

## Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Problemlerini Çözerken Kullandıkları Stratejiler ve Niceliksel Muhakeme Becerileri

### Problem Solving Strategies and Quantitative Reasoning Skills in Solving Algebraic Verbal Problems of Seventh Grade Students

Tangül KABAEL, Ayça AKIN

Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi  
Anabilim Dalı, Eskişehir, Türkiye

İlk Kayıt Tarihi: 13.03.2015

Yayına Kabul Tarihi: 24.08.2015

#### Özet

*Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin bir cebirsel hikâye problemini çözerken kullandıkları problem çözme stratejilerinin ve niceliksel muhakeme becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla, nitel olarak desenlenmiş olan bu araştırmaya dokuz tane yedinci sınıf öğrencisi katılmış olup, veriler klinik görüşme tekniği aracılığı ile toplanmıştır. Araştırma bulguları bu yedinci sınıf öğrencilerinin yedisinin aritmetiksel stratejileri ve diğer ikisinin de cebirsel stratejiler kullandığını göstermiştir. Yapılan incelemelerde, öğrencilerin problem çözme sürecinde hem aritmetiksel ve hem de cebirsel stratejilerin etkili kullanılabilmesinde niceliksel muhakeme becerisinin önemli bir rol oynadığı görülmüştür. Araştırmanın sonucunda, aritmetikten cebire geçişte ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel stratejileri problem çözüm sürecinde kullanma yerine genellikle aritmetiksel çözüme odaklandıklarını ortak koymuştur.*

**Anahtar Kelimeler:** Aritmetikten cebire geçiş, problem çözme, niceliksel muhakeme, ortaokul öğrencileri

#### Abstract

*It was aimed to investigate seventh grade students' problem solving strategies and quantitative reasoning skills associated with solving an algebraic verbal problem. Data was gathered with clinical interviews in this qualitative research. Findings indicated that seven participants used arithmetical strategies and the two of these participants used algebraic strategies. It was concluded that participants' quantitative reasoning skills were effected their usage of arithmetical or algebraic strategies. This study put forth that seventh grade students' generally focus on using arithmetical strategies while it is expected to use algebraic strategies in this grade.*

**Keywords:** Transition from arithmetic to algebra, problem solving, quantitative reasoning, middle school students

## 1. Giriş

Öğrenciler cebir ile ilgili temel matematiksel becerileri ortaokul yıllarında kazanmaktadır. Çünkü öğrencilerin ortaokul yıllarında cebir ile ilgili kazandıkları temel matematiksel bilgi ve beceriler, öğrencilerin lise ve lisans düzeyindeki cebirsel kavramları anlamlandırabilmelerine yardımcı olmakta ve bu kavramların öğrenilme sürecine temel oluşturmaktadır. Ayrıca, ortaokul matematiğinin en kritik özelliklerinden biri de aritmetikten cebire geçiş sürecini kapsamaktadır. Bu süreçte, ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerin gelişebilmesi için problem çözme, modelleme, niceliksel muhakeme, genelleme ve çoklu gösterimleri kullanabilme gibi birçok beceri ile ilgili deneyim yaşamaları ve bunları etkili bir şekilde kullanabilmeleri gerekmektedir (Cai ve Knuth, 2011). Bu becerilerden biri olan problem çözme becerisi ise, matematiğin en temel becerisidir. Bireyin problem durumuyla ilgili matematiksel bilgilerini geri çağırabilmesi, çoklu çözüm yollarını ve temsilleri matematiksel bir problemi çözmeye kullanması onun problem çözme sürecini başarılı bir şekilde tamamlamasını sağlar (Schoenfeld 1985; Guberman ve Leikin, 2013). Bireyin sahip olduğu matematiksel bilgi de problem çözme sürecini etkilemekte olup, aynı zamanda problem çözme bireyin sahip olduğu bilgiyi sağlamlaştırmaktadır (Guberman ve Leikin, 2013). Bu nedenle problem çözmenin öğrenme ortamının temelini oluşturmalı, matematiksel kavramların öğretiminde ve becerilerin geliştirilmesinde kullanılması önemlidir (Guberman ve Leikin, 2013; Harel ve Lim, 2004; Lesh ve Zawojewski, 2007).

Ortaokul matematiğinde ise, öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin gelişiminde problem çözme önemli bir role sahip olup cebirsel sözel problemler ortaokul matematiğinin bir parçasıdır. Okul matematiğinde oldukça çok kullanılan cebirsel sözel problemlerin çözüm sürecinde öğrenciler, problemde verilen günlük hayat durumuna ilişkin zihinsel bir model oluşturur ve problem durumundaki nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri göz önüne alarak eşitlik (denklem) yazıp çözerler (Mayer, Lewis ve Hegarthy, 1992). Ayrıca cebirsel sözel problemlerin çözüm sürecinde problemde verilenler ve ilişkiler göz önüne alınıp uygun aritmetiksel işlemler uygulanarak da kolayca çözülebilir (Kılıç, 2011). Day ve Jones (1997)'a göre, öğrencilerin aritmetiksel düşünme yolundan cebirsel düşünme yoluna başarılı bir şekilde geçebilmeleri ancak bu geçişte köprü görevi gören cebirsel sözel problemler ile mümkün olabilir. Cebirsel sözel problemler ortaokul matematiğinde de önemli bir yere sahip olmasının nedeni bireylerin günlük yaşamda birçok sözel problemle karşılaşmaları ile ilişkilendirilebilir (Kılıç, 2011). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözmesi, onların hem akıl yürütme, temsil etme, modelleme ve iletişim gibi becerilerinin gelişmesine yardımcı olmakla birlikte günlük yaşamda matematiksel bilgi ve becerilerini kullanarak deneyim kazanmalarını sağlamaktadır (Greer, 1997; Reusser ve Stebler, 1997). Ayrıca cebirsel sözel problemlerin çözümü ile ilgili yaşanan deneyimler öğrencilerin aritmetikten cebire geçişi kolaylaştırmakta olup cebirsel stratejileri anlamlı bir şekilde kullanmasına yardımcı olmaktadır (Dede, 2004). Cebirsel sözel problemler aynı zamanda öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte yaşadıkları güçlükleri gidermeye yar-

dımcı olmaktadır (Palomares ve Hernandez, 2002). Bu dönemde, iyi yapılandırılmış bir matematik problemi çeşitli çözüm yolları sunulurken gösterilmeli ve öğrencilerin problemin çözümünde kendine uygun olan stratejiyi seçmesine olanak sağlayan sınıf tartışmaları yapılmalıdır (Leikin, 2011). Ortaokul yedinci sınıf matematik dersi öğretim programı kazanımlarına bakıldığında da öğrencilerin cebirsel sözel problemler bağlamındaki ilişkileri farklı problem çözme stratejileri kullanarak göstermesi ve en nihayetinde problem ile ilgili eşitlik (denklem) yazabilmesi ve problemleri bu strateji ile çözebilmesi beklenmektedir. Ancak yapılan araştırmalar, cebirsel sözel problemleri çözme sürecinde ortaokul öğrencilerinin birçoğunun güçlük yaşadıklarını ve yanlış çözümler ortaya koyduklarını göstermiştir (Kabael ve Kızıltoprak, 2014; Stacey ve MacGregor, 1999). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözememelerinin en önemli nedeni ise, problem çözme sürecinde ilk önce problem durumu ile ilgili niceliksel ilişkilere dayalı uygun zihinsel model oluşturmak yerine aritmetiksel işlemler ile uğraşmalarıdır (Mayer, Lewis ve Hegarthy, 1992). Bu nedenle öğrenme ortamında öğretmenlerin en temel amacının öğrencilere problem durumlarını niceliksel olarak düşünme becerisini kazandırmak olmalıdır (Nathan ve Young, 1990).

Bu alanda yapılan araştırmalar, aritmetiksel muhakemeden cebirsel muhakemeye geçişte niceliksel muhakeme becerisinin köprü görevi üstlendiğini, aritmetiksel muhakemeden cebirsel muhakemeye düzgün ve kolay bir geçişte niceliksel muhakeme becerisinin yapışkan görevi üstlendiğini ortaya koymaktadır (Smith ve Thomson, 2007). Nicelik ve nicelikler arasındaki ilişkiler üzerinde akıl yürütmeyi gerektiren niceliksel muhakeme becerisi öğrencilerin üretken biçimde cebirsel sözel problemleri çözebilmelerini sağlamaktadır (Smith ve Thompson, 2007). Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı olan PISA'da üstün performans sergileyen ülkelerden olan Çin ve Singapur'un ortaokul matematik öğretim programlarında cebirsel kavramların öğretimindeki ana amacın öğrencilerin niceliksel ilişkiler ile ilgili anlayışlarını geliştirmek ve derinleştirmek olduğu görülmektedir (Cai, Ng ve Moyer, 2011). Bu nedenle Uzak Doğu ülkeleri aritmetikten cebire geçişte cebirsel sözel problemlerdeki niceliksel ilişkilerin derin anlamlarını öğrencilere kazandırabilmek için farklı yaklaşımlarla öğretim tasarlanmaktadır (Cai, Ng ve Moyer, 2011). Bu öğretim yaklaşımları Çinli ve Singapurlu öğrencilerin erken yaşta niceliksel muhakeme becerilerini kazanarak cebirsel düşünebilmelerini sağlamakta olup onların cebirsel sözel problemleri çözebilmelerine yardımcı olmaktadır (Cai, Ng ve Moyer, 2011). Ayrıca birkaç araştırma (Thompson, 1993; Ellis, 2007; Moore, 2010 vb.) karmaşık ve güçlük düzeyi yüksek olan problemlerin çözüm sürecinde niceliksel muhakeme becerisinin kilit bir rol oynadığını göstermiştir.

### **Niceliksel Muhakeme**

Ortaokul matematiği aritmetikten cebire geçiş sürecini kapsamaması nedeniyle öğrencilerin cebirsel düşünmelerin gelişiminde niceliksel muhakeme becerisi ön plana çıkmaktadır. Thompson (1989) niceliksel muhakemeyi, bir durum içerisindeki niceliklerin oluşturulması ve nicelikler arası ilişkilerin kurulması yolu ile elde edilen bir ağ

olarak açıklamaktadır. Niceliksel muhakeme bireyin bir durumu algılaması, algıladığı durum ile ilgili nicelikleri oluşturması, oluşturulan nicelikler arasında ilişki kurması gibi zihinsel eylemleri içermekle birlikte verilen durumun niceliksel yapı oluşturacak şekilde analiz etmesini sağlamaktadır (Moore, Carlson ve Oehrtman, 2009; Thompson, 1989). Niceliksel muhakeme aynı zamanda bireylerin nicelikleri, nicelikler arası ilişkileri ve niceliklerin birimlerini göz önüne alarak niceliklerin anlamı ile uğraşmayı ve bu süreçte niceliklerin çoklu imajlarını esnek bir şekilde kullanmayı içermesi açısından bir matematiksel düşünme yolu olarak ele alınabilir (Common Core State Standards Initiative [Ortak Temel Eyalet Standartları Açılımı], 2010; Harel, 2013).

Niceliksel muhakeme becerisi niceliklerle ilgili birçok alt beceriden oluşmaktadır. Bu alt becerilerden birkaçı problem durumda verilen niceliklerin oluşturulması, nicelikler arası ilişki kurulması, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumdur. Niceliklerin oluşturulması sürecinde öğrenci nesnenin odaklanılan özelliği ve bu özelliğe ilişkin uygun birimlendirme hakkında bir kavrayış oluşturarak, nesnenin odaklanılan özelliğine sayısal değer vermek için yapılan işlemin ne olduğunun farkına varabilmektedir (Kaput, 1995). Öğrenci nicelikler arası ilişki kurarken nicelikleri birbirleri arasında ilişkilendirebilmek için anlamlı matematiksel işlemler yapmaktadır (Thompson, 1989). Günlük hayattaki bazı durumlarda farklı nicelikler farklı birime sahip olduğu için nicelikler arası ilişki kolay bir şekilde kurulamayabilir. Bu tip durumlarda öğrenci niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanarak nicelikler arası ilişkileri anlamlı bir şekilde kurabilir. Niceliksel birim koordinasyonu yapan bir öğrenci problem durumundaki niceliklerin birimini fark ederek, niceliğe ait sayısal değer ile niceliğin birimini koordine edebilmektedir (Olive ve Çağlayan, 2007; Smith ve Thompson, 2008). Öğrenci problem durumunda verilen iki ya da daha fazla farklı birime sahip nicelikleri koordine edip bir bütün olarak birleştirebildiğinde niceliksel birim korunumunu becerisini kullanmış olur. Böylece farklı nicelikleri ve bunların farklı birimleri arasındaki ilişkileri kullanarak bunları aynı birim cinsinden bir bütün olarak ifade edebilmektedir (Olive ve Çağlayan, 2007).

Niceliksel muhakeme becerisi öğrencilerin günlük hayattaki tecrübelerimizden daha fazla yararlanmamıza ve problem durumunu anlamlı bir şekilde çözümlenmemize imkân vermektedir (Smith ve Thompson, 2007). Çünkü niceliksel muhakeme temel problem çözme yaklaşımında öğrencilerin problem çözme sürecinde nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişki kurmaları, problem durumundaki nicelikleri ve verilenleri anlamlı bir şekilde kullanmalarını ve günlük hayatla ilişkilendirmelerini sağlayabilir. Ayrıca bu süreçte öğrencilerin nicelikleri temsil etmesi, niceliksel çıkarımlar yapmaları ve bunları sayısal hesaplamaları açıklamak ve gerekçelendirmek için kullanmaları onların matematiksel düşünme becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Niceliksel muhakeme becerisi yardımı ile nicelikler arasındaki genel ilişkileri temsil etme öğrencilerin kavramsal gelişimini desteklemekle birlikte aritmetikten cebire geçişte ve cebirsel sözel problemleri çözme sürecinde anlamlı bir araç olarak kullanmasını sağlamaktadır (Smith ve Thompson, 2007). Bu yüzden niceliksel muhakeme

becerisinin aritmetikten cebire geçişte köprü olarak görülüp cebirsel düşünme için temel oluşturduğu ifade edilebilir (Ellis, 2007). Bütün bu nedenlerden dolayı niceliksel muhakeme becerisi hem aritmetikten cebire geçişte hem de problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel becerilerinin gelişimi açısından önem teşkil etmektedir.

Yapılan araştırmalar (Ellis, 2007; Kabael ve Kızıltoprak, 2014; Moore, Carlson ve Oehrtman, 2009; Moore ve Carlson, 2012; Thompson, 1988) cebirsel sözel problemlerinin çözüm sürecindeki kritik ve anahtar bileşenin niceliksel muhakeme becerisi olduğunu ortaya koymuştur. Thompson (1988) günlük hayat durumlarında cebirsel düşünme kullanmak için niceliksel muhakeme becerisinin temel olduğu hipotezine ortaya atmıştır. Bu hipotezden yola çıkarak Thompson (1988) yirmi beş sekizinci sınıf öğrencisinden cebirsel bir sözel problemi çözmesinin istemiştir. Araştırmanın sonucunda, niceliksel muhakeme becerisi açısından yeterli olmayan sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemi çözmeye de yetersiz olduğu bulunmuş olup bu bulgu Thompson (1988)'in hipotezini dolaylı olarak doğrulamıştır. Ellis (2007), araştırmasında iki farklı grupta öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin genelleme becerilerini niceliksel muhakeme becerilerini göz önünde bulundurarak incelemiştir. Bu çalışmada ilk gruptaki öğrencilere cebir derslerinde nicelikler arası ilişkilere odaklanarak öğretim yapılırken diğer gruptaki öğrencilere niceliklerden bağımsız sayı örüntüleri üzerine odaklanılarak öğretim yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda, nicelikler arası ilişki üzerine odaklanılarak yapılan öğretimde öğrencilerin günlük hayat problemlerindeki durumlar arasında bağlantı kurduklarını, dinamik bir ilişki ortaya çıkarabildiklerini ve en nihayetinde günlük hayat problemlerinde istenen ilişkileri anlamlı bir şekilde genellebildiklerini göstermiştir. Buna karşılık sayı örüntüleri üzerine odaklanılan öğretimin öğrencilerin kural, örüntü ve prosedürleri genellemeye yardımcı olduğunu ancak öğrencilerin problemdeki durumlarındaki ilişkileri hem günlük hayat bağlamında hem de nicelikler açısından değerlendirme sürecinde yardımcı olmadığı ortaya çıkmıştır. Moore ve Carlson (2012) ise, genel matematik dersinin alan üniversite öğrencilerinin günlük hayat problemlerini çözme sürecindeki yaklaşımlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın bulguları günlük hayat problemlerini çözme sürecinde nicelikler ile ilgili güçlü bir zihinsel model oluşturan öğrencilerin problemi anlamlı ve doğru bir şekilde çözebildiğini göstermiştir. Bu yüzden araştırmacılar günlük hayat problemlerinin çözme sürecinde anlamlı formül ya da grafik oluşturulmasında öğrencinin verilen durumu görselleştirmek için zihinsel olarak uğraşmasının ve sonrasında nicelikler arası ilişki kurmasının kritik önem taşıdığını vurgulamıştır. Moore, Carlson ve Oehrtman (2009) üniversite öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları niceliksel muhakeme becerisinin nasıl bir rolü olduğunu incelemiştir. Araştırma bulguları üretken bir şekilde problem çözme davranışı göstermede niceliksel muhakeme becerisinin etkili olduğu bulunmuştur. Araştırmacılar ayrıca niceliksel muhakeme becerisinin öğrencilerin problem çözme aşamalarının her birindeki problem çözme davranışlarını incelemeye de yararlı bir büyüteç görevi sunacağını ileri sürmüştür.

Kabael ve Kızıltoprak (2014) araştırmasında cebirsel bir hikâye probleminin çözüm sürecinde on tane altıncı sınıf öğrencilerinin düşünme yollarını incelemişlerdir. Araştırmacılar, bu çalışmaya katılan öğrencilerin düşünme yollarını kullandıkları problem çözme stratejilerini göz önüne alarak analiz etmişlerdir. Literatürde anahtar kelime arama, örüntü arama, diyagram ya da model oluşturma, liste yapma, tablo yapma, problemi basitleştirme, deneme yanılma, eşitlik (denklem) yazma, formül kullanma, sembolik manipülasyon yapma vb. şekilde adlandırılan birçok problem çözme strateji yer almaktadır (Fan ve Zhu, 2007; Polya, 1957). Aritmetiksel dönemde öğrenciler problemleri çözerken niceliklerin bilinen değerlerinden yola çıkarak bilinmeyen niceliğin değerini bulmayı amaçlarken cebirsel dönemde ise öğrenciler bilinmeyen niceliklerden başlayarak denklem kurmaya çalışırlar ve sembolik manipülasyonlarla bilinmeyen niceliklerin değerlerini bulmayı hedeflemektedir (Van Dooren, Verschaffel ve Onghena 2003). Bu yüzden Van Dooren, Verschaffel ve Onghena (2003) sembolik manipülasyonları, eşitlik (denklem) yazma ve formül kullanma stratejilerini genel olarak cebirsel stratejiler olarak ele almış ve bunları içinde değişken geçen ve semboller kullanarak çözüm yapmaya yarayan problem stratejiler olarak ele almıştır. Buna karşılık, aritmetik stratejileri ise deneme yanılma ve özel örnekleri inceleme gibi stratejilerle örneklemiş ve içinde değişkenin geçmediği ve sembollerin kullanılmadığı stratejiler olarak ifade etmiştir. Kabael ve Kızıltoprak (2014)'ın araştırmasının bulguları bu çalışmaya katılan çoğu öğrencinin problem çözme sürecindeki plan yapma basamağını atlayarak anahtar kelime arama stratejisine yöneldikleri ortaya çıkmıştır. Bu katılımcıların anahtar kelime arama stratejisinin problemi çözmeye işe yaradığını fark ettiklerinde deneme yanılma stratejisini kullanmayı tercih etmişlerdir. Problemdeki nicelikler ile ilgili muhakeme yapamayan bu öğrencilerin aritmetiksel stratejileri kullanmaları aritmetik düşünme yoluna sahip oldukları ortaya çıkarmıştır. Niceliksel muhakeme yapabilen öğrenciler ise, problem durumlarındaki ilişkileri anlamış ve problemi verilen nicelikler arasındaki ilişkileri arama stratejisini kullanarak üretken bir şekilde problemi çözmüşlerdir. Bu öğrencilerin problem çözmeye bu yaklaşımları niceliksel düşünme yolunu sahip olduklarını göstermiştir. Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreci boyunca problem çözme süreçlerindeki farklılaşmaları değişim ve gelişim açısından incelemiş ve karşılaştırmışlardır. Bu amaçla yirmi dört tane ortaokul öğrencisi ile çalışmışlardır. Araştırmanın sonucunda, ortaokul öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken genellikle aritmetiksel stratejileri kullanmıştır. Ayrıca bu çalışmada, çalışmaya katılan aritmetikten cebire geçiş sürecinde bulunan ortaokul öğrencilerinin sınıf seviyesi arttıkça cebirsel sözel problemlerin çözüm sürecinde aritmetiksel stratejilerden cebirsel stratejileri kullanmaya geçişleri olumlu olmasına rağmen bu değişiminin ve gelişimin yetersiz ve çok az yaşandığı ortaya çıkmıştır. Didiş ve Erbaş (2012) ise 217 tane onuncu sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile çözülebilen cebirsel sözel problemleri çözme başarılarını ve bu başarılarını etkileyen faktörleri incelemişlerdir. Araştırmanın bulguları çalışmaya katılan onuncu sınıf öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözmeye başarılarının oldukça düşük olduğunu ve bu öğ-

rencilerin çoğunun cebirsel sözel probleme uygun eşitlik (denklem) yazamadığı ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin cebirsel problemi başarılı bir şekilde çözememelerinin nedenleri ise, problem durumunu anlayamamaktan kaynaklı denklemi kuramama ve problemi çözememe ve problem durumunu yorumlayamamaktan kaynaklı denklemi kuramama ve problemi çözememeleri olarak verilmiştir. Aritmetikten cebire geçiş dönemindeki öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken karşılaştıkları güçlükleri giderebilmek için cebir öncesi dönemde formal olmayan sembolleştirme ve denklem çözümü ile öğrencilerin problem durumundaki verilenleri ve nicelikleri etkili bir şekilde kullanması ve temsil etmesi önem kazanmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012), Didiş ve Erbaş (2012) ve Kabael ve Kızıltoprak (2014)'ün araştırmanın sonuçları da cebir öncesi dönemde öğrencilerin eşitlik (denklem) yazma stratejisini kullanmadan önce problem çözme sürecinde öğrencilerin farklı problem çözme stratejilerini kullanarak nicelikler arası ilişki kurmaları hem niceliksel muhakeme becerilerinin gelişmesini hem de üretken bir şekilde problem çözmenin gerçekleşeceği vurgusunu güçlendirmektedir (Cai, Ng ve Moyer, 2011).

### **Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin bir cebirsel sözel probleminin çözümünde kullandıkları problem çözme stratejilerinin ve niceliksel muhakeme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Aritmetikten cebire geçiş döneminde olan yedinci sınıf öğrencilerinin bir cebirsel sözel problemi çözme sürecinde nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri nasıl ele aldıklarının, kullandıkları problem çözme stratejilerinin derinlemesine incelenmesi, bu öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde nerede oldukları konusunda bilgi verebilir. Bu çalışma aritmetikten cebire geçiş dönemindeki öğrencilerin cebirsel sözel problemi çözme sürecinde kullandıkları problem çözme stratejileri ya da niceliksel muhakeme becerilerini inceleyen benzer çalışmalardan birçok farklı yönü bulunmaktadır. Çünkü bu çalışmada cebirsel sözel problemin çözüm sürecinde öğrencilerin kullandığı problem çözme stratejileri ile niceliksel muhakeme becerileri birlikte ele alınmış ve öğrencilerin problem çözme stratejilerini niceliksel muhakeme becerisi göz önüne alınarak nasıl kullandıkları incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel probleminin çözümünde kullandıkları problem çözme stratejileri nelerdir?
2. Yedinci sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme becerileri nasıldır?

## **2. Yöntem**

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin bir cebirsel sözel probleminin çözümünde kullandıkları problem çözme stratejilerinin ve niceliksel muhakeme becerilerinin derinlemesine incelenmesi amaçlandığı için bu çalışmada verilerin toplanması, analizi ve yorumlanması nitel araştırma metodolojisi çerçevesinde yapılmıştır. Nitel

araştırma metodolojisi üzerinde yapılan bir araştırmalar, bir durumu ya da kişilerin sahip oldukları deneyimlerden doğan anlamları, bilgi ve becerileri sistematik olarak inceleme fırsatı vermektedir (Ekiz, 2003).

### **Katılımcılar**

Araştırmanın katılımcıları bir devlet ortaokulunda okuyan dokuz tane yedinci sınıf öğrencisidir. Araştırma yapılan bu devlet ortaokulu İç Anadolu Bölgesinde bulunan bir ilde yer alıp Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) sınavında ortalama seviyede başarı göstermiştir. Bu okulda hizmet veren matematik öğretmenlerinden öğrencilerin matematik başarıları ve matematiksel düşünceleri açıkça ifade edebilme yetenekleri konusunda bilgi alınmıştır. Bu bilgilere dayalı olarak araştırmacılar matematik öğretmenleri ile birlikte araştırmaya katılan dokuz tane yedinci sınıf öğrencisini gönüllülük ilkesi ve ölçüt örnekleme yöntemi kullanarak belirlemişlerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Katılımcıların beşi erkek dördü kız öğrencilerdir. Klinik görüşmenin ilk yapıldığı öğrenciden başlanarak bütün öğrencilere görüşme sırasına göre bir numara (Ö1, Ö2, Ö3,...Ö9) verilmiştir.

### **Verilerin Toplanması**

Bu araştırmadaki nitel veriler matematik eğitimi araştırmacıları tarafından yaygın olarak kullanılan klinik görüşme tekniği ile toplanmıştır. Klinik görüşme, öğrencinin problem çözme sürecindeki bilişsel yapıları ile ilgili derinlemesine betimleme ve çıkarım yapma fırsatı vermektedir (Goldin 1998; Koichu ve Harel, 2007). Klinik görüşme sürecinde araştırmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerinden bir cebirsel sözel problemi çözmeleri istenmiştir. Bu cebirsel sözel problem, hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejilerle çözülebilir olmakla birlikte niceliklerin anlamlı bir şekilde oluşturulması, nicelikler arası ilişki kurulması, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmayı gerektirmektedir. Problem aşağıdaki gibidir:

25 kuruş ve 50 kuruşluk madeni paraların bulunduğu kumbarada toplam 30 tane madeni para vardır. Madeni paraların tutarı 13 lira olduğuna göre bu kumbarada kaç tane 25 kuruş vardır?

Klinik görüşme sürecinde kullanılacak bu cebirsel sözel probleme yönelik klinik görüşme sorularını araştırmacılar hazırlamıştır. Araştırmacılar bu sorular hazırlanırken, soruların açık uçlu ve öğrencinin düşünme sürecini açıklamasına imkân verecek tarzda olması gerektiğini göz önüne almışlardır (Koichu ve Harel, 2007). Bu amaçla problem çözme aşamaları dikkate alarak öğrenciye “Problem ne anlatıyor?” “Problemde verilen ve istenen nelerdir?” , “Kumbaradaki madeni paraların sayısı hakkında neler verilmiş?” ve “Kumbaradaki paraların tutarı hakkında neler verilmiş?” gibi sorular yöneltilmiştir. Klinik görüşme sorularının ve cebirsel sözel problemin anlaşılır olup olmadığını kontrol etmek için katılımcılar arasından olmayan bir yedinci sınıf öğrencisi ile pilot ön klinik görüşme yapılmıştır. Katılımcılar ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerde öğrenciler cebirsel sözel problemle ilgili çalışma kâğıdı ve-



rilmiş olup bu çalışma kâğıdı üzerinde öğrencilerin istedikleri her şeyi yazabileceği söylenmiştir. Klinik görüşmeler video kamera ile kayıt altına alınmış olup ortalama 40 dakika sürmüştür.

### **Verilerin Analizi**

Klinik görüşmelerin tamamlanmasının ardından görüşmelerin dökümleri araştırmacılar tarafından yapılmıştır. Klinik görüşme dökümlerinin analizi iki farklı araştırmacı tarafından içerik analizi tekniği ile çözümlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Çalışmada, araştırmanın temelini oluşturan bir kavramsal çerçeve (problem çözme süreci, problem çözme stratejileri ve niceliksel muhakeme becerisi) bulunduğundan kavramsal çerçeve göz önüne alınarak bir kod listesi çıkarılmış, bu listedeki ilişkili tüm kodlar bir araya getirilip araştırmacılar tarafından anlamlı temalar altında toplanmıştır. İki araştırmacının analiz elde ettiği temalar (kullandıkları problem çözme stratejileri ve niceliksel muhakeme becerileri) karşılaştırılarak ortak temalar belirlenmiş ve ortak temalar üzerindeki analiz sonuçlarının %96 oranında tutarlı olduğu görülmüştür.

### **3. Bulgular**

#### **Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Probleminin Çözümünde Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri**

Araştırma bulguları, dokuz yedinci sınıf öğrencine yöneltilen cebirsel sözel problemi farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye çalıştıklarını göstermiştir. Bu katılımcılardan Ö1, gelişigüzel bir şekilde deneme yanılma stratejisini kullanarak cebirsel sözel problemi ancak sekizinci denemesinde çözebilmiştir.

Ö1: ...12 tane 25 kuruş ve 18 tane 50 kuruş deneyeyim. 12 ile 25 kuruşu çarparsam 300 kuruş... 18 tane 50 kuruş, 900 kuruş oldu. Toplamı 12 lira olur. Olmadı bu...

G: Neden olmadı?

Ö1: 13 lira varmış kumbarada. Ben 12 lira buldum. Bu sefer 10 tane 25 kuruş, 20 tane 50 kuruş yapacağım. İki buçuk ve onu toplarsak on iki buçuk oldu. Yine olmadı.

G: Peki 13 liraya ulaşabilirsin?

Ö1: Denemeye devam edeceğim. Şimdi eşit sayılar koyabilirim. 15'e 15 değeri verebilirim. 15 tane 25 kuruş 3.75 lira yaptı. 15 tane 50 kuruş 7.5 lira yaptı... Toplamı 11.35 kuruş oldu. Bu da olmadı yaa...

Sistematik deneme yanılma stratejisini kullanan beş öğrencinin ise sistemli olarak yaptıkları denemeler ile madeni para sayısı ve para tutarı arasında ilişki kurarak bu problemi Ö1'e göre birkaç denemede ve daha kısa sürede çözebildikleri görülmüştür. Örneğin Ö2, 25 kuruş ve 50 kuruş sayısı ile toplam para tutarı olan 13 lirayı ilişkilendirerek çözüm sürecini anlamlı bir şekilde yapılandırmaya çalıştığı aşağıdaki alıntıda görülmektedir.

Ö2: 15 tane 50 kuruş 7,5 lira olur. 13 liradan 7,5 lirayı çıkartırsak 5,5 lira kalır. 5,5 lirada kaç tane 25 kuruş vardır?... 22 tane. Böylece 37 tane madeni para oldu. 50 kuruşların sayısını 2 tane artırdığımda 17 tane 50 kuruş yaptığımda paraların sayısı 35 olur. Arttırdığımda aralarında bir paralel şey var.

Görüşmeci: Aralarında ne var?

Ö2: Aralarında bir şey var.

Görüşmeci: Ne var anlatır mısın?

Ö2: Yani şey, aralarında bir zıtlık var. Madeni paralardan birinin sayısı artarken diğerinin sayısı azalıyor. 15 tane 50 kuruş için 37 tane, 17 tane 50 kuruş için 35 tane madeni para oldu. 17 tane 50 kuruşu 19 yaparsam burada toplam 33 tane madeni para kalır.... 22 tane 50 kuruş olduğunda 30 tane madeni para olur. O zaman 50 kuruşlar 22 tanedir. 25 kuruşlar da 8 tane olur. Buldum!

Cebirsel sözel problemin çözüm sürecinde Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6'dan farklı olarak Ö7 muhakeme yapma stratejisini kullanarak problemi diğer katılımcılara göre çok kısa süre içerisinde çözmüştür. Ö7'nin bu problemdeki her bir madeni para sayısını birbirleri ile ve para tutarı ile ilişkilendirerek muhakeme yapması onun etkili bir şekilde kısa sürede problemi çözmesini sağlamış olabilir.

Ö7: Şimdi hepsini 50 kuruş olarak düşünsem 26 tane 50 kuruş yapar. Problemden ise 30 tane madeni para olduğu söylenmiş. Bu durumda 4 tane 25 kuruş olması gerek... 4 tane 25 kuruş 1 lira yapar. 26 tane 50 kuruş 13 lira yapar. Dengeleme yapmam lazım... (düşünüyör). Evet buldum. 22 tane 50 kuruş ve 8 tane 25 kuruş olur.

Görüşmeci: Nasıl bir dengeleme yaptın?

Ö7: 4 tane 25 kuruş 1 lira ve 26 tane 50 kuruş 13 lira olduğundan 1 lira fazlalık oldu Şimdi dengeleme yapmak için 26 tane 50 kuruştan 4 tanesini çıkar 22 tane yaptı. 1 lirada 25 kuruşlara ekle 8 tane yaptı. Toplam 30 tane madeni para oldu. 13 lirayı buldum. 30 tane para oldu. Dengelendi....

Araştırmamanın bu bulguları, dokuz yedinci sınıf öğrencisinden yedisinin cebirsel sözel problemini deneme yanılma, sistematik deneme yanılma ve muhakeme yapma stratejileri ile çözdüklerini ortaya koymuş olup bu öğrencilerin problemin çözüm sürecinde aritmetiksel stratejileri kullandıklarını göstermiştir. Bu öğrenciler problemdeki bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyenleri bulmaya çalışmışlardır.

Araştırmaya katılan diğer iki öğrenci (Ö8 ve Ö9) problemi eşitlik (denklem) yazma stratejisini kullanarak çözmüşlerdir. Ö8 önce deneme yanılma stratejisi ile çözüme başlamış olsa da daha sonra bu yolun çok zaman alacağını düşündüğü için bir bilinmeyenli bir eşitlik (denklem) yazarak problemi çözebileceğini ifade etmiştir. Ö9

ise problem çözümünde iki bilinmeyenli iki denklem kurmuş ancak iki bilinmeyenli denklemlerin nasıl çözüleceğini öğrenmediği için deneme yanılma stratejisine yönelmiştir. Daha sonra 50 kuruşların sayısı ile 25 kuruşların sayısını toplam madeni para sayısı ile ilişkilendirerek tek bilinmeyenli bir eşitlik (denklem) yazmış ve çözebilmiştir. Ö9 aynı zamanda sistematik deneme yanılma stratejisini kullanarak da bu problemi çözebilmiştir. Ö8 başlangıçta 25 ve 50 kuruşların sayısını birbiriyle ilişkilendirdiği için Ö9'e göre madeni para sayısını birbirleri ile ilişkisini gösterecek şekilde sembol kullanarak yazabildiği için problemi güçlük çekmeden çözebilmiştir.

*Ö8: Bu problemi değerler vererek çözebilirim. Mesela 25 kuruşluk 10 tane desem 50 kuruşluk 20 tane desem... ee, 12500 kuruş yapar. Ama kumbarada 13 lira vardı... Böyle çok uzun sürebilir... Ben bu problemi denklemlerle çözeceğim. Şimdi 25 kuruşlar  $x$  tane... 50 kuruşlar  $y$  tane dir.  $x + y = 30$ , 30 tane madeni para var. Paraların miktarı 13 lira o zaman 1300 kuruş yapar.  $25x + 50y = 1300$  kuruş yazdım... (Düşünüyor). İki bilinmeyenli denklem yazdım şimdi. Ama biz iki bilinmeyeni denklemlerle çözmeyi daha öğrenmedik....(Düşünüyor). Deneyerek bulurum o zaman...*

Ö8 ve Ö9 cebirsel sözel problemi çözüm sürecinde problemdeki bilinmeyenlerden yola çıkarak eşitlik (denklem) yazıp problemdeki bilinmeyen niceliklerin değerlerini bulabildiği için cebirsel stratejileri kullandıkları ortaya çıkmıştır. Ö9 tüm katılımcılardan farklı olarak cebirsel sözel problemi çözme sürecinde hem cebirsel hem de aritmetiksel stratejileri etkili bir şekilde kullanarak çözüme ulaşmıştır.

Sadece aritmetiksel stratejileri etkili bir şekilde kullanabilen öğrencilerden üçü aynı zamanda bu problemin eşitlik (denklem) yazarak da çözülebileceğini belirtmişlerdir. Ancak bu öğrencilerden ikisi (Ö4 ve Ö5) anlamsız semboller kullandıkları için probleme uygun bir eşitlik (denklem) yazamamış, bu yolla problemi çözememişlerdir. Diğer öğrenci Ö7 tek bilinmeyenli denklem kurduğu halde sembolik manipülasyonları anlamsız yaptığı için kurduğu denklemi çözememiştir. Aritmetiksel stratejiler ile problemi çözen diğer dört öğrenci (Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö6) ise bu problemin çözümünde farklı stratejiler kullanmamışlar ve alternatif çözüm yolu önermemişlerdir. Buna karşılık cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanan öğrenciler (Ö8 ve Ö9) bu problemin aynı zamanda aritmetiksel stratejilerden deneme yanılma ve tablo yapma stratejisiyle de çözülebileceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca sadece aritmetiksel stratejileri kullanarak problemi çözen öğrenciler, cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanan öğrencilere göre daha çok işlem hatası yaptığı ortaya çıkmıştır.

### **Yedinci sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme becerileri**

Bu araştırmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişteki niceliksel muhakeme becerileri ise verilen cebirsel sözel problemindeki niceliksel ilişkileri kurma, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumunu sağlama açısından incelenmiştir. Aritmetiksel stratejilerden deneme yanılma stratejisini

kullanan Ö1'in ancak sekizinci denemesinde problemi çözebilmesinin nedeni problemdeki nicelikler arası ilişkileri güçlükle kurabilmesinden kaynaklandığı düşünülmüştür. Çünkü Ö1 problem çözme sürecinde 25 kuruşların sayısı, 50 kuruşların sayısı, toplam madeni para sayısı arasında ilişkiyi ve kumbaradaki para tutarı ile madeni para sayısı arasında ilişkiyi kuramaması, onun çok fazla deneme yapmasını ve uzun bir süre sonunda problemi çözmesine neden olmuştur. Aritmetiksel stratejilerden sistematik deneme yanılma stratejisini kullanan öğrenciler ise problem durumunda verilen nicelikler arasındaki ilişkileri keşfedebilmişler ve böylece daha az deneme yaparak çözüme ulaşmışlardır. Problem durumu ile ilgili nicelikler arası ilişki kurma öğrencileri zamanı etkili bir şekilde kullanmalarını sağlamakla birlikte bilinçli bir şekilde aritmetiksel stratejileri kullanmalarını sağlamıştır.

Cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanabilen iki öğrencinin (Ö8 ve Ö9) ise problem durumdaki nicelikler arası ilişkileri aritmetiksel stratejileri kullanan öğrencilere göre güçlük çekmeden kurdukları gözlenmiştir. Ö8'in problem durumundaki 25 kuruşların sayısı, 50 kuruşların sayısı ve toplam madeni para sayısını sembol kullanarak birbirleri ile ilişkilendirmesi tek bilinmeyenli denklem (eşitlik) kurmasını ve problemi kolay bir şekilde çözmesini sağlamıştır. Ö9 ise problem durumundaki ilişkileri iki bilinmeyenli denklem ile göstermiş ancak iki bilinmeyenli denklem çözümünü öğrenmediği için problemi çözmeye güçlük çekmiştir. Bunun üzerine Ö9, 25 kuruşların sayısı, 50 kuruşların sayısı ile toplam madeni para sayısına odaklanarak 50 kuruşların sayısını 25 kuruşların sayısına göre sembol kullanarak uygun bir şekilde eşitlik ile temsil edebilmiştir. Böylece Ö9 problemdeki nicelikler arası ilişkiler ile ilgili tek bilinmeyenli bir (eşitlik) denklem kurarak göstermesi, onun problemi iki bilinmeyenli denklemlerin çözümünü bilmese de bilinçli olmadan yerine koyma yöntemini kullanarak problemi çözebilmesini sağlamıştır.

Çalışmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerinin tamamının problem çözme sürecinde niceliksel birim koordinasyonunu ve niceliksel birim korunumunu dikkate alarak problemi çözdükleri görülmüştür. Öğrencilerin hepsi kuruş ile lira niceliği arasındaki ilişkiyi koordine edebilmekte olup "1 liranın 100 kuruşa eşit ya da 100 kuruşun 1 liraya eşit" olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin hepsi madeni kuruş sayısı ile kuruş tutarının çarpımından elde edilen para tutarının, problem durumunda lira cinsinden verilen toplam para tutarına eşit olduğunu fark etmeleri, nicelikler arasındaki ilişkiyi koordine edip bir bütün olarak birleştirebildiklerini yani niceliksel birim korunumu dikkate aldıklarını göstermektedir.

Ö8: Kuruş ve lira arasında işlem yapabilmem için lirayı kuruşa çevirmem gerekiyor. O zaman 13 TL'yi kuruşa çevirmem gerekiyor. 1 lira 100 kuruşa eşittir. 13 TL'yi 100 ile çarptığımızda 1300 kuruş olur.

....

G: Sen 750 kuruş buldun ama 7,5 TL yazdın. Burada ne yapmak istedin?

Ö4: 100 kuruş 1 lira yapıyor. *Kuruşu liraya çevirmek için iki tane virgülli sola kaydırıyorum. Böylece 750 kuruşu 7,5 TL'ye dönüştürmüş oldum.*

#### **4. Tartışma ve Sonuç**

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel bir problemi çözme sürecinde kullandıkları problem çözme stratejileri ve niceliksel muhakeme becerileri incelenmiştir. Araştırma bulguları, dokuz tane yedinci sınıf öğrencisinin yedisinin aritmetiksel stratejileri kullanarak problem çözdüğünü gösterirken diğer iki öğrencinin cebirsel stratejiler kullanarak problemi çözdüğünü göstermiştir. Bu yüzden bu çalışma cebirsel sözel problemi çözme sürecinde yedinci sınıf öğrencilerinin genellikle aritmetiksel stratejilerini kullandığını ve aritmetiksel çözüm odaklı yaklaşım sergilediklerini ortaya çıkarmıştır. Ortaokul yedinci sınıf matematik dersi öğretim programı kazanımlarına bakıldığında öğrencilerin hikâye problemi bağlamındaki ilişkileri eşitlik (denklem) ile yazabilmesi ve problemi bu strateji ile çözebilmesi beklenmektedir. Ancak bulgular, araştırmaya katılan öğrencilerden sadece ikisinin cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanabilmesi beklenen bir sonuç değildir. Ancak ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde, ortaokul öğrencilerin genellikle problem çözme aritmetiksel stratejileri kullandığı cebirsel stratejileri kullanmadığı ya da bu konuda yeterli olmadıkları görülmüştür. Örneğin, Gürbüz ve Akkan (2008) araştırmasında farklı öğrenim seviyesindeki ortaokul öğrencilerin denklem konusunda belirlenen problemlere ilişkin problem çözüm stratejilerini aritmetikten cebire geçiş düzeylerini karşılaştırmıştır. Gürbüz ve Akkan (2008)'in araştırma sonuçları, ortaokul öğrencilerin cebirsel problem çözme sürecinde genellikle aritmetiksel stratejileri kullanmayı tercih ettiklerini göstermekle birlikte ortaokul öğrencilerin aritmetiksel problem çözme stratejilerinden cebirsel problem çözme stratejilerini kullanmaya geçişlerinde olumlu gelişmeler olduğunu ancak farklı sınıf seviyesinde bu değişim ve gelişimin çok az yaşandığını ortaya çıkarmıştır. Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012) da aritmetikten cebire geçiş sürecinde olan ortaokul öğrencilerinin aritmetiksel sözel ve cebirsel sözel problemleri çözme sürecinde kullandıkları problem çözme stratejilerini incelemişlerdir. Bu çalışmanın bulguları da ortaokul öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri genellikle aritmetiksel stratejiler ile çözmeye çalıştıklarını ve aritmetiksel çözüm odaklı olduklarını göstermiştir.

Bu çalışmada cebirsel sözel problemi çözme sürecinde aritmetiksel stratejileri kullanan yedi öğrenciden sadece üçü eşitlik (denklem) yazarak problemi çözebileceklerini belirtmiş olmasına rağmen bu öğrencilerden hiçbiri eşitlik (denklem) yazma stratejisini anlamlı bir şekilde kullanmadığı için problemi çözememişlerdir. Öğrencilerin problemi cebirsel stratejiler kullanarak çözememelerinin nedeni bilinmeyen niceliklere anlamsız birçok sembol atamaları ve sembolik manipülasyonları anlamsız bir şekilde yapmaları ile ilişkilendirilebilir. Alan yazındaki araştırmalar da aritmetikten cebire geçişte eşitlik (denklem) yazma ve çözmeye öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri bilinmeyen niceliklere ilişkin farklı harfler atanması, harflere keyfi değer-

ler atanması, harflerin genelleştirilmiş sayı olarak ele alınması ve harfin bilinmeyen nicelik yerine niceliğin ilişkili olduğu nesne yerine kullanılmasına dayandırılmıştır (Kieran, 1992; Küchmann, 1981). Cebirsel sözel problemi çözme sürecinde, cebirsel problem çözme stratejilerini anlamlı ve etkili bir şekilde kullanan öğrenciler ise bu problemin aynı zamanda deneme yanılma ve tablo yapma stratejileri ile çözülebileceğini belirtmişlerdir. Bu öğrenciler problemin aritmetiksel stratejilerle çözülebileceğini ancak bunun çok zaman alıcı olup bunun yerine denklem ile problemi çözmenin daha kolay olacağını ifade etmişlerdir. Cebirsel strateji kullanan öğrencilerin alternatif problem çözme stratejilerini sunmaları problemi çoklu stratejiler ile çözebileceklerini gösterirken aritmetiksel stratejiler kullanan öğrencilerin çoklu problem çözme stratejilerini kullanmadıklarını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca, cebirsel stratejileri kullanan öğrencilerin denklem yazma stratejisini kullanmanın zaman tasarrufu sağlayacağını ve böylece çözüme daha kolay ulaşacaklarını söylemesi onların denklem ve eşitlik yazma stratejisinin avantajlarını sunabildiklerini ortaya koymaktadır. Çoklu problem çözme stratejilerini düşünerek öğrencilerin problem çözmesi hem kendine uygun problem çözme stratejisini seçmesini hem de esnek ve zaman tasarrufu sağlayan stratejiyi takdir edebilmesini sağlamaktadır. Cebirsel stratejileri kullanarak problemi çözen öğrencilerin aritmetiksel stratejilere göre cebirsel stratejilerle problemi daha kısa zamanda çözebileceklerini belirtmeleri onların kendine uygun, esnek ve zaman tasarrufu sağlayan problem çözme stratejilerini seçmesi açısından üst biliş becerilerinin diğer öğrencilere göre daha güçlü olduğunu da göstermektedir (Hattikudur, Prather, Asquith vd., 2012). Cai, Ng ve Moyer (2011) öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken diğer problem çözme stratejilerine göre cebirsel stratejileri kullanmayı takdir etmeleri için birbirinden farklı birçok cebirsel sözel problemin öğrenme ortamında çözülmesi gerektiğini vurgulamıştır. Öğrenme ortamında cebirsel sözel problemlerin çözme sürecinde öğrencilerin farklı problem çözme yaklaşımını kullanarak cebirsel stratejilerin diğer stratejilerden üstün yönlerini keşfetmesi gerekliliği alan yazında ve ortaokul öğretim programında vurgulanmasına rağmen, bu çalışmadaki sadece iki öğrenci cebirsel stratejiler ile problemi çözdüklerinde daha kolay ve daha kısa süre içerisinde çözüme ulaşabileceklerini ifade etmişlerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı, matematik eğitimi araştırmacıları, öğrencilerin rahat ve kolay bir şekilde aritmetikten cebire geçebilmeleri için aritmetikten cebire geçişte iyi yapılandırılmış çeşitli cebirsel sözel problemlerin öğrenme ortamında sunulması ve bu problemlerin hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejilerle çözümlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır (Bednarz ve Janvier, 2001; Thompson ve Smith, 2007).

Bulgular problem çözme sürecinde hem aritmetiksel ve hem de cebirsel stratejilerin etkili kullanılabilmesinde niceliksel muhakeme becerisinin önemini ortaya çıkarmıştır. Nicelikler arası ilişkileri anlamlı bir şekilde kuran öğrenciler, aritmetiksel stratejilerden sistematik deneme yanılma ya da muhakeme yapma stratejisi ile problemi çözmüşler. Bu öğrencilerin problemdeki nicelikler ile ilgili ilişkiyi anlamlı kurabilmeleri problemim çözüm sürecinde aritmetiksel stratejileri etkili bir şekilde kullanabilmelerini sağlamıştır. Aynı zamanda bu öğrenciler, problemdeki nicelikler-

den 25 kuruşların sayısı, 50 kuruşların sayısı ve toplam para tutarı arasında ilişki kurup, çıkarım yapabildikleri için problemi nicelikler arası ilişkiyi etkili bir şekilde kuramayan öğrencilere göre daha kısa zamanda çözüme ulaşmışlar ve problemi daha iyi anlamlandırabilmişlerdir. Nicelikler arası ilişkileri anlamlı bir şekilde kuran öğrencilerden cebirsel stratejileri kullananlar ise bir bilinmeyenli eşitlik (denklem) ya da iki bilinmeyenli eşitlik (denklem) yazarak problemi çözmüşlerdir. İki bilinmeyenli denklem kuran öğrenci problemi ilk başta iki bilinmeyenli denklemlerin çözümünü öğrenmedikleri için çözemeyeceğini söylemiştir. Daha sonra bu öğrenci 25 kuruşların sayısı ve 50 kuruşların sayısını ilişkilendirerek nicelikler arası ilişki kurduğu için iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümünde yerini koyma metodunu öğrenmediği halde bu yöntemi farkında olmadan kullanmış ve problemi çözebilmiştir. Bu problemin çözüm sürecinde niceliksel muhakeme bileşenlerinden nicelikler arası ilişkinin anlamlı bir şekilde kurulması cebirsel stratejiler ile problemi çözen öğrencilerin de bu problemi etkili bir şekilde çözmelerini sağlamıştır. Araştırmanın bu bulgusu, nicelik ve nicelikler arası ilişkilere odaklanarak problem çözen bireylerin üretken bir şekilde problem çözmesini desteklediği iddiasını güçlendirmektedir (Smith ve Thompson, 2007).

Uzak Doğu Ülkelerinin ortaokul matematik öğretim programlarının amaçlarından biri, öğrencilerin cebirsel sözel problemlerde nicelikler arasındaki ilişkilerin anlamını keşfetmesidir (Cai, Ng, Moyer, 2011). Bu ülkelerin ortaokul öğretim programları, sınıf seviyesi arttıkça nicelikler arası ilişkilerin anlamları gittikçe derinleştirmek ve öğrencileri bu konuda geliştirmeyi sağlamayı amaçlamaktadır. Böyle bir yolla öğrencilerin cebirsel problemleri çöme sürecinde hem cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanacaklarını hem de cebirsel stratejileri takdir edeceklerini savunmuşlardır (Cai, Ng, Moyer, 2011). Bu araştırmanın bulguları da niceliksel muhakeme becerilerini etkili şekilde kullanan öğrencilerin problemi daha iyi anlamlandırıp kısa zamanda çözebilmelerini göstermekle birlikte onların üst biliş becerilerini daha iyi organize ettiklerini ortaya çıkarmıştır. Bazı öğrencilerin ayrıca, niceliksel muhakeme becerisi yardımıyla cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanması problem çöme sürecinde daha esnek yaklaşımlar ve zaman tasarrufu yapmalarını sağlamıştır. Bu öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri ve cebirsel stratejileri etkin bir şekilde kullanabilmesi, onların üst biliş becerilerini de diğer akranlarına göre daha iyi organize edebilmelerini sağlamış olabileceği düşünülmüştür (Hattikudur, Prather, Asquith vd., 2012).

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerine niceliksel ilişkiler yönünden zengin bir cebirsel sözel problem yöneltilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerden birçoğunun nicelikler arası ilişki kurmada güçlük yaşadığı ve cebirsel stratejiler kullanamadıkları ortaya çıkmıştır. Gürbüz ve Akkan (2008) öğrenme ortamlarında farklı problem tiplerine ve farklı çözüm stratejilerine değinilmemesi, öğrencilerin karşılaştıkları problemlere sınırlı çözüm stratejileri geliştirmelerine yol açtığını ifade etmiş olup bu durumun öğrencileri ezbere yönlendirmekle birlikte, aritmetikten cebire geçiş süreçlerini zorlaştırdığını vurgulamışlardır. Araştırmalar, niceliksel ilişki yönünden

zengin problemlerin öğrenme ortamında sunulmasının öğrencilerin problem çözme ve cebirsel düşünme becerilerini geliştireceği anlamına gelmediğini ortaya koymaktadır (Ellis, 2011). Bu nedenle cebirsel sözel problemlerinin çözüm sürecinde öğretmenlerin öğrencilerin muhakeme yapılarına odaklanmaları ve nicelikler arası ilişkilere dayalı olarak öğretim yapmayı amaçlamaları uygun olacaktır (Moore, 2010). Böyle bir öğrenme ortamı öğrencileri hem problemleri çözmeye hem de cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanmaya daha iyi hazırlayacaktır. Öğrencilerin cebirsel düşüncelerini desteklemek için niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında cebirsel sözel problemlerinin hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejilerle çözümlenip, kullanılan stratejiler arasındaki farklılıkların ve üstün yönlerinin tartışılması gerekmektedir (Bednarz ve Janvier, 2001; Cai, Ng ve Moyer, 2011). Bütün bu nedenlerden dolayı, öğrenme ortamında öğrencilerin problemi çözme sürecinde cebiri araç olarak kullanabilmeleri ve cebirsel stratejileri takdir edebilmeleri için problem çözüm sürecinde, problem stratejileri üzerinde durulması, öğrencilerin niceliksel muhakeme becerilerine odaklanılarak farklı yaklaşımlarla problemleri çözmelerinin sağlanması, aynı zamanda aritmetiksel ve cebirsel stratejiler arasında ilişki kurulmasının yararlı olacağına inanılmaktadır.

## 5. Kaynaklar

- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş problemi çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Bednarz, N. ve Janvier, B. (2001). Emergence and development of algebra as a problemsolving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 115–136). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Cai, J. ve Knuth, E. (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. New York: Springer.
- Cai, J., Ng, S. F. ve Moyer, J. C. (2011). Developing students' algebraic thinking in earlier grades: Lessons from China and Singapore. In J. Cai ve E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. (pp. 25-41). Springer Berlin Heidelberg.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Day, R. ve Jones, G. A. (1997). *Building bridges to algebraic thinking. Mathematics Teaching in the Middle Schools*, 2(4), 208-213.
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 3, 175 -192.
- Didiş, M. G. ve Erbaş, A. K. (2012). *Lise öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözmedeki başarısı*. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı, Nigde, Turkey, Haziran 27-30, 2012 (p. 430): Nigde Üniversitesi, Türkiye.
- Ellis, A. B. (2007). The influence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction*, 25(4), 439-478.



- Ellis, A. B. (2011). Algebra in the middle school: Developing functional relationships through quantitative reasoning. In J. Cai ve E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. (pp. 215-238). Springer Berlin Heidelberg.
- Fan, L. ve Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Education Studies Mathematics*, 66(1), 61-75.
- Harel, G. (2013). The Kaputian program and its relation to DNR-based instruction: A common commitment to the development of mathematics with meaning. In M. Fried ve T. Dreyfus (Eds.), *The SimCalc vision and contribution* (pp. 438-448). Springer.
- Harel, G. ve Lim, K. H. (2004). Mathematics teachers' knowledge base: Preliminary results. In M. Hoines ve A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3(3), pp. 25 – 32). Bergen, Norway.
- Hattikudur, S., Prather, R. W., Asquith, P., Alibali, M. W., Knuth, E. J. ve Nathan, M. (2012). Constructing graphical representations: Middle schoolers' intuitions and developing knowledge about slope and Y-intercept. *School Science and Mathematics*, 112(4), 230-240.
- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly ve R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517–545). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Guberman, R. ve Leikin, R. (2013). Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers' views by employing multiple-solution tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 33-56.
- Gürbüz, R. & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33(148), 64-76.
- Kabael, T. ve Kızıltoprak, F. (2014). Sixth grade students' ways of thinking associated with solving algebraic verbal problems. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl ve D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 6, p. 120). Vancouver, Canada: PME.
- Kaput, J. (1995). Long term algebra reform: Democratizing access to big ideas. In C. Lacampagne, W. Blair ve J. Kaput (Eds.), *The algebra initiative colloquium* (pp. 33–52). Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının standart olmayan sözel problemlere verdikleri yanıtlar ve yorumlar. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 55-74.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Koichu, B. ve Harel, G. (2007). *Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers*. Educational Studies in Mathematics, 65(3), 349-365.
- Küchemann, D.E. (1981). Algebra. In K.M. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics* (pp. 102-119). John Murray.
- Mayer, R. E., Lewis, A. B. ve Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. *Advances in Psychology*, 91, 137-153.
- Moore, K. C. ve Carlson, M. P. (2012). Students' images of problem contexts when solving applied problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 48-59.
- Nathan, M. J. ve Young, E. (1990). Thinking situationally: Results with an unintelligent tutor for word algebra problems. In A. McDougell ve C. Dowling (eds.), *Computers and education* (pp. 187-216). New York: North-Holland.

- Leikin, R. (2011). Multiple-solution tasks: From a teacher education course to teacher practice. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 43(6), 993-1006.
- Lesh, R. ve Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *The handbook of research on mathematics teaching and learning* (2nd ed., pp. 763–804). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Charlotte, NC: Information Age Publishing. (Joint Publication).
- Moore, K. C. (2010). Relationships between quantitative reasoning and students' problem solving behaviors. *Proceedings of the Fourteenth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 298-313). Portland, OR: Portland State University.
- Moore, K. C., Carlson, M. P. ve Oehrtman, M. (2009). *The role of quantitative reasoning in solving applied precalculus problems*. Paper presented at the Twelfth Annual Special Interest Group of the Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education (SIGMAA on RUME) Conference, Raleigh, NC: North Carolina State University.
- Olive, J. ve Çağlayan, G. (2008). Learners' difficulties with quantitative units in algebraic word problems and the teacher's interpretation of those difficulties. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2), 269-292.
- Palomares, J. C. A. ve Hernandez, J. G. (2002). Identification of strategies used by fifth graders to solve mathematics word problems. In D. Mewborn, P. Sztajn, D. White, H. Wiegel, R. Bryant ve K. Nooney (Eds.), *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, p.1379). Athens, Georgia State University.
- Pólya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton. New Jersey: Princeton University.
- Reusser, K., ve Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution – The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, 7, 309-327
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Smith, J. ve Thompson, P. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. Kaput ve D. Carraher (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 95-132). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (1999). *Learning the algebraic method of solving problems*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-167.
- Thompson, P. (1988). Quantitative concepts as a foundation for algebraic reasoning: Sufficiency, necessity, and cognitive obstacles. In M. Behr, C. Lacampagne ve M. Wheeler (1988) (Eds.), *Proceedings of the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 163-170). Dekalb, IL: Northern Illinois University.
- Thompson, P. (1989). *A cognitive model of quantity-based algebraic reasoning*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, USA.
- Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165-208.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L ve Onghena, P. (2003). Pre-service teachers' preferred strategies for solving arithmetic and algebraic word problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 27-52.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (genişletilmiş 5. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

## Extended Abstract

*Middle school grades are important for students to gain fundamental mathematical skills. These grades include the process of transition from arithmetic to algebra. Cai and Knuth (2011) stated that middle school students should experience skills like qualitative reasoning, generalizing in order to develop algebraic reasoning. Another thing important in middle school mathematics is problem solving. Guberman and Leikin (2013) emphasized that not only mathematical knowledge effects problem solving process but also problem solving supports one's mathematical knowledge. Literature indicates that therefore problem solving should be foundation of mathematics learning environment (Guberman and Leikin, 2013; Harel and Lim, 2004; Lesh and Zawojewski, 2007). To support middle school students' transition from arithmetic to algebra, problem solving especially verbal problems' solving gain more importance. According to Day and Jones (1997) the transition from arithmetic to algebraic thinking is possible with algebraic verbal problems. Palomares and Hernandez (2002) state that algebraic verbal problems help students get over the difficulties with the transition from arithmetic to algebra. Literature emphasizes that quantitative reasoning is as glue in the transition from arithmetic to algebraic reasoning (e.g.. Smith and Thomson, 2007). According to Smith and Thomson (2007) quantitative reasoning provides students to solve verbal problems.*

*It was aimed to investigate seventh grade students' problem solving strategies and quantitative reasoning skills associated with algebraic verbal problems in this study. This study is a qualitatively designed study. Data was gathered with clinical interviews. Clinical interviews were conducted with nine seventh grade students. In clinical interviews, a verbal problem was given the participants and s/he was questioned in solving process of this verbal problem. Data gathered from clinical interviews was analyzed by qualitative content analysis (Yıldırım and Şimşek, 2005). It was seen that seven participants out of nine used arithmetical strategies and the remaining two used algebraic strategies. When middle school mathematics curriculum is investigated, it is expected from seventh grade students that they could represent the relationships in a verbal problem by algebraic equation with algebraic reasoning. This study put forth that seventh grade students generally focus on using arithmetical strategies while it is expected to use algebraic strategies in this grade.*

*It was concluded that participants' quantitative reasoning skills were affected their usage of arithmetical or algebraic strategies. Also Gürbüz and Akkan (2008) concluded that middle school students improved their skills in the transition from arithmetic to algebra but this improvement is restricted in different grades. In this study, only three out of seven students stated that they could solve the problem by equation, but none of them was able to solve with this way. These participants could not solve the problem arithmetically because they attained symbols to the quantities and manipulated these symbols meaninglessly. The participants who were able to solve the problem with algebraic strategies indicated that using table or trial and error strategies could solve the problem but these strategies could take so much time. It was seen that they were aware of advantages of algebraic strategies. Therefore, it was concluded that the participants who use quantitative reasoning skills effectively could also organize their meta-cognitive skills. This conclusion supports Hattikudur, Prather, Asquith et al. (2012) results about this issue.*

*Data of the study revealed that quantitative reasoning is important both arithmetical and algebraic problem solving strategies. The participants who realized the relationship among the quantities were able to use trial and error or reasoning strategies meaningfully. This result*

*of the study supports Smith and Thompson's (2007) conclusion that focusing the relationships among the quantities develops problem solving ability.*

*A rich problem in terms of relationships among the quantities was given to the participants in this study. It was seen that most of the participants had difficulties with realize relationships among the quantities and using algebraic strategies. On the other hand, studies revealed that to pose such rich problems in learning environment is not sufficient to develop algebraic thinking (Ellis, 2011). Moore (2010) emphasized that it was necessary to design instructions in order to students 'focusing on the quantities and relationships among them. Such a learning environment can supports students to solve algebraic verbal problems. In literature it was emphasized that the differences between algebraic and arithmetical problem solving strategies should be discussed in learning environments focusing on relationships among the quantities in algebraic verbal problems (Cai Ng and Moyer, 2011; Bednarz and Janvier, 2001). Based on the results obtained in this study and based on literature, it was concluded that quantitative reasoning skill is essential in developing algebraic reasoning in seventh grade. Therefore, it should be aimed to develop students 'quantitative reasoning skill in algebraic verbal problems and students 'awareness of algebraic strategies advantages in solving problems.*