bu yanlış cevap dışında öğrencilerden bazılarının aşağıdaki tablolarda gösterildiği şekliyle işleme dayalı, uzun oran tablosu, kısa oran tablosu, denk kesir stratejisi ve görsel olmak üzere farklı yollardan doğru sonuca ulaşmıştır. Bu stratejiler arasında kısa oran tablosu üzerinde *kendi içindeki (skaler) ve arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisi ile işlem yapmak fikrini geliştirerek öğretmenin sonraki etkinliklerde anlatmayı planladığı eşitlik sembolü kullanımı ile denklik sınıfı stratejisi ve 7. snıfta verilmesi düşünülen içler dışlar çarpımı yöntemini öğrenciler kendi denemeleri sonucunda keşfetmişlerdir.

Büşra: Hocam ben bazı sorularda çapraz gidiyorum da. Mesela 2'yle 30'u çarpınca 60 yapıyor 6'yı neyle çarpsam 60 eder?Diyorum 10 bu şekilde de oluyor.

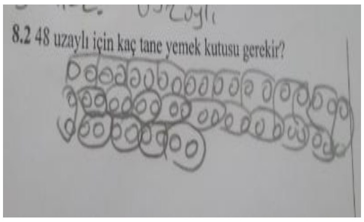
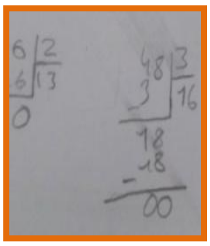
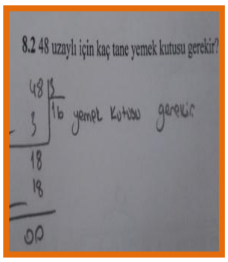
Öğretmen: Tamam o da olur kullanabilirsiniz ama seneye daha detaylı göreceksiniz.

Öğrencilerin içler dışlar çarpımını etkinlikteki sorular üzerinde deneyerek kendilerinin bulması doğrudan öğretmen tarafından öğretilmeden de öğrenciler tarafından zamanla keşfedilebileceğini göstermektedir.

Aşağıdaki tablo 4.4'de öğrencilerin kullandıkları stratejilere bakıldığunda öğrencilerden bazıları ilk etkinlikten itibaren görsel stratejiyi kullanarak resim çizmekten ve uzun oran tablosunu kullanmaktan vazgeçmemiştir. Sınıfın büyük çoğunluğu ise soruda verilen duruma göre kısa oran tablosu üzerinde *kendi içindeki (skaler) ve arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullanmışlardır. Etkinliğin 10.2 bölümünde sayılar arasındaki ilişki tam sayı biçiminde olduğu için öğrenciler hem *kendi içindeki (skaler)* hem *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini tercih ederken, 10.3, 10.4, 10.5 bölümlerinde *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullandıkları görülmüştür ancak sayıları birim oran biçiminde yazdıktan sonra hem *kendi içindeki (skaler)* hem *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullanmışlardır.

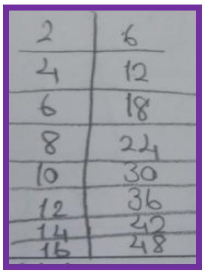
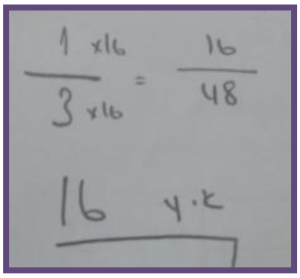
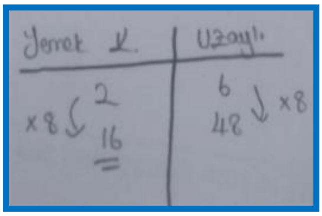
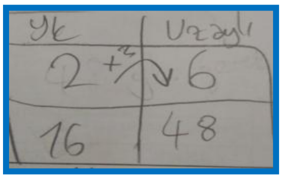
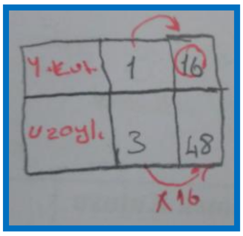
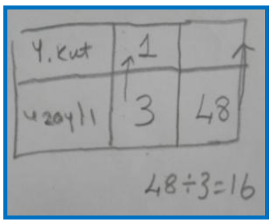
Tablo 3.4. *Öğrencilerin etkinlik 10.2' de kullandığı stratejiler*

10.2. 48 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir ?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Görsel (resim çizerek)			
İşleme dayalı			 

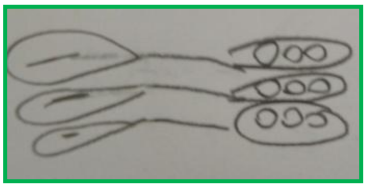
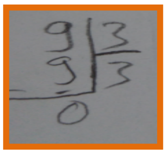
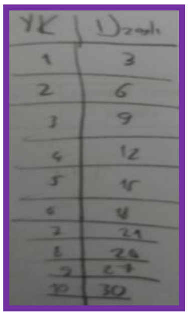
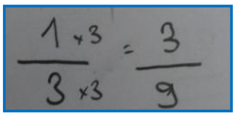
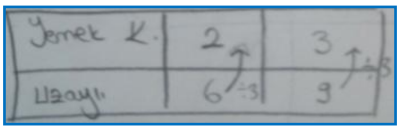
Tablo 3.4. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 10.2' de kullandığı stratejiler*

10.2. 48 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir ?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Uzun oran tablosu			
Denk Kesir Stratejisi			
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirmeden	*Kendi içindeki (skaler) oran*	
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirerek	*Kendi içindeki (skaler) oran*	
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	

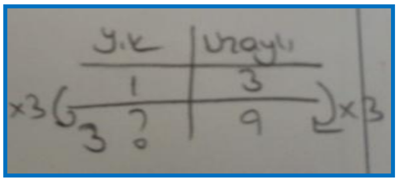
Tablo 3.5. *Öğrencilerin etkinlik 10.3' de kullandığı stratejiler*

10.3. 9 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir ?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Görsel (resim çizerek)			
İşleme dayalı			
Uzun oran tablosu			
Denk Kesir Stratejisi			
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirmeden	*Kendi içindeki (skaler) oran*	Kullanılmamıştır
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	

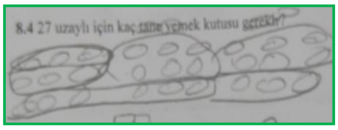
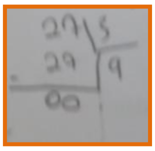
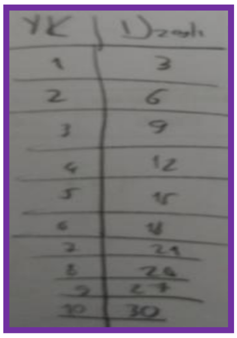
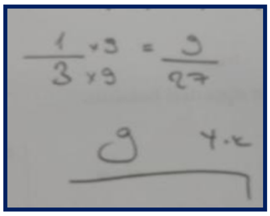
Tablo 3.5. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 10.3' de kullandığı stratejiler*

10.3. 9 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir ?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirerek	*Kendi içindeki (skaler) oran*	
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	Kullanılmamıştır

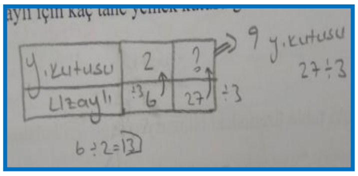
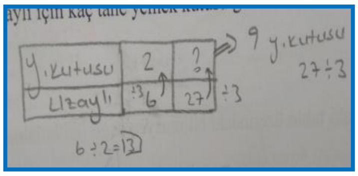
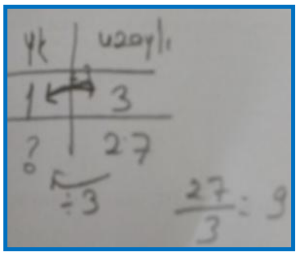
Tablo 3.6. *Öğrencilerin etkinlik 10.4' de kullandığı stratejiler*

10.4. 27 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Görsel (resim çizerek)			
İşleme dayalı			
Uzun oran tablosu			
Denk Kesir Stratejisi			

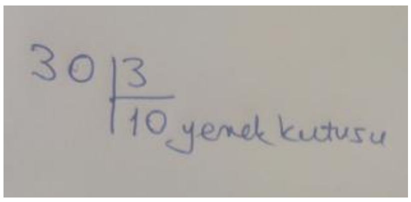
Tablo 3.6. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 10.4' de kullandığı stratejiler*

10.4. 27 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
		Kendi içindeki (skaler) oran	Kullanılmamıştır
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirmeden	*Arasındaki (fonksiyonel) oran*	
		Birim Orana Çevirerek	
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirerek	*Arasındaki (fonksiyonel) oran*	

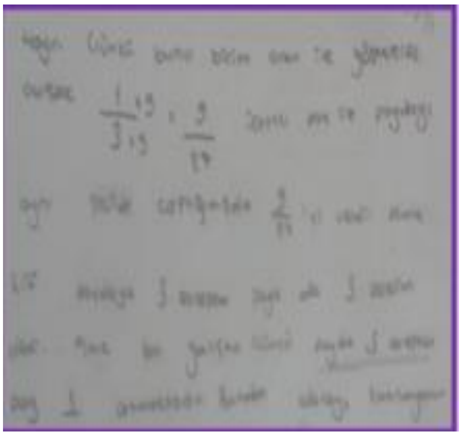
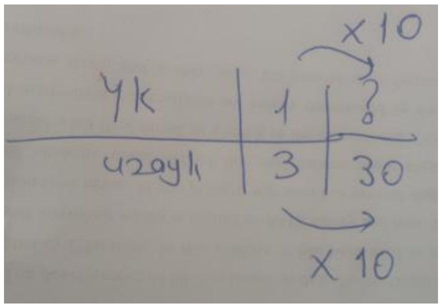
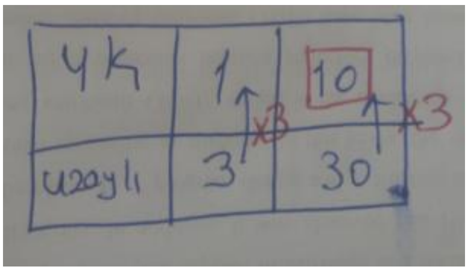
Tablo 3.7. *Öğrencilerin etkinlik 10.5' de kullandığı stratejiler*

10.5. 30 uzaylı için kaç yemek kutusu gerekir? Elif bu soru için 10.4'de (bir üstteki soru) 27 uzaylı var ve şimdi de 30 uzaylı soruluyor. Bu durumda "27'ye 3 ekleyip 30 uzaylı elde edersem yemek kutusuna da 3 ekleyip sonucu bulurum" cevabını veriyor. Elif' in dediklerine katılıyor musun? Neden?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
İşleme dayalı			

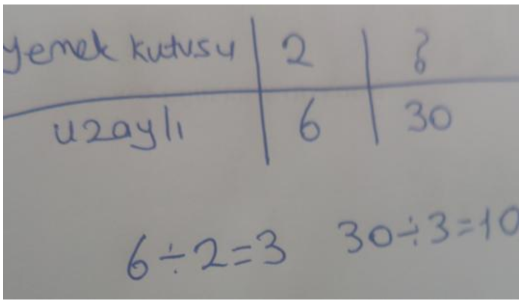
Tablo 3.7. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 10.5' de kullandığı stratejiler*

10.5. 30 uzaylı için kaç yemek kutusu gerekir? Elif bu soru için 10.4'de (bir üstteki soru) 27 uzaylı var ve şimdi de 30 uzaylı soruluyor. Bu durumda "27'ye 3 ekleyip 30 uzaylı elde edersem yemek kutusuna da 3 ekleyip sonucu bulurum" cevabını veriyor. Elif' in dediklerine katılıyor musun? Neden?

Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Denk Kesir Stratejisi			
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirmeden	*Kendi içindeki (skaler) oran*	
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	

Tablo 3.7. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 10.5' de kullandığı stratejiler*

10.5. 30 uzaylı için kaç yemek kutusu gerekir? Elif bu soru için 10.4'de (bir üstteki soru) 27 uzaylı var ve şimdi de 30 uzaylı soruluyor. Bu durumda "27'ye 3 ekleyip 30 uzaylı elde edersem yemek kutusuna da 3 ekleyip sonucu bulurum" cevabını veriyor. Elif' in dediklerine katılıyor musun? Neden?

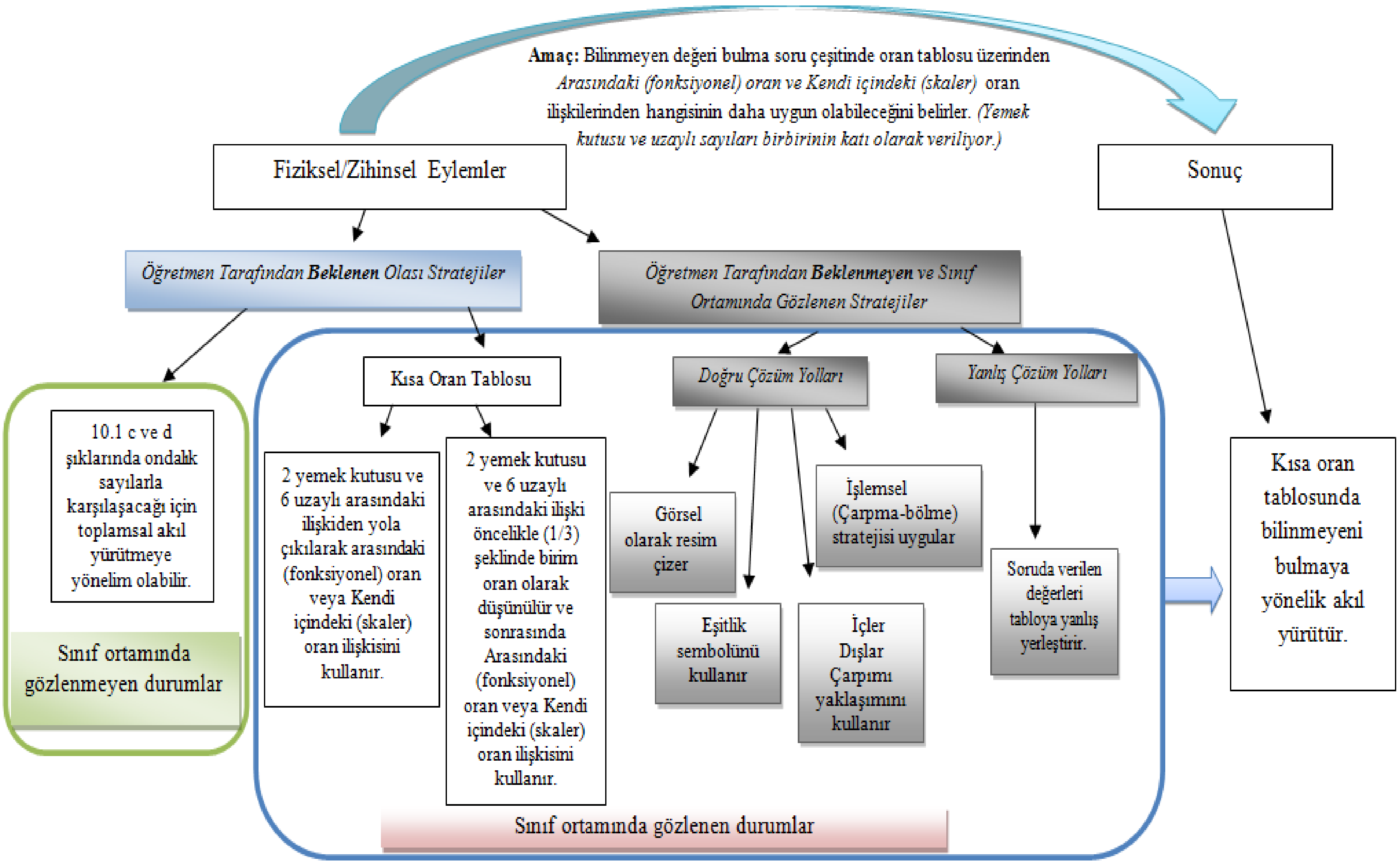
Strateji	Alt Strateji 1	Alt Strateji 2	Öğrenci Çalışmalarından Kesitler
Kısa Oran Tablosu	Birim Orana Çevirerek	*Kendi içindeki (skaler) oran*	Kullanılmamıştır
		Arasındaki (fonksiyonel) oran	

Aşağıda verildiği şekliyle ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası oluşan Tahmini Öğrenme Durumlarının (TÖD) bazı yönlerden örtüşmediği görülmüştür.

Ders öncesi öğretmen, hazırladığı planda öğrencilerin kısa oran tablosu üzerinden soruya cevap vereceklerini ve yanlış olarak ise sadece toplamsal ilişkilendirme dayalı düşünerek hata yapabileceğini düşünmüştü.

Ders sonrası ortaya çıkan durumda ise öğrenciler kısa oran tablosu dışında pek çok farklı strateji kullanarak soruyu cevaplamış ayrıca hatalı stratejilerden toplamsal ilişkilendirmeye yönelmemiştir.

Bunun yerine bazı öğrencilerin tablonun şekli ve oluşumu, sayıların tabloya yerleşimi, kısa oran tablosunda bilinmeyeni bulmada yanlış genelleme yapma ve uzun oran tablosunun kullanımı ile ilgili problem yaşadıkları için çözümde zorlandıkları görülmüştür. Ders öncesi öğretmen tahminine ve ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki şekil 3.15 de verildiği gibidir.



Şekil 3.15. *Tam katı olan orantısal durumlarda arasındaki ve kendi içindeki oran ilişkilerini belirleme için tahmini öğrenme durumları*

4.1.2.3.2. ***Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 11'e ilişkin bulgular***

Etkinlik 11'de öğrencilere etkinlik 10' daki gibi kısa oran tablosu içeren problemler verilmiştir. Bu şekilde öğrencilerin tablo kullanımını pekiştirmeleri amaçlanmıştır ayrıca etkinlikte yemek kutusu ve uzaylı sayıları 3 e 5 olacak şekilde birbirinin katı olmayacak şekilde verilerek *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) orandan* hangisinin kullanılacağı gözlenmiştir. Etkinlikte amaç *"bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve arasındaki (fonksiyonel) oran ilişkilerinden hangisinin daha uygun olabileceğini belirler"* olarak belirlenmiştir.

11.1 Aşağıdaki tablo üzerindeki bilinmeyen değerleri bulalım. (3 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)

a)

Yemek Kutusu	3	6
Uzaylı	5	?

b)

Yemek Kutusu	3	9
Uzaylı	5	?

c)

Yemek Kutusu	3	?
Uzaylı	5	2.5

d)

Yemek Kutusu	3	10.5
Uzaylı	5	?

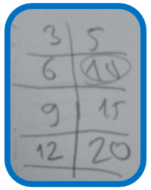
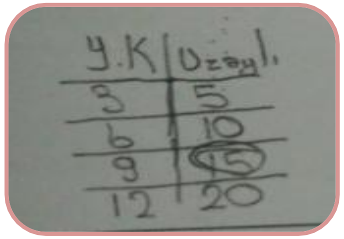
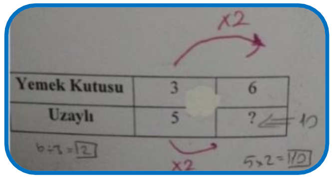
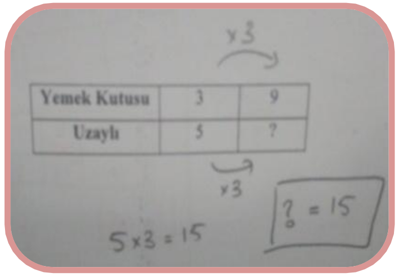
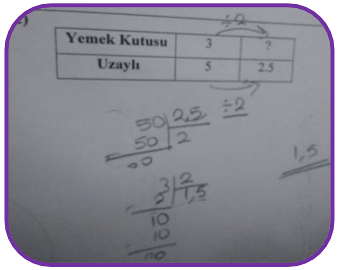
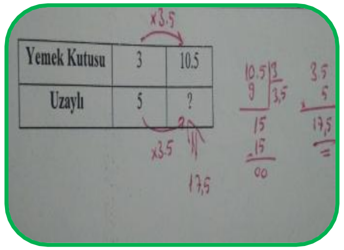
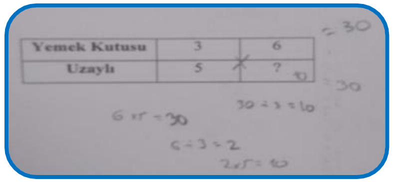
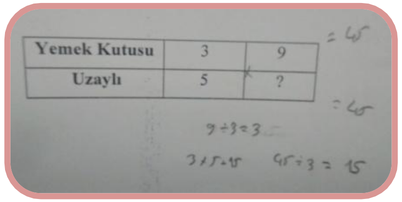
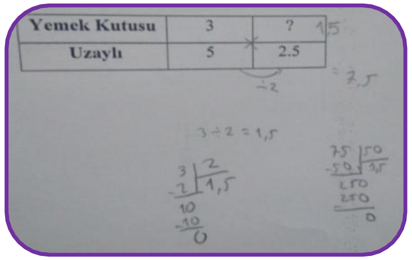
11.2 90 uzaylı için kaç yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Etkinliğin 11.1 bölümünde öğrenciler sayılar arasındaki ilişkiden kaynaklı olarak kısa oran tablosu üzerinde arasındaki oran (fonksiyonel) ilişkisini tercih etmemiş ve bir önceki etkinlikte olduğu gibi sayılar da (3 yemek kutusu 5 uzaylı) birim orana çevrilebilecek şekilde verilmediği için öğrenciler sadece kendi içindeki oran (skaler) ilişkisini kullanarak işlemleri cevaplamıştır. Uzun oran tablosunu ise çok az öğrenci sadece a ve b şıklarında kullanmıştır.

Bunun dışında yine içler dışlar çarpımı ve denk kesir stratejileri ile işlemleri cevaplayan öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin şıklara göre seçtikleri stratejiler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

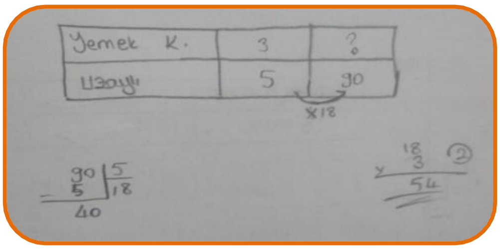
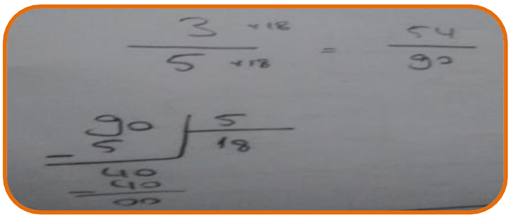
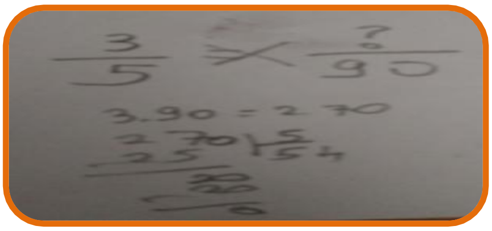
Tablo 3.8. *Öğrencilerin etkinlik 11.1'de kullandığı stratejiler*

<table>
<tr><td>Örnek Soru (11.1)</td>
<td>a.<table><tr><td>Yemek kutusu</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>Uzaylı</td><td>5</td><td>?</td></tr></table></td>
<td>b.<table><tr><td>Yemek kutusu</td><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>Uzaylı</td><td>5</td><td>?</td></tr></table></td>
<td>c.<table><tr><td>Yemek kutusu</td><td>3</td><td>?</td></tr><tr><td>Uzaylı</td><td>5</td><td>2,5</td></tr></table></td>
<td>d.<table><tr><td>Yemek kutusu</td><td>3</td><td>10,5</td></tr><tr><td>Uzaylı</td><td>5</td><td>?</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Stratejiler</td><td>Öğrenci Örnekleri</td><td>Öğrenci Örnekleri</td><td>Öğrenci Örnekleri</td><td>Öğrenci Örnekleri</td></tr>
<tr><td>Uzun Oran Tablosu</td><td></td><td></td><td>______</td><td>______</td></tr>
<tr><td>Kısa Oran Tablosu (Kendi içindeki oran)</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>İçler-Dışlar Çarpımı</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Etkinliğe 11.2 ile devam edilmiştir.

Tablo 3.9. *Öğrencilerin etkinlik 11.2'de kullandığı stratejiler*

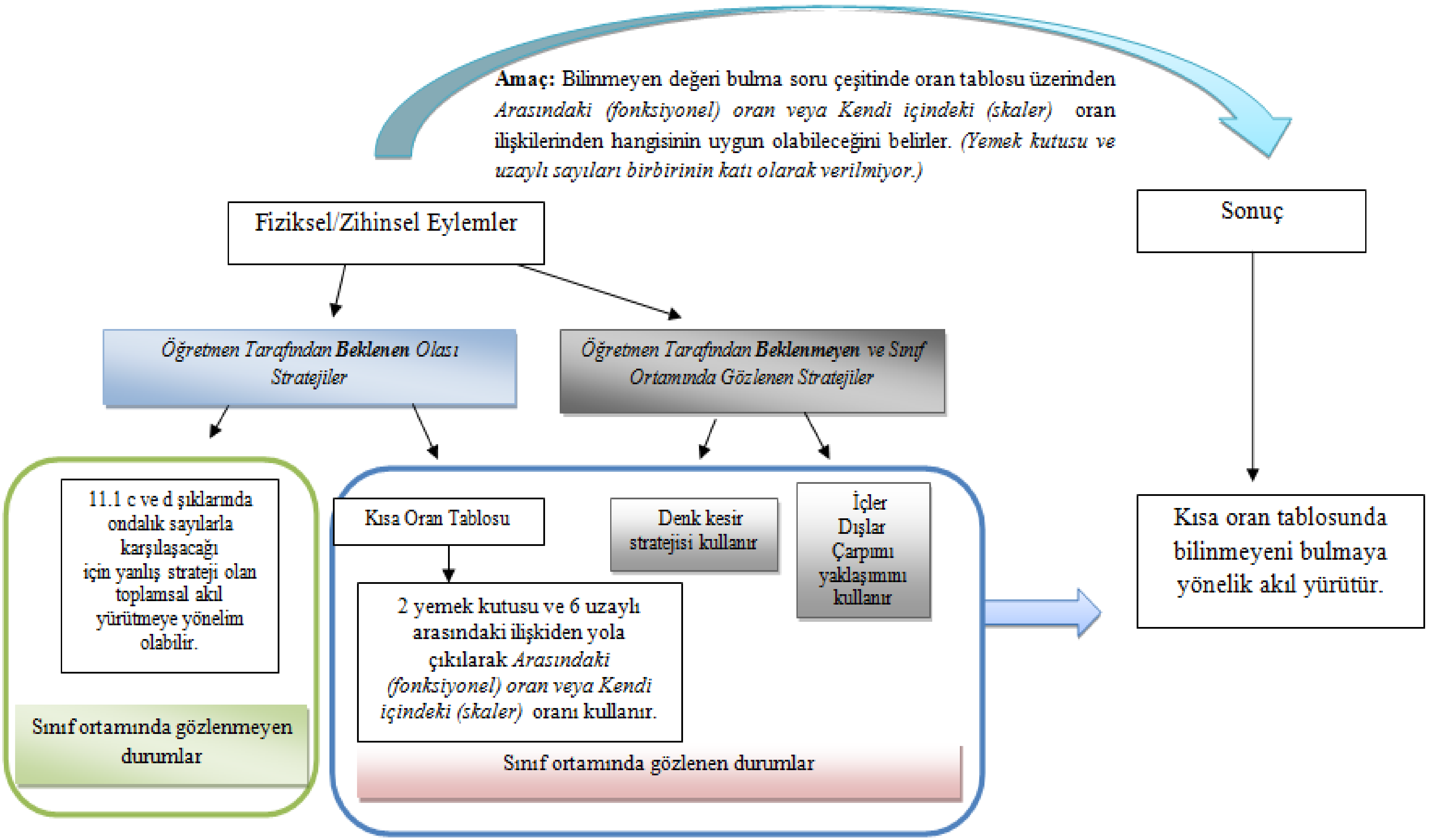
SORU 11.2 90 Uzaylı için kaç yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

Stratejiler	Öğrenci Örnekleri
Kısa Oran Tablosu (Kendi içindeki oran)	
Denk Kesir Sınıfı Stratejisi	
İçler-Dışlar Çarpımı	

b. *Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi*

Etkinlik sonunda öğrencilere stratejilerle ilgili anlaşılmayan bir şey olup olmadığı sorulmuştur. Ayrıca hemen hemen tüm öğrencilerin farklı stratejileri kullanarak doğru bir şekilde çözüme ulaştıkları görülmüştür. Ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan planda öğrencilerin toplamsal ilişkilendirmeye yönelebilecekleri düşünülmüştür. Ancak hiç bir öğrenci bu şekilde bir çözüm sergilememiştir.

Bunun yanında öğretmen öğrencilerin sadece k*endi içindeki (skaler)* veya *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini düşünerek işlemlere cevap vereceklerini beklerken denk kesir stratejisi, içler dışlar çarpımı gibi stratejilere de yer vermişlerdir. Ders öncesi öğretmen tahminine ve ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki şekil 3.16 da verildiği gibidir**.**



Şekil 3.16. *Tam katı olmayan orantısal durumlarda kendi içindeki ve arasındaki oran ilişkilerini belirleme için tahmini öğrenme durumları*

4.1.2.3.3. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 12'ye ilişkin bulgular*

Etkinlik 12' de öğrencilerin oran tablosu kullanmadan da sadece eşitlik sembolü ile soruları çözebileceklerine yönelik bir yönlendirme yapılmıştır. Bunun için de öğrencilere aşağıda verildiği gibi kolay şekilde çözebilecekleri bir soru verilmiştir. Bu etkinlikte amaç ise*"iki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının oran tablosu / denk kesir stratejisi üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar"* olarak belirlenmiştir.

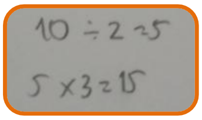
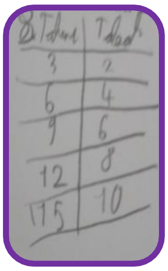
> **Etkinlik 12:** Yemek masasında her 3 servis takımında 2 tabak vardır. Bu durumda 15 servis takımında kaç tabak olur?

a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler soruyu aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi önceki etkinliklerde kullandıkları stratejilerden kısa oran tablosu, uzun oran tablosu, işlemsel, içler dışlar çarpımı ve denk kesir stratejisini kullanarak çözmüşlerdir. Öğrenciler kısa oran tablosunda sadece *kendi içindeki (skaler)oranı* kullanmayı tercih etmiş ve ondalık gösterim içeren *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullanmamışlardır. Sorunun çözümüne ilişkin öğrencilerin verdikleri cevaplar aşağıdaki tablodaki gibidir.

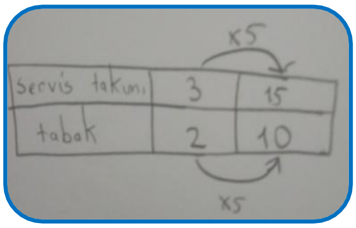
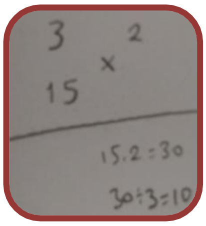
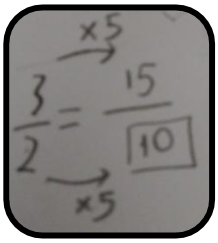
Tablo 3.10. *Öğrencilerin etkinlik 12'de kullandığı stratejiler*

Etkinlik 12: Yemek masasında her 3 servis takımında 2 tabak vardır. Bu durumda 15 servis takımında kaç tabak olur?

Stratejiler	Öğrenci Örnekleri
İşlemsel	
Uzun Oran Tablosu	

Tablo 3.10. *(Devam) Öğrencilerin etkinlik 12'de kullandığı stratejiler*

Etkinlik 12: Yemek masasında her 3 servis takımında 2 tabak vardır. Bu durumda 15 servis takımında kaç tabak olur?

Stratejiler	Öğrenci Örnekleri
Kısa Oran Tablosu (Kendi içindeki oran)	
İçler-Dışlar Çarpımı	
Denk Kesir Stratejisi	

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Farklı stratejilerle soruyu cevaplayan öğrencilerin cevapları tahtada çözüldükten sonra öğretmen tahtadaki birinci yöntem olarak gösterilen *kısa oran tablosu* ile ikinci yöntem olarak gösterilen *denk kesir stratejilerini* öğrencilerin incelemelerini ve arasındaki farkın neler olduğunu sormuştur.

Öğretmen: Şimdi Berfin'in yaptığında servis takımı tabak. 3 servis takımında 2 tabak varsa 10 tabakta kaç servis takımında olur? 5'le çarptı 5'le çarptı 15. Aynı şeyi Aleyna ne yaptı? Servis takımı tabak falan yapmadı ne yaptı yani şu çizgileri. Arasındaki fark ne bana kim söyleyecek? Şekil olarak olur, görsel olarak olur, mantık olarak olur. Fark ne ikisinin arasındaki?

Öğrenci: 1. ve 2. yöntemde mi?

Öğretmen: Evet 1.ve 2. Söyle Esma.

Esma: Öğretmenim sadece oradaki servis takımı ve tabak yazmış orada yazmamış. Bir de genişletmiş.

Öğretmen: Bir de genişletmiş. Aslında burada da genişletme var. Çarpmalar var. Dediği gibi sadece servis takımıyla tabağı yazmamış. Betül.

Betül: Hocam aslında benim yöntemim de 2. yöntem gibiydi zaten tabloyla bir farkı yok hocam sadece tablo çizmeden işlem yapıyoruz.

Öğretmen: Evet aslında tabloyla bir farkı yok. Tablo gibi ama. Söyle Alihan.

Alihan: Hocam bir de 1.yöntemde çarpmış ama 2.yöntemde bölmüş.

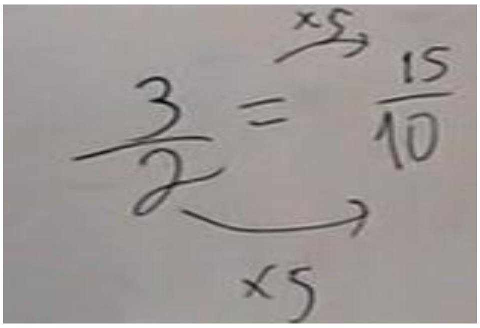
Öğretmen: Ama 2.yöntemde de bölmemiş çarpmış bak. Çarpmış arada çarpma var. Şimdi evet dediğiniz gibi şu çizgileri bakın ne yapmış silmiş. Başka neyi silmiş şunları da sildim. Ne oldu arada kesir çizgileri var. Eşittir işaretini koyuyorum 3'ü 5'le çarptık 15. O zaman hangi sayıyı 5'le çarparsak 10 eder? Pardon ne yaptık ya. Burası 2. 2'yi 5'le çarptı 10 etti o zaman 3'ü de 5'le çarptık 15. Artık ne yapacağız? Oran tablosu yerine Zehra'nın Aleyna'nın Kaan'ın, Osman da mesela yapıyordu, servis takımı tabak yazmak yerine çizgileri silip direkt 3 bölü 2 eşittir burada 10 varsa he o zaman ben bunu 5'le çarpacağım bunu da 5'le çarpacağım direkt 15 bulacağım diyebilir misiniz?

Öğrenciler: Evet.

Öğretmen: Değil mi diyebilirsiniz. Aynı şey zaten.

Öğrenci: Hocam daha kolay.

Öğretmen: Evet daha kolay. Direkt araya eşitlik koyuyorsunuz bu buna eşitse bu da buna eşittir. Daha pratikleşeceksiniz yani. Tamam. Diğer grupların yaptığı gibi. Ama mesela nerde tabak var nerde şey var onu karıştırıyorsanız gene uzun uzun yazabilirsiniz. Tamam.



Görsel 3.50. *Öğrencinin denk kesir stratejisini kullanarak verdiği cevap*

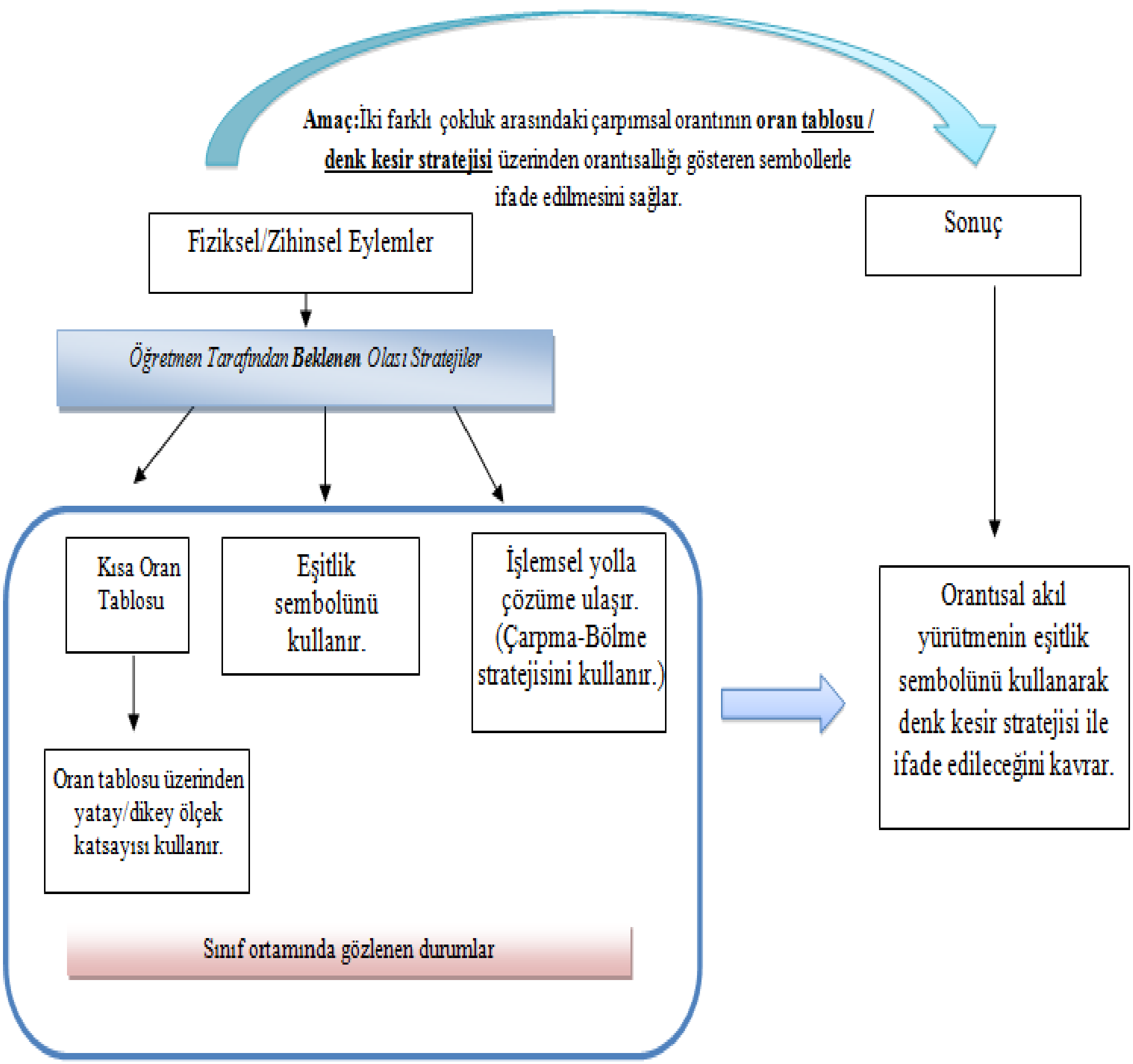
Ders öncesi hazırlanan planda bu etkinliğin amacı kısa oran tablosundan daha pratik olacak şekilde eşitlik sembolünü de kullanarak öğrencilere soruları çözebilmeyi öğretebilmekti ancak eşitlik sembolü ile işlem yapmayı öğretmen sınıfa göstermeden önce sınıftaki öğrenciler zaten önceki etkinliklerde kullandıkları için yeni bir durum olmamış ve sınıfta "*zaten biliyorduk, daha kolay*" şeklinde yorumlarla karşılaşılmıştır. Öğrenciler tarafından bilinmesi ve kolay bir etkinlik olması nedeniyle öğretmen ders öncesi de etkinliği uygulayıp uygulamama konusunda kararsız kalmış ve sonucunda da öğrenci cevapları açısından beklendik bir durumla karşılaşılmıştır. Öğretmenin etkinliğin uygulaması ile ilgili ders sonrası aldığı not aşağıdaki gibidir.

GÜNLÜK

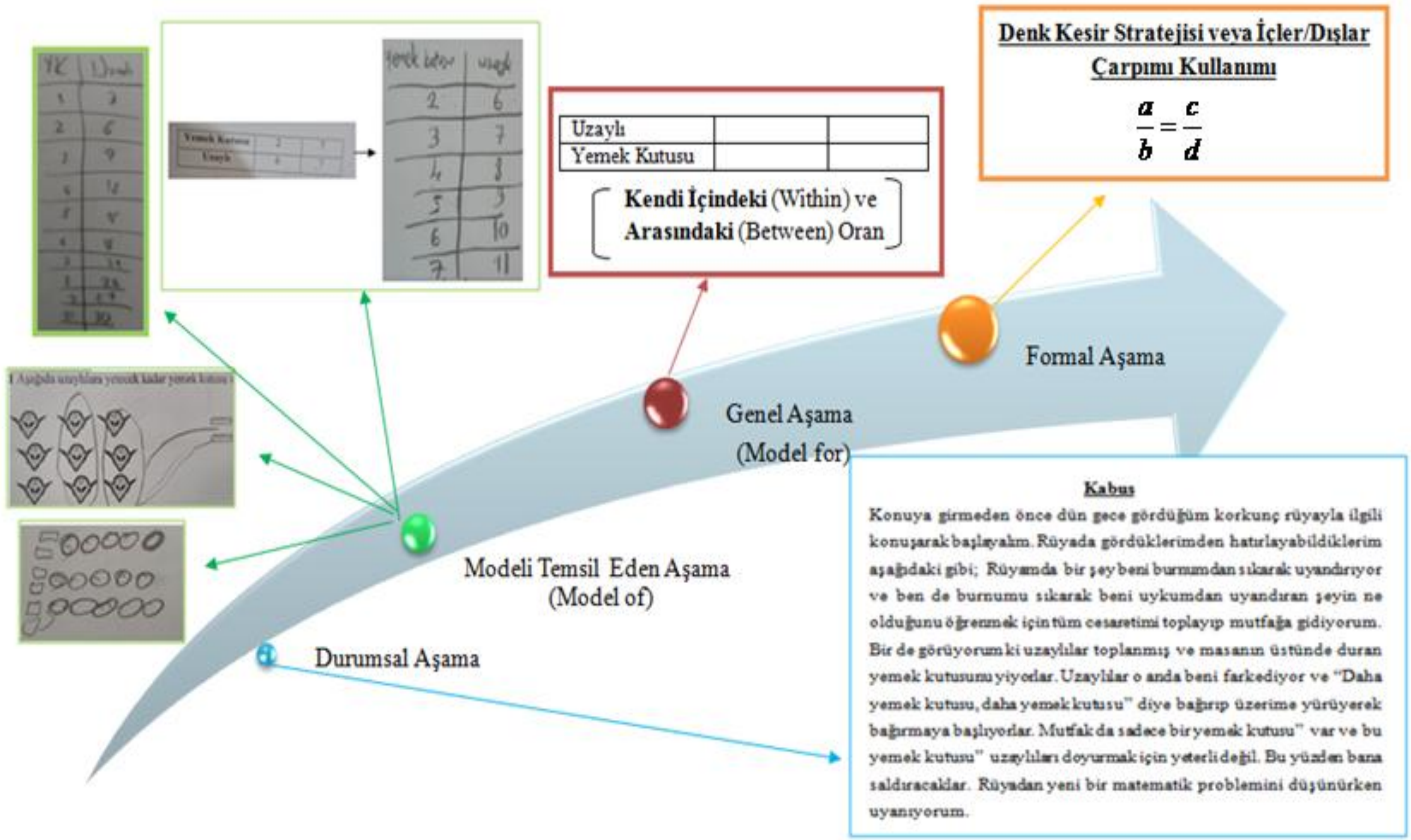
Öğretmen

Önceki dersteki etkinliklerde zaten eşitlik sembolünü kullanarak denk kesir stratejisni öğrenciler kullanmış ve tahtada çözdükleri için bu stratejiyi kullanmayan öğrenciler de aşinaydı. Farklı bir durum olmadı ve sadece bilinen bir şeyin üzerinden geçilmiş oldu.

Yukarıda söylenen durumlara göre ve ders öncesi öğretmen tahminine ve ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki şekil 3.17 de verildiği gibidir.



Şekil 3.17. *Çarpımsal orantıda denk kesir stratejisinin kullanımına yönelik tahmini öğrenme durumları*



Şekil 3.18. *Uzaylı-yemek kutusu etkinlikleri (birim oranın kavranması-orantı tanımı oluşumu ve bilinmeyen değeri bulma soru tipine yönelik) GME teorisine dayalı model oluşum aşamaları*

Çalışmada öğrenmeyi aşamalı olarak daha formal matematiğin yeniden oluşumu olarak tanımladığımız için tasarladığımız varsayıma dayalı öğrenme rotasında "uzaylı-yemek kutusu" örneklerine ilişkin *aşamalı formalleştirme* yolu yukarıdaki şekil 3.18 de gösterildiği gibidir.

Etkinlik 5' den 12'ye kadar olan uzaylı ve yemek kutusu görsellerine ilişkin bir sunumun yapılması durumsal aşama ve uzaylı - yemek kutusu üzerinden bu durumun şekillerle ifadesi ise modeli temsil eden aşamaya karşılık geldiği düşünülmektedir. Öğrencilerin soruları cevaplandırırken görselleri verilen uzaylı ve yemek kutusu arasında çizgiler çizerek veya soruyu görseller verilmediğinde uzaylı ve yemek kutusu görsellerini bizzat kendilerinin çizerek informal oluşumlarla sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bu durumun ise GME'de *model of* olarak adlandırılan modeli temsil eden aşamaya karşılık geldiği düşünülmektedir. Bu noktada öğrencilerin uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) kullanımıda informal oluşumlar içerisinde düşünülebilir. Çünkü araştırmada öğrencilerin geniş çaplı problemlerde özellikle sayılar arasında tam sayı kat ilişkisi olmadığı durumlarda bu stratejiyi kullanmaları durumunda başarılı olamadıkları görülmüştür.

Çalışmada *gelişen modeller (emergent models)* oluşumu içerisinde genel aşama (*model for*) olarak adlandırılan formal öncesi stratejiler, çarpımsal akıl yürütmeye dayandırılarak düşünülmektedir. Bunun nedeni ise araştırmada kısa oran tablosunu kullanmadan doğrudan bölme işlemi ile soruyu cevaplandırmaya çalışan öğrenciler sonucunda ne bulduklarını sorulduğunda çözümlerinin doğruluğu konusunda matematiksel gerekçe göstererek açıklama yapamamış ve neyi bulduklarınının farkında olmadığı görülmüştür. Bunun tam tersinde kısa oran tablosu ile formal öncesi oluşumları kullanabilen öğrencilerin ise akıl yürütmesini problem bağlamında haklı gösterip ve çözümünü açıklayarak sonucunda neye ulaştığını anlatabilmeleri ise bize formal öncesi oluşumun matematiksel gerçekliğinin yaşamsal parçası olduğunu önermiştir. Bu nedenle kısa oran tablosunun birimlerin daha belirgin hale getirilmesini sağlayarak bilinmeyen değeri bulma soru tipi için orantısal akıl yürütme için formal öncesi araç olduğu söylenebilir. Gelişen modellerin devamında ve son olarak formal oluşumları kullanabilen öğrencilerin resim veya başka çalışma olmadan kesir sembolleriyle eşitlik sembolünü kullanrak denk kesir stratejisini veya yine öğretmenin hiçbir yönlendirmesi olmadan kendi çıkarımlarıyla ulaştıkları içler-dışlar çarpımı yaklaşımını kullanarak niceliği fark ettikleri ve sonuca ulaştıkları görülmüştür.

Bu noktada belirtilen nedenlerden ötürü, formal öncesi oluşumların sınıfta nasıl ortaya çıktığının anlaşılması önemlidir. Çünkü formal öncesi oluşumlar, formal matematiğin oluşumuna öncülük etmekte olup programın kilit noktası niteliğindedir bu nedenle öğretmenlerinde etkinliklerinde formal öncesi oluşumların nasıl şekillendiğini bilmesi önemli görülmektedir.

4.1.2.3.4. ***Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 13'e ilişkin bulgular***

Etkinlik 13'de öğrencilere aşağıda şekilde gösterilen sorulardan oluşan bir kağıt dağıtılmıştır ve etkinlikte amaç *"Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler"* olarak belirlenmiştir. Etkinlik 13.1'de parçanın parçaya oranı verilmişken 13.2'de parçanın bütüne oranı verilmiştir ve öğrencilerin bu oranları doğru şekilde yazarak sonuca ulaşmaları beklenmiştir. Son olarak 13.3 de ise parçanın parçaya oranı verildikten sonra parçaların toplam miktarı üzerinden bu iki parçadan kaçar tane olduğu sorulmuştur. Öğrencilere sunulan etkinlik aşağıdaki gibidir.

Etkinlik 13

13.1 Bir sınıfta erkek öğrencilerin sayısının kız öğrencilerin sayısına oranı 3/2'dir. Bu sınıfta toplam 18 kız öğrenci varsa toplam kaç erkek öğrenci vardır?

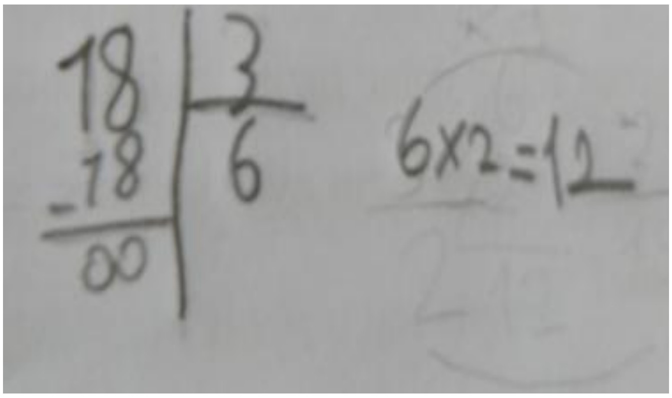
13.2 Bir apartmandaki çocuklar futbol ve basketbol kursuna katılmaktadır. Futbol kursuna gidenlerin sayısının apartmandaki tüm çocukların sayısına oranı 2/5'tir. Apartmandaki 12 çocuk futbol kursuna gittiğine göre apartmandaki toplam çocuk sayısını bulalım.

13.3 Bir terzinin diktiği eteklerin sayısının pantolan sayısına oranı 3/4'tür. Bu terzi yalnızca etek ve pantolon dikmektedir. toplamdiktiği etek ve pantolonların sayısı 70 ise bunların kaç tanesi pantolondur.

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Nitelden nicele geçiş etkinlik 13 de öğrencilerin ifadedeki iki parçanın birbirine oranının nasıl yazılacağını önceki etkinliklerdeki eksikliklerden kaynaklı (verilen ifadenin oran kullanarak yazımı gibi) olarak tam olarak anlamlandırmadıkları ve sıkıntı yaşadıkları ayrıca bazı öğrencilerin sayılara bir anlam yüklemeden rastgele birbiriyle çarpıp böldükleri görülmüştür. Bu duruma ilişkin öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Aşağıda verilen cevaptan öğrencilerin soruda verilen *erkek öğrencilerin kız öğrencilerin sayısına oranı* ifadesini dikkate almadıkları rastgele işlem yaptıkları görülmektedir.



Görsel 3.51. *Öğrencilerin anlamlandırmadan rastgele işlem yaparak verdikleri cevap*

Sorudaki ifadeyi öğrencilere anlatmaya çalışan öğretmen ile öğrenciler arasında geçen diyalog ise aşağıdaki gibidir.

Berfin: 18'in altta ya da üstte olduğunu nasıl anlıyoruz?(Soruda verilen kız öğrenci sayısını kasediyor)

Öğretmen: Şimdi şöyle şunlar erkek şunlar kız. Sana neyi vermiş 18 kız öğrenciyi vermiş ya kızı alta yazıyoruz o zaman. Yani şuradaki sayıyla aynı hizada yazmak zorundasın.Tamam mı canım?

Aleyna: Hocam peki en baştakinin erkek olduğunu nasıl anlıyoruz?

Zehra: Hocam erkekler daha fazla olduğu için mi?

Öğretmen: Hayır bak soruyu dikkatli okuyoruz. Bir sınıftaki erkek öğrencilerin kız öğrencilerin sayısına diyor ya ilk önce erkeği yazmış o yüzden erkeği yukarıya kızı aşağıya yazıyorum. Tamam. Zaten oranı da erkek öğrencilerin kız öğrencilere oranı. O zaman erkek yukarı kız aşağı. Sonra size kız sayısını verdiği için gene kız aşağıda olacak erkeği bilmiyoruz.

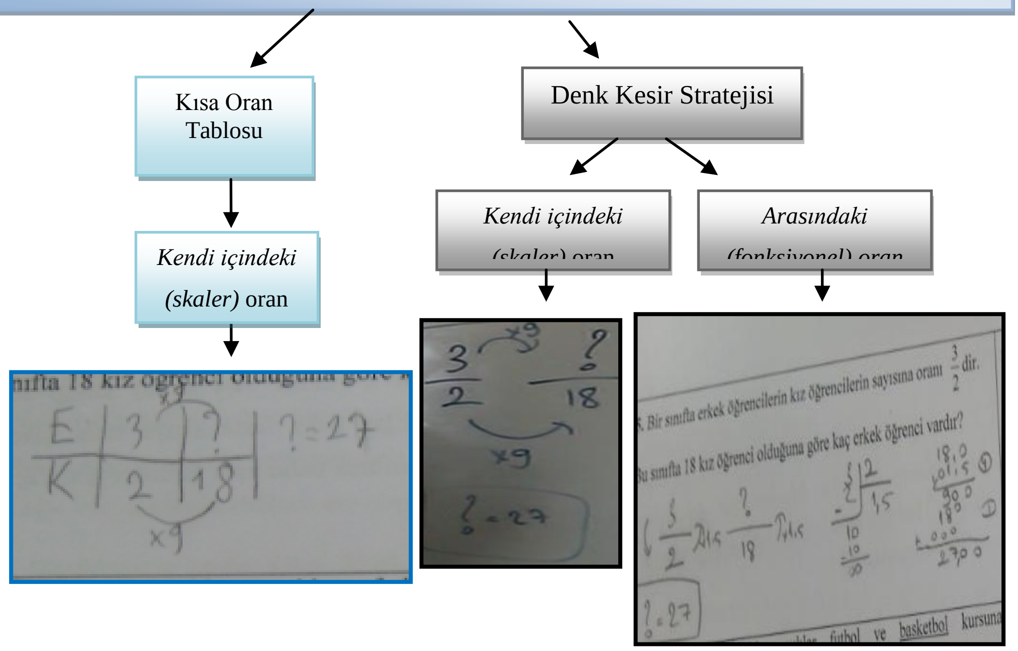
Yukarıdaki öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalogtan da anlaşıldığı gibi öğrencilerin verilen iki çokluğun birbirine oranını yazımı konusunda problem yaşadıkları ortaya çıkmaktadır. Hatta bir öğrencinin sayıca fazla olan öğrenci sayısı yukarı yazılacak şeklinde yanlış bir genelleme yaptığı görülmüştür. Öğretmen de bu durumu öğrencilere anlatmak için *"soruda ilk önce söylenen çokluk yukarı, sonra söylenen çokluk ise aşağı yazılır"* şeklinde açıklama yapmıştır.

Bu durumun bundan önceki etkinliklerin genelde tablo biçiminde verilmiş olmasından dolayı öğrencinin iki çokluğun oranını tekrar yazmaya ihtiyaç duymamasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler seçtikleri farklı stratejiye göre çözümlere başlamışlardır. 13.1 için öğrencilerin kullandıkları stratejiler aşağıdaki gibidir.

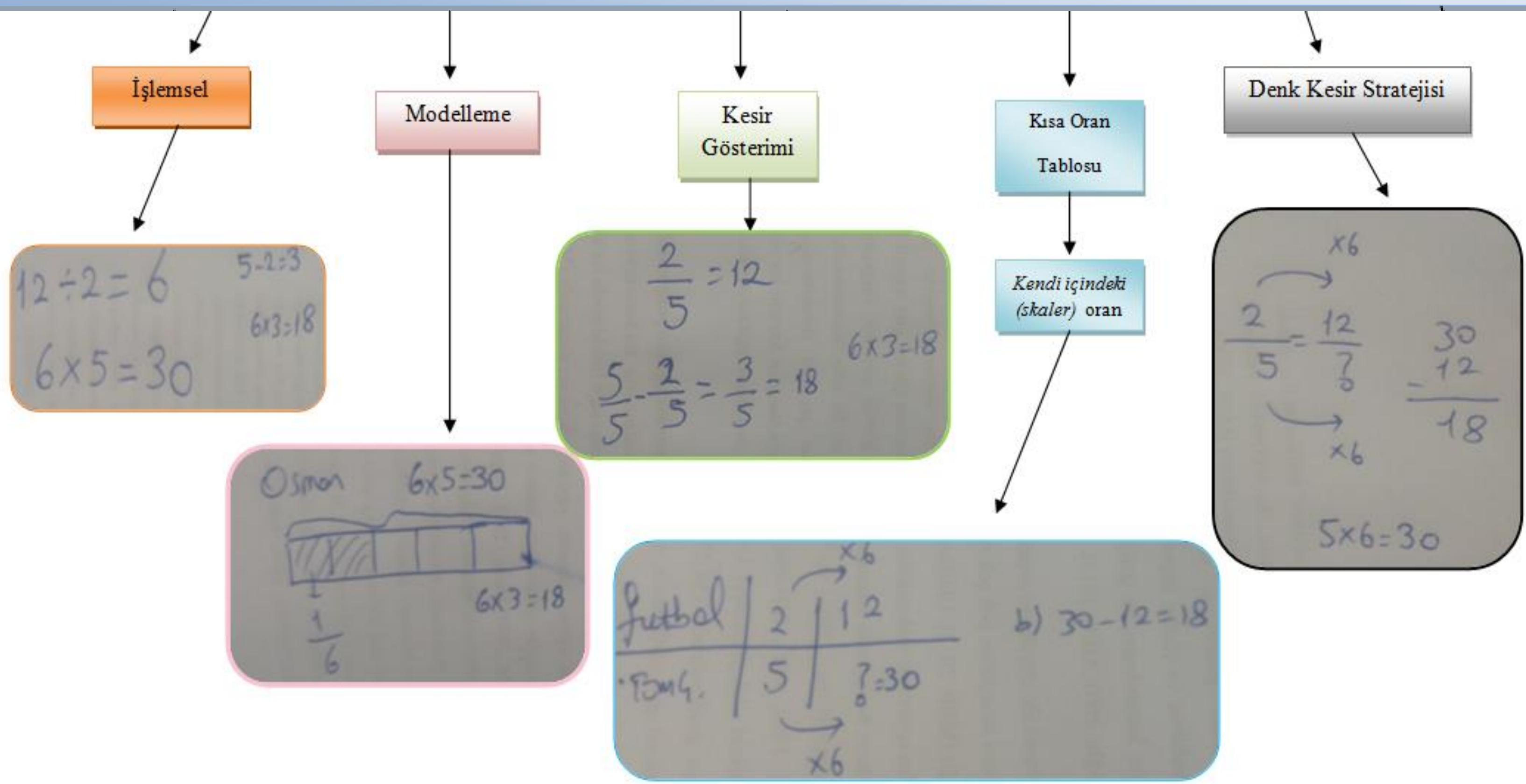
13.1 Bir sınıfta erkek öğrencilerin sayısının kız öğrencilerin sayısına oranı 3/2'dir. Bu sınıfta 18 kız öğrenci varsa toplam kaç erkek öğrenci vardır?



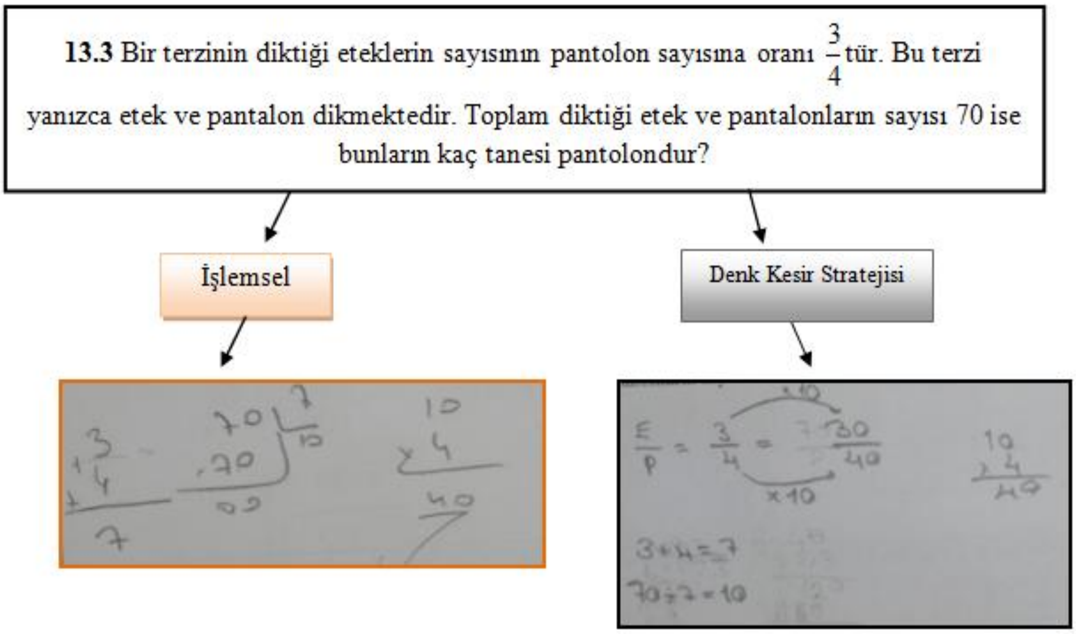
Etkinliğin 13.1 şıkkında çoklukların oranını yazma dışında başka bir sorunla karşılaşılmamıştır. Öğrenciler soruda verilen *erkek öğrencilerin sayısının kız öğrencilerin sayısına oranını* doğru şekilde yazdıktan sonra kullandıkları stratejiler yukarıda gösterildiği gibidir. Öğrencilerden bazıları oran tablosunu kullanırken bazıları denk kesir stratejisi ile *kendi içindeki (skaler)* veya *arasındaki (fonksiyonel) oran* ilişkisini kullanarak beklenildiği şekliyle soruya cevap vermiştir.

Etkinliğin 13.2 şıkkında ise parçanın bütüne (futbol kursuna gidenlerin sınıftaki tüm çocuklara) oranı verilmiştir. Öğrencilerden bu oranı doğru biçimde yazmaları ve iki çokluktan miktarı verilmemiş olan çokluğu bulmaları beklenmiştir. Sınıftaki öğrencilerin 13.1'den sonra bu etkinliği aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi farklı stratejiler kullanarak doğru şekilde cevapladığı görülmüştür. Aşağıdaki tabloya bakıldığında öğrencilerin oran tablosu, denk kesir stratejisi , işlemsel gösterimin yanında modelleme ve kesirsel gösterim gibi stratejilerle de soruyu cevapladıkları görülmüştür. Özellikle kesirler ve kesirlerde modelleme ile soruyu çözen öğrencilerin anlatımından sonra sınıfın soruyu daha iyi algılandığı görülmüştür.

13.2 Bir apartmandaki çocuklar futbol ve basketbol kursuna katılmaktadır. **Futbol** kursuna gidenlerin sayısının apartmandaki **tüm çocukların** sayısına oranı $\frac{2}{5}$'tir. Apartmandaki 12 çocuk futbol kursuna gittiğine göre apartmandaki toplam çocuk sayısını ve basketbol kursuna giden çocuk sayısını bulalım.



Etkinlik 13.3' ü doğru şekilde cevaplayan öğrencilerin çözümlerinde kullandıkları stratejiler aşağıda gösterildiği gibidir. Öğrenciler daha çok işlemsel olarak soruya cevap vermiştir. Etkinliğin bu sorusunu cevaplayan ve anlayan öğrenci sayısının çok az olduğu görülmüştür.



Görsel 3.52. *Öğrencilerin işlemsel ve den kesir stratejisi kullanarak verdiği cevaplar*

Yukarıdaki doğru stratejiler dışında bazı öğrenciler soruda oranın neyi temsil ettiğini anlamamış ve verilenleri dikkate almayarak yanlış çözüm yolları gerçekleştirmiştir.

Betül: Hocam şöyle bir şey olur mu? 70'i 4'e bölüp 3'le çarpsaydık ve.

Öğretmen: Ama sen niye 70'i 4'e böleceksin? 70 toplam sayınız. Etek ve pantolonun toplam sayısı. Sen de o zaman etek ve pantolonun toplam oranını böleceksin 70'e.

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik 13'de ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan planla uygulama sonrası oluşan planın bazı yönlerde örtüşmediği görülmüştür. Öğrencilerin özellikle verilen ifadenin oran kullanarak yazımı konusunda sıkıntı yaşadıkları ve öğretmenin bir çok strateji kullanarak çözümü anlatmasına rağmen ders sonunda anlamadık diye cevap veren öğrencilerin olduğu görülmüştür.

13.3'de soruyu cevaplayabilen az sayıda öğrenci çözümlerini yukarıda gösterildiği gibi tahtaya yazdıktan sonra soruyu anlamayarak cevaplayamayan öğrenciler çözüm yollarındaki 3 ve 4 sayılarının neden toplandığına ilişkin mantığı anlayamamıştır. Öğretmen ise ilk olarak soruyu doğru cevaplayan öğrencilere söz hakkı vermiş ve neden topladıklarını sınıfa anlatmalarını istemiştir. Buna ilişkin öğretmen ve öğrenci arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: Zehra söyle niye topladın bu şekilde?

Zehra: Bütün katlarını bulmak için.

Öğretmen: Peki Büşra sen niye topladın?.

Büşra: Birisi 4 yani 4 tam diğeri de 3 tam ediyor. Tamları topladık 7 tam oluyor. Sayı da 7'ye böldüğümüzde 1 parçayı buluyoruz.

Öğrenci: Hocam ben yine anlamadım.

Öğrenci: Ben de kesirler neden toplanıyor onu anlamadım

Öğrenci: Evet hocam hani oran da toplama yapmıyorduk.

Öğretmen: Tamam ben toplamadım bak şurada çarptım.(3×10=30'u gösteriyor)

Öğrenci: Niye onla çarpıyoruz?

Öğretmen: Çünkü toplamda 70 diyor acaba hangi sayıyla çarparsam 70'e ulaşırım.

Öğrenci: Hocam ama yine kesirleri toplamamız gerekiyor.

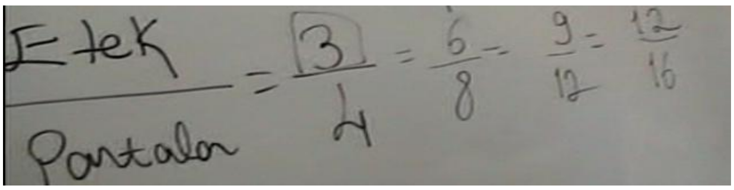
Öğretmen: Evet en sonda topluyoruz çünkü etek sayımız 30.

Öğrenci: Hocam ilk defa görüyoruz.

Öğretmen: Tamam şimdi bir de şöyle bakalım, şimdi ne dedik etek var pantolon var. Eteklerin pantolona oranı 3 bölü 4.

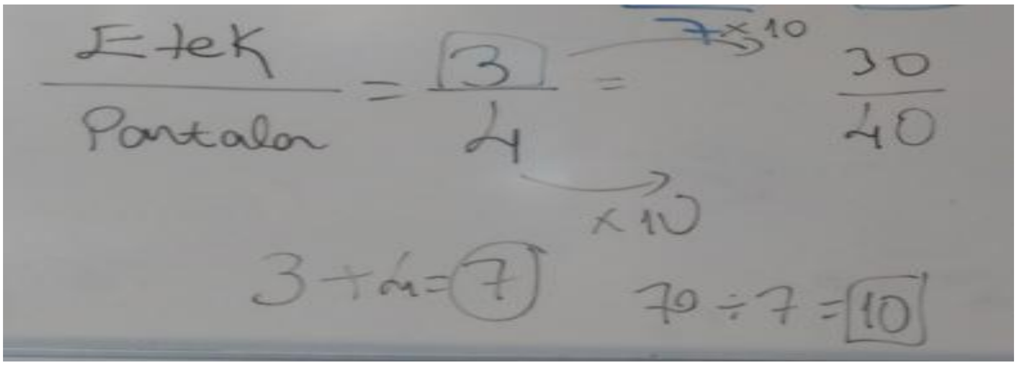
Öğrenci: Hocam ben sadece onu yapabildim.

Öğretmen: Size toplam etek ve pantolon sayısını söylemişler. Toplam etek ve pantolon sayısı 70. Etekler 3 ve 3'ün katı demek bu. Ne olur yani 6, 9, 12. Bu 4 ne? 4 ve 4'ün katı 8, 12, 16 değil mi? Böyle artabilir. Katları. Bu şekilde. (Aşağıdaki şekli gösterir)



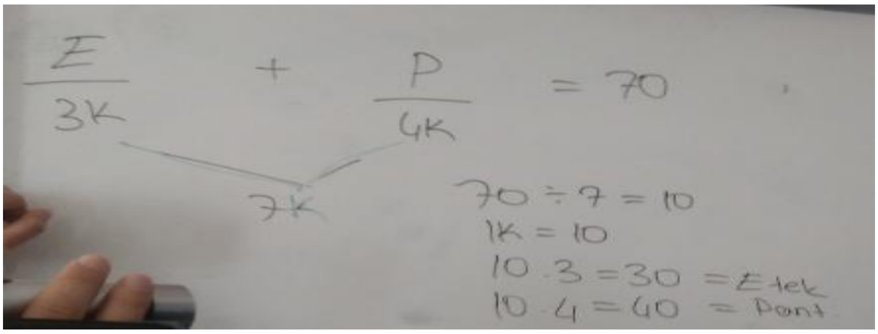
Görsel 3.53. *Etek ve pantalon ilişkisinin oran biçiminde gösterimi*

Yukarıdaki diyalogta da görüldüğü gibi öğrenciler arkadaşlarının çözüm yolunda kullandıkları toplama kavramını anlamlandıramadıklarını söylemiştir. Bunun üzerine öğretmen yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi tahtaya denk kesirleri arttırma stratejisini kullanarak soruyu cevaplandırmıştır ve pay ile payda toplamı 70 olana kadar devam ettirmiştir. Sonrasında ise aynı oranı önceden öğrendikleri denk kesir stratejisi ile göstererek kısa halinin aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi olduğunu söylemiştir.



Görsel 3.54. *Etek ve pantalon ilişkisinin denk kesir stratejisi ile gösterimi*

Bunun üzerine bazı öğrenciler yine anladık derken bazıları ise yine neden topluyoruz şeklinde anlamadık diyerek cevap vermişlerdir. Etkinliğin devamında ise sınıftan bir öğrenci yapılanlara benzer şekilde kat problemi gibi soruyu çözebileceklerini söylemiştir.



Görsel 3.55. *Öğrencinin katları kullanarak verdiği cevap*

Öğrenci: Hocam daha anlamlı.

Damla: Hocam bunu kat problemi gibi yapabiliriz.

Öğretmen: Yap canım. Evet etekten 3 kat var pantolondan 4 kat var topluyoruz 7 kat.

Öğretmen: Damla'nın yaptığı mı?

Öğrenci: Evet hocam bu daha anlamlı geldi.

Öğretmen: Evet yani Damla da aynı şeyi yaptı aslında anlatacak pek bir şey yok. 3 kat 4 kat burada topladı 7 kat. 70'i 7'ye böldü 1 katı 10 buldu.

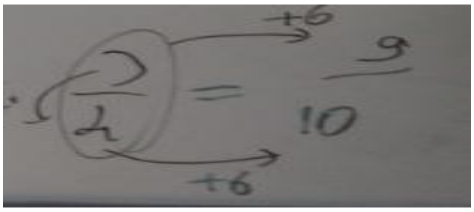
Betül: Hocam bir şey diyebilir miyim? Ben anladım ama mantığını çözemedim.

Berfin: Hocam ben de ezbere anladım ama mantığını anlamadım.

Esma: Öğretmenim 10 ne oluyor ben onu anlamadım sadece.

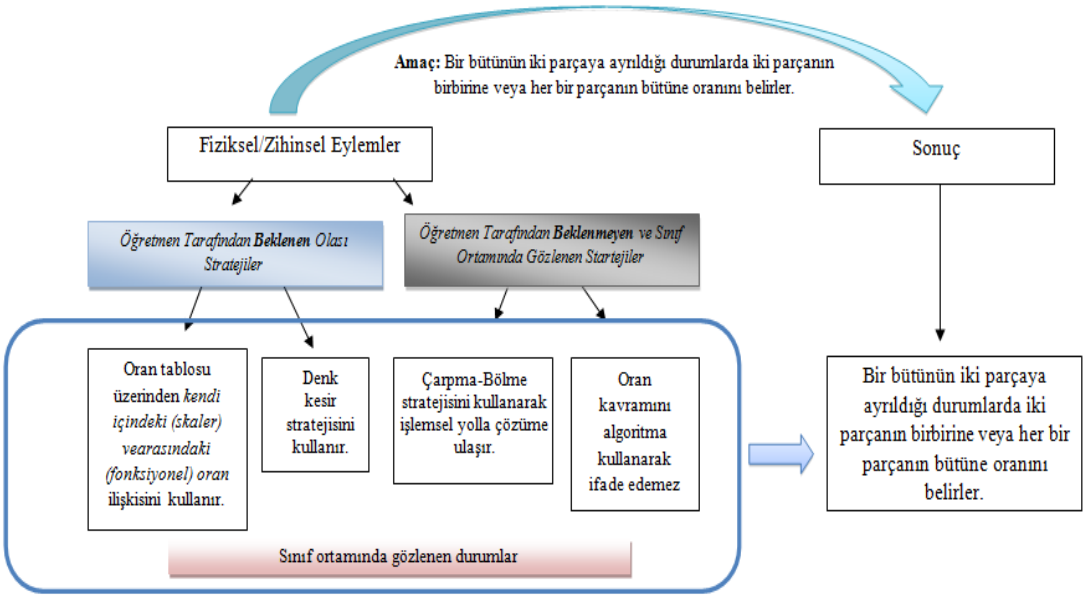
Öğretmen: Şimdi bak etek ve pantolonumuz var ama toplam sayıyı vermiş bize. O toplam sayıya ulaşacağımız kat. Yani oran orantı demek zaten kat problemleri demek. Size toplamını 70 olarak vermiş. Mesela sana toplam etek ve pantolon sayısı 7 deseydi ne

yapacaktınız, katımız ne olacaktı? 1. Eteğimiz 3 pantolonumuz 4 olacaktı ama ne yapmış burada fazla sayı vermiş. O katı bulmak için ki o katımız.
Aleyna/Betül: Kat problemlerinde toplama olmuyor.
Öğretmen: Hayır o neyde toplama olmuyor mesela 3 bölü 4. Sana burayı ne verdi 10 verdi diyelim. Sen buraya ulaşmak için artı 6'yla toplayamazsın. Yani burayı da artı 6'yla toplayıp buraya 9 diyemezsin. Şu ikisinin arasında yani ben mesela şuradan şuraya ulaşmak için artı 1 demiyorum. Anladın mı? Öyle toplama olmaz..yani ikisinin arasında toplama olmaz. Yani oradan oraya ulaşmak için toplama olmaz. Mesela 3'le 4 arasında artı 1 fazlası diyemeyiz kat problemlerini çözerken.



Görsel 3.56. *Toplamsal strateji kullanılarak verilen cevaplar*

Anlamadıklarını söyleyen öğrenciler işlemi anladıklarını ancak tekniğin nedeninin ve açıklamasını anlamadıklarını söylemişlerdir. Bunun yanında öğrencilerin takıldığı yer oran tablosunda gördükleri şekliyle *"oran orantıda toplama yapılamaz burada nasıl 3 ve 4 sayıları toplanabilir"* noktası olmuştur. Öğretmen tahtada anlattığı çözüm yolları dışında başka bir strateji aklına gelmediği için etkinliği burada bitirmiştir. Ders öncesi öğretmen tahminine ve ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki şekil 3.19 daki gibidir.



Şekil 3.19 *Bütün / parça durumunda orantı kavramına yönelik tahmini öğrenme durumları*

4.1.2.3.5. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş etkinlik 14'e ilişkin bulgular*

Etkinlik 14 orantısal akıl yürütme soru çeşitlerinden *sayısal karşılaştırma* içerikli soru tipinin öğrenciler tarafından tanınması amacıyla oluşturulmuştur.

Bu etkinlikteki en önemli noktanın *kesir ve oran arasındaki farkın* öğrenciler tarafından fark edilebilmesi olduğu düşünülmektedir. Bu duruma yönelik öğrencilere sunulan etkinlik aşağıdaki gibidir.

Etkinlik 14

Murat, Dilek ve Kerem isimli üç arkadaş bir partide arkadaşlarına şaka yapmak amaçlı sahte kan yapmak ister. Bunun için internetten su ve gıda boyası içeren bir tarif bulurlar ve bu tarif üzerinden koyu kırmızı kan yapmaya karar verirler.

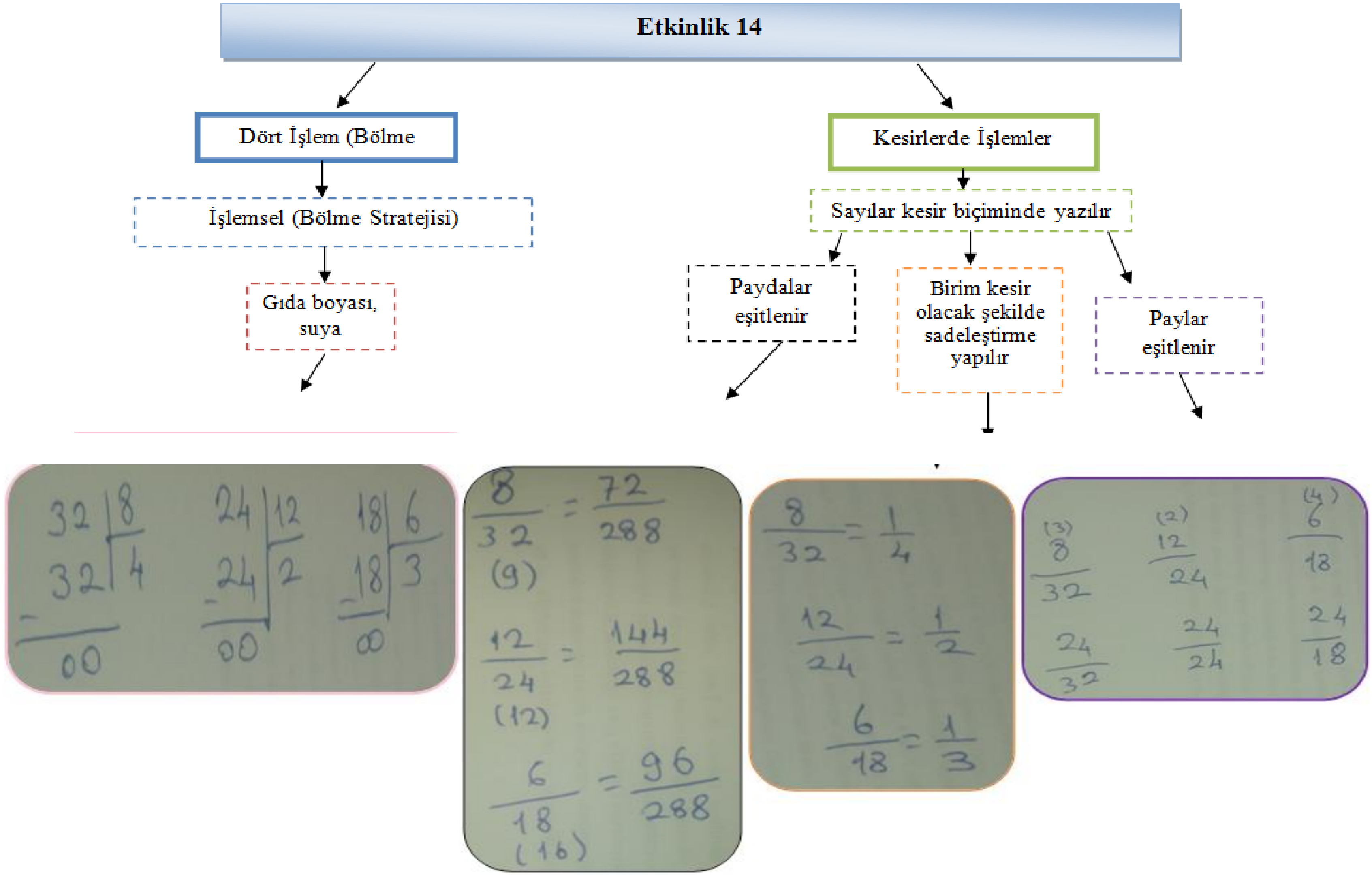
Sizce Murat, Dilek ve Kerem'den hangisinin sahta kanı daha kırmızı olur ?

a. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Etkinlik 14'i doğru şekilde cevaplandıran öğrencilerin kullandıkları stratejiler aşağıdaki görsel 3.57'de gösterildiği gibidir.

Görsel 3.57 incelendiğinde öğrencilerin dört işlem stratejisinden bölme stratejisi ve kesirleri kullanarak soruya cevap verdikleri görülmektedir. Öğrenciler dört işlem stratejisinden bölme işlemi ve kesirlerle işlem yaparken ise

- payda eşitleme
- pay eşitleme ve
- birim kesir olacak şekilde sadeleştirme yaparak yazma gibi yöntemlerle soruyu cevaplamış ve doğru şekilde yorumlamışlardır.



Görsel 3.57. *Öğrencilerin etkinlik 14' e farklı stratejiler kullanarak verdikleri cevaplar*

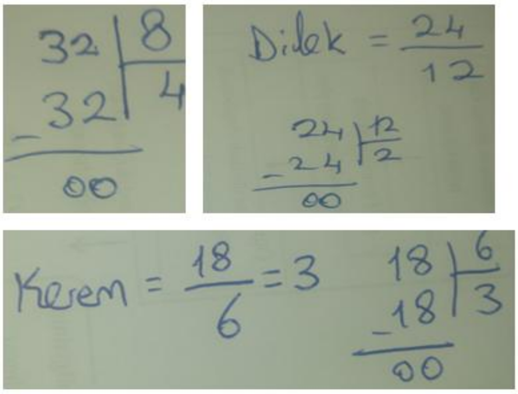
b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Sınıftaki bazı öğrenciler yukarıdaki tabloda gösterilen stratejileri kullanmışlar ancak işlem sonunda durumu yorumlarken hata yapmışlardır. Buna örnek olarak mesela bölme işlemi sonucunda çıkan sonucun ne anlama geldiğini bilmedikleri için sonucu yorumlamakta zorlanan öğrenciler olmuştur. Buna ilişkin öğretmen, öğrenci ve sınıf arasında geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: 32'yi 8'e böldü. Tamam şurada Dilek'i yaz. 24'ü 12'ye böldü. Evet bir dakika. İbrahim'i bir dinleyeceğiz.İbrahim Murat demişti cevap olarak. 18'i 6'ya böldü 3. Şimdi bu buldukları ne oldu arkadaşınızın? Ne buldu 4 ne mesela burada? 4 neyi ifade ediyor İbrahim?

İbrahim: Iıı,hocam ...bilmiyorum hocam

Öğretmen: Bilmiyorsun öyle mi? Tamam peki.



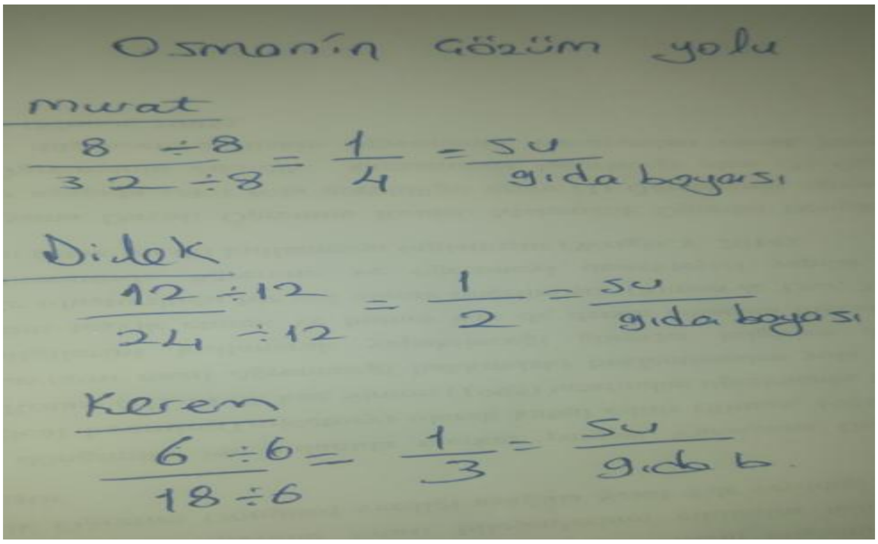
Görsel 3.58. *Öğrencilerin bölme işlemini kullanarak verdiği cevap*

Yukarıda diyalogda görüldüğü gibi öğrenci gıda boyasını su miktarına bölerek sırayla 8-2 ve 3 sonuçlarına ulaşmış ve Murat cevabını vermiş ancak sonucunda bulduğu sayıların neyi temsil ettiğini sınıfa anlatamamıştır. Sonrasında sınıftan başka bir öğrenci ise cevabın Murat değil Dilek olduğunu söylemiştir. Dilek cevabını veren öğrenci soruda verilen sayıları kesir biçiminde yazdıktan sonra birim kesri elde edecek biçimde sadeleştirme yapmıştır. Sonrasında ise kesirlerde karşılaştırma yapar gibi düşünerek $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ değerleri arasında en büyük değer olan $\frac{1}{2}$ ile Dilek cevabını vermiştir. Buna ilişkin öğrencinin cevabı ve sınıftaki diğer öğrencilerin bu cevaba ilişkin yorumu aşağıda diyalogda verildiği gibidir.

Osman: Öğretmenim ben Murat'ı 8 bölü 32 8'le sadeleştirdim.

Öğretmen: Osman gel yap tahtada. Evet hızlıca. Şimdi İbrahim ve Osman'ın yaptığı her iki yönteme bakacağız. Şimdi İbrahim ne yaptı 32'yi 8'e böldü 4. 1 litredeki gıda boyasını

buldu. 4 burada 2 burada 3. Hangisinde gıda boyası miktarı daha fazla?(Öğretmen İbrahim'in yöntemini gösterir.)
Öğrenciler: Murat.
Öğretmen: Peki Osman ne yaptı?
Osman: En yoğununu soruyor öğretmenim 1/2 en büyük *onun için Dilek. (Sınıftan arka sıradaki bazı öğrenciler de Dilek olduğunu söylüyor)*
Büşra: Hayır hocam. 1 litreye ne kadar fazla düşüyorsa o kadar yoğundur. O yüzden Murat olacak. Yani 1 litreye 4 damla düşüyor.
Osman: Tersini yapmışım hocam.
Öğretmen: Tam tersini yapmışsın Osman evet.



Görsel 3.59. *Osman adlı öğrencinin verdiği cevap*

Osman adlı öğrenci kesir ve oran arasındaki farkı arkadaşı Büşra'nın müdehalesi sonucu anlamış ancak sınıfın kafası karışmıştır. Öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Pelin:Hocam Osman'ın yaptığına göre tama daha yakın Dilek o yüzden öyle değil mi?
Öğretmen: Evet o yüzden Osman öyle dedi ama bunu nasıl okuyoruz. Bak şimdi. Birim kesirlerdeki gibi düşünemeyeceğiz burada.
Zehra:Hocam payları eşit olduğu için paydası küçük olan daha büyüktür.
Öğretmen: İşte burada o kural geçerli mi?
Öğretmen: O zaman sizin dediğinize göre Dilek'inki en büyük oluyor. Doğru mu?
Öğrenci: Evet, Paydası büyük olan küçük oluyor yani Dilek oluyor.
Büşra: Mesela burada biz şey yapsak, çay bardağını esas alırsak mesela bir çay bardağına bir kaşık şeker atarsak mı daha yoğun olur şeker tadı yoksa 2 şeker atarsak mı? Ona göre bulunabiliyor.
Öğretmen: Evet aynen öyle. Kesirlerdeki gibi değil de Büşra'nın dediği gibi. Mesela 1 bardak suyumuz var 4 damla gıda boyası atıyorsunuz, diğeri de 1 bardak suya 2 damla

gıda boyası atıyorsunuz, şunda 1 bardak suya 3 damla gıda boyası atıyorsunuz. Hangisine daha çok atıyorsunuz? Murat'ta. O zaman Murat'ınki daha koyu olur. Kesirlerdeki gibi düşündüğünüzde yanlış olur. Oranı bu şekilde düşüneceğiz tamam mı? Pelincim söyle.

Pelin: Bir de şey düşünebiliriz mesela suyu ne kadar az koyarsak gıda boyasını ne kadar fazla koyarsak o kadar çok koyulaştığı için Murat'ınki.

Öğretmen: Aferin sana tabi öyle de düşünebiliriz.

Yukarıdaki öğrenciler ve öğretmen arasında geçen diyaloğa bakıldığında kesir ve oran arasındaki farkı anlayan Büşra adlı öğrenci arkadaşlarına nasıl düşünmeleri gerektiğini örnek üzerinden anlatması sonucunda öğrenciler birim kesir şeklinde verilen ifadeyi nasıl yorumlayacaklarını anlamışlardır. Sonrasında ise paydaları eşitleme ve payları eşitleme gibi farklı stratejiler kullanarak soruyu değişik açılardan çözerek cevaplandırmışlardır. Buna ilişkin öğrencinin cevabı ve öğretmenle aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğrenci (Esma): Öğretmenim ben bunun paylarını eşitledim.

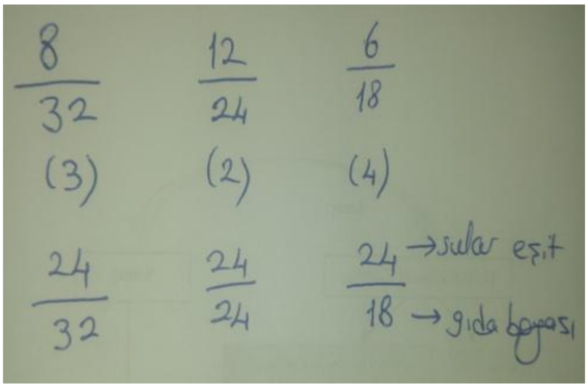
Öğretmen: Evet paylar eşit oldu. Neleri eşitledin? Yukarıdakiler nelerdi?

Öğrenci: Sular. Suyu eşitledim. En fazla gıda boyası katılan ilki yani Murat olduğu için o yüzden en yoğun budur dedim.

Öğretmen: Evet aferin. Esma da şu şekilde yaptı. Suları eşitledi. Suları eşitlediğinde şunlar gıda boyası oldu. O zaman gene en fazla gıda boyası 32'yle kiminki oldu?

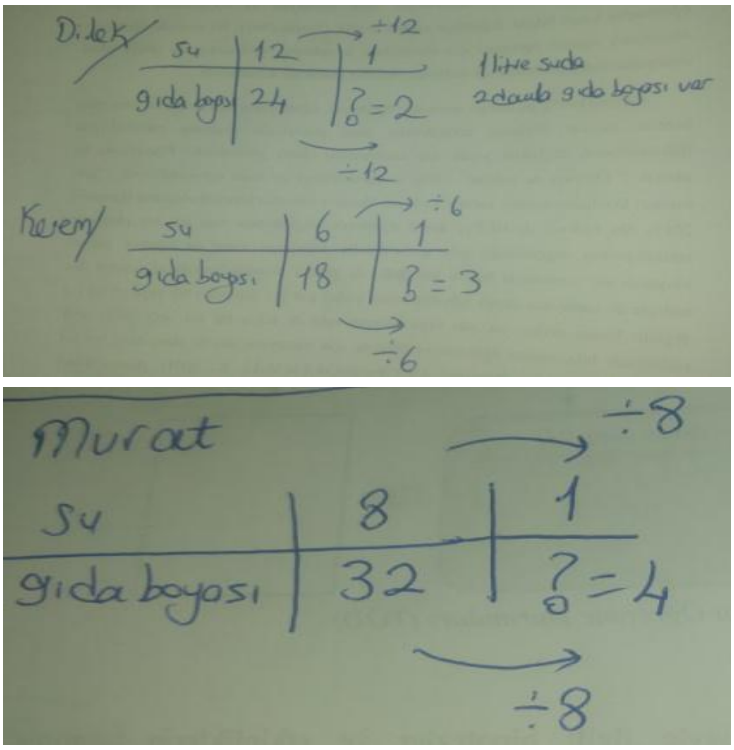
Öğrenci: Murat.

Öğretmen: Murat'ınki oldu. Aferin. Anladınız mı?



Görsel 3.60. *Esma adlı öğrencinin verdiği cevap*

Öğrenciler sayıları kesir biçiminde yazdıktan sonra nasıl yorumlamaları gerektiğini anlamıştır ancak bölme stratejisi ile neyi bulduklarını hala anlamadığını söyleyen öğrenciler olmuştur. Bunun üzerine öğretmen oran tablosunu kullanarak neyin ne anlama geldiğini sonuç olarak neyi bulduklarının daha iyi farkında olabileceklerini söyleyerek aşağıdaki oran tablolarını çizmiştir.



Görsel 3.61. *Etkinlik 14'ün oran tablosu kullanarak çözümü*

Öğretmenin tablo kullanımıyla ilgili ders sonrası günlüğünde aldığı notta yazılanlar aşağıdaki gibidir.

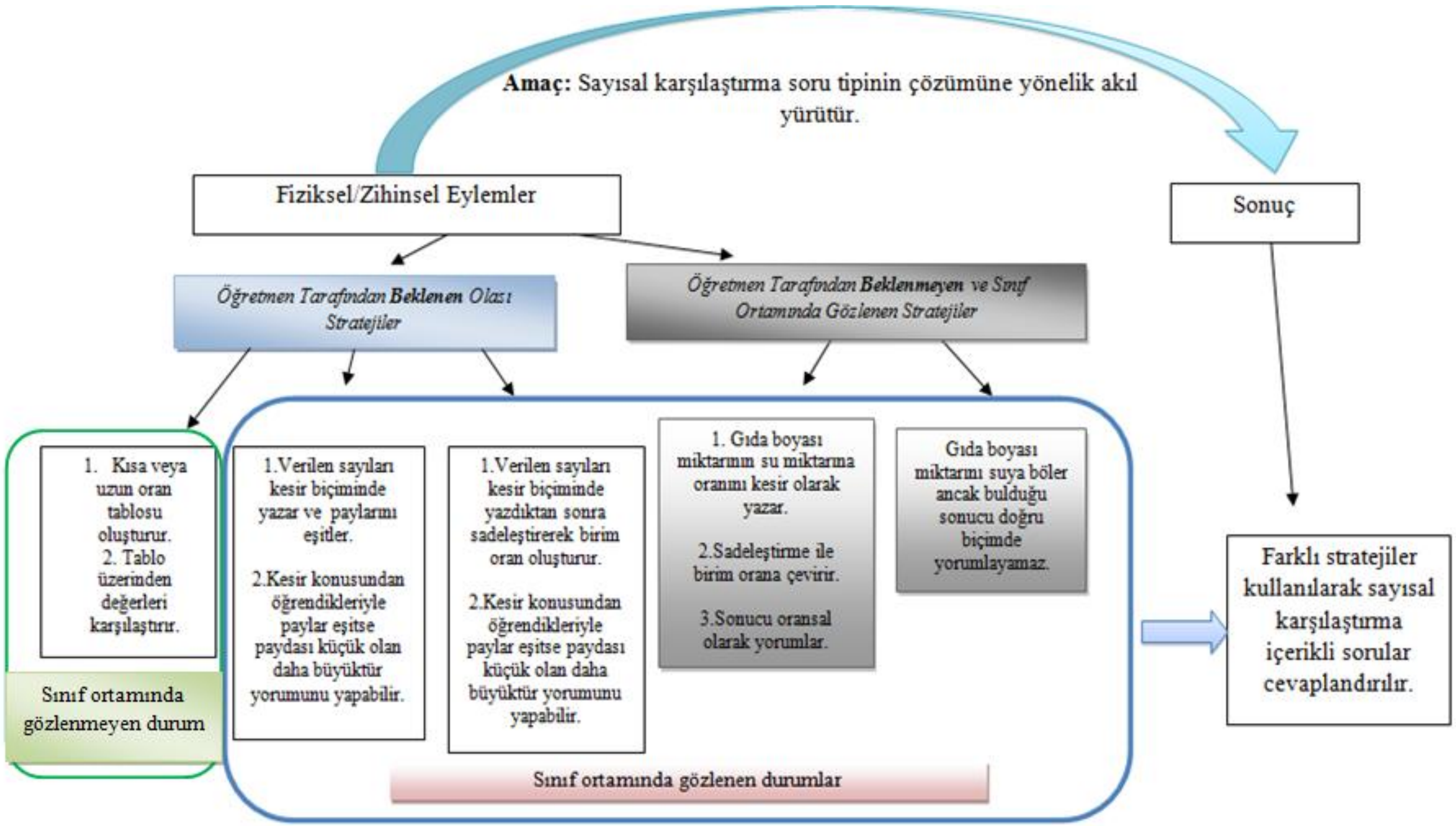
GÜNLÜK

Öğretmen

Tablo kullanımına yönelik çok fazla etkinlik çözdüğümü düşünmeme rağmen sınıfın büyük çoğunluğu soruyu bölme stratejisiyle cevaplamaya çalışması ve sonuç olarak neyi bulduklarını bilmeyip soruyu yorumlayamamalarına çok kızdım ve önceki etkinliklerde bunu zaten yapmışlardı.Artık böyle bir durum olmaz ve tabloyu kullanırlar diye düşünmüştüm. Plan dışında davranarak öğrencilere tabloyu kendim oluşturdurdum ve bu şekilde neyi neden yaptığınızı, sonuçta ne bulduğunuzu daha iyi anlarsınız dedim ama etkili olup olmadığını bilmiyorum.

Öğretmen derste plan dışında davranıp bölme stratejisi ile soruyu anlayamayan öğrencilere kısa oran tablosu ile soruyu anlatmış ama günlüğünden de görüldüğü üzere bunun etkili olup olmadığından kendisi de emin olamadığını söylemiştir.

Ders öncesi öğretmen tahminine ve ders sonrası öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre hazırlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.20. *Oran kavramıyla ilgili sayısal karşılaştırma problemlerin çözümüne yönelik tahmini öğrenme durumları*

4.1.2.3.6. *Orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer ve nicel karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımı öğretim öncesi ve sonrası varsayıma dayalı öğrenme rotası*

OAY problem çeşitleri (Bilinmeyen değer ve Karşılaştırma) ve OAY'de Standart Algoritma Kullanımı bölümünde öğretmen, bilinmeyen değeri bulma soru tipi için tablonun şeklinin öğrenciler için önemli olduğunu ve bu durumu bir dahaki konu anlatımınında ders öncesi tasarlayıp planı bu görüşlere göre hazırladığı takdirde öğrencilerin tablodaki sayıları anlamlandırma konusunda daha iyi yol alabileceğini değerlendirmiş ve öğretmen öğretim sonrası varsayımlarını aşağıdaki tabloda verildiği biçimde revize etmiştir. Bunun için öğrencilerin "soru işareti aşağıda olura çarparız, yukarıda olursa böleriz" gibi yanlış genellemeler yapmasını engellemek amaçlı soru işaretinin aşağıda olduğu ancak bölme yapıldığı ve yine benzer şekilde soru işaretinin yukarıda olduğu ancak çarpma yapılan örneklere de yer verilmesi planlanmaktadır. Ayrıca çoklukların satırda verilmesi gibi sütunda da verilmesi farklı kısa oran tablolarına yer verilmesi öğrencilerin bu konuda deneyimli olmalarını sağlayacağı düşünülmektedir. Sayısal karşılaştırma soru tipi için ise öğrencilerin kesir ve oran arasındaki farkı anlayabilmeleri için sınıfta bu iki kavramın tartışılması önemli görümüştür. Birim oran kullanarak soruyu cevaplayan öğrenciler arasında ise sonucunda ne bulduklarını bilmeyen öğrenciler olmuştur. Bunun için öğrencilerin kesirde işlemler veya kısa oran tablosu, denk kesir stratejisi gibi farklı strateji kullanmaları sağlanabilir.

Tablo 3.11. *Orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer ve nicel karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımına ilişkin öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	Öğretim Planı	Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları	Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları
Çarpımsallığın oran tablosu veya ok notasyonu gibi orantısallığını gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.	Etkinlik 10/11	Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde kısa oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirler. (Yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak verildiğinde veya verilmediğinde)	Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde kısa oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirlerken kısa oran tablosunun yatay veya dikey hizalanması veya bilinmeyenin aşağıda veya yukarıda olduğu durumlarla ilgili farklı alıştırmalar yapar. (Yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak verildiğinde veya verilmediğinde)

Tablo 3.11. *(Devam) Orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer ve nicel karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımına ilişkin öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	Öğretim Planı	Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları	Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları
Çarpımsallığın oran tablosu veya ok notasyonu gibi orantısallığını gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.	Etkinlik 12	Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde kısa oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirler. (Yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak verildiğinde veya verilmediğinde)	İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının <u>denk kesir stratejisi</u> üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.
	Etkinlik 13	İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının <u>denk kesir stratejisi</u> üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.	İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının <u>denk kesir stratejisi</u> üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.
	Etkinlik 14	Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik akıl yürütür.	• Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik akıl yürütürken kesir ve oran arasındaki farkı farkeder. • Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik akıl yürütürken birim oran yaklaşımını kullanırken sonucunda ne bulduğunu anlamazsa kısa oran tablosu veya kesirlerde işlemler yaklaşımını kullanır.

4.1.3. Nicel muhakeme (Düzey 3) öğrenimine ilişkin bulgular

Bu bölümde öğrencilerdeki nicel muhakeme becerisinin gelişimine yönelik geliştirilen 3 etkinlik bulunmaktadır.

İlk etkinlikte ölçek kullanımı, ikinci ve üçüncü etkinliklerde ise aynı görünümlü kavramı üzerinden benzerlik kavramının öğrenciler tarafından fark edilmesi ile nicel muhakeme becerisinin gelişimi amaçlanmıştır.

GME'nin işbirlikli öğretme ilkesi doğrultusunda her üç etkinlikte de öğrencilerin, grup çalışması yapacak şekilde yerleşiminin sağlanmasından sonra öğretmen tarafından problemin günlük yaşamla ilişkili şekilde sunulmasıyla etkinlik başlamıştır ve öğrencilerin matematikleştirme yapabilmelerine fırsat verilerek öğrenme sürecinin daha anlamlı olması hedeflenmiştir.

4.1.3.1. *Nicel etkinlik 1'e ilişkin bulgular*

Nicel etkinlik 1'de harita üzerinde ölçek kullanımı ile öğrencilerin problem hakkında düşünmelerini sağlamak sonrasında ise haritadan çıkıp genelleme yapılması ile ölçek, oran tablosu veya formüller yardımıyla çözüme ulaşılması amaçlanmıştır. GME'nin gerçeklik ilkesine uygun şekilde sunulan problemin, 2 ve 3. sorularında öğrencilerdeki nicel muhakemenin gelişiminin yanında 1. sorusunda nitel muhakeme gelişimini de içinde barındırmaktadır.

Bursa Atatürk Ortaokulu Halk oyunları ekibi kendi illerinde yapılan halk oyunları yarışmasında 1. olmuştur. Öğretmen, öğrencileri ödüllendirmek için İnegöl üzerinden Eskişehir'e uğrayacak şekilde öğrencileri Ankara'ya götürmeye karar verir. Halk oyunları ekibi Bursa'dan hareket ettikten 1 saat sonra önlerine çıkan levha harekete başladıkları yer olan Bursa'dan itibaren 100 km yol gittiğini göstermektedir.

Öğretmen Bursa'dan itibaren buraya kadar iyi yol aldıklarını söyler. Ancak Ankara'ya ulaşmaları için 300 km daha gitmeleri gerekmektedir.

1. Öğretmen sizce neden iyi yol aldıklarını söylemiştir?

Ölçeği kullanarak harita üzerinde levhanın nerede olduğunu, halk oyunları ekibinin nereye geldiklerini işaretleyelim.

2. a) Bursa, Eskişehir arası kaç birimdir, kaç km'dir?

b) Bursa, Ankara arası kaç birimdir, kaç km'dir?

3. a) Bursa'dan Eskişehir'e kaç saatte varılır?

b) Bursa'dan Ankara'ya kaç saatte varılır?

Harita etkinliğini sınıfta hemen hemen tüm öğrenciler ifade edildiği şekilde doğru biçimde anlamış ve kendilerine küçük kağıtlar şeklinde dağıtılan "1 birim=50 km" ölçeğini kullanarak seçtikleri stratejiye göre çözümlere başlamışlardır.

Öğrencilerin harita üzerinde **informal adımlarla** hareket ederek kullandıkları ölçeğin yaşamdan sembollere geçiş adına köprü görevi görmesi ve öğrencinin problemin konusuyla ilişkili olarak bunu kullanabilmesi ile **fiziksel bir model** olduğu ve bu nedenle GME'de ***yatay matematikleştirmeye*** karşılık geldiği düşünülmektedir.

Etkinliğin birinci sorusunda tüm öğrenciler, levhanın nerede olduğunu ve halk oyunları ekibinin nereye geldiklerini işaretlemek için öğretmenin önceden hazırlayarak her bir gruba dağıttığı 1 birimin 50 km olduğunu gösteren ölçeği kullanmışlardır ve sonunda da harita üzerinde İnegöl Eskişehir arası olacak şekilde doğru bir işaretleme yapmışlardır. Bu durumu gösteren diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: Şevval bir söylesin. Şevval nasıl yaptın, ne yaptın?

Şevval: Hocam 2 birim diyor 1 birim 50 km olduğu için 2 birim de 100 km. ben İnegöl'le Eskişehir arasındaki birimi işaretledim.

Öğretmen: İnegöl'le Eskişehir arasında bir yer o zaman dedin.

Şevval: Evet hocam.

Sonrasında öğretmen, 100 km'nin 1saatte alınmış olması öğretmeni mutlu etmiş olabilir mi sorusunu sınıfa yöneltmiştir ve öğrencilerin verdikleri cevapları dinlemiştir.

Öğretmen: Peki normalde siz 1 saatte 100 km yol gidiyor musunuz? Günlük hayattan bir düşünün bakalım. Babalarınız ne kadar gidiyor 1 saatte? Mesela 1 saatte Ankara'dan nereye gidilir? 1 saatte günlük hayatta nereye gidiyorsunuz?

Berke: Hocam 1 buçuk saatte ortalama 100 km gidiyoruz.

Öğretmen: 1 buçuk saatte mi gidiyorsunuz? 1 buçuk saatte 100 km?

Berke: Ama hocam babam baya hızlı gidiyor.

Öğretmen: Soruda halk oyunları ekibi 1 saatte 100 km gidiyor ama, senin baban 1,5 saatte 100 km gidiyor. Öğretmen bu yüzden iyi yol aldım demişdemek ki.

Öğrenciler GME'deki ilk basamakta olması gerektiği gibi gerçek bir hayat problemiyle karşı karşıya getirilmişler ve yukarıdaki diyalogdada görüldüğü gibi beklenildiği şekilde günlük hayatttaki deneyimlerinden yola çıkarak cevap vermişlerdir. Bu durumla ilgili olarak öğrencilerin matematikleştirme sürecine dayalı bir yol izledikleri söylenebilir.

Etkinlikte ikinci soru için öğrencilerden Bursa-Eskişehir ve Bursa-Ankara arası uzaklığın kaç birim ve kaç km olduğunu hesaplamaları istenmiştir.

Benzer şekilde hemen hemen tüm öğrenciler, öğretmenin ders öncesi hazırladığı plandaki duruma benzer şekilde kendilerine dağıtılan ölçekleri kullanarak doğru şekilde cevaba ulaşmışlardır. Bu durumu örneklendirecek a ve b şıklarına ait diyalog aşağıdaki gibidir.

(a şıkkına ait diyalog)

Öğretmen: Ahmet konuşmak istiyor. Ahmet.

Ahmet: Hocam Bursa Eskişehir arası 3 birimdir 150 km.

Öğretmen: Bursa Eskişehir arası herkes birimleriyle ölçtüğünde 3 birim 150 km. Böyle mi yaptın? 3 çarpı 50 150 mi dedin?

Ahmet: Evet hocam buraya 3 tane birim koydum. 3'le de 50'yi çarpınca 150 dedim.

(b şıkkına ait diyalog)

Ömer Burak: Bursa Ankara arası 8 birim, 400 km.

Öğretmen: 8 birim dedin nasıl yaptın? 400'yi nasıl buldun?

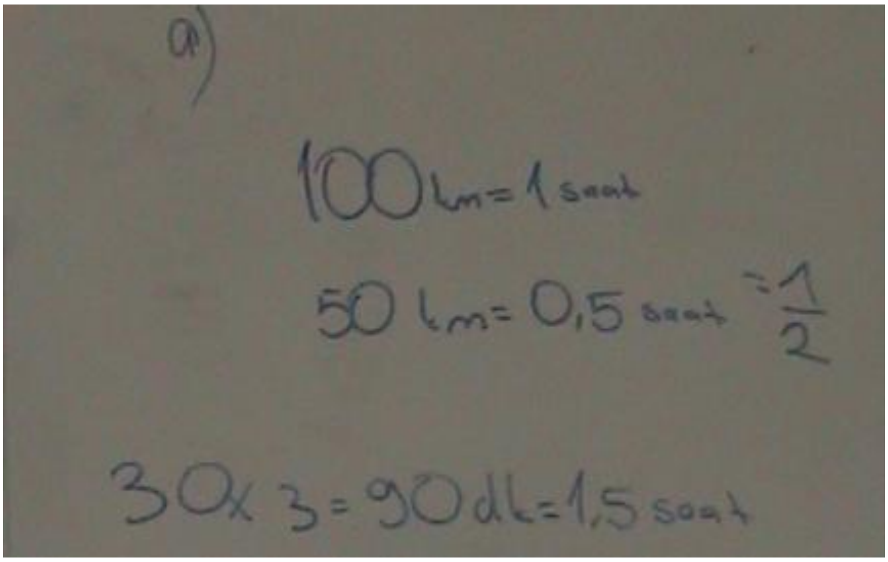
Ömer Burak: Birimleri koya koya, topladım.

Öğretmen: Birimleri yerleştirdin topladın mı?

Ömer Burak: Topladım.

Yukarıdaki a şıkkına ait diyalogda öğrenci birimleri harita üzerine yerleştirdikten sonra çarpmayı tercih ederken, b şıkkında öğrenci yerleştirdiği birimleri toplamayı tercih etmiştir. Toplamayı tercih eden Ömer Burak adlı öğrencinin, önceki etkinliklerde de kısa oran tablosundan kaçınarak diğer adı arttırma stratejisi olan uzun oran tablosunu kullandığı gözlenmiştir.

Etkinlikte <u>üçüncü soru</u> için öğrencilere Bursa'dan Eskişehir'eve Bursa'dan Ankara'yakaç saatte varıldığı sorulmuştur. Öğrenciler önceki sorularda ölçek kullanarak buldukları birimleri bu soru için de kullanmışlar ve çarpımsal ilişkinin anlaşıldığını gösterecek şekilde soruda verilen birim, km ve saat ilişkilerini sembolik olarak kullanabilmişlerdir. Bursa'dan Eskişehir'e kaç saatte varıldığı sorusuna sınıftaki bazı öğrenciler aşağıdaki gibi cevap vermişlerdir.



Görsel 3.62. *Büşra'nın soruya verdiği cevap*

Büşra: Öğretmenim <u>100 km'yi 1 saatte gidiyorsa 1 birim 50 olduğuna göre bunu 2'ye bölmüşüm demek o zaman saati de 2'ye bölerim</u> yarım saat çıkar yani 30 dk. 30 dk'yı da 3 birim olduğu için 3'le çarparım 1,5 saat.

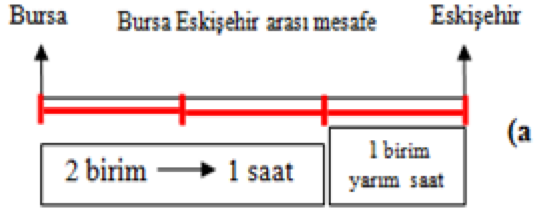
Öğretmen: Yani her birini sen yarım saatte alıyor diyorsun.

Büşra: Evet.

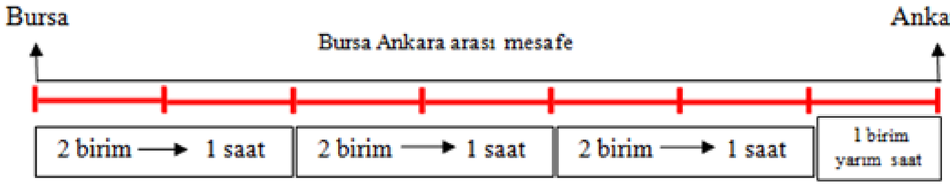
Öğretmen: Bunu yazalım. Her bir birimi yarım saatte alıyor. O zaman toplam 3 birim olduğu için yarım saatle çarpıyor 90 dk. Dakika olarak buldun sonra saate çevirdin. Güzel tamam.

Yukarıdaki Büşra'nın cevabına ve çözüm yolunu içeren diyaloğa bakıldığında öğrencinin çarpımsal akıl yürütmenin temel bileşenlerinden biri olan <u>kovaryasyonu (birlikte değişim)</u> anladığı düşünülmektedir. Çünkü öğrenci işlem gereği km'yi ikiye böldüğünde saati de ikiye bölmesi gerektiğini düşünerek çözümünü gerçekleştirmiştir.

Büşra'nın gerçekleştirdiği yukarıdaki çözüm yolunu sınıftaki bazı öğrenciler hem a hem de b şıkkı için harita üzerinde birimleri kullanarak aşağıdaki gibi cevaplamışlardır.



(a şıkkı)



(b şıkkı)

Öğretmen: Nasıl yaptın Şevval bunu şekil üzerinde?(b şıkkı için)

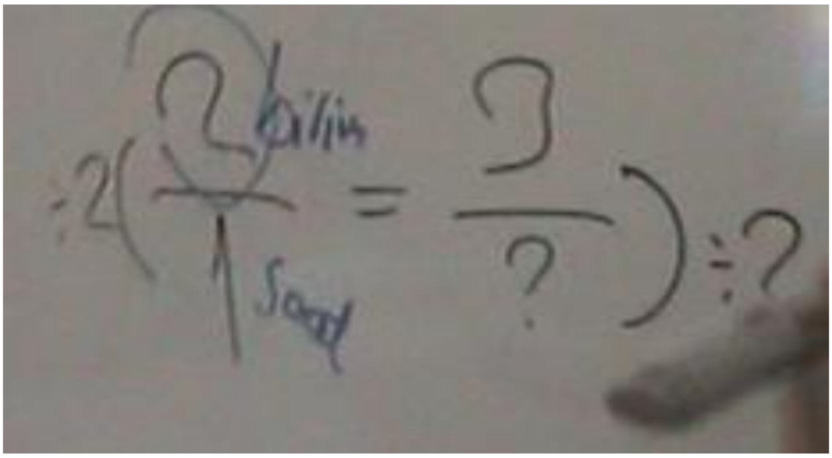
Şevval: Hocam mesela 2 birim 100 km olduğu için 1 saat olduğu için 2, 3, 4. Pardon hocam. ***1, 2, 3, 3,5 saat*** *olarak hesapladım.*

Öğretmen: Bursa Ankara arasını mı 3,5 saat olarak hesapladın?

Şevval: Evet hocam.

Öğrenci 2 birimin 100 km. ve 1 saatte alındığını düşünmüştür ve yine buna göre 1 biriminde yarım saatte alındığını hesaplamış ve a şıkkında harita üzerine yerleştirdiği ölçekteki toplam 3 birim için (2-1) 1,5 saat ve b şıkkında 7 birim için (2-2-2-1) 3,5 saat değerine ulaşmıştır. Çözüm yollarını bu şekilde gerçekleştiren öğrencilerin kilometre ve birimler üzerinde değişim yaparken saat üzerindede çarpmaya dayalı şekilde değişim yapabilmesi öğrencilerin çarpımsal akıl yürütmenin oluşumunu sağlayan temel unsurlardan birlikte değişimi (kovaryasyon) kavradığı düşünülmektedir.

Yine bu sorunun çözümünde az sayıda öğrenci denk kesir stratejisini kullanarak aşağıda gösterildiği şekilde doğru biçimde cevaplamış ve yorumlamıştır.



Görsel 3.63. *Öğrencinin denk kesir stratejisini kullanarak verdiği cevap*

Demir: Hocam ben kesirle yaptım.

Öğretmen: gel tahtada yap. Evet Demir'in yöntemini de dinleyelim. Şuraya yaz Demir. O 2 dediğin ne 3 dediğin ne bize bir açıkla.

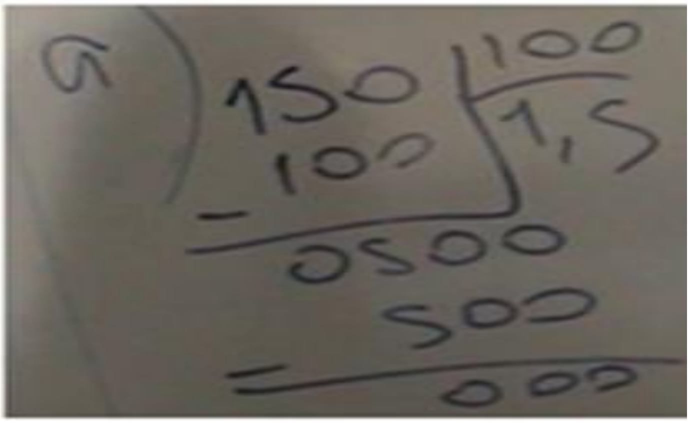
Demir: Hocam bu bunla bunun arasındaki şey.

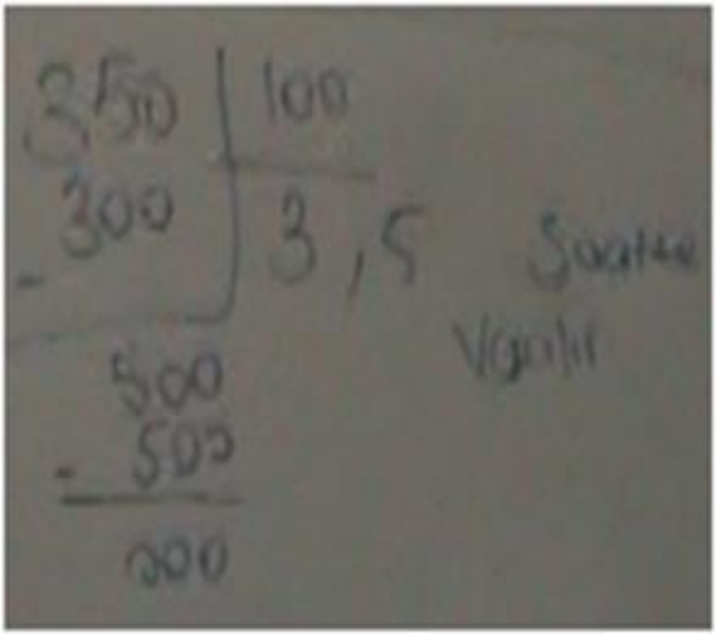
Öğretmen: 2 kat ama bu 2 diye yazdığın ne onu anlamadım. 2 birim 1 saatte tamam. Şu 2 birim şu 1 saat. Tamam çok güzel. Şu 3 birim mi?

Demir: 3 birimi kaç saatte alır.

Öğretmen: 3 birimi kaç saatte alır dedin 3'ü 2'ye böldün çok güzel. Evet Demir'in yöntemi de çok güzel. Harika Demir çok güzel aferin sana.

Öğrencilerden bazıları ise birim oran stratejsini uygulayarak 100 km'nin 1 saatte alınmış olma bilgisinden yola çıkarak a şıkkındaki 150 km'nin ve b şıkkındaki 350 km'nin kaç saatte alınacağını bulmak için aşağıda şekilde görüldüğü gibi bölme işlemi gerçekleştirmiştir.





Görsel 3.64. *Öğrencilerin bölme işlemini kullanarak verdiği cevap*

b. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Etkinlik sonunda öğretmen tahtayı göstererek herkesin farklı yollar denediğini ve anlamayan öğrenci olup olmadığını sormuştur ve stratejilerin hepsinin doğru olduğunu herkesin farklı ve anladığı stratejiye göre değerlendirme yapabileceğini söylemiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan ölçek kullanımıyla birim, kilometre ve saat çoklukları arasındaki çarpımsal ilişkiyi kavradığı düşünülmüştür. Öğrencilerin soru 2 ve soru 3' deki örneklerde açıklandığı şekliyle durumun haritadan çıkarılıp genelleme yapılarak birim, km ve saat ilişkilerini farklı stratejilerle sembolik olarak kullanabilmeleri ile *dikey matematikleştirmenin* gerçekleştirilmiş olduğu söylenebilir.

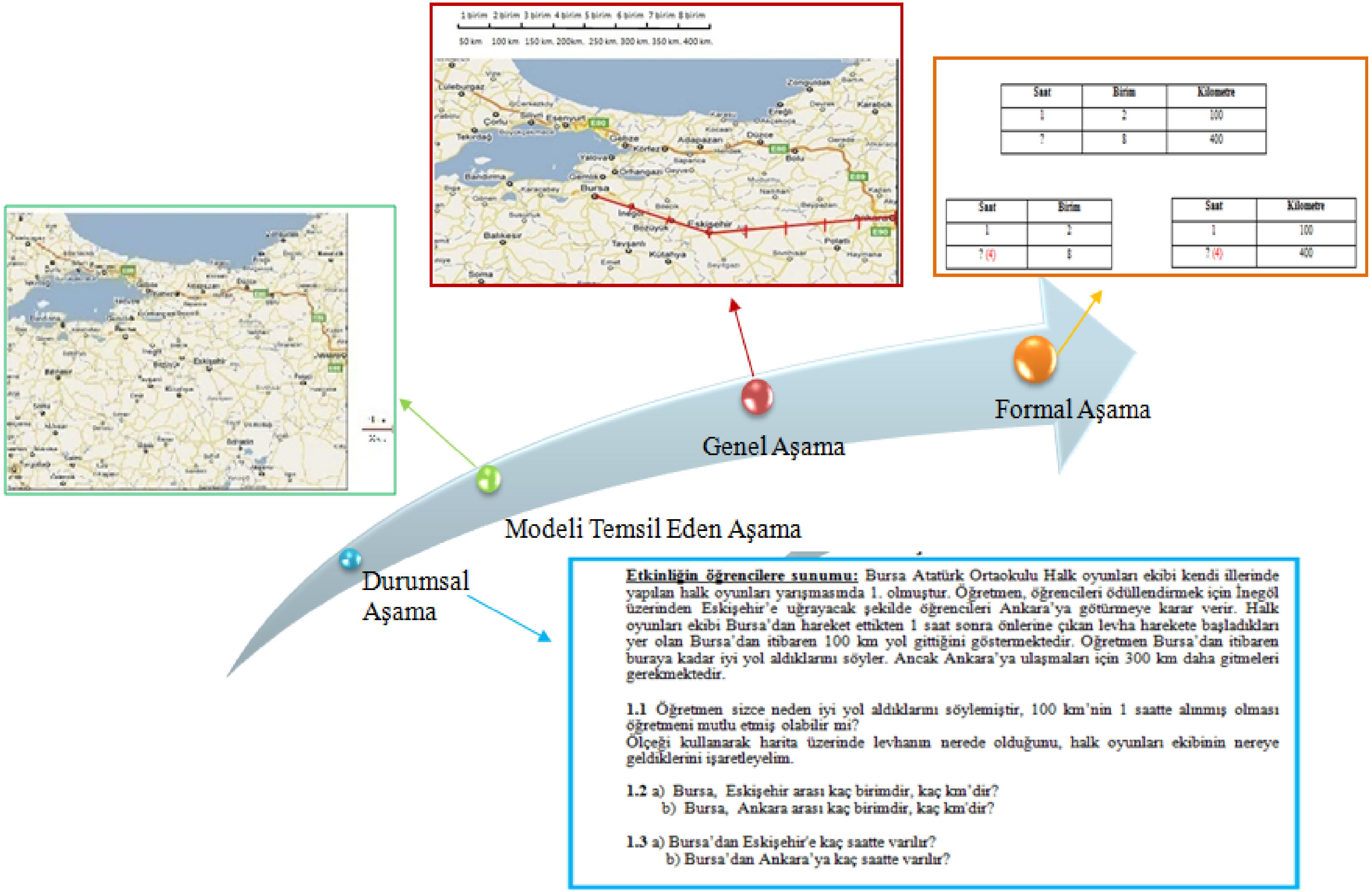
Ayrıca etkinlikte GME teorisine yönelik durumsal aşamadan formal aşamaya doğru hareket eden modelin oluşum aşamalarının aşağıdaki şekilde gösterildiği şekliyle gerçekleştiği düşünülmektedir. Aşağıdaki şekil 3.22' de öğretmen tarafından uygulama öncesi planlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) verilmiştir. Etkinlikteki 1 ve 2. sorularda öğretmenin ders öncesi oluşturduğu Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile ders sonrası oluşturan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) örtüştüğü görülmüştür.

Öğrenciler bu sorularda kendilerine dağıtılan 1 birimin 50 km. olduğunu gösteren ölçekleri kullanarak harita üzerine yerleştirdikten sonra birimleri toplayarak veya çarparak sonuçlara ulaşmışlardır. Etkinlikteki üçüncü soru için ise öğretmen ders öncesi hazırladığı Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) öğrencilerin eşitlik sembolü veya oran tablosu gibi niceliksel orantısal akıl yürütme stratejilerini kullanabileceklerine ilişkin bir şablon hazırlamıştır. Ders sonrası oluşan Tahmini Öğrenme Durumlarında (TÖD) ise bu stratejilerden <u>denk kesir stratejisini</u> kullanan az sayıda öğrenci olmuşken <u>tablo ile gösterimi</u> hiç bir öğrenci kullanmamıştır.

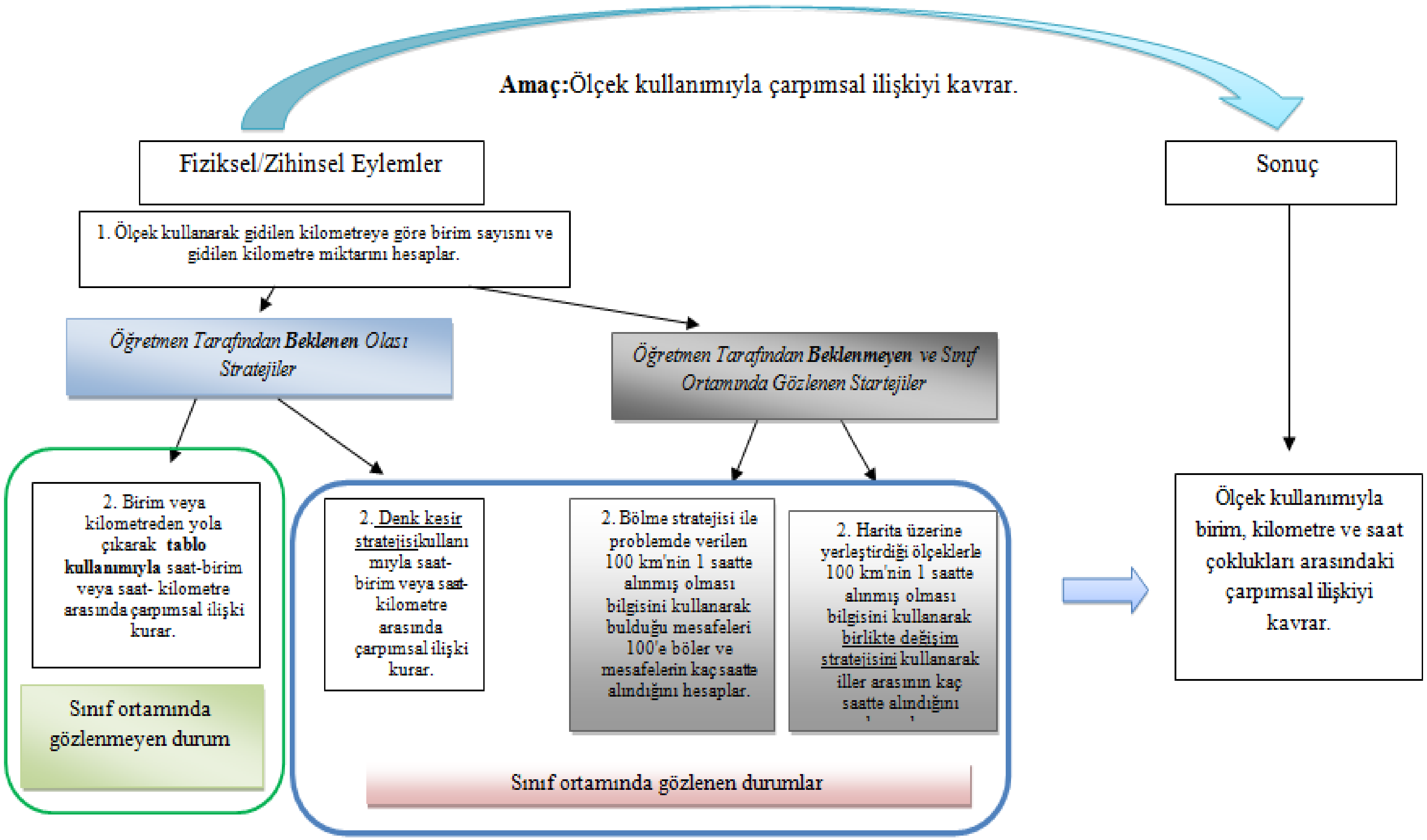
Ayrıca öğrencilerin çoğu öğretmenin ders öncesi hazırladığı planda beklemediği bölme işlemini kullanmışlardır. Öğrencilerin kullandığı birim oran stratejisini içinde barındıran bölme stratejisinin literatürde geçtiği gibi öğrencilerin informal veya orantısal öncesi akıl yürütme seviyesinde olduğunu gösterip göstermediğinin ise tartışılabileceği düşünülmektedir.

Bu etkinlik için öğrencilerin bu şekilde bölme işlemini kullanmaları daha hızlı çözüme ulaşmalarını da sağlamış olabilir.

Ayrıca bölme işlemini yapmaktan ziyade bölme işlemini yaparken neyi neye böldüklerini anlamlandırmanın önemli olduğu düşünülmektedir.



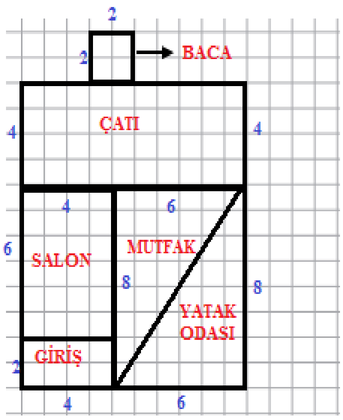
Şekil 3.21. *Nicel etkinlik 1ölçek kavramına ilişkin GME teorisine dayalı model oluşum aşamaları*



Şekil 3.22. *Ölçek kullanımına ilişkin tahmini öğrenme durumları*

4.1.3.2. ***Nicel etkinlik 2'ye ilişkin bulgular***

Öğrenciler, GME'nin gerçeklik ilkesine uygun ve günlük yaşamla ilişkili olacak şekilde bir bağlam problemiyle karşı karşıya bırakılmıştır. Sonrasında ise öğrencilerin problemdeki durumu matematikleştirmelerine fırsat verilerek öğrenme sürecinin anlamlı olması hedeflenmiştir. Öğrencilere yandaki şekilde gösterildiği gibi kareli düzlem üzerinde farklı geometrik şekillerden oluşan ev resmi dağıtılmıştır. Bu ev resminin yönergede verilen şekliyle *(1.grup için, 2 birim olan uzunluklar 6 birim; 2 ve 3.grup için, 2 birim olan uzunluklar 3 birim ve 4.grup için, 2 birim olan uzunluklar 4 birim)*büyültültülerek tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiğinin öğrenciler tarafından kavranması ve sonucunda ise aynı görünümlü (benzer) ev oluşturulması amaçlanmıştır. Etkinlikte kareli düzlem üzerinde verilen ve farklı geometrik şekillerden oluşan ev resmi GME teorisine göre fiziksel model olarak tasarlanmıştır.



a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Sınıfta etkinlikte verilen yönergeyi tam olarak anlayamayan, yanlış anlayan ve doğru şekilde anlayan öğrenci grupları olmuştur. Bazı öğrenciler yönergedeki ifadeyi ev şeklinin bütünü için değil sadece kenar uzunluğu 2 birim olan evin bacasının büyütülmesi gerekiyor şeklinde düşünüp tam olarak anlayamamıştır.

Osman: Öğretmenim bütün evi mi yoksa tek bacayı mı büyüteceğiz?

Öğretmen: Sizin mesela 1.grup amaç ne 2 birimi 6 birim yapacaksın bacayı. Yani referansın senin ne? Bacayı ne yapacaksın?

Osman: 3 kat büyütcem.

Öğretmen: 3 katına. Diğerlerini de buna göre düşüneceksin diğer uzunlukları da.Mesela 2 birim olan baca dışında evin başka neresi var?

Osman: Iıı. Giriş var.

Öğretmen: Tamam.Mesela Giriş deki 2 birim olan yeri de 6 birim yapacaksın.

Öğretmen burada bütün evi büyüteceksin şeklinde yönlendirici konuşmaktan kaçınarak öğrencinin tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiği fikrini düşünmesini beklemiştir. Bunun dışında yönergedeki ifadeyi doğrudan hatalı strateji olan toplamsal ilişkilendirmeye yönlendirecek şekilde anlayan öğrenciyle öğretmen arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ahmet: Benimki büyük oluyor hocam.

Öğretmen: Bakayım bir dakika. Şimdi oğlum niye böyle bir resim çizdin?

Ahmet: Hocam 6 birim ekleyin dediniz ya.

Öğretmen: Siz 1.grupsunuz ben ne dedim 6 birim ekleyin mi dedim? Ne yaptın burayı 1, 2, 3, 4, 5, 6 birim yaptın öyle mi? 2 birimi 6 birim olacak şekilde büyütün dedim.

Etkinlikte verilenleri anlayan öğrenciler aşağıda verildiği şekliyle seçtikleri uygun stratejiyle çözüme başlamışlardır.

Kaan: Hocam biz 4.grubuz baca 2 birim onu 4'e uzatın demiştiniz o zaman her şey 2'yle çarpılacak.

Öğretmen: Evet her şey 2'yle çarpılacak ona göre resmi çizeceksiniz.

Etkinlikteki ev resminin kareli düzlem üzerinde verilmesinden kaynaklı öğrenciler şekillerin kenar uzunluklarını bulma ile ilgili bir sıkıntı yaşamamış ve bu bölüm öğretmenin ders öncesi beklediği gibi gerçekleşmiştir.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler etkinliğin çözümünde çarpımsal akıl yürütme, toplamsal ilişkilendirmeve çarpımsal akıl yürütme (kovaryasyon/birlikte değişim) eksikliği gösterecek şekilde stratejiler kullanarak çözümlerini gerçekleştirmiştir.

b1.Çarpımsal akıl yürütme

Çarpımsal akıl yürüterek soruyu cevaplandırabilen öğrencilerin kullandıkları stratejiler sırasıyla Değişim Çarpanı Stratejisi, Arttırma Stratejisi, Yarısını al ilk değere ekle stratejisi olmuştur.

b1.1 Değişim çarpanı stratejisi

Sınıfta soruyu doğru şekilde cevaplandıran öğrenci gruplarının en çok tercih ettiği strateji aslında oran-orantı konusuna giriş yapılmadan önce de kullandıkları ve informal/orantısal öncesi çözüm stratejisi olarak adlandırılan değişim çarpanı stratejisi olmuştur.

Zehra: Hocam.

Öğretmen: Evet bakıyorum. Siz burayı ne yaptınız şimdi? 2 birimdi 3 birim yaptınız tamam. Buraları ne yapıyorsunuz şimdi?

Zehra: 3, 2'nin 1,5 katı. 4'ün 1,5 katı 6.

Öğretmen: 6 ediyor aferin size.

Sınıftaki bir çok öğrenci öncelikle yönergede verilen sayılar arasındaki katı bulduktan sonra (2 ile 6 arasındaki 3 kat, 2 ile 3 arasındaki 1,5 kat ve 2 ile 4 arasındaki 2 kat) buldukları bu katı diğer kenar uzunlukları ile de çarparak yeni oluşturulacak evin kenar uzunluklarını bulmuş ve bu kenar uzunluklarını bir araya getirerek yeni evi oluşturmuştur.

b1.2 Arttırma Stratejisi

Sınıfta iki grup arttırma stratejisini kullanmayı tercih etmiştir.

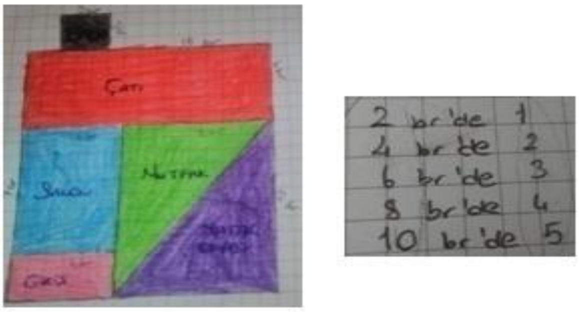
Aleyna: Hocam biz farklı yoldan yaptık hocam.

Öğretmen: Siz nasıl yaptınız?

Aleyna: Hocam 2 birimde 1 tane ilerliyorsa, 6 birimde 3, 8 birimde 4 tane.

Öğretmen: 2 birimde 1 tane ilerliyorsa 4 birimde?

Aleyna: 2.



Görsel 3.65. *Öğrencinin arasındaki oran stratejisini kullanılarak verdiği cevap*

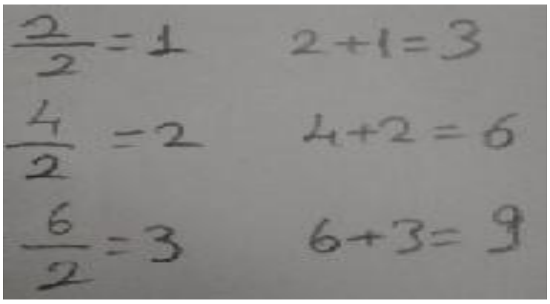
Ders öncesi öğretmen tarafından hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasında öğrencilerin arttırma stratejisi yerine artık çarpımsal düşünmenin daha çok ön plana çıktığı denk kesir veya denklik sınıfı stratejisinin kullanılacağı beklenmişti ancak arttırma stratejisini kullanan öğrencilerin bu yöntemden vazgeçmeyerek bu etkinlikte de aynı stratejiyi devam ettirdiği görülmüştür.

b1.3 Yarısını al ilk değere ekle stratejisi

Öğretmen tarafından hazırlanan planda öğrencilerden uygulama öncesi yarısını al ilk değere ekle gibi bir stratejinin gelmesi beklenmiyordu ve literatür de de bu şekilde bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencinin cevabı ve öğretmenle arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Büşra: Hocam mesela 2 3 olmuşsa yarıya bölünmüş ve onun yarıya bölündüğü 1 sonuca eklenmiş demektir. O yüzden 4'ü de 2'ye bölüyoruz 2 oluyor 4'e 2 ekliyoruz 6. 6'yı 2'ye bölüyoruz 3 6'ya 3 ekliyoruz 9.

Öğretmen:Farklı olmuş, evet doğru güzel.



Görsel 3.66. *Öğrencinin örüntü kullanarak verdiği cevap*

Öğrencinin çözüm yolunun oran orantıdan daha çok örüntüyle ilişkili olduğu düşünülmektedir.

b2. Toplamsal İlişkilendirme

Hatalı stratejilerden biri olan toplamsal ilişkilendirme stratejisine, yönergesindeki sayılarda tam sayı şeklinde bir kat ilişkisi bulunmayan 2 ve 3. sıradaki grupta bulunan öğrencilerin yöneldiği görülmüştür. Sayılar arasında tam sayı kat ilişkisi bulunan diğer iki gruptaki öğrencilerde bu şekilde hataya rastlanmamıştır. Şeklin oluşmadığını gören öğrenciler bir yerlerde hata yaptıklarını anlayarak etkinlik üzerinde tekrar düşünmeye başlamışlardır. Bu duruma ait diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: Sen ne düşündün şimdi?

Aleyna: 2 birim 1 birim uzatıyoruz.

Öğretmen: 3 birim yaptı. O zaman 1 birim arttırdın sen 3 birim yaptı. Diğerini ne yapacaksın o zaman?

Aleyna: Salonu 4 birim 5 birim oluyor, mutfak 6 birim 7 birim oluyor 12 birim oluyor toplam.

Öğretmen: Yani sen şey yapıyorsun, hep birer arttırıyorsun ekliyorsun.

Büşra: Ama öğretmenim kat olduğu için toplama yapılmayacak ki.(Arka sıradan tartışmaya dahil olur)

Aleyna: Ama burada kat yok ki hocam.

Büşra: Ama oran orantıda toplama çıkarma yapılmıyor ki.

Öğretmen: Bir yap bakalım acaba şekil birleşecek mi sen öyle yaptığında.

Betül: Birleşmiyor hocam.

Öğretmen: Birleşmiyor değil mi?

Etkinlikte özellikle kenar uzunluklarında 2 birimin, 4 birim veya 6 birim yapılması gereken grupların değilde 2 birimin 3 birim yapılması gereken grupların hata yapmış olması sayılar arasındaki kat ilişkisinin öğrencilerin çarpımsal akıl yürütme becerisini etkilediğini göstermektedir.

b3. Çarpımsal akıl yürütme (kovaryasyon/birlikte değişim) eksikliği

Çarpımsal akıl yürütmeyi oluşturan kovaryasyon (birlikte değişim) eksikliğinin varlığının az da olsa bazı öğrencilerde hala devam ettiği aşağıda verilen diyalogda görülmektedir.

Ahmet: Benimki büyük oluyor hocam.

Öğretmen: Bakayım bir dakika. Şimdi oğlum niye böyle bir resim çizdin?

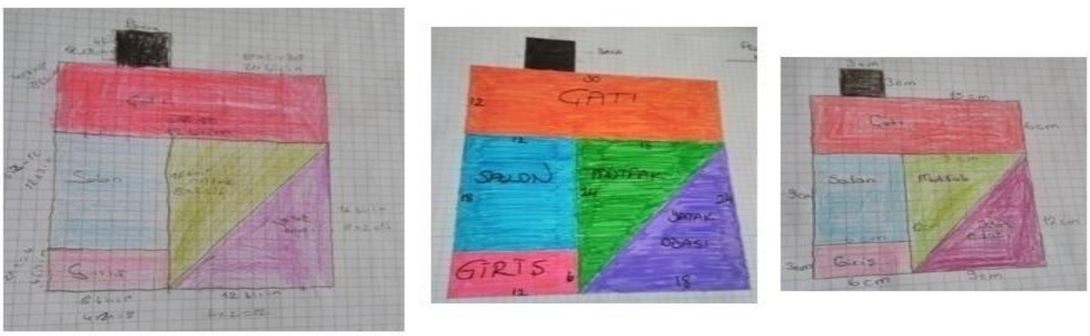
Ahmet: Hocam 6 birim ekleyin dediniz ya.

Öğretmen: Siz 1.grupsunuz ben ne dedim 6 birim ekleyin mi dedim? Ne yaptın burayı 1, 2, 3, 4, 5, 6 birim yaptın öyle mi? 2 birimi 6 birim olacak şekilde büyütün dedim. Peki burayı büyüttün burayı niye büyütmedin Ahmet?

Öğrenci şeklin kısa kenarını 6 birim olacak şekilde büyütürken diğer uzun kenarını büyütmeyerek aynen bırakmıştır ve şeklin oluşmadığını görmüştür.

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Çarpımsal akıl yürütme ile kenar uzunlukları arasındaki çarpımsal ilişkiye odaklanılarak aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi farklı büyüklükte evlerin oluşturulması ile öğrencilerin günlük yaşamla ilişkili problemin içindeki durumları matematiksel sembollerle ifade ettikleri ve böylece ***yatay matematikleştirmeyi*** gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.



Görsel 3.67. *Öğrencilerin çarpımsal ilişkiye odaklanarak oluşturdukları farklı büyüklükte evler*

Etkinliğin sonunda öğretmen, her bir grubun verilen değerlere göre çizerek tekrar oluşturduğu yeni ev resmindeki durumu incelemesini istemiştir. Böylece öğrencilerin etkinliği çözerken kullandıkları stratejiler üzerinden çarpımsal değişimin görülmesinin yanında aynı görünümlü ifadesi üzerinden de benzerlik kavramını fark ederek genellemeye varmalarını sağlamak amacıyla aşağıda verildiği şekilde sınıfta tartışma başlatmıştır.

Öğretmen: Peki çocuklar size dağıtılan ilk şekille oluşturduğunuz şekil arasında nasıl bir ilişki var desem ne dersiniz?

Öğrenci: Aynısı

Öğrenci: Aynısı ama daha büyük

Öğretmen: Başka, başka ne dersiniz?

Öğrenci: Evet, aynı şekilde ama daha büyük

Öğrenci: En büyük bizim sıradakilerin(1. gruptaki öğrenci)

Öğretmen: Arkadaşınız en büyük bizim sıradakilerin dedi, doğru mu?

Öğrenci: Evet, doğru.

Öğretmen: Doğru de mi bakarsak (Öğretmen tahtayı gösterir)en büyük 1.gruptakilerin sonra 4. gruptakilerin en son 2-3. gruptakilerin.

Öğrenciler ilk aşamada kenar uzunlukları üzerinden sayıları kullanarak cevap vermekten kaçınarak bunun yerine nitel yorum yapmayı tercih etmişlerdir. Bunun üzerine öğretmen öğrencileri aşağıdaki diyalogda verildiği şekilde yönlendirmiştir.

Öğretmen: Peki evi oluşturan şekillerin kenar uzunlukları üzerinden tekrar düşünürsek, ilk şekille oluşturduğunuz şekil arasında kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki var?

Öğrenci(Büşra): Bizim oluşturduğumuz şekil için 1,5 katı diyebiliriz.

Öğretmen: Evet, çok güzel. Oluşturduğumuz şekil, size kağıtta verdiğim şekilden 1,5 kat büyük. Peki başka?

Öğrenci(Osman): Bizim oluşturduğumuz şekil de 3 kat büyük.

Öğretmen: Tamam, aferin, son 4. grup için söyle oğlum.

Öğrenci(Kağan): 2 kat büyük.

Öğretmen: Tamam. (Öğretmen tahtaya bakarak düşünür) O zaman ilk başta size dağıttığım ev resmiyle sizin oluşturduğunuz şekiller ne oluyor, yani kenar uzunlukları mesela 1. grup için her bi kenar 3 kat, 2 ile 3. grup için 1,5 kat,son grup için de 2 kat büyüyor Yani tüm kenar uzunluklarının hepsi aynı kat artıyor. İşte siz başta ne demiştiniz aynı, aynı ama büyük iştebu şekilde görünümleri aynı fakat tüm kenar uzunlukları birbirinin katı olacak şekilde farklı büyüklükteki şekillere aynı görünümlü şekiller diyoruz tamam.

Uygulama öncesi öğretmen tarafından çarpımsal akıl yürütmeyi gösteren denk kesir veya denklik sınıfı stratejisi uygulanması ile benzerlik (aynı görünümlü) kavramının farkındalığına ulaşmanın daha kolay olacağı düşünülüyordu. Ancak öğrenciler bu stratejiler yerine orantısal akıl yürütmenin başlangıcında tercih edilen ve informal-orantısal öncesi çözüm stratejisi kabul edilen ***arttırma ve değişim çarpanı stratejilerini*** kullanmayı tercih etmişlerdir. Yukarıda verilen diyalogda hem öğrencilerin fikirlerine değer verildiğini gösterme açısından, hem de kendi kendine keşfetme olgusunun yakalanması açısından GME'den beklenildiği şekilde öğrenci yorumlarından yola çıkarak tanımlamalar yapılmış ama öğrencilerin benzerlik (aynı görünümlü) kavramını beklenildiği şekilde oluşup oluşmadığı ile ilgili öğretmenin ders sonrası oluşturduğu günlüğe bakıldığında da aklında şüphe oluşmuş olduğu görülmüştür.

GÜNLÜK

Öğretmen

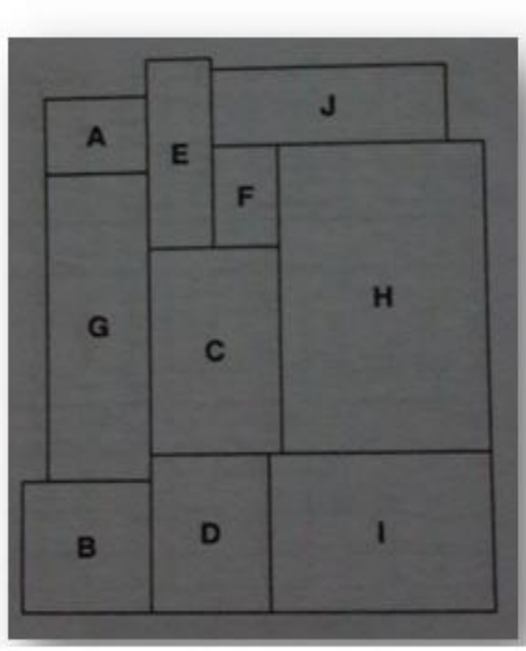
Birinci ve dördüncü sıradakiler, diğer sıradaki gruba göre daha kolay sonuca ulaştılar. Çünkü bu grupların sayıları arasındaki kat tam sayı ama zorlanan grubun ondalık gösterim. Önceki etkinliklerde hep çarpımsal düşünen öğrencilerin toplamsal ilişkiye dönmesi beni şaşırttı ve üzdü. Şeklin birleşmediğini görünce hatalarını anladılar. Etkinliğin sonunda ise durumu genelleyerek benzerlik hissini çocuklarda uyarmak istedim ama çocuklar şekillerin kenar uzunluklarını kesirli şekilde yazmadıkları için istediğim şekilde sonuca ulaşamadım.

Etkinlikte ki GME teorisine yönelik modelin oluşum aşamalarının ders öncesi aşağıdaki gibi gerçekleşmesi bekleniyordu. Ancak her ne kadar sonunda öğrencilerle tanımlama yapılsa da öğrencilerin etkinlik çözümünde *denk kesir veya denklik sınıfı* stratejilerini kullanmamasından kaynaklı modelin oluşum sürecindeki genel aşama bölümünde tıkanıklık oluşmuştur. Bu nedenle etkinlikte GME teorindeki model oluşum sürecinin başarılı şekilde gerçekleştiği söylenememektedir. Buradan yola çıkarak yatay matematikleştirmeden sonra gerçekleşmesi beklenen dikey matematikleştirmenin de belli bir tanımlama yapılsa bile beklenen amaca ulaşılamamasından dolayı oluşamadığı söylenebilir.

Bu etkinlik için aşağıdaki şekil 3.23 de gösterildiği gibi öğretmen tarafından uygulama öncesi planlanan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) ile uygulama sonrası ortaya çıkan Tahmini Öğrenme Durumları (TÖD) arasında özellikle doğru şekilde soruyu cevaplayan öğrencilerin kullandığı strateji noktasında değişiklik olduğu görülmüştür. Öğrenciler nicel orantısal akıl yürütmenin gerektirdiği stretejiler yerine informal stratejilere yönelmiştir. Bunun dışında öğretmenin beklemediği şekilde hala kovaryasyon (birlikte değişim) konusunda az da olsa sıkıntı yaşayan öğrencilerin olduğu görülmektedir.

4.1.3.3. *Nicel etkinlik 3'e ilişkin bulgular*

Nicel muhakemeye ait üçüncü ve son etkinlikte öğrencilere farklı geometrik şekillerden oluşan aşağıda gösterilen etkinlik kağıdındaki 10 tane dikdörtgeni kesip çıkarmaları ve bu çıkardıkları dikdörtgenleri *"aynı görünümlü"* olarak üçerli üç kümeye ve kalan bir tanesini de "farklı görünümlü" olacak şekilde gruplamaları istenmiştir. Gruplamayı yaparken ise dağıtılan ikinci etkinlik kağıdındaki çizelgeden yararlanmaları ve sonuçları buraya not almaları gerektiği belirtilmiştir.



Etkinlik Kağıdı 1

Aynı Görünümlü Dikdörtgenler (Üç grup ve Bir Farklı Görünümlü Dikdörtgen)

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup 2	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup3	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup 4	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

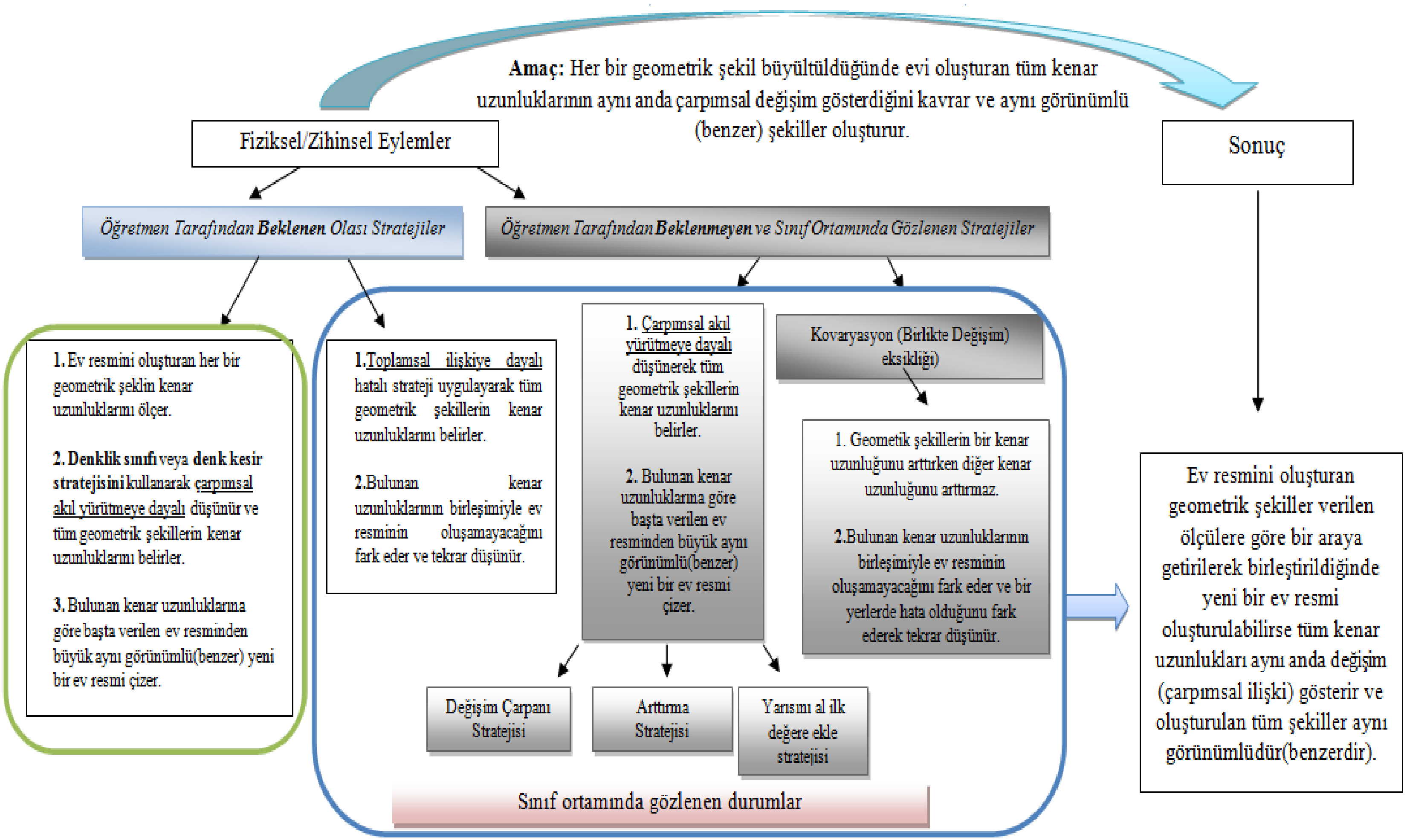
Etkinlik Kağıdı 2

a. Etkinlikte ifade edilen durumu anlama

Nicel etkinlik 2 de ifade edilen *"aynı görünümlü"* kavramını öğrencilerin bir çoğunun bu etkinlik için tam olarak anlamlandırmadıkları veya yanlış anlamlandırdıkları görülmüştür. Çok az sayıda öğrenci ise anladığını ifade edecek şekilde cevap vererek seçtiği stratejiye göre çözümüne başlamıştır. Bir grup öğrenci içerisinde kısa ve uzun kenar ölçümlerinin ve oranlarının yer aldığı etkinlik kağıdı 2'yi hiç dikkate almayarak etkinlikte istenen durumu yanlış anlamıştır**.** Bu durum karşısında öğretmen öğrenciye ikinci etkinlik kağıdını dikkate alması gerektiğini söylemiştir.

Zehra: Biz alanlarını bulmaya çalıştık.

Öğretmen: Hayır ya alan bulmayacaksınız. Alan yok. Yani alan bulunca peki ne oluyor?



Şekil 3.23. *Aynı görünümlü kavramının oluşumu için tahmini öğrenme durumları*

Zehra: Hocam alan bulunca D ile J ikisinin alanları eşit 12 çıkıyor. Hocam biz farklı olarak da b'yi bulduk.

Öğretmen: Peki ben size ikinci kağıdı dağıttım orda dikdörtgenin kısa kenar uzun kenarı ve kenarlarların oranı var değil mi alan yok.

Yönergede ifade edilen durumu bazı öğrenciler eksik değerlendirdiği için etkinliği tam olarak anlayamamışlardır.

Öğrenci(betül): Hocam bunların hepsi dikdörtgen bu kare oluyor.

Öğretmen: İyi de ben grup 1, grup 2, grup 3 yap diyorum. Grup 1 olan ne? Bütün dikdörtgenleri aynı yere koyamazsın herhalde. 3 tane grup var orada. Grup 1 içerisinde olan dikdörtgenin harfleri ne, grup 2 içerisinde olan dikdörtgenin harfleri ne? Mesela grup 1'i ne oluşturur diyelim a, b, c yaptın. Grup 2'nin harfleri ne? Yaptın mı? Yap. Hepsini yapıyorsun.

Öğrencilerin *"aynı görünümlü"* ifadesini bir önceki etkinlik olan nicel etkinlik 2 ile bağdaştıramadığını fark eden öğretmen aşağıdaki diyalogda gösterildiği şekilde tüm sınıfa hatırlatma yapmıştır.

Öğretmen: Biz bir önceki ev etkinliğinde ne yapmıştık?Şekillerin 1,5 kat,2 kat, 3 kat büyük hallerini tekrar oluşturmuştuk değil mi? Hı en sonunda da ***aynı görünümlü*** *ifadesini buna göre yorumlamıştık. Peki şimdi ne demiştik bunu tanımlarken kim söyleyecek?*

Öğrenci:Katlarını almıştık

Öğretmen:Evet katlarını almıştık, başka, evet Osman?

Öğrenci: Aynı ama yani şekilleri aynı ama birbirinin katı olan şekillerdi.Mesela biz 3 kat büyük şekil yapmıştık

Öğretmen:Evet, çok güzel. Peki buna göre şimdi bu etkinliği nasıl yorumlayacağız?Büşra söylesin.

Öğrenci : Hocam burda öyle kat yok ki?

Öğretmen:Nasıl yok? Kenar uzunluklarına daha dikkatli bakın. Herkes şekilleri daha dikkatli incelesin.Mesela size dağıttığım ikinci etkinlik kağıdında ne diyor. Bu kağıdı dikkate almayanlarınız var. Bunların oranı diyor. Bunları bi bulmaya çalışın. Bunları bulmadan gruplandırmaya çalışıyorsunuz.

Nicel etkinlik 2' de öğretmen tarafından *aynı görünümlü* ifadesinin anlaşıldığına yönelik şüphesi olduğunu belirten öğretmenin nicel 3 etkinliğinde, sonuçların daha düzenli yazılması için dağıtılan etkinlik 2 kağıdına rağmen öğrenciler ölçüm sonuçlarını kesir olarak yazamamışlardır.

Öğrencilerin *denklik sınıfı-denk kesir* gibi stratejileri uygulayamamaları ve önceki etkinlikte *değişim çarpanı stratejsini* kullanmaları, bununla birlikte etkinlikte bu stratejiyi kullanacak bir alan bulamamalarından da dolayı sözkonusu ifadenin anlaşılmadığı görülmektedir.

Çok az sayıda öğrenci problemde ifade edilen durumu öğretmenin de yönlendirmesiyle doğru anlamlandırmıştır. Aşağıda verilen diyalogda öğrenci arttırma stratejisini kullanarak uzun kenarlara bakmadan sadece kısa kenarları aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi sıralamıştır ve aynı grupta olduğunu söylemiştir. Sonrasında öğretmenin uyarısıyla tekrar düşünmüşlerdir ve sadeleştirme/genişletme ile denk kesir olacak şekilde farklı dikdörtgenleri incelemeye başlamışlardır.

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
J	2	6	2/6
E	4	12	4/12
A	6	8	6/8

Betül: Hocam ben bir grup oluşturdum şöyle.

Öğretmen: Neye göre oluşturdun?

Betül: Hocam ikişer ikişer artıyor kısa kenarları.

Öğretmen: Tamam peki kısa kenarı ikişer ikişer arttı. Peki bu böyle aynı görünümlü mü oluyor?

Betül: Hocam bence 2 katı yani.

Öğretmen: 2 katı. Peki kısa kenarı 2, 4, 6 böyle arttı. Uzun kenar 5, 12, 18. Uzun kenarlar arasında bir ilişki var mı? Yok değil mi? Sadece kısa kenarlar arasında bir ilişki olması aynı görünümlü olduğu anlamına gelir mi? Veya bunların oranını ben yaz demişim kısa ve uzun kenar mesela 2 bölü 6, 4 bölü 12, 6 bölü 8 oluyor. Aralarında bir ilişki olmuş oluyor mu?Kısa kenar ve uzun kenar arasında nasıl bir ilişki olursa aynı görünümlü olur sence?

Betül: Birbirinin aynısı olursa.

Öğretmen: Neyi aynı olacak?

Betül: Oranı.

Öğretmen: Evet oranı aynı olacak. Peki hangi kesirlerin oranı aynı olur?

Betül: Denk.

Öğretmen: Denk kesiri peki nasıl arıyorduk? Kısa ve uzun kenarı.

Betül: Sadeleştirerek.

Öğretmen: Sadeleştirerek veya genişleterek. O zaman ne yapacağız dikdörtgenleri kısa ve uzun kenarlarını bulacağız acaba birbirlerinin katı mı diye bakacağız. Söyle Aleyna.(Betül'ün grup arkadaşı Aleyna söz alır)

Aleyna: Şöyle olur mu hocam? Şu ikisi uyuyor da. (2/6 ile 4/12 gösteriyor)

Öğretmen: Peki diğeri 6 bölü 8 olur mu?

Aleyna: Şu ikisi uyuyor şu pek uymuyor ama. (Uymayan olarak 6/8'i kastediyor)

Öğretmen: Neden uymuyor?

Aleyna: Çünkü hocam mesela sadeleştirince J ile E aynı 1/3 oluyor. A olmuyor

Öğretmen: Evet demek ki asıl olmayan A.

Sınıftaki bir başka grup öğrenci paydaları (uzun kenarları) aynı olan dikdörtgenlerin aynı grupta olabileceğine yönelik hatalı bir yorum yapmıştır. Sonrasında çözüm yolunu öğretmene anlatırken öğretmenin sorularıyla denk kesir ilişkisi üzerinden bir gruplandırma yapabilmiştir.

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
A	6	8	6/8
F	5	8	5/8

Zehra: Hocam bakar mısınız?Hocam biz bunları böyle bulduk.

(Üstte gösterilen tablo)

Öğretmen: Ne var mesela?

Zehra: Hocam A'nın kısa kenarı 6 uzun kenarı 8.

Öğretmen: Oranı ne?

Zehra: 6 bölü 8.

Öğretmen: Burada peki F'nin kısa kenarı 5 bölü 8. Peki 6 bölü 8'le 5 bölü 8 arasında bir ilişki var mı sence?

Zehra: Evet.

Öğretmen: Ne ilişkisi var?

Zehra: Altları, paydaları eşit.

Öğretmen: Paydaları eşit. Peki paydalarının eşit olması ikisinin aynı kesir olduğunu gösterir mi?

Zehra: Göstermez.

Öğretmen: Nasıl olursa peki aynı görünümlü olabilir Zehra?

Zehra: Hocam denk kesir olursa.

Öğretmen: Denk kesir olunca çok güzel evet.

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
A	6	8	6/8
D	3	4	3/4

Zehra: Hocam o zaman biz şey yapalım mı 6'yı 8'e böldüğümüzde 1, şey çıkıyor.

Öğretmen: Bölmene gerek var mı? Mesela katlarına bak. 6'nın yarısı 3, 8'in yarısı 4. 3 bölü 4 olan bir dikdörtgen var mı mesela? Bütün dikdörtgenleri bir inceleyin. Var *mı?(Öğretmen burda sadeleştirme yaparak öğrencileri denk kesri bulmaları konusunda yönlendirir)*

Zehra: Var D dikdörtgeni 3/4.

b. Etkinlikte ifade edilen duruma ilişkin uygun strateji seçme ve uygulama

Öğrenciler etkinliğin çözümünde çarpımsal akıl yürütme, toplamsal ilişkilendirme,çarpımsal akıl yürütme (kovaryasyon/birlikte değişim) eksikliği ve nitele dönüş gösterecek şekilde stratejiler kullanarak çözümlerini gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin genel olarak etkinlikte zorlandıkları görülmüştür.

b1.Çarpımsal akıl yürütme

Çarpımsal akıl yürüterek soruyu cevaplandırabilen öğrencilerin kullandıkları stratejiler sırasıyla *Değişim Çarpanı Stratejisi, Denklik Sınıfı Stratejisi ve Arttırma Stratejisi* olmuştur.

b1.1 Değişim Çarpanı Stratejisi

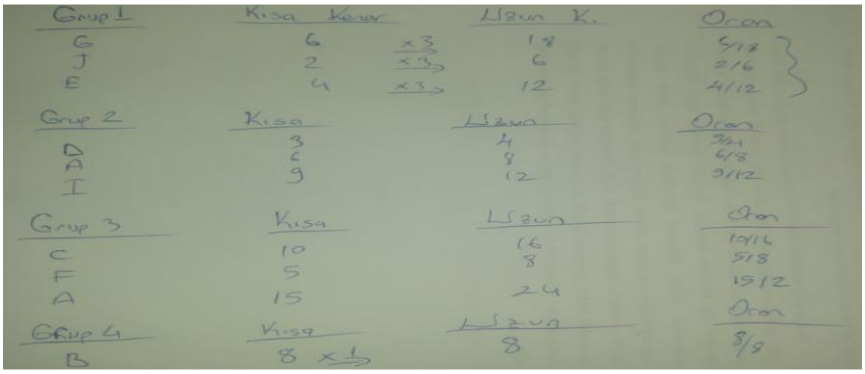
Bir önceki soruda en fazla tercih edilen strateji olan değişim çarpanı stratejisi bu etkinlikte yalnızca bir grup tarafından yapılmıştır. Bu stratejiyi uygularken öğrenci dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenarlarını oran biçiminde yazdıktan sonra uzun kenarı kısa kenara bölerek aradaki katı bulmuştur. Sonrasında kısa ve uzun kenar arasında aynı katı bulduğu kesirleri aynı gruba yazmıştır. Bu duruma ilişkin diyalog ve öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

Pelin: Ben bunların hepsini buldum da.

Öğretmen: Neye göre yaptın?

Pelin: Öğretmenim her birisinin katlarına baktım. Bunların hepsinin arasında 3 kat ilişkisi olduğu için bunları aynı gruba koydum. Bunlarında böldüm arasında 1, 6 var . Bu B'de bölünce 1 tam oluyor hepsinden farklı ayrı bir grup bu da.

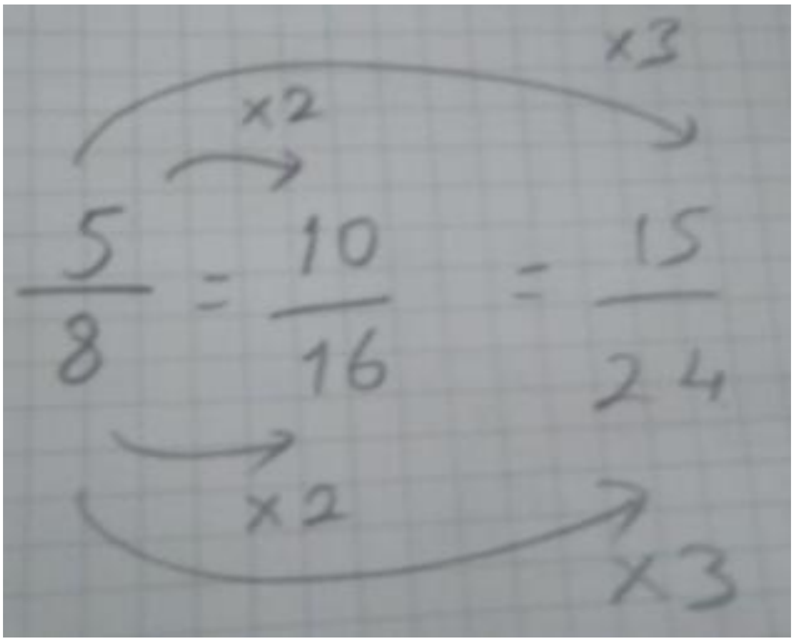
Öğretmen: Harika. Evet Pelin süpersin.



Görsel 3.68. *Öğrencinin değişim çarpanı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

b1.2 Denklik sınıfı stratejisi

Öğrencilerden bazıları ders öncesi öğretmen tarafından oluşturulan planda da kullanılması beklenen ayrıca niceliksel orantısal akıl yürütmenin varlığını gösteren denklik sınıfı stratejisini genişletme ile uygulamıştır.Buna ilişkin diyalog ve öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.



Görsel 3.69. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Zehra: Öğretmenim 1.grup a, d, ı. 2.grup e, g, j.

Öğretmen: Tamam nasıl düşündüğünü anlat bize.

Zehra: Öğretmenim şimdi bunların denk olmasını istedim.

Öğretmen: Denklik için neye baktın?

Zehra: Öğretmenim mesela f, h, c. Bir grup hocam.

Öğretmen: Tamam ne oldu f, h, c'de?

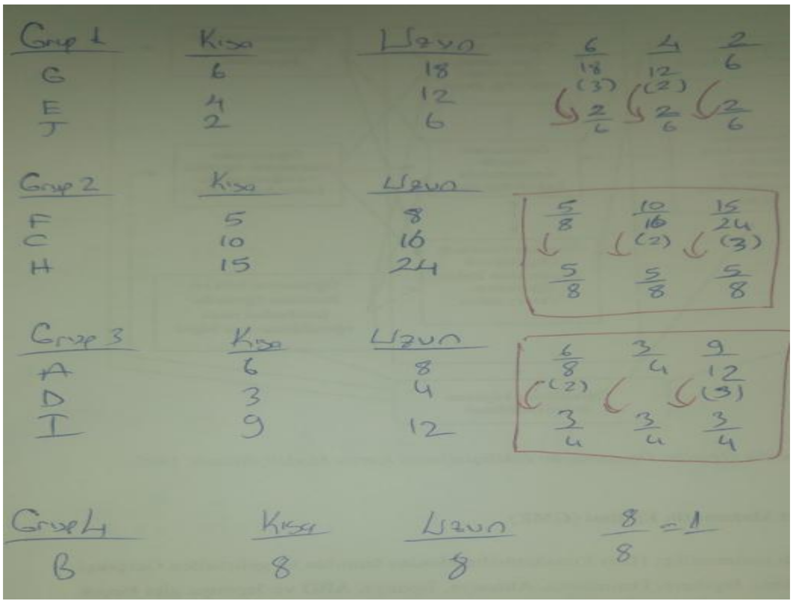
Zehra: Öğretmenim f 5 bölü 8. Öğretmenim ben bunu oran tablosu gibi düşündüm. C 10 bölü 16. H 15 bölü 24. Öğretmenim burası, bu bunun 2 katı bu bunun 3 katı bu bunun 2 katı bu bunun 3 katı olarak düşündüm.

Öğretmen: Çok güzel. Tamam tamam Zehracım.

Başka bir öğrenci de denklik sınıfı stratejisini sadeleştirme yaparak aşağıdaki gibi uygulamıştır. Sadeleştirme sonucu bulduğu aynı kesirleri bir grupta toplamıştır.

Öğretmen: Kirazcım nasıl yaptın bunları?

Kiraz: Öğretmenim ilk önce harfleri katlarına göre buldum. Mesela uzun kenarlara baktım hepsi birbirinin katı olduğu için onları buraya koydum. Kısa kenarlara da baktım sonra onları sadeleştirdim.



Görsel 3.70. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Bazı öğrenciler aşağıda öğretmen ve öğrenci arasından geçen diyalogda verildiği gibi denk kesir arasındaki ilişkiyi bulacak şekilde kat ilişkisine bakmaya çalışarak doğru düşünmüş ama denediği kesirlerin olmadığını görerek yarıda bırakmıştır.

Öğretmen: İşte o kısa kenarı buldun mu uzun kenarı buldun mu? Veya nasıl mesela üst üste mi getirdin kâğıtları?

Berfin: Yok hocam ben başta kısa kenar uzun kenarı bulduktan sonra diğerlerine de baktım eğer katlarıysa onları bir gruba topladım ama olmadı.

Öğretmen: Mesela hangileri katları gibi düşündün ki? Hatırlıyor musun?

Berfin: 6 bölü 18 , 9 bölü 12'ye baktım ama öyle baktığımda da olmadı.

Öğretmen: Olmadı tamam. Tam olarak bulamadın.

Öğrencilerden biri ise **denk kesri** düşünerek cevaba ulaşabileceğini aşağıdaki diyalogda verilen şekilde söylemiştir ancak denk kesir kavramını kesirlerde karşılaştırma yaparken kullandığımız pay veya paydaları eşitleme gibi düşündüğü için yanlış yapmıştır.

Esma: Öğretmenim ben şimdi denk kesir olarak hani yanına uzun kenar diye kesirli şekilde yazıyorduk ya. Öyle hani eşit olan, denk kesir olanları düşündüm o yüzden şunlar eşit olduğu için onları yaptım

Öğretmen: Nasıl yani?

Esma: Şunların hepsi denk kesir olabilir diye düşündüm o yüzden onları yazdım. .($\frac{10}{16}$ ve $\frac{6}{18}$ kesirlerini denk kesir olarak gösterir.)

Öğretmen: Denk kesir olabilir dedin bunlar. Peki bunlar denk kesir oldu mu?

Esma: Evet hocam.

Öğretmen: Neden oldu? Mesela 10 bölü 16'yla. Aslında denk kesir olanları düşündün ama denk kesirleri mi bulamadın?

Esma: 30 da mı birleştirsem hocam katlarını?(kesirlerin paylarını 30 olacak şekilde genişletmek istiyor.)

Öğretmen: Şimdi denk kesir ne demek mesela 10 bölü 16'nın 6 bölü 18'e eşit olması lazım. Oluyor mu? 6 bölü 18'in birim kesri ne mesela? 1 bölü 3.

Esma: Evet.

Öğretmen: 10 bölü 16'nın birim kesri ne 5 bölü 8 daha sadeleşmiyor. Oluyor mu?

Öğretmen: Olmuyor. Değil mi Esma?

Esma: Ama çok karışık.

b1.3 Arttırma Stratejisi

Sınıfta bazı gruplar dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenar ölçümlerini tabloya yazdıktan sonra informal veya orantısal öncesi çözüm stratejisi olarak bilinen arttırma stratejisini kullanmayı tercih etmiştir. Buna ilişkin diyalog ve öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Aleyna: Hocam kısa kenarları hep birbirinin katı olarak düşündüm. Uzun kenar da öyle zaten sadeleştirince.

Öğretmen: Nasıl düşündün bir daha söyle. Kağıt üzerinde anlat bana.

Aleyna: Hocam mesela bunları direkt yazdığımızda j 2, e 4, g'nin 6 oluyor kısa kenarı. Hepsi birbirinin 2 katı. (Grup 1'i anlatıyor)

Öğretmen: ikişer ikişer artıyor. Örüntü meselesi. Mesela uzun kenar arasındaki örüntü ne?

Aleyna: Altışar altışar.

Öğretmen: Altışar altışar. Çok güzel. Öyle düşündün. Tamam o da olur evet harika.

Aleyna: Diğer grup için de kısa kenarlar 3er artıyo, uzun kenarları 4 er artıyo.(Grup 2'yi anlatıyor.)

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
J	2	6	2/6
E	4	12	4/12
G	6	18	6/18

Grup 2	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
D	3	4	3/4
A	6	8	6/8
I	9	12	9/12

b2. Toplamsal İlişkilendirme

Toplamsal ilişkilendirmeye dayalı düşünerek kenarlar arasındaki farkın aynı oluğu dikdörtgenleri araştıran öğrenciyle öğretmen arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Osman: Öğretmenim ben şöyle yapmıştım bu kare mesela uzun kenar kısa kenardan uzun mu diye düşündüm.

Öğretmen: He yani ikisinin birlikte oranına baktın mı peki?

Osman: Yok bakmadım.

Öğretmen: Kaç tane fazladır diye mi düşündün mesela?

Osman: Hıhı.Mesela F'nin ($\frac{5}{8}$) *uzun kenarı kısa kenarından 3 fazla, sonra I'nın da* ($\frac{9}{12}$) *uzun kenarı kısa kenarından 3 fazla*

Öğretmen:Hı,o yüzden bulamadın işte.

b3. Çarpımsal akıl yürütme (kovaryasyon/birlikte değişim) eksikliği

Etkinlik de çarpımsal akıl yürütmeyi oluşturan kovaryasyon (birlikte değişim) eksikliğinin bu soruyla birlikte bazı öğrenciler de hala devam ettiği görülmüştür. Öğrenci iki tane dikdörtgenin kısa kenarlarını ölçerek aynı grupta olduğunu söylemiş ancak uzun kenarlarına bakmayı göz ardı etmiştir. Bu durumu gösteren diyalog aşağıdaki gibidir.

Damla: Hocam kendi kafamızdan mı yoksa aynı görünümlü mü?

Öğretmen: Aynı görünümlü deyince aklınıza ne geliyor? Ben aynı görünümlü dedim.

Damla: Hocam dikdörtgen dikdörtgen aynı görünümlü ama dikdörtgen ve kare farklı görünümlü.

Öğretmen: Peki bunu neye göre dedin?

Damla: Hocam mesela 2 dikdörtgenin ikisinin de kısa kenarları aynı ölçüde 6 birim. İkisi de aynı görünümde ama karenin farklı. Böyle düşünürsek olur mu?

Öğretmen:Hıı... Sadece kısa kenarı düşündün peki uzun kenar uzun kenarı neden düşünmedin?

Öğrenci(damla):Onu da mı düşüncem. O zaman olur mu?

b4. Nitele dönüş

Başka bir grup öğrenci ise herhangi bir ölçme yapmadan ve dağıtılan etkinlik kağıdı 2'yi göz ardı ederek şekilleri **sadece görsel olarak incelemiş ve** tüm dikdörtgenleri bir grupta kareyi ise ayrı bir grupta değerlendirmiştir.

Betül: Hocam bunların hepsi dikdörtgen sadece bu kare oluyor.

Öğretmen: İyi de ben grup 1, grup 2, grup 3 yap diyorum. Grup 1 olan ne? Bütün dikdörtgenleri aynı yere koyamazsın herhalde. 3 tane grup var orada. Grup 1 içerisinde olan dikdörtgenin harfleri ne, grup 2 içerisinde olan dikdörtgenin harfleri ne? Mesela grup

1'i ne oluşturur diyelim a, b, c yaptın. Grup 2'nin harfleri ne? Yaptın mı? Yap. Hepsini yapıyorsun.

Yine bu duruma benzer bir başka öğrenci önce **görsel** olarak dikdörtgenleri gruplandırdıktan sonra kısa ve uzun kenarlarını bulup şekillerin oranlarını hesaplamıştır. Bu durumu gösteren diyalog aşağıdaki gibidir.

Öğretmen: Neye göre yaptın?

Şevval: Hocam mesela ölçtüm yani boylarını farklılıklarına göre mesela h, g, c aynı olduğu için aynı gruba koydum. Sonra e, f, d'yi aynı gruba koydum.

Öğretmen: E peki ölçtüğünde ne çıktı? Mesela oran olarak yazdın mı?4 bölü 12, 5 bölü 8, 3 bölü 4 sence bunlarına arasında bir ilişki var mı?(Öğrenci oran olaarak yazmamış sadece kısa kenar ve uzun kenar bölümünü yazmış)

Şevval: Evet hocam.

Öğretmen: Nasıl bir ilişki var?

Şevval: 4, 3 katı oluyor.(4/12 ifadesinde 4'ü 3'le çarpıp 12 buluyor.)

Öğretmen: Neden aynı görünümlü olsun ki? Yani o zaman sen sadece görsel olarak bakarak aynı olduğunu buldun.

Şevval: Evet hocam.

Öğretmen: Ama olmadı çünkü sayıların arasında bir ilişki yok değil mi.

Aslında öğrenci tarafından burada yapılması gereken kısa ve uzun kenarlarını hesaplayıp oranlarını bulmaları ve sonrasında buna göre aralarında denklik aramasıydı. Ancak öğrenci görsel açıdan şekillere bakarak nitel muhakeme becerisinde sergilemesi gereken ve henüz orantısal akıl yürütmenin olmadığı bir beceri sergilemiştir.

Yukarıdaki duruma benzer şekilde yine bir başka öğrenci grubu tamamen nitel muhakemede sergilenen davranışları göstererek **şekilleri üst üste getirip kenarları eşleştirmeye çalışarak** gruplamaya çalışmıştır.

Büşra: Hocam ben düşünüyorum olmuyor. Üst üste getirdim , ölçtüm ama hiç olmuyor.

Öğretmen: O zaman demek ki ölçüyorsun mesela diyor ki Büşra ölçüyorum olmuyor diyor. Üst üste getiriyorum olmuyor diyor. O zaman başka bir şey deneyeceksin.

c. Uygulanan stratejilerin tüm sınıfla beraber değerlendirilmesi

Öğretmen, her bir gruptan öğrenci seçerek oluşturdukları farklı stratejileri tahtaya yazmalarını ve aşağıda verildiği şekilde tüm sınıfın etkinlikler üzerinden stratejileri değerlendirmesini ve üzerinden konuşulmasını istemiştir.

Öğretmen: Evet çocuklar etkinliğimizi çözerken herkes farklı çözüm yolları denedi kiminiz sonuca ulaştı kiminiz ulaşamadı doğru mu? Şimdi tahtada bazı arkadaşlarınızın yaptığı çözüm yollarını gösterelim ve bunlar üzerinden konuşalım olur mu? Iı mesela Osman siz ne yapmıştınız tekrar söyle bize?

Osman: Öğretmenim ben neden öyle yaptığımı bilmiyorum aslında yapmamam gerektiğini biliyorum ama o zaman öyle yaptım işte.

Öğretmen:Tamam olsun söyle bize ne yaptığını

Osman: Öğretmenim ben dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenarlarını yazdım sonra bu sayıların arasındaki farka baktım zaten de bulamadım.

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi Osman yaptığı işlemlerden pişman olduğunu söylemiştir ve bu şekilde olmayacağını bildiği halde sayılar arasında toplama çıkarma yapmayı tercih etmiştir.

Öğretmen sonrasında Osmanların yaptıkları yöntemi sınıfa sorarak işlemin neresinin yanlış olduğunu sormuştur ve sınıftan bir çok öğrenci bu etkinliğin toplama çıkarmayla değil çarpma bölmeyle yapılacağını söylemiştir. Bunun üzerine Osman'da ben dersimi aldım demiştir. Sonrasında çözüm yollarının değerlendirilmesine nitel düşünen öğrencilerin çözüm yollarıyla devam edilmiştir.

Öğretmen :Şimdi de Ömer Faruk anlatsın bize ne yaptığını?

Ömer Faruk: Hocam ben şekillere bi baktım şöyle sadece B kareydi diğerleri dikdörtgendi.

Öğretmen: Sonra.. Sonra dikdörtgenleri nasıl grupladın?

Ömer Faruk: Dikdörtgenlerin şekillerine baktım birbirine benzeyenleri grupladım.

Öğretmen: Evet, peki Ömer Faruk dikdörtgenlerin şekillerine baktım ona göre grupladın diyo doğru mu, yanlış mı? (Öğretmen sınıfa sorar)

Öğrenci: Öğretmenim bu katlı soru

Öğretmen: Katlı soru?

Öğrenci: Yani oran orantı bu

Ömer Faruk:İşte burda zaten oranı anlamadığımdan...

Öğretmen : Sonunda sonuca ulaşamadın değil mi?

Öğrenci: evet

Öğretmen: tamam şimdi anlatıcam.

Yukarıdaki diyalogdan da anlaşıldığı gibi öğrenci bu etkinliği oran orantı olarak görmüyor ve bu nedenle bu stratejiye başvurduğunu söylüyor. Bu stratejiden sonra öğrenci çarpımsal muhakemeyle soruyu cevaplandıran öğrencilerin çözüm yollarına geçer.

Öğretmen: Şimdi Pelin ne yaptın bize anlat

Pelin: Öğretmenim ben en başta o kâğıtlardaki birimleri buldum, kısa kenar ve uzun kenarları. Onları tabloya yerleştirdikten sonra aralarında nasıl bir ilişki olduğunu buldum. Bunların hepsinin arasında 3 kat ilişkisi olduğu için bunları aynı gruba koydum.

Öğretmen: Evet bakın arkadaşınız önce kısa kenar uzun kenarları bulmuş. Kısa kenarı 6 18. 2'ye 6. Hepsi birbirinin 3 katı diyor gördünüz mü? O zaman bunlar aynı grupta. Grup 1 dedin. Tamam devam et.

Pelin: Buradakileri de öğretmenim aynı şekilde kısa kenar ve uzun kenarları buldum sonra aralarındaki ilişkiyi buldum.

Öğretmen: Evet hepsi birbirinin 1,3 katı dedi 2.grup yaptı. Çok güzel devam.

Pelin: 3.grupta kısa kenar ve uzun kenarı buldum.Bunlar da birbirinin 1, 6 katı. 4.grupta da bunlar bir tam ettiği için farklı olduğunu düşündüm.

Öğretmen: Hepsinden farklı olduğunu düşündün. Tamam. Şimdi Pelin'in yolunu anlamayan var mı?

Öğrenci: Anladım ben

Öğrenci : yok (Sınıfta anlamadığına yönelik parmak kaldıran öğrenci olmaz)

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi Pelin'in uyguladığı değişim çarpanı stratejisinin öğrenciler tarafından anlaşıldığı düşünülmektedir. Sonrasında öğretmen Kiraz ve Zehra adlı öğrencilere söz hakkı verir ve bu öğrencilerin birisi denklik sınıfı stratejisini sadeleştirme ile yaparken diğeri genişleterek çözmeyi tercih etmiştir.

Öğretmen: Şimdi Kiraz ve Zehra'nın çözüm yollarına ayrı ayrı bakalım. Şimdi Kiraz mesela anlatsın nasıl düşündüğünü

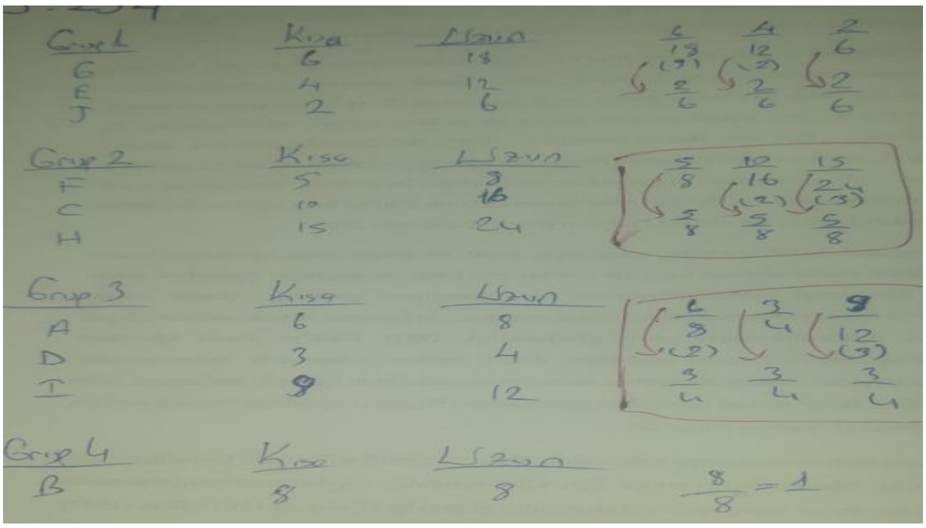
Kiraz: Sdeleştirdim bunları.

Öğretmen: Sadeleştirdin tekrar. Evet arkadaşınız sadeleştirmiş hepsini. Mesela bunu 3'e bölmüş 2 bölü 6, bunu 2'ye bölmüş 2 bölü 6. Güzel sonra bunları yaptın bunları da mı sadeleştirdin?

Kiraz: Evet.

Öğretmen: 5 bölü 8 oldu bak. Aferin sana. 6 bölü 8'i de sadeleştirdin hepsi 3 bölü 4 oldu. Sonra farklı olanı da b olarak yazdın tamam canım. Bir tam olarak yazdın. Arkadaşlarınızın yaptığını anladınız mı?

Öğrenci: Hocam ben Kiraz'ınkini anlamadım.



Görsel 3.71. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

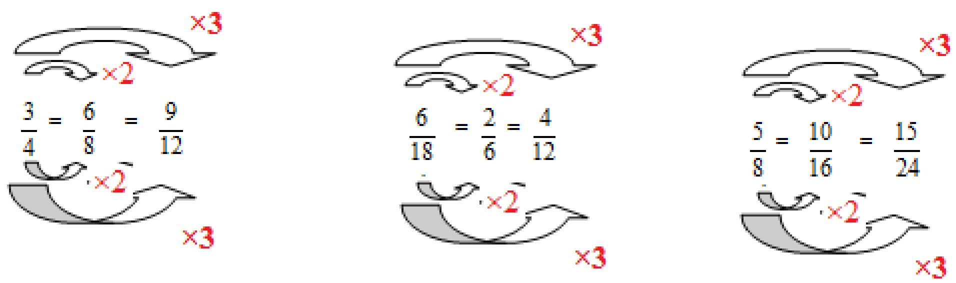
Öğrenciler Kiraz'ın yöntemini anlamadık deyince öğretmen tekrar Kiraz'ın yöntemini açıklamıştır ve ondalık gösterimle uğraşılmadığı için aslında Pelin'in çözdüğünden daha kolay olabileceğini söylemiştir.

Öğretmen: Kiraz'ınkini anlamadın. Kiraz'ınki aslında bence daha kolay.... Aslında Pelin'in yaptığında ondalık gösterimle uğraşıyor daha zor. Ama Pelin de onu doğru bir şekilde yapmış. Kiraz'ınki aslında sadeleştirme genişletme daha böyle ondalık gösterimle uğraşmıyorsunuz ya daha kolay olabiliyor.

Sonrasında Kiraz'ın sadeleştirme yaparak ulaştıkları çözüm yolunun benzeri olan çözüme Zehra aşağıdaki gibi genişletme yaparak ulaşmıştır.

Zehra:Öğretmenim ben oran tablosu gibi düşündüm. Mesela yazdım d, a, ı bir grup oldu. Bu bunun 2 katı bu bunun 3 katı. İkinci grup e, g, j oldu. Son grup da f, c, h oldu. Son b de hiç birine uymadığı bir tam ettiği için ayırdım.

Öğretmen: Çok güzel, peki.



d-a-ı **e-g-j** **f-c-h**

Son olarak Aleyna adlı öğrenci aşağıdaki şekilde arttırma stratejisini kullanarak soruyu cevaplamıştır. Bu çözüm yolu da tahtaya yazılarak öğrencilere açıklanmıştır.

Kısa Kenar	Uzun Kenar
2	6
4	12
6	18

Kısa Kenar	Uzun Kenar
3	4
6	8
9	12

Kısa Kenar	Uzun Kenar
5	8
10	16
15	24

Sonrasında öğretmen öğrencilerle birlikte aynı görünümlü kavramını öğrencilerle birlikte tekrar ele almak istemiştir. Bunun için öğrencilerle birlikte aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Öğretmen: Şimdi çocuklar, zil çalmadan size başta dediğim aynı görünümlü kavramını bu çözüm yolları üzerinden tekrar tanımlayalım mı? Iı evet şimdi oluşturduğumuz bu gruplara göre aynı görünümlü kavramı için ne dersiniz?Yani mesela tahtada arkadaşlarınızın yaptığı farklı yollar var. Hepsinde de neler var ortak? Kim söyleyecek. Mesela kim Berke söylesin.

Berke: Öğretmenim hepsi birbirinin katı .

Öğretmen: Nasıl biraz daha aç nasıl katı?

Berke: Mesela Zehra'nın kinde hepsi birbirinin 2 katı 3 katı olarak gidiyo, Aleyna'nın yaptığında da öyle.

Öğretmen: Evet doğru tamam, peki başka ne diyebiliriz? Söyle Zehra

Zehra: Hocam, denk kesir var.

Öğretmen:Çok güzel evet arkadaşınız denk kesir var diyor.Doğru mu?Doğru de mi, mesela nasıl denk kesir var Zehra?

Zehra: Hocam, benim yaptığımda mesela her grup denk kesirden oluşuyor. İşte 3 bölü 4, 6 bölü 8, 9 bölü 12 denk, 5 bölü 8,10 bölü 16, 15 bölü 24 denk.

Yukarıdaki diyaloglardan da anlaşıldığı gibi öğrenciler ilk başta aynı görünümlü kavramı için sadece şekillere bakıp hepsi dikdörtgen sadece B kare şeklinde görsel olarak yorum yapıyorlardı. Ancak dersin sonunda stratejiler üzerinden konuşulmaya başlandığı zaman daha net ifadeler kullanmaya başlamışlardır. Ancak yine de denk kesir sonucuna değişim çarpanı veya arttırma stratejisine göre denklik sınıfı stratejisi üzerinden daha rahat ulaşıldığı görülmektedir. Diyaloğun devamında öğretmen öğrencileri *denk kesirden aynı görünümlü yani benzerlik* kavramına ulaştırabilmek için aşağıdaki gibi diyalog gerçekleşir.

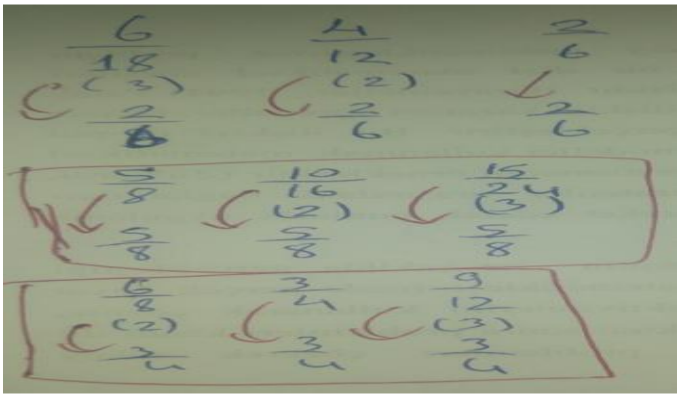
Öğretmen:Çok doğru, peki bu gruplarda denk kesirler biribirleriyle neydi?hani önceden tanımlamıştık ya, hatırladınız mı?

Öğrenci:denk

Öğretmen:Denk yani başka?

Öğrenci: Orantı

Öğretmen: Eveeet orantıydı değil mi. Her bir grup bakın Zehra'nın az önce dediği gibi kendi arasında orantısal yani aynı görünümlü dikdörtgenlerden oluşuyor. Mesela Kiraz'ın yöntemine de baktığımızda da bunu görebiliriz değil mi her grubun içindeki oranları aynı (Öğretmen tahtada aşağıdaki resmi gösterir.)Mesela birinde 2 bölü 6, diğerinde 5 bölü 8.



Görsel 3.72. *Öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak verdiği cevap*

Öğretmen:Peki aynı görünümlü denilince olunca ne oluyormuş?

Öğrenci:Denk kesir

Öğrenci:Orantılı

Öğretmen:Evet yani bunları birleştirirsek tüm kenar uzulukları birbirinin katı olacak şekilde orantılı şekillere aynı görünümlü deriz.

Öğretmen yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi aynı görünümlü kavramını tanımlarken bir önceki etkinlikte kullandığı *görünümleri aynı* ifadesini öğrencilerin nitele dönüş yaptıklarını düşünmesi nedeniyle kullanmamıştır.

Nicel etkinlik 2'de gerçekleşmediği düşünülen dikey matematikleştirmenin Nicel etkinlik 3'le birlikte yukarıdaki öğretmen öğrenci arasında geçen konuşmalardanda anlaşıldığı gibi gerçekleşmiş olduğu ancak öğrencilerin durumu pekiştirebilmeleri adına daha fazla etkinlik çözmeye ihtiyaçlarının olduğu söylenebilir. Nicel etkinlik 2 ve 3 için GME teorisine dayalı modelin oluşum aşamalarının aşağıdaki şekil 3.25' deki gibi gerçekleşmiştir.

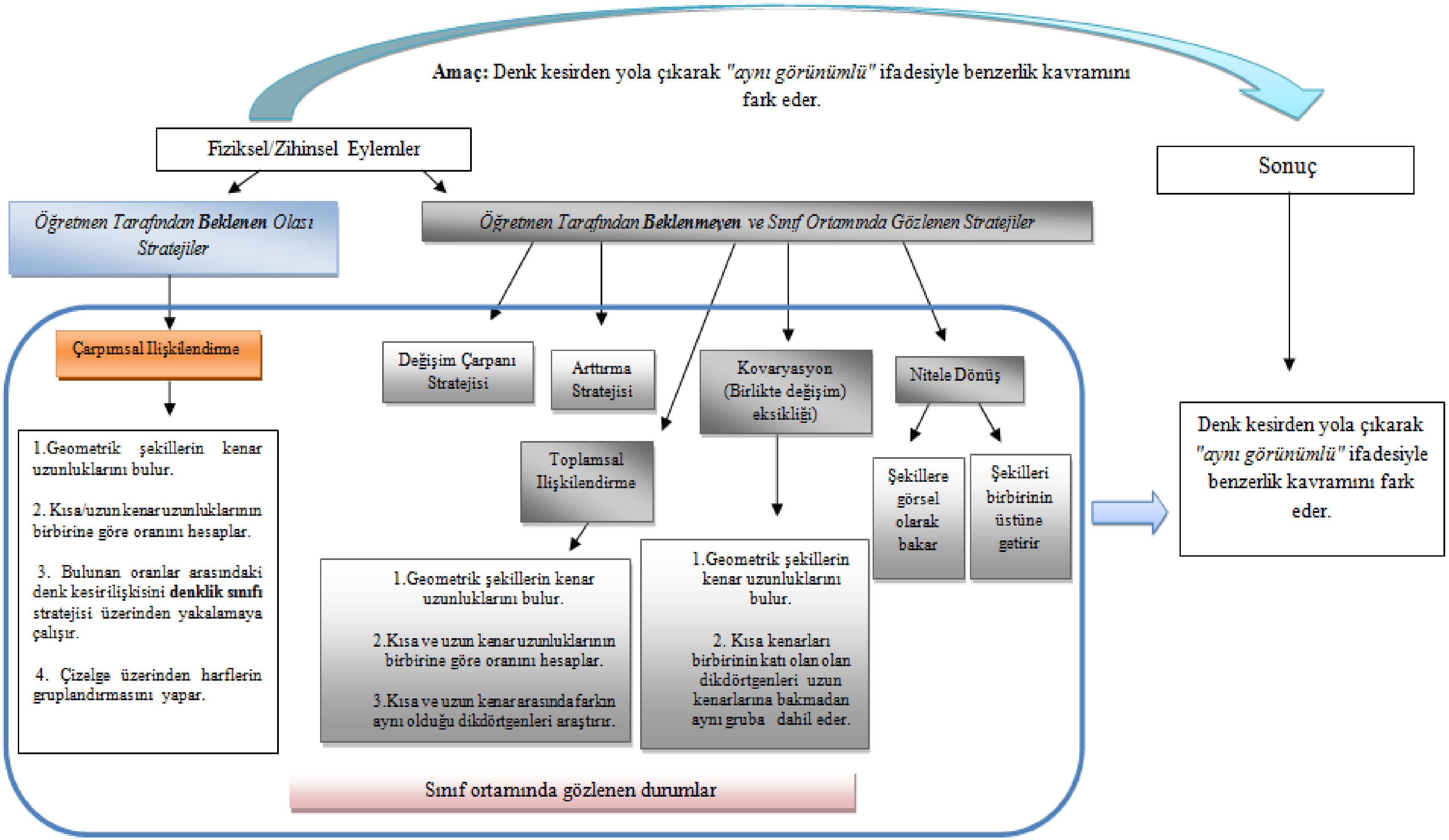
Son olarak öğretmen ders öncesi oluşturduğu şekil 3.24' de verilen Tahmini Öğrenme Durumlarında (TÖD) etkinlik sırasında dağıttığı etkinlik kağıdı 1 ve etkinlik kağıdı 2' deki içerikten de kaynaklı olarak öğrencilerin denklik sınıfı stratejisi ile soruyu cevaplamalarını beklemiş ve bunun üzerinden sonuca ulaşmaları amaçlanmıştı. Etkinliğin uygulamasında da öğrencilerin denklik sınıfı stratejisini kullanmalarından yola çıkarak tüm sınıfla etkinliğin değerlendirilmesi yapılırken sonuca bu strateji üzerinden ulaşılmıştır. Bunun dışında öğretmenin beklentisinin aksine bir önceki etkinlikteki gibi bu etkinlikte de öğrenciler *değişim çarpanı ve arttırma stratejisini* kullanmayı tercih etmiştir. Etkinliği yanlış cevaplandıran öğrencilerin de yine bir önceki etkinlikteki duruma benzer olacak şekilde *toplamsal ilişkilendirme ve kovaryasyon eksikliği (birlikte değişim)* gibi yanlış stratejiler uyguladıkları görülmüştür. Ayrıca bu etkinlikte öğrenciler nitel etkinlik 1'de yapmaları beklenen davranışları bu etkinliğin çözümü için de sergilemişlerdir. Bu durumun öğrencilerin bu şekilde farklı geometrik şekillerinde olduğu görsel durumlarla az karşılaşmaktan kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

4.1.3.3. *Nicel muhakeme (düzey 3) öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

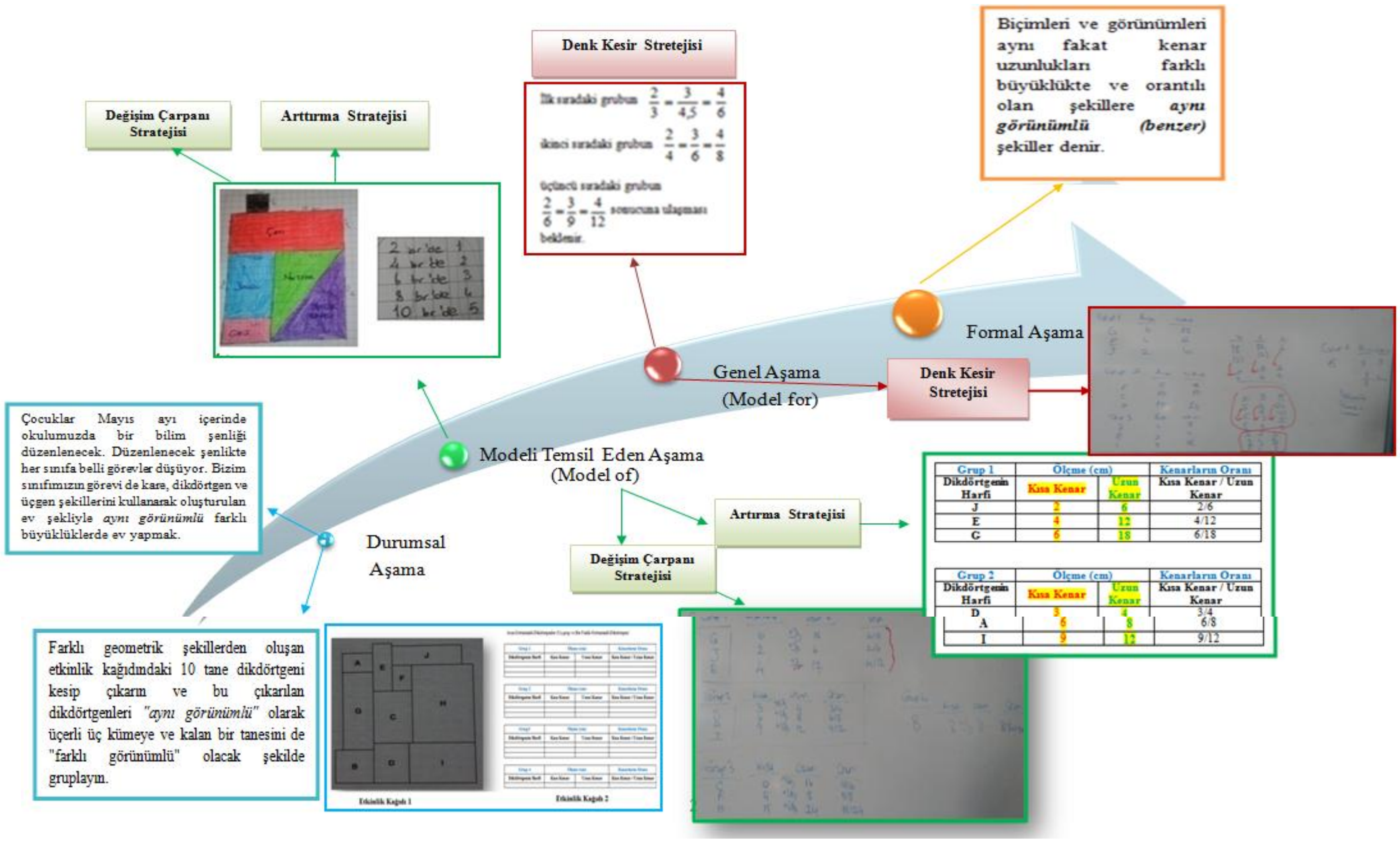
Çalışmada nicel muhakemeyle ilgili etkinliklerden elde edilen bulgular sonucunda öğretim sonrası oluşan varsayımlarda öğrencilerin kullandığı stratejilerle ilgili değişiklik olması gerektiğine karar verilmiştir. Nicel etkinlik 1 için öğretmenin ders öncesi öğrencilerden kullanmasını beklediği kısa oran tablosu dışında birim oran stratejisini kullanmasının da öğrencilerin neyi neye böldüklerini anlamlandırdıkları ve sonucunda neyi bulduklarının farkında olduğu taktirde önemli olduğu, informal veya orantısal öncesi akıl yürütme seviyesinde olduğunu gösterip göstermediğinin ise tartışılabileceği sonucuna varılmıştır. Öğrenciler nicel etkinlik 2 ve 3'de orantısal akıl yürütmenin gerektirdiği denklik sınıfı stratejisi yerine değişim çarpanı ve arttırma stratejisi gibi informal stratejilere yönelmiştir. Öğrencilerin denklik sınıfı stratejisini pekiştirebilmeleri adına daha fazla etkinlik çözmeye ihtiyaç olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 3.12. *Nicel muhakeme (Düzey 3) öğretim öncesi ve sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Öğrenme Amacı	Öğretim Planı	Öğretim Öncesi Öğretmenin Varsayımları	Öğretim Sonrası Öğretmenin Varsayımları
Benzerlik kullanımı ve ölçek çizimi ile orantılı durumlar hakkında niceliksel akıl yürütürken kesin ve doğru bir dil kullanır.	Etkinlik 1	Ölçek kullanımıyla çarpımsal ilişkiyi kavrar.	Ölçek kullanımıyla çarpımsal ilişkiyi kavramada farklı stratejiler kullanır.
	Etkinlik 2	Her bir geometrik şekil büyültüldüğünde şekli oluşturan tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiğini kavrar ve farklı büyüklüklerde aynı görünümlü (benzer) şekiller oluşturur.	Her bir geometrik şekil büyültüldüğünde şekli oluşturan tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiğini kavrar ve farklı büyüklüklerde aynı görünümlü (benzer) şekiller oluşturur.
	Etkinlik 3	Denk kesir stratejisinden yola çıkarak *"aynı görünümlü"* ifadesiyle benzerlik kavramını fark eder.	Denk kesir stratejisinden yola çıkarak *"aynı görünümlü"* ifadesiyle benzerlik kavramını fark eder ve denk kesir stratejisinin gelişimi adına farklı etkinlikler çözer.



Şekil 3.24. *Aynı görünümlü kavramı için tahmini öğrenme durumları*



Grup 1 Dikdörtgenin Harfi	Ölçme (cm) Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kenarların Oranı Kısa Kenar / Uzun Kenar
J	2	6	2/6
E	4	12	4/12
G	6	18	6/18

Grup 2 Dikdörtgenin Harfi	Ölçme (cm) Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kenarların Oranı Kısa Kenar / Uzun Kenar
D	3	4	3/4
A	6	8	6/8
I	9	12	9/12

Şekil 3.25. *Nicel etkinlik 2 ve 3 için GME teorisine dayalı model oluşum aşamaları*

4.2. Öğretim Öncesi ve Sonrası Uygulanan Değerlendirme Sorularına İlişkin Sonuçlar

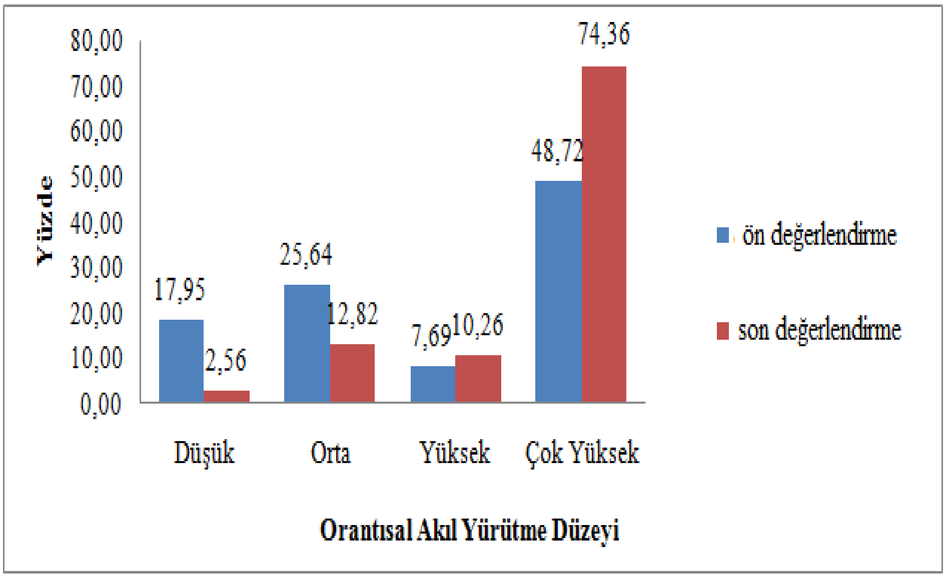
Öğrencilerin öğretimden önceki ve sonraki düzeylerini karşılaştırmak için uygulanan değerlendirme soruları (Akkuş ve Duatepe, 2006a) ile öğrencilerin beceri düzeyleri belirlenmiştir. Nitel ve nicel bölümleri birbirinden bağımsız olarak karşılaştırmak amaçlandığı için öğrencilerin bu iki bölüme ait ön ve son değerlendirme düzeyleri ayrı olarak ele alınmıştır.

Öğrencilerin nitel bölümdeki öğretim deneyi öncesi ve sonrası değerlendirme düzeyleri aşağıdaki Tablo 3.13'de verilmiştir.

Tablo 3.13. *Nitel bölüm öğretim deneyi öncesi ve sonrası değerlendirme düzeyleri*

		Nitel Son Değerlendirme Düzeyi				
		Düşük	Orta	Yüksek	Çok Yüksek	Toplam(%)
Nitel Ön Değerlendirme Düzeyi	Düşük	0	4	2	1	7(17.95)
	Orta	1	1	0	8	10(25.64)
	Yüksek	0	0	1	2	3(7.69)
	Çok Yüksek	0	0	1	18	19(48.72)
	Toplam(%)	1(2.56)	5(12.82)	4(10.26)	29(74.36)	39(100)

Tablo 3.13'de görüldüğü üzere, nitel bölüm ilk değerlendirme puanlarına göre öğrencilerin %17.95'i düşük, %25.64'ü orta, %7.69'u yüksek ve %48.72'si yüksek beceri düzeyindedir. Nitel bölüm öğretim sonrası değerlendirme puanlarına göre ise öğrencilerin %2.56'sı düşük, % 12.82'si orta, %10.26'sı yüksek ve %74.36'sı yüksek beceri düzeyindedir. Bu bulgu uygulama sonucunda düşük ve orta beceri düzeyindeki öğrencilerin puanlarının ve düzeylerinin arttığını göstermektedir. Uygulamadan önce düşük beceri düzeyinde olan öğrencilerin tamamının beceri düzeyi artmıştır. Bir öğrenci ise istisna olarak orta beceri düzeyinden düşük beceri düzeyine düşmüştür. Şekil 3.26'da da görüldüğü üzere yapılan uygulama sonucunda öğrenciler genel olarak Orantısal Akıl Yürütme sorularından nitel bölümünden aldıkları puanları yükseltmiştir. Bu duruma bağlı olarak öğretim sonrası değerlendirme beceri düzeyleri daha yüksektir.



Şekil 3.26. *Nitel bölüm ön-değerlendirme ve son-değerlendirme orantısal akıl yürütme düzeyleri*

Daha detaylı incelenecek olursa 19 öğrenci hem öğretim öncesi hem de öğretim sonrasında çok yüksek düzeydedir. Düşükten orta düzeye 4, yüksek düzeye 1, çok yüksek düzeye ise 1 öğrenci çıkmıştır. Ortadan çok yüksek düzeye 7, yüksekten çok yüksek düzeye ise 2 öğrenci çıkmıştır.

Öğrencilerin Nitel muhakeme 3 ve 4. sorularına verdikleri cevaplara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

<u>Nitel Soru 3</u>

Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?

a) Elif

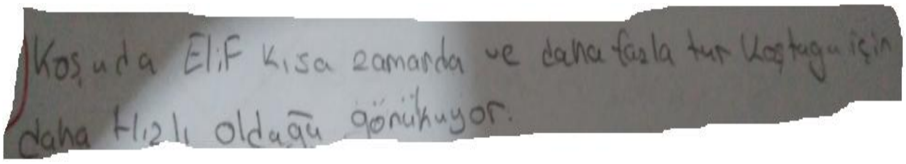
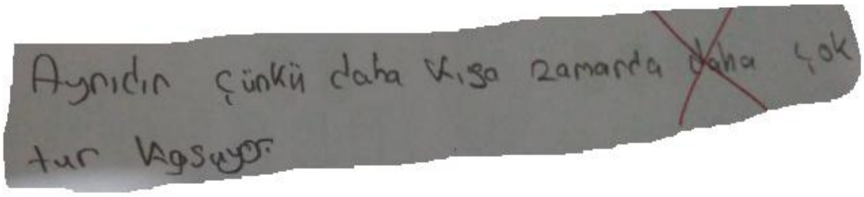
b) Emel

c) aynıdır

d) verilen bilgiler yetersizdir.

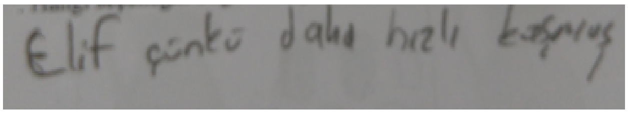
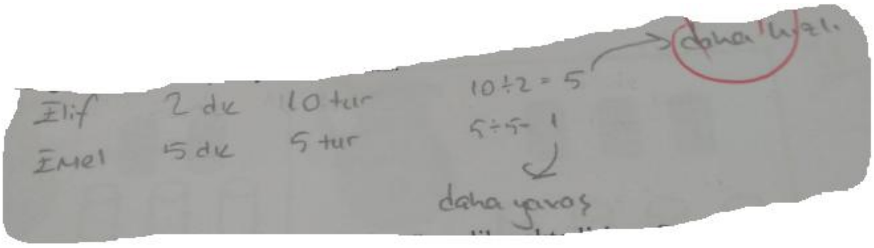
Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

Bu soruda 39 öğrencinin 10' u hem ön hem de son değerlendirmede 4 puan almıştır. Bunun dışında 21 öğrenciye göre de puanını yükseltmiştir. 4 öğrenci ön ve son değerlendirmenin her ikisinden de aynı notu alırken geriye kalan 4 öğrenci ise puanını düşürmüştür. Puanını düşüren öğrencilerden birinin bu sorudaki ön ve son değerlendirmede verdiği cevaplar ise aşağıdaki gibidir.

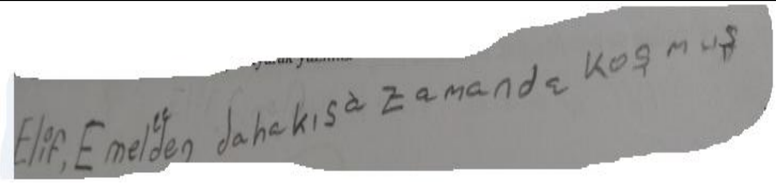
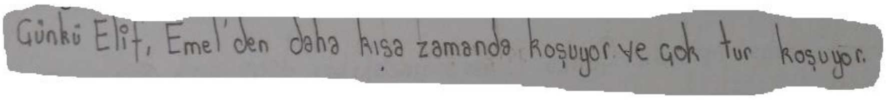
Ön Değerlendirme (3)	
Son Değerlendirme (0)	

Şekil 3.27. *Nitel soru 3 ön değerlendirme/ son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

Öğretim öncesinde **verilerden sadece birini kullanılarak** doğru sonuca ulaşıp 1 puanını alan öğrencilerden bazıları öğretim sonrasında doğru yanıta ilişkin açıklamayı soru kökündeki ifadeleri kullanarakyaptığı için 3 puan, açıklamayı **örnek verme gibi yöntemlerle zenginleştirenler** ise 4 puan almıştır. Bunlara ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir.

Ön Değerlendirme (1)	
Son Değerlendirme (4)	

Şekil 3.28. *Nitel soru 3 ön değerlendirme/ son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

Ön Değerlendirme (1)	
Son Değerlendirme (3)	

Şekil 3.29. *Nitel soru 3 ön değerlendirme/ son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

<u>Nitel Soru 4</u>

Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmiştir. Buna göre, kiminağaçları birbirine daha yakındır?

a)Sena

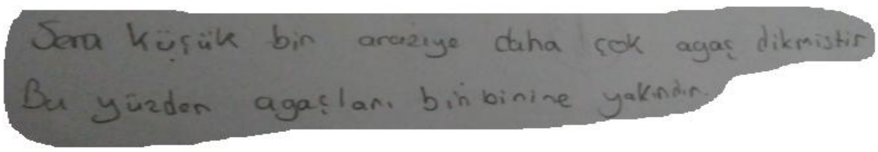
b) Gökalp

c) aynıdır

d) verilen bilgiler yetersizdir.

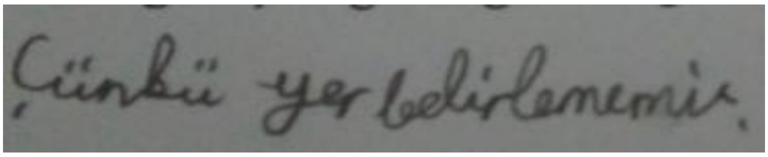
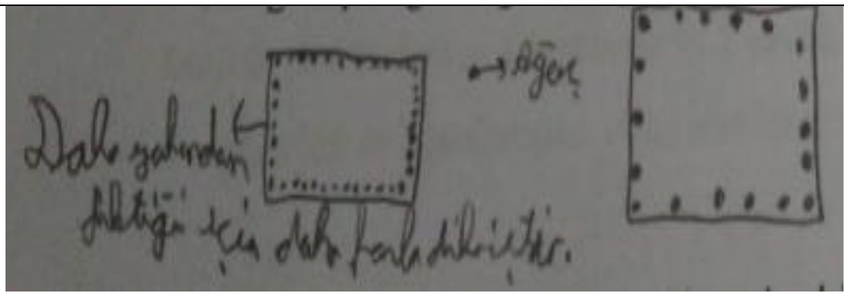
Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

Bu soruda 39 öğrencinin 13'ü hem öğretim öncesi hem de öğretim sonunda değerlendirmede 4 puan almıştır. Bunun dışında 19 öğrenci öğretim sonrasında puanını yükseltmiştir. 5 öğrenci öğretim öncesi ve sonrası her ikisinden de aynı notu alırken geriye kalan 2 öğrenci ise puanını düşürmüştür. Puanını düşüren öğrencilerden birinin bu sorudaki öğretim öncesi ve sonrası verdiği cevaplar ise aşağıdaki gibidir.

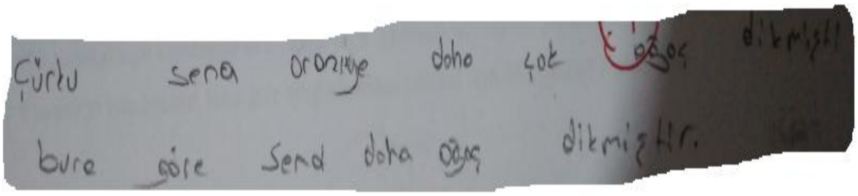
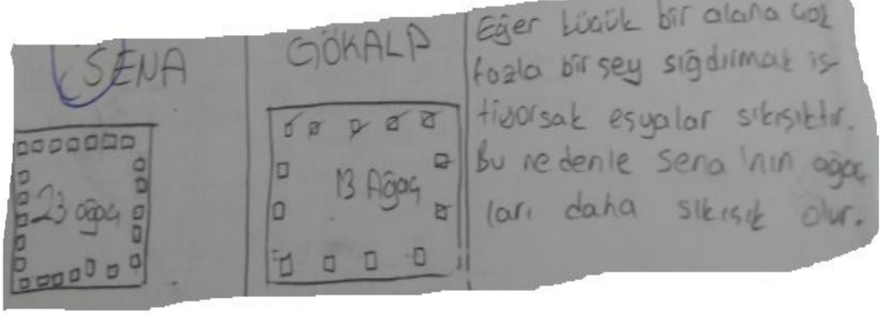
Ön Değerlendirme (3puan)	
Son Değerlendirme (0 puan)	boş

Şekil 3.30. *Nitel soru 4 ön değerlendime/son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

Öğretim öncesi orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu olmayacak şekilde cevap verip 0 puan alan öğrencilerden bazıları öğretim sonrasında doğru yanıta ilişkin şekil oluşturma, çizim yapma gibi yöntemlerle zenginleştirerek 4 puan almıştır. Bunun dışında öğretim öncesinde bulunan verilerden sadece birini kullanılarak doğru sonuca ulaşıp 1 puanını alan öğrencilerden bazıları öğretim sonrasında çözümlerini şekil oluşturma, çizim yapma gibi yöntemlerle zenginleştirerek 4 puan almıştır. Bunlara ilişkin örnekler aşağıdaki gibidir.

<table>
<tr><td>Ön Değerlendirme
(0)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Son Değerlendirme
(4)</td><td>
</td></tr>
</table>

Şekil 3.31. *Nitel soru 4 ön değerlendime/son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

<table>
<tr><td>Ön
Değerlendirme
(1)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Son
Değerlendirme
(4)</td><td>
</td></tr>
</table>

Şekil 3.32. *Nitel soru 4 ön değerlendime/son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

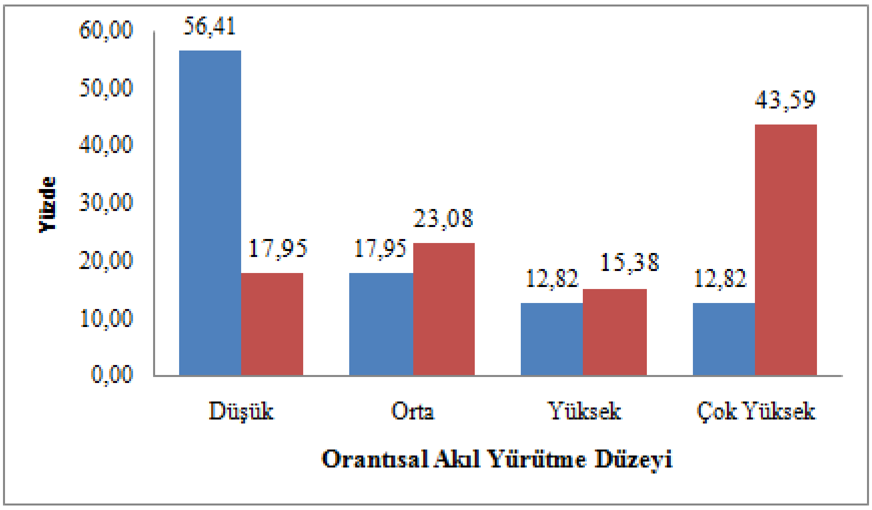
Tablo 3.14. *Nicel bölüm ön ve son değerlendirme düzeyleri*

		Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel muhakeme Son-Değerlendirme Düzeyi				
		Düşük *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Orta *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Yüksek *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Çok Yüksek *(Nicel Muhakeme)*	Toplam (%)
Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel muhakeme Ön-Değerlendirme Düzeyi	Düşük *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	7	9	2	4	22 (56.41)
	Orta *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	0	0	3	4	7 (17.95)
	Yüksek *(NitelMuhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	0	0	1	4	5 (12.82)
	Çok Yüksek *(Nicel Muhakeme)*	0	0	0	5	5 (12.82)
	Toplam(%)	7 (17.95)	9 (23.08)	6 (15.38)	17 (43.59)	39 (100)

Öğrencilerin nicel bölüm ön-değerlendirme ve son-değerlendirme düzeyleri Tablo 3.14'de verilmiştir.

Tablo 3.14 incelendiğinde genel olarak öğrencilerin nicel bölümde de düzeylerinin arttığı görülmektedir. Nicel bölüm puanlarına göre öğrencilerin %56.41'i düşük, 17.95'i orta, %12.82'si yüksek ve %12.82'si yüksek beceri düzeyindedir. Öğretim deneyi sonrası nicel bölüm puanlarına göre ise öğrencilerin %17.95'i düşük, 23.08'i orta, %15.38'i yüksek ve %43.59'u yüksek beceri düzeyindedir. Öğretim deneyi öncesinde öğrencilerin yarısından fazlasının düşük beceri düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. Öğretim deneyi sonrasında bu düzeydeki öğrencilerin çoğunun beceri düzeyi yükselmiştir.

Öğrencilerin %17.95'i her iki uygulamada da düşük beceri düzeyinde yer almıştır. Öğretim deneyi öncesi orta ve yüksek düzeyde yer alan öğrencilerin de tamamına yakınının düzeyi yükselmiştir. Öğretim deneyi sonucunda öğrencilerin puanlarını arttırarak beceri düzeylerini yükselttikleri Şekil 3.33'de görülmektedir.



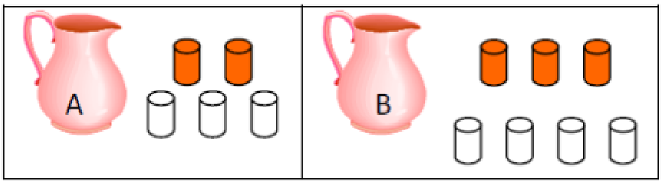
Şekil 3.33. *Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş ve nicel muhakeme ön-değerlendirme ve son-değerlendirme orantısal akıl yürütme düzeyleri*

Daha detaylı incelenecek olursak 5 öğrenci öğretim deneyi öncesi ve sonrası çok yüksek düzeyde yer almaktadır. Öğretim deneyi öncesi ve sonrası düşük düzeyde kalan 7 öğrenci olmuştur. Düşükten orta düzeye 9, düşükten yüksek düzeye 2 ve düşükten çok yüksek düzeye 4 öğrenci çıkmıştır.

Bunun dışında ortadan yüksek düzeye 3, ortadan çok yüksek düzeye 4, yüksekten çok yüksek düzeye ise 4 öğrenci çıkmıştır. Ayrıca öğretim deneyi öncesi yüksek düzeyde olup yine yüksek düzeyde kalan 1 öğrenci vardır.

Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel Muhakeme Becerilerini içeren Sayısal karşılaştırma (soru 7) ve Bilinmeyen değer (soru 10) soru tiplerine öğrencilerin öğretim deneyi öncesi ve sonrası verdikleri cevaplara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

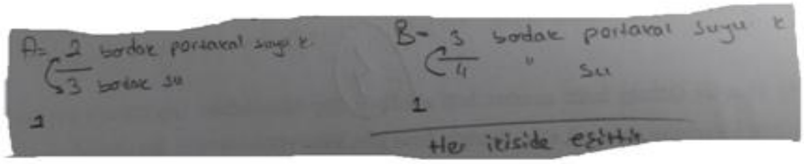
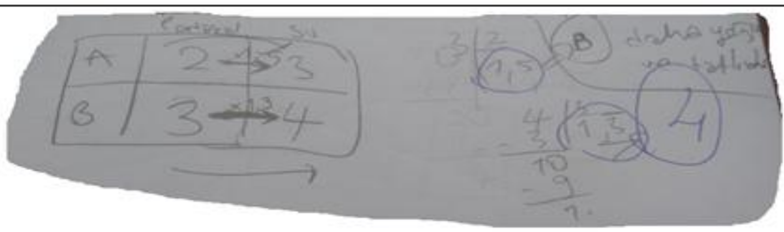
<u>Örnek 7 (Sayısal Karşılaştırma)</u>



7)*Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyuyapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, acık renklibardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakalsuyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyukonsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakalsuyu daha tatlıdır? Açıklayınız.*

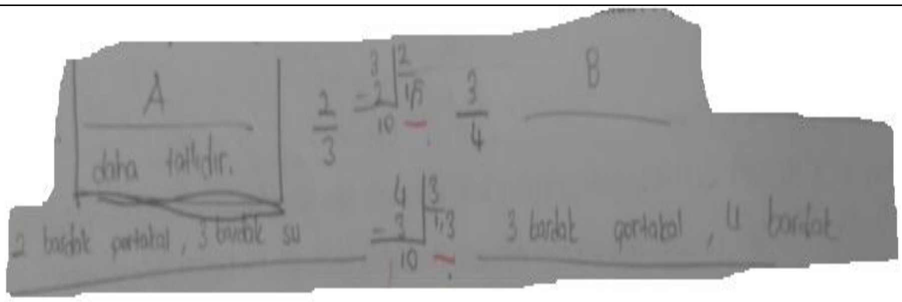
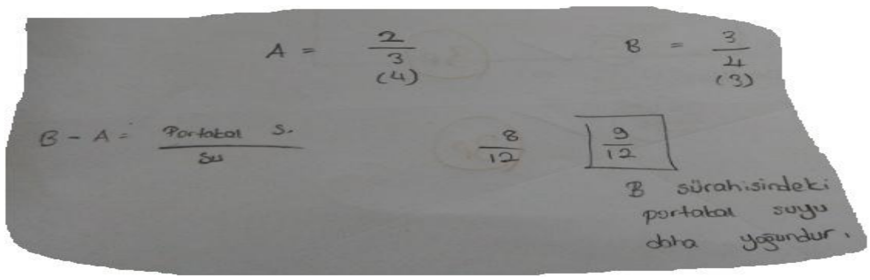
Bu soruda 39 öğrencinin 4 'ü öğretim öncesi ve sonrası 4 puan almıştır ve 22 öğrenci ise puanını yükseltmiştir. 11 öğrenci öğretim öncesi ve sonrası 0, 1 öğrenci ise 1 puan ile aynı puanı almıştır. Geriye kalan 1 öğrenci ise puanını 1'den 0'a düşürmüştür.

Öğretim deneyi öncesi veriler arasında toplamsal karşılaştırılmaya yönelik cevap verip 0 puan alan öğrencilerden bazıları öğretim deneyi sonrası doğru yanıta ilişkin orantısal akıl yürütme becerisi iyi düzeyde gösterip doğru açıklama yaparak 4 puan almıştır. Bu şekilde puan alan öğrencilerden birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir

Ön Değerlendirme (0)	
Son Değerlendirme (4)	

Şekil 3.34. *Sayısal karşılaştırma soru 7 ön değerlendirme- son değerlendirme puanlama sonuçlarına ilişkin örnek*

Öğretim deneyi öncesi işlemleri doğru yapan ancak yanlış yorumlama ile 1 puan alan öğrencilerden bazıları öğretim sonrası doğru yanıta ilişkin orantısal akıl yürütme becerisi iyi düzeyde gösterip doğru açıklama yaparak 4 puan almıştır. Bu şekilde puan alan öğrencilerden birinin öğretim deneyi öncesi ve sonrası verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Ön değerlendirme (1)	
Son değerlendirme (4)	

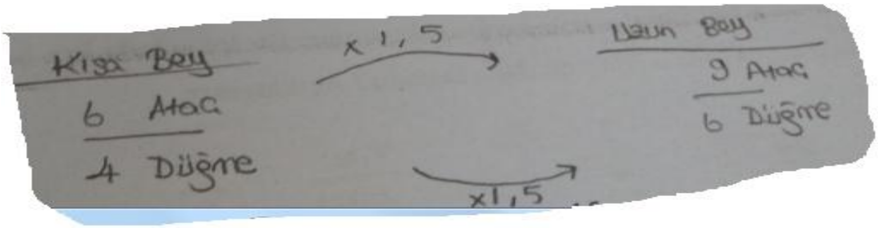
Şekil 3.35. *Sayısal karşılaştırma soru 7 ön değerlendirme- son değerlendirme puanlama sonuçlarına ilişkin örnek*

Örnek 10 (Bilinmeyen Değer)

10) *Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey' in boyu kaç ataç uzunluğundadır?*

Bu soruda 39 öğrencinin 3 'ü öğretim deneyi öncesi ve sorası 3 puan almıştır. Toplamda 18 öğrenci öğretim deneyi sonrası düzeyini yükseltmiştir. 18 öğrencinin 16'sı öğretim deneyi sonrası 0 olan puanını 3 puana yükseltmiştir. 1 öğrenci puanını 1 puandan 3 puana, yine 1 öğrenci de 2 puandan 3 puana yükselmiştir. Son olarak 17 öğrencide bir değişim olmadığı 0 puan aldıkları, geriye kalan 1 öğrenci ise puanını 1'den 0'a düşürdüğü görülmektedir.

Öğretim deneyi öncesi sayılar ve işlemlerle rastgele kullanım yapan veya veriler arasında toplamsal karşılaştırılmaya yönelik cevap verip 0 puan alan öğrencilerden bazıları öğretim deneyi sonrası doğru yanıta ilişkin denk kesir stratejisi ile orantısal akıl yürütme becerisini iyi düzeyde gösterip doğru açıklama yaparak 3 puan almıştır. Bu şekilde puan alan öğrencilerden birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir.

Ön Değerlendirme (0)	
Son Değerlendirme (3)	

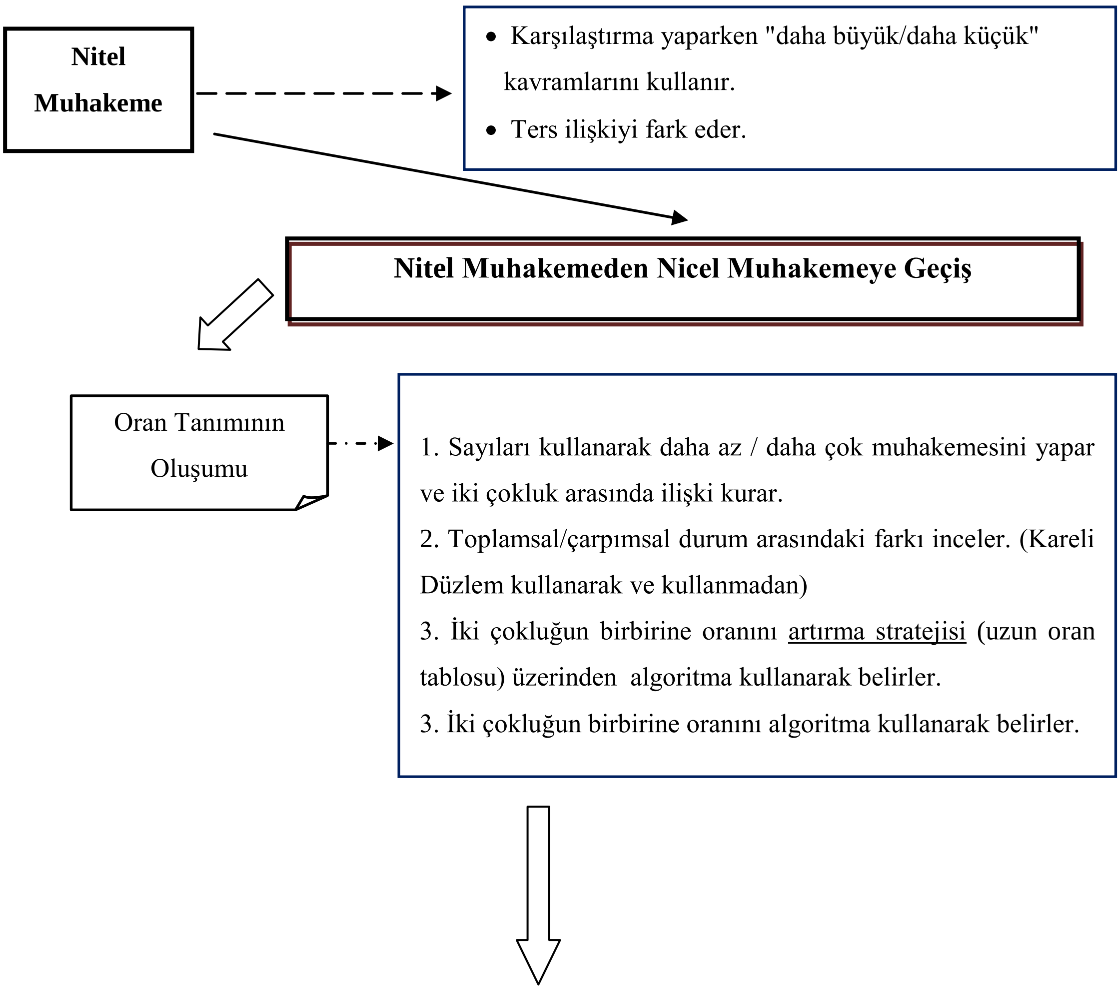
Şekil 3.36. *Bilinmeyen değer soru 10 ön değerlendirme- son değerlendirme puanlama sonuçlarına örnek*

4.3. Öğretim Öncesi Hazırlanan ve Öğretim Sonrası Oluşan Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının Değerlendirilmesi

Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için hazırlanan öğrenme etkinliklerini içeren Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası, öğretim sonrası öğretmen tarafından öğrencilerden beklenen ve beklenmeyen düşüncelerin analizi ile revize edilmiştir. Çalışmada öncelikle niteliksel problemlere yer verilmiş ve bu bölümde gerçekleşen etkinliklerin öğretmenin ders öncesi hazırladığı planda beklediği şekilde gerçekleştiği ayrıca, öğrencilerin nitel bölümünden aldıkları puanları, son değerlendirmede ön değerlendirmeye göre yükselttikleri görülmüştür. Bir sonraki bölüm olan nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş bölümünü oluşturan ilk aşama "oran tanımının oluşumu" bölümüdür. Bu bölümde öğrenciler ilk etkinlikle beraber değişim çarpanı, birim oran gibi ön orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren sezgisel yaklaşımlar kullanmışlardır. Devamında toplamsal-çarpımsal durum arasındaki farkın incelenmesinin gerektiği etkinliklerin öğrenciler için orantısallıkta çarpımsal düşüncenin gelişimi için bir önsezi niteliğinde olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin toplamsal - çarpımsal durum arasındaki farkın ayırt edilmesinde yapması gereken işlemlerde kesirler ve ondalık gösterim konusunda ne kadar hazır bulunuşlukları iyi olursa o kadar iyi beceri gösterebildikleri düşünülmektedir. Son olarak iki çokluğun birbirine oranının arttırma stratejisi (uzun oran tablosu) üzerinden belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrenciler arttırma stratejisi ile çokluklar arasındaki denk kesir ilişkisini görebilmiş, ayrıca sayılar arasındaki ilişkinin toplama veya çarpma ile olabileceğine yönelik düşüncelerini belirtmişlerdir. Devamında ise oran tanımına ulaşılmıştır. Etkinliğin bu noktasında zayıf kalan, "oran kavramının gösterimine ilişkin ifade", diğer etkinliklerde ortaya çıkmıştır. Mesela "elmanın armuta oranı 2 bölü 3'dür" ifadesinde öğrenciler öncelikle elmayı mı armutu mu yazacağını anlamakta zorluk çekmişlerdir. Bu durumun önüne geçmek için bir dahaki planda oran kavramının gösterimine yönelik alıştırmalar yapılması planlanmıştır.

Öğrenciler birim oranın kavranması bölümünde yer alan 5-6-7-8 ve 9. uzaylı-yemek kutusu görsellerini içeren örneklerde daha çok birim oran stratejisi ve dört işlem becerisini kullanarak sonuca ulaşmışlardır. Bunun dışında öğrenciler arasında görsel olarak resim çizerek veya modelleri oklarla eşleştirerek sonuca ulaşan öğrenciler de olmuştur. Ayrıca öğrenciler, etkinliklerde arttırma stratejisi ve devamında da kısa oran tablosu ile de işlemlerini yapmışlardır. Burada problem olan nokta öğrenciler bir sonraki aşama olan orantısal akıl yürütme problem çeşitlerinden bilinmeyen değeri bulma sorularında hazır olarak verilen kısa oran tablosuyla karşılaştıklarında problem yaşamaları olmuştur. Uzun oran tablosunu kullanmak isteyen öğrenciler kısa oran tablosunda verilen değerleri uzun oran tablosuna yanlış şekilde geçirmişler ve yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bu durum artırma stratejisinin (uzun oran tablosu) sınırlı kullanımını göstermektedir. Bu nedenle bu bölümdeki etkinliklerde öğrencileri uzun oran tablosunun kullanımına yönlendirmek yerine doğrudan birim oran, dört işlem becerisi ve kısa oran tablosu şeklinde öğretimin gerçekleştirilebileceği düşünülmektedir.

OAY problem çeşitleri (Bilinmeyen değer ve Karşılaştırma) ve OAY'de Standart Algoritma Kullanımı bölümünde öğretmen, bilinmeyen değeri bulma soru tipi için tabloların şeklinin öğrenciler için önemli olduğunu ve bu durumu bir dahaki konu anlatımınında ders öncesi tasarlayıp planı bu görüşlere göre hazırladığı takdirde öğrencilerin tablodaki sayıları anlamlandırma konusunda daha iyi yol alabileceğini değerlendirmiştir. Bunun için öğrencilerin "soru işareti aşağıda olura çarparız, yukarıda olursa böleriz" gibi yanlış genellemeler yapmasını engellemek amaçlı soru işaretinin aşağıda olduğu ancak bölme yapıldığı ve yine benzer şekilde soru işaretinin yukarıda olduğu ancak çarpma yapılan örneklere de yer verilmesi planlanmaktadır. Ayrıca çoklukların satırda verilmesi gibi sütunda da verilmesi farklı kısa oran tablolarına yer verilmesi öğrencilerin bu konuda deneyimli olmalarını sağlayacağı düşünülmektedir. Sayısal karşılaştırma soru tipi için ise öğrencilerin kesir ve oran arasındaki farkı anlayabilmeleri için sınıfta bu iki kavramın tartışılması önemli görümüştür. Birim oran kullanarak soruyu cevaplayan öğrenciler arasında ise sonucunda ne bulduklarını bilmeyen öğrenciler olmuştur. Bunun için öğrencilerin kesirde işlemler veya kısa oran tablosu, denk kesir stratejisi gibi farklı strateji kullanmaları sağlanabilir. Bu durumlara ilişkin öğretim öncesi hazırlanan ve öğretim sonrası oluşan Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası aşağıda şekilde verilen şekil 3.37 ve şekil 3.38' deki gibidir.



Şekil 3.37. *Öğretim öncesi hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

1. Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçerken modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırarak iki farklı çokluk arasında ilişki kurar.
2. Birim oran şeklinde verilen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) üzerinden ifade eder
3. Birim oran içermeyen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu üzerinden ifade eder.
4. Birim oran içermeyen iki çokluk arasında ilişkiyi uzun ve kısa oran tablosu üzerinden ifade eder. (Birim oran, ondalık gösterim içermektedir)

Birim Oranın Kavranması ve Orantı Tanımının Oluşumu

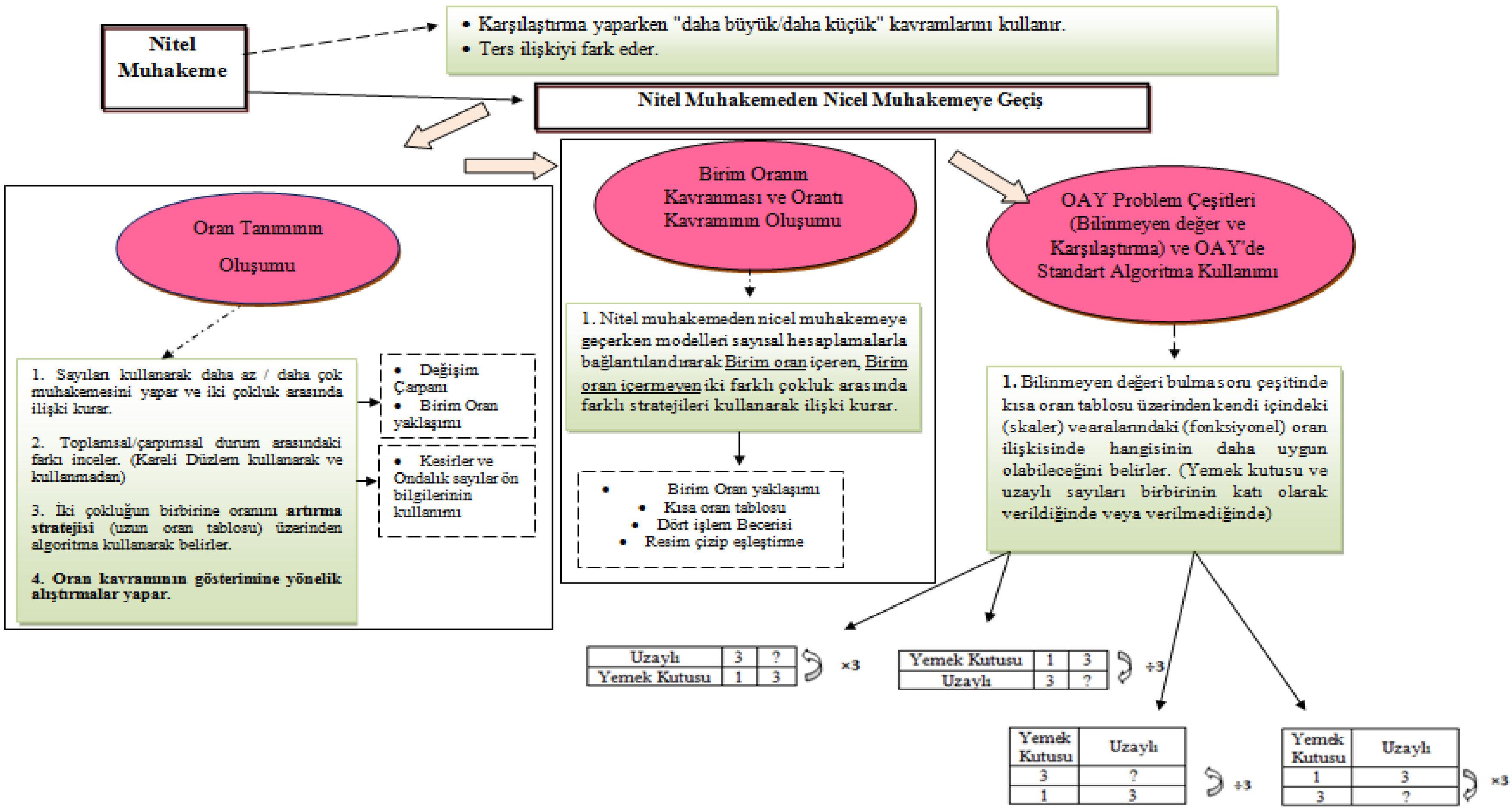
OAY Problem Çeşitleri (Bilinmeyen değer ve Karşılaştırma)
ve
OAY'de Standart Algoritma Kullanımı

1. Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde kısa oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirler. (Yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak verildiğinde veya verilmediğinde)
2. İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının denk kesir stratejisi üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.
3. Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler.
4. Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik akıl yürütür.

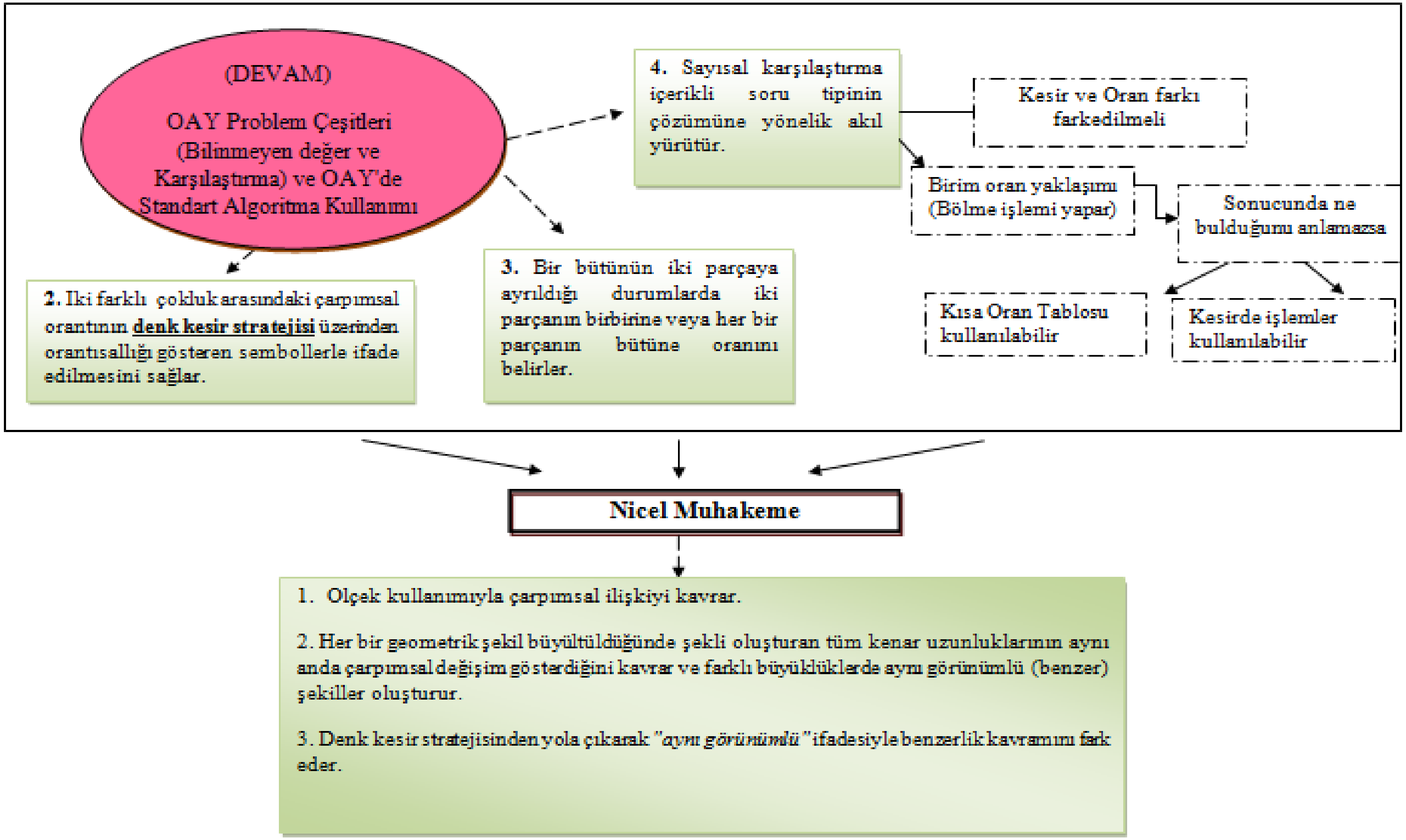
Nicel Muhakeme

1. Ölçek kullanımıyla çarpımsal ilişkiyi kavrar.
2. Her bir geometrik şekil büyültüldüğünde şekli oluşturan tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiğini kavrar ve farklı büyüklüklerde aynı görünümlü (benzer) şekiller oluşturur.
3. Denk kesir stratejisinden yola çıkarak *"aynı görünümlü"* ifadesiyle benzerlik kavramını fark eder.

Şekil 3.37. *(Devam) Öğretim öncesi hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası*



Şekil 3.38. *Öğretim sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*



Şekil 3.38. ***(Devam)*** *Öğretim sonrası oluşan varsayıma dayalı öğrenme rotası*

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde alanyazına dayalı olarak elde edilen bulguların tartışılmasına, ulaşılan sonuçlara ve ilerideki araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç ve Tartışma

Simon (1995,2004) tarafından oluşturulan Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası bu çalışmada GME teorisine ait *aşamalı formalleştirme* (Carney M.,ve diğ., 2016, Clements and Sarama, 2009; Confrey ve diğ, 2009; Paparistodemou, E.andMeletiou-Mavrotheris, M., 2015) ile ilgili akıl yürütme için teorik bir çerçeve belirtmiştir. Bu sayede araştırmada varsayıma dayalı öğrenme rotası, öğretmenin öğrencilerdeki orantısal akıl yürütmeyle ilgili anlamasına yardımcı olacak şekilde etkinliklerin oluşturmasını ve öğrencilerin öğretim durumlarına verdikleri cevaplar sonucunda olan tahmini öğrenme durumları (TÖD) ile etkinliklerin kolayca gözden geçirilip değiştirilmesini veya desteklenmesini sağlamıştır. Bunun yanında tahmini öğrenme durumları (TÖD) ile öğrencilerin bilgilerini değerlendirdiği ve daha sonraki dersler için öğretmenin oluşturacağı varsayıma dayalı öğrenme rotasının bu sayede daha zengin olacağı ve beklenmedik durumlarla daha az karşılaşılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmada varsayıma dayalı öğrenme rotasının öğrencilerdeki orantısal akıl yürütme düşüncesinin gelişimine yönelik program tasarımı ve değerlendirilmesinde yapılması gereken planlama için önemli bir yönelim sağladığı düşünülmektedir. Bu sonuç Sztajn ve diğ. (2012) ve Wright, V. (2014)'ün çalışmasında belirttiği varsayıma dayalı öğrenme rotasının öğretim için gerekli olan matematiksel bilginin önemli bir unsurunu oluşturduğu ve varsayıma dayalı öğrenme rotasının program geliştirme (Clements, Wilson, and Sarama, 2004) ve değerlendirmede (Confrey, Hasse, Maloney, Nguyen ve Valera, 2011) yararlı olduğu sonucuyla örtüşmektedir.

Araştırmada varsayıma dayalı öğrenme rotası ve öğretmenin bu rotaya dayalı ders sonrası oluşturduğu değerlendirme şeması olan tahmini öğrenme durumları (TÖD) sayesinde öğrencilerin kullandığı farklı stratejiler analiz edilmiştir. Böylece öğretmen, ders öncesi öğrencilerin oluşturmasını beklediği stratejilerle, öğrencilerin öğretim esnasında kullandığı farklı stratejiler arasında bağlantı kurmuş ve daha iyi bir ders tasarımının düşünülmesine yardımcı olacak bir başlangıç sağlamıştır. Ayrıca öğretmenin varsayıma dayalı öğrenme rotası ile öğretimde öğrenci hatalarını kullanması ve öğrencilerin verdiği cevabın ardından akıl yürütmeyle ilgili soru sorarak tüm sınıfla birlikte tartışma ortamı oluşturması öğrencilerin orantısal problemleri çözmede kullandıkları stratejilerde farklılık ve gelişim sağlamıştır. Bu bulgu, sınıf içi tartışmaların öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisini geliştirdiğini ortaya çıkaran Carney ve diğ. (2015)'nin gerçekleştirdiği çalışmayla örtüşmektedir. Bu bağlamda, etkinliklerdeki tartışmaların, öğretmen bilgisi ve dolayısıyla öğretim dizisi ve varsayıma dayalı öğrenme rotasının rolünü de teşvik ettiğini söylemek mümkündür.

Bulgular öğrencilerin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında araç kullanımını planlandığı gibi büyük ölçüde başarılı şekilde gerçekleştiğini göstermektedir. Orantısal akıl yürütme becerisinin kareli düzlem, oran tablosu ve geometrik yapılar ile desteklendiğinde gelişim gösterdiği ve öğrencilerin etkinlikleri uygun şekilde çözdüğü gözlenmiştir. Literatürdeki ilgili araştırmalar, farklı araçların öğrencilerin akıl yürütme becerisini geliştirdiğini doğrulamıştır (Norton, 2005; Ledesma, 2010; Streefland, 1993; Middleton and Van den Heuvel- Panhuizen, 1995). Çalışmada araç olarak kullanılan kareli düzlem ortak bir sonuç oluşumunu sağlaması yönünden önemli görülmektedir.

Ayrıca öğrencilerin araç olarak oran tablosunu kullanmasıyla verilen bilgiyi daha iyi organize edebildikleri ve sonuçta neyi bulduklarını daha iyi anlamlandırıp açıklayabildikleri farkedilmiştir. Ancak bu konuyla ilgili olarak varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında uzun oran tablosunun sınırlı kullanımından kaynaklı etkinlikler üzerinde bazı düzeltmeler yapılması gerektiği belirtilmiştir. Benzer sonuçlar D’Ambrosio, B., Lynch-Davis, K., Kastberg, S.E.,(2012) gerçekleştirdiği çalışmasında da görülmüştür. Bu kapsamda çalışmada varsayıma dayalı öğrenme rotası kullanılması, öğretmene, dersi planlarken öğrenci düşüncesini teşvik etmenin bir yolunu sağladığını göstermiştir. Buradan yola çıkarak öğretmenin, öğrencileri çeşitli araçları kullanarak matematiği keşfetmeye yöneltmesi ve bu araçların öğretimde kullanmadaki yararlı ve kısıtlayıcı taraflarını sağlam bir şekilde anlamaları bir sonraki varsayıma dayalı öğrenme rotasının oluşumunu sağlamıştır.

Varsayıma dayalı öğrenme rotasının detaylandırılması sadece derslerin tasarımı için değil, aynı zamanda hedeflerine ulaşmayan derslerin değişimi için de bir çerçeve sağlayabilir ve bu gibi durumlarda, çerçevenin her bir bileşeni, öğrencilerle yapılan gözlemler ışığında yeniden incelenebilir (Simon and Tzur ,2004). Öğretmen tarafından planlanan dersle, sınıfta öğrencilerin kullandığı stratejilerin tartışılması sonucu yapılan değerlendirmede varsayıma dayalı öğrenme rotasının başarı gösterdiğini ve çoğunun değişmeden kaldığı, ancak bunun her açıdan olmadığı görülmüştür. Bu nedenle sınıftaki matematik uygulamalar sırayla aşağıda tartışılarak verilmiştir.

Araştırmada, nitel muhakeme becerisinin gelişimine yönelik ulaşılan bulgular ele alındığında, nitel etkinlik 1 için yapboz parçalarına sadece bir grubun görsel olarak bakarak ve diğer dört grubun ise bir şekli diğerinin üstüne getirerek karşılaştırdıkları görülmüştür. Ayrıca öğrenciler öğretmenin çözüm için herhangi yönlendirmesine ihtiyaç duymadan verilen görsel materyaller sayesinde beklenen stratejileri geliştirebilmişlerdir. Bu durum orantısal düşünebilme becerilerini desteklemede ön koşul niteliğinde olan nitel muhakeme becerisinin gelişiminde görsel materyallerin öğrencilerin problemin çözümünü bağımsız olarak desteklemenin önemli olduğunu göstermektedir. Bu duruma benzer şekilde Ruiz Ledesma (2010) tarafından eğitsel bilgisayar oyunları ile oran-orantı kavramlarını oluşturmak amaçlı gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin küçülenin hangisi olduğunu bulma aktivitesini, öğretmen tarafından herhangi yönlendirmeye gerek duymadan büyük bir ilgiyle cevapladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Nitel muhakeme becerisine yönelik sorularda öğrencilerin genellikle yaptığı hatalar arasında korunum ilkesini düşünemedikleri veya iki farklı çokluk arasındaki ilişkinin nasıl değiştiğini yorumlamakta zorlandıkları görülmüştür. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için etkinlik iki ile öğrencilere tak-çıkar parçaları verilerek gruplar halinde şekil oluşturmaları sağlanmıştır. Öğrenciler tak-çıkar parçaları ile istenilen şekilleri yönergeye uygun biçimde oluşturmuş ve devamında en ve yükseklik arasındaki ters ilişki kavramından yola çıkarak "değişkenlerden biri azalırken diğeri artar; biri artarken diğeri azalır" sözel ifadeleriyle genellemeye ulaşmışlardır. Bu durumnitel muhakemenin gelişiminin sağlanmasında somut materyaller kullanılmasının önemini göstermiştir. Pakmak (2014) gerçekleştirdiği çalışmasında nitel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde sembol ya da çizimlerin ters orantı algoritmasının yorumlanmasında kullanılan yardımcı unsurlar olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Norton (2005) Lego kullanımının orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimindeki önemini vurgulanmış ve Lego aktiviteleriyle gerçekleştirilen etkinliklerin toplamsal akıl yürütme yerine çarpımsal özelliğini geliştirdiği sonucuna varmıştır.

Pelen (2014) tarafından orantısal akıl yürütme problem çeşitlerinin çözümünden elde edilen puanların incelendiği çalışmada, öğrenciler en yüksek başarıyı niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma türündeki problemlerde göstermiştir. Benzer şekilde yaptığımız bu çalışmada da öğrencilerin bilinmeyen değer ve sayısal karşılaştırma problem çeşitlerini içeren nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş ve nicel muhakeme bölümlerine göre en yüksek puanı nitel muhakeme bölümünden aldıkları görülmektedir.

Çalışmada kullanılan niteliksel muhakeme etkinlikleri ile öğrencilerin "daha büyük", "daha küçük" kelimeleri dışında orantı fikrini daha iyi anladıklarını gösteren başka kategori bulunamamıştır. Haller, Ahlgren, Post, Behr ve Lesh (1989), niceliksel orantısal akıl yürütme için niteliksel düşüncenin gerekli olduğu fakat yeterli olmadığı , benzer şekilde Ruiz Ledesma ve Valdemoros (2002) nitel durumların öğrencilerin niceliksel muhakeme becerilerini yeterli seviyede geliştirmediği; "daha büyük", "daha küçük" kelimeleri dışında orantı fikrini daha iyi anladıklarını gösteren başka kategoriler bulamadığı sonucuna varmıştır. Bunun tam tersine Cramer ve Post (1993) ise, niteliksel düşünmenin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine katkı sağlayarak problemlerin içerdiği parametreleri değerlendirmelerine yardımcı olup problemçözme becerilerini de geliştireceğini belirtmiştir. Gerçekleştirdiğimiz çalışmada ise elde ettiğimiz sonuçlardan niteliksel muhakemenin gerekli ama yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır.

Nitel muhakemeden nicel muhakemeden geçiş etkinlik 2 ile öğrencilerin oran kavramının oluşum sürecinde nitel ve nicel muhakeme çeşitlerini kullanmalarını sağlayacak becerileri geliştirebildiğini ve oran içeren durumlarla karşılaşıldığında nasıl akıl yürütebilecekleri konusunda ön hazırlık yaptıkları düşünülmektedir. Benzer şekilde Lamon (1995), öğrencilere bu durumla ilgili olarak şu örneği vermiştir. Şimdiki boyları A ağacının 1,5 metreve B ağacının 2 metre şeklindedir. Bir yıl sonra ise boyları A ağacının 2 metre ve B ağacının 2,5 metre olacak şekilde ölçülmüştür. Toplamsal anlamda cevap verdiğinde iki ağaç da 0,5 metre büyüdüğü için aynıdır; çarpımsal anlamda cevap verildiğinde ise A ağacı büyüme oranı: $\frac{2}{1{,}5}$ ve B ağacı büyüme oranı: $\frac{2{,}5}{2}$ şeklindedir. Bu durumda birinci ağaç daha hızlı büyümüştür (Lamon, 1995). Çalışmanın sonucunda ise Lamon (1995) öğrencilere hem toplamsal hem çarpımsal ilişki kullanımını fark etmesini sağlayacak çeşitli örnekler verilmesinin oran kavramının oluşturulması sürecinde önemli rol oynadığını belirtmiştir. Bu durumun gerçekleştirilen çalışma sonucuyla paralellik gösterdiği görülmektedir.

Bu bölüme ait etkinlik 3 ve 4'ün kareli düzlem üzerinde verilmesi ile desenlenen öğrenme sürecinde öğrencilerin informal yaşamdan edindikleri bilgi ve stratejilerini öğrenme sürecine yansıtabildiği farkedilmiştir. Ayrıca varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında araç olarak kullanılan kareli düzlem ve üzerinde gerçekleştilen fiziksel şeklin orantısal akıl yürütmenin cebirsel formda algoritma üzerinden ifade edilerek öğrenilebilmesini böylece öğrencilerin uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) üzerinden oran-orantıdaki denk kesir oluşumu elde edebildiği sonucuna varılmıştır. Benzer şekilde Ruiz Ledesma (2010) çalışmasında kareli düzlem kullanımının şekillerin kenarlarını ölçümleme sürecinde, elde edilen sonuçla bölüm ilişkisi yani oran kurmak için ve iki oran ya da orantı arasında denklik ilişkisi kurmayı sağlaması gibi avantajlarından dolayı öğrencilerin nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçişlerinde önemli rol oynadığını belirtmiştir. Dolayısıyla temsiller arasındaki bağların kurulmasının (fiziksel modelden algoritmaya geçiş) oran kavramının oluşumunda ileri düzey bir yapı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu araştırmada henüz 6. sınıfta başlayan orantısal düşünebilme becerisinin gelişim süreci için temsiller arası geçişler yapılarak gelişmesiyle anlamsız bilgilerin önüne geçilebileceği görülmüştür.

Araştırmada, nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin ikinci aşamasını oluşturan birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumuna ilişkin bulgular ele alındığında öğrencilerin bu bölüme ait etkinliklerde doğrudan birim oran stratejisine yöneldikleri görüşmüştür. Bu durum kendi stratejilerini geliştiren öğrencilerde doğal olarak sezgiye dayalı şekilde 'birim oran' stratejisinin ortaya çıktığı (Cramer ve Post 1993; David Ben Chaim, 1998) sonucuyla tutarlılık göstermektedir. Bunun yanında literatürde birim oran stratejisiyle ilgili farklı yorumlar bulunmaktadır. Örneğin Singh (2000) birim oran stratejisi kullanımı için sadece kurallara dayalı matematiksel bir işlem olduğunu ve çokluklar arası çarpımsal ilişkinin anlaşılmasını ötelediğini belirtmiştir. Kayhan (2005) ise birim oran stratejisini öğrencilerin kendi kendilerine oluşturdukları bir stratejiolarak düşünmekte ve buna neden olarak ise öğrencilerin büyük sayılar ile uğraşmak istemeyip, birim fiyatı bularak küçük sayılar ile uğraşmak istemesi olduğu düşünmektedir. Bilinmeyen değeri bulma ve sayısal karşılaştırma soru tiplerini birim oran stratejisini kullanarak cevaplamaya çalışan öğrencilerin verilen çokluklardan hangisinin bölen hangisinin bölünen olduğu konusunda ("yemek kutusu başına uzaylı mı" yoksa "uzaylı başına mı yemek kutusu") ayrım yapamayarak yanlış işlem yaptıkları bazılarının ise matematiksel işlemleri ve hesaplamayı doğru bir şekilde kullandığı ancak sonuçları yanlış yorumladığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin hiç düşünmeden sadece doğrudan çarpma veya bölme yaptığını göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin bölme işlemini yaparken rastgele büyük sayıyı bölünen küçük sayıyı ise bölen olarak tercih ettiği ve işlemleri bu şekilde tercih etmelerinin en büyük nedeni olarak ise bölme işlemini rahat yapabilme olduğu düşünülmüştür. Bu sonuçlar David Ben Chaim (1998)'in çalışmasında öğrencinin yanlış sonucuna ilişkin öğretmenin verdiği "bazı öğrenciler için genellikle daha yüksek sonuç daha iyi olandır" cevabıyla tutarlılık göstermektedir. Birim oran stratejisinin bu araştırma için ise öğrencilerin çoğu zaman neyi bulduklarını bilmediklerinden ve ileri çarpımsal düşünme stratejilerinin oluşumunu ötelemesinden kaynaklı büyük sayının küçük sayıya bölünmesiyle ezbere gerçekleştirilen matematiksel bir işlem olduğu düşünülmektedir. Aynı soruya oran tablosu kullanarak cevap veren öğrencilerin ise hangi birimin hangi sayıyı temsil ettiğinin farkında olmasından dolayı problemde verilen bilgiyi daha iyi organize edebildikleri ve sonuçta neyi bulduklarını daha iyi anlamlandırıp açıklayabildikleri farkedilmiştir.

Bu durumdan yola çıkarak birim oran stratejisi öğrencilere sonuçta ne bulduklarına ilişkin tartışma ortamının oluşturulması ve böylece anlamsal öğrenmelerini sağlanmasının etkili olduğu düşünülmektedir.

Van Galen ve diğerleri (2008) çalışmasında oran tablosunun en büyük avantajının tüm sayıların kendi yerlerine sahip olması ve ölçüm biriminin aynı kalması böylece öğrencilerin neyi bulduklarını anlamlandırmada daha bilinçli olduğunu belirtmiştir. Bu sonuçlar beşinci sınıf öğrencilerin oran tablosu kullanımı ile orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimini gösteren tez çalışmasının (Slyvana, 2013) sonuçlarıyla tutarlılık göstermektedir.

Öğretmen ders öncesi hazırladığı varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında planladığı gibi öğrencilerden bölme stratejisi dışında veya yemek kutusu ve uzaylı ilişkisi üzerinden liste yapmayla ilgili bir fikir gelmediği takdirde bu yöntemin nasıl yapılabileceğine yönelik soru cevap şeklinde bir ortam oluşturmayı planlamıştır. Buna ilişkin öğretmen öğrencilerle birlikte "Farklı güzergâh" etkinliğinde yaptığı ancak ismini vermediği gibi öğrencilerle birlikte <u>uzun oran tablosu</u> oluşturmuş ve yorumlamıştır. Bu durumla ilgili David Ben-Chaim ve diğ. (1998)'de oran tablosunun uygulanmasının, kendi başlarına stratejiler geliştiren öğrencilerde doğal olarak görünmediği ve bu nedenle oran tablolarının nasıl sunulacağına ve kullanılacağına dair öğrencilerin doğrudan bir eğitime ihtiyacı olduğu gerçeği ile örtüşmekte olduğu düşünülmektedir.

Çalışmada oran tablosunun öğrencilere, cevaba ulaşmak için kullanılacak sütun sayısına karar verme özgürlüğüne izin verdiği görülmüştür. Öğrenciler bu çalışma kapsamındaki etkinlikteki soruları oran tablosu ile farklı stratejiler kullanarak cevaplamışlardır. Örneğin bazı öğrenciler öncelikle birim oranı yani 1 yemek kutusunun 2 uzaylıyı doyurduğunu bulup sonrasında işlemleri buradan yola çıkarak devam ederken, başka bir kısmı sayıları birim orana çevirmeye ihtiyaç duymadan 2 yemek kutusu 4 uzaylıyı doyurur şeklinde doğru cevaba ulaşmıştır. Bu durum problem çözmedebazı öğrencilerin 6 sütun bazı öğrencilerinise 4 sütun kullanarak çözüme ulaşabileceğini göstermektedir. Her iki stratejinin de tamamen uygun olması, öğrencilerin oran tablolarıyla ilgili bir problemi çözmek için birden fazla strateji kullanabileceğini (belki de dolaylı olarak) göstermekte olduğu düşünülmektedir.

Çalışmada hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında öğrencilere öncelikle uzun oran tablosu sonrasında ise kısa oran tablosunun oluşturulup kullanılmasına yönelik etkinlikler sunulmuştur. Bu şekilde amaçlanan ise sütun sayının azaltılması ve işlem çözümlerinde pratiklik kazanmaktır. Öğrencilerden bazıları üçüncü aşamadaki kısa oran tablosu üzerinden bilinmeyen değerin sorulduğu soruları, ikinci aşamada öğrendikleri uzun oran tablosu üzerinden cevaplamaya çalışmış ve kısa oran tablosundaki değerleri uzun oran tablosuna hatalı şekilde geçirerek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Nitekim bu durum Dole (2008)'in çalışmasında belirttiği şekilde öğrencilerin oran tablosunu etkin bir şekilde kullanabilmesi için, çok sayıda uygulama yapmaya ihtiyaçları olduğu düşüncesinden de kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Bu çalışmada da öğretmen tarafından hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında daha fazla uygulama yapılması daha iyi sonuçların elde edilebileceği sonucunu doğurmuştur.

Bunun yanında çalışmada öğrencilerin uzun oran tablosunu (arttırma stratejisi) kendi içinde veya arasındaki oran katsayıları tam sayı olduğunda kullandıkları ancak sayılar arası kat, tam sayı olmayan oranlar içerdiğinde öğrencilerin tercih etmediği veya tercih eden öğrencilerin ise yanlış sonuca ulaştıkları gözlenmiştir. Benzer sonuçlar Hart (1981) ve TournaieandPulos (1985)'in çalışmalarında da gözlenmiştir. Bu sonucun Carney ve diğ. (2015)'in çalışmasında belirttikleri uzun oran tablosunun kullanımını gerektiren tekrarlı toplamaya dayalı strateji, *kendi içindeki (skaler) oranın* başlangıç aşamasında kullanılabilir ancak; tamsayı olan ve olmayan tüm sayılarda bu durumun genelleştirilmesi için çarpımsal bir anlayışın gerekli olduğu düşüncesiyle uyuşmakta olduğu düşünülmektedir. TournaieandPulos (1985) tekrarlı eklemeye dayanan uzun oran tablosu kullanımına çarpmada yetkin olmayan öğrencilerin yönlendiğini ve uzun oran tablosunun orantı yapısı hakkında kafa karıştırıcı olabileceğini belirtmektedir. Ancak bunun aksine bazı araştırmacılar, uzun oran tablosu sürecinin oran kavramının anlaşılmasında öncü olabileceğini iddia etmiştir (Heinz, 2000; Kaput and West, 1994; Thompson, 1994).

Bu çalışmadan elde edilen bulgular ise, uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) kullanımının orantısal akıl yürütme yolunda önemli bir yeri olsa da, daha karmaşık problemleri çözmek ve çarpımsal ilişkiyi anlamak için daha karmaşık akıl yürütmenin geliştirilmesinin önemli olduğu sonucuyla örtüşmektedir (Dole,2008). Ayrıca soruda yer alan tamsayı olmayan oranların, bu stratejinin kullanılmasını cesaretlendirmemesi problemin sayı yapısının strateji seçimini etkilediğine dair başka bir genel bulguyu teyit ediyor olabilir (David Ben-Chaim ve diğ.,1998).

Araştırmada, nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş becerisinin son aşamasını oluşturan orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer / nicel karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımı başlığı ele alındığında, bilinmeyen değeri bulma soru tipi için kısa oran tablosu biçiminde verilen etkinliklerde öğrencilerin kendi içindeki oran (skaler) veya arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisinden hangisini tercih edeceğini sayılar arası kat ilişkisi belirlemektedir sonucuna ulaşılmıştır.

Sayılar arası ilişki tam sayı veya ondalık gösterim ise öğrenciler hem kendi içindeki oran (skaler) hem arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisini kullanmayı tercih ederken; sayılar arası ilişki devirli ondalık gösterim içeriyorsa öğrenciler bundan kaçınmanın yoluna bakarak kendi içindeki oran (skaler) veya arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisinden hangisi devirli ondalık gösterim değilse bunu tercih etmiştir.

Öğrencilerin kendi içindeki oran (skaler) veya arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisi arasından en kullanışlı olanı tercihin onlardaki orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimini gösterdiği düşünülmektedir. Bu sonuç Toumiaire ve Pulos (1985) ve Karplus ve diğ. (1983)'nin kendi içindeki oran (skaler) veya arasındaki oran (fonksiyonel) stratejilerinden 'kolay' olanını kullanma yeteneğinin çarpma stratejilerini kullanma yeteneğinden daha ileri olduğu söylemleriyle tutarlılık göstermektedir.

Vergnaud (1981) ve Steinthorsdottir ve Sriraman (2009) gerçekleştirdikleri çalışmasında öğrencilerin arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisini daha esnek kullandıklarını öne sürmüştür. Bunun aksine Karplus, R., Pulos, S., and Stage, E. K. (1983); Lamon (1993); Kaput and West (1994); Weaver and Junker (2004); Tjoe ve Torre (2014) gerçekleştirdikleri çalışmalarda öğrencilerin kendi içindeki oran (skaler) içeren stratejileri arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisine göre daha çok tercih ettiğini ve kendi içindeki orana (skaler) göre arasındaki oran (fonksiyonel) stratejisinde daha kötü performans gösterdiklerini bulmuştur. Ancak burada üzerinde durulması gereken noktanın "arasındaki oranın kendi içindeki veya kendi içindeki ilişkinin arasındaki oran karşısındaki zorluğu mu yoksa, öğrencilerin stratejileri seçerken dikkat edecekleri nokta ne olmalıdır" şeklinde olması gerektiği düşünülmektedir. TournaieandPulos (1985);Lesh, Behr ve Post (1987); Fernandez, Llinares, Van Dooren, De Bock ve Verschaffel (2011) ve De la Cruz, J. A. (2013) gerçekleştirdiği çalışmalarda sayıların büyüklüğü veya miktarlar arasındaki sayısal ilişkinin öğrencilerin performansını ve kullanabilecekleri stratejileri de büyük ölçüde etkilediğini bulmuşlardır. Bununla ilgili olarak Noelting (1980b), Karplus ve ark. (1983), Kaput ve West (1994) ve Fernandez ve arkadaşları (2011) çalışmalarında her iki kısımda yer alan sayılar birbirinin tamsayı katları olduğunda, tamsayı olmayan katları olan oranlara göre daha fazla başarı elde edileceğini ve daha kolay çözüleceğini vurgulamıştır. Bu çalışmalar bizim gerçekleştirdiğimiz çalışmayla aynı sonuçları yansıtmaktadır.

Çalışmada öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma sorularında soru işaretinin yukarıda olduğu sorularda soru işaretinin aşağıda olduğu sorulara göre daha çok zorlandıkları görülmüştür. Bu sonuç Karplus ve diğ. (1983); Harel and Behr (1989); Kaput and West (1994)'in bilinmeyen değer soru tipine yönelik çalışmalarını içeren sağ alt bilinmeyen değerlerini bulmanın, sağ üstteki bilinmeyen değerleri içerenlerden daha kolay olduğu sonucunu doğrulamıştır. Ayrıca birçok öğrencinin özellikle soru işaretinin yukarıda olduğu sorularda*"soru işareti yukarıda olursa bölerim aşağıda olursa çarparım"* şeklinde yanlış genelleme yaptıkları görülmüştür. Bunun nedeni olarak ise ders öncesi öğretmen tarafından planlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasındaki soru diziliminin öğrencileri böyle bir yanlış genellemeye ulaşacak şekilde sıralanması olduğu düşünülmektedir. Bu noktada öğretmenin oran tablosunda neler yapılabileceğini tartışmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Öğretmen öğrencilerin işlemleri görmelerine yardımcı olmak için oran tablosunda birimlerin konumunun ve okların yönünün doğru kullanılmasının desteklenmesinin önemli olduğu Slyvana (2013) tarafından yapılan çalışmada da belirtilmiştir. Bu çalışma kapsamında öğretmen tarafından hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasında öğrencilerin böyle bir yanlış genellemeye yönelmelerine imkan vermeyecek şekilde ders öncesi soru işaretinin yukarıda olup çarpma işleminin yapıldığı veya tam tersi şekilde soru işaretinin aşağıda olup bölme işleminin yapıldığı planın hazırlanmasının daha etkili olacağı düşünülmüştür. Ayrıca bir sonraki varsayıma dayalı öğrenme rotasında çoklukların satırda verilmesi gibi sütunda da verilmesi farklı kısa oran tablolarına yer verilmesi öğrencilerin bu konuda deneyimli olmalarını sağlayacağı düşünülmektedir. De la Cruz, J. A. (2013) çalışmasında bu durumla ilgili olarak öğretmenlerin etkinliğin sayısal yapısına, içeriğine ve öğrencilerin düşünmelerini nasıl etkilediğine odaklanması gerektiği düşüncesiyle tutarlılık göstermektedir.

Araştırmada öğrencilerin ondalık gösterim ve kesir bilgisini oran kavramı için anlamlandırabilmesinin önemi dikkat çekmiştir. Bu bağlamda gerçekleştirilen çalışma kapsamında kesir ve ondalık gösterim konularının öğretiminden sonra oran-orantı kavramına yönelik bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Kesir ve ondalık gösterim ön bilgisi ile öğrenciler sayısal büyüklüklerin tahmininde farklı stratejilere başvurabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin oran-orantı kavramlarını anlamasının, çarpma, bölme, kesir ve ondalık gösterim gibi konuları anlamalarından etkilendiğini ve bu kavramların her birinde oluşacabilecek anlama eksikliğinin, orantısal akıl yürütme gelişimlerini engelleyebileceğini ortaya koyduğunu gösteren çalışmalarla tutarlılık göstermektedir (Behr et al., 1992; English and Halford, 1995; Lo,J.,andWatanabe, T., 1997; Hecht ve Vagi, 2010; Schneider ve Siegler, 2010; Newcombe, N. S.,Möhring, W., Levin, S. C., and Frick, A., 2016). Ancak Lo,J.,andWatanabe, T. (1997) yukarıdaki çalışmaların aksine oran ve orantı öğretiminin, daha entegre bir çarpma, bölme ve kesir ve ondalık kavramlar anlayışı elde edilinceye kadar beklememek gerektiğini ve buna gerekçe olarak ise amacın içler dışlar çarpımı algoritmasını öğretmek olmadığını ve sezgisel kesir bilgisine sahip olmanın oranları ve orantı kavramları için yeterli olduğunu savunmuştur. Gerçekleştirdiğimiz çalışmada ise kesir ve ondalık gösterim ön bilgisine sahip öğrencilerin orantısal akıl yürütme etkinliklerine toplamsal ilişkilendirme yerine çarpımsal ilişkilendirme kullanarak yaklaştıkları ve sayılar arası ilişkileri doğru şekilde yorumlayarak daha iyi performans göstermiş olduğu söylenebilir. Bu durum öğrencilerin ön bilgilerinin varsayıma dayalı öğrenme rotasında büyük öneme sahip olduğunu göstermektedir. Wheeldon (2008) çalışmasında da bu duruma benzer şekilde öğrencilerin, önceki bilgilerinin yeni uygulamaların kurulmasını sağladığı ve gelişimini etkilediği sonucuyla örtüşmektedir.

Çalışma kapsamında hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasında bilinmeyen değeri bulma soru tipine yönelik etkinliklerde özellikle oran tablosunda her iki satır veya sütunda yer alan sayılar birbirinin tamsayı katı olmadığı durumlarda öğrencilerin çarpımsal akıl yürütme yerine toplamsal ilişkilendirmeye yönelecekleri düşünülmüştü ancak öğrencilerin hatalı stratejilerdentoplamsal ilişkilendirmeye yönelmediği hatta sorulara farklı stratejiler kullanarak cevap verdikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin orantısal durumları belirlemek için gerekli olan becerileri geliştirebildiğini göstermektedir. Ancak bu sonucun tersine Karplus ve ark., (1983); Lesh ve ark., (1988); Kaput and West (1994); Tjoe, H., and de la Torre, J. (2014); Van Dooren ve ark., (2005, 2010) bilinmeyen değeri bulma soru tipinde öğrencilerin tamsayı katsayıları yerine, tamsayı olmayan katsayılarla karşılaştıklarında , orantısal olarak akıl yürütmeden toplamsal ilişkilendirmeye geri dönme eğiliminin daha belirgin olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Bilinmeyen değeri bulma soru tipindeki birimlerin dikey veya yatay hizalanması özellikle çarpımsal akıl yürütmeyi tam olarak anlamlandıramayan öğrencilerde kullanılan stratejiyi etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin çalışmada öncelikle dikey şekilde birimler verilip sonrasında yatay şekilde sıralanmış birimler verildiğinde bazı öğrencilerin nasıl düşünecekleri konusunda zorlandıkları ve satır / sütunlar arasında oklar kullandıkları ve bu oklara nasıl yön verebileceklerine ilişkin çeşitli denemelerde bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ortaokul programında karşılaşılan zorluklar ve öğretmenlerin orantısal problemleri çözme konusundaki uzmanlıkları göz önünde bulundurulduğunda öğretmenin, öğrencilerin nasıl akıl yürüttüğünü anlamak ve devamında hangi yöne gideceğine karar vermek, öğrencilerin yaklaşımlarını, öğretim planlarını hazırlarken çizebilmek oldukça zor olabilir (D’Ambrosio, B., Lynch-Davis, K., Kastberg, S.E., 2012). Bu noktadan hareketle bir sonraki varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında dersi planlayan öğretmenin birimlerin yatay veya dikey hizalanmış yapısına dikkat etmesinin öğrencilerin daha iyi akıl yürütmeyi sağlaması açısından önemli olacağı düşünülmektedir. Bunun yanında öğrencilerin zamanla problemin dikey veya yatay hizalanmış yapısını o kadar faydalı bulmuşlardır ki kendilerin de zamanla oluşturdukları görülmüştür. Böylece bu yapınınbilinmeyen değer soru tipinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözmeye alıştıkları bir araç (kısa oran tablosu) haline geldiğini söylemek mümkündür (Streefland, 1993; Middleton and Van den Heuvel- Panhuizen, 1995). Ayrıca çalışmada birimler bu araçla daha belirgin hale gelmiş ve bu nedenle birimi bulmak için gereken açıklama daha netleşmiştir.

Çalışmada bazı öğrencilerin cevapları analiz edildiğinde oran tablosunun özellikle bilinmeyen değeri bulma soru tipinde bağlamla birlikte *içler dışlar çarpımı* ve eşitlik sembolü kullanımı ile *denklik sınıfı* stratejisi gibi orantısal problemleri çözme stratejilerini geliştirmelerine yardımcı olabileceğini söyleyebiliriz.

Öğrencilerin bu stratejileri yönlendirme olmadan doğrudan kendilerinin bulması öğretmen tarafından öğretilmeden de öğrenciler tarafından zamanla keşfedilebileceğini göstermiştir.

Bu durumu sağlayan etmenin ise öğretmen tarafından hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasında öncelikle çarpanlar arası tam sayı ilişkisinin olduğu etkinliklere devamında çarpanlar arası tam sayı olmayan ilişkilere yer verilmesinin olduğu düşünülmüştür.

Benzer şekilde Rupley (1981) ve Vergnaud (1983), içler dışlar çarpımının tamsayı oranlarıyla ortaya çıktığını bildirmişlerdir. Bu sonuç çalışmadaki yönergenin bu bakımdan doğru şekilde ilerlediğini göstermektedir.

Sayısal karşılaştırma soru tipinde verilen çokluklarda su miktarı eşit olup gıda boyası üzerinen yorum yapmaları veya tam tersi gıda boyası eşit olup su üzerinden yorum yapmaları beklenecek şekilde soru hazırlanmamıştır. Hem su hem de gıda boyası farklı miktarlardadır.

Öğrencilerin bu şekilde hazırlanan sayısal karşılaştırma soru tipinde iki çokluğuda bereber ele alarak bağıl düşünebildiği görülmüştür. Sadece su veya sadece gıda boyası üzerinden hangi çokluk daha büyükse o daha çoktur şeklinde yorum yapmamışlardır. Bu durum öğrencilerin bu soru için orantısal hislerinin oluştuğunu göstermektedir.

Ayrıca varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında yapılan planmlamada öğretmenin etkinlikleri seçerken, öncelikle bilinmeyen değeri bulma problemlerine yer vermesi ve öğrencilerin burada farklı stratejileri kullanmasını sağlandıktan sonra sayısal karşılaştırma soru tipine yer vermesinin başarı açısından etkili olduğu düşünülmektedir.

Litetatürde de, sayısal karşılaştırma soru tipi bilinmeyen değeri bulma soru tipinden daha zordur bu nedenle orantısal akıl yürütmenin ilk gelişimine yardımcı olamayacağı için öğrencilerin çalışması orantı anlayışına sahip oluncaya kadar sayısal karşılaştırma problemleri ertelenmelidir şeklinde olan sonuçları doğrulamaktadır (De la Cruz, J. A., 2013; Singh, 2000; Tournaie and Pulos, 1985; David Ben Chaim, 1998).

Orantısal akıl yürütme soru çeşitlerinden sayısal karşılaştırma içerikli soru tipine yönelik etkinlikler ele alındığında burada öğrenciler tarafından dikkat edilmesi gereken nokta öğretmen tarafından hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasında da tahmin edildiği şekliyle kesir ve oran arasındaki farkın anlaşılması olmuştur. Öğrenciler karşılaştırma problemlerinde kesir odaklı karşılaştırma yaptıklarında soruda verilenleri sınıfta öğrenciler arasında yapılan tartışmalar sonucunda yanlış yaptığını farketmiş ve sonrasında oran biçiminde düşünmeleri gerektiğini anlamışlardır. Bu durum sınıfta öğrencilerin kullandıkları stratejiler üzerinden yapılan tartışmaların olumlu etkisini göstermektedir. Bu duruma benzer şekilde Kaput and West (1994) çalışmasında, oranı gösteren kesirsel ifadenin pay ve paydası aynı sayının ile çarpılarak veya bölünerek genişletilebilinir veya küçültülebilir olduğunu bu bağlamda, oranların eşitliği, kesirlerin eşitliği ile işlemsellik ve gösterim açısından benzerdir; gösterimlerin farkı ise neyi ifade ettiklerinde gizli olduğunu ve bu açıdan oran ve kesir kavramının ortak ve farklı yönlerinin farkında olunmasında yarar olduğunu belirtmektedir. (s.280)

Nicel etkinlik iki ve üç ile beraber öğrencilerin "geri dönüş" stratejisi olarak çarpımsal ilişkilendirmeyerine toplamsal ilişkilendirme ve oran kavramı oluşumundan önce kullanılan nitel muhakeme becerisini kullanarak akıl yürütmeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazıları herhangi bir ölçüm yapmadan nitel muhakeme becerisinde görülen görsel olarak inceleme ve şekilleri üst üste getirme gibi stratejileri kullanmışlardır.Nicel etkinlik 2' de öğrencilerin şekli orantılı olarak büyütmeleri beklenmiş ve tüm adımlar yönergede açıklanmıştır. Yönergede ifade edilen adımlar çarpımsal akıl yürütme yerine toplamsal akıl yürütmeye dayalı gerçekleştirildiğinde öğrencilerin şekli oluşturan parçaları birleştirememeleri ve böylece sorunun kendisinden dönüt alınması ile bir yerlerde yanlış yaptığını fark ederek tekrar çözüm yolu oluşturmak zorunda kalmasını sağlamıştır. Çalışmada varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında öğretmen tarafından hazırlanan planda öğrencilerin önceki etkinliklerden bilinmeyen değeri bulma soru tipine verdikleri cevaplarda çarpımsal akıl yürütme yerine toplamsal ilişkilendirmeye yönelecekleri düşünülmüştü ancak beklentinin tersine öğrencilerin hatalı stratejilerden toplamsal ilişkilendirmeye yönelmediği hatta sorulara farklı stratejiler kullanarak cevap verdikleri görülmüştü. Nicel etkinlik 2 ve 3' e gelindiğinde ise öğrencilerin toplamsal ilişkiye yönelmeleri en belirgin rastlanan hata olmuştur. Özellikle nicel etkinlik 2'de kenar uzunluklarını 2 birimin 4 birim veya 2 birimin 6 birim yapılması istenen grupların değilde 2 birimin 3 birim yapması gereken grupların hata yapmış olması sayılar arasındaki kat ilişkisinin öğrencilerin çarpımsal akıl yürütme becerisini etkilediğini göstermektedir. Karplus ve ark., (1983), ortaokul öğrencileriyle gerçekleşirdiği çalışmada kenar uzunlukları 2 cm ve 3 cm olarak verilen dikdörtgeni şekli koruyarak iki katına çıkarmaları istendiğinde doğru şekilde 4 cm ve 6 cm kenar uzunluklarına sahip dikdörtgen elde etmişlerdir. Kenar uzunlukları 4 cm ve 6 cm olarak elde edilen dikdörtgenin uzun kenarı 9 cm olacak şekilde genişletilmesi istendiğinde ise toplamsal muhakeme ile her iki kenar uzunluğuna 3 cm ekleyerek cevap vermiştir. Orantısal problemlerle ilgili literatürde gerçekleştirilen diğer çalışmalarda da, sayılar arası ilişki tamsayı olduğunda tam sayı olmadığına göre öğrencilerin daha iyi performans gösterdiğini ayrıca öğrencilerin tamsayı olmayan oranlarla başa çıkmak içintoplamsal akıl yürütmenin "geri dönme stratejisi" olarak kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır (Noelting 1980a, b; Hart, 1981; Cramer ve ark., 1993;Resnick and Singer, 1993; Kaput ve West, 1994; Misailidou ve Williams, 2003; Singh, 2000; Fernandez ve arkadaşları, 2011).

Literatürde öğretmenin öğretim hedeflerine ve öğrencilerin arka plan bilgisine bağlı olarak hedeflerin geliştirilmesini teşvik etmek için belirli sayısal yapılar seçilmesi gerektiği (Fernandez ve arkadaşları, 2011; De la Cruz, J. A., 2013) ve öğrencilerin tam sayı olmayan oranlarda başarılı olması için öncelikle basit sayı yapılarına odaklanarak tam sayı oranlarda başarılı olması gerektiğini belirtmektedir (Tournaire, 1986; Fernandez ve arkadaşları, 2011). Yaptığımız çalışmada bu şekilde (sayılar arası ilişkinin öncelikle tam sayı sonrasında tam sayı olmayan şeklinde verilmesi) bir strateji uygulanmasına rağmen öğrencilerin diğer soru tiplerinde değil de bu soru tipinde problem yaşadıkları farkedilmiştir. Öğrencilerin yaşadığı zorlukların ise genel olarak bilinmeyen değeri bulma soru tipine yönelik problemleri çözdüğü için orantısal akıl yürütmeyi anlamalarının yüzeysel ve sınırlı olma eğilimi olduğu gerçeğinden kaynaklandığı söylenebilir. Matematik eğitimi literatüründe, bilinmeyen değeri bulma soru tipine yönelik problemleriçözmenin, orantısal akıl yürütmenin tek göstergesi olarak kabul edilemeyeceği konusunda bir fikir birliği vardır (Cramer ve Post, 1993; Lesh ve ark., 1988). Ayrıca Modestou ve Gagatsis(2013) toplamsal akıl yürütmenin önündeki engellerin üstesinden gelmeyi amaçlayan örnek olarak, Brousseau (2002) 'nin didaktik durumlar teorisi ile uyumlu olarak tasarlanan oyundan bahsetmektedir. Yaptığımız çalışmaya benzer şekilde Brousseau (2002) çalışmasında öğrencilerine parçalarının belirli uzunlukları olan ve daha büyük ama benzer bir yap-boz yapmasını isteyerek, 4 cm uzunluğunun büyültülerek 7 cm uzunluğa dönüştürülmesini istemiştir. Hemen hemen tüm öğrencilerin her bir kenara 3 cm daha eklediğini, bu da öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme arasındaki karışıklığı ve çarpımsal düşünceye göre toplamsal akıl yürütmeyi desteklediğini ortaya koymuştur. Aslında hazırladığımız varsayıma dayalı öğrenme rotasında bu durumun önüne geçebilmek ve öğrencilerin büyüme problemleri ile ilgili muhakeme yeteneklerini güçlendirmek için nicel etkinlik 2 özellikle seçilmiş ancak bu soru tiplerinin kullanılmasına rağmen öğrencilerin toplamsal akıl yürütmeye yöneldikleri farkedilmiştir. Bu nedenle, bu engellerin önlenmesi ve giderilmesi için, bilinmeyen değeri bulma veya sayısal karşılaştırma soru tipleri dışında matematik programına orantısal akıl yürütmede daraltma/genişletmeyle ilgili bazı amaçların ölçekleme, geometri gibi ilgili konular kapsamında dahil edilmesinin etkili olacağı düşünülmektedir. Singh (2000) tarafından gerçekleştirilen çalışmada öğrencinin daraltma - genişletmeye dayalı problemde sayılar arası ilişki tam sayı olmadığı durumda (36cm:27 cm) toplamsal ilişki stratejisini kullandığı görülmüştür. Benzer şekilde Bostan, M., Ayan, R., (2016) tarafından gerçekleştirilen çalışmada öğrenciler genişlemiş geometrik şekillerin hacmiyle ilgili doğrusal olmayan hacim problemine cevap verirken, toplamsal düşünme engeli ortaya çıkmıştır. Lamon (1993b) ve Langrall ve Swafford (2000), ortaokul dönemindeki öğrencilerin büyüme problemlerinin çarpımsal doğasını tanıyamadıklarını bulmuşlardır. Ji-Won Son (2013) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise benzerlik kavramına dair sınırlı bir anlayıştan kaynaklı bilinmeyen uzunlukları benzer dikdörtgenlerde doğru olarak bulamadığı görülmüştür. Öğrencilerin dikdörtgen içindeki uzunluğu ve genişliği karşılaştırarak, farkın üzerine odaklandıkları ve hesaplamayı toplama maddesi mantığına dayanarak gerçekleştirmişlerdir. Literatürden de yola çıkarak öğrencilerin geometri ve ölçüm içeren görevlerle daha fazla deneyime sahip olmalarının sayı ve işlemsel kavramları geliştirmede zengin bağlamlar sağladığı için önemli olduğu görülmektedir (Lo,J.,andWatanabe, T.,1997).

Öğrencilerin nicel etkinlik 2 ve 3'de zorlanarak "geri dönüş" stratejilerine yer vermelerinin bir diğer nedeni ise bağlamdan kaynaklı olabileceği düşüncesidir. Özellikle Nicel etkinlik 3'de öğrencilerden bazılarının çözümün toplamaya dayalı çözülemeyeceğini bildiği halde bu yöntemi kullandığını sebep olarak ise problemin oran orantı olmadığını düşünmesi olarak göstermiştir. Bu durumla ilgili olarak literatürde benzerlik (Lamon, 1993; Miller and Fey, 2000) probleminin, öğrencilerin orantısal ilişkileri kavramaları için tipik olarak en zorlu bağlamlar olduğunu belirtmektedir.

Çalışmada çarpımsal akıl yürütmeyi oluşturan etmelerden biri olan kovaryasyon ve dönüşüm kavramlarıyla ilgili problemlerin varlığının nicel etkinlik 2 ve 3 ile beraber bazı öğrencilerde sürdüğü görülmüştür. Behr, Wachsmuth, Post, and Lesh, (1984) tarafından yapılan araştırmada $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ orantısında 3'den 1 sayısı çıkarıldığında orantının değişmemesi için 6'dan hangi sayı çıkarılmalıdır ($\frac{3-1}{4}=\frac{6-?}{8}$) sorusuna öğrenciler yine 1 olarak cevap vermişlerdir. Öğrenciler 3'de meydana gelen çarpımsal değişimin 6 sayısında da meydana gelmesi gerektiğini düşünemeyerek çarpımsal düşünme eksikliği gostemiştir. Gerçekleştirdiğimiz çalışmada çarpımsal yürütmeyi oluşturan kovaryasyon ve dönüşümle ilgili problemini devam ettiren öğrencilerden bazılarının uzun oran tablosunu (arttırma stratejisi) kullandıkları için bu hataya yöneldikleri fark edilmiştir.

Öğrenciler uzun oran tablosu (arttırma stratejisi) ile kısa ve uzun kenar olarak oluşturdukları iki sütundan bir sütundaki değerin artışına dikkat ederken aynı çarpımsal dönüşümün diğer tarafta olması gerektiğini göz ardı etmiştir. Bu sonuç daha önceden bahsedildiği şekliyle arttırma stratejisinin kullanımı konusunda literatürdeki diğer çalışmalarda bahsedilen olumsuzluklarla örtüşmektedir.

Çalışmada öğrencinin strateji seçiminde sayılar arası kat ilişkisi veya bağlam dışında öğretmen tarafından planlanan etkinlikte kullanılan materyalin de önemli rol oynadığı fark edilmiştir. Öğrencilerin nicel etkinlik 2' de en çok tercih ettikleri strateji "değişim çarpanı" stratejisiyken nicel etkinlik 3'de bu durum yerini "denklik sınıfı" stratejisine bırakmıştır.

Çalışmada, "denklik sınıfı" stratejisini oluşturulan sayısal değerler üzerinden ilgili oran çiftleri oluşturulmuş ve bu oran çiftleri arasında gerekli kıyaslamalar yapılarak sonuca ulaşılmıştır. Bu duruma neden olarak ise buldukları kısa ve uzun kenar uzunluklarına ilişkin sonuçların daha düzenli yazılmasını sağlayan materyalin varlığının olduğu düşünülmektedir.

Bunun dışında öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma ve sayısal karşılaştırma türündeki problemlerde en çok değişim çarpanı ve birim oran stratejilerini tercih ettikleri görülmüştür. Bu sonuçlar Cramer ve Post (1993), Kayhan, (2005) ve Duatepe ve diğerlerinin (2005) yapmış olduğu çalışmaların sonuçları ile benzerlikler göstermektedir.

Çalışmada varsayıma dayalı öğrenme rotasının gelişimi, Gerçekçi Matematik Eğitiminin üç öğretimsel tasarım yöntemine dayandırılmıştır ve bulgulardan yola çıkarak GME teorisine ilişkin *gelişen modeller (emergent modeling)* ilkesinin genişletilmesi ve formal öncesi *genel aşama* oluşumun nasıl gerçekleştiği anlaşılmaya çalışılmıştır. GME'de gelişen modellerin başlangıçta model-of olarak eldeki soruna özel oluştuğu, daha sonra informal modellerin matematikleşirilmesiyle problemin ötesinde problemlere uygulanabidiği ve model-for haline geldiği ileri sürülmektedir. Bu bağlamda etkinliklerde *genel aşama* oluşumları ile öğrencilerin cevaplarına ilişkin açıklamaları savunabildiği ve yaptıkları işlemler sonucunda neyi bulduklarını anlamlı hale getirdiği görülmüştür. Buradan yola çıkarak *formal matematiksel* oluşumların büyük ölçüde onlardan önce gelen *genel aşamadaki* oluşumlar ile belirlendiğini söylemek mümkündür (Wheeldon,D., 2008). Bu araştırmada ise *genel aşama* oluşumlarının kısa oran tablosuyla gerçekleştiği görülmüştür.

Ayrıca bulgular öğrenciler için informal fikirlerini geliştirmeye yönelik farklı etkinliklerde takçıkar bloklarına, yemek kutusu uzaylı görsellerine yer verilmesi, kareli düzlem kullanımı, nicel etkinlik 3'de farklı dikdörtgenlerin belli kurala göre sınıflandırılmasını sağlayan materyalin kullanımı gibi uygun öğretim ortamları hazırlandığında, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimine yönelik iyi bir anlamlandırma sergilediklerini göstermektedir. Bu sonuç Paparistodemou, E., and Meletiou-Mavrotheris, M. (2014) çalışmasında da öğrencilere informal bilgileri ortaya çıkaracak öğrenim yapıldığında küçük çocukların bile, örnekleme sorunları ve istatistiksel çıkarımla ilgili diğer temel kavramlar hakkında iyi bir kavrama göstermesi sonucuyla örtüşmektedir.

Çalışmada gerçekçi bağlam problemleri üzerinden öğrencilere strateji ve keşifleri birbirleriyle paylaşmaları için fırsatlar sunarak matematikleştirme faaliyetlerine yer verilen öğretim sürecinin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişim sürecinde etkili olacağı sonucuna varılmıştır. Ayrıca GME'nin etkileşim ilkesine uygun olarak düzenlenen heterojen grupların, grup içi ve gruplar arası sınıf tartışmalarının özellikle önkoşul bilgilerde sıkıntı yaşayan bireyler için öğrenme fırsatını arttırdığı sonucuna varılmıştır. Hem bireysel çalışmalarında hem de grup içinde yapılan tartışmalarda etkili bilgi alışverişinde bulunmanın ön koşul bilgilerden kaynaklanan dezavantajları en aza indirgediği görülmüştür. Dolayısıyla öğrenme sürecinde bireyin olumsuz tutum geliştirerek kavramı anlamlandırmaksızın sadece işlemsel öğrenmesi ya da işlemsel veya kavramsal hiçbir şekilde öğrenme gerçekleştirememesi gibi istenmeyen durumlarının büyük ölçüde önüne geçildiği görülmüştür.

Öğrencilerin öğretimden önceki ve sonraki düzeylerini karşılaştırmak için Akkuş ve Duatepe (2006a) tarafından hazırlanan değerlendirme sorularının uygulanmasıyla öğrencilerin beceri düzeyleri belirlenmiştir. Nitel ve nicel bölümleri birbirinden bağımsız olarak karşılaştırmak amaçlandığı için öğrencilerin bu iki bölüme ait ön ve son değerlendirme düzeyleri ayrı olarak ele alınmıştır. Uygulama sonucunda öğrencilerin genel olarak Orantısal Akıl Yürütme sorularına ilişkin nitel bölümünden aldıkları puanları yükseldiği sonucuna ulaşılmıştır.

Bu duruma bağlı olarak öğretim sonrası değerlendirme beceri düzeyleri daha yüksektir. Öğretim deneyi öncesinde nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş ve nicel bölümde öğrencilerin yarısından fazlasının düşük beceri düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. Öğretim deneyi sonrasında ise bu düzeydeki öğrencilerin çoğunun beceri düzeyi yükselmiştir.

4.2. Öneriler

Bu bölüm, araştırma sonuçlarına ve yapılacak araştırmalara yönelik öneriler olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

4.2.1. Araştırma sonuçlarına yönelik öneriler

- Öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmeyi ayırt edememelerinin önündeki olası sebeplerden biri oran-orantı kavramının kullanımını gerektiren geometrik şekilleri içeren benzerlik (büyültme/küçültme içeren) problemlerine yabancı olmasıdır. Bu engellerin önlenmesi ve giderilmesi için, orantısal akıl yürütme matematik programına ölçekleme ve geometri gibi ilgili konularla ilişkilendirilerek dahil edilmelidir. Ayrıca, bu kavramlarla ilgili özgün ve gerçek hayat örnekleri uygulanabilir ve bu kavramlar arasındaki ilişki derinlemesine incelenebilir. Bunun yanında öğretmenler geometri içerikli etkinliklereağırlık verebilir ve bu etkinlikleri öğrencilerin çarpımsal ilişkiyi görebilmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenleyebilirler.
- Oran tablosunun kullanımıyla öğrencilerin soruda verilen birimleri anlamlandırmadaki etkisi göz önüne alındığında, öğretmenler orantısal akıl yürütme

becerisi ile ilgili etkinliklerde oran tablosunun farklı soru tiplerinde kullanımına yönelik çalışmalar yapabilirler.

- Bilinmeyen değeri bulma soru tipine yönelik etkinliklerde tablonun görüntü olarak dikey veya yatay hizalanmasının öğrencilerin başarı durumunda etkili olması göz önüne alındığında, öğretmenler çeşitlisunuluş biçimlerini içeren oran tablosu kullanımına yönelik çalışmalar yapabilir.
- Orantısal akıl yürütme becerisi gelişiminde kesirler ve ondalık gösterim konusunun etkisi göz önüne alındığında, öğretmenler oran- orantı kavramını içeren etkinliklere başlamadan önce bu konuların hazırbulunuşluğuna yönelik çalışmalar yapabilir.
- Öğretmenler etkinliklerde öğrenciler tarafından kullanılan stratejilerin farkında olmalıdır. Bu bağlamda öğrencilerin özellikle ön orantısal akıl yürütme stratejilerinden (birim oran, değişim çarpanı), ileri orantısal akıl yürütme stratejilerine (denk kesir) ilerlemeleri sağlanmalıdır.
- Orantısal akıl yürütme kounusunda farklı bağlam, tip ve yapıda soru çözümlerine matematik programındayer verilmeli ve öğretmenler tarafından da kullanılması sağlanmalıdır.
- Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımını temel alan matematikleştirme etkinlikleri ile öğrencilerin informal bilgi ve stratejilerin yanında gerçek yaşam durumlarını içerenile hazırlanmış öğretim sürecinin matematik öğretim programlarına entegre edilmesi sağlanabilir.
- Öğrencilerin grup içi ve gruplar arası sınıf tartışmalarıyla etkinlikte kullandığı stratejileri paylaşmalarına fırsat verilmesi öğrencilerin farklı yorum ve yöntemlerle karşılaşmasını ve böylece bilginin daha iyi anlamlandırılmasını sağlamaktadır. Bu sebeple her öğrencinin rahatlıkla kullandığı stratejileri ifade edip açıklayabildiği, tartışabildiği etkileşime dayanan öğretim ortamının matematik öğretiminde dikkate alınabilir.
- İçler dışlar çarpımını kullanımına yönelik etkinlikler yerine kendi içindeki veya arasındaki oran yaklaşımına dayalı öğretim programı kullanılabilir.
- Öğretmenlerin öğrencinin kullandığı stratejiyi açıklamalarına izin verdiği ve öğrencilerin yanlış anlamalarına ve hatalarına odaklanan daha derinlemesine bir sınıf ortamı oluşturulabilir.

- Öğretmenler öğrencilerin etkinliklerde kullandıkları stratejileri analiz edip onları farklı stratejileri kullanma konusunda cesaretlendirebilir.
- Öğretim sonucu önerilen varsayıma dayalı öğrenme rotası başka sınıflarda uygulanacak etkinlik şekline getirilebilir. Ancak, varsayıma dayalı öğrenme rotasının sonuçları genelleştirmeyeceğinden (Gravemeijer ve ark., 2003) başka bir sınıfta aynı sonuçları üretmesi olası değildir.
- Bu çalışmada sunulan varsayıma dayalı öğrenme rotasının devam ettirilmesi, öğretmenlerin oran-orantı kavramlarıyla ilgili daha üretken ve farkında öğretmenler haline gelmelerini sağlayabilir.

4.2.2. Yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

- İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin tahmini öğrenme durumları (TÖD) ile değerlendirdiği ve daha sonraki dersler için öğretmenin oluşturacağı varsayıma dayalı öğrenme rotasının incelendiği bu araştırma, diğer eğitim basamaklarında da yapılabilir.
- Bu araştırmada Gerçekçi Matematik Eğitimi ile oran-orantı kavramının öğretimi gerçekleştirilmiştir. Bundan sonraki araştırmalarda matematik öğretiminde soyut kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ilkeleri doğrultusunda matematikleştirilme süreçleri araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Akar, G. K. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s.263-285). Ankara: Pegema.

Akkuş-Çıkla, O., ve Duatepe, P. A. (2006a). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarının geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 25, ss. 1-10.

Akkuş-Çıkla, O., and Duatepe, P. A. (2006b). A qualitative study on the proportional reasoning skills of the preservice elementary mathematics teachers, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.

Akyüz, M. (2010). *Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME) Yönteminin Ortaöğretim 12. Sınıf Matematik (İntegral Ünitesi) Öğretiminde Öğrenci Başarısına Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.

Alacacı, C. (2016). Matematik öğretim döngüsü ve 'tahmini öğrenme yol haritaları'. E. Bingolbali, S. Arslan and İ. Ö. Zembat (Eds.), matematik eğitiminde teoriler, (s. 341-353). Pegem Yayıncılık: Ankara.

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* XIX (2), 223-238.

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*, Bursa: Aktüel Yayınları.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* (3. Basım). Trabzon: Derya Kitabevi.

Bart, W., Post, T., Behr, M., and Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: an ıntroduction to the proporties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 16(3), 1-11.

Baroody, A. J., Cibulskis, M., Lai, M., and Li, X. (2004). Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 227-260.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.

Başaran, S. (2011). *Üniversite öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerileriyle ilgili duyuşsal ve demografik etmenlerin araştırılması.* Doktora tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 185-204.

Battista, M. T., and Borrow, C. V. (1995). A proposed constructive itinerary from iterating composite units to ratio and proportion concepts. The Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus: 17 th PME-NA.

Baxter, G., and Junker, B. (2001). *Designing cognitive-developmental assessments:A case study in proportional reasoning.* Paper presented at the annual meeting of the National Council for Measurement in Education, Seattle, Washington.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T., and Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion, In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics thinking and learning*, New York: Macmillan, 296-333.

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences, *Educational Studies in Mathematics* 36, 247-273.

Bostan, M. I., and Ayan, R., (2016). Middle school students' reasoning in nonlinear proportional problems in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education,* Online first, 1-16.

Bright, G. W., Joyner, J. M., and Wallis, C. (2003). Assessing proportional thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3), 166-172.

Brousseau, G. (2002). Theory of didactical situations in mathematics. New York, NY: Kluwer Academic Publishers.

Clements, D. H., and Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.

Carney M., Smith E., Hughes G., Brendefur J., and Crawford A, (2016).Influence of proportional number relationships on item accessibility and students' strategies, *Mathematics Education Research Journal*, 28:503–522.

Cai, J., and Sun, W. (2002). Developing students' proportional reasoning: A Chinese perspective. In B. Litwiller and G. Bright (Eds), *Making sense of fractions, ratios* *and proportions* (pp. 195-205). Reston, Virginia:National Council of Teachers of Mathematics.

Chapin, S., and Johnson, A. (2006). Math matters: understanding the math you teach. susalito: math solutions.

Clements, D. H., and Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 81-89.

Cobb, P. (2003). Investigating students' reasoning about linear measurement as a paradigm case of design research. In M. Stephan, J. Bowers, P. Cobb and K. Gravemeijer (Eds.), *Supporting students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning in social context*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Confrey, J., Hasse, E., Maloney, A., Nguyen, K. H., and Varela, S. (2011). A summary report from the conference designing technology-enabled diagnostic assessments for K-12 mathematics. Designing technology-enabled diagnostic assessments for K-12 mathematics. Raleigh, NC.

Cortina, J.L. (2013). Supporting indigenous students' understanding of the numeration system of their first language. *Mathematical Education Research Journal*, 25, 23–42.

Çakır, P. (2013). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin erişilerine ve motivasyonlarına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Çömlekoğlu, G. (2001). Öğretmen adaylarının problem çözme becerilerine hesap makinesinin etkisi. (Yayınlanmış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Cramer, K., and Post, T. (1993). Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher, 86*, 404–407.

Cramer, K., Post, T., and Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications, In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, New York: Macmillan, 159- 178.

Creswell, J. W. (2005).Educational Research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research (2nd ed.). Pearson Education, Inc.: New Jersey.

Crocker, L., and Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory.* Belmont: Wadsworth Group.

D'Ambrosio, B., Kastberg, S. E., and Lynch-Davis, K. (2012). Understanding proportional reasoning for teaching. *Australian Mathematics Teacher, 68*(3), 32–40.

De la Cruz, J. A. (2013). Selecting proportional reasoning tasks. *Australian Mathematics Teacher*, 69(2), 14 – 18.

De Lange, J. (1996). *Using and applying mathematics in education*. In: Aj Bishop, Et Al. (Eds). International Handbook Of Mathematics Education.

Dole, S. (2008). Ratio tables to promote proportional reasoning in the primary classroom. *Australian Primary Mathematics Classroom, 13*(2), 18–22.

Duatepe, P. A., Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81. , 2005.

Empson, S. (2011). On the idea of learning trajectories: promises and pitfalls. *The Mathematics Enthusiast*, 8 (3), 571-598.

English, L. D., and Halford, G. S. (1995). Mathematics education: models and processes. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Fernández , C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., and Verschaffel, L. (2010). How do proportional and additive methods develop along primary and secondary school?, *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 1.

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., and Verschaffel, L. (2011). Effect of number structure and nature of quantities on secondary school students' proportional reasoning. *Studia Psychologica*, 53(1), 69–81.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics,* 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*, Dordrecht: Reidel, Netherlands.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structure.* Dordrecht The Netherlands, Kluwer Academis Publishers.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: china lectures*. Kluwer Academic Publishers, 101 Philip Drive, Norwell, Ma 02061.

Glesse, C. (2012). Nitel araştırmaya giriş. A. Ersoy ve P. Yalçınoğlu (Çev. Edt.). Ankara: Anı Yayıncılık.

Gravemeijer, K. (1990). *Contexts free productions tests and geometry in realistic mathematics education.* State University Of Utrecht, The Netherlands.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*, Utrecht, Freudenthal Institute.

Gravemeijer, K. (2004a), Emergent Modeling As A Precursor To Mathematical Modeling. In H. W. Henn; W. Blum (Eds.) *Icme 14: Applications And Modelling in Mathematics Education*, Pre-Conference Volume Dortmund: University Of Dortmund, 97-102.

Gravemeijer, K. (2004b). Local ınstruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education, *Mathematical Thinking And Learning*, 6:2, 105-128.

Gravemeijer, K., and Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education, a calculus course as an example, *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-119.

Hart, K. M. (1981). Ratio and proportion. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades (pp. 198–219). Reston, VA.: Lawrence Erlbaum Associates and Council of Teachers of Mathematics.

Hecht, S. A., and Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology*, 102, 843–858.

Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ratio in a class or preservice and practicing Teachers.* Unpublished doctoral dissertation, Penn State University, State College.

Heller, P., Ahlgren, A., Post, T., Behr, M., and Lesh, R. (1989, March). Proportional reasoning: the effect of two context variables, rate type and problem setting. *Journal for Research in Science Teaching*, 26(1), 205-220.

Howe, C., Nunes, T., and Bryant, P. **(**2011). Rational number and proportional reasoning: using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 9, 391-417.

Ji-Won Son (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 84, No. 1 (September 2013), pp. 49-70.

Kadijevic, D. (2002). Are quantitative and qualitative reasoning related? *The Teaching of Mathemetics*, vol 2, pp. 91-98.

Kaput, J., and West, M., (1994). Missing-Value Proportional Reasoning Problems: Factors Affecting Informal Reasoning Patterns. In Harel, G., and Confrey, J. (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (235-287). NY, United States of America: State University of New York Press, Albany.

Karplus, R., Pulos, S., and Stage, E. K. (1983). Early adolescence proportional reasoning on “rate” problems, *Educational Studies in Mathematics*, 14, 219–233.

Kayhan, M. (2005) Altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren oran-orantı sorularının çözümünde kullandıkları çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyi, cinsiyet ve soru tiplerine göre değişiminin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Kramarski, B., and Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40, 281-310.

Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: connecting content and children’s thinking. *Journal for esearch in Mathematics Education, 24*, 41-61.

Lamon, S. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. In B.P. Schappelle (Ed.), Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades (pp. 167-198). Albany: State University of New York.

Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lamon, S. J. (2005). More! in-depth discussion of the reasoning activities in “Teaching fractions and ratios for understanding”. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2nd ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lamon, S.J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Langrall, C., W., and Swafford, J., O. (2000). Three balloons for two dollars; developing proportional reasoning, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (4), 254-261.

Lanius, C., and Williams, S. (2003). Proportionality: a unifying theme for the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *8*(8), 392-396.

Lesh, R. (1998). The development of representation abilities in middle school mathematics. In J. Sigel (Ed.), Representations and student learning. Reston, VA: Lawrence Erlbanum Associates.

Lesh, R., Post, T., and Behr, M. (1988). Number concepts and operations in the middle grades, Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics.

Lo, J. J., Watanabe, T., and Cai, J. (2004.) Developing ratio concepts: an asian perspective. *Mathematics Teaching in Middle School*, 9(7),362-367.

Lobato, J. E., Amy, B. E., and Charles, R. I. (2010). Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lobato, J., Ellis, A., and Zbiek, R., M. (2010). Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics: Grades 6-8, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8.Sınıflar) Öğretim Programı, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.*1st ed-San Francisso: Jossey-Bass.

Middleton, J. A., and Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1995), ‘The ratio table’, *Mathematics Teaching in the Middle School*. 1(4), 282–288.

Mills, C. (2003), The child's right to an open future?, *Journal of Social Philosophy*. 24(4): 449-509.

Miller, J. L., and Fey, J. T. (2000). Proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(5), 310–313.

Misailidou, C., and Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 335-368.

Modestou, M., and Gagatsis, A. (2007). Students' improper proportional reasoning: a result of the epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology*, 27(1), 75-92.

Modestou, M., and Gagatsis, A. (2013). A didactical situation for the enhancement of meta-analogical awareness. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 160–172.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Reston, VA.: The Council.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: part I differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217–254.

Norton S. J. (2005). The Construction of Proportional Reasoning.In Chick, H. L. and Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 17-24. Melbourne: PME.

Nutsch R. M. (2009). *Using ratio tables to encourage proportional reasoning*. A Thesis, California State University, Chico.

Pakmak, G. S. (2014). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimler Enstitüsü , Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

Paparistodemou, E., and Meletiou-Mavrotheris, M. (2015). Developing students' reasoning about samples and sampling in the context of informal inferences. *Educational Studies in Mathematics*, 88, 385–404.

Parker, M. (1999). Building on " building up": proportional-reasoning activities for future teachers. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 4(5), 286-289.

Pelen, M. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü , Çukurova Üniversitesi, Adana.

Piaget, J., and Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: W.W. Norton.

Piaget, J. E., and Inhelder, B. (1978). "Las Operaciones Intelectuales y su Desarrollo, *Lecturas en Psicología del niño*, I. Madrid, pp. 70-119.

Post, T.R., Behr, M.J., and Lesh, R. (1998). Proportionality and the development of prealgebra understandings. In A. Shulte (Ed.), *The ideas of algebra K-12* (pp. 78-90). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Resnick, L., and Singer, J. (1993) Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. P.Carpenter, E. Fennema, and T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 107-130). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ruiz Ledesma, E. F. (2010). Using an ınteractive computer system to support the task of building the notions of ratio and proportion. *Creative Education*, 2010, 2, 115-120.

Ruiz Ledesma, E. F., and Lupiáñez, J. L. (2010). Use of dynamic geometry as a support to paper and pencil activities for comprehension of ratio and proportion topics. *Online- Electronic Journal of Research in Educational Psychology*. 8(1). 207-234.

Rupley, W. H. (1981). 'The effects of numerical characteristics on the difficulty of proportional problems', Doctoral dissertation, University of Califomia, Berkeley.

Schneider, M., and Siegler, R. S. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Journal of Experimental Psychology*: Human Perception and Performance, 36, 1227–1238.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: D. A. Grouws, (Ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching*, (p.334-370), MacMillan Publishing, New York.

Sharp, J. M., and Adams, B. (2003). Using a pattern table to solve contextualized proportion problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *8*(8), 432-239.

Siemon, D., Izard, J., Breed, M., and Virgona, J. (2006). The derivation of a learning assessment framework for multiplicative thinking. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, and N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 5-113 – 5-120). Prague: Charles University.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 114–145.

Simon, M. A., and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91– 104.

Simon, M. A., and Blume, G. W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: a study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behaviour, 13,* 183-197.

Sinclair, M., Mamolo, A., and Whiteley, W. J. (2003). Designing spatial visual tasks for research: the case of the filling task. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 135–163.

Singer-Freeman, K. E., and Goswami, U. (2001) Does half a pizza equal half a box of chocolates?: Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development*, 16(3): 811-29.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two six grade students, *Educational Studies in Mathematics* 43, 271- 292.

Smith, J. P. (2002). The development of students' knowledge of fractions and ratios. In B. Litwiller, and G. Bright (Eds.), Making sense of fractions, ratios, and proportions: NCTM yearbook. (pp. 3 - 17). Virginia: NCTM.

Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., and Thompson, A. (1998). Education teachers to teach multiplicative structures in the middle grades, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1, 127-155.

Spinillo, A. G., and Bryant, P. (1999) Proportional reasoning in young children: part–part comparisons about continuous and discontinuous quantity, *Mathematical Cognition*, 5, 181–197.

Slyvana, N. S. (2013). Design Research On Mathematics Education: Ratio Table in Developing the Students' Proportional Reasoning. Faculty of Teacher Training and Education. Sriwijaya University, June 2013.

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: ımplication and illustrations. E. von Glasersfeld (Ed.), Radical constructivism in mathematics education içinde (s. 177–194). Dordercht, Netherlands: Kluver.

Steffe, L. P., and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.). Handbook of research design in mathematics and science education içinde (s. 267–307). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Steinthorsdottir, O. B., and Sriraman, B. (2009). Icelandic 5th-grade girls' developmental trajectories in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal,* 21(1), 6-30.

Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: some trough on the long term learning process. part I. *Educational Studies in Mathematics, 15-3.* 327-348.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistics Mathematics Education, A Paradigm Of Developmental Research*. Kluwer Academic Puplishers.

Sztajn, P., Confrey, J., Holt Wilson, P., and Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction: toward a theory of teaching. *Educational Researcher*, 41(5), 147–156.

Thompson, P. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), Development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (pp. 181-234). Albany, NY: State of University of New York Press.

Thompson, P. W. (2013). In the absence of meaning... In K. Leatham (Ed.), *Vital directions for research in mathematics education* (pp. 57-93). New York, NY: Springer.

Tjoe, H., and de la Torre, J. (2012). Proportional reasoning problems: Current state and a possible future direction. In S. J. Cho (Ed.), Proceedings of the 12th International Congress on Mathematics Education (pp. 6741–6750). Seoul, Korea: ICME.

Tourniaire, F., and Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: a review of the literature, E*ducational Studies in Mathematics* 16, 181-204.(Umay, 2003,s.234).

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions - A Model Of Goal And Theory Description in Mathematics Instruction*, Dordrecht: Kluwer Academic (Menon, 2012).

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1998). Realistic Mathematics Education as work in progress. *Theory into practice in Mathematics Education. Kristiansand, Norway: Faculty of Mathematics and Sciences.*

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics Education in The Netherlands: A Guided Tour, Freudenthal Institute Utrecht University, The Netherlands.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic Mathematics Education as Work in Progress. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematic Education. Taipei, Taiwan, 19 - 23 November 2001.

Van Den Heuvel-Panheuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage, *Educational Studies in Mathematics.*

Van den Heuve-Panhuizen, M., and Wijer, M. (2005) Mathematics standards and curricula in the netherlands, *ZDM*, 37 (4), ss. 287-307.

Van Dooren, W., De Bock, D., and Verschaffel, L. (2010a). From addition to multiplication … and back: the development of students' additive and multiplicative reasoning skills, *Cognition and Instruction,* 28(3), 360-381.

Van Dooren, W., De Bock, D., Vluegels, K., and Verschaffel, L. (2010b). Just Answering … or Thinking? Contrasting Pupils' Solutions and Classifications of Missing-Value Word Problems, *Cognition and Instruction Mathematical Thinking and Learning, 12*, 20-35.

Van De Walle, J. A., Karp K. S., and Bay-Williams J. M. (2013) İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim. Çeviri Editörü: Prof. Dr. Soner Durmuş 7. Basımdan Çeviri. Nobel Yayımcılık.

Van Den Brink, J., and Streefland, L. (1979). Young children (6–8): Ratio and proportion, *Educational Studies in Mathematics*, 10, 403–420.

Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Herpen, E., and Keijzer, R. (2008). Fractions, percentages, decimals, and proportions: A learning teaching trajectory for Grade 4,5 and 6. Sense Publisher, The Netherlands.

Vergnaud, G. (1981). 'Quelques orientations theoriques et methodologiques des recherches francaises en didactique des mathematiques', Proceedings of the Fifth

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Laboratoire, I.M.A.G., Grenoble.

Weaver, R., and Junker B. (2004). Model Specification for Cognitive Assessment of Proportional Reasoning.

Wheeldon, D. (2008). "Developing Mathematical Practices In A Social Context:an Instructional Sequence To Support Prospective Elementary Teachers'" College of Education at the University of Central Florida, Doctor of Philosophy, Orlando, Florida.

Wright, V. (2014). Towards a hypothetical learning trajectory for rational number. *Mathematical Education Research Journal*, 26, 635–657.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2005). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Beşinci Basım. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zulkardi, Z. (2000). *How To Design Lessons Based On The Realistic Approach.* Http://www.Geocities.Com/Ratuilma/Rme.Html, Erişim Tarihi: 24.03.2018.

EKLER

Ek-1 Orantısal Akıl Yürütme Becerisini Değerlendirme Soruları ve Puanlama Anahtarı

Birinci Bölüm

1) Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur.Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre;

a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

2) Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta,daha az sayıdaşeker atarak içmiştir.Bu çayın tadı dünkü çaya göre;

a)daha tatlıdır b)daha tatsızdır c)aynıdır d)verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

3) Bir koşu parkurunda Elif,Emel'den daha kısa zamanda daha çok turkoşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?

a) Elif b) Emel c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

4) Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler.SenaGökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmiştir. Buna göre, kimin ağaçları birbirine daha yakındır?

a) Sena b) Gökalp c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

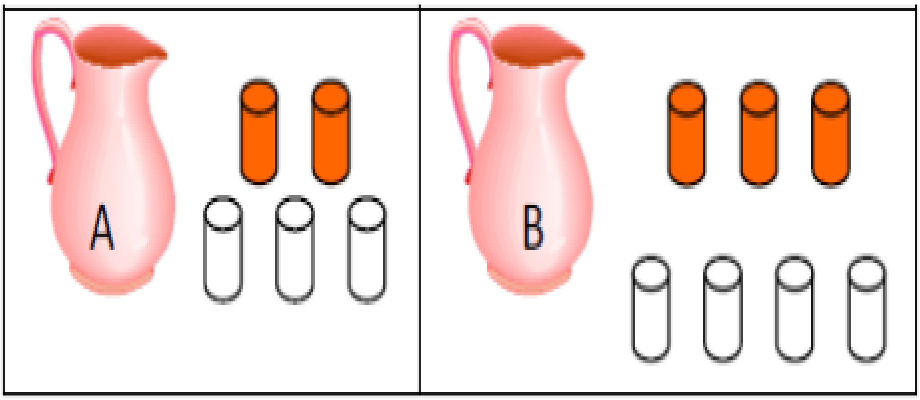
Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

İkinci Bölüm

5) Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisidaha hızlı koşmaktadır?Açıklayınız.

6) Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız basına düşen pide miktarı mı, erkek basına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız

7) Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, acık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.



Üçüncü Bölüm

8) Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almaktaysa, Türker 18 km' lik yolu kaç dakikada alır?

9) 300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km' lik yolu kaç saatte alır?

10) Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey' in boyu kaç ataç uzunluğundadır?

Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre;

11) A yılan balığı 2 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yemverilmelidir?

12) Eğer B yılan balığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yemverilmelidir?

13) Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse;

a) A yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

b) B yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

Puanlama Anahtarı

Birinci Bölüm	
0 puan	• Boş • Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu yok • Sadece doğru yanıt işaretlenmiş, açıklama yok
1 puan	• Soruda bulunan verilerden sadece biri kullanılarak sonuca ulaşılmış ve doğru yanıt işaretlenmiş
2 puan	• Doğru yanıt işaretlenmiş, soruda bulunan verilerden ikisi de kullanılarak yanlış ya da eksik açıklama yapılmış
3 puan	• Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak yapılmış
4 puan	• Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak değil, özgün tümcelerle yapılmış, açıklamalar sekil oluşturma, çizim yapma, örnek verme gibi yöntemlerle zenginleştirilmiş
İkinci Bölüm	
0 puan	• Boş • Sadece sonuç belirtilmiş • Yanlış değişkenler arasında orantı kurulmuş • Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair ipucu yok. • Verilerin toplamsal karşılaştırılması var. • Verilerin, sayıların ve işlemlerin rastgele kullanımı var.
1 puan	•Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerini kullanarak ya da kullanmayarak, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yanlış yorumlanmış • Doğru yanıt verilmiş ancak açıklama yetersiz
2 puan	• Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisine sahip olunduğu gösterilmiş, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yapılan açıklama yetersiz
3 puan	• Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisi var, ancak işlem hatası nedeniyle doğru sonuca ulaşılamamış • Doğru sonuca ulaşmamış olsa da bulunan sonuca göre yapılan doğru yorumlanmış
4 puan	• Doğru sonuca ulaşmak için gerekli orantısal akıl yürütme becerisi iyi düzeyde gösterilmiş ve doğru açıklama yapılmış
Üçüncü Bölüm	
0 Puan	• Boş • Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair ipucu yok • Verilerin toplamsal karşılaştırılması var • Verilerin, sayıların ve işlemlerin rastgele kullanımı var.
1 puan	• Sadece sonuç belirtilmiş • Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipuçları var (Yanlış değişkenler arasında orantı kurma, görsel verileri kullanarak orantı kurma gibi). • Orantı çeşidi fark edilmemiş
2 puan	• Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak sonuca ulaşılamamış • Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak işlem hataları yapılmış
3 Puan	• Soruyu tam ve doğru çözebilmek için gereken orantısal akıl yürütme var ve sonuca ulaşılmış

Ek-2 Orantısal Akıl Yürütme Değerlendirme Sorularının Analizi

Öğrencilerin öğretim deneyi öncesi ve sonrası orantısal akıl yürütme sorularına verdiklericevapların değerlendirilmesi için Akkuş ve Duatepe (2006a) tarafından geliştirilendereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Dereceli puanlama anahtarına göreOrantısal Akıl Yürütme sorularının nitel ve nicel bölümü için dört başarı düzeyi oluşturulmuştur.Bu düzeyler sırayla *düşük, orta, yüksek ve çok yüksek* şeklindedir. Bu düzeylere ilişkin kesme puanlarını belirlemek için Angoff standart belirleme yaklaşımı (Crocker ve Algina, 1986) benimsenmiştir. Kesme puanı belirlerken aşağıdaki işlem aşamaları uygulanmıştır:

1.Orantısal Akıl Yürütme Soruları ve değerlendirme formu 10 uzmana gönderilmiştir. Uzmanlardan düşük, orta, yüksek ve çok yüksek akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin maddeleri doğru yanıtlama olasılıklarını belirlemeleri istenmiştir.

2.Uzmanların belirlemiş olduğu olasılık değerlerinin ortalaması alınarak düşük, orta, yüksek ve çok yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin maddeleri doğru yanıtlama olasılıkları elde edilmiştir.

3. Düşük, orta, yüksek ve çok yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin maddelerden alabileceği olası puanları belirlemek için elde edilen olasılık değerleri maddeden alınabilecek en yüksek puanla çarpılmıştır. Daha sonra nitel ve nicel bölümdeki maddeler için elde edilen bu çarpım değerleri ayrı ayrı toplanmış ve her iki bölüme ait kesme puanları elde edilmiştir. Düşük, orta, yüksek ve çok yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin nitel ve nicel bölümdeki olası puanları tabloda verilmiştir.

Tablo 1. *Orantısal akıl yürütme becerisi düzeyi farklı öğrencilerin olası puanları*

	Beceri Düzeyi			
	Düşük	Orta	Yüksek	Çok yüksek
Nitel	2.46	6.38	10.42	14.16
Nicel	4.97	12.72	21.42	28.26

Tablo 1’de görüldüğü üzere nitel bölüm için kesme puanları sırasıyla 2.46, 6,38 ve 10.42’dir. Nicel bölüm için kesme puanları ise sırasıyla 4.97, 12.72 ve 21.42’dir. Nitel bölümden alınabilecek puanlar 0-16 puanları arasındayken nicel bölümden alınabilecek puanlar 0-33 puanları arasındadır. Bu nedenle Tablo 1’deki değerler dikkate alınarak öğrencilerin Nitel muhakeme beceri düzeylerini gösteren puan aralıkları için Tablo 2 kullanılmıştır.

Tablo 2. *Nitel muhakeme beceri düzeylerini gösteren puan aralıkları*

	Beceri Düzeyi			
	Düşük	Orta	Yüksek	Çok yüksek
Nitel	0-2.46	2.47-6.38	6.39-10.42	10.43-16

Benzer şekilde Tablo 1'deki değerler dikkate alınarak öğrencilerin bu sefer Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel muhakeme beceri düzeylerini gösteren puan aralıkları için aşağıdaki Tablo 3 kullanılmıştır.

Tablo 3. *Nicel muhakeme beceri düzeylerini gösteren puan aralıkları*

	Beceri Düzeyi			
	Düşük *(Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Orta *(Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Yüksek *(Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş)*	Çok yüksek *(Nicel Muhakeme)*
Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel muhakeme	0-4.97	4.98-12.72	12.73-21.42	21.43-33

Ek-3 Etkinliklerin Tanıtımı

Orantısal akıl yürütme becerisi, dereceli değerlendirme şeklinde az ve sınırlı sayıda problem içeren etkinliklerle değerlendirildiğinden dolayı bu konuyla ilgili literatürde birden fazla ölçme aracı geliştirilmiştir (Ben-Chaim vd., 1998; Miller and Fey, 2000). Bu ölçme araçları ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeyleri ve gelişim süreçleri belirlenmeye çalışılmıştır. Örneğin Lamon (1993) ve Ruiz Ledesma (2010) orantısal akıl yürütme düzeylerinin belirgin özelliklerini ve bu özelliklere karşılık gelen temel özellikleri tanımlamıştır. Bunun yanında Çıkla ve Duatepe (2002), Langrall ve Swafford'un (2000) tanımladığı orantısal akıl yürütme düzeylerini genişleterek bu seviyeleri tekrar ele almıştır. Orantısal akıl yürütme seviyelerinin önemli özellikleri ve bu özelliklere karşılık gelen temel özellikler aşağıdaki tabloda karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Bu çalışma kapsamındaki etkinlikler ise Çıkla ve Duatepe (2002) ve Langrall ve Swafford'un (2000) tanımladığı özellikler kapsamında 3 düzeyde hazırlanmıştır ancak bu düzeylerden bazı özellikler çıkarılmış ve diğer iki çalışmadan bazı özelliklerde eklenmiştir. Buna göre çalışmada kullanılacak düzeyler *Sezgisel Düşünme / Nitel Muhakeme, Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş ve Nicel Muhakeme* şeklinde isimlendirilmiştir. Çalışma kapsamında düzeylere göre gerçekleştirilmesi amaçlanan hedefler aşağıdaki Tablo 5'de verilmiştir.

Düzey 2' deki *Orantılı Durumlar Hakkında Niceliksel Akıl Yürütme* özellikleri arasında bulunan "Değişkenleri kullanarak orantı kurma ve içler dışlar çarpımı yardımıyla bu orantıyı çözme" becerisi bu çalışma kapsamında çıkarılmıştır. Bu çalışmanın 6. Sınıflarda gerçekleştirilmesi planlanmaktadır ve içler dışlar çarpımı ise 7. Sınıfların kazanımlarında yer almaktadır. Bir diğer nedeni ise içler dışlar çarpımı yönteminin doğrudan verilerek öğrencilerin ezbere çözümlere yönlendirilmemesi bunun yerine birim oran veya kendi içindeki oran(skaler) ve arasındaki (fonksiyonel) oran yaklaşımlarıyla sürecin ilişkilendirilmesi planlanmıştır. Bunun yanında Düzey 3'deki *Orantılı Durumlar Hakkına Formal Akıl Yürütme* özellikleri arasında bulunan "Benzerlik ve ölçek çizimi / kullanımıyla orantılı durumların ifadesi" becerisi bu düzeydeki amaçlara eklenecektir. Van De Walle (2013), orantısal akıl yürütme ile geometrideki benzerlik kavramı arasındaki ilişki için benzer şekillerin orantıların görsel temsilini sağlamasından dolayı önemli görüldüğünü söylemiştir.

Tablo 4. *Orantısal akıl yürütme aşamaları*

Düzeyler	Akkuş-Çıkla ve Duatepe (2002) ve Langrall ve Swafford (2000)	Lamon (1993)	Ledasma (2010)
Düzey 0	**Orantısal Akıl Yürütmenin Olmaması**	**Orantısal Akıl Yürütmenin Olmaması (Yapılandırılmamış Stratejiler)**	-
Düzey 0 Özellikleri	• Dayanaksız tahminler yapma, • Görsel ipuçları kullanma • Çarpımsal ilişkiyi fark edememe • Sayıları, işlemleri, stratejileri rastgele kullanma • İki ölçüm arasında bağlantı kuramama • Çarpımsal ilişkiye dayalı bir karşılaştırma yerine toplama ilişkisine dayalı bir karşılaştırma yapma • Orantılı durumları görememe	• Kaçınma (avoiding) • Problemle ciddi bir etkileşim olmaması • Görsel veya Toplamsal(visual or additive) • Deneme – Yanılma • Gerekçesiz yanıtlar • Sadece görsel düşünce ve kararlar • Hatalı toplamsal ilişkilendirmeler • Çözümle ilgili mantıklı bir açıklama yapamama • Sayısal ilişkileri anlamadan yazılı veya sözlü örüntü kullanımı	-
Düzey 1	**Orantılı Durumlar Hakkında İnformal Akıl Yürütme**	**Orantısal Akıl Yürütme Öncesi**	**Nitel Orantısal Düşünme**
Düzey 1 Özellikleri	•Durumları anlamlandırmak için resimler, modeller ya da somut materyaller kullanma, • Sayısal örnekler verme • Niteliksel karşılaştırmalar yapma (az, çok) • Oranı fark etme	•Sezgisel düşünme gerektiren aktiviteler(resim,kart, tablo kullanımı modelleme, manipülatif kullanma**)** •Konuyla ilgili ilişkisel (karşılaştırmalı/göreceli) düşünmelerin kullanımı	• Daralan veya genişleyen şekillerin seçimi • 'Daha büyük' veya 'daha küçük' gibi sözel ifadelerin kullanımı

Tablo 4. *(Devam) Orantısal akıl yürütme aşamaları*

Düzeyler	Akkuş-Çıkla ve Duatepe (2002) ve Langrall ve Swafford (2000)	Lamon (1993)	Ledasma (2010)
Düzey 2	**Orantılı Durumlar Hakkında Niceliksel Akıl Yürütme**	**Nicel Orantısal Akıl Yürütme**	**Nitel Orantısal Düşünmeden Nicel Orantısal Düşünmeye Geçiş**
Düzey 2 Özellikleri	• Birimleştirme ya da birleştirilmiş birimleri kullanma • Sabitleme yapabilme • Birim oranları bulma ve kullanma • Değişim çarpanını bulma ve kullanma • Denk kesirleri kullanma • Bir orandaki her iki ölçümü de artırma • Modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırma • Değişmeyen ve beraber değişen ilişkileri tam olarak anlama • Değişkenleri kullanarak orantı kurma ve içler dışlar çarpımı yardımıyla bu orantıyı çözme	• Oranın birim olarak kullanımı • Konuyla ilgili ilişkisel (karşılaştırmalı/göreceli) düşünmelerin kullanımı • Bazı sayısal ilişkilerin anlamlandırılması	• Şekilleri birbiri üstüne ekleyerek karşılaştırma yapma • Kareli düzlemde verilen şeklin kenar uzunluklarını hesaplama
Düzey 3	**Orantılı Durumlar Hakkında Formal Akıl Yürütme**	**Nicel Orantısal Akıl Yürütme**	**Nicel Orantısal Düşünme**
Düzey 3 Özellikleri	• Orantılı durumlar hakkında niceliksel akıl yürütürken kesin ve doğru bir dil kullanma	• Fonksiyonel ve ölçeksel (skaler) ilişkileri tamamıyla anlayarak orantıyı açıklama ve göstermede cebirsel sembolleri kullanma	• Ölçümlemede uygun araçların kullanımı • Tablo kullanma • Sayısal işlemler uygulama

Bu çalışmadada nicel etkinlik 2 ve 3'ün bu amaca hizmet etmesi düşünülmektedir. Bunun yanında ölçek çizimi ile ilgili literatürde (Bright, W.,Joyner, M.,and Wallis,C., 2003; Van de Walle, 2013) öğrencilerin çarpımsal akıl yürütme durumunu daha iyi kavrayabileceği söylenmektedir. Bu çalışmada da ölçek çizimi ve ölçek kullanımı ile öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma soru tipinde keşfettikleri kendi içindeki ve aralarındaki oran kavramlarını pekiştirilmesi beklenmiştir. Çalışma kapsamında kullanılan orantısal akıl yürütme aşamaları ve bunlara karşılık gelen özellikler aşağıdaki tabloda verildiği gibidir. Cobb'a (2003) göre varsayıma dayalı öğrenme rotası, sadece öğrencilerin öğrenmeyi destekleyen görevlerinin değil, aynı zamanda sınıf söylemini ve etkinlik planını göz önünde bulundurmaya göndermede bulunmaktadır. Bu çalışma için hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotası, farklı aşamalara göre her bir etkinlikte amaç, başlangıç noktası (ön bilgi), öğrencilerin olası düşünme varsayımları ve aktivitelerin değerlendirilmesi olacak şekilde oluşturulmuştur.

Tablo 5. *Çalışma kapsamında kullanılan orantısal akıl yürütme aşamaları*

Orantısal Akıl Yürütme Düzeyleri	Özellikler
Düzey 1: Sezgisel Düşünme / Nitel Muhakeme	• Durumları anlamlandırmak için resimler, modeller ya da somut materyaller kullanma, sayısal örnekler verme • Niteliksel karşılaştırmalar yapma (az, çok) • Birimleştirme ya da birleştirilmiş birimleri kullanma • Sabitleme yapabilme • Birim oranları bulma ve kullanma • Değişim çarpanını bulma ve kullanma
Düzey 2: Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş	• Denk kesirleri kullanma • Bir orandaki her iki ölçümü de artırma • Modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırma • Değişmeyen ve beraber değişen ilişkileri tam olarak anlama • Bazı sayısal ilişkilerin anlamlandırılması • Konuyla ilgili karşılaştırmalı/göreceli düşünmelerin kullanımı • Kareli düzlemde verilen şeklin kenarlar uzunluklarını hesaplama
Düzey 3: Nicel Muhakeme	• Benzerlik ve ölçek çizimi / kullanımıyla orantılı durumların ifadesini sağlama • Orantılı durumlar hakkında niceliksel akıl yürütürken kesin ve doğru bir dil kullanma

Ayrıca varsayıma dayalı öğrenme rotası görev seçimi ve öğrenme süreci hakkında düşünme aracı sağlamayı önermektedir (Simon and Tzur, 2004). Çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik araç olarak öncelikle uzun oran tablosu sonrasında ise kısa oran tablosu kullanılmasına yönelik etkinlikler hazırlanmış ve bu şekilde planlama yapılmıştır. Varsayıma dayalı öğrenme rotası, matematiksel kavramların öğrenimini planlamada bir araç olmasından dolayı öğretmen ders öncesi tasarladığı öğrenme rotaları ile ders planı oluşturabilir. Bu çalışmada da varsayıma dayalı öğrenme rotasının birkaç kaynaktan alınan bilgiye dayalı olarak geliştirilmesi ve uyarlanması planlanmaktadır. Planlama ilk olarak orantısal düşünebilme becerisiyle ilgili araştırma bulgularına dayanır. Bu bulgulara bağlı olarak varsayıma dayalı öğrenme rotası üzerinde etkisi olan diğer faktörlerin detaylandırması amaçlanmaktadır. Bu faktörler ise Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)'nin prensipleridir. Bu bağlamda öğretime başlamadan önce 16 etkinlikten oluşan bir varsayıma dayalı öğrenme rotası geliştirilmiştir. Çalışmada varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında hazırlanan etkinliklerde kendi içindeki ve arasındaki oran ilişkileri düşünülmüş ve sayılar arası kat ilişkisi öncelikle tam sayı sonrasında tam sayı olmayacak ve öğrencilerin toplamsal ilişkiye yönelmeyeceği şekilde sıralı biçimde ele alınmıştır. Ayrıca sayılar arası ilişkide çarpanın tam sayı olmadığı örneklere yönelik, öğretim öncesinde ondalık gösterimde çarpma bölme konusu işlenmiş böylece öğrencilerin uygulama öncesi ön bilgilerinin yeterli olması sağlanmıştır. Orantısal akıl yürütme aşamalarına göre ve varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında çalışmada kullanılan etkinlikler aşağıda sırasıyla verildiği şekliyle açıklanmıştır.

Sezgisel Düşünme / Nitel Muhakeme (Düzey 1) Öğrenimine Yönelik Etkinlikler

Sezgisel düşünme / nitel muhakeme öğretimine yönelik aşağıdaki Şekil 1'de "varsayıma dayalı öğrenme rotasının" ilk bileşeni olan "Öğretmenin Öğrenme Amacı" belirlenmiştir. Öğrenme amacının belirlenebilmesi için orantısal akıl yürütme becerisinin arka planında ne olması gerektiğinin bilinmesi gereklidir. Piaget (1978), Streefland (1884,1991) ve Ruiz (2010) öğrencilerin oran-orantı kavramıyla eğitime başladıklarında ilgili etkinliklerin çözümlerinde sayısal hesaplama gerektiren sorulardansa algı ve gözlemlemeye dayalı niteliksel muhakeme gerektiren sorularla başlanması gerektiğini vurgulamışlardır. Benzer şekilde Lamon (1995) oran kavramının oluşturulması sürecinde öğrencilere nitel gözlem yapabilecekleri değişik durumların incelenmesinden bahsetmiştir. Literatürden yola çıkarak öğretmenin öğrenme amacı olarak *Nitel muhakeme yapar* belirlenmiştir.

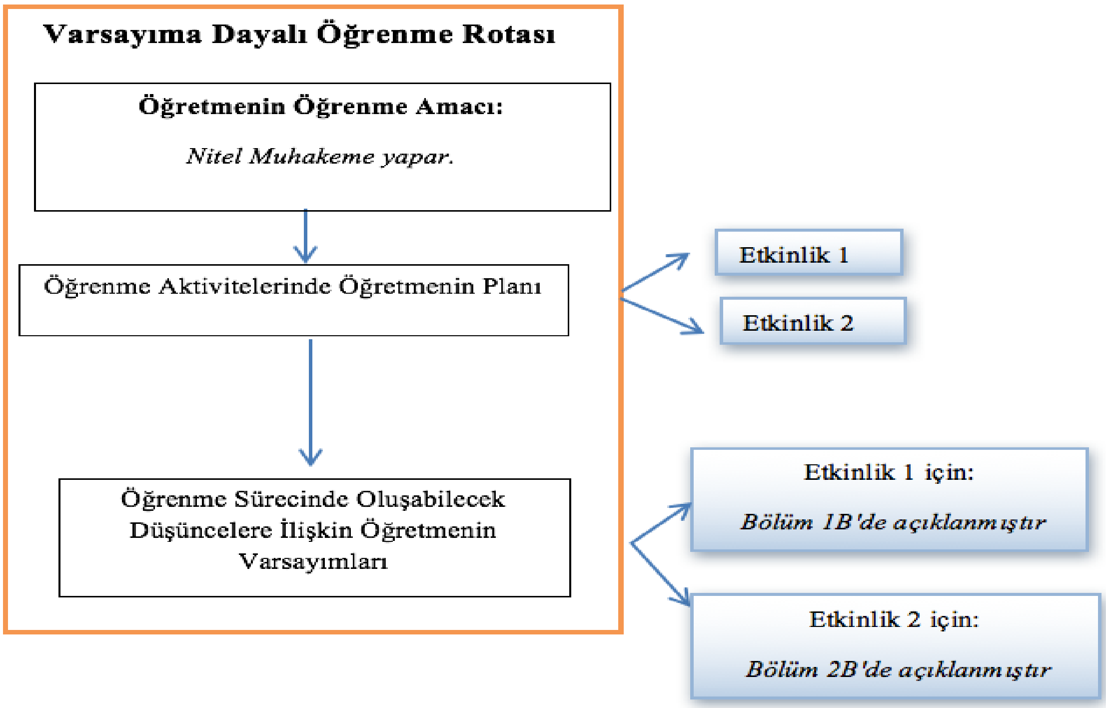
Öğrencilerin bu amaca yönelik ön bilgileri *karşılaştırma bigisi, gruplandırma bilgisi ve sayma bilgisi* şeklinde olmalıdır. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak varsayıma dayalı öğrenme rotasının ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 1 ve Etkinlik 2 oluşturulmuştur.

Etkinlik 1 incelendiğinde bu ders planında amaç olarak *"Niteliksel karşılaştırma yaparken daha büyük/daha küçük sözel ifadelerini kullanır"* belirlenmiştir. Öğrencilerin burada yapması gereken ve öğretmence belirlenen etkinlik yap-boz parçalarından farklı olanı bulmak ve sınıfa farklı olan parçayı nasıl bulduğunu anlatmak konusunda düşünmekle ilgilidir. Dolayısıyla öğrenme için seçilen amaca yönelik bir etkinlik tasarımı söz konusudur. Etkinlik tasarlanırken düşünülen noktalardan birisi de yapboz parçalarının birbirine yakın büyüklükte seçilmiş olmasıdır. Böylece öğrencilerin yapboz parçalarından farklı olanı bulurken üzerinde düşünerek farklı yollar denemesi amaçlanmıştır. Etkinlik 2 incelendiğinde ise amaç olarak *"Eşit sayıdaki tak-çıkar parçaları üzerinden dikdörtgen biçiminde şekiller oluşturarak en ve yükseklik arasındaki ilişkiyi fark eder."* belirlenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerden tak-çıkar parçalarını kullanarak aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde ve dikdörtgen biçiminde farklı pano inşa etmeleri ve sonrasında oluşturulan bu farklı panoların karşılaştırılması beklenmektedir.

Ders tasarımı yapılırken birleşebilen özdeş küp şeklindeki tak-çıkar parçaların kullanımı tercih edilmiştir. Bunun nedeni ise öğrencilerin tak-çıkar parçaları birbirine ekleyerek bütüncül bir model oluşturmaları ve bu modelleri sınıf içinde birbirlerine göstererek tartışma ortamının sağlanabilmesidir. Ayrıca etkinlik tasarlanırken dikkat edilen noktalardan biri de 20 tane aynı sayıdaki özdeş tak-çıkar parçaları kullanılmasıdır. Öğrencilerin bu 20 tak-çıkar parçalarının hepsini kullanmaları beklenmektedir. Bunun yanında öğrencilerin tak-çıkar parçalarıyla sadece dikdörtgen şeklinde model oluşturmaları istenmiştir. Son olarak öğrenciler dikdörtgen şeklindeki modelleri oluşturduktan sonra her birindeki en ve yüksekliği dikkate alarak modeller üzerinde oluşan değişiklikler üzerinde düşünmeleri ve sınıf içi tartışma yapmaları beklenmektedir. Tartışma ilerledikçe öğrenciler tarafından yapılan açıklamaların özel örneklerden sıyrılarak genele doğru ilerlenmesi önemlidir.

Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni "Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları" dır. Bu bileşen öğretmen tarafından derse girilmeden önce oluşturulur ve öğretmenin konuyla ilgili varsayımlarının ne kadar tutarlı olursa bu durum öğretmenin öğrencilerin durumlarını, olası kavram yanılgılarını iyi bildiği kısaca dersi verdiği sınıfı iyi tanıdığı anlamına gelmektedir.

Yukarıda açıklanan etkinlikler öğretmen tarafından tasarlanırken derste öğretilmesi amaçlanan noktaların nasıl öğretileceğine dair varsayımlar oluşturulur. Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 1B Etkinlik 1 için ve Bölüm 2B Etkinlik 2 için bu varsayımların düzenli kurgulanmış haline örnektir.



Şekil 1. *Sezgisel düşünme / nitel muhakeme öğretimi için varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Etkinlik 1: Yapboz Yapıyoruz

Amaç: Niteliksel karşılaştırma yaparken *daha büyük / daha küçük* sözel ifadelerini kullanır.

Kullanılacak Materyaller: Resimler

1A:Öğretim Planı:

Öğretmen dersin girişinde öğrencilere "Çocuklar kimler yap-boz oynamayı sever ?" şeklinde bir soru yönelterek öğrencilerin dikkatlerini çeker. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan sonra öğretmen "Çocuklar benim oğlum çizgi film karakterlerinden

‘Mickey’yi’ çok seviyor. Ben de ona çarşıdan her birinin içerisinde aynı Mickey resmi olan ama farklı büyüklüklerde 2 tane yap-boz aldım ama aldığım bu yap-boz parçaları birbirine karıştı, şimdi bugün sizlerle birlikte bu yap-boz parçalarından farklı olanı bulmamız gerekiyor diyerek etkinlikle ilgili açıklama yapılır.”

Öğretmen sonrasında ikişer kişilik gruplar oluşturulur ve öğrencilere “Şimdi grup arkadaşınızla birlikte size verdiğim yap-boz parçalarından farklı olanı bulup, sınıfa farklı olan parçayı nasıl bulduğunuzu anlatacaksınız” der ve her gruba aşağıdaki resimdeki yap-bozun farklı büyüklükteki parçalarını dağıtır.

1B.<u>Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin ÖğretmeninVarsayımları</u>

Bu etkinlikte öğrencilerin karşılaştırma yapmaları ve bunu yaparken de ölçme becerisini kullanmaları beklenmektedir.

- Öğrencilerin bir şekli diğerinin üzerine yerleştirerek karşılaştırma yapması ve farklı olanı bulması beklenir. Freudenthal (1983) karşılaştırılma eylemi için geleneksel bir araç kullanılmadan ölçümün başlangıcı niteliğinde olduğunu ve şekillerin üst üste konulmasıyla elde edildiğini belirtmiştir.
- Bazı öğrencilerin ise aynı boyutlarda olan yap-boz parçaları ile farklı büyüklükte olan yap-boz parçasına görsel olarak bakarak ve yap-boz parçalarını birleştirirken daha büyük veya daha küçük olan parçaların yap-boz da yerine oturmadığını görerek *daha büyük/ daha küçük* kelimelerini kullanması beklenir.

Etkinlik 2: Pano Yapalım

Amaç: Eşit sayıdaki tak-çıkar parçaları üzerinden dikdörtgen biçiminde şekiller oluşturarak nitel karşılaştırma yapar.

Kullanılacak Materyaller: Takçıkar blokları

2A. Öğretim Planı:

Öğretmen dersin girişinde öğrencilere "Çocuklar okulumuzdaki panolar hangi geometrik cisme benziyor?" (Öğrencilerin verdikleri cevapların kare veya dikdörtgen olması beklenmektedir).

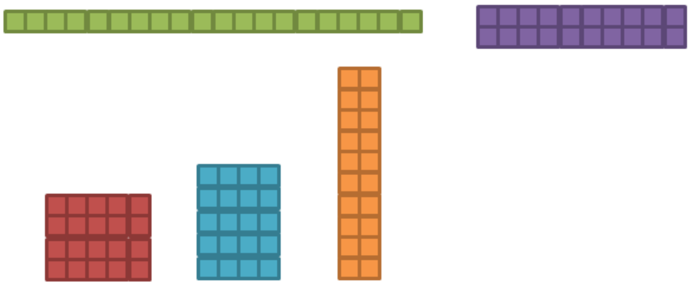
Öğrencilerin cevapları alındıktan sonra öğretmen, *"Çocuklar Müdür Bey, okuldaki panoları yenilemek istiyor ama yeni panoların aynı ölçülerde olmayıp farklı büyüklükte olmasını bekliyor"* diyerek öğrencilerin dikkatlerini çeker. Öğretmen *"Evet çocuklar, okulda oluşturulacak panoların büyüklüklerini belirleme görevi bizim sınıfa verildi."* der ve her biri aynı büyüklükte birleşebilen küp şeklinde takçıkar parçaları dağıtacağını ve her bir gruptaki öğrencinin bu takçıkar parçalarını kullanarak aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde dikdörtgen şeklinde bir pano inşa etmesi gerektiğini söyler. Öğretmen her bir öğrenciye 20 tane aynı sayıdaki birleşebilen özdeş küp şeklindeki takçıkar parçaları dağıtır.

Her bir öğrenci farklı büyüklükte dikdörtgen şeklinde bir pano inşa ettikten sonra öğretmen, öğrencilere *"Evet çocuklar, şimdi herkes oluşturdukları panoların eninde ve yüksekliğinde kullandıkları her bir takçıkar parçalarını sayarak kâğıtlarına not alsın sonrasında ise sıradaki arkadaşınızla bu bulduğunuz değerleri karşılaştıracaksınız"* der. Sonrasında her bir öğrencinin oluşturdukları şekiller sınıfta paylaşılır.

2B. Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları

Öğrenciler tarafından şekiller oluşturulduktan sonra öğretmen öğrencilere "Evet çocuklar, panoların eninde ve yüksekliğinde kullandığınız her bir takçıkar parçalarını sayarak kâğıtlara notlarınızı aldınız, şimdi herkes sıradaki arkadaşıyla bulduğu bu değerlere baksın ve yorumlasın" der.

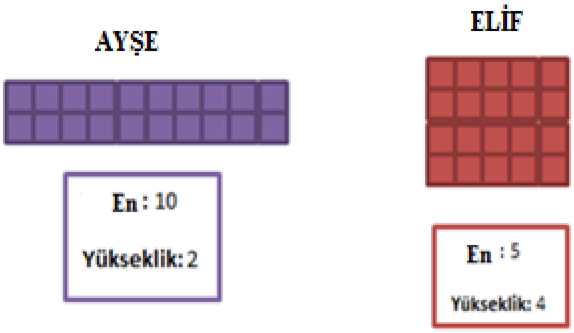
1. Öğrencilerin özdeş küp şeklindeki takçıkar parçalarından aşağıdaki gibi farklı şekiller oluşturması durumunda takçıkar parça sayılarını koruyarak doğru bir muhakeme üzerinden soruyu cevaplamaya başladığı söylenebilir.



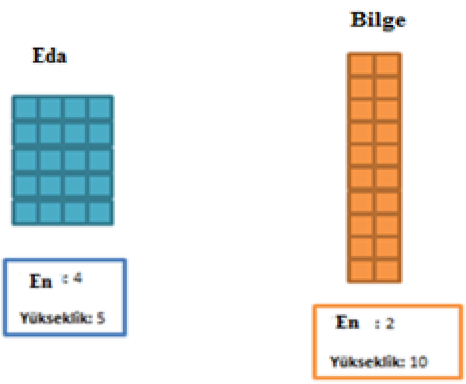
Mesela bir sıradaki iki öğrenciden birinin mor diğerinin kırmızı dikdörtgen oluşturduğunu ve kâğıtlarına en ve yükseklikle ilgili notları aldıklarını düşünelim:

Bu aşamada öğrencilerden beklenen yorumlar;

- Ayşe'nin panosunun eni Elif'in panosunun eninden daha büyüktür.
- Ayşe'nin panosunun yüksekliği Elif'in panosunun yüksekliğinden daha küçüktür.



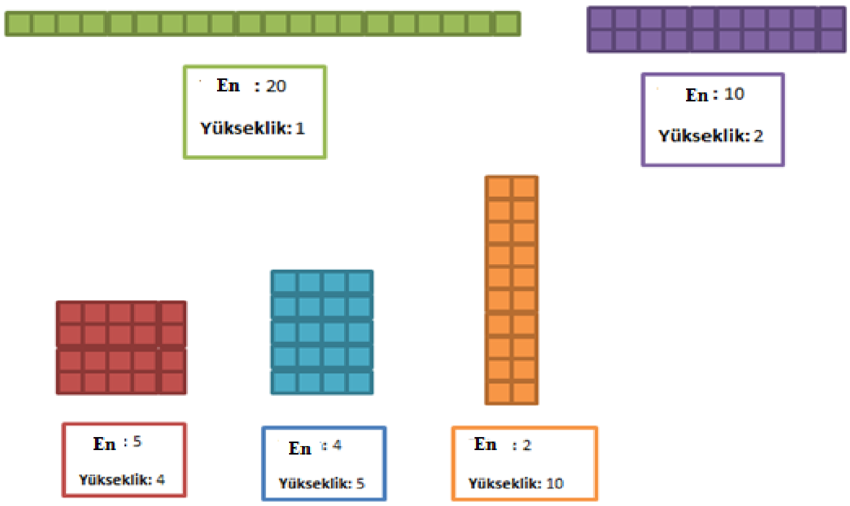
Başka bir sıradaki iki öğrencinin birinin mavi diğerinin turuncu dikdörtgen oluşturduğunu ve kâğıtlarına en ve yükseklikle ilgili notları aldıklarını düşünelim:



Bu aşamada öğrencilerden beklenen yorumlar;

- Eda'nın panosunun eni Bilge'nin panosunun eninden daha büyüktür.
- Eda'nın panosunun yüksekliği Bilge'nin panosunun yüksekliğinden daha küçüktür.

Öğretmen yukarıdaki durumu tüm şekiller için geneller ve şekilleri aşağıdaki gibi yan yana sıraya dizer. Oluşturulan panoların yükseklikleri arttıkça enlerinin azaldığı/enlerinin azaldıkça yüksekliklerinin arttığı dolayısıyla en ve yükseklik arasında ters bir ilişki olduğu sonucuna varılır.



Öğrencilerden bazılarının tak-çıkar parça sayılarını korumayarak soruya yanlış şekilde yaklaşabileceği düşünülmektedir;

Mesela bir sıradaki iki öğrencinin aşağıdaki iki şekli oluşturduğunu düşünelim. En için her iki şekilde de 2 parça varken, yükseklik olarak birinde 4, diğerinde 6 parça vardır.

Öğrencilerden bu iki şekli en ve yükseklik ilişkisine bakarak yorumlaması istendiğinde *"turuncu panonun yüksekliği mavi panonun yüksekliğinden daha çoktur ve panonun yüksekliği eni değiştirmez"* cevabının vermesi düşünülebilir.

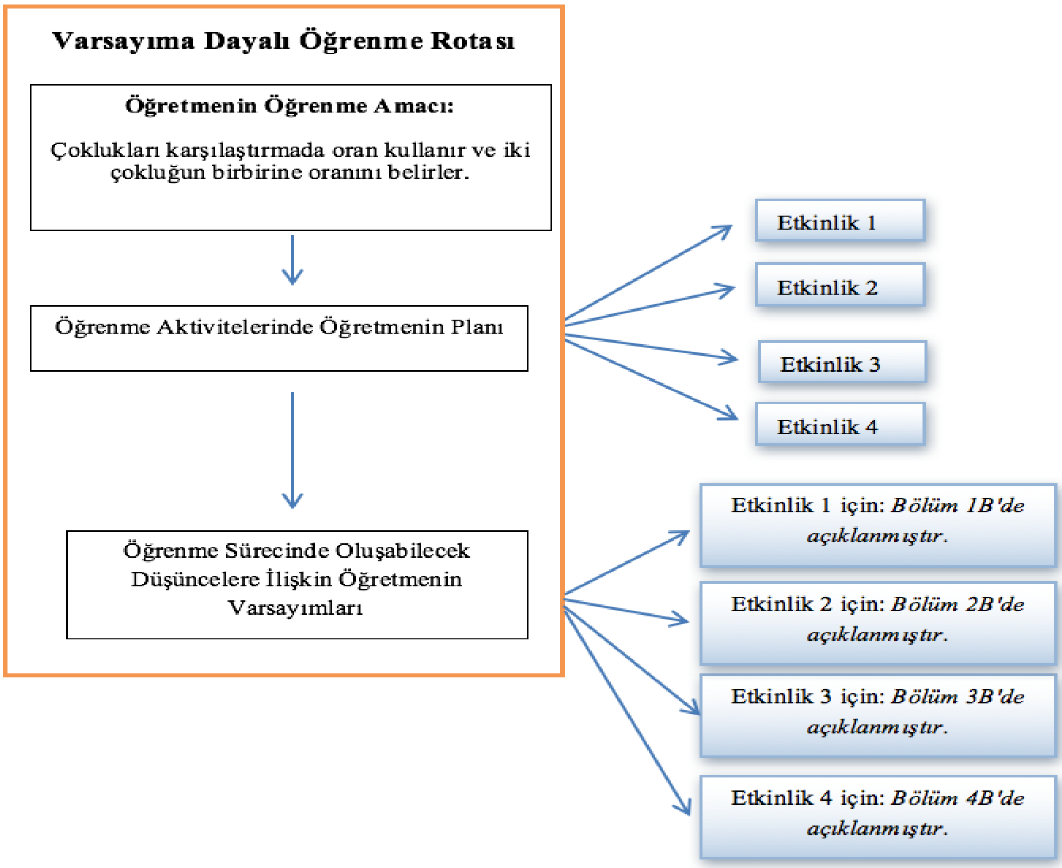
Bazı öğrenciler dikdörtgen şeklinde bir pano oluştururken panonun yüksekliği arttıkça eni de aynı şekilde artar diye düşünebilir. Bu durumda da öğrenciler tarafından özdeş takçıkar parça sayısının korunumu ihmal edilmiş olur.

Nitel Muhakemeden Nicel Muhakemeye Geçiş (Düzey 2) Öğrenimine Yönelik Etkinlikler

İkinci aşama olan nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş bölümündeki etkinlikler Oran Tanımının Oluşumu, Birim Oranın Kavranması ve Orantı Tanımının Oluşumu ve Orantısal Akıl Yürütme Problem Çeşitleri (Karşılaştırma ve Bilinmeyen değer) ile Orantısal Akıl Yürütmede Standart Algoritma Kullanımı olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Bu bölümde öncelikle Oran Tanımının Oluşumu etkinliklerine yer verilecektir.

Oran tanımının oluşumuna yönelik etkinlikler

Aşağıdaki Şekil 2' de oran tanımının oluşumu için hazırlanan varsayıma dayalı öğrenme rotasına yer verilmiştir. Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasınınilk bileşeni olan öğretmenin öğrenme amacı, *çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve iki çokluğun birbirine oranını belirler* olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu amaç için ön bilgi olarak temel dört işlem becerisini sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 1-2-3-4 oluşturulmuştur. Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni "Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları"dır. Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 1B Etkinlik 1 için, Bölüm 2B Etkinlik 2 için, Bölüm 3B Etkinlik 3 için ve Bölüm 4B Etkinlik 4 için bu varsayımların düzenli kurgulanmış haline örnektir.



Şekil 2. *Oran tanımı oluşumu öğretimine yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Etkinlik 1: Kim Daha Formunda?

Amaç: Sayıları kullanarak daha az / daha çok muhakemesini yapar ve iki çokluk arasında ilişki kurar.

Kullanılacak materyaller: Kronometre

Öğrencilerden beklenen yaptıkları koşu sırasında kronometreyi kullanarak kaç turu ne kadar zamanda koştuklarının ilgili tabloya yazılması ve elde edilen değerler üzerinden grup arkadaşına göre hızlı/yavaş koştuğunun belirlenmesidir. Bu sayede daha az / daha çok muhakemesini yapmalarının yanı sıra oran kavramını hissetmesi ve koşulan tur sayısı ile zaman kavramı arasında bir ilişki kurmasının sağlanması amaçlanmıştır. Her gruba kendilerinden istenen verilerin yer aldığı bir tablo örneği verilmektedir. Bu sayede her gruptaki öğrencinin buldukları verileri düzenli şekilde kaydetmesi ve tüm sınıfın ortak bir tablo üzerinden yorum yapabilmesi sağlanmıştır. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 1B oluşturulmuştur.

1A. Öğretim planı: Öğretmen öğrencilerin dikkatini çekmek için " Çocuklar kişinin formda ve sağlıklı olduğunu nasıl anlarsınız? Sizce sağlıklı olmak için neler yapılmalıdır? " şeklinde sorular sorar. Öğrencilerden alınan cevaplardan sonra "Çocuklar Yenimahalle İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü ilkokullarda öğrencilerin ne kadar zinde/formda olduklarını araştırmak istiyor. Bunun için de ortaokulda okuyan öğrencilerin ne kadar hızda koştuklarının belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bugün sizlerle birlikte bahçede kronometre tutarak ne kadar zamanda kaç tur koştuğunuzu gösteren bir tablo hazırlayacağız. Bu tabloya göre de gruptaki arkadaşınıza göre ne durumda olduğunuzu göreceğiz " diyerek yapılacak etkinlikle ilgili bilgi verilir. İkişer kişilik gruplar oluşturulur ve öğrencilere " Evet şimdi bahçeye çıkacağız ve gruplar halinde Yenimahalle İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'nün bizden istedikleri doğrultusunda tabloyu dolduracağız" der ve etkinliğe geçilir.Etkinlik için her gruba kendilerinden istenen verilerin yer aldığı aşağıdaki şekildeki gibi bir tablo örneği dağıtılır.

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman

Etkinlik öncesinde öğretmen tarafından okulun bahçesinde etkinliğin gerçekleştirileceği bölümde her 50 metrede bir belirgin çizgiler çizilir ve öğrencilere etkinliğe geçmeden önce her iki çizgi arasının (her 50 metrenin) 1 tur olarak kabul edileceği söylenir.

Daha sonra öğretmen öğrencilere “Evet çocuklar, her gruptaki öğrenci tabloda belirtilen yere adını ve soyadını yazsın. Bu etkinlikte ben her birinizin koşması sırasında kronometre tutacağım. Sizden istediğim her gruptan birinin 2 tur koşarken diğerinin 3 tur koşması ve sonrasında ise benim söylediğim sn'ye yi tablodaki uygun yere yazmanız" der.

Veriler toplandıktan sonra tüm grupların bulguları sınıfta tartışılır. Öğretmen her gruptaki arkadaşın birbirine göre bulunan değerleri karşılaştırmasını ister. Öğretmen öğrencilere “Evet çocuklar, İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü’nün bizden istediği verileri topladık. Her gruptaki arkadaşlar birbirlerine göre buldukları değerleri karşılaştırırsa bulunan bu sonuçlarla ilgili neler söylenebilir?” şeklinde soru yöneltir.

Bu noktada öğrencilerin kâğıtlarındaki verilerle ilgili 2 farklı durum oluşması beklenmektedir. Öğretmen tahtayı ikiye ayırır ve bu iki farklı durumu sınıfa göstermek için öğrenciler arasından buna ilişkin örnekleri seçer ve tahtanın bir tarafına 1. durumu, diğer tarafına 2. durumu gösterecek şekilde öğrencilerden gelen cevapları tahtaya yazar.

1B.Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları

1.Durum

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	50 sn
Ayşe	3 Tur	30 sn

Öğrencilerden beklenen yorumlar:

1.a Ayşe, Ali’ye göre daha az zamanda daha çok tur koşmuştur. Bu durumda Ayşe, Ali’ye göre daha hızlıdır.

1.b Ali, Ayşe’ye göre daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Bu durumda Ali Ayşe’ye göre daha yavaştır.

1.c Ali 1turu 50/2=25 ve Ayşe 30/3=10 sn.'de koşar. Bu durumda daha az saniyede koşan Ayşe daha hızlı koşar. Az sayıda da olsa bazı öğrencilerinbu şekilde bir açıklama ile *'birim oran'* stratejisini kullanabilecekleri beklenmektedir.

2.Durum

Öğrencinin Adı-Soyadı	Koşulan Tur Sayısı	Zaman
Ali	2 Tur	40 sn
Ayşe	3 Tur	50 sn

Yukarıdaki tablodaki koşu yapan her iki öğrencinin tur sayısı arttıkça zaman da arttığı için böyle bir tabloyla karşılaşan öğrencilerden bazılarının karar vermede zorlanacakları ve bazı öğrencilerin değerlendirmede zorlanıp yanlış stratejilerden biri olan toplamsal muhakeme yapabilecekleri düşünülmektedir. Öğrencilerin aşağıda verilen 2.a ve 2.b gibi cevap vermeleri durumunda öğretmen *"Peki kim hızlı kim yavaş koşar nasılkarşılaştırabiliriz"* der ve öğrencileri farklı strateji kullandırmaya yönlendirir. Öğrencilerden cevap gelmemesi durumunda öğretmen "*tur sayılarını veya zamanları eşitleyebilir miyiz?"* diyerek hatırlatma yapar.

Öğrencilerden beklenen yorumlar:

2.a Ayşe, Ali'ye göre daha çok zamanda daha çok tur koşmuştur (Cevaba ulaşamaz).
2.b Ali, Ayşe'ye göre daha az zamanda daha az tur koşmuştur (Cevaba ulaşamaz).
2.c Ali, 1 turu 40 sn /2 tur = 20 sn'de koşar, Ayşe, 1 turu 50 sn / 3 tur = 16 sn'de koşar. Bu durumda Ayşe daha hızlı koşar. (öğrencilerin çok azının 1 turu kaç saniyede koşacağını bulmaya çalışarak 'birim oran' stratejisini uygulayabileceği düşünülmektedir.)

Etkinlik 2: Halat çekme yarışını kim kazanır?[2]

Amaç: Çarpımsal ilişkiye dayalı durumu farkeder ve bu ilişkiyi ifade eder.

Bu etkinlikte oran tanımı yapılmadan önce toplamsal / çarpımsal durumun ortaya konulmasının yanında öğrencilerin bu tür durumlarda nasıl düşündüğü ve öğrencilere sınıftaki diğer arkadaşları tarafından aynı duruma farklı açılardan nasıl baktığını görme

[2] Van De Walle, John A.,Karp, Karen S., Bay-Williams, Jennifer M. , 2013, s. 352'den alınarak uyarlanmıştır.

fırsatı vereceği düşünülmektedir. Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasınınüçüncü bileşeni _Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları_ ile ilgili olarak Bölüm 2B oluşturulmuştur.

2A. Öğretim planı: Öğretmen dersin giriş bölümünde öğrencilere "*Çocuklar biliyorsunuz ki 5. sınıf öğrencileri okulumuza yeni geldiler. Okulumuz Rehberlik öğretmenlerinden Niyazi Hoca'da 5. sınıf öğrencilerinin ortama daha iyi uyum sağlayabilmesi ve iletişimlerinin artması için sınıflar arası halat çekme müsabakası yaptırmaya karar verdi. Geçen yıl size de böyle bir yarışma yaptırmış mıydı*" diye sorar ve öğrencilerin dikkatini çekerek derse başlar. Devamında *"Geçen yıl 5/C sınıfındaki arkadaşlarınız yarışırken kendi dersine giren öğretmenleri arasından bu sınıfın kazanacağını düşünerek destekleyenler olduğu gibi desteklemeyenlerde oldu. Bugün size dağıtacağım kağıtlar üzerinden 5/C sınıfını halat yarışmasında* destekleyen ve desteklemeyen öğretmen sayıları *arasında nasıl bir ilişki olduğu üzerine düşüneceğiz"* diyerek etkinlikle ilgili bilgi verir. Sonrasında etkinliğe geçer ve önceden 4-5 kişilik gruplara ayırdığı öğrencilere aşağıdaki şekillerin olduğu kağıttan dağıtır.

Her bir öğrenciye yukarıdaki şekillerin yer aldığı kağıtlar dağıtıldıktan sonra öğretmen öğrencilere "5/C sınıfını halat yarışmasında *destekleyen ve desteklemeyen* **öğretmen sayıları** arasında nasıl bir ilişki var?" der ve öğrencilerin verecekleri cevaplar dinlenir. Bu aşamada öğrencilerin aşağıdaki gibi cevaplar vermesi beklenmektedir:

a) 5/C 'yi halat çekme yarışında destekleyen öğretmenler desteklemeyen öğretmenlerden 8 fazladır. 5/C 'yi halat çekme yarışında destekleyen öğretmenler desteklemeyen öğretmenlerin 3 katıdır.

b) 5/C 'yi destekleyen her 3 öğretmene karşılık desteklemeyen 1 öğretmen vardır. (Bu stratejiyi çocukların uygulayabilmesi için resimli kağıt verilmiştir)

Öğretmen *"Evet çocuklar 5/C sınıfını halat yarışmasında* destekleyen ve desteklemeyen öğretmen sayıları *arasındaki ilişkiye baktık. Şimdi de bu halat çekme yarışlarıyla ilgili farklı bir durumu beraber inceleyeceğiz"* der. Sonrasında aşağıdaki açıklamayı yapar.

"*Çocuklar Niyazi Hoca bu yıl ki halat çekme yarışında her sınıfın kendine bir isim vermesini ister. Buna göre 5/A sınıfı Yıldızlar ve 5/B sınıfı ise Kuyruklu Yıldızlar ismini gruplarına verir. Halat çekme yarışı başladığında ipin sağ ucundan Yıldızlar (5/A) grubu tutarken sol ucundan Kuyruklu Yıldızlar (5/B) grubu tutar. Şimdi sizlere dağıtacağım kağıtlarda her iki gruptaki öğrencileri görebilirsiniz"* der ve aşağıdaki resimlerin olduğu kağıdı gruptaki her bir öğrenciye dağıtır. Öğretmen devamında "*Evet çocuklar, sizlere bu kağıtları dağıtmamın nedeni Niyazi Hoca yarışma öncesi "hangi gruptaki kız sayısı daha fazla ise bence o takım halat çekme yarışını kazanır" iddiasını ortaya atıyor. Şimdi sizlerden bulmanızı istediğim Niyazi Hocanın iddiası doğru ise*

5/A

5/B

hangi gruptaki kız sayısı daha fazladır ve buna göre hangi sınıf yarışmayı kazanır?

<u>İDDİA: </u>*Hangi gruptaki kız sayısı daha fazla ise o takım halat çekme yarışını kazanır.*

- Yukarıdaki iddia doğru ise, sizce hangi sınıf yarışmayı kazanır?

2B.<u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

Giriş etkinliği basit bir etkinlik olup öğrencilerin 3 farklı strateji oluşturması ve bu stratejilerden en çok *"5/C 'yi halat çekme yarışında destekleyen öğretmenler, desteklemeyen öğretmenlerden 8 fazladır"* cevabını vermeleri beklenmektedir. Öğretim etkinliğinde ise öğrencilerden doğrudan çarpımsal bir ilişki bulmaları beklenmemekle birlikte öğrencilerin ne çeşit cevaplar vereceği, toplamsal ilişkiden farklı bir durum olup olmadığını belirleyip belirleyemeyecekleri görülmek istenmektedir. Gruplar içinde öğrencilerin arasında yapılacak tartışmaların karşılaştırma üzerine yapılması ve böylece öğretmen rehberliğinde toplamsal/çarpımsal karşılaştırmalar arasındaki ayrımın ortaya konulması amaçlanmaktadır.

Bazı öğrenciler etkinlikte toplamsal mukakeme yaparak her iki gruptaki erkek ve kız öğrenci sayısına bakar ve kız öğrenci sayılarının eşit olduğunu diyebilir. [5/A (3 erkek - 2 kız)ve 5/B (2 kız - 2 erkek)] Böyle bir durumda öğretmen öğrencilerin dikkatini toplam öğrenci sayılarının eşit olmadığına çeker. Bu durumda doğrudan kişi sayısı fazla olan 5/A sınıfının yarışmayı kazanacağını düşünebilirler. Bu durumda da öğretmen kuralı hatırlatarak kişi sayısı fazla olan değil halat çekenler arasında kız sayısı fazla olanın yarışmayı kazanacağını hatırlatır.

Bazı öğrenciler kesirleri karşılaştırma konusundan hatırladıklarıyla 5/A sınıfında $\frac{2}{5}$ ve 5/B sınıfında $\frac{2}{4}$ kız vardır, bu durumda paylar eşitken paydası küçük olan daha büyüktür kuralından veya genişletme yöntemini kullanarak ($\frac{2\times 4}{5\times 4}=\frac{8}{20}\, ve\, \frac{2\times 5}{4\times 5}=\frac{10}{20}$) veya $\frac{2}{5}$ yarımdan küçük ve $\frac{2}{4}$ yarıma eşittir gibi farklı stratejiler kullanarak 2. gruptur diyebilirler.

Etkinlik 3: Hangisi Kimin Bisküvi Kutusu ?

Amaç: Kareli düzlem üzerinde verilen dikdörtgen şeklin uzun ve kısa kenar uzunluklarından yola çıkarak toplamsal/çarpımsal ilişkiye dayalı karşılaştırma yapar.

Kullanılacak materyaller: Resimler, Kareli Düzlem

Öğrencilerden beklenen üç farklı ebatdaki bisküvi kutularının büyüklüklüğünün ‘kenar uzunlukları’ üzerinden yorumlanmasıdır. Bisküvi kutuları kareli düzlem üzerinde verilerek öğrencilerin ortak birim ile uzunlukları karşılaştırmaları sağlanmıştır. Ruiz (2010) kareli düzlem kullanımının şekillerin kenarlarını ölçümleme sürecinde, elde edilen sonuçla bölüm ilişkisi yani oran kurmak için ve iki oran ya da orantı arasında denklik ilişkisi kurmayı sağlaması gibi avantajlarından dolayı öğrencilerin nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçişlerinde önemli rol oynadığını belirtmektedir. Dolayısıyla bu etkinlikle birlikte söz konusu geçişte ilk adımı atmak adına kenar uzunluklarına sayısal değerler vermekten kaçınılmıştır. "Varsayıma dayalı öğrenme rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 3B oluşturulmuştur.

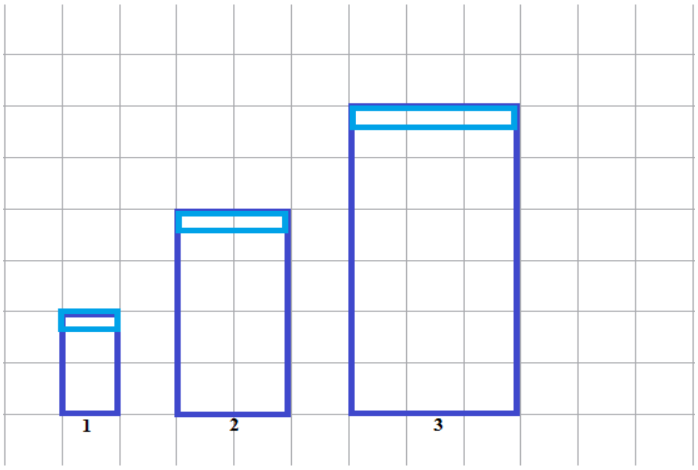
<u>3A. Öğretim planı:</u> Demirtaş ailesi 1, 4 ve 16 yaşında 3 çocuğa sahip mutlu bir ailedir. Bu aile pazar günleri toplu bir şekilde markete giderek haftalık gerekli ev alışverişlerini yaparlar. Bisküvi reyonuna geldiklerinde anne Demirtaş farklı büyüklüklerde bisküvi kutuları görür ve aşağıdaki şekildeki (sizlere dağıttım kareli kağıtlar) büyüklüklere göre çocuklarının yaşlarına uygun büyüklükteki kutulardan sırayla alır.

a) 2. ve 3. sıradaki bisküvi kutusunu 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre önce kısa kenar uzunluğu sonra uzun kenar uzunluğuna göre yorumlayın.

b) 2. ve 3. sıradaki bisküvi kutusunu 1. sıradaki bisküvi kutusuna göre kısa ve uzun kenar uzunluğunu birlikte ele alarak yorumlayın.

3B. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

Öğrenciler sayısal hesaplamaya girmeden birinci bisküvi kutusu ikinci ve üçüncü bisküvi kutusuna göre daha küçüktür cevabını verebilir. Öğretmen bu şekilde cevap veren öğrencilere "*bisküvi kutularının kareli düzlem üzerinde olduğunu fark ettiniz mi?*" sorusunu yönelterek kareli düzlemdeki birimleri hesaba katmaları noktasında yönlendirir.



*Öğrencilerden bazıları kareli düzlem üzerindeki bisküvi kutularının uzun kenarlarındaki birimleri sayarak 2 fazla cevabını verebilir, kısa kenarlarındaki birimleri sayarak 1 fazla cevabını verebilir.

*Daha az sayıda öğrenci kareli düzlem üzerindeki bisküvi kutularının uzun ve kısa kenarları birbirinin sırayla 2 ve 3 katı olduğunu ifade edebilir .

*Öğrencilerden bazıları kesir konusundan hatırladıklarıyla bir numaralı bisküvi kutusunu $\frac{1}{2}$, iki numaralı bisküvi kutusunu $\frac{2}{4}$ ve üç numaralı bisküvi kutusunu $\frac{3}{6}$

şeklinde gösterip ve iki numaralı bisküvi kutusunu, bir numaralı bisküvi kutusunun 2 katı büyüklüğünde olduğunu ve üç numaralı bisküvi kutusunun da bir numaralı bisküvi kutusunun 3 katı büyüklüğünde olduğunu söylemeleri beklenmektedir.

*Bir kısım öğrenci her bir dikdörtgen şeklindeki bisküvi kutusunun çevresini hesaplayarak ve çevre uzunluklarını sırasıyla 6 - 12 ve 16 birim olarak bulup iki numaralı bisküvi kutusunun, bir numaralı bisküvi kutusunun 2 katı büyüklüğünde ve üç numaralı bisküvi kutusunun bir numaralı bisküvi kutusunun 3 katı büyüklüğünde olduğunu söyleyebilir.

*Bir kısım öğrenci de her bir dikdörtgen şeklindeki bisküvi kutusunun alanını hesaplar ve alanlarını sırasıyla 2-8 ve 18 birim olarak bulduktan sonra iki numaralı bisküvi kutusunun, bir numaralı bisküvi kutusunun 4 katı büyüklüğünde ve üç numaralı bisküvi kutusunun bir numaralı bisküvi kutusunun 9 katı büyüklüğünde olduğunu söyleyebilir.

Etkinlik 4: Farklı Güzergâh

Amaç: İki çokluğun birbirine oranını algoritma kullanarak belirler.

Kullanılacak materyaller: Kareli Düzlem

Etkinlikte kareli düzlem üzerinde yol tarifi, öğrencilerin günlük hayatta akıllı telefonlardaki uygulamalarda yol tarifi alırken karşılaştıkları düşünülen dolayısı ile öğrencilerin yabancı olmadıkları bir model olarak düşünülmüştür.

Bu etkinlikte öğrencilerden beklenen yolculuğun süresi ve alınan yol arasında var olan çarpımsal ilişkinin farkına varılması ve süre/yol çokluklarının oranını algoritma kullanarak belirlenmesidir. Bu etkinlik sonunda öğrencilerin yapmış olduğu gözlem ve çıkarsamalara dayanarak öğretmen tarafından oran tanımı formal olarak verilir. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 4B oluşturulmuştur.

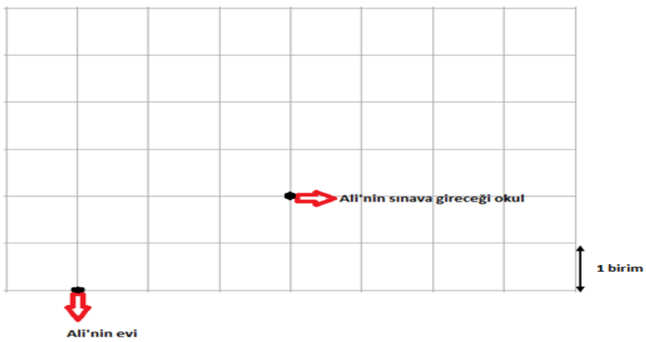
4A. Öğretim planı:

Öğretmen dersin giriş bölümünde öğrencilere *"Çocuklar biliyorsunuz ki 8. sınıf öğrencileri iyi bir liseye gidebilmek için sınavlara hazırlanıyorlar. Siz de 8. sınıfa geldiğinizde farklı sınavlara gireceksiniz diyerek öğrencilerin dikkatini çekerek derse başlar. Bu tür sınavlar da siz de biliyorsunuz ki sınav yerinde zamanında olmak çok önemli. Ali'de 8. Sınıf öğrencisi olup liselere giriş sınavlarına hazırlanmaktadır. Bu* *pazarda Ali ALS (Askeri Liselere Giriş) sınavına girecektir. Ali'yi sınava kendi arabalarıyla babası götürecektir.*

Babası akıllı telefonundaki adres bulma uygulamasına Ali'nin gireceği sınav yerini yazar. Telefondaki uygulama, Ali'nin evinden sınava gireceği okula 30 dk. *da varacağını göstermektedir. Şimdi tüm gruplardaki her bir öğrenciye kareli kağıt üzerinde Ali'nin evi ve okulunun bulunduğu noktaları gösteren bir kağıt dağıtacağım. Buna göre her grubun Ali'yi evinden sınava gireceği okula götürecek* üç farklı güzergah *belirlemesini istiyorum.*

Takip ettiğiniz bu 3 farklı güzergahın her birinde her bir birimin kaç dakika süreceğinizi de kağıtlarınıza not alıp, sınıfta paylaşacaksınız ve uymanız gereken tek kural var o da yol olarak sadece karelerin kenar uzunluklarını kullanabilirsiniz." der.

<u>Etkinlik sırasında öğrencilere dağıtılacak kareli düzlem:</u>



4B. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

- Bir çok öğrenci aşağıdaki Şekil 1.1'dekine benzer bir güzergah izleyerek (Yeşil, mavi ve mor) soruya cevap verecekleri düşünülmektedir. Kareli düzlem üzerinde gittikleri toplam çizgi (birim) sayısını sayarlar ve bölme stratejisini kullanarak $\frac{zaman}{birim} = \frac{30}{6} = 5$ dakika cevabını verebilirler. (Her bir birim 5 dakikada alınmaktadır.)
- Sonucun ondalık gösterim olarak bulunmasından dolayı Şekil 1.2'deki gibi cevap verecek öğrenci sayısının daha az olması beklenmektedir.

Mor renkli güzergah; $\frac{zaman}{birim} = \frac{30}{7} = 4{,}28$ **Yeşil renkli güzergah**; $\frac{zaman}{birim} = \frac{30}{15} = 2$

Kahverenkli güzergah ; $\frac{zaman}{birim} = \frac{30}{7} = 4{,}28$

Bundan sonra öğretmen yapılanları daha genele dökmek adına Şekil 1.1'i referans alarak *"Evet çocuklar şimdi bulduğumuz bu sonuçları, birimleri sıralayarak yazalım"* der ve aşağıdaki "arttırma stratejisi" olarak adlandırılan tabloyu öğrencilerle birlikte oluşturur. Tablo oluşturulduktan sonra öğrencilere *"Çocuklar bu tabloda neler görüyoruz, sayılar arasında nasıl bir ilişki var sorusu yöneltilir."* Öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda veriler arasında her bir birim 1'erli arttıkça ve dakikanın da aynı oranda 5'erli arttığı sonucuna varılır.

+1 +1 +1 +1 +1

1	2	3	4	5	6
5	10	15	20	25	30

+5 +5 +5 +5 +5

Yukarıdaki tablo oluşturulduktan sonra öğretmen öğrencilerin dikkatini ***oran*** tanımına çekmek için; Ali'nin babası araba sürerken; 1 birimi 5 dakikada aldığı için, 2 birimi 10 dakikada alır ifadesini vurgulayarak "Evet çocuklar, şimdi biz yukarıda gösterdiğimiz birim ve dakika çokluklarını birbirine bölerek karşılaştırmak istersek şu şekilde gösteririz" der ve aşağıdaki ifadeleri yazar.

Ali'nin babası araba sürerken aldığı her 1 birimin dakikaya oranı $\frac{1birim}{5dakika}=\frac{1}{5}$ 'dir. (Her bir birimde 5 dk. yol gidilir.) 2 birimin dakikaya oranı $\frac{2birim}{10dakika}=\frac{2}{10}$ olur. (Her 2 birimde 10 dk yol gidilir.) Sonrasında genelleme yapılarak oran tanımı verilir:

"İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına *oran* denir ve $\frac{a}{b}$; a : b biçimlerinde gösterilir" denilir.

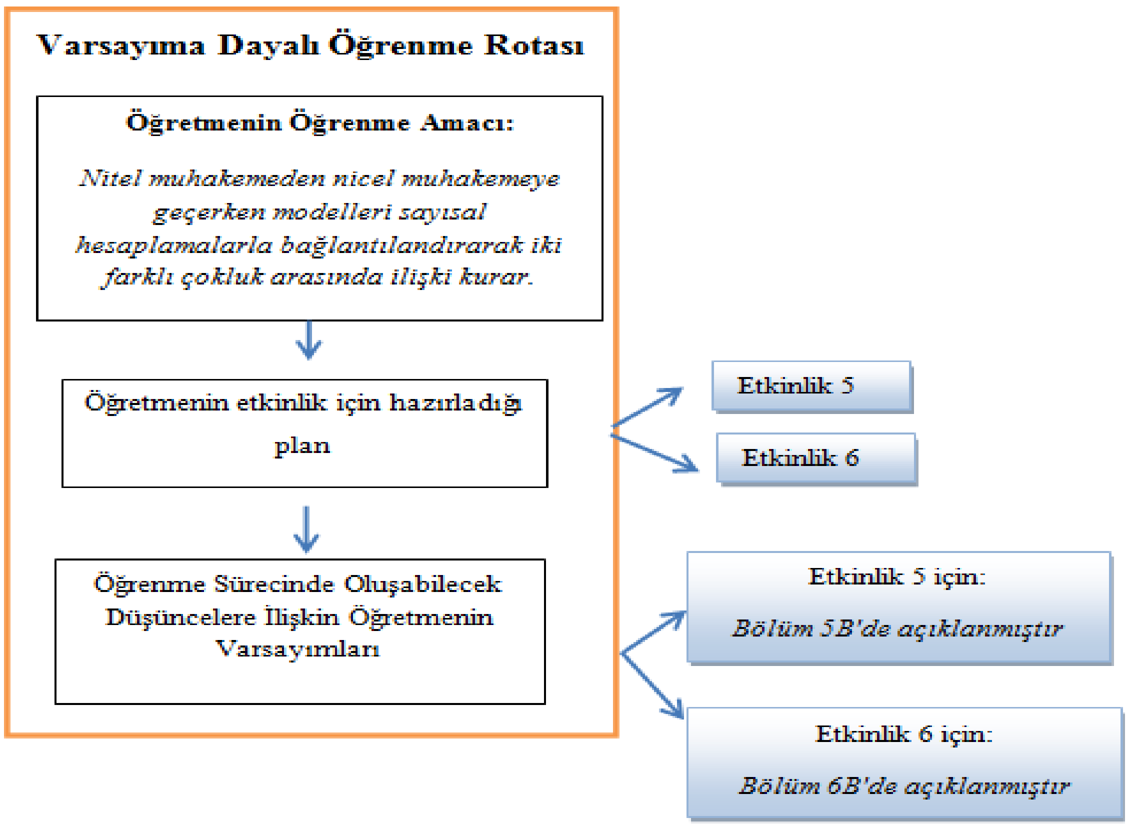
Birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumuna yönelik etkinlikler

Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçiş aşamasının ikinci bölümü birim oranın kavranması ve orantı tanımının oluşumuna ilişkin örneklerden oluşmaktadır. Bu bölümde öğretmen tarafından etkinliklerdeki farklı genel amaçlara ilişkin iki farklı varsayıma dayalı öğrenme rotası oluşturulmuştur. Bunlar sırasıyla iki çokluk arasında ilişki kurmaya yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası ve çarpımsal orantının yapılaştırılmasına yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası şeklindedir. Bu noktada temel alınan genel amaca ilişkin farklı etkinliklere yer verilmiştir.

İki çokluk arasında ilişki kurmaya yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası

Aşağıdaki Şekil 3' de iki çokluk arasında ilişki kurmaya yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotasına yer verilmiştir. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" ilk bileşeni olan "Öğretmenin Öğrenme Amacı", Nitel muhakemeden nicel muhakemeye geçerken modelleri sayısal hesaplamalarla bağlantılandırarak iki farklı çokluk arasında ilişki kurar olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu amaç için ön bilgi olarak temel dört işlem becerisini sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 5-6 oluşturulmuştur. Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni *"Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları"*dır.

Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 5B Etkinlik 5 için, Bölüm 6B Etkinlik 6 için, bu varsayımların düzenli kurgulanmış haline örnektir.



Şekil 3. *İki çokluk arasında ilişki kurmaya yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Etkinlik: 5

Amaç: İki çokluk arasında ilişki kurar.

Etkinliğe başlamadan önce öğretmen öğrencilerin dikkatini çekmek için aşağıdaki bölümü öğrencilere okur.

Kabus[3]

Konuya girmeden önce dün gece gördüğüm korkunç rüyayla ilgili konuşarak başlayalım. Rüyada gördüklerimden hatırlayabildiklerim aşağıdaki gibi;

Rüyamda bir şey beni burnumdan sıkarak uyandırıyor ve ben de burnumu sıkarak beni uykumdan uyandıran şeyin ne olduğunu öğrenmek için tüm cesaretimi toplayıp mutfağa gidiyorum. Bir de görüyorum ki uzaylılar toplanmış ve masanın üstünde duran yemek kutusunu yiyorlar. Uzaylılar o anda beni farkediyor ve "Daha yemek kutusu, Daha yemek kutusu" diye bağırıp üzerime yürüyerek bağırmaya başlıyorlar. Mutfak da sadece bir yemek kutusu var ve bu yemek kutusu uzaylıları doyurmak için yeterli değil. Bu yüzden bana saldıracaklar. Rüyadan yeni bir matematik problemini düşünürken uyanıyorum.

Etkinlikte 1 yemek kutusunun 3 uzaylıyı rahatlıkla doyurduğu öğrenciler tarafından bilinmelidir. Tartışma sırasında 1 ve 3 arasındaki bağlantıya odaklanmak gereklidir. Ayrıca 1 yemek kutusunun 3 uzaylıya yetmesiyle ilgili olarak, öğrenciler cevaplarını açıklama sırasında çizgilerle gösterme gibi stratejileri kullanma konusunda öğretmen tarafından cesaretlendirilir. Varsayıma dayalı öğrenme rotasının üçüncü bileşeni öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 5B oluşturulmuştur.

5A. Öğretim planı:(1 *yemek kutusu 3 uzaylıyı doyurmaktadır)*

5.1 Aşağıda uzaylılara yetecek kadar yemek kutusu var mı? Açıklayın.

5.2 Aşağıda uzaylılara yetecek kadar yemek kutusu var mı? Açıklayın.

5.3 Aşağıda uzaylılara yetecek yemek kutusu kaç tane olmalıdır? Açıklayın.

[3] Çalışmada yer alan bundan sonraki etkinlikler (Etkinlik 12'ye) Stephan, M., McManus, G., Smith, J. ve Dickey, A. (ty). çalışmasından alınarak uyarlanmıştır.

5B. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

5.1.

*****Bazı öğrenciler 1 yemek kutusundan 3 uzaylıya çizgi çizip bu durumda sonuncu sıradaki uzaylı grubu için yemek kutusu kalmayacağınıgösterebilirler.

*Her bir 3 lü uzaylı grupu ve 1 yemek kutusu arasında döngü oluşturabilirler.

5.2.

*****Gerekenden fazla yemek kutusu olduğunu düşünebilirler. 1 yemek kutusundan 3 uzaylıya çizgi çizer ve bu durumda 1 yemek kutusunun açıkta kaldığını ve fazla olduğuna karar verirler.

*Her bir 3 lü uzaylı grupu ve 1 yemek kutusu arasında döngü oluşturabilirler.

*Eğer 1 yemek kutusu daha olsaydı 3'den fazla uzaylı besleyebilirdik şeklinde düşünebilirler.

5.3.

*****Bir çok öğrenci 3 lü uzaylı grupları oluşturarak toplamda 5 grup oluşturur ve 5 yemek kutusuna ihtiyaç olduğunu söyleyebilir.

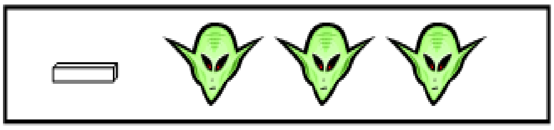
*Bir yemek kutusu çizer ve kaç katı olduğunu bulana kadar 3 lü uzaylı ile ilişki kurabilir.

<u>Etkinlik: 6</u>

<u>Amaç:</u> İki çokluk arasında ilişki kurar.

Bu etkinlikte bir önceki örnektekine benzer şekilde öğrencilerin 1 yemek kutusu ve 3 uzaylı arasındaki ilişkiye odaklanmaları sağlanmalıdır. Etkinlikte sayılar büyük verilmiştir ve büyük sayılar verildiğinde öğrencilerin çözüm üzerinde nasıl düşündüklerine bakılması amaçlanmıştır. Öğrenciler çözüm olarak daha çok "*bölme stratejisini"* kullanabilirler ancak bu stratejiyi neden kullandıkları ve hangi sayının neyi ifade ettiğini açıklayamamaları olasıdır. Böyle bir durumda öğretmen bölme stratejisi üzerinde çok durmayarak öğrencilere Farklı güzergah etkinliğinde öğrendiklerinize göre veya resimle soruyu cevaplayabilecekleri söylenir. Öğrencilerin "resim ve tablo stratejisini" kullanmaları durumunda farklı ve sıklıkla yapılanın ne olduğu sorulabilir. Sonraki adımda sırayla kullanılması beklenen stratejiler resim çizme, tablo yapma ve yanlış stratejilerden biri olan toplamsal akıl yürütmedir. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 6B oluşturulmuştur.

6A. **Öğretim planı:***(1 yemek kutusu 3 uzaylıyı doyurmaktadır)*



6.1 12 yemek kutusu 36 uzaylı için yeterli mi?

6.2 24 yemek kutusu 72 uzaylı için yeterli mi?

6.3 6 yemek kutusu 18 uzaylı için yeterli mi?

6.4 39 uzaylıyı doyurmak için ne kadar yemek kutusu gerekir?

6B. **Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları**

6.1

*****Her bir adımdaki 3 uzaylı ve toplamda 36 uzaylı için 12 yemek kutusugörsel olarak çizilir.

*36 sayısı 12’ye bölünerek 3 bulunur.

6.2

*****24 yemek kutusu için 72 uzaylıyı görsel olarak çizebilir.

*72 sayısı 24’e bölünerek 3 bulunur.

* Öğrencilerden bazıları 8.1 ile ilişki kurabilir. 12’nin 2 katı 24 ise ; 36’nın 2 katı 72 olur.

*Öğrencilerden bazıları toplamsal ilişkilendirme yaparak 12’ye 12 ekler ve 24 bulur. Sonrasında 36 ya da 12 ekleyerek 48 bulur ve yanlış bir cevap verebilir.

6.3

*****18, 6’ya bölünerek 3 bulunur ve yeterli cevabı verilir.

*6.2 den yararlanarak 24, 4’e bölünür ve 6 bulunur bu yüzden 18’i elde etmek için 72, 4’e bölünerek 18 bulunur.

*Her bir yemek kutusu için gerekli uzaylı sayısı tekrar görsel olarak çizilebilir.

6.4

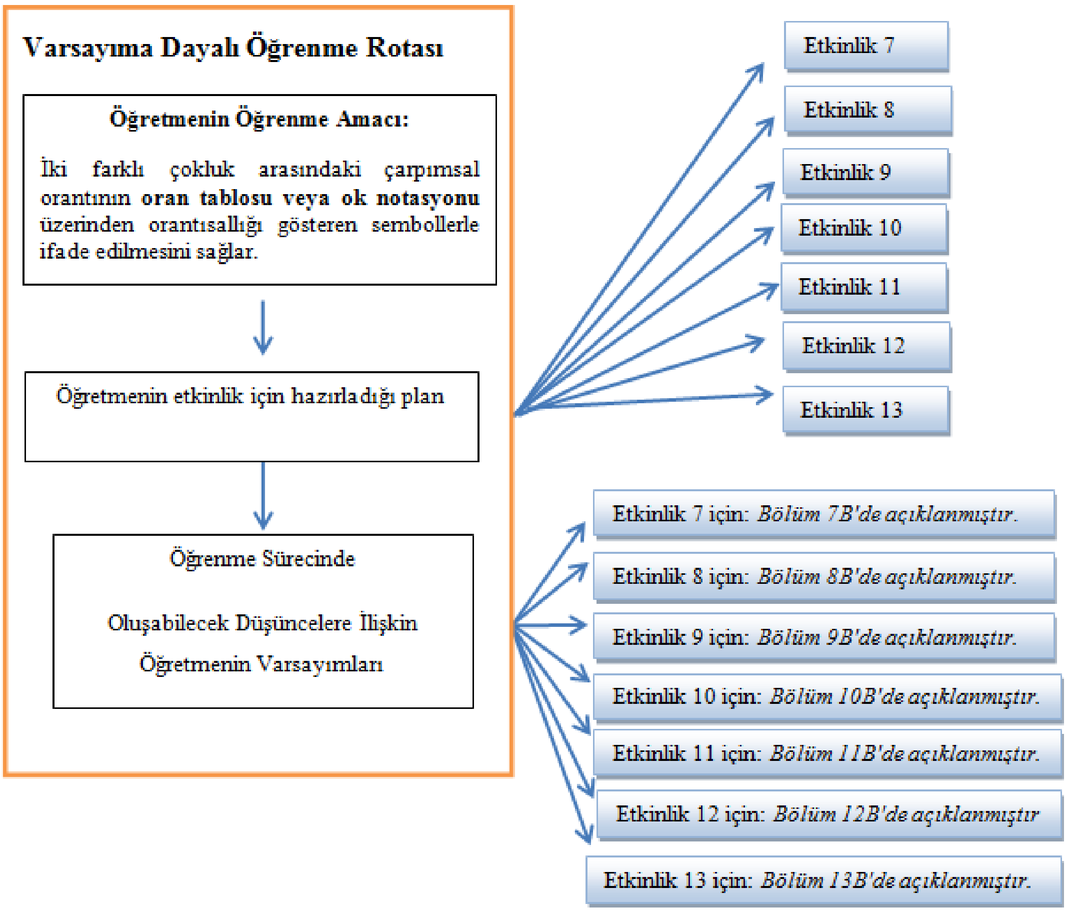
*****39, 3’e bölünerek 13 bulunur.

*Tablo yapılabilir veya 39 uzaylı resmi çizilir ve bunu sağlayan yemek kutusu sayısı grup yapılarak tekrar cevap bulunmaya çalışılır.

Çarpımsal orantının yapılaştırılmasına yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası

"Çarpımsal orantının yapılaştırılmasına yönelik" hazırlanan aşağıdaki varsayıma dayalı öğrenme rotasının ilk bileşeni olan "Öğretmenin Öğrenme Amacı", *"İki farklı* *çokluk arasındaki çarpımsal orantının oran tablosu veya ok notasyonu üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar"* olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu amaç için ön bilgi olarak temel dört işlem becerisini sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak varsayıma dayalı öğrenme rotasının ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 7-8-9-10-11-12-13 oluşturulmuştur. Varsayıma dayalı öğrenme rotasının üçüncü bileşeni "Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları"dır.

Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 7B Etkinlik 7 için, Bölüm 8B Etkinlik 8, Bölüm 9B Etkinlik 9 için, Bölüm 10B Etkinlik 10 için,Bölüm 11B Etkinlik 11 için Bölüm 12B Etkinlik 12 için, Bölüm 13B Etkinlik 13 için, için bu varsayımların düzenli kurgulanmış haline örnektir.



Şekil 4. *Çarpımsal orantının yapılaştırılmasına yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Etkinlik:7

Amaç: Birim oran şeklinde verilen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu üzerinden ifade eder.

Bu etkinlikte diğer etkinliklerden farklı olarak öğrencilere araç olarak *oran tablosunun* tanıtılması ve öğrenciler tarafından kullanılması ve daha çok bölme stratejisinine yönelmeleri beklenmektedir. Buna karşılık öğretmen sınıfa *"Başka ne tür yollarla soruyu cevaplandırabiliriz?"* diyerek öğrencileri farklı stratejilere yönlendirir. Etkinlikte öğrencilerden yemek kutusu ve uzaylı ilişkisi üzerinden liste yapmayla ilgili bir fikir gelirse öğretmen bu aşamada oran tablosu kullanımıyla ilgili bir tartışma başlatabilir.

Eğer öğrencilerden bu konuyla ilgili bir fikir gelmezse öğretmen aşağıdaki gibi bir tekrarlı örüntü içeren bir tablo oluşturarak öğrencilerden cevabın doğru olup olmadığını kontrol etmelerini isteyebilir. Öğrencilere bu aşamada sistematik şekilde oluşturulan tablonun *oran tablosu* olarak isimlendirildiği ve resim çizmeden daha hızlı olduğu ve resmi daha organize edici şekilde anlattığı söylenebilir.

Oran tablosunun açıklanmasında öğrencilere her iki bölümde de neden aynı çarpanın kullanılması gerektiği konusunda bu durumu fark ettirmeye yönelik öğretmen tarafından sorular sorulabilir. Ancak öğrenciler tarafından bu durumun kısa oran tablosunda daha belirgin şekilde fark edileceği düşünülmektedir.

Öğrencilere yukarıdaki şekildeki gibi oluşturulan uzun oran tablosunun doğru olup olmadığı sorulur ve düşüncelerini tek tek açıklamaları istenir.

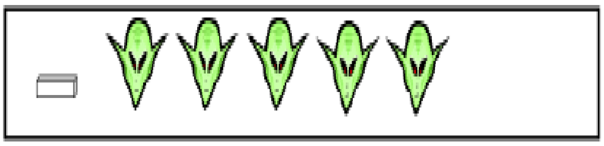
Öğrencilerin muhtemel düşünme varsayımları;

* Yemek kutusu sayısı kendi arasında 1' erli artarken, uzaylı sayısı 5' erli artıyor.

* 2 yemek kutusu 1 yemek kutusunun 2 katı bu yüzden 5 uzaylının 2 katı da 10 uzaylı olur.

Soruda hiç bir öğrenci toplama stratejisi kullanarak soruyu cevaplamazsa zıt olarak aşağıdaki gibi bir tablo oluşturulur ve öğrencilere bu yolla ilgili düşünceleri sorulur ve sınıfta tartışma ortamı oluşturulur.

7A. Öğretim planı: *(1 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)*



7.1 5 yemek kutusu ne kadar uzaylıyı doyurur?

7.2 30 uzaylıyı doyurmak için ne kadar yemek kutusuna ihtiyaç vardır ?

7.3 35 uzaylıyı doyurmak için kaç tane yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

Yemek Kutusu	Uzaylı
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30
7	35

+4

Ekmek Sayısı	Uzaylı Sayısı
1	5
5	9

+4

7B. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

7.1

***** Çarparak 5 × 5= 25 uzaylıyı doyurur diyebilir.

* 5 yemek kutusu için 25uzaylıyı görsel olarak çizebilir.

* Öğrencilerden bazıları <u>toplamsal muhakeme</u> yaparak 1'e 4 ekler 5 bulur ve sonrasında 5'e 4 ekleyerek 9 bularak yanlış bir cevap verebilir.

7.2

* Bölme stratejisini kullanarak 30 / 5 = 6 yemek kutusuna ihtiyaç olduğu söylenebilir.

* 30 uzaylı için 6 yemek kutusu görsel olarak çizebilir.

* Öğrencilerden bazıları <u>toplamsal muhakeme</u> yaparak 5'e 25 ekler 30 bulur vesonrasında 1'e 25 ekleyerek 26 bularak yanlış bir cevap verebilir. Bunun dışında 9.1'den yola çıkarak 5 yemek kutusu 25 uzaylı doyurursa, 30 uzaylıyı bulmak için 25'e 5 ekler 30 uzaylıyı bulur ve bu durumda 5'e de 5 ekleyerek 30 uzaylı için 10 yemek kutusu sonucuna ulaşır.

7.3

***** Bölme stratejisini kullanarak 35 / 5 = 7 yemek kutusuna ihtiyaç olduğu söylenebilir.

* 35 uzaylı için 7 yemek kutusu görsel olarak çizebilir.

* Öğrencilerden bazıları <u>toplamsal muhakeme</u> yaparak 5'e 30 ekler 35 bulur ve sonrasında 1'e 30 ekleyerek 31 bularak yanlış bir cevap verebilir.

<u>Etkinlik:8</u>

<u>Amaç:</u> Birim oran içermeyen iki çokluk arasındaki ilişkiyi uzun oran tablosu üzerinden ifade eder.

Bu etkinlikte öğrencilerden önceki örneklerden farklı olarak 1 yemek kutusu yerine 2 yemek kutusu üzerinden düşünmeleri istenmiştir. Etkinlikte öğrencilerin resim tablo ve birim oran stratejisini kullanmaları ve bu aşamada öğretmenin birim oranla ilgili tartışma ortamı oluşturularak *birim oranın* kullanışlı bir strateji olduğunu vurgulaması düşünülmektedir. Ayrıca öğrenciler yemek kutusu ve uzaylı çokluklarında *arasındaki oran* ilişkisini fark ederek denk kesirler oluşturabilirler.

Bu etkinlikte öğrencilere kısa oran tablosu tanıtılır. Öğrenciler 8.5'de uzun oran tablosu oluşturmanın çok vakit aldığını fark eder. Öğretmen bu aşamada "Peki 2 yemek kutusu 4 uzaylıyı doyurduğu ilişkisi üzerinden 98 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurduğunu bulabilir miyiz?" diyerek aşağıdaki gibi bir kısa oran tablosu oluşturarak öğrencileri yönlendirebilir.

Yemek Kutusu	2	4	6	8	10	12	14	...	...	98
Uzaylı	4	8	12	16	20	24	28	...	...	?

Yemek Kutusu	2	98
Uzaylı	4	?

Öğretmen bu bölümde yukarıdaki gibi kısa oran tablosunda her iki çokluğunda neden aynı sayıyla çarpılması gerektiği ile ilgili öğrencilere açıklayıcı cevaplar vermelidir.

"Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili Olarak Bölüm 8B oluşturulmuştur.

8A. Öğretim planı:*(2 yemek kutusu 4 uzaylıyı doyurmaktadır*

8.1 10 yemek kutusu 20 uzaylı için yeterli midir ?

8.2 12 yemek kutusu 22 uzaylı için yeterli midir ?

8.3 14 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurabilir?

8.4 16 uzaylı doyurabilmek için kaç yemek kutusu gerekir?

8.5 98 yemek kutusu kaç uzaylı doyurabilir?

8B.<u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

8.1

***** Öğrencilerden bazıları 1 yemek kutusu ile 2 uzaylı arasında döngü oluşturur. Buradan yola çıkarak 10 yemek kutusu 20 uzaylıyı doyurur cevabını verebilir.

* 10:2= 5 ve $5 \times 4 = 20$ şeklinde çözüme ulaşırlar ancak ulaştıkları sonuçların ne anlam ifade ettiğini açıklayamamaları olasıdır.

* Öğrenciler uzun oran tablosunu iki farklı şekilde oluşturabilirler. Bunlardan ilki birim oranı bulduktan sonra sayıları tabloya yerleştirirler, ikincisi ise birim oran olmadan doğrudan sayıları tabloya yerleştirebilirler. Sonrasında ise sonuca "<u>artttırma stratejisiyle</u>" ulaşmaya çalışabilirler. Ancak tabloda <u>arttırma stratejisini</u> uygularken öğrenciler yemek kutusunda artan sayının aynısını uzaylı sayısında uygulayarak (veya uzaylı sayısında artan sayının aynısını yemek kutusunda uygular) hatalı sonuca ulaşabilirler.

Yemek Kutusu	Uzaylı
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	**20**

Yemek Kutusu	Uzaylı
2	4
4	8
6	12
8	16
10	20

8.2

***** Öğrencilerden bazıları 12 yemek kutusunu oran tablosuna yerleştirir ve 22 uzaylı için yeterli olup olmadığına bakar ve yeterli değil cevabını verebilirler. Ancak tabloda <u>arttırma stratejisini</u> uygularken öğrenciler yemek kutusunda artan sayının aynısını uzaylı sayısında uygulayarak (veya uzaylı sayısında artan sayının aynısını yemek kutusunda uygular) hatalı sonuca ulaşabilirler.

* Birim oranı kullanabilirler.1 yemek kutusu 2 uzaylı doyurursa, 11 yemek kutusu 22 uzaylı doyurur, demek ki yeterli değil cevabını verebilirler.

8.3

***** Birim oranı bulduktan sonra ve birim oranı bulmadan olmak üzere iki farklı şekilde oran tablosu oluşturulabilirler. Ancak tabloda arttırma stratejisini uygularken öğrenciler yemek kutusunda artan sayının aynısını uzaylı sayısında uygulayarak (veya uzaylı sayısında artan sayının aynısını yemek kutusunda uygular) hatalı sonuca ulaşabilirler.

* Tablo yapmadan 14 : 2= 7 ve 7 × 4 = 28 şeklinde çözüme ulaşırlar ancak ulaştıkları sonuçların ne anlam ifade ettiğini açıklayamamaları olasıdır.

8.4

***** Birim oranı bulduktan sonra ve birim orana ulaşmadan olmak üzere iki farklı şekilde oran tablosu oluşturulabilirler. Ancak tabloda arttırma stratejisini uygularken öğrenciler yemek kutusunda artan sayının aynısını uzaylı sayısında uygulayarak (veya uzaylı sayısında artan sayının aynısını yemek kutusunda uygular) hatalı sonuca ulaşabilirler.

* Tablo yapmadan 16:4=4 ve 2 ×4 = 8 şeklinde çözüme ulaşırlar ancak ulaştıkları sonuçların ne anlam ifade ettiğini açıklayamamaları olasıdır.

8.5

***** Birim oranı bulduktan sonra ve birim orana ulaşmadan olmak üzere iki farklı şekilde oran tablosu oluşturulabilirler. Ancak tabloda arttırma stratejisini uygularken öğrenciler yemek kutusunda artan sayının aynısını uzaylı sayısında uygulayarak (veya uzaylı sayısında artan sayının aynısını yemek kutusunda uygular) hatalı sonuca ulaşabilirler.

* Tablo yapmadan birim oranı kullanarak 1 yemek kutusunun 2 uzaylıyı doyurduğu ilişkisi üzerinden 98 × 2 = 196 cevabını verebilirler ancak birim orana ulaşmadan çözebilecekleri düşünülmemektedir.

Etkinlik:9

Amaç: Birim oran içermeyen iki çokluk arasında ilişkiyi uzun ve kısa oran tablosu üzerinden ifade eder.(Birim oran, ondalık gösterim şeklindedir)

Bu etkinlikte öğrencilerin 2 yemek kutusunun 5 uzaylıya yettiği üzerinden düşünmeleri istenmiştir. Bir önceki örnekten farkı ise birim oranı ondalık gösterim olarak bulmasıdır. Bu nedenle öğrencilerin birim oran üzerinden sorulara cevap vermemeleri beklenmektedir. Bölme stratejisini ise sadece 9.1' de kullanmaları beklenmektedir. Ayrıca öğrenciler kısa oran tablosu oluşturmak istediklerinde çarpma işlemini kendi içindeki oran (skaler) mı yoksa arasındaki oran (fonksiyonel) mı şeklinde yapacaklarına karar vereceklerdir. Ondalık gösterim kullanmak istemeyen öğrenciler kendi içindeki oranı (skaler) kullanmayı tercih edebilir. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 9B oluşturulmuştur.

9A. <u>Öğretim planı:</u> *<u>(2 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)</u>*

9.1 1 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur?

9.2 6 yemek kutusu 15 uzaylıyı doyurur mu?

9.3 20 yemek kutusu kaç uzaylıyı doyurur?

9.4 35 uzaylıyı doyurabilmek için kaç yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

9B.<u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

9.1

* Bazı öğrenciler böyle bir durumun olamayacağını söyleyerek uzaylının yarısı doyurulmaz cevabını verebilirler.

* Bazı öğrencilerin kafası karışabilir.

* Bazı öğrenciler de bölme stratejisini uygulayarak 5/2'den 1 yemek kutusunun 2,5 uzaylıyı doyuracağını söyler.

9.2

* Öğrencilerden bazıları kısa oran tablosu yapabilir ($\frac{2}{5}$) ve her iki tarafını 3 ile çarparak $\frac{6}{15}$ sayısını bulabilirler. Bazı öğrenciler ise kısa oran tablosunu uygularken toplamsal muhakeme yaparak yanlış sonuca ulaşabilir.

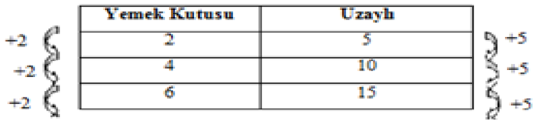
	Yemek Kutusu	Uzaylı	
	2	5	
×3	6	15	×3

Kısa Oran Tablosu

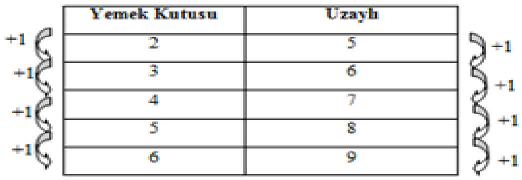
	Yemek Kutusu	Uzaylı	
	2	5	
+4	6	9	+4

Yanlış Uygulanmış Kısa Oran Tablosu

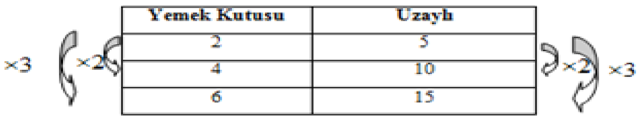
Öğrenciler toplamaya dayalı arttırma stratejisini kullanarak veya çarpımsal şekilde olmak üzere iki farklı biçimde uzun oran tablosu oluştururabilirler. Bazı öğrenciler ise uzun oran tablosunu uygularken toplamaya dayalı gerçekleştirilen arttırma stratejisini her iki sütunda da aynı sayıyla işlem yaparak yanlış sonuca ulaşabilir.



Uzun Oran Tablosu



Yanlış Uygulanmış Uzun Oran Tablosu



Uzun Oran Tablosu

9.3

* 9.2'de yazılanlar burada da geçerlidir**.**

* Bazı öğrenciler uzun oran tablosu oluşturur ve 20 uzaylıya kadar devam ettirir.

* $\frac{2}{5}$ veya $\frac{1}{2.5}$ den başlayarak kısa oran tablosu yapabilirler ve 20 yemek kutusu için gerekli uzaylı sayısını bulabilirler.

9.4

* 9.2 ve 9.3'de yazılanlar burada da geçerlidir.

* Bazı öğrenciler uzun oran tablosu oluşturur ve 35 uzaylıya kadar devam ettirir.

* $\frac{2}{5}$ veya $\frac{1}{2.5}$ den başlayarak kısa oran tablosu yapabilirler ve 35 yemek kutusu için gerekli uzaylı sayısını bulabilirler.

Orantısal akıl yürütme problem çeşitleri (bilinmeyen değer/sayısal karşılaştırma) ve orantısal akıl yürütmede standart algoritma kullanımına yönelik etkinlikler

Bu bölümde iki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının oran tablosu veya ok notasyonu üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar genel amacı altında öğrencilerin orantısal akıl yürütme problem çeşitlerinden karşılaştırma ve bilinmeyen değer soru çeşitlerine yönelik etkinliklere yer verilmiştir.

<u>Etkinlik:</u>10

<u>Amaç:</u> Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitindeoran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisinde hangisinin daha uygun olabileceğini belirler. (Yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak veriliyor.)

Yukarıda belirtilen amaç doğrultusunda bu etkinlikte yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı olarak verilir (2 yemek kutusuna karşılık 6 uzaylı). Öğrencilere dersin girişinde daha önceki derslerde gördüğümüz kısa oran tablosu şeklinde problemlerle karşılaşacağı söylenebilir.

Öğrenciler 10.1' le beraber oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisini kullanmaya başlarlar. Öğrenciler için 10.1 dekic ve d şıklarında hem kendi içindeki hem arasındaki oran katsayıları özellikle ondalık gösterim şeklinde verilmiştir.

Bu nedenle ondalık gösterimde zorlanan öğrenciler için bu sorular kafada çeşitli soru işaretleri bırakabilir ve öğrencilerde böyle bir katsayı kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki oran (fonksiyonel) ilişkisi kullanıldığında mı daha iyi olur şeklinde düşünceler oluşturabilir.

Ayrıca katsayısıda ondalık gösterimde karşılaşıldığında öğrenciler istenmeyen şekilde toplamsal ilişki içeren çözüm yolları tekrar oluşturabilirler. Bu duruma karşı çok dikkatli olunmalıdır. Bazı öğrenciler bunu bir kurala dökerek *"toplama ve çıkarma kullanmadan çarpma-bölme ile yukarıda ne yaparsak aşağıdada veya sağda ne yaparsak soldada aynısını yapmalıyız"* şeklinde düşünebilir. Öğretmen bu konuda sınıfta tartışma ortamı oluşturarak öğrencilerin farklı stratejilerini tahtaya yazar.

10.2, 10.3, 10.4, 10.5 soruları öğrencilere tablo çizilmeden verildiği için öğrenciler tabloyu çizmekde zorlanarak yemek kutusu ve uzaylı sayılarını nereye yazacaklarına karar veremeyebilir.

Ayrıca 10.3 ve 10.4'de kendi içindeki (skaler) oran ile hareket edildiği takdirde tam sayı olmayan çarpanlarla karşılaşılacağı için öğrencilerin toplamsal muhakemeye yönelecekleri düşünülmektedir. "Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının"üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 10B oluşturulmuştur.

10A.<u>Öğretim planı:</u> *<u>(2 yemek kutusu 6 uzaylıyı doyurmaktadır)</u>*

10.1 Aşağıdaki tablo üzerindenBilinmeyen değerleri bulalım.

a)

Yemek Kutusu	2	1
Uzaylı	6	?

b)

Yemek Kutusu	2	7
Uzaylı	6	?

c)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	7

d)

Yemek Kutusu	2	?
Uzaylı	6	1

10.2 48 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

10.3 9 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

10.4 27 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir?

10.5 30 uzaylı için kaç tane yemek kutusu gerekir? Elif bu soru için "12.4'de (bir üstteki soruda) 27 uzaylı var ve şimdi de 30 uzaylı soruluyor. Bu durumda "*27'ye 3 ekleyip 30 uzaylı elde edersem yemek kutusuna da 3 ekleyip sonucu bulurum.*"cevabını veriyor. Elif'in dediklerine katılıyor musunuz? Neden ?

10B. Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları

10.1

***** a ve b şıkkında kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisikullanarak sırayla 3 ve 21 cevaplarına ulaşır.

* c ve d şıkkında kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisikullanarak sırayla 2,3 ve 0,3 cevaplarına ulaşır.

* Öğrencilerden bazıları özellikle c ve d şıkları için ondalık gösterimlerle karşılaşacağı için toplamsal akıl yürütebilir.

10.2

***** 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişkiden yola çıkılır ve kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi kullanarak 16 cevabına ulaşılır.

* 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişki öncelikle (1/3) şeklinde birim oran olarak düşünülür ve sonrasında kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi yapılır.

10.3

***** 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişkiden yola çıkılır kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi kullanarak 3 cevabına ulaşılır.

* 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişki öncelikle (1/3) şeklinde birim oran olarak düşünülür vesonrasında kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi yapılır.

10.4

***** 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişkiden yola çıkılır ve kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi kullanarak 9 cevabına ulaşılır.

* 2 yemek kutusu ve 6 uzaylı arasındaki ilişki öncelikle (1/3) şeklinde birim oran olarak düşünülür ve sonrasında kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi yapılır.

10.5

***** Katılmıyorum, çünkü çarpımsal düşünmeliyiz cevabını vermeleri muhtemeldir.

* Katılıyorum cevabını verecek öğrencinin çok az olması düşünülmektedir.

<u>Etkinlik:</u>11

<u>Amaç:</u> Bilinmeyen değeri bulma soru çeşitinde oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) ve arasındaki (fonksiyonel) oran ilişkilerinden hangisinin uygun olabileceğini belirler.

Bu etkinlikte yemek kutusu ve uzaylı sayıları birbirinin katı değildir. (3 yemek kutusuna 5 uzaylı) Öğrenciler oran tablosu üzerinden kendi içindeki (skaler) veya arasındaki oranı (fonksiyonel) kullanmaya başlarlar. Öğrenciler için ondalık gösterim içeren sorularda bu oranlardan hangisinin kullanılacağına karar verilmesi gerektiği üzerinde durulmalıdır. "Varsayıma dayalı öğrenme rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 11B oluşturulmuştur.

11A.<u>Öğretim planı</u>

11.1 Aşağıdaki tablo üzerindeki bilinmeyen değerleri bulalım.

(3 yemek kutusu 5 uzaylıyı doyurmaktadır)

a)

Yemek Kutusu	3	6
Uzaylı	5	?

b)

Yemek Kutusu	3	9
Uzaylı	5	?

c)

Yemek Kutusu	3	?
Uzaylı	5	2.5

d)

Yemek Kutusu	3	10.5
Uzaylı	5	?

11.2 90 uzaylı için kaç yemek kutusuna ihtiyaç vardır?

11B.<u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

11.1

***** a ve b şıkkı için öğrencilerin kendi içindeki (skaler) oranı kullanmaları durumunda sırayla 10 ve 15 cevaplarına ulaşırlar. Fakat arasındaki oranı (fonksiyonel) kullanırlarsa öğrenciler ondalık gösterimle karşılaşacakları için kafaları karışabilir.

* c ve d şıkkında ise öğrenciler hem kendi içindeki (skaler) veya aralarındaki (fonksiyonel) oran ilişkisi kullandıklarında ondalık gösterimle karşılaşacakları için işlemi devam ettirmek de zorlanabilirler ve bu durum onları kolay bir yol olan toplamsal akıl yürütmeye yönlendirebilir. Ancak ondalık gösterimde problem yaşamayan öğrenciler sırayla 1,5 ve 17,5 cevaplarına ulaşabilir.

11.2

***** 90 uzaylı için gerekli yemek kutusunu bulmada öğrenciler kendi içindeki (skaler) oranı kullanarak 54 cevabına ulaşabilirler. Öğrenciler arasındaki oranda (fonksiyonel) ise ondalık gösterimle karşılaşacakları için cevabı bulmada zorlanabilirler.

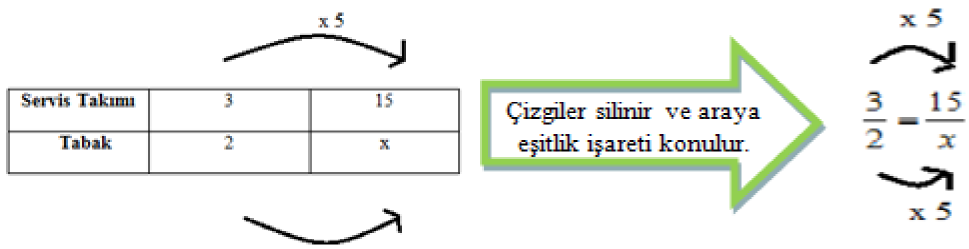
<u>Etkinlik:</u> 12

<u>Amaç:</u> İki farklı çokluk arasındaki çarpımsal orantının oran tablosu / denk kesir stratejisi üzerinden orantısallığı gösteren sembollerle ifade edilmesini sağlar.

Yemek masasında her 3 servisde 2 tabak vardır. Bu durumda 15 serviste kaç tabak vardır?

12A. <u>Öğretim planı:</u> Derse basit semboller içeren örnek verilerek giriş yapılır.

($\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$ gibi.) 12.1 örneğinin öğrencilere kolay gelmesi muhtemeldir. Bu nedenle öğrencilerden oran tablosunu kullanmak yerine çözümlerini matematiksel olarak ifade etmeleri istenir. Öğrencilerin cevapları alındıktan sonra aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi tabloda iki oran arasındaki çizgi silinir ve bunun yerine aşağıdaki gibi eşitlik işareti konulur.



"Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının" üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 12B oluşturulmuştur.

12B. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

12.1

***** Oran tablosu üzerinden ve *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oranı* kullanır.

* İşlemsel yolla çözüme ulaşır.(Çarpma-bölme stratejisi kullanır.)

Etkinlik: 13

<u>Amaç:</u> Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler.

Öğrencilerin 13.1'de zorlanmayarak hemen hemen hepsinin doğru sonuca ulaşacakları düşünülmektedir.

Ancak 13.2 ve 13.3'de ise bütünü anlamayarak parça gibi anlamlandırmaya çalışabilirler ve bu nedenle oranı yanlış kurma ihtimalleri yüksek olabilir.

13.1 Bir sınıfta erkek öğrencilerin sayısının kız öğrencilerin sayısına oranı $\frac{3}{2}$ dir. Bu sınıfta toplam 18 kız öğrenci varsa toplam kaç erkek öğrenci vardır?

13.2 Bir apartmandaki çocuklar futbol ve basketbol kursuna katılmaktadır. Futbol kursuna gidenlerin sayısının apartmandaki tüm çocukların sayısına oranı $\frac{2}{5}$'tir. Apartmandaki 12 çocuk futbol kursuna gittiğine göre apartmandaki toplam çocuk sayısını vebasketbol kursuna giden çocuk sayısını bulalım.

13.3 Bir terzinin diktiği eteklerin sayısının pantolon sayısına oranı $\frac{3}{4}$tür. Bu terzi yanızca etek ve pantalon dikmektedir. Toplam diktiği etek ve pantalonların sayısı 70 ise bunların kaç tanesi pantolondur?

13A. <u>Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları</u>

13.1

***** Oran tablosunu aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi çizer ve *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oran* üzerinden 27 sonucuna ulaşır.

* Oran tablosu çizmeden denk kesir stratejisi üzerinden ($\frac{3}{2} = \frac{?}{18}$) 27 sonucuna ulaşır.

* İşlemsel yolla çözüme ulaşır. (18÷2 = 9 ,   9×3=27)

13.2

***** Öğrenciler, doğru bir çözüm yolu yaparak $\frac{Futbol}{TümÇocuklar} = \frac{2}{5} = \frac{12}{?}$ gösterimiyle ve *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oran* üzerinden futbol ve basketbol oynayan tüm çocukların sayısını 30 olarak bulur.

* 12 ÷2 = 6 ise 6 × 5 = 30 (İşlemsel yolla çözüme ulaşır.)

* Bazı öğrenciler tüm çocuklar bölümünü anlamlandıramayarak bu bölüme basketbol oynayan öğrenci sayısını yazarak toplam öğrenci sayısı yerine basketbol oynayan öğrenci sayısını 30 bulabilir.

$$\frac{Futbol}{Basketbol} = \frac{2}{5} = \frac{12}{?}$$

13.3

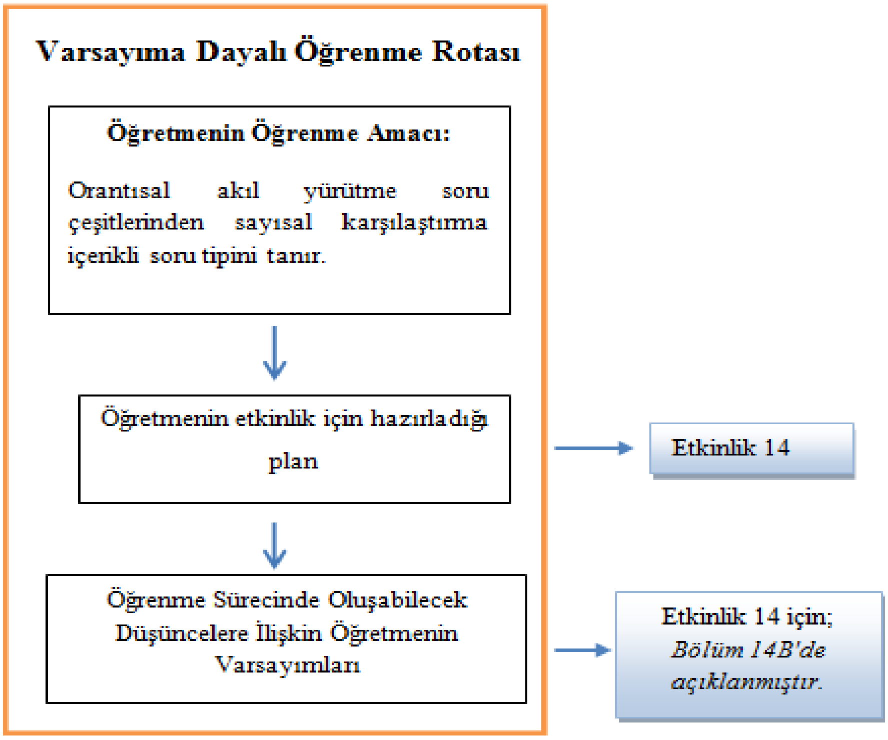
***** $\frac{Etek}{Pantalon} = \frac{3}{4}$. Etekler 3 ve 3'ün katı, pantalonlar ise 4 ve 4'ün katı ise 3+4=7'dir. Bu durumda toplam etek ve pantalonların toplam sayısı 7 ve 7' nin katı olacaktır. 70 ÷ 7 = 10 ise 10 × 3 = 30 etek ve 10 × 4 = 40 pantalon vardır.

*Uzun oran tablosu oluşturur ve toplamda 70'i veren sayıya kadar etekler 3'ün katı pantalonlar ise 4'ün katı olacak şekilde tablo oluşturulabilir.

Etek	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Pantalom	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası

Aşağıda şekil 5' de sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik hazırlanan Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasına göre, Öğretmenin Öğrenme Amacı, orantısal akıl yürütme soru çeşitlerinden sayısal karşılaştırma içerikli soru tipini tanır olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu amaç için ön bilgi olarak temel dört işlem becerisini sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak varsayıma dayalı öğrenme rotasının ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 14 oluşturulmuştur. Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımlarıdır. Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 14B Etkinlik 14 için oluşturulmuştur.



Şekil 5. *Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası*

<u>Etkinlik:</u>14

<u>Amaç:</u> Sayısal karşılaştırma içerikli soru tipinin çözümüne yönelik akıl yürütür.

Bu etkinlik orantısal akıl yürütme soru çeşitlerinden *sayısal karşılaştırma* içerikli soru tipinin öğrenciler tarafından tanınması amacıyla oluşturulmuştur. Bu etkinlikte öğrenciler tarafından dikkat etmesi gereken şey kesirler ve oranlarda karşılaştırmanın arasındaki farktır.

Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımları ile ilgili olarak Bölüm 14B oluşturulmuştur.

14A.Öğretim planı:

Üç arkadaş bir partide arkadaşlarına şaka yapmak amaçlı sahte kan yapmak ister.Bunun için internetten su ve gıda boyası içeren bir tarif bulurlar ve bu tarif üzerinden koyu kırmızı kan yapmaya karar verirler. Sizce aşağıdaki bu üç öğrenciden hangisinin sahte kanıdaha kırmızı olur?

Murat	Dilek	Kerem
32 damla gıda boyası	24 damla gıda boyası	18 damla gıda boyası

14B. Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları

* Bazı öğrenciler doğrudan en fazla gıda boyası (32) Murat da olduğu için en kırmızı olanın Murat olduğunu söyleyebilir.

* Bazı öğrenciler pay ve payda arasındaki farka bakarak (24-12-12) Murat olduğunu söyleyebilir.

* Öğrencilerden bazıları pay ve payda arasında çizgi çizer ve payda payın yani gıda boyası suyun 4 katı büyüklüğünde olduğu için Murat diyebilirler.

$$\frac{su}{gıdaboyası} \qquad \frac{8}{32}\ \times 4 \qquad \frac{12}{24}\ \times 2 \qquad \frac{6}{18}\ \times 3$$

* Bazı öğrenciler her bir durum için birim oran oluşturabilirler. (Murat- Dilek- Kerem - $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$)

Yukarıdaki $\frac{su}{gıdaboyası}$ oranı için öğrenciler kesirler konusundan hatırladıklarıyla payları eşit olan kesirlerde paydası küçük olan daha büyüktür kuralınaı dikkate alarak $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ yorumunu yaparak Dilek'in sahte kanı daha kırmızı olur hatalı yorumunu yapabilir.

* Üç sayının payını da ortak bir sayı olan 24'de eşitleyebilirler.

(Murat $= \frac{24}{96}$, Dilek $= \frac{24}{48}$, Kerem $= \frac{24}{72}$) Yukarıdaki maddedekine benzer şekilde kesirler konusundan hatırladıklarıyla payları eşit olan kesirlerde paydası küçük olan daha büyüktür kuralını dikkate alarak $\frac{24}{48} > \frac{24}{72} > \frac{24}{96}$ yorumunu yaparak Dilek' in sahte kanı daha kırmızı olur hatalı yorumunu yapabilir.

* Bazı öğrenciler birim oranlarını bulup aşağıdaki gibi tablo oluşturup yorumlayabilirler. Aşağıdaki tablodaki gibi gıda boyaları eşit olduğunda (12 veya 24) suyu fazla olanın rengi daha açık olur. Bu durumda Murat'ın su miktarı en az 3 veya 6 olarak onda olduğu için sahte kanının rengien çok onda olur şeklinde doğru bir yorum yapabilirler.

KEREM	
Su (L)	Gıda boyası (damla)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21
8	24

MURAT	
Su (L)	Gıda boyası (damla)
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
6	24
7	28
8	32

DILEK	
Su (L)	Gıda boyası (damla)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	20
11	22
12	24

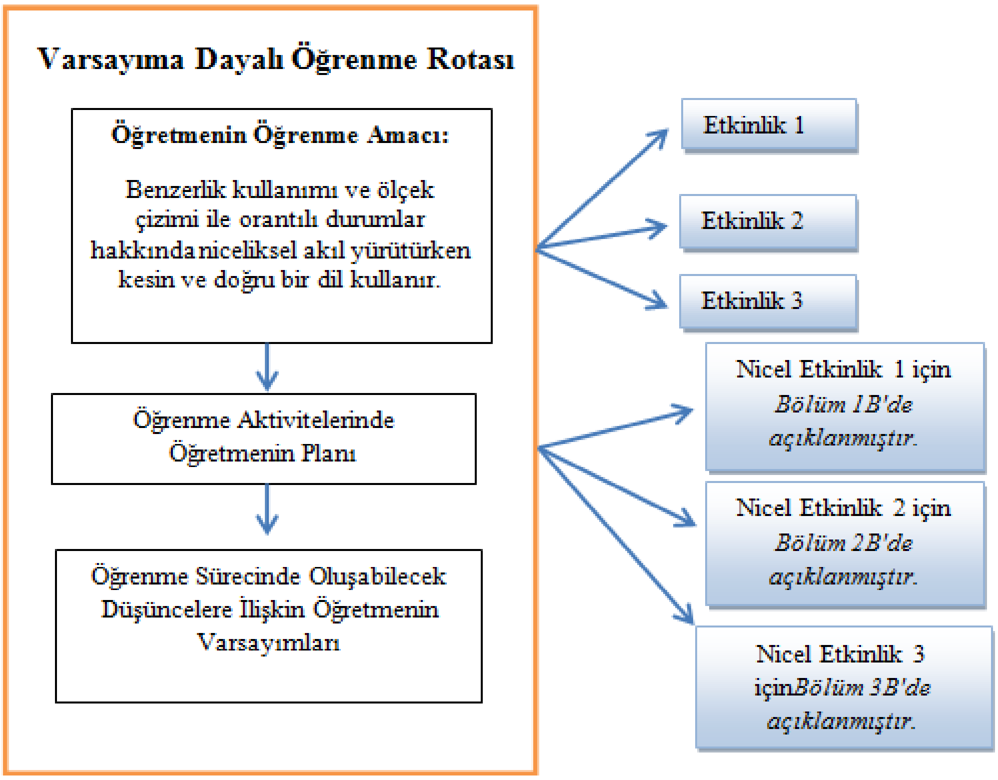
Nicel Muhakeme (Düzey 3) Öğrenimine Yönelik Etkinlikler

Orantısal akıl yürütme becerisi gelişiminin üçüncü ve son aşaması nicel muhakemenin gelişimine yönelik ölçek ve benzerlik konulu etkinliklerden oluşmaktadır.

Ölçek ve benzerlik konulu soru tiplerinin çözümüne yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası

Nicel muhakemenin gelişimine yönelik öğretmen tarafından etkinliklerdeki farklı genel amaçlara ilişkin aşağıdaki matematik öğretim döngüsü oluşturulmuştur. Bu döngüde, Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının ilk bileşeni olan öğretmenin öğrenme amacı, benzerlik kullanımı ve ölçek çizimi ile orantılı durumlar hakkında niceliksel akıl yürütürken kesin ve doğru bir dil kullanır olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu amaç için ön bilgi olarak temel dört işlem becerisi, iki çokluğun birbirine oranını belirleme ve denk kesir kavramlarına sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenme amacı ve ön bilgiler dikkate alınarak Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının ikinci aşamasında (Öğrenme Aktivitelerinde Öğretmenin Planı) öğrenimi destekleyip geliştirecek Etkinlik 1-2-3 oluşturulmuştur.

Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotasının üçüncü bileşeni Öğrenme Sürecinde Oluşabilecek Düşüncelere İlişkin Öğretmenin Varsayımlarıdır. Aşağıdaki sayfalarda göreceğimiz Bölüm 1B Nicel Etkinlik 1 için, Bölüm 2B Nicel Etkinlik 2 için, Bölüm 3B Nicel Etkinlik 3 için bu varsayımların düzenli kurgulanmış haline örnektir.



Şekil 6. *Ölçek ve benzerlik konulu soru tiplerinin çözümüne yönelik varsayıma dayalı öğrenme rotası*

Nicel Etkinlik 1: Harita Ölçeği Kullanma

Amaç:Ölçek kullanımıyla çarpımsal ilişkiyi kavrar.

Kullanılacak materyaller: Harita

1A.Öğretim planı: Öğretmen derse başlarken çocuklar ilkokulda aranızda halk oyunuoynayan var mı? Peki yarışmalara katıldınız mı ? Hangi illere gittiniz şeklinde sorular sorarak öğrencilerin ilgilerini derse çeker. Sonrasında aşağıdaki problemi öğrencilere okur. (Problemin olduğu kağıt ve harita her gruptaki öğrencinin elinde olacak şekilde gruplara dağıtılır.)

Bursa Atatürk Ortaokulu Halk oyunları ekibi kendi illerinde yapılan halk oyunları yarışmasında 1. olmuştur. Öğretmen, öğrencileri ödüllendirmek için İnegöl üzerinden Eskişehir'e uğrayacak şekilde öğrencileri Ankara'ya götürmeye karar verir. Halk oyunları ekibi Bursa'dan hareket ettikten 1 saat sonra önlerine çıkan levha harekete başladıkları yer olan Bursa'dan itibaren 100 km yol gittiğini göstermektedir. Öğretmen Bursa'dan itibaren buraya kadar iyi yol aldıklarını söyler. Ancak Ankara'ya ulaşmaları için 300 km daha gitmeleri gerekmektedir.

1.Öğretmen sizce neden iyi yol aldıklarını söylemiştir, 100 km'nin 1 saatte alınmış olması öğretmeni mutlu etmiş olabilir mi?

Ölçeği kullanarak harita üzerinde levhanın nerede olduğunu, halk oyunları ekibinin nereye geldiklerini işaretleyelim.

2. a) Bursa, Eskişehir arası kaç birimdir, kaç km'dir?

b) Bursa, Ankara arası kaç birimdir, kaç km'dir?

3. a) Bursa'dan Eskişehir'e kaç saatte varılır?

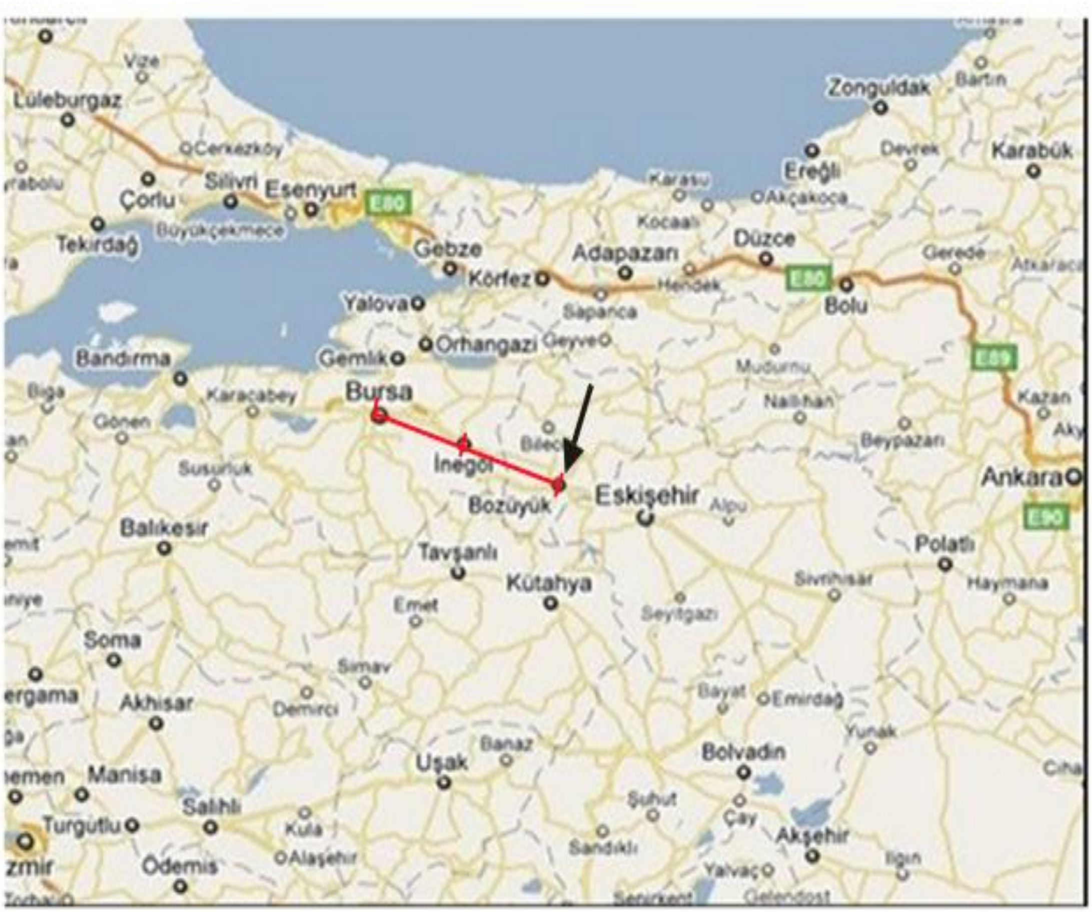
b) Bursa'dan Ankara'ya kaç saatte varılır?

Etkinlik sırasında gruplardaki öğrencilere dağıtılacak etkinlik kağıtları;

1B. Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varayımları

1. Öğretmen sizce neden iyi yol aldıklarını söylemiştir? 100 km'nin 1 saatte alınmış olması öğretmeni mutlu etmiş olabilir mi? Ölçeği kullanarak harita üzerinde levhanın nerede olduğunu, ekibin nereye geldiklerini işaretleyelim.

Öğrencilerin *"100 km'nin 1 saatte alınmış olması öğretmeni mutlu etmiş olabilir mi?"* soruya günlük hayatttaki deneyimlerinden yola çıkarak cevap vermeleri beklenmektedir. Günlük hayatta gittikleri yoldan benim babam ... 'ya daha hızlı gidiyor. Orası da şu kadar km. diyebilirler. Trafik varsa iyi ama yoksa daha iyi gidilebilirdi veya arabanın markası önemli diyebilirler. Bunun dışında yol otobansa bence yavaş diyebilirler. Bu soru öğrencilerin daha çok nitel düşünebilmelerine yönelik sorulmuştur. Öğrencilerin ölçeği kullanarak 1 birim 50 km ise 2 birim 100 km'dir. Bu durumda harita üzerinde İnegöl ve Eskişehir'in ortasında bir yer işaretlemeleri beklenmektedir.

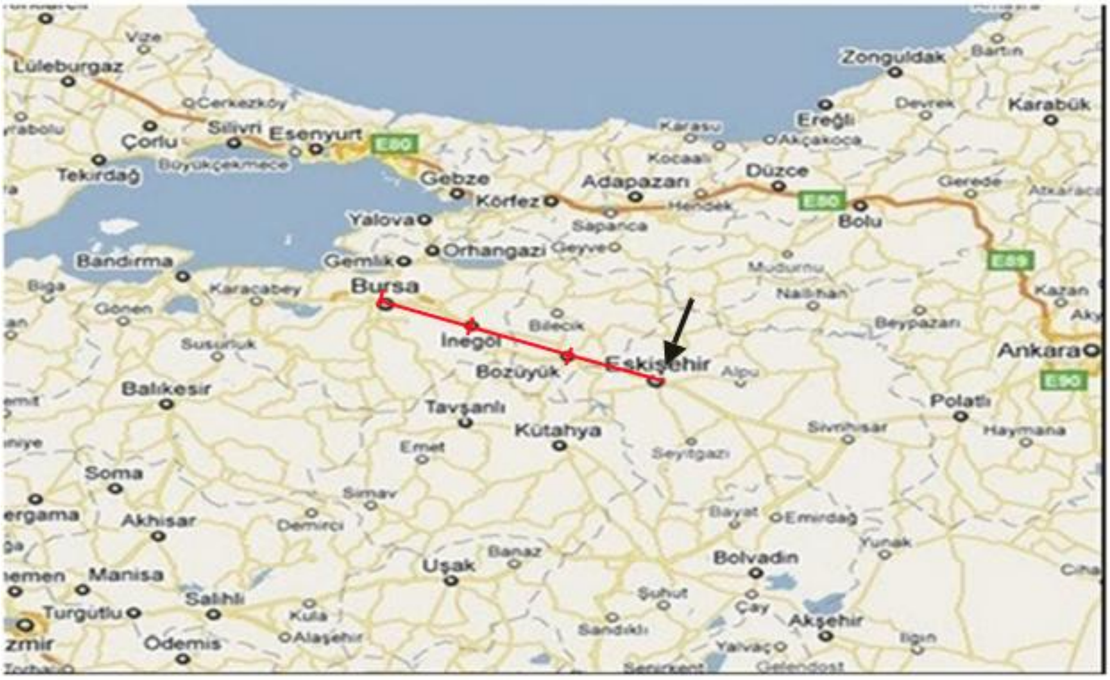


2. **a)** Bursa, Eskişehir arası kaç birimdir, kaç km'dir?

Öğrenciler harita üzerinde ölçeği kullanarak aşağıdaki gibi cevap vermeleri beklenmektedir.

1 birim 2 birim 3 birim

50 km 100 km 150 km.



b) Bursa, Ankara arası kaç birimdir, kaç km'dir?

1 birim 2 birim 3 birim 4 birim 5 birim 6 birim 7 birim 8 birim

50 km 100 km 150 km. 200km. 250 km. 300 km. 350 km. 400 km.

3. a) Bursa’dan Eskişehir'e kaç saatte varılır?

Öğrencilerin bu soruya aşağıdaki iki tablodan birini kullanarak cevap vermeleri beklenmektedir.

Saat	Birim
1	2
? (1,5)	3

Saat	Kilometre
1	100 km
? (1,5)	150 km

Bunun dışında öğrenciler tablo kullanmadan da aşağıdaki gibi eşittir sembolünü içeren *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oran* ile cevaplayabilirler.

2:2=1

$$\frac{1}{?} = \frac{2}{3}$$

3:2=1,5

$$\mathbf{1.1{,}5=1{,}5} \quad \frac{1}{?} = \frac{100}{150} \quad \mathbf{100.1{,}5=150}$$

b) Bursa’dan Ankara’ya kaç saatte varılır?

Öğrencilerin bu soruya aşağıdaki iki tablodan birini kullanarak cevap vermeleri beklenmektedir.

Saat	Birim
1	2
? (4)	8

Saat	Kilometre
1	100
? (4)	400

Bunun dışında öğrenciler tablo kullanmadan da aşağıdaki gibi eşitlik sembolünü içeren *kendi içindeki (skaler) veya arasındaki (fonksiyonel) oran* ile soruyu cevaplayabilirler.

$$\mathbf{1.4=4} \quad \frac{1}{?} = \frac{2}{8} \quad \mathbf{2.4=8} \qquad \mathbf{1.4=4} \quad \frac{1}{?} = \frac{100}{400} \quad \mathbf{100.4=400}$$

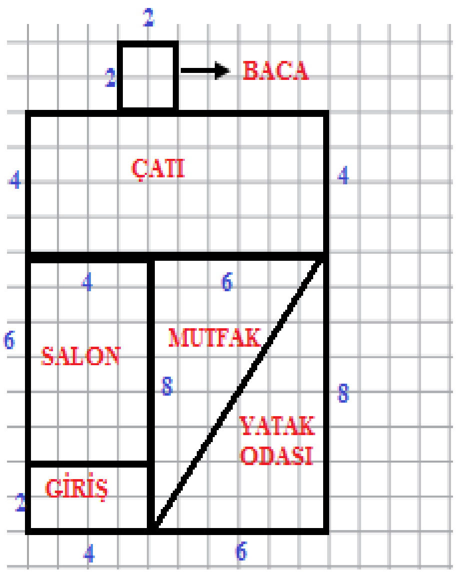
Nicel etkinlik 2: Geometrik şekillerden farklı büyüklüklerde *aynı görünümlü (benzer)* ev yapma

Amaç: Her bir geometrik şekil büyültüldüğünde şekli oluşturan tüm kenar uzunluklarının aynı anda çarpımsal değişim gösterdiğini kavrar ve farklı büyüklüklerde aynı görünümlü (benzer) şekiller oluşturur.

Kullanılacak materyaller: Kareli kağıt (0,5 cm)

2A. Öğretim planı

Öğretmen öğrencilerin dikkatini konuya çekmek amacıyla 'Çocuklar daha önce bilim şenliği düzenlemiştik. Neler yapmıştık hatırlayan var mı? Neden yapmıştık bu bilim şenliğini?' şeklinde sorular yöneltir. Derse geçiş için öğrencilere "Çocuklar Mayıs ayı içerinde okulumuzda bir bilim şenliği düzenlenecek. Düzenlenecek şenlikte her sınıfa belli görevler düşüyor. Bizim sınıfımızın görevi de kare, dikdörtgen ve üçgen şekillerini kullanarak oluşturulan ev şeklinden farklı büyüklüklerde yapmak" diyerek etkinliğin içeriğiyle ilgili bilgi verir. Sonrasında öğretmen öğrencilerden ikişer kişilik gruplar oluşturmalarını ister. Öğretmen her gruptaki öğrenciye aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi önceden oluşturduğu ev resmini dağıtır.



Öğretmen *"Evet çocuklar, size dağıttığım ev resmi gördüğünüz gibi kareli düzlem üzerinde verilmiş, şimdi her grup evi oluşuran her bir geometrik şeklin kenar uzunluklarının kaçar birim olduğunu belirleyerek üzerine yazsın"* der. Öğrenciler her bir şeklin kenar uzunluklarını bulduktan sonra öğretmen öğrencilere *"Çocuklar kenar uzunluklarını kaç cm. olarak buldunuz? Kimler söyleyecek?"* şeklinde sorular yöneltir. Sonrasında bir sonraki aşamaya geçilerek öğretmen öğrencilere *"Çocuklar kermes için bu elinizdeki ev şeklinden daha büyük boyutlarda ama aynı görünümlü ev oluşturmamız gerekiyor."* denilir. Bunun için sınıf dört sıraya ayrılır ve her sırada 2' şer kişilik grup olacak şekilde sınıf düzenlenir.

1. Sırada oturan öğrenci grupları için yönerge:

* 2 birim olan uzunluklar (Mesela baca, girişin kısa kenarı) yeni oluşturacağınız şekilde 6 birim olacaktır.

2. ve 3. sırada oturanöğrenci grupları için yönerge:

* 2 birim olan uzunluklar (Mesela baca, girişin kısa kenarı) yeni oluşturacağınız şekilde 3 birim olacaktır.

4. Sırada oturan öğrenci grupları için yönerge:

* 2 birim olan uzunluklar (Mesela baca, girişin kısa kenarı) yeni oluşturacağınız şekilde 4 birim olacaktır.

Öğrenci grupları her bir geometrik şekli büyülterek parçaları bir araya getirecektir. Öğretmen bu noktada buldukları her bir kenarın uzunluğunu şeklin üzerine yazmaları gerektiğini öğrencilere hatırlatır. Öğretmen etkinliğin sonunda şekilleri doğru olarak büyülttükleri taktirde öğrencilerin dikkatini oluşturulan şekillerin kenarları arasındaki oranlara ve benzer şekil olduklarına çekmek için *"Size dağıtılan ilk şekille oluşturduğunuz şekil arasında nasıl bir ilişki var?"* sorusunu yöneltir.

Öğrencilerin cevap olarak şekillerin görüntülerinin birbirine benzediğini ancak kendi oluşturdukları şekillerin daha büyük olduğunu_söylemeleri muhtemeldir. Böyle bir cevap verdiklerinde öğretmen *"ilk size dağıtılan şekille oluşturduğunuz şekil arasındaki kenar uzunluklar üzerinden tekrar düşünün" der. Böylece öğretmen öğrencilerin dikkatini* denk kesir üzerinde yoğunlaştırır.

Bu aşamada amaç öğrencilere benzerlik kavramını vermek, tanımlamak değil oran ve denk kesir üzerinden benzerliği hissetmelerini ve bu konuda farkındalık oluşmasını sağlamaktır.

2B. Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları

* Çarpımsal akıl yürütmeye dayalı düşünen öğrencilerin aşağıdaki şekilde cevap vermesi beklenmektedir.

İlk sıradaki grubun denk kesir stratejisini uygulayarak $\frac{2}{6}=\frac{4}{12}=\frac{6}{18}=\frac{8}{24}$, ikinci sıradaki grubun $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}$ ve üçüncü sıradaki grubun $\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12}=\frac{8}{16}$ sonucuna ulaşması beklenir.

* Bazı öğrenciler toplamaya dayalı yanlış bir stratejiye yönelebilirler. Bu şekilde düşünen öğrencilerin cevapları aşağıdaki gibi olacaktır.

İlk sıradaki grubun (payda paydan 4 fazladır) $\frac{2}{6}=\frac{4}{8}=\frac{6}{10}=\frac{8}{12}$, ikinci sıradaki grubun (payda paydan 1 fazladır) $\frac{2}{3}=\frac{4}{5}=\frac{6}{7}=\frac{8}{9}$veüçüncü sıradaki grubun (payda paydan 2 fazladır)$\frac{2}{4}=\frac{4}{6}=\frac{6}{8}=\frac{8}{10}$sonucuna ulaşması beklenir. Ancak bu şekilde düşünen öğrenciler tüm parçaların kenar uzunluklarını büyüterek şekli birleştirdiğinde şeklin tamamlanmadığını görecek ve bir yerlerde yanlış yaptığını anlayarak kullandığı stratejiden şüphe etmesi sağlanmış olacaktır ve tekrar akıl yürütmesi gerekecektir.

Nicel etkinlik 3: Aynı Görünümlü Dikdörtgenler[4]

Amaç: Denk kesir stratejisinden yola çıkarak *"aynı görünümlü"* ifadesiyle benzerlik kavramını fark eder.

Kullanılacak materyaller: Etkinlik kağıtları

3A. Öğretim planı:

Öğrencilere aşağıdaki şekildeki etkinlik kağıdı 1 ve 2 dağıtılır ve öğrencilere bu etkinlikteki amacın birinci etkinlik kağıdındaki 10 tane dikdörtgeni kesip çıkarmaları ve bu çıkardıkları dikdörtgenleri *"aynı görünümlü"* olarak üçerli üç kümeye ve kalan bir tanesini de "farklı görünümlü" olacak şekilde gruplamak olduğu söylenir.

Gruplamayı yaparken dağıtılan ikinci etkinlik kağıdındaki çizelgeden yararlanmaları ve sonuçları buraya not almaları gerektiği belirtilir. Öğrenciler bu aşamada bir önceki etkinlikte *"aynı görünümlü"* kavramını görmüş olmalarına rağmen ne olduğunu tekrar sorabilirler. Öğretmen bu soruya *"her grup bu etkinlik üzerinde aynı görünümlü ifadesinin ne anlama geldiğini tekrar düşünebilir ve ifade edebilir"* şeklinde cevaplayacaktır. Bu aşamada öğrencilerden yapacakları çözümlerde "aynı görünümlünün" anlamının ne olduğunu açıklarken kendi sözcüklerini kullanmaları istenir.

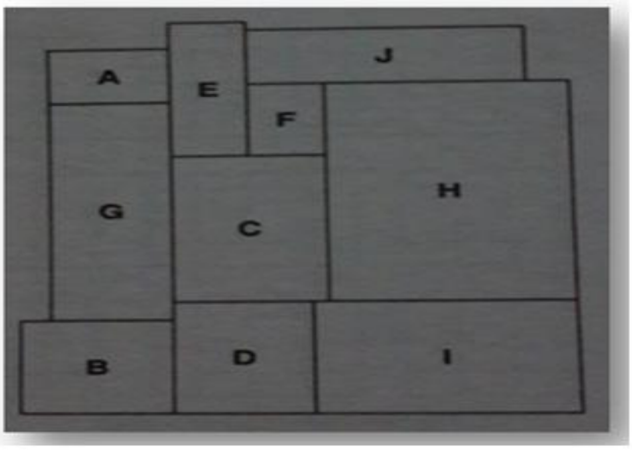
Öğrenciler gruplamalarına karar verdiğinde yaptıkları dikdörtgen sınıflamalarının gerekçeleri tartışılır. Bu aşamada halen kenarları eşleştirmeye çalışan veya kenarları arasındaki farkın aynı olduğu dikdörtgenleri araştıran bazı öğrenciler olabilir. Bu sonuçlar tartışılır ve öğrencilerden oranları ve grupları nasıl ilişkilendirdiklerini açıklamalarını istenir. Eğer gruplar orantısal (benzer) dikdörtgenlerden oluşturulmuşsa,

[4] Van De Walle, John A.,Karp, Karen S., Bay-Williams, Jennifer M. , 2013, s. 353'den alınarak uyarlanmıştır.

her grubun içindeki oranlar aynı olacaktır. Etkinlikte öğrencilere benzer kelimesi kullanılmaz bunun yerine aynı görünümlü ifadesine yer verilir.

Etkinlik hazırlanırken dikkat edilen noktalar arasında farklı büyüklükte dikdörtgenlerin olduğu etkinlik kağıdı 1 kareli düzlemde hazırlanmıştır. Böylece öğrencilerin dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını cetvelle ölçmede hata yapmalarının önüne geçilmesi amaçlanmıştır.

<u>Etkinlik sırasında gruplardaki öğrencilere dağıtılacak etkinlik kağıdı 1 ve 2;</u>



Etkinlik kağıdı 1

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup 2	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup 3	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Grup 4	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar

Etkinlik kağıdı 2

3B. Öğrenme sürecinde oluşabilecek düşüncelere ilişkin öğretmenin varsayımları

* Geometrik şekillerin kenar uzunluklarını bulur ve buna göre kısa/uzun kenar uzunluklarının birbirine göre oranını hesaplar. Bulduğu bu oranları sıralar ve aşağıdaki şekildeki gibi bu oranlar arasındaki ilişkiye bakarak denk kesir ilişkisini yakalamaya çalışır.

Dikdörtgenlerden üçünün (A-I-D) kenarları oranı "3'e 4" tür. (C-F-H) dikdörtgenlerinin 5'e 8; (J- E -G) dikdörtgenleri ise 1'e 3'tür. B dikdörtgeni ise bir karedir ve bu nedenle kenarları oranı 1'e 1'dir.

$$\left(A=\frac{6}{8} \quad I=\frac{9}{12} \quad D=\frac{3}{4} \right) \qquad \left(C=\frac{10}{16} \quad F=\frac{5}{8} \quad H=\frac{15}{24} \right)$$

$$\left(G=\frac{6}{18} \quad J=\frac{2}{6} \quad E=\frac{4}{12} \right) \qquad B=\frac{8}{8}=1$$

Bu etkinliğin bir önceki etkinlikten sonra pekiştirme amaçlı olması sebebiyle öğrencilerin toplamsal ilişkilendirme gibi hatalı stratejilere başvurmayacağı düşünülmektedir.

Öğrenciler tarafından oluşturulması beklenen tablo: Aynı Görünümlü Dikdörtgenler (Üç grup ve Bir Farklı Görünümlü Dikdörtgen)

Grup 1	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
A	6	8	6/8
I	9	12	9/12
D	3	4	3/4

Grup 2	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
C	10	16	10/16
F	5	8	5/8
H	15	24	15/24

Grup 3	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
J	2	6	2/6
E	4	12	4/12
G	6	18	6/18

Grup 4	Ölçme (cm)		Kenarların Oranı
Dikdörtgenin Harfi	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Kısa Kenar / Uzun Kenar
B	8	8	8/8 = 1

Ek-4 Orantısal Akıl Yürütme Değerlendirme Soruları Kullanım İzni

Ölçek izni Gelen Kutusu x

ayşe Karakoca <karakocaayse87@gmail.com> 1 Oca 2017 Paz 19:24

Alıcı: oyluma, aduatepe

Merhaba Hocam,

Ben Ayşe Karakoca. Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi bölümünde doktora öğrencisiyim.

İzniniz olursa kendi tezimde "Orantısal Akıl Yürütme Becerisi Testi ve Teste Yönelik Dereceli Puanlama Anahtarı Geliştirilmesi" makaleniz deki testi kullanmak istiyorum. Şimdiden teşekkür ederim, iyi çalışmalar.

Asuman DUATEPE PAKSU <aduatepe@pau.edu.tr> 6 Oca 2017 Cum 19:57

Alıcı: ben

Merhaba

Ölçeği kullanmanızda bir sakınca yoktur.

İyi çalışmalar dilerim.

...

Ek-5 Anadolu Üniversitesi Etik Kurulu Kararı

Ana. Üni. Evrak Tarih ve Sayısı: 13/01/2017-E.5896

T.C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : 55588829-605.01
Konu : Ayşe KARAKOCA

REKTÖRLÜK MAKAMINA

İlgi : 12/01/2017 tarihli ve 5329 sayılı yazı.

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Doktora Programı öğrencisi Ayşe KARAKOCA'nın, "Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Gelişiminin Varsayıma Dayalı Öğrenme Rotası Kapsamında İncelenmesi" başlıklı araştırma kapsamında Ankara İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne (Ankara Yenimahalle Şükûfe Nihal Ortaokulu) bağlı kurum ve kuruluşlarda uygulama yapılması etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

e-imzalıdır
Prof. Dr. Handan DEVECİ
Müdür

Yunus Emre Kampüsü Tepebaşı/Eskişehir
Telefon No: +90 222 335 05 80/3585 Faks No: +90 222 320 98 68
E-Posta: ebe@anadolu.edu.tr İnternet Adresi: www.ebe.anadolu.edu.tr

Bilgi İçin: Nesli ELÇİN
Unvan: Büro Personeli

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununa göre Güvenli Elektronik İmza ile imzalanmıştır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ayşe GÜRLER KARAKOCA
Yabancı Dil : İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı : Altındağ / 08.11.1987
E-posta : karakocaayse87@gmail.com

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2011 - 2019 : Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
- 2009 - 2011 : Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
- 2005 - 2009 : Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği
- 2011 - 2012 : MEB, Atkaracalar Ortaokulu (Atkaracalar / ÇANKIRI)
- 2012 - ... : MEB, Şüküfe Nihal Ortaokulu (Şentepe / Yenimahalle / ANKARA