

# Uçakların Yanlamasına Hareketlerinin Gözleyiciler ve Kalman Filtresi ile Durum Kestirimi

## State Estimation of Aircraft in Lateral Movement by Using Observers and Kalman Filter

Emre KIYAK \* ve Gülay İYİBAKANLAR

Anadolu Üniversitesi, Sivil Havacılık Yüksekokulu, Havacılık Elk.-Elt. Bölümü, 26470, Eskişehir

Geliş Tarihi/Received : 27.02.2009, Kabul Tarihi/Accepted : 03.04.2009

### ÖZET

Günümüzde, pek çok iş modelleme yapılması sayesinde kolaylaşmaktadır. Gerçek sistemlerle çalışmak yerine, modelleme kullanılarak, gerçek sistem davranışları incelenebilir ve analiz edilebilir. Arıza toleranslı bir yapı gerçek sistem durumlarının kestirilmesine dayanır. Gözleyiciler ve Kalman Filtresi, kestirimde geniş ölçüde kullanılırlar. Bu çalışmada, bir uçağın yanlamasına hareketinde durum tespitlerinin, gözleyiciler ve Kalman Filtresi kullanılarak bir uygulaması gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar kelimeler :** *Gözleyiciler, Kalman Filtresi, Durum kestirimi.*

### ABSTRACT

Nowadays, lots of problems are simplified by modeling. Instead of working with real systems, response of a system may be examined and analyzed by using modeling. A fault tolerant scheme relies on the estimation of true states. Observers and Kalman Filters are widely used in such an estimation. In this study, an application is realized for states estimation of an aircraft in lateral movement by using observers and a Kalman Filter.

**Keywords :** *Observers, Kalman Filter, Estimation of state.*

### 1. GİRİŞ

Sistem durumlarının tahmin edilmesi veya kestirilmesi sistem hakkında analiz yapılmasına olanak sağlar. Özellikle arıza tespitinde, gözleyiciler ve Kalman Filtresi'nden yararlanılması literatürde sıklıkla karşılaşıldığı uygulamalardır. Deterministik sistemlerde, tam mertebe gözleyici ve indirgenmiş mertebe gözleyici, stokastik sistemlerde ise Kalman Filtresi ile durum kestirimi yapılması sağlanabilir. Bu uygulamalar matematik modelin kullanımına dayanırlar.

Gu, insansız bir hava aracının çeşitli arıza durumlarına rağmen uçabilmesini sağlamıştır. Bu amaçla yapay sinir ağlarına dayalı denetleyici kullanımına gitmiştir (Gu, 2004).

Haciyev ve Çalışkan'ın çalışmalarında uçuş kontrol sistemlerinde kontrol yüzeylerinde meydana gelen hareketlendirici arızalarının gerçek zamanlı olarak tespiti ve kontrol sisteminin yeniden şekil-

lendirilmesi için aktif yöntemleri kullanan bir yaklaşım önermişlerdir. Kalman Filtresinin inovasyon prosesinde hareketlendirici arızalarının etkileri incelenmiştir. Bu amaçla dokuz durum ve altı girişe sahip F-16 uçağı modeli kullanılarak genişletilmiş Kalman Filtresi ile çözüme gitmişler, değerlendirme teorisi prosedürü olarak da Bayes prosedürünü kullanmışlardır. Arıza tespiti, istatistiki fonksiyon  $\beta(k)$ 'nin eşik değeri aşmasıyla gerçekleştirilmiş olup, elde ettikleri teorik sonuçlar F-16 dinamik davranışını destekler gözükmektedir (Haciyev ve Caliskan, 2005).

Aykan, Haciyev ve Çalışkan'ın yaptığı çalışmalarında, çeşitli uçak modelleri için uçuş sırasındaki kanat buzlanmalarının teşhisi ve kontrolü amaçlanmaktadır. Kanat profillerinde yapılan deneysel çalışmalara göre uçağın buzlanma modeli beş adet parametre ile temsil edilmiştir. Girişleri ölçülen veya ölçülemeyen uçak durumları ve çıkışları buzlanma parametreleri olan bir yapay sinir ağ yapı-

\* Yazışılan yazar/Corresponding author. E-posta adresi/E-mail adress: ekiyak@anadolu.edu.tr (E. Kiyak)

sı oluşturulmuştur. Değişen buzlanma şartlarında simülasyonlar yapılarak buzlanmış uçağın yapay sinir ağı modelinin eğitimi ve geçerlilik testi için gerekli bilgiler kümesi oluşturulmuştur. Eğitilmiş yapay sinir ağı modeli buzlanmadan dolayı normal kontrol prensibi ile kontrol edilemeyen uçağın kontrolü için kullanılmıştır. Eğitilmiş yapay sinir ağlarının bulduğu parametrelere göre uçuş kontrol algoritması yeniden şekillendirildiğinde uçakların aşırı buzlanma şartlarında bile güvenli uçabileceği yaptıkları benzetim sonuçlarında görülmektedir (Aykan v.d., 2005a; Aykan v.d., 2005b; Aykan v.d., 2005c; Aykan v.d., 2006).

Bir uçuş kontrol sisteminde algılayıcı arızalarının tespiti ve ayırımına yönelik çalışma bir çalışmada, bilinmeyen giriş gözleyicisi kullanılarak VTOL uçağının dinamik modeli için benzetimlerle arızaların doğru bir şekilde saptanabildiği gösterilmiştir (Kıyak v.d., 2008).

Bu çalışma, uçuş kontrol sisteminde yanlamasına hareket modeli kullanılarak algılayıcıların ölçtüğü durumların deterministik yaklaşımlardan tam merteye gözleyici ve stokastik yaklaşımlardan Kalman Filtresi kullanarak kestirilmesini ele almaktadır. Uçak yanlamasına modelinin oluşturulmasında kararlılık türevleri kullanılmıştır. Durumların tespitinden sonra arıza tespiti ve ayırımı gerçekleştirilebilir. Yeniden yapılandırma ise arıza durumundan sonra bir başka kontrol faaliyetinin sisteme etki etmesidir. Bu çalışmada durumların kestirilmesi, deterministik ve stokastik olmak üzere iki yöntemle gerçekleştirilmiş olup, arıza toleranslı yapıda kullanılan arıza ayırımı ve sistemin yeniden yapılandırma aşamaları ele alınmamıştır. Çalışmada, gerçek sistem durumlarının kestirilmesi ile arıza analizi yapılabilirliğinin teorisi verilip, bir uçak modeli için durum tespiti uygulaması gerçekleştirilmiştir.

## 2. DURUM TAHMİN YÖNTEMLERİ

### 2. 1. Tam Merteye Gözleyici

Gözleyicilerin temel prensibi; dinamik bir sistemin durum değişkenlerinin gözleyici olarak isimlendirilen bir başka sistemin durum değişkenleri tahminlerine yakınsamasıdır.

Doğrusal, zamanla değişmeyen bir sistemin durum uzayındaki gösterimi Denklem (1)'deki gibi tanımlansın (Ammar, 2000; Solak, 2001; Blanke v.d., 2003; Çalışkan, 2006):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (1)$$

Burada;  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sistem katsayılar matrisi,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  kontrol dağıtım katsayılar matrisi,  $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ölçüm dağıtım katsayılar matrisi,  $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  durum vektörü;  $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  giriş vektörü ve  $y(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  ölçüm vektörü olarak tanımlanmıştır.

Gözleyici dinamiği, doğrusal bir sistem için,  $y(t)$  ölçüm vektörü ve  $u(t)$  giriş vektörünün lineer kombinasyonu şeklinde Denklem (2)'deki,

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Gy(t) + Lu(t)\quad (2)$$

olarak tanımlanır. Burada;  $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$  gözleyici dinamikleri katsayılar matrisi,  $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ölçüm dağıtım katsayılar matrisi,  $L \in \mathbb{R}^{n \times m}$  kontrol dağıtım matrisi ve  $z(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  gözlem vektörü olarak tanımlıdır.

Burada amaç, Denklem (2)'de verilen gözleyici dinamiğindeki  $F$ ,  $G$  ve  $L$  katsayılar matrislerinin bulunmasıdır.

Sistem ve gözleyici dinamiklerine boyut analizi yapıldığında, gözleyici boyutunun, sistem boyutuna eşit olduğu görülmektedir.

Denklem (1)'deki durum denklemi,  $n \times n$  boyutlu bir  $T$  matrisiyle çarpılıp, Denklem (2)'den çıkartıldığında Denklem (3) elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) - T\dot{x}(t) &= Fz(t) + Lu(t) + GCx(t) \\ &\quad - TAx(t) - TBu(t)\end{aligned}\quad (3)$$

Sistem ve gözleyici durumları arasındaki hata vektörü Denklem (4)'deki gibi,

$$e(t) = z(t) - Tx(t)\quad (4)$$

olarak tanımlandığında, hatanın değişimi Denklem (5)'deki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= F(z(t) - Tx(t)) + (FT - TA + GC)x(t) \\ &\quad + (L - TB)u(t)\end{aligned}\quad (5)$$

Denklem (6) ve (7)'deki kabuller yapıldığında,

$$FT - TA + GC = 0\quad (6)$$

$$L - TB = 0\quad (7)$$

$\dot{e}(t) = Fe(t)$  şekline gelir. Bu diferansiyel denklemin çözümü ise Denklem (8)'deki,

$$e(t) = e^{Ft}e(0)\quad (8)$$

şeklinde dir.

$F$ , Hurwitz seçilirse hata vektörü Denklem (9)'daki gibi sifıra yakınsar:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0\quad (9)$$

Böylece yatışkın durumda,  $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} Tx(t)$  haline dönüşmüş olur.

## 2. 2. İndirgenmiş Mertebe Gözleyici

Bu gözleyici, T matrisinin  $v \times n$  boyutlu seçilmesi durumunda bile ( $v < n$  olmak üzere); yani indirgenmiş mertebe gözleyici kullanılarak, sürecin tüm durumlarının yeniden üretilmesini araştırır (Krzesinski ve Kaczorek, 2004). Burada gerçek sistemin tüm çıkışlarının ölçülemediği durum söz konusudur ve Denklem (10) için (11)'deki koşul sağlanmalıdır:

$$\hat{x}(t) = Ez(t) + Dy(t) = \begin{bmatrix} D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$I_n = ET + DC \quad (11)$$

Burada;  $z(t) \in R^{vx1}$  gözleyici vektörü,  $y(t) \in R^{lx1}$  çıkış vektörü,  $C \in R^{lxn}$  çıkış katsayılar matrisi,  $E \in R^{nxv}$  ve  $D \in R^{nx1}$  boyutlu matrislerdir.  $\hat{x}(t) \in R^{nx1}$  kestirilmiş durumlara karşılık gelmektedir. Diğer matris ve vektörler, Denklem (1)'deki tanımlamalardaki gibidir. Tam mertebe gözleyicide olduğundan farklı olarak C çıkış katsayılar matrisi  $1 < n$  olması sebebiyle tüm çıkışların kullanılmasına sebep olmaktadır.

Denklem (11),  $\begin{bmatrix} D & E \\ C & T \end{bmatrix} = I_n$  şeklinde yazılırsa, yapılan boyut analizinden,  $1 + v = n$  olduğu ve do-

layısıyla  $\begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}$  teriminin bir kare matris olduğu anlaşılır. Determinant değerinin sıfırdan farklı olması durumunda tersinin bulunabilmesi sebebiyle,

$\begin{bmatrix} D & E \\ C & T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}^{-1}$  şeklinde yazılarak Denklem (12) elde edilir:

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Bu durumda T matrisinin nasıl belirleneceği önem kazanmaktadır. Boyut analizine göre, Denklem (2)'de verilen gözleyici dinamiğindeki,  $F \in R^{vxv}$ ,  $G \in R^{vx1}$  ve  $L \in R^{vxm}$  matrislerini belirlemek ve bu duruma uygun şekilde çözmek için T yerine öncelikle  $v \times n$  boyutlu bir W matrisi seçilerek Denklem (13) şeklinde çözümünü olduğu tanımlanabilir:

$$\begin{bmatrix} I_{nx} \\ W \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} V & E \\ I_{nx} & I_{nxv} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Burada;  $V \in R^{nx1}$ ,  $E \in R^{nxv}$  boyutlu matrisler-

dir. Bu durumda,  $\begin{bmatrix} V & E \\ C & W \end{bmatrix} = I_n$  yazılabilir ve  $\det \begin{bmatrix} C \\ W \end{bmatrix} \neq 0$  olarak seçilirse Denklem (14)

$$EW + VC = I_n \quad (14)$$

şeklinde elde edilir. T ve D matrisleri, Denklem (15) ve (16)'daki gibi,

$$T = W - HC \quad (15)$$

$$D = V + EH \quad (16)$$

tanımlandığında, keyfi olarak seçilen  $H \in R^{vx1}$  matrisi ile T matrisinin boyutunu, tam mertebe gözleyicidekinden ( $n \times n$ ) farklı olarak değiştirme olanağı vermektedir. Bu durumda da gerçek sistem durumlarından daha az sayıda çıkış elde edilmesine rağmen Denklem (3)'ün kullanılabilmesine izin vermektedir. Tanımlamalar, Denklem (11)'de yerine yazılırsa, Denklem (17).

$$EW + VC = I_n \quad (17)$$

olarak elde edilir.

Gözleyici dinamiğindeki F ve G matrisleri ise, Denklem (18) ve (19)'daki verilen tanımlamalar kullanılarak çözülür:

$$F = TAE = WAE - HCAE \quad (18)$$

$$G = TAD = WAD - HCAD \quad (19)$$

Yukarıdaki tanımlamalar, gözleyicinin temel prensipleri olan Denklem (6) ve (7)'deki denklemleri sağlamalıdır.

## 2. 3. Kalman Filtresi

### 2. 3. 1. Ayrık Kalman Filtresi

Filtre problemi;  $k-1$  zamanına kadar elde edilen ölçümlerden,  $x_k$  durum değişkeni hakkında sonuç çıkarma arayışı olarak değerlendirilebilir (Cenan, 1998).

Denklem (20) ve Denklem (21)'deki gibi, lineer ayrık dinamik sistem ele alınsın (Brown ve Hwang, 1997):

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1) + w(k-1) \quad (20)$$

$$z(k) = Hx(k) + n(k) \quad (21)$$

Burada  $x(k)$ , sistemin  $n$  boyutlu durum vektörü,  $A$ ;  $n \times n$  boyutlu durum katsayılar matrisi,  $w(k-1)$ ;  $r$  boyutlu rasgele Gauss gürültü vektörüdür. Ortalaması sıfır olan gürültü vektörünün korelasyon matrisi, Denklem (22)'deki gibi tanımlıdır:

$$E\{w(k)w^T(j)\} = \delta_{kj} \quad (22)$$

Burada; E; istatistik ortalama operatörü,  $\delta_{kj}$  ise; Kronecker delta sembolüdür ve Denklem (23)'deki

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1, & k = j, \\ 0, & k \neq j. \end{cases} \quad (23)$$

şeklinde tanımlıdır.

$z(k)$ ; s boyutlu gözlem vektörü, H; s x n boyutlu gözlem matrisi, n(k) ise; ölçümlerin s boyutlu rasgele Gauss gürültü vektörüdür. Ortalaması sıfır olan ölçüm gürültü vektörünün korelasyon matrisi, Denklem (24)'deki gibi tanımlıdır:

$$E\{n(k)n^T(j)\} = R\delta_{kj} \quad (24)$$

$x(0)$  başlangıç durumunun ortalama değeri  $\bar{x}(0)$  ve korelasyon matrisi P(0) Gauss vektörüdür.  $w(k)$  ile  $n(k)$  arasında Denklem (25)'de verildiği gibi korelasyon ilişkisi yoktur:

$$E\{w(k)n^T(j)\} = 0, \quad \forall k, j \quad (25)$$

Kestirilen değerlerin gerçek değere eşitlenmesi için optimal değerlendirme algoritması, Denklem (26)'dan Denklem (31)'e kadar olan denklemler sistemi ile yazılmaktadır:

Önceki tahminlere dayanan ekstrapolasyon denklemi;

$$\hat{x}(k/k-1) = A\hat{x}(k-1, k-1) + Bu(k-1) \quad (26)$$

şeklinde. Bulunan bu değer, durum tahmin denkleminde yerine yazılır:

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k, k-1) + K(k) [z(k) - H\hat{x}(k/k-1)] \quad (27)$$

şeklinde gösterilir. Denklemdeki K(k) optimal filtre matris kazancı;

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1) + R(k)]^{-1} \quad (28)$$

şeklinde.  $z(k)$  ise;

$$\tilde{z}(k/k-1) = z(k) - H\tilde{x}(k/k-1) \quad (29)$$

denkleminde elde edilebilir.

Değer hatasının korelasyon matrisinin önceki tahminlere dayanan ekstrapolasyon denklemi;

$$P(k/k-1) = AP(k-1/k-1)A^T + Q \quad (30)$$

şeklinde. Bulunan bu değer, kovaryans matrisi tahmin denkleminde yerine yazılır:

$$P(k/k) = P(k/k-1) - P(k/k-1)H^T(k) [H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1} H(k)P(k/k-1) \quad (31)$$

şeklinde.

### 2. 3. 2. Sürekli Kalman Filtresi

Denklem (32)'deki gibi bir durum uzayı matematik modeli tanımlansın (Bar-Shalom ve diğ, 2001; Siouris, 1996):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + w(t) \\ y(t) &= Cx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (32)$$

Burada;  $w(t) \in R^{rx1}$  rasgele Gauss gürültü vektörü,  $v(t) \in R^{nx1}$  ise, ölçümlerin rasgele Gauss gürültü vektörüdür.  $w(t)$  ve  $v(t)$  spektral yoğunluğu bilinen beyaz gürültü süreçlerine karşılık gelmektedir. Beyaz gürültüler; Gauss dağılımına sahip olup, ortalamaları ( $\mu$ ) sıfır olmaktadır.  $Fw(t)$  bileşeni süreç gürültüsüne,  $v(t)$  ise ölçme gürültüsüne karşılık gelmektedir.

Kalman Filtresi ile kestirim işleminde kullanılacak model denklemi ise Denklem (33)'de verilmektedir:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (33)$$

Hata denklemi ise, Denklem (34)'de

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (34)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Yukarıda verilen tanım kullanılarak,  $\dot{e}$  denklemi, Denklem (35)'deki gibi elde edilir:

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + Fw(t) - Kv(t) \quad (35)$$

Burada, Denklem (36)'daki

$$\zeta = Fw(t) - Kv(t) \quad (36)$$

tanımlaması yapılırsa, kovaryans matris, Denklem (37)'deki,

$$\theta_\zeta = E\{\zeta(t)\zeta^T(t)\} \quad (37)$$

şeklinde yazılabilir.

Yukarıda gösterilen  $\zeta$ 'nin spektral yoğunluk matrisi için  $w$  ve  $v$ 'nin ilişkisiz olmasından dolayı, ara işlemler yapıldığında, Denklem (38) elde edilir:

$$\theta_\zeta(t) = FWF^T + KVK^T \quad (38)$$

Hatanın kovaryans matrisi P olarak tanımlandığında,  $\dot{P}$  ise, Denklem (39)'daki gibi yazılabilir:

$$\dot{P} = (A - KC)P + P(A^T - C^TK^T) + \theta_\zeta \quad (39)$$

P kovaryans matrisini en küçük yapan K değeri, Denklem (40)'dan elde edilir.

$$\frac{d\hat{P}}{dK} = 0 = -2PC^T + 2KV \quad (40)$$

Yukarıdaki denklem düzenlenirse, Denklem (41)'deki kazanç matrisi elde edilir:

$$K = PC^T V^{-1} \quad (41)$$

Yukarıda elde edilen K, Denklem (39)'da yazılırsa, Riccati denklemi türünde Denklem (42) oluşturulur ve bir çözüme gidilebilir (Atalay, 2002):

$$\dot{P} = AP + PA^T - PC^T V^{-1} CP + FWF^T \quad (42)$$

Sürekli hal durum Kalman Filtresi için,  $\dot{P} = 0$  olarak denklem çözülür. P bulunduktan sonra, Denklem (41)'den K da bulunur.

### 3. GENİŞ GÖVDELİ YOLCU UÇAĞI İÇİN ALGILAYICI DURUM TESPİTİ

Yanlamasına hareket durum değişkenleri ve kontrol girdisi, Denklem (43)'de gösterilmektedir:

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \delta_k \\ \delta_i \end{bmatrix} \quad (43)$$

Kararlılık türevlerinden oluşan A ve B matrisleri ise Denklem (44)'deki gibi tanımlıdır (Mclean, 1990):

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & g/U_0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & Y^*_{\delta_R} \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Bu ifadelerde;  $\beta$  yana kayış açısı, P yatış açısı, r sapma açısı,  $\phi$  yatış açısı,  $\delta_k$  kanatçık açısı,  $\delta_i$  istikamet dümeni açısı,  $Y_v, L'_\beta, L'_p, L'_r, N'_\beta, N'_p, N'_r, Y^*_{\delta_R}, L'_{\delta_A}, L'_{\delta_R}, N'_{\delta_A}$  ve  $N'_{\delta_R}$  ise ilgilenilen uçuş durumundaki kararlılık türevleridir.

Geniş gövdeli, dört motorlu, bir jet yolcu uçağının (Charlie) yanlamasına hareketine ait parametreler ve kararlılık türevleri Tablo 1 ve 2'de verilmektedir (Mclean, 1990):

**Tablo 1. Uçuş durumu parametreleri.**

Parametre	Uçuş Durumu
-----------	-------------

İrtifa (m)	12200
Mach no	0.8
$U_0$ (ms <sup>-1</sup> )	250
$\bar{q}$ (Nm <sup>-2</sup> )	9911
$\alpha_0$ (derece)	4.6
$\gamma_0$ (derece)	0

**Tablo 2. Uçuş durumlarına ait kararlılık türevleri**

Kararlılık Türevi	Uçuş Durumu
$Y_v$	-0.056
$L'_\beta$	-1.05
$L'_p$	-0.47
$L'_r$	0.39
$N'_\beta$	0.6
$N'_p$	-0.032
$N'_r$	-0.115
$Y^*_{\delta_R}$	0.012
$L'_{\delta_A}$	0.14
$L'_{\delta_R}$	0.15
$N'_{\delta_A}$	0.008
$N'_{\delta_R}$	-0.48

Kararlılık türevleri kullanılarak geniş gövdeli bir yolcu uçağı modelindeki katsayılar matrisleri (Mclean, 1990),

$$A = \begin{bmatrix} -0.056 & 0 & -1 & 0.039 \\ -1.05 & -0.47 & 0.39 & 0 \\ 0.6 & -0.032 & -0.115 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0.012 \\ 0.14 & 0.15 \\ 0.008 & -0.48 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

şeklinde elde edilir.

A durum katsayılar matrisinin özdeğerleri; -0.0454 + 0.8087j, -0.0454 - 0.8087j, -0.5621, 0.0120 olup, sağdaki kutup sebebiyle kararsız yapıda olduğundan, kararlı yapıda olmasını sağlayan bir durum geribesleme kazanç matrisi seçilerek, kararlı yapıya gelmesi sağlanmıştır. Bunun için kullanılan durum geribesleme kazanç matrisi Denklem (46)'daki,

$$K = \begin{bmatrix} -6.1901 & 0.8445 & 6.3872 & 0.4051 \\ 2.7725 & -0.1573 & -3.4317 & -0.0128 \end{bmatrix} \quad (46)$$

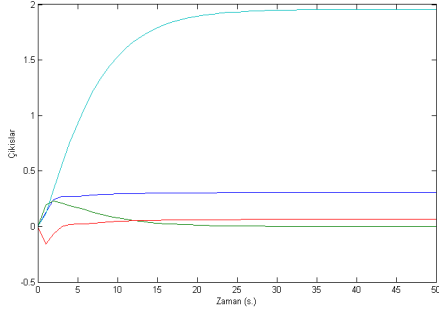
olarak seçilmiştir.

Bu durumda Denklem (45)'de verilen A durum katsayılar matrisi yerine, Denklem (47)'deki

$$A^* = A - BK = \begin{bmatrix} -0.0893 & 0.0019 & -0.9588 & 0.0392 \\ -0.5993 & -0.5646 & 0.0105 & -0.0548 \\ 1.9803 & -0.1143 & -1.8133 & -0.0094 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

kullanılacaktır. Bu durumda, A\* durum katsayılar matrisi özdeğerleri;  $-0.9277 + 1.0561j$ ,  $-0.9277 - 1.0561j$ ,  $-0.4180$ ,  $-0.1938$  olarak elde edilmiş olup, sistem kararlılığı sağlanmıştır.

Giriş olarak  $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  uygulanmaktadır. C matrisi, uçuş kontrol sisteminde tüm durumların doğrudan ölçülebildiği varsayılarak birim matris olarak seçilmiştir. Buna göre gerçek sistem durum tepkisi Şekil 1'deki gibi elde edilmektedir.



Şekil 1. Gerçek sistemin durum tepkisi.

Tam mertebe gözleyici kullanılarak elde edilecek durum tepkileri için ise modeldeki F ve T matrisleri, Denklem (48) ve (49)'daki;

$$F = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

şeklinde seçilmektedir.

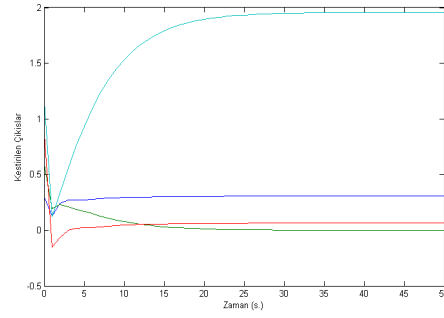
Bu matrisler, gözleyici temel denklemlerinde yerine yazılarak G ve L matrisleri, Denklem (50) ve (51)'deki

$$G = \begin{bmatrix} 4.9107 & 0.0019 & -0.9588 & 0.0392 \\ -0.5993 & 0.4354 & 0.0105 & -0.0548 \\ 1.9803 & -0.1143 & 3.1867 & -0.0094 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0.012 \\ 0.4 & 0.5 \\ 0.008 & 0.8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

olarak bulunmaktadır. Gözleyicinin başlangıç koşulları  $[0.3;0.6;0.9;1.2]$  seçilerek elde edilen durum

tepkisi ise, Şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2. Gözleyicinin durum tepkisi.

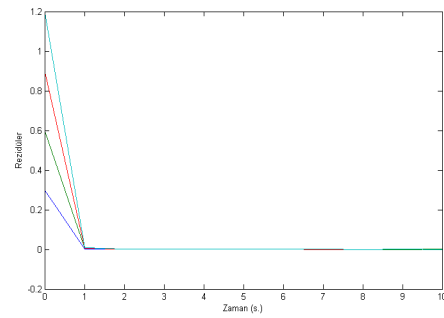
Gözleyicinin hesapladığı durumların sistemin gerçek durumlarına yakınsadığını göstermek açısından her bir rezidü, Şekil 3'deki gibi gösterilmiştir.

Tüm rezidülerin, Şekil 3'de görüldüğü üzere sıfıra yakınsadığı, dolayısıyla gözleyicinin, sistem durumlarını doğru olarak kestirdiği görülmüştür.

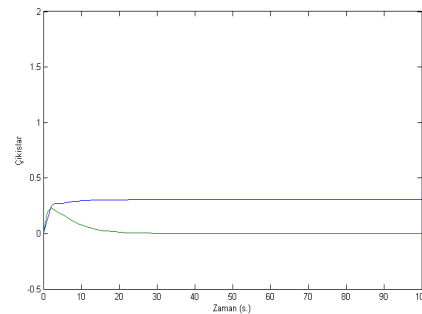
İndirgenmiş mertebe gözleyici için Denklem (47)'deki A ve Denklem (45)'deki B sistem matrisleri

aynı kalırken C matrisi farklı olarak  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  olarak tanımlıdır. C matrisi, uçuş kontrol sisteminde r sapma açısı ve  $\phi$  yatış hızı durumlarının doğrudan ölçülemediği varsayılarak oluşturulmuştur.

Şekil 4'de gerçek sistemin ölçülebilen durum değişkenleri olan  $\beta$  yana kayış açısı ve p yatış açısının çıkış tepkisi gösterilmektedir.



Şekil 3. Rezidüleri.



**Şekil 4. Ölçülebilir durum değişkenleri**

Gözleyicide kullanılan katsayı matrisleri Denklem (52-62)'de,

$$W = \begin{bmatrix} -0.5883 & -0.1364 & 1.0668 & -0.0956 \\ 2.1832 & 0.1139 & 0.0593 & -0.8323 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$[C; W] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5883 & -0.1364 & 1.0668 & -0.0956 \\ 2.1832 & 0.1139 & 0.0593 & -0.8323 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$[C; W]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7917 & 0.141 & 0.9343 & -0.1084 \\ 2.6793 & 0.1469 & 0.0672 & -1.2091 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.7917 & 0.141 \\ 2.6793 & 0.1469 \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.9434 & -0.1084 \\ 0.0672 & -1.2091 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.2944 & 0.7173 \\ -1.3362 & 1.6236 \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$T = \begin{bmatrix} -0.8827 & -0.8507 & 1.0668 & -0.0956 \\ 3.5194 & -1.5096 & 0.0593 & -0.8323 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1.2143 & 0.6389 \\ 4.3147 & -1.7682 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$F = \begin{bmatrix} -1.0348 & 0.1165 \\ -3.2851 & 0.113 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.3777 & -0.4433 \\ -2.5898 & -2.6041 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$L = \begin{bmatrix} -0.1106 & -0.6502 \\ -0.2109 & -0.2127 \end{bmatrix} \quad (62)$$

olarak elde edilmektedir. Gerek şartların sağlandığı, Denklem (63) ve (64)'deki

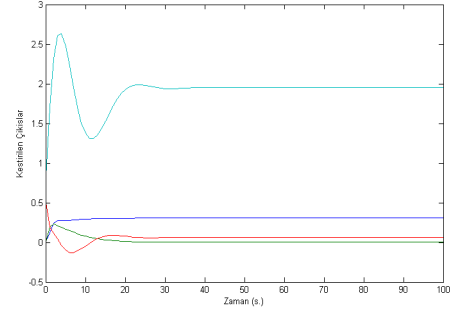
$$ET + DC \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$FT - TA + GC \cong \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

eşitliklerinden görülmektedir.

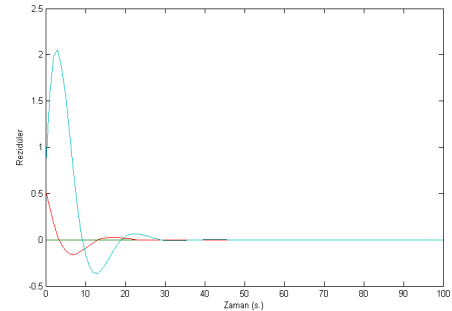
Bulunan F matrisinin özdeğerleri,  $-0.4609 + 0.2311j$ ,  $-0.4609 - 0.2311j$  olup, gözleyicinin kararlılığı açısından uygundur.

Şekil 5'de,  $[0.3; 0.6]$  başlangıç koşullarına göre, indirgenmiş mertebe gözleyicisi kullanılarak kestirilen çıkışlar gösterilmektedir.



**Şekil 5. İndirgenmiş mertebe gözleyicisi ile kestirilen çıkışlar.**

Şekil 6'da, indirgenmiş mertebe gözleyicisi kullanılarak elde edilen rezidüel gösterilmektedir.



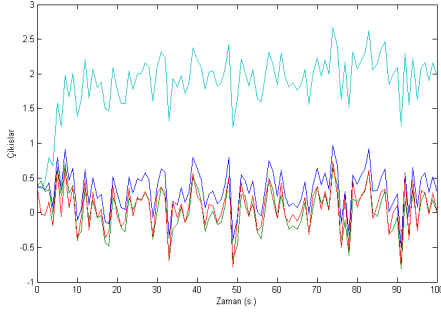
**Şekil 6. İndirgenmiş mertebe gözleyicisi kullanılarak elde edilen rezidüel.**

Modelleme yapmanın avantajı olarak sistemin gerçek durumları kullanılabilir olduğundan, indirgenmiş mertebe gözleyicisinin hesapladığı durumlar ile karşılaştırma yapıldığında, indirgenmiş mertebe gözleyicisinin, gerçek sistem durumlarına yakınsadığı görülmektedir.

Kalman Filtresi için modelde kullanılan katsayılar matrisleri, Denklem (47)'deki A ve Denklem (45)'deki B olarak tanımlıdır. C birim matris olarak seçilmiştir.  $w(t)$  ve  $v(t)$  ise beyaz gürültülerdir. Giriş

olarak  $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  uygulanmaktadır.

Durumlara ve çıkışa etki eden beyaz gürültüler sebebiyle durum değişkenleri ya da çıkışlar doğru olarak ölçülememektedir. Şekil 7'de, gürültünün etki ettiği çıkışlar gösterilmektedir.



**Şekil 7. Kalman Filtresi kullanılmaksızın elde edilen gerçek sistem çıkışları.**

Sistemdeki durumlara ve çıkışa etki eden beyaz gürültülerin tümünün varyansı 0.1 olarak alındığında, Kalman Filtresi'nde kullanılacak kovaryans matrisler, Denklem (65) ve (66)'daki,

$$Q = E\{ww^T\} = \begin{bmatrix} (0.1)^2 & 0 \\ 0 & (0.1)^2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$R = E\{vv^T\} = \begin{bmatrix} (0.1)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0.1)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (0.1)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (0.1)^2 \end{bmatrix} \quad (66)$$

şeklindedir.

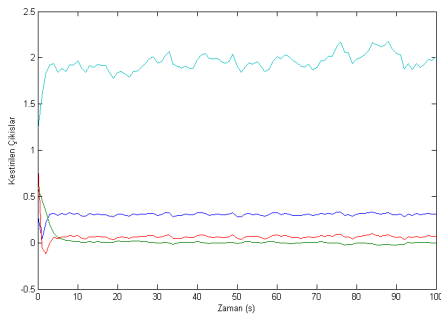
Yukarıdaki kovaryans matrisler kullanılarak P ve K, Denklem (67) ve (68)'deki

$$P = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0001 & 0 & 0.0002 \\ 0.0001 & 0.0003 & -0.0002 & 0.0001 \\ 0 & -0.0002 & 0.0006 & 0.0001 \\ 0.0002 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0014 \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.0302 & 0.0073 & -0.0026 & 0.0207 \\ 0.0073 & 0.0269 & -0.0234 & 0.0097 \\ -0.0026 & -0.0234 & 0.0609 & 0.0077 \\ 0.0207 & 0.0097 & 0.0077 & 0.1372 \end{bmatrix} \quad (68)$$

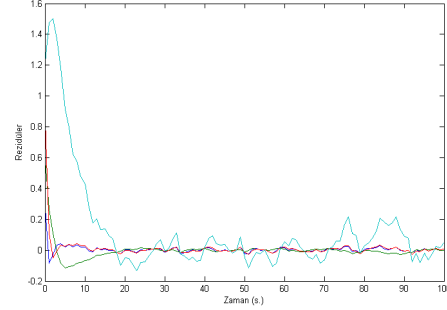
olarak bulunmaktadır.

Kalman Filtresi kullanılarak elde edilen çıkışlar, Şekil 8'de verilmektedir.



**Şekil 8. Kalman Filtresi kullanıldığında elde edilen çıkışlar.**

Sisteme, gürültü etkisi olmadığında çıkış tepkileri ile gürültü etkisinin Kalman Filtresi ile süzülür çıkış tepkileri karşılaştırıldığında elde edilen rezidüer Şekil 9'da verilmektedir.



**Şekil 9. Kalman Filtresi kullanılarak elde edilen çıkışlar ile gürültünün etki etmediği gerçek sistem çıkışları arasındaki fark (rezidü).**

Şekil 9'daki rezidüerlerin çok küçük değerler olması, Kalman Filtresi'nin kestirdiği durum ya da çıkışların, gerçek sistemin gürültüsüz çıkışlarına çok yakın olduğunu göstermektedir.

#### 4. SONUÇLAR

Gerçek sistemleri kullanmak yerine matematik model kullanmanın bir çok avantajı vardır. Bu avantajlardan biri de durum kestiriminin yapılabilmesidir. Bu çalışmada, en sık kullanılan durum kestirim yöntemleri olan gözleyiciler ve Kalman Filtresi incelendikten sonra, uçağın yanlamasına hareket modeli kullanılarak algılayıcı durumlarının kestirilmesi sağlanmıştır. Durumlar kestirildikten sonra, yapılacak olan rezidü incelemesine göre, arıza tespitinin de yapılması gerçekleştirilebilir. Uçak gibi hayati öneme sahip bir sistem için bu çalışmanın pratiğinin gerçekleştirilmesi çok büyük kazanımlar sağlar. Arızalı elaman tespitinden sonra yapılacak olan yeniden yapılandırma faaliyeti ile de uçağın düşük bir performansla birlikte, önemli algılayıcı ve eyleyici arızalarında otomatik olarak yere indirilebilmesi mümkün hale getirilebilir.



KAYNAKLAR

- Ammar, N. 2000. Robust Fault Detection By Simultaneous Observers, Master's Thesis, Bilkent University.
- Atalay, B. 2002. Ataletsel Navigasyon Sistemleri Ve Bu Sistemlerde Oluşan Hataların Kalman Filtresi Kullanılarak Düzeltilmesi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.
- Aykan, R., Hacıyev, C., Çalışkan, F. 2005a. "Uçak buzlanmaları için yeniden şekillendirilebilir kontrol", **Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı**, İTÜ.
- Aykan, R., Hacıyev, C., Caliskan, F. 2005b. Kalman filter and neural network-based icing identification applied to A-340 aircraft dynamics. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 77 (1), 23-33.
- Aykan, R., Hacıyev, C., Caliskan, F. 2005c. "Aircraft icing detection, identification and reconfigurable control based on kalman filtering and neural networks". **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, San Francisco, California.
- Aykan, R., Hacıyev, C., Çalışkan, F. 2006. EKF Ve yapay sinir ağları ile uçak kanat buzlanmalarının tespiti ve yeniden şekillendirilebilir kontrol, *İtü dergisi / d Mühendislik*. 5 (2), 122-132.
- Bar-Shalom, Y., Li, X. R., Kirubarajan, T. 2001. Estimation with Applications to Tracking and Navigation, John Wiley and Sons.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., Staroswiecki, M. 2003. Diagnosis and Fault-Tolerant Control, Springer.
- Brown, R. G., Hwang, P. Y. C. 1997. Introduction To Random Signals And Applied Kalman Filtering, John Wiley and Sons.
- Cenan, N. 1998. Kalman Filtresi ve Robustluk, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi.
- Çalışkan, F. 2006. Fault Tolerant Control Systems, Lecture Notes, İTÜ.
- Gu, Y. 2004. Design and Flight Testing Actuator Failure Accommodation Controllers On WVU YF-22 Research UAV's, Ph. D. Thesis, West Virginia University.
- Hacıyev, C., Caliskan, F. 2005. Sensor and control surface/actuator failure detection and isolation applied to F-16 flight dynamic, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 77 (2), 152-160.
- Kiyak, E., Cetin, O., Kahvecioglu, A. 2008. Aircraft sensor fault detection based on unknown input observers. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 80 (5), 545-548.
- Krzeminski, S., Kaczorek, T. 2004. Perfect reduced-order unknown-input observer for standart systems, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 50.
- Mclean, D. 1990. Automatic Flight Control Systems, Prentice-Hall.
- Siouris, G. M. 1996. An Engineering Approach to Optimal Control and Estimation Theory, John Wiley and Sons.
- Solak, E. 2001. Observability And Observers For Nonlinear And Switching Systems, Ph. D. Thesis, Bilkent University.