

ARAŞTIRMA MAKALESİ / RESEARCH ARTICLE

TABAKALI TESADÜFİ ÖRNEKLEMEDE DOĞRUSAL OLMAYAN MALİYET KISITI ALTINDA ÖRNEK ORTALAMASI İSTATİSTİĞİNİN VARYANSININ MİNİMUM YAPILMASI

S. Tuğba ŞAHİN¹

ÖZ

Bu çalışmada, Tabakalı Tesadüfi Örneklemde yığından seçilen n çaplı örneğin, ele alınan doğrusal olmayan maliyet kısıtı altında tabakalara optimum şekilde paylaşılması ve hangi durumlarda örnek ortalaması istatistiğinin varyansının minimum olduğu incelenmiştir. Doğrusal maliyet kısıtı kullanıldığında, tabakalardan bir birim seçmenin doğrusal maliyet kısıtı üzerine etkisi bir birim artıştır. Doğrusal olmayan maliyet kısıtı göz önüne alındığında ise maliyet kısıtı üzerine farklı artışların etkisi araştırılabilir. Bu çalışmada, doğrusal olmayan maliyet kısıtı üzerindeki farklı artışların, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını nasıl etkilediği simülasyon çalışması ile incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Tabakalı tesadüfi örnekleme, Optimum paylaşırma, Doğrusal olmayan maliyet fonksiyonu, Optimizasyon.

MINIMIZING THE VARIANCE OF SAMPLE MEAN STATISTIC UNDER THE NON-LINEAR COST CONSTRAINT IN STRATIFIED RANDOM SAMPLING

ABSTRACT

This study examines the optimal allocation of the n sized sample which is selected from the population in Stratified random sampling under the non-linear cost constraint and the conditions in which the variance of sample mean statistic is minimal. By using linear cost constraint, selecting a one-unit in stratum is caused a one-unit increase in linear cost constraint. However, considering the non-linear cost constraint, the impact of divergent increases on cost constraint can be investigated. In this study, how the divergent increases on non-linear cost constraint effect the variance of sample mean statistic is examined by simulation study.

Keywords: Stratified random sampling, Optimal allocation, Non-linear cost function, Optimization.

1. GİRİŞ

Tabakalı tesadüfi örneklemede en önemli problem belirlenmiş n örnek çapını örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak şekilde tabakalara paylaşırma, hangi tabakadan kaç birimlik örnek seçeceğimize karar vermektir. İyi bir paylaşırma ile, minimum maliyete karşın maksimum duyarlılığın elde edilmesi kastedilmektedir. Tahmin edicinin duyarlı-

lığı varyansı ile ölçülmektedir. Tahmin edicinin varyansı ne kadar küçük ise duyarlılık o derecede yüksektir.

Bazı durumlarda sabit bir bütçe ile alan çalışması yapmak gerekebilir. En uygun paylaşırma yöntemi, n birimlik örneği belli bir maliyet fonksiyonu altında, varyansı minimum yapacak şekilde tabakalara paylaşırma temeline dayanmaktadır. Her bir tabakanın çapı, tabaka

¹Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Teknikokullar, 06500, ANKARA
email: sinemsahin@gazi.edu.tr

varyansları ve her tabakadan bir birim seçme maliyetinin birbirinden farklı olduğu durumlarda en uygun paylaşırma yönteminin kullanılması önerilir. Bu yöntem için kullanılan, doğrusal maliyet fonksiyonu;

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^L n_h c_h$$

olarak tanımlanır. Burada, L tabaka sayısını, c araştırma için ayrılan toplam maliyeti, c_0 ofis giderleri, idari giderler, çalışanların ücretleri vb. sabit maliyetleri, c_h ise h . tabakadan bir birim seçme maliyetini ifade etmektedir.

Her tabakadan seçilecek örnek çapının belirlenmesi, eşitlik kısıtlı bir optimizasyon problemi ve çözüm için genellikle Lagrange çarpanları yöntemi kullanılır. Maliyet fonksiyonumuz doğrusal olduğunda, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak n_h değerlerinin belirlenmesi oldukça kolaydır. Bununla birlikte, maliyet fonksiyonları doğrusal olmadığında n_h değerlerinin belirlenmesi oldukça karmaşıktır. Bu çalışmada, doğrusal olmayan maliyet kısıtı altında, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak n_h değerlerinin belirlenmesi ile ilgilenilecektir. Literatürde önerilen ve bu çalışmada kullanılacak doğrusal olmayan maliyet fonksiyonu aşağıdaki yapıdadır:

Doğrusal olmayan maliyet fonksiyonları

$$1. \quad c = c_0 + \sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha, \quad \alpha > 0 \quad \text{biçimindedir}$$

(Cochran, 1977, Bretthauer vd., 1999). Burada,

c : Araştırma için ayrılan toplam bütçe

c_0 : Sabit bütçe

t_h : h . tabakaya seyahat maliyeti

α : Tabakalara seyahat etmenin yada tabakalardan bir birim seçmenin maliyet fonksiyonu üzerine etkisi

olarak ifade edilmektedir. Bu maliyet fonksiyonu doğrusal olmayan yapıdadır. Tabakalardan bir birim seçme maliyeti çok farklı değil fakat tabakadan tabakaya seyahat maliyeti önemli de-

recede farklılık gösteriyorken bu maliyet fonksiyonunun kullanılması uygun olur.

$$2. \quad c = c_0 + \sum_{h=1}^L c_h n_h^\alpha, \quad \alpha > 0 \quad \text{biçimindedir}$$

“(Chernyak, 2001)”. Burada,

c : Araştırma için ayrılan toplam bütçe

c_0 : Sabit bütçe

c_h : h . tabakadan bir birim seçme maliyeti

olarak ifade edilmektedir. Bu maliyet fonksiyonu doğrusal olmayan yapıdadır. Tabakadan tabakaya seyahat maliyeti önemli derecede farklı değil fakat tabakalardan bir birim seçme maliyeti farklılık gösteriyorken bu maliyet fonksiyonunun kullanılması uygun olur.

Literatürde uzun yıllardır tabakalı tesadüfi örneklemede örnek çapının tabakalara paylaşılması problemiyle ilgili çalışmalar yapılmaktadır. Bununla birlikte, yapılan çalışmaların çoğu doğrusal maliyet kısıtı altında örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak örnek çaplarının bulunması üzerinedir (Bretthauer vd., 1999, Chernyak, 2001, Clark ve Steel, 2000, Bretthauer ve Shetty, 1995, Bosch ve Wildner, 2003, Khan vd., 2003, Khan ve Ahsan, 2003, Diaz-Garcia ve Garay-Tapia, 2005, Diaz-Garcia, 2006, Valliant ve Gentle, 1997, Semiz, 2004, Judez vd., 2006).

2. OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

Amaç fonksiyonu yada kısıtlardan herhangi birisi doğrusal değil ise, bu problem doğrusal olmayan programlama problemidir. Ele aldığımız çalışmada, hem örnek ortalaması istatistiğinin varyansı hem de maliyet fonksiyonu doğrusal değildir. Doğrusal olmayan problemlerin çözümünde kullanılan pek çok optimizasyon yöntemi bulunmaktadır (Bal, 1995, Rao, 1991, Hamdy, 1982). Örnek çapının tabakalara paylaşılmasında Lagrange çarpanları yöntemi kullanıldığında bazı olumsuzluklarla karşılaşıldığından bu çalışmanın simülasyon deneyinde Kuhn-Tucker yöntemi kullanılacaktır.

2.1 Lagrange Çarpanları Yöntemi

Lagrange çarpanları yöntemi, ister amaç ister kısıt fonksiyonu doğrusal olsun yada olmasın eşitlik kısıtlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan en yaygın yöntemdir.

Eşitlik kısıtlı optimizasyon problemi aşağıdaki gibi verilsin:

$$\text{Min } f = f(x)$$

$$g_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Burada $f(x)$ amaç fonksiyonunu, $g_i(x)$ i . kısıtı, m kısıtların sayısını göstermek üzere; $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ve $m \leq n$ 'dir. Herhangi bir kısıtın sağ taraf sabitinde(kaynağında) meydana gelen bir birimlik artma yada azalma, amaç fonksiyonunun en iyi değerinde kısıtın karşı gelen Lagrange çarpanı kadar artma yada azalmaya neden olur. Kısıt olarak

$c = c_0 + \sum_{h=1}^L c_h n_h^\alpha \quad \alpha > 0$ maliyet fonksiyonu kullanıldığında, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak örnek çapının Lagrange çarpanları yöntemiyle elde edilmesi aşağıdaki teoreme verilmiştir.

Teorem 1: $c = c_0 + \sum_{h=1}^L c_h n_h^\alpha \quad \alpha > 0$ olmak üzere, tabakalı tesadüfi örneklemede belirlenmiş bir maliyet $C = c' = c - c_0$ için yani kısıt olarak maliyet fonksiyonu alındığında, örnek ortalaması istatistiğinin varyansı minimumdur ve yığından seçilmesi gereken örnek çapı (1) eşitliğinden elde edilir.

$$n = \frac{C^{1/\alpha} \sum_{h=1}^L (W_h^2 S_h^2 / c_h)^{1/(1+\alpha)}}{\left[\sum_{h=1}^L (W_h^2 S_h^2 c_h^{1/\alpha})^{\alpha/(1+\alpha)} \right]^{1/\alpha}} \quad (1)$$

Elde edilen n örnek çapı, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapacak şekilde tabakalara;

$$n_h = \frac{(W_h^2 S_h^2 / c_h)^{1/(1+\alpha)}}{\sum_{h=1}^L (W_h^2 S_h^2 / c_h)^{1/(1+\alpha)}} n \quad (2)$$

olarak paylaşılır "(Chernyak, 2001)".

2.2 Kuhn-Tucker Yöntemi

Bu yöntem, eşitsizlik kısıtlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır.

Kuhn-Tucker yöntemi eşitsizlik kısıtlarını, eşitlik kısıtı haline getirerek, genel Lagrange fonksiyonu oluşturma temeline dayanır. Problemin genel yapısı;

$$\text{Max } f(x)$$

$$g_i(x) - b_i \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

biçimindedir. Böyle problemlerin çözümünde Kuhn-Tucker(K-T) şartlarından yararlanılır. Bunun için de eşitsizlik kısıtları uygun değişkenlerin kullanılmasıyla eşitlik durumuna getirilir. Uygun noktalar, bu fonksiyonun gerek şartlarından elde edilir. Yukarıdaki kısıtlayıcılar $s_i^2 \geq 0$ aylak değişkeni kullanılarak eşitlik durumuna getirilir. Ayrıca bizim ilgilendiğimiz problem varyansı minimum yapmak olduğundan, kurduğumuz modeli çevirerek yani minimum problemini maksimum problemine çevirerek işlem yapabiliriz.

Tabakalı tesadüfi örnekleme için, verilen herhangi doğrusal yada doğrusal olmayan maliyet kısıtı altında varyansı minimum yapacak n_h 'ları belirlemek Kuhn-Tucker yönteminde, Lagrange yönteminde olduğundan çok daha zor ve zaman alıcıdır. Lagrange yönteminde elde edilen Teorem 1'e benzer genellemeler elde etmek neredeyse imkansızdır. Çünkü Kuhn-Tucker yönteminde, Lagrange çarpanları λ_i 'lerin farklı durumları için mümkün çözümü bulmak gerekir. Bununla birlikte, Lagrange çarpanları yöntemi $n_h \leq N_h$ kısıtını göz önüne alamadığı için elde edilen çözümlerde $n_h > N_h$ yada $n > N$ gibi sonuçlarla karşılaşmak mümkündür. Kuhn-Tucker yönteminde $n_h \leq N_h$ ($h=1, 2, \dots, L$) eşitsizlik kısıtında göz önüne alındığından bu olumsuzluk ortadan kalkmış olur. Bu nedenle bu çalışmada Kuhn-Tucker yöntemi kullanılmıştır. Yukarıda bahsedilen durumu gösteren küçük bir örnek verelim.

Örnek: 500 tane süpermarket alan büyüklüklerine göre tabakalanmıştır. Bu marketlerdeki çalışan sayısı tahmin edilmek istenmektedir. Daha önceki yıllardan tabaka standart sapmaları ve her tabakadan bir birim seçme maliyetleri aşağıda verildiği gibidir.

| Tabaka | N_h | S_h | c_h (YTL) |
|--------------|-------|-------|-------------|
| Büyük Market | 80 | 12 | 1 |
| Orta Market | 160 | 8 | 4 |
| Küçük Market | 260 | 4 | 9 |
| Toplam | 500 | | |

Bu araştırma için 5000YTL. ayrılmış ve sabit masraflar için 3000YTL. harcanmıştır. Maliyet fonksiyonunun doğrusal olduğunu varsayarak bu bütçe planına göre varyansı minimum yapacak şekilde her tabakadan kaç örnek seçilmelidir?

Cevap:

1.yol: İlk olarak; Chernyak tarafından $n_h \leq N_h$ kısıtı göz ardı edilerek, Lagrange çarpanları yöntemi ile elde edilen Teorem 1'i kullanarak örnek çapı n 'i bulup, tabakalara paylaştıralım. Maliyet kısıtımızın doğrusal olduğunu varsayalım. Doğrusal maliyet kısıtı

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^3 c_h n_h \quad \text{olmak üzere;}$$

$$C = c' = c - c_0 = 5000 - 3000 = 2000 \quad \text{olarak elde edilir.}$$

$$n = \frac{C \sum_{h=1}^L W_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L W_h S_h \sqrt{c_h}} = 586.34 \approx 586$$

$$n_h = \frac{W_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L W_h S_h / \sqrt{c_h}} n \quad \text{olmak üzere;}$$

$$n_1 = 289.01 \approx 289, n_2 = 192.67 \approx 193, \\ n_3 = 104.31 \approx 104 \quad \text{olarak elde edilir.}$$

Görüldüğü gibi, $n_1 = 289$, $N_1 = 80$ olduğundan $n_1 > N_1$ 'dir.

$n_2 = 194$, $N_2 = 160$ olduğundan $n_2 > N_2$ 'dir.

$n_3 = 104$, $N_3 = 260$ olduğundan $n_3 < N_3$ 'dür.

Lagrange çarpanları yöntemi $n_h \leq N_h$ kısıtını göz önüne almamıştır. Dolayısıyla

$n = 586 > N = 500$ çıkmıştır. Bu durum varyansın negatif çıkmasına neden olur. Bu Lagrange yönteminin dezavantajıdır.

2.yol: Aynı problemi Kuhn-Tucker yöntemini kullanarak ve $n_h \leq N_h$ ($h=1,2,3$) kısıtını göz önüne alarak çözümleyelim.

Model:

$$\min V(\bar{x}_{tb}) = \min \left(\sum_{h=1}^3 \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \sum_{h=1}^3 \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} \right)$$

$$\sum_{h=1}^3 c_h n_h = c' = C$$

$$n_1 \leq N_1$$

$$n_2 \leq N_2$$

$$n_3 \leq N_3$$

$$\min V(\bar{x}_{tb}) = \frac{3,6864}{n_1} + \frac{6,5536}{n_2} + \frac{4,3264}{n_3} - \frac{3,6864}{80} - \frac{6,5536}{160} - \frac{4,3264}{260}$$

$$n_1 + 4n_2 + 9n_3 = 2000$$

$$n_1 \leq 80$$

$$n_2 \leq 160$$

$$n_3 \leq 260$$

olmak üzere, problemimizi maksimum probleme dönüştürüp, eşitsizlik kısıtlarını eşitlik kısıtı haline getirirsek;

$$\max V(\bar{x}_{tb}) = -\frac{3,6864}{n_1} - \frac{6,5536}{n_2} - \frac{4,3264}{n_3} + \text{sabit}$$

$$n_1 + 4n_2 + 9n_3 = 2000$$

$$n_1 + s_1^2 = 80 \Rightarrow n_1 + s_1^2 - 80 = 0$$

$$n_2 + s_2^2 = 160 \Rightarrow n_2 + s_2^2 - 160 = 0$$

$$n_3 + s_3^2 = 260 \Rightarrow n_3 + s_3^2 - 260 = 0$$

elde edilir. Genel Lagrange fonksiyonu;

$$L(n_h, \lambda, s) = -\frac{3,6864}{n_1} - \frac{6,5536}{n_2} - \frac{4,3264}{n_3} + \text{sabit} - \lambda_1(n_1 + 4n_2 + 9n_3 - 2000) - \lambda_2(n_1 + s_1^2 - 80) - \lambda_3(n_2 + s_2^2 - 160) - \lambda_4(n_3 + s_3^2 - 260)$$

Kuhn-Tucker gerek şartları:

$$1. \frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial n_1} = \frac{3,6864}{n_1^2} - \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial n_2} = \frac{6,5536}{n_2^2} - 4\lambda_1 - \lambda_3 = 0$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial n_3} = \frac{4,3264}{n_3^2} - 9\lambda_1 - \lambda_4 = 0$$

$$2. \frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial \lambda_1} = n_1 + 4n_2 + 9n_3 = 2000$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial \lambda_2} = n_1 + s_1^2 - 80 = 0 \Rightarrow n_1 \leq 80$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial \lambda_3} = n_2 + s_2^2 - 160 = 0 \Rightarrow n_2 \leq 160$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial \lambda_4} = n_3 + s_3^2 - 260 = 0 \Rightarrow n_3 \leq 260$$

$$3. \frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial s_1} = -2\lambda_2 s_1 = \lambda_2(n_1 - 80) = 0$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial s_2} = -2\lambda_3 s_2 = \lambda_3(n_2 - 160) = 0$$

$$\frac{\partial L(n_h, \lambda, s)}{\partial s_3} = -2\lambda_4 s_3 = \lambda_4(n_3 - 260) = 0$$

4. λ_1 serbest

$$\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

** $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0, \lambda_3 \neq 0, \lambda_4 = 0$ olsun. Bu durumda;

$$n_1 = 80, n_2 = 160, n_3 = 142$$

$$\lambda_1 = 0,00002384 \text{ serbest}$$

$$\lambda_2 = 0,000552 \geq 0$$

$$\lambda_3 = 0,00016 \geq 0$$

olarak elde edilir.

$$(n_h^*, \lambda^*) = (80, 160, 142; 0,00002384; 0,000552; 0,00016; 0)$$

optimum çözümdür. Her tabaka için $n_h \leq N_h$

kısıtı sağlanmıştır. Ayrıca;

$n = 80 + 160 + 142 = 382$ olarak elde edilir ve $n = 382 < N = 500$ 'dür.

3. SİMÜLASYON DENEYİ

Simülasyon çalışması MATLAB programı kullanılarak yapılmıştır. Bu çalışmadaki modellerin çözümü için, MATLAB programında doğrusal ve doğrusal olmayan programlama alt modüllerinin kullanıldığı program yazılmıştır. Simülasyon sonuçlarının alındığı bilgisayar Pentium(R)4 CPU 2.60GHz., 248MB RAM özelliklerine sahiptir.

3.1 $c' = \sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha$ Kısıtı Altında $V(\bar{x})$ 'nin Minimum Yapılması

Bu bölümde, $c' = \sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha$ doğrusal olmayan maliyet kısıtı göz önüne alınacaktır. Her zaman her tabakadan bir birim seçmenin yada her tabakaya seyahat etmenin, maliyet fonksiyonu üzerine etkisi bir birim artış olarak yansımamaktadır. α değeri, tabakalara seyahat yada tabakalardan bir birim seçmenin maliyet fonksiyonu üzerine etkisini yansıtmaktadır. Bu bölümde, $\alpha > 0$ olmak üzere; α 'ya bağlı maliyet kısıtına ilişkin simülasyon deneyi yapılarak, α 'nın hangi değerleri için yapılan örnek çapı paylaştırılmasının örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yaptığı incelenecektir. Bu maliyet kısıtı yardımı ile varyans değerinin bulunması için 1000 tekrarlı Monte Carlo simülasyonu kullanılacaktır. Simülasyon çalışmasında yığın çapı (N), yığından seçilecek örnek çapı (n), bütçe (c'), tabakadan tabakaya seyahat maliyeti (t_h) ve α başlangıçta verilmiştir. Belirlenen doğrusal olmayan maliyet kısıtı altında, örnek ortalaması istatistiğinin varyansının minimum yapılması için kullanılacak model aşağıdaki gibidir.

Model :

$$\text{Min } V(\bar{x})$$

$$\sum_{h=1}^L n_h = n$$

$$\sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha \leq c'$$

$$r_h \leq n_h \leq k_h \quad h = 1, \dots, L$$

Oluşturulan model de amacımız, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapmaktır. Kullanılan ilk kısıt; L tabakadan seçilecek örnek çapları (n_h 'ların) toplamının, yığından seçilmesi istenen n çaplı örneğe eşit olması kısıtıdır. İkinci kısıt; gerçek uygulamalar için büyük önem taşıyan maliyet kısıtıdır. Amacımız, araştırma için ayrılan bütçenin hepsini kullanmadan duyarlılığı arttırmak olduğundan bu kısıt eşitsizlik kısıtı olarak ele alınmıştır. Modeldeki son kısıt ise; Lagrange çarpanları yönteminde ortaya çıkan, bir tabakadan seçilen örnek çapının, o tabakanın çapından büyük olması gibi bir durumu ortadan kaldırmak için modele konmuştur. $r_h \leq n_h \leq k_h$ kısıtında alt sınır $r_h = 2$ alınmıştır. Bunun nedeni

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2 \text{ olması ve } n_h = 1 \text{ durumunda } s_h^2 \text{ 'nin belirsiz olmasıdır. Üst sınır için ise } h. \text{ tabakadaki örnek çapının alabileceği en büyük değer } (k_h = N_h) \text{ verilmiştir.}$$

Bu çalışmada, modelde tabaka varyanslarının ve tabakalara paylaştırılacak örnek çapının önceden bilindiği varsayılmaktadır. Bununla birlikte yığın çapı büyük olduğunda tabaka varyanslarının ve yığından seçilecek örnek çapının belirlenmesi zordur. Bunun için yığından seçilen bir pilot örnek yardımı ile tabaka varyansları tahmin edilip, yığından seçilecek örnek çapı belirlenebilir "(Bretthauer, 1999, Yamane, 1967, Hansen vd., 1953)". Ayrıca, bu çalışmada tabakalardaki örnek çapı için tamsayı kısıtına yer verilmemiştir. Çünkü tamsayı kısıtını sağlayacak örnek çaplarının bulunması mümkün çözümlerin sayısını oldukça azaltmaktadır. Amacımız bu maliyet kısıtı altında varyansı bulmak olduğundan mümkün çözümlerin sayısının artırılması hedeflenmiş ve bulunan örnek çapları tamsayı değerlere yuvarlanmıştır. Tabakalardaki örnek çaplarının tamsayı olması kısıtı da modele eklenir ise, tamsayı programlama tekniği ile çözüm yapılabilir. Modelin çözümünde, kısıtlı optimizasyon problemlerinde

uygulanan yöntemlerden biri olan Kuhn-Tucker yöntemi kullanılmaktadır. Bundan sonraki yapılacak işlemler aşağıdaki adımlara göre yapılacaktır.

Adım 1: Tabaka çaplarının belirlenmesi için Normal dağılımdan N birimlik sayı üretilip, kullanılan Normal dağılımın ortalaması ve kaç tabaka olduğu dikkate alınarak belirlenen tabaka sınırları çerçevesinde tabaka çapları ve tabakalardaki birimler elde edilmiştir (Örneğin iki tabaka durumunda ortalamanın üstündeki birimler bir tabakaya, ortalamanın altındaki birimler ise diğer tabakaya atılarak homojen tabakalar elde edilmiştir).

Adım 2: Belirlenen tabakadaki birimler yardımı ile tabaka varyansları hesaplanmıştır.

Adım 3: Belirlenen maliyet kısıtı altında oluşturulan modelin çözümleri yapılmış, varyans değerleri ve CPU süreleri saniye olarak elde edilmiştir. Doğrusal olmayan optimizasyon tekniklerinde, modelin çözümlenmesi için bir başlangıç noktasına ihtiyaç duyulmaktadır. Başlangıç noktası, araştırmacının yada uzmanların konuyla ilgili öngörülerini dikkate alınarak belirlenebilir. Bu çalışmada modelin çözümü için gerekli olan başlangıç noktası, örnek çapı için belirlenen alt ve üst sınır arasında ortalama bir değer olarak seçilmiştir.

Adım 4: Adım 1-2-3 1000 defa tekrar edilmiştir.

Adım 5: Sonuçların genellenebilmesi için 1000 tekrardaki varyans ve CPU sürelerinin ortalaması alınarak, tabakalardan seçilecek optimum örnek çapları, varyans ve CPU süreleri saniye olarak elde edilmiştir.

Simülasyon çalışması maliyetlerin farklı değerleri altında yapılmıştır. Simülasyon çalışması iki, üç, dört ve beş tabaka için yapılmış, sonuçlar dört farklı tabaka sayısı için genellenebildiğinden daha fazla tabaka sayısı dikkate alınmamıştır. Sonuçlar Tablo 1-31'de özetlenmiştir. Tablolarda koyu renkle ifade edilen rakamlar mümkün çözümün sağlanmadığını ifade etmektedir. Mümkün çözümün sağlanmaması ile;

1- Modeldeki ilk kısıt yani tabakalardan seçilen örnek çapları toplamının, toplam örnek çapı n

değerine eşit olmaması ($\sum_{h=1}^L n_h \neq n$)

2- Araştırma için ayrılan bütçe kısıtının aşılması

$$(\sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha > c')$$

3- $\sum_{h=1}^L n_h = n$ ve $\sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha \leq c'$ kısıtlarının aynı anda sağlanmaması durumları kastedilmektedir.

Tablo 1. İki Tabaka Durumu $N = 500$, $n = 100$, $c' = 500$, $t_1 = 1$ ve $t_2 = 1$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|----------|-----------------|
| 0,2 | 50,5360 | 49,4640 | 1,1722 | 92,9531 | 4,37 |
| 0,4 | 50,0070 | 49,9930 | 1,1655 | 95,9688 | 9,5635 |
| 0,5 | 49,8990 | 50,1010 | 1,1550 | 95,8750 | 14,1421 |
| 0,6 | 49,6110 | 50,3890 | 1,1717 | 97,9063 | 20,9126 |
| 0,8 | 50,1080 | 49,8920 | 1,1693 | 96,3906 | 45,7304 |
| 1 | 49,5870 | 50,4130 | 1,1702 | 96,8281 | 100 |
| 1,2 | 50,1640 | 49,8360 | 1,1639 | 96,9531 | 218,6727 |
| 1,5 | 39,5730 | 39,7700 | 1,5468 | 100,4844 | 499,7455 |
| 1,8 | 21,5240 | 21,4240 | 3,1170 | 102,3438 | 499,4304 |
| 2 | 15,8030 | 15,8290 | 4,3036 | 105,1719 | 500,2921 |

Tablo 2. İki Tabaka Durumu $N = 500$, $n = 100$, $c' = 1000$, $t_1 = 1$ ve $t_2 = 50$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 50,0610 | 49,9390 | 1,1614 | 89,8594 | 111,4968 |
| 0,4 | 49,5180 | 50,4820 | 1,1613 | 96,4531 | 244,7707 |
| 0,5 | 49,6980 | 50,3020 | 1,1612 | 96,8281 | 361,6692 |
| 0,6 | 49,7520 | 50,2480 | 1,1749 | 95,8438 | 534,7994 |
| 0,8 | 59,0030 | 40,9970 | 1,2171 | 108,6406 | 1001,5 |
| 1 | 82 | 18 | 2,1600 | 110,0313 | 982 |
| 1,2 | 63,6700 | 10,8040 | 3,7567 | 114,5313 | 1015,6 |
| 1,5 | 31,1870 | 6,4550 | 6,4354 | 112,2500 | 994,1658 |
| 1,8 | 18,9660 | 4,9710 | 9,3899 | 99,7813 | 1096,2 |
| 2 | 14,6070 | 4,0000 | 11,3667 | 111,6875 | 1013,4 |

Tablo 3. İki Tabaka Durumu $N = 500$, $n = 100$, $c' = 1000$, $t_1 = 50$ ve $t_2 = 1$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 49,8250 | 50,1750 | 1,1589 | 97,4375 | 111,4478 |
| 0,4 | 49,8430 | 50,1570 | 1,1596 | 97,5063 | 243,5753 |
| 0,5 | 49,6890 | 50,3110 | 1,1506 | 95,8594 | 359,5451 |
| 0,6 | 50,1520 | 49,8480 | 1,1841 | 98,0938 | 534,2101 |
| 0,8 | 41 | 59 | 1,2290 | 91,8594 | 1001,5 |
| 1 | 18 | 82 | 2,1495 | 100,0938 | 982 |
| 1,2 | 10,8620 | 62,4520 | 3,7328 | 115,6094 | 1017,9 |
| 1,5 | 6,4800 | 31,0070 | 6,4962 | 111,7656 | 997,4285 |
| 1,8 | 4,9830 | 18,8210 | 9,4416 | 108,9531 | 1097,4 |
| 2 | 4,0000 | 14,6720 | 11,1062 | 113,2813 | 1015,3 |

Tablo 4. İki Tabaka Durumu $N = 500$, $n = 100$, $c' = 1500$, $t_1 = 25$ ve $t_2 = 35$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 49,9840 | 50,0160 | 1,1598 | 98,3750 | 131,2048 |
| 0,4 | 49,8050 | 50,1950 | 1,7221 | 96,6094 | 286,9798 |
| 0,5 | 50,2780 | 49,7220 | 1,1524 | 97,2188 | 424,0659 |
| 0,6 | 49,9690 | 50,0310 | 1,1578 | 97,1406 | 627,4226 |
| 0,8 | 49,9660 | 50,0340 | 1,1673 | 99,0313 | 1372 |
| 1 | 27,3100 | 23,3600 | 2,6264 | 97,5469 | 1500,3 |
| 1,2 | 15,8650 | 13,6870 | 4,6423 | 102,9844 | 1497,8 |
| 1,5 | 9,2180 | 8,0180 | 8,1469 | 103,7344 | 1494,3 |
| 1,8 | 6,3060 | 5,8290 | 11,8392 | 107,7813 | 1523,7 |
| 2 | 5,1840 | 4,9390 | 14,3361 | 111,9219 | 1525,6 |

Tablo 5. İki Tabaka Durumu $N = 750$, $n = 125$, $c' = 3000$, $t_1 = 5$ ve $t_2 = 15$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|---------|---------------|
| 0,2 | 62,6600 | 62,3400 | 0,9688 | 83,1250 | 45,7188 |
| 0,4 | 62,7880 | 62,2120 | 0,9677 | 82,8125 | 104,4673 |
| 0,5 | 62,5950 | 62,4050 | 0,9595 | 82,5469 | 158,0538 |
| 0,6 | 62,7770 | 62,2230 | 0,9718 | 83,4688 | 238,7697 |
| 0,8 | 62,6570 | 62,3430 | 0,9629 | 83,3438 | 546,1315 |
| 1 | 62,6200 | 62,3800 | 0,9624 | 83,6250 | 1248,8 |
| 1,2 | 62,8810 | 62,1190 | 0,9616 | 84,7500 | 2847,7 |
| 1,5 | 37,8650 | 24,6200 | 2,2659 | 93,9219 | 2997,4 |
| 1,8 | 21,1280 | 14,1920 | 4,0520 | 91,2500 | 2989,9 |
| 2 | 15,6720 | 10,9160 | 5,4619 | 91,6094 | 3015,4 |

Tablo 6. İki Tabaka Durumu $N = 1000$, $n = 150$, $c' = 4000$, $t_1 = 10$ ve $t_2 = 15$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|---------|---------------|
| 0,2 | 75,1610 | 74,8390 | 0,8257 | 85,3438 | 59,2809 |
| 0,4 | 75 | 75 | 0,8262 | 84,5313 | 140,5933 |
| 0,5 | 75,1810 | 74,8190 | 0,8165 | 84,8750 | 216,4539 |
| 0,6 | 74,6790 | 75,3210 | 0,8286 | 72,7813 | 333,5791 |
| 0,8 | 74,8650 | 75,1350 | 0,8233 | 86,0781 | 790,8861 |
| 1 | 74,7950 | 75,2050 | 0,8209 | 75,7969 | 1876,02 |
| 1,2 | 76,0860 | 63,6130 | 0,9067 | 96,7813 | 3999,03 |
| 1,5 | 32,3500 | 27,4530 | 2,2904 | 91,1406 | 3997,6 |
| 1,8 | 18,1800 | 15,7720 | 4,1586 | 87,3906 | 3999,7 |
| 2 | 13,6610 | 11,9430 | 5,5781 | 90,6406 | 4005,8 |

Tablo 7. İki Tabaka Durumu $N = 1250$, $n = 200$, $c' = 5000$, $t_1 = 12.5$ ve $t_2 = 5$

| α | n_1 | n_2 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|--------------|---------|------------|
| 0,2 | 99,5480 | 100,4520 | 0,6096 | 87,4375 | 43,9409 |
| 0,4 | 99,8650 | 100,1350 | 0,6094 | 87,1250 | 110,3920 |
| 0,5 | 100,6780 | 99,3220 | 0,5939 | 86,9063 | 175,2532 |
| 0,6 | 100,0140 | 99,9860 | 0,6075 | 87,1563 | 277,3663 |
| 0,8 | 100,3440 | 99,6560 | 0,6117 | 86,1719 | 697,5086 |
| 1 | 100,0090 | 99,9910 | 0,6116 | 87,2188 | 1750,1 |
| 1,2 | 99,6590 | 100,3410 | 0,6080 | 87,3594 | 4388,1 |
| 1,5 | 38,1650 | 55,2330 | 1,4913 | 96,4688 | 4999,6 |
| 1,8 | 20,6260 | 28,6320 | 2,9234 | 90,3125 | 4998,6 |
| 2 | 15,1200 | 20,6060 | 4,0480 | 91,6875 | 4980,7 |

Tablo 8. Üç Tabaka Durumu $N = 3000$, $n = 150$, $c' = 3000$, $t_1 = 10$, $t_2 = 7.5$ ve $t_3 = 5$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------|---------------|
| 0,2 | 55,8490 | 38,0880 | 56,0630 | 46,3735 | 79,7188 | 49,0749 |
| 0,4 | 55,9470 | 38,1850 | 55,8680 | 46,1590 | 79,5313 | 107,2073 |
| 0,5 | 55,9790 | 38,0860 | 55,9350 | 46,0027 | 78,8594 | 158,4993 |
| 0,6 | 55,8680 | 38,0990 | 56,0330 | 46,2395 | 78,9063 | 234,3641 |
| 0,8 | 55,9220 | 38,0940 | 55,9840 | 46,2105 | 81 | 513,1777 |
| 1 | 56,0600 | 38,0780 | 55,8620 | 46,3420 | 79,2500 | 1125,5 |
| 1,2 | 56,0070 | 38,1250 | 55,8680 | 46,2860 | 79,2031 | 2469,6 |
| 1,5 | 25,5800 | 21,0760 | 33,7460 | 90,0422 | 92,5000 | 2999,6 |
| 1,8 | 14,9320 | 12,5290 | 18,9660 | 157,0905 | 83,5781 | 3006,9 |
| 2 | 11,2260 | 9,7220 | 14,2250 | 209,1605 | 83,1875 | 2980,9 |

Tablo 9. Üç Tabaka Durumu $N = 5000$, $n = 250$, $c' = 4500$, $t_1 = 5$, $t_2 = 10$ ve $t_3 = 15$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 93,2740 | 63,4730 | 93,2530 | 27,7417 | 82,2656 | 72,4773 |
| 0,4 | 93,2840 | 63,3710 | 93,3450 | 27,8110 | 82,7813 | 175,3268 |
| 0,5 | 93,2170 | 63,5210 | 93,2620 | 27,7007 | 82,3594 | 272,8329 |
| 0,6 | 93,1750 | 63,3950 | 93,4300 | 27,8450 | 82,3281 | 424,7575 |
| 0,8 | 93,1590 | 63,5240 | 93,3170 | 27,7367 | 82,2500 | 1030,01 |
| 1 | 93,1820 | 63,5710 | 93,2470 | 27,7526 | 83,3906 | 2500,3 |
| 1,2 | 100,7380 | 51,7430 | 61,2770 | 34,3979 | 107,0156 | 4499,7 |
| 1,5 | 41,4290 | 23,0290 | 26,6260 | 82,0479 | 97,6094 | 4499,3 |
| 1,8 | 22,7460 | 13,4200 | 15,2230 | 144,9829 | 84,0938 | 4472,7 |
| 2 | 16,8300 | 10,1340 | 11,7900 | 193,6840 | 81,3750 | 4528,3 |

Tablo 10. Üç Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 500$, $c' = 5000$, $t_1 = 15$, $t_2 = 75$ ve $t_3 = 50$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|----------------|-----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 186,6190 | 126,9420 | 186,4450 | 13,9025 | 102,1406 | 382,5427 |
| 0,4 | 186,6100 | 126,7870 | 186,5850 | 13,9005 | 102,5781 | 1046,7 |
| 0,5 | 186,6980 | 127,0310 | 186,2950 | 13,8839 | 101,1094 | 1732,7 |
| 0,6 | 187,0180 | 126,8370 | 186,1330 | 13,9213 | 99,0313 | 2867,5 |
| 0,8 | 206,8670 | 55,0120 | 105,6990 | 24,4340 | 127,6250 | 5000 |
| 1 | 76,6920 | 23,3480 | 41,9550 | 57,0902 | 111,6719 | 4999,2 |
| 1,2 | 39,1050 | 13,1170 | 22,6580 | 106,0764 | 100,2188 | 4981,9 |
| 1,5 | 19,7190 | 7,8280 | 12,0090 | 197,4143 | 96,8125 | 5036,9 |
| 1,8 | 12,1910 | 5,0000 | 8,0000 | 299,1435 | 101,8125 | 4822,1 |
| 2 | 9,9570 | 4,0360 | 6,5920 | 368,2604 | 115,8750 | 4881,3 |

Tablo 11. Üç Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 500$, $c' = 2000$, $t_1 = 15$, $t_2 = 1$ ve $t_3 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 186,5310 | 126,9290 | 186,5400 | 13,8919 | 89,0781 | 48,1617 |
| 0,4 | 186,6050 | 126,8020 | 186,5930 | 13,9121 | 89,9531 | 136,5035 |
| 0,5 | 186,6390 | 126,8000 | 186,5610 | 13,8763 | 90,5781 | 229,8431 |
| 0,6 | 186,2270 | 126,9210 | 186,8520 | 13,9012 | 90,6250 | 386,5847 |
| 0,8 | 186,4670 | 126,8110 | 186,7220 | 13,9169 | 90,7031 | 1096,8 |
| 1 | 107 | 159,7200 | 233,2800 | 16,1399 | 94,3750 | 1998 |
| 1,2 | 42,4440 | 103,1140 | 144,7870 | 34,9158 | 106,5625 | 1999,6 |
| 1,5 | 19,4630 | 42,2380 | 57,5350 | 80,7036 | 101,6094 | 1998,9 |
| 1,8 | 11,9260 | 23,1990 | 30,5360 | 140,9389 | 90,2344 | 2057,1 |
| 2 | 9 | 17,0690 | 22,1360 | 186,4502 | 84,0625 | 1996,4 |

Tablo 12. Üç Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 500$, $c' = 2000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 75$ ve $t_3 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|----------------|-----------------|--------------|---------|---------------|
| 0,2 | 186,9770 | 126,9020 | 186,1210 | 13,9016 | 88,3438 | 203,2764 |
| 0,4 | 186,7140 | 126,9930 | 186,2930 | 13,8927 | 74,8750 | 536,8748 |
| 0,5 | 186,2210 | 126,8310 | 186,9480 | 13,8897 | 91,0781 | 871,9637 |
| 0,6 | 186,5150 | 126,9370 | 186,5480 | 13,9015 | 91,1719 | 1417,6 |
| 0,8 | 222,8060 | 54,9260 | 222,2680 | 17,0062 | 90,2969 | 1999,7 |
| 1 | 239,8910 | 20,2590 | 239,8500 | 31,0836 | 96,6563 | 1999,1 |
| 1,2 | 115,7810 | 11,3220 | 116,0580 | 58,0601 | 92,2969 | 1979,5 |
| 1,5 | 50,7310 | 6,9930 | 50,7210 | 111,0427 | 95,8438 | 2109,5 |
| 1,8 | 28,3770 | 5 | 28,3410 | 173,6306 | 86,3438 | 2182,9 |
| 2 | 21,0290 | 4 | 21,0200 | 219,1072 | 85,1563 | 2084,1 |

Tablo 13. Üç Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 500$, $c' = 2000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$ ve $t_3 = 50$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 186,4920 | 126,9040 | 186,6040 | 13,9059 | 90,3281 | 147,7631 |
| 0,4 | 186,3540 | 126,8010 | 186,8450 | 13,9221 | 89,8906 | 420,1320 |
| 0,5 | 186,6590 | 126,8040 | 186,5370 | 13,8973 | 89,6250 | 707,8157 |
| 0,6 | 186,7340 | 126,8480 | 186,4180 | 13,9175 | 91,9375 | 1192,8 |
| 0,8 | 242,9110 | 165,2470 | 91,8420 | 17,3643 | 100,6719 | 2000 |
| 1 | 229,0020 | 154,9970 | 32,1670 | 38,2863 | 97,2031 | 1992,3 |
| 1,2 | 104,3640 | 73,5030 | 17,8450 | 73,4246 | 114,6563 | 2025,8 |
| 1,5 | 46,0440 | 33,7970 | 9,9830 | 141,5752 | 98,0625 | 2086 |
| 1,8 | 26,0280 | 19,7890 | 6,0700 | 221,6737 | 85,3125 | 1853 |
| 2 | 19,4380 | 15,0280 | 5 | 276,3573 | 84,8281 | 1853,7 |

Tablo 14. Üç Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 500$, $c' = 550$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$ ve $t_3 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|--------------|----------|-----------------|
| 0,2 | 186,6570 | 126,9600 | 186,3600 | 13,9029 | 101,5469 | 8,3255 |
| 0,4 | 186,6550 | 126,7820 | 186,5790 | 13,8988 | 102,4531 | 23,1339 |
| 0,5 | 186,2860 | 126,9890 | 186,7600 | 13,8790 | 102,0469 | 38,5836 |
| 0,6 | 186,1960 | 126,8870 | 186,9200 | 19,8953 | 101,4688 | 64,3637 |
| 0,8 | 186,3820 | 127,0230 | 186,6150 | 13,8931 | 101,5156 | 179,2967 |
| 1 | 186,7010 | 126,9830 | 186,3440 | 13,8871 | 101,2656 | 500 |
| 1,2 | 85,0070 | 59,9170 | 85,2400 | 31,1245 | 101,5781 | 549,9351 |
| 1,5 | 35,1960 | 25,8940 | 35,2450 | 75,4666 | 90,7969 | 549,8099 |
| 1,8 | 19,6050 | 14,9500 | 19,5590 | 135,7870 | 92,9219 | 553,1549 |
| 2 | 14,5990 | 11,0490 | 14,6290 | 181,5751 | 86,2926 | 549,2188 |

Tablo 15. Dört Tabaka Durumu $N = 4000$, $n = 200$, $c' = 5000$, $t_1 = 5$, $t_2 = 7.5$, $t_3 = 10$ ve $t_4 = 12.5$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 64,9220 | 35,0180 | 34,9150 | 65,1450 | 21,1284 | 80,6250 | 75,9639 |
| 0,4 | 65,1770 | 34,9070 | 34,9720 | 64,9440 | 21,1270 | 80,3906 | 165,4544 |
| 0,5 | 64,8050 | 35,0550 | 35,0450 | 65,0950 | 21,0206 | 80,4219 | 244,7068 |
| 0,6 | 64,8250 | 35,0210 | 34,8980 | 65,2560 | 21,1567 | 80,2188 | 362,0544 |
| 0,8 | 64,7780 | 34,9680 | 34,8790 | 65,3750 | 21,1431 | 78,1875 | 795,0738 |
| 1 | 65,0680 | 34,9330 | 34,8910 | 65,1080 | 21,1520 | 78,2969 | 1750,1 |
| 1,2 | 64,7480 | 35,0570 | 34,9750 | 65,2200 | 21,1194 | 79,0938 | 3873,1 |
| 1,5 | 42,3290 | 21,9000 | 19,5640 | 29,3500 | 39,2490 | 121,4063 | 4998,5 |
| 1,8 | 23,2150 | 12,8980 | 11,6470 | 16,7290 | 69,9304 | 97,2344 | 5006,4 |
| 2 | 17,1300 | 9,9550 | 8,9940 | 12,6690 | 93,3162 | 94,7813 | 5025,7 |

Tablo 16. Dört Tabaka Durumu $N = 8000$, $n = 400$, $c' = 7500$, $t_1 = 15$, $t_2 = 20$, $t_3 = 10$ ve $t_4 = 25$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 129,9550 | 69,9320 | 69,9760 | 130,1370 | 10,5591 | 89,3125 | 176,0596 |
| 0,4 | 130,3110 | 69,9150 | 69,8460 | 129,9280 | 10,5695 | 90,3281 | 444,3891 |
| 0,5 | 129,9670 | 70,0150 | 69,9840 | 130,0340 | 10,5033 | 89,5938 | 707,0921 |
| 0,6 | 130,0330 | 70,0290 | 70,0060 | 129,9320 | 10,5792 | 89,4844 | 1125,8 |
| 0,8 | 129,7960 | 69,9540 | 69,9350 | 130,3150 | 10,5727 | 91 | 2863,1 |
| 1 | 130,2820 | 69,9070 | 69,9530 | 129,8580 | 10,5429 | 90,7031 | 7298,35 |
| 1,2 | 66,3270 | 32,9870 | 45,3020 | 52,5000 | 22,7255 | 124,0781 | 7499,1 |
| 1,5 | 29,2350 | 15,8800 | 20,9210 | 23,8300 | 50,7213 | 109,1250 | 7501,8 |
| 1,8 | 16,9200 | 9,9460 | 12,5140 | 14,0140 | 86,1810 | 97,0781 | 7529,1 |
| 2 | 12,9000 | 7,9470 | 9,8800 | 10,9810 | 112,1358 | 84,8594 | 7749,9 |

Tablo 17. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 10000$, $t_1 = 75$, $t_2 = 80$, $t_3 = 65$ ve $t_4 = 90$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|--------------|----------|--------------|
| 0,2 | 729,6830 | 267,1610 | 266,8520 | 736,2820 | 1,8019 | 100,4688 | 1060,6 |
| 0,4 | 730,9580 | 266,3950 | 266,2990 | 736,3470 | 1,8004 | 103,0938 | 3664,5 |
| 0,5 | 730,9740 | 267,8410 | 266,0630 | 735,1490 | 1,7980 | 71,4688 | 6837,5 |
| 0,6 | 446,2670 | 205,4630 | 235,7800 | 427,0220 | 2,9008 | 110,0625 | 10000 |
| 0,8 | 104,6610 | 50,5290 | 56,8550 | 94,0590 | 14,1526 | 119,8281 | 10000 |
| 1 | 42,2540 | 22,0260 | 24,4390 | 38,6600 | 34,8281 | 108,4063 | 9999,1 |
| 1,2 | 23,0860 | 12,8330 | 13,9980 | 21,2120 | 62,8693 | 112,8750 | 10013 |
| 1,5 | 12,5360 | 7,2910 | 8,0020 | 11,7470 | 113,3536 | 76,5469 | 9998,7 |
| 1,8 | 8,0770 | 5,0000 | 5,8820 | 7,9880 | 168,2109 | 110,2031 | 10039 |
| 2 | 6,9960 | 4,0220 | 4,9930 | 6,0460 | 205,1584 | 115,2340 | 9875,2 |

Tablo 18. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 8000$, $t_1 = 75$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$ ve $t_4 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 730,9580 | 266,3950 | 266,2990 | 736,3480 | 1,8004 | 93,0781 | 290,2956 |
| 0,4 | 733,4450 | 266,9660 | 266,1480 | 733,4410 | 1,8010 | 93,7500 | 1082,7 |
| 0,5 | 731,4930 | 267,0650 | 266,7760 | 734,6660 | 1,7995 | 91,2656 | 2088,2 |
| 0,6 | 732,2990 | 266,2620 | 267,1280 | 734,3110 | 1,8020 | 93,7344 | 4034,8 |
| 0,8 | 318 | 464,7140 | 464,8480 | 752,4380 | 2,1969 | 112,1719 | 8005,8 |
| 1 | 85,9730 | 440,9640 | 441,3680 | 669,7060 | 6,3258 | 112,6094 | 8000 |
| 1,2 | 39,8790 | 161,2090 | 161,0580 | 283,2500 | 14,7694 | 149,6563 | 8017,8 |
| 1,5 | 18,3330 | 63,1250 | 63,2350 | 103,6760 | 34,0491 | 143,6406 | 7947,3 |
| 1,8 | 11 | 33,2140 | 33,2320 | 51,6990 | 59,7541 | 119,7344 | 7927,5 |
| 2 | 8,9500 | 23,9350 | 23,9200 | 36,1480 | 79,5019 | 104,9688 | 8459,4 |

Tablo 19. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 8000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 80$, $t_3 = 1$ ve $t_4 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 734,3160 | 266,6700 | 266,3120 | 732,7020 | 1,8040 | 94,6875 | 255,0424 |
| 0,4 | 734,5230 | 266,1310 | 265,6360 | 733,7100 | 1,8044 | 93,2344 | 784,0069 |
| 0,5 | 735,0850 | 265,4700 | 266,2340 | 733,2110 | 1,7948 | 93,5625 | 1373,9 |
| 0,6 | 734,7510 | 266,9310 | 267,1540 | 731,1640 | 1,7984 | 94,0469 | 2418,5 |
| 0,8 | 732,9020 | 266,7080 | 265,9300 | 734,4600 | 1,8024 | 93,5313 | 7460,2 |
| 1 | 794,9380 | 76 | 328,5650 | 800,4970 | 2,8934 | 104,3438 | 8004 |
| 1,2 | 390,3410 | 30,1500 | 221,4000 | 389,4510 | 7,0655 | 154,8438 | 7990,2 |
| 1,5 | 133,3440 | 14,0010 | 80,9150 | 133,0030 | 18,0806 | 152,7969 | 7992,6 |
| 1,8 | 63,2290 | 8,3480 | 40,5130 | 62,9770 | 34,0882 | 133,4375 | 7906,2 |
| 2 | 42,9820 | 6,9340 | 28,4330 | 43,0580 | 47,1272 | 111,6563 | 8356,3 |

Tablo 20. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 8000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 65$ ve $t_4 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 733,9470 | 266,6630 | 266,5090 | 732,8810 | 1,8073 | 87,4531 | 209,1746 |
| 0,4 | 734,7960 | 266,1820 | 265,5570 | 733,4650 | 1,8067 | 93,0781 | 643,4906 |
| 0,5 | 733,2500 | 265,8700 | 265,9710 | 734,9090 | 1,7994 | 92,9375 | 1130,55 |
| 0,6 | 735,2470 | 266,2420 | 266,4160 | 732,0950 | 1,8033 | 92,7344 | 1987,9 |
| 0,8 | 734,4080 | 266,6640 | 266,0880 | 732,8400 | 1,8034 | 94,1719 | 6140,8 |
| 1 | 789,9140 | 326,8070 | 94 | 789,2790 | 2,5629 | 105,1875 | 8016 |
| 1,2 | 408,3670 | 232,2160 | 34,7950 | 407,8160 | 6,3353 | 157,6094 | 8006,2 |
| 1,5 | 137,0010 | 83,3690 | 15,8570 | 136,7210 | 16,8009 | 156,1406 | 8067,8 |
| 1,8 | 65,2900 | 41,3000 | 9,0170 | 64,2910 | 32,3097 | 133,9063 | 7809,7 |
| 2 | 43,7630 | 28,8490 | 7 | 43,6560 | 45,1214 | 114,4063 | 7838,3 |

Tablo 21. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 8000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$ ve $t_4 = 90$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 733,3190 | 266,1890 | 266,0370 | 734,4550 | 1,8058 | 94,1406 | 346,7008 |
| 0,4 | 733,5280 | 266,6820 | 266,7270 | 733,0630 | 1,8099 | 93,8281 | 1292,5 |
| 0,5 | 736,0120 | 266,9640 | 265,7400 | 731,2840 | 1,7942 | 95,2813 | 2493,6 |
| 0,6 | 736,8490 | 265,8070 | 265,2420 | 732,1020 | 1,8086 | 90,2500 | 4819,1 |
| 0,8 | 759,2940 | 494,3640 | 494,3420 | 252 | 2,5401 | 113,8594 | 7992,6 |
| 1 | 633,3890 | 402,1610 | 402,3110 | 72,9160 | 7,4108 | 110,3125 | 8000,3 |
| 1,2 | 268,6760 | 152,7710 | 152,6600 | 34,7820 | 16,7067 | 149,8594 | 8023,4 |
| 1,5 | 100,3370 | 60,8700 | 60,8050 | 16,5960 | 37,4735 | 139,2969 | 8038,9 |
| 1,8 | 50,5220 | 32,3810 | 32,4450 | 10 | 64,0592 | 117,4219 | 7891,4 |
| 2 | 35,4930 | 23,4530 | 23,4610 | 8 | 84,5316 | 104,9375 | 8120,2 |

Tablo 22. Dört Tabaka Durumu $N = 10000$, $n = 2000$, $c' = 1000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$ ve $t_4 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|--------------|----------|---------------|
| 0,2 | 733,8060 | 266,0760 | 266,5110 | 733,5850 | 1,8031 | 102,4844 | 13,5948 |
| 0,4 | 731,7840 | 266,5420 | 266,5630 | 735,1060 | 1,8038 | 101,9844 | 46,6798 |
| 0,5 | 731,4390 | 266,3930 | 267,3550 | 734,8250 | 1,8010 | 101,1094 | 86,8253 |
| 0,6 | 729,6830 | 267,1610 | 266,8520 | 736,2820 | 1,8019 | 101,7500 | 161,8738 |
| 0,8 | 732,2990 | 266,2620 | 267,1280 | 734,3090 | 1,8020 | 102,3125 | 566,4926 |
| 1 | 326,2420 | 174,9420 | 174,9820 | 323,8370 | 3,9604 | 110,8506 | 1000 |
| 1,2 | 125,8850 | 71,6550 | 71,7770 | 126,0640 | 10,8408 | 129,9375 | 999 |
| 1,5 | 48,6320 | 29,6350 | 29,5750 | 48,5860 | 28,2296 | 130 | 999,9700 |
| 1,8 | 25,6830 | 16,4710 | 16,5200 | 25,6880 | 52,9235 | 88,5469 | 1000,1 |
| 2 | 18,7340 | 12,1610 | 12,1940 | 18,6870 | 72,4894 | 77,9688 | 996,7503 |

Tablo 23. Beş Tabaka Durumu $N = 4000$, $n = 200$, $c' = 8000$, $t_1 = 16$, $t_2 = 8$, $t_3 = 15$, $t_4 = 4$ ve $t_5 = 12$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|----------|------------|
| 0,2 | 51,0800 | 15,4220 | 35,5630 | 47,0860 | 50,8490 | 32,4838 | 98,6719 | 114,5759 |
| 0,4 | 51,1330 | 15,5130 | 35,5020 | 46,8080 | 51,0440 | 32,5532 | 96,8438 | 240,1818 |
| 0,5 | 51,0030 | 15,5200 | 35,4730 | 46,9660 | 51,0380 | 32,4722 | 95,0156 | 348,2631 |
| 0,6 | 50,7970 | 15,5460 | 35,5830 | 47,1270 | 50,9470 | 32,5062 | 94,5000 | 505,5525 |
| 0,8 | 51,1840 | 15,5460 | 35,5120 | 46,7690 | 50,9890 | 32,6053 | 94,8590 | 1070,86 |
| 1 | 50,8290 | 15,4820 | 35,6600 | 47,0190 | 51,0100 | 32,4974 | 94,5000 | 2272,21 |
| 1,2 | 51,0090 | 15,5420 | 35,7360 | 46,9490 | 50,7640 | 32,5427 | 94,7344 | 4844,72 |
| 1,5 | 28,9260 | 14,7120 | 22,1830 | 47,0800 | 32,2570 | 48,0461 | 151,1563 | 7998,39 |
| 1,8 | 16,5080 | 8,9890 | 13,0020 | 25,4070 | 18,1760 | 86,5527 | 117,0625 | 7995,08 |
| 2 | 12,4220 | 7,0210 | 9,9890 | 18,6890 | 13,6620 | 115,3052 | 101,6094 | 7996,87 |

Tablo 24. Beş Tabaka Durumu $N = 8000$, $n = 600$, $c' = 18000$, $t_1 = 10$, $t_2 = 5$, $t_3 = 20$, $t_4 = 7.5$ ve $t_5 = 15$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul. Bütçe |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|----------|------------|
| 0,2 | 154,1360 | 46,5000 | 106,8630 | 139,6450 | 152,8560 | 10,5253 | 136,7188 | 150,2302 |
| 0,4 | 153,5100 | 46,5330 | 106,9510 | 139,8820 | 153,1240 | 10,5004 | 135,9688 | 394,1071 |
| 0,5 | 153,4850 | 46,4830 | 106,8380 | 139,6830 | 153,5110 | 10,4955 | 140,4063 | 639,1932 |
| 0,6 | 153,5980 | 46,3310 | 106,7630 | 139,7610 | 153,5470 | 10,5024 | 138,3125 | 1037,21 |
| 0,8 | 153,0920 | 46,5730 | 106,9220 | 139,8160 | 153,5970 | 10,4972 | 135,9844 | 2739,90 |
| 1 | 153,3310 | 46,5700 | 106,8450 | 139,6390 | 153,6150 | 10,5166 | 137,2813 | 7254,57 |
| 1,2 | 156,8320 | 61,8240 | 87,4820 | 158,0200 | 135,8420 | 10,7360 | 190,1719 | 17998,5 |
| 1,5 | 58,4860 | 29,8400 | 33,1420 | 61,3830 | 49,8880 | 29,8732 | 172,1094 | 17996,1 |
| 1,8 | 29,9830 | 16,4310 | 18,0670 | 31,3680 | 26,0290 | 57,9640 | 129,0938 | 17984,6 |
| 2 | 21,5080 | 12,1610 | 13,3140 | 22,3290 | 18,7850 | 80,8449 | 116,1406 | 17943,1 |

Tablo 25. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 25000$, $t_1 = 40$, $t_2 = 50$, $t_3 = 30$,
 $t_4 = 45$ ve $t_5 = 60$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|--------------|
| 0,2 | 802,4740 | 237,8370 | 458,0980 | 700,8240 | 800,7540 | 1,6362 | 132,5781 | 799,2457 |
| 0,4 | 799,3910 | 238,0600 | 458,7630 | 701,2130 | 802,6050 | 1,6374 | 131,0625 | 2863,8 |
| 0,5 | 799,5520 | 238,0970 | 460,4520 | 701,9960 | 799,8810 | 1,6339 | 131,7188 | 5435,5 |
| 0,6 | 798,3360 | 237,7940 | 459,7900 | 702,3600 | 801,7030 | 1,6366 | 132,5625 | 10337 |
| 0,8 | 505,4980 | 119,9420 | 404,8550 | 435,3870 | 411,7380 | 3,0669 | 184,5469 | 25002 |
| 1 | 150,5730 | 40,9310 | 121,1050 | 131,3670 | 123,0760 | 11,6829 | 142,5469 | 24999 |
| 1,2 | 66,5880 | 20,3390 | 54,4390 | 58,4370 | 55,3340 | 26,7940 | 160,9216 | 24999 |
| 1,5 | 29,2660 | 10,1640 | 24,4630 | 26,0180 | 24,8050 | 60,5490 | 140,0781 | 24967 |
| 1,8 | 16,8570 | 6,8200 | 14,3020 | 15,0540 | 14,5710 | 103,5917 | 111,0625 | 25033 |
| 2 | 12,8550 | 5,0580 | 10,9990 | 11,7030 | 11,0190 | 135,4833 | 99,5938 | 24967 |

Tablo 26. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 20000$, $t_1 = 40$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$, $t_4 = 1$ ve
 $t_5 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|----------------|
| 0,2 | 804,3730 | 237,6020 | 458,8380 | 701,0330 | 798,1540 | 1,6368 | 118,1094 | 166,3652 |
| 0,4 | 803,1290 | 237,1700 | 458,5760 | 701,6080 | 799,5170 | 1,6373 | 119,4531 | 629,4920 |
| 0,5 | 799,7370 | 237,9840 | 459,0290 | 702,7100 | 800,5400 | 1,6362 | 119,7813 | 1222,83 |
| 0,6 | 801,5740 | 237,6820 | 458,0160 | 701,4630 | 801,2650 | 1,6367 | 120,0625 | 2382,55 |
| 0,8 | 801,5320 | 238,2760 | 458,9450 | 699,9500 | 801,2970 | 1,6378 | 118,4219 | 9031,43 |
| 1 | 435,8980 | 458,1320 | 547,0640 | 736,4090 | 822,4970 | 1,9130 | 111,4375 | 20000 |
| 1,2 | 124,2440 | 224,6120 | 475,7090 | 615,1980 | 666,3410 | 4,8932 | 175,2031 | 20001,3 |
| 1,5 | 45,3330 | 76,3680 | 148,2290 | 185,3750 | 198,3010 | 15,6142 | 188,0938 | 19997,4 |
| 1,8 | 23,1670 | 37,0820 | 66,9970 | 81,8030 | 86,7390 | 32,9164 | 158,8594 | 19908,9 |
| 2 | 16,8590 | 25,7830 | 44,8550 | 54,0380 | 57,0700 | 47,7560 | 134,7500 | 20222,8 |

Tablo 27. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 20000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 50$, $t_3 = 1$, $t_4 = 1$ ve $t_5 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|-----------|
| 0,2 | 802,3910 | 237,9440 | 458,6230 | 700,2310 | 800,8110 | 1,6366 | 121,0156 | 164,1017 |
| 0,4 | 811,2830 | 237,6450 | 456,5170 | 697,8410 | 796,7140 | 1,6425 | 118,7813 | 500,3622 |
| 0,5 | 803,0120 | 238,0120 | 459,2530 | 700,4850 | 799,2380 | 1,6362 | 120,5781 | 875,887 |
| 0,6 | 801,3360 | 237,5270 | 459,1040 | 700,7820 | 801,2510 | 1,6372 | 122,8906 | 1532,68 |
| 0,8 | 801,7120 | 237,8420 | 458,9440 | 700,3260 | 801,1760 | 1,6383 | 118,7813 | 4725,54 |
| 1 | 800,1830 | 237,9560 | 459,5050 | 704,4500 | 797,9060 | 1,6423 | 118,9219 | 14659,8 |
| 1,2 | 814,0710 | 76 | 566,8990 | 730,3710 | 812,6590 | 1,8779 | 130,1875 | 19994,6 |
| 1,5 | 262,5470 | 21,1570 | 196,45 | 245,7060 | 263,0980 | 7,3748 | 200,3438 | 19992,3 |
| 1,8 | 107,5760 | 11,2400 | 83,1810 | 101,4230 | 107,5870 | 17,7049 | 162,9844 | 19916,5 |
| 2 | 68,4990 | 8,2220 | 53,7960 | 64,8340 | 68,4100 | 27,3159 | 145,6406 | 19849,5 |

Tablo 28. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 20000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 30$, $t_4 = 1$ ve $t_5 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|----------------|
| 0,2 | 803,0390 | 237,9740 | 458,7200 | 701,7390 | 798,5280 | 1,6375 | 120,7659 | 116,5076 |
| 0,4 | 798,3360 | 237,7940 | 459,7900 | 702,3600 | 801,7200 | 1,6366 | 119,0469 | 400,1278 |
| 0,5 | 799,9430 | 237,6850 | 458,5220 | 701,8540 | 801,9960 | 1,6316 | 118,5781 | 740,9061 |
| 0,6 | 800,2290 | 237,8200 | 459,5220 | 701,7490 | 800,6800 | 1,6353 | 117,0625 | 1375,23 |
| 0,8 | 800,8590 | 238,2310 | 458,4350 | 702,0570 | 800,4180 | 1,6355 | 120,9063 | 4727,3 |
| 1 | 804,4510 | 237,9730 | 458,0730 | 700,3540 | 799,1490 | 1,6371 | 118,4688 | 16284,1 |
| 1,2 | 829,3260 | 282,2260 | 126,1670 | 748,0710 | 828,2130 | 2,7875 | 158,1094 | 19998 |
| 1,5 | 231,9820 | 89,3520 | 44,4760 | 216,9730 | 231,7130 | 10,3031 | 183,9688 | 19999,4 |
| 1,8 | 97,9200 | 41,7020 | 22,3250 | 92,0170 | 97,9580 | 23,4706 | 159,7656 | 19955,5 |
| 2 | 63,1060 | 28,5170 | 15,9980 | 59,6930 | 63,1950 | 35,1136 | 143,4375 | 20030,5 |

Tablo 29. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 20000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$, $t_4 = 45$ ve $t_5 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|-----------|
| 0,2 | 800,2900 | 238,0970 | 459,0910 | 700,6730 | 801,8490 | 1,6364 | 122,3438 | 180,8574 |
| 0,4 | 805,0900 | 237,9340 | 457,2070 | 699,8840 | 799,8850 | 1,6409 | 120,7969 | 667,8743 |
| 0,5 | 795,5690 | 238,1390 | 460,7530 | 702,9230 | 802,6160 | 1,6329 | 118,5000 | 1286,50 |
| 0,6 | 802,4980 | 237,7020 | 458,3590 | 699,3720 | 802,0690 | 1,6394 | 116,9844 | 2467,78 |
| 0,8 | 804,7180 | 238,2890 | 458,0750 | 700,7040 | 798,2140 | 1,6389 | 120,6094 | 9139,44 |
| 1 | 836,8910 | 399,6710 | 538,0590 | 386 | 839,3790 | 1,8904 | 111,9063 | 19984 |
| 1,2 | 674,4630 | 226,9420 | 479,0490 | 110,2630 | 675,8100 | 4,7345 | 174,0313 | 19996,5 |
| 1,5 | 201,3900 | 77,1840 | 150,0430 | 40,9290 | 200,6130 | 15,1021 | 209,7031 | 19998,4 |
| 1,8 | 88,1270 | 37,4300 | 67,7470 | 21,0680 | 87,7300 | 31,8835 | 161,2188 | 19827,9 |
| 2 | 57,7570 | 26,0740 | 45,2900 | 15,1060 | 57,7230 | 46,1880 | 137,7969 | 19667,4 |

Tablo 30. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 20000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$, $t_4 = 1$ ve $t_5 = 60$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------------|----------|-----------|
| 0,2 | 801,1160 | 237,9580 | 457,9500 | 700,4690 | 802,5070 | 1,6389 | 124,3594 | 242,4901 |
| 0,4 | 801,5010 | 237,8730 | 459,4280 | 700,8340 | 800,3640 | 1,6377 | 120,8125 | 918,6835 |
| 0,5 | 801,1000 | 238,0970 | 458,1730 | 702,6940 | 799,9360 | 1,6352 | 122,1875 | 1788,63 |
| 0,6 | 804,3730 | 237,6060 | 458,8380 | 701,0330 | 798,1500 | 1,6368 | 139,7813 | 3479,28 |
| 0,8 | 803,1290 | 237,1750 | 458,5760 | 701,6080 | 799,5120 | 1,6373 | 126,7344 | 13215,2 |
| 1 | 838,706 | 515,7900 | 593,5430 | 763,9610 | 288 | 2,3676 | 113,3594 | 19992 |
| 1,2 | 600,5560 | 202,3450 | 430,6740 | 553,7480 | 93,1860 | 6,3148 | 172,2969 | 19999,2 |
| 1,5 | 185,4840 | 71,3990 | 138,5640 | 172,7560 | 36,0050 | 18,6427 | 190,5313 | 19993,8 |
| 1,8 | 82,8230 | 35,2720 | 63,8400 | 77,8240 | 19,0480 | 37,9045 | 163,3906 | 19830,6 |
| 2 | 54,9360 | 24,8050 | 43,1100 | 51,9550 | 14 | 53,7828 | 139,7031 | 19951 |

Tablo 31. Beş Tabaka Durumu $N = 12000$, $n = 3000$, $c' = 10000$, $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, $t_3 = 1$, $t_4 = 1$ ve $t_5 = 1$

| α | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $V(\bar{x})$ | cpu | Kul.Bütçe |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|----------|-----------|
| 0,2 | 801,5010 | 237,8610 | 459,4280 | 700,8340 | 800,3640 | 1,6377 | 131,6563 | 17,7190 |
| 0,4 | 801,4750 | 237,8600 | 458,1820 | 699,2720 | 803,1790 | 1,6393 | 131,5156 | 63,2830 |
| 0,5 | 802,1250 | 237,9650 | 458,2470 | 702,0720 | 799,5770 | 1,6358 | 132,3750 | 119,9281 |
| 0,6 | 801,2420 | 237,8470 | 458,6550 | 701,6660 | 800,6120 | 1,6372 | 132,5938 | 227,6496 |
| 0,8 | 801,0610 | 238,0080 | 458,4530 | 702,4570 | 800,0170 | 1,6362 | 132,2188 | 824,0974 |
| 1 | 800,0780 | 237,7700 | 459,7510 | 702,5150 | 799,9050 | 1,6368 | 131,2031 | 3000 |
| 1,2 | 711,5900 | 222,9270 | 495,8220 | 641,3680 | 710,0050 | 1,8195 | 187,2500 | 9995,1 |
| 1,5 | 192,6820 | 73,3810 | 142,7350 | 177,0750 | 190,7250 | 8,3048 | 169,9531 | 9998,8 |
| 1,8 | 800,2560 | 34,1920 | 61,8680 | 75,4000 | 80,0950 | 20,3579 | 141,7344 | 9998,5 |
| 2 | 51,8850 | 23,3880 | 40,7330 | 49,0580 | 51,9010 | 31,6008 | 123,6406 | 9998,6 |

Simülasyon çalışmasından elde edilen sonuçlardan görüldüğü gibi $\alpha > 0$ olmak üzere Tablo 1-7'de iki tabaka olması durumu için yapılan genellemeler diğer Tablolar için de geçerlidir. α değeri büyüdükçe elde edilen mümkün çözümlerin sayısı azalmaktadır. Araştırma için ayrılan bütçe çok fazla değilken, α 'nın büyük durumları çözüm vermemektedir. α büyük iken mümkün çözüm elde etmek için maliyet kısıtının sağ taraf sabiti yani araştırma için ayrılan bütçe artırılmalıdır. Bununla birlikte, maliyet kısıtının sağ taraf sabitinin artırılması gerçek hayattaki uygulamalarda her zaman olanaklı değildir. Bazen araştırma için ayrılan bütçe fazla olsa bile, tabakalara seyahat maliyetleri çok küçük değil iken yine mümkün çözümler elde edilememektedir. α büyüdükçe çoğunlukla, tabakalardan seçilen örnek çapları toplamının, toplam örnek çapına eşit olması kısıtı ($\sum_{h=1}^L n_h = n$) yada bütçe kısıtı sağlanmamaktadır. $\alpha > 1$ olduğu durumlarda mümkün çözümler elde edebilmek için; tabakalara seyahat maliyetlerinin düşük, araştırma için ayrılan bütçelerin olabildiğince yüksek tutulması gerekmektedir. Bu ise, gerçek uygulamalarda çok nadiren olabilecek bir durumdur. Bu sebeple çalışmada, tabakalara seyahat maliyetlerinin ve araştırma için ayrılan bütçenin makul olduğu durumlar göz önüne alınmaya çalışılmıştır. Örneğin,

$\alpha > 1$ olduğu durumda mümkün çözümler elde edebilmek için Tablo 24'de, tabakalara seyahat maliyetleri t_h 'lar küçük iken araştırma için ayrılan bütçe $c' = 18000$ YTL. alınmıştır. Bu ise, $N = 8000$ birimlik bir yığından, $n = 600$ tane örnek seçmek için ayrılmış uç bir bütçedir. $\alpha = 1.5$, 1.8 ve 2 durumlarında da mümkün çözümler elde edilebilmesi için, tabakalara seyahat maliyetlerinin daha da küçük olması gerekir. Tablo 24'deki gibi, $\alpha = 1.5$, 1.8 ve 2 durumlarında maliyet kısıtlarının sağlandığı, $\sum_{h=1}^L n_h = n = 600$ kısıtının sağlanmadığı pek çok örnek vardır. Araştırmacı, maliyet kısıtının el verdiği ölçüde tabakalardan örneğini seçip araştırmasına devam etmek isteyebilir. Bu gibi bir durumda da, $\sum_{h=1}^L n_h < n$ olduğundan, beklenildiği gibi örnek çapı küçüldüğünden $V(\bar{x})$ değerinde artış olacak dolayısıyla bu durum duyarlılığın azalmasına neden olacaktır. Tablo 11, 12 ve 13'de görüldüğü gibi karşılaşılan bir başka durum ise, mümkün çözümü sağlayan α değerleri için, α değeri arttıkça kullanılan bütçenin artmasının yanında $V(\bar{x})$ değerinde de gözle görülür bir artışın söz konusu olmasıdır. Örneğin, Tablo 12'de $\alpha = 0.8$ iken $V(\bar{x}) = 17.0062$ değeri, $\alpha = 1$ iken 31.0836 olarak elde edilmiştir. Tablolardan görüldüğü

gibi mümkün çözümleri sağlayan α değerleri içinde en etkin olanı $\alpha = 0.5$ 'dir. $\alpha = 0.5$ iken, tabakalara seyahat maliyeti ne olursa olsun, mümkün çözümler içinde örnek ortalaması istatistiğinin varyansı minimum olarak elde edilir. Ayrıca, mümkün çözümü veren α değerleri büyüdükçe araştırma için ayrılan bütçenin kullanılan kısmı da artmaktadır.

4. SONUÇ

Tabakalı tesadüfi örneklemede, sabit bir bütçe ile alan çalışması yapmak gerektiğinde kullanılan maliyet fonksiyonu

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha \quad \text{yada} \quad c = c_0 + \sum_{h=1}^L c_h n_h^\alpha$$

$\alpha > 0$ biçiminde doğrusal olmayan yapıda olduğunda α 'nın farklı değerleri için simülasyon deneyi yapılmıştır. Elde edilen simülasyon deneyi sonuçlarından, örnek ortalaması istatistiğinin varyansını minimum yapan α değerinin 0.5 olduğu görülmüştür.

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^L t_h n_h^\alpha \quad \text{yapısında doğrusal olmayan}$$

maliyet fonksiyonu kullanılıyor iken $\alpha = 0.5$ değeri, örnek ortalaması istatistiğinin duyarlılığını arttıracak biçimde en iyi paylaşımı yapmaktadır. Bununla birlikte, α büyüdükçe araştırma için ayrılan bütçenin kullanılan kısmı arttığından, maliyeti küçük tutmak araştırmacı için daha fazla önem taşıyor ise, duyarlılıktan fedakarlık ederek α 'nın 0.5'den küçük olduğu durumlar da kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- Bal, H. (1995). *Optimizasyon Teknikleri*. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Bosch, V. ve Wildner, R. (2003). Optimum allocation of stratified random samples designed for multiple mean estimates and multiple observed variables. *Communications in Statistics*, Vol. 32, No. 10, 1897-1909.
- Brethauer, K.M., Ross, A. ve Shetty, B. (1999). Nonlinear integer programming for optimal allocation in stratified sampling. *European Journal of Operational Research* 116, 667-680.
- Brethauer, K.M. ve Shetty, B. (1995). The nonlinear resource allocation problem. *Operations Research* 43(4), 670-683.

- Chernyak, A. (2001). Optimal allocation in stratified and double random sampling with a nonlinear cost function. *Journal of Mathematical Sciences* 103(4), 525-528.
- Clark, R.G. ve Steel, D.G. (2000). Optimum allocation of sample to strata and stages with simple additional constraints. *The Statistician* 49, Part 2, 197-207.
- Cochran, W.G. (1977). *Sampling Techniques*. 3rd Ed., John Wiley and Sons Inc., New York.
- Diaz-Garcia, J.A. ve Garay-Tapia, M.M. (2005). Optimum allocation in stratified surveys. I-05-14(PE), 1-16.
- Diaz-Garcia, J.A. (2006). Optimum allocation in multivariate stratified sampling: Multi-objective programming. I-06-07(PE), 1-22.
- Hamdy, A.T. (1982). *Yöneylem Araştırması*. 6. Basım, Baray, Ş. A. ve Esnaf, Ş., Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- Hansen, M.H., Hurwitz, W.N. ve Madow, W.G. (1953). *Sample Survey Methods and Theory*. Wiley, New York, Vol. I.
- Judez, L., Chaya, C., Miguel, J.M. ve Bru, R. (2006). Stratification and sample size of data sources for agricultural mathematical programming models. *Mathematical and Computer Modelling* 43, 530-535.
- Khan, M.G.M. ve Ahsan, M.J. (2003). A note on optimum allocation in multivariate stratified sampling. *S. Pac. J. Nat. Sci* 21, 91-95.
- Khan, M.G.M., Khan, E.A. and Ahsan, M.J. (2003). An optimal multivariate stratified sampling design using dynamic programming. *Australian & New Zeland Journal of Statistics* 45(1), 107-113.
- Rao, S.S. (1991). *Optimization: Theory and Applications*. Wiley Eastern, New Delhi.
- Semiz, M. (2004). Determination of compromise integer strata sample sizes using goal programming. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics* 33, 91-96.
- Valliant, R. ve Gentle, J.E. (1997). An application of mathematical programming to

sample allocation. *Computational Statistics & Data Analysis* 25, 337-360.

Yamane, T. (1967). *Elementary Sampling Theory*. Prentice Hall, USA, 64-148.



Sinem Tuğba ŞAHİN, 1980 yılında Ankara'da doğdu. 2001 yılında Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünde lisans öğrenimini tamamladı. Yüksek lisans derecesini

Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü'nden 2004 yılında aldı. Halen Gazi Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde doktora çalışmasına devam etmektedir.