ANADOLU ÜNİVERSİTESİ BİLİM VE TEKNOLOJİ DERGİSİ
ANADOLU UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
Cilt/Vol.:8-Sayı/No: 1 : 93-102 (2007)

ARAŞTIRMA MAKALESİ /**RESEARCH ARTICLE**

TEK YÖNLÜ ÖZEL SEÇİMLİ VARYANS ÇÖZÜMLEMESİNDE FARKLI VARYANSLILIK SORUNU VE BİR ÇÖZÜM ÖNERİSİ

A.Fırat ÖZDEMİR[1], Serdar KURT[2]

ÖZ

Varyans çözümlemesi yöntemi tıp, mühendislik, tarım, eğitim, psikoloji, sosyoloji ve biyoloji gibi birçok alanda değişim kaynaklarının araştırılması sürecinde başvurulan en güçlü araçlardan biridir. Yöntemin dayandığı olasılık dağılımının (F) geçerli olması ve verdiği sonuçların istenilen hata sınırları içinde kalması için her bir deneme ile elde edilen gözlemlerin eşit varyanslı kitlelerden çekilmesi gerekir. Bu varsayımın sağlanmaması literatürde farklı varyanslılık (heteroscedasticity) olarak adlandırılır. Farklı varyanslılık durumunda F testi çoğunlukla deneme ortalamaları arasında gerçekte olmayan anlamlı farklar bulma yönünde eğilim gösterir. Bu çalışmanın birinci bölümünde tek yönlü özel seçimli varyans çözümlemesinde farklı varyanslılığın sonuçları üzerinde durulmuştur. İkinci bölümde farklı varyanslılık probleminin çözümüne yönelik olarak geliştirilen yeni bir yaklaşım tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde yapılan bir benzetim çalışması ile önerilen yeni yaklaşım, geleneksel F testi ve literatürde yer alan iki alternatif test, (Welch Testi, Kruskal-Wallis Testi) gerçekleşen anlam düzeyi ve testin gücü ölçütleri bakımından karşılaştırılmıştır. Dördüncü bölümde ise farklı deney kombinasyonlarının oluşturduğu durumlar için hangi testin daha uygun olduğuna dair önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler : ANOVA, Farklı varyanslılık, F testi, Welch testi, Kruskal-Wallis testi.

ONE WAY FIXED EFFECT ANALYSIS OF VARIANCE UNDER VARIANCE HETEROGENEITY AND A SOLUTION PROPOSAL

ABSTRACT

Analysis of variance (ANOVA) is one of the most powerful tools while investigating the sources of variability in many disciplines like medicine, engineering, agriculture, education, psychology, sociology and biology. In ANOVA, variance of the distributions in which the samples are drawn should be the same to validate the underlying probability distribution of the method and to confine the errors within the desired limits. Violation of this equality of variances assumption is called as heteroscedasticity in literature. F test is generally liberal under variance heterogeneity. In the first part of this study the results of heteroscedasticity will be examined in terms of F test. Second part includes the presentation of new and simpler approximation procedure. Third part consist of a simulation study which was implemented to compare the actual significance level and power of the new approximation, conventional F test and two other alternatives (Welch Test, Kruskal-Wallis Test). Some recommendations about the preference of these tests for different types of experimental conditions were given in the fourth part.

Keywords: ANOVA, Heteroscedasticity, F test, Welch test, Kruskal-Wallis test.

[1,] Yrd. Doç. Dr. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Kaynaklar Yerleşkesi, 35160, Buca-İZMİR.
Tel: 232-4128600; **Faks:** 232-4534265; **E-posta:** firat.ozdemir@deu.edu.tr
[2,] Prof. Dr. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Kaynaklar Yerleşkesi, 35160, Buca-İZMİR.
E-posta: serdar.kurt@deu.edu.tr

Geliş: 15 Mart 2006; **Düzeltme:** 02 Ağustos 2006; **Kabul:** 21 Eylül 2006

1. GİRİŞ

Varyans çözümlemesi genellikle ikiden fazla kitle ortalamasının eşitliği test edilirken yararlanılan bir yöntemdir. Burada test edilen hipotez,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$$
$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i*} \quad \textit{en az bir } i, i* \textit{ çifti için}$$

biçiminde kurulur. Bu hipotez, cevap değişkeninde (Y) gözlenen toplam değişim varyans çözümlemesi yardımıyla

$$GKT = HKT + DKT$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}\right)^2 \quad \textbf{(1)}$$

olarak iki kısma ayrıldıktan sonra tüm $i=1,2,\ldots,k$ düzeyleri için $Y_{ij} \sim NID\left(\mu_i, \sigma^2\right)$ $j=1,2,\ldots,n_i$ olmak üzere

$$\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}\right)^2 \Big/ (N-k)} = \frac{DKO}{HKO} \sim F_{k-1\,,\,N-k} \quad \textbf{(2)}$$

biçiminde tanımlanan test istatistiğine sahip F testi ile test edilir. F testi'nin uygulanabilmesi için

- Gözlemlerin birbirinden bağımsız elde edilmesi
- Gözlemlerin elde edildiği kitle dağılımlarının normal dağılıma uyması
- Gözlemlerin elde edildiği kitle dağılımlarına ait varyansların homojen olması

varsayımlarının sağlanması gerekir. Her bir deneme ile elde edilen gözlemlerin çekildiği kitle varyanslarının homojen olmaması durumu farklı varyanslılık (heteroscedasticity) olarak adlandırılır. Farklı varyanslılık durumunda, diğer iki varsayım sağlanıyorsa deneydeki cevap değişkeninin dağılımı tüm $i=1,2,\ldots,k$ düzeyleri için $Y_{ij} \sim NID\left(\mu_i, \sigma_i^2\right)$ $j=1,2,\ldots,n_i$ biçiminde olur. Farklı varyanslılık durumunda karşılaşılan iki temel sorundan ilki F testine ait test istatistiğinin dağılımının $F_{k-1,N-k}$ dağılımına uymaması, ikincisi ise araştırmacı tarafından belirlenen anlam düzeyinin test sonunda korunamamasıdır.

1.1 Farklı Varyanslılık Durumunda F Oranının Dağılımında Gözlenen Değişim

Farklı varyanslılık durumunda DKO/HKO oranının dağılımı konusunda yapılan en yetkin çalışma (Box, 1954a) dır (Rupert ve Miller, 1986). Box, farklı varyanslılık durumunda, deneme ve hata karelerine ait karesel biçimlerin dağılımında gözlenen değişimi tek yönlü varyans çözümlemesine uyarlamış ve DKO/HKO oranının

$$b = \frac{N-k}{N(k-1)} \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(N-n_i\right)\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{k}\left(n_i-1\right)\sigma_i^2}$$

$$h' = \frac{\left\{\sum_{i=1}^{k}\left(N-n_i\right)\sigma_i^2\right\}^2}{\left\{\sum_{i=1}^{k} n_i\sigma_i^2\right\}^2 + N\sum_{i=1}^{k}\left(N-2n_i\right)\sigma_i^4} \quad \textbf{(3)}$$

$$h = \frac{\left\{\sum_{i=1}^{k}\left(n_i-1\right)\sigma_i^2\right\}^2}{\left\{\sum_{i=1}^{k}\left(n_i-1\right)\sigma_i^4\right\}}$$

değerleri ile $bF_{h',h}$ dağılımına yaklaştığını belirtmiştir.

1.2 Araştırmacı Tarafından Belirlenen Anlam Düzeyi (Nominal) İle Gerçekleşen Anlam Düzeyi (Actual) Arasındaki Fark

Düzenlenen deney sonunda elde edilen gözlem değerleri, varyans çözümlemesi ve F testi ile çözümlendiğinde farklı varyanslılık durumu ile karşılaşılırsa, gerçekleşen anlam düzeyi bazı durumlarda belirlenen anlam düzeyinin 3 ya da 4 katına kadar yükselebilirken bazı durumlarda ise bu düzeyin çok altında kalabilir (Wilcox vd, 1986). İlk durumda araştırmacı, göze aldığı I.Tip hata yapma riskinin 3-4 katı daha fazla bir risk ile karşı karşıya olurken gerçekte doğru olan ve reddedilmemesi gereken $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$ hipotezi, farklı varyanslılık problemi nedeniyle reddedilebilir. İkinci durumda ise II. Tip hata yapma olasılığı artacağından gerçekte denemeler arasında var olan farklar yakalanamayabilir.

Belirlenen anlam düzeyi ile gerçekleşen anlam düzeyi arasındaki fark kitle varyansları ve her deneme ile yapılan tekrar sayılarına bağlıdır. Farklı varyanslılığın, F testi sonuçları üzerindeki etkilerini görmek için büyük örneklem genişliği durumuna yani F oranını oluşturan DKO ve HKO değerlerinin beklenen değerlerine bakmak gerekir (Rupert ve Miller, 1986).

σ_i^2 $i=1,2,\ldots,k$ kitle varyansları olmak üzere hata kareler ortalamasının beklenen değeri

$$E(HKO) = E\left[\frac{1}{N-k}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}\right)^2\right] = \frac{1}{N-k}\sum_{i=1}^{k}\left(n_i-1\right)\sigma_i^2 \quad \textbf{(4)}$$

biçimindedir. $N-k=\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)$ olduğu için bu değer n_i-1 ağırlıkları ile σ_i^2 değerlerinin bir ağırlıklı ortalamasıdır. H_0'ın doğruluğu altında deneme kareler ortalamasının beklenen değeri ise

$$
\begin{aligned}
E(DKO) &= E\left[\frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{k-1}\left[\sum_{i=1}^{k} n_i E\left(\bar{Y}_{i.}-\mu\right)^2 - NE\left(\bar{Y}_{..}-\mu\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{k-1}\left[\sum_{i=1}^{k} n_i\frac{\sigma_i^2}{n_i} - N\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\sigma_i^2}{N^2}\right] \qquad \textbf{(5)} \\
&= \frac{1}{N(k-1)}\sum_{i=1}^{k}\left(N-n_i\right)\sigma_i^2
\end{aligned}
$$

biçimindedir. Bu değer de $N-n_i$ ağırlıkları ile σ_i^2 değerlerinin ağırlıklı ortalamasıdır.

Her deneme ile eşit sayıda tekrarın yapıldığı dengeli deney düzenlerinde H_0 hipotezi doğru ise $E(HKO)=E(DKO)$ olacağı için farklı varyanslılığın etkisi Var(DKO) değerinin incelenmesi ile gözlenebilir. Bu değer

$$
Var(DKO) = \frac{2\bar{\sigma}^4}{k-1}\left[1+\frac{k-2}{k(k-1)}\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(\sigma_i^2-\bar{\sigma}^2\right)^2}{\bar{\sigma}^4}\right] \qquad \textbf{(6)}
$$

biçimindedir. Kitle varyanslarının homojen olması durumunda parantez içindeki değer 1'e eşit olurken farklı varyanslılık durumunda 1'den büyük çıkar. Farklı varyanslılık, Var(DKO)'nun alacağı değerin, homojen varyanslılık durumuna göre daha büyük olmasına neden olur. F dağılımı tek kuyruklu bir dağılım olduğu için Var(DKO)'nun büyümesi E(DKO)'nun büyümesine bu da F oranının büyümesine neden olacaktır (Rupert ve Miller, 1986). Dengeli deney düzenleri için farklı varyanslılık durumunda F oranının payı paydasından daha büyük değer alma eğilimi gösterir. Bunun sonucu olarak da gerçekleşen anlam düzeyi, belirlenen anlam düzeyinden daha büyük çıkar ve test, liberal bir eğilim gösterir. Ancak farklı varyanslılık nedeniyle belirlenen anlam düzeyinin korunamaması sorunu, dengesiz deney düzenlerinde olduğu kadar ciddi boyutta değildir (Box, 1954a; Scheffe, 1959).

Dengesiz deney düzenlerinde farklı varyanslılığın etkisini incelemek için iki uç durum ele alınmalıdır. Bunlardan birincisi literatürde aynı yönde eşleşme (AYE) olarak adlandırılan varyansı büyük olan kitleye ait deneme ile yapılan tekrar sayısının büyük, varyansı küçük olan kitleye ait deneme ile yapılan tekrar sayısının küçük olması durumudur. Bu durumda Eşitlik (4)'te verilen E(HKO)'da büyük varyansın ağırlığı büyük olurken Eşitlik (5)'te verilen E(DKO)'da küçük varyansın ağırlığı büyük olmaktadır. Bunun sonucunda DKO/HKO olarak tanımlanan F oranının payı, paydasından daha küçük değerler alma eğilimi gösterecek ve gerçekleşen anlam düzeyi, belirlenen anlam düzeyinden daha küçük çıkacaktır. F testi, farklı varyanslılığın gözlendiği ve aynı yönde eşleşmenin olduğu dengesiz deney düzenlerinde tutucu eğilim gösterir ve bunun sonucu olarak gerçekte denemeler arasında olan anlamlı farklar bulunamayabilir (Brown ve Forsythe, 1974; Clinch ve Keselman, 1982). Dengesiz deney düzenlerinde incelenmesi gereken ikinci uç durum ise literatürde ters yönde eşleşme (TYE) olarak adlandırılan, varyansı büyük olan kitleye ait deneme ile yapılan tekrar sayısının küçük, varyansı küçük olan kitleye ait deneme ile yapılan tekrar sayısının büyük olması durumudur. Bu durumda Eşitlik (4)'te verilen E(HKO)'da büyük varyansın ağırlığı küçük olurken Eşitlik (5)'te verilen E(DKO)'da büyük varyansın ağırlığı büyük olmaktadır. Bunun sonucunda DKO/HKO olarak tanımlanan F oranının payı, paydasından daha büyük değerler alma eğilimi gösterecek ve gerçekleşen anlam düzeyi, belirlenen anlam düzeyinden daha büyük çıkacaktır. F testi, farklı varyanslılığın gözlendiği ve ters yönde eşleşmenin olduğu dengesiz deney düzenlerinde liberal eğilim gösterir ve bunun sonucu olarak denemeler arasında gerçekte anlamlı olmayan farklar bulunabilir (Brown ve Forsythe, 1974; Clinch ve Keselman, 1982).

Uygulamada, hangi denemeye ait kitle varyansının büyük, hangi denemeye ait kitle varyansının küçük olduğunun bilinmesi elbette mümkün değildir. Burada, F testinin farklı varyanslılıktan en çok etkilendiği iki uç durum üzerinde durulmuştur. Literatürde, farklı varyanslılık sorununa çözüm olarak önerilen yaklaşımlar değerlendirilirken, özellikle bu iki uç durumdaki performanslar göz önüne alınmaktadır.

2. YENİ VE BASİT BİR ÇÖZÜM ÖNERİSİ

Özel seçimli deneyler için, tek yönlü varyans çözümlemesinde farklı varyanslılık sorununa çözüm olarak geliştirilen yaklaşımları

- Veri dönüşümleri
- Yaklaşık (approximate) testler
- Tam (exact) testler
- Parametrik olmayan testler
- Ağırlıklı en küçük kareler tahmin yöntemi
- Güçlü (robust) istatistiksel yöntemler

biçiminde 6 ana başlıkta gruplandırmak mümkündür. Bu bölümde anlatılacak yaklaşım yaklaşık testler grubuna dahildir.

k düzeyinin özel olarak seçildiği ve bu düzeylere (denemelere) ait kitle dağılımlarının normal olduğu tek etkenli bir deneyden elde edilen Y_{ij} ($i=1,2,...,k$; $j=1,2,...,n_i$) gözlemleri ile hesaplanan deneme ortalamaları $\bar{Y}_{i.}$ ve bu ortalamalara ait standart hatalar da

$$S_{\bar{Y}_{i.}} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} \right)^2}{n_i \left(n_i - 1 \right)} \right]^{1/2} \qquad i = 1,2,\ldots,k \tag{7}$$

olsun. Her $i = 1,2,\ldots,k$ denemesi için $\sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1$ olacak şekilde,

$$\omega_i = \frac{1/S^2_{\bar{Y}_{i.}}}{\sum_{i=1}^{k} \left(1/S^2_{\bar{Y}_{i.}} \right)} \tag{8}$$

ağırlıkları hesaplansın. Hesaplanan ω_i ağırlıkları ve $\bar{Y}_{i.}$ deneme ortalamaları kullanılarak

$$Y^{+} = \sum_{i=1}^{k} \omega_i \bar{Y}_{i.} \tag{9}$$

biçiminde tanımlanan bir ağırlıklı ortalama hesaplansın. Y^{+} ağırlıklı ortalama değeri, μ genel ortalamanın varyans ağırlıklı bir tahminidir. Bu değerler kullanılarak hesaplanan

$$t_i = \frac{\bar{Y}_{i.} - Y^{+}}{S_{\bar{Y}_{i.}}} \tag{10}$$

istatistiğinin dağılımı $\nu_i = n_i - 1$ serbestlik dereceli Student t dağılımına uyar. Bu aşamada, hesaplanan her bir t_i değerine, Bailey tarafından Student t dağılan rassal değişkenler üzerinde kullanılmak üzere önerilen

$$z_i = \pm \frac{4\nu_i^2 + \frac{5\left(2z_c^2 + 3\right)}{24}}{4\nu_i^2 + \nu_i + \frac{4z_c^2 + 9}{12}} \nu_i^{1/2} \left\{ ln\left(1 + \frac{t_i^2}{\nu_i} \right) \right\}^{1/2} \sim N\left(0,1\right) \tag{11}$$

biçimindeki lokal tam normallik dönüşümü uygulanır (Bailey, 1980). Burada z_c değeri, standart normal dağılımda araştırmacının belirlediği anlam düzeyinin yarısına $\alpha/2$ karşılık gelen kritik değere eşittir ($\alpha = 0.05$ ise $z_c = 1.96$). Dönüşümden sonra elde edilen z_i değerlerinin kareleri alınarak

$$B^2 = \sum_{i=1}^{k} z_i^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{4\nu_i^2 + \frac{5\left(2z_c^2 + 3\right)}{24}}{4\nu_i^2 + \nu_i + \frac{4z_c^2 + 9}{12}} \nu_i^{1/2} \left\{ ln\left(1 + \frac{\left(\frac{\bar{Y}_{i.} - Y^{+}}{S_{\bar{Y}_{i.}}} \right)^2}{\nu_i} \right) \right\}^{1/2} \right)^2 \tag{12}$$

biçiminde tanımlanan, dağılımı k-1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına yaklaşan ve tarafımızdan B^2 olarak isimlendirilen istatistik hesaplanır. Hesaplanan bu değer, $\chi^2_{k-1,1-\alpha}$ tablo değerini geçerse $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$ hipotezi reddedilir. Bu istatistikte yer alan

$$\frac{4\nu_i^2 + \frac{5\left(2z_c^2 + 3\right)}{24}}{4\nu_i^2 + \nu_i + \frac{4z_c^2 + 9}{12}} \nu_i^{1/2} \tag{13}$$

terimi c ile gösterilirse istatistik,

$$B^2 = \sum_{i=1}^{k} z_i^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c \left\{ ln\left(1 + \frac{\left(\frac{\bar{Y}_{i.} - Y^{+}}{S_{\bar{Y}_{i.}}} \right)^2}{\nu_i} \right) \right\}^{1/2} \right)^2 \tag{14}$$

biçiminde de yazılabilir. Farklı serbestlik dereceleri ve anlam düzeyleri için hesaplanan c değerleri Tablo 1'de gösterilmiştir. Tablo 1'deki c değerleri kullanılarak elle yapılan çözümlemelerde kolaylık sağlanmış olunur.

3. BENZETİM ÇALIŞMASI

Önerilen B^2 istatistiğinin performansı, Tablo 2 ve 3'de verilen ve (Hartung vd, 2002) 'den alınan deney düzenlerinde, Tablo 7'de verilen k=3 deneme için yazarların önerdiği ve kitle varyanslarının (Hartung vd, 2002)'deki deney düzenlerinden daha büyük alındığı deney düzenlerinde F Testi, Kruskal Wallis Testi (KW) ve Welch Testi (W) ile karşılaştırılmıştır.

Kruskal Wallis Testi (Kruskal ve Wallis, 1952) literatürde, tek yönlü varyans çözümlemesinin parametrik olmayan karşılığı biçiminde yer alır ve F testinin uygulanamadığı durumlarda araştırmacılar tarafından sıklıkla başvurulan bir testtir. k denemenin yer aldığı bir deneyde bu test için test istatistiği

$$n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k \quad , \quad R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij} \quad \text{olmak üzere,}$$

$$H = \frac{12}{n\left(n+1\right)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3\left(n+1\right) \sim \chi^2_{k-1} \tag{15}$$

biçimindedir.

Welch Testi, (Welch, 1951) tek yönlü varyans çözümlemesinde farklı varyanslılık sorununun incelendiği hemen her çalışmada değinilen ve çoğunlukla tekrar sayısının az, deneme sayısının çok olduğu düzenler dışında kullanımı tavsiye edilen bir testtir (Tomarken

Tablo 1. α=0.01, α=0.05, α=0.10 anlam düzeyi değerleri için c katsayıları

sd	A=0.01	α=0.05	α=0.10	sd	α=0.01	α=0.05	α=0.10	sd	α=0.01	α=0.05	α=0.10
1	0.92814	0.88552	0.86478	**11**	3.24622	3.24453	3.24384	**21**	4.52985	4.52923	4.52898
2	1.30814	1.28679	1.27752	**12**	3.39627	3.39480	3.39420	**22**	4.63882	4.63824	4.63800
3	1.62589	1.61365	1.60852	**13**	3.54005	3.53874	3.53821	**23**	4.74530	4.74475	4.74453
4	1.89933	1.89134	1.88803	**14**	3.67826	3.66710	3.67662	**24**	4.84944	4.84893	4.84873
5	2.14138	2.13569	2.13335	**15**	3.81150	3.81046	3.81004	**25**	4.95140	4.95093	4.95073
6	2.36026	2.35597	2.35420	**16**	3.94028	3.93934	3.93895	**26**	5.05131	5.05086	5.05068
7	2.56133	2.55794	2.55656	**17**	4.06501	4.06414	4.06379	**27**	5.14929	5.14886	5.14869
8	2.74821	2.74545	2.74432	**18**	4.18604	4.18525	4.18492	**28**	5.24544	5.24504	5.24487
9	2.92346	2.92116	2.92022	**19**	4.30368	4.30295	4.30266	**29**	5.33986	5.33948	5.33932
10	3.08898	3.08703	3.08624	**20**	4.41821	4.41754	4.41726	**30**	5.43265	5.43228	5.43214

ve Serlin, 1986; Lix vd, 1996; Hartung vd, 2002). İstatistik yazılımlarının en çok ilgi görenlerinden olan SPSS' de, 11. versiyonundan başlayarak farklı varyanslılık durumunda kullanılmak üzere bu teste yer vermiştir. k denemenin yer aldığı bir deney için Welch Testi'ne ait test istatistiği k-1 ve ν_w serbestlik dereceleri olmak üzere

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i(\overline{Y}_{i.} - \sum_{j=1}^{k} h_j \overline{Y}_{j.})^2}{(k-1)+2(k-2)(k+1)^{-1}\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)^{-1}(1-h_i)^2} \sim F_{k-1,\nu_w} \quad \textbf{(16)}$$

biçimindedir. Burada

$$\nu_W \ \frac{k^2-1}{3.\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)^{-1}(1-h_i)^2}\ , \ \omega_i = \frac{n_i}{s_i^2}\ , \ h_i = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^{k}\omega_i} \ \text{dir.}$$

Yukarıda verilen testler farklı tekrar sayısı, deneme sayısı ve etki büyüklüğü koşullarında gerçekleşen I.Tip hata olasılığı (gerçekleşen anlam düzeyi) ve testin gücü ölçütleri bakımından karşılaştırılmıştır. MINITAB paket programının 13. versiyonu kullanılarak normal dağılan veriler türetilmiş, k = 3, 6, 9 deneme için α = 0.05 anlam düzeyinde ve her bir düzen için 10000 tekrar olacak şekilde, gerçekleşen I. Tip hata olasılıkları ve güç değerleri hesaplanmıştır. Kitle

Tablo 2. k=3 ve k=6 deneme için tekrar sayıları ve varyanslar

Düzen		**k = 3**			**k = 6**					
	i	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A_1	**n_i**	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
A_2	**n_i**	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
	n_i	10	10	10	10	10	10	10	10	10
B_1	**σ_i^2**	4	4	4	4	4	4	4	4	4
B_2	**n_i**	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
C_1	**n_i**	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
C_2	**n_i**	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
C_3	**n_i**	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	10	6	2	10	6	2	10	6	2
D_1	**n_i**	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
D_2	**n_i**	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
D_3	**n_i**	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	10	6	2	10	6	2	10	6	2

Tablo 3. k=9 deneme için tekrar sayıları ve varyanslar

Düzen	i	k = 9								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
A_1	n_i	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
A_2	n_i	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
B_1	n_i	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
B_2	n_i	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
C_1	n_i	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
C_2	n_i	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
C_3	n_i	5	10	15	5	10	15	5	10	15
	σ_i^2	10	6	2	10	6	2	10	6	2
D_1	n_i	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
D_2	n_i	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	2	6	10	2	6	10	2	6	10
D_3	n_i	10	20	30	10	20	30	10	20	30
	σ_i^2	10	6	2	10	6	2	10	6	2

ortalamaları, Tablo 4,5,6 ve 7'de verilen gerçekleşen anlam düzeyleri hesaplanırken bütün denemeler için 0, Tablo 8,9 ve 10'da verilen güç değerleri hesaplanırken ise bu tabloların μ_i sütunlarında verildiği biçimde alınmıştır.

4. SONUÇ VE YORUMLAR

Elde edilen sonuçların yorumlanmasında kullanılan ölçüt, gerçekleşen I. Tip hata yapma olasılığının (anlam düzeyinin), araştırmacı tarafından belirlenen değere (α_n =0.05) olan yakınlığıdır. Bradley, tutucu güçlülük ölçütünde gerçekleşen I. Tip hata yapma olasılığının $0.9\alpha_n<\alpha< 1.1\alpha_n$ aralığında olması durumunda testin farklı varyanslılığa karşı güçlü kabul edilebileceğini belirtmiştir (Bradley, 1978). α_n =0.05 değeri için bu aralık $0.045 < \alpha < 0.055$ değerlerine karşılık gelmektedir. Güç değeri, I.Tip hata yapma olasılığından doğrudan etkilenen bir büyüklük olduğu için gerçekleşen I. Tip hata yapma olasılıkları yaklaşık aynı olan testler arasında tercih yapılırken kullanılmıştır. Benzetim çalışmasının bileşenlerine göre kullanılan düzenler Tablo 11'deki gibi kodlanmış ve her bir durumda kullanılması önerilen testler Tablo 12'de gösterilmiştir.

Sonuç olarak, benzetim çalışmasında yer alan deney düzenlerinden elde edilen gözlem değerlerinin çözümlemesi, önerilen B^2 istatistiği kullanılarak yapıldığında gerçekleşen anlam düzeyi değerlerinin Bradley tarafından belirlenen sınırlar içinde kaldığı gözlenmiştir. Birden fazla testin kullanımının önerildiği deney düzenlerinde ise testlere ait güç değerleri dikkate alınmalıdır. Buna göre;

- A_1, A_1^*, B_1, B_1^* ve benzeri düzenlerde F ve B^2 testleri birlikte önerilse de güç değerleri daha yüksek çıktığı için öncelikle F testi tercih edilmelidir.
- D_1, D_1^* ve benzeri düzenlerde KW ve B^2 testleri birlikte önerilse de güç değerleri daha yüksek çıktığı için öncelikle KW testi tercih edilmelidir.
- B_2, B_2^* ve benzeri düzenlerde KW ve B^2 testleri birlikte önerilse de güç değerleri daha yüksek çıktığı için öncelikle B^2 testi tercih edilmelidir.
- D_2, D_2^* ve benzeri düzenlerde W ve B^2 testleri birlikte önerilse de güç değerleri yaklaşık aynı çıktığı için bir öncelik sırası belirlemeye gerek yoktur.
- D_3, D_3^* ve benzeri düzenlerde W ve B^2 testleri birlikte önerilse de güç değerleri daha yüksek çıktığı için öncelikle W testi tercih edilmelidir.

Tablo 4. k=3 deneme için gerçekleşen anlam düzeyleri

Düzen	n	σ_i^2	F	W	KW	B^2
A_1	5,5,5	4,4,4	0.051	0.052	0.044	0.049
A_2	5,5,5	2,6,10	0.059	0.059	0.054	0.049
B_1	10,10,10	4,4,4	0.047	0.050	0.048	0.049
B_2	10,10,10	2,6,10	0.054	0.053	0.053	0.048
C_1	5,10,15	4,4,4	0.068	0.063	0.046	0.050
C_2	5,10,15	2,6,10	0.029	0.055	0.029	0.049
C_3	5,10,15	10,6,2	0.150	0.067	0.082	0.053
D_1	10,20,30	4,4,4	0.069	0.051	0.045	0.051
D_2	10,20,30	2,4,6	0.026	0.049	0.029	0.048
D_3	10,20,30	10,6,2	0.160	0.052	0.088	0.049

Tablo 5. k=6 deneme için gerçekleşen anlam düzeyleri

Düzen	n	σ_i^2	F	W	KW	B^2
A_1	5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4	0.051	0.080	0.036	0.051
A_2	5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10	0.064	0.087	0.045	0.051
B_1	10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4	0.049	0.058	0.041	0.048
B_2	10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10	0.059	0.060	0.053	0.049
C_1	5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4	0.061	0.063	0.042	0.054
C_2	5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10	0.025	0.057	0.027	0.054
C_3	5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2	0.180	0.063	0.091	0.056
D_1	10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4	0.061	0.057	0.050	0.048
D_2	10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10	0.026	0.047	0.028	0.051
D_3	10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2	0.160	0.052	0.100	0.049

Tablo 6. k=9 deneme için gerçekleşen anlam düzeyleri

Düzen	n	σ_i^2	F	W	KW	B^2
A_1	5,5,5,5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4,4,4,4	0.049	0.098	0.029	0.048
A_2	5,5,5,5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10,2,6,10	0.060	0.100	0.036	0.046
B_1	10,10,10,10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4,4,4,4	0.049	0.064	0.041	0.047
B_2	10,10,10,10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10,2,6,10	0.067	0.059	0.051	0.045
C_1	5,10,15,5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4,4,4,4	0.055	0.070	0.039	0.046
C_2	5,10,15,5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10,2,6,10	0.023	0.063	0.024	0.045
C_3	5,10,15,5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2,10,6,2	0.200	0.077	0.098	0.046
D_1	10,20,30,10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4,4,4,4	0.051	0.055	0.043	0.047
D_2	10,20,30,10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10,2,6,10	0.027	0.050	0.025	0.049
D_3	10,20,30,10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2,10,6,2	0.200	0.055	0.100	0.046

Tablo 7. k=3 deneme ve daha büyük kitle varyansları için gerçekleşen anlam düzeyleri

Düzen	n	σ_i^2	F	W	KW	B^2
A_1*	5,5,5	256,256,256	0.051	0.055	0.044	0.048
A_2*	5,5,5	4,100,256	0.081	0.077	0.076	0.055
B_1*	10,10,10	256,256,256	0.049	0.053	0.048	0.049
B_2*	10,10,10	4,100,256	0.078	0.056	0.070	0.050
C_1*	5,10,15	256,256,256	0.069	0.059	0.047	0.052
C_2*	5,10,15	4,100,256	0.026	0.055	0.026	0.049
C_3*	5,10,15	256,100,4	0.245	0.067	0.128	0.050
D_1*	10,20,30	256,256,256	0.070	0.050	0.054	0.048
D_2*	10,20,30	4,100,256	0.025	0.049	0.029	0.048
D_3*	10,20,30	256,100,4	0.233	0.052	0.142	0.049

Tablo 8. k=3 deneme için tahminlenen güç değerleri

Düzen	n	σ_i^2	μ_i	F	W	KW	B^2
A_{11}	5,5,5	4,4,4	2,0,0	0.27	0.24	0.24	0.24
A_{12}	5,5,5	4,4,4	-1,0,1	0.21	0.18	0.19	0.18
A_{21}	5,5,5	2,6,10	2,0,0	0.20	0.25	0.20	0.26
A_{22}	5,5,5	2,6,10	-1,0,1	0.17	0.17	0.15	0.16
B_{11}	10,10,10	4,4,4	2,0,0	0.58	0.55	0.53	0.55
B_{12}	10,10,10	4,4,4	-1,0,1	0.45	0.43	0.42	0.42
B_{21}	10,10,10	2,6,10	2,0,0	0.42	0.57	0.48	0.57
B_{22}	10,10,10	2,6,10	-1,0,1	0.31	0.35	0.30	0.35
C_{11}	5,10,15	4,4,4	2,0,0	0.46	0.35	0.33	0.31
C_{12}	5,10,15	4,4,4	-1,0,1	0.46	0.34	0.35	0.35
C_{21}	5,10,15	2,6,10	2,0,0	0.21	0.46	0.21	0.44
C_{22}	5,10,15	2,6,10	-1,0,1	0.21	0.34	0.19	0.33
C_{31}	5,10,15	10,6,2	2,0,0	0.44	0.18	0.27	0.16
C_{32}	5,10,15	10,6,2	-1,0,1	0.46	0.24	0.32	0.26
D_{11}	10,20,30	4,4,4	2,0,0	0.77	0.68	0.66	0.64
D_{12}	10,20,30	4,4,4	-1,0,1	0.77	0.68	0.68	0.68
D_{21}	10,20,30	2,6,10	2,0,0	0.51	0.82	0.57	0.81
D_{22}	10,20,30	2,6,10	-1,0,1	0.48	0.65	0.45	0.64
D_{31}	10,20,30	10,6,2	2,0,0	0.66	0.35	0.45	0.32
D_{32}	10,20,30	10,6,2	-1,0,1	0.71	0.51	0.56	0.51

Tablo 9. k=6 deneme için tahminlenen güç değerleri

Düzen	n	σ_i^2	μ_i	F	W	KW	B^2
A_{11}	5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0	0.39	0.35	0.31	0.33
A_{12}	5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1	0.29	0.26	0.22	0.25
A_{21}	5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0	0.26	0.34	0.72	0.35
A_{22}	5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1	0.22	0.22	0.57	0.20
B_{11}	10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0	0.77	0.72	0.25	0.73
B_{12}	10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1	0.62	0.57	0.17	0.58
B_{21}	10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0	0.58	0.75	0.64	0.76
B_{22}	10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1	0.42	0.47	0.41	0.54
C_{11}	5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0	0.62	0.49	0.44	0.42
C_{12}	5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1	0.62	0.47	0.47	0.48
C_{21}	5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0	0.27	0.62	0.28	0.61
C_{22}	5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1	0.27	0.44	0.24	0.45
C_{31}	5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2	2,0,0,2,0,0	0.59	0.25	0.39	0.20
C_{32}	5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2	-1,0,1,-1,0,1	0.62	0.34	0.43	0.34
D_{11}	10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0	0.98	0.84	0.84	0.82
D_{12}	10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1	0.92	0.86	0.86	0.86
D_{21}	10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0	0.69	0.95	0.76	0.95
D_{22}	10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1	0.65	0.82	0.63	0.83
D_{31}	10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2	2,0,0,2,0,0	0.83	0.49	0.62	0.42
D_{32}	10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2	-1,0,1,-1,0,1	0.87	0.69	0.75	0.69

Tablo 10. k=9 deneme için tahminlenen güç değerleri

Düzen	n	σ_i^2	μ_i	F	W	KW	B^2
A_{11}	5,5,5,5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0,2,0,0	0.48	0.43	0.40	0.41
A_{12}	5,5,5,5,5,5,5,5,5	4,4,4,4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.36	0.33	0.28	0.30
A_{21}	5,5,5,5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.32	0.45	0.32	0.43
A_{22}	5,5,5,5,5,5,5,5,5	2,6,10,2,6,10,2,6,10	-1,0,1, -1,0,1,-1,0,1	0.25	0.29	0.20	0.24
B_{11}	10,10,10,10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.88	0.84	0.86	0.84
B_{12}	10,10,10,10,10,10,10,10,10	4,4,4,4,4,4,4,4,4	-1,0,1, -1,0,1,-1,0,1	0.75	0.71	0.71	0.70
B_{21}	10,10,10,10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.71	0.86	0.78	0.87
B_{22}	10,10,10,10,10,10,10,10,10	2,6,10,2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.53	0.57	0.51	0.58
C_{11}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.72	0.60	0.56	0.53
C_{12}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	4,4,4,4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.73	0.59	0.60	0.59
C_{21}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.33	0.74	0.37	0.73
C_{22}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	2,6,10,2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.33	0.54	0.31	0.56
C_{31}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2,10,6,2	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.70	0.32	0.41	0.24
C_{32}	5,10,15,5,10,15,5,10,15	10,6,2,10,6,2,10,6,2	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.72	0.43	0.51	0.42
D_{11}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4,4,4,4	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.98	0.93	0.95	0.92
D_{12}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	4,4,4,4,4,4,4,4,4	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.98	0.94	0.95	0.95
D_{21}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10,2,6,10	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.84	0.98	0.89	0.99
D_{22}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	2,6,10,2,6,10,2,6,10	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.80	0.92	0.76	0.93
D_{31}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2,10,6,2	2,0,0,2,0,0, 2,0,0	0.93	0.61	0.74	0.53
D_{32}	10,20,30,10,20,30,10,20,30	10,6,2,10,6,2,10,6,2	-1,0,1,-1,0,1,-1,0,1	0.95	0.81	0.86	0.82

Tablo 11. Benzetim çalışmasında kullanılan deney düzeni kodları

Dengeli-Küçük Örneklem-Eşit Varyans	A_1 A_1*	Dengesiz-Küçük Örneklem-Farklı Varyans (Aynı Yönde Eşleşme)	C_2 C_2*
Dengeli-Küçük Örneklem-Farklı Varyans	A_2 A_2*	Dengesiz-Küçük Örneklem-Farklı Varyans (Ters Yönde Eşleşme)	C_3 C_3*
Dengeli-Büyük Örneklem-Eşit Varyans	B_1 B_1*	Dengesiz-Büyük Örneklem-Eşit Varyans	D_1 D_1*
Dengeli-Büyük Örneklem-Farklı Varyans	B_2 B_2*	Dengesiz-Büyük Örneklem-Farklı Varyans (Aynı Yönde Eşleşme)	D_2 D_2*
Dengesiz-Küçük Örneklem-Eşit Varyans	C_1 C_1*	Dengesiz-Büyük Örneklem-Farklı Varyans (Ters Yönde Eşleşme)	D_3 D_3*

Tablo 12. Farklı deney düzenlerine göre kullanılması önerilen testler

		Eşit Varyans	**Farklı Varyans**	
Dengeli	**Küçük Örneklem**	**F,B^2**	**B^2**	
	Büyük Örneklem	**F,B^2**	**KW,B^2**	
Dengesiz	**Küçük Örneklem**	**B^2**	**AYE: B^2**	**TYE: B^2**
	Büyük Örneklem	**KW,B^2**	**AYE: W,B^2**	**TYE: W,B^2**

AYE: Aynı Yönde Eşleşme
TYE: Ters Yönde Eşleşme

5. KAYNAKÇA

Bailey, B.J.R. (1980). Accurate Normalizing Transformations of Student's t Variate. *Applied Statistics* 29(3), 304-306.

Box, G.E.P. (1954a). Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems. *Annals of Mathematical Statistics* 25, 290-302.

Bradley, J.V. (1978). Robustness? *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 31, 144-152.

Brown, M.B. ve Forsythe, A.B. (1974a). The small sample behavior of some statistics which test equality of several means. *Technometrics* 16, 129-132.

Clinch, J.J ve Keselman, H.J. (1982). Parametric alternatives to the analysis of variance. *Journal of Educational Statistics* 7, 207-214.

Hartung, J., Argaç, D. ve Makambi, K.H. (2002). Small Sample Properties of Tests on Homogeneity in One-Way Anova and Meta-Analysis. *Statistical Papers* 43, 197-235.

Kruskal, W.H. ve Wallis, W.A. (1952). Use of ranks in one criterion variance analysis. *JASA* 47, 583-621.

Lix, M.L., Keselman, J.C. ve Keselman, H.J. (1996). Consequences of Assumption Violations Revisited: A Quantitative Review of Alternatives to the One-Way Analysis of Variance F Test. Review of Educational Research. *Winter* 66, 579-619.

Rupert, G. ve Miller, J.R.(1986). *Beyond ANOVA, basics of applied statistics.* John Wiley & Sons. Inc Newyork

Scheffe, H. (1959). *The Analysis of Variance*. John Wiley & Sons.Inc. Newyork

Tomarken, A.J. ve Serlin, R.C. (1986). Comparison of ANOVA Alternatives under Variance Heterogeneity and Specific Noncentrality Structures. *Psychological Bulletin* 99, 90-99.

Welch, B.L. (1951). On the comparison of several mean values. *Biometrika* 38, 330-336.

Wilcox, R.R., Charlin, V.L. ve Thompson, K.L. (1986). New Monte Carlo results on the robutness of the ANOVA F, W and F* statistics. *Communications in Statistics: Simulation and Computation* 15, 933-943.

A. Fırat Özdemir, 1999 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi İstatistik Bölümü'nden mezun oldu. Yüksek Lisans derecesini 2002 yılında Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü, doktora derecesini ise 2006 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi İstatistik Bölümü'nden aldı. Halen Dokuz Eylül Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde Öğretim Üyesi olarak görev yapmaktadır.

Serdar Kurt, 1949 yılında Samsun/Havza'da doğdu. 1974 yılında ODTÜ Fen Fakültesi Matematik Bölümü'nde lisans, 1979 yılında Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde yükseklisans, 1982 yılında da doktora eğitimini tamamladı. 1996 yılında Ege Üniversitesi'nde doçent, 2001 yılında da Dokuz Eylül Üniversitesi'nde profesör oldu. Halen Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü'nde öğretim üyesi olarak çalışmaktadır.