

## Orantı Kavramının Adidaktik Bir Ortamda Öğretimi\*

### Teaching Proportion Concept within an Adidactical Milieu

Abdulkadir ERDOĞAN<sup>1</sup>, Mustafa GÖK<sup>2</sup>, Mehmet BOZKIR<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı. [abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr](mailto:abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr)

<sup>2</sup>Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı. [gkmstf@gmail.com](mailto:gkmstf@gmail.com)

<sup>3</sup>Matematik Öğretmeni, Afyon Ali Çağlar Anadolu Lisesi. [mmmbozkir@gmail.com](mailto:mmmbozkir@gmail.com)

#### ÖZ

Brousseau (1997) tarafından geliştirilen Didaktik Durumlar Teorisi (DDT), öğrencilerin hedeflenen bir bilginin ortaya çıkması için öğretmen tarafından tasarlanmış bir problem durumu aracılığıyla kendi bilgilerini inşa etmelerine imkan tanıyan bir model olarak tanımlanabilir. Modelin temelini adidaktik ortam olarak adlandırılan ve öğretmenin hedeflediği kazanım ile ilgili müdahalelerini minimuma indirgeyen bir ortamın tasarımı oluşturmaktadır. Bu çalışmanın amacı, 6.sınıf seviyesinde orantı kavramının öğretimine girişi DDT'ye göre tasarlanmış adidaktik bir ortamda gerçekleştirerek öğrencilerin ortaya koydukları yaklaşımları incelemektir. Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 6.sınıfta öğrenim gören 32 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri öğrencilerin yazılı çözümleri, gözlem ve sınıf içi etkileşimin sesli ve görüntülü kayıt edilmesi aracılığıyla toplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda adidaktik ortamın temel şartlarının sağlanabildiği ve orantı kavramına farklı bir girişin gerçekleştirebildiği görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Didaktik durumlar teorisi, Orantı, 6. sınıf, Adidaktik ortam

#### ABSTRACT

Theory of Didactical Situations (TDS), developed by Brousseau (1997), can be defined as a model that allows students to construct their own knowledge by engaging in a problem situation, specifically designed by the teacher for the emergence of a targeted knowledge. The key concept of the model is called adidactical milieu, which means an environment that minimizes the teacher's interventions in terms of knowledge. The aim of this study was to design an adidactical milieu based on the TDS in order to introduce proportion concept at 6<sup>th</sup> grade (12-13 years old).

---

\* Bu çalışma Matematikçiler Derneğinin(MATDER) düzenlediği 11.Matematik Sempozyumunda bildiri olarak sunulmuştur.

*Qualitative research design was used and 32 sixth grade students from a middle school in Afyonkarahisar participated in the study. The data were collected via students' written solutions, observation, video and voice records of the classroom interactions. The analysis showed that an adidactical milieu could be created and an authentic introduction for proportion concept could be realised.*

**Keywords:** *Theory of didactical situations, Proportion, 6<sup>th</sup> grade, Adidactical milieu*

## GİRİŞ

Bilimlerin temelini bilimsel kavramlar oluşturmaktadır. Modern anlamda eğitim bu kavramların öğrenciler tarafından anlamlandırılmasını ve kavranmasını sağlayacak şartları oluşturmak olarak tanımlanabilir. Öğretim programlarının hazırlanmasından sınıfta işlenecek bir dersin tasarımına kadar farklı boyutlarda ele alınabilecek bu şartların belirlenmesi için bazı teorik araçların kullanılması kaçınılmazdır. Brousseau (1997) tarafından matematik eğitimi alanında ortaya atılan Didaktik Durumlar Teorisi (DDT)<sup>1</sup>, kavram öğretimini ön plana çıkaran ve bunun için sınıf içi etkinliklerin nasıl tasarlanabileceği ve yürütülebileceği konusunda bazı önemli araçlar ve yöntemler sunan bir teoridir.

DDT'nin çıkış noktasını, her bir kavrama taşıdığı anlamı vermeyi sağlayacak bir öğretimsel durum veya durumlar zinciri tasarlanabileceği düşüncesi oluşturmaktadır. Bu bağlamda teorinin temelini durum kavramı oluşturmakta ve üç tür durumdan bahsedilmektedir. Bunlar, didaktik durumlar, didaktik olmayan durumlar ve adidaktik durumlardır.

*Didaktik durumlar* öğretmenin ne öğreteceğinin ve öğrencilerden beklenen davranışların neler olduğunun açıkça belli olduğu durumlardır. Didaktik durumlarda, genellikle öğretmen tahtaya dersin konusunu veya başlığını yazar ve öğrencilere belirli oranda neler öğreneceklerinden bahseder. Bir öğretim projesi vardır ve bu proje öğrencilerle açıkça paylaşılmaktadır. Öğrenciler öğretmenin kendilerine bir konu veya kavram öğretmek istediğinin farkındadırlar.

---

<sup>1</sup> Öğretimle ilgili anlamına gelen "didaktik" kelimesi günümüzde alan bilgisi öğretimini ve alan bilgisinin öğretiminin bağlı olduğu faktörleri, kurumları ve süreçleri inceleyen bilim dalını tanımlamak için kullanılmaktadır (Brousseau, 2003; Joshua ve Dupin, 1993).

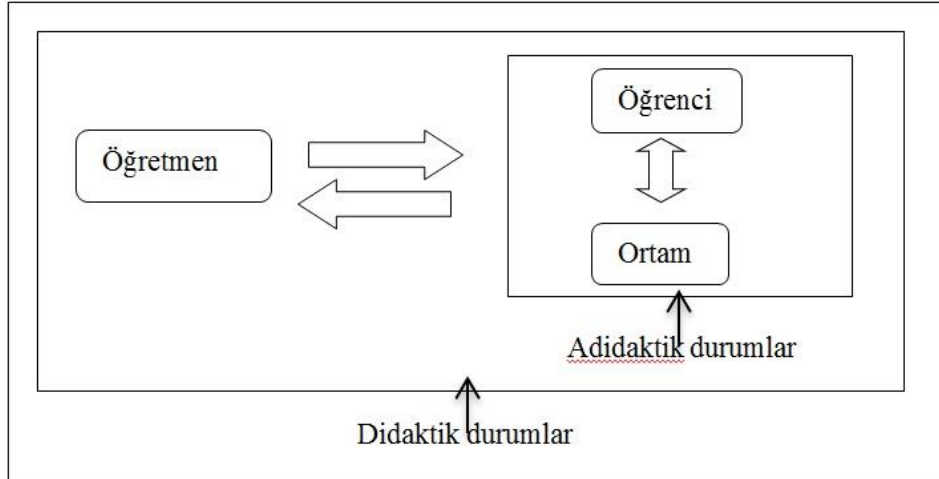
*Didaktik olmayan durumlar* öğretim amacı içermeyen durumlardır. Didaktik olmayan durumlarda bir öğretici bulunmayıp öğrenen konumunda olan bir bireyin bilgiye en ekonomik yolu keşfederek ulaşması söz konusudur. Örneğin, bisiklet sürmeyi öğrenmek için düşmemeyi öğrenmek gerekmektedir ve bir çocuk ne yaparsa düşmeyeceğini çoğunlukla kendisi keşfederek bisiklet sürme bilgisine ulaşmaktadır. Bununla birlikte, bisiklet örneğinde olduğu gibi, didaktik olmayan durumların pek çoğu bir didaktik proje çerçevesinde kolaylıkla ele alınabilecek durumlardır (Brousseau, 2003).

DDT'nin temelini oluşturan *adidaktik durumlar* ise, öğretim amacıyla tasarlanmış durumlar olmakla birlikte diğer iki durumdan açık bir şekilde ayrılmaktadır. Adidaktik durumlar, öğrencilerin öğretmenin müdahalelerinden bağımsız olarak hareket etmelerini sağlayacak şekilde tasarlanmış ve öğretmenin öğretimle ilgili niyetini açıkça belli etmediği durumlardır (Brousseau, 1997; Warfield, 2014). Adidaktik bir durum oluşturmak için DDT bazı şartlar tanımlamakta ve belirgin bir yaklaşım ortaya koymaktadır.

Adidaktik durumlar genellikle bir oyun ya da problem bağlamında verilmektedir. Bir adidaktik durumun oluşturulması için öncelikle sunulacak olan oyunun veya problemin seçimi (problem veya oyun öğrencilerin bazı temel bilgileri üzerine kurulu olmalı ancak ilk anda çözüme ulaşamayacakları ve çözüme yeni bir bilgi ile ulaşabilecekleri nitelikte olmalı, bunun için problem başlangıç stratejileri içermeli, vs. (Bessot, 1994; Arslan, Baran ve Okumuş, 2011) ve nasıl sunulduğu büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda teori *ortam (milieu)* kavramını ortaya atmaktadır. Teoriye göre ortam, öğrenci üzerine etki eden ve öğrencinin etkileşim içinde bulunduğu materyal veya materyal olmayan öğeler bütünüdür. Genellikle bir öğrenci için, problem durumu, öğretmeni, sınıf arkadaşları, çalışma araç-gereçleri, vs. onun öğrenme ortamını oluşturmaktadır.

*Adidaktik ortam ise* öğrenci-öğretmen etkileşiminden çok öğrencinin bilginin kaynağı olabilecek öğelerle etkileşimini sağlayacak bir ortamdır. Öğrenci ortama verdiği dönütler ve ortamdaki dönütler aracılığıyla problemin çözümünde ilerler ve hedeflenen bilgiyi keşfeder. Söz konusu ortam sabit ve değişmez bir ortam olmayıp, bilgideki ilerleme ve yaşanan süreçlere bağlı olarak değişen ve gelişen bir ortamdır.

(Laborde ve Perrin-Glorian, 2005). Şekil 1’de görüldüğü gibi, öğretmen didaktik durumların ayrılmaz bir parçası iken adidaktik durumlarda sağlamış olduğu adidaktik ortam aracılığıyla öğrencilerle etkileşim içindedir.



Şekil 1. DDT’ye göre didaktik ve adidaktik durumlar<sup>2</sup>

Brousseau (1997), tasarlanan bir adidaktik ortamının adidaktik yapısının korunarak uygulanabilmesi ve hedeflenen öğrenmelerin bu bağlamda gerçekleştirilebilmesi için bazı aşamalar tanımlamaktadır. Bu aşamalardan ilki *sorumluluk transferi (devolution)* aşamasıdır. Sorumluluk transferi aşaması öğretmenin problem durumunu öğrencilere uygun şekilde tanıtarak (öğrenme ortamını hazırlaması, problem durumunu öğrencilere sunması, problemin öğrenciler tarafından anlaşıldığından emin olması ve öğrencilerin problemin çözümü için bireysel veya grup sorumluluğunu aldıklarından emin olması) problemi çözme ve problemin barındırdığı kavramları keşfetme sorumluluğunu öğrencilere devrettiği aşamadır. Teoride bunu sağlamak için oyun bağlamına büyük önem verilmektedir. Problem durumları, kazanma ve kaybetmenin mümkün olduğu, strateji kurmayı gerektiren ve doğru stratejilerin ancak hedeflenen kazanımların

<sup>2</sup> Centre of Excellence “Metodi e sistemi per l’Apprendimento e la Conoscenza” Research Group, 2003’den uyarlanmıştır.

keşfedilmesiyle oluşturulabileceği oyunlar olarak tasarlanmaktadır (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Sorumluluk transferi aşamasından sonraki aşama *eylem (action)* aşamasıdır. Eylem aşaması, öğrencilerin ortamlarla etkileşim içinde bulunarak problemin çözümü için bazı stratejiler ortaya koydukları ve bazı çözüm yöntemleri uyguladıkları aşamadır. Bir sonraki aşama *formüle etme (formulation)* aşamasıdır. Formüle etme aşaması, eylem aşamasında ortaya çıkan düşünce, yöntem ve stratejilerin matematiksel bir önerme veya hipotez olarak uygun bir dille ifade edildiği aşamadır. Formüle etme aşamasından sonraki aşama *doğrulama (validation)* aşamasıdır. Doğrulama aşaması, formüle etme aşamasında ifade edilen önerme veya hipotezlerin sınıfça doğrulandığı veya çürütüldüğü aşamadır. Eylem, formüle etme ve doğrulama aşamaları adidaktik aşamalardır, yani öğretmenin bilgi ile ilgili müdahalelerinden mümkün olduğunca bağımsız aşamalardır. Bu üç aşama sonunda, örtük dahi olsa, bir bilginin ortaya çıkacağı öngörülmektedir. Son aşama ise *kurumsallaştırma (institutionalisation)*<sup>3</sup> aşamasıdır. Kurumsallaştırma aşaması yukarıdaki aşamalar sonrasında ulaşılan bilginin öğretmen eşliğinde düzenlenerek sınıfın bilgisi haline getirildiği ve bu bilgiye kurumsal bir statü verildiği aşamadır.

Literatürde DDT ile benzer özellikler taşıyan ve benzer aşamalar öneren farklı teorilere rastlamak mümkündür. DDT'nin en belirgin özelliği, sadece öğrenme veya problem çözme aşamalarını tanımlamakla kalmayıp, sınıf kolektifinde öğrenci ve öğretmenin rolünü açık bir şekilde belirlemek için sunduğu adidaktik ortam tasarımıdır (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Öğretmen, bilginin ortaya çıkması için gerekli şartları hazırlayan ve öğrencilerin bilişsel süreçlerine eşlik eden kişi konumundadır. Öğretmenin, hazırlayacağı adidaktik ortam sayesinde, yöntem belirtme, ipucu verme ve yönlendirme gibi yapılandırmacı yaklaşımla uyumsuz tutum ve davranışlardan uzak kalması amaçlanmaktadır. Sorumluluk transferi aşamasında, öğrencilerin problemi benimsemeleri ve çözüm arayışı için bireysel veya grup sorumluluğunu üstlenmelerini

---

<sup>3</sup> Kurumsallaştırma kelimesi kurum "institution" kelimesinden gelmektedir. Didaktik teorilere göre her sınıf, her ders (matematik dersi, Türkçe dersi, vs.) bir kurumdur, yani kendine özgü bir işlevi, mantığı ve bünyesindeki bireylerin bilmesi gereken bilgileri, kabul etmesi gereken kültürü ve uyması gereken açık veya örtük kurallarının olduğu bir yapıdır (Chevallard, 1992).

sağlamak amaçlanmaktadır. İyi hazırlanmış bir ortamla beraber, sorumluluk transferi aşamasının başarılı şekilde gerçekleşmesi, eylem, formüle etme ve doğrulama aşamalarının adidaktik yapısının korunmasında büyük bir rol oynamaktadır. Sonuç olarak DDT'nin yapılandırmacı yaklaşıma uygun etkinlikler tasarlayabilmek ve bunları yine sınıf ortamında yapılandırmacı yaklaşımın prensiplerine göre uygulayabilmek için önemli araçlar sunduğunu söylemek mümkündür.

Bu çalışmada orantı kavramının öğretimi ele alınmaktadır. Lamon (2005) oran kavramını, iki nicelik arasındaki bir karşılaştırma şeklinde tanımlamaktadır. Daha detaylı bir şekilde oran, bir bağlamla birlikte verilen ve aralarında çarpımsal bir ilişki olan iki çokluk veya iki ölçümle ilgili bir sayıdır (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010). Thompson (1994) ise oran kavramını, farklı ölçme uzaylarındaki iki çokluğun çarpımsal olarak karşılaştırılması neticesinde elde edilen ölçüm olarak ifade etmektedir. Orantı ise, bir matematikçi için formal olarak, iki oranın eşitliğinin bir ifadesi (Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto & Miller, 1998) ya da iki oran arasındaki eşitlik (Lamon, 2005) olarak tanımlanmaktadır. Oran ve orantı kavramları matematiksel düşüncenin gelişiminde önemli yeri olan orantısal düşünmenin gelişmesi için temel oluşturmaktadır (Battista & Borrow, 1995). Literatür incelendiğinde oran-orantıyla ilgili yapılan çalışmaların çoğunun bu düşüncenin gelişimiyle ilgili olduğu görülmektedir (Çelik & Yetkin Özdemir, 2011; Akkuş-Çıkla & Duatepe, 2002; Cramer, Post & Currier 1993). Benzer şekilde Cramer, Post ve Currier (1993) orantısal düşünmenin orantısal durumlar içerisinde gömülü matematiksel ilişkileri anlamayı içerdiğini belirtilmektedir.

Ortaokul matematik dersi öğretim programlarında orantı kavramı oran kavramı üzerine inşa edilmektedir. 2009 matematik dersi öğretim programında orantı konusu 5. ve 6. sınıflarda yer alırken 2013 ortaokul matematik dersi öğretim programında oran konusuna 6.sınıf düzeyinde ve orantı konusuna 7.sınıf düzeyinde yer verildiği görülmektedir. Öğretim programlarında orantı kavramının çoğunlukla örnekler üzerinden açıklandığı ve formüller şeklinde öğrencilere sunulduğu görülmektedir. 2009 matematik dersi öğretim programında 5.sınıfta yer alan iki kazanım incelendiğinde ikisinin de sadece oran kavramını içerdiği görülmektedir. Bu kazanımlar “iki nicelik

arasındaki ilişkiyi oran olarak ifade eder” ve “tablo kullanarak oran problemlerini çözer ve kurar” şeklindedir. Konu oran-orantı olmasına rağmen bu sınıf seviyesinde sadece oran kavramının verildiği görülmektedir. Buna karşın 6.sınıfta yer alan iki kazanım, “nicelikleri karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı şekillerde gösterir” ve “orantıyı ve doğru orantılı nicelikler arasındaki ilişkiyi açıklar” şeklindedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009a; 2009b). Bu sınıf seviyesinde orantıyla ilgili kısım incelendiğinde günlük yaşamdan seçilmiş bir örnek üzerinde doğru orantılı iki çokluğa ait sayılar verilerek bu sayılar arasındaki ilişkinin öğrencilere fark ettirilmesi istenmektedir. Görüleceği üzere, burada orantılı iki çoklukla ilgili sayılar basit bir problem durumu ile birlikte öğrencilere hazır bir şekilde verilmekte ve öğrencilerin yaşayacakları herhangi bir keşfetme süreci öngörülmemektedir. Uygulamadaki ilköğretim matematik dersi öğretim programında da özellikle konuya giriş kısmında oran ve orantı konusunun bu doğrultuda ele alındığı görülmektedir. Programa göre, öğrencilerin oranları verilen çoklukları belirlemeleri, gerçek yaşam durumlarını, tabloları veya doğru grafiklerini inceleyerek orantısal durumları tespit etmeleri, doğru ve ters orantılı çoklukları anlayarak ilgili problemleri çözmelerinin beklendiği ifade edilmektedir (MEB, 2013). Bu tarz öğretim yaklaşımlarında öğrencilerin orantı kavramına sahip olduğu anlamı yüklemeye başarılı olamayacakları düşünülmektedir. Bu çalışmada, DDT’ye göre hazırlanmış bir ortamda öğrencilerin orantı kavramını kendilerinin keşfederek kavramı daha iyi anlamlandırabilecekleri düşünülmektedir.

Bu çalışmanın amacı, 6.sınıf seviyesinde orantı kavramına girişi DDT’nin temel bileşenlerine göre gerçekleştirmektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmaktadır:

DDT’ye göre orantı kavramının öğretimi için tasarlanmış bir ortamda;

- 1) Öğrenciler ne tür çözüm yaklaşımları ortaya koymaktadırlar?
- 2) DDT’nin belirlemiş olduğu aşamalar nasıl gerçekleşmektedir?

Bununla birlikte bu çalışmada sadece DDT’den yararlanılarak orantı kavramına girişin nasıl daha iyi bir şekilde gerçekleştirilebileceği araştırılmaktadır. Bir konu veya

kavramın öğretiminin giriş etkinliklerinden değerlendirme aşamasına kadar kapsamlı ve uzun bir süreç olduğu dikkate alınarak, bu çalışmanın sonunda öğrencilerin orantı kavramı ile ilgili öngörülen kazanımların hepsine ulaşmaları beklenmemektedir.

## YÖNTEM

Bu çalışma, bir öğretim yaklaşımının uygulanmasını içerdiğinden nitel araştırma teknikleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öncelikle orantı kavramının öğrencilerce keşfedilmesine uygun bir problem durumu DDT'nin çerçevesi dikkate alınarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuş ve bu problem durumunda öğrencilerin ortaya koyabilecekleri muhtemel yaklaşımlar ve çözümler analiz edilmiştir. Sonrasında bu yaklaşım ve çözümler dikkate alınarak DDT'de belirlenen prensiplere ve aşamalara göre bir etkinlik uygulama planı tasarlanmıştır.

Çalışmanın katılımcılarını, Afyonkarahisar ilinde merkeze bağlı bir ilköğretim okulunun 6.sınıfındaki 32 öğrenci oluşturmaktadır. Uygulama öncesinde katılımcılarla ilgili sınıfın matematik öğretmeninin görüşü alınmış ve uygulama planında bu görüşler de dikkate alınmıştır. Sınıfın matematik öğretmeni programda yer alan orantı konusunu bu sınıfta henüz işlemediğini ve öğrencilerin bu kavramı öğrenebilecek ön bilgilere sahip olduklarını belirtmiştir.

Matematik öğretmeni olan araştırmacı tarafından gerçekleştirilen uygulama, söz konusu sınıfta 40 dakikalık 2 ders saati süresinde gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesinde öğrenciler öğretmen tarafından rastgele dörderli olarak gruplandırılmış ve öğrencilerin sunulacak problemi grup olarak çözmeleri istenmiştir. Uygulamanın başında materyal olarak her öğrenciye A4 kağıdı ve kalem dağıtılmıştır. Belirlenen grupların kendi içlerinden bir grup başkanı seçmeleri istenmiş ve her grup, grup başkanının ismiyle temsil edilmiştir. Sonrasında problem durumu tahtaya yazılmış ve öğretmen tarafından sınıfa okunmuştur. Öğrenme sorumluluğunun öğrencilere sorunsuzca aktarılabilmesi için sorumluluk transferi aşamasında problem öğrencilerin rol aldığı bir drama oyunu ile sınıfa tekrar sunulmuştur. Daha sonra ise birkaç öğrenciye söz verilerek, problem



durumunu kendi cümleleriyle ifade etmeleri istenmiştir. Gruplardan problemin çözümünü önce kendi içlerinde tartışarak olgunlaştırması ve sonra çözüm önerilerini kendilerine dağıtılan A4 kağıtlarından birine yazmaları istenmiştir. Daha sonra çözüm önerilerinin grup başkanları tarafından tahtada sunulması istenmiştir. Çözüm önerilerinin tahtada sunulması sürecinde diğer grup üyelerinin müdahalesine izin verilmemiş, ancak ilerleyen aşamalarda kendi çözüm önerilerini savunmak ya da rakiplerinin çözüm önerilerini çürütmek isteyen her öğrenciye söz hakkı verilmiştir. Ortamın dinamik bir yapıda olmasını sağlamak için oyun ve yarışma bağlamı kullanılmıştır. Bunun için sunulan çözüm önerilerinin puanlamasına karar verilmiş ve bu puanlama şu şekilde yapılmıştır: “Çözüm önerisi sınıf tarafından kabul edilen grup 3 puan, herhangi bir grubun sunduğu çözüm önerisini çürüten grup 1 puan alacaktır.” Uygulama sonunda bu kurallara göre grupların verdikleri çözüm önerilerinin değerlendirilmesi öğretmen tarafından yapılmış ve yarışmayı kazanan grup belirlenmiştir.

Çalışmanın verileri, öğrenci çalışma kağıtları, gözlem, video ve ses kaydı aracılığıyla toplanmıştır. Toplanan verilerin dökümü yapılmış ve bu dökümlerin analizi DDT’de belirtilen süreçlere göre gerçekleştirilmiştir. Analizler yapılırken, araştırmacılar tarafından ayrı ayrı çalışmanın dökümleri ve video kayıtları incelenmiş, teoride belirtilen aşamaların nerede başlayıp nerede bittiğine ve öğrencilerin ortaya koydukları yaklaşımlara önce bireysel sonra ortaklaşa karar verilmiştir. Öğrencilerin farklı aşamalardaki yaklaşımları doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

### **Öğrencilere Sunulan Problem Durumu**

*Eski zamanlarda, bir köyde yaşayan Ali, Mehmet ve Tarık Beylerin ailelerinin bir yıllık buğday tüketiminin eşit olduğu biliniyor. Ali Bey ve Mehmet Bey çiftçidir. Ali Bey 3 dönüm ve Mehmet Bey 5 dönüm araziye sahiptir. İki çiftçi de tarlalarına buğday ekmişlerdir. Buğdayı hasat ettiklerinde her dönümden eşit miktarda ürün elde ettiklerini görüyorlar. Ali ve Mehmet Beyler ailelerinin yıllık ihtiyacı olan buğdayı kendilerine ayırdıktan sonra ellerinde fazladan kalan buğdayları birleştirerek köyün öğretmeni*

*Tarık Bey'e satıyorlar. Tarık Bey'in aldığı buğdaylar ailesinin bir yıllık buğday ihtiyacını tam olarak karşılamıştır. Tarık Bey'in ailesinin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğuna göre, Ali ve Mehmet Beylerin her biri, Tarık Bey'e kaç ton buğday satmıştır?*

Problem durumu detaylı olarak incelendiğinde problemin kritik noktalarından birisinin her dönüm başına ne kadar buğday üretildiğinin belirlenmesi olduğu görülebilir. Fakat problemin ifadesi bilinçli bir şekilde bunu hemen görünür kılmayacak şekilde tasarlanmıştır. Örneğin, ekilen toplam arazinin 8 dönüm olması ve ailelerin yıllık buğday tüketimlerinin de 8'er ton olması bilinçli olarak seçilmiştir. Böylelikle öğrencilerin doğru sonuca götürmeyen çözüm önerilerinde de bulunmaları, sonrasında bu önerilerin neden doğru olmadıklarını tartışarak doğru sonucu elde etmeyi sağlayan orantı kavramını sezinlemeleri amaçlanmıştır. Ayrıca problem durumunda gerçekçi bir yaşam bağlamı tercih edilmiştir. Bu sayede problem durumunun öğrenciler tarafından daha çabuk anlaşılacak çözüm sürecine daha hızlı geçmeleri hedeflenmiştir. Tüm bu tasarımlara ek olarak, oluşturulan grup yarışması ortamı da dikkate alındığında, öğretmenin bilgi ile ilgili müdahalesinin minimum düzeyde kalacağı ve öğrenciler arası etkileşimin daha kuvvetli olacağı tahmin edilmiştir. Bu parametreler sonucunda, DDT'nin temel bileşeni olan adidaktik ortam şartlarını yerine getirecek bir etkinlik tasarımı ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Bu ortamda öğrencilerin ortaya koyabilecekleri muhtemel çözümler ise şu şekilde belirlenmiştir:

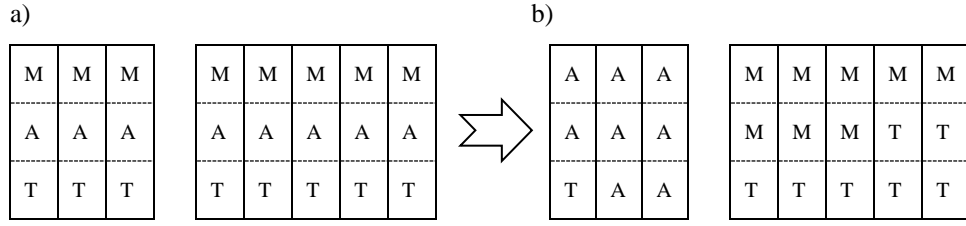
**Çözüm 1:** Öğrenciler, arazi miktarını hesaba katmaksızın problemdeki “her dönümden eşit miktarda ürün elde etme” ve hikayedeki kişilerin “bir yıllık buğday tüketimlerinin eşit olması” ifadelerini yanlış algılamalarının sonucunda, çiftçilerin her iki araziden eşit miktarda buğday elde ettiklerini düşünebilir. Buradan hareketle öğrenciler “Çiftçiler, Tarık Bey'e eşit miktarda ( 4'er ton) buğday vermişlerdir.” şeklinde bir çözüm önerisi ileri sürebilirler.

**Çözüm 2:** Öğrenciler, çiftçilerin sahip olduğu arazi miktarlarını (8 dönüm) ve verilen buğday miktarını (8 ton buğday) göz önünde bulundurarak, “arazi ve verilen buğday” arasındaki sayıların aynı olmasından kaynaklanan benzerlikten dolayı bir ilişki olacağını düşünebilirler. Bu durumda öğrenciler, “Tarık Bey’e, arazisi 5 dönüm olan çiftçi 5 ton buğday ve arazisi 3 dönüm olan çiftçi 3 ton buğday vermiştir” şeklinde bir çözüm önerisi ileri sürülebilirler.

**Çözüm 3:** Öğrenciler farklı bakış açıları geliştirerek problemin doğru çözümüne farklı yollardan ulaşabilirler. Bu farklı yollardan üç tanesi şunlardır:

**Çözüm 3.1. (Aritmetik çözüm):** Bir ailenin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğundan  $8 \times 3 = 24$  ton toplam elde edilen buğday miktarı olacaktır. Buradan hareketle her dönümden  $24/8 = 3$  ton buğday elde edildiği bulunur. Dolayısıyla, 3 dönüm arazisi olan Ali Bey  $3 \times 3 = 9$  ton ve 5 dönüm arazisi olan Mehmet Bey  $5 \times 3 = 15$  ton buğday elde etmiştir. Ali ve Mehmet Beyler kendi ailelerinin ihtiyacı olan 8'er ton buğdayı çıktıktan sonra ellerinde kalan buğdayı Tarık Bey'e satacaklardır. Tarık Bey'e Ali Bey  $9 - 8 = 1$  ton, Mehmet Bey ise  $15 - 8 = 7$  ton buğday satacaktır.

**Çözüm 3.2. (Geometrik çözüm):** Öğrenciler, her bir araziye kendilerine dağıtılan A4 kağıtları üzerinde temsil edebilirler (Şekil 2(a)'da her bir sütun bir dönüm araziye temsil etmektedir). Toplamda 8 dönüm araziden elde edilen buğday eşit şekilde paylaşılacağına göre her bir dönümden elde edilen buğday üç kişi arasında eşit şekilde paylaşılacak demektir (şekil 2 (a) kesik satır çizgileri: Mehmet Bey (M), Ali Bey (A), Tarık Bey (T)). Bu paylaşım şekli 2 (b) deki gibi düzenlendiğinde Mehmet Bey'in 15 ton buğday elde ettiği ve bunun 7 tonunu Tarık Bey'e sattığı, Ahmet Bey'in ise 9 ton buğday elde ettiği ve bunun 1 tonunu Tarık Bey'e sattığı görülür.



Şekil 2. Üretilen Buğdayın Arazilerin Bölünmesi Yoluyla Paylaştırılması

**Çözüm 3.3. (Deneme-yanılma yöntemi):** Öğrenciler arazilerin her dönümünden eşit miktarda buğday elde edildiği bilgisinden hareketle her dönümden elde edilen buğday miktarını sırayla 1 ton, 2 ton, 3 ton, vs. seçerek ve bunu problemin şartlarıyla karşılaştırarak bir çözüm elde etmeye çalışabilirler. Her dönümden 1 ton ya da 2 ton buğday elde edilmesi durumunda, çiftçilerin ailelerine ayırmaları gereken buğday miktarını ayıramayacakları görülür. Sonra her dönümden 3 ton buğday elde edildiği varsayılır. Bu durumda Ali Bey 3 dönüm arazisi olduğundan  $3 \times 3 = 9$  ton buğday elde etmiştir. Mehmet Bey ise 5 dönüm arazisi olduğundan 15 ton buğday elde etmiştir. Ahmet Bey 1 ton buğdayını ve Mehmet Bey de 7 ton buğdayını Tarık Bey'e satarsa tüm aileler eşit miktarda buğdaya sahip olur.

Yukarıdaki üç çözümün her birinde orantı kavramı farklı şekillerde ortaya çıkmaktadır. Bu anlamda aritmetik çözümde öğrencilerin örtük olarak kavramı algıladıkları ve bunun sonucunda çözümlerinde bir şekilde kullandıkları gözlenebilir. Bu çözümdeki orantısal yaklaşımlar şunlardır:

1. Bir kişiye 8 ton buğday düşüyorsa 3 kişiye kaç ton buğday düşer?
2. 24 ton buğday 8 dönüm araziden elde ediliyorsa 1 dönüm araziden kaç ton buğday elde edilir?
3. 1 dönüm araziden 3 ton buğday elde ediliyorsa sırayla 3 dönüm ve 5 dönüm araziden kaç ton buğday elde edilir?

Dikkat edilirse bu orantıların temelini oran kavramı oluşturmaktadır. Yani bu orantıyı kullanan öğrenciler bir şekilde buradaki kavrama sahiptirler. Bu durum, uygulamadaki matematik programında orantı kavramının oran kavramından hareketle ele alınmasıyla

da paralellik arz etmektedir. Aritmetik çözümü kullanan öğrencilerin keşif süreçlerinin sınırlı olacağı zira bu öğrencilerin kavramı zaten önemli ölçüde kavramış oldukları düşünülmektedir.

Geometrik çözüm bu açıdan ele alınırsa, kesirler konusundaki bölme çalışmalarını andıran yapısıyla öğrencilerin keşfetmelerine daha açık bir çözüm olarak düşünülebilir. Bu çözümdeki orantısal yaklaşımlar ise şunlardır:

1. Üç ailenin de buğday tüketimi eşit olduğundan, arazilerin her 1 dönümünden elde edilen buğday 3 kişi arasında eşit paylaşılıyor demektir. O zaman, 1 kişi bir dönüm arazinin  $1/3$ 'ü kadar kısmından elde edilen buğdayı alıyor demektir.
2. Burada elde edilen buğday araziler üzerinden temsil edildiğinden, her 1 dönüm arazi 3'e bölünürse Mehmet Bey'in arazisi 15'e ve Ahmet Bey'in arazisi 9'a bölünür ve toplam 24 parça elde edilir. Mehmet ve Ahmet Beylerin her biri bu 24 parçanın  $8/24$ 'ü kadarından elde edilen buğdayı kendi arazilerinden olacak şekilde ailelerine ayırmaktadırlar. Geriye kalan Tarık Bey'e satılacaktır.
3. 24 parçanın oluşturduğu toplam arazilerden elde edilen buğdayın Tarık Bey'e  $8/24$ 'ü kadar kısmı satılacaktır ve bu buğday 8 ton olduğuna göre toplam arazideki her  $1/24$  parçadan 1 ton buğday elde ediliyor demektir.

Şekil 2(b)'de görüldüğü üzere Tarık Bey arazilerin bölünmesiyle oluşan 24 parçadan elde edilen buğdayın  $1/24$ 'ünü (1 ton) Ahmet Bey'den ve  $7/24$ 'sini (7 ton) Mehmet Bey'den alır.

Deneme-yanılma yönteminde ise şu orantısal bakış açısı karşımıza çıkmaktadır:

1. Ekilen dönüm ile elde edilen buğday miktarı arasında bir ilişki vardır.
2. 1 dönümden elde edilen buğday miktarı sırayla 1 ton, 2 ton, 3 ton,..vs olacak şekilde değiştirilerek 8 dönümden elde edilen buğday miktarı için de değişik değerler bulunur.
3. Bulunan değer problemin şartlarını karşılayıncaya kadar farklı değerler denemeye devam edilir.

Yukarıda sunulan ve hatalı olan ilk iki çözüm önerisinin öğrencilere sunulan ortamda onaylanmayacağı düşünülmektedir. Çünkü grup çalışması sırasında (eylem ve formüle etme aşamaları) bazı öğrenciler her dönümden eşit miktarda buğday elde edildiği bilgisinden 3 ve 5 dönümlük arazilerden farklı miktarda buğday elde edileceğini çıkarabilecekleri tahmin edilmektedir. Buna ek olarak, her ailenin 8 ton buğday alması gerektiği şartının ilk iki çözümde gerçekleşmediğinin yine öğrenciler tarafından fark edilerek bu çözümlerin doğrulanmayacağı öngörülmektedir. Öğrencilerin problemin şartlarını ilerleyen aşamalarda daha da belirgin şekilde dikkate alacakları ve gerek grup içi etkileşim gerekse doğrulama aşamasındaki etkileşim sonucunda üç doğru çözümden birine doğru ilerleyecekleri düşünülmektedir.

## BULGULAR

Uygulamanın analizinden elde edilen bulgular aşağıda Brousseau'nun (1997) belirlediği aşamalara göre sunulmuştur.

### 1. Sorumluluk Transferi Aşaması

Bu aşama 15 dakika sürmüştür. Öğretmen, öngörüldüğü gibi, problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden problemi okumalarını istemiş, 2 gönüllü öğrenciye kısa bir metin vererek drama şeklinde sınıf karşısında oynatmış ve öğrencilerden kendi cümleleriyle problemi ifade etmelerini istemiştir. Bu aşamalardan hemen sonra toplam 8 gruptan 6 tanesinin problemi çözmeye çalıştığı gözlenmiştir.

Bu aşamada öğretmen problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak öğrenme sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmeye çalışmıştır. Burada öğretmene iki farklı gruptan soru sorulmuştur.

*Öğrenci 1: Soruda iki arazi ölçüsü birimi, bir de kilogram ölçüsü birimi vermişsiniz. Bu arazi ile kilogram arasındaki ilişkiyi nasıl bağlayacağız.*

*Öğretmen: Zaten sonunda onu göreceğiz.*

Bu soruda öğrenci çözüme yönelik bir ipucu istediği için öğretmen tarafından soru kısa bir açıklama ile görmezden gelinmiştir. Sonra diğer bir öğrenciye söz hakkı verilmiştir.

*Öğrenci 2: Ben bu soruda şey. Ali ve Mehmet Bey kaç ton buğday vermiştir. (Eliyle tahtada sorunun ilgili kısmını işaret ediyor) Zaten verdikleri belli değil mi?*

*Öğretmen: Toplamda 8 ton veriyorlar. Ali Bey ne kadar verecek, Mehmet Bey ne kadar verecek.*

Bu açıklama ile öğretmen Tarık Bey'e satılan toplam buğdayın sorulmadığını, Tarık Bey'e satılan 8 ton buğdayın kaç tonunu Ali Bey'in ve kaç tonunu Mehmet Bey'in sattığının sorulduğuna dikkat çekmiştir. Bu açıklamayla birlikte öğrenci anladığını ifade eden bir baş eğme işareti yapıp sırasına oturmuştur. Tüm bu yapılanlardan sonra problem bütün gruplar tarafından bireysel olarak çözülmeye başlanmıştır.

Sonuç olarak, öğrencilerin tamamının problemi anladığı ve çözüm sürecine adapte olduğu, yani sorumluluk devretme aşamasının beklendiği şekilde gerçekleştiği görülmüştür.

## 2. Eylem Aşaması

*Öğretmen: “Şimdi sizden istediğim her grup kendi içerisinde çalışsın. Sorunun çözümünü bulsun”*

şeklinde bir açıklamada bulunarak bu aşama başlatılmıştır. Bu aşama yaklaşık 4 dakika sürmüştür. Bu aşamada her öğrencinin geçmiş bilgilerini işe koşarak çözüm önerilerini bireysel olarak düşünmesi istenmiştir. Ancak bazı öğrencilerin grup içi tartışmalara başladığı görülmüştür. Bu noktada öğretmen öğrencileri, “Gruplar kendi içinde yardımlaşsın. Kendiniz çözmeye çalışın” diyerek uyarmıştır. Öğrencilerin bu aşamada, problem durumuyla ilgili bir takım varsayımlara ulaştıkları gözlemlenmiştir.

## 3. Formüle Etme Aşaması

*Öğretmen: Çözdükten sonra önce kendi grup arkadaşlarınızla tartışın. Acaba doğru mu, yanlış mı?*

şeklinde bir açıklamada bulunarak formüle etme aşamasını başlatmıştır. Bu aşama 7 dakika sürmüştür. Bir önceki aşamada her öğrencinin elde ettiği varsayımlar bu aşamada grup içerisinde paylaşılmaya başlanmıştır. Bu aşamada fısıltılar şeklinde

yoğun grup içi tartışmaların yaşandığı gözlemlenmiştir. Bu aşamada çözüm önerilerinin grubun tamamının onayı alınarak verilmesi istenmiştir. Bunun için,

*Öğretmen: Ama tabi grup içinde siz çözdünüz diğer arkadaşlarınızın ikna olması lazım. Birisi yanlış derse ona tekrar göz atın ya da neresini anlamamışsa ona bir daha anlatın.*

diyerek grupları uyarmıştır. Gruplar burada iki çiftçinin Tarık Bey'e verdikleri buğday miktarlarının 4-4, 3-5 ve 1-7 olabileceği üzerinde durmuşlardır. Grup sözcüleri buldukları çözümleri boş bir kâğıda yazmışlardır. Bu aşamada her grup doğru ya da yanlış en az bir çözüm önerisinde bulunmuştur.

#### 4. Doğrulama Aşaması

Bu aşamada problem durumu için sunulan çözüm önerilerinin doğrulanmasına yönelik tartışmalar yaşanmıştır. Bu aşama en uzun aşama olup toplamda 17 dakika sürmüştür. Grupların buldukları çözüm önerileri grup başkanlarıncı, kimsenin müdahalesine izin verilmeden, tahtada açıklanmıştır. Daha sonra sunulan çözüm önerilerine yönelik itirazlar varsa söz isteyen her öğrenciye söz hakkı verilerek gerekçeleriyle birlikte bu itirazların sınıfa açıklanması istenmiştir. Grupların öne sürdüğü çözüm önerileri Tablo 1'de 4-4, 3-5 ve 1-7 başlıkları altında incelenmiştir.

**Tablo 1:** Grupların verdikleri çözüm önerileri

Çözüm yaklaşımı	4-4	3-5	1-7
<b>Çözümün açıklaması</b>	3 ve 5 dönüm tarladan eşit yani dörder ton buğday üretilmiştir. O halde çiftçilerin Tarık Bey'e satacağı buğday miktarları da eşit yani 4'e 4'tür.	Tarık Bey'e her dönüm araziden 1 ton buğday verilmelidir. Dolayısıyla 3 dönüm arazisi olan 3 ton, 5 dönüm arazisi olan 5 ton buğday verir.	Problemde verilen şartlar doğru analiz edilmiştir.
<b>Çözümü veren grup sayısı</b>	3 grup	2 grup	3 grup



Çözümün doğruluğu	Yanlış çözüm	Yanlış çözüm	Doğru çözüm
-------------------	--------------	--------------	-------------

Grupların çözüm önerilerini sunarken ortaya koymuş oldukları argümanlardan bazı kesitler aşağıda sunulmuştur:

#### Öneri 1:

*Öğrenci 3: Ali Bey'in 3 dönüm, Mehmet Bey'in 5 dönüm tarlası varmış. Ama öğretmenim sonuçta her ikisinden de eşit miktar buğday elde ediliyormuş. Ali ve Mehmet Beyler toplam buğdaylarını Tarık Bey'e veriyorlarmış. O yüzden her ikisinden de eşit buğday elde edildiği için ikiye bölersek 4 çıktı.*

*Öğretmen: Tamam. Şimdi tek tek neden doğru neden yanlış, şimdi sizden söz alalım. Buyrun.*

*Öğrenci 4: Hocam, ben doğru diyorum. Çünkü hem biz böyle bulduk hem de arkadaşımın yürüttüğü mantık bizim için doğru.*

*Öğrenci 5: Öğretmenim ben Oğuzhan bence bu cevap yanlış. Çünkü hasat sonunda her dönüm tarladan eşit miktarda buğday elde ediliyor diyor. Her dönüm tarladan, yani bir dönüm tarladan, iki tarlanın da bir dönümünden aynı miktarda. Yani burada 3 dönüm araziyle 5 dönüm araziden aynı miktarda demiyor.*

Öneri 1'de gruplardan biri "eşit" kelimesine odaklanarak her iki araziden de aynı miktarda, yani dörder ton buğday elde edildiği yanlışına düşmüştür. Bunun sonucunda öğrenciler, Tarık Bey'e satılan 8 ton buğdayı iki çiftçinin 4'er ton olacak şekilde sattıklarını ifade etmişlerdir. Öneri 1 sunulduktan sonra, bu öneriye bir grup karşı çıkarak, arazilerin tamamından değil de her dönüm araziden elde edilen buğday miktarının eşit olduğunu ve çiftçilerin sahip olduğu arazilerin farklı miktarda olduğundan her iki çiftçinin elde ettiği buğday miktarının farklı olduğunu ifade etmiştir. Bu açıklamalar doğrultusunda öneri 1'in yanlış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öneri 1'in öğrencilerin muhtemel çözümlerinden çözüm 1 ile aynı olduğu söylenebilir. Bu öneride çiftçilerin ailelerinin ihtiyacı olan buğdayı ayırması ve her dönümden eşit miktarda buğday elde edilmesi şartlarının düşünülmediği görülmektedir.

#### Öneri 2:

*Öğrenci 1: Ali Bey'in 3 dönüm, Mehmet Bey'in 5 dönüm tarlası varmış. (Söylediklerini tahtaya yazarak)Topladığımız zaman 8 dönüm tarla yapıyor.*

*Aşağıda toplam 8 ton vermişler (buğdayları kastederek). Sekizi sekize böldüğümüz zaman bir veriyor. Yani bir dönüm tarladan Tarık Bey'e 1 ton buğday çıkıyor. Mehmet Bey'in 5, Ali Bey'in de 3 dönüm tarlası olduğundan beş üç topladığımızda eşittir 8 yapıyor. Yani Mehmet Bey 5, Ali Bey 3.*

Dersin başında sorumluluk transferi aşamasının hemen ardından öğrenci 1, öğretmene “arazi ile kilogram arasındaki ilişkiyi nasıl bağlayacağız?” şeklinde bir soru yöneltmişti. Bu grubun çözümünü de bu açıdan yapmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrencilerin, “çiftçilerin öncelikle ailelerinin yıllık ihtiyacı olan buğdayı ayırdıkları” kısmını göz ardı ederek sanki çiftçiler kendi ailelerine hiç buğday ayırmadan elde ettikleri buğdayın tamamını satıyorlarmış gibi çözümlerini oluşturdukları görülmektedir.

*Öğretmen: Yani buradan çıkan sonuç, Ali Bey'in verdiği 3 ton buğday, Mehmet Bey'in verdiği 5 ton buğdaydır. Kabul ediyor musunuz ya da doğru mudur, yanlış mıdır?*

Öğrenci 1 grubunun çözüm önerisini sunduktan sonra bu öneriye 2 grup birlikte itiraz etmiştir. Graplardan biri bu öneriye karşı aşağıdaki gerekçeyi sunmuştur.

*Öğrenci 6: Bu konuda fazla arkadaşa katılmıyorum. Çünkü burada toplamda Tarık Bey'e 8 ton buğday düşüyor ve 3 aile var. Burada toplam buğday 24 ton oluyor ve bunları toplam 8 dönüm tarlaya böldüğümüzde 1 dönüm tarlaya 3 ton buğday düşüyor.*

Öğrenci 6 Ali ve Mehmet Beylerin ailelerinin yıllık ihtiyacı olan buğdayı almadıklarını ve her dönümden elde edilen buğday miktarının 1 ton değil de 3 ton olması gerektiğini ifade etmiştir. Sonuç olarak, sınıf öneri 2'nin de yanlış olduğu fikrinde birleşmiştir. Bu önerinin öğrencilerin muhtemel çözümlerinden çözüm 2 ile aynı olduğu söylenebilir. Öğrenci 6'nın açıklamasından sonra başka bir öğrenci çözüm önerisi sunmak için tahtaya kalkmıştır.

### **Öneri 3:**

*Öğrenci 5: Öğretmenim burada Ali Bey'in 3 dönüm tarlası varmış, Mehmet Bey'in ise 5 dönüm tarlası (söylediklerini tahtaya yazarak) Toplam 8 dönüm tarla yapıyor. 8 dönüm tarla. Tarık Öğretmen'e verdikleri 8 ton buğday bir yıllık ihtiyaçmış. Hepsinin bir yıllık ihtiyacı aynı olduğu için, sekizle üçü çarptığımızda 24 ton hepsinin ihtiyacı çıkıyor. 24 ton buğday ise 8 dönüm araziden çıkıyor. Yirmi dördü sekize böldüğümüzde bir dönüm başına 3 ton çıkıyor. Burada Ali*

*Bey'in 3 dönüm arazisi olduğu için, Ali Bey'in tarlasından 9 ton buğday çıkıyor. Mehmet Bey'in tarlasından da 5 dönüm arazi olduğu için, buradan da 15 ton buğday çıkıyor. Hepsinin ihtiyacı aynı olduğu için yıllık. Hepsinin de 8. Ali Bey'in 9 ton olduğu için dokuzdan sekizi çıkardığımızda 1 ton fazlalık oluyor. On beşten de sekizi çıkardığımızda 7 ton fazlalık oluyor. Bu durumda Ali Bey 1 ton veriyor, Mehmet Bey ise 7 ton veriyor.*

Bu çözüm önerisini öğrencilerin tartışması için Öğretmen,

*Öğretmen: Tamam. Evet, sorusu olan.*

şeklinde bir ifade kullanarak, öğrencilerin çözüm için onay ya da ret şeklinde görüşlerini almak istemiştir. Bir öğrenci söz isteyerek,

*Öğrenci 6: Yorumumu yapıyorum. Ben arkadaşına kesinlikle katılıyorum.*

Arka sıralardan başka bir grup başkanı söz isteyerek görüşünü,

*Öğrenci 7: Ben de Oğuzhan'a katılıyorum. Sonuç aynı (elindeki kağıdı gösteriyor).*

şeklinde açıklamıştır. Öğrenci 5'in açıklamasını farklı 2 grup benzer çözümlere sahip oldukları gerekçesiyle desteklemiştir. Sınıftaki gruplardan üçü küçük farklarla doğru çözüm önerisini aynı şekilde bulmuştur. Ayrıca sunulan önerilerin aritmetik çözüm olarak adlandırılan çözüm 3.1. ile de aynı olduğu görülmektedir. Öneri 3'ün tüm sınıf tarafından kabul edilmesini sağlamak için öğretmen aşağıdaki sözlerle bir sınıf tartışması başlatmıştır.

*Öğretmen: Şimdi sorunun (sunulan çözüm önerisi kastediliyor) doğruluğu ya da yanlışlığını siz tartışacaksınız. Yanlış diyenler varsa neresi yanlış, doğruysa hocam, tamam biz kabul ediyoruz diyorsunuz.*

*Öğrenci 1: Arkadaşımız doğru bulmuş biz hata yapmışız.*

Bu sözlerle, öğrenci 1 sunduğu önerideki hatasını fark ettiğini ve öğrenci 5'in çözümünün doğru olduğunu ifade etmiştir. Yanlış çözüm önerisinde bulunan diğer gruplar da söz isteyerek çözüm önerilerinde hata yaptıkları yerleri ifade ederek öğrenci 5'in sunduğu çözümün doğru olduğunu belirtmişlerdir..

Öneri 3 kabul edildikten sonra öğretmen diğer çözüm önerilerinin öğrencilerce neden kabul edilmediğini netleştirmek istemiştir. Bunun için,

*Öğretmen: Peki, son olarak özetlemek istersek, dört dörtlük çözümün neden yanlış olduğunu kim söyleyebilir?*

şeklinde sınıfa bir soru yöneltmiştir. Öğretmenin sorusunu cevaplamak için 4 farklı gruptan 6 öğrenci söz istemiştir. Öğretmen burada daha çok yanlış öneride bulunan öğrencilere söz hakkı vererek 4-4 çözümünün neden yanlış olduğunu bu öğrencilerin açıklamasını istemiştir.

*Öğrenci 3: Öğretmenim biz şu noktaya dikkat etmemişiz. Hasat sonunda her dönümden eşit buğday elde ediliyor diyordu. Biz bütün dönümler toplam olarak aldık.(Arazilerin her birinden eşit buğday elde edildiği yanlış düşüncesi kastediliyor)*

Bu açıklamadan ortamdaki değişen bilgi ile etkileşim sayesinde öğrenci 3'ün öneri 1'de yaptığı hatayı fark ettiği söylenebilir. Sonra bu durumla ilgili başka bir gruptan öğrenci söz isteyerek,

*Öğrenci 6: Dört dörtlük yaparsak burada Ali Bey'in kesinlikle az alması gerekiyor.(Burada Ali Bey'in 9 ton buğday elde ettiği ve 4 ton buğdayı satarsa kendi ailesine ayırması gereken buğdayı ayıramayacağı kastediliyor) Çünkü dönüm miktarı eşit değil. Birisi 3 dönüm, birisi 5 dönüm. Yani Mehmet Bey fazla, Ali Bey az verir.(Söylenmek istenen, Tarık Bey'e Mehmet Bey 7 ve Ali Bey 1 ton buğday satmalıdır)*

Öğretmen 4-4 cevabının yanlış olduğunu özellikle yanlış çözüm önerisinde bulunan öğrencilere doğrulattıktan sonra yine yanlış çözüm önerisinde bulunan farklı öğrencilere 3-5 cevabının neden yanlış olduğunu sormuştur.

*Öğretmen: Teşekkür ederim. Peki, 3-5 cevabının yanlış olma sebebi ne olabilir?*  
*Öğrenci 8: Ali Bey'in 3 verdiğini, Mehmet Bey'in 5 verdiğini biz grup olarak yapmıştık. Sadece verdiği kısmı (Tarık Bey'e satılan miktar kastediliyor) hesapladık, kendilerine (çiftçilerin ailelerine ayrılması gereken miktar kastediliyor) kalamı hesaplamadık. Onun için yanlış çıktı.*

Bu açıklamalar doğrultusunda, yanlış çözüm önerisinde bulunan gruptaki öğrencilerin sınıftaki değişen ortamın yapısıyla birlikte bilgilerinde olumlu yönde bir değişimin olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğrencilerin değişen ortam sayesinde bilgilerindeki bu değişimin problem durumuyla ilgili verdikleri yanlış çözüm önerilerini reddetmeyi sağladığı ve onları problemin fark etmedikleri şartlarını doğru bir şekilde algılayarak doğru çözüm önerisine yönelttiği görülmektedir.

Öğretmen öğrencilere “Bu soruyu daha farklı şekilde çözmek istersek nasıl çözebiliriz? Görüşü olan var mı?” şeklinde sorular yönelmiş ve bir müddet beklemiştir. Ancak bu soruya sınıftan herhangi bir cevap gelmemiştir. Bunun üzerine öğretmen kurumsallaştırma aşamasına geçiş yapmıştır.

### 5. Kurumsallaştırma Aşaması

Orantı kavramının öğretmen tarafından sınıfa açıklandığı bu aşama 6 dakika sürmüştür. Öğretmen, önce çiftçilerin arazilerinin her dönümünden elde ettikleri buğday miktarının eşit olduğunu vurgulamıştır. Sonra dönüm miktarıyla elde edilen buğday miktarı arasında bir ilişki olduğunu ifade ederek, çözüm sürecinde öğrencilerin ulaştığı 1 dönüm araziden elde edilen buğday miktarının 3 ton olduğu bilgisinden başlayıp, dönüm miktarını tam sayılar olacak şekilde arttırmış ve bunlara karşılık gelen buğday miktarını öğrencilerden de dönütler alarak basitçe hesaplamıştır. Öğretmen hesaplanan bu değerleri tahtaya yazarak öğrencilerin görmesini sağlamıştır (Tablo 2).

**Tablo 2:** Dönümlere göre elde edilen buğday miktarları

1 dönüm	2 dönüm	3 dönüm	4 dönüm	5 dönüm	6 dönüm	7 dönüm
3 ton	6 ton	9 ton	12 ton	15 ton	18 ton	21 ton

Burada öğretmenin, orantı kavramını öğrencilerin 5.sınıfta görmüş oldukları oran kavramıyla ilişkilendirerek sunmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrencilere sunulan problem bağlamında dönüm miktarı ile elde edilen buğday miktarı arasında çarpımsal bir ilişki olduğu Tablo 2’de gösterilmiştir. Burada dönüm miktarı ile üretilen buğday miktarı arasındaki çarpımsal ilişkiyi ifade eden sayının oran olduğu hatırlatılmıştır. Buradan hareketle iki oran arasındaki eşitliğin ifadesinin orantı olarak adlandırıldığı vurgulanmıştır. Öğrencilere sunulan problem durumunda dönüm miktarı ile üretilen buğday miktarı arasındaki orantısal ilişki,

$$\frac{\text{Dönüm}}{\text{Ton}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} = \dots$$

şeklinde gösterilmiştir. Bu sonuca göre, bu problemdeki verilen çokluklar arasındaki oranın üçte bir olduğu ve üçte bir sayısına denk en az iki sayının eşitliğinin orantı olduğu ifade edilerek etkinlik tamamlanmıştır.

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada Didaktik Durumlar Teorisinin temel bileşeni olan adidaktik durumlar çerçevesinde öğrenci merkezli bir öğrenme ortamının oluşturulması ve bu ortamda orantı kavramının keşfettirilmesi amaçlanmıştır. Çalışma sonuçları araştırma sorularına paralel olarak, öğrencilerin ortaya koyduğu çözüm yaklaşımları ve adidaktik aşamaların gerçekleşme şekli bağlamlarında tartışılacaktır.

İlk olarak, öğrencilerin problem durumuyla ilgili genellikle aritmetik yaklaşım sergiledikleri gözlenmiştir. Öğrenciler ikisi yanlış biri doğru toplamda 3 farklı çözüm önerisi geliştirmiştir. Bu çözüm önerilerinin çalışma öncesinde araştırmacılar tarafından tahmin edilen 5 farklı çözüm önerisinin üçüyle paralellik arz ettiği görülmektedir. Öğrencilerin sunduğu doğru çözüm önerisinin aritmetik çözüm olarak ifade edilen çözümle örtüştüğü görülmektedir. Bununla birlikte probleme daha farklı bir yaklaşım sunan geometrik çözüm ve deneme-yanılma yöntemine dayalı çözüm ortaya çıkmamıştır. Geometrik çözümün ortaya çıkmamasında, öğrencilerin henüz konuları birbiriyle ilişkilendirerek çözüm ortaya koymada yetersiz olmaları, bireysel çözüm süresinin kısıtlı olması, aritmetik çözümün belirgin olması, öğrencilerin aritmetik çözümler yapmaya alışık olmaları ve öğrencilerin geometrik şekilleri problem çözümlerinde kullanmayla ilgili yeterince deneyimlerinin olmaması gibi durumlar neden olarak gösterilebilir. Öğrencilerin geometrik çözüme başvurmamalarının bir nedeni de ortam tasarımı olabilir. Öğrencilere A4 kağıtları yerine kareli kağıtlar dağıtılsaydı, öğrenciler çizim yapabilecekleri düşüncesinden hareketle geometrik bir yaklaşım ortaya koyabilirlerdi.

Diğer yandan, problem çözümüne deneme-yanılma yöntemiyle yaklaşan çözüm öğretmenin vereceği dönütler sonunda ortaya çıkartılabildi. Daha net bir ifadeyle, yanlış çözüm önerilerinden öneri 2'yi sunan öğrenci 1, önerisinde “*Aşağıda toplam 8*

ton vermişler (buğdayları kastederek). Sekizi sekize böldüğümüz zaman bir veriyor. Yani bir dönüm tarladan Tarık Bey'e 1 ton buğday çıkıyor” demişti. Öğrenci 1'in grubuna öğretmen tarafından formüle etme aşamasında problemin şartlarının kontrolünün yapılmasına yönelik dönütler verilmesiyle bu çözümün ortaya çıkması sağlanabilirdi. Böyle bir dönüt verilme durumu gerçekleşmediğinden bu öğrenci önerisini geliştirememiş ve problemdeki bazı şartlara dikkat etmediğinden deneme-yanılma yöntemine dayalı olan doğru çözüm ortaya çıkmamıştır. Çalışmada böyle bir dönüt verme durumunun sadece sorumluluk transferi aşaması için öngörülmüş olması öğretmen için sınırlayıcı olmuş olabilir. Ancak öğretmen kurumsallaştırma aşamasında yaptığı açıklamalarda öğrencinin bu yaklaşımına yer verebilirdi. Böylelikle açıklamalarını sınıfın yaklaşımı üzerine inşa edebilirdi.

İkinci olarak, çalışmayı DDT'nin belirlediği aşamalar çerçevesinde değerlendirirsek, öncelikle sorumluluk transferi aşamasında öğrenme sorumluluğunun öğrencilere devredilebildiği görülmüştür. Eylem aşamasında öğrencilerin problem durumuna bireysel olarak ve formüle etme aşamasında gruplarıyla birlikte çözüm aramaları beklenmekteydi. Bu aşamalar zaman zaman iç içe geçse de öğretmen tarafından doğru bir şekilde yönetilebilmiştir.

Doğrulama aşamasında ise gruplar arası yaşanan yoğun tartışmalar sayesinde ortamdaki bilgilerin değiştiği gözlemlenmiştir. Bunun sonucunda yanlış çözüm önerisi sunan öğrencilerin hatalarını fark ettikleri ve doğru çözüm önerisini anladıkları görülmektedir. Bu aşamada öğrenciler problemde verilenler arasında ilişki kurarak sonuca gitmeleri gerektiği bilinciyle çözüm önerilerini sunmuşlardır. Ancak her grup kendi kurduğu ilişkinin doğru olduğunu düşünmektedir. Doğrulama aşamasında her bir önerinin ortama sunulması ile problemin içerdiği şartlar açık olarak ortaya konulmuştur. Özellikle problemin içerdiği şartları eksik algılayan öğrencilerin bu noktada kararsızlığa düştükleri gözlenmiştir. Sonrasında öğrencilerin sunulan öneri 3 ile birlikte örtük de olsa bazı orantısal ilişkileri keşfettikleri düşünülmektedir. Öğretmenin öğrencilerin yanlış cevaplarının bir daha sorgulanmasına yönelik 4-4 ve 3-5 çözümlerinin neden yanlış olduğuyla ilgili yeniden bir tartışma başlatması sonucunda yanlış çözüm önerisi

sunan öğrencilerin görüşleri alındığında bilgilerinde bir değişim olduğu görülmüştür. Değişimin nedeninin tartışmalar sırasında öğrencilerin örtük olarak keşfettikleri orantısal ilişkiler olduğu düşünülmeyle birlikte öğrencilerin ifadelerinden bu ilişkileri nasıl keşfettiklerine yönelik bir bulgu edinilememiştir. Böyle bir bulgunun elde edilmesi için öğrencilerin grup içi etkileşimlerinin ve bireysel çözümlerinin daha yakından gözlemlenmesi gerekmektedir.

Son olarak kurumsallaştırma aşamasında, orantı kavramı öğrencilerin ön bilgilerinde var olan oran kavramı ile ilişki kurularak öğretmen tarafından formel bir hale getirilmiştir. Bununla birlikte, problemin çözüm sürecinde öğrencilerce örtük olarak kullanılan orantı kavramını öğretmenin sınıfın kabul ettiği aritmetik çözüm üzerinden açıklaması beklenmekteydi. Ancak öğretmenin yaptığı açıklamada, aritmetik çözümde elde edilen dönüm başına 3 ton buğday elde edilmesi bilgisini baz aldığı ve deneme-yanılma metodunda kullanılan mantık çerçevesinde orantı kavramının formel tanımına ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Bu ise araştırmada beklenmeyen bir durum olarak kabul edilebilir. Diğer yandan, kurumsallaştırma aşaması biraz daha uzun tutulabilir ve orantı kavramıyla ilgili farklı bağlamlarda örnekler verilerek öğrencilerin kavramı anlamlandırma süreci desteklenebilirdi. Bu çalışmada tasarlanan ortamın amacı sadece öğrencilere orantı kavramını keşfettirmek olduğundan, bu tarz örneklere yer verilmesi öngörülmemiştir. Oysa, etkinlik için ayrılan sürenin bu tarz örnekler vermek için de yeterli olduğu anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak, DDT çerçevesinde gerçekleştirilen adidaktik ortam tasarımıyla orantı kavramının öğretilmesi için alışlagelmiş bir sınıf ortamında oluşmayan şartların oluşturulabildiğini ve öğrencilerin kavramı kendilerinin keşfetmesine fırsat verilebildiğini söylemek mümkündür. Bu çalışmada elde edilen bazı bulgular ileride gerçekleştirilecek adidaktik ortam tasarımları için de bazı öneriler geliştirmeye imkan tanımaktadır. Adidaktik ortamın bazı aşamalarında tıkanıklıklar yaşanabileceği ve bu tıkanıklıkların engellenmesi için öğretmenin çözüme yönelik ipucu vermeden müdahalelerde bulunabileceği Arslan, Baran ve Okumuş (2011) tarafından belirtilmiştir. Bu çalışmada da, böyle bir müdahalenin bazı durumlarda (öğrencilerden beklenen



çözümlerden sadece birinin ortaya çıkması gibi) gerekli olabileceği görülmüştür. Fakat, ortamın adidaktik yapısını bozmadan ve problemin çözümüne yönelik ipucu vermeden öğrencilerin çözüm ve yaklaşımlarına müdahalede bulunmanın kritik bir karar olduğu düşünülmektedir. Erdoğan ve Özdemir Erdoğan (2013) tarafından da vurgulanan ve örneği verilen bu tür kararların DDT'nin öğretmen tarafından iyi şekilde anlaşılmış olmasına ve öğretmenin mesleki tecrübesine önemli oranda bağlı olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla, öğretmenlere DDT ile ilgili verilecek kapsamlı eğitimler adidaktik ortamların tasarlanabilmesi için önemli bir aşama oluşturabilir.

### KAYNAKLAR

- Akkuş-Çıkla, O. & Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Arslan, S., Baran, D. & Okumuş, S. (2011). Brousseau'nun matematiksel öğrenme ortamları kuramı ve adidaktik ortamın bir uygulaması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(1), 204-224.
- Battista, M. T., & Borrow, C. V. (1995). A proposed constructive itinerary from iterating composite units to ratio and proportion concepts. *The Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Columbus: 17th PME-NA.
- Bessot, A. (1994), Panorama del quadro teorico della didactica matematica. *L'Educazione Matematica*, 15(4).
- Brousseau, G (2003). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. <[http://daest.pagesperso-orange.fr/guy-brousseau/textes/Glossaire\\_Brousseau.pdf](http://daest.pagesperso-orange.fr/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf)> (2013, Haziran 10)
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*, Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273.
- Centre of Excellence "Metodi e sistemi per l'Apprendimento e la Conoscenza" Research Group. (2003). Theoretical foundations for e-learning environments direct to

- Virtual Scientific Experiments. *3rd International LeGE-WG workshop-Online Educa Berlin 9th International Conference* (pp. 1-6). Berlin: University of Salerno.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. In D. Owens (Ed.), *Research Ideas For the Classroom* (pp. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.
- Çelik, A. & Yetkin-Özdemir, E. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-11.
- Erdoğan, A. & Özdemir Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.
- Johsua, S. & Dupin, J-J. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, PUF, Paris
- Laborde, C. & Perrin-Glorian, M. J. (2005). Teaching Situations as Object of Research: Empirical Studies within Theoretical Perspectives. *Educational Studies in Mathematics* 59, 1-12.
- Lamon, S. J. (2005). *More! in-depth discussion of the reasoning activities in "Teaching fractions and ratios for understanding"*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2009a). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2009b). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*, Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*, Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.
- Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 181-234). Albany, NY: SUNY Press

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally*. New York: Allyn and Bacon.

Warfield, V. M. (2014). *Invitation to didactique*, New York: Springer.

## SUMMARY

*Theory of Didactical Situations (TDS), developed by Brousseau (1997), can be defined as a teaching model that allows students to construct their own knowledge by engaging in a problem situation, specifically designed by the teacher for the emergence of a targeted knowledge. The key concept of the model is called adidactical milieu, which means an environment that minimizes the teacher's interventions in terms of knowledge. The students interact with this environment and their knowledge evolves progressively following a phase of the devolution of the responsibility from the teacher to the students, three adidactical phases of action, formulation and validation, where the teacher refrains from giving mathematical explanations or hints, and the last phase of institutionalization of the emerged knowledge. The aim of this study was to design an adidactical milieu based on the TDS in order to introduce proportion concept at 6<sup>th</sup> grade (12-13 years old). The following research questions guided the study.*

*Within a milieu designed on the basis of the TDS in order to introduce proportion concept;*

*1-What kind of solutions do students propose?*

*2-How the five phases of the TDS are realized?*

*Qualitative research design was used to conduct the study since the study included a teaching experiment. A word problem was chosen considering the TDS model and students' possible approaches and solutions were analysed. The activity was then designed on the basis of this analysis according to the phases of the TDS. 32 sixth grade students from a middle school in Afyonkarahisar participated in the study. The activity took two 40 minute-long lessons. A paper and pencil were distributed to each of the students at the beginning of the activity and they were asked to note their solutions on these papers. In order to provide a dynamic learning environment, game context was*

*used. The data of the study were collected via students written solutions, observation, video and voice records of the classroom interactions. The data were transcribed and analyzed on the basis of the TDS five phases.*

*At the end of the activity, the students proposed three solutions, two of these solutions were wrong but expected according to the analysis previously conducted. The right solution was based on an arithmetical approach although geometrical and trial-error based approach - considered also as possible- did not appear in students' solutions. As for the TDS five phases, it was observed that all of them were realised without any particular problem and the students could leave their wrong solutions, adopted and understood the arithmetical solution which was found by three groups and discussed in the class with the guidance of the teacher.*

*As a conclusion, it is possible to affirm that by designing such an activity on the basis of the TDS adidactical milieu model, an authentic learning environment, which offers favourable conditions for the discovery of proportion concept, could be created.*