İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Teknoloji Destekli Geometri Dersindeki Geometrik Oluşum Edinimleri[1]

Nilüfer Y. KÖSE[2], Dilek TANIŞLI[3], Emel Ö. ERDOĞAN[4] & Tuba Y. ADA[5]

Özet- Bu çalışma kapsamında ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin oluşum problemlerinin çözümünde, oluşum araçlarını (hesap makinesi ve geometrik çizim araçları) nasıl kullandıklarına ve oluşumu gerçekleştirirken var olan geometrik ilişkilere dayalı nasıl muhakeme yaptıklarına odaklanılmıştır. Bu bağlamda çalışmanın genel amacı, TI-Nspire CAS kullanımı ile desteklenmiş bir öğretim sürecinin, öğrencilerin istenilen geometrik oluşumlarda var olan geometrik ilişkilere dayalı muhakemeler yoluyla oluşumu gerçekleştirmelerine etkisini incelemektir. Ayrıca bu öğretim sürecinin öğrencilerin kullandıkları stratejiler üzerindeki etkisi de ele alınmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bu araştırmada 77 ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencisi katılımcı olarak belirlenmiştir. Çalışmanın verileri, her biri açık uçlu üçer sorudan oluşan ön test ve son test aracılığıyla toplanmış, nitel olarak analiz edilmiştir. Çalışma sonunda öntest ve sontest sonuçlarına göre, öğrencilerin geometrik oluşum problemlerinin çözümündeki muhakeme becerilerinde ve kullandıkları stratejilerde gelişim gösterdikleri görülmüş ve bu gelişimde TI-Nspire CAS ile desteklenmiş bir öğretim sürecinin, kâğıt kalem ortamında gerçekleştirilen geometrik oluşumlarda etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Anahtar Kelimeler: Geometrik oluşum, dinamik geometri, geometrik muhakeme.

Abstract- Preservice Elementary Mathematics Teachers' Geometric Construction Acquisitions in Techonology Integrated Geometry Course. This study investigated how pre-service elementary mathematics teachers used constructing tools (calculator and geometric drawing tools) in solving problems and how they did reasoning based on existing relationships while performing the construction. In this sense, the overall aim of this study was to examine the impact of an instructional process supported by the use of TI-Nspire CAS on pre-service teachers' performance during constructions and their reasoning based on the geometric relationships existing in the desired constructions. The study also dealt with the effect of this instructional process on the strategies used by the pre-service teachers. Using qualitative research methods, this study enrolled a total of 77 freshman elementary pre-service teachers. The research data were collected through pre-test and post-test, each of which consisted of three open-ended questions and analyzed qualitatively. The pre-test and post-test results showed that the students achieved a progress in the reasoning skills and strategies they used in solving geometric construction problems and that an instructional process supported with TI-Nspire CAS had an impact in the geometric constructions performed with paper-pencil medium.
Keywords : Geometric construction, dynamic geometry, geometric reasoning.

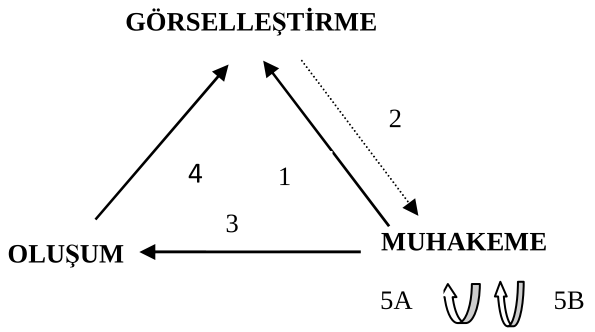
Giriş

Uzun yıllardır insanların büyülendiği, özellikle sanatta ve mimaride etkisinin en çok gözlendiği konu alanlarından biri olan geometri, dış dünyanın anlamlandırılmasında ve karakterize edilmesinde önemli bir role sahiptir. Geometri matematik programına girişte birleştirici bir tema olduğu gibi aritmetik, cebir, istatistik, analiz gibi konu alanlarında da kavramları görselleştirmede zengin bir kaynaktır ve temel matematik becerilerinden biridir (Napitupulu, 2001). Aynı zamanda eleştirel düşünme, problem çözme, uzamsal ve görsel düşünme, muhakeme gibi farklı düşünme yollarını geliştiren, matematiksel kavramların anlaşılmasını, kavranmasını ve genişletilmesini sağlayan ideal bir araçtır (Goldenberg, Cuoco, & Mark, 1998).

Geometri çalışmalarının temelinde geometrik kavramların ve şekillerin görselleştirilmesi, çizilmesi (oluşum) ve bunlara dayalı genellemelerin oluşturulması yer alır (Köse, 2008). Duval (1998) geometrik düşünmeyi görselleştirme (visualisation), oluşum (construction) ve muhakeme yapma (reasoning) olmak üzere üç bilişsel süreçte ele almaktadır. Görselleştirme süreci, geometrik ifadenin görsel temsili ya da karmaşık geometrik bir durumun sezgisel ya da deneysel keşfidir. Oluşum süreci, geometrik araçların kullanımıyla geometrik yapıların oluşturulmasıdır. Bu süreç temsil edilen ve sunulan yapılarla ilgili gözlenen sonuçlar üzerine gerçekleştirilen eylemleri içerir. Muhakeme süreci ise, bilginin açıklanması, kanıtlanması ve içeriğinin genişletilmesi gibi eylemleri içeren çoğunlukla söylemsel (discoursive) süreçlerdir. Duval bu süreçlerin birbirinden ayrı gerçekleştirilebileceğine işaret eder. Örneğin, görselleştirme mutlaka oluşum sürecine bağlı değildir.

[1]Bir bölümü "ACTM 2011"de sözlü bildiri olarak sunulan bu çalışma Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonunca kabul edilen 1002E49 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.
[2] Yard. Doç. Dr, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD.,<nyavuzsoy@anadolu.edu.tr>
[3] Yard. Doç. Dr, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD.,<dtanisli@anadolu.edu.tr>
[4] Yard. Doç. Dr, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD.,<eoerdogan@anadolu.edu.tr>
[5] Yard. Doç. Dr, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD.,<tyuzugul@anadolu.edu.tr>.

Benzer şekilde, oluşum görselleştirmeye yol açsa bile oluşum süreçleri sadece matematiksel özellikler ve kullanılan araçların teknik özellikleri arasındaki ilişkilere bağlı bir süreçtir. Diğer yandan görselleştirme bir kanıtın bulunması için bazen gerekli sezgisel bir yardım sağlasa bile muhakeme yalnızca uygun olan önermelerin bütününe (tanımlar, aksiyomlar ve teoremler) dayanır. Bazı durumlarda ise, görselleştirme yanıltıcı ya da imkânsız olabilir. Ancak Duval bilişsel süreçlerin bu üç çeşidinin birbiriyle yakından ilişkili olduğunu ve onların sinerjisinin bilişsel olarak geometrideki yeterlilikler için gerekli olduğunu savunmaktadır. Şekil 1 (Duval, 1998)'de bu üç bilişsel sürecin birbiriyle olan ilişkisi daha net görülmektedir.



Şekil 1. Geometrik Çalışmaların İçerdiği Bilişsel Etkileşim

Şekil 1'de bilişsel sürecin bir çeşidi ile temsil edilen her ok herhangi bir geometri etkinliğinde bir sürecin diğer süreçleri desteklediğini göstermektedir. Noktalı olarak gösterilen ok görselleştirmenin her zaman muhakemeye yardımcı olmadığını, 5A ve 5B okları ise muhakeme yapmanın, oluşumdan ya da görselleştirmeden bağımsız bir biçimde gelişebildiğini örnekler. Diğer taraftan 2-5B-3 yönü verilen bir şekil için oluşum sıralamasını bulma, 4-2-5A ya da 5B yönü oluşum sıralamasını tanımlama yolunu temsil edebilir (Duval, 1998; Jones, 1998). Şüphesiz Duval'in ortaya koyduğu tüm bu süreçler öğrencilerin geometrik çıkarımlar yapabilmelerinde, geometrik özellikleri ve teoremleri kullanarak geometrik becerilerini, uzamsal yeteneklerini, geometrik sezgi ve hayal güçlerini geliştirebilmelerinde, geometrik şekiller arasındaki dönüşümleri keşfedebilmelerinde ve kavramlar arasında bağ kurabilmelerinde (MEB, 2005) önemli rol oynar. Ne yazık ki, pek çok öğrenci geometriyi öğrenmede aşırı zorlanmaktadır. Bunun nedenlerinin başında geometri derslerinde, öğrencilerin anlamaları sağlanmadan geometrik kavramların, şekillerin, özelliklerin ve kanıtların ezberletilmesi gelmektedir. O halde Duval'in de yaptığı araştırmalarda ortaya koyduğu çerçeve ışığında, bu üç süreç bağımsız olarak geliştirilebilir ve ardından bu üç sürecin birbiriyle olan ilişkisi gözlemlenebilir.

Bu çalışmada ise öncelikle geometrik düşünmenin gelişiminin sağlanmasında önemli bir rolü olduğu düşünülen geometrik oluşum üzerinde durulmuş ve bu oluşum sürecindeki öğrencilerin muhakeme becerilerine odaklanılmıştır. Çalışma, öğretmen eğitiminde teknoloji kullanımının matematik öğretimine entegrasyonunun sağlanması ile ilgili uzun soluklu bir projenin önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Bu projenin önemli parçalarından biri de teknolojinin geometri öğretimine entegrasyonudur. Bilindiği üzere günümüzde teknolojinin gelişmesiyle birlikte geometri için öğretim araç ve gereçlerinin çeşitliliği de artmıştır. Bu araç gereçlerden biri de geometrik çizimlerin yapılabildiği dinamik geometri yazılımlarını içeren hesap makineleridir. Bu araçlar matematik eğitimi alanında önemli çalışmaların yapıldığı çeşitli ülkelerde (örneğin; A.B.D., İngiltere, Fransa, Kanada, Hong-Kong, Hollanda) birer öğretim aracı olarak sınıf içinde öğretmenler tarafından kullanılmaktadır (Guin, Ruthven, & Trouche, 2005). Diğer taraftan hesap makinelerinin taşınabilirliği ve günden güne fiyatlarının herkes tarafından ulaşılabilir hale gelmesi bu araçların matematik ve geometri öğretiminde kullanılabilirliğini de artırmaktadır. Proje kapsamında öncelikle geometrik çizimlerin yapılabildiği hesap makineleri kullanılarak çeşitli geometrik oluşum etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Sonrasında hesap makinesi kullanımının kâğıt-kalem ortamındaki (geometrik çizim araçlarının kullanımı) geometrik oluşum becerilerine ne kadar katkı sağladığı araştırılmıştır.

Türkiye'de ilköğretim ve ortaöğretim matematik programlarında sınıf ortamında teknoloji kullanımının gerekliliği ve önemi vurgulanmakta ancak bu durumun sadece internet, sunum araçları (power point, projeksiyon) ve metin yazım yazılımları (word) ile sınırlı kaldığı da bilinmektedir. Ne yazık ki öğretmenlerin (hem örgün hem de hizmet içi) bu konudaki eğitimleri bu durumun nedenlerinden biri olarak düşünülebilir. Diğer taraftan Türkiye'de ilköğretim matematik ve ortaöğretim geometri programlarında geometrik çizimlerde teknolojinin yanı sıra kâğıt-kalem ortamında öğrencilerin çeşitli geometrik oluşumlar gerçekleştirmeleri gerekliliği de önemle vurgulamakta ve temel geometrik çizimlerden bazıları her sınıf düzeyinde yer almaktadır. Oysa ulusal seçme ve yerleştirme sınavları ile ders süresinin yetersizliği gibi pek çok nedenlerden dolayı sınıflarda oluşum sürecine yeterince yer verilemediği de düşünülmektedir. Bu bağlamda, bu eğitim sürecinden geçen geleceğin matematik öğretmenleri araştırma kapsamına alınmış ve bu öğrenciler ile geometri derslerinde öncelikle hesap makineleri aracılığıyla geometrik oluşum çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Sonrasında öğretmen adaylarının kazanabildikleri oluşum becerilerini kâğıt-kalem ortamı geometrik çizim araçlarını kullanarak yapmaları gereken çizimlere ne kadar yansıtabildikleri incelenmiştir. Ayrıca alanyazında geometrik çizim araçlarıyla gerçekleştirilen oluşum çalışmalarının az sayıda olması da bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde etkili olmuştur.

Uluslararası alanyazında geometrik çizim araçlarının öğrenme-öğretme sürecindeki kullanımıyla geometrik yapıların oluşumuna ilişkin bir tek Napitupulu (2001)'nun, Türkiye'de ise Erduran ve Yeşildere (2010)'nin çalışmalarına rastlanmıştır. Napitupulu çalışmasında, öğrencilerin pergel ve çizgeç kullanarak geometrik yapılar oluşturmaları sonucunda öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile geometrik bilgileri ve bu düzeyler ile geometrik oluşumları kavramaları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Erduran ve Yeşildere ise üç matematik öğretmeninin pergel ve çizgeç kullanarak geometrik yapıları oluşturma süreçlerini ve derslerde öğretmen-öğrenci-araç üçlüsü arasındaki etkileşimi incelemişlerdir.

Geometrik Oluşum

Euclid (Öklid) tarafından yazılan "Elements" adlı kitabın her bölümü teoremler ve problemler olmak üzere iki tip önermeden oluşur. Genel olarak teorem, kanıtı verilen bir seri postulat ve daha önceden kanıtlanmış teoremlere dayalı ikna edici delil sunan bir durumdur. Euclid (Öklid) geometrisinde problem ise verilen bir takım özelliklere dayalı oluşturulan yeni geometrik yapılardır. Böylesi bir problemin çözümü oluşum olarak adlandırılır. Bu oluşum kanıt gerektiren bir teoremin kendisi de olabilir. Diğer bir deyişle, oluşum bir algoritma gerektiren teoremin özel bir biçimidir (Martin, 1998). Smart (1998) ise, oluşumu belirli geometrik problemleri belirlenmiş kurallar kümesine göre çözmek için oluşturulan yöntemler olarak açıklar. Ona göre gerçekleştirilen bir oluşumda problem, belirli koşulları sağlayan bir şekli çizmek değil, sadece pergel ve çizgeç kullanarak teorik olarak kesin bir çözüm elde etmektir.

Geometrik bir oluşum öncelikle temel oluşumlar olarak da adlandırılan bir dizi basit/ilkel aşamalardan oluşur. Örneğin; cetvel ile iki noktadan geçen bir doğru çizimi, iki doğrunun kesişimindeki nokta (eğer öyle bir nokta varsa), pergel ile bir noktası merkez olarak verilen ve ikinci bir noktadan geçen bir çember, pergel ile iki noktayı birleştiren bir doğru parçası, verilen bir doğru ve bir çember arasındaki kesişimi oluşturma (eğer öyle bir nokta varsa), vb. (Janicic, 2006). Bu basit/ilkel oluşumların kullanılmasıyla daha kapsamlı ve karmaşık oluşumlar da tanımlanabilir. Örneğin, bir doğruya bir noktadan dik bir doğru oluşturma, bir açıortay oluşturma, bir açıyı kopyalama, iki komşu kenarı ve bir açısı verilen bir üçgen oluşturma, üç kenarı verilen bir üçgen oluşturma, bir dairede bir noktadan teğet oluşturma ve verilen bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel doğru oluşturma gibi (Napitupulu, 2001). Ancak geometrik araçların kullanımıyla geometrik bir yapının oluşumunda nereden başlanması gerektiğinin ilk bakışta görülememesi bir problemdir ve bu durum bir takım matematiksel becerilerin kullanımını zorunlu kılmaktadır. Örneğin, bir doğru parçasına eş bir doğru parçası oluşturmada araç olarak cetvelin kullanılması sadece cetvelin kullanımıyla ilgili psikomotor beceriyi gerektirmektedir. Ancak bu yapıyı oluşturmada araç olarak pergelin kullanılması, söz konusu çizimi gerçekleştirmek için geometrik düşünmeyi gerektirir (Erduran & Yeşildere, 2010).

Smart (1998) pergel ve çizgeç kullanarak herhangi bir oluşum probleminin çözümünde gerekli olan dört farklı adımı aşağıdaki şekilde önermiştir:

1. Analiz : Bu adımda, çözücü oluşumu gerçekleştirdiğini varsayar, daha sonra şekildeki bilinmeyen öğe ve orjinal problemde verilen gerçekler arasındaki gerekli bağlantıları bulmak için çözümün tamamlanmış resmini analiz eder.
2. Oluşum : Bu adımın sonucunda çizgeç ve pergel ile oluşum gerçekleştirilir.
3. Kanıt : Oluşturulan şeklin oluşumunun kanıtı gereklidir.
4. Tartışma : Olası çözüm sayısı ve herhangi bir olası çözümün koşulları bu adımda açıklanır (s.215).

Kısacası ilk adımda verilen bilgilere dayalı kabataslak çizim yapılır. Sonra şekil analiz edilerek, kabataslak çizime uygun verilen bilgiler ışığında ve uygun araçlarla belirli bir şeklin oluşumu için bir yöntem bulunur. Bu süreçte şekillerin özellikleri kullanılarak ya da ilgili teoremler uygulanarak oluşum tamamlanır. Daha sonra gerekli özelliklere sahip bir şekli oluşturmada kullanılan yöntem kanıtlanır ve olası çözüm sayısı tartışılır (Napitupulu, 2001).

Bu çalışmada da, Smart'ın (1998) geometrik oluşum için öne sürdüğü dört aşamadan yararlanılmış ancak öğretmen adaylarının oluşturulan şekli kanıtlamalarından daha çok oluşum problemlerinin çözümünde, oluşum araçlarını (hesap makinesi ve geometrik çizim araçları; cetvel, iletki, gönye ve pergel) nasıl kullandıklarına ve oluşumu gerçekleştirirken var olan geometrik ilişkilere dayalı nasıl muhakeme yaptıklarına odaklanılmıştır. Bu muhakemelerde kullanılan stratejiler de sınıf ortamında tartışılmıştır. Bu bağlamda bu çalışmanın genel amacı, TI-Nspire CAS kullanımı ile desteklenmiş bir öğretim sürecinin, öğrencilerin istenilen geometrik oluşumlarda var olan geometrik ilişkilere dayalı muhakemeler yoluyla oluşumu gerçekleştirmelerine katkısını incelemektir. Ayrıca bu öğretim sürecinin öğrencilerin kullandıkları stratejiler üzerindeki etkisi de ele alınmaktadır. Bu genel amaç kapsamında aşağıdaki soruya yanıt aranmıştır:

- Dinamik geometri yazılımlarını içeren hesap makineleriyle gerçekleştirilen öğretim sürecindeki geometrik oluşum çalışmalarının, kâğıt-kalem ortamında gerçekleştirilen geometrik oluşumlara, muhakeme yollarına ve kullanılan stratejilere katkısı nedir?

Yöntem

Bu araştırmanın katılımcılarının belirlenmesinde, verilerin toplanmasında, çözümlenmesinde ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı birinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu çalışma öğretmen eğitiminde teknoloji kullanımının matematik öğretimine entegrasyonunun sağlanmasına yönelik, bilimsel araştırma projeleri kapsamında desteklenen, uzun soluklu bir projenin parçasıdır. Proje güz ve bahar dönemlerindeki "Genel Matematik" ve "Geometri" dersleri kapsamında yürütülmüş, bu nedenle katılımcılar 1. sınıf öğrencileri arasından seçilmiştir. Ancak bu araştırma kapsamında Geometri dersini alan, güz döneminde Genel Matematik dersinde TI-Nspire CAS cebirsel hesap makinalarını kullanmada olumlu tutum gösteren, aynı zamanda ön ve son testlerde gönüllü olan toplam 77 öğrenci araştırmaya dâhil edilmiştir.

Verilerin Toplanması

Çalışmanın verileri, her biri açık uçlu üçer sorudan oluşan bir ön test ve son test aracılığıyla toplanmıştır. Ön ve son testin hazırlanmasında öncelikle alanyazın taranmış, Türkiye'deki ilköğretim matematik dersi ve ortaöğretim geometri öğretim programları incelenmiş ve her bir test için dörder sorunun yeterli olacağına karar verilmiştir. Hazırlanan sorular üç alan uzmanının görüşüne sunulmuş, alınan dönütler sonucunda her iki testten birer soru çıkarılmıştır. Hazırlanan açık uçlu testlerin pilot uygulaması yapılmış, soruların anlaşılırlığı, güçlük derecesi yönünde herhangi bir sorunla karşılaşılmamıştır. Ön test uygulanırken öğrencilere cetvel, iletki, gönye ve pergelden oluşan geometri çizim seti dağıtılarak onlardan bir saatlik sürede paralelkenar, düzgün çokgen ve köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilerin geometrik oluşum becerilerini geliştirmek amacıyla Cabri Geometri II yazılımını içeren TI-Nspire CAS hesap makinelerinin kullanımı ile desteklenmiş geometri dersleri işlenmiştir. Derslerde Smart'ın (1998) ortaya koyduğu analiz, oluşum, kanıt ve tartışma aşamaları dikkate alınmıştır. Ancak kâğıt-kalem ortamında gerçekleştirilen ön ve son testlerdeki oluşum problemlerinde öğrencilerin sadece analiz ve oluşum aşamalarındaki muhakemeleri ve kullandıkları stratejilere odaklanıldığından, öğrencilerden oluşumlara ilişkin kanıtlar istenmemiştir. Dönem süresince gerçekleştirilen etkinlikler sonunda ise öğrencilere son test uygulanmış, onlardan benzer şekilde geometrik çizim setini kullanarak bir saatlik sürede kare, eşkenar dörtgen ve köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk oluşturmaları istenmiştir. Her iki testte de köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk oluşumuna (Leikin, 2004) yer verilmesinin sebebi; oluşumda istenilen yamuğun "köşegenlerinin kesişim noktasının karşılıklı paralel kenarların orta dikmesinin üzerinde olması" gibi farklı özelliklere sahip olmasıdır. Ayrıca Leikin'in araştırmasındaki öğretmenlerden birinin "Bir çember içine köşegenleri dik kesişen bir ikizkenar yamuk çizilebilir mi?" sorusu bizi bu oluşum problemine ilişkin daha farklı yollar olduğu konusunda cesaretlendirmiştir.

Çalışmada ön ve son testlerde geometrik çizim setinin kullanılmasının amacı ise öğretim sürecinin dinamik geometri yazılımlarının kullanımını içermesidir. Çünkü bu yazılımlar uzunluk, alan, çevre ve açı gibi ölçümlerin yapılmasını kapsamaktadır.

Öğretim Süreci

Cabri Geometri II yazılımını içeren TI-Nspire CAS hesap makinelerinin kullanımı ile desteklenmiş geometri derslerinde ilk olarak öğrencilere hesap makinesinin kullanımı tanıtılmış, menüler ve menü özellikleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Derslerde her öğrencinin bir TI-Nspire CAS kullandığı dört alan uzmanı tarafından hazırlanan çeşitli geometrik oluşumlara ilişkin toplam 6 öğretim etkinliği gerçekleştirilmiştir. Bu öğretim etkinliklerinin hazırlanmasında çokgenleri (iki üçgen etkinliği, dört dörtgen etkinliği) içeren Cabri Geometry II ve Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımlarının sınıf içi kullanımına yönelik çalışmalardan yararlanılmıştır (Bennett, 2002; Cecconi, Capponi &Bellemain, 2003; Keyton, 1997). Öğretim etkinliklerinde kullanılan çalışma yaprakları hem öğrenciler için, hem de dersi yürüten öğretim üyesi için ayrı ayrı hazırlanmıştır (Öğrenci çalışma yaprağından bir örnek Ek-1'de sunulmuştur). Çalışma yapraklarında öğrencilerin bir oluşum problemini çözerken Ek-1'de verilen Napolyon üçgeni ile ilgili etkinlikte öğrencinin öncelikle geometrik ilişkileri görerek bir muhakeme yapması ve bu muhakemeye dayalı analiz yaparak oluşuma geçmesi beklenmiştir. Örneğin, herhangi bir ABC üçgeninin her bir kenarına eşkenar üçgenlerin yerleştirilmesinde öğrencilerin "çember kullanımı", "ışın, açılar kullanılarak ölçüm aktarımı" ve "orta dikme ile çember kullanımı" gibi pek çok yolu düşünerek oluşum aşamasına geçmesi sağlanmıştır. Oluşan üçgenlerin eşkenar üçgen olduğundan emin olduktan sonra, her bir üçgene ait ağırlık merkezinin nasıl bulunabileceği tartışılmıştır. Ağırlık merkezlerini köşe kabul eden "Dış Napolyon" üçgeninin oluşumu gerçekleştirildikten sonra bu üçgenin incelenmesi istenmiş, ABC üçgeninin köşe noktaları her bir eşkenar üçgenin köşe noktasının birleşmesi ile oluşan doğru parçaları hakkında öğrencilerin varsayımlarını oluşturmaları ve varsayımlarını ispatlamaları beklenmiş, sınıf tartışması ile çalışma son bulmuştur.

Bireysel ya da iki kişilik gruplar ile gerçekleştirilen etkinliklerde öğrenciler düşüncelerini açıklamaları, buldukları yolları belirtmeleri ve farklı yollar denemeleri konusunda cesaretlendirilmiş, tartışma ortamı yaratılmıştır. Bulunan farklı yollar araştırmacının hesap makinesinin bağlı olduğu projektör/tepegöz aracılığıyla diğer öğrencilerle paylaşılmıştır. Sınıf içi uygulamalardan örnek kareler Şekil 2'de sunulmuştur.

Şekil 2. Öğretim sürecinden kareler

Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Öncelikle açık uçlu sorulardan oluşan ön ve son testte verilen yanıtlar dört araştırmacı tarafından bağımsız olarak incelenmiş ve veriler kodlanmıştır. Bu kodlamalara dayalı olarak dört araştırmacı bağımsız olarak temaları ve alt temaları oluşturmuşlardır (Bogdan & Biklen, 1998). Ön ve son testler geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı, farklı geometrik şekillere dayalı, geometrik dönüşümlere dayalı, rastgele ve yanıtsız biçimindeki ana temalar altında toplanmıştır. Bu ana temalar altında her bir soru için kullanılan stratejilerdeki ortak noktalar birer alt başlık altında gruplanmış, bu başlıklar alt tema olarak belirlenmiştir. Temalar ve alt temalar için güvenirlik çalışması yapılarak analiz sonuçlarının güvenirliği sağlanmıştır. Kodlama güvenirlik hesaplaması için, Miles ve Huberman (1994)'ın önerdiği uyuşum yüzdesi kullanılmıştır. Bunun için, alan uzmanlarının belirledikleri kodlar için "görüş birliği", "görüş ayrılığı" sayıları belirlenmiş ve yapılan hesaplamalar sonucunda uyuşum yüzdesi ön test için %90, son test için %92 olarak bulunmuştur. Daha sonra belirlenen tema ve alt temaların frekans ve yüzdeleri hesaplanmış, yorumlanmış ve veriler tablo yoluyla görselleştirilerek sunulmuştur.

Bulgular ve Yorum

İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin istenilen geometrik yapıları oluşturmaları hesap makinesi kullanımından önce ve sonra olmak üzere iki bölümde verilmiştir.

Ön Oluşum Becerileri

Öğrencilerin geometrik yapıları geometrik çizim seti kullanarak nasıl oluşturduklarının incelendiği bu aşamada, öğrencilerden paralelkenar (Soru 1), düzgün çokgen (Soru 2) ve köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk (Soru 3) oluşturmaları istenmiş, elde edilen bulgular Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1: *Öğrencilerin Geometrik Yapıları Oluşturmaları*

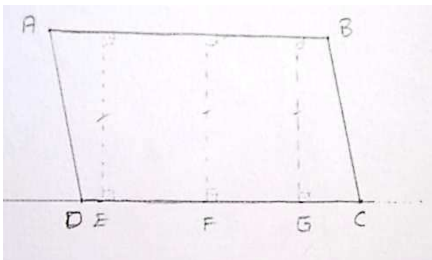
	Geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı				**Farklı geometrik şekillere dayalı**			**Geometrik dönüşümlere dayalı**		**Rastgele**	**Yanıt-sız**
	Tek özellik			Tüm özellikler				Öteleme	Dönme		
S 1	Dikme	Açı	Kenar			Çember					
f:77 %	15 %19,5	11 %14,3	7 %9,1	19 %24,68		1 %1,3		4 %5,2	2 %2,6	13 %16,88	5 %6,5
S 2		-			Çember	Üçgen	Dörtgen	-			
f %				15 %19,48	34 %44,16	1 %1,3	1 %1,3		1 %1,3	14 %18,2	11 %14,3
S 3	Diklik	Açı	Orta dikme		Çember	Üçgen	Kare	-			
f %	7 %9,1	5 %6,5	3 %3,9	21 %27,27	4 %5,19	2 %2,6	1 %1,3			30 %38,96	4 %5,2

Paralelkenar

Herhangi bir paralelkenar oluşturulmasının istendiği birinci soruda öğrencilerin yaklaşık %69'unun paralelkenarın geometrik özelliklerine ve ölçüme dayalı oluşum yaptıkları, sadece bir öğrencinin paralelkenarın oluşumu için farklı geometrik şekillerden yararlandığı ve çok az sayıda öğrencinin geometrik dönüşümlerden öteleme ve dönmeye dayalı çizimler gerçekleştirdikleri saptanmıştır.

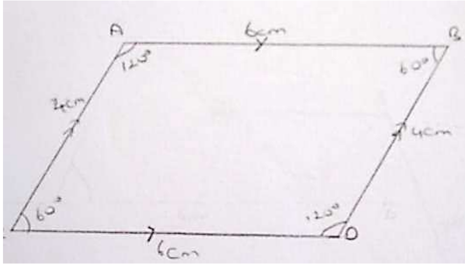
Paralelkenarın tek bir özelliğine dayalı oluşum yapan öğrencilerin çoğunluğu paralelkenarın paralellik özelliğini çizdikleri doğru parçasından eşit uzunlukta dikmeler çizerek sağlamış (çoğunluğu sadece bir çift kenar için), cetvel yardımıyla çizimlerini tamamlamışlardır. Bu süreci gerçekleştiren öğrencilerden 10' unun ise, "dikdörtgenin aynı zamanda paralelkenarın özel bir hali olduğu" düşüncesi ile oluşumlarını dikdörtgen olarak bıraktıkları görülmüştür. Öğrencilerin muhakemelerinde "bir doğru üzerindeki noktalardan çıkılan eş dikmelerin dikme ayaklarından geçen doğru ilk doğruya paraleldir" düşüncesinin olduğu söylenebilir. Bazı adaylar ise açılardan yola çıkarak iç ters ya da yöndeş açılardan yararlanmış, bu açıların bütünler olmasına dikkat ederek cetvel ve açıölçer aracılığıyla paralelkenarı oluşturmuşlardır. Bu öğrencilerin "paralel iki doğru üçüncü bir doğru ile kesildiğinde oluşan iç ters ve yöndeş açılar eştir" düşüncesi ile hareket ettikleri söylenebilir. Az sayıda öğrencinin ise bu süreçte sadece karşılıklı kenar uzunluklarının eşitliğini dikkate aldığı saptanmıştır. Bu öğrencilerin çizimleri dikkate alındığında paralelkenarın tek bir özelliğine odaklandıkları ve oluşumu araçlar ile tamamen ölçüme dayalı bir biçimde tamamladıkları görülmüştür (Şekil 3-I). Dolayısıyla sadece dikmeler, açı ya da kenar özelliklerine dayalı oluşum yapan öğrencilerin paralelkenarın diğer özelliklerini ihmal ettikleri görülmüştür. Bu nedenle gerçekleştirilen oluşumun paralelkenar olup olmadığı şüphelidir. Buna karşın bu öğrencilerden 19' unun paralelkenarı oluştururken sadece bir özelliğe odaklanmak yerine paralellik, kenar uzunluğu ve açı özelliklerinin tümüne odaklandıkları ve çizimlerini ölçüme dayalı biçimde tamamladıkları belirlenmiştir. Geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı gerçekleştirilen bu oluşumda öğrencilerin aldıkları bir doğru parçasından başlayarak, açıları belirledikleri ve böylelikle paralelliği sağladıkları, diğer kenar uzunluklarını ise cetvel ile belirledikleri görülmüştür. Şekil 3'te öğrenci çizimlerinden örnekler ve bu süreçteki muhakemeleri sunulmuştur.

I. Tek özellik



- *Önce AB doğru parçası çizdim. AB doğrusuna dik ve eşit 3 nokta seçtim. E, F, G noktalarından geçen bir doğru çizdim. AB//EG olmuş oldu.*
- *EG doğrusu üzerinde bir C noktası ve D noktası aldım.* $|AB| = |DC|$ *ve aynı zamanda* $|AD| = |BC|$ *olacak şekilde çizdim.*
- *Böylelikle ABCD bir paralelkenar olmuş oldu.*

II. Tüm özellikler

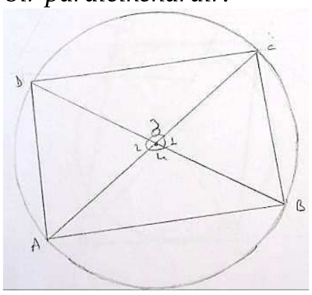


- *Önce AB kenarını 6 cm olarak çizdim.*
- *A köşesine açıölçeri koyarak 120° lik bir $\widehat{BAC}$ açısı çizdim.*
- *Paralelkenar olmasını istediğimden B köşesindeki açı 60° olmalıdır. B köşesine de açıölçeri koyup 60° lik bir açı çizdim.*
- $|AC| = |BD|$ *olacak şekilde* $|AC|$ *ve* $|BD|$ *kenarlarını çizdim. C ve D yi birleştirdim ve bunun da 6 cm olduğunu gördüm. Yani paralelkenarım doğru olmuş oldu.*
- $|AB| = |CD|$, $|AC| = |BD|$, *m(*$\hat{A}$*)= m(*$\hat{D}$*), m(*$\hat{B}$*)= m(*$\hat{C}$*) olduğundan* $|AB|//|CD|$, $|AC|//|BD|$ *ve ABCD bir paralelkenardır.*

Şekil 3. Geometrik özelliklere dayalı oluşum (tek ve tüm özellikler)

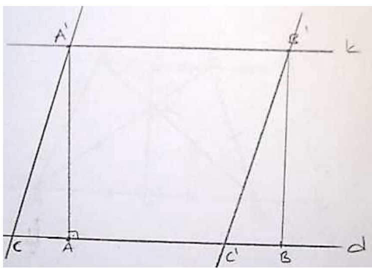
Paralelkenarın oluşumunda sadece bir öğrenci farklı geometrik şekillere dayalı olarak çemberden yararlanmış, ancak oluşumunu paralelkenar yerine paralelkenarın özel bir durumu olan dikdörtgen olarak bırakmıştır. Öğrencinin muhakemesinde iki çapın kesişiminden elde edilen ters açıların eşliğinden yararlanarak "eş açıların karşısındaki yayların eşliğini" kullandığı görülmektedir. Ancak öğrencinin bu yayları gören kirişlerin neden paralel olduğunu ifade edemediği ve çapı gören çevre açının 90° olduğundan hareketle paralelkenarın özel bir durumu olan dikdörtgeni oluşturduğu görülmüştür. Şekil 4'te oluşumu sunulan öğrencinin muhakemesi şöyledir:

"Pergel ile bir çember çizdim. Bu çemberin merkezinden geçen iki farklı doğru çizdim. m($\hat{1}$*)= m(*$\hat{2}$*) ve 1 ve 2 merkez açı olduğu için bu açıların gördüğü yaylar da eşittir. D ile A yı, C ile de B'yi birleştirdim. CB ile AD yayları eşit olduğu için |DA|//|CB| dir. m(*$\hat{3}$*)= m(*$\hat{4}$*) ve 3 ve 4 merkez açı olduğundan DC ve AB yayları da eşittir. DC, AB yayına eşit olduğu için |DC|//|AB| olur. Dolayısıyla ABCD bir paralelkenardır."*



Şekil 4. Farklı geometrik şekillere (çembere) dayalı oluşum

Paralelkenar oluşumunda çok az sayıda öğrenci öteleme ve dönme gibi geometrik dönüşümlerden yararlanmışlardır. Ancak bu öğrencilerden sadece birinin oluşum süreci ile istenilen dörtgen elde edilebilmektedir. Şekil 5'te öğrencinin muhakemesi ve oluşumu sunulmuştur. Bu oluşumda öğrenci diğer öğrencilerin aksine öncelikle çizilen dikmeler ile paralelliği sağlamış, ardından eşit uzunluklarda öteleme ile paralelkenarı oluşturmuştur.



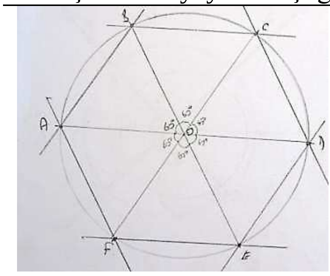
- *İlk önce d doğrusunu alalım.*
- *d doğrusu üzerinde bir A noktası alalım. A noktasından 5cm dik uzaklıkta bir A' noktası belirleyelim.*
- *d üzerinde bir B noktası alalım. B noktasına 5cm dik uzaklıkta bir B' noktasını belirleriz.*
- *A' ve B' birleştirilir. d doğrusuna paralel bir k doğrusu elde edilir.*
- *A' den C ye bir doğru çizilir.*
- $|A'B'|$ *uzaklığına eşit olacak şekilde (*$|A'B'| = |CC'| = 5{,}5\ cm$*) d doğrusu üzerinde bir C' noktası alınır.*
- *Bu durumda A'C ve B'C de paralel olur. A'CC'B paralelkenarı elde edilir.*

Şekil 5. Geometrik dönüşümlere dayalı oluşum

Düzgün Çokgen

Düzgün bir çokgenin oluşturulmasının istendiği ikinci soruda öğrencilerin yaklaşık %20'sinin düzgün çokgenin tüm kenarlarının ve açılarının eşliğine dayalı oluşum yaptıkları, öğrencilerin yarısına yakının ise düzgün çokgenin oluşumu için çember, eşkenar üçgen gibi farklı geometrik şekillerden yararlandıkları belirlenmiştir. Tüm geometrik özelliklere dayalı oluşum yapan öğrencilerin ölçüme dayalı olarak cetvelle istedikleri uzunlukta doğru parçası aldıkları, seçtikleri düzgün çokgenin açısına göre açıölçer ile açıları belirleyerek oluşumu tamamladıkları görülmüştür. Örneğin, düzgün altıgen çiziminde öğrencilerin doğrudan iç açıları 120°, dış açıları 60° aldıkları ve herhangi bir muhakemede bulunmadıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla, bu süreç seçilen çokgene özel olarak gerçekleştiğinden dolayı zayıf bir oluşum olarak nitelendirilebilir.

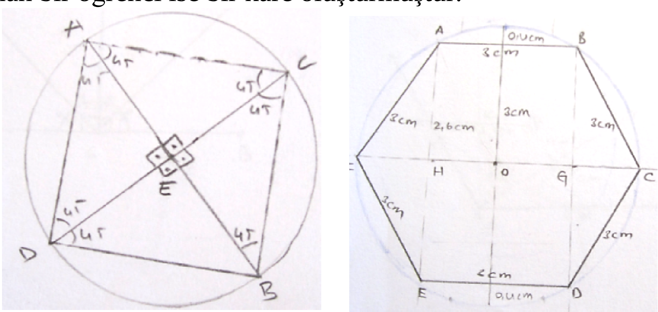
Öğrencilerin yaklaşık %44'ü tarafından düzgün çokgenin oluşumunda kullanılan çemberin ise ağırlıklı olarak (26 aday) merkez açısı eş parçalara bölünerek Şekil 6'da sunulduğu gibi istenilen düzgün çokgen oluşturulmuştur. Öğrencilerin bu oluşumdaki muhakemelerinde ağırlıklı olarak "eş açıların karşısındaki yayların eşliğini" kullandıkları söylenebilir.



- *Merkezi O olan bir çember oluşturulur.*
- *Sonra çemberi 6 eş parçaya bölelim. Açıölçer yardımıyla çember 6 eş parçaya ayrılabilir. Sonra bu noktaları sırasıyla birleştirelim cetvel yardımıyla.*
- *Sonuçta düzgün altıgen oluşmuş oldu. BCDEFA altıgeni.*
- $|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |FA|$ *olur.*

Şekil 6. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Çemberi kullanan öğrencilerden beşi çember üzerinde eş yaylardan yararlanırken, ikisi merkez açı yerine eş kirişlerden yararlanmıştır. Eş kirişlerden yararlanan bu öğrencilerden birinin dik kesişen çapları kullanarak bir kare oluşturduğu (Şekil 7-I), muhakemesinde ise "bir çemberde birbirini dik kesen iki çap birbirini ortalar" düşüncesinin olduğu söylenebilir. Diğer öğrenci ise AB kirişine dayalı olarak orta dikmeler ile eş kirişler oluşturarak altıgenini (Şekil 7-II) oluşturmuştur. Üçgenlerden yararlanan bir öğrenci altı eşkenar üçgeni bir nokta etrafında birleştirmiş, teğetler dörtgeninden yararlanan bir öğrenci ise bir kare oluşturmuştur.

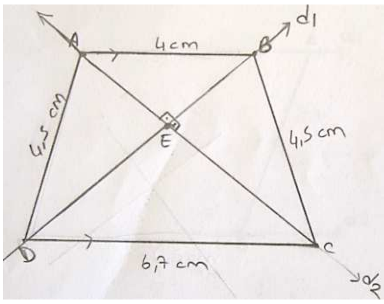


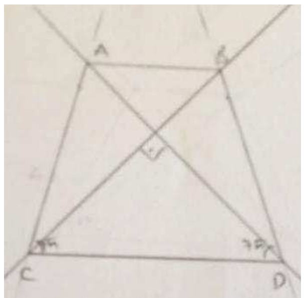
I **II**

Şekil 7. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Köşegenleri Dik Kesişen İkizkenar Yamuk

Köşegenleri dik kesişen ikizkenar bir yamuğun oluşturulmasının istendiği son soruda öğrencilerin %46'sının şeklin geometrik özelliklerine dayalı bir oluşum gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Ancak bu öğrencilerden sadece köşegenlerin dik kesişmesine ya da sadece köşegenlerin taban ile yaptığı açıya dayalı çizim yapanların ikizkenar yamuk oluşturamadıkları görülmüştür. Örneğin, Şekil 8-I'de köşegenlerin dik kesişimine dayalı çizimini gerçekleştiren öğrencinin oluşturduğu şeklin taban açıları ölçüldüğünde açıların eş olmadığı dolayısıyla ikizkenar yamuk belirtmediği görülmektedir. Ancak bu ölçüm öğrenci tarafından oluşum sırasında yapılmadığı için öğrenci oluşumu ikizkenar yamuk olarak almıştır. Şekil 8-II örneğinde ise öğrenci açılara dayalı çizim yapmasına karşın taban açılarının eşliğini sağlayacak bir yol düşünemediğinden dolayı ikizkenar yamuk oluşturamamıştır.

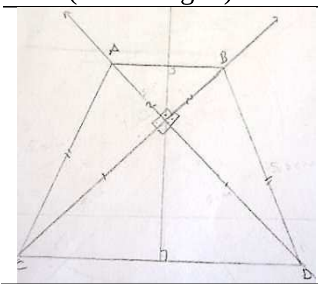




I **II**

Şekil 8. Geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı oluşum (diklik, açı ve orta dikme)

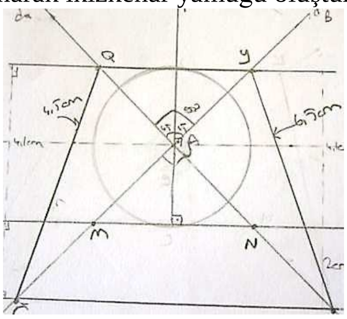
Buna karşın öğrencilerin yaklaşık % 27'sinin şeklin tüm geometrik özelliklerini (köşegenlerin dik kesişmesi ve eşliği ile tabanla yaptıkları açıların eşliği) dikkate alarak oluşumlarını tamamladıkları saptanmıştır. Öğrencilerden 3'ü ise bu oluşumlarında ayrıca tabana ait orta dikmeden de yararlanmış, bu dikmenin köşegenlerin kesim noktasından geçmesine dikkat ederek oluşumlarını Şekil 9'daki gibi tamamlamıştır. Ancak öğrencinin oluşumdaki muhakemesi incelendiğinde yamuğun köşegenlerini neden eş çizdiğini ve orta dikmeyi neden kullandığını belirtmediği görülmüştür. Benzer oluşumu gerçekleştiren öğrencilerden çoğunun da köşegen uzunluklarını ve köşegenlerin kesişim noktasından (O) yamuğun köşe noktalarına (A ve B) olan uzaklıkları neden eşit aldıklarını (OA=OB gibi) belirtmedikleri görülmüştür.

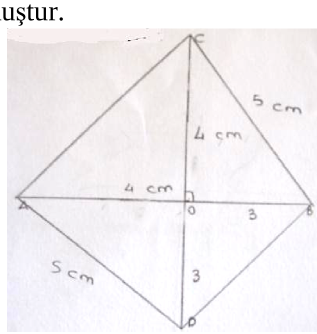


- *Açıölçer yardımıyla birbirine dik BC ve AD doğrularını çizdim.*
- *Sonra açıölçer ve cetvel yardımıyla bu doğrular arasında kalan farklı uzunlukta ve birbirine paralel iki doğru parçası çizdim.*
- *Daha sonra cetvel yardımıyla bu doğruların uçlarını birleştirince ikizkenar bir yamuk oluştu.*

Şekil 9. Geometrik özelliklere dayalı oluşum (diklik, açı ve orta dikme)

Öğrencilerin sadece 7'si oluşumlarını farklı geometrik şekillere dayalı olarak çember, üçgen ve kareden yararlanarak gerçekleştirmişlerdir. Çemberden yararlanan öğrencilerden sadece 2'si istenen oluşumu tamamlamış, bu öğrencilerden birinin oluşumu örnek olarak Şekil 10-I de sunulmuştur. Bu öğrenci öncelikle A merkezli bir çember çizerek bu çemberin çapını (P) belirlemiş, çapın uç noktalarından geçen teğet doğrularını oluşturmuştur. Bu yol ile öğrencinin teğet doğrularının (d_1 ve d_2) paralelliğini sağladığı söylenebilir. Ardından çapla (P) 45'şer derecelik açı yapan iki doğru (d_z ve d_b) çizerek köşegenlerin dikliğini sağlamıştır. Son olarak yamuğun alt tabanını oluşturacak doğrunun paralelliğini ise "bir doğru üzerindeki noktalardan çıkılan eş dikmelerin dikme ayaklarından geçen doğru ilk doğruya paraleldir" düşüncesi ile oluşturduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla köşegenleri dik kesişen QYGH ikizkenar yamuğunu oluşturmuştur. Üçgenlerden yararlanan 2 öğrenci, ikizkenar dik üçgeni ve 3-4-5 üçgenini (Şekil 10-II) kullanmıştır. Bu öğrencilerin dik kesişen 2 doğruyu kullanarak dik üçgenler elde ettiği ve Pisagor teoremine dayalı olarak da kenar uzunluklarını belirledikleri, bunlara bağlı olarak ikizkenar yamuğu oluşturdukları söylenebilir. Farklı geometrik şekillerden kareye dayalı oluşumu gerçekleştiren 1 öğrenci ise karenin köşegenlerinin kesişim noktasından yararlanarak ikizkenar yamuğu oluşturmuştur.

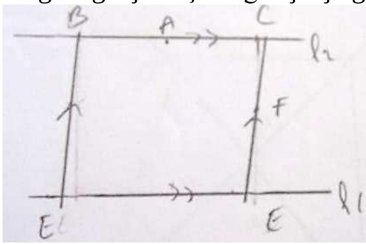




I **II**

Şekil 10. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Tablo 1 incelendiğinde özellikle son soruda olmak üzere öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun rastgele oluşum yaptıkları, herhangi bir çizim yapamayarak soruyu yanıtsız bıraktıkları görülmüştür. Rastgele oluşum öğrencilerin geometrik yapıların oluşumunda geometrik özellikleri ve teoremleri dikkate almaksızın gerçekleştirdikleri oluşum olarak tanımlanabilir. Şekil 11'de rastgele oluşumlara örnekler sunulmuştur. Rastgele oluşum yapan bir öğrencin muhakemesine ise "*Öncelikle iletki yardımıyla bir AB doğru parçası çizelim. Daha sonra bu doğruya paralel bir CD doğru parçası çizelim. A ile D, B ile C noktalarını öyle birleştirelim ki ACD açısı ile BDC açısı eşit olsun. Bunu da gönye yardımıyla ayarlayabiliriz*" biçimindeki ifadeleri örnek olarak verilebilir. Öğrencilerin yaptıkları açıklamalarda bazı geometrik özellikleri (paralel doğru çizimi gibi) ifade etmelerine karşın oluşumda çizimin göz kararı yani rastgele gerçekleştirdiği açıkça görülmektedir.



Şekil 11. Rastgele oluşum

Tablo 2: *Öğrencilerin Geometrik Yapıları Oluşturmaları*

	Geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı			Farklı geometrik şekillere dayalı			Rastgele	Yanıtsız
Soru 1	Tüm özellikler			Çember	Teğetler dörtgeni		3 %3,9	2 %2,6
f(77) %	11 %14,28			50 %64,94	11 %14,28			
Soru 2	Tüm özellikler			Çember	Altıgen	Üçgen	2 %2,6	2 %2,6
f %	23 %29,87			39 %50,64	9 %11,69	2 %2,6		
Soru 3	Tek özellik		Tüm özellikler	Çember	Üçgen	Kare	16 %20,78	1 %1,29
	Diklik	Orta dikme						
f %	3 %3,9	3 %3,9	16 %20,78	31 %40,26	4 %5,19	3 %3,9		

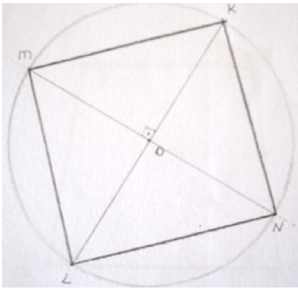
Son Oluşum Becerileri

Öğretim sürecinin ardından öğrencilerin geometrik yapıları (kare, eşkenar dörtgen ve köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk) çizim araçlarını kullanarak nasıl oluşturduklarının ve hangi stratejileri kullandıklarının tekrar incelendiği bu son aşamadan elde edilen bulgular Tablo 2'de sunulmuştur.

Düzgün Çokgen (Kare)

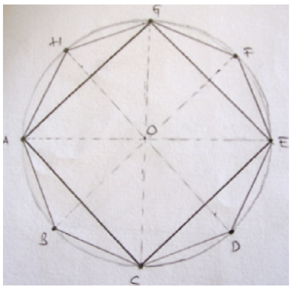
Herhangi bir kare oluşturulmasının istendiği birinci soruda öğrencilerin yaklaşık %80 inin karenin geometrik özelliklerine dayalı oluşum yapmak yerine farklı geometrik şekillere özellikle de çembere dayalı çizimler gerçekleştirdikleri saptanmıştır. Özellikle çembere dayalı oluşumlar incelendiğinde öğrencilerin merkez açı, yarıçap, çap, çevrel çember ve birden fazla eş çemberin kesişimine dayalı oldukça çeşitli stratejiler geliştirdikleri de görülmüştür. Örneğin, öğrencilerin 31'i Şekil 12-I de görüldüğü gibi çizdiği çemberin çaplarını dik kesiştirerek kare oluştururken, 13'ü merkez açıyı önce sekizgen olacak şekilde eş parçalara bölüp ardından kareyi Şekil 12-II de sunulduğu gibi oluşturmuşlardır. Çemberin çaplarının dik kesişimi ile oluşan dörtgendeki köşegenlerin ayırdığı üçgenler üzerine muhakeme kuran öğrencilerin çoğunluğunun oluşan üçgenlerin ikizkenar üçgen olduğunu ifade ettikleri ve kenar-açı-kenar eşlik aksiyomunu kullanarak eş üçgenlerin oluşturduğu dörtgenin bir kare olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise muhakemelerinde çapların dik kesişimi ile oluşan dörtgenin köşe noktalarının açı ölçüsünün "çapı gören çevre açı 90°dir" özelliğine ve köşegenlerin eşliğini çapa dayalı olarak dörtgenin kare olduğunu vurguladıkları belirlenmiştir. Çemberin merkez açısını bölerek kare oluşturan öğrencilerin muhakemelerinde ise öğrencilerin bazılarının Şekil 12-II'deki ilk açıklamada sunulduğu gibi eş yaylar-eş kirişler üzerinden muhakeme yürütmelerine karşın bazı öğrencilerin oluşumun bir kare olduğunu daha çok ölçüme dayalı olarak ikinci açıklamadaki gibi belirttikleri saptanmıştır. Birinci açıklamada bulunan öğrencilerin öncelikle "eş açıların karşısındaki yayların eşliğine" dayalı olarak düzgün sekizgeni oluşturdukları görülmüştür. Düzgün sekizgenin köşegenlerini (GC ve AE) çizerek bu eş köşegenlerin/çaplarının uç noktalarını birleştirerek dörtgeni elde etmiştir. Bu dörtgenin köşegenlerinin dik kesişmesine ve "çapı gören çevre açı 90°dir" özelliğine dayalı olarak öğrencilerin bu dörtgenin kare olduğunu ifade ettikleri söylenebilir. Şekil 12'de bu oluşumlar ve öğrencilerin muhakemelerden örnekler sunulmuştur.

I.



- *Öncelikle pergel yardımıyla bir çember çizelim. Merkezi O olan bu çembere gönye yardımıyla bir çap çizelim. Sonrasında iletki yardımıyla çizdiğim çapa dik olacak şekilde ikinci bir çap çizelim. Bu çapların çemberle birleşen uçlarını birleştirelim.*
- $\overset{\Delta}{KOM}$ *üçgeni ikizkenar üçgendir ve O açısı 90° olduğundan dolayı* $m(\widehat{MKO}) = m(\widehat{KMO}) = 45°$ *olurlar. Benzer şekilde* $\overset{\Delta}{KON}$, $\overset{\Delta}{NOL}$, $\overset{\Delta}{LOM}$ *üçgenleri için de aynı olur. Dolayısıyla K, N, L, M köşeleri 90° olmuş olur. Ayrıca görüldüğü gibi* $\overset{\Delta}{KOM}$, $\overset{\Delta}{KON}$, $\overset{\Delta}{NOL}$, $\overset{\Delta}{LOM}$ *üçgenleri eş olduklarından dolayı* $|KM| = |KN| = |NL| = |LM|$ *olur. Sonunda KNLM karesi oluşmuş olur.*

II.

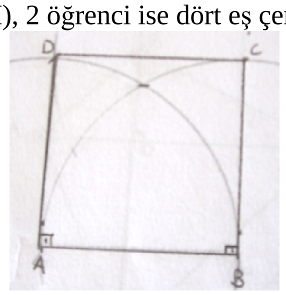


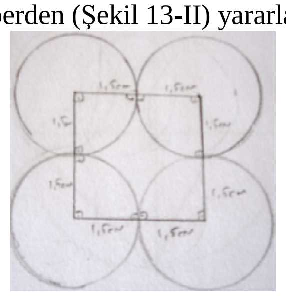
1. Açıklama:
- *Pergel ile bir çember çizdim. Daha sonra çember yayını açıölçer ile 8 eş parçaya ayırdım.*
- *Daha sonra bu noktaları cetvel yardımıyla birleştirdim ve düzgün sekizgen elde ettim.*
- $\widehat{HG} = \widehat{GF} = \widehat{FE} = \widehat{ED} = \widehat{DC} = \widehat{CB} = \widehat{BA} = \widehat{AH}$
- *Eşit yayı gören kirişlerin uzunlukları eşittir.*
- $|GC|$*ve* $|AE|$*köşegenleri aynı zamanda çaptır ve çapı gören çevre açı 90°dir.*
- $m(\widehat{AGE}) = m(\widehat{GEC}) = m(\widehat{ECA}) = m(\widehat{CAG}) = 90°$
- *Bu verilere dayanarak AGEC bir karedir.*

2. Açıklama: Ölçüme dayalı
- *Önce pergel ile yarıçapı 3,3 cm olan çember çizdim. Bu çemberden yararlanarak çemberi önce dört eş dilim şekline sonra sekiz eş dilim şekline ayırıp çemberin üzerindeki 8 noktayı işaretledim (açıölçer ile) daha sonra bu 8 noktayı birleştirerek düzgün sekizgen oluşturdum.*
- *Oluşan düzgün sekizgende (ABCDEFGH) A ile G noktasını, G ile E noktasını, E ile C noktasını ve C ile A noktasını birleştirerek kare oluşturdum. Kontrol ettiğimde;*
  $|AG| = |GE| = |CE| = |AC| = 4{,}5\ cm$,
  $m(\widehat{AGE}) = m(\widehat{GEC}) = m(\widehat{ECA}) = m(\widehat{CAG}) = 90°$ *olur.*

Şekil 12. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Karenin oluşumunda öğrencilerin 3'ü çevrel çemberden, 1 öğrenci yarıçaplardan yararlanırken, 1 öğrenci iki (Şekil 13-I), 2 öğrenci ise dört eş çemberden (Şekil 13-II) yararlanmışlardır.





I **II**

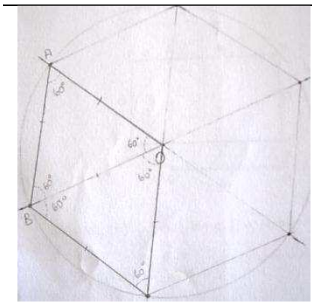
Şekil 13. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Bu soruda farklı geometrik şekillere dayalı oluşum kapsamında öğrencilerin bazılarının kullandığı diğer bir strateji ise çembere dayalı olarak teğetler dörtgenini oluşturarak kareye ulaşmaktır.

Öğrencilerin %14'ünün ise karenin oluşumunu geometrik özelliklere dayalı olarak tamamladıkları görülmüştür. Bu oluşumlar incelendiğinde dikkati çeken en önemli nokta, ön testin aksine, öğrencilerin tamamının istenen yapının oluşumunda tek bir özelliğine odaklanmak yerine tüm açı ve kenar özelliklerine odaklanmalarıdır. Eşkenar dörtgenin oluşturulmasının istendiği ikinci soruda da benzer şekilde öğrencilerin % 31'inin geometrik özelliklere dayalı oluşum gerçekleştirdikleri saptanmıştır. Her ne kadar bu öğrenciler oluşumlarını ölçüme dayalı olarak tamamlamış olsalar da kenarları teşkil edecek doğrular arasında kalan yöndeş-içters açıların eşliğinden paralelliği ifade etmeleri daha doğru bir biçimde muhakeme yaptıklarının bir göstergesidir.

Eşkenar Dörtgen

Eşkenar dörtgenin oluşumunda öğrencilerin yaklaşık % 64'ünün ağırlıklı çember olmak üzere farklı geometrik şekillerden yararlandıkları görülmüştür. Bu oluşumlarda, karenin oluşumunda olduğu gibi, çembere dayalı çizimlerde öğrencilerin birden fazla çemberin kesişimine, merkez açıya, çember içinde oluşturulan altıgene ve çapların dikliğine dayalı çeşitli stratejiler geliştirdikleri saptanmıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin altıgenden ve eşkenar üçgenden yararlanarak eşkenar dörtgene ulaştıkları da görülmüştür. Eşkenar dörtgen oluşumunda ağırlıklı olarak yararlanılan çemberdeki farklı stratejiler incelendiğinde, öğrencilerin 17'sinin çizdikleri çemberin merkez açısından, 20'sinin ise birden fazla çemberin kesişiminden yararlanarak altıgen oluşturdukları belirlenmiştir. Merkez açıdan yararlanan öğrencilerin Şekil 14'de sunulduğu gibi merkez açıyı açı ölçer kullanarak 6 eş parçaya böldüğü ve açıların çemberi kestiği noktaları belirleyerek bu noktaların birleşiminden düzgün altıgen elde ettiği görülmüştür. Öğrencilerin daha sonra düzgün altıgen içinden seçtiği tabanları ortak iki eşkenar üçgenden yararlanarak eşkenar dörtgen oluşturdukları saptanmıştır. Öğrencilerin bu oluşumdaki muhakemelerinde öncelikle "bir üçgenin iki kenarı eş ise bu kenarlar karşısındaki açılarda eştir" teoremini kullandıkları söylenebilir. Şekil 14'te bu stratejiyi kullanan öğrencilerden birinin muhakeme süreci sunulmuştur:

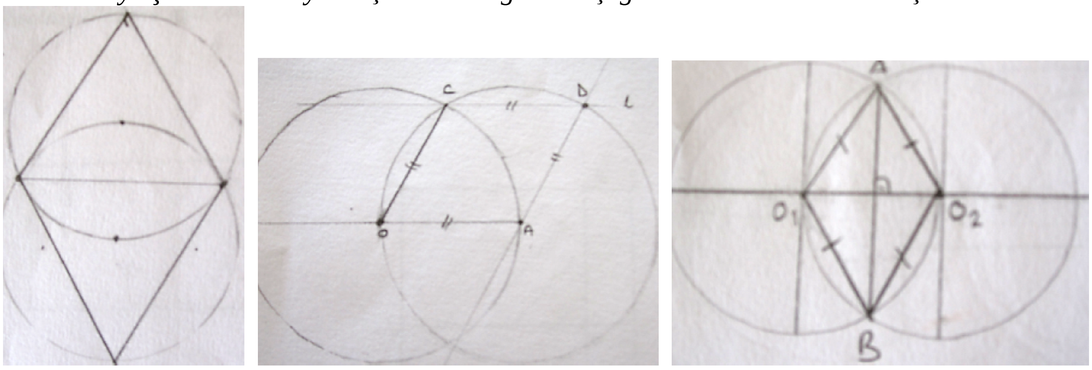


- *Bir O noktası aldım, çemberimi pergelle çizdim. Önce altıgen oluşturup, eşkenar dörtgene öyle geçeceğim için çemberi merkez açıda 6 eş parçaya böldüm. 360/6=60° lik parçalara ayırdım. Bunun için çember üzerinde açıölçerle noktaları belirledim. Belirlediğim noktaları karşılıklı birleştirdim. 3 tane birbirini yalnız O noktasında kesen doğru parçaları elde ettim. Bu doğru parçalarının çemberi kestiği noktaları art arda birleştirip düzgün altıgen elde ettim.*
- *Altıgenin içinden seçtiğim 2 eşkenar üçgen birleşince bir dörtgen elde edilir. Bu dörtgenin bütün kenarları eş olduğu için eşkenar dörtgen olur. ABCO dörtgenini eşkenar dörtgen olarak buldum.*

Şekil 14. Çemberdeki merkez açıya dayalı oluşum

Eşkenar dörtgen oluşumunda birden fazla çemberin kesişiminden yararlanan öğrencilerin 15'i iki eş çemberi, 3'ü üç eş çemberi ve 2'si dört eş çemberi kullanmışlardır. Öğrencilerin eşkenar dörtgen oluşumunda bu çemberleri kullanmalarındaki farklılık dikkat çekicidir. Şekil 15-I deki öğrenci iki eş çemberi oluşturduktan sonra bu çemberleri 3 eş parçaya bölmüş, eş parçaların birleşiminden açıölçer ile tepe açısı 60° olan iki üçgen elde etmiştir. Daha sonra bu üçgenlerin tepe noktalarından ve çemberlerin merkezlerinden geçen doğruyu göz önüne alarak eşkenar üçgenler elde etmiştir. Eşkenar üçgenlerin oluşumunda öğrencinin "kesişen iki çemberin merkezlerinden geçen doğru, ortak kirişin orta dikmesidir" teoremini dikkate aldığı gözlenmektedir. Ardından öğrenci iki eşkenar üçgenden oluşan dörtgeni eşkenar dörtgen olarak adlandırmıştır. Bunun yanı sıra 2 eş çemberin kesişimini kullanan öğrencilerin çoğunluğunun Şekil 15-II de örneği sunulan öğrenci gibi eş çemberleri oluşturduktan sonra yarıçaplardan ve iki çemberin kesişim noktalarından yararlanarak oluşumlarını tamamladıkları, bu oluşumda dörtgenin üç kenar uzunluğunun eşliğini ortak yarıçaplardan, paralelliği ise ölçüme dayalı olarak yani açıların 60° ve 120° olmasını dikkate alarak sağladıkları, paralellik koşulundan yola çıkarak da dördüncü kenarın eşliğini kabul ettikleri belirlenmiştir. Şekil 15-III deki öğrenci ise eş çemberlerin yarıçaplarını çemberlerin kesişim noktaları ile birleştirerek oluşumunu gerçekleştirmiş “kesişen iki çemberin merkezlerinden geçen doğru, ortak kirişin orta dikmesidir” teoremini ve oluşan dörtgenin eş kenar uzunlukları ile AB kirişinin merkez doğruyu ortaladığı özelliğini dikkate alarak oluşumunu gerekçelendirmiştir. Öğrencinin ifadesi şu şekildedir;

“Bir doğru üzerinde yarıçap uzunlukları eşit, birbiriyle kesişen iki çember çizdik. O_1 ve O_2 merkezli çemberlerin yarıçapları eşittir. Çemberlerin kesişim noktasını O_1’den A’ya birleştirdiğimizde bu O_1in yarıçapı olmuş olur. Aynı şekilde O_2den A’ya birleştirilen [doğru parçası] O_2nin yarıçapı olacaktır. Bu O_1 ve O_2 merkezli çemberlerin yarıçapları eşit olduğundan orta alanda oluşan O_1AO_2B bir eşkenar dörtgendir. Merkezler doğru üzerinde ve A’dan B’ye çizilen dikme yani eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini dik kesmiş olur.”

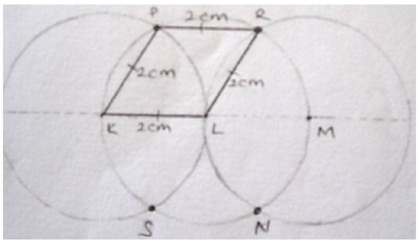


I **II** **III**

Şekil 15. İki eş çemberin kesişimine dayalı oluşum

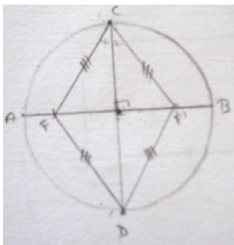
Eşkenar dörtgen oluşumunda 3 öğrenci üç eş çemberin kesişiminden (Şekil 16-I) yararlanırken, 2 öğrenci çapların dikliğinden (Şekil 16-II) yararlanmışlardır. Üç eş çemberi kullanan öğrenciler, Şekil 15-II’de iki eş çember kullanarak oluşumu daha çok ölçmeye dayalı gerçekleştiren öğrencilerden farklı bir uygulama gerçekleştirmişlerdir. Her ne kadar oluşturdukları dörtgenin kenarlarının paralelliğini gerekçelendirmemiş olsalar da merkezleri aynı doğru üzerinde ve eş yarıçaplı üç çemberin kesişiminden oluşan KLPR dörtgeni eşkenar dörtgendir. Çapların dikliğini kullanan öğrenciler ise, ölçüme dayalı olarak merkezden eşit uzaklıkta F ve F’ noktalarını belirlemiş, bu noktaları CD çapının uçları ile birleştirerek oluşumu tamamlamıştır. İlginç oluşumlardan bir diğeri ise bir çemberin içine oluşturulan eşkenar üçgenin A köşesinin üçgenin tabanına göre simetriğinin alınarak E köşesinin belirlendiği oluşumdur (Şekil 16-III). Bu oluşumda öğrenci, açıölçer kullanarak 360°’lik yayı üç eş yaya bölmüş ve böldüğü noktalardan geçen eşkenar üçgeni oluşturmuştur. Öğrencinin “bir çemberde çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir” özelliğini kullanarak oluşan üçgenin eşkenar üçgen olduğunu kabul ettiği söylenebilir. Ardından bu öğrenci, oluşan eşkenar üçgenin BC kenarına göre simetriğini alarak eşkenar dörtgeni oluşturmuştur.

I.



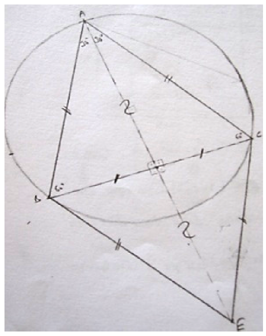
- *Önce pergel ile yarıçapı 2 cm olan K, L, M çemberleri çizdim. K ve M çemberleri birbirine teğet olacak şekilde.*
- *K ve L merkezli çemberlerin kesiştikleri noktaları P ve S, M ve M merkezli çemberlerin kesiştikleri noktaları R ve N olarak isimlendirdim.*
- *Eşkenar dörtgenin oluşması için P ile R noktalarını, R ile L noktalarını, L ile K*

II.



- *Pergel ile r=3 cm olan bir çember çizdim.*
- *Cetvel ile CD çapını çizdim.*
- *CD nin orta dikmesi olan ve çemberin çapı olan AB’yi çizdim.*
- *CD üzerinde merkeze 2 cm*

III.

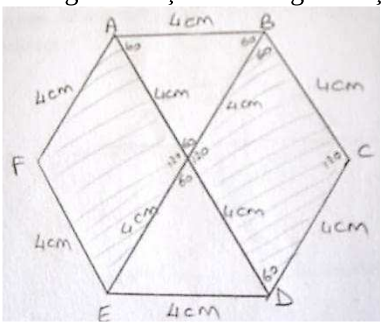


- *Öncelikle pergel ile bir çember çizeriz. Çember yayı tam açı olacağından 360°’dir. Daha sonra çember üzerinde 120°*

noktalarını, K ile P noktalarını birleştirdim. Oluşan şekil eşkenar dörtgen oldu çünkü: *[PR]//[KL] ve [PK]//[RL]* *|PR|=|RL|=|KL|=|KP|=2 cm* $m(\hat{PKL}) = m(\hat{LRP}) = 60^\circ$ *ve* $m(\hat{KPR}) = m(\hat{KLR}) = 120^\circ$	*uzaklıkta F ve F' noktaları belirledim.* • *F, C, F', D noktalarını birleştirdim. FCF'D bir eşkenar dörtgen oldu. [FF'] ile [CD] birbirine diktir ve köşegendir.*	*aralıkla, eşit uzaklıkta 3 nokta alıp onları birleştirelim ve eşkenar üçgen oluşturalım.* • *Eşkenar üçgenin BC kenarına göre simetrisini alıp eşkenar dörtgen elde edelim.*

Şekil 16. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum

Bazı öğrencilerin (9 aday) ise oluşumda tüm geometrik özelliklerine dayalı olarak öncelikle bir düzgün altıgen oluşturdukları ve ardından bu altıgenin köşegenlerini çizerek, içteki eşkenar üçgenlerin birleşiminden Şekil 17'deki gibi bir eşkenar dörtgen oluşturdukları belirlenmiştir.



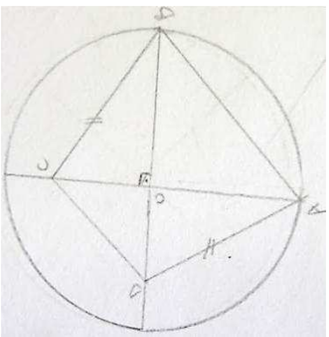
Şekil 17. Düzgün altıgene dayalı oluşum

Köşegenleri Dik Kesişen İkizkenar Yamuk

Köşegenleri dik kesişen ikizkenar bir yamuğun oluşturulması ile ilgili soru ön testte öğrencilerin yaklaşık %44'ünün oluşumu rastgele yapması ya da yanıtsız bırakması nedeniyle son testte tekrar sorulmuştur. Geometrik özelliklere dayalı oluşum yapan öğrencilerin yaklaşık %21'inin çizimlerinde köşegenlerin dik kesişmesi, köşegenlerin eşliği, taban açıların eşliği gibi tüm özellikleri dikkate aldıkları saptanmıştır. Tek özelliğe dayalı oluşum yapan (köşegenlerin dik kesişmesi) öğrenci sayısının ise oldukça azaldığı, ayrıca öğrencilerden hiçbirinin köşegenlerin taban ile yaptığı açıya dayalı oluşum yapmadıkları belirlenmiştir.

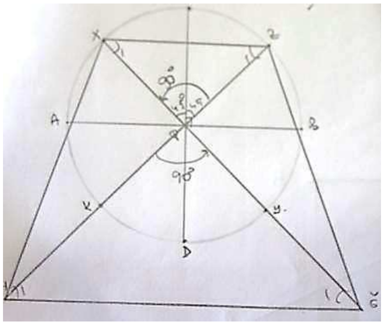
Köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamuk oluşumunda ön testte daha çok geometrik özelliklere dayalı oluşum yapan öğrencilerin son testte ağırlıklı olarak farklı geometrik şekillerden yararlandıkları saptanmıştır. Farklı geometrik şekillere dayalı oluşum yapan öğrencilerin çizimlerinde ise ağırlıklı olarak çemberin kullanıldığı görülmüştür. Çembere dayalı oluşumlar incelendiğinde ise öğrencilerin iki eş çember, üç eş çember, üç eş çember ve 1 küçük çember ve çap olmak üzere çeşitli stratejiler geliştirdikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin 25'i çemberi, yamuğun köşegenlerin dik kesişmesini ve eşit uzunlukta olmasını sağlamak amacıyla çoğunlukla Şekil 18'deki gibi olmak üzere 2 farklı şekilde kullanmışlardır. Şekil 18-I'de öğrenci bir çemberde çapların dikliğinden yola çıkarak, yarıçaplar üzerinde orta noktaları belirleyip, çaplar üzerinde orantılı parçalar ayırmıştır. Bu yol ile öğrencinin AB nin DC ye paralelliğini sağladığı söylenebilir. Daha sonra öğrenci |*BC*|=|*AD*| eşitliğini OCB ile ODA üçgenlerin eşliğinden ifade etmiştir.

I



- *O merkezli bir çember çizelim*
- *A ve B noktalarından çapları çizelim[dik olacak şekilde]*
- *C ve D noktalarını yarıçapların orta noktası olacak şekilde belirleyelim.*
- *Şimdi C ve D yi birleştirelim.*
- *|AB|//|CD| dir.*
- *|BC|=|AD| dir. OCB ile ODA üçgenlerinin eşliğinden*
- *A, B, C, D yi birleştirelim. Soru yanıtlanır.*

II

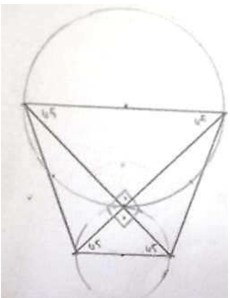


- *Pergel yardımıyla [O merkezli] çember çizelim. [AB]çap olsun. Bu çapa dik, iletki yardımıyla, bir çap daha çizelim. Bu çap da [CD]olsun. Daha sonra [CD] çapına 45°lik açı yapacak 2 eş doğru parçası daha çizelim (|XĞ|=|HZ|). Bu doğrular çemberi X, Y ve Z, K noktalarında kessin.*
- *Daha sonra X,Z,H,Ğ noktalarını birleştirelim.*
- $\widehat{XOZ}$ *açısı 90°dir.[XĞ] ve [HZ] yamuğun köşegenleri olduğundan köşegenler birbirine dik olur.*
- $\widehat{HOĞ}$ *ters açıdan 90°dir.*
- *|XO|=|OZ| yarıçap olduğundan, doğru parçalarını eş aldığımdan |XĞ|=|HZ| dir.* *|XĞ=|XO|+|OĞ|=|HZ|=|HO|+|OZ| ise |OH|=|OĞ| olur. İkizkenarlıktan* $H_1=Ğ_1=45$ *ve* $X_1=Z_1=45$ *olur. Dolayısıyla |XZ|//|HĞ| olmuş olur ve XZĞH ikizkenar yamuk olur.*

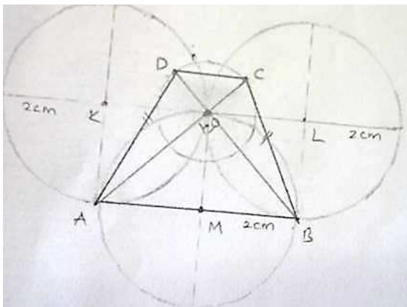
Şekil 18. Çembere dayalı oluşum

Şekil 18-II'deki oluşumu gerçekleştiren öğrenci ise, o merkezli çemberde ölçüme dayalı birbirini dik kesen iki çap alarak 45'şer derecelik açı yapan iki doğru çizmiş ve yamuğun köşegenlerinin dikliğini sağlamıştır. Daha sonra öğrenci |*XĞ*|=|*HZ*| eşitliği ile oluşuma başladığı için |*OH*|=|*OĞ*| eşitliğini göstermiştir. XZ//HĞ paralelliğini ise oluşan OHĞ ve OXZ ikizkenar üçgenlerdeki taban açılarının eşliğine (iç ters açılar) dayalı olarak ifade etmiştir. Çembere dayalı oluşum gerçekleştiren 3 öğrenci çapı gören çevre açıdan yararlanarak çizimini Şekil 19-I'de görüldüğü gibi iki farklı çembere göre tamamlarken, iki öğrenci üç eş çemberin kesişiminden ve çapı orta taban alarak çizimini Şekil 19-II'deki gibi tamamlamıştır. Son olarak en ilginç oluşumlardan biri ise sadece bir öğrenci tarafından kullanılan üç eş çemberin kesişimine ve bu kesişim noktasını merkez alan bir küçük çembere dayalı olarak gerçekleştirilen, Şekil 19-III'de muhakemesi ile birlikte sunulan ikizkenar yamuk oluşumudur.

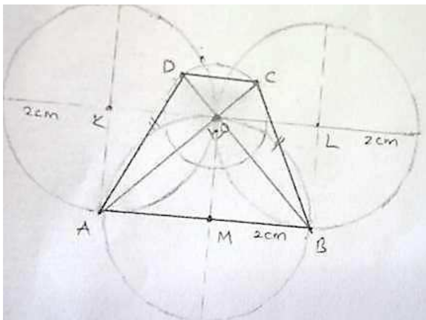
I



II



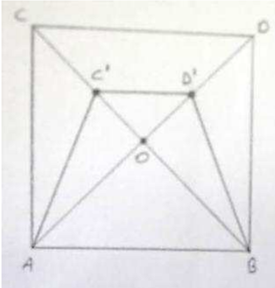
III



- *Önce pergel yardımı ile yarıçapları 2'şer cm olan K, L ve M olmak üzere 3 çember çizdim. K ile L merkezli çemberleri teğet olacak şekilde.*
- *K ile L merkezli çemberinin teğet geçtiği nokta (O) ile |AB| arasındaki mesafenin orta noktasını alıp (M) yarıçapı |OM|=2=r olacak şekilde M merkezli çemberi çizdim. Hepsinin kesiştiği O noktasından yarıçapı 1 cm olacak şekilde O merkezli bir çemberi de çizdim.*
- *O merkezi çemberin üzerinden D ve C noktalarını alıp birleştirdim. Daha sonra D ile A, A ile B, B ile C noktalarını birleştirdiğimde oluşan kapalı şekil ikizkenar yamuk oldu. Çünkü |AD|=|CB|=3 cm , [DC]//[AB] olduğu için de.*
- *Köşegenleri çizdiğimde dik kesiştiler.*

Şekil 19. Çembere dayalı oluşum

Öğrencilerden bazıları çember yerine ön testte olduğu gibi ikizkenar dik üçgen ve 3-4-5 üçgeninden de yararlanmışlardır. Ayrıca kareden yararlanan öğrenci sayısında da artış olduğu görülmüştür. Şekil 20'de sunulan bu oluşum örneğinde öğrencilerin karenin köşegenlerinin dik kesişmesinden yararlanarak pratik ve yaratıcı bir biçimde istenilen oluşumu tamamladıkları belirlenmiştir.



Şekil 20. Kareye dayalı oluşum

Diğer önemli bir bulgu ise ön testte rastgele oluşum yapan öğrencilerden 9'unun son testte doğru bir oluşum gerçekleştirememelerine karşın çemberi kullanmaya çalışmalarıdır. Tablo 2 her üç soru için incelendiğinde öğrencilerin çok azının soruları yanıtsız bıraktıkları, rastgele oluşum yapan öğrenci sayısında ise ön teste göre oldukça önemli miktarda azalma olduğu belirlenmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada, TI-Nspire CAS kullanımı ile desteklenmiş bir öğretim süreci öncesinde ve sonrasında öğrencilerin istenilen geometrik oluşumlarda var olan geometrik ilişkilerle muhakemeler yoluyla oluşumu nasıl gerçekleştirdikleri ve bu süreçte hangi stratejileri kullandıkları üzerinde durulmuştur. Bu bölümde öğrencilerin öğretim süreci öncesi ve sonrası gerçekleştirdikleri geometrik oluşumlara dayalı gelişimleri ve teknolojinin bu gelişimdeki katkısı tartışılacaktır.

Çalışmanın en önemli sonuçlardan biri öğretim süreci öncesine ve sonrasına bağlı olarak geometrik oluşumlara ilişkin öğrencilerde görülen gelişimdir. Bu sonuca, öğrencilerin ön testte ağırlıklı olarak deneysel (ölçüme dayalı), son testte ise ağırlıklı olarak teorik (farklı bir geometrik şeklin kullanılması) oluşumlar gerçekleştirmelerine ve bu bağlamda muhakeme becerilerine ve kullandıkları stratejilerin çeşitliğine dayalı olarak ulaşılmıştır. Ön ve son testten elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, ön testte öğrencilerin çoğunluğu tümevarımsal bir muhakeme yoluyla, geometrik özelliklere ve ölçüme dayalı ve bu süreçte de ellerinde geometrik araç seti olmasına karşın tüm özellikleri dikkate almak yerine tek bir özelliğe dayalı geçersiz oluşumlar gerçekleştirmişlerdir. Sadece bir soruda farklı geometrik şekilleri kullanarak teorik oluşum gerçekleştiren bazı öğrenciler ise bir strateji ile oluşumlarını tamamlamışlardır. Ayrıca ön testte rastgele oluşumlar yapan ya da herhangi bir oluşum yapamayan öğrenci sayısının fazlalığı da dikkat çekicidir. Bu durum öğrencilerin ortaöğretimde geometri derslerinde geometrik oluşum becerilerinin eksikliği ile açıklanabilir (Napitupulu, 2001). Teknoloji destekli öğretim süreci sonrası gerçekleştirilen son testte ise, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tümevarımsal bir muhakeme yoluyla farklı geometrik şekillere dayalı teorik oluşumlar gerçekleştirmişler, ölçüme dayalı oluşum gerçekleştiren az sayıda öğrenci de ön testten farklı olarak tüm geometrik özellikleri dikkate almıştır. Teorik oluşum gerçekleştiren öğrenciler ise ağırlıklı olarak çemberin ve çemberin yarıçap, çap, merkez açı gibi çeşitli öğelerini dikkate almışlar, birden fazla eş çemberin kesişiminden yararlanarak oldukça farklı stratejiler kullanmışlardır. Uygulanan bu testler karşılaştırıldığında öğrencilerin geometrik özelliklere dayalı oluşumlardan çember, üçgen çeşitleri, kare, altıgen gibi farklı geometrik şekillerin kullanıldığı oluşumlara doğru yönelmeleri araştırmanın en önemli sonuçlarından biridir. Öğrencilerin oluşumlarında farklı geometrik şekillerden yararlanarak teorik oluşumlar gerçekleştirmeleri onların bu şekiller arasındaki ilişkilere dayalı tümevarımsal muhakemelerinin gelişmesi ve dolayısıyla daha zengin bir bakış açısı kazanabilmeleri açısından önemlidir. Diğer taraftan farklı geometrik yapıları kullanan öğrenciler her ne kadar tümevarımsal bir muhakeme ile oluşumlarını gerçekleştirseler de bu durum onların daha sonra tümdengelimsel bir muhakemeyle formal geometrik ispatları gerçekleştirmelerine bir geçiş sağlayabilecektir.

Çalışmanın bir diğer önemli sonucu ise, TI-Nspire CAS ile desteklenmiş bir öğretimin kâğıt kalem ortamında gerçekleştirilen geometrik oluşumlara ve öğrencilerin bu süreçte geometrik ilişkilere dayalı muhakeme becerilerinin gelişimine aynı zamanda çeşitli ve etkili strateji kullanmalarına olan katkısıdır. Çalışmada, dinamik geometri ortamlarının kullanıldığı öğretim süreci ile öğrencilerin geometrik yapıları algılamaları, bu yapılardaki geometrik özellikleri programın temel araçlarını, sürükleme çeşitlerini (sürükleme testi) kullanarak keşfetmeleri ve keşfettikleri ilişkileri test ederek oluşumlarını doğrulamaları sağlanmıştır. Diğer taraftan menüdeki ölçüm araçları da kullanılmış ancak öğrenciler teorik oluşumlar gerçekleştirmeleri için farklı geometrik yapıları kullanmalarına ilişkin yönlendirilmiştir. Bu yönlendirme öğrencilerin kâğıt kalem ortamındaki son testteki geometrik oluşumlarda kullanılan stratejilerin çeşitlenmesi, çoğunlukla farklı geometrik yapıların kullanılması ile kendini göstermiştir. Yapılan çalışmalara da bu sonucu destekler niteliktedir. Nitekim Hanna (2000) dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı öğrenme ortamlarının öğrencilerin yüksek oranda doğru geometrik oluşumları gerçekleştirmelerine izin verdiğini, onların geometrik önermeleri anlamalarına yardımcı olduğunu ve önermelerin önemini görmelerini kolaylaştırdığını savunur. Ayrıca Hanna öğrencilerin bu süreçte ürettikleri oluşumların verilen özelliklerini keşfetme ve hatta yeni özellikler bulma yoluyla varsayımlarını kolayca test edebildiklerini de belirtmektedir. Stylianides ve Stylianides (2005) ise dinamik geometri ortamlarındaki oluşum problemlerinin çözümünün doğrulanmasında özellikle sürükleme özelliğinin ve sürükleme testinin temel kriter olduğunu önemle vurgulanmaktadırlar.

Bu çalışmanın sonuçları doğrultusunda öğretmenlere ve öğretmen eğitimcilerine öğrencilerinin geometrik muhakemelerinin gelişimini desteklemek amacıyla öğretim ortamlarında geometrik oluşumlara ilişkin problemlerde hem dinamik geometri yazılımlarını hem de klasik geometrik araçları kullanmaları önerilebilir. Bu doğrultuda eğitim fakültelerinde teknoloji destekli geometri öğretimine yönelik seçmeli derslere programlarda yer verilebilir. Ayrıca bu çalışmaya benzer bir çalışma öğretmenler üzerinde de gerçekleştirilebilir. Bu doğrultuda öğretmenlerin teknoloji ve geometri bilgilerini bütünleştirici hizmet içi eğitimler sunulabilir.

Kaynaklar

Bennett, D. (2002). *Exploring geometry with the Geometer's Sketchpad*. California: Key Curriculum Press

Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1998). *Qualitative research for education: An ıntroduction to theory and methods.* 3rd ed-Boston: Allyn and Bacon.

Cecconi, S., Capponi, B., & Bellemain, F. (2003). *Cabri classe II.* Nice: CRDP Académie de Nice Les Editions Archimède.

Duval, R. (1998), Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI study*. (pp.37-52). Dordrecht: Kluwer.

Erduran, A. & Yeşildere, S. (2010). Geometrik yapıların inşasında pergel ve çizgecin kullanımı. *İlköğretim Online*, 9(1), 331-345. http://ilkogretim-online.org.tr

Goldenberg, E. P., Cuoco, A. A. & Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space* (pp. 3-44). Mahwah: Lawrence Erlbaum A.

Guin, D., Ruthven, K.,& Trouche, L. (2005) *The didactical challenge of symbolic calculators*. Springer

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics, 44*, 5–23.

Janicic, P. (2006). GCLC-A Tool for constructive euclidean geometry and more than that. In A. Iglesias &N. Takayama (Eds.), *Mathematical Software-ICMS 2006 Second International Congress on Mathematical Software* (pp. 58-73). Castro Urdiales, Spain.

Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *18*(1&2), 29-34.

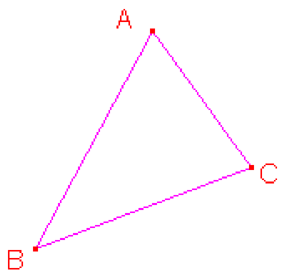
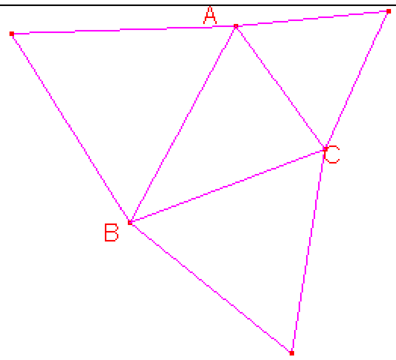
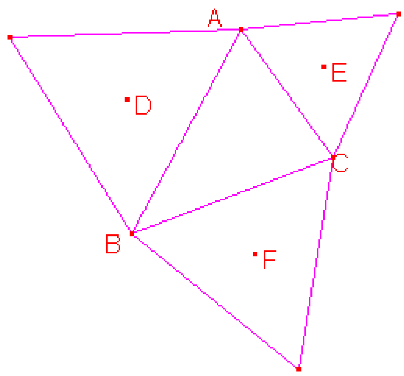
Keyton, M. (1997). Students discovering geometry using dynamic geometry software. In King, J. & Schattschneider, D. (Eds.). *Geometry Turned On* (pp.63-68). Washington: Mathematical Association of America.

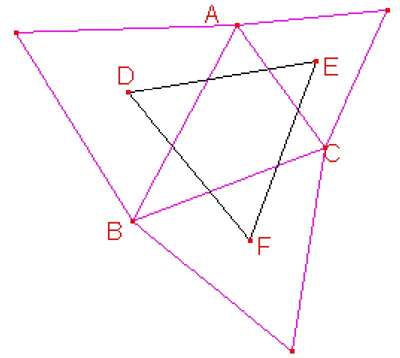
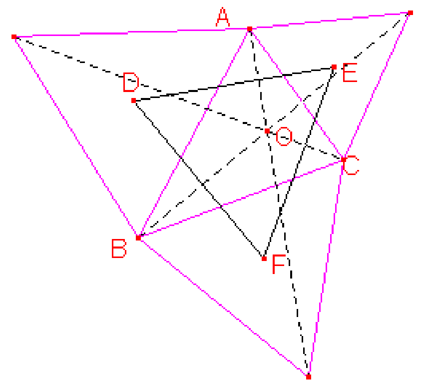
Köse, N. Y. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: Bir eylem araştırması*. (Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yayınlanmamış doktora tezi). Eskişehir.

Leikin, R. (2004). Towards high quality geometrical tasks: reformulation of a proof problem, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 3, 209-216.

Martin, G .E. (1998). *Geometric constructions*. New York: Springer.
Miles M., & Huberman, M. (1994). An expanded sourcebook qualitative data analysis (2nd Ed.). California: Sage Publications.
Milli Eğitim Bakanlığı (MEB, 2005). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB.
Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and van Hiele levels of thinking on geometric constructions.* (Simon Fraser University Unpublished Master Dissertation). Canada.
Smart, J. R. (1998). *Modern geometries* (5th ed.). CA: Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove.
Stylianides, G. J. & Stylianides, A. J. (2005). Validation of solutions of construction problems in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *10*, 31-47.

Ek-1

Adı- Soyadı:	Öğrenci No:
Problem 2: "Napolyon Üçgeni"ni araştıralım.	
9/2-"Shapes" menüsünden "triangles" aracı ile bir üçgen oluşturarak ABC olarak isimlendiriniz.	
ABC üçgeninin her bir kenarına, menüdeki "Regular Polygon" aracını kullanmadan, yandaki gibi eşkenar üçgenler oluşturunuz. Oluştururken eşkenar üçgenin özelliklerini dikkate alınız ve her bir eşkenar üçgenin bir kenarının ABC üçgenine çakışık olmasına dikkat ediniz. Oluşum için kullandığınız ek çizimleri 1/3-"Actions menüsündeki Hide/Show" aracı ile gizleyiniz.	
Oluşturduğunuz eşkenar üçgenlerin ağırlık merkezlerini belirleyerek D, E ve F olarak isimlendiriniz. Oluşum için kullandığınız ek çizimleri 1/3-"Actions menüsündeki Hide/Show" aracı ile gizleyiniz.	

<table>
<tr><td>9/2- “Shapes” menüsünden “triangle” aracını kullanarak belirlediğiniz ağırlık merkezlerinden geçen bir DEF üçgeni oluşturunuz.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">ABC üçgeninin bir köşesinden tutarak sürükleyiniz. DEF üçgeninin değişimini gözlemleyiniz. Dış napolyon üçgeni olarak isimlendirilen bu üçgen nasıl bir üçgendir? Nasıl bulduğunuzu yazınız.
…</td></tr>
<tr><td>ABC üçgeninin köşe noktalarını tam karşılarındaki eşkenar üçgenlerin tepe noktalarını 7/5-“points&lines” menüsünden “segment” aracılığıyla birleştirerek 3 doğru parçası oluşturunuz. Doğru parçalarının kesişim noktasını O olarak isimlendiriniz.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Oluşan bu doğru parçaları hakkında ne söylenebilir? Varsayımınız nedir? Varsayımınızı nasıl ispatlarsınız?
…</td></tr>
</table>

Extended Abstract

Visualization and drawing (construction) of geometric concepts and creation of generalizations based on them is the basis of geometry studies (Köse, 2008). Duval (1998) identified three categories of cognitive processes of geometric thinking: visualization, construction and reasoning. This study first discussed geometric construction, which is considered to have a key role in ensuring the development of geometric thinking and then focused on students’ reasoning skills. The present study is an important part of a long-term project about the integration of technology use in teacher training into mathematics education. One of the primary objectives of this project is to realize the integration of technology in geometry teaching. Today, the development of technology has increased the variety of teaching tools and materials for geometry. An example of these tools is calculators that contain dynamic geometry software by which geometric drawings can be made. These tools are used in the classroom by teachers in several countries where important studies in the field of mathematics education are conducted (Guin, Ruthven, & Trouche, 2005). The first step of the project was to investigate the extent to which the calculators performing geometric drawings affect the development of geometric construction skills and then to determine the extent to which the use of calculators contribute to geometric construction skills in paper-pencil medium (the use of geometric drawing tools). Therefore, the overall aim of this study was to investigate the impact of an instructional process supported by the use of TI-Nspire CAS on students’ performing constructions through reasoning based on the geometric relationships existing in the desired constructions.

The qualitative method was used for choosing the participants, data collection and data analysis and interpretation. The participants consisted of a total of 77 students in their first year studying Elementary Mathematics Education in Faculty of Education. Data were collected through a pre-test and a post-test, each of which consisted of three open-ended questions. During the pre-test, the students were given a drawing set consisting of a ruler, protractor, set square and compasses and they were asked to construct a parallelogram, a regular polygon and a trapezoid with perpendicular diagonals in an hour. Then, in order to, develop the students' geometric construction skills, the geometry courses were taught with the support of TI-Nspire CAS calculators with Cabri Geometry II software. These activities were carried out during the term and the students were administered the post-test at the end of the term. In this post-test, the students were asked to construct a square, a rhombus and a trapezoid with perpendicular diagonals in an hour by using the geometric drawing set. The data obtained in this study were analyzed qualitatively.

One important result of this research was the development observed with students about geometric constructions before and after the instructional process. The students performed mainly experimental (based on measurement) constructions in the pre-test and mainly theoretical (the use of a different geometric shape) constructions in the post-test and therefore they used reasoning skills and a variety of strategies. Comparison of the results from the pre-test and post-test revealed that, instead of taking all the features into consideration, the majority of the students performed invalid constructions according to a single feature through inductive reasoning despite they had a geometric drawing set in this process based on geometric features and measurement. On the other hand, some students who performed a theoretical construct by using different geometrical shapes in just one question completed the constructions with a strategy. In addition, a noticeable number of the students performed either random constructions or no construction at all in the pre-test. This situation can be explained by the inadequacy of students' geometric construction skills in the geometry courses in secondary education (Napitupulu, 2001). In the post-test conducted after the instructional process, on the other hand, the vast majority of the students performed theoretical constructions based on various geometric shapes by means of inductive reasoning and few students who performed constructions based on measurement took all the geometric features into account in the post-test unlike the pre-test. Those students who performed theoretical constructions mainly took circle and elements of circle into consideration and used very different strategies by using the intersection of multiple circles. Comparison of these tests showed that students turned from constructions based on geometric constructions toward constructions with different geometric shapes such as circle, types of triangles, square, and hexagon. Although students who used different geometric structures performed their drawing by means of inductive reasoning, this situation was regarded as a stage of transition for performing formal geometric proofs through deductive reasoning later.

Another important result of this study was that instruction supported with TI-Nspire CAS had impact both on constructions performed in paper-pencil medium and the development of students' reasoning skills based on geometric relationships in this process and on their use various and effective strategies. In this study, by means of instructional process using dynamic geometry media, the students perceived geometric structures, they discovered the geometric features of these structures by using the basic tools of the program and dragging types (dragging test) and confirmed their constructions by testing the relationships which they discovered.