ANADOLU ÜNİVERSİTESİ BİLİM VE TEKNOLOJİ DERGİSİ
ANADOLU UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
Cilt/Vol.:8-Sayı/No: 1 : 217-222 (2007)

ARAŞTIRMA MAKALESİ /**RESEARCH ARTICLE**

QRPA METODUNUN YÜKSEK VERSİYONLARI VE BEKLENEN DEĞERLERİ

Zemine YILDIRIM[1], Filiz ERTUĞRAL[2], Ali KULİEV[3]

ÖZ

Bu çalışmada Monopol-Lipkin modelde H_F sistem hamiltoniyen ifadesinin köşegenleştirilmesi ile elde edilen çözülebilir bir model tanımlanmış ve uygun çözümler bulunmuştur. Bu modele dayanarak standart Quazi Parçacık Rasgele Faz Yaklaşımı (QRPA) ve Renormalize Quazi Parçacık Rasgele Faz Yaklaşımı (RQRPA) yöntemleri incelenmiştir. Pauli Dışarlama İlkesi (PEP)'nin yaklaşık olarak hesaba katılmasıyla elde edilen Pauli Prensibi'ni içeren QRPA (PP QRPA) yöntemi ve PEP'in tam olarak hesaba katılmasıyla elde edilen EPP QRPA yöntemi incelenmiştir. Kuaziparçacık sayısının ortalama değeri ilk defa fonon tasvirinde hesaplanmıştır. Taban halde ve ilk uyarılmış halde kuazi parçacık sayı operatörünün beklenen değerleri hesaplanmıştır. İlk defa olarak kuazi parçacık sayısı operatörü ile iki kuaziparçacık bozon operatörlerinin komütatörü için genel ifade elde edilmiştir. Kuazi parçacık sayısı operatörünün ve onun yüksek mertebeden terimlerinin taban hallerinde beklenen değerleri için analitik ifadeler elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : QRPA. RQRPA, PPQRPA, EPPQRPA ve PP2QRPA metotları

HIGH VERSIONS OF THE QRPA METHOD AND ITS EXPECTATION VALUES

ABSTRACT

In this study, a solvable model obtained by diagonalizing hamiltonian H_F in the Monopole-Lipkin model is defined and proper solutions are found. In addition to the standard QRPA and RQRPA, PP QRPA and EPP QRPA methods are investigated. In EPP QRPA the inclusion of the PEP (Pauli Exclusion Prenciple) is exact while in PP QRPA is taken into account in an approximate way. Calculation of average value of the quasiparticle number in the ground state is performed in the fonon description the first time . It was calculated the expectation values of the quasiparticle number operator in the ground and first excited states using high versions of the QRPA. An analytical statement for commutation relation between the ground state quasiparticle number and two quasiparticle boson operators is obtained. General statements are used for the expectation values of the quasiparticle number operator and its higher multiplets.

Keywords: QRPA, RQRPA, PPQRPA, EPPQRPA and PP2QRPA methods

[1], Sakarya Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Esentepe, Kampus 54100 SAKARYA
Tel: 0 264 346 03 77, **Fax**: 0 264 295 59 50, **e-posta:** zemineyildirim@yahoo.com
[2], Sakarya Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Esentepe, Kampus 54100 SAKARYA
Tel: 0 264 346 03 77, **Fax**: 0 264 295 59 50, **e-posta:** ertugral@sakarya.edu.tr
[3], Sakarya Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Esentepe, Kampus 54100 SAKARYA
Tel: 0 264 346 03 77, **Fax**: 0 264 295 59 50, **e-posta:** kuliev@sakarya.edu.tr

Geliş: 02 Aralık 2005; **Kabul:** 9 Şubat 2006

1. GİRİŞ

Kuaziparçacık rasgele faz yaklaşımı (QRPA) yöntemi çok parçacıklı sistemlerin incelenmesinde başarılı bulunmuştur (Vogel ve Zirnbauer, 1986; Pantis vd., 1996). QRPA denklemleri hareket denklemlerinden direkt olarak elde edilir. Bifermion operatörünün komütatörü BCS taban haldeki beklenen değeriyle değiştirilir. Bu genellikle Kuazibozon Yaklaşımı (QBA) olarak bilinir. QBA Pauli Dışarlama İlkesini ihlal eder (Simkovic vd., 2000). İki kuaziparçacıklı fermion çiftlerine karşılık gelen operatörlerin bozonlar olarak varsayılması Pauli ilkesinin bozulmasına neden olmaktadır. QRPA çözümünün çökmesiyle sonuçlanan taban hal ilişkileri arttığında QBA'nın ihmal ettiği terimler gittikçe önem kazanır (Simkovic vd., 2000).

Bu problemi özdeş parçacıklar durumunda çözmek için, Pauli prensibini yaklaşık bir biçimde göz önüne alan ve Renormalize QRPA [RQRPA] yaklaşımı olarak adlandırılan yeni bir yaklaşım önerilmiştir (Karadjov vd., 1993; Catara vd., 1994; Toivanen vd., 1998). Bu yaklaşım, çift beta bozunumu için yapılan önceki çalışmalar da yoğun bir biçimde kullanılmıştır (Krmpotic vd., 1997; Hirsch vd.,1996). Ancak bu yaklaşımın başlıca eksikliği Ikeda toplam kuralını ihlal etmesidir. Bunun esas sebebi komütasyon bağıntılarında kuaziparçacık operatörlerinin yerine onların ortalama değerlerinin kullanılmasıdır.. Bunun sonucu hareket denklemlerinde ikili komütatörlerden gelen pek çok terim gözden kaçmaktadır.

RQRPA'nın daha ileri formları ise Pauli Dışarlama İlkesi (PEP)'nin yaklaşık olarak hesaba katılmasıyla elde edilen yöntem (PP QRPA) ve PEP'in tam olarak göz önüne alınmasıyla elde edilen yöntem (EPP QRPA)'dir. Bu yöntemlerde kuaziparçacık sayısı C'ye bir operatör gibi bakılır, bunun sonucu bu terimler enerjiye ve beta geçiş matris elemanına sıfırdan farklı katkı sağlar ve Ikeda toplam kuralı sağlanır. Bu çalışmada bilinen yöntemler (QRPA ve RQRPA)' ya ilave olarak bu iki yöntemde ayrıntılı olarak incelenmiştir.

2. NÜKLEER HAMİLTONİYEN

Eşleme etkileşmesi yapan süperakışkan bir çekirdek ele alınırsa nükleonların çekirdek içi hareketini temsil eden model hamiltoniyen aşağıdaki şekilde yazılır:

$$H = H_{sp} + H_{pair} + H_{rez} \qquad \textbf{(1)}$$

Burada

$$H_\tau = e_\tau \sum_m a^+_{\tau m} a_{\tau m} - G_\tau S^+_\tau S_\tau \qquad (\tau = p, n)$$

$$H_{rez} = 2\chi \beta^- \beta^+ - 2\kappa P^- P^+ \qquad \textbf{(2)}$$

olarak ifade edilir ve

$$S^+_\tau = \frac{1}{2}\sum_m a^+_{\tau m}\tilde{a}^+_{\tau m} \qquad S_\tau = \frac{1}{2}\sum_m \tilde{a}_{\tau m} a_{\tau m}$$

$$\beta^- = \sum_m a^+_{pm} a_{nm} \ , \ \beta^+ = (\beta^-)^+ \qquad \textbf{(3)}$$

şeklindedir.

$a^+_{\tau m}$ ve $a_{\tau m}$ sırasıyla parçacık yaratma ve yok etme operatörleridir, ~ indisi zaman tersinir halleri gösterir ve $\tilde{a}^+_{\tau m} = (-1)^{j_\tau - m} a^+_{\tau -m}$ şeklinde ifade olunur. Proton ve nötronlar için Bogolyubov dönüşümleri:

$$\alpha^+_{\tau m} = u_\tau a^+_{\tau m} - v_\tau \tilde{a}_{\tau m} \qquad \tilde{\alpha}_{\tau m} = v_\tau a^+_{\tau m} + u_\tau \tilde{a}_{\tau m} \qquad \textbf{(4)}$$

(4) dönüşümleri kullanılarak ve $\alpha^+_p \alpha_n$ ile $\alpha^+_n \alpha_p$ saçılma terimleri ihmal edilerek hamiltoniyen,

$$H_F = \varepsilon C + \lambda_1 A^+ A + \lambda_2 (A^+ A^+ + AA) \qquad \textbf{(5)}$$

şeklinde elde edilir.Burada ε kuazi parçacık enerjisidir, C ise;

$$C = \sum_m \alpha^+_{pm}\alpha_{pm} + \sum_m \alpha^+_{nm}\alpha_{nm} \qquad \textbf{(6)}$$

şeklinde ifade edilir. λ_1, λ_2, A^+ ve A'nın açık yazılışları şöyledir:

$$A^+ = \left[\alpha^+_p \alpha^+_n\right]^{j=0} \qquad A = \left[\alpha_n \alpha_p\right]^{j=0} \qquad \textbf{(7)}$$

$$\lambda_1 = 4\Omega\left[\chi\left(u_p^2 v_n^2 + v_p^2 u_n^2\right) - \kappa\left(u_p^2 u_n^2 + v_p^2 v_n^2\right)\right]$$

$$\lambda_2 = 4\Omega(\chi + \kappa) u_p v_p u_n v_n \qquad \textbf{(8)}$$

(7)'deki A ve A^+ bozon operatörleridir. **(8)** ifadelerindeki Ω ise seviyelerin toplam sayısıdır. Monopol-Lipkin modele dayanarak tek seviyeye göre toplamdan dolayı $j_p=j_n=j$ ve $G_p=G_n=G$ alınırsa proton ve nötronlar için enerji $\varepsilon_p=\varepsilon_n=\varepsilon=\Omega G/2$ olur. **(5)** ve **(8)** denklemlerindeki hamiltoniyen modeli λ_1 sıfıra eşit alındığında Lipkin model (Lipkin vd., 1965) hamiltoniyenine benzer. Burada A^+, A, C operatörlerinin komütasyon bağıntıları şöyledir:

$$\left[A, A^+\right] = 1 - \frac{C}{2\Omega} \qquad \textbf{(9)}$$

$$\left[C, A^+\right] = 2A^+ \qquad \textbf{(10)}$$

$$\left[A, C\right] = 2A \qquad \textbf{(11)}$$

(10)'un en genel formu şöyle elde edilir (Yıldırım, 2005).

$$\left[C, \left(A^{+}\right)^{n}\right] = 2^{n}\left(A^{+}\right)^{n}, n=1,2,3,\ldots \qquad (12)$$

Bu model hamiltoniyenin gerçek pn-QRPA hesaplarının bazı özelliklerini niteliksel olarak hesaplaması beklenir. (pn-QRPA nükleer yük değişim hesaplamaları için en çok kullanılan yöntemdir). Bu beklentiden dolayı standart QRPA ve RQRPA çalışmak için bu hamiltoniyen kullanılır (Sambarato ve Suhonen, 1997). Bu hamiltoniyenin dikkat çeken özelliği tam çözüme nazaran yaklaşımlı çözümlerin güvenilirliğinin tartışılabilmesidir. Burada tam çözüm H_F'nin köşegenleştirilmesi ile belirlenir ve dalga fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$|n\rangle = (A^{+})^{n}|0\rangle \qquad 0 \le n \le 2\Omega \qquad (13)$$

Burada $|0\rangle$ kuaziparçacık operatörü için vakum halini gösterir. Bu matrisin köşegenleştirilmesi ile sonuç kolayca hesaplanabilir ve enerji şöyle bulunur:

$$E_n = \langle n|H_F|n\rangle = 2\varepsilon n m_n + \lambda_1\left(m_{n+1} - m_n + \frac{n m_n}{\Omega}\right)$$

$$\langle n-2|H_F|n\rangle = \lambda_2 m_n$$

$$m_n = \langle 0|A^{n}\left(A^{+}\right)^{n}|0\rangle = \frac{n!\,(2\Omega)!}{(2\Omega-n)!\,(2\Omega)^{n}} \qquad (n \le 2\Omega) \qquad (14)$$

$n>2\Omega$ için, m_n değerleri sıfırdır.

3. QUAZİPARÇACIK RASGELE FAZ YAKLAŞIMI

(5) hamiltoniyeni için uyarılmış hal bulmanın diğer yolu uygun QRPA denklemini çözmektir. Bunun için QRPA'da $|RPA\rangle$'nın sahip olduğu özellikler ve Q^+ fonon yaratma operatörü kullanılarak $|Q\rangle$ uyarılmış hali için

$$|Q\rangle = Q^{+}|RPA\rangle \qquad Q|RPA\rangle = 0 \qquad (15)$$

şeklindedir. Fermionik uzayda sırasıyla fonon yaratma ve yoketme operatörleri için en basit form aşağıdaki gibi verilir:

$$Q^{+} = XA^{+} - YA \qquad (16)$$

$$Q = XA - YA^{+} \qquad (17)$$

Burada X ve Y sırasıyla ileri ve geri saçılma katsayılarıdır

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \varepsilon_{QRPA}\begin{pmatrix} U & 0 \\ 0 & -U \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \qquad (18)$$

A, B ve U QRPA denkleminin elemanlarıdır ve X, Y genlik fonksiyonlarıdır. ε_{QRPA} , QRPA enerjisidir. Burada

$$\mathrm{A} = \langle RPA|\left[A,\left[H_F, A^{+}\right]\right]|RPA\rangle, \qquad (19)$$

$$\mathrm{B} = \langle RPA|\left[A,\left[H_F, A\right]\right]|RPA\rangle \qquad (20)$$

$$U = \langle RPA|\left[A, A^{+}\right]|RPA\rangle \qquad (21)$$

şeklindedir. Burada

$$\bar{X} = U^{1/2}X, \qquad \bar{Y} = U^{1/2}Y \qquad (22)$$

notasyonlarını kullanmak oldukça faydalıdır.

Şimdi burada bazı yaklaşımları inceleyelim.

3.1 Standart QRPA Yaklaşımı

Bu yaklaşımda taban durumdaki kuaziparçacıkların sayısı sistemdeki toplam parçacık sayısından çok çok küçüktür.

$$\langle\psi_0|\sum_{jm}\alpha^{+}_{jm}\alpha_{jm}|\psi_0\rangle \ll \langle 0|\sum_{jm}a^{+}_{jm}a_{jm}|0\rangle = \bar{N} = N_0 \qquad (23)$$

Burada A nın A+ ile komütasyonu bire eşit alınır, **(9)** ifadesindeki C' li terim göz önüne alınmaz yani $\left[A, A^{+}\right] \approx \langle\ |\left[A, A^{+}\right]|\ \rangle = 1$ şeklindedir. Burada A ve A^+ ya bozon operatörleri gibi bakılır.

$$A = 2\varepsilon + \lambda_1 \qquad B = 2\lambda_2 \qquad U = 1 \qquad (24)$$

Bu ifadeler X^2-Y^2=1 normalizasyonu yardımı ile dalga fonksiyonu ve uyarılmış hal enerjisini belirlerler. Bu yaklaşımın bir eksikliği etkileşme parametrelerinin belirli değerlerinde uyarılma enerjisi sıfır olur, X ve Y parametreleri sonsuz olurlar. Bu durum teorinin verdiği sonuçların güvenirliliğine gölge düşürmektedir.

3.2 Renormalize QRPA (RQRPA) Yaklaşımı

Renormalize QRPA yaklaşımı, nükleer hamiltoniyenin fiziksel parametreleri için QRPA çözümünün çökmesini önler. RQRPA'da kuazi-bozon yaklaşımı açıkça uygulanmaz, yani bir fonon durumu için kuaziparçacıkların sayısı ihmal edilmez.

$$D = \langle RPA|\left[A, A^{+}\right]|RPA\rangle \qquad (25)$$

şeklinde tanımlanan D ifadesinde QBA'dan farklı olarak $[A,A^+]$ komütatöründe bütün terimler göz önüne alınmaktadır. Diğer bir ifadeyle < $[A,A^+]$>'da <C> içeren terimler göz önüne alınmaktadır. Bunun sonucu

$$A = 2\varepsilon D + \lambda_1 D^2 \quad B = 2\lambda_2 D^2 \quad U = D = \left(1 + \frac{\overline{Y}^2}{\Omega}\right)^{-1} \quad \textbf{(26)}$$

ifadeleri elde edilir.

0≤D≤1 olduğu için, D'nin hem λ_1 hem de λ_2 ile çarpılması rezidüel etkileşimin azalmasını sağlar. Böylece RQRPA, QRPA denkleminin çökmesinden kaçınır (Schwieger, Simkovic, A.Faessler,1996). Yukarıda hem QRPA' da hem de RQRPA'da A, B ve U elemanları [A,A$^+$] komütatörü için yaklaşım kullanılarak tayin edildi. Eğer yaklaşım kullanmayıp komütatör tam olarak hesaba katılırsa bu takdirde Pauli dışarlama ilkesi yerine getirilmiş olur. Bu koşul altında A, B ve U aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} A = &(2\varepsilon + \lambda_1) - (\varepsilon + \lambda_1)\frac{\langle RPA|C|RPA\rangle}{\Omega} \\ &+ \lambda_1 \frac{\langle RPA|CC|RPA\rangle}{4\Omega^2} - \lambda_1 \frac{\langle RPA|A^+ A|RPA\rangle}{\Omega} \\ &- 2\lambda_2 \frac{\langle RPA|A^+ A^+|RPA\rangle}{\Omega} \end{aligned} \quad \textbf{(27)}$$

$$\begin{aligned} B = &\lambda_2 (2 - \frac{1}{\Omega}) - \lambda_2 (2 - \frac{1}{2\Omega})\frac{\langle RPA|C|RPA\rangle}{\Omega} \\ &+ \lambda_2 \frac{\langle RPA|CC|RPA\rangle}{2\Omega^2} - 2\lambda_2 \frac{\langle RPA|A^+ A|RPA\rangle}{\Omega} \\ &- \lambda_1 \frac{\langle RPA|AA|RPA\rangle}{\Omega} \end{aligned} \quad \textbf{(28)}$$

$$U = 1 - \frac{\langle RPA|C|RPA\rangle}{2\Omega} \quad \textbf{(29)}$$

Burada bizim amacımız **(27)**, **(28)**, **(29)** ifadelerindeki beklenen değerleri hesaplamaktır. Bu ifadelerdeki temel hal $|RPA\rangle$ dalga fonksiyonlarının analitik ifadesi aşağıdaki gibidir (Simkovic, Raduta, Veselsky, ve Faessler 2000):

$$|RPA\rangle_{QBA} = ne^{-dA^+A^+}|\ \rangle, \qquad d = -\frac{Y}{2X} \quad \textbf{(30)}$$

Burada N normalizasyon faktörüdür. X ve Y katsayıları fonon operatörünün **(16)** ifadesindeki katsayılardır.

A, B ve U'nun hesaplanmasında **(27)**, **(28)** ve **(29)** denklemlerinde taban hal ilişkileri ihmal edilirse $|RPA\rangle$ vakumu $|\ \rangle BCS$ vakumu ile yer değiştirilir. $A = (2\varepsilon + \lambda_1)$, $B = \lambda_2(2 - 1/\Omega)$ ve U=1 alınır. A$^+$ ve A bifermion operatörlerinin bozonlar gibi davrandığı $\Omega \to \infty$ limitinde standart QRPA denklemi yeniden elde edilir.

$|RPA\rangle_{QBA}$ yaklaşımı ve **(42)** $|RPA\rangle_{exc}$ çözümleri kullanılarak QRPA taban hali için standart QRPA yaklaşımının yeni biçimleri bulunur. Bunlar bir yaklaşık içererek Pauli Dışarlama ilkesinin hesaba katıldığı QRPA (PP QRPA) ve yaklaşım içermeyerek Pauli Dışarlama ilkesinin hesaba katıldığı QRPA (EPP QRPA)'dır. Bu metotların ikisi de RQRPA yaklaşımından daha ileridir.

3.3 PP QRPA Yaklaşımı

RQRPA ve PP QRPA aynı taban hal dalga fonksiyonlarını kullanmalarına rağmen bu iki metot arasında önemli bir farklılık vardır. A ve B matrislerinde PP QRPA' da A ve A^+ bifermion operatörlerinin komütatörleri tam olarak alınırken, RQRPA'da yaklaşıklıkla göz önüne alınır. **(27)**, **(28)**, **(29)** formüllerindeki operatörlerin beklenen değerleri **(30)** ifadesi yardımıyla aşağıdaki şekillerde alınır:

$${}_{QBA}\langle RPA|C|RPA\rangle_{QBA} = -4n^2 dh_2(d), \quad \textbf{(31)}$$

$${}_{QBA}\langle RPA|CC|RPA\rangle_{QBA} = -16n^2 \left[h_2(d) - d^2 h_4(d)\right] \quad \textbf{(32)}$$

$${}_{QBA}\langle RPA|A^+ A^+|RPA\rangle_{QBA} = n^2 h_2(d), \quad \textbf{(33)}$$

$${}_{QBA}\langle RPA|AA|RPA\rangle_{QBA} = n^2 h_2(d) \quad \textbf{(34)}$$

$${}_{QBA}\langle RPA|A^+ A|RPA\rangle_{QBA} = -n^2\left[\left(2 - \frac{1}{\Omega}\right)dh_2(d) + 2\frac{d^2}{\Omega}h_4(d)\right]$$

Fonon tasvirinde taban halde C kuazi parçacık sayısının ortalama değeri

$$\langle RPA|C|RPA\rangle = 2Y^2 \quad \textbf{(35)}$$

olarak elde edilir. Bu ifadelerde aşağıdaki kısaltmalar kullanılır:

$$\begin{aligned} h_0(d) &\equiv \langle\ |e^{-dAA}e^{-dA^+A^+}|\ \rangle = \frac{1}{n^2} \\ &= \sum_{j=0}^{\Omega} \frac{d^{2j}}{(j!)^2} m_{2j} \approx m_0 + d^2 m_2 + \frac{d^4}{4} m_4 + \frac{d^6}{36} m_6 \end{aligned} \quad \textbf{(36)}$$

$$\begin{aligned} h_2(d) &\equiv \langle\ |e^{-dAA}A^+A^+e^{-dA^+A^+}|\ \rangle, \\ &= \sum_{j=0}^{\Omega-1} \frac{d^{2j}}{(j!)^2}\frac{-d}{j+1} m_{2j+2} \approx -dm_2 - \frac{d^3}{2}m_4 - \frac{d^5}{12}m_6 \end{aligned} \quad \textbf{(37)}$$

$$\begin{aligned} h_4(d) &\equiv \langle\ |e^{-dAA}(A^+)^4 e^{-dA^+A^+}|\ \rangle, \\ &= \sum_{j=0}^{\Omega-2} \frac{d^{2j}}{(j!)^2}\frac{d^2}{(j+2)(j+1)} m_{2j+4} \approx \frac{d^2}{2}m_4 + \frac{d^4}{6}m_6 \end{aligned} \quad \textbf{(38)}$$

Not edelim ki burada bizim elde ettiğimiz sonuçlar (Simkovic vd., 2000) deki sonuçlardan daha genel ifadelerdir. Bu ifadelerde m_6 terimlerini ihmal ettiğimizde elde ettiğimiz sonuçlar (Simkovic vd., 2000; Yıldırım, 2005) sonuçları ile üst üste düşer.

Bu yaklaşım realistik uzay modelinde ve gerçek hesaplamalarda da uygulanabilir. $|RPA\rangle_{QBA}$'da QRPA matrisleri Pauli Dışarlama ilkesi (PEP) bozulmadan hesaplanabilir, elde edilen sonuçlar d çarpanının bir polinom şeklinde ifadesidir. Eğer d içindeki kuadratik terimler atılırsa (yani d'nin birinci ve ikinci dereceden kuvvetlerini içeren terimler alınırsa) bu PP2 QRPA olarak isimlendirilir.

Genelde bazı ek yaklaşımlar benimsenmedikçe $|RPA\rangle$ için açık bir ifade bulmak mümkün değildir. Ancak çözülebilir model çerçevesinde bu başarılabilir. **(15)** denklemlerinin çözülmesiyle

$$|RPA\rangle_{exc} = N\sum_{l=0}^{\Omega}\beta_l\left(\frac{Y}{X}\right)^l (A^+A^+)^l|\rangle \qquad \textbf{(39)}$$

elde edilir. Burada

$$\beta_l = (2\Omega)^{-1}\frac{\Omega!}{(2\Omega)!}\frac{(2\Omega-2l)!}{l!(\Omega-l)!} \qquad \textbf{(40)}$$

şeklindedir. N normalizasyon sabiti ise

$$N^{-2} = \sum_{l=0}^{\Omega}\beta_l\left(\frac{Y}{X}\right)^l (A^+A^+)^l|\rangle \qquad \textbf{(41)}$$

olarak alınır.

3.4 EPP QRPA Yaklaşımı

Bu model tam QRPA taban halin analitik olarak bulunabildiği çözülebilir model için formüle edilebilir. EPP QRPA'da PEP ihmal edilmez ve yukarıdaki **(39)**, **(40)**, **(41)** ifadeleri kullanılarak söz konusu operatörlerin beklenen değerleri

$${}_{exc}\langle RPA|C|RPA\rangle_{exc} = N^2\sum_{l=1}^{\Omega}\beta_l^2(4l)\left(\frac{Y}{X}\right)^{2l} m_{2l}, \qquad \textbf{(42)}$$

$${}_{exc}\langle RPA|CC|RPA\rangle_{exc} = N^2\sum_{l=1}^{\Omega}\beta_l^2(4l)^2\left(\frac{Y}{X}\right)^{2l} m_{2l}, \qquad \textbf{(43)}$$

$${}_{exc}\langle RPA|A^+A|RPA\rangle_{exc} = -1+\frac{{}_{exc}\langle RPA|C|RPA\rangle_{exc}}{2\Omega} + {}_{exc}\langle RPA|AA^+|RPA\rangle_{exc} \qquad \textbf{(44)}$$

$${}_{exc}\langle RPA|AA|RPA\rangle_{exc} = {}_{exc}\langle RPA|A^+A^+|RPA\rangle_{exc} = N^2\sum_{l=0}^{\Omega-1}\beta_l\beta_{l+1}\left(\frac{Y}{X}\right)^{2l+1} m_{2l+1} \qquad \textbf{(45)}$$

$${}_{exc}\langle RPA|AA^+|RPA\rangle_{exc} = N^2\sum_{l=0}^{\Omega-1}\beta_l^2\left(\frac{Y}{X}\right)^{2l} m_{2l+1}$$

şeklinde elde edilir.

4. KUAZİPARÇACIK SAYI OPERATÖRLERİNİN BEKLENEN DEĞERLERİ

Farklı yaklaşımların özelliği hakkında ek bilgi edinmek için taban ve ilk uyarılmış durumlarda kuazi parçacık sayı operatörünün beklenen değerlerini hesaplayalım.

$$N_0 \equiv \langle RPA|\frac{C}{2}|RPA\rangle, \qquad \textbf{(46)}$$

$$\Delta N \equiv \langle RPA|Q\frac{C}{2}Q^+|RPA\rangle - N_0 \qquad \textbf{(47)}$$

Burada N_0 taban durumundaki kuaziparçacık sayı operatörünün beklenen değeri, ΔN ise taban halde ve ilk uyarılmış halde kuaziparçacık sayı operatörünün beklenen değerleri arasındaki farktır.

$$N_0 = Y^2(QRPA) \qquad N_0 = \overline{Y^2}(RQRPA) \qquad \textbf{(48)}$$

$$N_0 = 2(-d)n^2h_{2(d)}\ (PPQRPA)$$

$$N_0 = \frac{2d^2m_2}{1+d^2m_2}\ (\mathrm{PP2\,QRPA})$$

$$N_0 = {}_{exc}\langle RPA|\frac{C}{2}|RPA\rangle_{exc}(EPPQRPA) \qquad \textbf{(49)}$$

alınır.

Aynı yöntemler kullanılarak söz konusu yaklaşımlar için Δ N,

$$\Delta N = 1+2Y^2(QRPA), \quad = 1+2\overline{Y}^2(RQRPA), \qquad \textbf{(50)}$$

$$= (X^2+Y^2)+\left(X^2-Y^2-1-\frac{X^2+Y^2}{\Omega}\right)\frac{{}_{QBA}\langle RPA|C|RPA\rangle_{QBA}}{2} - \frac{X^2-Y^2}{4\Omega}{}_{QBA}\langle RPA|CC|RPA\rangle_{QBA} \quad (PP\ QRPA) \qquad \textbf{(51)}$$

$$= (X^2+Y^2)+\left(X^2-Y^2-1-\frac{X^2+Y^2}{\Omega}\right)\frac{{}_{exc}\langle RPA|C|RPA\rangle_{exc}}{2} - \frac{X^2-Y^2}{4\Omega}{}_{exc}\langle RPA|CC|RPA\rangle_{exc} \quad (EPP\ QRPA) \qquad \textbf{(52)}$$

şeklindedir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada çözülebilir bir Monopol-Lipkin modelde QRPA'nın bazı sınırlamaları incelenmiştir. Standart QRPA ve RQRPA'ya ilave olarak Pauli Dışarlama ilkesini kısmen hesaba katan PP QRPA ve bu ilkeyi tamamen göz önüne alan EPP QRPA tanıtılmıştır. Pertürbe serilerde d (ileri ve geri saçlma katsayısı oranı)'li kuadratik terimlere kadar serinin kesilmesiyle PP QRPA'dan PP2 QRPA elde edilmiştir. Kuazi parçacık sayı operatörlerinin beklenen değerleri için genel ifadeler alınmıştır.

Taban hal kuaziparçacık sayısı C'nin ortalama değeri ilk defa fonon tasvirinde hesaplanarak $\langle RPA|C|RPA\rangle = 2Y^2$ şeklinde olduğu gösterilmiştir. Taban ve ilk uyarılmış haldeki kuazi parçacık sayısı operatörünün beklenen değerleri hesaplanmıştır. Taban hal kuaziparçacık sayısı ile iki kuaziparçacık bozon operatörlerinin komütatörü için analitik bir ifade elde edilmiştir $\left[C, \left(A^{+}\right)^{n}\right] = 2^{n}\left(A^{+}\right)^{n}$. Kuaziparçacık sayısı operatörünün ve onun yüksek mertebeden terimlerinin beklenen değerleri için genel ifadeler elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

Catara, F., Dinh Dang, N. ve Sambarato, M. (1994). *Nucl. Phys*. 579(A), 1

Faessler, A., ve Simkovic, F. (1998). *J. Phys*. 24(G), 2139

Hirsch, J. G, Hess, P. O. ve Civitarese, O. (1996). *Phys. Rev*. 54(C)

Karadjov, D., Voronov, V. V. ve Catara, F. (1993). *Phys. Lett*. 306(B), 197

Krmpotic, F., Kuo, T. T. S., Mariano, A., de Passos, E. J. V., de Toledo, A. F. R., Lipkin, H. J., Meshkov, N. ve Glick, S. (1965). *Nucl. Phys*. 62(A), 188

Pantis, G., Simkovic, F., Vergados, J.D. ve Faessler, A. (1996). *Phys. Rev*. 53(C), 695

Piza (1997). *Nucl. Phys.* 612(A), 223 Fiz. 5(B), 93

Sambarato, M. ve Suhonen, J. (1997). *Phys. Rev*. 56(C), 782

Schwieger, J., Simkovic, F. ve Faessler, A. (1996). *Nucl. Phys*. 600(A), 179

Simkovic, F., Raduta, A.A., Veselsky, M. ve Faessler, A. (2000) *Phys. Rev*. 61(C), 044319

Toivanen, J. ve Suhonen, J. (1995) *Phys. Rev. Lett*. 75, 410

Vogel, P. ve Zirnbauer, M.R. (1986), *Phys. Rev. Lett.* 57, 731

Yıldırım, Z. (2005), The Master Thesis at the University of Sakarya

Zemine Yıldırım, 1979 yılında Bilecik'te doğdu. 1998'de kazandığı Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü'nden 2002 yılında mezun oldu. Aynı yıl Fizik'te mastıra başladı. 2005 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladı ve doktora yapmaya başladı. Halen aynı bölümde doktora eğitimine devam etmektedir.

Filiz Ertuğral, 1978'de Al-manya-Pforzheim doğumlu. Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü'nden 1999 yılında mezun oldu. Aynı yıl Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Nükleer Fizik Bölümü'nde mastıra başladı. 2004 yılında master eğitimini tamamlayıp aynı üniversitede doktora yapmaya başladı. Halen Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü'nde görev yapmaktadır.

Ali Kuliev, 1940 yılında Azerbaycan'da doğdu. Moskova Devlet Üniversitesi Fizik Bölümü'nden 1965 yılında mezun oldu. 1965-1971 yıllarında Moskova Devlet Üniversitesinde Yüksek Lisans ve Doktorasını tamamladı. 1974'te doçentliğini, 1990'da Profesör-lüğünü aldı. Halen Sakarya Üni-versitesi Fizik Bölümü'nde Nükleer Fizik anabilim dalında görev yapmaktadır.