Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh.Mim.Fak.Dergisi C.XX, S.1, 2007
Eng&Arch.Fac. Eskişehir Osmangazi University, Vol. .XX, No:1, 2007

Makalenin Geliş Tarihi : 29.05.2006
Makalenin Kabul Tarihi : 20.10.2006

BULANIK MANTIKTA KORELASYON KATSAYISI; METEROLOJİK OLAYLARDA BİR UYGULAMA

Sevil ŞENTÜRK[1], Zerrin AŞAN[2]

ÖZET: *Korelasyon iki yada daha çok sayıda değişken arasındaki ilişkiyi göstermekte ilişki miktarı ise korelasyon katsayısı ile belirlenmektedir. İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini belirleyen korelasyon katsayısını bulanık veriler içinde hesaplamak mümkündür. Bulanık veriler için hesaplanan korelasyon katsayısı bulanık kümeler arasındaki ilişkinin gücünü ortaya koymasının yanı sıra bulanık kümelerin pozitif veya negatif ilişkili olup-olmadığını da ortaya koymaktadır. Bu çalışmada istatistiksel korelasyon katsayılarından Pearson korelasyon katsayısı ve bulanık korelasyon katsayısı üzerinde durulmuştur.Uygulamada meterolojik olaylar ele alınmıştır. Sözkonusu olaylarda yağış miktarı, güneşlenme süresi ve oransal nem değişkenleri arasındaki ilişki için bulanık korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Sonuç olarak* oransal nem ve yağış *miktarı kümelerinin pozitif yönlü yüksek bir ilişkiye sahip olduğu görülmüştür.*
ANAHTAR KELİMELER: *İstatistiksel korelasyon katsayısı, bulanık korelasyon, bulanık kümeler, bulanık istatistiksel korelasyon.*

CORRELATION COEFFICIENT IN FUZZY LOGIC; AN APPLICATION IN METEOROLOGICAL EVENTS

ABSTRACT: *Correlation is used to show the relationship among two or more variables while the strentgh of the relation is defined by the correlation coefficient. It is also possible to calculate the correlation coefficient for fuzzy data. The correlation coefficient identifies whether there is positive or negative relation among the fuzzy sets beside giving information about the level of the relations. In this study, Pearson correlation coefficient as statistical correlation coefficient and correlation coefficient for fuzzy data are considered for meteorological events. The correlation coefficient is used to show the relationships among sunshine, precipitation durations and humidity ratios. The results indicate that there is a positive relationship between humidity ratio and precipitation.*
KEYWORDS : *Statistical correlation coefficient, fuzzy correlation, fuzzy sets, fuzzy statistical correlation coefficient.*

[1,2] *Anadolu Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Yunusemre Kampüsü, 26470 ESKİŞEHİR.*

I. GİRİŞ

İnsan yaşamında “gerçek” olarak nitelenen pek çok sosyal, ekonomik ve teknik olaylar ve olgular aslında az yada çok belirsizlikler içerebilmektedirler. Bu belirsizlik, o olay veya olguya ilişkin bilgiler bakımından, kesin olmayan düşüncelerden veya karasızlıklardan kaynaklanır. Gözlemlenen bir olayın tam anlamıyla kavranılıp yorumlanabilmesi için gerekli olan bilgiler, her durumda yeterli, kesin, değişmez olmadığı için, çoğunlukla yaklaşık bilgi ve düşünme yoluyla sonuca ulaşmak zorunluluğu doğar. Eldeki bilginin ve verilerin istenen düzeyde yeterliliği bulunmadığı durumlarda kararsız kalmak yerine, bunları kullanan uzmanın deneyim ve düşüncelerini de sürece dahil ederek karar verme aşamasına ulaşmak mümkündür. Böylesi karmaşık, belirsizlik içeren, kesin olmayan veriler ve bilgiler için “bulanık veriler” nitelemesi uygun düşmektedir. Bu nitelikteki veriler ile sonuca ulaşmak üzere izlenen bilimsel süreç ise, “bulanık mantık süreci” olarak adlandırılmıştır.

Bulanık mantık kavramı, belirsizlik olgusunun bir açılımıdır ve belirli bir mantık sistemini ve küme işlemlerini içerir. Belirsizlik, rasgele veya rasgele olmayan durumlara bağlı olarak ortaya çıkar. Rasgele durumlarla ilgili analizler istatistik ve olasılık teknikleri kullanılarak gerçekleştirilebilirken, rasgele olmayan ve sözel nitelikteki verilere ilişkin belirsizlikler de bulanık mantık yaklaşımı ile çözümlenebilmektedir. Söz konusu iki yaklaşımın birbiriyle ilişkilendirilebileceği düşüncesiyle, “bulanık istatistik” adı verilen bu çalışmalar, deney planlaması, zaman serileri, regresyon çözümlemeleri, konjoint analizi, korelasyon analizi ve hipotez testleri gibi alanlarda ortaya konmaya başlanmıştır.

Günümüzde pek çok alanda karşılaşılan problemlerin çözümünde bu iki yaklaşım birlikte kullanılabilir ve olası en iyi çözüm elde edilebilir. Söz konusu alanlar içerisinde, meteroloji, kalite kontrol, mühendislik ve v.b. sayılabilir. Uygulama konusu olarak çalışmada özellikle meterolojik olaylarda karşılaşılan pek çok problemde genellikle sayısal sürekli veriler elde etmek mümkündür ancak, elde dilen bu verilerin bulanık mantık ortamına taşınarak her bir değere üyelik fonksiyonları yardımı ile üyelik derecesi atanarak çözümler gerçekleştirilebilmekte ve ilgilenilen her bir değerin bulanık bir kümeye ait olma

derecesi belirlenebilmektedir. Dolayısıyla rassal değişkenlerin her bir gözlem değerine bir üyelik derecesi atanarak analizler gerçekleştirilebilmektedir.
Genelde söz konusu olaylarda belirli bir alandaki yağış miktarı, güneşlenme süresi ve oransal nem arasında ilişki mevcuttur. Bu amaçla çalışmada bu tür olaylardaki ilgilenilen değişkenler arasındaki ilişki bulanık korelasyon katsayısı ile ortaya konmak istenmiştir.

II. İSTATİSTİKSEL KORELASYON KATSAYISI

İki değişken arasındaki ilişkinin yönünün, derecesinin ve bu ilişkinin istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığının belirlenmesi oldukça önem taşımaktadır. İncelenen ilişkinin yönünün, derecesinin ve anlamlılığının belirlenmesi ise "korelasyon analizinin" konusunu oluşturmaktadır[1].

Korelasyon, iki yada daha çok sayıda sürekli değişken arasındaki ilişkiyi göstermekte, ilişki miktarı ise korelasyon katsayısı ile belirlenmektedir. İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini belirleyen korelasyon katsayısı, r ile gösterilmektedir. Çalışmada istatistik korelasyon katsayısı olarak ele alınan Pearson korelasyon katsayısı aşağıdaki formülde gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır:

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) / (n-1)}{s_x s_y} \qquad (1)$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \qquad (2)$$

Korelasyon katsayısı -1 ile +1 arasında değer almaktadır ve korelasyon katsayısının işareti ise ilişkinin yönünü belirlemektedir. İki değişkenin her ikisi de aynı yönde değişim gösterirse aralarındaki ilişki pozitiftir ve korelasyon katsayısının işareti (+) olmaktadır, değişkenlerden biri artarken diğeri azalıyorsa ilişki negatiftir ve korelasyon katsayısı (-) işaretli olacaktır [2,3].

III. BULANIK KORELASYON KATSAYISI

Bulanık mantık yaklaşımı, esas olarak insan düşünme ve algılarındaki belirsizliklerle ilgilenmekte ve bu belirsizliği sayısallaştırmaya çalışmaktadır. Bir başka ifadeyle, bulanık mantık "insanların tam ve kesin olmayan bilgiler ışığında tutarlı ve doğru kararlar vermelerini sağlayan düşünme ve karar mekanizmalarının modellenmesi" olarak tanımlanabilmektedir [4].

Bulanık mantığın temeli sözel ifadeler ve bunlar arasındaki mantıksal ilişkiler üzerine kurulmuştur. Sözel ifadeler ise matematiksel bir temele dayandırılmaktadır. Bu matematiksel temel de bulanık küme teorisi ve bulanık mantık olarak ifade edilmektedir. Bulanık mantık ise bilinen klasik mantık gibi 0 veya 1 olmak üzere iki seviyeli değil, [0,1] aralığında çok seviyeli işlemleri ifade etmektedir [5].

Bulanık mantık, bulanık mantık küme teorisi, bulanık mantık üyelik fonksiyonları ve bulanık mantık çıkarım sisteminin bir bütünü olarak işlemektedir. Bulanık küme teorisi ise bize gerçek hayatta belirsizliklerin ölçülmesinde güçlü ve anlamlı araçlar sunmakta ve doğal dildeki belirsiz kavramların anlamlı bir şekilde ifade edilmesini de sağlamaktadır [6,7].

Bulanık küme teorisinde, bulanık kümeleri içeren bir evrensel küme içerisindeki elemanların üyelik geçişi dereceli olmaktadır. Eğer bir eleman herhangi bir kümeye ait olacaksa, o elemanın o kümeye ait olma derecesi de söz konusu olmaktadır. Bu derecelendirme bulanık kümelerin sınırlarına belirsizlik özelliğini katmaktadır. Bu sebeple bir elemanın bu kümeye aitliği belirsizliğini ölçmeye yarayan bir fonksiyonla tanımlayabilmektedir. Söz konusu fonksiyon evrensel kümenin elemanlarını belirli bir aralıktaki reel sayılara karşılık getirerek elemanlar arasındaki derecelendirmeyi gerçekleştirmektedir. Küme içerisinde değişkenlerin aldığı yüksek değerler de üyelik derecesinin yüksekliğini göstermektedir. Buradaki fonksiyon üyelik fonksiyonu ve bu fonksiyonun oluşturduğu küme de "Bulanık Küme" olarak ifade edilebilmektedir. Bulanık bir A kümesini aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkün olmaktadır:

X boş olmayan bir küme olmak üzere; X' deki bir bulanık A kümesi

$$\forall x \in X \text{ için } ; \ \mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \tag{3}$$

olarak ifade edilebilmektedir. Burada $\mu_A(x)$ 'e, bulanık kümeye karşılık gelen üyelik fonksiyonu adı verilmektedir. $\mu_A(x)$; A'nın elemanlarının istenilen özelliği hangi ölçüde sağladığının ifadesi olmaktadır [6,8].

Bulanık korelasyon katsayısı, matematiksel istatistikten ve istatistiksel korelasyon katsayısından yola çıkılarak ve bulanık mantık yaklaşımına uygun olarak genişletilmiştir. İncelenen katsayı, bulanık kümelerin arasındaki ilişkinin gücünü ortaya koymasının yanı sıra bulanık kümelerin pozitif veya negatif ilişkili olup olmadığını da ortaya koymaktadır. Bulanık korelasyon katsayısı aşağıda verilen teorem gereği eşitlik 4'de verildiği gibi tanımlanabilir.

Teorem: A ve B, μ_A ve μ_B üyelik fonksiyonları ile X üzerinde tanımlanmış iki bulanık küme olsun ve sadece A ve B bulanık kümelerinin eşleştirilmiş üyelik dereceleri dizisi ile X den rassal bir örnek çekilsin. Bulanık korelasyon katsayısı $\tilde{r}_{A,B}$, [-1,1] aralığında tanımlıdır, öyleki $\left|\tilde{r}_{A,B}\right| \leq 1$ dir [9].

$$\tilde{r}_{A,B} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\mu_A(x_i) - \overline{\mu}_A\right)\left(\mu_B(x_i) - \overline{\mu}_B\right)/(n-1)}{s_A s_B} \tag{4}$$

$$\overline{\mu}_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)}{n} \qquad s_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\mu_A(x_i) - \overline{\mu}_A\right)^2}{n-1}} \tag{5}$$

Burada, ~ bulanık kümeleri $\mu_A(x_i)$ ve $\mu_B(x_i)$ A ve B kümelerinin üyelik fonksiyonlarının derecesini, $\overline{\mu}_A$ ve $\overline{\mu}_B$ A ve B kümelerinin ortalama üyelik derecesini ve S_A ve S_B değerleri ise A ve B kümelerinin üyelik derecelerinin standart sapmasını göstermektedir.

IV. UYGULAMA

İstatistiksel ve bulanık mantık ortamında korelasyon katsayısı meterolojik olaylarda yağış miktarı, oransal nem ve güneşlenme süresi değişkenleri için hesaplanmıştır.

Güneşlenme süresi; güneşlenme süresini ölçen özel aygıtlarla belirlenen değerlerin, gözlem yılları için aylık ve yıllık aritmetik ortalamaları alınarak bulunmaktadır. Güneşlenme süresi enleme dayalı bir parametredir ve bulut kapalılığı ile ters orantılıdır.

Oransal nem; Havadaki nem miktarını (Su Buharını) ifade etmek için mutlak nem, oransal nem ve özgül nem gibi değerler de kullanılmasına karşın en çok oransal nem değeri kullanılmaktadır. Havada bulunan su buharı miktarının, o hava sıcaklığında mümkün olabilen en yüksek doyurucu buhar miktarına oranı olarak ifade edilmektedir.

Yağış miktarı; çoğunlukla sıvı olmak üzere her türlü yağış (yağmur, kar, dolu, sulusepken, çiğ, kırağı, buz kristalleri ve sis gibi) miktarıdır. Yere düşen yağış miktarı yağış ölçerler yani plüviyometreler yardımıyla mm. veya inç olarak ölçülür. Yağışın sayısal değerlerle ifade edilmesidir. Yağış miktarının belirlenebilmesi için yağış ölçerde belli bir birikintinin olması gerekmektedir. mm olarak yüksekliği veya kg olarak da m^2 ye düşen yağış miktarını göstermektedir. Günlük yağış miktarı, bir gün öncesinin 14.00 ve 21.00 rasatlarında ölçülen miktarla, o günün saat 7.00 rasatlarında ölçülen miktarın toplamıdır.

Uygulama konusu olarak Türkiye'de seçilmiş meteroloji istasyonlarında ortalama güneşlenme süresi, oransal nem, ve yağış miktarı ele alınmıştır. Sözü edilen veriler Tablo 1'de gösterilmiştir. Bu tabloda seçilmiş 40 tane meteroloji istasyonu söz konusudur.Çalışmanın amacı meteroloji istasyonlarına sahip illerin ortalama güneşlenme süresi, oransal nem ve yağış miktarı arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktır.

Tablo.1. Seçilmiş meteroloji istasyonlarında ortalama güneşlenme süresi, oransal nem ve yağış miktarı:

Meteroloji istasyonu	Güneşlenme süresi	Oransal nem	Yağış miktarı
	Gözlem süresi(yıl)	Gözlem süresi(yıl)	Gözlem süresi(yıl)
Adana	51	72	72
Afyon	64	71	72
Anamur	37	53	57
Ankara	73	75	75
Antakya	17	60	60
Antalya	47	71	71
Aydın	17	61	72
Balıkesir	51	63	64
Bolu	52	71	72
Bursa	66	72	72
Çanakkale	50	69	70
Diyarbakır	60	67	71
Edirne	57	72	72
Erzincan	45	63	66
Erzurum	50	71	72
Eskişehir	62	72	72
Gaziantep	36	61	64
Göztepe(İstanbul)	66	72	72
Isparta	42	71	72
İslahiye	45	63	66
İzmir	62	62	62
Karaköse	17	52	59
Kars	41	64	71
Kastamonu	50	71	71
Kayseri	52	67	69
Kırşehir	59	71	72
Konya	51	71	72
Kütahya	51	72	72
Malatya	46	68	71
Merzifon	43	61	71
Muğla	64	66	72
Rize	45	69	70
Samsun	25	27	27
Siirt	39	59	69
Sivas	49	71	72
Tekirdağ	17	60	70
Trabzon	45	67	68
Şanlıurfa	47	68	69
Van	50	61	70
Zonguldak	51	64	70

DİE Türkiye İstatistik yıllığı 2004

Değişkenlere ilişkin bulanık korelasyon katsayısının hesaplanması için değerler bulanık üçgen sayılara dönüştürülerek her bir değerin güneşlenme süresi, yağış miktarı ve oransal nem kümelerine ait olma üyelik dereceleri hesaplanmıştır. Üyelik dereceleri hesaplanırken üçgen üyelik fonksiyonu kullanılmıştır. Üçgen üyelik fonksiyonu;

$$
\ddot{u}\c{c}gen(x;a,b,c)=\begin{cases} 0, & x \le a. \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x \le b. \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b \le x \le c. \\ 0, & c \le x. \end{cases}
$$

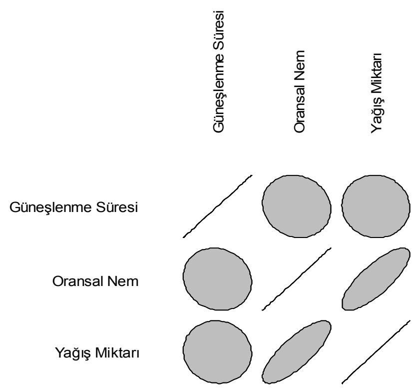
biçiminde tanımlanır. {a,b,c} olmak üzere üç parametre ile özelleştirilmiştir [6].

Tablo.2. Ortalama güneşlenme süresi, oransal nem ve yağış miktarı kümeleri için üyelik dereceleri.

Meteroloji istasyonu	Güneşlenme süresi üyelik derecesi	Oransal nem üyelik derecesi	Yağış miktarı üyelik derecesi
Adana	0,78	0,21	0,21
Afyon	0,32	0,28	0,21
Anamur	0,71	0,76	0,88
Ankara	0,00	0,00	0,00
Antakya	0,00	0,97	0,97
Antalya	0,92	0,28	0,28
Aydın	0,00	1	0,21
Balıkesir	0,78	0,85	0,78
Bolu	0,75	0,28	0,21
Bursa	0,25	0,21	0,21
Çanakkale	0,82	0,42	0,35
Diyarbakır	0,46	0,57	0,28
Edirne	0,57	0,21	0,21
Erzincan	1	0,85	0,64
Erzurum	0,82	0,28	0,21
Eskişehir	0,39	0,21	0,21
Gaziantep	0,67	1	0,78
Göztepe(İstanbul)	0,25	0,21	0,21
Isparta	0,89	0,28	0,21
İslahiye	1	0,85	0,64
İzmir	0,39	0,92	0,92
Karaköse	0,00	0,73	0,94
Kars	0,85	0,78	0,28
Kastamonu	0,82	0,28	0,28
Kayseri	0,75	0,57	0,42
Kırşehir	0,5	0,28	0,21
Konya	0,78	0,28	0,21
Kütahya	0,78	0,21	0,21
Malatya	0,96	0,5	0,28
Merzifon	0,92	1	0,28
Muğla	0,32	0,64	0,21
Rize	1	0,42	0,35
Samsun	0,28	0,00	0,00
Siirt	0,78	0,94	0,42
Sivas	0,85	0,28	0,21
Tekirdağ	0,00	0,97	0,35
Trabzon	1	0,5	0,5
Şanlıurfa	0,92	0,5	0,42
Van	0,82	1	0,35
Zonguldak	0,78	0,78	0,35

Güneşlenme süresi A bulanık kümesi olarak ifade edilirse, güneşlenme süresine ait bulanık ortalama ve bulanık standart sapma değerleri eşitlik (5)'den $\overline{\mu}_A = 0{,}625$ ve $s_A = =0{,}32$, oransal nem B bulanık kümesi olarak ifade edilirse, güneşlenme süresine ait bulanık ortalama ve bulanık standart sapma değerleri $\overline{\mu}_B = 0{,}345$ ve $s_B = =0{,}23$, yağış miktarı C bulanık kümesi olarak ifade edilirse, güneşlenme süresine ait bulanık ortalama $\overline{\mu}_C = 0{,}230$ ve bulanık standart sapma $s_C = 0{,}17$ değerleri biçiminde bulunmuştur.

İncelenen değişkenlerden güneşlenme süresi ve oransal nem arasındaki ilişki miktarını veren bulanık korelasyon katsayısı $\widetilde{r}_{A,B} = -0{,}10232$ olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla iki değişken yada iki küme arasında ilişki olmadığı belirlenmiştir. Güneşlenme süresi ve yağış miktarı arasındaki ilişki miktarı $\widetilde{r}_{A,C} = -0{,}0456$ olarak hesaplanmış ve söz konusu iki bulanık kümenin ilişkili olmadığı belirlenmiştir. Oransal nem ve yağış miktarı arasındaki bulanık korelasyon değeri ise $\widetilde{r}_{B,C} = 0{,}80$ olarak elde edilmiş ve oransal nem ve yağış miktarı kümelerinin pozitif yönlü yüksek bir ilişkiye sahip olduğu görülmüştür. Şekil 4.1'deki korelasyon grafiğinden de söz konusu ilişkileri görebilmek mümkündür.



Şekil.4.1 Korelasyon grafiği.

Oransal nem ile yağış miktarı arasında pozitif yönlü yüksek korelasyon gözükmektedir. Grafiksel gösterimde korelasyon katsayısı 0'dan 1'e gittikçe dairesel görünüm ellipse doğru değişim göstermektedir.

V. SONUÇLAR

Bu çalışmada istatistiksel korelasyon katsayısından ve matematiksel istatistikten yola çıkarak hesaplanabilen bulanık korelasyon katsayısı üzerinde durulmuştur. Kesin olmayan veriler ve bilgiler için "bulanık veriler" nitelemesi uygun olacağından ve bulanık mantık belirli bir aralıkta değişen değerlerin her birini çözümlemelere dahil edebildiğinden meterolojik olaylarda incelenen rassal değişkenlerin her bir gözlem değerine bir üyelik derecesi atanarak analizler gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen bu analizler sayesinde sürekli veriler için bulanık ortamda değişkenler arasındaki ilişkinin belirlenmesinde korelasyon katsayısının nasıl hesaplanabileceği gösterilmiştir. Ayrıca belirsizlik ortamında hesaplanan bu katsayıyla üyelik dereceleriyle iki sürekli değer arasında olabilecek olası değerlerin de hesaplamalarda nasıl kullanıldığı ortaya konulmaya çalışılmıştır.

VI. KAYNAKLAR

[1] Köksal, A., *İstatistik Analiz metotları*, İstanbul, 1980.

[2] Şıklar, E., *Regresyon Analizine Giriş* Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, 2000.

[3] Apaydın, A., Kutsal, A. ve Atakan, C., *Uygulamalıİstatistik*, Ankara, 1994.

[4] Türkbey, O., *Makina sıralama problemlerinde çok amaçlı bulanık küme yaklaşımı*, Gazi Üniversitesi, Müh. Mim. Fakülte Dergisi, Vol.18, No: 2, Ankara, pp.63-77, 2003.

[5] Elmas, Ç., *Bulanık mantık denetleyiciler*, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 2003.

[6] Klir, J.G. ve Yuan, B., *Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications*, Prentice Hall , New Jersey, 1995.

[7] Öztürk, C.A., Mercan, D.E., Toprak, F., Kişi, Ö. ve Şahin, U., *Bulanık mantık kurs notları*, İTÜ Bulanık Mantık ve Teknoloji Kulübü, İstanbul, 2003.

[8] Zadeh, L.A., *Fuzzy sets*, Information and Control, No: 8, pp.338-353, 1965.

[9] Chiang, D.A. ve Lin, N.P., *Correlation of fuzzy sets,* Fuzzy Sets and Systems, Vol.102, pp.221-226, 1999.