

BİR UÇAĞIN MAKSİMUM RANTABİLİTESİNİN LAGRANGE KATSAYISI İLE OPTİMİZASYONU

Emre KIYAK¹

ÖZ

Bu çalışmada, şirketler tarafından uçak seçilmesine bir model olması amacıyla, bir uçağın maksimum rantabilite optimizasyonu çeşitli kısıtlar altında, Lagrange katsayısı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Uygulamada esas olarak, uçağın ana elaman ağırlıkları, uçuş hızı, uçuş yüksekliği, yakıt tüketimi, menzili, kalkış mesafesi ve fines değeri dikkate alınarak optimum poler denklem katsayısı çarpanı elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Kısıtlandırılmış problemler, Lagrange katsayıları, Çok kriterli optimizasyon.

THE OPTIMIZATION OF THE MAXIMUM RENTABILITY OF AN AIRPLANE BY USING LAGRANGE COEFFICIENT

ABSTRACT

In this study, the optimization of the maximum rentability of an airplane under various constraints by using Lagrange coefficients has been realized; so as to, obtain a model of airplane selection for companies. Basically, as an application, the optimum drag polar multiplicative coefficient has been obtained by using the weights of the main aircraft parts, flight speed, flight altitude, fuel consumption, range, take-off distance, and lift-to-drag ratio.

Keywords: Constrained problem, Lagrange multipliers, Multicriteria optimization.

1. GİRİŞ

Günümüzde şirketlerin kullanacakları uçakların belirlenmesi işi, şirketin faaliyetlerini gösterirken ticari anlamda karlılığını da yakından ilgilendiren bir konudur. Uçuş görevine uymayan bir uçak tipi, bir süre sonra büyük sıkıntıları da beraberinde getirir.

Uçak seçimi, bir çok nokta göz önüne alınarak değerlendirilmelidir. Sadece politik nedenlerle veya o andaki uçak maliyetiyle yapılan bir seçim, politik konjonktürün değişmesi veya uçak tipinin o hat için uygun olmaması gibi nedenlerle bir süre sonra yine elden çıkartılacak bir obje haline gelir. İşletme karlılığı hedef alınırsa, uzun vadede bu tercih çok daha anlamlı ve istenen başarı bir o kadar yakın olur. Özellikle seçilecek uçakların çeşitli performansları önceden biliniyorsa, kullanım yerine bağlı olarak çok daha sağlıklı kararlar verilip, sonrasında kötü sürprizlerden kaçınılabılır. Uçak performans karakteristiği, uçağın belirli koşullar altında beklenen görevi yerine getirebilme kabiliyetidir. Uçakların performans karakteristikleri birbirinden farklılık göstermektedir (Özger, 2009). Uçaklara uygulanacak bakım faaliyetleri de bu anlamda yine önemli konulardan bir tanesidir. Uçak bakım ve onarım giderleri, doğrudan işletim giderlerinin yaklaşık % 15-20'sidir. Uçağın ömrü boyunca yapılan bakımlar

¹Anadolu Üniversitesi, Sivil Havacılık Yüksekokulu, 26470, Eskişehir.
Faks: 222 322 16 19 e-mail: ekiyak@anadolu.edu.tr

için sarf edilen toplam bakım giderleri tutarı, uçağın satın alma fiyatının 1-1.5 katıdır (Kuşhan, 2003). Uçağa uygun olarak rotanın ve uçuş listelerinin hazırlanması da yine karlılığı yakından ilgilendirir (Dinçer, 2004).

Ülkemizde bayrak taşıyıcısı kimliğiyle uçuşlarını sürdüren THY'na devlet tarafından alınan uçaklarda, uçakların maliyet ve gelir kalemleri ile birlikte, uçakların işletilmesine yönelik olarak gerekli olan altyapı maliyetleri, teknik özellikler, güvenilirlik, yedek parça çözümleri gibi teknik kriterlerle, yolcu memnuniyeti ve konforu, kargo kapasiteleri, uçak-meydan ilişkileri gibi diğer ticari ve idari özelliklerin eş zamanlı olarak değerlendirildiği yazılı bir soru önergesinde açıklanmıştır (Soru önergesi, 2004).

Lagrange katsayılarının havacılık alanında kullanıldığı çalışmalara bakıldığında bu çalışmalarda optimal kontrolünde beraber kullanıldığı otopilot tasarım çalışmaları gözlenmiştir. Bunun haricinde, uçaklar için rota tasarımından, uçak gürültüsünün ev fiyatlarına olan etkisi ve uçakta minimum ağırlıkta iniş takımı optimizasyonuna değin uygulama alanları ile karşılaşmıştır.

Alag ve Duke'nin çalışmasında, yüksek performanslı bir savaş uçağı için istenen gereksinimleri karşılamak üzere, hassas manevralı bir otopilot tasarımı kullanılması yoluna gidilmiştir. Doğrusal karesel düzenleyici yaklaşımı kullanılarak sistem durumları için belli bir zaman dilimi içinde kontrol kanunlarının düzenlenmesi sağlanmıştır. Optimal kontrol girdisini elde ettikleri çalışmada, Lagrange katsayısı kullanılarak performans indeksinin minimum olmasını hedeflemişlerdir (Alag ve Duke, 1985).

Daskin ve Panayotopoulos'un çalışmasında, hava alanı tasarımcıları için bir model önerilmektedir. Çalışmalarında, maksimum oranda fayda sağlamak üzere bir filo uçağın farklı rotalar için optimizasyonu önerilmektedir. Çeşitli kısıtlar altında amaç fonksiyonunun maksimum yapılması için Lagrange katsayıları kullanılarak çözüme gidilmiştir (Daskin ve Panayotopoulos, 1989).

Martinovich'in çalışmasında optimal kontrol kullanılarak bir uçağın minimum zaman manevralarıyla istenen hedefe yaklaşımı ile geleneksel yaklaşımdaki performansları karşılaştırılmıştır. Yapılan bu çalışmada, optimal kontrolle beraber aynı zamanda, minimum zaman manevralarını hesaplamada belli kısıtlar altında amaç fonksiyonunu minimum değerini bulmak için bir maliyet fonksiyonunun optimizasyonu da gerçekleştirilmiştir (Martinovich, 1990).

Deremaux ve diğerlerinin yaptığı çalışmada, bir uçağın çok disiplinli tasarım optimizasyonu için hesaplamalı analiz arayüz programı kullanılmış ve CAD çizim programıyla hızlı bir şekilde aktif kısıtlayıcılar girilmiştir. Verilen bir kısıt altında tasarım değişkenlerinin etkilerinin görsel olarak hızlı bir şekilde değerlendirilmesine olanak sağlanmıştır (Deremaux ve diğ., 2003).

Lee ve Kim'in çalışmasında, bir çok kısıtlayıcı altında yükselme zamanını minimize eden kararlılık artırıcı sistem tasarımı gerçekleştirilmiştir. F-16 modeli kullanılarak doğrusal olmayan yunuslama hareket modeli ele alınmış, geribesleme lineerleştirilmesi ile kararsız sistem, kararlı hale getirilmiş, uçuş zarfı içinde çeşitli çalışma noktalarında kazanç ölçeklemesine dayalı optimal denetleyici tasarlanmıştır. Denetleyici tasarlanmasında doğrusal ve integral katsayılarının optimizasyonu için Lagrange katsayılarının hesaplanması yoluna gidilmiş ve bu sayede minimum yükselme zamanı elde edilmiştir (Lee ve Kim, 2003).

Maksimovic ve Zeljkovic'in çalışmasında, geniş ölçekli çok disiplinli yapısal problemler için çok seviyeli genel bir yaklaşım önerilmektedir. Önerilen yaklaşım, bir uçağın burun iniş takımının minimum ağırlığı, çeşitli kısıtlayıcılar altında incelenmiştir. Çok kriterli optimizasyon algoritmasına dayanan metot ile çözüme gidilmiştir (Maksimovic ve Zeljkovic, 2004).

Dekkers ve Straaten'in çalışmasında Amsterdam havaalanı çevresindeki ulaştırma araçlarının gürültüsünün ev fiyatları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Kullandıkları modelin doğruluğunu test etmek amacıyla Lagrange katsayısı kullanım yoluna gitmişlerdir (Dekkers ve Straaten, 2008).

Lammen ve Houten'in çalışmasında, kritik uçak komponentlerinin farklı uygulamalarına hitap edebilen ortak bir matematik yaklaşım modeli sunulmuştur. Kullanılan modelde iniş takımlarının yerinin sürüklenme açısından etkileri ve kanat hücum kenarına kuş çarpmalarından olan fiziki zararın

incelemelerini gerçekleştirmişlerdir. Modelin oluşturulmasında Lagrange katsayılarından faydalanmışlardır. İyi bir model oluşturulmasıyla sonrasında gerçekleştirilen üretimin etkinliğinin artırılacağı sonucuna ulaşmışlardır (Lammen ve Houten, 2008).

Bu çalışmada, bir uçağın maksimum rantabilitesinin çeşitli kısıtlar altında hesaplanmasının Lagrange katsayısı kullanılarak optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonuçları, özellikle uçak seçiminde tercih yapacak havayolu şirketlerinin kullanmaları için anlam taşımaktadır. Bir uçağa yapılan bakım ne kadar önemliyse, o uçağın şirkete sağlayacağı faydayı baştan belirleyip, tercihi ona göre yapmakta o ölçüde önemlidir. Yapılan çalışmada bir uçağın performans karakteristikleri göz önüne alınarak uygulaması gerçekleştirilmiştir. Uygulamada, uçağın ana elaman ağırlıkları, uçuş hızı, uçuş yüksekliği, yakıt tüketimi, menzili, kalkış mesafesi ve fines değeri dikkate alınarak poler denklem katsayısı çarpanı ve dolayısıyla uçak seçimi optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Bu anlamda, şirketlerin uçak seçiminde kullanabilecekleri bir yöntem olarak kolaylıkla uygulanabilir. Bu yöntemin en büyük avantajı, performans karakteristiklerinin sayısının atılarak kullanılmasıdır. Böylece, yöntem uygulamada sonsuz çeşitliliğe çeşitli sahip olur ve her bir havayolu işletmesi kendine özgü şekilde problemi çözebilmesi olanaklı hale gelir.

2. LAGRANGE KATSAYISI İLE OPTİMİZASYON

Optimizasyon, bir gerçel fonksiyonu minimize ya da maksimize etmek amacı ile gerçel ya da tamsayı değerlerini tanımlı bir aralıkta seçip fonksiyona yerleştirerek sistematik olarak bir problemi incelemek ya da çözmek işlemlerini ifade eder. Kısıtsız optimizasyon, seçim değişkenlerinden hiçbirinin, diğer seçim değişkenleri üzerinde bir sınırlayıcı etki oluşturmadan optimalin belirlenmesi işidir. Ancak, bir takım kısıtlar altında, optimal seçimi gerçekleştirmek durumunda kalınabilir. Böyle bir durumda seçim değişkenleri arasında, birbirlerini kısıtlayıcı bir bağ oluşur. Bu durumda faydayı maksimize edecek basit bir yol olarak Lagrange katsayıları kullanılabilir.

Eşitlik (1)'deki gibi bir amaç ve Eşitlik (2)'deki gibi bir kısıt fonksiyonu olduğu kabul edilsin:

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

$$g(x, y) = c \quad (2)$$

Bu durumda Lagrange fonksiyonu Eşitlik (3)'deki gibi yazılabilir:

$$Z = f(x, y) + \lambda[c - g(x, y)] \quad (3)$$

Daha sonra birinci koşullar olarak, Eşitlik (4-6)'da verilen koşullar gerçekleştirilir:

$$Z_x = f_x - \lambda g_x = 0 \quad (4)$$

$$Z_y = f_y - \lambda g_y = 0 \quad (5)$$

$$Z_\lambda = c - g(x, y) = 0 \quad (6)$$

Buradan, Eşitlik (7)'deki gibi Jacobian determinanı elde edilir:

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial Z_x}{\partial x} & \frac{\partial Z_x}{\partial y} & \frac{\partial Z_x}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Z_y}{\partial x} & \frac{\partial Z_y}{\partial y} & \frac{\partial Z_y}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Z_\lambda}{\partial x} & \frac{\partial Z_\lambda}{\partial y} & \frac{\partial Z_\lambda}{\partial \lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_{xx} - \lambda g_{xx} & f_{xy} - \lambda g_{xy} & -g_x \\ f_{yx} - \lambda g_{yx} & f_{yy} - \lambda g_{yy} & -g_y \\ -g_x & -g_y & 0 \end{vmatrix} \quad (7)$$

Jacobian determinantın sıfırdan farklı olduğu kabul edildiğinde, kısıttaki (c) bir değişiminin, x , y ve λ optimal değerlerine olan etkisi için Eşitlik (8) tanımlaması yapılınsın:

$$x^* = x(c), y^* = y(c), \lambda^* = \lambda(c) \quad (8)$$

Eşitlik (4-6)'da verilen koşullar, optimal x , y ve λ değerleri için yeniden Eşitlik (9-11)'deki gibi yazılabilir:

$$f_x(x^*, y^*) - \lambda g_x(x^*, y^*) \equiv 0 \quad (9)$$

$$f_y(x^*, y^*) - \lambda g_y(x^*, y^*) \equiv 0 \quad (10)$$

$$c - g(x^*, y^*) \equiv 0 \quad (11)$$

Benzer şekilde Eşitlik (3)'de verilen Lagrange fonksiyonunu da optimal x , y ve λ değerleri için yeniden Eşitlik (12)'deki gibi elde edilir:

$$Z^* = f(x^*(c), y^*(c)) + \lambda^*(c)[c - g(x^*(c), y^*(c))] \quad (12)$$

Bu durumda,

$$\frac{\partial Z^*}{\partial c} = f_x \frac{\partial x^*}{\partial c} + f_y \frac{\partial y^*}{\partial c} + [c - g(x^*(c), y^*(c))] \frac{\partial \lambda^*}{\partial c} + \lambda^* \left(1 - g_x \frac{\partial x^*}{\partial c} - g_y \frac{\partial y^*}{\partial c} \right) \quad (13)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik (13), Eşitlik (14)'deki gibi düzenlenebilir:

$$\frac{\partial Z^*}{\partial c} = (f_x - \lambda^* g_x) \frac{\partial x^*}{\partial c} + (f_y - \lambda^* g_y) \frac{\partial y^*}{\partial c} + [c - g(x^*(c), y^*(c))] \frac{\partial \lambda^*}{\partial c} + \lambda^* \quad (14)$$

Bu durumda, $(f_x - \lambda^* g_x) = 0$, $(f_y - \lambda^* g_y) = 0$ ve $[c - g(x^*(c), y^*(c))] = 0$ olduğundan; $\frac{\partial Z^*}{\partial c} = \lambda^*$ olarak elde edilir. Bunun anlamı ise c kısıtı altında z amaç fonksiyonu için optimal Lagrange katsayısı bulunabilir ve fonksiyonun uç değeri elde edilebilir (Ateş, 2009).

3. BİR UÇAĞIN MAKSİMUM RANTABİLİTESİNİN BULUNUŞU

Bir uçağın başarılı bir uçak olabilmesi için, hangi hizmet için inşa edilmiş ise, o hizmette en iyi ve ekonomik şekilde çalışması gerekir (Özelgin, 1979)

Yukarıdaki durumdan yola çıkarak bir uçağın maksimum rantabilitesini bulurken tayin edilecek büyüklükler olarak uçağın ana eleman ağırlıkları, hücum açısı, uçuş hızı ve uçuş yüksekliği dikkate alınmıştır (Cavcar, 2003).

Günümüzde, hafif uçaklarla özel amaçlı bazı uçakların dışında, tüm sivil ve askeri uçaklarda turbojet veya turbofan motorları kullanılmaktadır. Çalışmada bu amaçla turbojet motorlar dikkate alınmıştır.

Uçağın toplam ağırlığı; yakıt, kanat, motorlar, paralı yük ve diğer ağırlıklardan meydana gelmiştir. Sözü edilen her bir ağırlık, toplam ağırlığın bir oranıdır ve Eşitlik (15)'deki gibi yazılabilir:

$$W = cW + sW + pW + uW + (1 - h)W \quad (15)$$

Burada; W uçağın toplam ağırlığı, c yakıt ağırlığının uçağın toplam ağırlığına oranı, s kanat ağırlığının uçağın toplam ağırlığına oranı, p motor ağırlığının uçağın toplam ağırlığına oranı, h tahmini uçağın toplam ağırlığı olarak tanımlanmıştır.

Uçağın toplam ağırlığını oluşturan ana elemanlardan kanat yapısal ağırlığı, istatistiki yöntemlere göre Eşitlik (16)'daki gibi gösterilebilir:

$$sW = K_2 S \quad (16)$$

Burada; S uçağın kanat alanı ve K_2 ilgili oran katsayısıdır.

Uçağın toplam ağırlığını oluşturan bir başka elaman grubu olan motorların tepki kuvvetiyle uçak ağırlığı arasında Eşitlik (17)'deki gibi bir ilişki kurulabilir:

$$pW = K_3 T_0 \quad (17)$$

Burada; T_0 deniz seviyesindeki motor tepki kuvveti ve K_3 ilgili oran katsayısıdır.

Düzensiz, daimi, doğrusal yatay uçuş yapan bir uçağa ait temel hareket denklemleri ise Eşitlik (18) ve (19)'daki şekildedir (Aksan, 1964):

$$T = D \quad (18)$$

$$L = W \quad (19)$$

Burada; T motor kuvveti, D sürüklenme kuvveti, L taşıma kuvvetine karşılık gelmektedir. Motor kuvveti olan T ; izafi hava yoğunluğu olan σ 'nin, motor ağırlığının uçağın toplam ağırlığına oranı olan p 'nin ve uçak hızı olan V 'nin fonksiyonudur. D sürüklenme kuvveti ve L taşıma kuvveti; σ izafi hava yoğunluğu, V uçak hızı, S kanat alanı ve her ikisi de ayrı ayrı olarak C_L taşıma katsayısı ve C_D sürüklenme katsayısının fonksiyonlarıdır.

Sabit hava hızı-sabit taşıma katsayısı uçuş koşulu göz önüne alınarak elde edilen Breguet menzil denklemi, Eşitlik (20)'deki şekildedir (Cavcar ve Cavcar, 1999):

$$R = \frac{EV}{c_s} \ln \left(\frac{W}{W_1} \right) \quad (20)$$

Burada; c_s özgül yakıt sarfiyatı, W seyahat başlangıcındaki uçağın toplam ağırlığı ve W_1 ise seyahat sonundaki uçağın toplam ağırlığı olarak tanımlanmıştır. W_1 denklemini daha açık bir ifadeyle Eşitlik (21)'deki gibi gösterebiliriz:

$$W_1 = W - cW = (1 - c)W \quad (21)$$

Uçağın kalkış mesafesi Eşitlik (22)'de verilmektedir:

$$X = \frac{1}{\rho C_L T_1} \frac{W W}{g S} \quad (22)$$

Burada; ρ meydanadaki hava yoğunluğu, C_L kalkıştaki taşıma katsayısı, T_1 kalkıştaki tepki kuvveti, g yerçekimi ivmesi olarak tanımlanmıştır.

Öte yandan kalkıştaki tepki kuvvetinin yükseklikle değişimi ise Eşitlik (23)'de verilmektedir. (Özelgin, 1978):

$$T_1 = T_0 (1 - 22.556 \times 10^{-6} h) \quad (23)$$

Eşitlik (23)'de, Eşitlik (16)'dan elde edilen S kanat alanı ve Eşitlik (17)'den elde edilen T_0 deniz seviyesindeki motor tepki kuvveti yerine yazıldığında, Eşitlik (24) elde edilir:

$$X = \frac{K_2 K_3}{\rho C_L g \sigma^{0.7}} \frac{1}{p S} \quad (24)$$

$\frac{K_2 K_3}{\rho C_L g \sigma^{0.7}}$ matematiksel ifadesi sabit bir büyüklüktür. Öte yandan X kalkış mesafesi başlangıç kriteri olarak bellidir. Bu durumda $pS = K_1$ matematiksel ifadesi şeklinde bir sabit ile gösterilebilir.

Rantabilite, gelirin gidere oranı şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda, rantabiliteyi oluşturan gelir ve giderin orantılı olduklarına bakılmalıdır. Eşitlik (25)'de gelirin, uW paralı yük ve menzil ile orantılı olduğu ve Eşitlik (26)'da giderin, uçağın toplam ağırlığı ve uçuş süresi ile orantılı olduğu gösterilmektedir.

$$\text{Gelir} \propto uWR \quad (25)$$

$$\text{Gider} \propto Wt \quad (26)$$

Menzil terimi yerine, Vt şeklinde hızın zamanla çarpımı ifadesi konulup, gerekli sadeleştirme işlemleri yapılırsa, rantabilite uV 'ye eşit olur. Bu durumda rantabilitenin maksimum yapılması uV teriminin maksimum yapılmasıyla sağlanır. Aşağıda, problemin çözümünde kullanılacak olan amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar verilmektedir:

$$\varphi = uV \quad (27)$$

$$\phi_1 = D - T = 0 \quad (28)$$

$$\phi_2 = L - W = 0 \quad (29)$$

$$\phi_3 = c + s + p + u - h = 0 \quad (30)$$

$$\phi_4 = R - \frac{EV}{c} \ln\left(\frac{1}{1-c}\right) = 0 \quad (31)$$

$$\phi_5 = pS - K_1 = 0 \quad (32)$$

Eşitlik (27), amaç fonksiyonunu göstermekte ve bu terimin maksimum yapılması öngörülmektedir. Öte yandan, Eşitlik (28) ve Eşitlik (29)'daki hareket denklemlerinden gelen kısıtlayıcılar, Eşitlik (30)'daki uçak ağırlık oranlarından gelen kısıtlayıcı, Eşitlik (31)'deki menzil denkleminde gelen kısıtlayıcı ve Eşitlik (32)'deki kalkış mesafesi denkleminde elde edilen kısıtlayıcı etkileri göz önüne alınmalıdır. Bu durumda, yedi değişken olarak c, s, p, u, σ, V ve E ele alınacaktır. Değişken sayısı, kısıtlayıcı sayısından fazladır. Bu durumda iki adet denklem bulunabilir ve ortak çözüm aranır.

Hamiltonian denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$H = \varphi + \lambda_1\phi_1 + \lambda_2\phi_2 + \lambda_3\phi_3 + \lambda_4\phi_4 + \lambda_5\phi_5 \quad (33)$$

Burada; $\lambda_n, n = 1, \dots, 5$ olmak üzere Lagrange katsayılarıdır.

Eşitlik (33)'e göre, aşağıdaki şartlar sağlanmalıdır:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0, \frac{\partial H}{\partial s} = 0, \frac{\partial H}{\partial p} = 0, \frac{\partial H}{\partial u} = 0, \frac{\partial H}{\partial \sigma} = 0, \frac{\partial H}{\partial V} = 0, \frac{\partial H}{\partial E} = 0 \quad (34)$$

Kısıtlayıcı ve değişkenlerden oluşan şartlar tek bir matris şeklinde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_2 & \frac{EV}{1-c} \lambda_4 & 0 & 0 \\ \frac{\partial D}{\partial s} \lambda_1 & \frac{\partial L}{\partial s} \lambda_2 & \lambda_3 & 0 & p \lambda_5 & 0 \\ -\frac{\partial T}{\partial p} \lambda_1 & 0 & \lambda_3 & 0 & s \lambda_5 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & V \\ \left(\frac{\partial D}{\partial c} - \frac{\partial T}{\partial c}\right) \lambda_1 & \frac{\partial L}{\partial c} \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{\partial D}{\partial V} - \frac{\partial T}{\partial V}\right) \lambda_1 & \frac{\partial L}{\partial V} \lambda_2 & 0 & E \ln\left(\frac{1}{1-c}\right) \lambda_4 & 0 & u \\ \frac{\partial D}{\partial E} \lambda_1 & \frac{\partial L}{\partial E} \lambda_2 & 0 & V \ln\left(\frac{1}{1-c}\right) \lambda_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Determinant işleminde kolaylık sağlanması açısından aşağıdaki dönüşüm yapılmıştır.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_3 & a\lambda_4 & 0 & 0 \\ b\lambda_1 & c\lambda_2 & \lambda_3 & 0 & p\lambda_5 & 0 \\ d\lambda_1 & 0 & \lambda_3 & 0 & s\lambda_5 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & V \\ e\lambda_1 & f\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g\lambda_1 & h\lambda_2 & 0 & i\lambda_4 & 0 & u \\ j\lambda_1 & m\lambda_2 & 0 & l\lambda_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Determinant işlemini kolaylaştırmak açısından $Q = \frac{kC_L^2}{C_{D_0}}$ tanımlaması yapılmıştır. Burada $k = \frac{1}{e\pi AR}$ olacak şekilde indüklenmiş sürüklenme katsayısı olarak kullanılmaktadır. Denklem içerisindeki e Oswald faktörü olarak bilinir ve değeri 0.74 ile 0.88 arasındadır. AR ifadesi ise uçağın kanadının inceliğini ve akıcılığını nitelemeye yarayan bir ölçü orandır. C_{D_0} ifadesi, sıfır-taşıma sürüklenme katsayısıdır (Filippone, 2006; Raymer, 1992).

1. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$-bflsu + dflpu + eclsu + ehlsV - ehlpV - iemsV + iempV - gflsV + gflpV + ijfsV - ijfpV = 0$$

$$1.7u + (p - s) \left[-1.4 + \frac{1.7Q - 0.3}{1 - Q} \right] = 0$$

2. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$ehlsV - iemsV - emasu - gflsV + ijfsV + jfasu = 0$$

$$-1.4 \ln \frac{1}{1-c} + \frac{1.7Q - 0.3}{1 - Q} \left[\frac{u}{1-c} + \ln \frac{1}{1-c} \right] = 0$$

3. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$ehlpV - iempV - emapu - gflpV + ijfpV + jfapu = 0$$

$$-1.4 \ln \frac{1}{1-c} + \frac{1.7Q - 0.3}{1 - Q} \left[\frac{u}{1-c} + \ln \frac{1}{1-c} \right] = 0$$

4. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$-bflsu + dflpu + eclsu + emasu - emapu - jfasu + jfapu = 0$$

$$1.7 \ln \frac{1}{1-c} + \frac{p-s}{1-c} \left[\frac{1.7Q - 0.3}{1 - Q} \right] = 0$$

5. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$bhlsV - ibmsV - bmasu - dhlpV + idmpV + dmapu - gclsV - gmasV + gmapV + ijcsV + jcasu + jhasV - jhapV = 0$$

$$Q \ln \frac{1}{1-c} + \frac{u}{1-c} - \frac{p-s}{1-c} (1-Q) = 0$$

6. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$bflsV-dflpV-eclsV-emasV+emapV+jfasV-jfapV=0$$

$$bfls-dflp-ecls-emas+emap+jfas-jfap=0$$

$$1.7 \ln \frac{1}{1-c} - \frac{p-s}{1-c} \left[\frac{1.7Q-0.3}{1-Q} \right] = 0$$

7. satır kapatıldığında determinant işlemi sonucu;

$$ibfsV+bfasu-idfpV-dfapu-iecsV-ecasu-ehasV+ehapV+gfasV-gfapV=0$$

$$1.7 \left(\ln \frac{1}{1-c} + \frac{u}{1-c} \right) - 1.4 \frac{p-s}{1-c} = 0$$

olarak bulunmuştur. 5. ve 6. satırlarda bulunan denklemlerden iki çözüm kümesi bulunur. Bunların ortak çözümü istenilen aralık olacaktır:

5. denklem çözümü aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$Q \ln \frac{1}{1-c} + \frac{u}{1-c} - \frac{p-s}{1-c} (1-Q) = 0$$

$$\frac{p-s}{1-c} + \left(\ln \frac{1}{1-c} - 1 \right) Q = -\frac{u}{1-c}$$

$$Q \frac{1-c}{-u-p+s} = \frac{1}{\ln \frac{1}{1-c} - 1}$$

c , yakıt ağırlığının uçağın toplam ağırlığına oranı olduğundan ve uçak tamamen yakıttan oluşamayacağı için

$0 < c < 1$ şeklinde gösterilebilir. Bu durumda;

$$1-c > 0 \longrightarrow \frac{1}{1-c} > 0 \longrightarrow 0 < \ln \frac{1}{1-c} < 1 \longrightarrow \ln \frac{1}{1-c} - 1 < 0$$

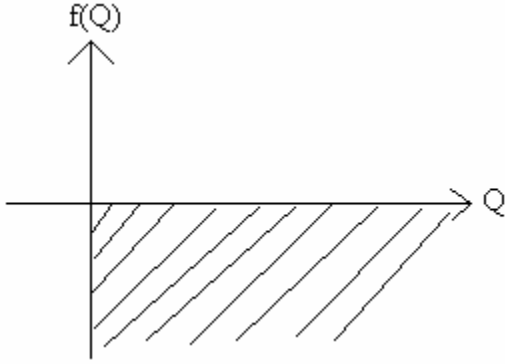
yazılabilir.

Paralı yük ve motor ağırlıklarının toplamının, kanat ağırlığından büyük olduğu kabul edilirse;

$$X = \frac{1-c}{-u-p+s} < 0$$

olduğu görülür.

$F(Q) = QX$ şeklinde bir tanımlama yapıldığında, çözüm aralığı Şekil 1'deki gibi olur.



Şekil 1. Genel çözüm aralığı

6. denklem çözümü aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$1.7 \ln \frac{1}{1-c} - \frac{p-s}{1-c} \left[\frac{1.7Q-0.3}{1-Q} \right] = 0$$

$$1.7 \ln \frac{1}{1-c} - \frac{p-s}{1-c} f(Q) = 0$$

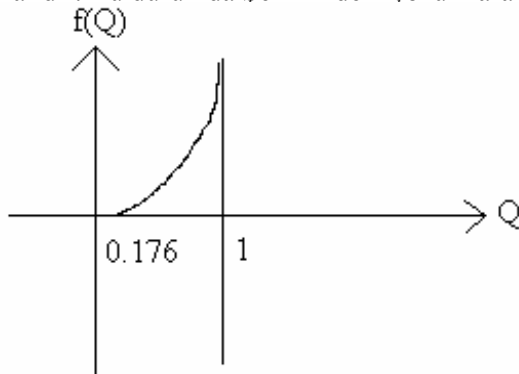
$$1.7 \ln \frac{1}{1-c} = \frac{p-s}{1-c} f(Q)$$

Bu durumda;

$$0 < c < 1 \longrightarrow 1-c > 0 \longrightarrow \frac{1}{1-c} > 0 \longrightarrow \ln \frac{1}{1-c} > 0$$

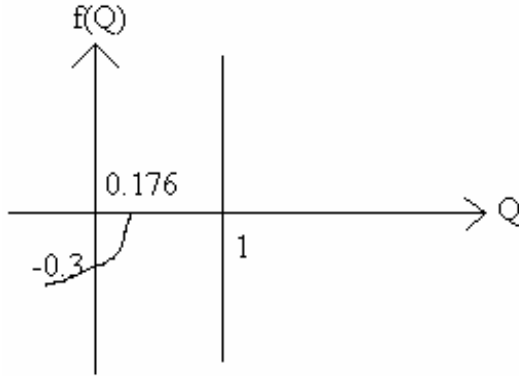
olarak elde edilir.

Motorların, kanattan daha ağır olduğu kabul edildiğinde; yani $p-s > 0$ durumunda, $f(Q) > 0$ olmalıdır. Bu durumda Şekil 2'deki çözüm aralığı elde edilir.



Şekil 2. Motorların kanattan ağır olması durumunda çözüm aralığı

Motorların, kanattan daha hafif olduğu kabul edildiğinde; yani $p-s < 0$ durumunda, $f(Q) < 0$ olmalıdır. Bu durumda Şekil 3'deki çözüm aralığı elde edilir.



Şekil 3. Motorların kanattan hafif olması durumunda çözüm aralığı

5 ve 6 numaralı denklemlerin ortak çözümünü düşünüldüğünde; (motorların, kanattan daha hafif olduğu kabulü) ancak ortak bir çözüme gidildiği gözlenmiştir. Bu durumda;

$$-0.3 < f(Q) < 0 \longrightarrow 0 < Q < 0.176$$

olmaktadır. Q terimi yerine yazılırsa; $0 < \frac{\kappa C_L^2}{C_{D_0}} < 0.176$ şeklinde çözüm bulunmuş olur. Buradan elde

edilecek sonuç, bu aralığa giren $\frac{\kappa C_L^2}{C_{D_0}}$ değerine sahip uçak bu problemin çözümünde kullanılabilir.

Uçakların performans karakteristikleri incelenerek bu aralığa giren uçak tip(ler)i belirlenebilir.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, bir uçağın maksimum rantabilitesinin çeşitli kısıtlar altında hesaplanmasının Lagrange katsayısı kullanılarak optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonuçları özellikle uçak seçiminde tercih yapacak havayolu şirketlerinin kullanmaları için anlam taşımaktadır. Bir uçağa yapılan bakım kadar ne kadar önemliyse, o uçağın şirkete sağlayacağı faydayı baştan belirleyip, tercihi ona göre yapmakta o ölçüde önemlidir. Uygulamada, uçağın ana elaman ağırlıkları, uçuş hızı, uçuş yükseklığı, yakıt tüketimi, menzili, kalkış mesafesi ve fines değeri dikkate alınarak poler denklem katsayısı çarpanı ve dolayısıyla uçak seçimi optimizasyonu gerçekleştirilmiştir.

Çalışma uçak seçimi yapacak olan şirketler için bazı seçim faktörleri göz önüne alınarak yapılmıştır. Şüphesiz bu faktörlerin genişletilerek daha da özel hale getirilmesi sağlanabilir. Aynı zamanda şirketlerin ellerinde bulunan uçakların ne ölçüde uygun olduklarını test etme amacıyla da kullanılabilir.

KAYNAKLAR

Aksan, M. (1964). *Uçak Performansı*. Teknik Üniversite Matbaası, İstanbul.

Alag, G., Duke, E.L. (1985). Development of a Flight Test Maneuver Autopilot for an F-15 Aircraft. *NASA Technical Memorandum*.

Ateş, S. (2009). *Mathematical Economics I Lectures Notes*. Çukurova University Department of Economics.

Cavcar, A., Cavcar, M. (1999). *Uçuş Prensipleri*. Anadolu Üniversitesi Yayınları, Es-kişehir.

Cavcar, M. (2003). *Uçuş Mekaniğinde Optimizasyon Yöntemleri Lisansüstü Dersi Notları*. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

- Daskin, M., Panayotopoulos, N.D. (1989). A Lagrangian Relaxation Approach to Assigning Aircraft to Routes in Hub and Spoke Networks. *Transportation Science* 23(2), 91-99.
- Dekkers, J., Straaten, W. (2008). Monetary Valuation of Aircraft Noise. *Tinbergen Institute Discussion Paper*.
- Dinçer, S.E. (2004). Yolcu Talepleri ile Filo Rotası ve Uçuş Listelerine Çok Amaçlı Tamsayılı Ağ Algoritmasıyla Çözüm Yaklaşımı ve Türk Hava Yolları'na Uygulanması. *Marmara Üniversitesi, İİBF Dergisi* 1(19), 233-250.
- Deremaux, Y., Willcoxy, K. ve Haimes, R. (2003). Physically-Based, Real-Time Visualization and Constraint Analysis in Multidisciplinary Design Optimization. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 1-11.
- Filippone, A. (2006). *Flight Performance Of Fixed And Rotary Wing Aircraft*. Elsevier Aerospace Engineering Series, Butterworth-Heinemann.
- Kuşhan, M.C. (2003). Türkiye'de Bakım Mühendisliği Eğitiminin Gereği ve Uçak Bakım Mühendisliğinin Önemi. 2. *Ulusal Uçak, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Kurultayı*. 79-84, Eskişehir.
- Lammen, W. ve Houten, R. (2008). Predictive Simulation of Impact Phenomena for Innovations. *Aircraft Component Design ENOC 2008*, Saint Petersburg, Russia.
- Lee, K. ve Kim, J. (2003). Parallel Evolutionary Optimized Pitching Motion Control for F-16 Aircraft. *IEEE*. 1199-1205.
- Maksimovic, S. ve Zeljkovic, V. (2004). Multilevel Optimization Approach Applied to Aircraft Structures, *The First International Conference On Computational Mechanics (Cm'04)*. Belgrade, Serbia And Montenegro, 1-10.
- Martinovich, V.A. (1990). *Quantifying Aircraft Agility Using Minimum-Time Maneuvers*. Master of Science, MIT.
- Özelgin, Z.G. (1978). *Uçuş Mekaniği*. İTÜ Makine Fakültesi Uçak İnşaatı Kürsüsü, İstanbul.
- Özelgin, Z.G. (1979). *Uçak Aerodinamiği*. İTÜ Makine Fakültesi Uçak İnşaatı Kürsüsü, İstanbul.
- Özger, A. ve Oktal, H. (2009). *Havayolu Kargo Taşımacılığında Kapasite Sınırı Olmayan Çok Atamalı P-Ana Dağıtım Üssü Medyan Problemine Tamsayılı Model Yaklaşımı*, *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi* 4(1), 47-60.
- Raymer, D.P. (1992). *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC.
- Soru önergesi, (2004). http://www.bihluntamayligil.com.tr/files/_files/ekonomi/cevap/thy_nin_yeni_ucak_alimlarina_iliskin_onerge_03.11.2004.pdf



Emre KIYAK, 1978 Eskişehir doğumludur. İlk, orta ve lise öğrenimini Eskişehir'de tamamladı. 2001 yılında Anadolu Üniversitesi Sivil Havacılık Yüksekokulu Havacılık Elektrik ve Elektronik bölümünden mezun oldu. 2001 yılında, A. Ü. Sivil Havacılık Yüksekokulu'na araştırma görevlisi olarak girdi. Yüksek lisansını, 2003 yılında, A. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Sivil Havacılık Ana Bilim Dalı'nda ve doktorasını, 2008 yılında, A. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Sivil Havacılık Ana Bilim Dalı'nda tamamladı. 2008 yılından beri, Sivil Havacılık Yüksekokulu'nda yardımcı doçent doktor olarak çalışmaktadır.

